

S G 水側流動不安定解析手法の検討

Numerical Methods on Flow Instabilities in Steam Generator

吉川 龍志 浜田 広次 大島 宏之 柳沢 秀樹*

Ryuji YOSHIKAWA, Hirotugu HAMADA, Hiroyuki OHSHIMA and Hideki YANAGISAWA*

次世代原子力システム研究開発部門

FBRシミュレーショングループ

Computational Fast Reactor Engineering Group
Advanced Nuclear System Research and Development Directorate

本レポートは独立行政法人日本原子力研究開発機構が不定期に発行する成果報告書です。
本レポートの入手並びに著作権利用に関するお問い合わせは、下記あてにお問い合わせ下さい。
なお、本レポートの全文は日本原子力研究開発機構ホームページ (<http://www.jaea.go.jp>)
より発信されています。

独立行政法人日本原子力研究開発機構 研究技術情報部 研究技術情報課
〒319-1195 茨城県那珂郡東海村白方白根 2 番地 4
電話 029-282-6387, Fax 029-282-5920, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

This report is issued irregularly by Japan Atomic Energy Agency
Inquiries about availability and/or copyright of this report should be addressed to
Intellectual Resources Section, Intellectual Resources Department,
Japan Atomic Energy Agency
2-4 Shirakata Shirane, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1195 Japan
Tel +81-29-282-6387, Fax +81-29-282-5920, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

S G 水側流動不安定解析手法の検討

日本原子力研究開発機構 次世代原子力システム研究開発部門

FBR システムユニット

吉川 龍志、浜田 広次、大島 宏之、柳沢 秀樹*

(2008 年 4 月 8 日 受理)

二相流は非均質な特性があり、運転条件によって外乱を加えない場合においても流量振動現象が現れる。これらの現象を不安定流動と呼ぶ。機器の安全な運転や性能向上のためには、二相流の流動特性を評価できるモデルと解法を確立する必要がある。

日本原子力研究開発機構では、高速増殖炉実用化に向けて、直管型 2 重伝熱管を用いた大型ナトリウム炉の蒸気発生器(SG)に対する研究開発を行っている。その一環として、蒸気発生器水側の流動安定性を実験的及び解析的に評価している。

この報告書では、蒸気発生器水側の流動安定性を対象とした数値解析手法を検討した。数値解析では、密度波不安定流動に対する出入口圧力を境界条件として与えて、入口流量を反復計算するアルゴリズムを構築した。物性導関数計算の必要がなく、複雑な行列計算の必要もない。そのため沸騰境界における物性導関数の不連続性による誤った数値振動を引き起こさない。また、時間ステップ幅をある程度長くすることが可能である。均質流モデルで単一伝熱管流動不安定特性の解析により構築した解析アルゴリズムの流動不安定性評価への適用性を確認した。精度向上のため、基礎式にサブクール沸騰及び二相流スリップ効果を取り込むことができるドリフトフラックスモデルを検討し、ドリフト速度および分布定数の相関式を選択して、ドリフトフラックスモデルによる単一伝熱管流動不安定性解析コードを作成した。構築した解析アルゴリズムのドリフトフラックスモデルで流動不安定性評価への適用性も確認した。

Numerical Methods on Flow Instabilities in Steam Generator

Ryuji YOSHIKAWA, Hirotugu HAMADA, Hiroyuki OHSHIMA and Hideki YANAGISAWA*

FBR System Engineering Unit
Advanced Nuclear System Research and Development Directorate
Japan Atomic Energy Agency
Oarai-machi, Higashibaraki-gun, Ibaraki-ken

(Received April 8, 2008)

The phenomenon of two-phase flow instability is important for the design and operation of many industrial systems and equipment, such as steam generators. The designer's job is to predict the threshold of flow instability in order to design around it or compensate for it. So it is essential to understand the physical phenomena governing such instability and to develop computational tools to model the dynamics of boiling systems.

In Japan Atomic Energy Agency, investigations on heat transfer characteristics of steam generator are being performed for the development of Sodium-cooled Fast Breeder Reactor. As one part of the research work, the evaluations of two-phase flow instability in the steam generator are being carried out experimentally and numerically.

In this report, the numerical methods were studied for two-phase flow instability analysis in steam generator. For numerical simulation purpose, the special algorithm to calculate inlet flow rate iteratively with inlet pressure and outlet pressure as boundary conditions for the density-wave instability analysis was established. There was no need to solve property derivatives and large matrices, so the spurious numerical instabilities caused by discontinuous property derivatives at boiling boundaries were avoided. Large time-step was possible. The flow instability in single heat transfer tube was successfully simulated with homogeneous equilibrium model by using the present algorithm. Then the drift-flux model including the effects of subcooled boiling and two phase slip was adopted to improve the accuracy. The computer code was developed after selecting the correlations of drift velocity and distribution parameter. The capability of drift flux model together with the present algorithm for simulating density-wave instability in single tube was confirmed.

Keywords: Density-Wave Instability, Homogeneous Equilibrium, Drift-Flux

* NESI Inc.

目 次

1. 序論 -----	1
2. 均質流モデルの不安定流動適用性の確認 -----	2
2.1 単一伝熱管不安定流動均質流解析コードの開発 -----	3
2.2 均質流モデルによる不安定流動の解析 -----	10
3. ドリフトフラックスモデルの不安定流動適用性の確認 -----	14
3.1 ドリフトフラックスモデル基礎式 -----	15
3.2 サブクール沸騰のボイド率検証 -----	21
3.3 ドリフトフラックスモデルによる不安定流動の解析 -----	24
4. 結論 -----	25
5. 今後の予定 -----	25
謝辞 -----	25
参考文献 -----	26
記号表 -----	28

Contents

1. Introduction -----	1
2. Applicability of Homogeneous Equilibrium Model for Instability Analysis -----	2
2.1 Development of Instability Analysis Code with HEM Model -----	3
2.2 Simulation of Instability with HEM Model -----	10
3. Applicability of Drift Flux Model for Instability Analysis -----	14
3.1 Development of Instability Analysis Code with Drift Flux Model -----	15
3.2 Void Fraction Verification in Subcooled Boiling -----	21
3.3 Simulation of Instability with Drift Flux Model -----	24
4. Concluding Remarks -----	25
5. Future Plan -----	25
Acknowledgements -----	25
References -----	26
Nomenclature -----	28

1. 序論

高速増殖炉（FBR）実用化研究開発においては、ナトリウム-水反応を排除し蒸気発生器の信頼性を向上するために、大型ナトリウム炉の蒸気発生器(SG)を直管型 2 重伝熱管方式とする設計オプションがある。

直管型蒸気発生器はヘリカル型の蒸気発生器に比べて、伝熱管の長さが短く、圧力損失が小さいため、気液二相流動不安定の評価が重要となる。そのため、水／蒸気側の流動不安定性に関する信頼性の高い評価手法を確立することが必要である。

水／蒸気側の流動安定性については、過去に多次元蒸気発生器解析コード MSG（均質モデル）を 70 MW 直管 SG 実験に適用し、流動不安定の予測性を評価した。その結果、必ずしも充分な予測性が得られなかった。そこでより精度の高い流動不安定性解析モデルを検討する必要がある。

本報告では、流動不安定性に向けた解析手法について検討を行う。まず密度波振動メカニズムを理解した上で、不安定流動に適用する解析アルゴリズムを検討する。そして二相流動解析コードを開発し、均質流モデル及びドリフトフラックスモデルによる不安定流動への適用性を確認する。

2. 均質流モデルの不安定流動適用性の確認

沸騰二相流において最も多い不安定流動は密度波振動である。密度波振動は次のような現象である。加熱部流路に流体が流入してから沸騰して流出するまでに、通過時間を要する場合、仮に入口流速に変動が生じると、その変動が出口まで伝播するのに遅れが生じる。そのため、沸騰流路内の密度（ボイド率）や流速及び各圧力損失項が入口流速の変動に対して時間遅れをもって変動する。そして拘束される流路出入口間の差圧との関係で、入口流速にフィードバックする。このためある運転条件下では、二相流の持つ不均質性が外乱源となり、特に外力を加えない場合においても自励的に増幅して、一定の振幅と周期を有するリミットサイクルを発生する¹⁻⁴⁾。

この密度波振動の特徴は次のとおりである。

- (1) 流量振動の周期は流体の加熱部通過時間と同オーダーである。
- (2) 出入口間の差圧変動は流速変動に比べて非常に小さい。
- (3) 加熱区間は短いほど、入口流速は速いほど、体系圧力は高いほど、および熱流束が低いほど、体系は安定化する。

二相流の流動をモデル化する場合に、気液両相の流速差と熱的な非平衡度の取り扱いにより、基礎式の定式化も異なってくる。このため、二相流の数値解析においては、解析する現象、すなわち、気液界面の相変化か、圧力波の伝播かの対象に依存して、基礎式の差分方法および時間ステップ幅が異なってくる。

均質流モデルは、気液相の流速を等しいと仮定する。また、熱的平衡を仮定すると、気液界面は飽和状態であるとみなせる。均質流モデルは非常に速い過渡事象の瞬間的非平衡を解析できないが、モデル式が簡明であることにより広範囲に利用されている。密度波振動は非常に速い過渡事象ではないので、適切な相関式を用いることにより許容可能な精度で計算できると考えられる。均質流モデルは、2流体モデルの採用で生じるような複雑化を伴わないで、不安定条件の下での沸騰流路全体の挙動を解析できると考えられる。そのため、均質流モデルで密度波不安定を評価する研究例も多い⁵⁾。

密度波振動の解析には、入口圧力、出口圧力を境界条件として与えて、入口流量を計算する必要がある。現在の二相流解析コードで多く採用されている半陰解法及び完全陰解法には、大規模なマトリックス計算が必要である¹⁾。また、沸騰境界における物性導関数(property derivatives)の不連続性が誤った数値振動を引き起こしやすい。これは蒸気発生器解析コードMSGの流動不安定予測性を難しくする原因の一つとなっている。文献⁵⁾では、不安定解析には変数を同じメッシュセルの境界面で定義して、物性導関数の計算が不要である反復解法が採用されている。

ここではこれまで困難であった流動不安定性の予測性を改善するため、文献⁵⁾の反復解法の概念を参考にして不安定解析手法を構築する。均質流方程式についてはスタガードメッシュ(Staggered mesh)で差分化して、二相流動解析コードを作成した後、不安定流動への適用性を確認する。

2.1 単一伝熱管不安定流動均質流解析コードの開発

(1) 方程式 :

一次元均質流、同じ断面積管内流の支配方程式^{1,5)}は以下の通りとした。

- 質量保存式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial z} = 0 \quad (2-1)$$

- 運動量保存式

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V^2) = -\frac{\partial p}{\partial z} - C_f \frac{1}{2} \rho V^2 - \rho g \quad (2-2)$$

C_f は二相摩擦因子。

- エネルギー保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \frac{\partial}{\partial z}[V\rho H] = \frac{\partial p}{\partial t} + Q - \rho V g \quad (2-3)$$

$$H = h + \frac{1}{2}V^2$$

- 状態方程式

$$\rho = f(p, h) \quad (2-4)$$

- その他方程式

$$\rho = \rho_l(1-\alpha) + \rho_g\alpha \quad (2-5)$$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x}{x} \frac{\rho_g}{\rho_l} \right)} = \frac{x\rho_l}{x(\rho_l - \rho_g) + \rho_g} \quad (2-6)$$

$$h = xh_g + (1-x)h_l \quad (2-7)$$

(2) 離散化方法 :

図 2-1 のスタガード格子で、風上差分、陰的に離散化方法を利用する。

• 質量保存式

$$\Delta z (\rho_i^{n+1} - \rho_i^n) + \Delta t (\rho_i^{n+1} V_{i+1}^{n+1} - \rho_{i-1}^{n+1} V_i^{n+1}) = 0, \quad (2-8)$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

• 運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z}{\Delta t} [\rho_{i-1/2}^{n+1} V_i^{n+1} - \rho_{i-1/2}^n V_i^n] + (p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}) = \\ & - \theta [\rho_i^{n+1} V_{i+1}^{n+1} (V_{i+1/2}^{n+1}) - \rho_{i-1}^{n+1} V_i^{n+1} (V_{i-1/2}^{n+1}) + \Delta z (C_f)_{i-1/2}^{n+1} \frac{1}{2} \rho_{i-1/2}^{n+1} (V_i^{n+1})^2 + \Delta z \rho_{i-1/2}^{n+1} g] \\ & - (1-\theta) [\rho_i^n V_{i+1}^n (V_{i+1/2}^n) - \rho_{i-1}^n V_i^n (V_{i-1/2}^n) + \Delta z (C_f)_{i-1/2}^n \frac{1}{2} \rho_{i-1/2}^n (V_i^n)^2 + \Delta z \rho_{i-1/2}^n g], \end{aligned} \quad (2-9)$$

where $\Delta z = \frac{1}{2} (z_{i+1} - z_{i-1})$

• エネルギー保存式

$$\begin{aligned} & \Delta z (\rho_i^{n+1} H_i^{n+1} - \rho_i^n H_i^n) + \Delta t [V_{i+1}^{n+1} \rho_i^{n+1} H_i^{n+1} - V_i^{n+1} \rho_{i-1}^{n+1} H_{i-1}^{n+1}] = \\ & \Delta z (p_i^{n+1} - p_i^n) + \Delta t \Delta z (Q_i^{n+1} - \rho_i^{n+1} V_{i+1}^{n+1} g), \end{aligned} \quad (2-10)$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

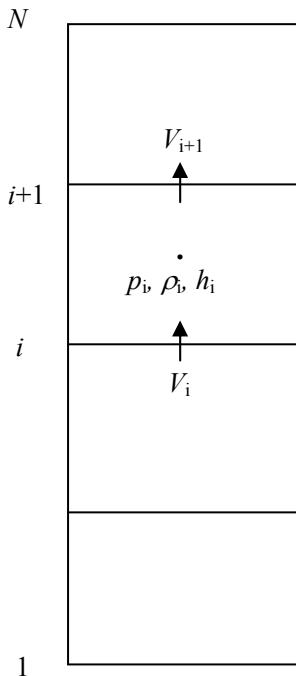


図 2-1 スタガード格子

(3) 解法アルゴリズム：

- (a) まず、管内定常状態を求める。解析結果は不安定流動解析の初期条件として利用する。入口流量を乱すため、出口圧力摂動を入力することで、過渡解析を始める。
- (b) 各節点収束解析アルゴリズムは図 2-2 に示す。最初に密度を仮定して、質量保存式により速度を計算する。運動量保存式により圧力を計算し、エネルギー保存式によりエンタルピーを計算した後、状態方程式により新しい密度を求める。

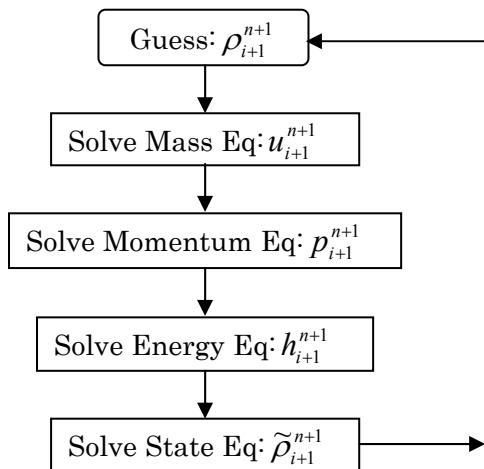


図 2-2 節点解析アルゴリズム

各節点解析では状態方程式 $\rho_{i+1}^{n+1} = f(h_{i+1}^{n+1}, p_{i+1}^{n+1})$ が必要である。

全体の解析アルゴリズムは図 2-3 に示す。

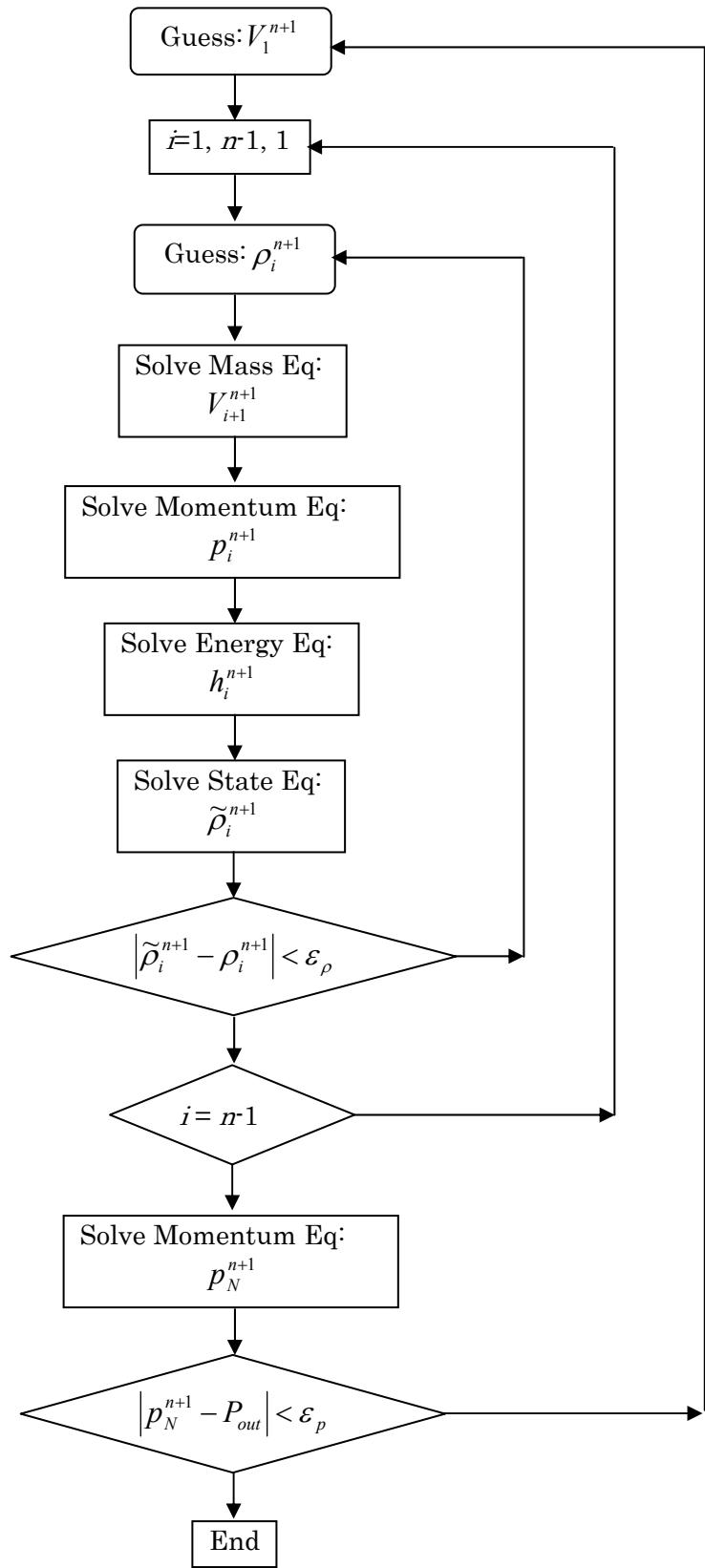


図 2-3 解析アルゴリズム

(4) 境界条件及び収束判断

入口圧力 P_{in} 、温度 T_{in} (or 密度)、熱流束 Q および出口圧力 P_{out} を境界条件として与える。

過渡解析では、各時間ステップ内に、出口圧力境界条件を合わせるために、入口で流速の修正を繰り返す。

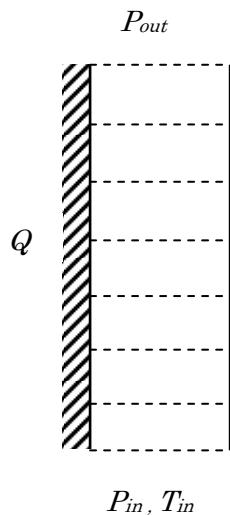


図 2-4 解析モデル

(5) 定常流動方程式

$\Delta t \rightarrow \infty$ ，定常流動方程式を得られる。離散化した保存式は以下の通り。

- 質量保存式

$$\rho_i V_{i+1} = \rho_{i-1} V_i , \quad (2-11)$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

- 運動量保存式

$$\begin{aligned}
 p_i - p_{i-1} = & -\rho_i V_{i+1}(V_{i+1/2}) + \rho_{i-1} V_i(V_{i-1/2}) - \Delta z (C_f)_{i-1/2} \frac{1}{2} \rho_{i-1/2} (V_i)^2 \\
 & - \Delta z \rho_{i-1/2} g
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

where $\Delta z = \frac{1}{2}(z_{i+1} - z_{i-1})$

- エネルギー保存式

$$H_i - H_{i-1} = \Delta z \left(\frac{Q_i}{\rho_{i-1} V_i} - g \right), \tag{2-13}$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

(6) 収束基準

状態方程式により新しい密度を求めるために、次の条件を満たす必要がある。

$$\Delta t > \frac{\Delta z}{2a} \tag{2-14}$$

ここで a は二相流混合物の音速である。

以上の解析アルゴリズムはいくつの利点がある。物性導関数を計算する必要はなく、複雑な行列計算の必要もない。そのため沸騰境界における物性導関数の不連続性が誤った数値振動を引き起こさない。従来のモデルに比べ密度波振動に対する入口圧力、出口圧力を境界条件として与えて、入口流量を反復計算する数値解法の物理的な意味が明確となる。また、陰的な離散化方法のため時間ステップ幅に対する制限が緩く、時間ステップ幅をある程度長くすることが可能である。これは穏やかな過渡変化の解析を行うときに有効になる。

2.2 均質流モデルによる不安定流動の解析

(1) 解析条件 : (図 2-5)

ここでは以下の条件を与えた。

管長さ : 20.6m

直径 : 0.010592m (面積 $A=8.8114\times10^{-5}\text{m}^2$)

流量 : 0.03kg/s

入口圧力 : $1.53\times10^7\text{Pa}$

入口密度 : 842.93kg/m^3

出口圧力 : $1.52304\times10^7\text{Pa}$

熱発生率 : $4.154\times10^7[\text{J}/(\text{m}^3\cdot\text{s})]$

メッシュ数 : 51

計算方法 :

まず、定常状態を計算する。次に出口圧力摂動を入力して過渡解析を始める。

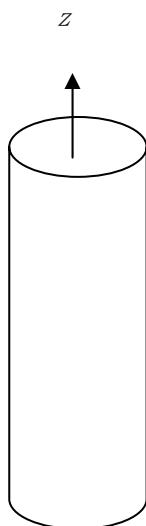


図 2-5 単一伝熱管不安定流動解析

(2) 解析結果 :

摩擦係数 $C_f = 0.002$ を使った解析を以下に示す。流量の時間的な変化は図 2-6 に示す。

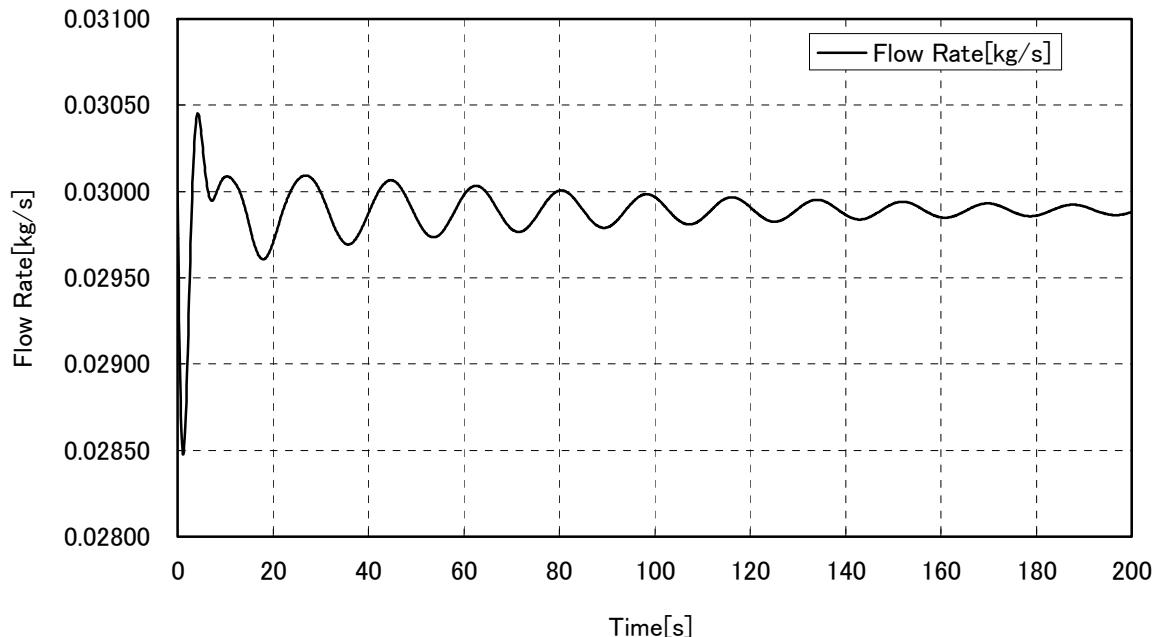


図 2-6 流量の時間変化 ($C_f = 0.002$)

約 10 秒後、流量は周期的(20 秒未満)に変化するが、波の振幅が徐々に小さくなる。

摩擦係数を大きくし、 $C_f = 0.005$ を使った解析を以下に示す。結果は図 2-7 に示す。

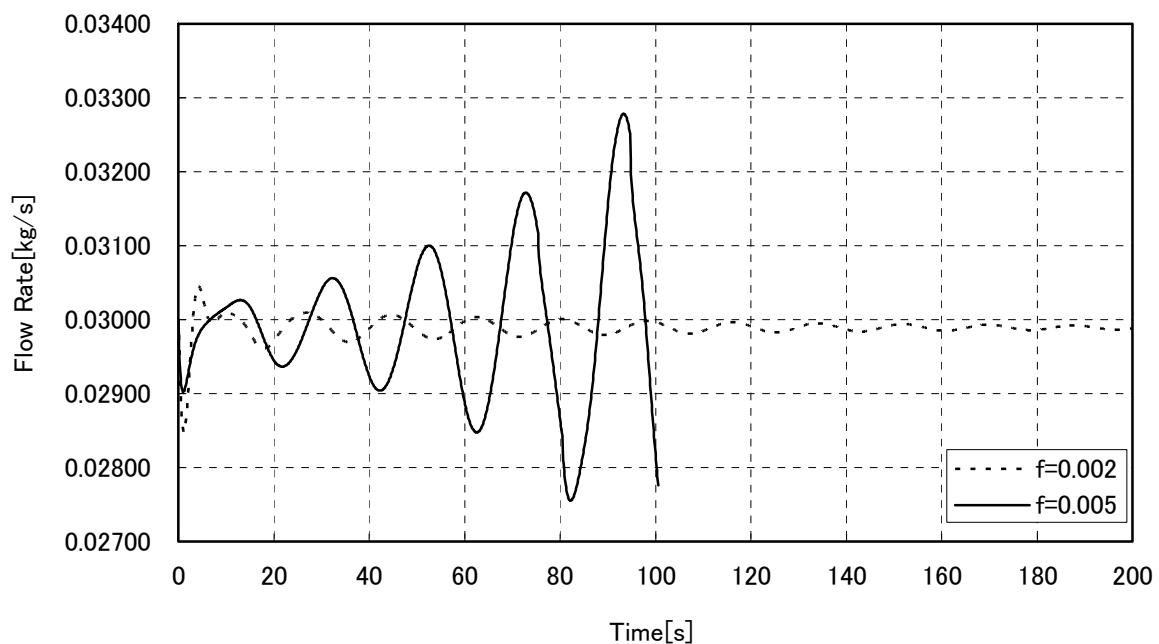


図 2-7 流量の時間的に変化($C_f=0.005$)

約 10 秒後、流量は周期的(20 秒位)に変化し、波の振幅は徐々に大きくなる。

図 2-8 には、軸方向の流量分布を示す。

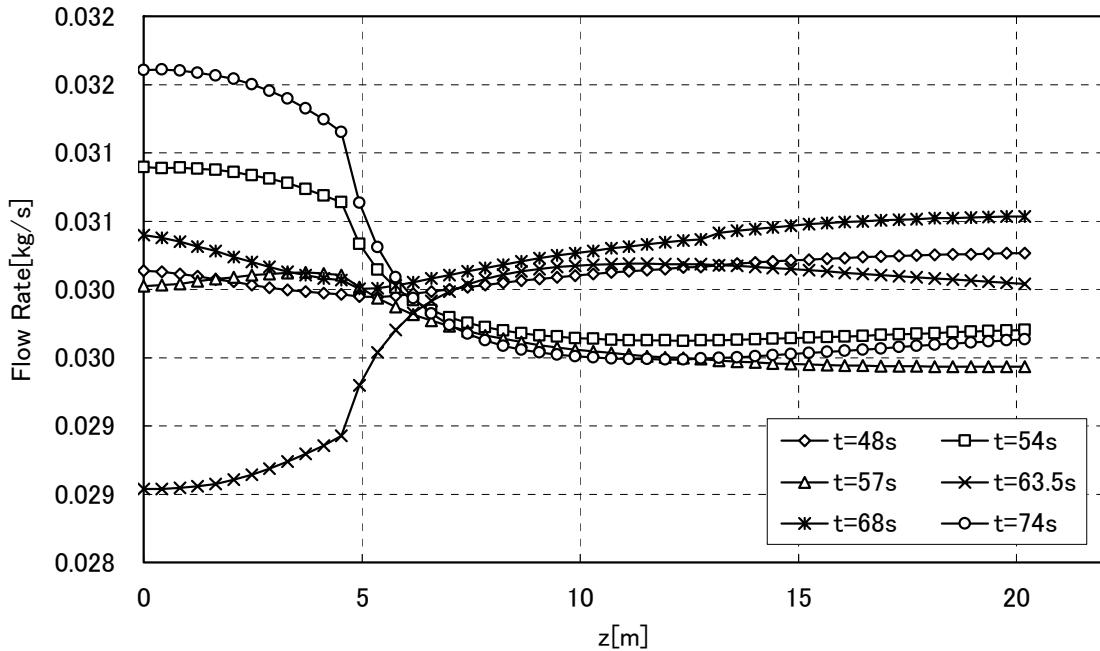


図 2-8 軸方向流量分布

以上の計算結果により、均質流モデルを用いて流動不安定性に適用した数値解析アルゴリズムが妥当であることが示された。特に、密度波不安定性の特徴である摩擦係数の影響が大きいことが分かった。このように、均質流モデル及びそれに適した解析アルゴリズムの流動不安定性評価への適用性を確認できた。

3. ドリフトフラックスモデルの不安定流動適用性の確認

前述の通り、均質流仮定は流動様式の依存性が弱い二相流動不安定性現象に対して良いモデルであるが、精度向上のためには、サブクール沸騰及び二相流スリップ効果を取り込む必要がある。

二流体モデルは複雑なため、熱水力解析コード（RELAP, TRAC など）を利用して流動不安定性を解析する例が多い。ただし、二流体モデルの解析精度は採用する相関式に依存する。

ドリフトフラックスモデルはサブクール沸騰及び二相流スリップ効果を取り込むことができ、相関式も簡単である。そこで、基礎式をドリフトフラックスモデルとして、適用性を評価する。

3.1 ドリフトフラックスモデル基礎式

(1) 方程式 :

一次元、等断面積管内の流動支配方程式⁶⁻¹¹⁾は以下の通りである。

- 質量保存式

$$\text{液相} : \frac{\partial[\rho_l(1-\alpha)]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho_l(1-\alpha)V_l]}{\partial z} = -\Gamma \quad (3-1)$$

$$\text{気相} : \frac{\partial(\rho_g\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g\alpha V_g)}{\partial z} = \Gamma \quad (3-2)$$

$$\text{混合物} : \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial z} = 0 \quad (3-3)$$

- 運動量保存式

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [\rho_g\alpha V_g^2 + (1-\alpha)\rho_l V_l^2] + \frac{\partial p}{\partial z} + \phi_{l0}^2 \frac{4f_{l0}}{D} \frac{1}{2} \frac{G^2}{\rho_l} + \rho g = 0 \quad (3-4)$$

- エネルギー保存式

$$\rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial z} \right) = Q + \frac{\partial p}{\partial t} - \rho V g - \frac{\partial}{\partial z} \left[\alpha \frac{\rho_g \rho_l}{\rho} V_{gj} (h_g - h_l) \right] \quad (3-5)$$

- 状態方程式

$$\rho = f(p, h) \quad (3-6)$$

- 構成式 :

平均密度 :

$$\rho = \rho_l(1-\alpha) + \rho_g\alpha \quad (3-7)$$

平均速度 :

$$V = \frac{\alpha \rho_g V_g}{\rho} + \frac{(1-\alpha) \rho_l V_l}{\rho} \quad (3-8)$$

質量流束 :

$$G = \rho_l V_l (1 - \alpha) + \rho_g V_g \alpha = \rho V \quad (3-9)$$

平均エンタルピー :

$$h = \frac{\alpha \rho_g h_g}{\rho} + \frac{(1-\alpha) \rho_l h_l}{\rho} \quad (3-10)$$

体積流量 :

$$j_g = \alpha V_g, \quad j_l = (1 - \alpha) V_l \quad (3-11)$$

$$j = \alpha V_g + (1 - \alpha) V_l = j_g + j_l \quad (3-12)$$

ボイド率と体積流量の関係 :

$$\alpha = \frac{j_g}{C_0 j + U_{gj}} \quad (3-13)$$

分布定数¹¹⁾:

$$C_0 = 1.13 \quad (3-14)$$

ボイド率荷重平均ドリフト速度¹¹⁾:

$$U_{gj} = 1.41 \left(\frac{\sigma g \Delta \rho}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \quad (3-15)$$

気相のドリフト速度 :

$$V_{gj} = V_g - j = (1 - \alpha)(V_g - V_l) = U_{gj} + (C_0 - 1)j \quad (3-16)$$

沸騰モデル :

サブクール沸騰に適用した Profile fit model¹²⁻²⁴⁾を使う。(図 3-1)

クオリティ x は :

$$x(z) = x_{eq}(z) - x_{eq}(z_{OSV}) \exp \left[\frac{x_{eq}(z)}{x_{eq}(z_{OSV})} - 1 \right] \quad (3-17)$$

そしてボイド率はクオリティ x により計算する :

$$\alpha = \frac{x \rho_l G}{C_0 [x \rho_l + (1-x) \rho_g] G + U_{gj} \rho_l \rho_g} \quad (3-18)$$

ここで、 z_{OSV} は沸騰限界。これを気泡大量発生開始点のエンタルピー $-h_{OSV}$ により計算する。

$$h_{l,sat} - h_{l,osv} = 0.0022 \frac{Q D_h^2 C p_l}{4 k_l}, \quad (\text{Pe} < 70000) \quad (3-19)$$

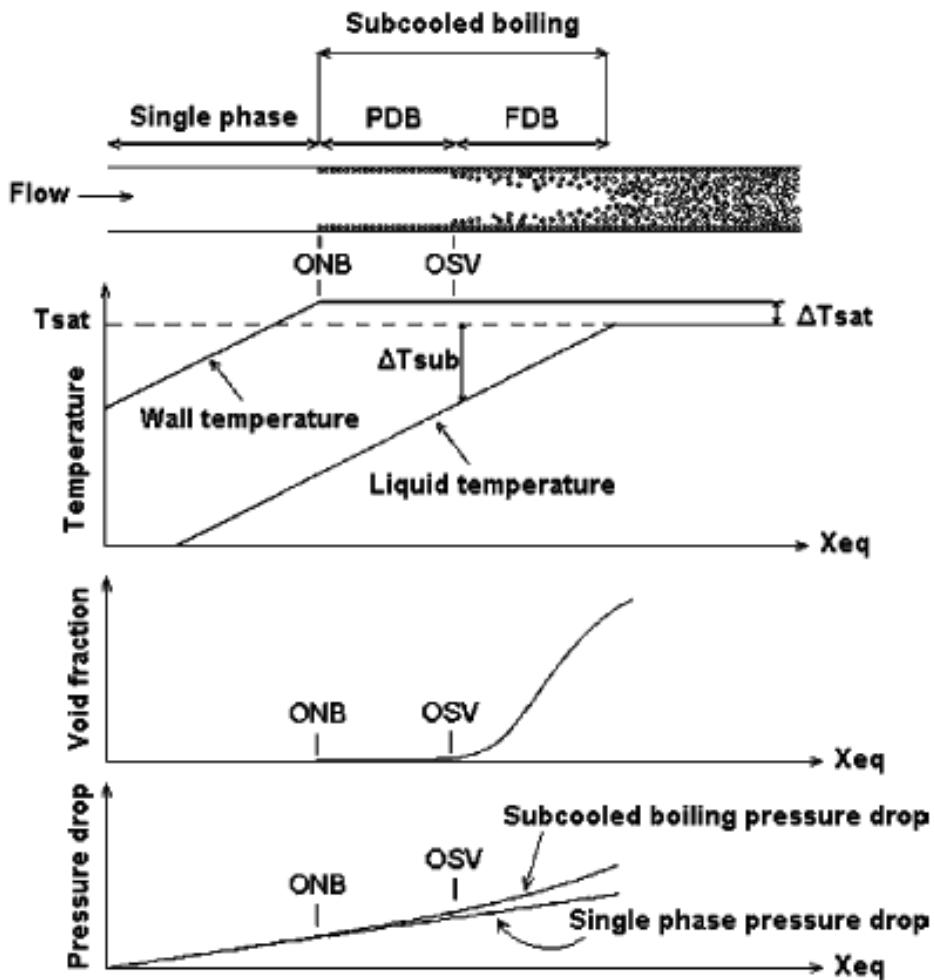
$$h_{l,sat} - h_{l,osv} = 154 \frac{Q D_h}{4 \rho_l V_{l,i}}, \quad (\text{Pe} > 70000) \quad (3-20)$$

$$Pe = \frac{G D_h C p_l}{k_l} \quad (3-21)$$

平衡クオリティ x_{eq} は

$$x_e = \frac{h_m^+ - h_{ls}}{h_{gs} - h_{ls}} \quad (3-22)$$

$$h_m^+ = \frac{\rho_g V_g \alpha h_g + \rho_l V_l (1-\alpha) h_l}{\rho_g V_g \alpha + \rho_l V_l (1-\alpha)} \quad (3-23)$$

図 3-1 サブクール沸騰¹²⁾

(出典 : J. M. Delhaye, F. Maugin and J. M. Ochterbeck: Int. J. Heat Mass Transfer 47 (2004) pp. 4417, Fig. 2)

(2) 離散化方法 :

図 2-1 のスタガード格子で、風上差分、陰的に離散化方法を利用する。

- 質量保存式

$$\Delta z \left[(\rho_g \alpha)_i^{n+1} - (\rho_g \alpha)_i^n \right] + \Delta t \left[(\rho_g \alpha)_i^{n+1} (V_g)_{i+1}^{n+1} - (\rho_g \alpha)_i^{n+1} (V_g)_i^{n+1} \right] = \Gamma_i^{n+1} \Delta t \Delta z \quad (3-24)$$

$$\Delta z \left(\rho_i^{n+1} - \rho_i^n \right) + \Delta t \left(\rho_i^{n+1} V_{i+1}^{n+1} - \rho_{i-1}^{n+1} V_i^{n+1} \right) = 0, \quad (3-25)$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

- 運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta z}{\Delta t} \left[\left(\rho_l \alpha_l \right)_{i-1/2}^{n+1} (V_l)_i^{n+1} + \left(\rho_g \alpha \right)_{i-1/2}^{n+1} (V_g)_i^{n+1} - \left(\rho_l \alpha_l \right)_{i-1/2}^n (V_l)_i^n - \left(\rho_g \alpha \right)_{i-1/2}^n (V_g)_i^n \right] \\ & + \left(p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1} \right) = \\ & - \theta \left[\left(\rho_g \alpha \right)_i^{n+1} (V_g)_{i+1}^{n+1} (V_g)_{i+1/2}^{n+1} + \left(\rho_l \alpha_l \right)_i^{n+1} (V_l)_{i+1}^{n+1} (V_l)_{i+1/2}^{n+1} \right. \\ & - \left. \left(\rho_g \alpha \right)_{i-1}^{n+1} (V_g)_i^{n+1} (V_g)_{i-1/2}^{n+1} - \left(\rho_l \alpha_l \right)_{i-1}^{n+1} (V_l)_i^{n+1} (V_l)_{i-1/2}^{n+1} \right. \\ & + \Delta z \left(C_f \right)_{i-1/2}^{n+1} \frac{1}{2} \rho_{i-1/2}^{n+1} (V_i^{n+1})^2 + \Delta z \rho_{i-1/2}^{n+1} g \left. \right] \\ & - (1-\theta) \left[\left(\rho_g \alpha \right)_i^n (V_g)_{i+1}^n (V_g)_{i+1/2}^n + \left(\rho_l \alpha_l \right)_i^n (V_l)_{i+1}^n (V_l)_{i+1/2}^n \right. \\ & - \left. \left(\rho_g \alpha \right)_{i-1}^n (V_g)_i^n (V_g)_{i-1/2}^n - \left(\rho_l \alpha_l \right)_{i-1}^n (V_l)_i^n (V_l)_{i-1/2}^n \right. \\ & + \Delta z \left(C_f \right)_{i-1/2}^n \frac{1}{2} \rho_{i-1/2}^n (V_i^n)^2 + \Delta z \rho_{i-1/2}^n g \left. \right], \end{aligned} \quad (3-26)$$

where $\Delta z = \frac{1}{2} (z_{i+1} - z_{i-1})$,

- エネルギー保存式

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_i^n \\ & + \frac{\left(\rho_g a \right)_i^{n+1} (V_g)_{i+1}^{n+1} + \left(\rho_l a_l \right)_i^{n+1} (V_l)_{i+1}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[\left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_i^{n+1} \right. \\ & \left. - \left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_{i-1}^{n+1} \right] = \Delta t \left(\frac{Q_i^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} - V_{i+1}^{n+1} g \right) + \frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\rho_i^{n+1}} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta z} \frac{1}{\rho_i^{n+1}} \left\{ \frac{\left[\alpha \rho_g \rho_l (h_g - h_l) V_{gj} \right]_i^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} - \frac{\left[\alpha \rho_g \rho_l (h_g - h_l) V_{gj} \right]_{i-1}^{n+1}}{\rho_{i-1}^{n+1}} \right\} \end{aligned} \quad (3-27)$$

(3) ドリフトフラックスモデルの解法アルゴリズム：

解法アルゴリズムは前述 2.1 節と同じである。ただし、質量保存式により液体の速度を計算した後、気相速度をドリフト相関式で計算する。また、サブクール沸騰の場合に、気相

の飽和状態を仮定してエネルギー保存式により液相のエンタルピーを計算する。そしてサブクール沸騰相関式でクオリティ及び気相体積率を計算する。液相のエンタルピーが飽和値に達すると、飽和沸騰（気液二相とも飽和状態）によって、クオリティ及び気相体積率を計算する。

(4) 定常流動方程式

$\Delta t \rightarrow \infty$ とすることで、定常状態方程式が得られる。離散化した保存式は以下の通り。

- 質量保存式

$$(\rho_g \alpha)_i (V_g)_{i+1} - (\rho_g \alpha)_{i-1} (V_g)_i = \Gamma_i \Delta z \quad (3-28)$$

$$(\alpha \rho_g)_i (V_g)_{i+1} + [(1-\alpha) \rho_l]_i (V_l)_{i+1} = (\alpha \rho_g)_{i-1} (V_g)_i + [(1-\alpha) \rho_l]_{i-1} (V_l)_i \quad (3-29)$$

where $\Delta z = z_{i+1} - z_i$

- 運動量保存式

$$\begin{aligned} p_i - p_{i-1} = & -[(\rho_g \alpha)_i (V_g)_{i+1} (V_g)_{i+1/2} + (\rho_l \alpha_l)_i (V_l)_{i+1} (V_l)_{i+1/2} \\ & - (\rho_g \alpha)_{i-1} (V_g)_i (V_g)_{i-1/2} - (\rho_l \alpha_l)_{i-1} (V_l)_i (V_l)_{i-1/2} \\ & + \Delta z (C_f)_{i-1/2} \frac{1}{2} \rho_{i-1/2} (V_i)^2 + \Delta z \rho_{i-1/2} g] \end{aligned}, \quad (3-30)$$

where $\Delta z = \frac{1}{2} (z_{i+1} - z_{i-1})$

- エネルギー保存式

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_i - \left(\frac{a_l \rho_l h_l + \rho_g h_g a}{\rho} \right)_{i-1} = & \Delta z \left(\frac{Q_i}{\rho_{i-1} V_i} - g \right) \\ - \frac{1}{\rho_{i-1} V_i} \left[\frac{\alpha \rho_g \rho_l (h_g - h_l) V_{gj}}{\rho} \right]_i + & \frac{1}{\rho_{i-1} V_i} \left[\frac{\alpha \rho_g \rho_l (h_g - h_l) V_{gj}}{\rho} \right]_{i-1} \end{aligned} \quad (3-31)$$

3.2 サブクール沸騰のボイド率検証

サブクール沸騰モデルを検証するために、まず定常流動のボイド率分布を計算した。²⁵⁻²⁶⁾

(1) 例 1 :

解析条件（低圧力条件）：

管長さ：1.5m

直径：0.012m (面積 $A = 1.130973355 \times 10^{-4} \text{m}^2$)

流量：961kg/(m²s)

熱流束：1.13MW/m²

入口圧力：6.84×10⁶Pa

入口サブクール温度：91.4°C

メッシュ数：200

解析結果：

例 1 の定常流動のボイド率分布を図 3-2 に示す。比較した測定結果は Bartolomei らの実験²⁵⁾による。

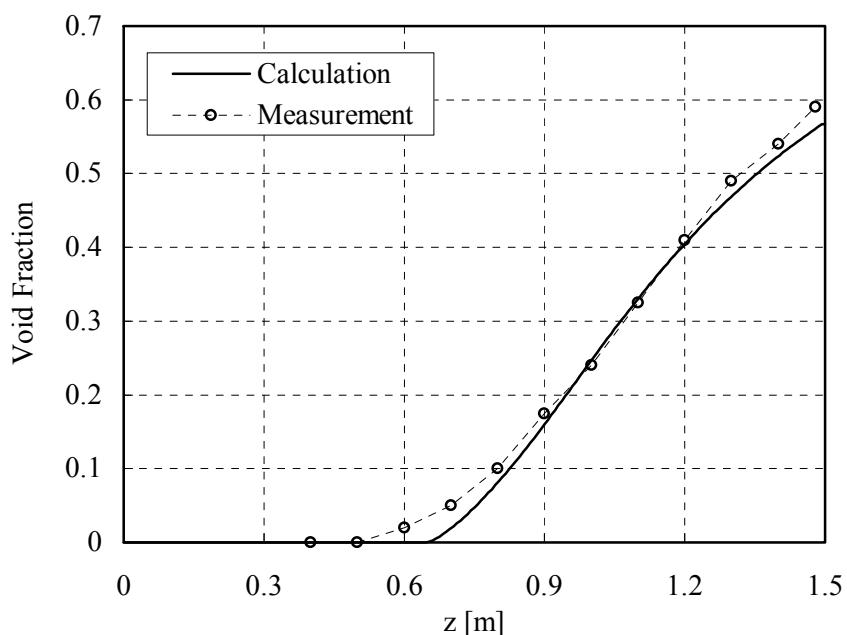


図 3-2 ボイド率分布（低圧力条件 $P_{in}=6.8 \text{ MPa}$ ）

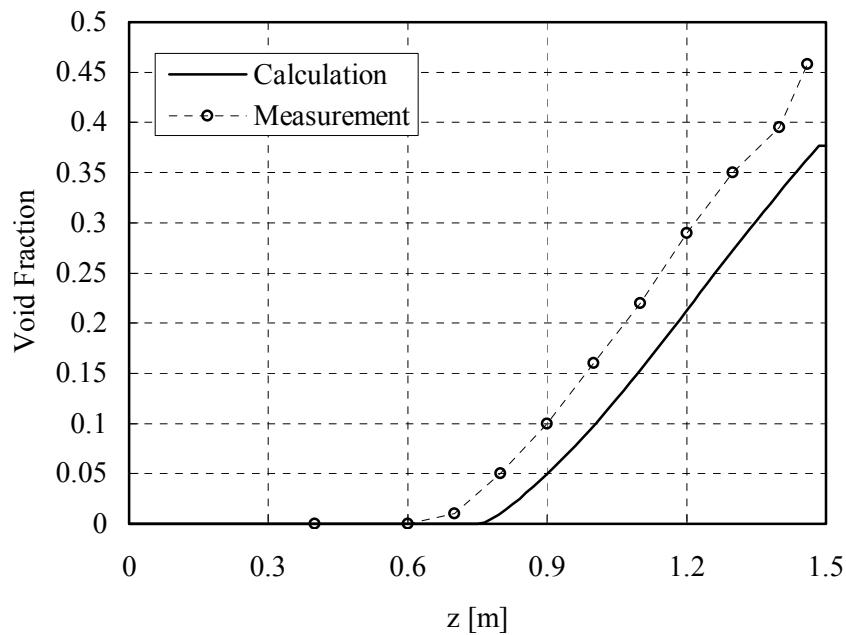
(2) 例 2 (高圧力条件) :

解析条件 :

管長さ : 1.5m
 直径 : 0.012m (面積 $A=1.130973355 \times 10^{-4} \text{m}^2$)
 流量 : $1000 \text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$
 热流束 : $1.13 \text{MW}/\text{m}^2$
 入口圧力 : $14.68 \times 10^6 \text{Pa}$
 入口サブクール温度 : 80.6°C
 メッシュ数 : 200

解析結果 :

例 2 の定常流動のボイド率分布を図 3-3 に示す。比較した測定結果は Bartolomei らの実験²⁵⁾による。

図 3-3 ボイド率分布 (高圧力条件 $P_{in}=14.7 \text{MPa}$)

以上より、計算した定常流動のボイド率分布は高圧力条件より、低圧力条件の方が実験結果と良好な一致を得た。

3.3 ドリフトフラックスモデルによる不安定流動の解析

計算条件は前述 2.2 節と同じである。

ただし、メッシュ数：500

解析結果：

初期の結果として、解析した流量の時間的変化を図 3-4 に示す。

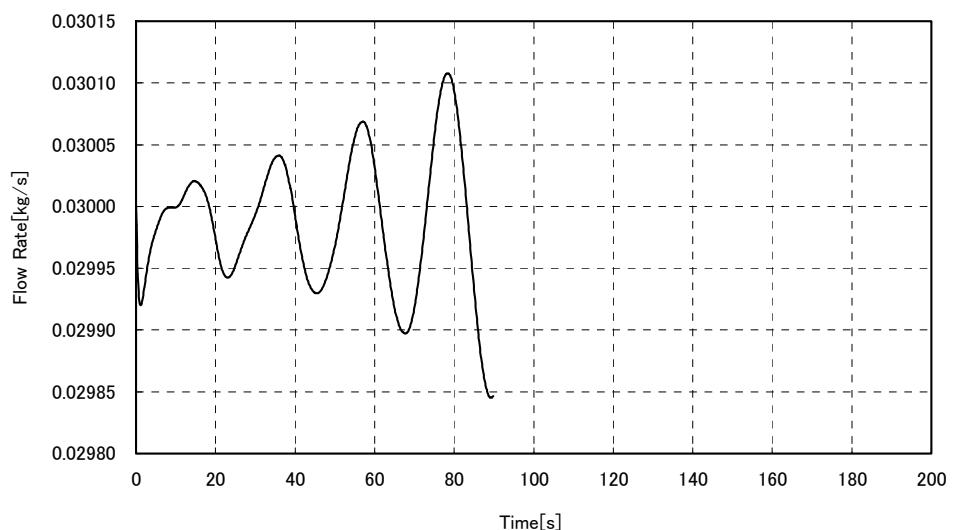


図 3-4 入口流量

約 10 秒後、流量は周期的(20 秒位)に変化し、波の振幅も徐々に大きくなる。このように、ドリフトフラックスモデルによる流動不安定性解析への適用性を確認できた。

4. 結論

蒸気発生器水側の流動安定性を対象とした数値解析手法を検討するために、均質流モデル及びドリフトフラックスモデルを用いて、密度波不安定流動に対する境界条件及び計算アルゴリズムを検討し、単一伝熱管流動不安定性解析コードを作成した。その解析結果から、以下の知見を得た。

- (1) 構築した解析アルゴリズムには物性導関数計算の必要がなく、複雑な行列計算の必要もない。そのため沸騰境界における物性導関数の不連続性による誤った数値振動を引き起こさない。また、時間ステップ幅をある程度長くすることが可能である。
- (2) 構築した解析アルゴリズムはドリフトフラックスモデルにも適用可能である。
- (3) サブクール沸騰及び二相流スリップ効果を採用したドリフトフラックスモデルは不安定性解析に適用可能で、蒸気発生器詳細解析に向けた精度向上が期待される。

5. 今後の予定

- (1) ドリフトフラックスモデルに対しては、流動不安定性解析に加え、詳細的な蒸気発生器熱流動を解析するために、新しい解法アルゴリズムを検討する。
- (2) 摩擦係数などの相関式を組み合わせて、適用性を確認する。

謝 辞

本研究では当グループの皆様から有益な助言及びコメントをいただきました。特にチームメンバーからの情報交換などを通じて多くのことを学ばせていただきました。ここに心より感謝いたします。

参考文献

- 1) 日本原子力学会熱流動部会編：“気液二相流の数値解析”，朝倉書店，東京，pp. 15-53 (1993).
- 2) J. A. Boure, A. E. Bergles and L. S. Tong: “Review of two-phase flow instability”, Nucl. Eng. Des., 25, pp. 165-192 (1973).
- 3) J. M. Leuba and J. M. Rey: “Coupled thermohydraulic-neutronic instabilities in boiling water nuclear reactors: a review of the state of the art”, Nucl. Eng. Des., 145, pp. 97-111 (1993).
- 4) 福田 研二、他：“並列多流路を流れる気液二相流の熱水力学的不安定に関する研究”，日本機械学会論文集（B編），61巻 581号，pp. 259-266 (1995).
- 5) V. Chatoorgoon: “Sports-a simple non-linear thermalhydraulic stability code”, Nucl. Eng. Des., 93, pp. 51-67 (1986).
- 6) N. E. Todreas and M. S. Kazimi: “Nuclear Systems I Thermal Hydraulic Fundamentals”, Taylor & Francis, United States of America, pp. 478-545 (1990).
- 7) P. Saha and N. Zuber: “An analytical study of the thermally induced two-phase flow instabilities including the effect of thermal non-equilibrium”, Int. J. Heat Mass Transfer, 21, pp. 415-426 (1978).
- 8) G. R. Warrier and V. K. Dhir: “Review of experimental and analytical studies on low pressure subcooled flow boiling”, Proc. Of the 5th ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference, San Diego, California, March 15-19, (1999).
- 9) M. Z. Podowski and M. P. Rosa: “Modeling and numerical simulation of oscillatory two-phase flows, with application to boiling water nuclear reactors”, Nucl. Eng. Des., 177, pp. 179-188 (1997).
- 10) J. Miettinen and A. Hamalainen: “GENFLO-A General Thermal Hydraulic Solution for Accident Simulation”, Julkaisija Utgivare Publisher, Finland, pp. 23-70 (2002).
- 11) M. M. Padki, H. T. Liu and S. Kakac: “Two-phase flow pressure-drop type and thermal oscillations”, Int. J. Heat and Fluid Flow, 12, 3, pp. 240-248 (1991).
- 12) J. M. Delhaye, F. Maugin and J. M. Ochterbeck: “Void fraction predictions in forced convective subcooled boiling of water between 10 and 18 MPa”, Int. J. Heat Mass Transfer, 47, pp. 4415-4425 (2004).
- 13) B. Koncar and B. Mavko: “Modeling of low-pressure subcooled flow boiling using the RELAP5 code”, Nucl. Eng. Des., 220, pp. 255-273 (2003).
- 14) K. Ohkawa and R. T. Lahey: “The analysis of CCFL using drift-flux models”, Nucl. Eng. Des., 61, pp. 245-255 (1980).
- 15) R. Uddin and J. J. Dorning: “Some nonlinear dynamics of a heated channel”, Nucl. Eng. Des., 93, pp. 1-14 (1986).

- 16) P. Papadimitriou and T. Skorek: "One-dimensional thermohydraulic code THESEUS and its application to childdown process simulation in two-phase hydrogen flows", Cryogenics, 32, 4, pp. 362-370 (1992).
- 17) G. Yadigroglu and B. Askari: "Boiling water reactor stability revisited: the effects of flashing", Nucl. Eng. Des., 235, pp. 1093-1105 (2005).
- 18) K. C. Chan and G. Yadigaroglu: "Analysis of density wave instability in counter-flow steam generators using steamfreq-x", Nucl. Eng. Des., 93, pp. 15-24 (1986).
- 19) G. C. Park, et al.: "The development of a closed form analytical model for the safety analysis of nuclear-coupled density-wave oscillations in boiling water nuclear reactors", Nucl. Eng. Des., 92, pp. 253-281 (1986).
- 20) V. Chatoorgoon, et al.: "Application of generation and condensation models to predict subcooled boiling void at low pressures", Nucl. Technol., 98, pp. 366-378 (1992).
- 21) S. M. Sami: "A transient two-phase velocity difference model for drift calculation in CANDU thermohydraulic codes", Nucl. Technol., 75, pp. 283-297 (1986).
- 22) E. D. Hughes, K. R. Katsma and M. P. Paulsen: "Semi-implicit solution methods for the RETRAN model equations", Nucl. Technol., 70, pp. 30-41 (1985).
- 23) M. P. Paulsen and E. D. Hughes: "RETRAN nonequilibrium two-phase flow model for operational transient analyses", Nucl. Technol., 61, pp. 153-180 (1983).
- 24) Y. Ishii, Y. Bessho and S. Uchikawa: "Prediction of transient boiling transition in BWR fuel rod Bundles by subchannel analysis program MENUETT", J. Nucl. Sci. Technol., 25, 9, pp. 741-748 (1988).
- 25) G. G. Bartolomei, V. G. Brantov, et al. : "An experimental investigation of true volumetric vapour content with subcooled boiling in tubes", Therm. Eng., 29, pp. 132-135 (1982).
- 26) J. Zhou and M. Z. Podowski: "Modeling and analysis of hydrodynamic instabilities in two-phase flow using two-fluid model", Nucl. Eng. Des., 204, pp. 129-142 (2001).

記号表

a :	音速 [m/s]
A :	断面積 [m^2]
C_θ :	分布パラメータ
C_f :	二相流摩擦因子
C_p :	比熱 [J/(kg·K)]
D_h :	水力直径 [m], = D (円管)
g :	重力加速度 [m/s ²]
G :	質量速度 [kg/(m ² s)]
h :	エンタルピー [J/kg]
H :	全エンタルピー [J/kg]
j :	体積流束 [m/s]
k :	熱伝導率 [W/(m·K)]
p :	圧力 [N/m ²]
Q :	熱発生率 [J/(m ³ ·s)]
t :	時間 [s]
T :	温度 [K]
U_{gj} :	ボイド率荷重平均ドリフト速度 [m/s]
v :	比体積 [m^3/kg]
V :	速度 [m/s]
V_{gj} :	気相のドリフト速度 [m/s]
x :	渴き度(クオリティ)
z :	空間座標 [m]

符号:

α :	体積率
Γ :	蒸気発生率 [kg/m ³ s]
μ :	粘性 [kg/(m·s)]
θ :	係数、0: 加速及び摩擦圧力損失項は前の時間レベルで計算する。 1: 今の時間レベルで計算する。
ρ :	密度 [kg/m ³]

下付き文字:

l: 液相

g: 気相

s or *sat*: 鮑和

i: 入口

This is a blank page

国際単位系 (SI)

表 1. SI 基本単位

基本量	SI 基本単位	
	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	s
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd

表 2. 基本単位を用いて表されるSI組立単位の例

組立量	SI 基本単位	
	名称	記号
面積	平方米	m^2
体積	立方メートル	m^3
速度	メートル毎秒	m/s
加速度	メートル毎秒毎秒	m/s^2
波数	メートル毎秒	m^{-1}
密度 (質量密度)	キログラム毎立法メートル	kg/m^3
質量体積 (比体積)	立法メートル毎キログラム	m^3/kg
電流密度	アンペア毎平方メートル	A/m^2
磁界の強さ	アンペア毎メートル	A/m
(物質量)の濃度	モル毎立方メートル	mol/m^3
輝度	カンデラ毎平方メートル	cd/m^2
屈折率	(数の)	1

表 5. SI 接頭語

乗数	接頭語	記号	乗数	接頭語	記号
10^{24}	ヨタ	Y	10^{-1}	デシ	d
10^{21}	ゼタ	Z	10^{-2}	センチ	c
10^{18}	エクサ	E	10^{-3}	ミリ	m
10^{15}	ペタ	P	10^{-6}	マイクロ	μ
10^{12}	テラ	T	10^{-9}	ナノ	n
10^9	ギガ	G	10^{-12}	ピコ	p
10^6	メガ	M	10^{-15}	フェムト	f
10^3	キロ	k	10^{-18}	アト	a
10^2	ヘクト	h	10^{-21}	ゼット	z
10^1	デカ	da	10^{-24}	ヨクト	y

表 3. 固有の名称とその独自の記号で表されるSI組立単位

組立量	SI 組立単位		
	名称	記号	他のSI単位による表し方
平面角	ラジアン ^(a)	rad	$m \cdot m^{-1} = (b)$
立体角	ステラジアン ^(a)	sr ^(c)	$m^2 \cdot m^{-2} = 1^{(b)}$
周波数	ヘルツ	Hz	s^{-1}
圧力、応力	ニュートン	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
エネルギー、仕事、熱量	パスカル	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
功率、放射束	ジュール	J	$N \cdot m$
電荷、電気量	ワット	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
電位差(電圧)、起電力	クーロン	C	J/s
静電容量	ボルト	V	W/A
電気抵抗	アーチム	Ω	C/V
コンダクタンス	ジemens	S	V/A
電容	オーム	Ω	$m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
電抗	ダクタンス	S	$m^2 \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
磁束密度	テスラ	T	Wb/m^2
磁束度	アンペア	A	Wb/A
インダクタンス	ヘルツリ	H	$kg \cdot s^2 \cdot A^{-1}$
セルシウス温度	セルシウス度 ^(d)	°C	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
光束度	ルーメン	lm	$lm \cdot m^{-2}$
(放射性核種)の放射能	ベクレル	Bq	$m^2 \cdot m^{-4} \cdot cd = m^{-2} \cdot cd$
吸収線量、質量エネルギー	グレイ	Gy	J/kg
線量分率、カーマ			$m^2 \cdot s^{-2}$
線量当量、周辺線量当量	シーベルト	Sv	J/kg
方向性線量当量、個			$m^2 \cdot s^{-2}$
人線量当量、組織線量当量			

(a) ラジアン及びステラジアンの使用は、同じ次元であっても異なる性質をもった量を区別するときの組立単位の表し方として利点がある。組立単位を形作るときのいくつかの用例は表 4 に示されている。

(b) 実際には、使用するには、記号 rad 及び sr が用いられるが、習慣として組立単位としての記号 “1” は明示されない。

(c) 測光学では、ステラジアンの名称と記号 sr を単位の表し方の中にそのまま維持している。

(d) この単位は、例としてミリセルシウス度 $m^{\circ}\text{C}$ のように SI 接頭語を伴って用いても良い。

表 4. 単位の中に固有の名称とその独自の記号を含むSI組立単位の例

組立量	SI 組立単位		
	名称	記号	SI 基本単位による表し方
粘度	パスカル秒	Pa · s	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-1}$
力のモーメント	ニュートンメートル	N · m	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
表面張力	ニュートン毎メートル	N/m	$kg \cdot s^{-2}$
角速度	ラジアン毎秒	rad/s	$m \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} = s^{-1}$
角加速度	ラジアン毎平方秒	rad/s ²	$m \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} = s^{-2}$
熱流密度、放射照度	ワット毎平方メートル	W/m ²	$kg \cdot s^{-3}$
熱容量、エンタロピー	ジュール毎ケルビン	J/K	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
質量熱容量(比熱容量)	ジュール毎キログラム	J/(kg · K)	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
質量エンタルピー	毎ケルビン		
質量エネルギー(比エネルギー)	ジュール毎キログラム	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
熱伝導率	ワット毎メートル毎ケルビン	W/(m · K)	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$
体積エネルギー	ジュール毎立方メートル	J/m ³	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
電界の強さ	ボルト毎メートル	V/m	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
体積電荷	クーロン毎立方メートル	C/m ³	$m^{-3} \cdot s \cdot A$
電気変位	クーロン毎平方メートル	C/m ²	$m^{-2} \cdot s \cdot A$
誘電率	ファラード毎メートル	F/m	$m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
透過率	ヘンリー毎メートル	H/m	$m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
モルエネルギー	ジュール毎モル	J/mol	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot mol^{-1}$
モルエンタルピー	ジュール毎モル	J/(mol · K)	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
モル熱容量	ビン		
照射線量(X線及びγ線)	クーロン毎キログラム	C/kg	$kg^{-1} \cdot s \cdot A$
吸収線量率	グレイ毎秒	Gy/s	$m^2 \cdot s^{-3}$
放射強度	ワット毎ステラジアン	W/sr	$m^4 \cdot m^{-2} \cdot kg \cdot s^{-3} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
放射輝度	ワット毎平方メートル毎ステラジアン	W/(m ² · sr)	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot kg \cdot s^{-3} = kg \cdot s^{-3}$

表 6. 國際単位系と併用されるが國際単位系に属さない単位

名称	記号	SI 単位による値
分	min	1 min=60s
時	h	1h=60 min=3600 s
日	d	1 d=24 h=86400 s
度	°	$1^{\circ}=(\pi/180)\text{ rad}$
分	,	$1'=(1/60)^{\circ}=(\pi/10800)\text{ rad}$
秒	"	$1''=(1/60)'=(\pi/648000)\text{ rad}$
リットル	L	$1L=1 \text{ dm}^3=10^{-3}\text{ m}^3$
トン	t	$1t=10^3 \text{ kg}$
ネーバ	Np	$1Np=1$
ベル	B	$1B=(1/2)ln10(Np)$

表 7. 國際単位系と併用されこれに属さないSI単位で表される数値が実験的に得られるもの

名称	記号	SI 単位であるべき値
電子ボルト	eV	$1eV=1.60217733(49) \times 10^{-19}\text{ J}$
統一原子質量単位	u	$1u=1.6605402(10) \times 10^{-27}\text{ kg}$
天文単位	ua	$1ua=1.49597870691(30) \times 10^{11}\text{ m}$

表 8. 國際単位系に属さないが國際単位系と併用される他の単位

名称	記号	SI 単位であるべき値
海里	里	1 海里=1852m
ノット	ト	1 ノット=1 海里毎時=(1852/3600)m/s
アール	a	$1a=1 \text{ dam}^2=10^2\text{ m}^2$
ヘクタール	ha	$1ha=1 \text{ hm}^2=10^4\text{ m}^2$
バル	bar	$1 \text{ bar}=0.1 \text{ MPa}=100 \text{ hPa}=10^5 \text{ Pa}$
オングストローム	Å	$1 \text{ Å}=0.1 \text{ nm}=10^{-10}\text{ m}$
バーン	b	$1 \text{ b}=100 \text{ fm}^2=10^{-28}\text{ m}^2$

表 9. 固有の名称を含むCGS組立単位

名称	記号	SI 単位であるべき値
エルグ	erg	$1 \text{ erg}=10^{-7} \text{ J}$
ダイナ	dyn	$1 \text{ dyn}=10^{-5} \text{ N}$
ボアズ	P	$1 P=1 \text{ dyn} \cdot s/cm^2=0.1 \text{ Pa} \cdot s$
ストークス	St	$1 St=1 \text{ cm}^2/\text{s}=10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
ガウス	G	$1 G=10^{-4} \text{ T}$
エルステッド	Oe	$1 Oe=\frac{1}{4}(1000/4\pi) \text{ A/m}$
マクスウェル	Mx	$1 Mx=10^{-8} \text{ Wb}$
スチール	sb	$1 sb=1 \text{ cd}/\text{cm}^2=10^4 \text{ cd}/\text{m}^2$
ホルト	ph	$1 ph=10^4 \text{ lx}$
ガル	Gal	$1 Gal=1 \text{ cm}/\text{s}^2=10^{-2} \text{ m/s}^2$

表 10. 國際単位に属さないその他の単位の例

名称	記号	SI 単位であるべき値
キュリ	Ci	$1 Ci=3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$
レントゲン	R	$1 R=2.58 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$
ラド	rad	$1 rad=1 \text{ cGy}=10^{-2} \text{ Gy}$
レム	rem	$1 rem=1 \text{ cSv}=10^{-2} \text{ Sv}$
X線単位	IX unit	$1 IX unit=1.002 \times 10^{-4} \text{ nm}$
ガンマ	γ	$1 \gamma=1 \text{ nT}=10^{-9} \text{ T}$
ジャニスキー	Jy	$1 Jy=10^{-26} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$
フェルミ	fm	$1 fermi=1 \text{ fm}=10^{-15} \text{ m}$
メートル系カラット		$1 metric carat=200 \text{ mg}=2 \times 10^{-4} \text{ kg}$
トル	Torr	$1 Torr=(101.325/760) \text{ Pa}$
標準大気圧	atm	$1 atm=101.325 \text{ Pa}$
カロリ	cal	
ミクロ	μ	$1 \mu=1 \mu\text{m}=10^{-6} \text{ m}$

