



JAEA-Research

2015-022

DOI:10.11484/jaea-research-2015-022

逆解析を用いた地下水流動の
モデル化・解析に関する研究
(共同研究)

Study on Modeling and Analysis of Groundwater Flow
with Inverse Analysis
(Joint Research)

小橋 昭夫 尾上 博則 山本 真哉 本多 眞
櫻井 英行 増本 清

Akio KOHASHI, Hironori ONOE, Shinya YAMAMOTO, Makoto HONDA
Hideyuki SAKURAI and Kiyoshi MASUMOTO

バックエンド研究開発部門
東濃地科学センター
地層科学研究部

Geoscientific Research Department
Tono Geoscience Center
Sector of Decommissioning and Radioactive Waste Management

March 2016

Japan Atomic Energy Agency

日本原子力研究開発機構

JAEA-Research

本レポートは国立研究開発法人日本原子力研究開発機構が不定期に発行する成果報告書です。
本レポートの入手並びに著作権利用に関するお問い合わせは、下記あてにお問い合わせ下さい。
なお、本レポートの全文は日本原子力研究開発機構ホームページ (<http://www.jaea.go.jp>)
より発信されています。

国立研究開発法人日本原子力研究開発機構 研究連携成果展開部 研究成果管理課
〒319-1195 茨城県那珂郡東海村大字白方2番地4
電話 029-282-6387, Fax 029-282-5920, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

This report is issued irregularly by Japan Atomic Energy Agency.
Inquiries about availability and/or copyright of this report should be addressed to
Institutional Repository Section,
Intellectual Resources Management and R&D Collaboration Department,
Japan Atomic Energy Agency.
2-4 Shirakata, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1195 Japan
Tel +81-29-282-6387, Fax +81-29-282-5920, E-mail:ird-support@jaea.go.jp

© Japan Atomic Energy Agency, 2016

逆解析を用いた地下水流動のモデル化・解析に関する研究
(共同研究)

日本原子力研究開発機構
バックエンド研究開発部門 東濃地科学センター 地層科学研究部

小橋 昭夫* 尾上 博則 山本 真哉*1 本多 眞*1 櫻井 英行*1 増本 清*2

(2015年12月7日受理)

高レベル放射性廃棄物の地層処分事業においては、地表より300m以深の地下深部に数km四方の地下施設が建設される。地層処分の安全性の評価にあたっては、放射性核種の主要な移行媒体となる地下水の流動特性やその不均質性を把握することが重要である。岩盤中には周辺岩盤と比較して数桁に渡り透水性の異なる断層や亀裂といった不連続構造が分布している。それらは空間的な透水不均質性の要因であり、地下水の流動方向や流速に大きな影響を与えている。このような透水不均質を効率的に推定するにあたっては、揚水試験などによる地下水圧変化データを用いた地下水流動の逆解析が有効な手法の1つとして挙げられる。一方で、原位置調査には調査数量や工期といった様々な制約があり、取得される調査データは限られたものとなる。また、調査の量や質に応じて最適な逆解析手法を選定する必要があると考えられる。

そこで、本研究では地下水流動評価における逆解析手法の適用方法の検討に資することを目的として、複数の解析手法を用いた数値実験を実施した。さらに、得られた結果に基づき、解析手法の違いが解析結果に及ぼす影響の分析、およびそれぞれの手法の適用性を整理した。比較検討には、変分法による随伴方程式を用いたデータ同化手法であるアジョイント法、および逐次データ同化手法の一種であるアンサンブルカルマンフィルタによる逆解析手法を適用した。

本報告書は、日本原子力研究開発機構と清水建設株式会社との共同研究に基づいて実施したものである。

東濃地科学センター：〒509-6132 岐阜県瑞浪市明世町山野内 1-64

※ 技術開発協力員

*1 清水建設株式会社

*2 島根大学大学院総合理工学研究科

Study on Modeling and Analysis of Groundwater Flow
with Inverse Analysis
(Joint Research)

Akio KOHASHI*, Hironori ONOE,
Shinya YAMAMOTO*¹, Makoto HONDA*¹, Hideyuki SAKURAI*¹ and Kiyoshi MASUMOTO*²

Geoscientific Research Department, Tono Geoscience Center
Sector of Decommissioning and Radioactive Waste Management
Japan Atomic Energy Agency
Akiyo-cho, Mizunami-shi, Gifu-ken

(Received December 7, 2015)

In Japan, high-level radioactive waste (HLW) will be emplaced in a stable host rock formation deeper than 300 meters underground for geological disposal. It is important to understand heterogeneous distribution of hydraulic conductivity from the viewpoints of the safety assessment of geological disposal of HLW and construction of underground facilities. Inverse analysis based on the transient data is an efficient technique for estimating the heterogeneous distribution.

In this study, numerical experiments with the adjoint state method and the ensemble Kalman filter method were carried out in order to understand effective method for application of these inverse analysis. As a result, the capability of each analysis technique was shown.

Keywords: Inverse Analysis, Groundwater Flow, Hydraulic Heterogeneity,
Geological Disposal of High-level Radioactive Waste

This work has been performed by Japan Atomic Energy Agency and Shimizu Corporation under contract.

※ Collaborating Engineer

*1 Shimizu Corporation

*2 Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering, Shimane University

目 次

1. はじめに	1
1.1 概要	1
1.2 使用データ	1
1.3 手法の選定	1
1.4 試行の手順	1
2. 逆解析手法に関する情報収集	3
2.1 地下水を対象とした文献調査	3
2.2 まとめ	4
3. 数値実験の概要および結果	5
3.1 数値実験の概要	5
3.2 アジョイント法による数値実験	7
3.2.1 アジョイント法の概要	7
3.2.2 数値実験条件	9
3.2.3 数値実験結果	10
3.3 アンサンブルカルマンフィルタによる数値実験	18
3.3.1 アンサンブルカルマンフィルタの概要	18
3.3.2 解析手法の改良および高度化	18
3.3.3 数値実験条件	19
3.3.4 数値実験結果	20
3.4 数値実験結果の比較検討	49
4. 原位置調査データを用いた逆解析手法の適用性検討	53
4.1 超深地層研究所計画における揚水試験の結果	53
4.1.1 研究対象領域の地質概要	53
4.1.2 揚水試験の試験内容および試験条件	54
4.1.3 揚水試験結果に基づく水理地質構造の概念化	55
4.2 モデル概要および解析条件	56
4.3 アジョイント法による逆解析	61
4.3.1 逆解析条件	61
4.3.2 逆解析結果	62
4.4 アンサンブルカルマンフィルタによる逆解析	67
4.4.1 逆解析条件	67
4.4.2 逆解析結果	68
4.5 課題と今後の計画	86
4.5.1 得られた課題	86
4.5.2 今後の計画	86
5. まとめ	87
参考文献	88

Contents

1. Introduction	1
1.1 Overview	1
1.2 Applied Data	1
1.3 Choice of Methods	1
1.4 Steps of Research	1
2. Various Studies on Inverse Analysis	3
2.1 Documents on the Field of Groundwater Flow Simulation	3
2.2 Summary	4
3. Numerical Experiments	5
3.1 Overview	5
3.2 Adjoint Method	7
3.2.1 Overview of the Method	7
3.2.2 Condition	9
3.2.3 Result	10
3.3 Ensemble Kalman Filter Method	18
3.3.1 Overview of the Method	18
3.3.2 Improve and Enhance the Method	18
3.3.3 Condition	19
3.3.4 Result	20
3.4 Compare the Two Methods	49
4. Investigation on Application of Inverse Analysis using In Situ Data	53
4.1 Pumping Test on Underground Research Laboratory	53
4.1.1 Overview of Site	53
4.1.2 Pumping Test	54
4.1.3 Hydrogeological Structure	55
4.2 Simulation Model and Condition	56
4.3 Adjoint Method	61
4.3.1 Condition	61
4.3.2 Result	62
4.4 Ensemble Kalman Filter Method	67
4.4.1 Condition	67
4.4.2 Result	68
4.5 Problems and Plan	86
4.5.1 Problems on Realistic Model	86
4.5.2 Following Plan	86
5. Conclusion	87
References	88

1. はじめに

1.1 概要

高レベル放射性廃棄物の地層処分事業においては、地表より 300m 以深の地下深部に数 km 四方の地下施設が建設される。地層処分の安全性の評価にあたっては、放射性核種の主要な移行媒体となる地下水の流動特性やその不均質性を把握することが重要である。岩盤中には周辺岩盤と比較して数桁に渡り透水性の異なる断層や亀裂といった不連続構造が分布している。それらは空間的な透水不均質性の要因であり、地下水の流動方向や流速に大きな影響を与えている。このような透水不均質性を効率的に推定するにあたっては、揚水試験などによる地下水圧変化データを用いた地下水流動の逆解析が有効な手法の 1 つとして挙げられる。一方で、原位置調査には調査数量や工期といった様々な制約があり、取得される調査データは限られたものとなる。さらに、調査の進展に応じてデータの量や質が変化することから、この点を考慮した最適な逆解析手法を選定する必要があると考えられる。

しかしながら、これまで透水不均質性の逆解析に関して、地層処分施設に相当する規模を対象とした研究はされていない。そこで本研究では、大規模かつ不均質性の高い領域を対象に、逆解析に使用するデータの量や質に着目した複数のケースを対象として透水不均質性を推定することで、データの性質に応じた逆解析手法の選定について検討した。本研究の概要を図 1 に示す。

1.2 使用データ

使用するデータは、日本原子力研究開発機構が地層処分技術の基盤となる深地層の科学研究の一環として、岐阜県瑞浪市において進めている超深地層研究所計画¹⁾および広域地下水流動研究²⁾で取得した水理地質構造データ（以下、MIU 周辺モデルデータ）である。本研究では、取得済みの水理地質構造・水理特性値の一部を未知と仮定して、それらを複数の逆解析手法により推定した。

1.3 手法の選定

本研究では逆解析手法として、共同研究における研究資源の観点から、計算コードが使用可能であった 2 つの手法、変分法による随伴方程式を用いたデータ同化手法であるアジョイント法、および逐次データ同化技術の一種であるアンサンブルカルマンフィルタによる逆解析手法を使用した。

1.4 試行の手順

本研究の手順として、2 つの段階を踏んで逆解析の試行を行った。

まず、MIU 周辺モデルデータに適用する前に、各計算コードの特性および問題点を確認するために小規模で単純な水理地質構造のモデルを用いた数値実験を行い、必要な修正・改良を施すとともに、解析手法の違いによる推定結果の違いを確認し、大規模モデルに適用した場合の結果と比較するための参考情報とした。

次に、実際に MIU 周辺モデルデータに適用した。本研究では十分な推定結果は得られなかったため、解析手法の違いを考察するには至らなかったが、使用するデータの問題点、例えば観測点の配置などの課題を得ることができた。本研究で得られた課題は、観測点の配置について MIU 周辺モデルデータを一部変更するなどして、本共同研究の次のステップで利用する。

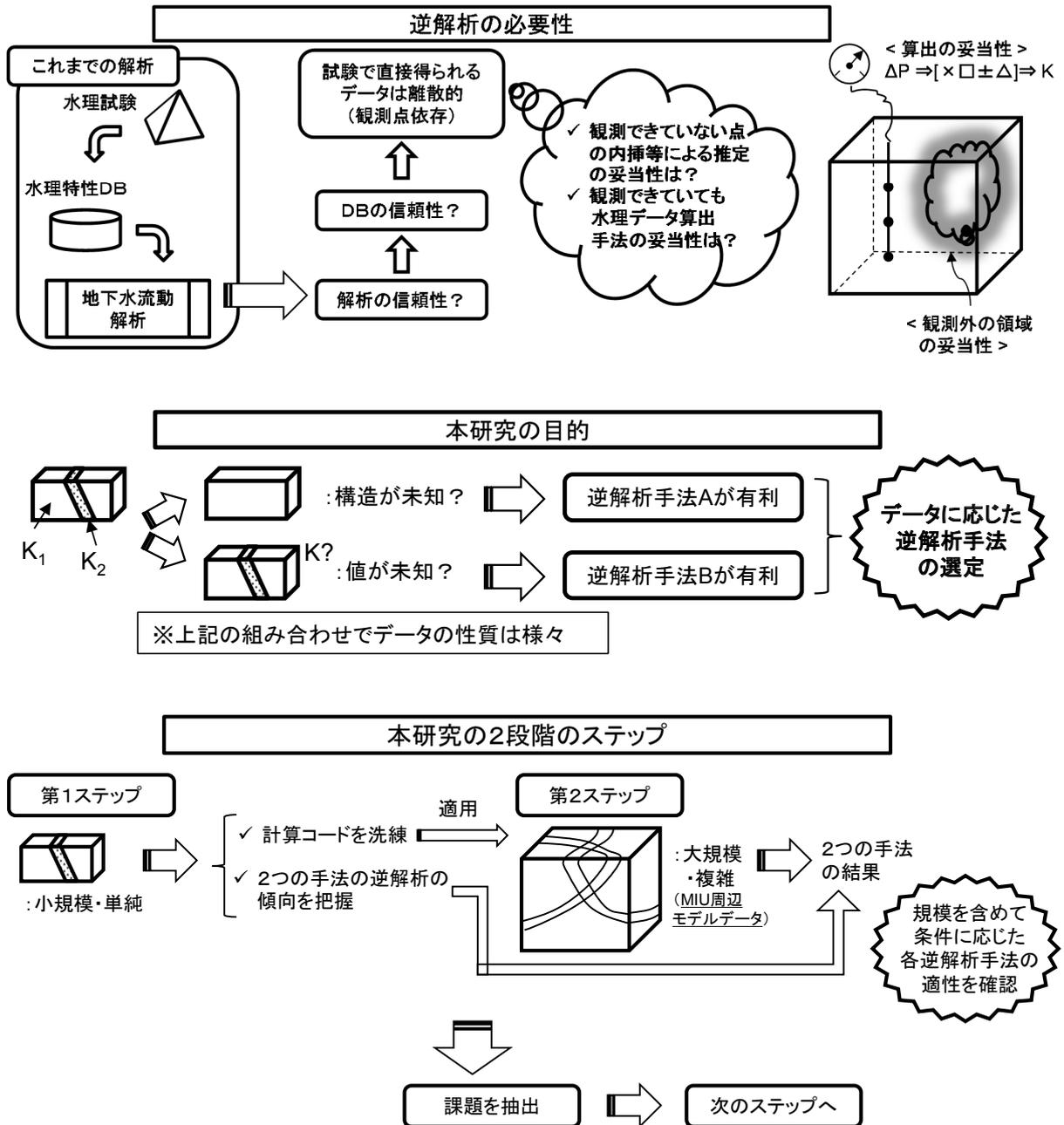


図1 背景と目的および研究ステップの概念図

2. 逆解析手法に関する情報収集

2.1 地下水を対象とした文献調査

本研究で使用する逆解析手法は、随伴方程式を使用する手法とモンテカルロ近似で拡張したカルマンフィルタを使用する手法である。これらの手法を含め、不均質モデルに対する逆解析手法の適用性に関する既往研究の状況を調査した。ここでは、主に水理地質構造の不均質性推定に対する要求とその研究について、背景や変遷とともに示す。

地下水が豊富にあるわが国においては、その利用と開発が重視されてきた。特に、高度経済成長の時代においては工業地帯での地下水利用が盛んに行われ、比較的浅部においては地下水揚水に伴う地盤沈下問題や土壌・地下水汚染問題が深刻化した。このような問題の解決には、数値計算による地下水流動解析の適用が有効であるが、地盤の水理特性は不均質であるために、その推定が重要な課題であった。

原位置においては、地表での物理探査や水文調査、ボーリング調査ならびに掘削したボーリング孔を用いた地下水位観測を行い、帯水層や断層などの地質構造の分布やその水理特性が把握される。しかし、多くの場合、それらの調査には地理的・社会的な制約があるとともに、多大な時間と費用がかかることから、調査のみで地盤の三次元的な不均質性を全て把握することは現実的に不可能である。そこで、限られた調査データを有効に活用し、地盤の不均質な水理特性を推定する手法として、地下水位などの観測データに基づく逆解析手法の開発が行われてきた。

また、数値計算による地下水流動解析を実施するにあたっては、水理特性の不均質構造の把握のほか、初期条件、境界条件も必要であり、これらの設定は必ずしも容易ではない。水理試験結果から、Theis, Jacob などの井戸理論^{3),4)}に基づいた水理パラメータが推定され、観測井の水位観測を基に境界条件等の設定がなされるが、不均質地盤に対しては、これらの設定が特に困難である。これらの客観性や妥当性確認の手法としても逆問題的なアプローチが研究されてきた。

逆解析は、測定値の中でも精度よく比較的容易に観測することができる地下水位を用いて行われることが一般的であり、その手法は直接法と間接法の2つに大きく分類される⁵⁾。直接法は、評価対象領域全体の水頭と動水勾配が既知であれば、定式化された支配方程式から水理パラメータに直接変換して推定する方法であり、間接法は、各観測点における観測値と計算値の差の二乗和に代表される目的関数が極値をとるようにパラメータを調整して推定する手法である。1990年頃からは、計算そのものに時間が要するものの、比較的複雑な地盤に適用可能な間接法を用いた逆問題解析が主流となってきた⁶⁾。

例えば、大西・井尻⁶⁾では、Simplex法と有限要素法を組み合わせた手法を用いて、水頭観測データから不均質地盤の透水係数を同定しており、不均質岩盤でも逆解析により透水係数の推定が可能であることを示している。青木・嘉門⁷⁾では、Gauss-Newton法を用いて透水量係数、貯留係数および初期条件を同時に同定している。また、同定に用いる観測値の選択方法についても検討されており、精度の高い同定を行うためには観測値の空間配置および時刻配置が重要であることが示されている。本城・森嶋⁷⁾では、随伴法を用いて、観測値と事前情報に基づいた逆解析による水理パラメータ推定、その不確実性評価、さらには予測に至る一連の流れが示されている。それらの結果に基づき、事前情報の重要性や推定された水理パラメータの不確実性が予測結果に与える影響を評価している。

また、地盤の有する不均質性の空間的な分布を推定するためには、多数の水理パラメータを未知パラメータとした逆解析の実施が必要とされ、注水試験や揚水試験のように人為的に非定常な地下水流動を発生させ、その水圧変化を多区間で同時に観測された多量の非定常データを用いた

逆解析の検討が行われてきた⁸⁾。さらに、多量の非定常データを用いた逆解析の実施にあたっては、その計算量（計算速度と記憶容量）が課題の一つとして挙げられる。この解決策として、準ニュートン法と随伴方程式を用いたアジョイント法を組み合わせた手法を対象に、数万個以上の未知パラメータ数に対応した高速・低容量の逆解析アルゴリズムの開発も進められてきた⁹⁾。非定常データの活用の観点からは、時系列で更新される観測値に基づき未知パラメータを逐次更新する逆解析手法も開発されている。その代表的な手法であるアンサンブルカルマンフィルタは、気象学や海洋学の分野で多く用いられてきたが、油層工学や地盤工学の分野においても適用されており、トレーサー試験で得られたトレーサー流出濃度の観測データに基づく亀裂分布の同定が試みられている¹⁰⁾

亀裂や断層の分布や透水性の推定は、花崗岩などの亀裂性岩盤中の地下水流動や汚染物質の挙動を正確に予測する上では重要であり、最近の数十年の間、亀裂性岩盤の透水係数や比貯留係数の不均質分布を推定することを目的として、クリギング、確率論的解析 (stochastic simulation)、トモグラフィー解析などが開発されてきた。Illman¹¹⁾によると、孔間水理試験のトモグラフィー解析は、他のマッピング手法に比べて水理特性や水理学的な連続性の推定が可能であり、特に、複数区間の孔間水理試験（揚水、注水）のデータが不均質性を推定するうえでは有効であること、揚水位置が異なる複数回の試験データを重ねることで、推定精度は向上することが示されている。

2.2 まとめ

文献調査の結果、地下水を対象とした逆解析としては様々な手法が開発されており、その中で今回使用する手法の一つであるアジョイント法は計算量の点でアルゴリズムの改良が進んでおり、同じく今回使用するアンサンブルカルマンフィルタは逐次更新であるため一度に扱うデータ量を抑えられることから、MIU 周辺モデルデータの大規模かつ不均質性の高いモデルを対象とした逆解析手法としては有効と考えられる。

ただし、実際に今回使用する計算コードについては、いずれの手法においても大量の未知パラメータを扱った使用実績は十分ではなく、今回のような大規模かつ不均質性の高いモデルへの適用の例はないことから、本研究では計算コードの適用にあたっての課題の抽出も行っていく。

また、逆解析に使用するデータに関して様々な研究がされており、逆解析によって地盤の水理学的な不均質性を適切に推定するために必要な調査データの量や質の把握が重要な課題であることが分かる。本研究においても様々な条件で試行を行うことで、データの性質と各逆解析手法の適性について検討する。

3. 数値実験の概要および結果

3.1 数値実験の概要

本研究で使用する2つの逆解析手法であるアジョイント法およびアンサンブルカルマンフィルタにおいて、それぞれ実行する計算コードは整備されているものの、使用実績が十分ではないため、小規模モデルでの数値実験により、それぞれの計算コードの特性と問題点の把握と、大規模モデルに移行した場合の結果考察のためのリファレンス作成を行った。

図 3.1-1 に、数値実験に用いた解析モデル図を示す。モデル領域は、X 方向に 20m、Y 方向に 10m、Z 方向に 5m とし、1m 毎に要素分割した。透水性が異なる 2 つの岩盤の間に、より低い透水性の断層が分布する水理地質構造区分を設定した。各区分の水理特性を表 3.1-1 に示す。逆解析で同定する未知パラメータは各要素における 3 方向の透水係数とした。

逆解析の入力条件となる水圧変化データは、1.0L/min の流量で 30 分間揚水する一定揚水条件下における全 31 点（揚水点および観測点 30 点(平面方向に 15 点の 2 深度)）であり、揚水試験を模擬した浸透流解析結果に基づき作成した。観測点の配置図を図 3.1-2 に示す。また、解析モデルの境界条件としては上部境界面に水頭固定条件を、それ以外の境界面には不透水条件を設定した。

逆解析の実施ケースは、原位置調査の実施状況を想定し、水理地質構造の分布や水理特性に関する事前情報の有無に着目して設定した（表 3.1-2）。Case 1 は、水理地質構造に関する事前情報が全くなく、逆解析で全ての水理地質構造の分布とそれらの水理特性を推定する場合を想定した。Case 2 は、水理地質構造の分布や水理特性がある程度把握されており、逆解析での推定対象を断層の透水係数に絞った場合を想定した。Case 3 は、断層の存在そのものが未知であり、断層の分布とその透水係数を推定対象とする場合を想定した。

上記の水理地質構造・水理特性に関する情報および事前情報の有無は、実際の逆解析では各未知パラメータに対する初期値および推定上下限幅の与え方により反映した。これらの与え方の詳細は各逆解析手法の項目で述べる。

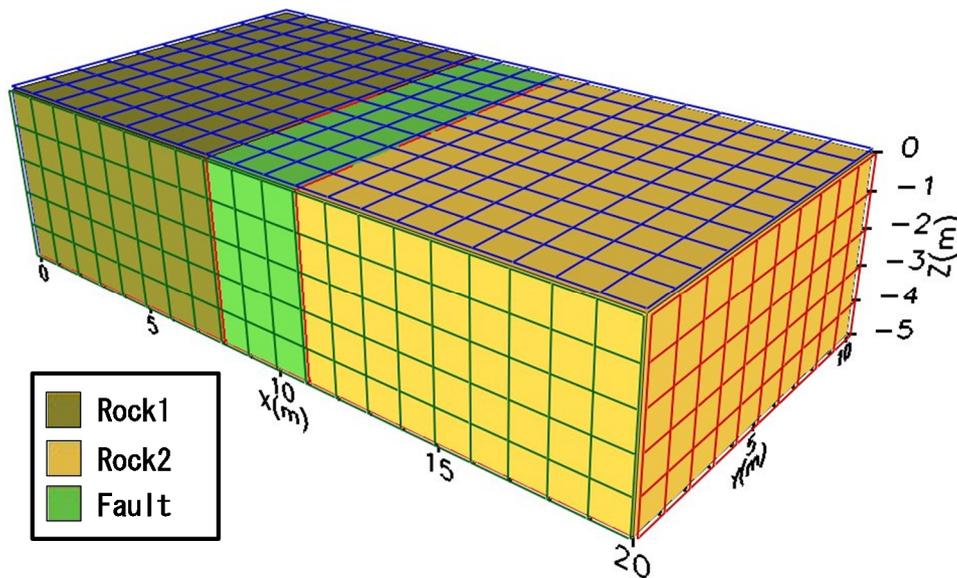


図 3.1-1 モデル図

表 3.1-1 各地質構造区分の水理特性

水理地質構造		Rock1	Rock2	Fault
水理特性	透水係数 (m/s)	1.0E-07	1.0E-06	1.0E-08
	比貯留係数 (1/m)	4.5E-06		

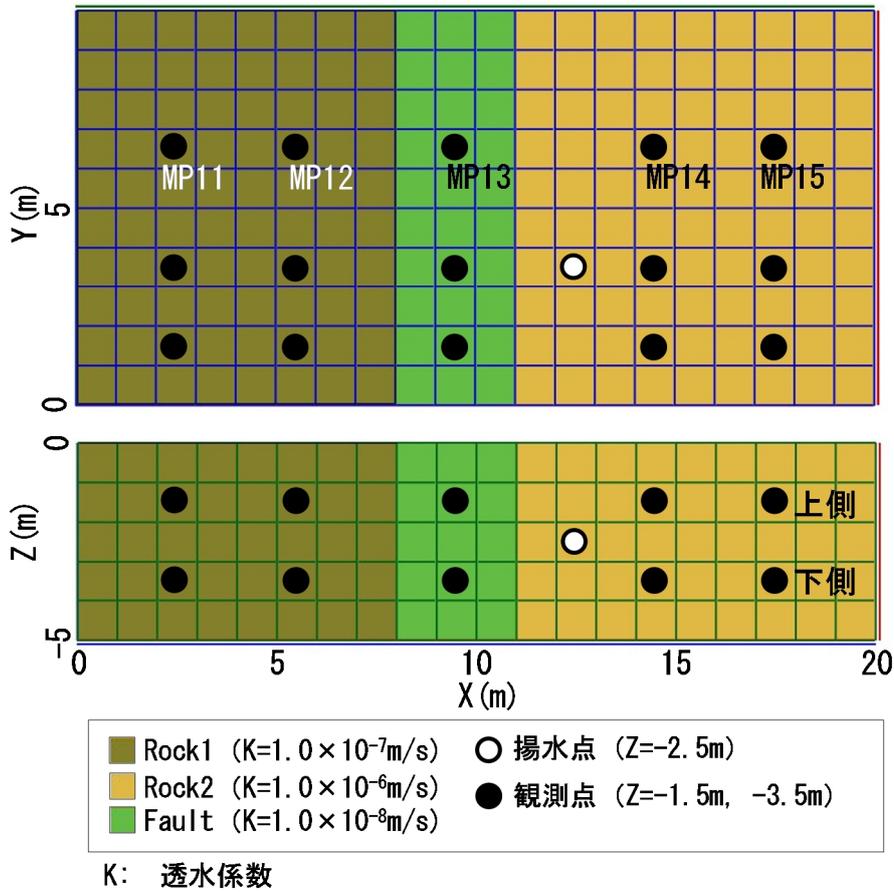


図 3.1-2 観測点配置図

表 3.1-2 逆解析の実施ケース

解析ケース		Case 1	Case 2	Case 3
前提条件	水理地質構造の分布	情報なし	情報あり	情報あり(Rock1,2のみ)
	水理地質構造の水理特性	情報なし	情報あり(Rock1,2のみ)	情報あり(Rock1,2のみ)

3.2 アジョイント法による数値実験

3.2.1 アジョイント法の概要

アジョイント法で使用した計算コードは、その内部で随伴方程式と準ニュートン法を組み合わせた手法^{9),12)}を用いている。

逆解析の手順をおおまかにとらえると、ダルシーの法則と連続の式から導かれた支配方程式を解くことにより算出する計算圧力値（順解析）と観測圧力値の重み付残差二乗和で表される目的関数 J を最小化する未知パラメータを求める、という最適化問題になる。ここで、観測圧力値とは 3.1 で述べた模擬揚水試験条件で未知パラメータに全て真値を与え事前に順解析により作成したものである。

本逆解析コードでは、順解析部分は有限差分法を使用し、逆解析部分は、未知パラメータの更新に準ニュートン法の枠組みを、その中で必要となる目的関数の勾配計算に随伴関数を用いるアジョイント法を適用した手法である。

順解析で適用する支配方程式を(1)式に示す。

$$\nabla \cdot \left\{ \frac{K}{\mu B} \nabla (P - \rho g z) \right\} - Q = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) \quad (1)$$

ここで、 K : 浸透率 (m^2)、 μ : 粘性 ($Pa \cdot s$)、 P : 圧力値 (Pa)、 ρ : 流体密度 (kg/m^3)、 g : 重力加速度 (m/s^2)、 z : 鉛直深度 (m)、 Q : 単位体積当たりの流量 (s^{-1})、 ϕ : 間隙率、 B : 容積係数の定義は以下の通り。

$$B = \frac{1}{1 + C_B (P - P_0)} \quad C_B: \text{流体の圧縮係数}, P_0: \text{標準状態の大気圧}$$

順解析部分ではこれを有限差分法により P について解く。

目的関数は(2)式で定義される。

$$J = \sum_i W (P_{obs} - P_{cal}(K))^2 \quad (2)$$

ここで、 P_{obs} : 観測圧力値、 P_{cal} : 順解析の計算値、 W : 重み、 i : 観測点番号、 K : 未知パラメータ

逆解析部分はこの目的関数の極小点（となる未知パラメータセット）を求める局所最適化問題として取り扱う。これは、目的関数の導関数 ∇J について方程式 $\nabla J = 0$ の解を求める問題となるため、方程式の数値解法として広く使われるニュートン法を適用すると未知パラメータ（セット、以下省略）更新の基本式は(3)式となる。ここで2次導関数の逆行列は、一変数関数でのニュートン法における勾配の逆数に相当する。これに対し、準ニュートン法は(4)式のように2次導関数の部分を近似することで計算量を改善したものであるが、一方で近似したことによって(4)式による直接的な更新ではなく、更新前後間での直線探索（更新ベクトルの大きさ調整）が必要となる。今回使用した逆解析コードではこの近似行列を求めるために **SSVM** 公式と呼ばれる公式を用いており、直線探索回数をほとんど必要としないように改善されている。

$$x_{k+1} = x_k - \nabla^2 J(x_k)^{-1} \nabla J(x_k) \quad (3)$$

$$x_{k+1} = x_k - (H_k)^{-1} \nabla J(x_k) \quad (4)$$

ここで、 x_k : 未知パラメータ（ベクトル）、 k : 更新回数、 $\nabla^2 J(x_k)$: 2次導関数行列（ヘッセ行列）、 $\nabla J(x_k)$: 目的関数の勾配（ベクトル）

一方で、アジョイント法は(3)式や(4)式の中で必要となる目的関数の勾配（導関数 ∇J ）を、(1)式に対する随伴方程式を解くことで得られる随伴関数を用いて求める手法であり、すべての未知パラメータに関する勾配を一度に得ることができる。

随伴方程式については、随伴関数と元の方程式の内積が元の関数と随伴方程式の内積に等しくなる、すなわち微分演算子と関数の入れ替えが可能となる性質があり、さまざまな分野で用いられる。変分法では関心対象量をなんらかのパラメータ関数を持つ汎関数とした極大・極小問題に於いて、以下で述べるラグランジュ関数を用いる場合に、その微分式が随伴方程式となる。また、多くの自然現象と同様に(1)式左辺は自己随伴型となっており、数値解法に於いては順解析と随伴方程式の係数行列が等しくなるという利点がある。

随伴方程式を簡略に表現すると、(5)式のラグランジュ関数を変数（(1)式の解となる関数）で微分して 0 とした方程式の(6)式であり、(1)式が圧力値 P （以下の式では h ）に関する方程式であるのに対し、(6)式はラグランジュ乗数 λ に関する方程式となる。

$$L(\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) = e(\vec{h}, \vec{k}) + \vec{\lambda} \cdot \vec{R}(\vec{h}, \vec{k}) \quad (5)$$

$$L_{\vec{h}} = e_{\vec{h}} + \vec{\lambda} \cdot \vec{R}_{\vec{h}} = \vec{0} \quad (6)$$

ここで、 L : ラグランジュ関数、 e : 関心対象量（ここでは目的関数 J ）、 λ : ラグランジュ乗数、 R : 拘束条件（ここでは支配方程式(1)式を片側に移行した式）、 h : 変数 1（ここでは圧力値）、 k : 変数 2（ここでは未知パラメータ = 浸透率）、添え字 h : h による微分を表す。またベクトル記号は離散化を意味し、(5)(6)式の右辺第 2 項は内積である。

(5)式はいわゆるラグランジュの未定乗数法、つまり拘束条件 R （変数 1 と 2 が独立性を拘束する条件）の下で関心対象量 e の極大・極小値を求める手法を表している。未定乗数 λ を用いて拘束条件を組み込んだラグランジュ関数に対しては外部拘束条件が無く、変数 1 と 2 が独立とみなすことができることを利用し、各変数 h, k および未定乗数 λ の各々による微分がいずれも 0 となる点として（3本の連立方程式の解として）極値点を導き出す。

$$L_{\vec{\lambda}}(\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) = \vec{0} \quad (7)$$

$$L_{\vec{h}}(\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) = \vec{0} \quad (8)$$

$$L_{\vec{k}}(\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) = \vec{0} \quad (9)$$

ここで、3つの方程式のうち λ による微分を 0 とした(7)式が支配方程式（順解析）、 h による微分を 0 とした(8)式が随伴方程式（= (6)式）であり、(7)(8)式を満たす場合、 k による微分の(9)式の左辺が関心対象量 e の k による微分すなわち目的関数の勾配に等しくなるため、仮に(9)式も 0 となるように連立方程式を解いた場合、目的関数の勾配が 0 となる点すなわち局所最適化問題の解を得たことになるが、数値計算でこれを遂行するのは計算量などの観点から難しい。したがって連立方程式としてではなく、あらかじめ k の初期値を与えることで(7)(8)式を順に解いていき、得た h, λ を(9)式左辺に代入して目的関数の勾配を得るところまでをこのアジョイント法で実施し、前述の準ニュートン法の更新式(4)式に適用して新たな k を得て、再度アジョイント法を行い、これを繰り返すことで局所最適解を導き出す。

また、(1)(6)式を実際に離散化して比較すると、同時刻の隣接点に関する係数は自己随伴型のた

め等しくなるが、時間項については(1)式では過去項であるのに対し(6)式では未来項となる。したがって随伴方程式は支配方程式とは逆時間方向に解くことになり、(2)(6)式から λ は P_{obs} と P_{cal} のミスマッチ量を最終時間ステップから開始時間ステップに向かって伝播させて求めていくこととなる。

なお、本数値実験では(10)式で未知パラメータの変数変換を行った。上記ラグランジュ関数により変数 h と k は独立に操作できるものの、 k の上限値・下限値を設けた場合は、局所最適化問題の制約条件として考慮しなければならない。(10)式の変数変換により、未知パラメータの取りうる値に制約はなくなるため、制約条件を考慮することなく上限値・下限値を設けることができる。

$$K = \log \left(\frac{k_{\max} - k}{k - k_{\min}} \right) \quad (10)$$

ここで、 K : 未知パラメータ、 k : 浸透率、 k_{\max} : 浸透率の上限値、 k_{\min} : 浸透率の下限値

3.2.2 数値実験条件

各ケースで与えた未知パラメータ（透水係数）の推定上下限幅を表 3.2.2-1 に示す。事前情報が有る区分は真値から上下 1 桁に設定し、事前情報が無い区分は上下限幅を一律に大きい範囲（ $1.0E-05 \sim 1.0E-10$ ）に設定した。初期値については推定上下限値の幾何平均となるため、事前情報が有る区分は真値が、事前情報が無い区分は真値から外れた値が与えられる。事前情報が無い区分の上下限幅に意図的な設定はできないため、各区分の真値に依らず一律の範囲としている。したがって初期値の真値からの外れ量は平等ではなく、例えば Case1 に於いては Rock1 と Fault の初期値は真値から 0.5 オーダー外れており、Rock2 は 1.5 オーダー外れたところから逆解析を始めることとなる。

未知パラメータは全ての要素に付与し、同じ区分に属する要素でもその区分の上下限幅の範囲で個々の要素の値が自由に変化する設定とした。なお、目的関数の計算に使用する観測点ごとの重みは一律とした。

表 3.2.2-1 各ケースの推定上下限幅

解析ケース		Case 1	Case 2	Case 3
水理地質構造毎の未知パラメータ推定条件		未知パラメータ: 透水係数 (m/s)		
Rock1	上限値	1.0E-05	1.0E-06	1.0E-06
	下限値	1.0E-10	1.0E-08	1.0E-08
Rock2	上限値	Rock1としてモデル化	1.0E-05	1.0E-05
	下限値	Rock1としてモデル化	1.0E-07	1.0E-07
Fault	上限値	Rock1としてモデル化	1.0E-05	Rock1としてモデル化
	下限値	Rock1としてモデル化	1.0E-10	Rock1としてモデル化

※初期値は上下限値の幾何平均

3.2.3 数値実験結果

図 3.2.3-1~3.2.3-3 に、MP11~15 の上側深度の観測点 (図 3.1-2) における水圧変化の逆解析結果と観測値の比較図を Case1~3 についてそれぞれ示す。逆解析の結果、いずれの解析ケースでも、MP11 のように揚水試験に伴う変化量が小さくかつ応答時間に遅れが生じている観測値や、MP15 のように揚水点の近傍に位置し、揚水試験に伴う水圧変化が大きくかつ応答時間が早い観測値ともに再現性が良好であることが確認できた。これらの図では上部深度に位置する 5 つの観測点のデータを代表として示しているが、他の深度・観測点においても同様の結果が得られた。

図 3.2.3-4 に、逆解析により推定した透水係数の空間分布を示す。透水係数の空間分布図には、各要素の 3 方向の透水係数の平均値をプロットした。Case1 では、揚水点近傍の要素の透水係数が優先的に初期値から修正されており、部分的には水理地質構造毎の透水性のコントラストが再現できているものの、水理地質構造の分布形状の推定には至っていないことがわかる。Case1 は、水理地質構造に関する事前情報が全く無い条件下であることから、逆解析による透水係数分布の推定の自由度が高く、水圧変化の再現が局所的な透水係数の修正で可能であったものと推定できる。なお、3.2.2 で述べたような Rock2 の初期値が他の区分よりも外れていることの影響を確認するほどの結果は得られなかった。一方、水理地質構造の分布に関する事前情報がある程度与えられた Case2 では、推定結果も水理地質構造の分布が明瞭になっており、かつ真値に近い値が推定できていることがわかる。水理地質構造に関する事前情報が一部与えられた Case3 では、Fault に関する事前情報が無いもののある程度の水理地質構造の分布が推定できており、かつ真値方向への修正がなされている。ただし、Fault の真値が推定上限に設定されていることが修正に影響を与えた可能性はある。

以上のことから、逆解析で水理地質構造の空間分布および未知パラメータの値を適切に推定するためには、逆解析における未知パラメータの同定の自由度をある程度制限させる水理地質構造の分布や水理特性に関する事前情報が重要であるものと考えられる。

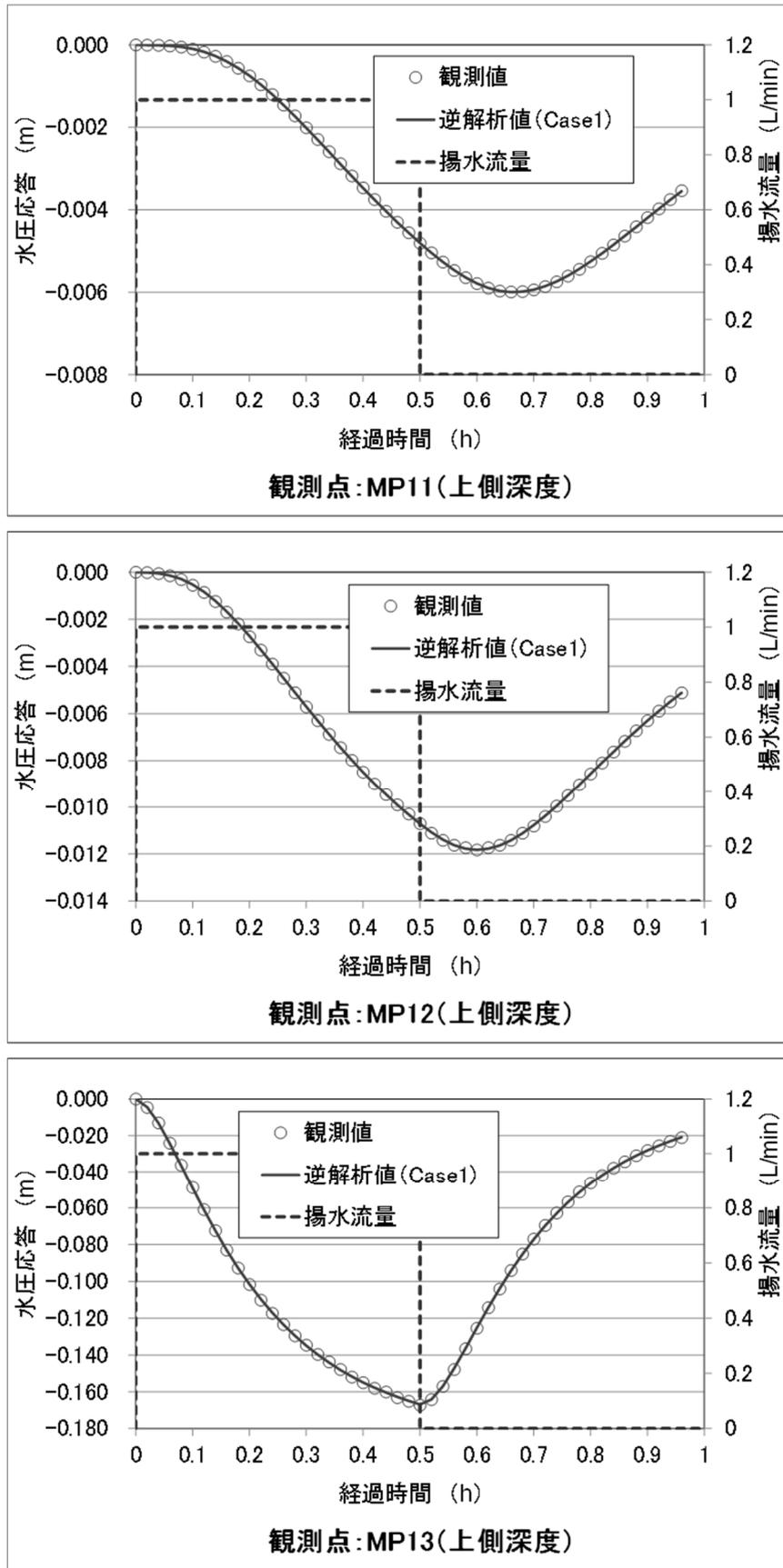


図 3.2.3-1 水圧変化の再現性 (Case1) (1/2)

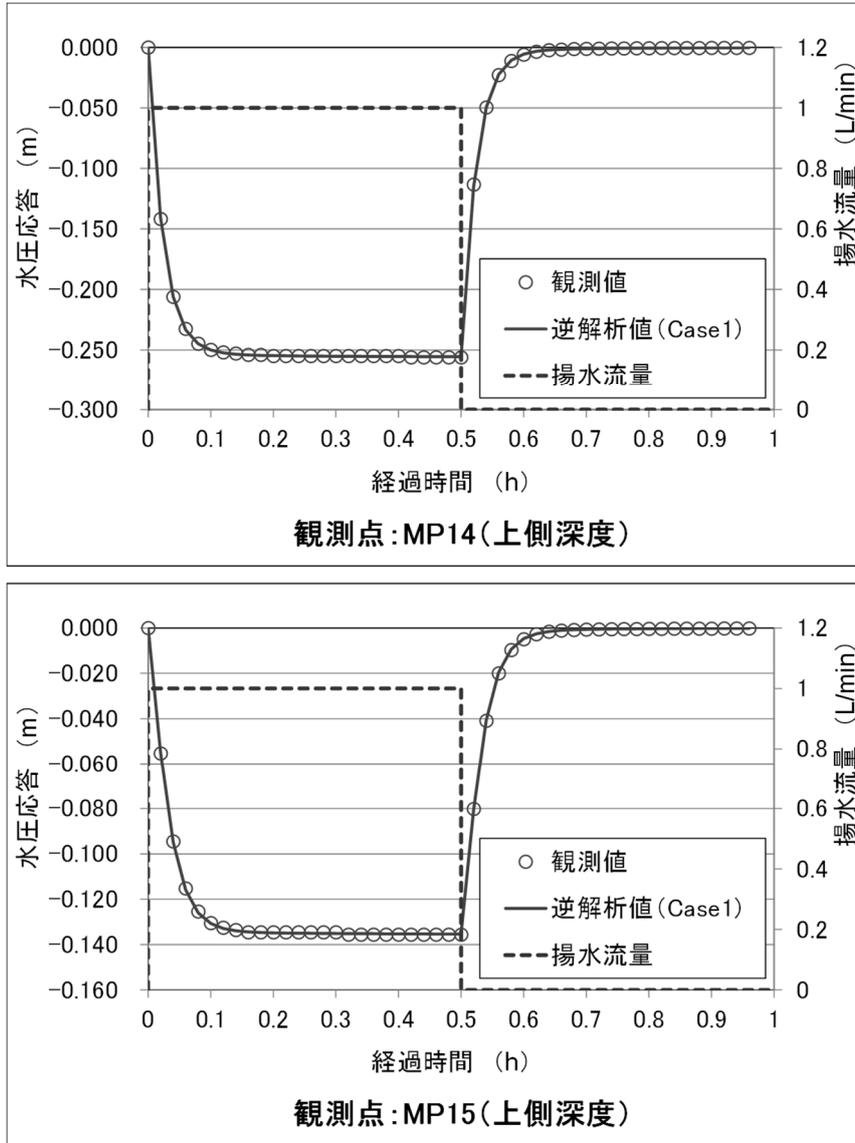


図 3.2.3-1 水圧変化の再現性 (Case1) (2/2)

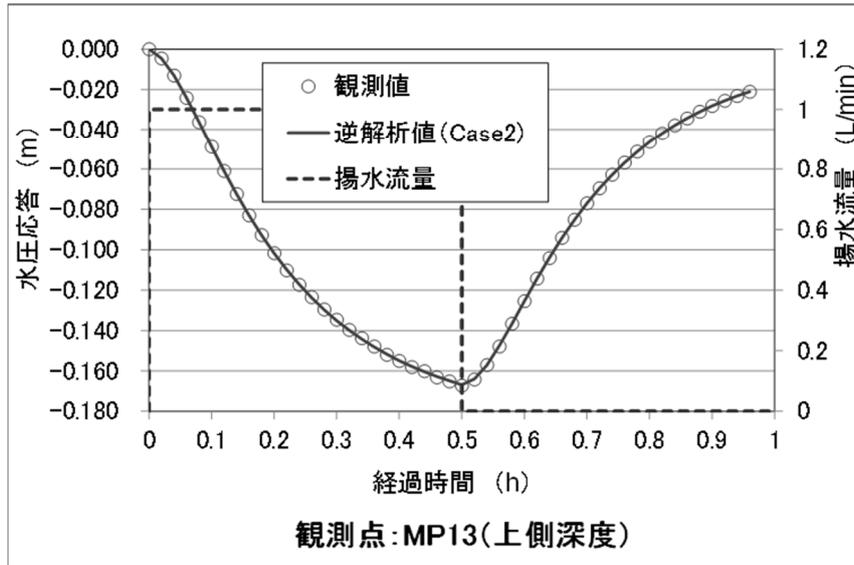
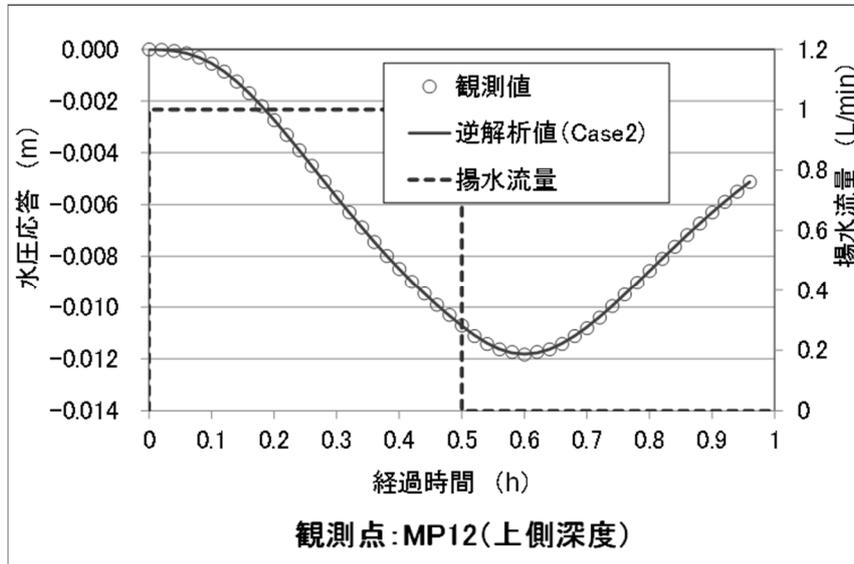
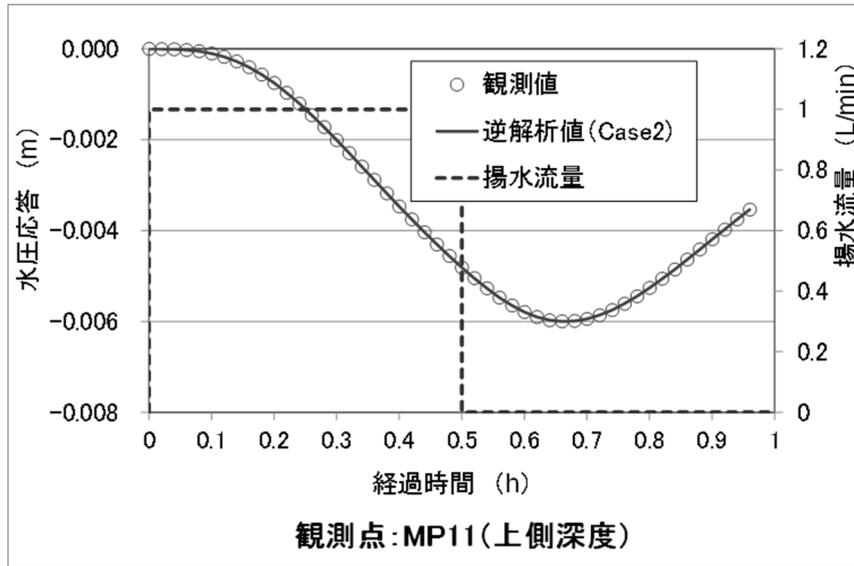


図 3.2.3-2 水圧変化の再現性 (Case2) (1/2)

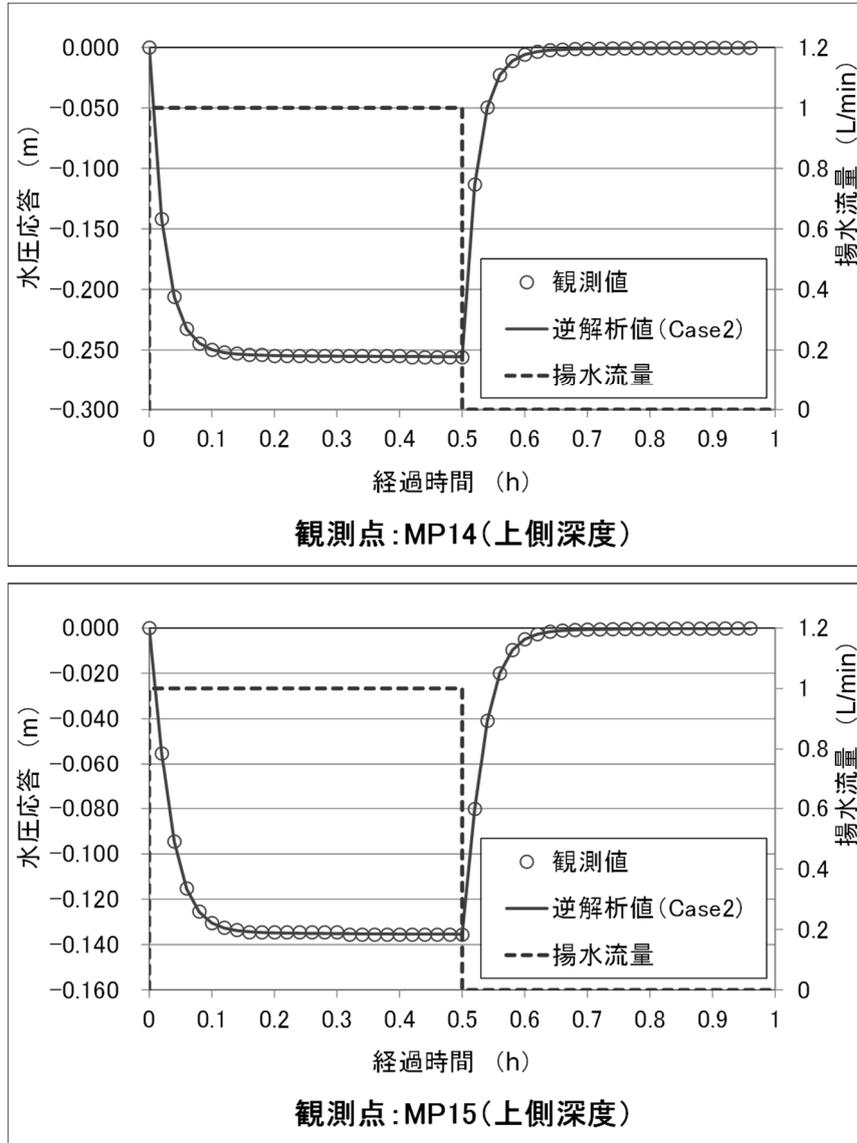


図 3.2.3-2 水压変化の再現性 (Case2) (2/2)

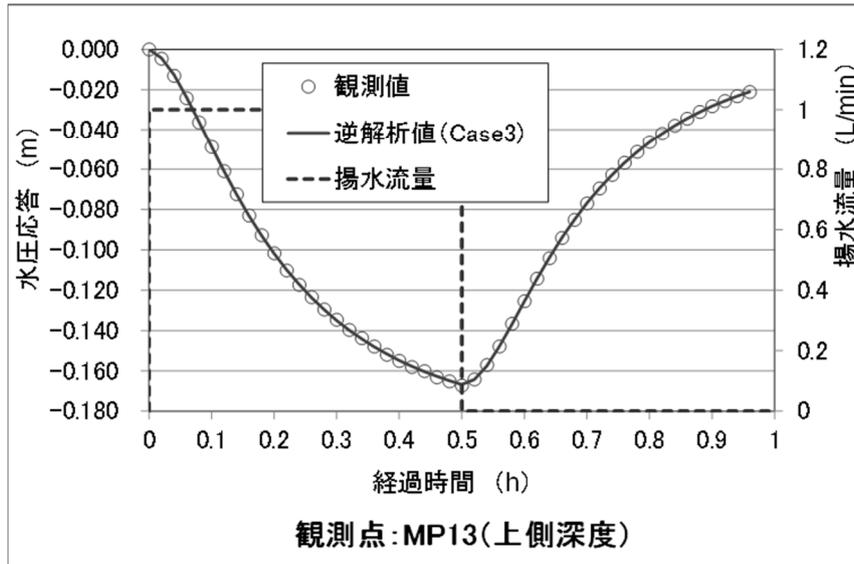
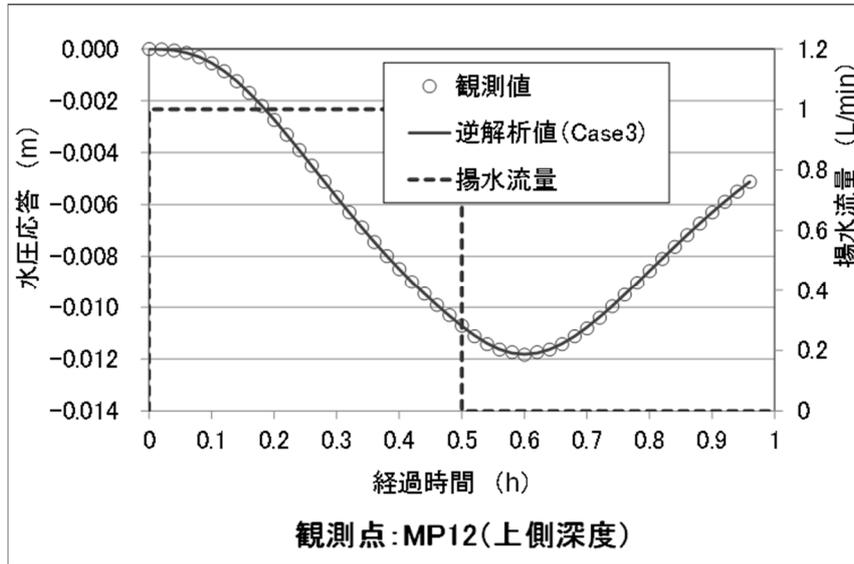
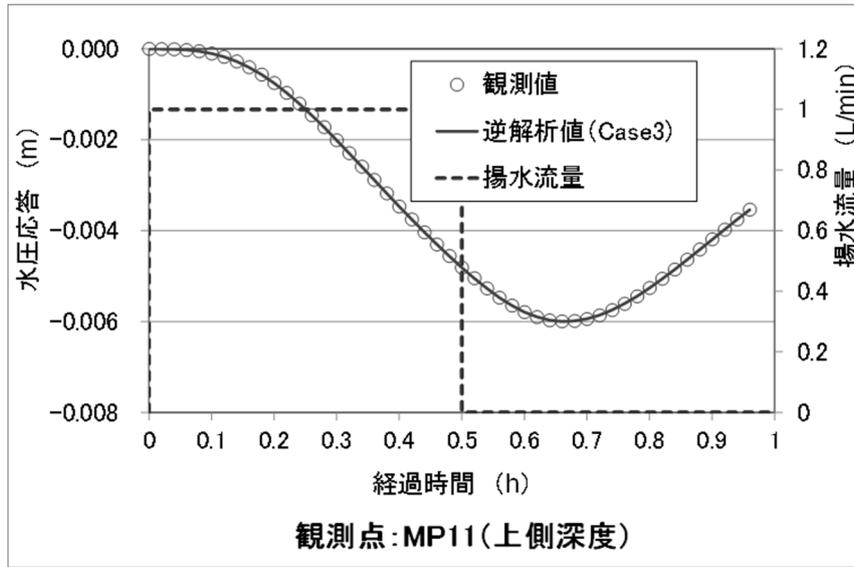


図 3.2.3-3 水圧変化の再現性 (Case3) (1/2)

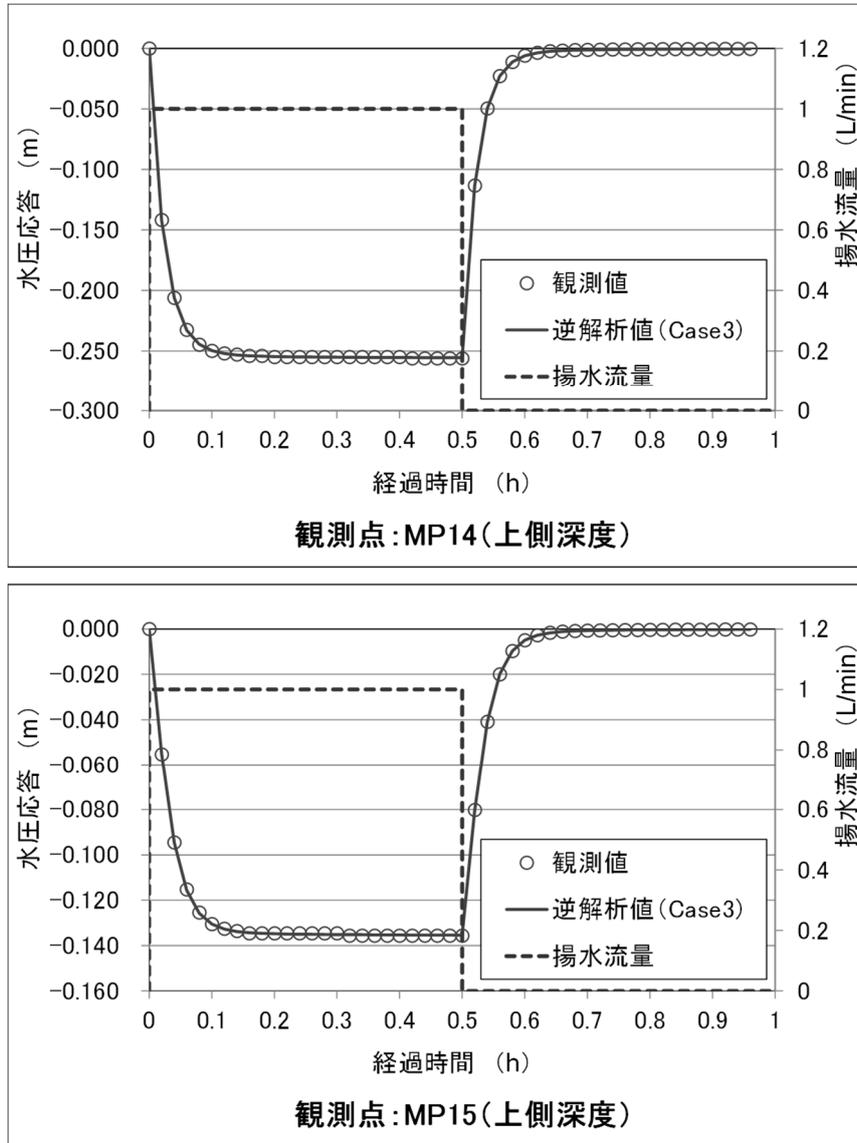
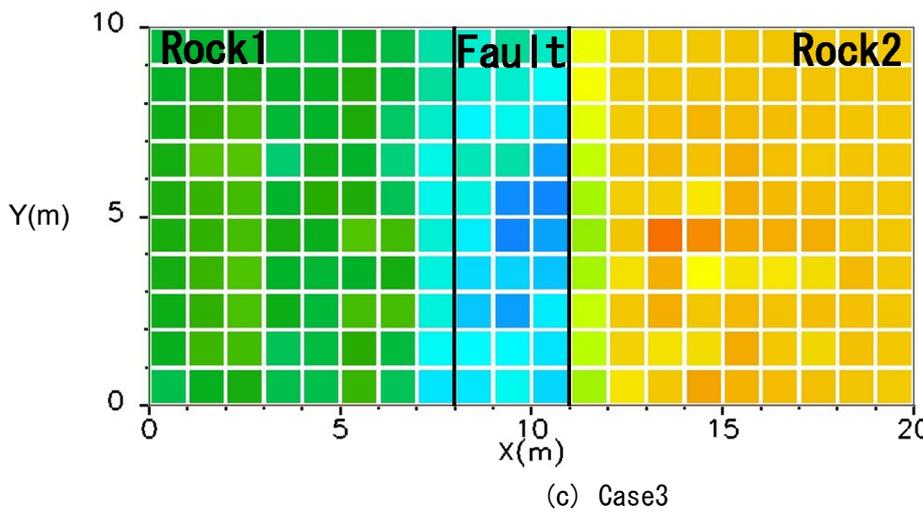
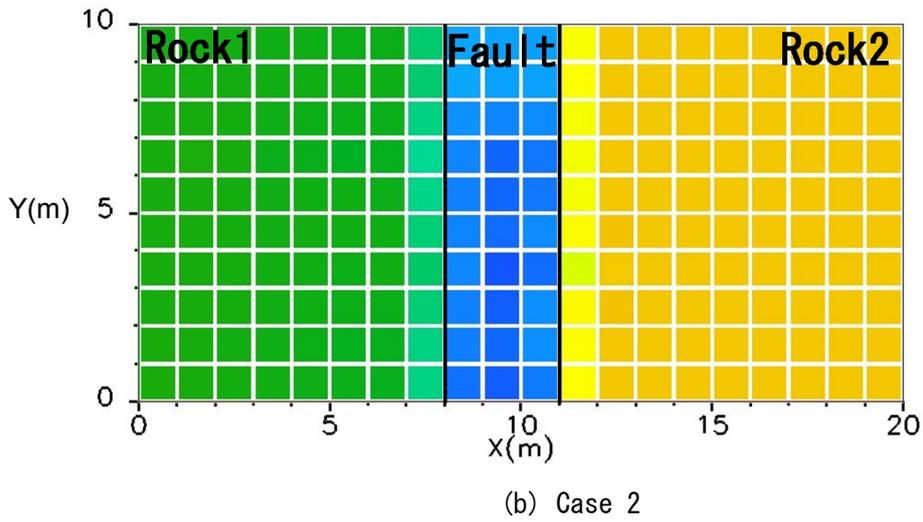
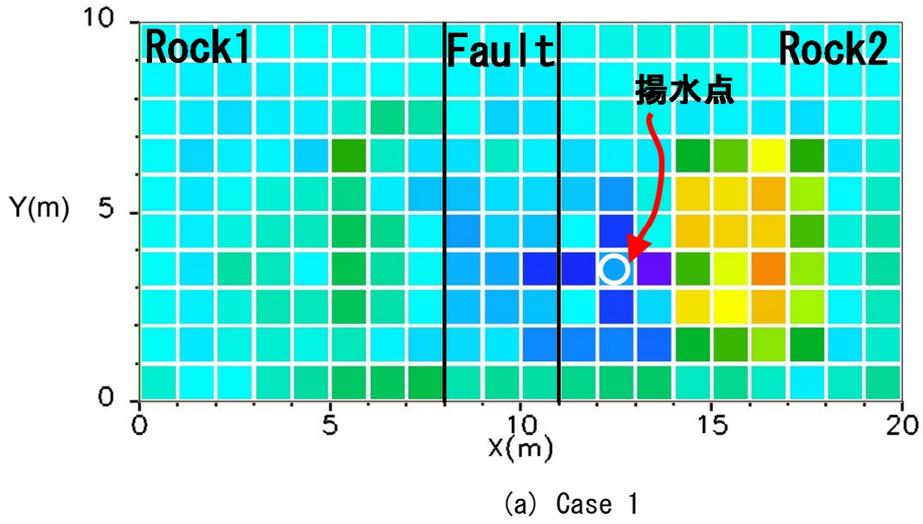


図 3.2.3-3 水圧変化の再現性 (Case3) (2/2)



透水係数
(Log[K(m/s)])

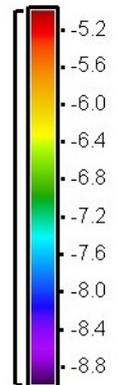


図 3.2.3-4 推定した透水係数の空間分布 (水平断面(Z=-2m))

3.3 アンサンブルカルマンフィルタによる数値実験

3.3.1 アンサンブルカルマンフィルタの概要

アンサンブルカルマンフィルタ¹³⁾は観測データに従って、状態変数を修正・更新する逐次データ同化手法の一種である。状態変数の更新についての枠組みは通常のカルマンフィルタと概ね同じであるが、カルマンフィルタでは状態変数の確率分布をガウス分布で表すのに対し、アンサンブルカルマンフィルタでは確率分布を多数のサンプル（アンサンブルメンバーと呼ばれる）の集合で表現するため、非ガウスの確率分布も取り扱うことができる。これにより、カルマンフィルタでは不可能な非線形モデルのシミュレーションに対しても適用できるのが最大の特長である。

いま、状態変数ベクトル \mathbf{x} と観測変数ベクトル \mathbf{y} からなる次のような状態空間モデルを考える。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t), \quad \mathbf{v}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}) \quad (11)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\omega}_t, \quad \boldsymbol{\omega}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}) \quad (12)$$

ここで、地下水流動モデルを例とした場合、状態変数ベクトルは各節点の圧力水頭と推定対象となる各要素の透水係数で構成されることになる。なお、アンサンブルカルマンでは状態変数の確率分布がガウス分布に近いほど精度面で有利となるため、透水係数に関しては、その対数値を状態変数としている。一方、観測変数ベクトルには観測点で計測された水圧が含まれる。

(11)式中の \mathbf{f} は状態変数の時間更新、すなわち予測を行うためのシミュレーションモデルを表し、 \mathbf{v} は平均 $\mathbf{0}$ 、共分散行列 \mathbf{Q} のガウス分布に従うシステムノイズである。したがって、システムノイズが与えられることで状態変数自体も確率分布として表現される。 \mathbf{H} は状態変数と観測を関連づける観測演算子であり、 $\boldsymbol{\omega}$ は平均 $\mathbf{0}$ 、共分散 \mathbf{R} のガウス分布に従う観測ノイズである。

アンサンブルカルマンフィルタの実行手順は大きく2つに分けられる。最初に、各アンサンブルメンバーに対してシミュレーションモデルにより予測を行う。このとき得られた状態変数の集合で表される確率分布は事前分布と呼ばれる。次に、観測結果に応じて各メンバーの状態変数を修正する。修正後の状態変数の集合を事後分布と呼ぶ。状態変数の観測更新の式は次のように与えられる。

$$\mathbf{x}_t^{\mathbf{a},(i)} = \mathbf{x}_t^{\mathbf{f},(i)} + \mathbf{K}_t(\mathbf{y}_t + \boldsymbol{\omega}_t^{(i)} - \mathbf{H}\mathbf{x}_t^{\mathbf{f},(i)}) \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{P}_t \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_t)^{-1} \quad (14)$$

ここで、添え字の i はアンサンブルメンバーのインデックスであり、 $\mathbf{x}^{\mathbf{f}}$ は予測結果の状態変数、 $\mathbf{x}^{\mathbf{a}}$ が観測更新された解析結果の状態変数を表す。 \mathbf{K} はカルマンゲインであり、予測誤差の共分散行列 \mathbf{P} と観測誤差の共分散行列 \mathbf{R} から求められる。なお、予測誤差の共分散行列は以下のようにサンプルから算出できる。

$$\mathbf{P}_t \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_t^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_t)(\mathbf{x}_t^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_t)^T \quad (15)$$

また、(13)式中の観測ノイズ $\boldsymbol{\omega}$ は(12)式で仮定した多変量ガウス分布に従う乱数として与える。

3.3.2 解析手法の改良および高度化

アンサンブルカルマンフィルタにより透水係数を推定する問題では、透水係数に不確かさが含

まれるという仮定の下で観測結果を再現できる透水係数の組み合わせを探索することになる。この透水係数の不確かさは(11)式の状態空間モデルにおけるシステムノイズに該当する。本研究では各要素の対数透水係数に対してシステムノイズを以下のように与えた。

$$\log(K_t) = \log(K_{t-1}) + \nu_t \quad (16)$$

ここで、透水係数のノイズが要素間で完全に独立であるとする、解の自由度が大きくなり劣決定問題となる。すなわち、観測結果を再現できる透水係数の組み合わせが多数存在してしまうため、透水係数分布の同定が困難となる。そこで、本研究ではシステムノイズは独立でなく、空間的な相関性を有しているものとし、2つの要素間の距離が小さいほどノイズの大きさは近い値となるようにした。このときのシステムノイズの共分散行列を以下に示す指数関数により定義する。

$$Q'_{ij} = \sigma^2 \exp(-d_{ij}^2 / 2h^2) \quad (17)$$

ここで、 h は相関距離であり、空間的な相関性が存在する範囲を規定する。また σ は相関のない場合のノイズの分散である。

3.3.3 数値実験条件

ここではアンサンブルカルマンフィルタによる逆解析の諸条件について述べる。まず、順解析に関しては有限要素法による地下水流動解析コードである **Dtransu-3D・EL**¹⁴⁾を使用した。数値実験に使用した解析メッシュを図 3.3.3-1 に示す。水理地質構造分布は、基本的には図 3.1-1 に示すモデルに準拠しているが、有限要素法を用いているため、揚水点および観測点を節点上に設けており、その位置は図 3.1-2 のものよりもそれぞれ x , y , z 方向ともに $+0.5\text{m}$ ずらした点が異なる。各地質区分の水理特性は 3.1 と同様である。

逆解析に使用する観測データは **Dtransu-3D・EL** を用いたシミュレーションから生成した。地下水流動シミュレーションの計算時間刻みは 1 秒とし、観測データは 72 秒ごとに取得されるものとした。逆解析では、観測された全ての時刻においてアンサンブルカルマンフィルタによってモデルを逐次的に更新し、全 1000 要素の透水係数を推定する。透水係数に関しては、等方の場合と異方性を有する場合の 2 ケースについて検討し、異方性を考慮するケースでは x , y , z 方向の透水係数を個別に同定した。

対数透水係数に与えるシステムノイズは分散を 1.0×10^{-3} とし、共分散は相関距離を全方向 4m として(17)式から算出した。また、観測ノイズは全観測点に対して分散を 1.0×10^{-6} に設定し、観測点間で独立とした。透水係数の初期値は、水理地質構造が未知の **Case 1** ではモデル全体で一律に $1.0 \times 10^{-7}\text{m/s}$ とした。また、**Rock1** および **Rock2** の透水係数と断層位置が既知となる **Case 2** では断層部分の透水係数を $1.0 \times 10^{-6.5}\text{m/s}$ とし、実際よりも過大な値を仮定していることとした。断層の存在が未知である **Case 3** では断層部分の透水係数を **Rock1** と同じ $1.0 \times 10^{-7}\text{m/s}$ とした。なお、逆解析の過程で透水係数が非現実的な値とならないように透水係数は $1.0 \times 10^{-10}\text{m/s} \sim 1.0 \times 10^{-5}\text{m/s}$ の範囲内の値をとるように拘束条件を設定した。アンサンブルカルマンフィルタでは使用するサンプルの大きさが推定精度に影響を与えることから、96 と 480 の 2 種類のサンプル数により検討を行った。

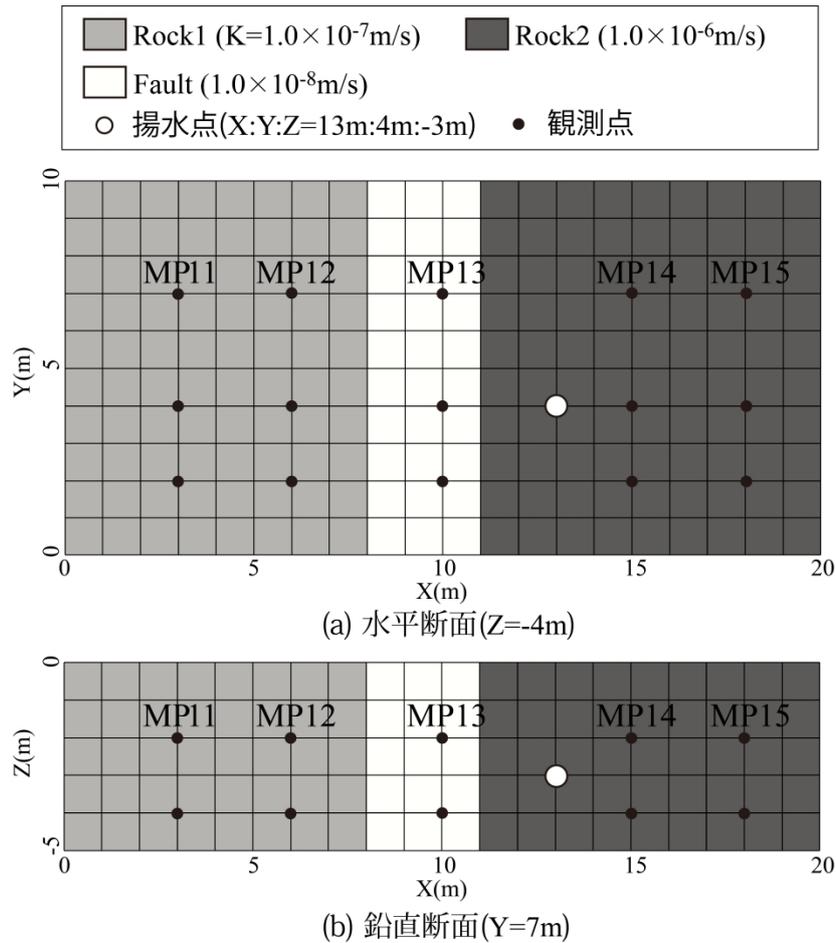


図 3.3.3-1 揚水点と観測点の配置

3.3.4 数値実験結果

(1) 透水係数の異方性を考慮しない場合

図 3.3.4-1～図 3.3.4-3 は透水性が等方とした場合の Case 1～Case 3 について、MP11～MP15 までの観測点の水圧の再現結果を時系列で示したものである。なお、ここでの逆解析値は各時刻におけるアンサンブル平均、すなわち事後分布の期待値を表している。

Case 1 の結果をみると、最初の数ステップを除き、Rock2 および Fault 内に位置する観測点では適切に水圧変化を再現しているが、Rock1 内の観測点では再現誤差が大きくなる傾向がある。これは揚水に伴う水圧応答の大きさがモデル同定に大きな影響を与えていることを示している。さらに、揚水を停止した時刻（30 分）を過ぎると逆解析値が急激に変動しているものがあるが、これは揚水停止直後に水圧が大きく応答することによりモデルの同定が進むためである。

Case 2 の観測の再現結果に関しては Case 1 と大きな違いはないが、Rock1 の観測点の再現誤差がやや大きい。また、Case 3 は Case 1 よりも全体的に再現誤差が小さく、3 ケースの中で最も再現精度は高い。断層位置が既知であるにもかかわらず、Case 2 が Case 3 より再現精度が低い理由は、断層の透水係数の初期値と真値の誤差が Case 2 のほうが大きいためと考えられる。

図 3.3.4-4～図 3.3.4-6 は代表的な時刻における透水係数推定値の空間分布を示したものであり、各要素の透水係数は対数透水係数のアンサンブル平均を変換した値をマッピングしている。最終時刻の透水係数の推定結果をみると、水理地質構造に関する事前情報が全くない Case 1 でも実

際の水理地質構造に近い透水係数分布が推定できていることが分かる。断層部に着目すると、透水係数の初期値が真値から最も大きく乖離する Case 2 は、他の 2 ケースと比較して断層の構造が不明瞭となっている。また Case 1 と Case 3 は断層部の初期値は同じであるが、Case 1 の推定結果では断層の位置や境界部の透水係数が実際とはやや異なっている。また、Rock 2 の領域については、事前情報がある Case 2 および Case 3 では真値に近い分布が得られている。透水係数分布が同定される過程に着目すると、いずれのケースでも 10 回目のモデル更新の時点ですでに低透水層の存在を示唆する大まかな水理地質構造が推定されているのが分かる。さらに、揚水を停止した時刻となる 30 回目のモデル更新を境に透水係数分布が顕著に変化しており、先述したように大きな水圧応答が生じたことでモデル同定が進む現象が捉えられている。

図 3.3.4-7～図 3.3.4-9 は、観測点以外の領域の水圧分布の再現性を見るため、揚水停止前後と最終時刻において深さ $z=-2.5\text{m}$ の水平断面で節点水圧のアンサンブル平均と真値の誤差をマッピングしたものである。これから、同化の繰り返しにより領域全体の誤差も減少しているのが確認できる。また、透水係数のシステムノイズに空間的な相関性を持たせているため、隣接する要素の透水係数は近い値を示すことになるが、この結果、透水係数が大きく異なる境界となる断層の両端で誤差が大きくなっているのが分かる。

また、Case 1 を対象として、アンサンブルの大きさが逆解析の結果に与える影響に着目した。図 3.3.4-10 はサンプル数 480 のアンサンブルを用いて逆解析を行った際の観測の再現結果である。これを図 3.3.4-1 と比較すると、MP11 および MP12 のように水圧応答が小さい Rock1 内の観測点の再現誤差が有意に小さくなっており、アンサンブルを大きくすることの効果が確認できる。また、図 3.3.4-11 は、このときの透水係数分布の推定結果を示したものである。これと図 3.3.4-4 を最終時刻で得られた透水係数分布と比較すると、96 サンプルの場合は地質区分の領域内部で透水係数がばらつくのに対し、480 サンプルの結果は領域内で比較的均質な透水係数分布が得られ、真の分布により近いことが分かる。同様に、図 3.3.4-12 の節点水圧の誤差分布からもサンプル数が多い方が精度良くモデルを同定できていることが分かる。アンサンブルカルマンフィルタは、他のアンサンブル手法と比較して少ないサンプル数でも信頼性の高い結果が安定して得られるとされているが、実験の結果、サンプル数を 96 から 480 にすることで大きな精度向上が認められた。基本的に解析精度と計算時間はトレードオフの関係にあるが、本実験の場合はサンプル数を 480 にすることの効果は大きいと思われる。

以上に示した各ケースの結果を定量的に比較するため、全要素の透水係数の誤差平方和を表したものが図 3.3.4-13 である。この図より、事前情報が最も少ない Case 1 で透水係数の同定誤差が最も大きく、Case 2、Case 3 の順で誤差が小さくなっている。また、いずれのケースでもアンサンブルを大きくすることで誤差が減少している。また、図 3.3.4-14 は全節点の水圧の誤差平方和を比較した結果である。透水係数に関しては、Case 1、Case 2、Case 3 の順で誤差が小さくなっていたが、水圧では Case 2 の誤差が 3 ケース中最大となる。このことは、図 3.3.4-8 の最終時刻での Case 2 の節点水頭誤差分布をみると、Rock 1 側の断層境界部で誤差が他ケースよりも大きくなっていることから分かる。原因として、Case 2 では断層部の透水係数の初期値が真値から大きく離れており、この影響で同定精度が低いことによるものと考えられる。また、480 サンプルを用いた結果では、このような傾向がより顕著に表れている。

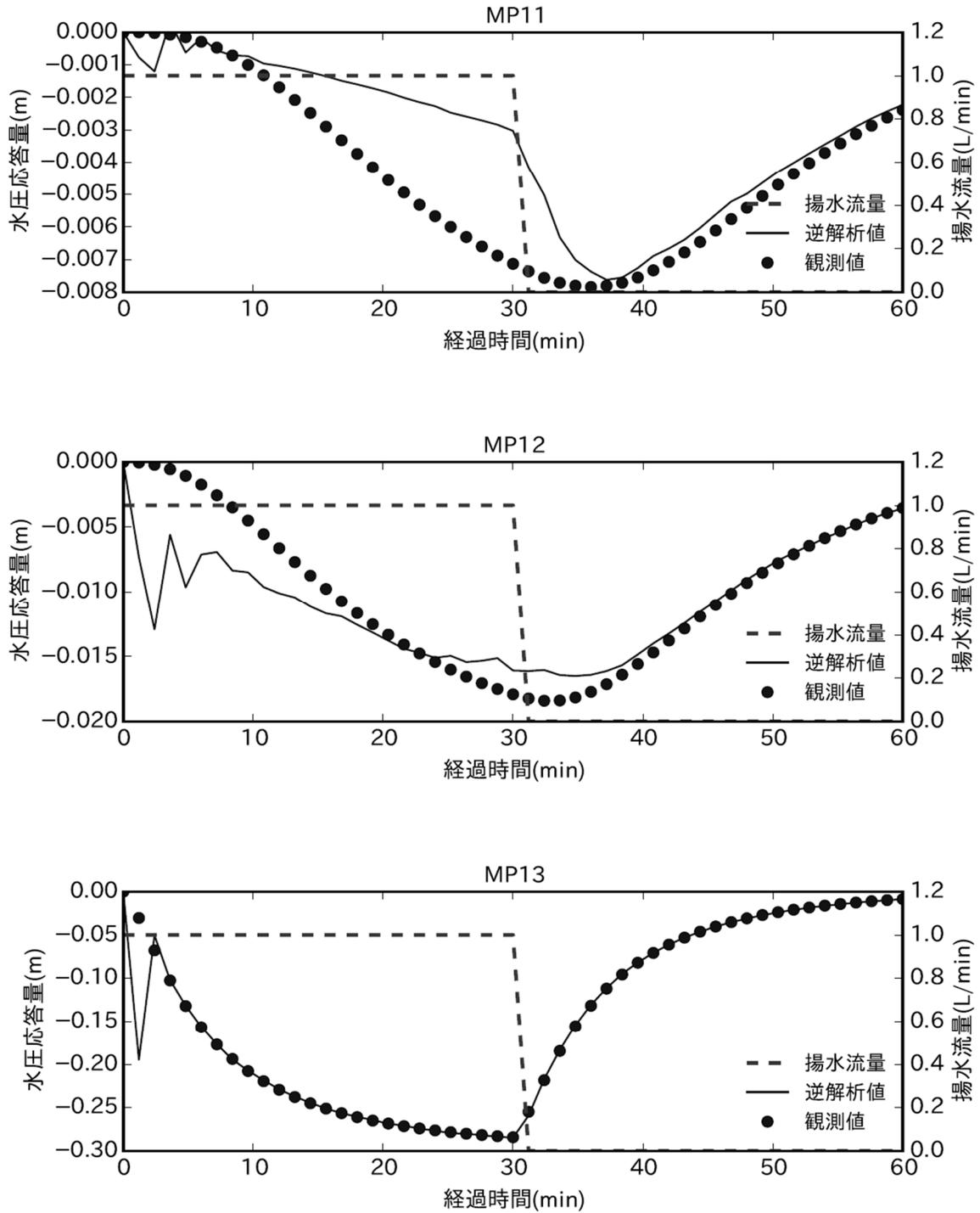


図 3.3.4-1 水圧変化の再現性 (Case1) (1/2)

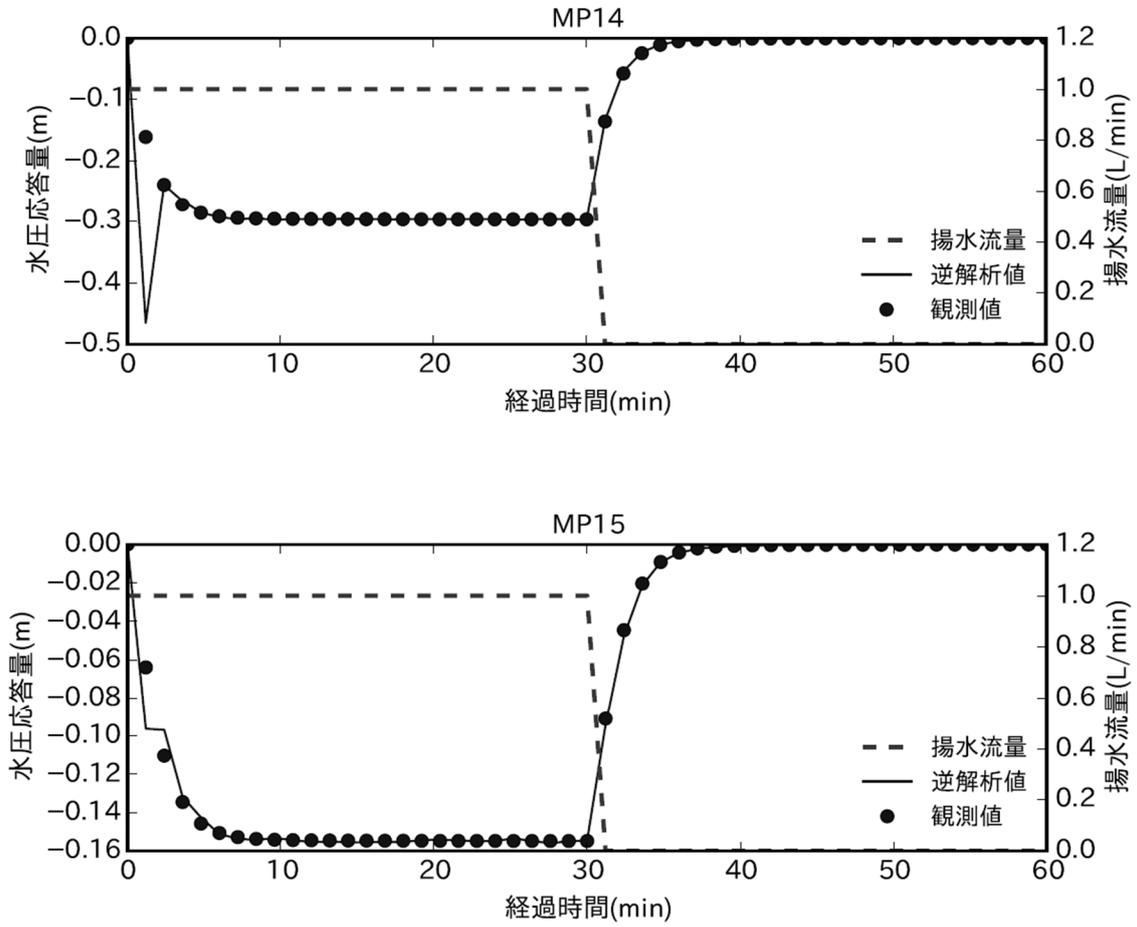


図 3.3.4-1 水圧変化の再現性 (Case1) (2/2)

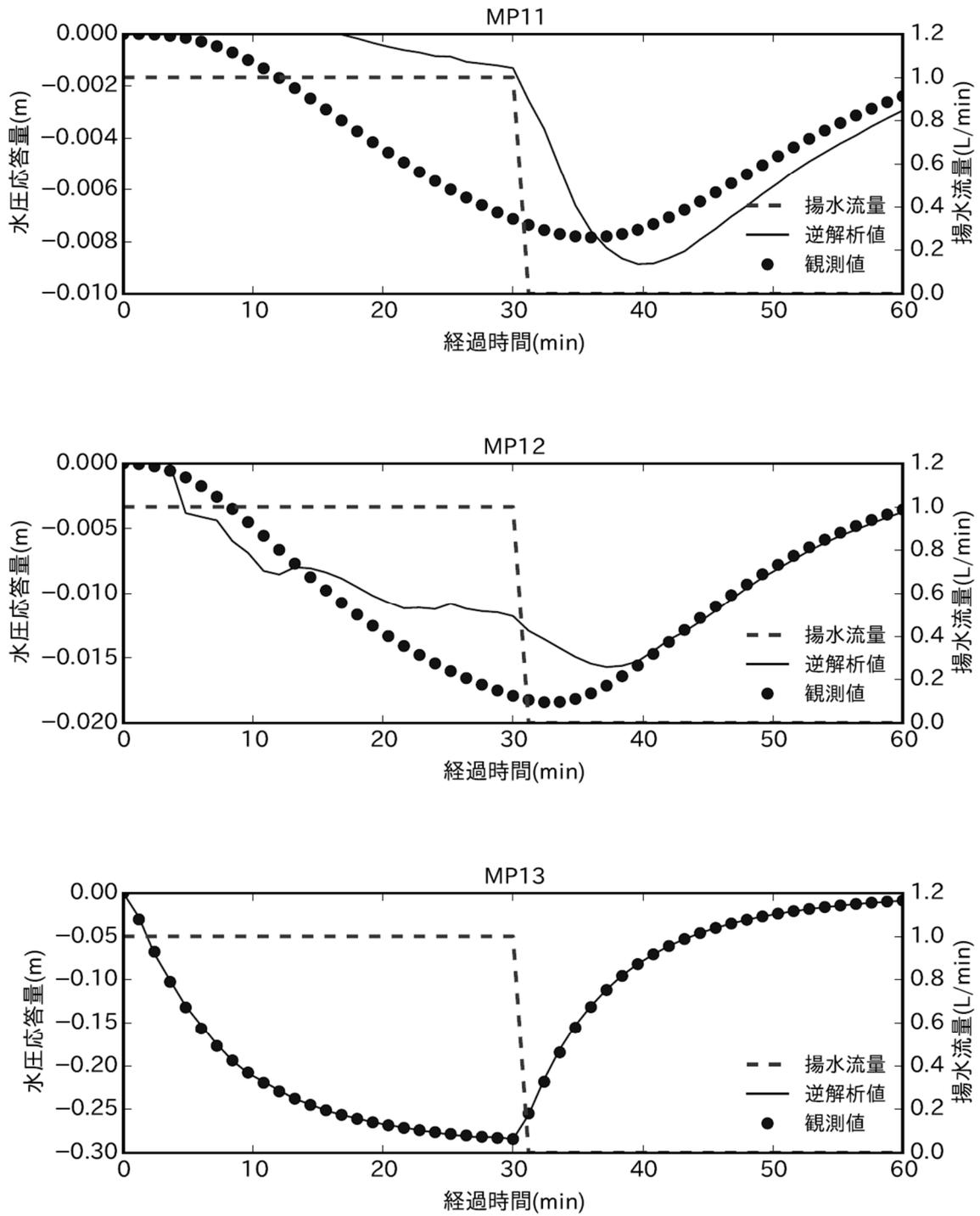


図 3.3.4-2 水圧変化の再現性 (Case2) (1/2)

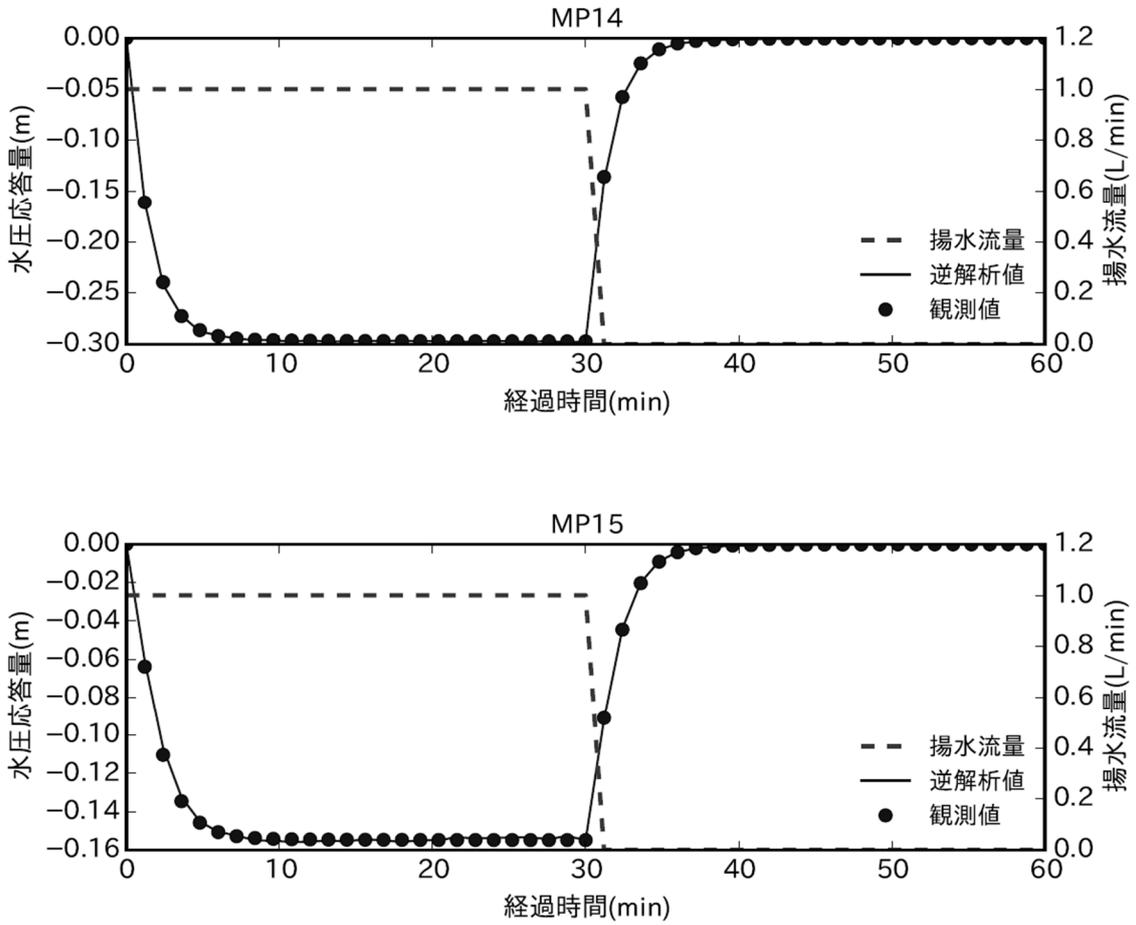


図 3.3.4-2 水圧変化の再現性 (Case2) (2/2)

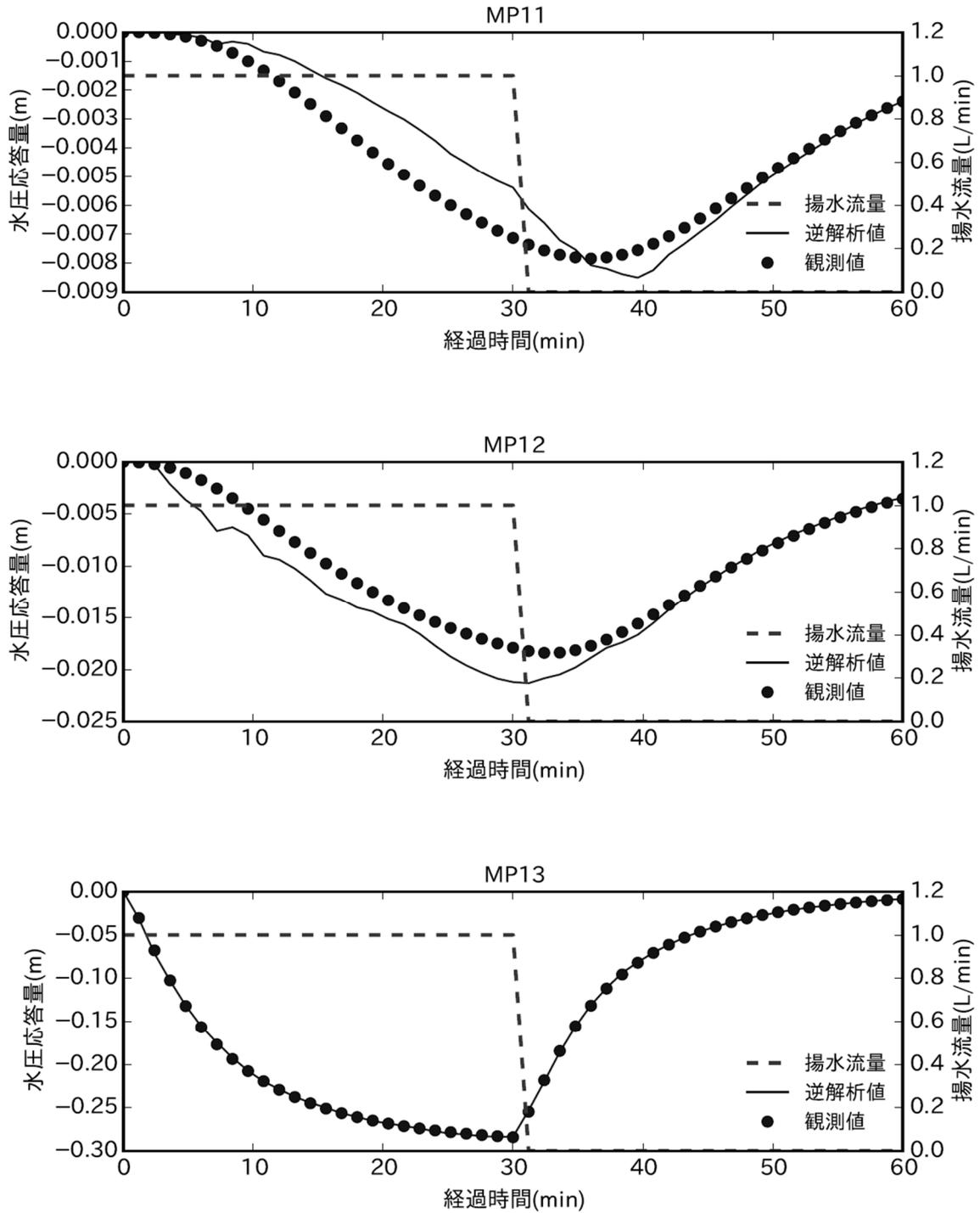


図 3.3.4-3 水圧変化の再現性 (Case3) (1/2)

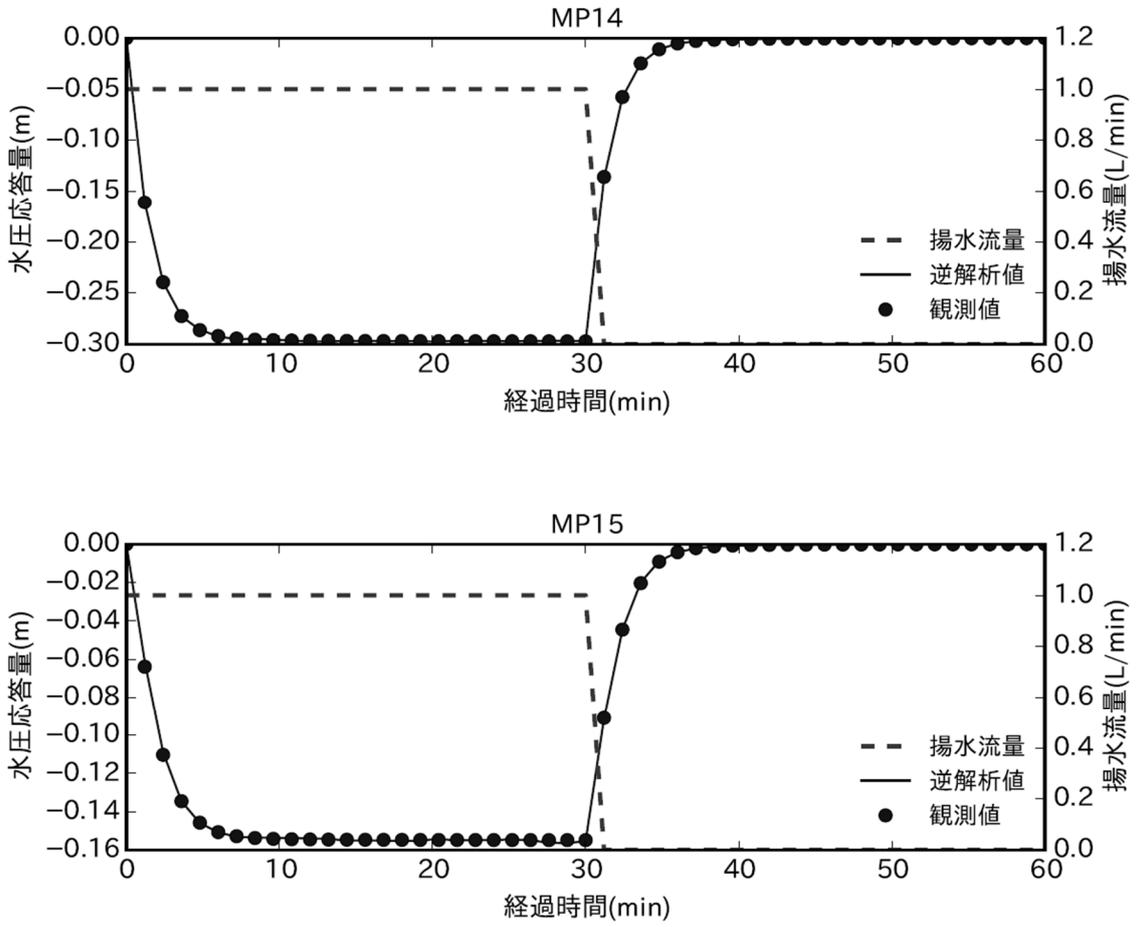
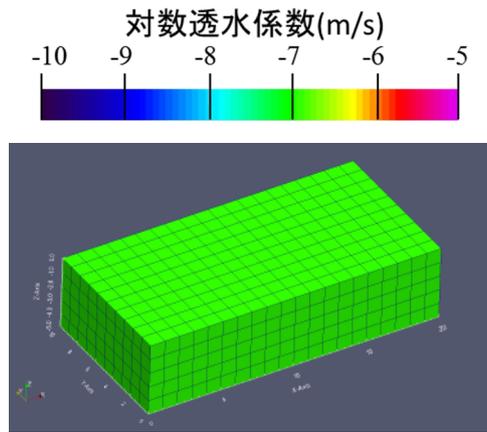
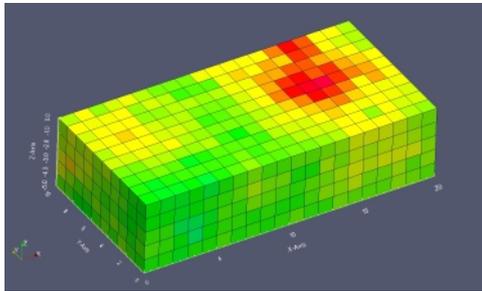


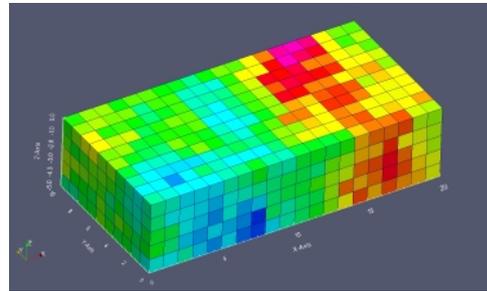
図 3.3.4-3 水圧変化の再現性 (Case3) (2/2)



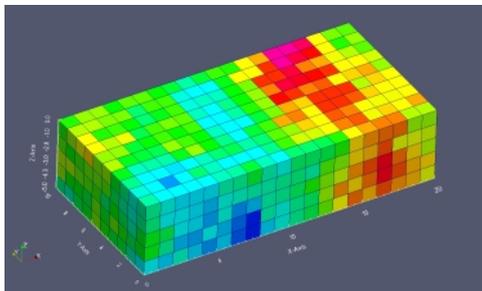
(a) 初期値



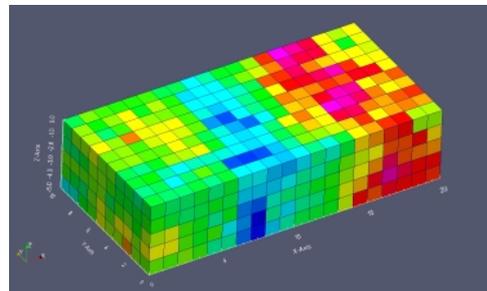
(b) 同化 1 回目 ($t=1.2\text{min}$)



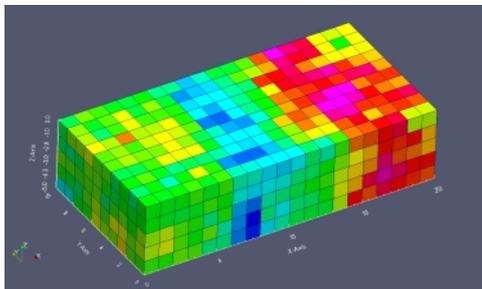
(c) 同化 10 回目 ($t=12\text{min}$)



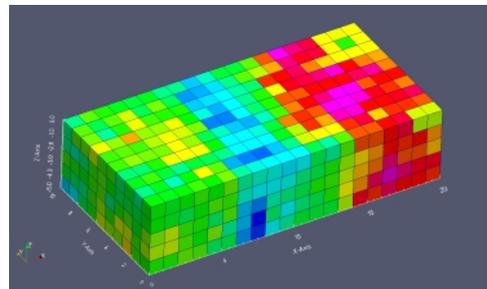
(d) 同化 20 回目 ($t=24\text{min}$)



(e) 同化 30 回目 ($t=36\text{min}$)

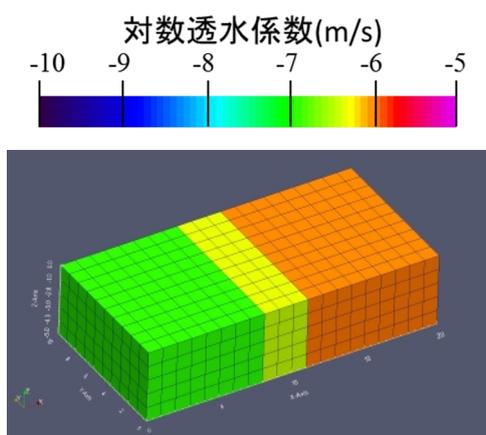


(f) 同化 40 回目 ($t=48\text{min}$)

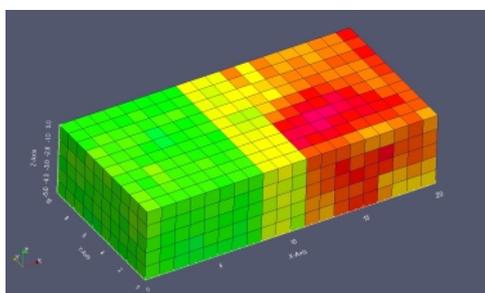


(g) 同化 50 回目 ($t=60\text{min}$)

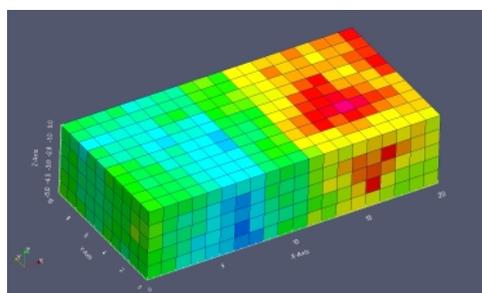
図 3.3.4-4 透水係数分布の推定結果 (Case 1)



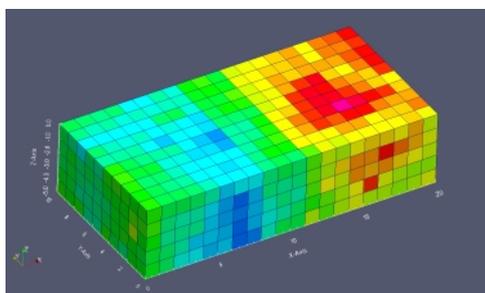
(a) 初期値



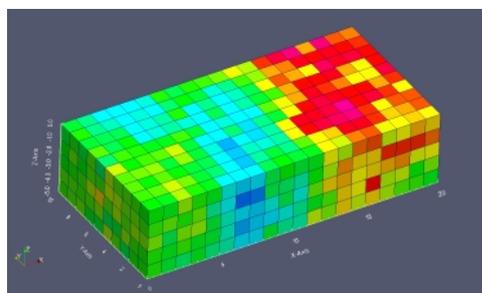
(b) 同化 1 回目 ($t=1.2\text{min}$)



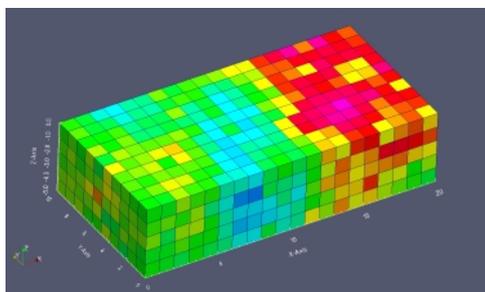
(c) 同化 10 回目 ($t=12\text{min}$)



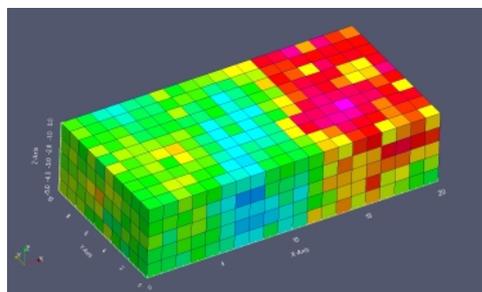
(d) 同化 20 回目 ($t=24\text{min}$)



(e) 同化 30 回目 ($t=36\text{min}$)

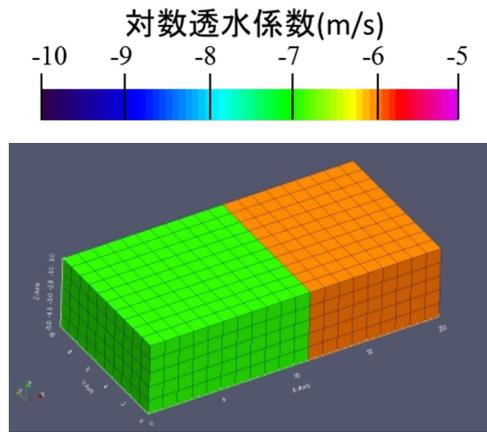


(f) 同化 40 回目 ($t=48\text{min}$)

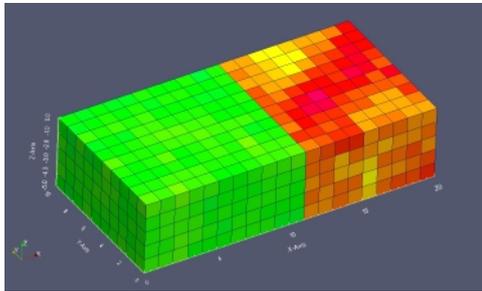


(g) 同化 50 回目 ($t=60\text{min}$)

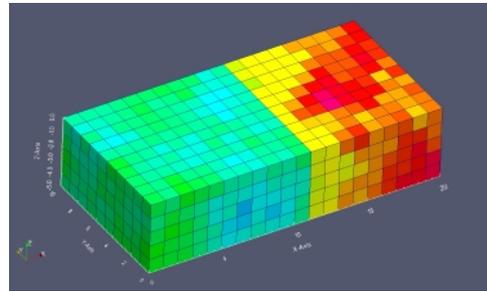
図 3.3.4-5 透水係数分布の推定結果 (Case 2)



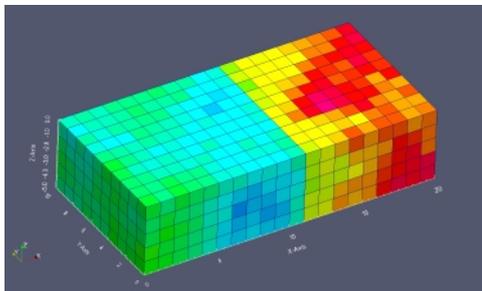
(a) 初期値



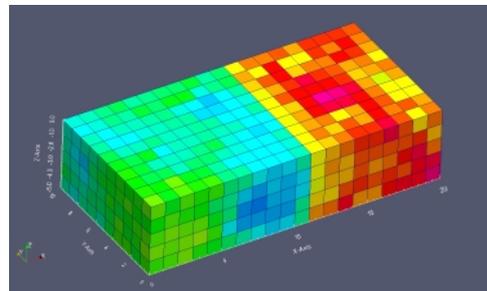
(b) 同化 1 回目 ($t=1.2\text{min}$)



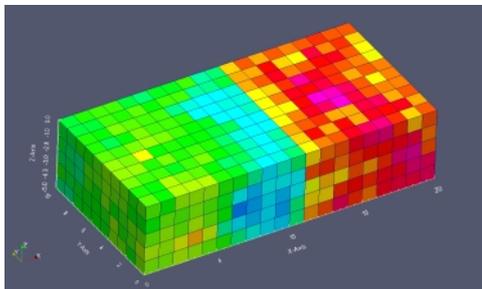
(c) 同化 10 回目 ($t=12\text{min}$)



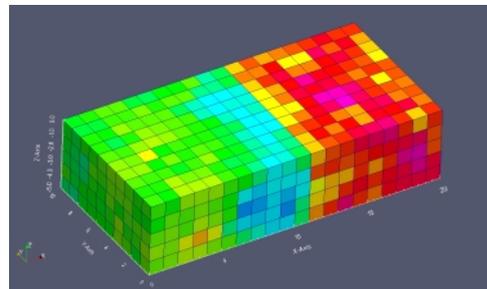
(d) 同化 20 回目 ($t=24\text{min}$)



(e) 同化 30 回目 ($t=36\text{min}$)



(f) 同化 40 回目 ($t=48\text{min}$)



(g) 同化 50 回目 ($t=60\text{min}$)

図 3.3.4-6 透水係数分布の推定結果 (Case 3)

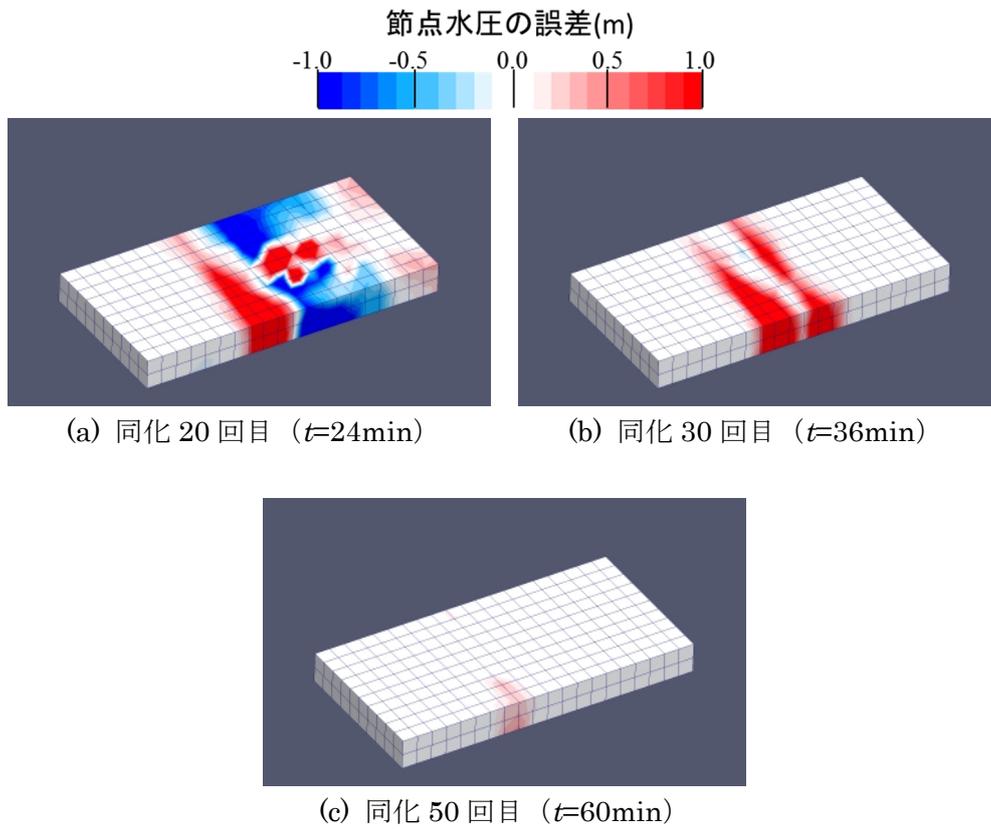


図 3.3.4-7 $z=-2.5\text{m}$ の水平断面における節点水頭誤差分布 (Case 1)

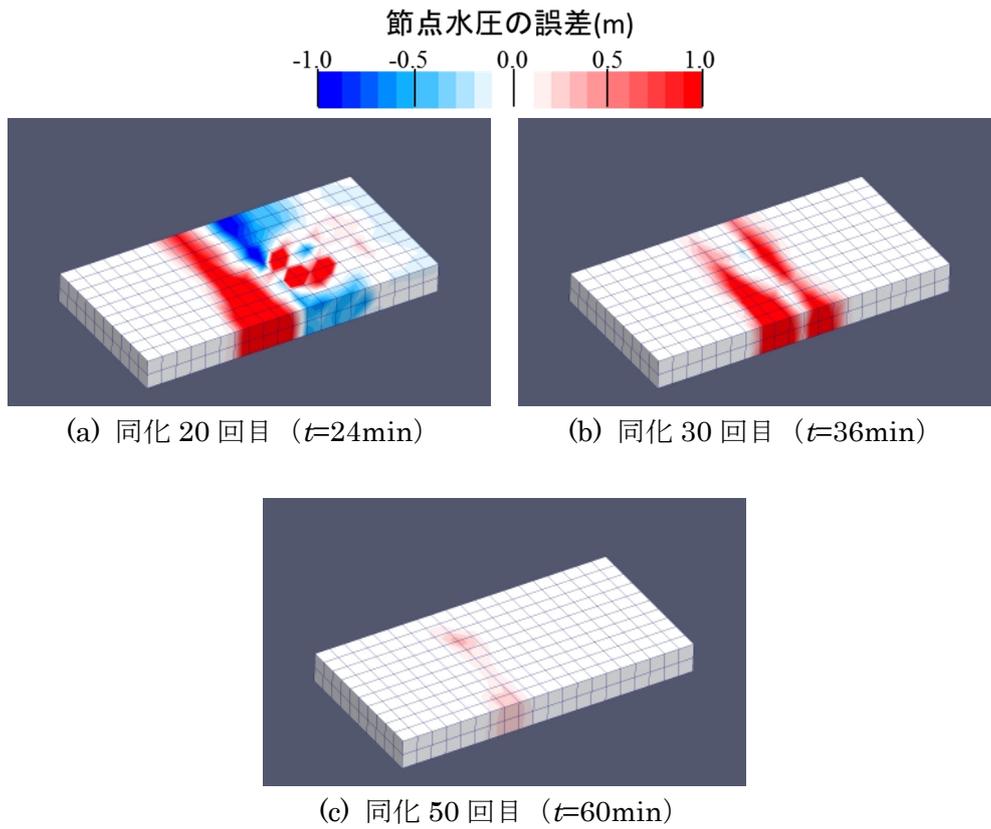


図 3.3.4-8 $z=-2.5\text{m}$ の水平断面における節点水頭誤差分布 (Case 2)

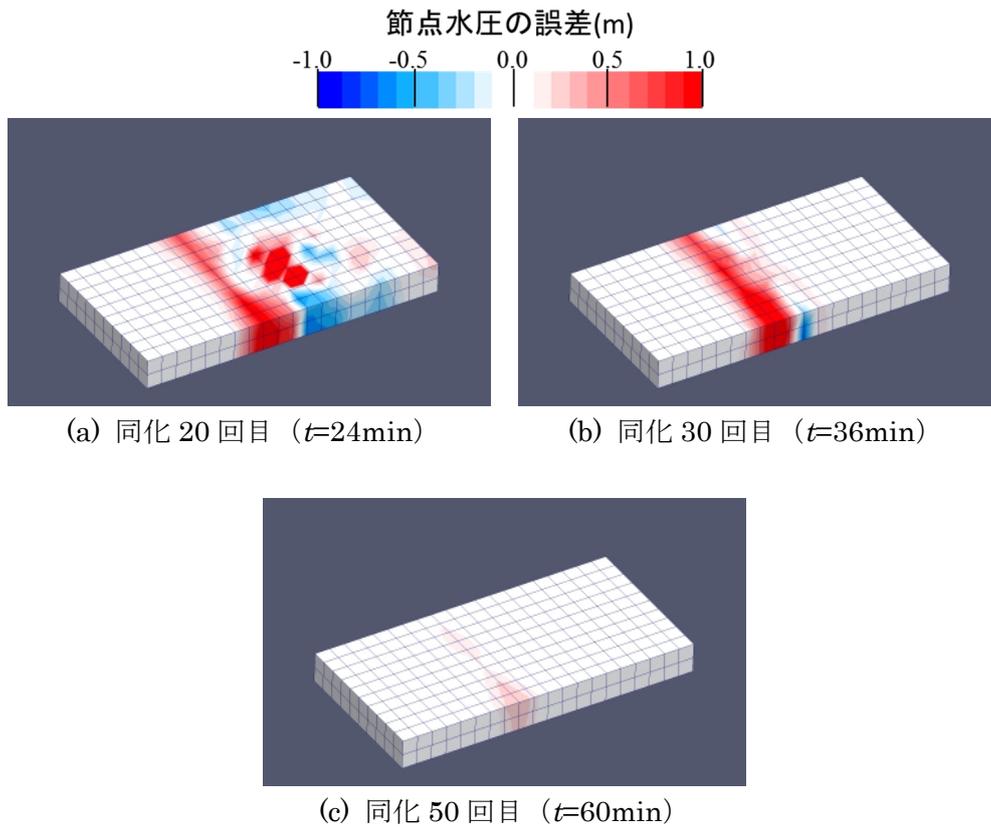


図 3.3.4-9 $z=-2.5\text{m}$ の水平断面における節点水頭誤差分布 (Case 3)

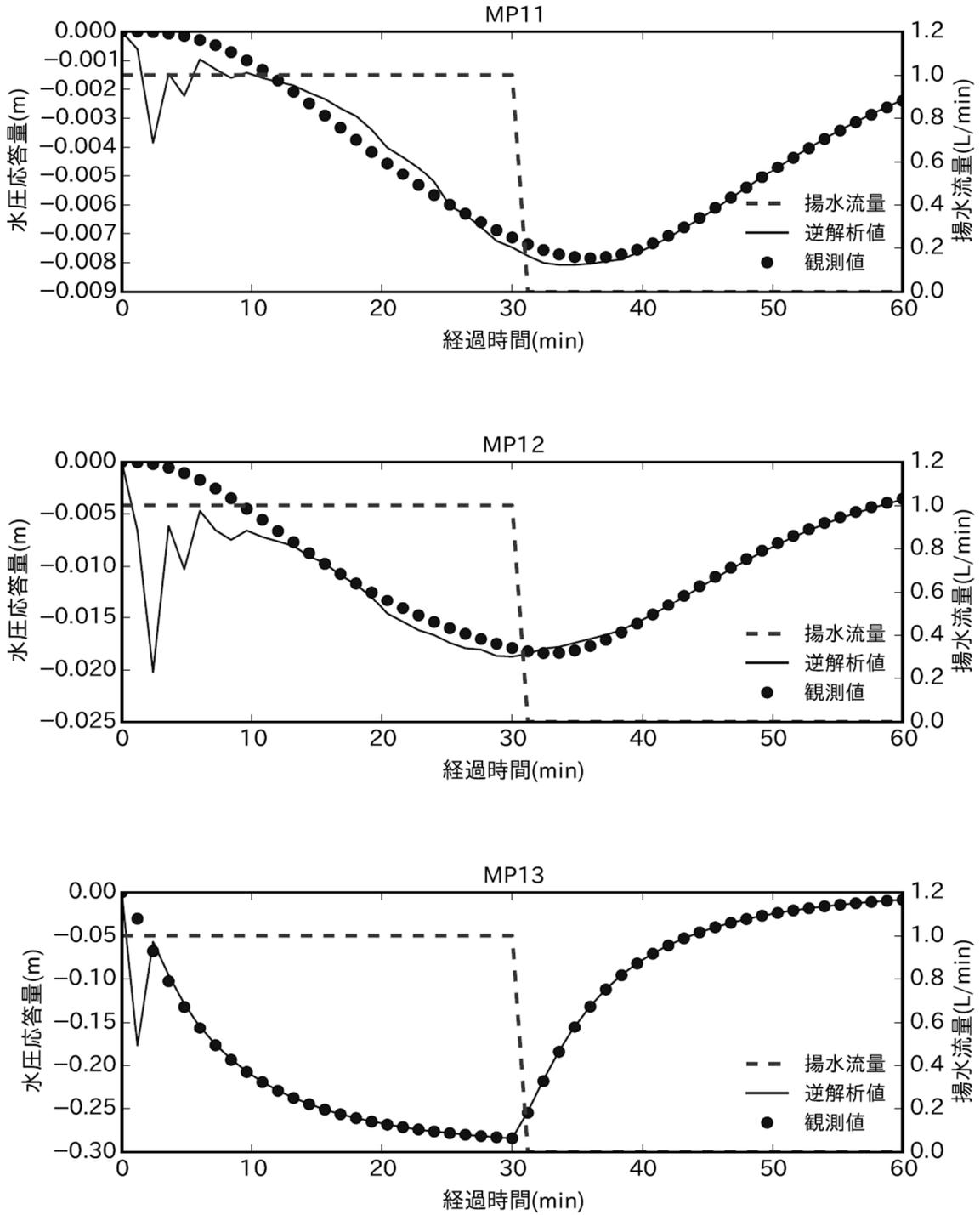


図 3.3.4-10 480 サンプルを用いた場合の水圧変化の再現性 (Case1) (1/2)

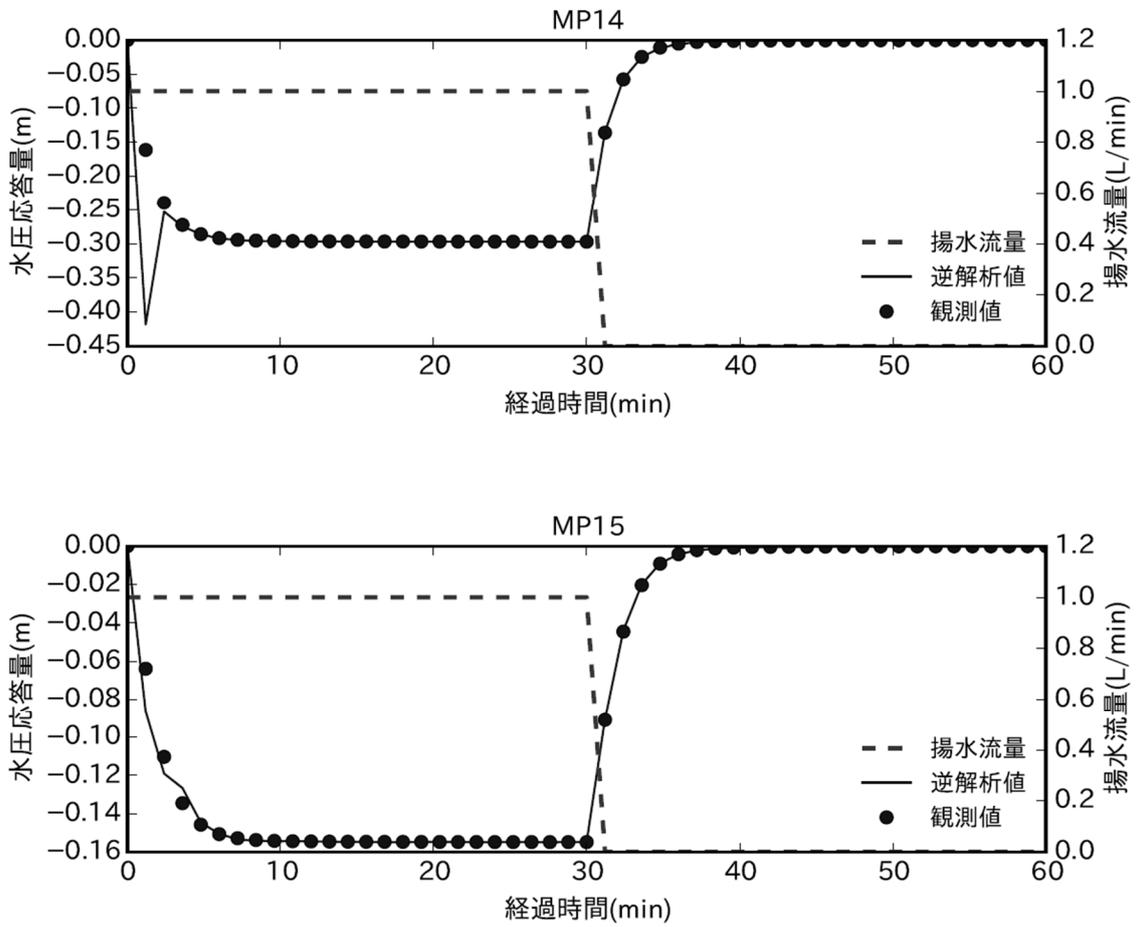
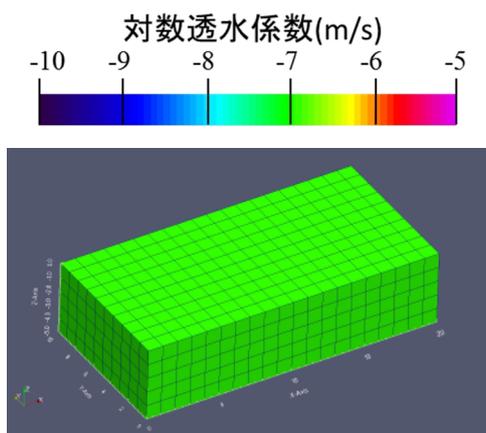
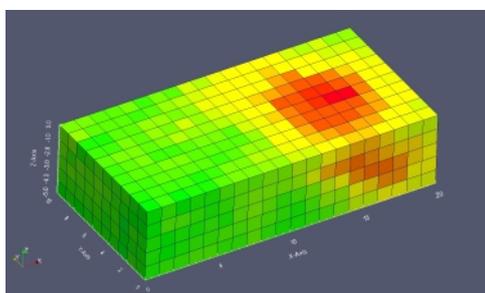


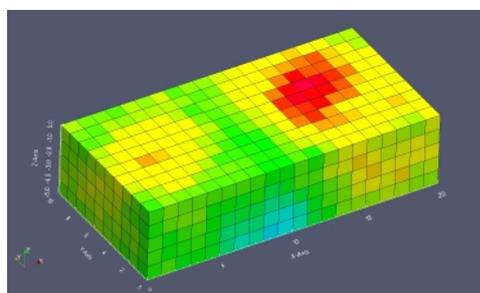
図 3.3.4-10 480 サンプルを用いた場合の水圧変化の再現性 (Case1) (2/2)



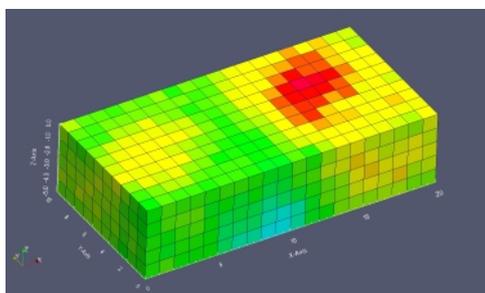
(a) 初期値



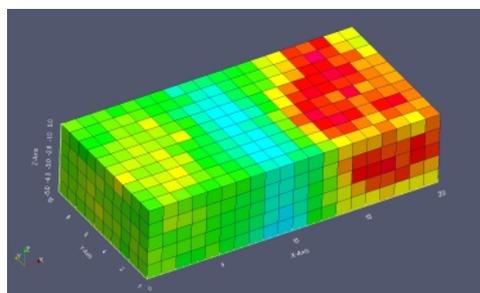
(b) 同化 1 回目 ($t=1.2\text{min}$)



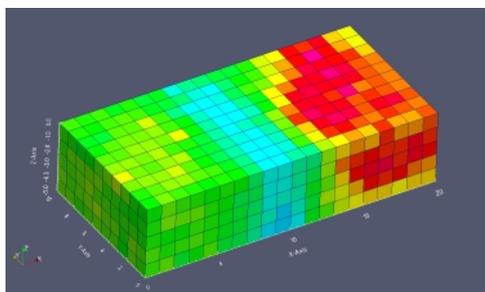
(c) 同化 10 回目 ($t=12\text{min}$)



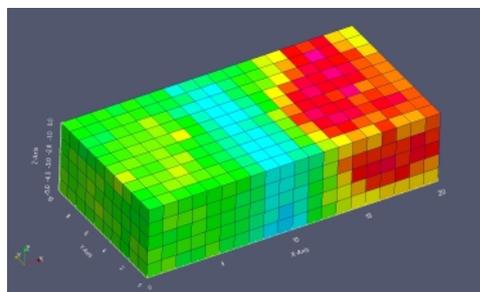
(d) 同化 20 回目 ($t=24\text{min}$)



(e) 同化 30 回目 ($t=36\text{min}$)



(f) 同化 40 回目 ($t=48\text{min}$)



(g) 同化 50 回目 ($t=60\text{min}$)

図 3.3.4-11 480 サンプルを用いた場合の透水係数分布の推定結果 (Case 1)

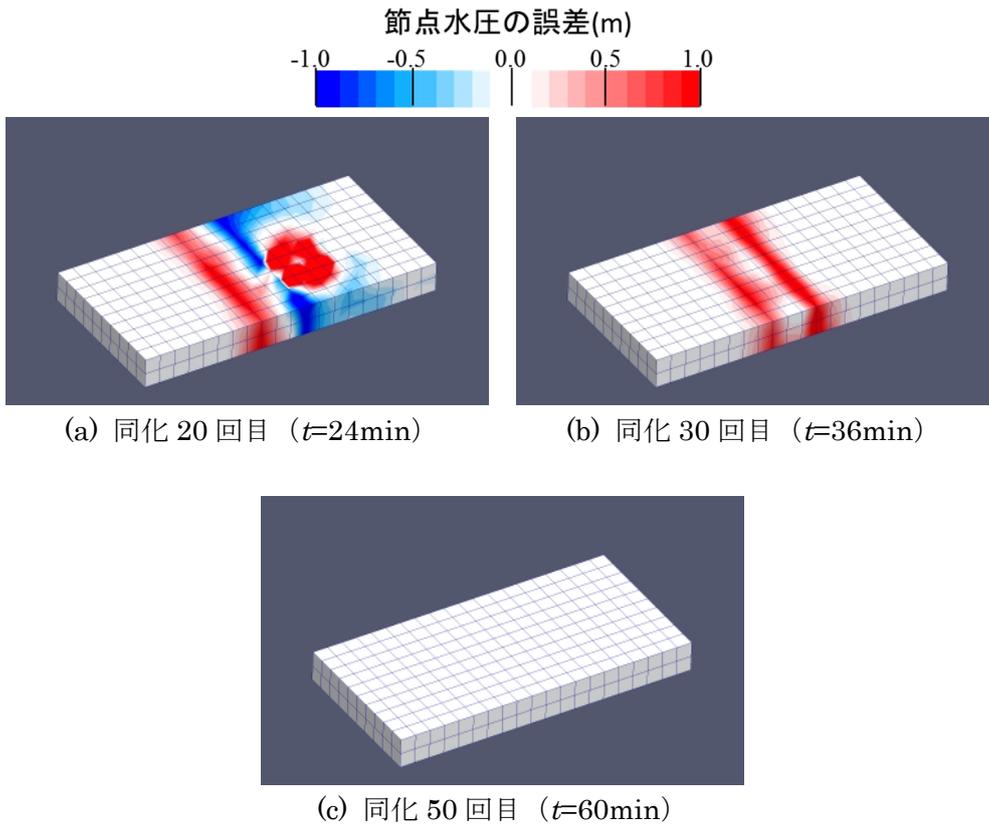


図 3.3.4-12 480 サンプルを用いた場合の $z=-2.5\text{m}$ 水平断面での節点水頭誤差分布 (Case 1)

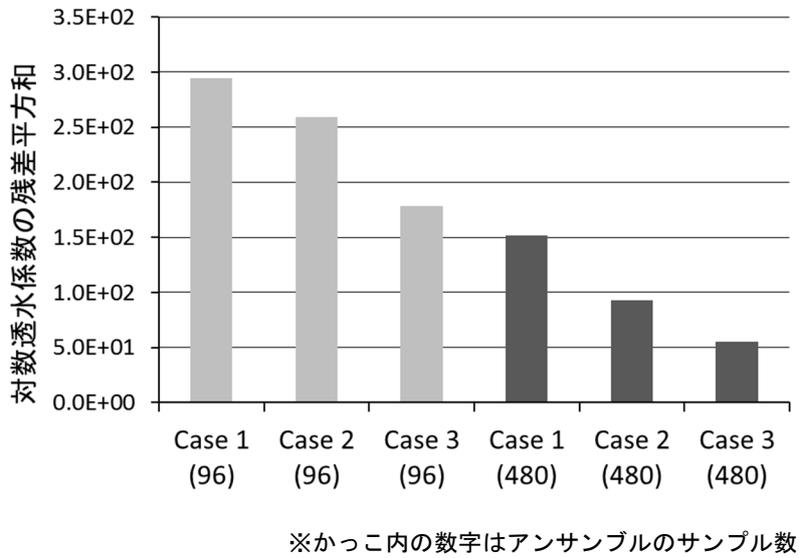
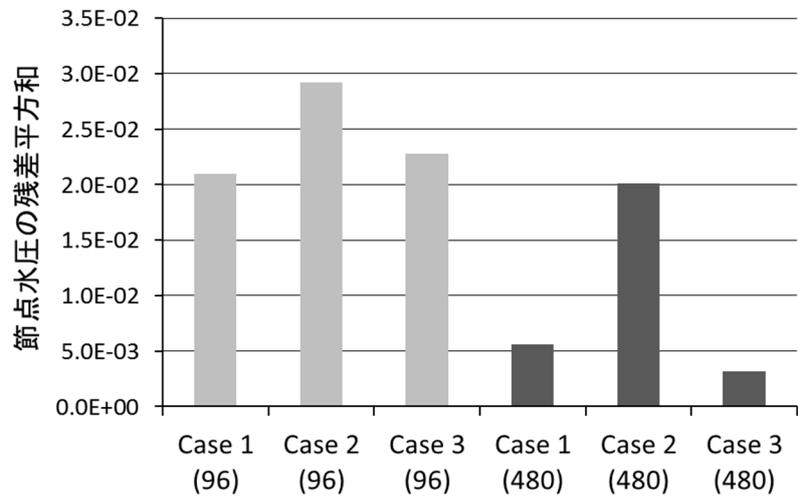


図 3.3.4-13 透水係数の同定精度の比較



※かっこ内の数字はアンサンプルのサンプル数

図 3.3.4-14 節点水圧の推定精度の比較

(2) 透水係数の異方性を考慮する場合

ここでは透水係数の異方性を考慮した場合の逆解析結果を示す。

図 3.3.4-15～図 3.3.4-17 は観測点の水圧の再現結果である。異方性を考慮しない場合と比較すると、Rock 1 の観測点では再現精度が低いなど、全体的な傾向は概ね同じであるものの、誤差は若干小さい。これは、同定パラメータ数が増えたことでモデルの自由度が大きくなり、観測結果の再現が等方の場合よりも容易になっているためと考えられる。一方で、図 3.3.4-15 や図 3.3.4-16 の MP12 のように、揚水停止直後から解析値が突如観測と大きく異なる挙動を示すものが存在しており、これらは揚水期間中では適切に観測を再現できているように見えても、同定されたモデルが妥当でないことを表している。

図 3.3.4-18～図 3.3.4-20 は最終時刻(同化ステップ数=50)で推定された透水係数分布である。本実験では真の透水係数は 3 方向とも同値としているが、逆解析では x 方向と y, z 方向で透水係数の空間分布が大きく異なっており、結果的に透水性に異方性があるものとして推定されている。特に透水性の低い断層部周辺では、x 方向でのみ透水係数が小さく推定されているが、この領域では x 方向の地下水流れが卓越しており、透水係数の同定に大きく寄与していることを示している。しかしながら、最終的に推定された結果では断層の位置や幅を正確に表現できていない。y, z 方向の推定結果に顕著な違いは認められず、Rock1 および Rock2 では真値に近い透水係数値を推定しているが、断層の低透水部に関してはほとんど同定ができていない。また、3 方向の平均値の分布を見ても真の分布と異なっているのが分かる。

逆問題を適切に解くためには未知パラメータ数を減らす、または、拘束条件を設けることによって可能な限りモデルの自由度を小さくすることが重要であるが、本実験では、3 方向の透水係数を独立なものとして逆解析を試みたことによりモデルの自由度が増大し、同定が困難になることが示された。実際には、調査等で透水異方性の有無を確認し、顕著な異方性が存在する場合にのみ、調査結果に基づいて各方向の透水係数に適切な拘束条件（各方向の透水係数の大小関係を維持するなど）を与えて逆解析を行うのが妥当と考えられる。

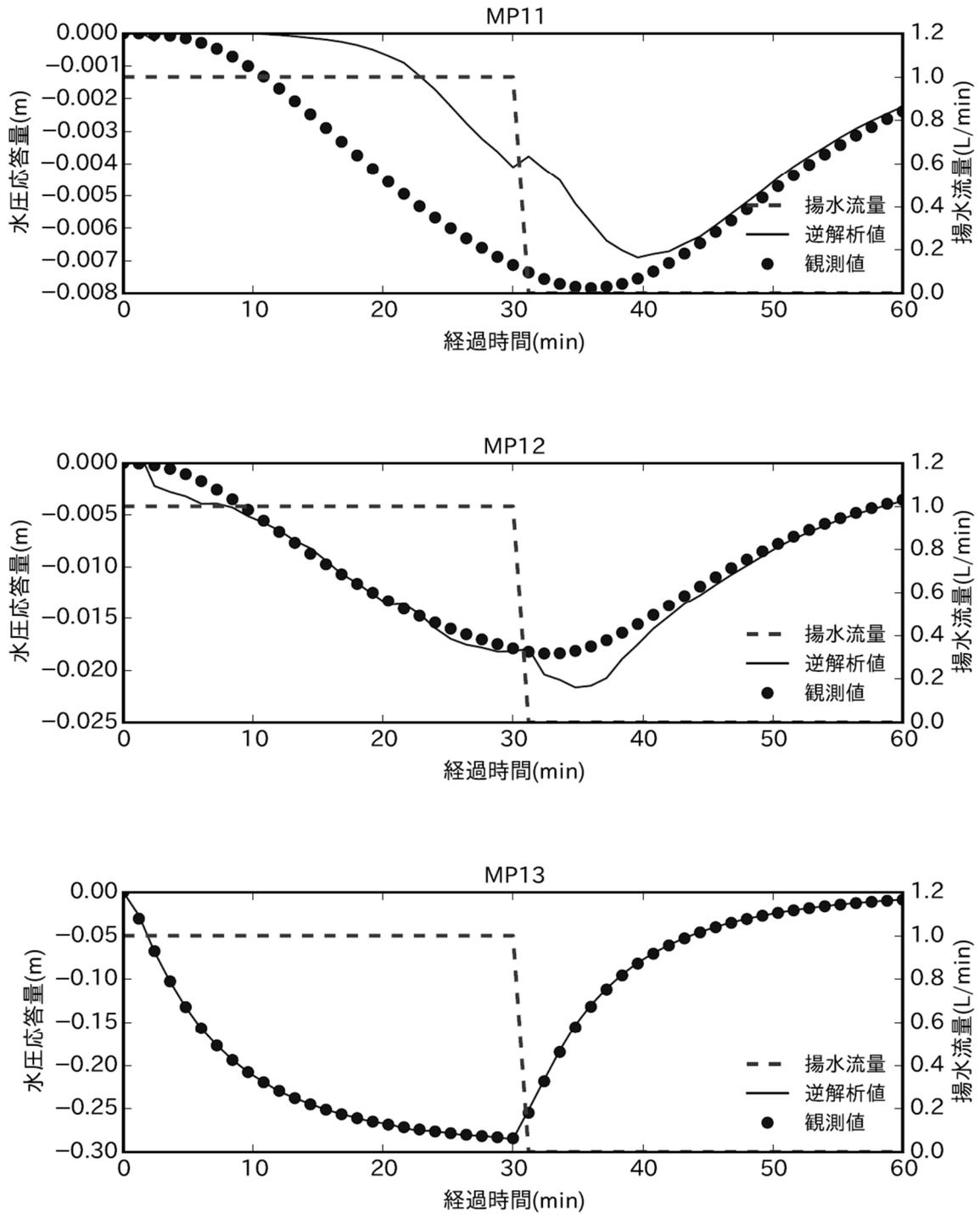


図 3.3.4-15 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case1) (1/2)

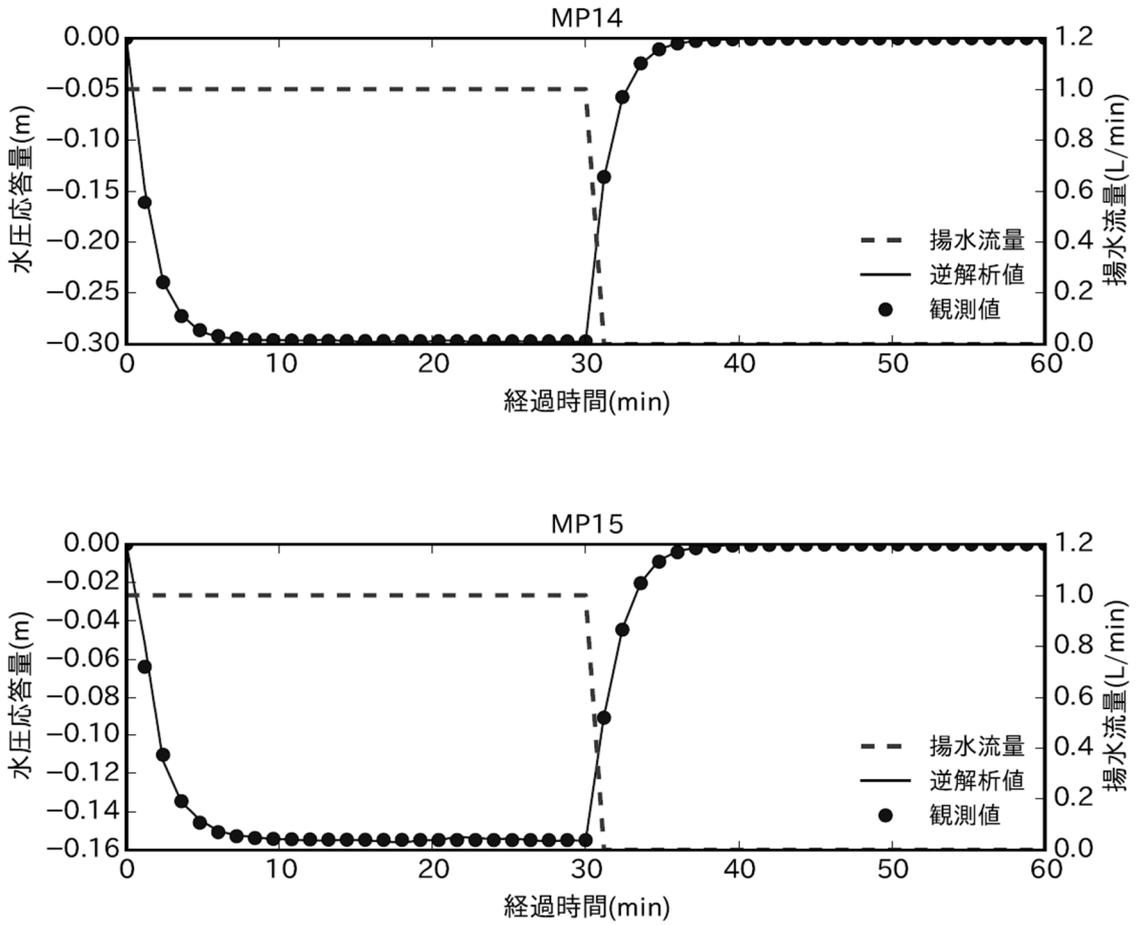


図 3.3.4-15 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case1) (2/2)

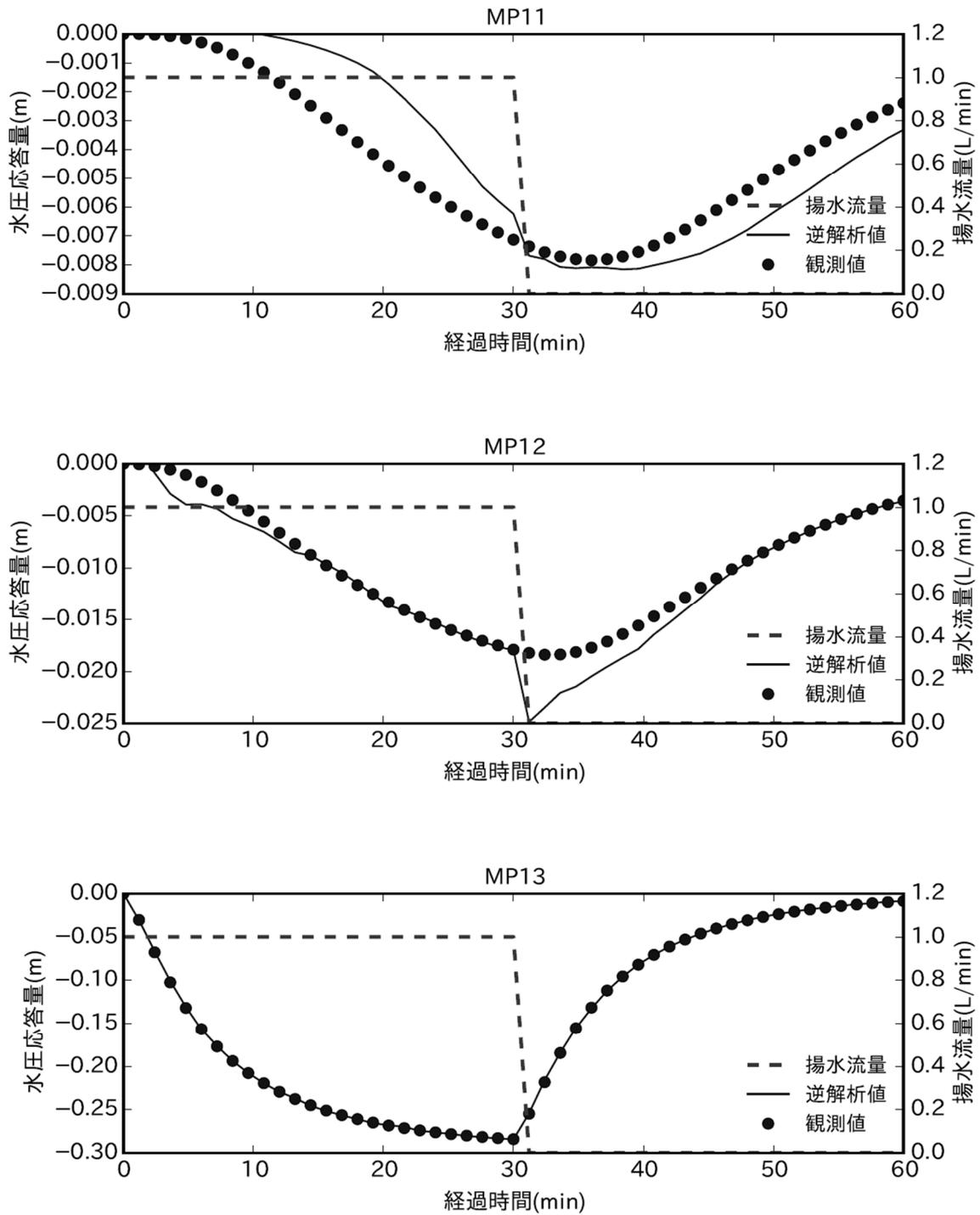


図 3.3.4-16 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case2) (1/2)

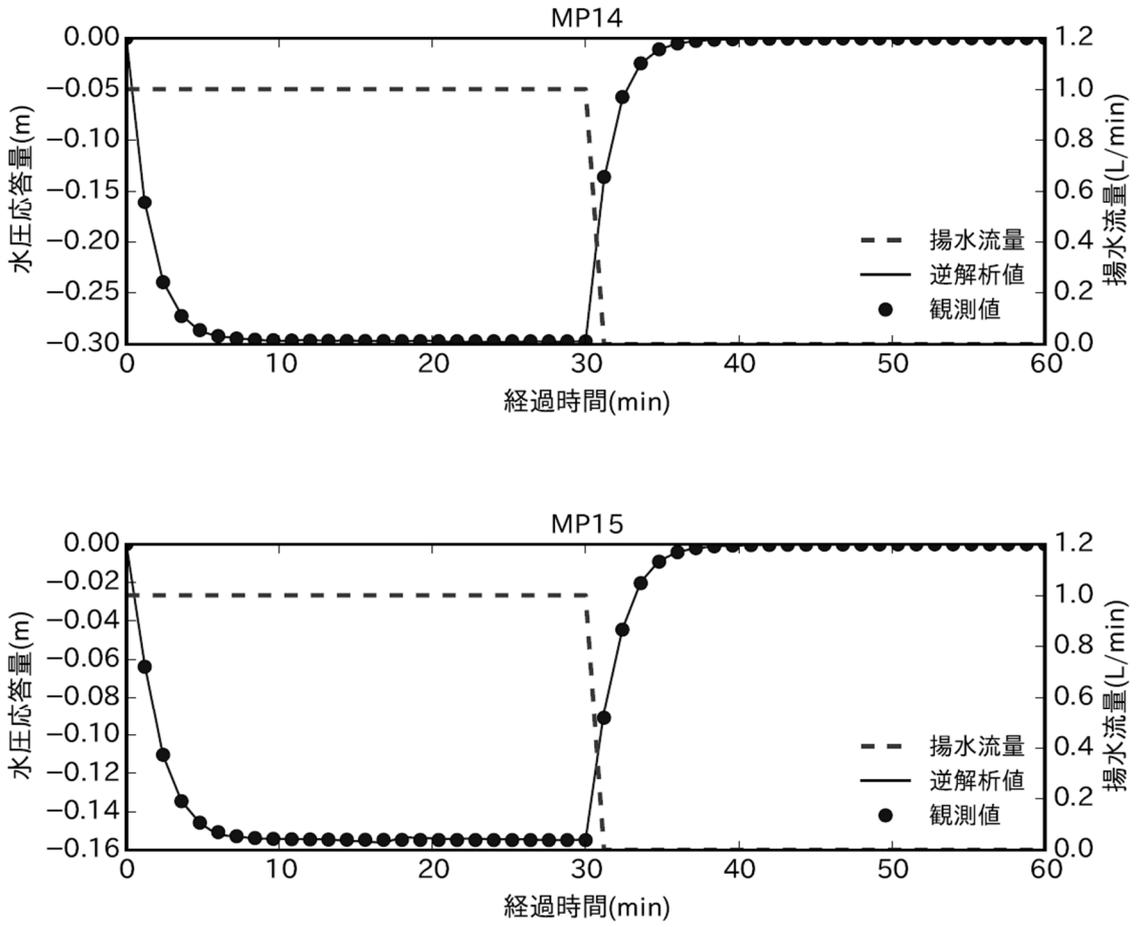


図 3.3.4-16 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case2) (2/2)

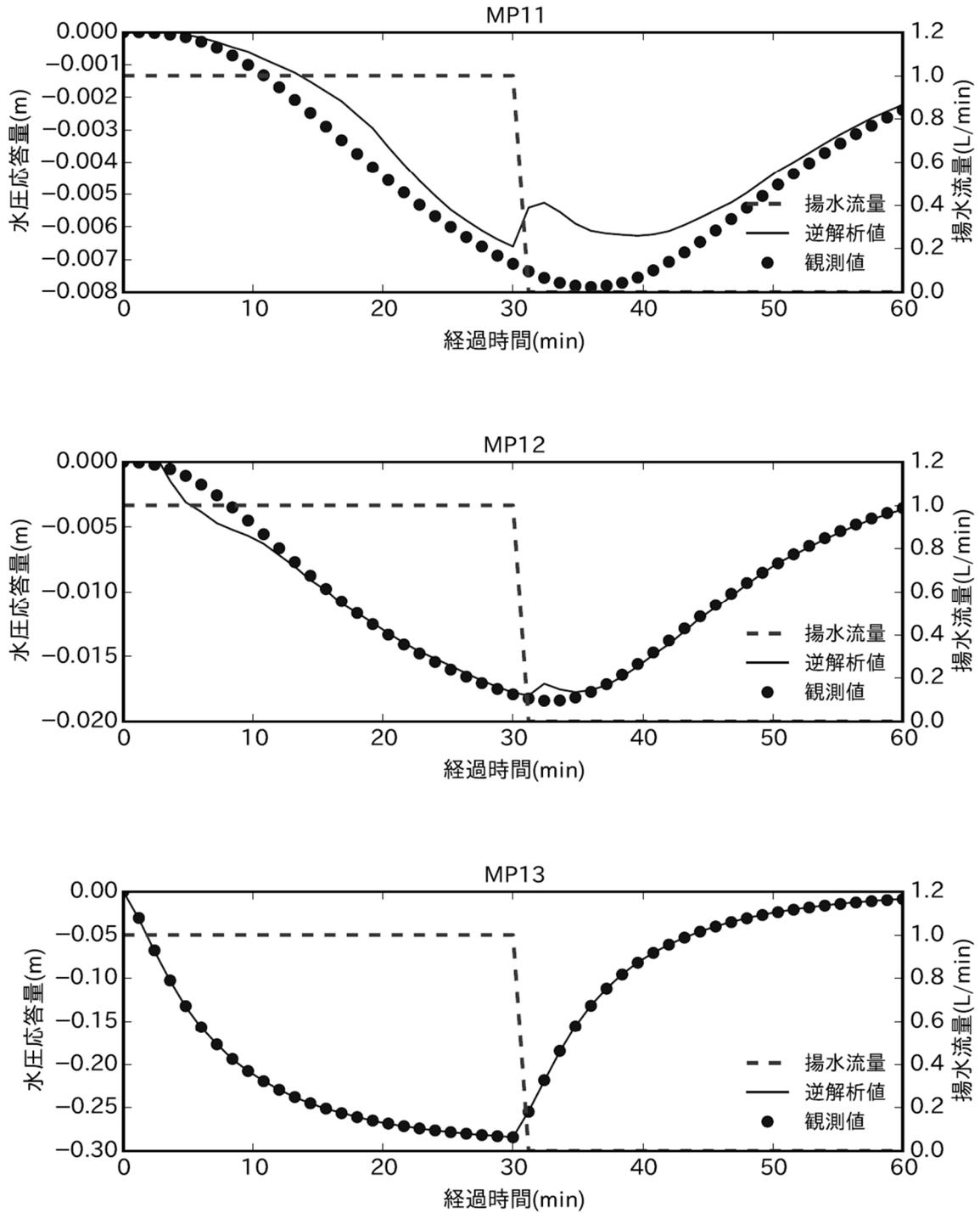


図 3.3.4-17 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case3) (1/2)

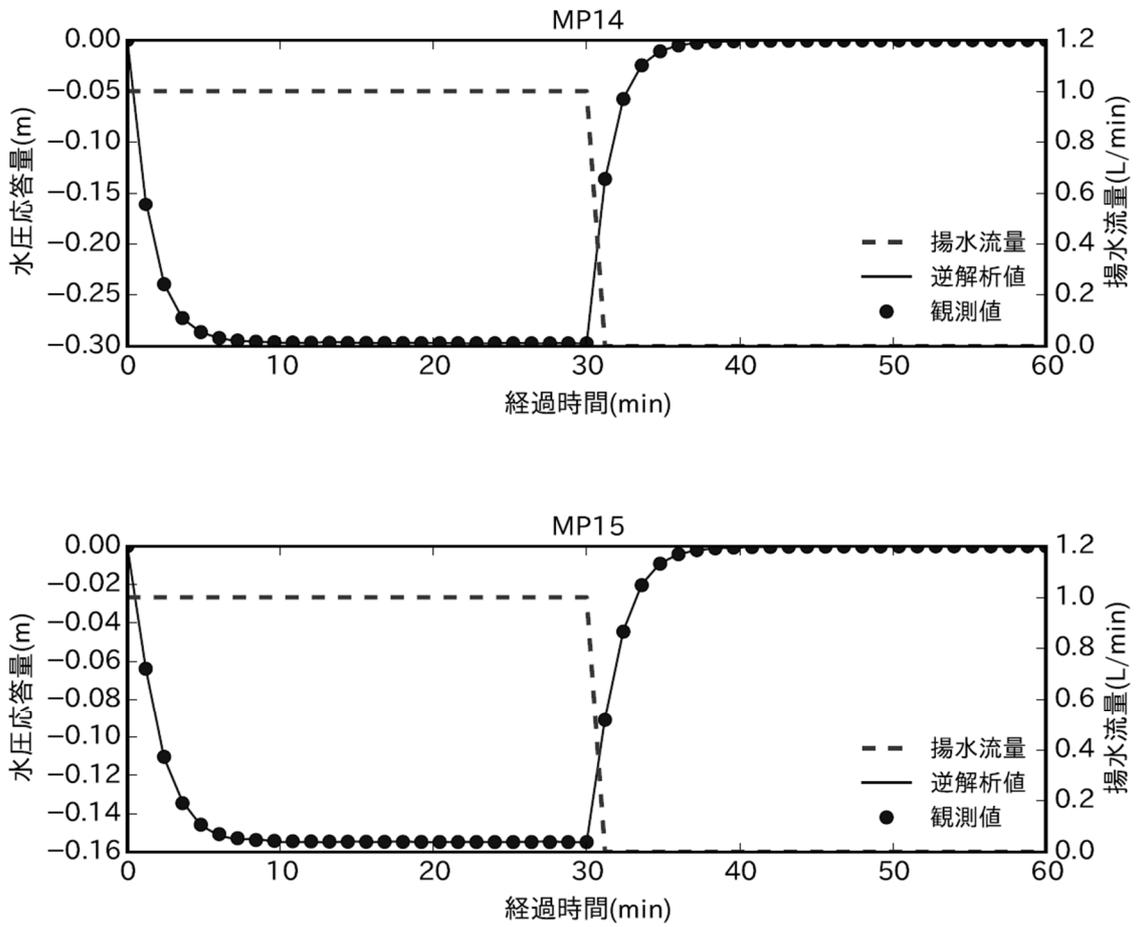


図 3.3.4-17 異方性考慮時の水圧変化の再現性 (Case3) (2/2)

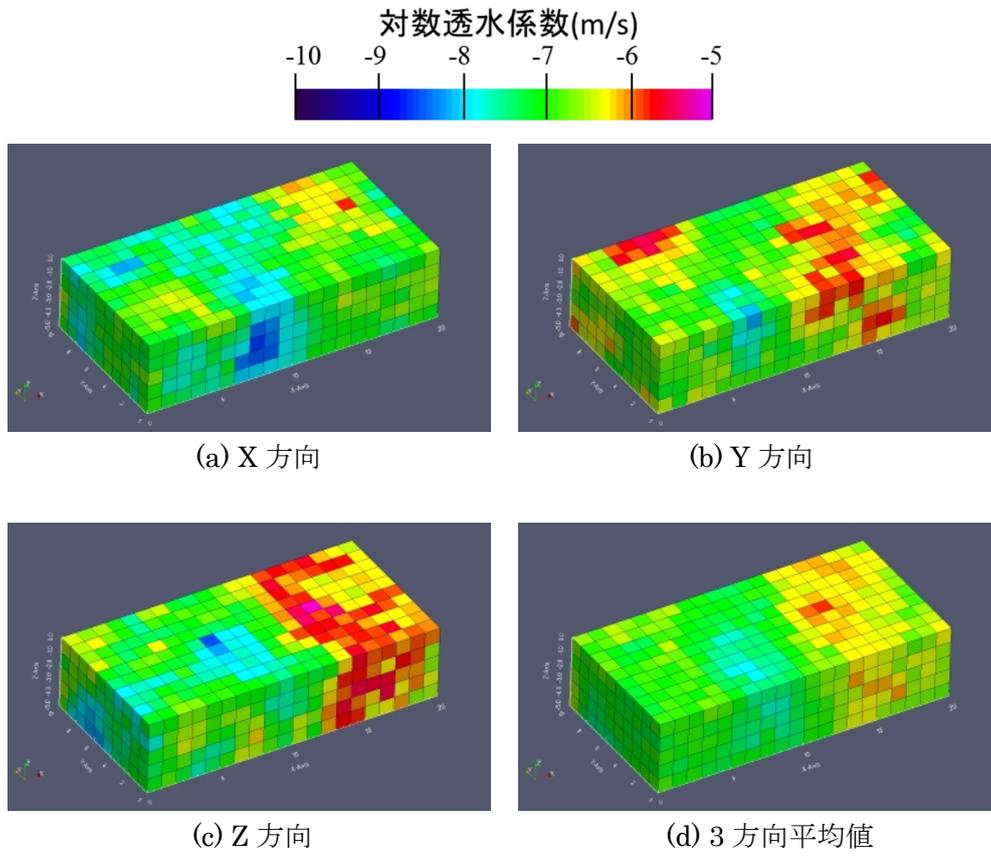


図 3.3.4-18 異方性考慮時の透水係数分布の推定結果 (Case1)

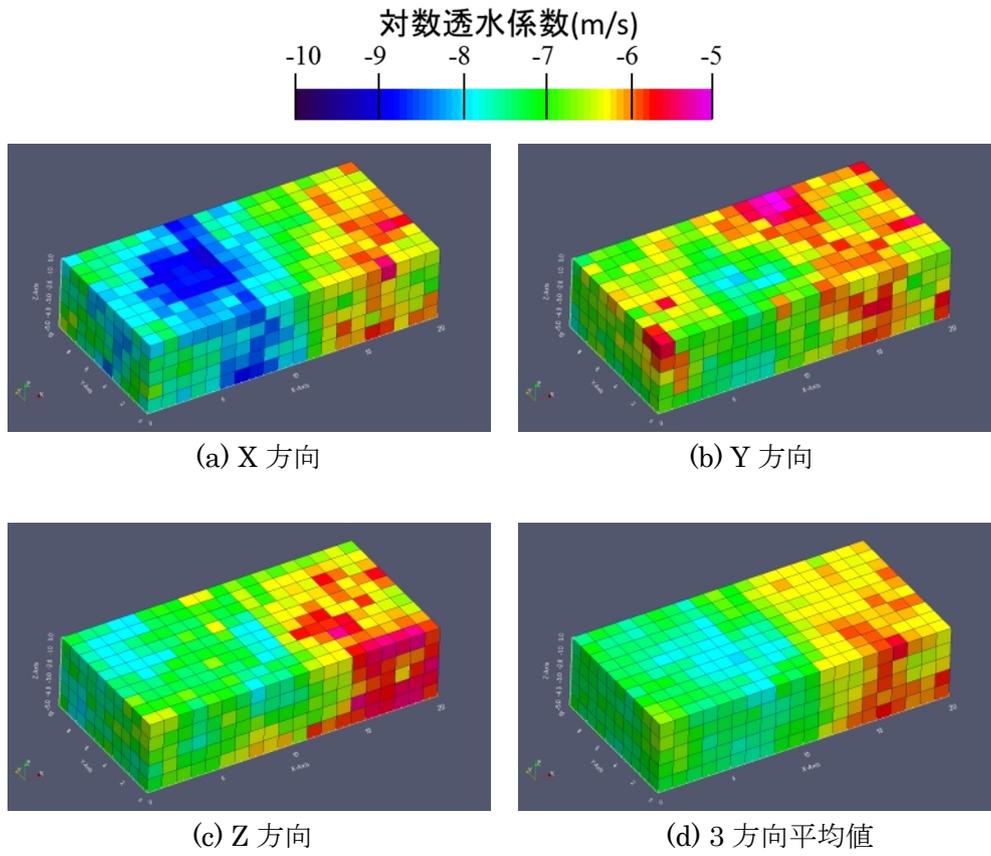


図 3.3.4-19 異方性考慮時の透水係数分布の推定結果 (Case2)

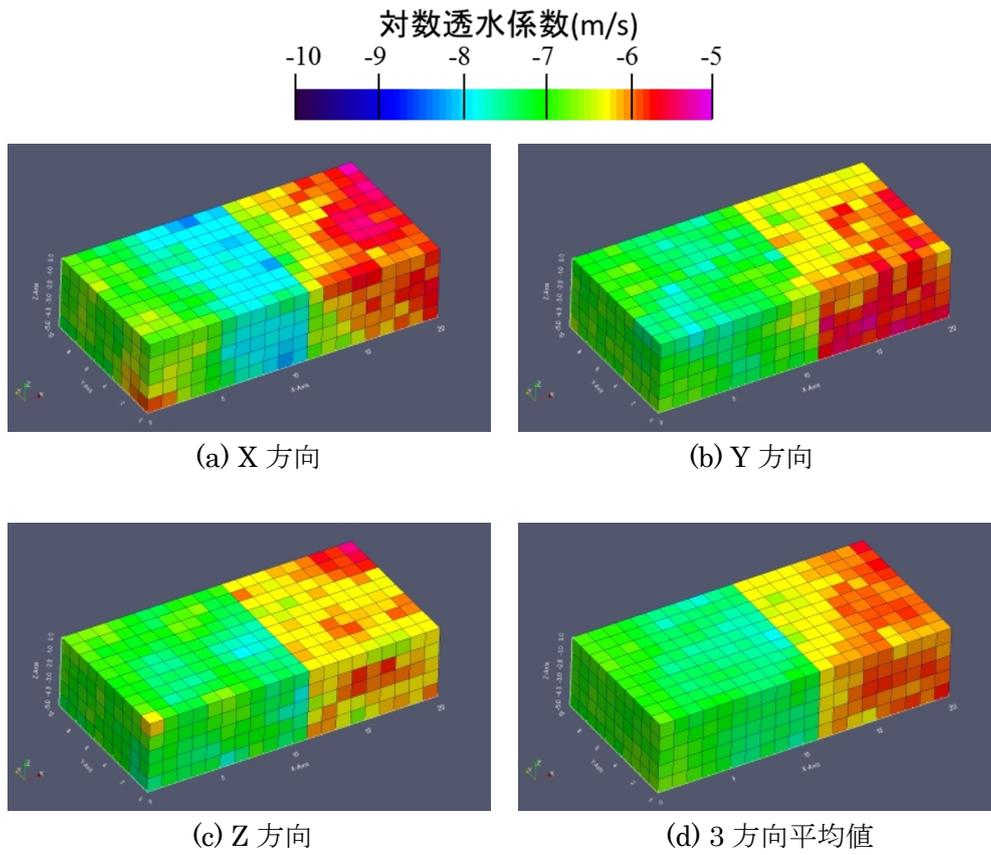


図 3.3.4-20 異方性考慮時の透水係数分布の推定結果 (Case3)

3.4 数値実験結果の比較検討

3.2 節および 3.3 節でそれぞれ実施したアジョイント法およびアンサンブルカルマンフィルタによる数値実験結果の比較検討を実施した。

アジョイント法で用いたコード内部で使用している格子体系は、水圧データを要素に、透水係数をひとつひとつの要素と要素の間に与える、いわゆるスタガード格子を採用しており、3 方向で独立な透水係数を割り当てている。したがって、両手法の比較にあたって、アンサンブルカルマンフィルタの結果のうち異方性を考慮したものを比較対象とした。サンプル数は 480 サンプルで最終時刻の 50 ステップ目のものを使用した。これは 3.3.4(2)で示したものである。

図 3.4-1 に水圧変化の再現性について、両者を重ねてプロットしたものを示す。この実験では真値の透水係数を与えて順解析した結果を観測値としており、両者で別々の順解析コードを使用しているため、観測値自体に水圧応答幅の相違が現れているが、ここでは観測値と逆解析値の相違に着目すると、解析対象期間の前半では手法の違いが顕著に表れている。この結果は、アジョイント法は、解析対象期間における全時刻暦の水圧変化データを総合的に再現する透水係数分布を同定する手法であるのに対して、アンサンブルカルマンフィルタは、各時刻暦の水圧変化データが最適となる透水係数分布を逐次同定し更新していく手法であることを考慮すると、想定通りの結果と言える。一方で解析対象期間末を見ると、両者ともに観測値によく合致しており、逆解析が成立していることを裏付けている。

図 3.4-2 に透水係数分布の推定結果について示す。また表 3.4-1 に各地質区分ごとの平均値と標準偏差を示す。なお、透水係数分布の推定結果の比較にあたっては、使用している格子体系の相違があるため、各要素で 3 方向の平均値を使用した。Case1 では、アジョイント法では水理地質構造毎の透水係数のコントラストの違いが部分的に確認できるものの、構造はほとんど推定できていないのに対し、アンサンブルカルマンフィルタでは構造が比較的明瞭に推定できている。Case2 では、アジョイント法では水理地質構造の分布が明瞭になっており、かつ真値に近い値が推定できているのに対し、アンサンブルカルマンフィルタでは Case1 よりも推定結果は改善されているものの、アジョイント法と比べると、水理地質構造の境界が不明瞭であるとともに、透水係数の推定値もばらつきが大きい結果が得られた。Case3 では、アジョイント法とアンサンブルカルマンフィルタの水理地質構造の分布が明瞭さ、推定値のばらつきも同等の結果となった。

本数値実験の結果、水理地質構造に関する事前情報が少ない場合には、アンサンブルカルマンフィルタによる透水係数分布の推定精度が高く、事前情報が多い場合には、アジョイント法による推定精度が高い傾向が示された。解析条件によって、透水係数分布の推定精度に違いが生じた要因の一つには、上記の逆解析手法の違いが挙げられ、本数値実験の結果からは、それぞれの手法の性能が最大限に発揮される適用条件が異なる可能性が示された。

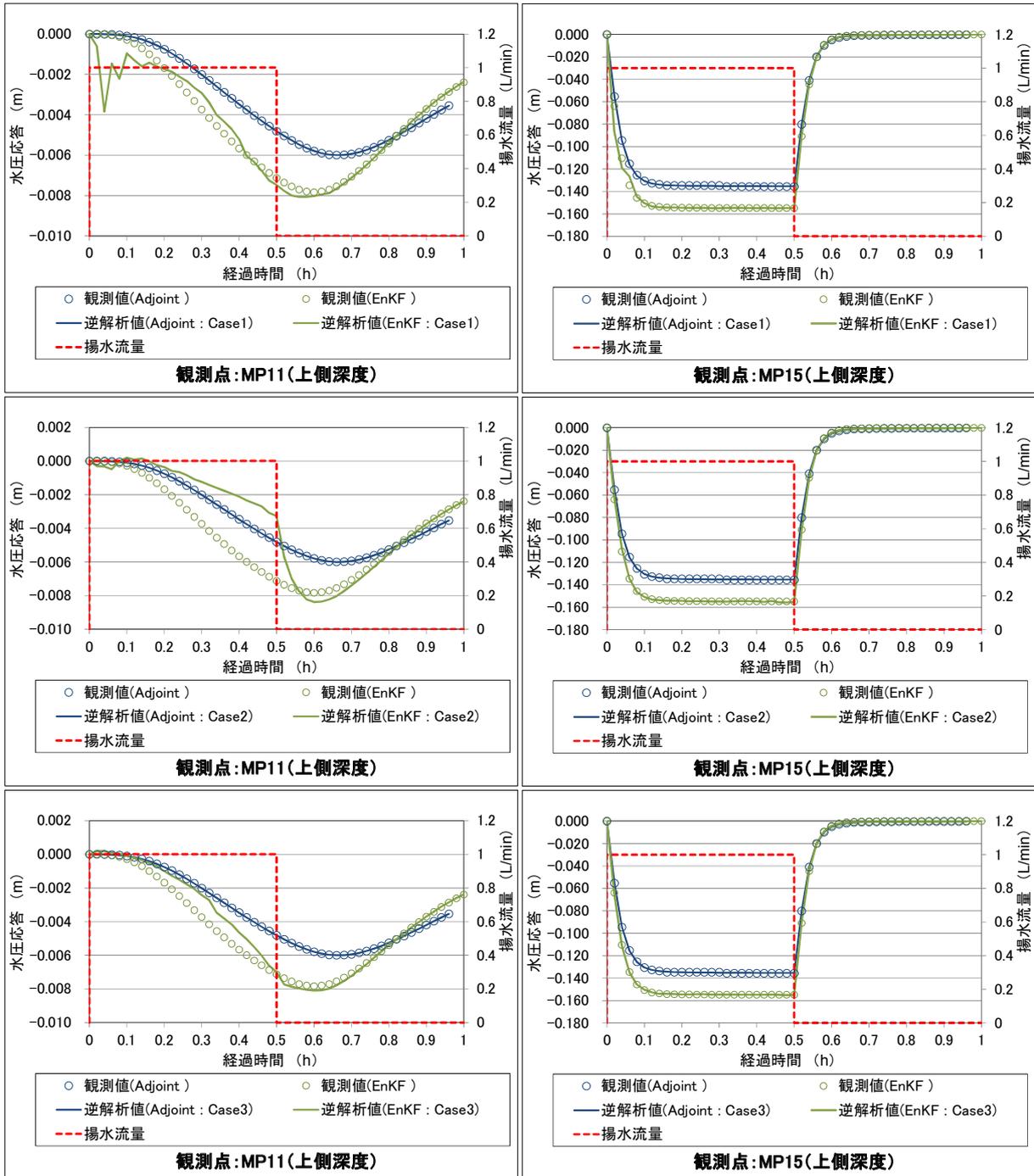


図 3.4-1 水圧変化の再現性比較
 (Adjoint = アジョイント法, EnKF = アンサンブルカルマンフィルタ)

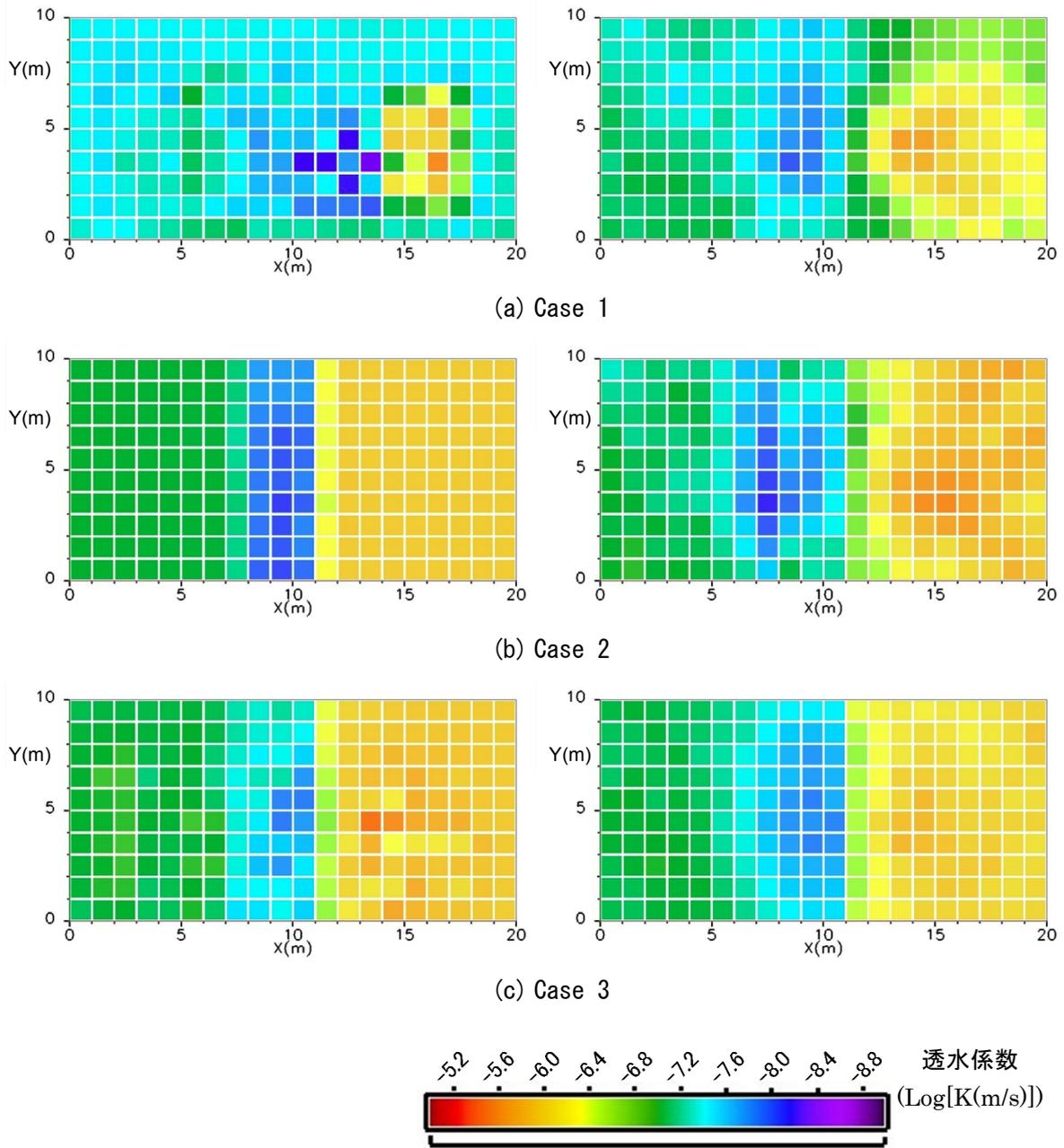


図 3.4-2 透水係数分布の推定結果の比較（水平断面図（z=-2m））
 （左：アジョイント法，右：アンサンブルカルマンフィルタ）

表 3.4-1 推定透水係数の平均値・標準偏差の比較

			Log[K(m/s)]			
			地質区分	Rock1	Fault	Rock2
			真値	-7.0	-8.0	-6.0
逆解析推定値	アジョイント法	Case 1	平均値	-7.38	-7.51	-7.31
			標準偏差	0.13	0.21	0.41
		Case 2	平均値	-7.02	-7.75	-6.03
			標準偏差	0.06	0.08	0.10
		Case 3	平均値	-7.07	-7.45	-6.00
			標準偏差	0.14	0.15	0.17
	アンサンブルカルマンフィルタ	Case 1	平均値	-7.24	-7.49	-6.50
			標準偏差	0.13	0.16	0.33
		Case 2	平均値	-7.26	-7.40	-6.10
			標準偏差	0.24	0.19	0.25
		Case 3	平均値	-7.15	-7.57	-6.12
			標準偏差	0.15	0.11	0.14

4. 原位置調査データを用いた逆解析手法の適用性検討

4.1 超深地層研究所計画における揚水試験の結果

4.1.1 研究対象領域の地質概要

瑞浪超深地層研究所用地（以下，研究所用地）周辺の地質は，白亜紀後期の花崗岩（土岐花崗岩）からなる基盤を，新第三紀中新世の堆積岩（瑞浪層群）が不整合で覆い，さらにその上位に固結度の低い新第三紀鮮新世～第四紀更新世の砂礫層（瀬戸層群）が不整合で覆う（図 4.1.1）^{15),16)}。瑞浪層群は，下位より，泥岩・砂岩・礫岩からなり亜炭を挟む土岐夾炭累層，凝灰質の泥岩・砂岩を主体とする明世累層/本郷累層，シルト岩・砂岩を主体とする生俵累層に区分される。土岐夾炭累層および明世累層/本郷累層の下部には，それぞれ基底礫岩が分布する。また，土岐花崗岩は，不整合面から約 100～500m 程度の厚さで分布する 30° 以下の低角度傾斜の割れ目が卓越する領域（上部割れ目帯：Upper Highly Fractured Domain，以下，UHFD）と，その下位の比較的割れ目密度が低い領域（下部割れ目低密度帯：Lower Sparsely Fractured Domain，以下，LSFD）の 2 つに大きく区分される。さらに，UHFD 中には低角度傾斜を有する割れ目の集中帯（低角度割れ目集中帯：Low Angle Fractured Zone，以下，LAFZ）が存在することが確認されている¹⁷⁾。また，研究所用地内およびその周辺には，これまでの調査研究によって，主立坑沿いに分布する断層（以下，主立坑断層）をはじめとする複数の断層の存在が確認および推定されている¹⁸⁾（図 4.1.1）。

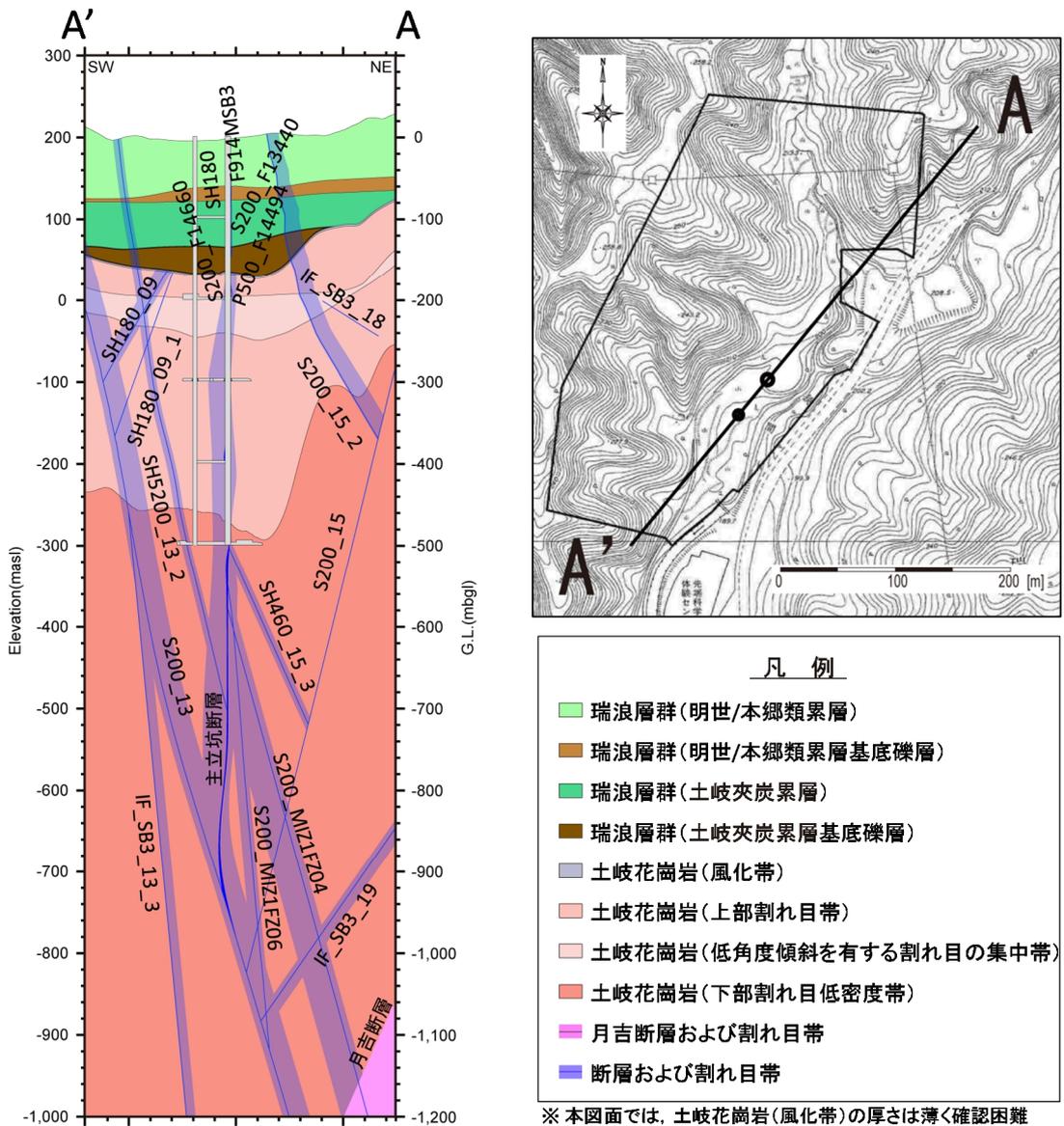


図 4.1.1 瑞浪超深地層研究所周辺における地質・地質構造のモデル¹⁸⁾

4.1.2 揚水試験の試験内容および試験条件

MIU 計画における調査研究の一環として、主立坑断層及びその周辺岩盤の地質学的不均質性、水理特性及び地下水の水質分布を評価することを目的として、深度 300m 研究アクセス坑道から水平ボーリング調査(10MI22 号孔, 10MI23 号孔)が実施された¹⁹⁾(図 4.1.2)。このうち 10MI22 号孔の掘削時には、掘削長約 10mabh (meter along borehole) で約 170L/min の湧水が発生し、100mabh 掘削時点で湧水量は約 240L/min となった。瑞浪超深地層研究所周辺における水压観測孔では、この湧水に伴う水压応答が明瞭に観測されていたため、10MI22 号孔の 6.2mabh～59.0mabh の区間を揚水区間とした揚水試験が実施された²⁰⁾。岩芯観察の結果、揚水区間の地質条件としては、土岐花崗岩の UHFD である。表 4.1.2 に、揚水試験の試験条件を示す。

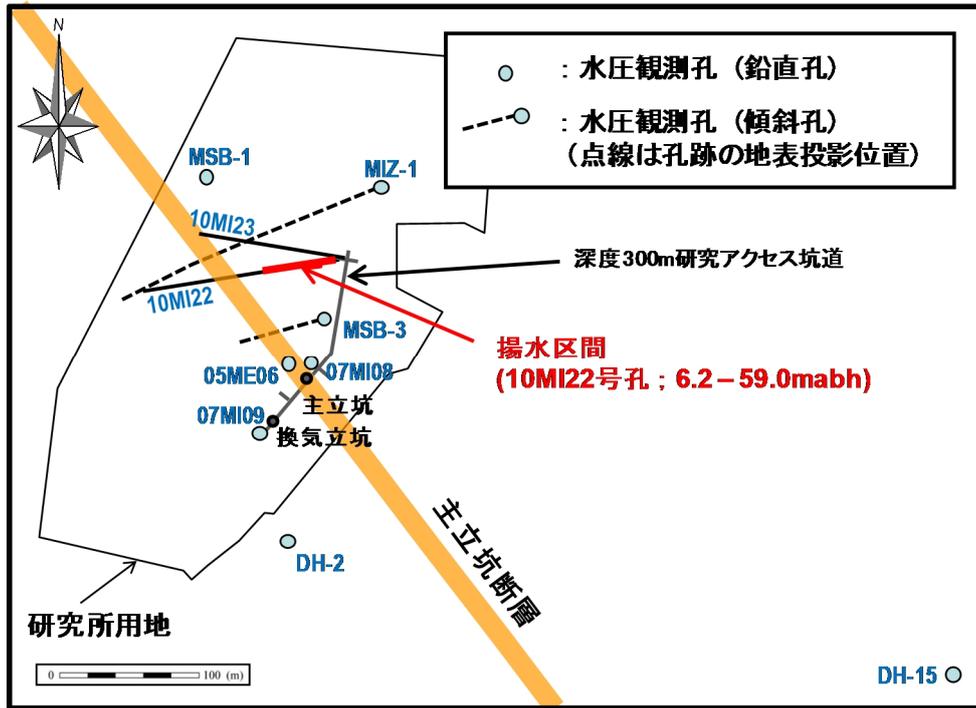


図 4.1.2 揚水試験の揚水区間と水圧観測孔の位置関係（水平断面図；E. L. -100m）

表 4.1 揚水試験条件

	実施期間	最大揚水量 (L/min)	地質構造
揚水 期間	8/11 - 9/9 (30 日間)	240.5	UHFD
回復 期間	9/9 - 9/29 (20 日間)		

4.1.3 揚水試験結果に基づく水理地質構造の概念化

瑞浪超深地層研究所周辺における水圧モニタリング孔での観測の結果、主立坑断層北東側からの揚水に対して、同断層北東側と南西側で大きく異なる水圧応答が観測されており、堆積岩部においても地質区分毎で異なる水圧応答が観測されている²⁰⁾ (図 4.1.3)。主立坑断層北東側における土岐花崗岩部での水圧応答に着目すると、試験に伴う水位の低下および回復が確認されたものの、揚水期間中の水位低下は直線的に低下し、回復期間では試験開始前の地下水水位に回復しないといった特徴が認められる。また、主立坑断層南西側で唯一明瞭な水圧の低下および回復が観測されたモニタリング区間 (MSB-3_No.4 区間) でも上記と同様の变化傾向を示すことが観測されている。これらの水圧応答の特徴から、揚水試験は周辺からの地下水流入が制限された領域で実施された可能性が考えられ、これらのモニタリング区間は、主立坑断層をはじめとする断層などの低透水性の水理地質構造によって形成されたコンパートメント領域内に位置すると解釈されている²¹⁾ (図 4.1.3)。

そこで、原位置調査データを用いた逆解析手法の適用性検討では、図 4.1.3 に示した水理地質構造概念のうち、主立坑断層北東側のコンパートメント領域に着目した検討を実施した。

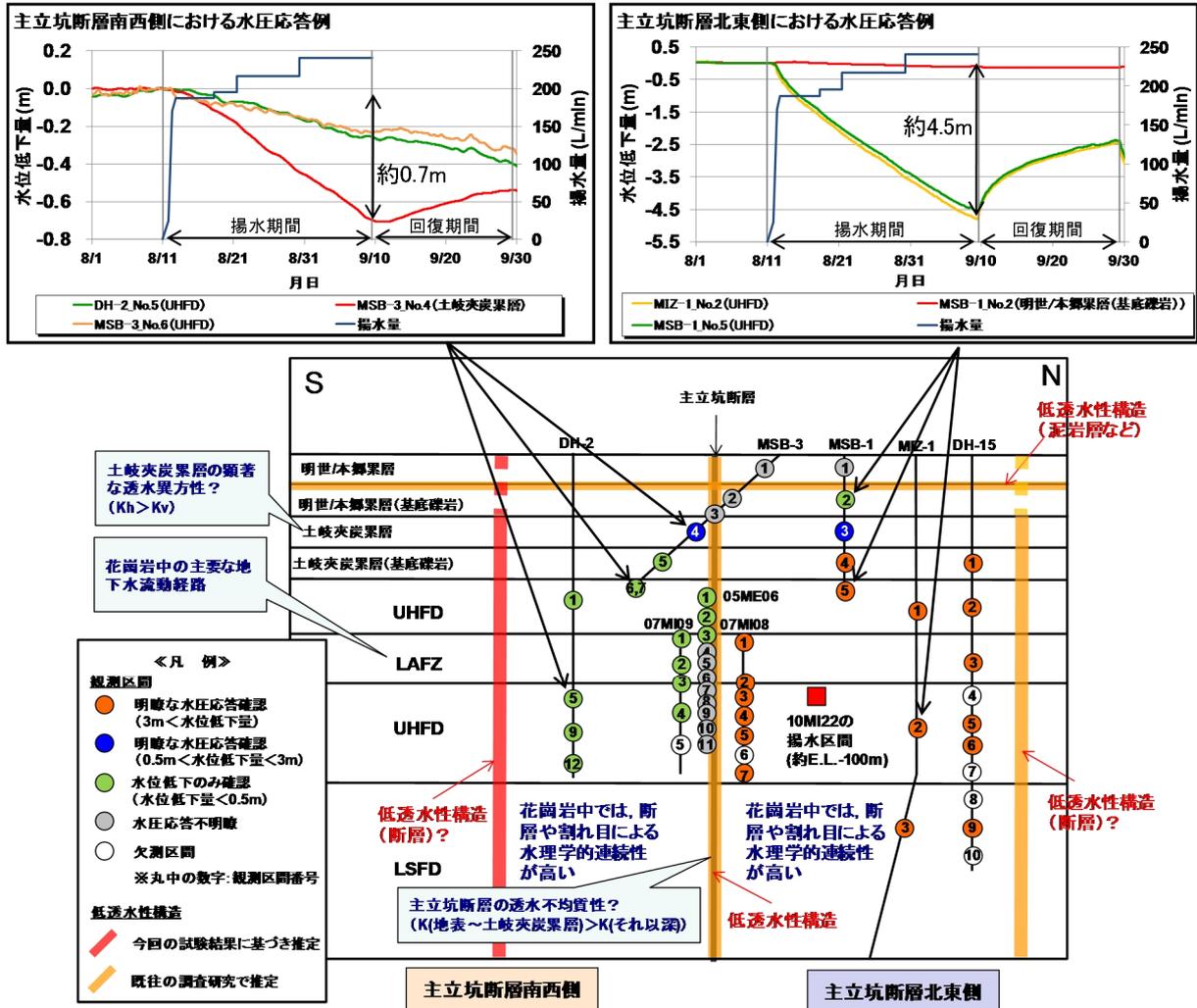


図 4.1.3 揚水試験結果に基づく水理地質構造概念 (模式図(N-S 断面))

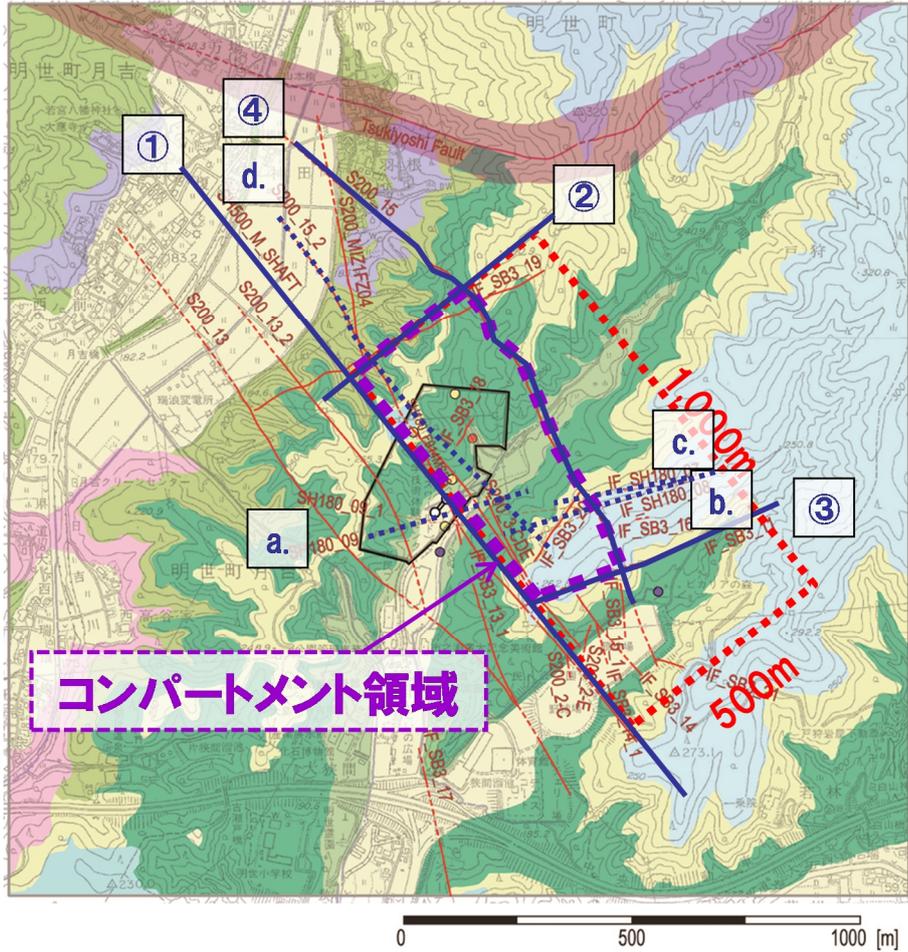
4.2 モデル概要および解析条件

解析モデル領域は主立坑断層北東側のコンパートメント領域を取り囲む水平方向 500m×1,000m, 鉛直方向は瑞浪層群に存在する低透水性構造の泥岩層以深から深度 1,150m までの領域とした。基本的な水理地質構造は前項で構築したものを採用し、コンパートメント領域を形成する低透水性の水理地質構造として 4 条の断層を、そのほか解析モデル領域内の地下水流動に影響を及ぼす可能性のある 4 条の断層を設定した (図 4.2-1)。このうち、主立坑断層は解析モデルの境界条件として考慮し、SB3_19 断層は低透水性を設定する月吉断層に伴う割れ目帯で代表させることとした。解析メッシュは各方向 25m の等間隔とした。解析モデルの概念図を図 4.2-2 に示す。

表 4.2-1 に、各地質構造に設定した水理特性を示す。また、境界条件は側方境界面のうち低透水性の主立坑断層に相当する西側の境界面、および低透水性の泥岩層に相当する上部境界面を不透水境界とし、その他の境界面は水頭固定境界 (静水圧) とした。また揚水点は流出点境界とした上で、揚水試験の条件 (表 4.1) に基づき 240L/min を 30 日間の揚水条件とした。

本解析モデルでの検討は、原位置における不均質な水理地質構造分布を対象とした場合の逆解析の課題の抽出を主な目的とした数値実験と位置付けて、逆解析の入力条件となる水圧変化デ

ータは、実測値ではなく、3.1の数値実験と同様に上記モデルを用いた浸透流解析結果を適用した。ただし、観測点の配置については実際の観測孔の位置座標に基づき設定した。具体的には、図4.1-3に示したDH-15、MIZ-1、MSB-1および07MI08号孔の観測区間24点と10MI22の揚水区間1点の全25点となる。図4.2-3に観測点配置図を示す。



※地形図：「瑞浪市 都市計画基本図 1/2,500」を使用

①	主立坑断層	a.	SH180_09断層
②	SB3_19断層	b.	SH180_08断層
③	S200_15断層	c.	SH180_07断層
④	SB3_11断層	d.	S200_15_2断層

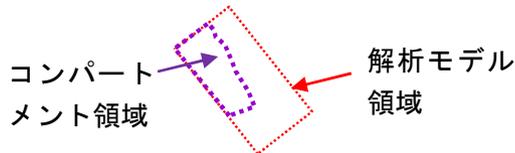
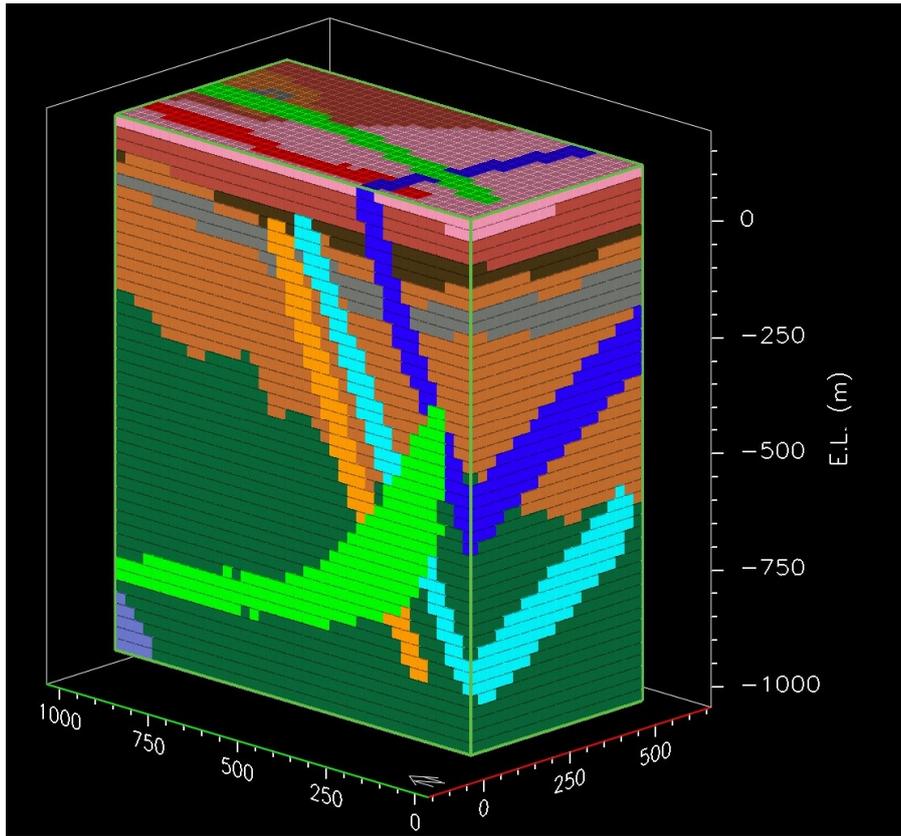
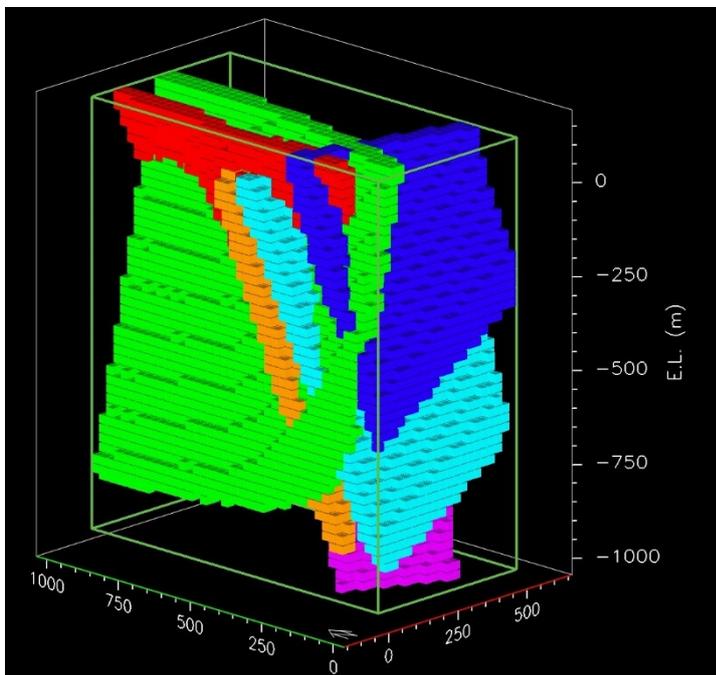


図 4.2-1 解析モデル領域



(a) 全体図



(b) 断層のみ表示

地質区分01	明世_本郷累層(基底礫岩)
地質区分02	土岐夾炭累層
地質区分03	土岐夾炭累層(基底礫岩)
地質区分04	土岐花崗岩(UHFD)
地質区分05	土岐花崗岩(LAFZ)
地質区分06	土岐花崗岩(LSFD)
地質区分07	月吉断層に伴う割れ目帯
断層01	[S200_15_2]
断層02	[S200_15]
断層03	[SB3_11]
断層04	[SH180_07]
断層05	[SH180_08]
断層06	[SH180_09]

図 4.2-2 逆解析に使用する解析モデル(概念図)

表 4.2-1 モデル領域内の各地質構造の水利特性

地質区分	(Log [m/s])
	透水係数
明世/本郷累層 (基底礫岩)	-6.3
土岐夾炭累層	-6.6
土岐夾炭累層 (基底礫岩)	-5.3
土岐花崗岩 (UHFZ)	-7.5
土岐花崗岩 (LAFZ)	-6.0
土岐花崗岩 (LSFD)	-7.7
月吉断層に伴う割れ目帯	-11.0
S200_15_2	-5.2
S200_15	-11.0
SB3_11	-11.0
SH180_07	-5.1
SH180_08	-6.3
SH180_09	-6.0

その他の水利特性	
比貯留係数 (1/m)	1.0E-06
間隙率 (%)	1

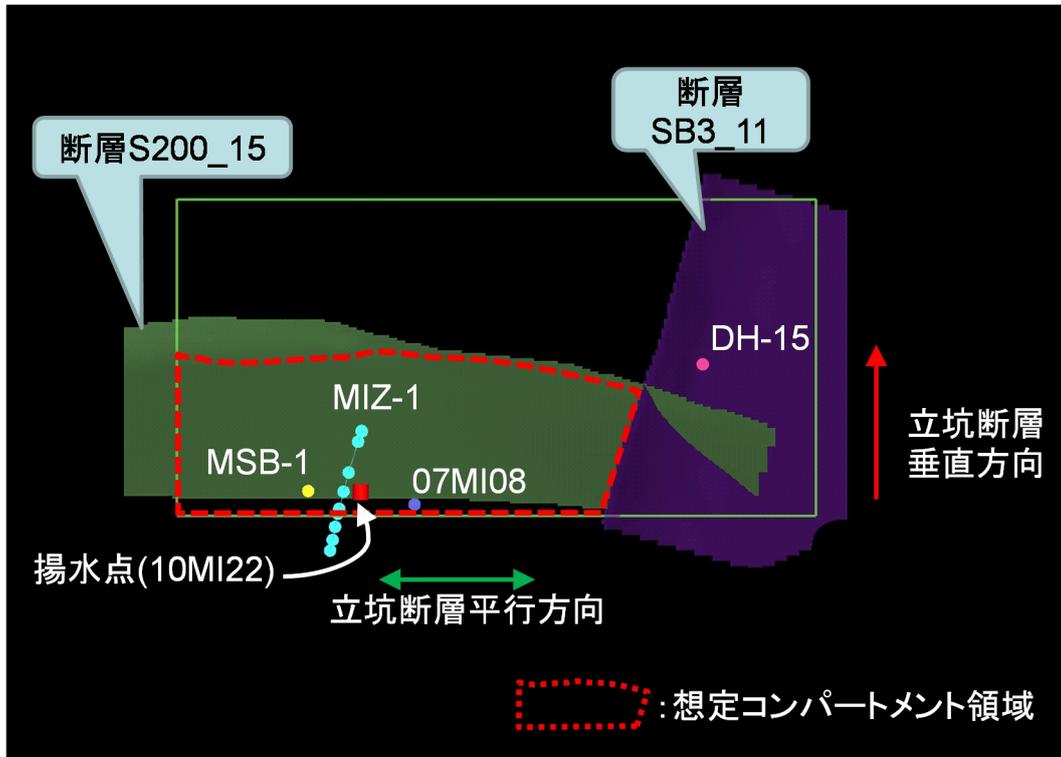
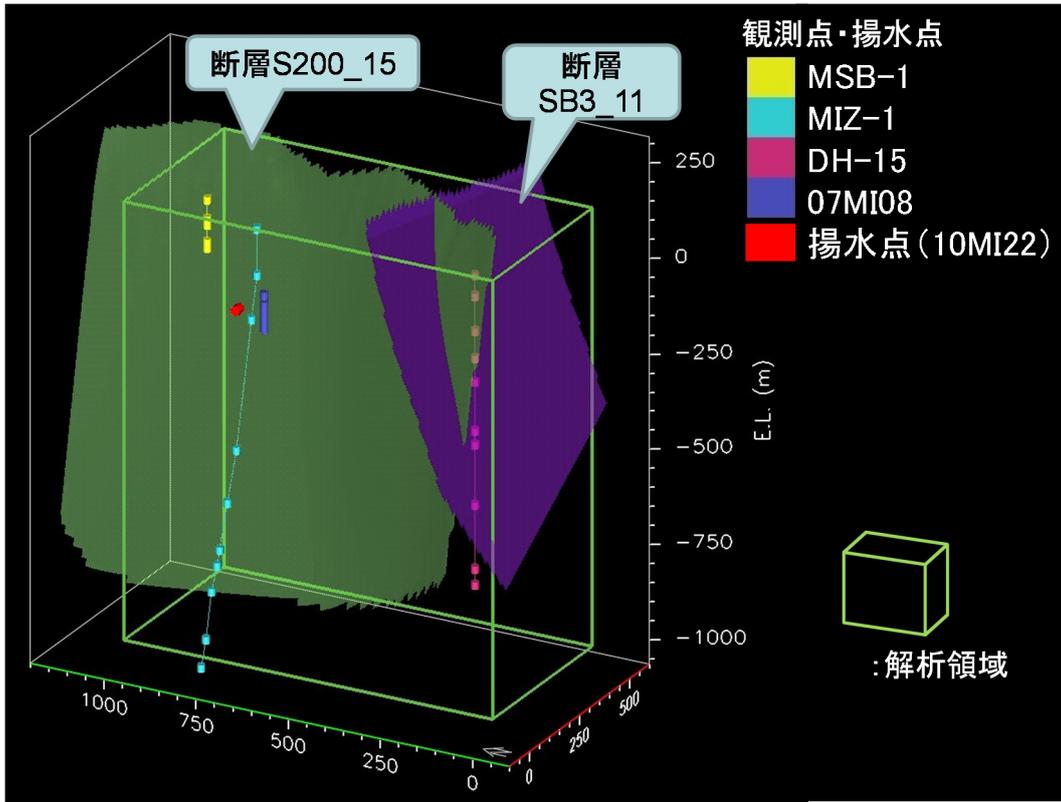


図 4.2-3 逆解析に使用する観測点配置図

4.3 アジョイント法による逆解析

4.3.1 逆解析条件

解析ケースは、3.1の数値実験の考え方と同様に事前情報の有無によって設定した。3.1の各ケースと対応させると、地質構造分布・水理特性ともに情報が無いCase 1に相当するケースとしてCase 2B、地質構造分布は情報があり水理特性の情報が無いCase 2に相当するケースとして水理特性の情報量によって2種類設けてCase 2C1とCase 2C2、地質構造分布の情報が無く(それ以外の区分は)水理特性の情報があるCase 3に相当するケースとしてCase 2D2の、合計4ケースを実施した。ここで、Case 2C1で情報不足とした区分は図4.2-1で示した断層(境界条件とした断層を除く)の6条であり、Case 2C2およびCase 2D2で情報不足とした区分はこのうち透水性の低い2条の断層とした。各ケースに付与した具体的な情報は表4.3.1-1に示す。なお、Case 2D2については3.1のCase 3と異なり、地質構造の情報が無いとした2条の断層は本来それらが存在する位置の他の地質区分として扱うため、真値が推定上下限幅を逸脱している場所があることに注意が必要である。

表 4.3.1-1 各ケースの未知パラメータ(透水係数)の初期値・真値からの差・推定上下限幅
単位: Log [m/s]

地質区分	真値	Case 2B			Case 2C1		
		初期値	差	(上下限)	初期値	差	(上下限)
明世/本郷累層(基底礫岩)	-6.3	-8.0	-1.7	(-4 ~ -12)	-7.3	-1.0	(-9.3 ~ -5.3)
土岐夾炭累層	-6.6	-8.0	-1.4	(-4 ~ -12)	-7.6	-1.0	(-9.6 ~ -5.6)
土岐夾炭累層(基底礫岩)	-5.3	-8.0	-2.7	(-4 ~ -12)	-8.0	-2.7	(-4 ~ -12)
土岐花崗岩(UHFD)	-7.5	-8.0	-0.5	(-4 ~ -12)	-8.5	-1.0	(-10.5 ~ -6.5)
土岐花崗岩(LAFZ)	-6.0	-8.0	-2.0	(-4 ~ -12)	-7.0	-1.0	(-9.0 ~ -5.0)
土岐花崗岩(LSFD)	-7.7	-8.0	-0.3	(-4 ~ -12)	-8.7	-1.0	(-10.7 ~ -6.7)
月吉断層に伴う割れ目帯	-11.0	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)	-12.0	-1.0	(-14.0 ~ -10.0)
S200_15_2	-5.2	-8.0	-2.8	(-4 ~ -12)	-8.0	-2.8	(-4 ~ -12)
S200_15	-11.0	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)
SB3_11	-11.0	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)
SH180_07	-5.1	-8.0	-2.9	(-4 ~ -12)	-8.0	-2.9	(-4 ~ -12)
SH180_08	-6.3	-8.0	-1.7	(-4 ~ -12)	-8.0	-1.7	(-4 ~ -12)
SH180_09	-6.0	-8.0	-2.0	(-4 ~ -12)	-8.0	-2.0	(-4 ~ -12)

地質区分	真値	Case 2C2			Case 2D2		
		初期値	差	(上下限)	初期値	差	(上下限)
明世/本郷累層(基底礫岩)	-6.3	-7.3	-1.0	(-9.3 ~ -5.3)	-7.3	-1.0	(-9.3 ~ -5.3)
土岐夾炭累層	-6.6	-7.6	-1.0	(-9.6 ~ -5.6)	-7.6	-1.0	(-9.6 ~ -5.6)
土岐夾炭累層(基底礫岩)	-5.3	-8.0	-2.7	(-4 ~ -12)	-8.0	-2.7	(-4 ~ -12)
土岐花崗岩(UHFD)	-7.5	-8.5	-1.0	(-10.5 ~ -6.5)	-8.5	-1.0	(-10.5 ~ -6.5)
土岐花崗岩(LAFZ)	-6.0	-7.0	-1.0	(-9.0 ~ -5.0)	-7.0	-1.0	(-9.0 ~ -5.0)
土岐花崗岩(LSFD)	-7.7	-8.7	-1.0	(-10.7 ~ -6.7)	-8.7	-1.0	(-10.7 ~ -6.7)
月吉断層に伴う割れ目帯	-11.0	-12.0	-1.0	(-14.0 ~ -10.0)	-12.0	-1.0	(-14.0 ~ -10.0)
S200_15_2	-5.2	-6.2	-1.0	(-8.2 ~ -4.2)	-6.2	-1.0	(-8.2 ~ -4.2)
S200_15	-11.0	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)	-	-	-
SB3_11	-11.0	-8.0	3.0	(-4 ~ -12)	-	-	-
SH180_07	-5.1	-6.1	-1.0	(-8.1 ~ -4.1)	-6.1	-1.0	(-8.1 ~ -4.1)
SH180_08	-6.3	-7.3	-1.0	(-9.3 ~ -5.3)	-7.3	-1.0	(-9.3 ~ -5.3)
SH180_09	-6.0	-7.0	-1.0	(-9.0 ~ -5.0)	-7.0	-1.0	(-9.0 ~ -5.0)

4.3.2 逆解析結果

3.1 と同様に、逆解析にあたり、入力となる水圧変化データを真の透水係数分布を用いた順解析により作成することを試みたが、本研究の範囲では説明可能な水圧変化が得られなかった。これは、モデルの規模および複雑性が 3.1 の数値実験モデルと比較して大きく異なるため、モデルに応じた時間メッシュ・空間メッシュの適切な設定ができていないことによるもので、具体的には時間メッシュをより細かくできるような時間ステップ数制限などの改良が必要であることが分かった。

したがって、今回使用したアジョイント法コードで逆解析を実施することはできなかった。手法の特性上、順解析部分と逆解析部分は分離できないため、別の浸透流解析コードにより補うことはできないが、ここでは参考として逆解析用の入力データのみ別のコードにより作成し、逆解析の挙動を確認した。

図 4.3.2-1 に真値の透水係数を、図 4.3.2-2 に逆解析における透水係数を示す。いずれも初期値・推定値を 2 つの視角から示す。最も情報量の少ない Case 2B では、正しい地質構造分布への遷移とはなっておらず、逆解析が正常に機能していないことは明らかである。地質構造分布を与えた Case 2C1, Case2C2 では、若干ではあるが真値への遷移が発生している。また、Case 2D2 では、地質構造分布を与えなかった 2 条の断層については、その構造を推定することができていない。今回の結果は、逆解析中に実施される順解析機能に問題があるため、あくまで参考であるが、情報量の大小が推定に影響していることは予想される。

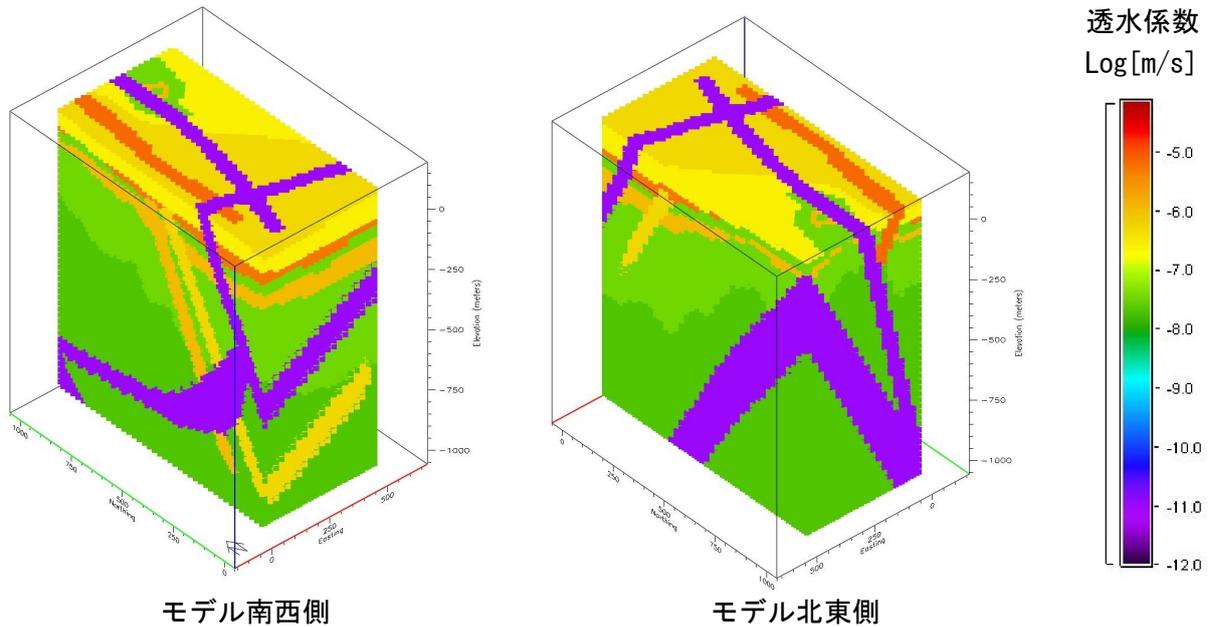
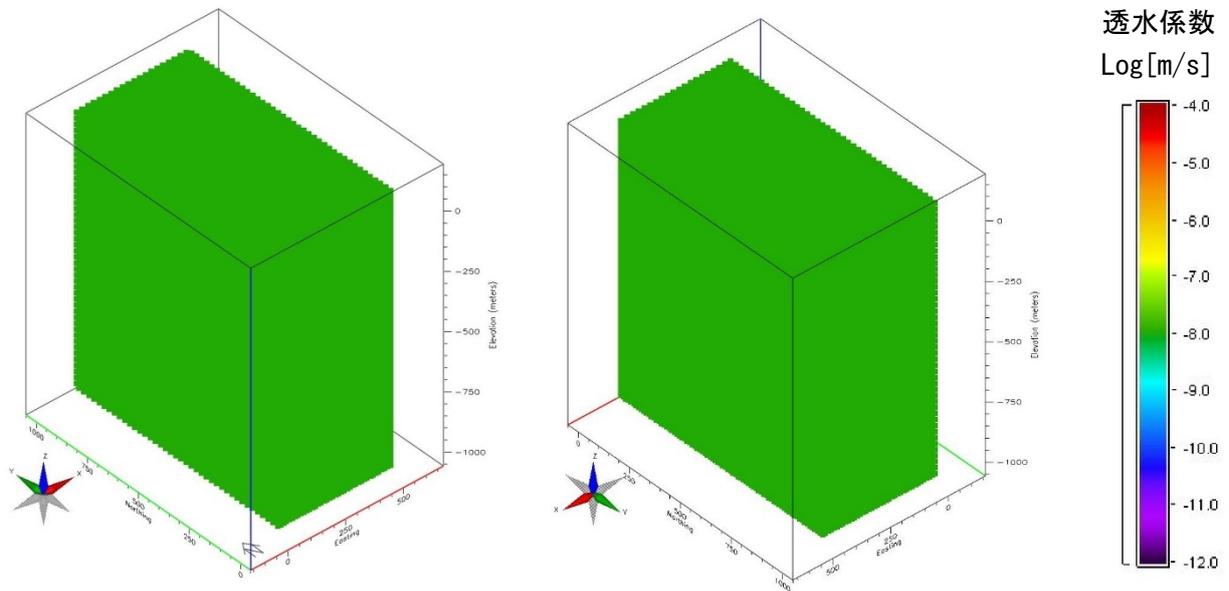
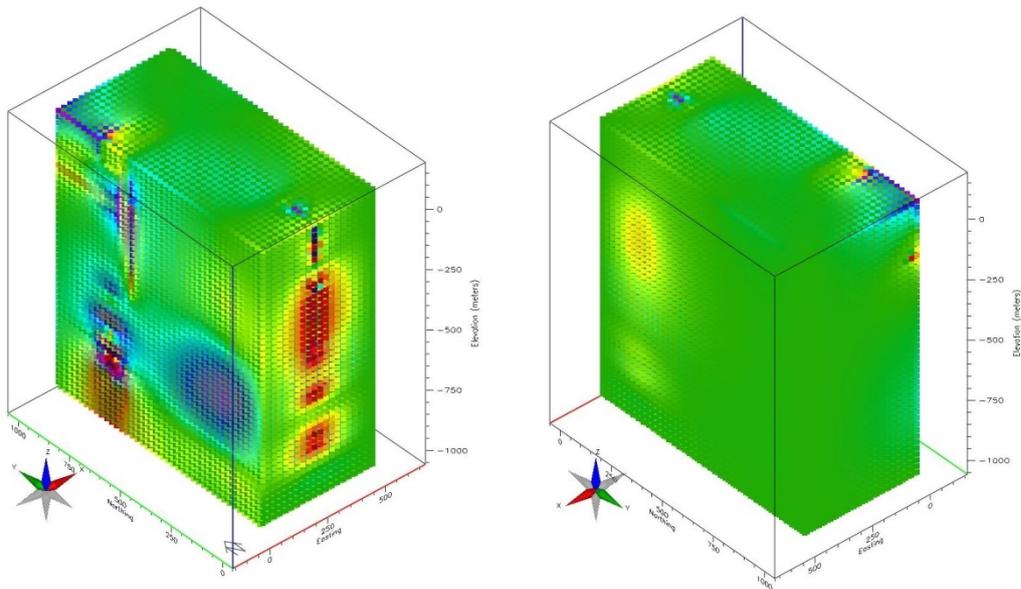


図 4.3.2-1 真値の透水係数分布



(a) 初期値

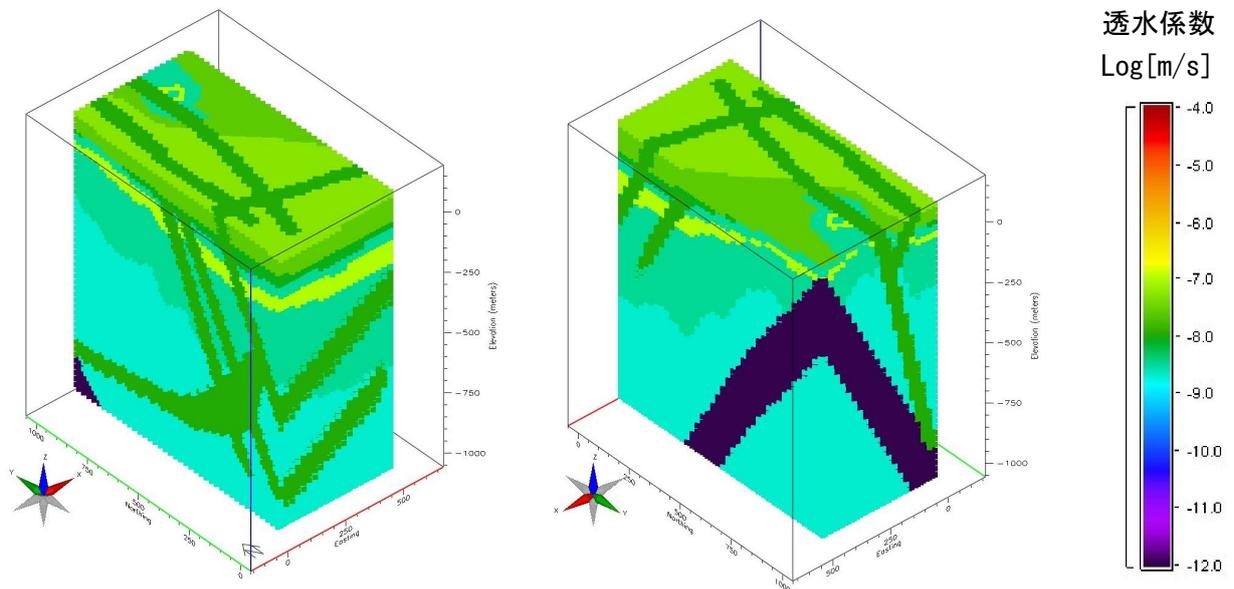


(b) 推定結果

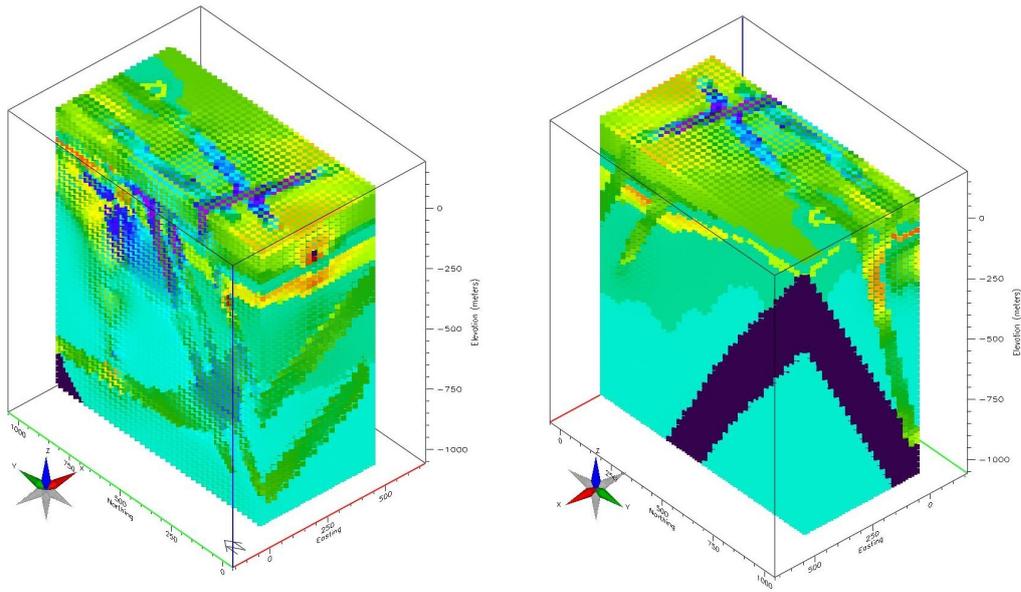
モデル南西側

モデル北東側

図 4.3.2-2(1) 透水係数分布の推定結果 (Case 2B)



(a) 初期値

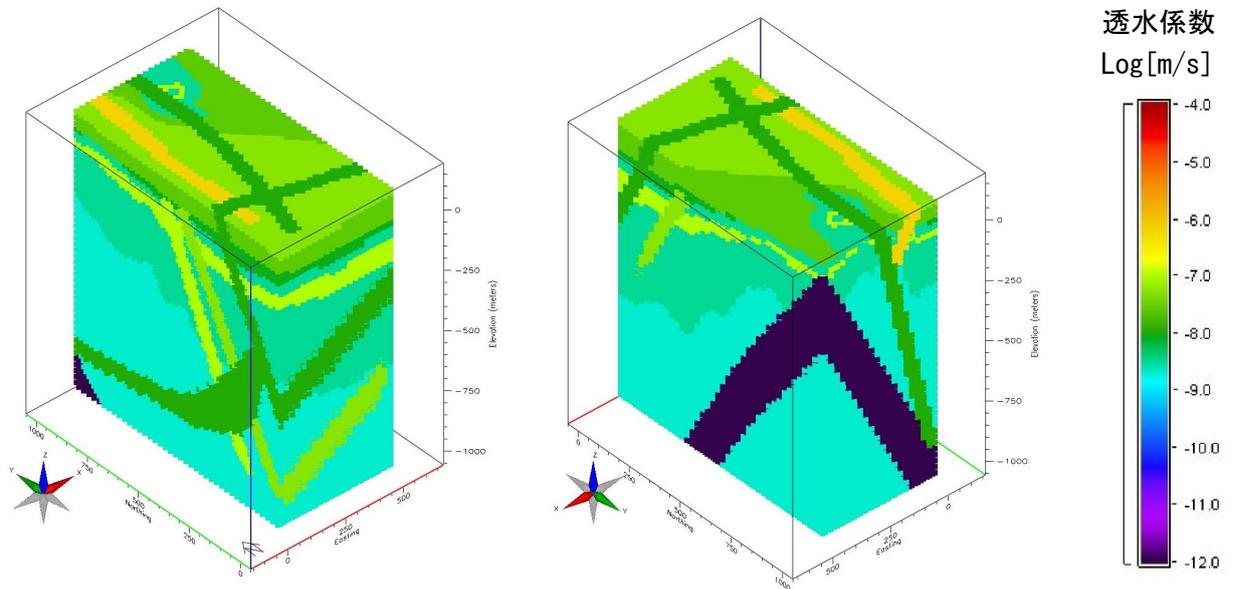


(b) 推定結果

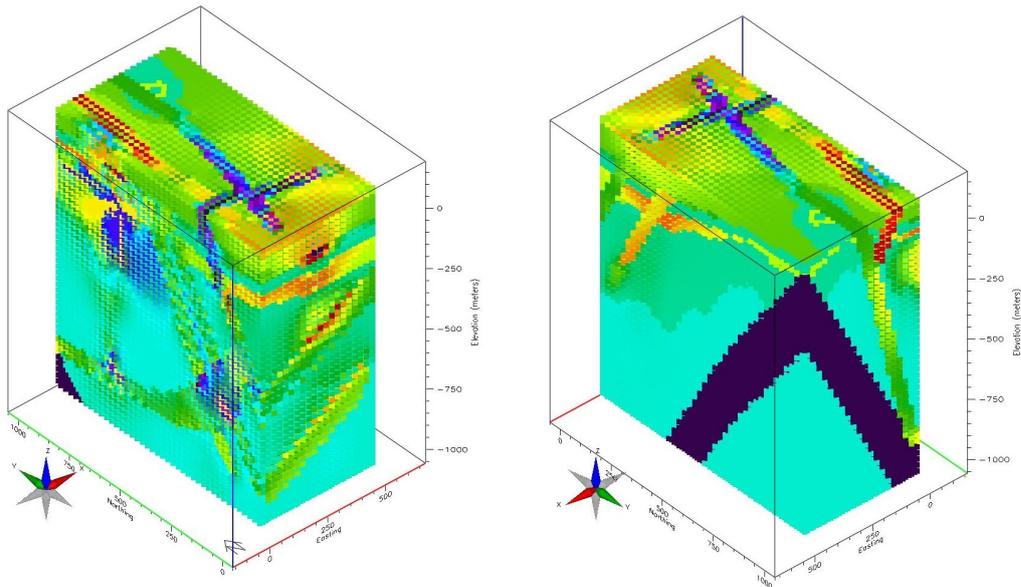
モデル南西側

モデル北東側

図 4.3.2-2(2) 透水係数分布の推定結果 (Case 2C1)



(a) 初期値



(b) 推定結果

モデル南西側

モデル北東側

図 4.3.2-2(3) 透水係数分布の推定結果 (Case 202)

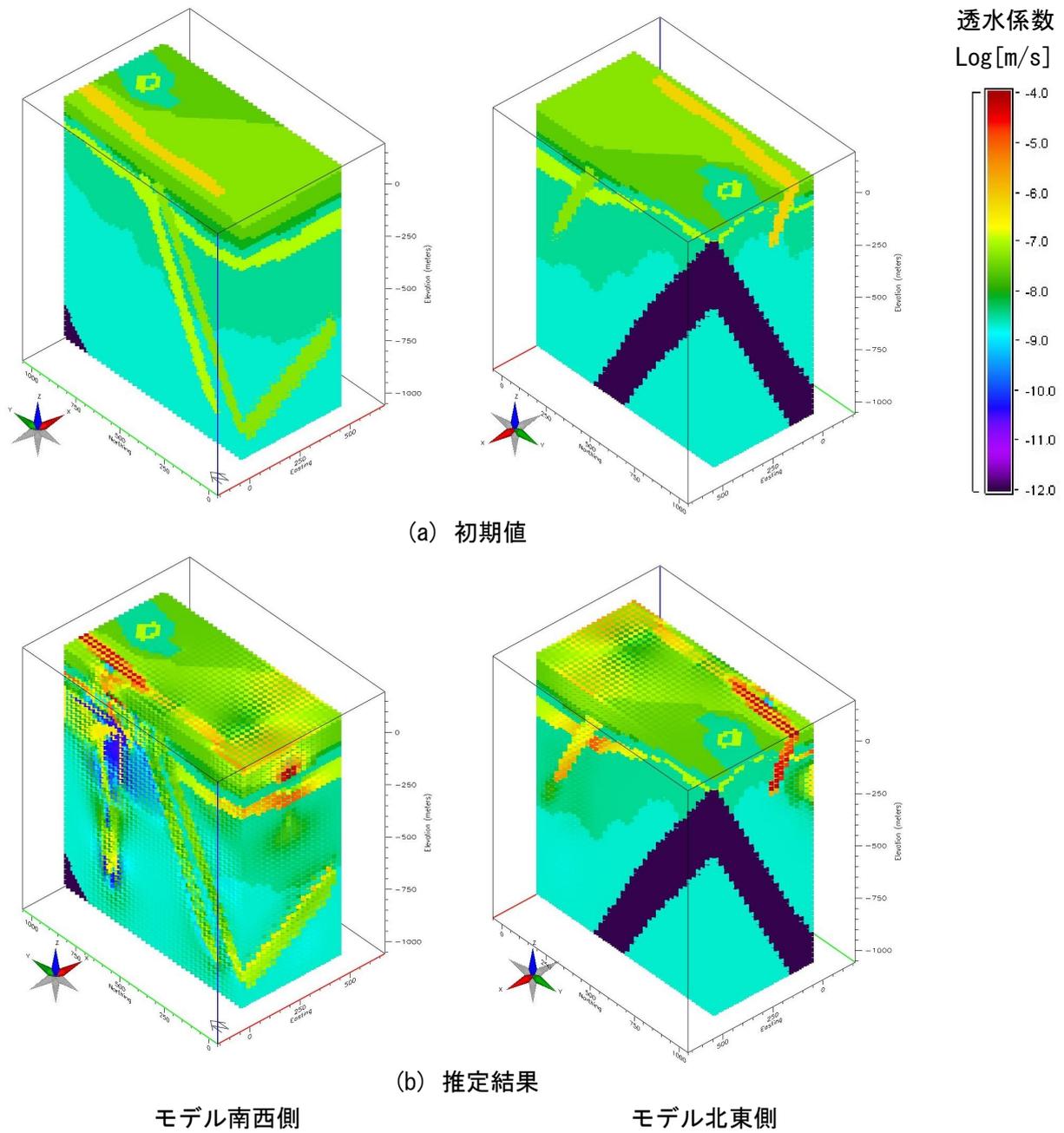


図 4.3.2-2(4) 透水係数分布の推定結果 (Case 2D2)

4.4 アンサンブルカルマンフィルタによる逆解析

4.4.1 逆解析条件

図 4.2-2 に示した解析モデルに対して逐次データ同化手法により逆解析を行うにあたり、3 章で検討した解析モデル（図 3.3.3-1）と比べて解析メッシュの要素数が多いこと、ならびに、観測数が限られ、その配置に偏りがあることを踏まえると、全要素の透水係数を同定することは困難と予想される。そこで、単純な条件下で逐次データ同化手法を用いた逆解析の性能を検証することを目的として、水理地質構造で区分された領域内の透水性は均質とし、特定の断層の透水係数を同定する数値実験を行った。つまり、事前情報として地質構造分布が既知であるが、一部の断層については透水係数が未知または不確かな条件下での逆解析と考えることができる。

本実験では、図 4.2-2 の解析モデルの S200_15 および SB3_11 の 2 条の断層の透水係数を同定する Case A と、モデル領域内の全 6 つの主要断層の透水係数を同定する Case B の 2 ケースについて検討した。

観測や揚水試験に関する条件と地下水流動解析の境界条件は 4.3 節で用いたものと同じであり、事前に順解析で作成した模擬の水圧データを逆解析の入力データとした。順解析の時間ステップは揚水量の変化に応じて 1 時間または 24 時間とした。また、節点水頭の初期値は静水圧状態として逆解析を行った。

同定パラメータの透水係数には異方性がないものとし、表 4.2-1 に示す透水係数を真値とした。ただし、断層に関しては同表の鉛直方向の透水係数を、それ以外の地質区分には水平方向の透水係数を真値とした。

表 4.4.1-1 に逆解析の条件をまとめる。Case A に関しては同定パラメータ数が少ないことから、アンサンブルカルマンフィルタと並んで代表的な逐次データ同化手法である粒子フィルタ²²⁾を用いた。粒子フィルタは、フィルタリング時に観測への適合度が大きい予測結果を示すアンサンブルメンバーを優先的に抽出する手法であり、未知パラメータ数が少ない問題であれば、モデルの非線形性に関わらず比較的単純な計算で良好な結果が得られるのが特徴である。

システムノイズに関しては、予測時に同定対象の対数透水係数に対し、(16)式にしたがって分散 0.01 のガウスノイズを付加しているが、ノイズに空間相関はなく、独立とした。同定対象の対数透水係数の初期値は下表に示す範囲の一樣分布から生成した。

表 4.4.1-1 逆解析の諸条件

条件	Case A	Case B
透水係数を同定する断層	S200_15, SB3_11	S200_15_2, S200_15, SB3_11, SH180_07, SH180_08, SH180_09
逐次データ同化アルゴリズム	粒子フィルタ	アンサンブルカルマンフィルタ
同化の間隔	1 日	
システムノイズの分散	0.1	0.01
観測ノイズの分散	1.0 × 10 ⁻⁷	
対数透水係数の初期分布	-10~-6 の一樣分布*	-8~-2 の一樣分布*

* 対数透水係数の単位は m/h

4.4.2 逆解析結果

(1) Case A

図 4.4.2-1 に観測地点での水圧の再現結果の例を示す。これから、いずれの箇所でも水圧の挙動を精度良く再現できており、観測位置による大きな違いも認められないことが分かる。一方、図 4.4.2-2 は S200_15 断層および SB3_11 断層の透水係数の推定結果である。両断層とも逐次データ同化の開始から数ステップ後には真値からの乖離が始まり、約 2 オーダーの誤差を示したところで、ほぼ横ばいとなっている。これらの結果は、同定対象とした断層の透水係数が真値と異なる場合でも観測結果を正確に再現できることを示しており、使用した観測結果に対象の透水係数を高精度に同定できるだけの情報がないことを示している。また、S200_15 断層を挟んで揚水孔の反対側に位置する DH-15 号孔に着目すると、S200_15 断層が遮水層となるため揚水に伴う水圧応答が全くない。したがって、DH-15 号孔の観測結果からは少なくとも S200_15 断層の透水性が低いという情報は含まれるが、この情報だけでは透水係数の値自体を同定することは困難となる。

以上のことを検証するため、透水係数の感度解析を実施した。図 4.4.2-3 は S200_15 断層および SB3_11 断層の透水係数を真値から 2~3 オーダー変化させて地下水流動解析を実施して得られた観測点での水圧である。これより、透水係数を 2 オーダー増減しても水圧の値にほとんど変化は見られないが、3 オーダー大きくすると一部の観測地点で顕著な差異が生じている。また、このとき DH-15 孔では水圧応答も見られるようになる。この結果より、本実験条件では 2 つの断層の透水係数は少なくとも $1.0 \times 10^{-9} \text{m/s}$ より小さくなると正確な同定が難しくなることを示している。

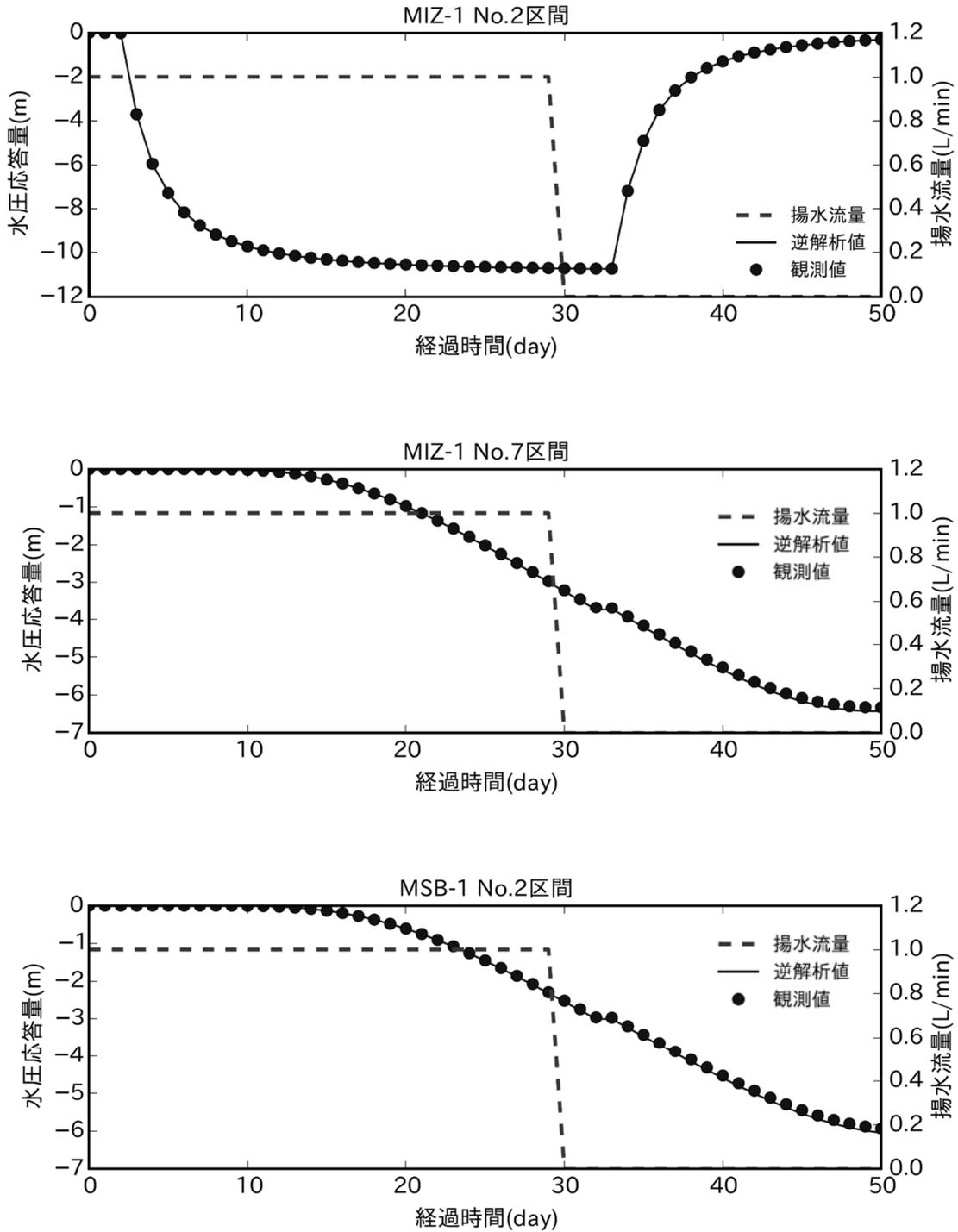


図 4. 4. 2-1 水圧変化の再現性 (Case A) (1/3)

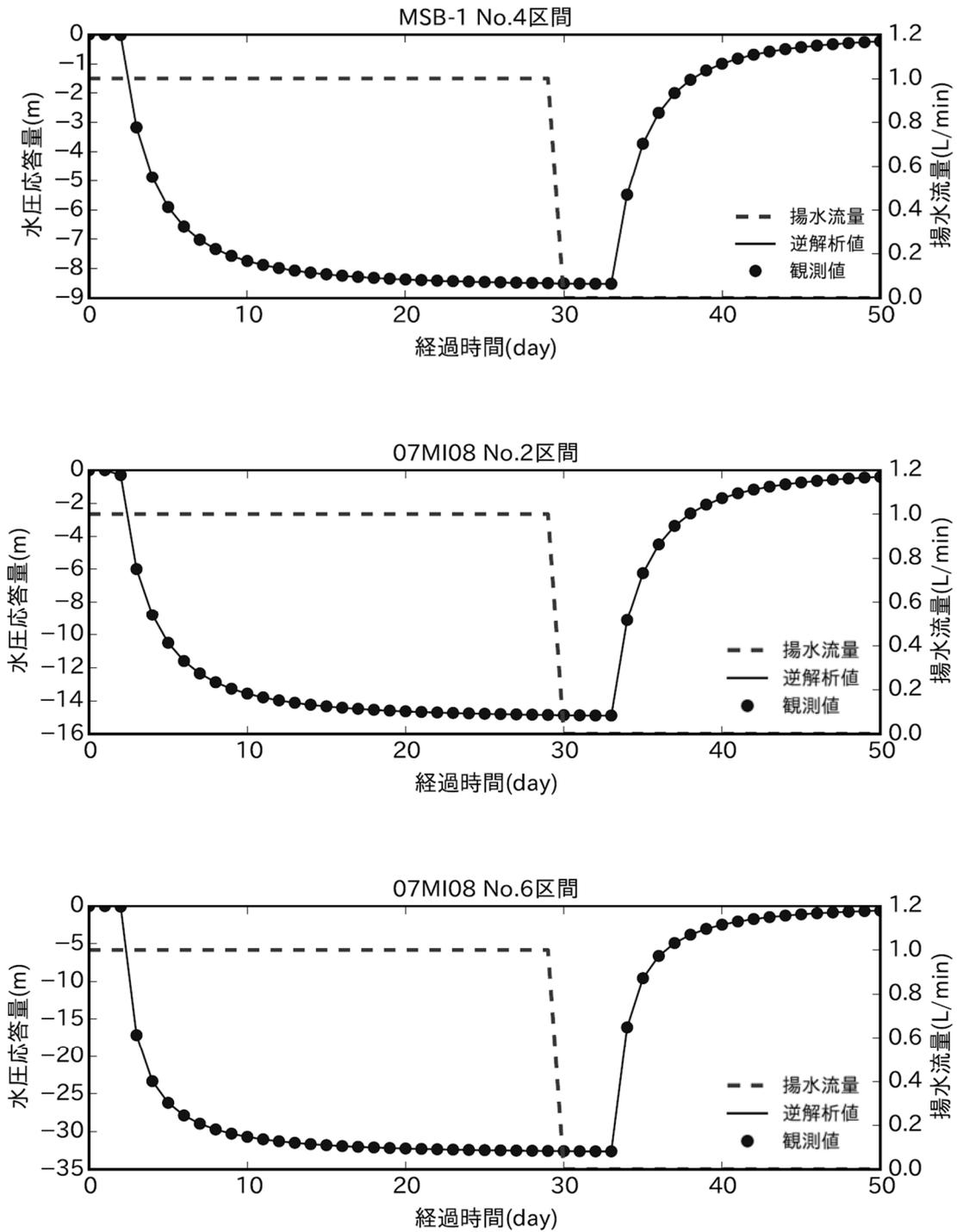


図 4.4.2-1 水圧変化の再現性 (Case A) (2/3)

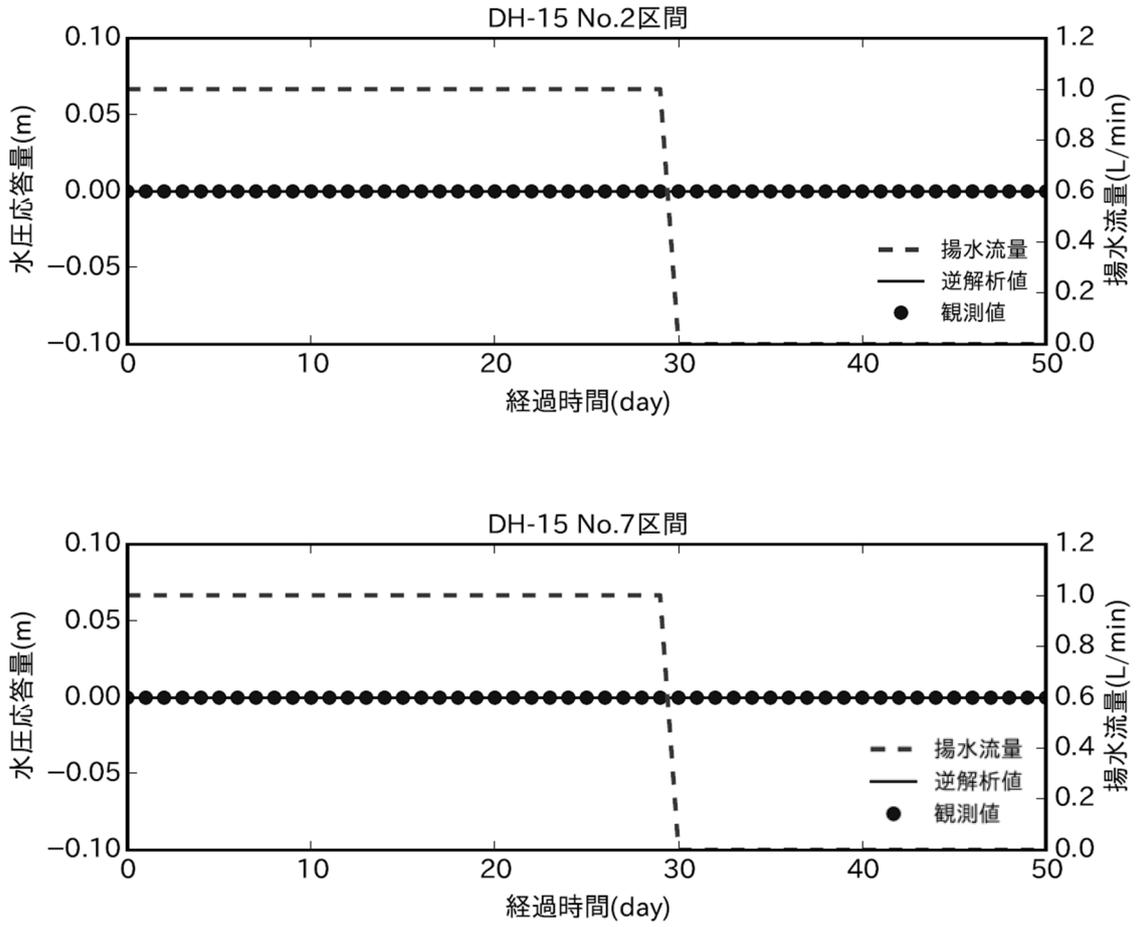


図 4. 4. 2-1 水圧変化の再現性 (Case A) (3/3)

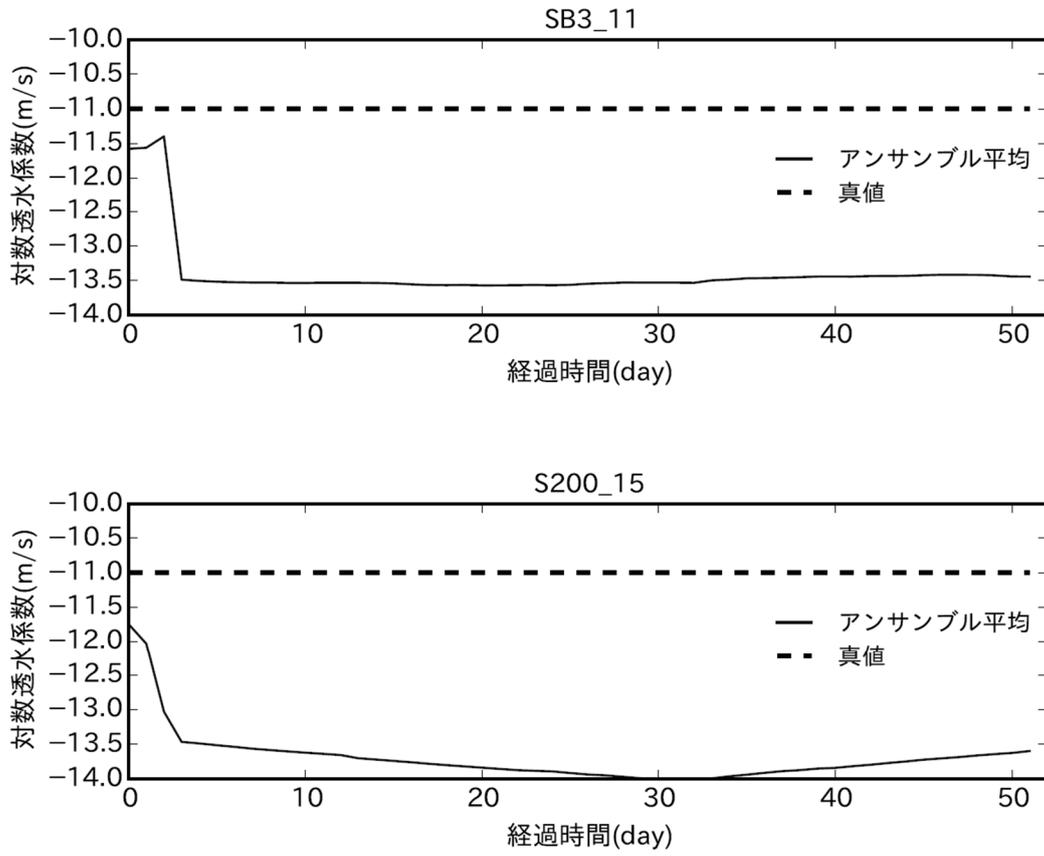


図 4. 4. 2-2 透水係数の推定結果 (Case A)

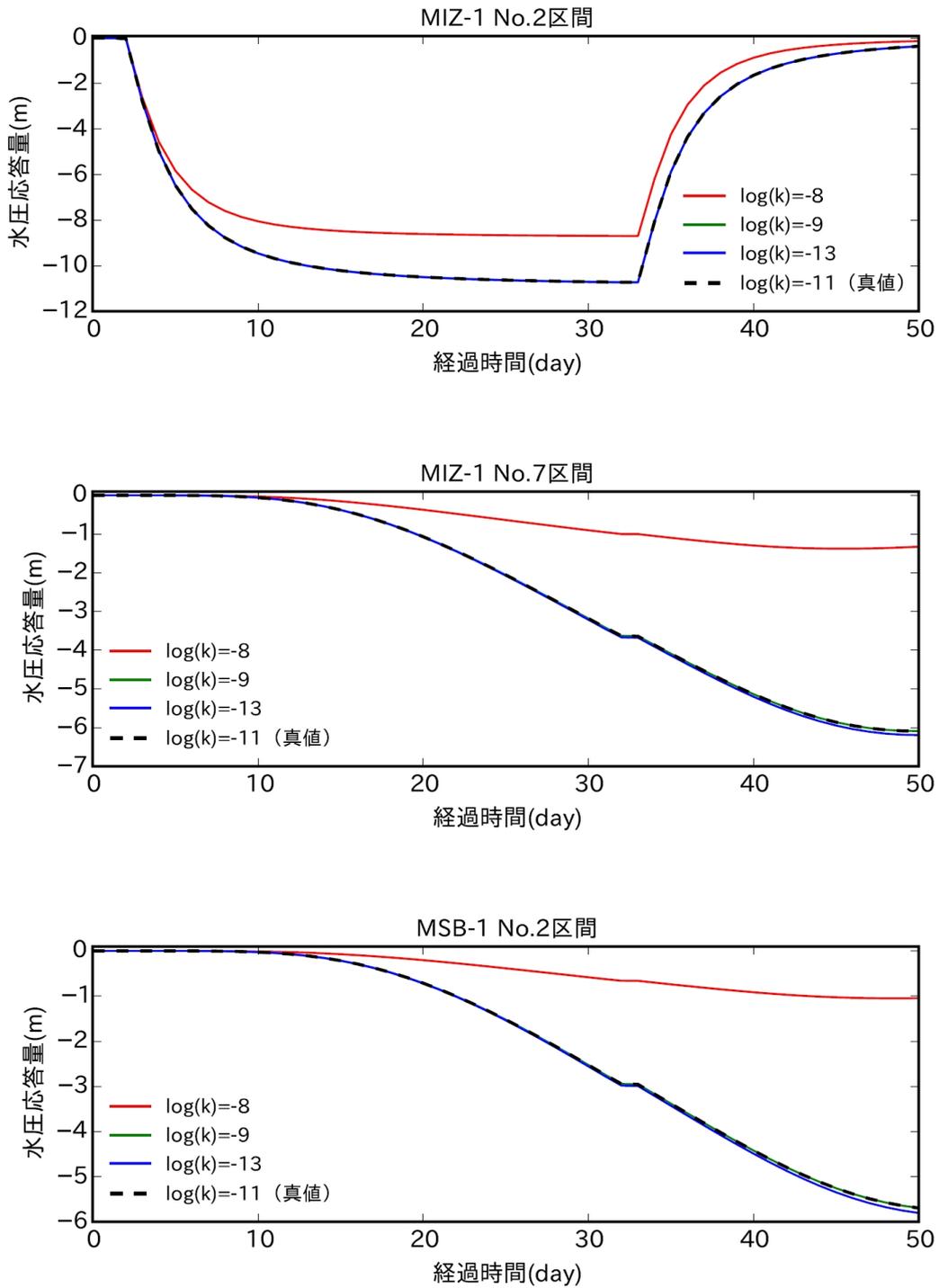


図 4.4.2-3 同定対象の透水係数値が解析結果に与える影響 (1/3)

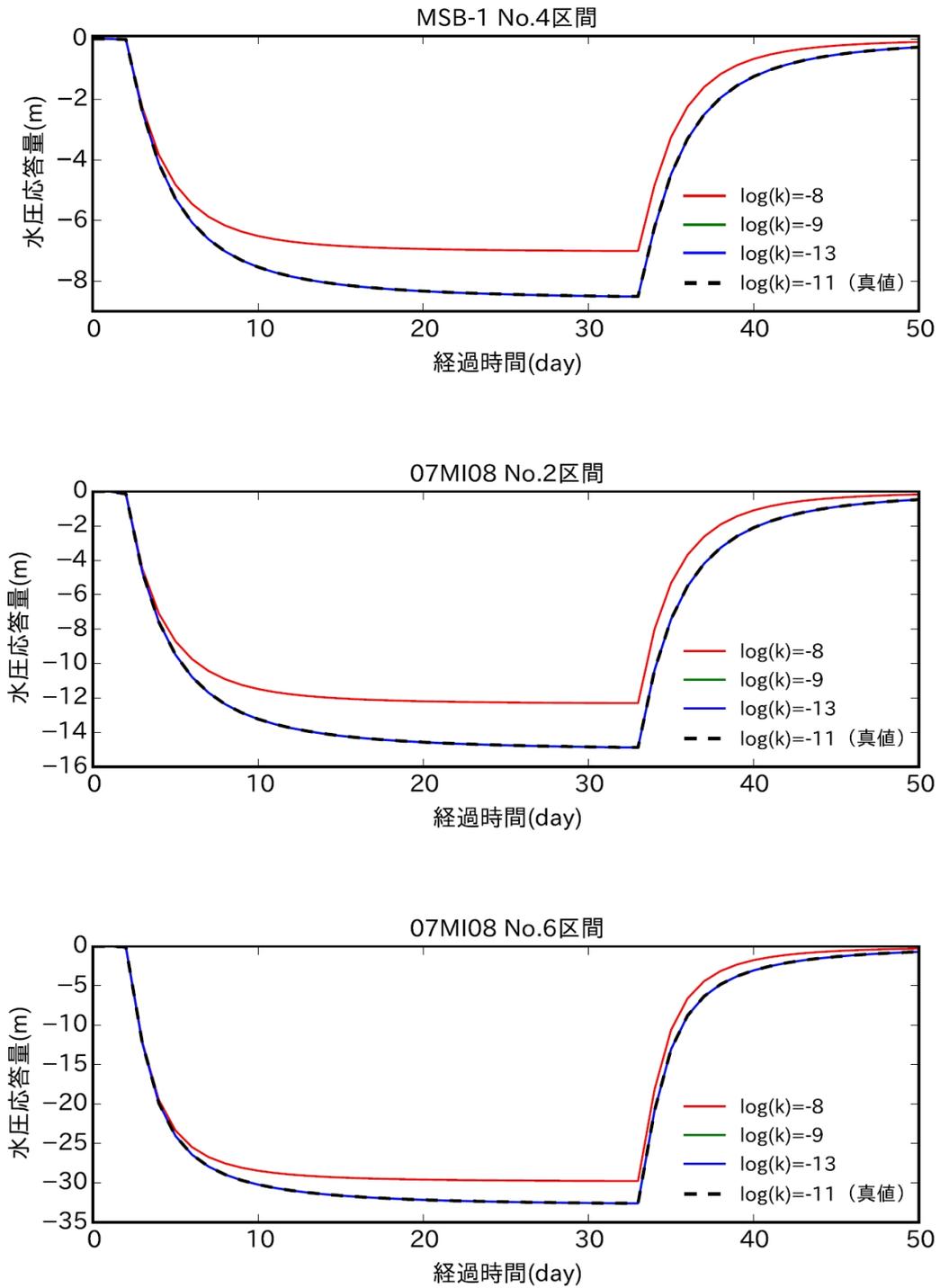


図 4. 4. 2-3 同定対象の透水係数値が解析結果に与える影響 (2/3)

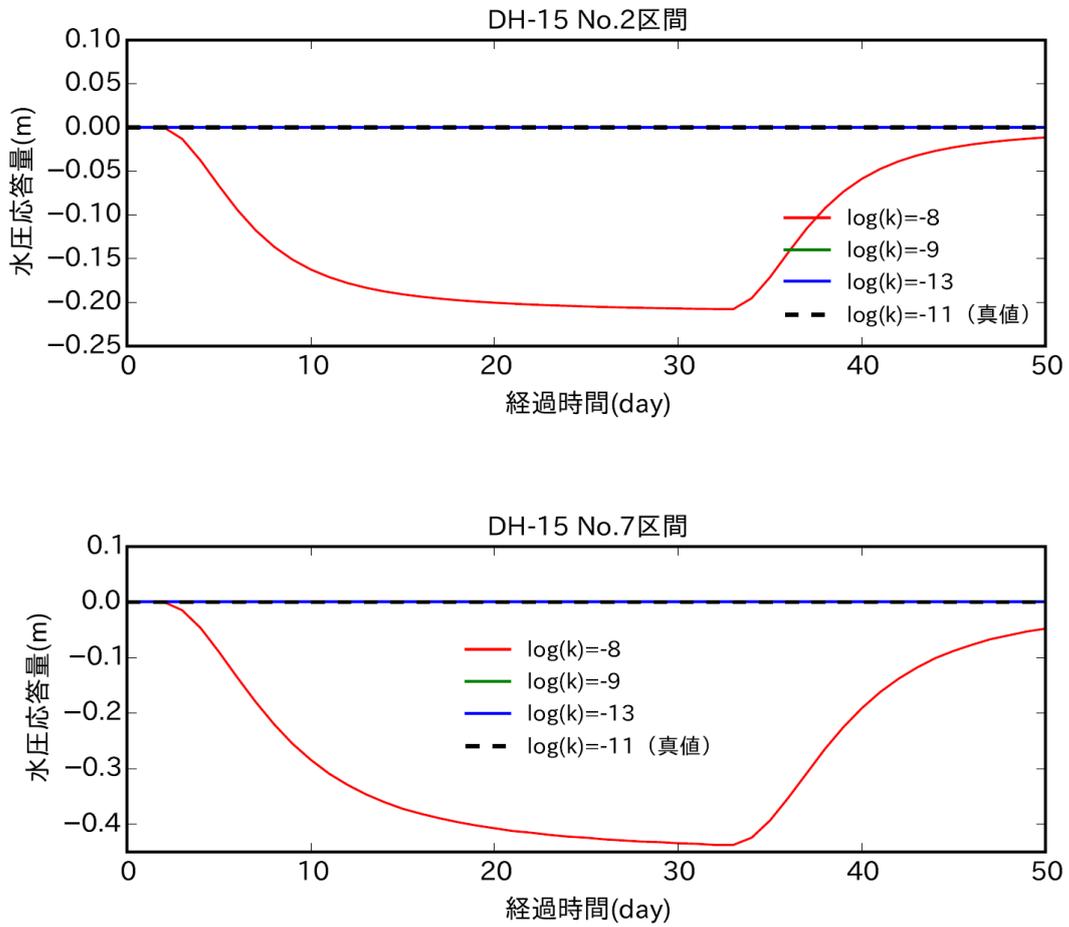


図 4.4.2-3 同定対象の透水係数値が解析結果に与える影響 (3/3)

(2) Case B

観測地点における水圧の再現結果を図 4.4.2-4 に示す。全体的に水圧の挙動を再現できているが、Case A と比較すると、再現値に微少な摂動が認められ、同定パラメータ数が増えたことによる影響が認められる。一方、透水係数の推定結果（図 4.4.2-5）では、近傍に観測孔が存在する S200_15_2 断層を除いて全期間にわたって誤差が大きい。例えば、SH180_8 および SH180_9 断層は揚水孔と反対側の領域に観測孔が全く存在しないため、同定できていない。本実験で用いる観測結果の情報が不足していることは Case A で述べたが、Case B ではさらに未知パラメータ数が増えたことで観測を再現できる透水係数の組み合わせの自由度が増し、真値の同定がより困難になっていることが分かる。

図 4.4.2-6 は節点水圧のアンサンブル平均の真値との誤差を可視化したものである。これによると、SH180_8 および SH180_9 の 2 条の断層に挟まれる領域において特に大きな誤差が発生しているのが分かる。さらに、初期は両断層周辺でのみ誤差が分布しているが、最終的には大きな誤差を有する領域が拡大しており、2 つの断層の透水係数が真値と大きく異なる値として推定された影響が大きく表れていると考えられる。また、図 4.4.2-7 は節点水圧のアンサンブルの標準偏差を可視化したものであり、地下水流動解析結果の不確かさの大きい領域を確認することができる。ここでも SH180_8 および SH180_9 断層の近傍で水圧の解析結果のばらつきが大きくなっており、両断層の透水係数の同定が困難なために不確かさが大きくなっていると推察される。したがって、この領域内で水圧の観測が得られれば、逆解析の精度が向上すると考えられる。

3.3 節の数値実験で示したように、同定パラメータ数が多い場合にはアンサンブルのサイズを大きくすることで精度の向上が期待できることから、本数値実験でも 480 サンプルのアンサンブルを用いて Case B の逆解析を実施した。このときの透水係数の推定結果を図 4.4.2-8 に示す。96 サンプルの結果（図 4.4.2-5）と比較すると、揚水を停止するまでの期間において誤差が相対的に小さくなっており、アンサンブルの大きさが逆解析の精度に影響を与えることが改めて示された。しかし、揚水停止後の期間に関しては推定値が再度大きく変化して真値から大きく乖離しており、サンプル数を増やしても真値の同定には至っていないことが分かる。

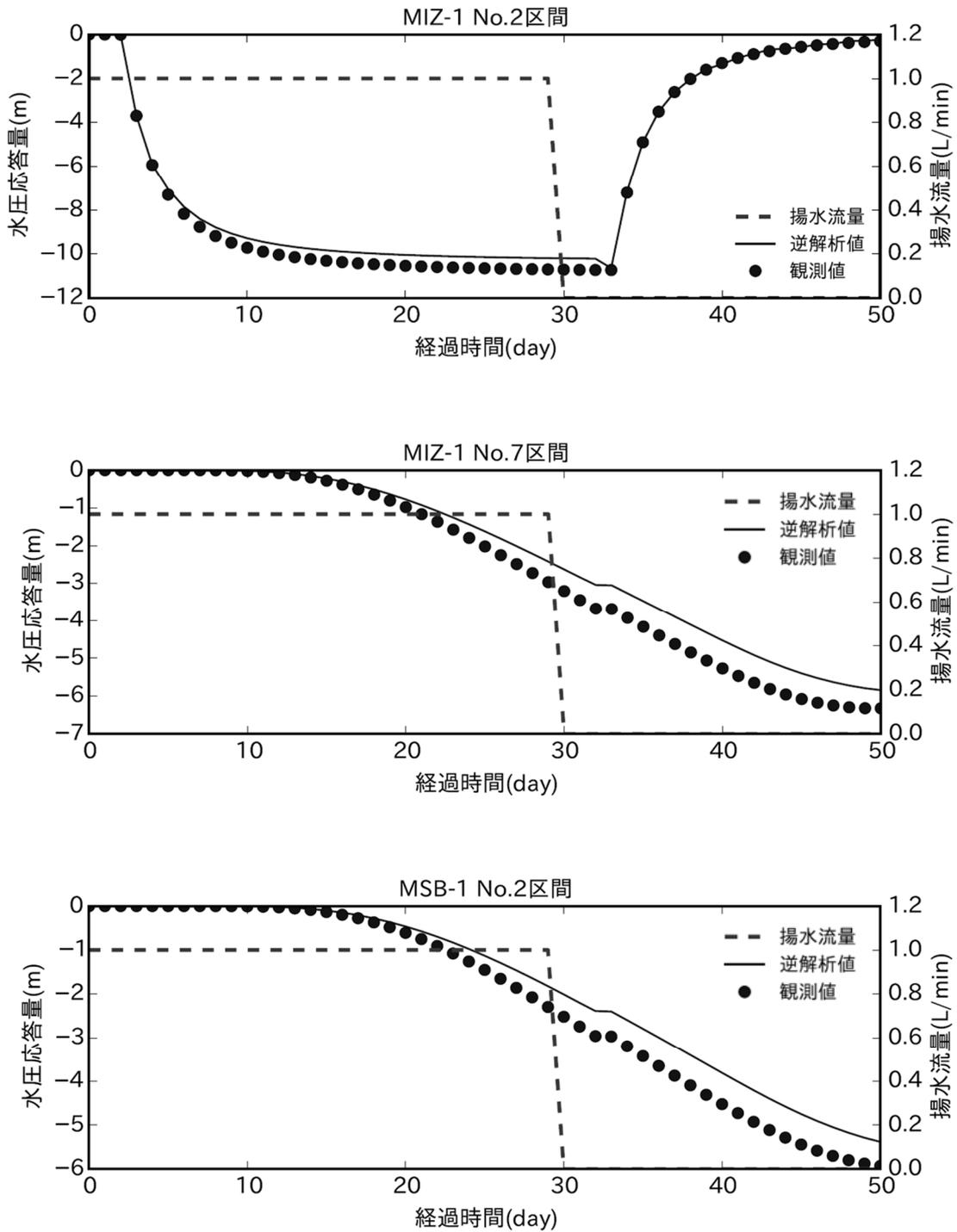


図 4. 4. 2-4 水圧変化の再現性 (Case B) (1/3)

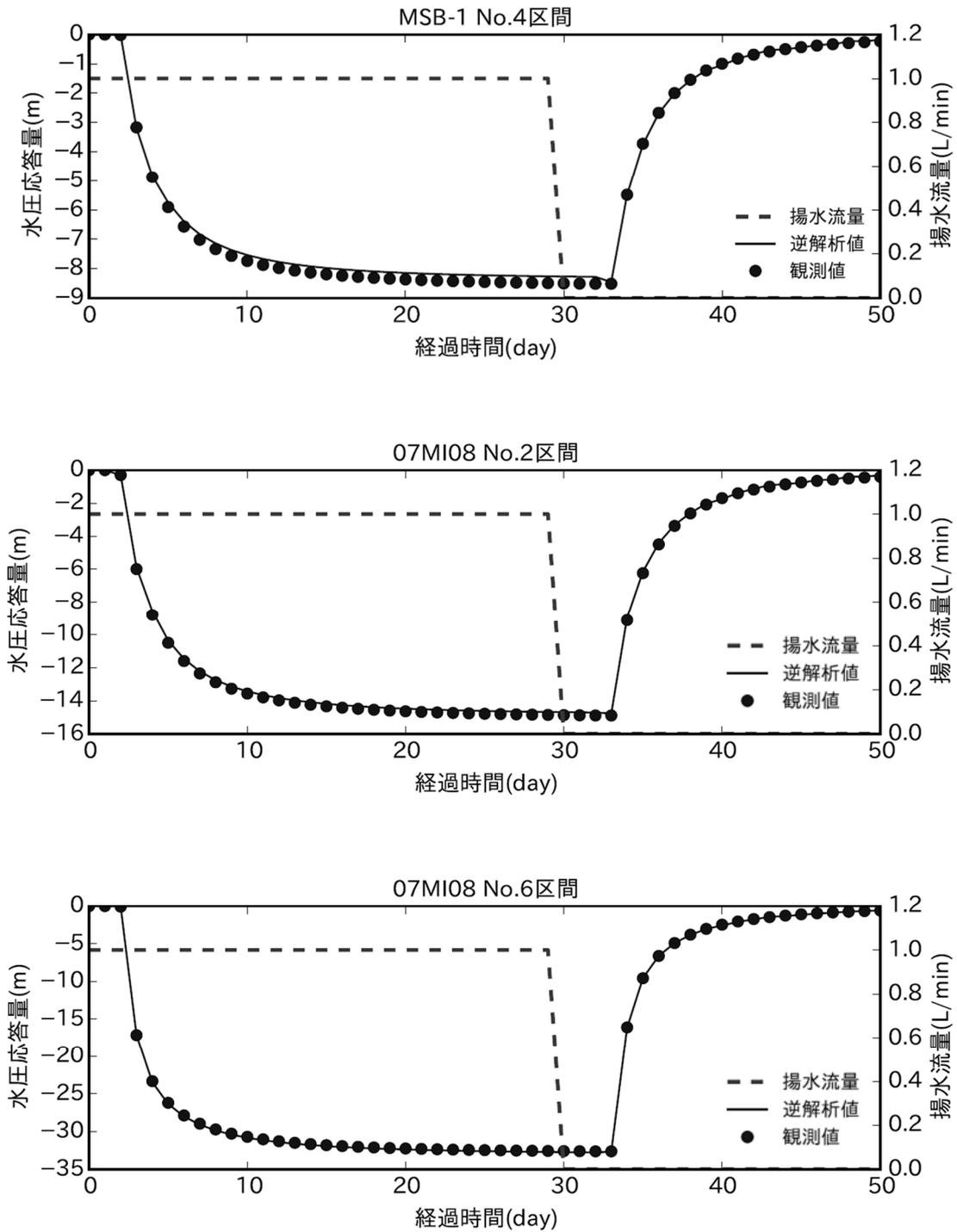


図 4.4.2-4 水圧変化の再現性 (Case B) (2/3)

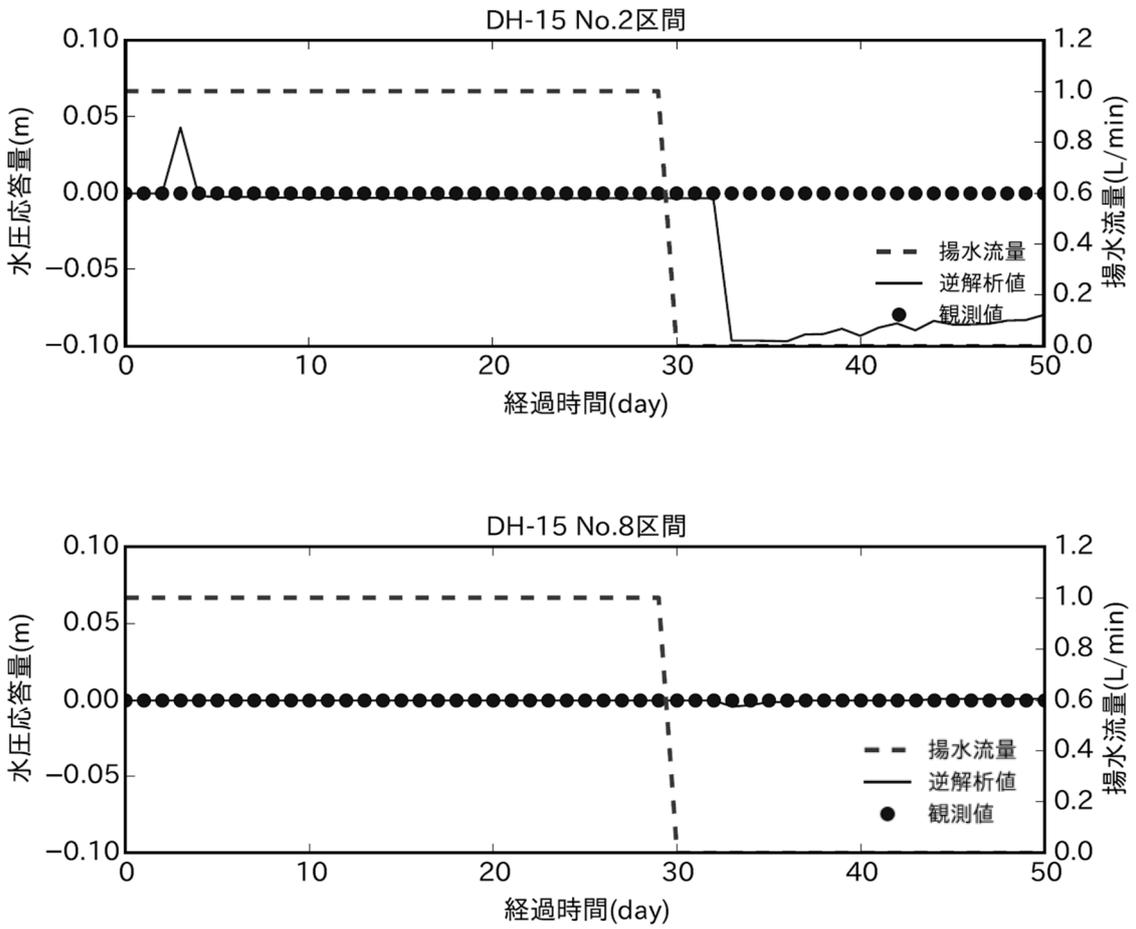


図 4. 4. 2-4 水圧変化の再現性 (Case B) (3/3)

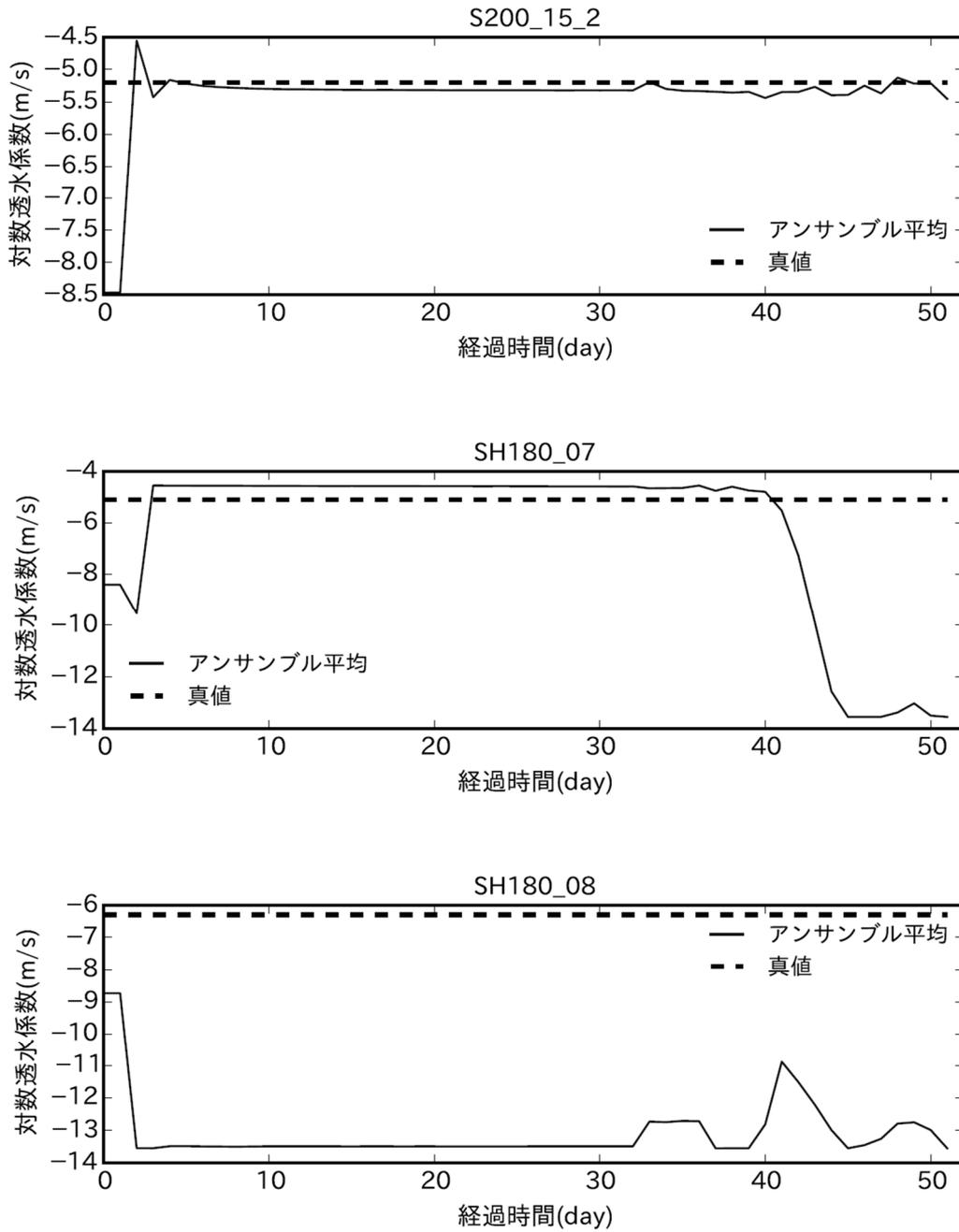


図 4. 4. 2-5 透水係数の推定結果 (Case B) (1/2)

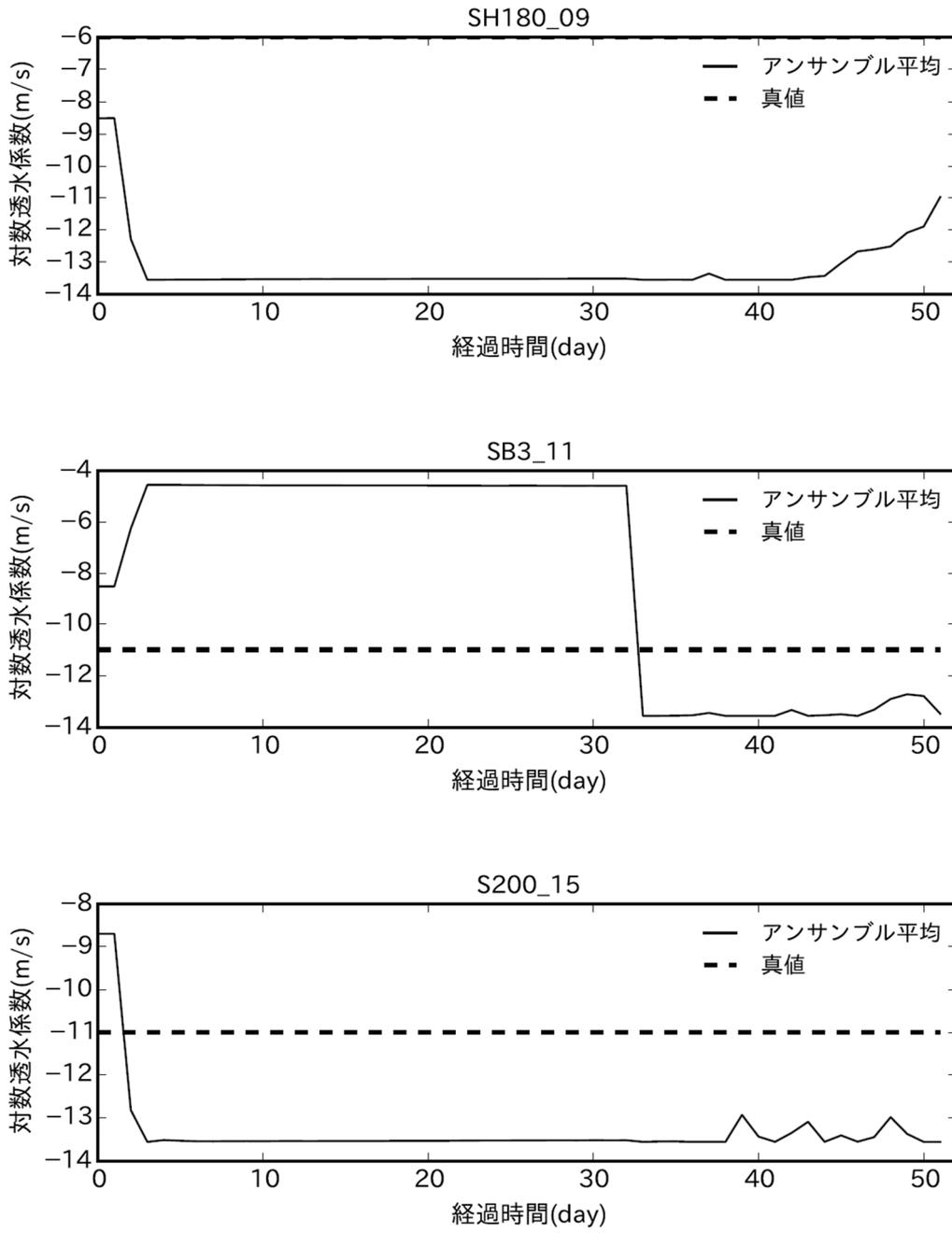


図 4.4.2-5 透水係数の推定結果 (Case B) (2/2)

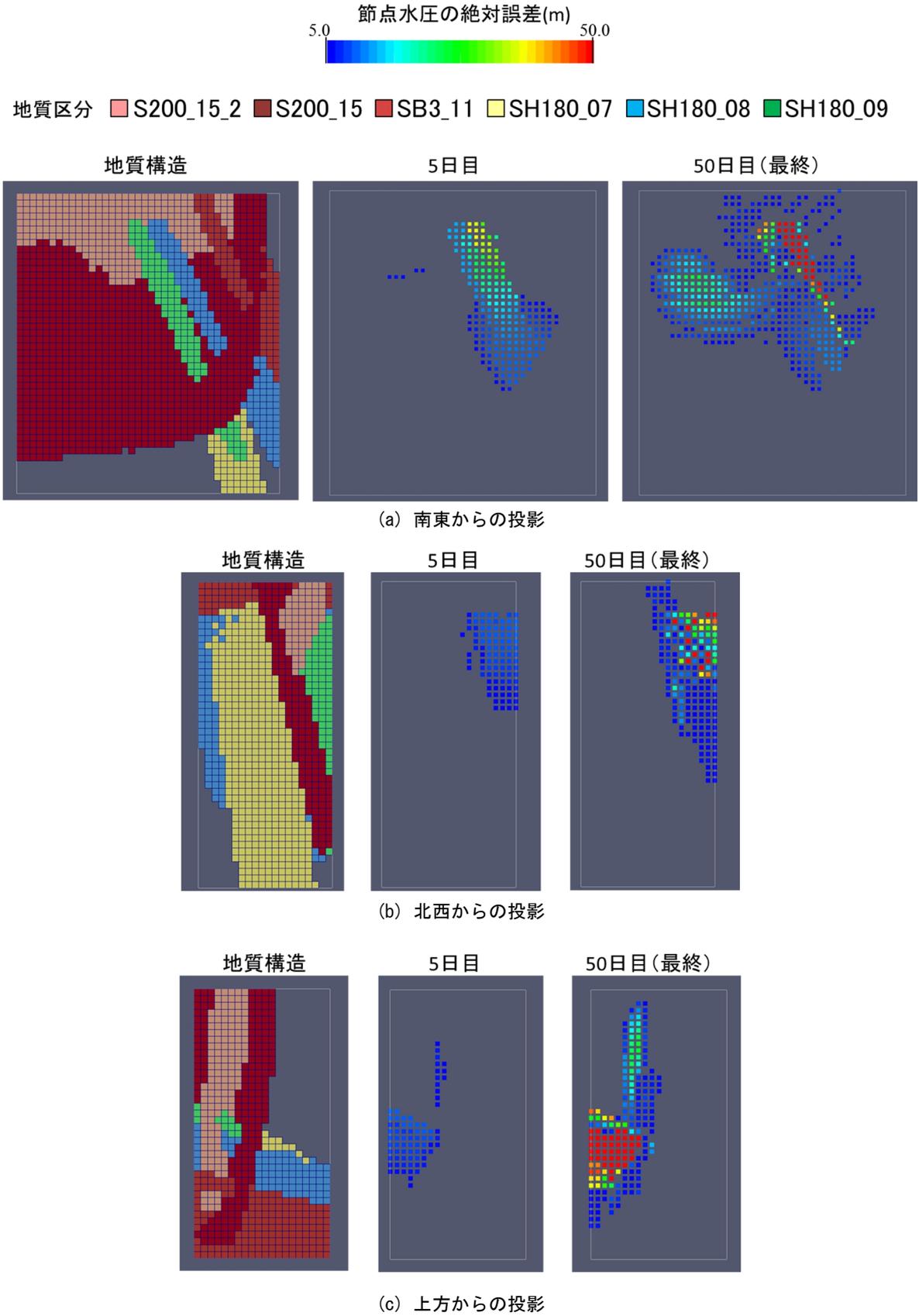


図 4.4.2-6 節点水頭の誤差分布

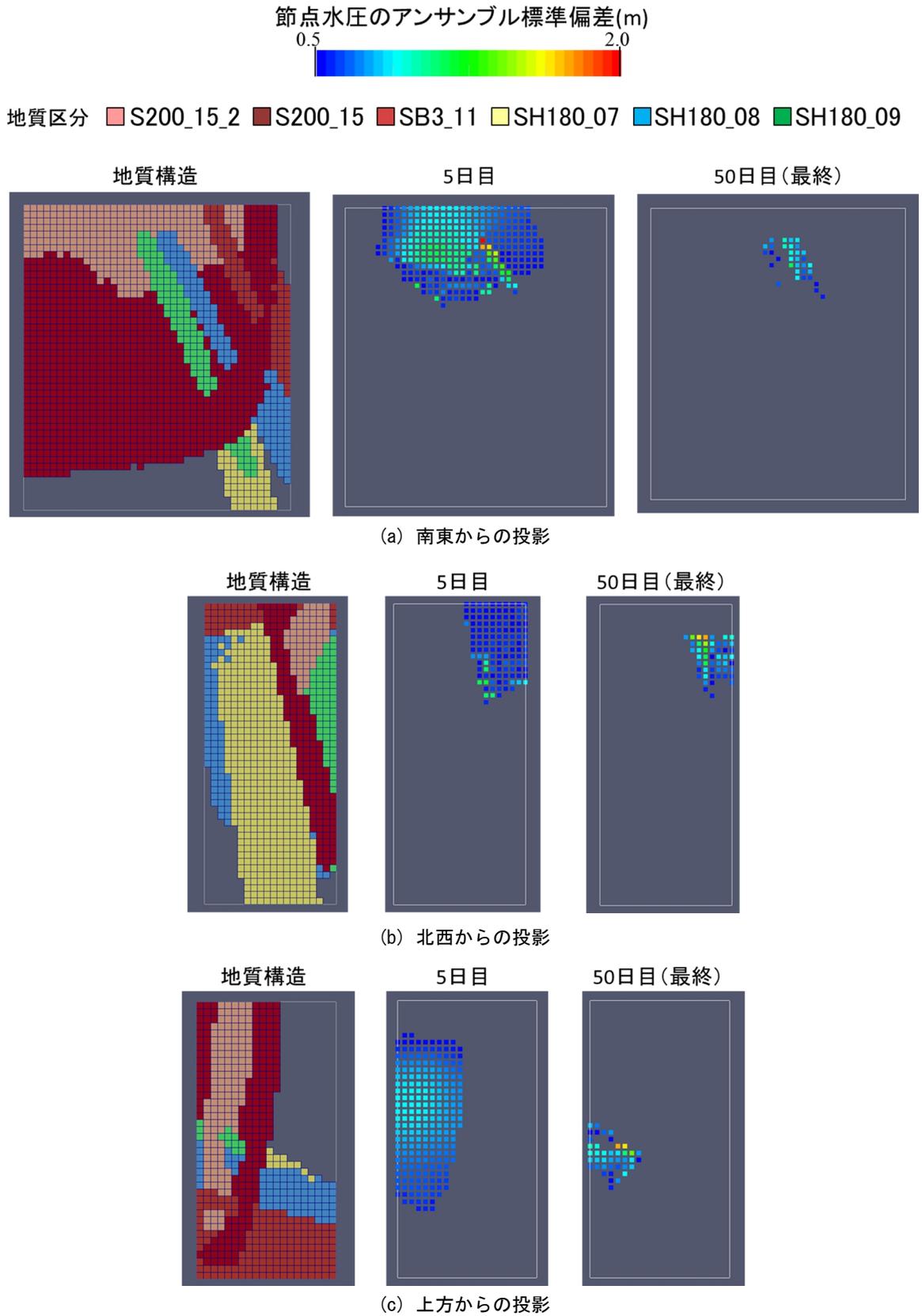


図 4.4.2-7 節点水頭のアンサンブルのばらつき

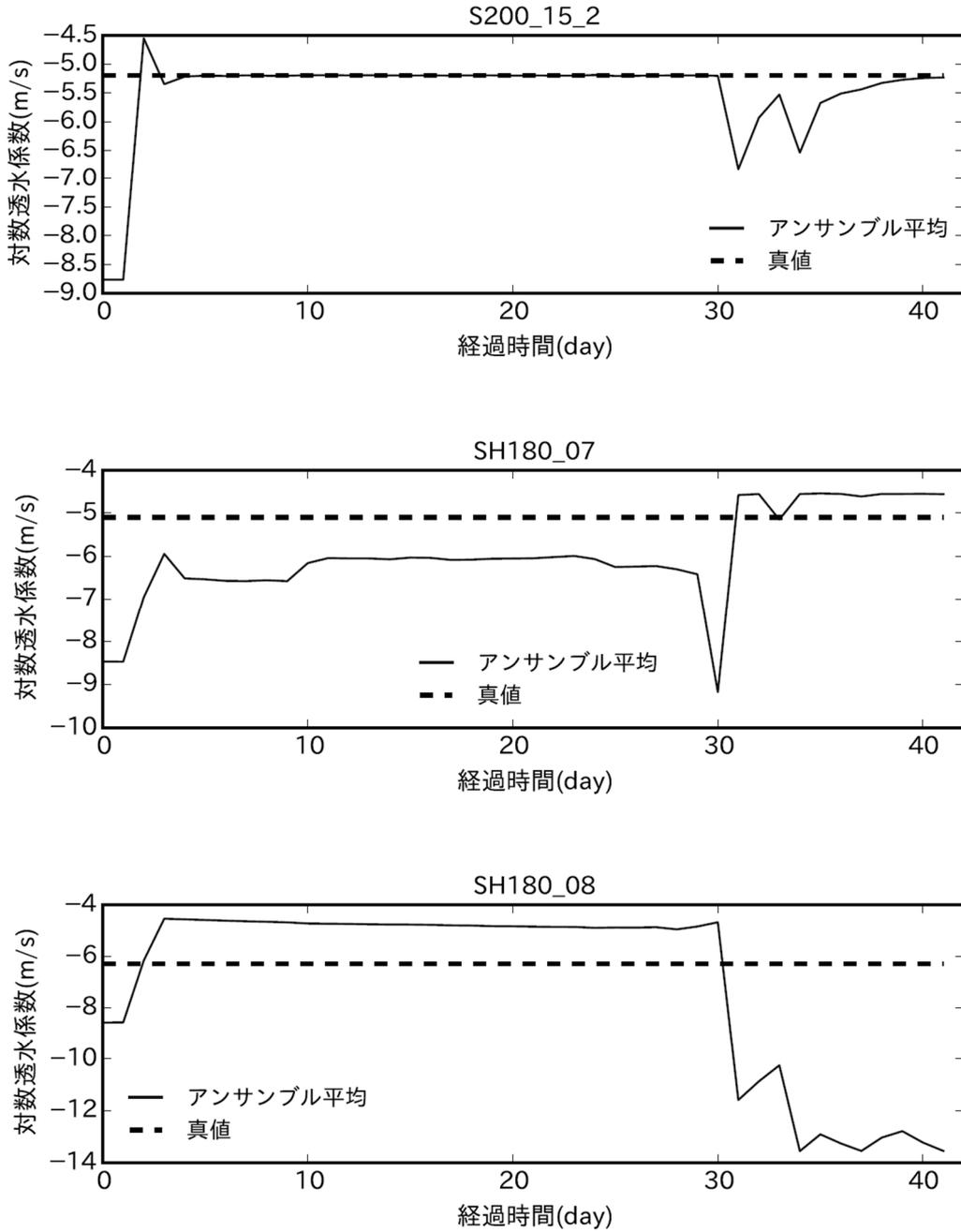


図 4.4.2-8 サンプル数を 480 とした場合の透水性係数の推定結果 (Case B) (1/2)

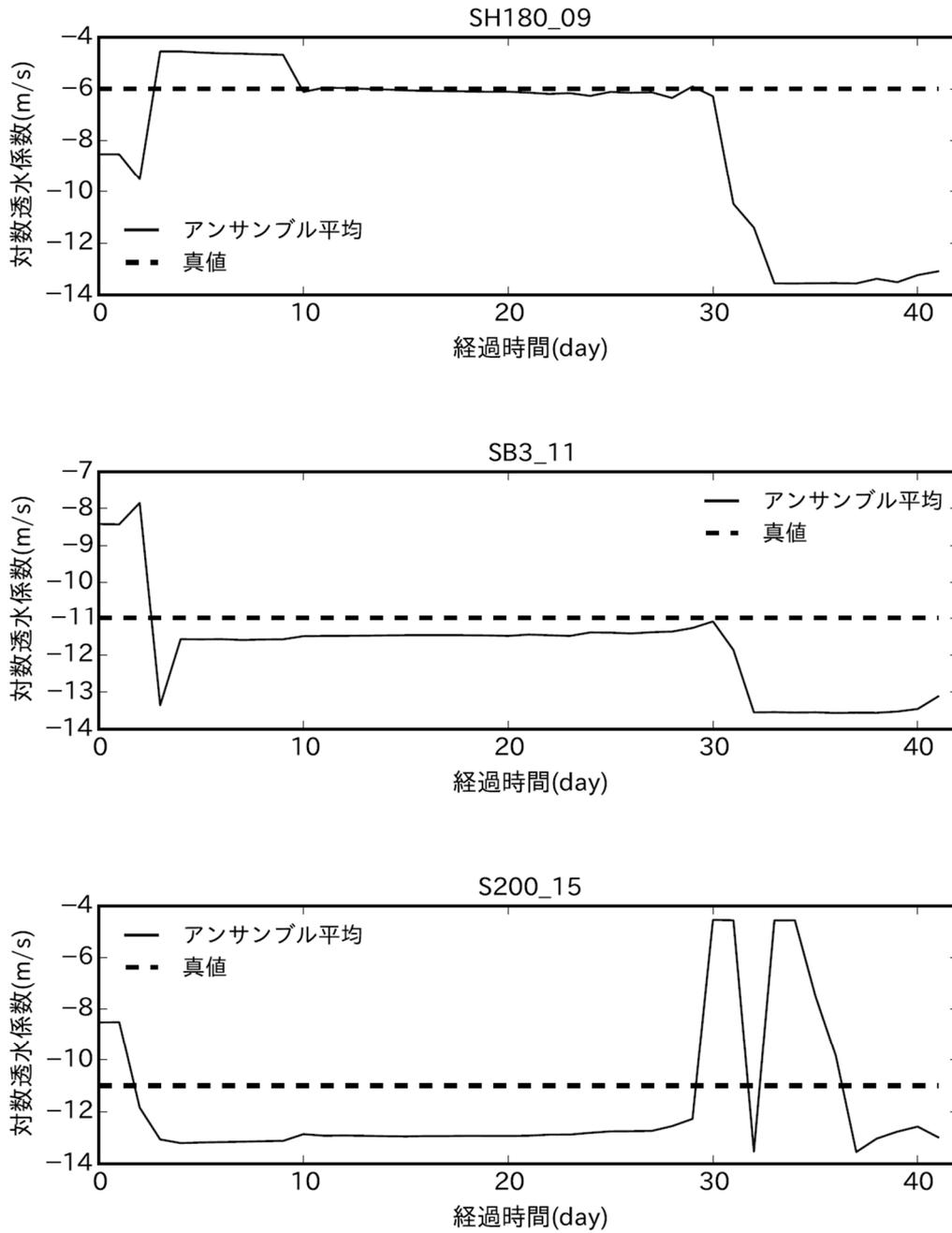


図 4.4.2-8 サンプル数を 480 とした場合の透水性係数の推定結果 (Case B) (2/2)

4.5 課題と今後の計画

4.5.1 得られた課題

MIU 周辺モデルデータへの適用では、いずれの逆解析手法でも、十分な透水不均質性の推定には至らなかったが、それぞれの手法で課題を確認した。

(1) アジョイント法

アジョイント法では順解析による水圧変化データ作成の段階で、有意な計算がなされていないことを確認した。

3.1 の数値実験では時間メッシュと空間メッシュの大きさの組合せが偶然適切なものであったが、4.1 の MIU 周辺モデルデータに適用するにあたって、この組み合わせの調整ができていないことが原因と考えられる。これについては後に適切な時間メッシュを見出している。

(2) アンサンブルカルマンフィルタ

アンサンブルカルマンフィルタでは、情報量不足による課題が 2 点得られた。

断層の不透水性がある程度を超えると水圧応答が得られないため、周辺岩盤に比べて低透水性であることは推定できたが透水係数の定量的な同定には至らなかった。

また、観測点に挟まれていない断層については透水係数の推定ができない例にみるように、領域全体を同定するためには不十分な観測点の配置であることを確認した。

4.5.2 今後の計画

4.5.1 で述べた課題を踏まえると、逆解析手法を機能させるためには情報量に着目したさらなる検討が必要であることが分かる。情報量は観測点の配置や数を変更することである程度の充実が期待できる。一方で、揚水点の位置を変えることで低透水性断層により遮断されていた観測点でも情報を得ることができる。

本研究では未知と仮定する情報の条件を変えることで情報量を多様化させ各逆解析手法の適用性を検討した。次の研究段階では、原位置データに表 4.5.2 に示す変更を加えたモデルを作成して、観測点・揚水点による情報量の大小も含めて、逆解析に使用するデータ条件による各逆解析手法の適用性を実規模モデルで確認する予定である。

表 4.5.2 次の研究段階に向けての原位置データの変更内容

	本研究での検討条件	今後の検討条件
観測点	偏った配置 (揚水点付近に遍在)	解析モデル全体に配置
揚水点	単一揚水点	複数の揚水点による複数の仮想揚水試験

5. まとめ

本研究では地下水流動評価における逆解析手法の適用方法の検討に資することを目的として、逆解析手法に関する文献調査、アジョイント法およびアンサンブルカルマンフィルタを用いた数値実験を実施した。

文献調査の結果、地下水を対象とした逆解析としては様々な手法が存在するが、逆解析によって地盤の水理学的な不均質性を適切に推定するためには、逆解析に用いる調査データの量や質が重要であり、原位置で取得される限られた調査データの量や質に応じた逆解析の適用方法を構築することが必要であると考えられる。

数値実験では、事前情報量および逆解析手法の違いが透水係数の空間分布の推定結果に与える影響を確認した。その結果、透水係数の空間分布を効率的に推定するにあたっては、事前情報が重要であること、および各逆解析手法の性能が最大限に発揮される適用条件が異なる可能性があることを確認した。

さらに、より大規模かつ不均質性の高い水理地質構造を対象とした場合の逆解析の課題の抽出を目的として、MIU 周辺モデルデータを用いた逆解析を実施した。その結果、本実験では同定すべき断層の透水係数に対して、逆解析に使用する観測結果の情報が不足することが明らかとなった。特に、現状の観測点配置では揚水試験時の水圧応答が認められない観測孔があるため、透水係数の同定が可能な断層が限られてしまうことが確認できた。また、大規模問題に対応するための逆解析コードの調整や改良が必要であることが明らかとなった。

今後は、上記の逆解析コードの調整や改良を進めるとともに、逆解析の対象とする解析モデルに考慮する水理地質構造の透水係数や観測点・揚水点配置を変更した検討を実施し、逆解析に用いる情報量の過不足が逆解析結果に与える影響を解析的に確認することで、原位置における岩盤の水理学的な不均質性を推定するうえで、各逆解析手法が有効に適用できる条件を検討していく予定である。

参考文献

- 1) 日本原子力研究開発機構：“超深地層研究所 地層科学研究基本計画”，JAEA-Review 2010-016 (2010), 37p.
- 2) 動力炉・核燃料開発事業団：“広域地下水流動研究基本計画書”，PNC TN7020 98-001(1997).
- 3) Theis, C.V.: “The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage”, Transaction American Geophysical Union, April 25-26, pp.519-524 (1935).
- 4) Cooper, H.H., Jr. and C.E. Jacob: “A generalized graphic method for evaluation formation constants and summarizing well-field history”, Transaction American Geophysical Union, Vol.27, No.4, pp.526-534 (1946).
- 5) 青木一男, 嘉門雅史: “不均質地盤における帯水層定数の同定について”, 土木学会論文集 第 382 号/Ⅲ-7, pp.91-99 (1987).
- 6) 大西有三, 井尻裕二: “不均質地盤における浸透流の逆問題解析手法に関する基礎的研究”, 土木学会論文集 第 376 号/Ⅲ-6, pp.121-130 (1986).
- 7) 本城勇介, 森嶋章: “地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定: 推定の不確実性とその予測への影響”, 土木学会論文集 第 400 号/Ⅲ-10, pp.215-224 (1988).
- 8) Tosaka, H., Masumoto, K. and Kojima, K.: “Hydropulse Tomography for Identifying 3-D Permeability distribution”. Proc. Int. High Level Radioactive Waste Management Conf., Las Vegas, Nevada, U.S., pp.955-959 (1993).
- 9) 増本清: “地下水理逆解析における計算機記憶容量節約アルゴリズム”, 応用力学論文集 Vol.7, pp.191-199 (2004).
- 10) Goda, T. and Sato, K.: “Sequential Assimilation of Tracer Test Data by Ensemble Kalman Filter for Fracture Identification”, Journal of the Japan Petroleum Institute, 52, (5), pp.275-282 (2009).
- 11) Illman W.A.: “Hydraulic Tomography Offers Improved Imaging of Heterogeneity in Fractured Rocks”, Groundwater Vol.52, No.5, pp.659-684 (2014).
- 12) 増本清: “非線形逆問題における局所解の探索手法”, 土木学会応用力学委員会逆問題小委員会ホームページ逆問題副読本, http://tcu-yoshida-lab.org/Inverse_HP/fukudoku_details3.html
- 13) Evensen, G.: “The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation”, Ocean Dynamics Vol.53, No.4, pp.343-367 (2003).
- 14) 西垣 誠, 三菱マテリアル, ダイヤコンサルタント: “オイラリアン・ラグランジアン・3次元飽和不飽和浸透流-移流分散解析プログラム データ入力マニュアル” (2010).
- 15) 糸魚川淳二: “瑞浪地域の地質”, 瑞浪市化石博物館専報, 第 1 号, pp.1-50 (1980).
- 16) 陶土団体研究グループ: “断層境界を伴う多数の基礎ブロックからなる内陸盆地 —岐阜県多治見市周辺の東海層群堆積盆地の例—”, 地球科学, 53, pp.291-306 (1999).
- 17) 三枝博光, 瀬野康弘, 中間茂雄, 鶴田忠彦, 岩月輝希, 天野健治, 竹内竜史, 松岡稔幸, 尾上博則, 水野崇, 大山卓也, 濱克宏, 佐藤稔紀, 久慈雅栄, 黒田英高, 仙波毅, 内田雅大, 杉原弘造, 坂巻昌工: “超深地層研究所計画における地表からの調査予測研究段階 (第 1 段階) 研究成果報告書”, JAEA-Research 2007-043 (2007), 337p.
- 18) 石橋正祐紀, 笹尾英嗣, 窪島光志, 松岡稔幸, : “超深地層研究所計画におけるサイトスケール地質構造モデルの構築 —第 2 段階における Shaft460 から Shaft500 地質構造モデルへの

- 更新一”， JAEA-Research 2013-019 (2013), 31p.
- 19) 鶴田忠彦, 武田匡樹, 上野孝志, 大丸修二, 徳安真吾, 尾上博則, 新宮信也, 石橋正祐紀, 竹内竜史, 松岡稔幸, 水野崇, 田上雅彦: “超深地層研究所計画 主立坑断層を対象としたボーリング調査結果報告書”, JAEA-Technology 2012-001 (2012), 134p.
 - 20) 大丸修二, 尾上博則, 竹内竜史: “超深地層研究所計画 (岩盤の水理に関する調査研究) 主立坑断層を対象とした水理学的調査”, JAEA-Research 2012-008 (2012), 70p.
 - 21) Hironori ONOE, Ryuji TAKEUCHI, Hiromitsu SAEGUSA, Shuji DAIMARU, Tomoyuki KARINO: “Interpretation of Hydrogeological Characteristics based on Data from Long-Term Cross-Hole Pumping Test”, Proceedings of the 19th International Conference on Nuclear Engineering, Makuhari, Chiba, Japan, ICONE19-43560 (2011).
 - 22) Van Leeuwen, P. J.: “Particle filtering in geophysical systems”, Monthly Weather Review, Vol.137, No.12, pp.4089-4114 (2009).

This is a blank page.

国際単位系 (SI)

表1. SI 基本単位

基本量	SI 基本単位	
	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	s
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質량	モル	mol
光度	カンデラ	cd

表2. 基本単位を用いて表されるSI組立単位の例

組立量	SI 組立単位	
	名称	記号
面積	平方メートル	m ²
体積	立方メートル	m ³
速度	メートル毎秒	m/s
加速度	メートル毎秒毎秒	m/s ²
波数	毎メートル	m ⁻¹
密度, 質量密度	キログラム毎立方メートル	kg/m ³
面積密度	キログラム毎平方メートル	kg/m ²
比体積	立方メートル毎キログラム	m ³ /kg
電流密度	アンペア毎平方メートル	A/m ²
磁界の強さ	アンペア毎メートル	A/m
量濃度 ^(a) , 濃度	モル毎立方メートル	mol/m ³
質量濃度	キログラム毎立方メートル	kg/m ³
輝度	カンデラ毎平方メートル	cd/m ²
屈折率 ^(b)	(数字の)	1
比透磁率 ^(b)	(数字の)	1

(a) 量濃度 (amount concentration) は臨床化学の分野では物質濃度 (substance concentration) ともよばれる。
 (b) これらは無次元量あるいは次元1をもつ量であるが、そのことを表す単位記号である数字の1は通常は表記しない。

表3. 固有の名称と記号で表されるSI組立単位

組立量	SI 組立単位			
	名称	記号	他のSI単位による表し方	SI基本単位による表し方
平面角	ラジアン ^(b)	rad	1 ^(b)	m/m
立体角	ステラジアン ^(b)	sr ^(c)	1 ^(b)	m ² /m ²
周波数	ヘルツ ^(d)	Hz		s ⁻¹
力	ニュートン	N		m kg s ⁻²
圧力, 応力	パスカル	Pa	N/m ²	m ⁻¹ kg s ⁻²
エネルギー, 仕事, 熱量	ジュール	J	N m	m ² kg s ⁻²
仕事率, 工率, 放射束	ワット	W	J/s	m ² kg s ⁻³
電荷, 電気量	クーロン	C		s A
電位差 (電圧), 起電力	ボルト	V	W/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻¹
静電容量	ファラド	F	C/V	m ² kg ⁻¹ s ⁴ A ²
電気抵抗	オーム	Ω	V/A	m ² kg s ⁻³ A ⁻²
コンダクタンス	ジーメン	S	A/V	m ² kg ⁻¹ s ³ A ²
磁束	ウエーバ	Wb	Vs	m ² kg s ⁻² A ⁻¹
磁束密度	テスラ	T	Wb/m ²	kg s ⁻² A ⁻¹
インダクタンス	ヘンリー	H	Wb/A	m ² kg s ⁻² A ⁻²
セルシウス温度	セルシウス度 ^(e)	°C		K
光路長	ルーメン	lm	cd sr ^(c)	cd
放射線量	ルクス	lx	lm/m ²	m ⁻² cd
放射性核種の放射能 ^(f)	ベクレル ^(d)	Bq		s ⁻¹
吸収線量, 比エネルギー分与, カーマ	グレイ	Gy	J/kg	m ² s ⁻²
線量当量, 周辺線量当量, 方向性線量当量, 個人線量当量	シーベルト ^(g)	Sv	J/kg	m ² s ⁻²
酸素活性	カタール	kat		s ⁻¹ mol

(a) SI接頭語は固有の名称と記号を持つ組立単位と組み合わせても使用できる。しかし接頭語を付した単位はもはやコヒーレントではない。
 (b) ラジアンとステラジアンは数字の1に対する単位の特別な名称で、量についての情報をつたえるために使われる。実際には、使用する時には記号rad及びsrが用いられるが、習慣として組立単位としての記号である数字の1は明示されない。
 (c) 測光学ではステラジアンという名称と記号srを単位の表し方の中に、そのまま維持している。
 (d) ヘルツは周期現象についてのみ、ベクレルは放射性核種の統計的過程についてのみ使用される。
 (e) セルシウス度はケルビンの特別な名称で、セルシウス温度を表すために使用される。セルシウス度とケルビンの単位の大きさは同一である。したがって、温度差や温度間隔を表す数値はどちらの単位で表しても同じである。
 (f) 放射性核種の放射能 (activity referred to a radionuclide) は、しばしば誤った用語で"radioactivity"と記される。
 (g) 単位シーベルト (PV, 2002, 70, 205) についてはCIPM勧告2 (CI-2002) を参照。

表4. 単位の中に固有の名称と記号を含むSI組立単位の例

組立量	SI 組立単位		
	名称	記号	SI基本単位による表し方
粘力のモーメント	パスカル秒	Pa s	m ⁻¹ kg s ⁻¹
表面張力	ニュートンメートル	N m	m ² kg s ⁻²
角速度	ニュートン毎メートル	N/m	kg s ⁻²
角加速度	ラジアン毎秒	rad/s	m m ⁻¹ s ⁻¹ = s ⁻¹
熱流密度, 放射照度	ラジアン毎秒毎秒	rad/s ²	m m ⁻¹ s ⁻² = s ⁻²
熱容量, エントロピー	ワット毎平方メートル	W/m ²	kg s ⁻³
比熱容量, 比エントロピー	ジュール毎ケルビン	J/K	m ² kg s ⁻² K ⁻¹
比エネルギー	ジュール毎キログラム毎ケルビン	J/(kg K)	m ² s ⁻² K ⁻¹
熱伝導率	ジュール毎キログラム	J/kg	m ² s ⁻²
体積エネルギー	ワット毎メートル毎ケルビン	W/(m K)	m kg s ⁻³ K ⁻¹
電界の強さ	ジュール毎立方メートル	J/m ³	m ⁻¹ kg s ⁻²
電荷密度	ジュール毎立方メートル	V/m	m kg s ⁻³ A ⁻¹
電表面積	クーロン毎立方メートル	C/m ³	m ⁻³ s A
電束密度, 電気変位	クーロン毎平方メートル	C/m ²	m ⁻² s A
誘電率	クーロン毎平方メートル	C/m ²	m ⁻² s A
透磁率	ファラド毎メートル	F/m	m ³ kg ⁻¹ s ⁴ A ²
モルエネルギー	ヘンリー毎メートル	H/m	m kg s ⁻² A ⁻²
モルエントロピー, モル熱容量	ジュール毎モル	J/mol	m ² kg s ⁻² mol ⁻¹
照射線量 (X線及びγ線)	ジュール毎モル毎ケルビン	J/(mol K)	m ² kg s ⁻² K ⁻¹ mol ⁻¹
吸収線量率	クーロン毎キログラム	C/kg	kg ⁻¹ s A
放射線強度	グレイ毎秒	Gy/s	m ² s ⁻³
放射輝度	ワット毎ステラジアン	W/sr	m ⁴ m ⁻² kg s ⁻³ = m ² kg s ⁻³
酵素活性濃度	ワット毎平方メートル毎ステラジアン	W/(m ² sr)	m ² m ⁻² kg s ⁻³ = kg s ⁻³
	カタール毎立方メートル	kat/m ³	m ³ s ⁻¹ mol

表5. SI 接頭語

乗数	名称	記号	乗数	名称	記号
10 ²⁴	ヨタ	Y	10 ¹	デシ	d
10 ²¹	ゼタ	Z	10 ²	センチ	c
10 ¹⁸	エクサ	E	10 ³	ミリ	m
10 ¹⁵	ペタ	P	10 ⁶	マイクロ	μ
10 ¹²	テラ	T	10 ⁹	ナノ	n
10 ⁹	ギガ	G	10 ¹²	ピコ	p
10 ⁶	メガ	M	10 ⁻¹⁵	フェムト	f
10 ³	キロ	k	10 ⁻¹⁸	アト	a
10 ²	ヘクト	h	10 ⁻²¹	ゼプト	z
10 ¹	デカ	da	10 ⁻²⁴	ヨクト	y

表6. SIに属さないが、SIと併用される単位

名称	記号	SI単位による値
分	min	1 min=60 s
時	h	1 h=60 min=3600 s
日	d	1 d=24 h=86 400 s
度	°	1°=(π/180) rad
分	'	1'=(1/60)°=(π/10 800) rad
秒	"	1"=(1/60)'=(π/648 000) rad
ヘクタール	ha	1 ha=1 hm ² =10 ⁴ m ²
リットル	L, l	1 L=1 l=1 dm ³ =10 ³ cm ³ =10 ⁻³ m ³
トン	t	1 t=10 ³ kg

表7. SIに属さないが、SIと併用される単位で、SI単位で表される数値が実験的に得られるもの

名称	記号	SI単位で表される数値
電子ボルト	eV	1 eV=1.602 176 53(14)×10 ⁻¹⁹ J
ダルトン	Da	1 Da=1.660 538 86(28)×10 ⁻²⁷ kg
統一原子質量単位	u	1 u=1 Da
天文単位	ua	1 ua=1.495 978 706 91(6)×10 ¹¹ m

表8. SIに属さないが、SIと併用されるその他の単位

名称	記号	SI単位で表される数値
バール	bar	1 bar=0.1MPa=100 kPa=10 ⁵ Pa
水銀柱ミリメートル	mmHg	1 mmHg=133.322Pa
オングストローム	Å	1 Å=0.1nm=100pm=10 ⁻¹⁰ m
海里	M	1 M=1852m
バイン	b	1 b=100fm ² =(10 ¹² cm) ² =10 ⁻²⁸ m ²
ノット	kn	1 kn=(1852/3600)m/s
ネーパ	Np	SI単位との数値的関係は、 対数量の定義に依存。
ベレル	B	
デシベル	dB	

表9. 固有の名称をもつCGS組立単位

名称	記号	SI単位で表される数値
エル	erg	1 erg=10 ⁻⁷ J
ダイン	dyn	1 dyn=10 ⁻⁵ N
ポアズ	P	1 P=1 dyn s cm ⁻² =0.1Pa s
ストークス	St	1 St=1cm ² s ⁻¹ =10 ⁻⁴ m ² s ⁻¹
スチルブ	sb	1 sb=1cd cm ⁻² =10 ⁴ cd m ⁻²
フオト	ph	1 ph=1cd sr cm ⁻² =10 ⁴ lx
ガリ	Gal	1 Gal=1cm s ⁻² =10 ⁻² ms ⁻²
マクスウエル	Mx	1 Mx=1 G cm ² =10 ⁻⁸ Wb
ガウス	G	1 G=1Mx cm ⁻² =10 ⁻⁴ T
エルステッド ^(a)	Oe	1 Oe _e =(10 ³ /4π)A m ⁻¹

(a) 3元系のCGS単位系とSIでは直接比較できないため、等号「△」は対応関係を示すものである。

表10. SIに属さないその他の単位の例

名称	記号	SI単位で表される数値
キュリー	Ci	1 Ci=3.7×10 ¹⁰ Bq
レントゲン	R	1 R=2.58×10 ⁻⁴ C/kg
ラド	rad	1 rad=1cGy=10 ⁻² Gy
レム	rem	1 rem=1 cSv=10 ⁻² Sv
ガンマ	γ	1 γ=1 nT=10 ⁻⁹ T
フェルミ	f	1 フェルミ=1 fm=10 ⁻¹⁵ m
メートル系カラット		1 メートル系カラット=0.2 g=2×10 ⁻⁴ kg
トル	Torr	1 Torr=(101 325/760) Pa
標準大気圧	atm	1 atm=101 325 Pa
カロリ	cal	1 cal=4.1858J (「15°C」カロリ), 4.1868J (「IT」カロリ), 4.184J (「熱化学」カロリ)
マイクロ	μ	1 μ=1μm=10 ⁻⁶ m

