JAEA-Research 2009-027



結晶質岩を対象とした長期岩盤挙動評価のための 理論的研究

Theoretical Study of Rock for Estimating Long-Term Behavior (Contract Research)

市川 康明 崔 定海 平野 享 松井 裕哉

Yasuaki ICHIKAWA, Jung Hae CHOI, Toru HIRANO and Hiroya MATSUI

地層処分研究開発部門 東濃地科学研究ユニット

Tono Geoscientific Research Unit Geological Isolation Research and Development Directorate エスログ

October 2009

日本原子力研究開発機構

Japan Atomic Energy Agency

本レポートは日本原子力研究開発機構が不定期に発行する成果報告書です。 本レポートの入手並びに著作権利用に関するお問い合わせは、下記あてにお問い合わせ下さい。 なお、本レポートの全文は日本原子力研究開発機構ホームページ(<u>http://www.jaea.go.jp</u>) より発信されています。

独立行政法人日本原子力研究開発機構 研究技術情報部 研究技術情報課
〒319-1195 茨城県那珂郡東海村白方白根2番地4
電話 029-282-6387, Fax 029-282-5920, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

This report is issued irregularly by Japan Atomic Energy Agency Inquiries about availability and/or copyright of this report should be addressed to Intellectual Resources Section, Intellectual Resources Department, Japan Atomic Energy Agency 2-4 Shirakata Shirane, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1195 Japan Tel +81-29-282-6387, Fax +81-29-282-5901, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

© Japan Atomic Energy Agency, 2008

結晶質岩を対象とした長期岩盤挙動評価のための理論的研究 (委託研究)

日本原子力研究開発機構 地層処分研究開発部門 東濃地科学研究ユニット 市川 康明*、崔 定海*、平野 享^{**}、松井 裕哉

(2009年8月11日受理)

岩盤は様々な階層の不連続面群と非均質鉱物を内包した複合材料である。巨視的な不連続面群 を除いた基質部分の岩石スケールでみると、結晶質岩は個々の結晶粒子と粒界および粒子内にお ける微視亀裂の集合体である。結晶質岩の変形・破壊に関わる力学挙動は、個々の結晶の形状・ 物性と上述の亀裂の微視的挙動を理解すればよい。しかしながら、岩石を構成する鉱物の結晶、 特に、花崗岩の石英と黒雲母中には多くの微視亀裂が存在し、これが起点となって粒界を超え、 長石中に破壊亀裂が進展することが多いため、理論的取り扱いは簡単ではない。

本研究では、結晶質岩の長期挙動を解明するために(1)石英単結晶供試体を用いた閉鎖溶液系 および開放溶液系における圧力溶解試験、(2)花崗岩を対象とした、損傷場を内包する結晶質岩 の微細亀裂進展と長期変形挙動に関する理論的考察、を実施した。

第1章では、研究内容とその背景を概括した。つぎに第2章では、結晶質岩石の微視レベルの 破壊機構に深く関わっている各鉱物の圧縮応力下の化学反応による溶解現象を確認するために、 石英単結晶供試体を用いた圧縮試験を試み、溶解および再沈殿した石英表面の形状を共焦点レー ザー走査型顕微鏡で観察し、各種条件下における溶解速度を算定している。なお、pH 調整済の 閉鎖溶液中において常温で載荷される閉鎖溶液系実験と、恒温庫中で pH 調整済の溶液を流下さ せる開放溶液系実験の2種類の実験を実施した。

花崗岩のような巨視的には堅硬な岩石において、クリープ現象や応力緩和現象がひき起こされ る原因は、その微視的な亀裂伝播にあることは明らかであるが、微視亀裂が伝播する基本的なメ カニズムはこれまで不明であった。第3章では、第2章で扱った現象と同様の力学・化学連成 現象が、ケイ酸塩鉱物中に存在する微視的な亀裂の先端の応力集中により起こるものと考え、こ れを踏まえて巨視的現象のメカニズムを解析するための理論を展開した。

本報告書は、日本原子力研究開発機構との委託研究契約に基づき、名古屋大学が実施した研究の 成果に関するものである。 東濃地科学センター(駐在):〒509-6132 岐阜県瑞浪市明世町山野内 1-64 *岡山大学(元 名古屋大学)

※ 技術開発協力員

Theoretical Study of Rock for Estimating Long-Term Behavior (Contract Research)

Yasuaki ICHIKAWA*, Jung Hae CHOI*, Toru HIRANO^{**} and Hiroya MATSUI

Tono Geoscientific Research Unit Geological Isolation Research and Development Directorate Japan Atomic Energy Agency Akeyo-cho, Mizunami-shi, Gifu-ken

(Received August 11, 2009)

Rock mass is a complex material including several classes of discontinuities and inhomogeneous/anisotropic minerals. If observing rock samples, we know that crystalline rock is a complex of minerals, grain boundaries and microcracks. Deformation and failure mechanism may be understood if we characterize correctly the microscale composition and grain boundary properties. However rock minerals, especially quartz and biotite of granite, involves a lot of microcracks. A microcrack propagation is initiated by these existing crack tips, and runs into feldspar domain beyond the grain boundary. This suggests difficulty of its theoretical treatment.

In this research we aim to clarify a long term behavior of crystalline rocks, and performed the following subjects: 1) Pressure dissolution experiment using specimens of single crystal quartz. 2) Theoretical discussions of microcrack development and long-term deformation for crystalline rocks such as granite.

In Chapter 1, we described the overview and background of this study. In Chapter 2 we performed pressure dissolution experiments using specimens of single crystal quartz, since the dissolution reaction is engaged with a deformation and failure process of polycrystalline rock. After applying stress the surface of contacted area of quartz was observed by CLSM (confocal laser scanning microscope) and found traces of dissolution and reprecipitation. We managed two types of experiment; a closed solution experiment and a flow-through experiment. We discussed the dissolution rate based on the experimental results.

Fundamental mechanism of time-dependent creep and stress relaxation for crystalline rocks was discussed in Chapter 3 based on a concept of mechano-chemical coupling phenomena (as treated in Chapter 2) at micro-crack tips.

Keywords: Crystalline Rock, Long-term Behavior, Microcrack, Pressure Dissolution

This work was perfomed by Nagoya University under contract with Japan Atomic Energy Agency.

^{*} Okawaya University (Former Nagoya University)

X Collaborating Engineer

目 次

1. はじめに	1
 石英の溶解に関する実験的研究 	3
2.1 石英の溶解挙動について	4
2.2 閉鎖溶液系実験による石英の圧力溶解	7
2.2.1 供試体	7
2.2.2 実験装置	8
2.2.3 実験手順	11
2.2.4 実験結果	11
2.2.5 閉鎖溶液系実験のまとめ	18
2.3 開放溶液系実験による石英の圧力溶解	18
2.3.1 供試体	18
2.3.2 実験装置	19
2.3.3 実験手順	20
2.3.4 CLSM 観察の結果	21
2.3.5 ICP-AES 分析の結果	24
2.3.6 開放溶液系実験のまとめ	29
3. 内部欠陥を有する結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析	30
3.1 二重構造を有する多孔質体の浸透理論	30
3.2 強不連続解析と均質化法	35
3.2.1 不連続変位場とひずみ場	35
3.2.2 等方損傷モデルの導入	36
3.2.3 応力の有界性	38
3.2.4 連続関数近似による不連続変位場の修正	39
3.2.5 均質化理論による強不連続解析	40
3.3 結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析まとめ	45
4. おわりに	46
参考文献	47

CONTENTS

1.	Introduction	1
2.	Experiments of quartz dissolution	3
2	2.1 Theoretical behavior of quartz dissolution	4
2	2.2 Dissolution on closed-fluid	7
	2.2.1 Samples	7
	2.2.2 Testing equipment	8
	2.2.3 Testing method	11
	2.2.4 Results	11
	2.2.5 Summary	. 18
2	2.3 Dissolution on flow-through	. 18
	2.3.1 Samples	. 18
	2.3.2 Testing equipment	. 19
	2.3.3 Testing method	. 20
	2.3.4 Result of CLSM observation	. 21
	2.3.5 Result of ICP-AES analysis	. 24
	2.3.6 Summary	. 29
3.	A macroscopic and microscopic analisys of time-dependent behavior on crystalline roc	k
inc	luding micro cracks	. 30
ļ	3.1 Water transportation in porous material composed of microcell	. 30
ļ	3.2 Strong discontinuity analysis and homogenization method	. 35
	3.2.1 Discontinuous displacement field and discontinuous strain field	. 35
	3.2.2 Isotropic Continuum damage model	. 36
	3.2.3 Stress Boundedness	. 38
	3.2.4 Regularization of discontinuous displacement field	. 39
	3.2.5 Strong discontinuity analysis under homogenization procedure	. 40
ę	3.3 Summary	. 45
4.	Conclusion	. 46
Re	ference	. 47

図目次

図 2.1	<i>SiO</i> 4の四面体構造
図 2.2	高 pH 水溶液中における石英の溶解挙動
図 2.3	(a) pH の関数として示した石英の溶解速度 R (b) pH の関数として示した 25 (℃) シリ
力	表面における種々のイオン強度に対する SiO ⁻ 濃度
図 2.4	閉鎖溶液系実験で用いた石英試料
$\boxtimes 2.5$	閉鎖溶液系実験で用いた装置の模式図
図 2.6	計測装置と載荷装置の全体状況
図 2.7	載荷装置の詳細
図 2.8	OLS1100 システム外観
図 2.9	ICP-AES 装置10
図 2.10) 一定応力下における軸ひずみの時間変化11
図 2.11	CLSM で観察した接触平面の圧力溶解の状況
図 2.12	2 供試体 1(pH7)における試料接触平面の実験前(左)後(右)の変化13
図 2.13	3 接触平面の断面プロファイル
図 2.14	4 Island-channel モデル15
図 2.15	5 実験によって得られた温度 20(℃), 応力 200(MPa)における溶解速度16
図 2.16	5 Dove ⁹⁾ の式(2.4)による温度 20(℃)における溶解速度の pH 依存性17
図 2.17	7 実験によって得られた温度 20(℃), pH9 における溶解速度
図 2.18	3 開放溶液系実験で用いた石英試料
図 2.19	9 開放溶液系実験装置の模式図
図 2.20) 実験装置の全体写真
図 2.21	恒温庫と庫外の流入タンク
図 2.22	 実験前の上部試料の表面(5倍)
図 2.23	3 実験後の上部試料の表面(5倍)
図 2.24	4 実験後の下部試料の表面(5倍)
図 2.25	5 図 2.24 の領域 X の 100 倍拡大像図と断面プロファイル(1)
図 2.26	6 図 2.24 の領域 X の 100 倍拡大像図と断面プロファイル(2)
$\boxtimes 2.27$	7 Si 濃度変化量と時間の関係(実験 1)
図 2.28	3 累積 Si 濃度 C _{si} と時間の関係(実験 1)
図 2.29	 溶解速度と時間の関係(実験 1)
図 2.30) Si 濃度変化量と時間の関係(実験 2)
図 2.31	【累積 Si 濃度 C _{si} と時間の関係(実験 2)
$\boxtimes 2.32$	 溶解速度と時間の関係(実験 1)
図 3.1	多孔質体中の流れのミクロ・マクロ問題
図 3.2	物体内部の変位の不連続面
図 3.3	弾性・脆性材料に対する一次元の構成関係
図 3.4	不連続面 φ を含む微小領域 Ω_h

表目次

表 2.1	Olympus 製 OLS1100 システム
表 2.2	ICP-AES で求めた <i>Si</i> 濃度15
表 2.3	圧力溶解の面積、溶解体積、溶解速度
表 2.4	溶解面積、溶解体積および溶解速度
表 2.5	実験条件
表 2.6	実験1の結果(応力 9.86MPa, pH11.7)
表 2.7	実験 2 の結果(応力 13.72MPa, pH11.7)

1. はじめに

岩盤は様々な階層の不連続面群と非均質物質を内包した複合材料である。巨視的な不連続面群 を除いた基質部分の岩石スケールでみると、結晶質岩は個々の結晶粒子と粒界および粒子内にお ける微視亀裂の集合体である。したがって、結晶質岩の変形・破壊に関わる力学挙動は、個々の 結晶の形状・物性と上述の亀裂の微視的挙動を理解すればよいと考えられる。

クリープや応力緩和現象に代表される岩石の時間依存変形破壊挙動を引き起こす真の原因は、 これまでは理解されていなかった。一定の応力・ひずみの下で何故、変形・破壊が進行するのか? 水に浸した状態では何故、乾燥した状態とは変形・破壊挙動が異なり、強度が低下するのか?こ れらの原因を探り、物理化学的な理論背景を明らかにすることが、地層処分技術に関する研究開 発の重要な基礎となるであろう。

本研究では、結晶質岩の長期挙動を解明するために、(1)石英単結晶供試体を用いた閉鎖溶液 系および開放溶液系における圧力溶解試験、(2)花崗岩を例として、損傷場を内包した結晶質岩 の微細亀裂進展と長期変形挙動に関する理論的考察、をそれぞれ実施した。

第2章では、結晶質岩石の微視レベルの破壊機構に深く関わっている各鉱物の圧縮応力下の化 学反応による溶解現象を確認するために、石英単結晶供試体を用いた圧力溶解試験を試み、溶解 および再沈殿した石英表面の形状を「共焦点レーザー走査型顕微鏡」(Confocal Laser Scanning Microscope、以下 CLSM)で観察し、各種条件下における溶解速度を算定している。ここで、常温 で pH 調整済の溶液中に供試体をおいて載荷する閉鎖溶液系と、恒温庫内で pH 調整済の溶液を供 試体周囲で流下させながら載荷する開放溶液系の2種類の実験を実施した。

岩石中には多くのケイ酸塩鉱物*が含まれている。花崗岩の造岩鉱物は、石英(SiO₂)・長石(アルミノケイ酸塩)・黒雲母(層状ケイ酸塩)である。花崗岩はケイ酸塩鉱物が集合した多結晶体であると言える。

ケイ酸塩鉱物は強アルカリの条件下でなければ、一般に、水に難溶である。しかしながら、一 定以上の応力が作用すると、いわゆるシロキサン(siloxane)**が加水分解されて水に溶け出す¹⁾。 その反応は

$\equiv Si - O - Si \equiv +H_2O \rightarrow \equiv Si - OH + OH - Si \equiv$

と書かれる。水の供給量に応じてこの反応が制御されるのは、言うまでもない。

石英や長石等の鉱物が応力負荷条件下で溶解することによって岩石の時間依存変形・破壊挙動 が生ずるのは、1) 微視亀裂先端部における応力集中に起因する場合、2) 石英粒子等が接触した粒 子間において圧力溶解反応を起こす場合、があると考えられる。これらはいずれも機械的作用と 化学反応場が複合した連成現象である。この時に、温度場と浸透流場も重要な働きをしている。 なお、多結晶金属の破壊現象では結晶欠陥の転位が卓越するが、多数の微視亀裂を内包する結晶 質岩を対象とした場合、特に、本研究で取り扱った、応力は巨視的破壊が開始するレベルより小 さく、温度範囲は常温から鉱物が脱水や相転位等を起こさない程度の温度までとする環境下(概

^{*} ケイ酸塩(岩波・理化学辞典第5版): 一般式 $xM_2^IO \cdot ySiO_2$ で表わされる化合物。・・・ 天然に広く多量に存在し、造岩鉱物としてマントルおよび地殻の主成分であり、M がAl, Fe^{II} , Ca, Mg, Na, K などの塩が最も多い。・・・ 結晶構造は種類によって異なるが、基本的には4 つのOが正4 面体形4 配位としてSi に配位した SiO_4^{4-} またはそれらがO共有で連なったポリ酸陰イオンが規則的に配列し、そのすきまにM のイオンが入ったイオン結晶である。

^{**} シロキサン(岩波・理化学辞典第5版): ケイ素、酸素、水素からなる化合物のうち Si – O – Si 結合をふく むものの総称。

ね 100MPa 以下の拘束圧、100℃以下の温度)では、転位現象は優位でないのでここでは取り上げない。

花崗岩のような巨視的には堅硬な岩石において、クリープ現象や応力緩和現象がひき起こされ る原因は、その微視的な亀裂伝播にあることは明らかである²⁾が、微視亀裂が伝播する基本的な メカニズムはこれまで不明であった。第3章では、第2章で扱った現象と同様の力学・化学連 成現象が、ケイ酸塩鉱物中に存在する微視的な亀裂の先端の応力集中により起こるものと考え、 これを踏まえて巨視的現象のメカニズムを解析するための理論を展開した。

2. 石英の溶解に関する実験的研究

地下深部に位置する岩盤の長期変形挙動には、岩盤とそれを構成する岩石の力学的性質のみな らず、岩石の物理化学的性質が大きな影響を及ぼしている。石英を代表とする二酸化珪素・シリ カ(*SiO*₂)は地球での大半の地殻や岩石を構成する最も豊富で重要な酸化物であり、地殻を構成 する岩盤中には石英を中心とした多様なシリカが存在する。シリカの結晶である石英は環境中で 必ずしも安定ではなく、花崗岩などの高温・高圧下における変質・溶解や風化作用などのプロセ スは石英の溶解と関係している。したがって、石英の溶解を観察・評価する事は、各種の岩盤構 造物の安定性を考える上で重要な要素である。

石英のような鉱物の圧力溶解では、多くの先人の研究が認められる^{1),3),4),5)}。また、多くの場 合、特に、粘土鉱物を含んだ堆積岩では、圧力溶解は岩石の変形の主要なメカニズムである。石 英の圧力溶解に関与する pH の影響については、Lahann and Roberson⁶⁾, Berger, Cadore, Schott and Dove⁷⁾, Brady and Walther⁸⁾, Dove⁹⁾, Ganor, Mogollon and Lasaga¹⁰⁾, Ganor, Cama and Volker¹¹⁾, Gratz and Bird¹²⁾などが報告している。Brady and Walther⁸⁾は中性,25℃における溶 解条件について述べている。その中で、酸化物の化学ポテンシャルと pH に依存した脱離反応の 関係によって、多くのケイ酸塩の溶解速度が pH5~pH12 の範囲で記述できるとしている。

Dove⁹は 271 個の実験データを整理して溶解速度を提案している。そこでは、溶解速度に温度 (25~300℃)と水の組成が関与しているものと考えられている。また、Gratier and Guiguet¹³⁾ は*NaOH*溶液を使った高温高圧下における石英粒子の圧力溶解・沈殿に関する実験結果を報告 し、その結果から、溶解・沈殿が関与したクリープが、自然界における岩石の低偏差応力下にお けるゆっくりとした変形の最もよく見られるメカニズムであるとしている。

一般に、鉱物の溶解速度は表面反応と拡散律速反応によって支配される。表面反応では鉱物表面での化学反応速度、拡散律速反応では反応化学種の拡散速度がそれぞれ全体の溶解速度に影響を与える。一般に珪酸塩鉱物のように溶解速度が緩慢な鉱物は、表面反応が全体の溶解速度を律速し、溶解速度が迅速な鉱物は拡散律速反応が支配的となる。石英の溶解反応ではこれらの律速反応のうち表面反応が全体の溶解速度をコントロールする。石英の表面反応に関与する化学種は SiO^- , $SiOH_2^+$, SiOH であり、pH>2.0 の溶液中では SiO^- が、pH<2.0 では $SiOH_2^+$ が優勢となる。そのため、pH>2.0 領域では溶液中に存在する Na^+ イオンなどの陽イオン化学種が SiO^- と表面錯体を形成することで溶解速度を増大させる。

さて、放射性廃棄物が埋設される深度は、特定放射性廃棄物の最終処分に関する法律(平成12 年6月)により地下 300m 以上と定義されている。そこで本章で述べる研究では、法律の定義を ふまえた地下約 400(m)を仮想の処分環境とおき、そこでの結晶質岩の長期挙動を解明するために、 石英の変形特性や溶解速度を調べる事を目的とした。今回は、技術的に実施が比較的容易な、供 試体を入れた容器内に溶液を閉じ込める閉鎖溶液系実験に加えて、技術的にはやや難しいが試験 条件がより理想的である、容器内を溶液が流下する開放溶液系実験を行った。閉鎖溶液系実験で は実験終了後に、開放溶液系実験では一定の時間間隔で、それぞれ溶液を採取して「誘導結合プ ラズマ原子発光分光法」(Inductively Coupled Plasma-Atomic Emission Spectrometry、以下 ICP-AES)を用いて*Si* 濃度を定量した。次いで定量結果を用いて石英の溶解速度を求めるものとし た。また、溶解した供試体表面を CLSM を用いて立体的に観察し、その観察結果を基に供試体表 面から溶け出した石英の体積を分析した。最終的に、石英の溶解速度に関する一般式を提案した。

2.1 石英の溶解挙動について

石英を構成する原子であるケイ素は、ケイ素原子同士の結合よりもケイ素原子と酸素原子の結 合のほうがより強固となるという特徴を持つ。石英に限らずケイ素は大半の地殻や岩石を構成す る重要な要素である。ケイ酸塩鉱物は、ケイ素原子と4個の酸素原子が3次元の立体で構成され ている正四面体構造が基本結晶構造を形成している。地殻の鉱物の中でケイ酸塩鉱物が大半を占 めるのはこの*Si-O*結合の安定性のためであり、ケイ酸塩鉱物は正四面体の頂点に位置する元素 が酸素をはじめとして何であるかにより区別される(図2.1)。その中で正四面体の4頂点の酸素 原子が全て共有結合されるとシリカ(*SiO*2)となり、シリカで構成される鉱物の一つが石英で ある。



図 2.1 SiO₄の四面体構造

水中における石英の溶解に関与する一連の挙動は、以下のとおりである:最初に水分子が SiO_4 四面体の酸素原子表面に吸着される反応が起こる。その際に、水の水素原子が SiO_4 四面体の結合部分であるシロキサン結合(Si-O-Si)の $Si \ge O$ の間に入ってその結合が解除される(図 2.2)。水分子の吸着は瞬時に起こる平衡反応であり、その平衡定数を $K \ge$ する。水素原子によって他の SiO_4 四面体と結合している箇所が全て解除されると、切り離された SiO_4 四面体はそれぞれの頂点に水素原子が配置された $H_4SiO_4 \ge$ なって水に溶解する。この加水分解過程が律則となっており、反応速度をk(小文字で既出の平行定数と区別)とする。石英の溶解挙動は、化学式(2.1)で表される¹⁴。

$$\begin{aligned} H_{2}O_{+} &\equiv Si - \stackrel{K_{1}}{\rightleftharpoons} H_{2}O_{ads} \cdot Si \stackrel{k_{1}}{\longrightarrow} \equiv Si \cdot OH, \\ H_{2}O_{+} &\equiv Si \cdot OH \stackrel{K_{2}}{\rightleftharpoons} H_{2}O_{ads} \cdot Si \cdot OH \stackrel{k_{2}}{\longrightarrow} = Si(OH)_{2}, \\ H_{2}O_{+} &\equiv Si(OH)_{2} \stackrel{K_{3}}{\rightleftharpoons} H_{2}O_{ads} \cdot Si(OH)_{2} \stackrel{k_{3}}{\longrightarrow} -Si(OH)_{3}, \\ H_{2}O_{+} &-Si(OH)_{3} \stackrel{K_{4}}{\rightleftharpoons} H_{2}O_{ads} \cdot Si(OH)_{3} \stackrel{k_{4}}{\longrightarrow} H_{4}SiO_{4,ads}, \\ H_{4}SiO_{4,ads} \stackrel{k_{5}}{\longrightarrow} H_{4}SiO_{4}(aq). \end{aligned}$$

$$(2.1)$$

ここで、ads は吸着状態を表し、(aq)は溶液中に溶解した状態を示している。また、この過程 を模式的に示すと図 2.2 のようになる。



図 2.2 高 pH 水溶液中における石英の溶解挙動(文献¹⁴⁾を修正)

シリカは両性酸化物の一種であり、したがって、強酸性および強塩基性の条件下で可溶性であるが、中性付近では安定である。

強塩基性の水溶液中では、 H_4SiO_4 は弱酸として振る舞う。pH が 9 より高い水溶液では、シリカは式(2.2)のように溶解する。

 $2H_2O + SiO_2 \rightleftharpoons H_3SiO_4^- + H^+$ (2.2)

すなわち、このときの卓越化学種は H_4SiO_4 (aq) ではなく、プロトンが脱離した $H_3SiO_4^-$ である。 さらに高い pH 下ではさらにプロトンの離脱が進むので式(2.3)のような反応に至る。 $H_3SiO_4^- \rightleftharpoons SiO_4^{4-} + 3H^+$ at pH>12 (2.3)

ゆえに式(2.1)~(2.3)が、最終的に pH>12の溶液中で石英が溶解する過程を示している。

石英の溶解速度と温度および pH の関係は、前述のように、多くの研究結果が報告されている。 Brady and Walther⁸⁾は 25(\mathbb{C})および 60(\mathbb{C})における石英の溶解速度を pH の関数として示している。強塩基性の水溶液中では、溶解速度は表面負電荷に正比例する。ただし、表面負電荷はイオン強度や pH によって変化する(図 2.3)。



図 2.3 (a) pH の関数として示した石英の溶解速度 R (b) pH の関数として示した 25 (°C) シリカ表面における種々のイオン強度に対する SiO⁻ 濃度⁸⁾

活性化エンタルピー変化は、中性付近では 11 (kcal/mol) であるが、pH 8 では 13 (kcal/mol)、 pH11 では 23 (kcal/mol) に増加する ⁸⁾。一方、Ganor, Mogollon and Lasaga¹⁰ はカオリンの溶解 について pH の影響を調べている。その結果によると、吸着されたプロトン H^+ の濃度に比例して 溶解速度が増加している。 また、高い間隙水圧の下では図2.2 で示した水分子の運動が活発になり、水素原子が四面体の 結合部分に付着する機会が増える。その結果、高間隙水圧下では溶解が進む。 Dove⁹によって提案された石英の溶解速度式は式(2.4)のとおりである。

$$Rate = \exp^{-10.7 \pm 1.1} \cdot T \exp\left(\frac{-66 \pm 2.3}{10^{-3}RT}\right) (\theta_{>\text{SiOH}})^1 \\ + \exp^{4.7 \pm 0.8} \cdot T \exp\left(\frac{-82.7 \pm 2.1}{10^{-3}RT}\right) (\theta_{>\text{SiO}_{\text{tot}}})^{1.1 \pm 0.06}$$
(2.4)

ここで、*Rate* (mo1/m²·s)は石英の溶解速度、T (K)は絶対温度、R (KJ/K·mo1)は気体定数、 $\theta_{>SiOH}$ は表面錯体としてのSiOHの表面被覆率である。 a_{OH-} を水酸基の活量として、Dove⁹⁾の実験結果を基に $\theta_{>SiOH}$ を推定すると、以下の式を得る。

 $\theta_{\rm >SiOH} = -0.0114x^2 + 0.168x + 0.3648, \qquad x = \ln(a_{\rm OH^-})$ (2.5)

2.2 閉鎖溶液系実験による石英の圧力溶解

本実験では単結晶石英から切り出した試料を用い、石英の圧力溶解に関する pH 依存条件を探った。石英供試体を予め pH 調整済みの溶液 (pH 7, 9, 11, 13) 中に置き、恒温室を用いて常温20(℃) に保った状態で、供試体に圧縮載荷した。

2.2.1 供試体

単結晶石英を円柱と円錐台に成形して供試体とした (図 2.4)。接触・加圧面は石英結晶の(001) 面を用いている。円錐台供試体の接触面積(下面)は 0.785 (mm²)であり、上面に載荷された圧力 が接触面で 100 倍となるように設計されている。



図 2.4 閉鎖溶液系実験で用いた石英試料

2.2.2 実験装置

実験で用いた装置の概略を模式的に図 2.5 に示す。実際の装置の全体写真を図 2.6 に、載荷装 置部分の拡大写真を図 2.7 に示す。



図 2.5 閉鎖溶液系実験で用いた装置の模式図



図 2.6 計測装置と載荷装置の全体状況



図 2.5 に示したとおり、実験装置は大きく載荷装置、計測装置、観察装置の三つに分かれている。載荷装置は試料を入れる円筒型の容器と圧力を加えるための空気圧縮器、調圧器、載荷ピストンから構成されている(図 2.5 右上)。計測装置はひずみと圧力を測定するデータロガーと記録を保存する PC からなる(図 2.5 左上)。観察装置は、載荷実験の前後に載荷面の状態を CLSM で記録するものである(図 2.5 下)。

CLSM は共焦点光学系を用いて高解像度、高コントラストの観察像を得ることができる。また、 光軸方向の解像度が飛躍的に向上しており、二次元画像、三次元画像の取り込み、さらには取り 込んだ画像の画質改善、線幅、段差形状の計測など、様々な観察表示機能を持っている。CLSM で このようなことが可能となるのは、レーザービームを対物レンズで微小なスポットに絞り、試料 上を X-Y 方向に走査して試料からの反射光を検出器で捉え、モニター上に試料像を出力すること による。また、通常の光学顕微鏡では合焦位置以外の光が合焦位置の結画像と重なり、全体的に ぼやけた像になってしまうのに対し、共焦点光学系では、図 2.5 (下)の観察装置の概要図で示 したように合焦位置にピンホールが置かれ、合焦位置以外の光を排除した極めて鮮明な結画像が 得られる。さらにこの光学系全体が上下方向に指定した間隔で移動可能であり、各位置で得られ た鮮明な画像を重ね合わせて三次元画像を得ることができる。顕微鏡で撮った画像のデータはデ ジタル化され、設定範囲(例えば 1024×1024 ピクセルなど)で各ピクセルが三次元座標と強度 の値を持っており、撮影画像の数値的利用が容易である。

本実験で用いた CLSM は 01 ympus 製の 0LS1100 である。0LS1100 システムの構成と仕様を表 2.1 に、0LS1100 の写真を図 2.8 に示す。

ユニット	仕様
Ar レーザー	5 mW 出力・直線偏光
	強制空冷 Ar イオンレーザー(488 nm)
	消費電力 100 V、10 A (max)
走查方式	ガルバノメータスキャナ2台による光偏向
シャッタ	非走査時レーザー遮断
走查範囲	視野数18の円に内接する正方形領域、
	または視野数 16 の円に内接する 4:3 の長方形領域
	Dizital ZOOM: 1 倍から 6 倍まで
ピンホール	円形ピンホール
光検出器	フォトマルチプライヤ
Z レボルバ	レボルバ上下方式、電動対物切替
	分解能 0.01 µm
AF	レーザー反射式
寸法 (mm)	860(幅)×1120(奥行)×1218(高さ)
質量	170 kg

表 2.1 Olympus 製 OLS1100 システム



図 2.8 OLS1100 システム外観

採取した溶液の*Si* 濃度を ICP-AES によって分析した。ICP-AES は発光分光分析法の一手法であ り、分析試料にプラズマのエネルギーを外部から与え、含有成分元素(原子)を励起させ、その 励起原子が低いエネルギー準位に戻るとき放出される発光線(スペクトル線)を測定する方法で ある。発光線の位置から成分元素の種類を判定し、その強度から各元素の含有量が求まる。プラ ズマの生成にはまず、アルゴンガスを流し、トーチ管の先端部においたワークコイルには高周波 電流を流す。高周波電流によりトーチ管内に生成される電磁場によりアルゴンガスが電離し、プ ラズマが生成される。このプラズマは高い電子密度と 10,000(K)の高温を有し、このエネルギー により試料を励起発光させる。溶液試料は霧化された状態でトーチ管の中央の細管よりプラズマ 内に導入される。ICP-AES は試料の前処理(溶液化)が必要ではあるものの、微量の元素を高精 度で測定できるのが特徴である。

ICP-AES は同様の目的で使用される「原子吸光分析法」(Atomic Absorption Spectrometry、 以下 AAS) と比較して以下に示す特長を持つ。

1) 多元素同時分析、逐次分析が可能。

2) 検量線の直線範囲が広い。

3) 化学干渉、イオン化干渉が少なく高マトリックス試料の分析が可能。

4) 高感度である(検出下限は大半の元素に対して10(ppb)以下)。

5) 測定可能元素が多い。原子吸光法で困難な Zr, Ta, 希土, P, B なども容易に分析できる。

6) 安定性がよい。

これらの特長の大半は光源としているプラズマの構造、特性により生じている。

ICP-AES は現在、汎用の分析手法として高く評価されており、国内での稼働台数は 2000 台を超 えている。環境測定の手法としても AAS、「誘導結合プラズマ質量分析法」(Inductively Coupled Plasma Mass Spectrometry)と並んで重要な地位を占めており、今後さらに利用が拡大すると推 定される手法である。本実験で用いた ICP-AES は島津製作所製の ICPS-7500 およびセイコー電子 工業製 SPS1500R であり、その外観を図 2.9 に示す。



(a)ICPS-7500



(b)SPS1500R 図 2.9 ICP-AES 装置

2.2.3 実験手順

- ① NaOH 水溶液と試料を載荷装置の円筒型容器に設置する。
- ② 試料が入っている円筒型の容器上部に圧力測定ゲージを、下部にひずみ測定ゲージを設置 し測定装置の圧力・ひずみ計入力部に接続する。
- ③ エアポンプにて装置に載荷する。載荷圧力は、面積 0.785 (mm²)の先端部圧力に換算して 90 ~250 (MPa)である。円錐台試料の上部に所定の圧力が載荷され、その状態で約二週間 (300 ~310 時間) 放置する。この期間は、測定装置で継続的に圧力とひずみが測定されている。
- ④ 放置期間の終了後、容器から試料を取り出し、下部の石英円柱試料の接触部分を CLSM にて 観察する。また、溶液の Si 濃度を ICP-AES で測定する。

2.2.4 実験結果

(1) pH 依存性

前項で述べた装置で測定した一定応力下における軸ひずみの時間変化を図2.10に示す。なお、 供試体(Specimen)1の160時間以後のデータは測定装置の不具合で失われ、番号が欠番の供試体 3のデータは停電により全て失われたため、それぞれ図中に無い。

供試体 4 は約 50 時間を経過した時点で接触面に亀裂が発生したと考えられ、石英溶解を評価 するには不適当なデータである(ゆえに同じ条件で追試験、供試体 5 を行なった)。そこで供試 体 4 を除外すると、供試体 6 の場合に生じたひずみ変化が最も大きいと観察された。



図 2.11 に CLSM で観察した接触平面の圧力溶解の状況を示した。また、図 2.11 のうち、試料

(a)における実験前後の表面変化を図 2.12 に示す。

図 2.13 は圧力溶解を起こした部分の断面プロファイルである。図中の断面プロファイルで、 〇で囲った部分に接触面における溶解部(ピンホール状の谷部)と最沈殿(左記の溶解部周辺の 隆起部)がそれぞれ認められる。



図 2.11 CLSM で観察した接触平面の圧力溶解の状況



図 2.12 供試体 1(pH7)における試料接触平面の実験前(左)後(右)の変化



図 2.13 接触平面の断面プロファイル

den Brok¹⁵⁾は溶解部分の形状を表現する Island-channel model を提案している(図 2.14)。このモデルは、鉱物の接触・圧力溶解によって n(m)から μ (m)程度の島状並びに水路状の構造ができるとするものである。本研究の結果(図 2.13)からもこのような Island-channel 構造が形成されていることが理解できる。なお、供試体表面の微細欠陥が圧力溶解を加速している。



図 2.14 Island-channel モデル $^{15)$ に加筆

図 2.11~2.13 で示した溶解表面の三次元データから溶解部分の三次元形状は容易に得られ、 画像処理により溶解部分の体積も求められる。なお、体積を求めるにあたり接触部分以外の溶解 体積を除外するデータ処理を施している。

各供試体に対する実験後における溶液の*Si* 濃度は、ICP-AES によって測定した。なお、ICP-AES 測定時には 0.01 (mo1/dm³)の*HNO*₃ 溶液で希釈した。*Si* 濃度の測定結果を表 2.2 に示す。なお図 2.10 では軸ひずみデータの得られていない供試体 3 の*Si* 濃度も得られているのでここに含めた。

供試体番号	pН	ppm	Si 濃度
(Specimen)			[mol/dm ³]
1	7	7.217	0.000257
2	9	17.478	0.000622
3	13	205.827	0.007325
4	11	60.603	0.002157
5	11	91.349	0.003251
6	13	720.128	0.025627

表 2.2 ICP-AES で求めた Si 濃度

表 2.3 に圧力溶解を受けた部分の面積、溶解した体積並びに溶解速度を示す。また、pH と溶解 速度の関係を図 2.15 に示す。これより、溶解速度とpH の関係が

 $\ln \text{Rate} = -28.54 + 6.58 \ln \text{pH} \quad [\text{mol/m}^3 \text{s}] \quad (2.6)$

と表わされることが判る。

供試体番号	pН	載荷応力	溶解面積	溶解体積	溶解速度
		[MPa]	$[\mu m^2]$	$[\mu m^3]$	$[\mu m^2]$
1	7	250	6633.70	5822.64	2.125 E-07
2	9	250	9234.25	9962.05	-
3	13	250	27580.06	17023.17	6.056 E-06
4	11	250	8103.05	24236.83	2.688 E-06
5	11	250	13583.98	15150.71	1.783 E-06
6	13	250	30257.16	22765.94	2.089 E-05
7	9	250	12293.84	11484.02	5.142 E-07

表 2.3 圧力溶解の面積、溶解体積、溶解速度



図 2.15 実験によって得られた温度 20(°C), 応力 200(MPa)における溶解速度

一方、Dove⁹⁾の式(2.4)を用いた非載荷、温度 20(℃)における溶解速度の pH 依存性を図 2.16 に示す。この章の冒頭で説明したように、従来の研究を総合すると、石英の圧力溶解に関与する のは主として圧力、温度、pH 等の水の組成である。図 2.16 は本研究の実験結果の図 2.15 と石英 の溶解速度が異なっているが、これらの実験条件を比較すると大きく異なるのは載荷応力であり、 これが理由であると理解している。ただし、より精密な複数の実験が望まれる。



図 2.16 Dove⁹⁾の式(2.4)による温度 20(°C)における溶解速度の pH 依存性

(2) 応力依存性

溶解速度の載荷応力(固体接触応力)依存性を調べるために、pH9の条件下(温度 20℃)で異なった応力を与えて溶解実験を行った。各実験の継続時間は、約 330 時間である。その結果を図 2.17 と表 2.4 に示す。



図 2.17 実験によって得られた温度 20(°C), pH9 における溶解速度

pН	載荷応力 [MPa]	Si 濃度 [mol/dm ³]	溶解速度 [µm ²]
9	90	0.000154	1.27E-07
9	140	0.000480	3.97E-07
9	250	0.000622	5.14E-07

表 2.4 溶解面積、溶解体積および溶解速度

この図 2.17 から、溶解速度の載荷応力 σに対する依存性が式(2.7)のように求められる。

Rate = $(-15.3 + 3.27 \ln \sigma) \times 10^{-7} \text{ [mol/m³s]}$ (2.7)

2.2.5 閉鎖溶液系実験のまとめ

本節では CLSM を用い石英結晶の(001)面における溶解現象を、種々の pH(7~13)並びに応力(90~250 MPa)条件の下で観察した。溶解体積は CLSM 画像より直接計算することができ、ICP-AES で 測定した溶液濃度と合わせて溶解速度を定量することができた。

従来の研究を総合すると、石英の圧力溶解に関与するのは、主として圧力、温度、pH等の水の 組成である。今回の実験で得られた溶解速度のpH依存性を既存の報告⁹⁾と比較すると異なる値と なっているが、これは載荷した応力条件の違いによると理解している。今後、これらの条件(圧 力、温度、pH)を変化させた複数の実験が望まれる。

2.3 開放溶液系実験による石英の圧力溶解

溶解速度の時間変化を正確に同定するため、試験室内を溶液が通過する開放系(flow-through) 実験を実施した。

2.3.1 供試体

実験では、石英単結晶から削り出した大きさの異なる2種類の円柱形の供試体(上部試料と下部試料)を用いた。両試料の形状を図2.18に示す。上部試料は直径3(mm)、高さ5(mm)、下部試料は直径10(mm)、高さ5(mm)である。なお、これら試料は石英結晶の(001)面が接触面になるように加工してある。



図 2.18 開放溶液系実験で用いた石英試料

2.3.2 実験装置

図 2.19 に実験に用いた装置の模式図を、図 2.20 に実際の実験装置の写真を示す。実験は温度 制御が可能な恒温庫内(図 2.21)に装置を入れ、温度を 35℃に保った状態で実施した。



図 2.19 開放溶液系実験装置の模式図



図 2.20 実験装置の全体写真



図 2.21 恒温庫と庫外の流入タンク

pH 条件を整えるために pH 調整された水酸化ナトリウム水溶液を恒温庫外部に設置した流入タンクに入れ、水位差によって載荷装置内に水溶液を送出する。流量は載荷装置内のバルブで調節する。試料を通過した溶液は流出タンクに流れ出て溜まる。

なお、今回の実験では pH は 11.7 に設定した。また、長時間に渡って安定的に載荷が可能なよ うに、載荷板上部にステンレス鋼の載荷用の重りを置き、一定量の載荷を行った。

閉鎖溶液系実験と同様に、載荷前後の載荷面の状態を、図 2.8 に示した CLSM で観察した。 載荷試験中に採取した溶液の *Si* 濃度を、図 2.9 に示した ICP-AES を用いて分析した。

2.3.3 実験手順

- ① 載荷装置に下部試料をセットし、その上に上部試料をセットする。
- ② pH 11.7 に調整した水酸化ナトリウム水溶液を流入タンクに入れる。
- ③ 水溶液が一定量流れるようにバルブを調節し、載荷装置内に水溶液を流す。
- ④ 載荷装置上部に載荷用の重りを置き、圧力をかける。
- ⑤ 流出タンクに溜まった溶液を48時間に1度、回収する。
- ⑥ 回収した溶液をつぎの手順に従って ICP-AES で分析し、Si 濃度を求める。
 - NaOH を 0.5(mol)含む Si の標準溶液を希釈して分析に用いる標準溶液を 5 種類作成する
 (2.0, 0.8, 0.4, 0.1, 0.01ppm)。
 - ・実験で得られた溶液を蒸留水で希釈する。
 - ・標準溶液を ICP-AES で分析し、濃度と発光線の強度の関係を求めグラフにする。
 - ・希釈した実験溶液を ICP-AES で分析し、求まる発光線の強度から標準溶液のグラフを利用 して濃度を求める。
- ⑦ 試料表面を CLSM で観察する。

なお、放射性廃棄物の処分環境として仮想した地下約400mの環境を想定し、温度とpHは変え ずに載荷用の重りを代えて、試料に加圧する圧力を1回目は9.86(MPa)、2回目は13.72(MPa)と 変化させた。また温度は地下約400m で想定される地温をふまえて35℃に設定した。実験条件を 表2.5にまとめて示す。

表 2.5 実験条件

	実験1	実験 2
温度[°C]	35	35
pH	11.7	11.7
接触部の圧力 [MPa]	9.86	13.72
実験期間 [h]	336	384

2.3.4 CLSM 観察の結果

実験1では上部試料、下部試料ともに実験の前後で表面にあまり変化が見られなかった。一方、 実験2では実験の前後でそれに変化が見られた。実験2において CLSM で観察した上部試料の表 面を図2.22、2.23 に、また、下部試料の表面を図2.24 に示す。なお、CLSM で観察する前に試 料の表面はエタノールでふき取ってある。

図 2.22 と図 2.23 を比べると実験の前より後で黒い斑点が少なくなっていることがわかる。これは石英が溶解して表面が平らになったためと考えられる。図 2.24 では上部試料が接触していた箇所に薄い線が見られ、これは前節の閉鎖溶液系実験で確認した Island-Channel 構造の端面が見えているものと考えられる。このことからも石英が圧力のかかっている部分で溶解したことが推定される。



図 2.22 実験前の上部試料の表面(5倍)



図 2.23 実験後の上部試料の表面(5倍)



図 2.24 実験後の下部試料の表面(5倍)

っぎに、図 2.24 中の領域 X を CLSM で 100 倍に拡大したものを、図 2.25、図 2.26 に示す。な お、顕微鏡写真の下に表示されているグラフは、ラインの引かれた断面の標高を表している。こ れらの図からも溶解した部分が比較的明瞭に観察される。点線を引いた箇所では、溶解している ことが標高のグラフからも明らかである。また、図 2.26 で溶解部分のすぐ外側で標高が周りよ り高くなっている部分があり、これは溶解した石英が再沈殿して生じていると推定される。溶解 と再沈殿が隣接して起こるのは、接触部の溶液(圧力高)とその直ぐ外(圧力低)の化学活性度 に差があり溶解度が異なるためと考えられる。



図 2.25 図 2.24 の領域 X の 100 倍拡大像図と断面プロファイル(1)



図 2.26 図 2.24 の領域 X の 100 倍拡大像図と断面プロファイル(2)

2.3.5 ICP-AES 分析の結果

(1) 実験1について

実験1の結果を表2.6に示す。また、各時間における*Si* 濃度すなわち濃度変化量と時間の関係 を図2.27に示す。この*Si* 濃度変化量と時間の関係を時間で積分することで累積*Si* 濃度*C_{si}*が求 まる。得られた累積*Si* 濃度*C_{si}*と時間の関係を図2.28に示す。この累積*Si* 濃度*C_{si}*を時間で割 ることで溶解速度が求まる。得られた溶解速度と時間の関係を図2.29に示す。なお、図2.27中 の近似曲線は最小二乗法により

Si 濃度変化量 = $a_1t^2 + a_2t + a_3$ [mol/dm³day] $a_1 = 4.0 \times 10^{-7}, \quad a_2 = -2.0 \times 10^{-5}, \quad a_3 = 3.0 \times 10^{-4}$ (2.8)

と求められる。また、図 2.29 中の累積 Si 濃度 C_{si}の近似曲線は

$$C_{\rm Si} = b_1 t^2 + b_2 t + b_3 \quad [\text{mol/dm}^3]$$

$$b_1 = -7.0 \times 10^{-6}, \quad b_2 = 3.0 \times 10^{-4}, \quad b_3 = 3.0 \times 10^{-4}$$
(2.9)

である。一方、溶解速度式は

$$\frac{dC_{\rm Si}}{dt} = c_1 \ln t + c_2 \quad [\rm{mol/dm}^3 s]$$

$$c_1 = 4.0 \times 10^{-6}, \quad c_2 = 1.0 \times 10^{-9}$$
(2.10)

である。

表 2.6 実験 1 の結果(応力 9.86MPa, pH11.7)

_				
	経過時間	Si 濃度変化量	累積 Si 濃度 C _{Si}	溶解速度
	[h]	$\times 10^{-4} [\rm{mol/dm^3~day}]$	$\times 10^{-4}$ [mol/dm ³]	$\times 10^{-9}$ [mol/dm ³ s]
	48	2.62	2.62	1.52
	96	2.34	7.49	2.17
	144	2.20	11.7	2.26
	192	1.83	15.3	2.21
	240	1.51	18.3	2.12
	336	1.34	23.1	1.91







図 2.28 累積 Si 濃度 C_{Si}と時間の関係(実験 1)



図 2.29 溶解速度と時間の関係(実験 1)

(2) 実験2について

実験2の結果を表2.7に示す。また、実験1と同様にICP-AESによって実験溶液の濃度を求めた。図2.30に*Si* 濃度変化量と時間の関係、図2.31に累積*Si* 濃度*C_{si}*と時間の関係、図2.32に溶解速度と時間の関係を示す。なお、図2.30中の近似曲線は

Si 濃度変化量 =
$$d_1t^2 + d_2t + d_3$$
 [mol/dm³day]
 $d_1 = 9.0 \times 10^{-8}, \quad d_2 = -3.0 \times 10^{-6}, \quad d_3 = 5.0 \times 10^{-5}$ (2.11)

と求められる。また、図 2.31 中の累積 Si 濃度 C_{si} の近似曲線は

$$C_{\text{Si}} = e_1 t^2 + e_2 t + e_3 \quad [\text{mol/dm}^3]$$

$$e_1 = -6.0 \times 10^{-7}, \quad e_2 = 4.0 \times 10^{-5}, \quad e_3 = 8.0 \times 10^{-5}$$
(2.12)

である。また、溶解速度式は

$$\frac{dC_{\text{Si}}}{dt} = f_1 \ln(t) + f_2 \quad [\text{mol/dm}^3 \text{s}]$$

$$f_1 = 9.0 \times 10^{-11}, \quad f_2 = 1.0 \times 10^{-10}$$
(2.13)

である。

表 2.7 実験 2 の結果(応力 13.72MPa, pH11.7)

経過時間 Si 濃度変化量		累積 Si 濃度 C _{Si}	溶解速度
[h]	$\times 10^{-5} [\rm{mol/dm^3~day}]$	$\times 10^{-5}$ [mol/dm ³]	$\times 10^{-10}$ [mol/dm ³ s]
72	4.48	4.48	1.73
144	4.21	16.0	3.09
216	3.51	25.8	3.32
288	2.86	34.3	3.31
384	3.01	44.6	3.23







図 2.31 累積 Si 濃度 C_{si}と時間の関係(実験 2)



図 2.32 溶解速度と時間の関係(実験 1)

2.3.6 開放溶液系実験のまとめ

本節では、放射性廃棄物の処分環境として仮想した地下約 400m における石英の溶解特性を調べることを目的とし、2 種類の圧力下で実験を行った(実験1と実験2)。

実験1 については ICP-AES 分析で溶液に石英が溶け出していることは確認できたが、CLSM で 観察しても試料表面には変化が見られなかった。一方、実験2 では CLSM 分析においても変化が 見受けられた。図2.22 と図2.23 を比べると表面が溶けて凹凸がなくなっている様子が判る。ま た、図2.25、図2.26 を見ると石英試料の接触面において溶解が生じ、その外側で再沈殿が生じ ていることも観察できる。このことからも石英の溶解は高圧下の方が生じやすいことがわかる。 しかし、溶解した量が少なく CLSM 観察では体積までは計算することができなかった。一方、 ICP-AES 分析からは時間の経過と共に溶解濃度の増え方は緩やかになることや、時間の経過と共 に溶解速度は速くなり、ある一定値に収束することが判った。これは、石英の溶解速度の最大値 は pH によって決まっているためと考えられる。

本来であれば3種類以上の圧力条件で実験を行い、それぞれの結果を比較するべきであった。 しかし今回の実験では実験装置の改良に手間取り、2種類の圧力条件でしか実験が実施できなかった。しかも実験1と実験2で数値にかなりの開きがでてしまったため、2つの実験の比較を行うことができなかった。改良策として、バルブでは流量の調節が難しく、なかなか一定量を流すことができなかったので、次回からは流量の調節には吸引ポンプを用いるべきである。また、実験期間が短かかったため溶ける量が少なく、溶解した*Si*の体積が計算できなかったので実験期間をより長く設定することが必要である。

3. 内部欠陥を有する結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析

花崗岩は、石英、長石、黒雲母を主要造岩鉱物とする多結晶質体である。石英中には冷却過程 で発生した微視亀裂が無数に存在している。新鮮な花崗岩は巨視的には極めて堅硬ではあるが、 クリープや応力緩和といった時間依存変形挙動を示すことが知られている。その変形過程で供試 体を顕微鏡で見ると、微視亀裂が進展していることが観察される。各々の鉱物は通常の条件下(概 ね 100(MPa)以下の拘束圧、100(℃)以下の温度)では脆性的であり、鉱物粒界もこの条件下では 時間依存的な(粘塑性)挙動を示すとは考え難い。また、湿潤あるいは飽和状態の花崗岩は、乾 燥状態の花崗岩よりも一軸圧縮強度が明瞭に小さいことが報告されている。

これらの事実を勘案すると、花崗岩の時間依存変形挙動には水の存在が大きく関わっていると 推定される。具体的には、微視亀裂先端における破壊進展は本研究の第2章で述べた力学・化学 (mechano-chemical)反応が関与しており、応力集中によって力学エネルギーが一定のレベルに達 すると、水分子が石英のボンドを切断すると考えられる。ただし、当然ながら、引張強度あるい はせん断強度以上の応力が亀裂先端に作用すれば、力学作用のみによって破壊は進展する。ここ で強調するのは、ケイ酸塩鉱物では、通常の破壊力学が対象とする応力以下でも力学・化学連成 作用によって亀裂進展が起こるという事実である。したがって、花崗岩の時間依存変形挙動を物 理化学的に正確に記述するためには、微視的な亀裂周りの応力状態と共に、特に亀裂先端への水 分移動現象を記述する必要がある。

以上の観点から本章では、多孔質体中の水分移動に関する微視・巨視均質化解析と、均質化理 論による強不連続解析を組み合わせた基礎方程式の導出を行なう。ただし、この概念を工学的に 利用する場合を考えると、これらの解析を常時実施するのは現実的ではないため、例えば、損傷 力学理論¹⁶⁾やマイクロメカニックスに基づく連続体理論¹⁷⁾などと水分移動解析を組み合わせる必 要がある。

3.1 二重構造を有する多孔質体の浸透理論

多孔質体の微視的な体積変形速度 $\varepsilon^2 d\varepsilon_v/dt$ を伴う非圧縮性流体の定常 Stokes 方程式はつぎのように書ける。

$$-\frac{\partial p^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} \right) + f_{i} = 0 \quad \text{in } \Omega_{f}, \quad (3.1)$$

$$\varepsilon^{2} \frac{d\varepsilon_{v}}{dt} + \frac{\partial v_{i}^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} = 0 \quad \text{in } \Omega_{f}, \quad (3.2)$$

式(3.2)は非圧縮流体に対する質量保存則を与える(非圧縮条件)。ここで、 v_i^{ϵ} は流速、 p^{ϵ} は 圧力、 f_i は物体力、 η は粘性係数を表す。上添字 ϵ はミクロ非均質性に起因して急激に変動する 関数であることを示す。式(3.1)で移流項 $v_j \partial v_i / \partial v_j$ を無視しているのは、以下に述べる摂動展 開の過程で高次項として自動的に落ちることが判っているので、ここでは最初から省いている。 なお、固液境界 Γ 上では流速は0であるとする。

 $v_i^{\mathcal{E}} = 0 \qquad \text{on } \Gamma \tag{3.3}$

図 3.1 に示したマクロ領域 Ω_0 とミクロ領域 Ω_1 の二重構造を有する多孔質体のミクロ・マクロ

問題を考える。この多孔質媒体ではミクロ場における液体相 Ω_{lf} 、固体相 Ω_{ls} 、固液境界 Γ およびミクロ問題における流体部分の周期境界 $\partial \Omega_{lf}$ が定義されている。



図 3.1 多孔質体中の流れのミクロ・マクロ問題

マクロ場の座標系 x^{0} とミクロ場の座標系 x^{1} を導入する。

$$x = x(x^0, x^1)$$
 (3.4)

両座標系は、

$$\boldsymbol{x}^1 = \frac{\boldsymbol{x}^0}{\varepsilon} \tag{3.5}$$

の関係で結ばれているとする。ここで、 ε は微小パラメータである。図 3.1 で示したようにマクロ場でセルの大きさが $(X_1^0 = \varepsilon X_1^1, X_2^0 = \varepsilon X_2^1)$ と与えられるとすると、ミクロ場でのユニットセルの大きさは (X_1^1, X_2^1) である。 $\varepsilon \to 0$ の極限を考えると、微分はつぎのように変更される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i^0} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_i^1}$$
(3.6)

(図 3.1 に関する補足) ユニットセルの形状について

ミクロ問題における領域、すなわち、ユニットセルの形状を決定する場合の基本は、関係式(3.5)にある。図 3.1 に示したように、ユニットセルの各方向の大きさが X_1^1, X_2^1, X_3^1 と与えられると、マクロ領域においては、

$$X_1^0 = \varepsilon X_1^1, \quad X_2^0 = \varepsilon X_2^1, \quad X_3^0 = \varepsilon X_3^1$$
 (3.7)

という関係がある。したがって、立方形状でないユニットセル $(X_1^1 \neq X_2^1 \neq X_3^1)$ に対しては、 $L = X_1^0$ として、

$$\varepsilon = L = X_1^0 \ll 1;$$
 $X_1^1 = 1,$ $X_2^1 = \frac{X_2^0}{L},$ $X_3^1 = \frac{X_3^0}{L}$ (3.8)

と定めればよい。この条件の下で、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の場合にもユニットセルの相対的な形状は同一に保たれていることになる。

流速 v_i^{ε} と圧力 p^{ε} に対して x^0 と x^1 座標系双方に関する摂動展開、

$$v_i^{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \varepsilon^2 v_i^0(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) + \varepsilon^3 v_i^1(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) + \cdots$$
 (3.9)

$$p^{\varepsilon}(x) = p^{0}(x^{0}, x^{1}) + \varepsilon p^{1}(x^{0}, x^{1}) + \cdots$$
 (3.10)

を導入する。ただし、 $v_i^{\alpha}(x^0, x^1), p^{\alpha}(x^0, x^1)$ ($\alpha = 0, 1, 2...$)はミクロ場における周期境界条件、

 $v_i^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) = v_i^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 + \mathbf{X}^1)$ (3.11) $p^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) = p^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 + \mathbf{X}^1)$ (3.12)

を満たしている摂動関数である。 X_1 はミクロ場の領域の大きさである。流速 v_i^{e} に対するこの摂 動展開の意味は、流速 v_i^{e} がマクロ座標系 x^0 で変動する成分とそれに乗ってミクロ領域で周期的 に変動する成分の和で与えられるということである(圧力 p^{e} も同様)。ここで、 $v_i^{e} \ge p^{e}$ で摂動 開始の次数が異なる(v_i^{e} は ε^2 からであるのに対して p^{e} は ε^0 から)のは、支配方程式(3.1)の v_i^{e} $\ge p^{e}$ の微分次数が異なることと、ミクロ場において Stokes 方程式が成立するように微分(3.6) を考慮して定めたものである。

式(3.6)、(3.9)、(3.10)をStokes 方程式(3.1)に代入すると、以下の漸化式が得られる。

$$\begin{split} \left\{ -\left(\frac{\partial p^{0}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p^{0}}{\partial x_{i}^{1}}\right) - \varepsilon \left(\frac{\partial p^{1}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p^{1}}{\partial x_{i}^{1}}\right) - \cdots \right\} \\ + \varepsilon^{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{0}}\right) + \frac{2}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{1}}\right) + \frac{1}{\varepsilon^{2}} \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{1}}\right)\right) \right\} \\ + \varepsilon^{3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{j}^{0}}\right) + \frac{2}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{j}^{1}}\right) + \frac{1}{\varepsilon^{2}} \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{j}^{1}}\right)\right) + \cdots + f_{i} \\ = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p^{0}}{\partial x_{i}^{1}} + \varepsilon^{0} \left\{ -\frac{\partial p^{0}}{\partial x_{i}^{0}} - \frac{\partial p^{1}}{\partial x_{i}^{1}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{1}}\right) + f_{i} \right\} \\ + \varepsilon^{1} \left\{ -\frac{\partial p^{1}}{\partial x_{i}^{0}} - \frac{\partial p^{2}}{\partial x_{i}^{1}} + 2 \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{1}}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{j}^{1}}\right) \right\} \\ + \varepsilon^{2} \left\{ -\frac{\partial p^{2}}{\partial x_{i}^{0}} - \frac{\partial p^{3}}{\partial x_{i}^{1}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{0}}\right) + 2 \frac{\partial}{\partial x_{j}^{0}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{j}^{1}}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{2}}{\partial x_{j}^{1}}\right) \right\} + \cdots \\ = 0 \end{split}$$

であり、 $\varepsilon \rightarrow 0$ として以下の式を得る。

$$\varepsilon^{-1} \cdot \mathfrak{P}: \quad \frac{\partial p^0}{\partial x_i^1} = 0 \tag{3.13}$$

$$\varepsilon^{0} \cdot \mathfrak{Q}: \quad -\frac{\partial p^{1}}{\partial x_{i}^{1}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{j}^{1}} \right) = \frac{\partial p^{0}}{\partial x_{i}^{0}} - f_{i}$$
(3.14)

 ε^{-1} 項は、

$$\frac{\partial p^0}{\partial x_i^1} = 0 \quad \Rightarrow \quad p^0(x^0, x^1) = p^0(x^0) \tag{3.15}$$

$$\varepsilon^{2} \left(\frac{d\varepsilon_{v}}{dt} + \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{1}} \right) + \varepsilon^{3} \left(\frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{i}^{1}} \right) + \cdots$$
$$= \varepsilon^{1} \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{1}} + \varepsilon^{2} \left(\frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{i}^{1}} \right) + \cdots$$
$$= 0$$

となり、 ε^1 項および ε^2 項がそれぞれ、つぎのように求まる。

$$\varepsilon^{1} \cdot \underline{\eta}: \quad \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{1}} = 0$$

$$\varepsilon^{2} \cdot \underline{\eta}: \quad \frac{d\varepsilon_{v}}{dt} + \frac{\partial v_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{0}} + \frac{\partial v_{i}^{1}}{\partial x_{i}^{1}} = 0$$
(3. 16)
(3. 17)

式(3.14)の右辺は x^0 のみの関数であるので、左辺の $p^1(x^0, x^1) \ge v_i^0(x^0, x^1)$ を、

$$\begin{aligned} v_i^0(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) &= -\left(\frac{\partial p^0(\mathbf{x}^0)}{\partial x_j^0} - f_j(\mathbf{x}^0)\right) v_i^j(\mathbf{x}^1) \\ p^1(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) &= -\left(\frac{\partial p^0(\mathbf{x}^0)}{\partial x_j^0} - f_j(\mathbf{x}^0)\right) p^j(\mathbf{x}^1) \end{aligned} (3.19)$$

と変数分離し、これを式(3.14)、(3.16)に代入すると、ミクロ場の非圧縮流方程式、すなわち、 Stokes 流に対する微視方程式(microscale equations)、

$$-\frac{\partial p^{k}}{\partial x_{i}^{1}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}^{1}} \left(\eta \frac{\partial v_{i}^{k}}{\partial x_{j}^{1}} \right) + \delta_{ik} = 0 \quad \text{in } \Omega_{1f}$$

$$\frac{\partial v_{i}^{k}}{\partial x_{i}^{1}} = 0 \quad \text{in } \Omega_{1f}$$

$$(3.20)$$

が得られる。ここで、 $v_i^k(x^1), p^k(x^1)$ はそれぞれ流速と圧力に関する特性関数(characteristic functions)と呼ばれる。 δ_{ik} は Kronecker のデルタであり、単位行列に相当する。このミクロ場の方程式を周期境界条件の下で解くと、多孔質媒体の複雑なミクロ幾何形状を反映した特性関数が求まる。

Darcy 則は圧力水頭あるいは全水頭の勾配で流速が与えられることを示しているが、均質化理論によると式(3.18)をミクロ場で平均化すると Darcy 則が得られる。

$$\begin{split} \tilde{v}_i^0(\mathbf{x}^0) &= \langle v_i^0(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) \rangle = -K_{ji} \left(\frac{\partial p^0(\mathbf{x}^0)}{\partial x_j^0} - f_j(\mathbf{x}^0) \right) \\ K_{ij} &\equiv \langle v_j^i(\mathbf{x}^1) \rangle = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_{1f}} v_j^i(\mathbf{x}^1) \, d\mathbf{x}^1 \end{split}$$
(3.23)

ここで、 $|\Omega_1|$ はミクロ問題におけるユニットセルの体積であり、 $\langle \cdot \rangle$ はミクロ平均操作を表わす。 この k_{ij} を HA-透水係数と呼ぶことにする。

微視 Stokes 方程式(3.20)の弱形式、

$$\left\langle -\eta \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j^1} + p^k \delta_{ij}, \ \frac{\partial w_i}{\partial x_j^1} \right\rangle + \left\langle \delta_{ki}, \ w_i \right\rangle = 0, \qquad \forall w \in V_{X^1} \quad (3.24)$$

を考える。ここで、 V_{y^1} は、

$$V_{X^1} = \left\{ \boldsymbol{u} \in \left(H^1(\Omega_f) \right)^3, \ \partial u_i / \partial x_i^1 = 0, \ X^1 \text{-periodic} \right\}$$
(3. 25)

と定義される。関数空間 $(H^1(\Omega_f))^3$ は Hilbert 空間 $(L_2(\Omega_f))^3$ の Sobolef 部分空間であり、 L_2 - 内積 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ を、

$$\langle f, g \rangle = \int_{\Omega_1} f(x^1) g(x^1) dx^1$$

と導入した*。

いま、式(3.24)で $w_i = v_i^k$ と置き、微視非圧縮条件式(3.21)を考慮すると、

$$\left\langle -\eta \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j^1}, \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j^1} \right\rangle + \left\langle \delta_{ki}, v_i^k \right\rangle = \int_{\Omega_1} \left(-\eta \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j^1} \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j^1} + \delta_{ki} v_i^k \right) d\mathbf{x}^1 = 0 \quad (3.26)$$

が得られ、これは v_i^j は対象であること、さらに、 K_{ii} が対称、かつ、非負定値であることを表す。

^{*} 関数空間 $(\mathbf{H}^{1}(\Omega_{f}))^{3}$ は、これに属する関数fおよびその1階微分が Lebesgue 積分の意味で有界、すなわち、 $\langle f, f \rangle + \langle \nabla f, \nabla f \rangle < +\infty$ の意味であるが、詳細については、例えば Sanchez-Palencia²⁵⁾を参照されたい。

$$v_i^j = v_j^i$$
, $K_{ji} = K_{ij}$, $K_{ij}\xi_i\xi_j \ge \xi_i\xi_i \quad \forall \boldsymbol{\xi}$ (3.27)

ミクロ・マクロ場の質量保存則を表す式(3.17)にミクロ平均化を施すと、左辺第2項は周期条件から消えるので、これにDarcy則(3.18)を代入すると、マクロ場の浸透方程式、すなわち、非 圧縮条件式に対する巨視方程式(macroscale equations)、

$$\frac{d\tilde{\varepsilon}_{\nu}}{dt} + \frac{\partial\tilde{v}_{i}^{0}}{\partial x_{i}^{0}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\tilde{\varepsilon}_{\nu}}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_{i}^{0}} \left[-K_{ji} \left\{ \frac{\partial p^{0}(\mathbf{x}^{0})}{\partial x_{j}^{0}} - f_{j}(\mathbf{x}^{0}) \right\} \right] = 0 \quad (3.28)$$

が得られる。ここで流速と圧力は近似的に、

 $v_i^{\varepsilon}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) \simeq \varepsilon^2 v_i^0(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1), \qquad p^{\varepsilon}(\mathbf{x}^0) \simeq p^0(\mathbf{x}^0)$ (3.29)

と計算されることに注意する。均質化法ではこのようにミクロ場の流速・圧力分布を正確に求めることができる。

土質力学では慣例として Darcy 則を、

$$\tilde{v}_i^* = -K_{ij}^* \frac{\partial \phi}{\partial x_i^0}, \qquad \phi = \frac{p}{\rho g} + \zeta$$
(3.30)

と書いている。ここで、 ϕ は全水頭、 $p/\rho g$ は圧力水頭、 ζ は位置水頭、 ρ は水の質量密度、gは重力加速度である。式(3.30)で与えられる K_{ii}^* を C-透水係数と呼ぶとすると、対応関係、

$$\tilde{v}_i^* = \tilde{v}_i^\varepsilon \simeq \varepsilon^2 \tilde{v}_i^0$$

を考えて、HA-透水係数 K_{ii} との間には、

$$K_{ij}^* = \varepsilon^2 \rho g K_{ij} \tag{3.31}$$

という関係があることが判る。

3.2 強不連続解析と均質化法

破壊力学やひずみ局所化・分岐解析の分野では、破壊のメカニズムを考慮した内在型有限要素 (finite elements with embedded discontinuities)解析手法の研究^{18),19),20),21),22),23),24)}が盛んで ある。これらのうち、Oliver 等¹⁸⁾¹⁹⁾によって開発された有限要素の内部に変位の不連続を許す 「強不連続解析手法」は、工学的に実用的な解析手法として多くの利点を有している。ここでは、 亀裂群を内包する物体に対する均質化解析²⁵⁾にこの強不連続解析を導入する。

3.2.1 不連続変位場とひずみ場

図 3.2 に示すように、内部に変位の不連続面を許した物体 Ω を考える。 Ω は不連続面 φ により領域 Ω^+ と Ω^- に分けられている。 φ は物質曲面であるとし、その単位法線ベクトルをnとする。 強不連続性を持つ変位uは φ 上での Heaviside の単位関数 H_o を用いて次式のように表される。



図 3.2 物体内部の変位の不連続面

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t) + H_{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{[\![\boldsymbol{u}]\!]}(\boldsymbol{x},t)$$
(3.32)

ここで、

$$H_{\varphi}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \forall \mathbf{x} \in \Omega^{-} \\ 1, & \forall \mathbf{x} \in \Omega^{+} \end{cases}$$
(3.33)

であり、また、xは物質点、tは時刻、 \overline{u} は変位場の連続部分、[[u]]は物体全体で定義される変 位ジャンプ関数を表す。すなわち、変位場は連続部分と不連続部分の和で表されることになる。 この時、ひずみテンソル ε は、上式の空間微分をとって次式のようになる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \boldsymbol{u})^{s} = (\nabla \boldsymbol{u})^{s} + H_{\varphi} (\nabla \llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket)^{s} + \delta_{\varphi} (\llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket \otimes \boldsymbol{n})^{s} = \boldsymbol{\overline{\varepsilon}} + \delta_{\varphi} (\llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket \otimes \boldsymbol{n})^{s}$$

$$\boldsymbol{\overline{\varepsilon}} = (\nabla \boldsymbol{\overline{u}})^{s} + H_{\varphi} (\nabla \llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket)^{s}$$
(3. 34)

ここで、 $[[u]] \otimes n$ はベクトル $[[u]] \ge n$ のテンソル積を意味する。また、 $\overline{\epsilon}$ はひずみ場の有界な部分であり、右辺第2項が φ 上での非有界なひずみを表す($\delta \varphi$ は φ 上のデルタ関数である)。なお、(·)^sは(·)の対称部分を意味する。

3.2.2 等方損傷モデルの導入

母材は脆性的に破壊・軟化する材料であるとする。このとき、等方損傷モデルを与える Hermholtzの自由エネルギー Ψ は、

$$\Psi = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = (1 - d)\Psi_0; \qquad \Psi_0 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\boldsymbol{C}\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{3.35}$$

と書けるので、これを微分して構成則が、

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - d) \boldsymbol{C} \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.36}$$

と与えられる。ここで、 σ は応力テンソル、 ε はひずみテンソル、Cは線形弾性体の構成テンソルである。dはスカラー損傷変数と呼ばれ、時刻tにおける損傷d(t)は、ひずみノルム $\tau^{c}(t)$ と弾性域を規定する履歴関数r(t)を用いて、

$$d(t) = G(r(t))$$

$$r(t) = \max_{s \in (-\infty, t)} \{r_0, \tau^{\varepsilon}(s)\}$$
(3.37)

と表される。ここで、 r_0 はrの初期閾値であり、 $G(\cdot)$ は単調増加関数で $G(r_0)=0, G(\infty) \le 1$ および、任意の関数 $\mu \in [r_0, \infty)$ に対して $G'(\mu) \ge 0$ を満たすものとする。なお、負荷時(loading)・除荷時(unloading)を問わず、ひずみ ε は下記の集合 E_{ε} 中に存在する。

$$E_{\varepsilon} = \{ \varepsilon | \tau^{\varepsilon} \le r(t) \}$$
(3. 38)

また、d,rは単調増加するので、

$$\dot{d} \ge 0, \quad \dot{r} \ge 0 \tag{3.39}$$

を満たす(除荷時および弾性載荷時に $\dot{d}=0$ 、非弾性負荷時に $\dot{d}>0$)。また、散逸Dは、

(3.40)

$$D = -\Psi + \sigma \cdot C\varepsilon = \dot{d}\Psi_0$$

と表される。

最も簡単にはひずみノルムは、

$$\tau^{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon \cdot C\varepsilon} \tag{3.41}$$

で定義される。



図 3.3 弾性・脆性材料に対する一次元の構成関係¹⁸⁾

ここで、図3.3を参照すると、損傷場は、

$$d = \begin{cases} 0, & r < r_0 = \sigma_u / \sqrt{E} \\ \frac{1}{1+H} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right), & r_0 < r < r_{\max} = -\frac{1}{H} r_0 \\ 1, & r_{\max} < r \end{cases}$$
(3.42)

となる。 σ_u は一軸ピーク強度、

$$H = -\frac{r_0}{r_{\text{max}}} \tag{3.43}$$

は軟化パラメータの役割を果たす。式(3.36)と式(3.42)から応力ノルムが、

$$\tau^{\sigma} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{C}\boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\tau^{\varepsilon}$$
(3.44)

と定義できることが判る。以上より、増分構成則は、

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{C}^{\boldsymbol{d}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.45}$$

$$\boldsymbol{C}^{\boldsymbol{d}} = \begin{cases} (1-d)\boldsymbol{C}, & \text{for unloading: } \boldsymbol{\dot{d}} = 0\\ (1-d) \left[\boldsymbol{C} - \frac{1}{1+H} \frac{\tau_0}{(\tau^{\sigma})^3}\right] \boldsymbol{\sigma} \otimes \boldsymbol{\sigma} & \text{for loading: } \boldsymbol{\dot{d}} > 0 \end{cases}$$
(3. 46)

と書かれる。この時、式(3.40)、(3.44)より散逸Dは、

$$D = \dot{d}\Psi_0 = \dot{d}\frac{1}{2}(\tau^{\varepsilon})^2 = \dot{d}\frac{1}{2}\left(\frac{\tau^{\sigma}}{1-d}\right)^2 = \frac{1}{2}(\tau^{\sigma})^2\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{1-d}\right) \ge 0$$
(3.47)

と計算される。負荷時には、

$$\frac{d}{1-d} = \frac{1}{H}g(\boldsymbol{\sigma}) \tag{3.48}$$

$$g(\sigma) = 1 - \frac{r_0}{\tau^{\sigma}} \tag{3.49}$$

である。

3.2.3 応力の有界性

式(3.36)を変形すると、

$$\Big(1+\frac{d}{1-d}\Big)\sigma=C\varepsilon$$

.

であるので、式(3.34)を代入して次式を得る。

$$\underbrace{\sigma}_{\text{bounded}} + \frac{d}{1-d}\sigma = \underbrace{C\overline{\varepsilon}}_{\text{bounded}} + \underbrace{\delta_{\varphi}C(\llbracket u \rrbracket_{\varphi} \otimes n)^{s}}_{\text{unbounded}}$$
(3.50)

これは、 左辺第2項のd/(1-d)が φ 上で無限となる (unbouded) ことを意味している。 そのためには、 項d/(1-d)は δ -関数を含んでいなければならない。 式(3.48)、 式(3.49)を参照すると、 $g(\sigma)$ は有界であり、したがって、 1/H が δ -関数を含んでいなければならない。 これは、

$$\frac{1}{H} = \delta_{\varphi} \frac{1}{H} \tag{3.51}$$

であることを意味している。 H を本質軟化係数と呼ぶ。これを式(3.50)に代入・整理すると、

$$\underbrace{\left[\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{C}\boldsymbol{\overline{\varepsilon}}\right]}_{=0 \text{ in } \Omega \setminus \varphi} = \delta_{\varphi} \underbrace{\left[\boldsymbol{C}(\llbracket \boldsymbol{u} \rrbracket_{\varphi} \otimes \boldsymbol{n})^{s} - \frac{1}{H}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\sigma})\right]}_{=0 \text{ on } \varphi}$$
(3. 52)

を得る。これより、正則領域 Ω/φ および特異曲面 φ 上における構成則が、

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{cases} \boldsymbol{C}\boldsymbol{\bar{\varepsilon}} & \text{in } \boldsymbol{\Omega} \backslash \boldsymbol{\varphi} \\ \\ \frac{\boldsymbol{H}}{\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\sigma})} \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\llbracket} \boldsymbol{u} \boldsymbol{\rrbracket}_{\boldsymbol{\varphi}} \otimes \boldsymbol{n})^{s} & \text{on } \boldsymbol{\varphi} \end{cases}$$
(3.53)

と得られる。

3.2.4 連続関数近似による不連続変位場の修正

式(3.32)で定義された変位のジャンプを連続化して近似することを考える。いま、図 3.4 のように φ を含む微小領域 $\Omega_h = \Omega_h^+ \cup \Omega_h^-$ を考える。 $\Omega_h^+ \circ \varphi$ を含まない境界を φ_h^+ 、 $\Omega_h^- \circ \varphi$ を含まない境界を φ_h^- とする。ここで、 Ω_h は変位境界 Γ_u を含まないものと仮定し、 Ω_h^- の外側でつぎの 条件を満たす任意の関数 ϕ^h を導入する。



図 3.4 不連続面 φ を含む微小領域 $\Omega_h^{(19)}$

$\phi^h(\mathbf{x})=0,$	$\forall x \in \Omega^- ackslash \Omega_h^-$	(3 54)
$\phi^h(\mathbf{x}) = 1,$	$\forall x \in \Omega^+ \setminus \Omega_h^+$	(3.04)

式(3.33)の H_{φ} と ϕ^{h} より接続関数 M_{φ}^{h} を、

$$M^{h}_{\varphi}(\mathbf{x}) = H_{\varphi}(\mathbf{x}) - \phi^{h}(\mathbf{x})$$
(3.55)

と定義する。これらの下で連続関数、

$$\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t) = \overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t) + \phi^{h}(\boldsymbol{x}) [\![\boldsymbol{u}]\!](\boldsymbol{x},t)$$
(3.56)

が導入され、したがって、式(3.32)の変位は、

 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t) + (H_{\varphi}(\boldsymbol{x}) - \phi^{h}(\boldsymbol{x}))\llbracket\boldsymbol{u}\rrbracket(\boldsymbol{x},t) = \hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x},t) + M_{\varphi}^{h}(\boldsymbol{x})\llbracket\boldsymbol{u}\rrbracket(\boldsymbol{x},t) \quad (3.57)$

と書き直すことができる。以上より、変位場は連続部分 \hat{u} と領域 Ω_h を台とする不連続部分 $M_{\varrho}^{h}[\![u]\!]$ に分解され、変位境界条件は連続部分にのみ作用させることができると理解される。

3.2.5 均質化理論による強不連続解析

微視レベルで非均質性を有する材料に過大な荷重を載荷すると、局所的に不連続面が発生する と考えられる。このような状況に対して、局所的に強不連続性を導入した均質化解析が有効であ ると考えられる。

強不連続性を導入した均質化解析において、釣り合い問題は以下のように記述される。

(支配方程式)

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{\varepsilon}}{\partial x_j} + \dot{f}_i^{\varepsilon} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega^{\varepsilon} \backslash \varphi \tag{3.58}$$

ここで、 $\dot{\sigma}^{\epsilon}$ 応力増分、 f^{ϵ} は物体力の増分を表す。

(境界条件)

$$\dot{u}_i^\varepsilon = \overline{\dot{u}}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_u \tag{3.59}$$

$$\dot{\sigma}^{\varepsilon}_{ij} n_j = \overline{\dot{t}}_i \quad \text{on} \quad \Gamma_{\sigma}$$
(3.60)

$$(\dot{\sigma}_{\varphi})_{ij}^{\varepsilon} n_j = \dot{\sigma}_{ij}^{\varepsilon+} n_j = \dot{\sigma}_{ij}^{\varepsilon-} n_j = (\dot{\sigma}_{\Omega^{\varepsilon} \setminus \varphi})_{ij}^{\varepsilon} n_j \quad \text{on} \quad \varphi \tag{3.61}$$

ここで、 \dot{u}^{ϵ} は変位増分、 $\overline{\dot{i}}$ は応力ベクトルの増分、 $\dot{\sigma}_{\varphi}^{\epsilon}$ はミクロ場で大きな変動を示す応力増分、 $\dot{\sigma}^{\epsilon^{+}}$ は領域 Ω^{+} における応力増分、 $\dot{\sigma}^{\epsilon^{-}}$ は領域 Ω^{-} における応力増分である。

(初期条件)

$$\dot{u}_i = \dot{u}_i^0(\mathbf{x}) \quad \text{in} \quad \Omega^\varepsilon \setminus \varphi$$
 (3.62)

(変位-ひずみ関係)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\varepsilon}(\dot{u}^{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_{i}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \dot{u}_{j}^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_{i}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \dot{u}_{j}^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M_{\varphi i}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} \llbracket \dot{u} \rrbracket_{i}^{\varepsilon} + \frac{\partial M_{\varphi j}^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} \llbracket \dot{u} \rrbracket_{j}^{\varepsilon} \right) + \frac{1}{2} \left(M_{\varphi i}^{\varepsilon} \frac{\partial \llbracket \dot{u} \rrbracket_{i}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} + M_{\varphi j}^{\varepsilon} \frac{\partial \llbracket \dot{u} \rrbracket_{j}^{\varepsilon}}{\partial x_{i}} \right)$$

$$(3.63)$$

(構成式)

$$\dot{\sigma}_{ij} = (1 - d)C_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \tag{3.64}$$

$$\begin{cases} \dot{d} = 0 \text{ (unloading)} : \quad C_{ijkl}^{D} = (1 - d)C_{ijkl} \\ \dot{d} \neq 0 \text{ (loading)} : \quad C_{ijkl}^{D} = (1 - d)\left(C_{ijkl} - \frac{1}{1 + H}\frac{\tau_{0}}{(\tau^{\sigma})^{3}}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\right) \end{cases}$$
(3.65)

ここで、dはスカラー損傷変数、Cは線形等方弾性体の構成テンソルである。

 \dot{u}^{ϵ} に対する漸近展開を、

$$\dot{u}_{i}^{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \dot{u}_{i}^{0}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) + \varepsilon \dot{u}_{i}^{1}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) + \varepsilon^{2} \dot{u}_{i}^{2}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) + \cdots, \qquad (3.66)$$

$$\dot{u}_i^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) = \dot{u}_i^{\alpha}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 + \mathbf{X}^1); \qquad \alpha = 0, 1, 2, \cdots$$
 (3.67)

$$\dot{u}_{i}^{\alpha}(\mathbf{x}^{0},\mathbf{x}^{1}) = \dot{\hat{u}}_{i}^{\alpha}(\mathbf{x}^{0},\mathbf{x}^{1}) + M_{\varphi i}^{\alpha}(\mathbf{x}^{0},\mathbf{x}^{1}) \llbracket \dot{u} \rrbracket_{i}^{\alpha}(\mathbf{x}^{0},\mathbf{x}^{1}); \qquad \alpha = 0, 1, 2, \cdots$$
(3.68)

と導入する。式(3.6)を考慮してこれらを式(3.63)に代入すると、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{ij}^{0x^1} + (\dot{\varepsilon}_{ij}^{0x^0} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{1x^1}) + \varepsilon (\dot{\varepsilon}_{ij}^{1x^0} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{2x^1}) + \cdots$$
(3. 69)

を得る。ここで、

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{ij}^{0x^1} &= \frac{1}{2} \Big(\frac{\partial \dot{u}_i^0}{\partial x_j^1} + \frac{\partial \dot{u}_j^0}{\partial x_i^1} \Big), \qquad \dot{\varepsilon}_{ij}^{0x^0} &= \frac{1}{2} \Big(\frac{\partial \dot{u}_i^0}{\partial x_j^0} + \frac{\partial \dot{u}_j^0}{\partial x_i^0} \Big), \qquad \dot{\varepsilon}_{ij}^{1x^1} &= \frac{1}{2} \Big(\frac{\partial \dot{u}_i^1}{\partial x_j^1} + \frac{\partial \dot{u}_j^1}{\partial x_i^1} \Big), \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^{1x^0} &= \frac{1}{2} \Big(\frac{\partial \dot{u}_i^1}{\partial x_j^0} + \frac{\partial \dot{u}_j^1}{\partial x_i^0} \Big), \qquad \dot{\varepsilon}_{ij}^{2x^1} &= \frac{1}{2} \Big(\frac{\partial \dot{u}_i^2}{\partial x_i^1} + \frac{\partial \dot{u}_j^2}{\partial x_i^1} \Big), \qquad \cdots \end{split}$$

である。

構成式(3.64)を用いると σ^{ϵ} はつぎのように書ける。

$$\dot{\sigma}_{ij}^{\varepsilon}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\varepsilon} \dot{\sigma}_{ij}^{0} + \dot{\sigma}_{ij}^{1} + \varepsilon \dot{\sigma}_{ij}^{2} + \cdots$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^{0} = C_{ijkl}^{D} \dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^{1}}, \quad \dot{\sigma}_{ij}^{1} = C_{ijkl}^{D} (\dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^{0}} + \dot{\varepsilon}_{kl}^{1x^{1}}), \quad \dot{\sigma}_{ij}^{2} = C_{ijkl}^{D} (\dot{\varepsilon}_{kl}^{1x^{0}} + \dot{\varepsilon}_{kl}^{2x^{1}})$$
(3.70)

これらを釣合方程式(3.58)に代入すると、

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{\varepsilon}}{\partial x_{j}} = \frac{1}{\varepsilon^{2}} \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{0}}{\partial x_{j}^{1}} + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{0}}{\partial x_{j}^{0}} + \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{1}}{\partial x_{j}^{1}} \right) + \left(\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{1}}{\partial x_{j}^{0}} + \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{2}}{\partial x_{j}^{1}} \right) + \dots = -\dot{f}_{i}$$

$$\underbrace{O(\varepsilon^{-2})}_{Q} \underbrace{O(\varepsilon^{-1})}_{Q} \underbrace{O(\varepsilon^{-1})}_{Q} \underbrace{O(\varepsilon^{0})}_{Q} \underbrace{Q(\varepsilon^{0})}_{Q} \underbrace{Q(\varepsilon^{0})}_{Q$$

である。

上式の ε^{α} ($\alpha = -2, -1, 0, 1...$)のそれぞれの項から $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限において 0 となるように等 式を立てると、以下の関係が導かれる。

$$\frac{O(\varepsilon^{-2}) 頃について}{\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{0}}{\partial x_{j}^{1}}} = 0$$
(3.72)

これより、 $\sigma_{ij}^{0}(x^{0}, x^{1}) = \sigma_{ij}^{0}(x^{0})$ とすることができる。また、 $\varepsilon \to 0$ のとき ε^{-1} 項が有界である ためには $\sigma_{ij}^{0} = 0$ でなければならない。 以上より、定数項を除き $u_{i}^{0}(x^{0}, x^{1}) = u_{i}^{0}(x^{0})$ とできることが判る。すなわち、 u_{i}^{0} は巨視座標 x^{0}

のみに依存しており、微視的には独立な項となる。換言すると、変位は平均的巨視変位 u_i^0 と摂動

的微視変位
$$u_i^1, u_i^2, \dots$$
に分解可能である。
ここで、式(3.69)のひずみを以下のように近似する。
 $\dot{\varepsilon}_{ij}^e \simeq \dot{\varepsilon}_{ij}^{0x^0} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{1x^1}$ (3.73)

 $O(\varepsilon^{-1})$ 項について(微視問題)

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{0}}{\partial x_{j}^{0}} + \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^{1}}{\partial x_{j}^{1}} = 0$$
(3.74)

式(3.72)より
$$\sigma^{\scriptscriptstyle 0}_{\scriptscriptstyle ij}$$
=0なので、

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^1}{\partial x_j^1} = 0 \tag{3.75}$$

となる。すなわち、

$$\frac{\partial}{\partial x_j^1} \left\{ C_{ijkl}^D (\dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^0} + \dot{\varepsilon}_{kl}^{1x^1}) \right\} = 0 \tag{3.76}$$

であるが、周期条件より

$$\dot{u}_i^1(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1) = \dot{u}_i^1(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 + \mathbf{X}^1) \tag{3.77}$$

であることに注意する。よって、式(3.76)は以下のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x_j^1} \left\{ C_{ijrs}^D(\dot{\varepsilon}_{rs}^{0x^0}(\mathbf{x}^0) + \dot{\varepsilon}_{rs}^{1x^1}(\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1)) \right\} = 0$$
(3.78)

ここで、特性変位関数 $\chi_i^{kl}(x^1)$ をつぎのように定義する。

$$\dot{u}_{i}^{1}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) = -\chi_{i}^{kl}(\mathbf{x}^{1})\frac{\partial u_{k}^{0}}{\partial x_{l}^{0}} + C_{i}(\mathbf{x}^{0}), \quad \dot{u}_{i}^{1}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) = -\hat{\chi}_{i}^{kl}(\mathbf{x}^{1})\frac{\partial u_{k}^{0}}{\partial x_{l}^{0}} + C_{i}(\mathbf{x}^{0})$$

$$[\![\dot{u}_{i}]\!]^{1}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) = -[\![\chi_{i}]\!]^{kl}(\mathbf{x}^{1})\frac{\partial \dot{u}_{k}^{0}}{\partial x_{l}^{0}} + C_{i}(\mathbf{x}^{0})$$
(3.79)

ここで、ユニットセルの領域で[[*u*]]は一定値である、すなわち、 ∂ [[*u*]] $_{l}^{0}/\partial x_{l}^{0} = 0$ と仮定して、式 (3.79)に代入すると、

$$\frac{\partial \dot{u}_{k}^{1}}{\partial x_{l}^{1}}(\boldsymbol{x}^{0},\boldsymbol{x}^{1}) = -\frac{\partial \dot{u}_{k}^{0}}{\partial x_{l}^{0}} \left(\frac{\partial \hat{\chi}_{k}^{rs}}{\partial x_{l}^{1}} + \frac{\partial (M_{\varphi k} \llbracket \chi_{k} \rrbracket^{rs})}{\partial x_{l}^{1}} \right) = -\frac{\partial \dot{u}_{k}^{0}}{\partial x_{l}^{0}} \left(\frac{\partial \hat{\chi}_{k}^{rs}}{\partial x_{l}^{1}} + \llbracket \chi_{k} \rrbracket^{rs} \frac{\partial M_{\varphi k}}{\partial x_{l}^{1}} \right)$$
(3.80)

となる。

式(3.80)を式(3.78)に代入し、 $\partial \dot{u}_{k}^{0}/\partial x_{l}^{0}$ は x^{0} のみの関数であることに注意して正規化すると、

$$\frac{\partial}{\partial x_j^1} \left\{ C_{ijrs}^D \left(\delta_{rk} \delta_{sl} - \frac{\partial \hat{\chi}_k^{rs}}{\partial x_l^1} - \llbracket \chi_k \rrbracket^{rs} \frac{\partial M_{\varphi k}}{\partial x_l^1} \right) \right\} = 0$$
(3.81)

となる。この式が、 $\chi_l^{\prime s}$ を未知関数とする微視問題を与える微分方程式である(境界条件は周期条件)。なお。式(3.81)を弱形式でつぎのように表すことができる。

$$\int_{\Omega_1} (1-d) C_{ijkl} \frac{\partial \chi_k^{r_s}}{\partial x_l^1} \frac{\partial v_i}{\partial x_j^1} dx^1 = \int_{\Omega_1} (1-d) C_{ijrs} \frac{\partial v_i}{\partial x_j^1} dx^1$$
(3.82)

ここで、 v_i は x^1 に関する任意の関数(仮想変位)である。 式(3.61)は応力連続の下で与えられているので、積分して、

$$\begin{split} \langle \underbrace{\dot{\sigma}_{ij}^{1} n_{j}}_{\text{in }\varphi} \rangle &- \langle \underbrace{\dot{\sigma}_{ij}^{1} n_{j}}_{\text{in }\Omega_{1} \setminus \varphi} = \frac{1}{|l_{1}|} \int_{\varphi} \dot{\sigma}_{ij}^{1} n_{j} \, d\mathbf{x}^{1} - \frac{1}{|\Omega_{1}|} \int_{\Omega_{1} \setminus \varphi} \dot{\sigma}_{ij}^{1} n_{j} \, d\mathbf{x}^{1} \\ &= \int_{\Omega_{1}} \left[\left(\delta_{\varphi} - \frac{|l_{1}|}{|\Omega_{1}|} \right) n_{j} \right] \dot{\sigma}_{ij}^{1} \, d\mathbf{x}^{1} \\ &= \int_{\Omega_{1}} \left[\left(\delta_{\varphi} - \frac{|l_{1}|}{|\Omega_{1}|} \right) n_{j} \right] C_{ijrs}^{D} \frac{\partial \dot{u}_{k}^{1}}{\partial x_{l}^{0}} \, d\mathbf{x}^{1} \\ &= C_{ijrs}^{D} \left(\frac{\partial \hat{\chi}_{k}^{PS}}{\partial x_{l}^{1}} + \left[\mathbb{I} \chi_{k} \right] \right]^{rs} \frac{\partial M_{\varphi k}}{\partial x_{l}^{1}} \right) G_{j}^{\star} = 0 \end{split}$$

$$(3.83)$$

である。ここで、

$$G_j^{\star} = \left(\delta_{\varphi} - \frac{|l_1|}{|\Omega_1|}\right) n_j \tag{3.84}$$

とした。なお、式(3.83)の弱形式は、

$$\int_{\Omega} C_{ijrs}^{D} \left(\frac{\partial \hat{\chi}_{k}^{rs}}{\partial x_{l}^{1}} + \left[\chi_{k} \right] \right]^{rs} \frac{\partial M_{\varphi k}}{\partial x_{l}^{1}} G_{j}^{\star} w_{i} dx^{1} = 0$$
(3.85)

と与えられる。ここで、 w_i は大域系 x^0 における任意関数である。

 $O\!\!\left(\!arepsilon^{\mathrm{o}}
ight)$ 項について(巨視問題)

式(3.71)から、

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^1}{\partial x_j^0} + \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^2}{\partial x_j^1} = -\dot{f}_i^\varepsilon \tag{3.86}$$

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_1} \phi \, dx^1 \tag{3.87}$$

ここで、 $|\Omega_l|$ はユニットセルの体積である。式(3.86)の左辺第2項について平均化を行うと、 σ_{ij}^2 の周期性から、

$$\langle \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^2}{\partial x_j^1} \rangle = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_1} \frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}^2}{\partial x_j^1} dx^1 = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\partial \Omega^1} \dot{\sigma}_{ij}^2 n_j \, d\Gamma = 0 \tag{3.88}$$

であるので、式(3.86)全体をユニットセルΩ,について平均化した結果、

$$\frac{\partial \langle \dot{\sigma}_{ij}^1 \rangle}{\partial x_j^0} + \langle \dot{f}_i \rangle = 0 \tag{3.89}$$

となる。変位境界条件も同様に平均化を施すと、

$$\langle \dot{u}_i^0 \rangle = \langle \overline{u}_i \rangle$$
 on Γ_u (3.90)

である。平均化構成式は以下のようになる。

$$\begin{split} \langle \dot{\sigma}_{ij}^{1} \rangle &= \langle C_{ijkl}^{D} \{ \dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^{0}}(\mathbf{x}^{0}) + \dot{\varepsilon}_{kl}^{1x^{1}}(\mathbf{x}^{0}, \mathbf{x}^{1}) \} \rangle \\ &= \left\langle C_{ijkl}^{D} \{ \dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^{0}}(\mathbf{x}^{0}) - \frac{\partial \chi_{k}^{rs}(\mathbf{x}^{1})}{\partial x_{l}^{1}} \dot{\varepsilon}_{kl}^{0x^{0}}(\mathbf{x}^{0}) \} \right\rangle \\ &= \left\langle C_{ijkl}^{D} (\delta_{rk} \delta_{ls} - \frac{\partial \chi_{k}^{rs}(\mathbf{x}^{1})}{\partial x_{l}^{1}}) \right\rangle \dot{\varepsilon}_{rs}^{0x^{0}}(\mathbf{x}^{0}) \\ &= C_{ijrs}^{H} \frac{\partial \dot{u}_{r}^{0}}{\partial x_{s}^{0}} \end{split}$$
(3.91)

ここで、

$$C_{ijkl}^{H} = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_1} \left[C_{ijrs}^{D} \left(\delta_{rk} \delta_{ls} - \frac{\partial \chi_k^{rs}}{\partial x_l^1} \right) \right] dx^1$$
(3.92)

と置いた。なお、式(3.82)は、

$$\int_{\Omega_1} C^D_{qnpm} \left(\delta_{qi} \delta_{nj} - \frac{\partial \chi^{ij}_q}{\partial x^1_n} \right) \frac{\partial v_p(\mathbf{x}^1)}{\partial x^1_m} d\mathbf{x}^1 = 0$$
(3.93)

と書けるので $v_p(x^1) = \chi_p^{kl}(x^1)$ と置くと、

$$\int_{\Omega_1} C^D_{qnpm} \left(\delta_{qi} \delta_{nj} - \frac{\partial \chi^{ij}_q}{\partial x^1_n} \right) \frac{\partial \chi^{kl}_p(\mathbf{x}^1)}{\partial x^1_m} d\mathbf{x}^1 = 0$$
(3.94)

となる。式(3.92)に平均化演算を施し式(3.94)に加えると、 C^{H} が対称化された形として以下のように求まることが判る。

$$C_{ijkl}^{H} = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_1} C_{qnpm}^{D}(\mathbf{x}^1) \left(\delta_{qi} \delta_{nj} - \frac{\partial \chi_q^{ij}}{\partial x_n^1} \right) \left(\delta_{pk} \delta_{ml} - \frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial x_m^1} \right) d\mathbf{x}^1$$
(3.95)

なお、式(3.89)は、

$$\frac{\partial}{\partial x_j^0} \left(C_{ijrs}^H \frac{\partial \dot{u}_r^0}{\partial x_s^0} \right) + \dot{f}_i^H = 0; \qquad \dot{f}_i^H = \langle \dot{f}_i \rangle \tag{3.96}$$

となる。この式が巨視座標系 x⁰ で表された全体構造物的巨視方程式である。 式(3.96)を弱形式化すると、

$$\int_{\Omega} C^{H}_{ijrs} \frac{\partial \dot{u}^{0}_{r}}{\partial x^{0}_{s}} \frac{\partial w_{i}}{\partial x^{0}_{j}} d\mathbf{x}^{0} = \int_{\Omega} \dot{f}^{H}_{i} w_{i} d\mathbf{x}^{0} + \int_{\partial \Omega} \overline{t_{i}} w_{i} d\mathbf{x}^{0} \qquad {}^{\forall} w_{i} (w_{i} = 0 \text{ on } \Gamma_{u})$$
(3.97)

となる。

3.3 結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析まとめ

本章では、無数の微視亀裂を内包する花崗岩等の結晶質岩を対象として、結晶質岩の長期変形 挙動をもたらす鍵となる現象は亀裂先端における水を媒介とした力学・化学連成作用による亀裂 の進展であると考え、この現象を解析的に明らかにするために、二重構造を有する多孔質体の浸 透理論を構築し、また、強不連続解析と均質化法を組み合わせた亀裂進展の解析方法を開発した。 本手法では、亀裂先端における反応速度式の導入等の困難な課題をまだ抱えているが、本手法に 基づく解析システムの開発、実験による解析結果の検証を今後進めるものと考えている。

4. おわりに

本年度の研究では、結晶質岩の長期挙動を解明するために、以下の2つのテーマに焦点を当て た研究を実施した。

- (1) 石英の溶解に関する実験的研究
- (2) 内部欠陥を有する結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析

「(1) 石英の溶解に関する実験的研究」では、石英供試体を pH 調整した閉鎖系の溶液中に浸し て高い圧力を負荷した実験と、溶液を流下しながら石英の溶解濃度を測定した開放溶液系実験を 実施した。得られた結論は、以下のとおりである。

- i) 閉鎖溶液系実験
 - 1-a) CLSM を使って石英の(001)面における溶解現象を、種々の pH(7~13)並びに応力(90~250(MPa))条件の下で観察した。溶解体積は CLSM 画像より直接計算することができ、 ICP-AES で測定した溶液濃度とあわせ、溶解速度を定量することができた。
 - 1-b)得られた溶解速度の pH 依存性は既存の報告⁹と異なる値となっているが、これは載荷した応力条件の違いによると理解される。
- ii) 開放溶液系実験
 - 1-c)接触面において溶解が生じ、その外側で再沈殿が生じていることも観察できた。
 - 1-d) ICP-AES 分析からは時間の経過と共に溶解濃度の増え方は緩やかになることや、時間の経 過と共に溶解速度は速くなり、ある一定値に収束することが判った。これは、石英の溶解 速度の最大値は pH によって決まっているからと考えられる。
 - 1-e)実験装置の調整、特に、滴下する流量をバルブで調整する作業が困難であり、装置の改 良が必要である。

「(2) 内部欠陥を有する結晶質岩の時間依存挙動の微視・巨視解析」では、ケイ酸塩鉱物から成 る花崗岩等の結晶質岩の時間依存変形破壊挙動の原因について言及している。

- 2-a) 花崗岩等の結晶質岩は、通常、多くの微視亀裂を内包している。亀裂先端部では応力集 中によって力学・化学(mechano-chemical)反応が発生し、結晶のボンドが切断されて破壊 が進展する。このボンド切断には水が関与している。
- 2-b)通常の破壊力学が対象とする応力以下でも力学・化学連成作用によって亀裂進展が起こり、これが長期の変形破壊挙動を惹起している。これは、石英の圧力溶解と同様な過程であると考えられる。
- 2-c) この過程を具体的に解明するためには、多孔質体中の水分移動に関する微視・巨視均質 化解析と、均質化理論による強不連続解析を組み合わせた解析が有効と考えられる。
- 2-d) ただし、この概念を工学的に利用する場合を考えると、これらの解析を常時実施するの は現実的ではないので、例えば、損傷力学理論¹⁶⁾ やマイクロメカニックスに基づく連続 体理論¹⁷⁾などと水分移動解析を組み合わせる必要がある。

参考文献

- 1) Anzalone, A., Boles, J., Greene, G., Young, K., Israelachvili, J., Alcantar, N.: "Confined fluids and their role in pressure solution", Chem. Geol., 230, pp.220-231 (2006)
- 2) Cristescu, N.: "Rock Rheology", Kluwer Academic Pub. (1989)
- 3) Dewers, T., Hajash, A.: "Rate laws for water-assisted compaction and stress-induced waterrock interaction in sandstones", J. Geophys. Res. 100(B7), pp.13093-13112 (1995)
- 4) Morey, G.W., Fournier, R.O., Rowe, J.J.: "The solubility of quartz in water in the temperature interval from 25°Cto 300°C", Geochim. et Cosmochim. Acta, 26, pp.1029-1043 (1962)
- 5) Renard, F., Ortoleva, P., Gratier, J.P.: "Pressure solution in sandstone: influence of clays and dependence on temperature and stress", Tectonophysics, 280, pp.257-266 (1997)
- 6) Lahann, R.W., Roberson, H.E.: "Dissolution of silica from montmorillonite: effect of solution chemistry", Geochim. et Cosmochim. Acta, 44, pp.1937-1943 (1980)
- 7) Berger, G., Cadore, E., Schott, J., Dove, P.M.: "Dissolution rate of quartz in lead and
- sodium electrolyte solutions between 25 and 300°C: Effect of the nature of surface complexes and reaction affinity", Geochim. et Cosmochim. Acta, 58(2), pp.541-551 (1994)
- 8) Brady, P.V., Walther, J.V.: "Controls on silicate dissolution rates in neutral and basic pH solutions at 25°C", Geochim. et Cosmochim. Acta, 53, pp.2823-2830 (1989)
- 9) Dove, P.M.: "The dissolution kinetics of quatrz in sodium chloride solutions at 25℃ to 300℃". American J. Sci., 294, pp.665-712 (1994)
- 10) Ganor, J., Mogollon, J.L., Lasaga, A.C.: "The effect of pH on kaolinite dissolution rates on activation energy", Geochim. et Cosmochim. Acta, 59(6), pp.1037-1052 (1995)
- 11) Ganor, J., Cama, J., Volker, M.: "Surface protonation data of kaolinite-reevaluation based on dissolution experiments", J. Colloid Interface Sci., 264, pp.67-75 (2003)
- 12) Gratz, A.J., Bird, P.: "Quartz dissolution: Negative crystal experiments and a rate law", Geochim. et Cosmochim. Acta, 57, pp.965-976 (1993)
- 13) Gratier, J.P., Guiguet, R.: "Experimental pressure solution-deposition on quartz grains: the crusial effect of the nature of the fluid", J. Struct. Geol., 8(8), pp.845-856 (1986)
- 14) Lasaga, A.C.: Kinetic theory in the earth science, Princeton Univ. Pr (1998)
- 15) den Brok, S.: "Effect of microcracking on pressure-solution strain rate: the Gratz grainboundary model", Geol., 26(10), pp.915-918 (1998)
- 16) Kawamoto, T., Ichikawa, Y., Kyoya, T.: "Deformation and fracturing behaviour of discontinuous rock mass and damage mechanics theory", Int. J. Numer. Analy. Meth. Geomech., 12, pp.1-30 (1988)

17) 奥井義昭, 堀井秀之, 秋山成輿(1994):「マイクロメカニックスに基づく連続体理論と変形の 局所化解析」, 土木学会論文集, 501/I-29, pp.55-64.

- Oliver, J.: "Modelling strong discontinuity in solid mechanics via atrain softning constitutive equations. Part 1: fundermentals", Int. J. Numer. Methods Eng., 39, pp.3575-3600 (1996)
- 19) Oliver, J.: "Modelling strong discontinuity in solid mechanics via atrain softning constitutive equations. part 1: numercal simulation", Int. J. Numer. Methods Eng., 39, pp.3601-3623 (1996)

- 20) Larsson, R., Runesson, K., Ottosen, N.S.: "Discontinuous displacement approximation for capturing plasic localization", Int. J. Numer. Meth. Eng., 36, pp.2087-2105 (1993)
- 21) Celigoj, C.C.: "On strong discontinuities in anelastic solids. A finite element approach taking a frame indifferent gradient of the discontinuous displacements", Int. J. Numer. Meth. Engng, 49, pp.769-796 (2000)
- 22) Jirasek, M.: "Comparative study on finite elements with embedded discontinuities", Comput. Methods Appl. Mech. Engng, 188, pp.307-330 (2000)
- 23) Belytschko, T., Moes, N., Usui, S., Parimi, C.: "Arbitrary discontinuities in finite elements", Int. J. Numer. Meth. Engng, 50, pp.993-1013 (2001)
- 24) Oliver, J., Huespe, A.E., Pulido, M.D.G., Samaniego, E.: "On the strong discontinuity approach in finite deformation settings", Int. J. Numer. Meth. Engng, 56, pp.1051-1082. (2003)
- 25) Sanchez-Palencia, E.: Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Springer-Verlag, Berlin (1980)

表1.	SI 基本单位	<u>z</u>		
甘土县	SI 基本単位			
基半里	名称	記号		
長さ	メートル	m		
質 量	キログラム	kg		
時 間	秒	s		
電 流	アンペア	Α		
熱力学温度	ケルビン	Κ		
物質量	モル	mol		
光 度	カンデラ	cd		

和午春	SI 基本単位	
和立里	名称	記号
面	積 平方メートル	m ²
体	積立法メートル	m ³
速さ,速	度 メートル毎秒	m/s
加速	度 メートル毎秒毎秒	m/s^2
波	数毎メートル	m^{-1}
密度,質量密	度 キログラム毎立方メートル	kg/m ³
面積密	度 キログラム毎平方メートル	kg/m ²
比 体	積 立方メートル毎キログラム	m ³ /kg
電流密	度 アンペア毎平方メートル	A/m ²
磁界の強	さ アンペア毎メートル	A/m
量濃度 ^(a) ,濃	度モル毎立方メートル	mol/m
質量濃	度 キログラム毎立法メートル	kg/m ³
輝	度 カンデラ毎平方メートル	cd/m ²
屈 折 率	^(b) (数字の) 1	1
比诱磁率	^(b) (数字の) 1	1

(a) 量濃度(amount concentration)は臨床化学の分野では物質濃度 (substance concentration)ともよばれる。
 (b) これらは無次元量あるいは次元1をもつ量であるが、そのこと を表す単位記号である数字の1は通常は表記しない。

表3. 固有の名称と記号で表されるSI組立単位

衣る.	固有の名称と記す	デじ衣さ	れるSI組立単位	
			SI 組立単位	
組立量	反形	和日	他のSI単位による	SI基本単位による
	有你	記り	表し方	表し方
平 面 角	ラジアン ^(b)	rad	1 ^(b)	m/m
立 体 角	ステラジアン ^(b)	$sr^{(c)}$	1 ^(b)	$m^{2/}m^2$
周 波 数	ヘルツ ^(d)	Hz		s ⁻¹
力	ニュートン	Ν		m kg s ⁻²
圧力,応力	パスカル	Pa	N/m ²	m ⁻¹ kg s ⁻²
エネルギー,仕事,熱量	ジュール	J	N m	$m^2 kg s^2$
仕事率, 工率, 放射束	ワット	W	J/s	m ² kg s ⁻³
電 荷 , 電 気 量	クーロン	С		s A
電位差(電圧),起電力	ボルト	V	W/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻¹
静電容量	ファラド	F	C/V	$m^{-2} kg^{-1} s^4 A^2$
電 気 抵 抗	オーム	Ω	V/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻²
コンダクタンス	ジーメンス	s	A/V	$m^{2} kg^{1} s^{3} A^{2}$
磁東	ウエーバ	Wb	Vs	$m^2 kg s^{-2} A^{-1}$
磁束密度	テスラ	Т	Wb/m ²	kg s ⁻² A ⁻¹
インダクタンス	ヘンリー	Н	Wb/A	$m^2 kg s^{-2} A^{-2}$
セルシウス温度	セルシウス度 ^(e)	°C		K
光束	ルーメン	lm	cd sr ^(c)	cd
照度	ルクス	lx	lm/m^2	m ⁻² cd
放射性核種の放射能 ^(f)	ベクレル ^(d)	Bq		s ⁻¹
吸収線量,比エネルギー分与,	グレイ	Gv	J/kg	$m^2 s^{-2}$
カーマ	· · ·	Зy	3. ng	
線量当量,周辺線量当量,方向 性線量当量,個人線量当量	シーベルト ^(g)	\mathbf{Sv}	J/kg	$m^2 s^{-2}$
酸素活性	カタール	kat		s ⁻¹ mol

 (a)SI接頭語は固有の名称と記号を持つ組立単位と組み合わせても使用できる。しかし接頭語を付した単位はもはや コヒーレントではない。
 (b)ラジアンとステラジアンは数字の1に対する単位の特別な名称で、量についての情報をつたえるために使われる。 実際には、使用する時には記号rad及びsrが用いられるが、習慣として組立単位としての記号である数字の1は明 示されない。
 (c)測光学ではステラジアンという名称と記号srを単位の表し方の中に、そのまま維持している。
 (d)ヘルツは周期現象についてのみ、ペクレルは放射性核種の統計的道程についてのみ使用される。
 (e)セルシウス度はケルビンの特別な名称で、セルシウス温度を表すために使用される、セルシウス度とケルビンの 単位の大きさは同一である。したがって、温度差や温度問隔を表す数値はどちらの単位で表しても同じである。
 (f)単位少ペールトし、(P)の270 265) とついてけCHPM論告2 (C1-2002) を参照 (g)単位シーベルト (PV,2002,70,205) についてはCIPM勧告2 (CI-2002) を参照。

表4.単位の中に固有の名称と記号を含むSI組立単位の例

	SI 組立単位				
組立量	名称	記号	SI 基本単位による 表し方		
粘度	パスカル秒	Pa s	m ⁻¹ kg s ⁻¹		
カのモーメント	ニュートンメートル	N m	m ² kg s ⁻²		
表 面 張 力	ニュートン毎メートル	N/m	kg s ⁻²		
角 速 度	ラジアン毎秒	rad/s	m m ⁻¹ s ⁻¹ =s ⁻¹		
角 加 速 度	ラジアン毎秒毎秒	rad/s^2	$m m^{-1} s^{-2} = s^{-2}$		
熱流密度,放射照度	ワット毎平方メートル	W/m^2	kg s ⁻³		
熱容量、エントロピー	ジュール毎ケルビン	J/K	$m^2 kg s^{\cdot 2} K^{\cdot 1}$		
比熱容量, 比エントロピー	ジュール毎キログラム毎ケルビン	J/(kg K)	$m^2 s^{2} K^1$		
比エネルギー	ジュール毎キログラム	J/kg	$m^{2} s^{-2}$		
熱 伝 導 率	「ワット毎メートル毎ケルビン	W/(m K)	m kg s ⁻³ K ⁻¹		
体積エネルギー	ジュール毎立方メートル	J/m ³	m ⁻¹ kg s ⁻²		
電界の強さ	ボルト毎メートル	V/m	m kg s ⁻³ A ⁻¹		
電 荷 密 度	クーロン毎立方メートル	C/m ³	m ⁻³ sA		
表 面 電 荷	「クーロン毎平方メートル	C/m^2	m ⁻² sA		
電 束 密 度 , 電 気 変 位	クーロン毎平方メートル	C/m^2	m ⁻² sA		
誘 電 率	「ファラド毎メートル	F/m	m ⁻³ kg ⁻¹ s ⁴ A ²		
透 磁 率	《ヘンリー毎メートル	H/m	m kg s ⁻² A ⁻²		
モルエネルギー	ジュール毎モル	J/mol	$m^2 kg s^2 mol^1$		
モルエントロピー, モル熱容量	ジュール毎モル毎ケルビン	J/(mol K)	$m^2 kg s^{2} K^{1} mol^{1}$		
照射線量(X線及びγ線)	クーロン毎キログラム	C/kg	kg ^{−1} sA		
吸収線量率	ダレイ毎秒	Gy/s	$m^{2} s^{-3}$		
放 射 強 度	ワット毎ステラジアン	W/sr	$m^4 m^{-2} kg s^{-3} = m^2 kg s^{-3}$		
放 射 輝 度	ワット毎平方メートル毎ステラジアン	$W/(m^2 sr)$	m ² m ⁻² kg s ⁻³ =kg s ⁻³		
酵素活性濃度	カタール毎立方メートル	kat/m ³	m ⁻³ s ⁻¹ mol		

表 5. SI 接頭語							
乗数	接頭語	記号	乗数	接頭語	記号		
10^{24}	э 9	Y	10^{-1}	デシ	d		
10^{21}	ゼタ	Z	10^{-2}	センチ	с		
10^{18}	エクサ	Е	10^{-3}	ミリ	m		
10^{15}	ペタ	Р	10^{-6}	マイクロ	μ		
10^{12}	テラ	Т	10^{-9}	ナノ	n		
10^{9}	ギガ	G	10^{-12}	ピコ	р		
10^{6}	メガ	Μ	10^{-15}	フェムト	f		
10^3	キロ	k	10^{-18}	アト	а		
10^{2}	ヘクト	h	10^{-21}	ゼプト	z		
10^{1}	デ カ	da	10^{24}	ヨクト	у		

<u>表6.SIに属さないが、SI</u>と併用される単位

衣り、SIに周さないか、SIと併用される単位					
名称	記号	SI 単位による値			
分	min	1 min=60s			
時	h	1h =60 min=3600 s			
日	d	1 d=24 h=86 400 s			
度	۰	1°=(п/180) rad			
分	,	1'=(1/60)°=(п/10800) rad			
秒	"	1"=(1/60)'=(п/648000) rad			
ヘクタール	ha	$1ha=1hm^{2}=10^{4}m^{2}$			
リットル	L, 1	1L=11=1dm ³ =10 ³ cm ³ =10 ⁻³ m ³			
トン	t	$1t=10^{3}$ kg			

表7. SIに属さないが、SIと併用される単位で、SI単位で 表される数値が実験的に得られるもの

AC400 数面が 天歌 前に待り400 000						
名称				記号	SI 単位で表される数値	
電子	ボ	ル	Ч	eV	1eV=1.602 176 53(14)×10 ⁻¹⁹ J	
ダノ	V	ŀ	\sim	Da	1Da=1.660 538 86(28)×10 ⁻²⁷ kg	
統一房	〔子質	質量単	单位	u	1u=1 Da	
天 5	艾	単	位.	ua	1ua=1.495 978 706 91(6)×10 ¹¹ m	

	表8.SIに属さないが、SIと併用されるその他の単位							
	名称		記号	SI 単位で表される数値				
バ	_	ル	bar	1 bar=0.1MPa=100kPa=10 ⁵ Pa				
水銀	柱ミリメー	- トル	mmHg	1mmHg=133.322Pa				
オン	グストロ	ーム	Å	1 Å=0.1nm=100pm=10 ⁻¹⁰ m				
海		里	Μ	1 M=1852m				
バ	-	ン	b	$1 \text{ b=100 fm}^2 = (10^{-12} \text{ cm}) 2 = 10^{-28} \text{m}^2$				
1	ッ	ŀ	kn	1 kn=(1852/3600)m/s				
ネ	-	パ	Np `	の形体しの粘体的な眼体は				
ベ		ル	В	し 31 単位 C の 数 値 的 な 関 係 は 、 対 数 量 の 定 義 に 依 存。				
デ	ジベ	N	dB -					

表9. 固有の名称をもつCGS組立単位							
名称	記号	SI 単位で表される数値					
エルグ	erg	1 erg=10 ⁻⁷ J					
ダイン	dyn	1 dyn=10 ⁻⁵ N					
ポアズ	Р	1 P=1 dyn s cm ⁻² =0.1Pa s					
ストークス	St	$1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{\cdot 1} = 10^{\cdot 4} \text{m}^2 \text{ s}^{\cdot 1}$					
スチルブ	$^{\rm sb}$	1 sb =1cd cm ⁻² =10 ⁴ cd m ⁻²					
フォト	$_{\rm ph}$	$1 \text{ ph}=1 \text{cd sr cm}^{\cdot 2} 10^4 \text{lx}$					
ガ ル	Gal	1 Gal =1cm s ⁻² =10 ⁻² ms ⁻²					
マクスウェル	Mx	$1 \text{ Mx} = 1 \text{G cm}^2 = 10^{-8} \text{Wb}$					
ガウス	G	$1 \text{ G} = 1 \text{Mx cm}^{-2} = 10^{-4} \text{T}$					
エルステッド ^(c)	Oe	$1 \text{ Oe} \stackrel{\scriptscriptstyle \triangle}{=} (10^3/4\pi) \text{A m}^{-1}$					

(c) 3元系のCGS単位系とSIでは直接比較できないため、等号「 🍐 」 は対応関係を示すものである。

			表	10.	SIに 帰	禹さないその他の単位の例
	名称				記号	SI 単位で表される数値
+	ユ		IJ	ſ	Ci	1 Ci=3.7×10 ¹⁰ Bq
$\scriptstyle u$	ン	ŀ	ゲ	ン	R	$1 \text{ R} = 2.58 \times 10^{-4} \text{C/kg}$
ラ				F	rad	1 rad=1cGy=10 ⁻² Gy
$\scriptstyle u$				ム	rem	1 rem=1 cSv=10 ⁻² Sv
ガ		\sim		7	γ	1 γ =1 nT=10-9T
フ	T.		ル	3		1フェルミ=1 fm=10-15m
メー	ートル	(系)	カラゞ	ット		1メートル系カラット = 200 mg = 2×10-4kg
\mathbb{P}				ル	Torr	1 Torr = (101 325/760) Pa
標	準	大	気	圧	atm	1 atm = 101 325 Pa
カ			IJ	5	cal	1cal=4.1858J(「15℃」カロリー), 4.1868J
			ĺ		our	(「IT」カロリー)4.184J(「熱化学」カロリー)
Ξ	ク			\sim	μ	$1 \mu = 1 \mu m = 10^{-6} m$

(第8版, 2006年改訂)

この印刷物は再生紙を使用しています