

乱流単相流の対向複合対流熱伝達
(受託研究、翻訳資料)

Opposing Mixed Convection Heat Transfer for Turbulent Single-phase Flows
(Contract Research, Translated Document)

茂木 孝介 柴本 泰照 日引 俊詞 塚本 直史
金子 順一

Kosuke MOTEGI, Yasuteru SIBAMOTO, Takashi HIBIKI, Naofumi TSUKAMOTO
and Junichi KANEKO

安全研究・防災支援部門
安全研究センター
原子炉安全研究ディビジョン

Reactor Safety Research Division
Nuclear Safety Research Center
Sector of Nuclear Safety Research and Emergency Preparedness

September 2024

Japan Atomic Energy Agency

日本原子力研究開発機構

JAEA-Review

本レポートは国立研究開発法人日本原子力研究開発機構が不定期に発行する成果報告書です。本レポートはクリエイティブ・コモンズ表示 4.0 国際 ライセンスの下に提供されています。本レポートの成果（データを含む）に著作権が発生しない場合でも、同ライセンスと同様の条件で利用してください。（<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ja>）
なお、本レポートの全文は日本原子力研究開発機構ウェブサイト（<https://www.jaea.go.jp>）より発信されています。本レポートに関しては下記までお問合せください。

国立研究開発法人日本原子力研究開発機構 研究開発推進部 科学技術情報課
〒319-1112 茨城県那珂郡東海村大字村松4番地49
E-mail: ird-support@jaea.go.jp

This report is issued irregularly by Japan Atomic Energy Agency.
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en>).
Even if the results of this report (including data) are not copyrighted, they must be used under the same terms and conditions as CC-BY.
For inquiries regarding this report, please contact Library, Institutional Repository and INIS Section, Research and Development Promotion Department, Japan Atomic Energy Agency.
4-49 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1112, Japan
E-mail: ird-support@jaea.go.jp

乱流单相流の対向複合対流熱伝達 (受託研究、翻訳資料)

日本原子力研究開発機構 安全研究・防災支援部門 安全研究センター
原子炉安全研究ディビジョン

茂木 孝介、柴本 泰照、日引 俊詞*1、塚本 直史*2、金子 順一*2

(2024年6月7日受理)

既往研究において様々な対向複合対流の熱伝達相関式が提案されているが、それらは様々な試験装置、流路形状、試験流体、熱流動パラメータの範囲で実施された実験結果に基づいている。従って、使用に際してその適用範囲や外挿性を踏まえた上でどの相関式を選択すべきかを整理しておくことは重要である。本稿では既存の対向複合対流の熱伝達相関式についてレビューした。また、複数の既往実験データと各相関式との比較を行い、相関式の予測性能を評価した。その結果、Jackson and Fewster 相関式、Churchill 相関式、Swanson and Catton (IJHMT) 相関式は、全ての実験データを精度良く予測可能であった。さらに、代表長さに水力等価直径を用いることにより流路形状の違いに関わらず相関式が適用可能であり、支配パラメータの無次元化により試験流体によらず相関式が適用可能であることを確認した。

本報告書は日本原子力研究開発機構が原子力規制庁との委託研究契約により実施した研究成果に関するものである。本報告書は International Journal of Energy Research に掲載された茂木らによる論文「Opposing mixed convection heat transfer for turbulent single-phase flows」(<https://doi.org/10.1155/2024/6029412>)を和訳したものである。原論文はクリエイティブ・コモンズ・ライセンス（表示 4.0 国際）の下で配布されている。

原子力科学研究所：〒319-1195 茨城県那珂郡東海村大字白方 2-4

*1 香港城市大学

*2 原子力規制庁

**Opposing Mixed Convection Heat Transfer for Turbulent Single-phase Flows
(Contract Research, Translated Document)**

Kosuke MOTEGI, Yasuteru SIBAMOTO, Takashi HIBIKI*¹, Naofumi TSUKAMOTO*²
and Junichi KANEKO*²

Reactor Safety Research Division, Nuclear Safety Research Center,
Sector of Nuclear Safety Research and Emergency Preparedness
Japan Atomic Energy Agency
Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received June 7, 2024)

Several heat transfer correlations have been reported related to single-phase opposing flow; however, these correlations are based on experiments conducted in various channel geometries, working fluids, and thermal flow parameter ranges. Therefore, establishing a guideline for deciding which correlation should be selected based on its range of applicability and extrapolation performance is important. This study reviewed the existing heat transfer correlations for turbulent opposing-flow mixed convection. Furthermore, the authors evaluated the predictive performance of each correlation by comparing them with the experimental data obtained under various experimental conditions. The Jackson and Fewster, Churchill, and Swanson and Catton correlations can accurately predict all the experimental data. The authors confirmed that heat transfer correlations using the hydraulic-equivalent diameter as a characteristic length can be used for predictions regardless of channel-geometry differences. Furthermore, correlations described based on nondimensional dominant parameters can be used for predictions regardless of the differences in working fluids.

Keywords: Mixed Convection, Opposing Flow, Turbulent Heat Transfer, Pressurized Thermal Shock

This work was performed by Japan Atomic Energy Agency under contract with Nuclear Regulation Authority. This document is a Japanese translation of “Opposing mixed convection heat transfer for turbulent single-phase flows” by Motegi et al. published in the International Journal of Energy Research (<https://doi.org/10.1155/2024/6029412>). The original article is licensed under CC-BY 4.0.

*1 City University of Hong Kong

*2 Nuclear Regulation Authority

目 次

1. 序論	1
2. 既存の対向複合対流熱伝達相関式	3
2.1 垂直円管	4
2.1.1 Churchill 相関式	4
2.1.2 Jackson and Fewster 相関式	5
2.1.3 Aicher and Martin 相関式	7
2.2 垂直矩形管	9
2.2.1 Swanson and Catton (JHT)相関式	9
2.2.2 Swanson and Catton (IJHMT)相関式	9
2.2.3 Poškas and Poškas 相関式	11
2.3 熱水力システムコードにおける単相熱伝達相関式の実装	12
2.3.1 TRACE	12
2.3.2 RELAP5	15
2.3.3 TRAC	16
3. 実験データを用いた既存相関式の検証	17
3.1 垂直円管実験	17
3.1.1 Herbert and Sterns 実験	17
3.1.2 Jackson and Fewster 実験	18
3.1.3 Aicher and Martin 実験	18
3.1.4 Axcell and Hall 実験	18
3.2 両面加熱垂直矩形管実験	18
3.2.1 Swanson and Catton 実験	18
3.3 片面加熱垂直矩形管実験	19
3.3.1 Poškas and Poškas 実験	19
3.3.2 Takeishi et al.実験	19
4. 議論	20
4.1 相関式の精度	20
4.2 実験データ間の比較	21
4.3 強制対流条件と自然対流条件への外挿性	21
4.4 仮想的な LBLOCA 条件における相関式の適用性	22
5. 結論	24
謝辞	25
参考文献	25
付録 1 加熱壁面近傍における対向複合対流の剪断応力分布	41
付録 2 Jackson and Fewster による支配因子の導出	42

付録 3 Jackson and Fewster 相関式の指数と支配因子に関する検討-----	43
付録 4 Jackson and Fewster 相関式の自然対流条件への外挿性能-----	44

Contents

1. Introduction	1
2. Existing mixed convection heat transfer correlations	3
2.1 Vertical tube	4
2.1.1 Churchill correlation	4
2.1.2 Jackson and Fewster correlation	5
2.1.3 Aicher and Martin correlation	7
2.2 Vertical rectangular duct	9
2.2.1 Swanson and Catton (JHT) correlation	9
2.2.2 Swanson and Catton (IJHMT) correlation	9
2.2.3 Pořkas and Pořkas correlation	11
2.3 Implementation of single-phase flow heat transfer correlations in thermal–hydraulic system codes	12
2.3.1 TRACE	12
2.3.2 RELAP5	15
2.3.3 TRAC	16
3. Verification of existing correlations using experimental data	17
3.1 Vertical tube experiment	17
3.1.1 Herbert and Sterns experiment	17
3.1.2 Jackson and Fewster experiment	18
3.1.3 Aicher and Martin experiment	18
3.1.4 Axcell and Hall experiment	18
3.2 Two-side wall heating experiments using the vertical rectangular duct	18
3.2.1 Swanson and Catton experiment	18
3.3 One-side wall heating experiments using the vertical rectangular duct	19
3.3.1 Pořkas and Pořkas experiment	19
3.3.2 Takeishi et al. experiment	19
4. Discussion	20
4.1 Accuracy of correlations	20
4.2 Comparison among experimental data	21
4.3 Extrapolation performance under forced and natural convection conditions	21
4.4 Correlation applicability to conditions assuming LBLOCA in actual plants	22
5. Conclusions	24
Acknowledgements	25
References	25
Appendix 1 Shear stress distribution for mixed convection opposing flow near a heated wall	41

Appendix 2 Derivation of Jackson and Fewster’s dependent parameter ----- 42
Appendix 3 Discussion on exponents and dependent parameter in the Jackson and Fewster
correlation----- 43
Appendix 4 Extrapolation performance of Jackson and Fewster’s correlation under natural
convection dominant conditions ----- 44

1. 序論

中性子脆化した原子炉压力容器（RPV）壁面に急激な冷却による熱応力が加わった時に壁面上に亀裂が存在した場合、その亀裂が進展する可能性がある。この事象は加圧熱衝撃（PTS）と呼ばれ、RPV に対して生じる最も大きな負荷の一つである。PTS が発生する最も典型的な事象は PWR における Loss of coolant accidents (LOCAs) である。LOCA により RPV 水位が低下し Cold Leg (CL) へ ECCS (Emergency Core Cooling System) 冷却水が注水されると、冷却水は CL 配管内の流体と混合しながらダウンカマに流れ込み、更に周囲の流体と混合されながらダウンカマ壁面を冷却する。熱応力の評価にはダウンカマ壁面内温度分布が必要であり、そのためには流体温度と熱伝達率が必要となる。ダウンカマ内の流れは事故シナリオによっては単相流であり、強制対流と自然対流が共存した複合対流（共存対流とも呼ぶ）となり得る。複合対流における流れの構造は強制対流と自然対流の向きの組み合わせに依存する。ダウンカマで生じるような加熱された壁面を流れる複合対流下降流は対向流（opposing flow）と呼ばれる。流れ場が乱流である時、対向複合対流の熱伝達率は粘性底層境界での速度勾配の増加に起因する乱流生成の増加により強制対流と比べて促進されるため[1]、その適切な評価が必要である。

PTS 解析には熱水力解析、確率論的リスク評価（PRA）、材料解析、破壊力学など多角的な評価が必要となる。熱水力解析の役割は RPV 壁面の過冷却を精度良く予測することであり、そのために原子炉熱水力システムコードが有用である。原子炉熱水力システムコードは原子炉システムを模擬する能力を有したコードであり、full-scale 実験が困難な原子炉の安全評価において必要不可欠である。RELAP5 [2]、TRAC [3]、TRACE [4]、CATHARE-3 [5]、ATHLET [6]、MARS-KS [7]、AMAGI [8] など各国で独自の開発が実施されている。中でも U.S. NRC と ICAP (International Code Assessment and Applications Program)、CAMP (Code Applications and Maintenance Program) のメンバーである国、機関で構成されるコンソーシアムによって共同開発された RELAP5 (Reactor Excursion and Leak Analysis Program) と、U.S. NRC によって開発された安全解析コード (TRAC-PF1 [9]、TRAC-BF1 [10]、RELAP5 [2]) を集約した最新版システム解析コードである TRACE (TRAC/RELAP Advanced Computational Engine) は安全解析、設計などで広く利用されている。RELAP5 や TRACE ではダウンカマにおける壁面熱伝達率を予測するために Swanson and Catton [11] により提案された対向複合対流熱伝達相関式を使用できる。一方、日本国内の安全審査に用いられる PTS 事象に対する原子炉健全性評価手法は、JEAC4206-2007 [12] に構築された手法に基づく。JEAC4206-2007 ではダウンカマ壁面における熱伝達率を評価するために Jackson and Fewster 相関式[13]を用いる。

これまでに様々な流路形状、試験流体、熱流動パラメータ範囲で対向複合対流の熱伝達実験が実施され、数多くの相関式が提案されている。提案された対向複合対流熱伝達相関式では、定義の異なる無次元数で構成される様々な支配因子に対して実験データが整理されてきたため、無次元化された実験データの相互利用や相関式間比較が容易ではない。研究者や技術者が特定の対象に相関式を適用する際に、適用範囲や外挿性を踏まえた上でどの相関式を選択すべき

か判断するための指針を構築することは重要である。これまでに実施された数々の実験データを再評価し、幅広い熱流動条件を網羅する実験データに対して各相関式の妥当性を評価することは、想定される様々な事故条件において高い信頼性で熱伝達率を予測するために重要である。

本研究の目的は乱流単相流の対向複合対流熱伝達を包括的に理解し、既存のモデルや相関式の評価による予測手法を確立することである。本稿では、第2章で既存の対向複合対流の熱伝達相関式と熱水力システムコードに実装されている単相熱伝達評価手法をレビューする。第3章ではこれまでに実施された複数の実験について、相関式による予測値と実験データを比較することで、様々な試験流体、流路形状、熱流動パラメータ範囲に対して相関式の適用性を確認する。第4章では支配因子間の関連性を明らかにし、それを用いて異なる支配因子に対して整理された実験結果を直接比較する。さらに、幅広い無次元数範囲に対して相関式の外挿性を調査する。第5章で主要な結果と結論を述べる。

2. 既存の対向複合対流熱伝達関連式

Figure 1 は対向複合対流の概略図であり、ここでは加熱された壁面を有する垂直流路内で流体が下方向へ流れている。図中の L は流路の長さである。支配方程式である運動量とエネルギーの保存式をブジネスク近似し、無次元化すると現れる無次元数は Reynolds 数 (Re)、Grashof 数 (Gr)、Prandtl 数 (Pr) である。

$$Re = \frac{l v_m}{\nu}, \quad (1a)$$

$$Gr = \frac{g \beta (T_w - T_b) l^3}{\nu^2}, \quad (1b)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (1c)$$

ここで l は代表長さ、 v_m は平均流速、 ν は動粘性係数、 β は熱膨張率、 T_w は壁面温度、 T_b はバルク温度、 g は重力加速度、 α は温度拡散係数である。平均流速 v_m は気体に対して v_g 、液体に対して v_l と使い分ける。Grashof 数と Prandtl 数の積は Rayleigh 数 (Ra) と呼ばれ、自然対流において層流境界層から乱流境界層への遷移条件は臨界 Rayleigh 数で与えられる。

$$Ra = Gr Pr. \quad (2)$$

熱伝達率 h を無次元化したものが Nusselt 数である。

$$Nu = \frac{h l}{k}, \quad (3)$$

ここで k は流体の熱伝導率である。流れに沿って h が変化する場合は、管の長さで平均化した Nu を用いることが多く、これを \overline{Nu} と表す。Table 1 に対向複合対流熱伝達関連式の開発に用いられた流路形状、試験流体、支配因子を、Table 2 に実験データによって各関連式の妥当性が確認されている無次元数範囲を示す。Figure 2 には実験で用いられる典型的な流路形状を示している。無次元数範囲はそれぞれの論文から抽出した。複数の無次元数によって構成される従属パラメータである支配因子は熱伝達関連式を単純な式形に整理するために用いられ、流れ場が自然対流支配である時ほど値が大きく、強制対流支配であるほどゼロに近づく。物性値の基準となる温度がバルク温度、壁面温度、境界層平均温度で評価されたことを下添字 b 、 w 、 f で表す。ここで $T_f = (T_w + T_b)/2$ で定義される境界層平均温度は膜温度と呼ばれる。研究者によっては、Grashof 数は以下のような異なる定義が用いられている。

$$Gr_q = \frac{g \beta l^4 q_w''}{\nu^2 k} = Nu Gr. \quad (4)$$

ここで q_w'' は壁面熱流束である。

$$\overline{Gr} \equiv \frac{(\rho_b - \bar{\rho}) \rho_b g l^3}{\mu_b^2}, \quad (5)$$

ここで μ_b は粘性係数である。積分密度 $\bar{\rho}$ は以下のように定義される。

$$\bar{\rho} = \frac{1}{T_w - T_b} \int_{T_b}^{T_w} \rho dT. \quad (6)$$

異なる Gr の物理的な意味の詳細は以降の節で説明する。

2.1 垂直円管

2.1.1 Churchill 相関式

Churchill [14]は乱流自然対流熱伝達相関式 Nu_{nt} と乱流強制対流熱伝達相関式 Nu_{ft} を用いた Equation (7)で表される対向複合対流熱伝達内挿式を提案した。

$$\overline{Nu} = (Nu_{ft}^3 + Nu_{nt}^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (7)$$

この形式の内挿式は対向複合対流熱伝達に対して広く用いられている[15]。乱流強制対流の熱伝達相関式には、Churchill [16]が提案した円管内流れに対する式を用いている。

$$Nu_{ft} = \frac{0.0357 Re Pr^{\frac{1}{3}} \left(1 + Pr^{-\frac{4}{5}}\right)^{-\frac{5}{6}}}{\ln \frac{Re}{7}}. \quad (8)$$

Equation (8)が実験により妥当性が確認された範囲は $0.02 \leq Pr \leq 9810$ である。乱流自然対流の熱伝達相関式は、Churchill and Chu [17]が提案した等温垂直平板に対する式を用いている。

$$Nu_{nt} = 0.15Ra^{\frac{1}{3}} \left\{ 1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right\}^{-\frac{16}{27}}. \quad (9)$$

Churchill は Equation (7) が Herbert and Sterns [18] の等温加熱円管内対向複合対流の実験データを良く再現することを確認した。Herbert and Sterns は試験流体に水を用いて内径 2.23 cm、長さ 183 cm の加熱円管内を流れる上昇/下降複合対流を対象とした実験を実施した。Figure 2(a) は垂直管の典型的な実験形状を示している。壁面の温度境界条件は Uniform Wall Temperature (UWT) で、物性値は全て膜温度で評価された。Equation (7) は Nu が強制対流支配条件で Equation (8)、自然対流支配条件で Equation (9) に漸近するため、幅広い条件に対して適用できると考えられる。Equation (9) は垂直平板の熱伝達率を予測する相関式であるため、本来は代表長さとして流路入口からの距離が用いられるが、Churchill は管径を用いた。この代表長さの扱いは熱水力システムコードでも用いられている (2.3 節)。このような扱いが可能な理由は、Equation (9) の両辺の無次元数を展開すると代表長さはキャンセルされ、熱伝達率が代表長さの取り方に依存しないためである。また、垂直平板の乱流自然対流熱伝達相関式は、境界層の合体 (または境界層の干渉) が生じるような低 Pr 流体かつ管径が小さい場合を除き、円管実験の熱伝達率を良く再現することが報告されている [19–21]。一例として、Ohk and Chung [21] は $0.7 \leq Pr \leq 2014$ の条件で円管内自然対流熱伝達数値シミュレーションを実施し、管径が 3 cm 以上の時は温度境界層の干渉が生じず、垂直平板の熱伝達相関式と円管の Nu が同じになることを確認した。Equation (9) は、流路形状が大きく異なる場合にも適用可能であることが実験的にも確認されている [19]。実験的に Equation (7) の妥当性が確認された範囲を Table 2 に示す。

2.1.2 Jackson and Fewster 相関式

Jackson and Fewster [13] は、Hall and Jackson [22] が構築したモデルに基づいて支配因子を特定し、自身が実施した垂直円管内対向複合対流実験の結果よりモデル係数を決定して半解析的相関式を提案した。完全に発達した乱流を考えると、厚さ δ_T の温度境界層に働く浮力の合計は剪断力の変化分 (壁面剪断応力からの増分) と等しい (付録 1)。

$$\Delta\tau = \int_0^{\delta_T} (\rho_b - \rho) g dy \approx (\rho_b - \bar{\rho}) g \delta_T, \quad (10)$$

ここで y は壁に垂直な方向への壁からの距離である。Equation (10) を無次元化すると強制対流支配では Equation (11a)、自然対流支配では Equation (11b) となる (付録 2)。

$$\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \approx K_1 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}}, \quad (11a)$$

$$\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \approx K_2 \left(\frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (11b)$$

ここで K_1 と K_2 は比例係数、 τ_w は壁面剪断応力である。Equation (11)より強制対流と自然対流のいずれにおいても剪断応力の増加率 $\Delta\tau/\tau_w$ に対して $\overline{Gr}/(Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5})$ が重要な支配因子であることが分かる。ここで \overline{Gr} はEquation (1b)の Gr とは異なる定義のGrashof数であり、Equation (5)で定義される。運動量輸送とエネルギー輸送の相似性から、浮力による剪断応力の増加率 $\Delta\tau/\tau_w$ と熱伝達率の増加率が相似であると考え、 $Nu_b/Nu_{0,b}$ をEquation (12)で表す。

$$\frac{Nu_b}{Nu_{0,b}} = \phi \left(\frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right), \quad (12)$$

$Nu_{0,b}$ は強制対流のNusselt数である。対向複合対流における浮力による剪断応力の増加を、強制対流における剪断応力の増加分として考慮する。即ち、対向複合対流の剪断応力を浮力の影響分だけReynolds数が増加した強制対流($Re'_b > Re_b$)によると考える。以下で()付きの変数は Re' における強制対流のものであることを意味する。強制対流において Nu_0 と摩擦係数 $c_f = \tau_w/(0.5\rho_b v_m^2)$ がそれぞれ $Re_b^{0.82}$ と $Re_b^{-0.25}$ に比例すると考えれば、Equation (13)が得られる。なお、この仮定はEquation (13)の指数値(0.47)と支配因子に影響を与える(付録3)。

$$\frac{h'}{h} = \left(\frac{\tau_w + \Delta\tau}{\tau_w} \right)^{0.47}. \quad (13)$$

Equation (11a)を用いると最終的に以下の式が得られる。

$$\frac{Nu_b}{Nu_{0,b}} = \left(1 + K_1 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right)^{0.47}. \quad (14)$$

自然対流において Nu_b は Re_b に依存しないが、Equation (14)を自然対流条件($1 \ll K_1 \overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$)に外挿すると、Equation (14)は僅かながら Re_b 依存性を示す。自然対流条件における Nu_b の Re_b 依存性を排除するために、Jackson and Fewsterはモデル係数0.47を0.31に変更している。Jackson and Fewsterは K_1 を決定するために対向複合対流試験を行い、Equation (15)を得ている。使用された試験装置は内径98.4 mm、長さ9 mの円管で、壁面の熱的境界条件はUniform Heat Flux (UHF)条件である。

$$\frac{Nu_b}{Nu_{0,b}} = \left(1 + 4500 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right)^{0.31}. \quad (15)$$

物性値は密度を除きバルク温度で評価する。Jackson and Fewster によれば、膜温度よりバルク温度で評価した方が実験結果をよく相関したためである。 $Nu_{0,b}$ は Equation (16)に示す Petukhov and Kirrilov [23]の式に補正係数 1.16 を用いて計算する。

$$Nu_{0,b} = \frac{Re_b Pr_b \frac{c_f}{2}}{12.7 \left(\frac{c_f}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(Pr_b^{\frac{2}{3}} - 1 \right) + 1.07}, \quad (16a)$$

$$c_f = \frac{1}{(3.64 \log Re_b - 3.28)^2}. \quad (16b)$$

Jackson and Fewster は、自らが実施した高 Re_b 域での実験と Equation (16)に系統的な差が見られたことから、実験値を再現するために Equation (16a)に 1.16 を乗じた値を補正係数として使用した。実験範囲を Table 2 に示す。実験的に妥当性確認がなされている支配因子の範囲を Equation (17)に示した。後述するように Equation (15)は強制対流支配条件、自然対流支配条件への外挿性に優れた式となっている。

$$10^{-5} < \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} < 0.2. \quad (17)$$

強制対流や自然対流と同様に[15,17]、複合対流においても乱流である限り等熱流束加熱条件と等温加熱条件で得られる Nu に差はない。Jackson and Fewster 相関式は等温加熱実験に対しても適用可能であることが実験的に確認されている (e.g. [24])。境界条件の違いが熱伝達に与える影響がなくなる Re_b は Gr_b に依存し、Joye [25]によると Re_b が以下の式で与えられる値より大きければ加熱境界条件の違いは熱伝達に影響しない。

$$Re_b = \frac{0.36 \left\{ Gr_b \left(\frac{L}{D} \right)^3 \right\}^{\frac{1}{3}}}{Pr_b^{\frac{2}{3}}}. \quad (18)$$

2.1.3 Aicher and Martin 相関式

Aicher and Martin [1]は Churchill 相関式 (Equation (7)) と同様なアプローチで、強制対流熱伝達相関式と自然対流熱伝達相関式の内挿関数を用い、自身の実験結果よりその指数を決

定した。実験装置は二重円管装置となっており、テストセクションは内側の円管内で、外側の円環部は壁面等温条件を与えるため高速で水が流れている。試験部を構成する内側円管の寸法は、それぞれ内径 D と長さ L が、 $(D,L)=(27, 2000)$ 、 $(D,L)=(37, 2000)$ 、 $(D,L)=(37, 920)$ mm の3種類である。試験流体は水である。Reynolds 数の物性値は、入口出口温度の算術平均として定義される平均バルク温度、Rayleigh 数の評価には壁面温度と平均バルク温度の算術平均である膜温度を用いた。対向複合対流に対する熱伝達相関式として以下を提案した。

$$\overline{Nu}_b = \sqrt{Nu_{ft,b}^2 + Nu_{nt,b}^2} \quad (19)$$

強制対流に対する熱伝達相関式 $Nu_{ft,b}$ には乱流から遷移域まで適用可能である Gnielinski の式[26]を用いた。Gnielinski の式では $Re_b \geq 1.0 \times 10^4$ の完全発達乱流に対して以下の式を用いる。

$$Nu_{ft,b} = \frac{\frac{f}{8} Re_b Pr_b}{1 + 12.7 \sqrt{\frac{f}{8}} (Pr_b^{\frac{2}{3}} - 1)} \left\{ 1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}, \quad (20a)$$

$$f = (1.8 \log Re_b - 1.5)^{-2}. \quad (20b)$$

なお Equation (20)には元々物性値の温度依存性のファクター $(Pr_b/Pr_w)^{0.11}$ が含まれるが、Aicher and Martin は取り除いている [1]。これは温度差が大きくなった際に空間的な温度不均一効果を補正する項であるため、温度差が大きい条件では無視できる。遷移域 ($2.3 \times 10^3 < Re_b < 1.0 \times 10^4$) では層流強制対流相関式 Nu_{fl} と乱流強制対流相関式 Nu_{ft} の Nusselt 数を以下のように内挿する。

$$Nu_{ft,b} = (1 - \gamma)Nu_{fl,b}|_{Re_b=2300} + \gamma Nu_{ft,b}|_{Re_b=10000}, \quad (21a)$$

$$\gamma = \frac{Re_b - 2300}{10000 - 2300}, \quad (21b)$$

$Nu_{fl,b}$ は Graetz 数 ($Gz_b = Re_b Pr_b D/L$) を用いて [27]、

$$Nu_{fl,b} = \left[3.66^3 + 0.7^3 + \left(1.615 Gz_b^{\frac{2}{3}} - 0.7 \right)^3 + \left\{ \left(\frac{2}{1 + 22 Pr_b} \right)^{\frac{1}{6}} \sqrt{Gz_b} \right\}^3 \right]^{\frac{1}{3}}, \quad (22)$$

乱流自然対流の相関式 $Nu_{nt,b}$ に対しては、Churchill and Chu [17]の式を基に、Aicher and Martin 自身が管内複合自然対流の既往研究の実験データ [18,28–32]から自然対流支配

$(Ra_f^{0.333}/Re_b^{0.8} Pr_b^{0.4} > 0.2)$ であるものを抽出して係数を再決定した以下の式を用いた。

$$Nu_{nt,b} = 0.122 Ra_f^{0.333} \left\{ 1 + \left(\frac{0.492}{Pr_b} \right)^{\frac{9}{16}} \right\}^{-\frac{16}{27}} . \quad (23)$$

2.2 垂直矩形管

2.2.1 Swanson and Catton (JHT) 関連式

本稿では、矩形管流路断面の短い方の辺の長さをギャップ、長い方の辺の長さを流路幅と呼ぶ。Swanson and Catton (JHT) [11]は 108 cm × 4.445 cm × 43.2 cm (長さ × ギャップ × 幅) の矩形ダクトの両面をフィルムヒータで等熱流束加熱した対向複合対流実験を実施し、以下の実験関連式を提案した。Figure 2(b)は典型的な矩形管の試験装置を示している。試験流体に Freon-113 を用いた。代表長さには水力等価直径、支配因子に Gr/Re^2 を用いた。

$$\frac{\overline{Nu}}{Nu_0} = 1.0 + 0.9 \left\{ \ln \left(\frac{Gr}{Re^2} + 1 \right) \right\}^{1.39} , \quad (24)$$

Nu_0 には、Petukhov and Kirillov 関連式 (Equation (16))を用いた。流体物性値はダクト平均温度を用いて評価された[33]。上式は Pr に関する依存性を含まず、Freon-113 以外の試験流体に対する妥当性は Swanson and Catton によって確認されていない。上式は Table 2 の範囲で実験的に妥当性が検証された。実験的に妥当性確認がなされている支配因子の範囲は、

$$0.9 < \frac{Gr}{Re^2} < 30. \quad (25)$$

Equation (24)の実験関連式は後述するように RELAP5、TRACE における乱流複合対流の熱伝達関連式として実装されている (2.3 節)。

2.2.2 Swanson and Catton (IJHMT) 関連式

Swanson and Catton [34]は表面更新理論を対向複合対流に適用して熱伝達率の理論式を導出し、自らが実施した Freon-113 を用いた矩形管内実験の結果 (2.2.1 節)を用いて理論式の係数を再決定することで半理論式を提案した。Figure 2(b)は典型的な矩形管の試験装置を示している。壁面は等熱流束境界条件である。表面更新理論は Danckwerts [35]が気液界面におけ

る液相へのガス吸着問題に対して初めて提案した理論で、それを Hanratty [36]や Thomas [37–39]らが壁乱流に対して適用・発展させた。表面更新理論では加熱壁面近傍において、粘性底層内の微小な流体塊の集合が間欠的にバルクの流体と入れ替わる（界面の更新）ことで熱交換することが想定される。任意の時刻において、壁近傍に滞在している多くの流体塊は年齢分布（滞在時間）を持つと仮定される。速度 v 、圧力 P 、温度 T などの物理量を表す変数 $\psi = (v, P, T)$ を導入し、以下の式で時間平均 $\bar{\psi}$ を定義する。

$$\bar{\psi} = \int_0^{\infty} \psi(t, y) \phi(t) dt, \quad (26)$$

ここで y は壁を起点とした垂直方向座標、 t は時間、 $\phi(t)$ は流体塊が壁面に露出してからの経過時間に関する分布関数である。Danckwerts のランダム接触時間分布が一般に用いられる。

$$\phi(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (27)$$

τ は無次元平均滞在時間である。ここで、物性値一定、非圧縮流れ、乱流完全発達流れ、境界層近似、ブジネスク近似、エネルギーの流れ方向への移流項の影響は小さいと仮定する。壁面近傍で成立する運動量とエネルギーの支配方程式に $\phi(t)$ を掛け、0 から ∞ で積分すると、以下となる。

$$\frac{1}{\tau} (\bar{v} - \bar{v}_i) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \frac{Gr}{Re^2} \bar{T} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}, \quad (28a)$$

$$\frac{1}{\tau} (\bar{T} - \bar{T}_i) = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}, \quad (28b)$$

ここで v_i, T_i は初期速度と温度である。流体物性値はダクト平均温度を用いて評価された [33]。 $Pe(\equiv Re Pr)$ は Péclet 数である。支配方程式 (Equation (28)) は適切な境界条件の下で解くことができ、以下の解が得られる。

$$Nu = 0.0115 Re^{0.8} Pr^{0.5} \left[1 + \left\{ 1 - \frac{696}{Re^{0.8}} + 7561 \frac{Gr}{Re^{2.6} (Pr^{0.5} + 1)} \right\}^{0.5} \right]. \quad (29)$$

実験データと比較して係数を再決定することで、以下の半理論式を提案した。

$$Nu = 0.0115 Re^{0.8} Pr^{0.5} \left[1 + \left\{ 1 - \frac{696}{Re^{0.8}} + 8300 \frac{Gr}{Re^{2.6} (Pr^{0.5} + 1)} \right\}^{0.39} \right]. \quad (30)$$

強制対流支配においては、浮力項が無視できるので、

$$Nu_0 = 0.0115 Re^{0.8} Pr^{0.5} \left\{ 1 + \left(1 - \frac{696}{Re^{0.8}} \right)^{0.39} \right\}. \quad (31)$$

$Re > 10000$ では $696/Re^{0.8}$ が無視できて、Dittus and Boelter 形式（後述する Equation (45)) に漸近する。Equation (31)を用いて Equation (30)を規格化すると次式となる。

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \frac{1 + \left\{ 1 - \frac{696}{Re^{0.8}} + 8300 \frac{Gr}{Re^{2.6} (Pr^{0.5} + 1)} \right\}^{0.39}}{1 + \left(1 - \frac{696}{Re^{0.8}} \right)^{0.39}}, \quad (32)$$

相関式が Swanson and Catton により実験的に妥当性が確認された範囲は Table 2 の範囲である。Swanson and Catton は同じ年に二つの異なる相関式を提案したため、Equation (24)と Equation (30)を Swanson and Catton (JHT)と Swanson and Catton (IJHMT)として区別する。

2.2.3 Poškas and Poškas 相関式

Poškas and Poškas [40]は片側のみを等熱流束条件で加熱した矩形管試験の結果から、実験相関式を提案した。実験装置として用いた矩形管は $6260 \times 40.8 \times 400$ mm（長さ×ギャップ×流路幅）で、試験流体は空気である。Figure 2(c)は矩形管片面加熱の試験形状の図である。

$$\frac{Nu_b}{Nu_{0,b}} = 1 + 1.65 \left(\frac{Gr_q}{Re_b^{2.5} Pr_b^{0.8}} \right)^{0.8}. \quad (33)$$

無次元数の特性量には、水力等価直径、バルク速度を用い、物性値はバルク温度で評価した。ここで Gr_q は壁面熱流束 q_w を用い Equation (4)で定義される。実験が実施された無次元数の範囲は Table 2 で与えられる。温度差が小さい時は物性値の空間的な変化は小さく、流れ場で物性値は一定と仮定できる。しかし、温度差が大きくなると、温度による物性値の空間的不均一を考慮した相関式の方が精度良く予測できる。強制対流における熱伝達相関式 $Nu_{0,b}$ には、物性値の温度依存性を考慮するために、Vilemas et al. [41]が提案した二重円管における相関式を用いた。

$$\frac{Nu_{0,b}}{Nu_{cp}} = 1 - 0.744 [1 - \exp\{-K_f(0.26F + 0.7\Phi K_f)\}], \quad (34a)$$

$$F = 1 - \exp(-0.1\tilde{x}), \quad (34b)$$

$$\Phi = \frac{1.25(0.01\tilde{x})^2}{1 + (0.01\tilde{x})^2}, \quad (34c)$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{D_h}, \quad (34d)$$

$$K_f = \frac{q_w D_h}{k T Nu_{\psi=1}}, \quad (34e)$$

ここで x は管先端からの距離、 Nu_{cp} は温度差が小さく物性値が均一とみなせる場合の Nusselt 数であり、以下の式を用いる。

$$Nu_{cp} = 0.01935 Re_b^{0.8} Pr_b^{0.6} (0.86 + 0.8\tilde{x}^{-0.4}), \quad (35)$$

なお、内側を加熱し外側を断熱した二重円管内乱流強制対流の $Nu|_{anular}$ と、円管内乱流の $Nu|_{tube}$ の間には、 $Nu|_{anular}/Nu|_{tube} = 0.86(d_i/d_o)^{-0.16}$ の関係がある [42]。ここで d_i と d_o は内管径と外管径である。代表長さは $D_h = d_o - d_i$ である。並行平板に対して $d_i/d_o \approx 1$ であるため、この式より片側の壁面が加熱された平板間乱流強制対流の強制対流熱伝達率 $Nu|_{plates}$ と円管の強制対流熱伝達率 $Nu|_{tube}$ の間には $Nu|_{plates} \approx 0.86 Nu|_{tube}$ の関係がある。

2.3 熱水力システムコードにおける単相熱伝達関連式の実装

熱水力システムコードは設定された事象に対して原子炉全体のシステム挙動を予測し、ダウンカムにおける RPV 壁の応力解析へ境界条件を提供する。本節では代表的な熱水力システムコードである TRACE、RELAP5、TRAC-PF1 に実装されている単相流体熱伝達関連式をレビューする。

2.3.1 TRACE

現時点で最新版である TRACE V5.0/P6 [4]における壁面熱伝達率の取り扱いを整理する。TRACE では選択された流路幾何形状に応じて熱伝達率の取り扱いが異なる。ダウンカムにおける熱伝達関連式に対して、円管、矩形管の熱伝達関連式を選択できる。TRACE では代表長さに水力等価直径 D_h を用いる。また、Grashof 数の評価で用いられる密度のみ膜温度、それ以外の物性値はバルク温度で評価される。

Tube geometry (円管流路形状)

円管流路形状が選択されると、層流強制対流 h_{fl} 、乱流強制対流 h_{ft} 、層流自然対流 h_{nl} 、乱

流自然対流 h_{nt} の熱伝達率をそれぞれ計算し、最も大きいものが採用される。乱流複合対流熱伝達相関式は実装されていない。各熱伝達率は Nu の相関式より得られる。層流強制対流に対する熱伝達相関式 Nu_{fl} には等熱流束条件で加熱された円管における完全発達層流に対する解析解 [43] が用いられている。

$$Nu_{fl,b} = 4.36. \quad (36)$$

乱流強制対流に対しては Gnielinski 式が採用される [44]。

$$Nu_{ft,b} = \frac{\frac{c_f}{2} (Re_b - 1000) Pr_b}{1 + 12.7 \sqrt{\frac{c_f}{2}} \left(Pr_b^{\frac{2}{3}} - 1 \right)}, \quad (37a)$$

$$c_f = (1.58 \ln Re_b - 3.28)^{-2}. \quad (37b)$$

この式の適用範囲は以下の通りである。

$$2.3 \times 10^3 \leq Re_b \leq 5 \times 10^6, \quad (38a)$$

$$0.5 \leq Pr_b \leq 2.0 \times 10^3. \quad (38b)$$

温度差が大きい時は、物性値の不均一性を考慮した方が精度よく予測できる。TRACE では Hufschmidt and Burck [45] の式によって物性値の不均一性を補正する。

$$Nu_{ft,b} = Nu_{cp} \left(\frac{Pr_b}{Pr_w} \right)^{0.11} \quad \text{for } 0.05 \leq \frac{Pr_b}{Pr_w} \leq 20, \quad (39)$$

ここで物性値均一とみなせる場合の Nusselt 数 Nu_{cp} は Equation (37) より計算される。この式は加熱壁面 ($T_w > T_b$) に対して用いられる。自然対流における熱伝達相関式は、層流 $Nu_{nl,b}$ と乱流 $Nu_{nt,b}$ それぞれ垂直平板に対する式が用いられる [15]。

$$Nu_{nl,b} = 0.59 (Gr_f Pr_b)^{\frac{1}{4}}, \quad (40a)$$

$$Nu_{nt,b} = 0.13 (Gr_f Pr_b)^{\frac{1}{3}}, \quad (40b)$$

ここで Gr_f は密度を膜温度、それ以外の物性値をバルク温度で評価した Grashof 数である。垂直平板の相関式は平板の高さを代表長さとするが、TRACE では代表長さに水力等価直径を用いる。Equation (40b) において無次元数を展開すると、熱伝達率は代表長さの取り方に依存しないことが示せるため水力等価直径を用いて良い (2.1.1 節)。

Rectangular duct (矩形管流路形状)

矩形管流路形状では乱流複合対流熱伝達相関式 h_{mt} が実装されている。円管形状と同様に、流れの形態（層流強制対流 h_{fl} 、乱流強制対流 h_{ft} 、層流自然対流 h_{nl} 、乱流複合対流式 h_{mt} ）ごとに熱伝達率を計算し、最も大きな熱伝達率が採用される。

$$h = \max(h_{fl}, h_{ft}, h_{nl}, h_{mt}). \quad (41)$$

層流自然対流熱伝達の相関式 $Nu_{nl,b}$ には Elenbaas の式[46,47]が用いられる。

$$Nu_{nl,b} = \frac{R_h Ra_{L,f}}{24L} \left[1 - \exp \left\{ -24 \left(\frac{L}{2 R_h Ra_{L,f}} \right)^{\frac{3}{4}} \right\} \right], \quad (42)$$

ここで R_h は矩形管のギャップである。 $Nu_{nl,b}$ と $Ra_{L,f}$ はそれぞれ R_h と L を代表長さとしている。TRACE では $Nu_{nl,b} D_h / R_h$ として水力等価直径 D_h に基づく Nusselt 数に変換して用いる。アスペクト比が大きな矩形流路の場合は $D_h / R_h \approx 2$ である。上式は空気に対して係数が決定され、Elenbaas により妥当性が確認された範囲は以下の通りである。

$$10^{-1} \leq \frac{R_h}{L} Ra_{R_h,f} \leq 10^5, \quad (43)$$

Ra_{R_h} は R_h を代表長さとした Rayleigh 数である。層流強制対流の熱伝達相関式 $Nu_{fl,b}$ に等熱流束加熱された矩形流路に対する解析解を用いる。解析解は流路アスペクト比の関数であるが、オークリッジ国立研究所 (ORNL) にある Advanced Neutron Source (ANS) に対して計算された 7.63 が実装されている [48]。

$$Nu_{fl,b} = 7.63. \quad (44)$$

乱流強制対流 $Nu_{ft,b}$ に対しては Petukhov and Kirillov 相関式 (Equation (16)) が用いられる。乱流複合対流 $Nu_{mt,b}$ は、Petukhov and Kirillov 相関式 (Equation (16))に Swanson and Catton の相関式 (Equation (24)) を掛け合わせることで計算される。乱流複合対流相関式は $0.1 < Gr_b / Re_b^2$ かつ $Re_b > 3000$ の時に適用される。

2.3.2 RELAP5

RELAP5/MOD3.3 [2]も TRACE と同様に、選択された流路幾何形状に応じて異なる単相熱伝達相関式が適用される。ここではダウンカムにおける PTS 解析で適用可能なデフォルト流路(円管)と平行平板流路について解説する。特に記載がない限り、代表長さには水力等価直径 D_h を用い、物性値はバルク温度で評価する。

Default geometry (デフォルト流路形状)

デフォルト流路では円管系における完全発達流れの熱伝達率相関式を基礎としている。TRACE の円管系と同様に、乱流強制対流 $Nu_{ft,b}$ 、層流強制対流 $Nu_{fl,b}$ 、自然対流（乱流、層流を含む） $Nu_{n,b}$ の Nusselt 数の最大値を採用する。乱流複合対流熱伝達相関式は実装されていない。層流強制対流に対する熱伝達相関式 $Nu_{fl,b}$ は TRACE と同様に、等熱流束加熱条件に対する解析解を用いている (Equation (36))。乱流強制対流に対する熱伝達相関式 $Nu_{ft,b}$ には Dittus and Boelter 式を用いる。

$$Nu_{ft,b} = 0.023Re_b^{0.8} Pr_b^n, \quad (45)$$

Prandtl 数にかかる指数は $n = 0.4$ を用いる。自然対流に対する熱伝達相関式 $Nu_{n,b}$ は、垂直流路か、水平流路かに応じて適用される相関式が異なる。ダウンカムのように垂直流路に対しては、垂直平板に対して得られた Churchill and Chu の式 [17] が用いられる。この式は層流から乱流まで幅広い条件に適用可能である。

$$Nu_{n,b} = \left[0.825 + \frac{0.387Ra_b^{\frac{1}{6}}}{\left\{ 1 + \left(\frac{0.492}{Pr_b} \right)^{\frac{9}{16}} \right\}^{\frac{8}{27}}} \right]^2. \quad (46)$$

Parallel plate geometry (平行平板流路)

平行平板流路が選択された場合、層流強制対流の熱伝達相関式 $Nu_{fl,b}$ に等熱流束加熱された矩形流路に対する解析解が用いられる (Equation (44))。乱流強制対流の Nusselt 数 ($Nu_{ft,b}$) 相関式には以下の Petukhov 相関式 [49] が用いられる。

$$Nu_{ft,b} = \frac{\frac{f}{8} Re_b Pr_b \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.11}}{1 + 3.4f + \left(11.7 + \frac{1.8}{Pr_b^{1/3}}\right) \sqrt{\frac{f}{8} \left(Pr_b^{2/3} - 1\right)}}, \quad (47a)$$

$$f = \frac{1.0875 - 0.1125 \left(\frac{R_h}{S}\right)}{(1.82 \log_{10} Re_b - 1.64)^2}, \quad (47b)$$

ここで S は矩形管の流路幅である。層流自然対流熱伝達 $Nu_{nl,b}$ の相関式には TRACE と同様に Elenbaas の式 (Equation (42)) が用いられる。平行平板流路では乱流複合対流を考慮している。Petukhov 相関式 Equation (47)を乱流強制対流相関式とし、Swanson and Catton 相関式 (Equation (24)) を掛け合わせることで乱流複合対流 $Nu_{mt,b}$ が計算される。

2.3.3 TRAC

TRAC にはいくつかの異なるコードが存在するが、ここでは PTS が重要となる PWR を対象としたコードとして、TRAC-PF1/MOD1 [9]における熱伝達評価手法を整理する。TRAC-PF1/MOD1 において熱伝達率は一般化した沸騰曲線から得られる。始めにロジックチャートに基づいて、流動様式を判定する。流れが単相流と判定された場合、 $Gr_b/Re_b^2 \leq 1$ の時強制対流、 $Gr_b/Re_b^2 > 1$ の時自然対流と評価される。乱流複合対流は考慮されていない。強制対流熱伝達率には層流強制対流と乱流強制対流の熱伝達率の大きい方が採用される。層流強制対流に対して下記の式[50]が用いられる。

$$Nu_{fl,b} = 4.0. \quad (48)$$

乱流強制対流に対しては Dittus and Boelter 相関式 (Equation (45)) が用いられる。Prandtl 数にかかる指数には $n = 0.4$ が用いられた。自然対流熱伝達率にも同様に、層流自然対流と乱流自然対流の熱伝達率の大きい方が採用された。層流自然対流には Equation (40a)を用いる。乱流自然対流には Equation (40b)を用いるが、係数に 0.13 ではなく 0.1 を用いる。代表長さには水力等価直径を用いる。全ての物性値はバルク温度で評価するが、Grashof 数における ρ_f と β の評価には T_b における Taylor 展開を用いて以下のように計算する[9]。

$$\rho_f = \rho_b + \frac{\partial \rho_b}{\partial T} (T_f - T_b), \quad (49a)$$

$$\beta = -\frac{\partial \rho_b}{\partial T} \frac{1}{\rho_f}. \quad (49b)$$

3. 実験データを用いた既存相関式の検証

既往文献に公開されている実験データは、無次元数及びその組み合わせで構成される支配因子によって整理されている。バルク温度や壁面温度をはじめとする境界条件データの詳細が公開されていないこともあり、実験データと既存相関式の直接比較ができない場合がある。以下の手順により、様々な試験流体や試験装置形状で実施された実験データと 2.1 節と 2.2 節で解説した各相関式による予測値の間接的な比較を行うことで、相関式の予測性能を評価する。

Step 1 : 相関式作成の元になった実験の中からデータベースを選択する。なお、Axcell and Hall 実験 [32]は垂直円管実験で空気を試験流体としたもの、Takeishi et al. [51]は垂直矩形管実験で片面加熱、両面加熱を実施したものであり比較対象として重要であるため、データベースに加えた。

Step 2 : 実験が実施された無次元数の範囲より、データベースの境界条件の範囲を決定する。

Step 3 : データベースの複数の主要境界条件・代表流路寸法に対して、Step 2 で規定した範囲内からランダムサンプリングにより仮想的な実験条件を選定する。

Step 4 : Step 3 で選ばれた実験条件に対して、主要無次元数を計算し、既存の相関式から Nu/Nu_0 を求める。

Step 5 : Step 4 で計算した Nu/Nu_0 予測値を実験と同じ支配因子で整理することで、実験データと予測値を比較する。

無次元数の定義や物性値の評価方法は論文の記載通りに行った。代表長さには水力等価直径を用いる。Churchill 相関式 (Equation (7)) では Herbert and Sterns 実験[18]に倣い全ての物性値を膜温度で評価した。実験データが無次元数ごとに表で与えられている場合、Jackson and Fewster の支配因子を用いて実験データと相関式を比較した。第 3 章では計算結果を示し、結果の議論は 4.1 節で実施する。

3.1 垂直円管実験

3.1.1 Herbert and Sterns 実験

Herbert and Sterns 実験 [18]より定めたパラメータ範囲を Table 3 にまとめる。 Pr_f が 1.75–2.09 の範囲であるため、 Pr_f をこの範囲で無作為抽出すれば膜温度 T_f が決定できる。Table 3 の範囲で Gr_f を無作為抽出すると温度差 ΔT を決めることができる。 T_f と ΔT から壁温度とバルク温度が定まる。実験における Re_f の範囲は 6.105×10^3 – 6.684×10^4 であり、 Re_f を無作為抽出すると代表速度を決めることができる。ここでは Jackson and Fewster の支配因子と同じ指数を持つ無次元数の組み合わせで構成した $Gr_f / (Re_f^{2.625} Pr_f^{0.5})$ を横軸に用いた。Figure 3 に解析結果を示す。

3.1.2 Jackson and Fewster 実験

Jackson and Fewster 実験 [13]より定めたパラメータ範囲を Table 4 にまとめる。実験における Pr_b の範囲は 2.5–7 であり、この範囲から Pr_b を無作為抽出すれば、バルク温度 T_b が決定できる。実験における Gr_w の範囲は $5 \times 10^6 - 1 \times 10^8$ であり、この範囲で Gr_w を無作為抽出すると反復計算によって壁面温度 T_w を決めることができる。ここで Gr_w は Equation (1b) と異なる定義の Grashof 数であり、 $Gr_w \equiv (\rho_b - \rho_w) \rho_b g D^3 / \mu_b^2$ である。実験における Re_b の範囲は $1 \times 10^3 - 4 \times 10^4$ であり、 Re_b をこの範囲から無作為抽出すると代表速度を決めることができる。Figure 4 に解析結果を示す。

3.1.3 Aicher and Martin 実験

Aicher and Martin 実験 [1]を参考に決めたパラメータ範囲を Table 5 にまとめる。 Pr_b の範囲は論文より 3–5 である。 Pr_b を無作為抽出すればバルク温度 T_b が決定できる。実験は $Re_b = 4,500, 7,500, 11,500$ 及び $15,500$ で行われており、この中から Re_b を選べば代表速度を計算することができる。 Ra_f は論文中に記述のある $10^6 - 10^9$ の範囲から無作為抽出すれば、温度差を決定できる。ただし温度差 ΔT を計算する際に膜温度で評価された物性値は分からないため、バルク温度で評価された物性値を評価した。この近似が結果に大きく影響しないことを感度解析によって確認している。Figure 5 に解析結果を示す。

3.1.4 Axcell and Hall 実験

Axcell and Hall [32]は大気圧の空気を試験流体とし、等温加熱垂直円管内対向複合対流の熱伝達試験を実施した。実験装置は直径 0.613 m、試験部の長さ 0.667 m であるが、試験部の上流側に試験部と同じ温度に加熱された 4 m のセクションがある。Axcell and Hall 実験を参考に決めたパラメータ範囲を Table 6 にまとめる。壁面温度、バルク温度の範囲は論文中の表から決めた。壁面温度とバルク温度を無作為抽出すると温度差が求まる。論文の表に記載のある範囲で Re_b を無作為抽出すれば代表速度が計算できる。物性値は密度に積分密度 (Equation (6)) を用い、それ以外はバルク温度で評価した。Figure 6 に解析結果を示す。

3.2 両面加熱垂直矩形管実験

3.2.1 Swanson and Catton 実験

Swanson and Catton 実験 [33,34]を参考に決めたパラメータ範囲を Table 7 にまとめる。

$Pr_b = 6.5$ を満たすバルク温度 T_b を反復計算によって決定した。実験における Re_b と Gr_b の範囲は Table 7 の通りである [33]。 Re_b と Gr_b を範囲から無作為抽出すれば代表速度と代表温度差を決定できる。Figure 7 に計算結果を示す。

3.3 片面加熱垂直矩形管実験

3.3.1 Poškas and Poškas 実験

Table 8 に Poškas and Poškas 実験 [40]より決定したパラメータの範囲を示す。試験流体は空気であり、矩形流路の片面のみが加熱された。試験データは壁面熱流束 q_w を用いた Grashof 数 Gr_q で示されているが Equation (4)より Gr_b と関連付けることができる。予備計算より Poškas and Poškas の実験範囲では、 $\overline{Gr}/Gr_b \approx 0.45$ 、 $Gr_f/Gr_b \approx 0.7$ と近似できることを確認した。なお、感度解析によりこの近似が相関式による予測に大きな影響を与えないことを確認している。 $Gr_q = Gr_b Nu_b \approx Gr_f Nu_b / 0.7 \approx \overline{Gr} Nu_b / 0.45$ の近似を各相関式に代入すると、 Gr_b 、 Gr_f 、 \overline{Gr} を支配パラメータとした相関式を Gr_q を支配パラメータとした相関式に変更できる。 Re_b と Gr_q を無作為抽出し、それらの式を用いれば、反復計算により Nu_b を計算することができる。Figure 8 に解析結果を示す。

3.3.2 Takeishi et al. 実験

Takeishi et al. [51]は等温加熱垂直矩形管内対向複合対流の伝熱試験を、片面加熱と、両面加熱の両方に対して実施した。試験流体は大気圧条件の空気である。実験装置は流路長さ 4 m、流路幅 0.6 m、ギャップは 0-25 cm で可変である。ここではデータの公開されている 10 cm のケースを解析対象とする。Table 9 に計算条件をまとめる。圧力、温度差、水力等価直径 D_h 、速度の範囲は論文中に記載がある。壁面温度と流体バルク温度に関しては論文中の図を参考に Table 9 に記載した範囲とした。温度差 ΔT 、バルク温度 T_b を Table 9 の範囲から無作為抽出すると壁面温度 T_w が定まる。代表速度は 0-15 m/s の範囲から抽出した。Figure 9 に解析結果を示す。片面加熱と両面加熱の両方の実験データを図示している。

4. 議論

4.1 相関式の精度

加熱境界条件の影響 Jackson and Fewster 相関式 (Equation (15)) や Swanson and Catton 相関式 (Equation (24) and (30)) などの等熱流束実験のデータに基づき開発された相関式は、Herbert and Sterns (Figure 3) や Axcell and Hall (Figure 6) など等温境界条件で実施された実験結果を良く予測できた。逆に Churchill 相関式 (Equation (7)) や Aicher and Martin (Equation (19)) などの等温実験のデータに基づき開発された相関式が Jackson and Fewster (Figure 4) などの等熱流束境界条件で実施された実験結果を良く予測できた。これより乱流強制対流や乱流自然対流と同様[15,17]、乱流の対向複合対流においても熱伝達率相関式は熱的境界条件に依らず適用可能であることが確認された。

流路形状の影響 円管内水単相流実験に対する Jackson and Fewster 相関式は、代表長さにより水力等価直径を用いることにより矩形管内 Freon-113 実験に対する Swanson and Catton 実験 (Figure 7) や矩形管内空気実験に対する Takeishi et al. 実験 (Figure 9) を良く再現できている。また、Swanson and Catton 相関式も水力等価直径を用いることにより円管空気を対象とする Axcell and Hall 実験 (Figure 6) の結果を再現できている。従って、水力等価直径を代表長さを用いれば実験装置形状に依らず実験結果を予測することができる。これは Nu/Nu_0 が代表長さの設定に対する感度が低いことが要因として挙げられる。例えば Jackson and Fewster 相関式では支配因子が $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5} \sim D_h^{0.375}$ であり、Jackson and Fewster により相関式の妥当性が実験的に確認された範囲では D_h が 2 倍になっても Nu/Nu_0 への影響は 8.3 % 未満である。

試験流体の影響 相関式は試験流体の違いによらず実験結果を予測でき、これは相関式に現れる無次元数及びその組み合わせが適切であることを意味する。

加熱面の影響 Churchill 相関式 (Equation (7))、Jackson and Fewster 相関式、Swanson and Catton (IJHMT) 相関式 (Equation (30)) は Poškas and Poškas (Figure 8) と Takeishi et al. (Figure 9) が実施した片面加熱実験の熱伝達率を良く予測した。従って既存対向複合対流相関式では、片面加熱、両面加熱の違いに限らず適用することが可能である。

相関式予測精度 全ての相関式は実験結果の傾向を定性的に良く再現するものの、Jackson and Fewster 相関式、Churchill 相関式、Swanson and Catton (IJHMT) 相関式はどの実験結果も特に良い精度で予測することができた。

4.2 実験データ間の比較

例えば Grashof 数のように特定の物理的意味を有する無次元数であっても、相関式ごとに異なる定義が用いられている。各実験データ間の比較を容易にするため、良好な予測性能を示した Jackson and Fewster 相関式の支配因子を基準に取り、同様の物理的意味を有するその他の相関式の支配因子との関係を検討した。Figure 10 は、第 3 章で各実験に対して提供されたサンプリングデータに対して、各実験で採用された支配因子（縦軸）と Jackson and Fewster 相関式の支配因子（横軸）間の関係を示した図である。図に示されている通り Jackson and Fewster 式の支配因子とその他の相関式の支配因子には強い相関が見られる。この相関関係（図の実線）を用いて、それぞれの論文で用いられた支配因子を、別の論文の支配因子へと変換することで、実験データ同士の直接比較が可能となる。なお、フィッティングカーブは計算された支配因子に相関関係が確認された範囲内でのみ適用する。

Figure 11 は Figure 10 で示した支配因子間の関係を用いて、論文から抽出した実験データを Jackson and Fewster の支配因子へ変換し比較したものである。実験装置形状やパラメータ範囲、試験流体はそれぞれ異なるにも関わらず、全ての実験結果は一つの曲線上に沿って分布している。そして、そのデータは図中の実線で示した Jackson and Fewster 相関式と良く一致していることから対向複合対流実験が Jackson and Fewster の支配因子を用いて良く整理できることを示している。これは第 3 章で Jackson and Fewster 相関式が全ての実験結果を良く予測できたことから妥当な結果である。

4.3 強制対流条件と自然対流条件への外挿性

対向複合対流熱伝達相関式には強制対流支配条件から自然対流支配条件にまで幅広く適用できること、つまり強制対流支配条件から自然対流支配条件にまで外挿可能であることが求められる。対向複合対流熱伝達相関式の外挿性は、強制対流熱伝達相関式と自然対流熱伝達相関式への漸近性により確認できる。Figure 12 は各相関式が相関式の開発者らにより実験で妥当性を確認された範囲 (Table 2) より幅広い条件に対して無次元数を抽出することで相関式ごとの予測値を計算し、対向複合対流熱伝達相関式の強制対流条件 (Figure 12a) と自然対流条件 (Figure 12b) における熱伝達率の予測性能を調査したものである。相関式ごとに用いる無次元数の定義が異なるため、 $Pr = Pr_b \approx Pr_f$, $Re = Re_b \approx Re_f$, and $Gr = Gr_b \approx Gr_f \approx \overline{2Gr}$ と近似した。この近似は温度差が小さいほど良い近似となり、PTS 評価におけるダウンコマ冷却プロセスの後半に壁温がバルク温度に近づいた状況などで成立する。例えば試験流体が水で、 $T_b = 300$ K、温度差 $T_w - T_b = 20$ K の時、 $Pr_b = 1.25Pr_f$, $Re_b = 0.82Re_f$, $Gr_b = 0.53Gr_f$, $Gr_b = 1.70\overline{Gr}$ となる。 $Nu_{ft} \sim Re^{0.8}Pr^{0.4}$, $Nu_{nt} \sim Gr^{0.333}Pr^{0.333}$ であることから、近似による Nu への影響は強制対流で 9%、自然対流に対して 9–15% と見積もることができる。漸近性を定性的に評価する目的において上記の仮定は妥当である。無次元数は Table 10 の範囲から抽出した。横軸には Jackson and Fewster の支配因子を用いた。縦軸は Figure 12(a) で Nu/Nu_{ft} 、Figure 12(b) は Nu/Nu_{nt} で

ある。 Nu_{ft} には Gnielinski 相関式 (Equation (37))、 Nu_{nt} には Churchill and Chu 相関式 (Equation (9)) を採用した。これらの相関式はパラメータ抽出を行った Table 10 の範囲で適用可能である [15]。Figure 12(a)において $Gr/Re^{2.625}Pr^{0.5} < 10^{-4}$ では $Nu \approx Nu_{ft}$ であるため乱流強制対流支配となっている。Figure 12(b)において $Gr/Re^{2.625}Pr^{0.5} > 10^{-2}$ では、 $Nu \approx Nu_{nt}$ であるため自然対流支配である。 $10^{-4} < Gr/Re^{2.625}Pr^{0.5} < 10^{-2}$ が複合対流条件ということになる。Figure 12(a)において全ての相関式で強制対流条件での良い予測性能が確認された。多くの対向複合対流相関式が強制対流条件で、強制対流熱伝達相関式に漸近するようにモデル化されていることからこの結果は妥当である。Figure 12(b)が示すように、Aicher and Martin 相関式と Churchill 相関式は内挿式であるため自然対流条件への外挿性に優れている。Jackson and Fewster 相関式は内挿式でないものの自然対流条件への優れた外挿性を有している。これは自然対流条件で Jackson and Fewster 相関式は自然対流熱伝達相関式と近い関数形になるためである (付録 4)。これらの式は相関式の開発者らにより実験で妥当性が確認された範囲よりも広い条件で外挿性がある。Swanson and Catton (JHT)相関式は Pr 依存性をモデル化していないため、他の相関式と比べてばらつきが大きい。また、Swanson and Catton (JHT)相関式と Swanson and Catton (IJHMT)相関式は内挿式ではないため、支配因子が大きくなっても Nu が Nu_{nt} に漸近しない傾向を見せていることからその適用範囲には留意する必要がある。

4.4 仮想的な LBLOCA 条件における相関式の適用性

4.3 節では無次元数を幅広い範囲から抽出することで相関式の強制対流、自然対流条件への外挿性を議論した。ここでは具体的な一例として大破断 LOCA (LBLOCA) の実機相当条件に対して、対向複合対流熱伝達相関式の強制対流支配条件、自然対流支配条件への適用性を調査する。設定した代表パラメータの範囲を Table 11 に示す。流体は LBLOCA 条件で想定される大気圧の水で、バルク温度は常温 (300 K) と仮定した。単相流を対象とする対向複合対流相関式が適用されるのは壁面温度が 373 K 以下となる範囲であると考え、壁温は Table 11 の範囲とした。代表長さ D_h は実機を実寸規模で模擬した UPTF 実験 [52] を参考に設定した。無作為抽出によって得られた温度差 ΔT から計算された Grashof 数は Table 11 の範囲であった。 Re_b は乱流条件での十分に広い範囲として Table 11 の範囲を想定した。この範囲で Re_b を設定すれば代表速度を決定できる。Table 12 に各対向複合対流熱伝達相関式より得られた Nu_{mt} を、(FC) 乱流強制対流熱伝達相関式 Nu_{ft} (Gnielinski 相関式(Equation (37))) と (NC) 乱流自然対流熱伝達相関式 Nu_{nt} (Churchill and Chu 相関式 (Equation (9))) と比較した際の誤差率 (ϵ_i) の平均値 ($\bar{\epsilon}$) と標準偏差(σ_ϵ)、平均絶対誤差率 ($\bar{\epsilon}_r$) を示している。

$$\epsilon_i = \frac{Nu_{mt} - Nu_{(ft|nt)}}{Nu_{(ft|nt)}}, \quad (50a)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i, \quad (50b)$$

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\epsilon_i|, \quad (50c)$$

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\epsilon_i - \bar{\epsilon}|^2}, \quad (50d)$$

ここで $Nu_{(ft|nt)}$ は比較対象である Nu_{ft} または Nu_{nt} である。Jackson and Fewster 相関式、Aicher and Martin 相関式、Churchill 相関式は強制対流支配条件（FC）と自然対流支配条件（NC）の両方に対して、平均絶対誤差率（ $\bar{\epsilon}_r$ ）は 15 %未満であり、特に優れた適用性が確認された。

5. 結論

本研究では、乱流単相流の対向複合対流熱伝達を包括的に理解し、既存のモデルや相関式の評価による予測手法を確立することを目的とした。本稿は対向複合対流熱伝達相関式をレビューし、様々な実験データと各相関式との比較を行うことで相関式の適用性や外挿性を評価した。異なる定義で構成される支配因子に対して提供された実験データから主要な熱水力パラメータを抽出し、様々な実験データに対して相関式を比較するための方法論を確立した。相関式を実験データに対して比較することで相関式の精度や、実験条件（加熱境界条件、流路形状、試験流体、加熱面の影響）に対する影響について議論した。対向複合対流熱伝達相関式の強制対流、自然対流熱伝達相関式への外挿性能を確認した。その結果、以下の結論が得られた。

- Jackson and Fewster 相関式、Churchill 相関式、Swanson and Catton (IJHMT)相関式は Table 3-9 にまとめられたパラメータ範囲の既存実験データを精度よく予測できることを確認した。
- 乱流強制対流、乱流自然対流と同様に乱流の対向複合対流における熱伝達率は熱的境界条件（等温加熱、均一熱流束加熱）の違いに影響を受けないことを確認した。
- 試験装置形状の違いは水力等価直径により、試験流体の違いは適切な無次元数を用いることにより一般化でき、試験装置形状、試験流体の違いに依らず、既存の相関式により熱伝達率の予測が可能であることを確認した。
- 両面加熱条件と片面加熱条件の平板間対向複合対流の熱伝達率は一致し、加熱条件の非対称性の影響を受けずに、既存の相関式により熱伝達率の予測が可能であることを確認した。
- 対向複合対流相関式が相関式の開発者らの実験により妥当性確認されている条件よりも幅広い無次元数範囲における、強制対流、自然対流支配条件での適用性を調査した。その結果、Jackson and Fewster 相関式、Churchill 相関式、Aicher and Martin 相関式は自然対流支配条件で自然対流熱伝達相関式、強制対流支配条件で強制対流熱伝達相関式に漸近し、優れた外挿性を有していることを確認した。それにより相関式の開発者らにより実験データで妥当性が確認されたパラメータ範囲を超えて相関式が適用できることが示された。
- Jackson and Fewster 相関式、Aicher and Martin 相関式、Churchill 相関式は、設定した実機条件において、自然対流支配と強制対流支配の条件への特に優れた適用性が確認された。

謝 辞

本研究は原子力規制庁との契約のもとで実施された。著者の一人（日引俊詞）はグローバル STEM プロフェッサーシップ支援及び JC STEM 先進熱流体科学研究室への研究援助に対して香港特別行政区政府及び香港ジョッキークラブに謝意を表する。

参考文献

- [1] T. Aicher, H. Martin, New correlations for mixed turbulent natural and forced convection heat transfer in vertical tubes, *Int. J. Heat Mass Transf.* 40 (1997) pp. 3617–3626. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(97\)00026-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00026-4)
- [2] Nuclear Regulatory Commission Division of Systems Technology, RELAP5/MOD3.3 Code Manual Volume IV: Models and Correlations, Washington, DC (United States), 1995. https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:27019719 (accessed 2024-08-02).
- [3] J.W. Spore, J.S. Elson, S.J. Jolly-Woodruff, T.D. Knight, J.-C. Lin, R.A. Nelson, K.O. Pasamehmetoglu, J.H. Mahaffy, C. Murray, TRAC-M/FORTRAN 90 (Version 3.0) Theory Manual, (2001). <https://www.nrc.gov/reading-rm/doc-collections/nuregs/contract/cr6724/index.html#pub-info> (accessed 2024-08-02).
- [4] U. S. Nuclear Regulatory Commission, TRACE V5.0 PATCH 6 THEORY MANUAL Field Equations, Solution Methods, and Physical Models, (2020).
- [5] P. Emonot, A. Souyri, J.L. Gandrille, F. Barré, CATHARE-3: A new system code for thermal-hydraulics in the context of the NEPTUNE project, *Nuclear Engineering and Design.* 241 (2011) pp. 4476–4481. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2011.04.049>
- [6] Gesellschaft fuer Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) gGmbH, ATHLET 3.1A Program Overview, (2016). <https://user-codes.grs.de/athlet> (accessed 2024-08-02).
- [7] N.H. Hoang, Y.K. Kwack, S.H. Bae, Y.S. Kim, S.K. Sim, Improvement of MARS-KS sub-channel module using CTF code, *Nuclear Engineering and Design.* 358 (2020) 110431. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2019.110431>
- [8] 金子 順一, 塚本 直史, 原子炉システム解析コードAMAGIの解析機能と開発状況, *日本原子力学会和文論文誌*, 19 (2020) pp. 163–177. <https://doi.org/10.3327/taesj.J19.008>
- [9] D.R. Liles, J.H. Mahaffy, TRAC-PF1/MOD1: an advanced best-estimate computer program for pressurized water reactor thermal-hydraulic analysis, Los Alamos, NM, (1986). <https://doi.org/10.2172/5421470>
- [10] J.A. Borkowski, N.L. Wade, S.Z. Rouhani, R.W. Shumway, W.L. Weaver, W.H. Rettig, C.L. Kullberg, TRAC-BF1/MOD1 models and correlations, NUREG/CR-4391; EGG-2680, United States, (1992).

- [11] L.W. Swanson, I. Catton, Enhanced heat transfer due to secondary flows in mixed turbulent convection, *J. Heat Transfer.* 109 (1987) pp. 943–946. <https://doi.org/10.1115/1.3248207>
- [12] 日本電気協会, 原子力発電所用機器に対する破壊靱性の確認試験方法, JEAC4206-2007, (2007).
- [13] J.D. Jackson, J.Fewster, Enhancement of heat transfer due to buoyancy for downward flow of water in vertical tubes, in: D.B. Spalding, N. Afgan (Eds.), *Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection: Studies and Applications for Natural Environment, Buildings, Engineering Systems; Proceedings of the Seminar, Dubrovnik, Yugoslavia, August 25-30, 1976. Volumes 1 and 2*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, D.C., (1977): pp. 759–775.
- [14] S.W. Churchill, Combined free and forced convection in channels, in: E.U. Schlunder (Ed.), *Heat Exchanger Design Handbook*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC (United States), (1983): pp. 2.1.10–1.
- [15] F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, Wiley, New York, (2006).
- [16] S.W. Churchill, Comprehensive Correlating Equations for Heat, Mass and Momentum Transfer in Fully Developed Flow in Smooth Tubes, *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals.* 16 (1977) pp. 109–116. <https://doi.org/10.1021/i160061a021>
- [17] S.W. Churchill, H.H.S. Chu, Correlating equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate, *Int. J. Heat Mass Transf.* 18 (1975) pp. 1323–1329. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(75\)90243-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90243-4)
- [18] L.S. Herbert, U.J. Sterns, Heat transfer in vertical tubes-interaction of forced and free convection, *The Chemical Engineering Journal.* 4 (1972) pp. 46–52. [https://doi.org/10.1016/0300-9467\(72\)80052-2](https://doi.org/10.1016/0300-9467(72)80052-2)
- [19] G.U. Kang, B.J. Chung, The experimental study on transition criteria of natural convection inside a vertical pipe, *Int. Commun. in Heat Mass.* 37 (2010) pp. 1057–1063. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.06.016>
- [20] W.M. Yan, T.F. Lin, Theoretical and experimental study of natural convection pipe flows at high Rayleigh number, *Int. J. Heat Mass Transf.* 34 (1991) pp. 291–303. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(91\)90195-K](https://doi.org/10.1016/0017-9310(91)90195-K)
- [21] S.M. Ohk, B.J. Chung, Natural convection heat transfer inside an open vertical pipe: Influences of length, diameter and Prandtl number, *Int. J. Therm. Sci.* 115 (2017) pp. 54–64. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2017.01.014>
- [22] W.B. Hall, J.D. Jackson., Laminarization of a turbulent pipe flow by buoyancy forces, in: *ASME 11th National Heat Transfer Conferenc*, No. 69-HT-55, ASME New York, New York, (1969).

- [23] B.S. Petukhov, V.V. Kirillov, The problem of heat exchange in the turbulent flow of liquids in tubes, *Teploenergetika*. (1958) pp. 63–68.
- [24] D.D. Joye, Comparison of aiding and opposing mixed convection heat transfer in a vertical tube with Grashof number variation, *Int. J. Heat Fluid Flow*. 17 (1996) pp. 96–101. [https://doi.org/10.1016/0142-727X\(95\)00077-4](https://doi.org/10.1016/0142-727X(95)00077-4)
- [25] D.D. Joye, Design criterion for the heat-transfer coefficient in opposing flow, mixed convection heat transfer in a vertical tube, *Ind. Eng. Chem. Res.* 35 (1996) pp. 2399–2403. <https://doi.org/10.1021/ie950464j>
- [26] Volker Gnielinski, Ein neues Berechnungsverfahren für die Wärmeübertragung im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung, *Forsch Ingenieurwes.* 61 (1995) pp. 240–248.
- [27] V. Gnielinski, Zur Wärmeübertragung bei laminarer Rohrströmung und konstanter Wandtemperatur, *Chemie Ingenieur Technik*. 61 (1989) pp. 160–161. <https://doi.org/10.1002/cite.330610216>
- [28] A. Temu, W. Blumberg, v. Gnielinski, H. Martin, Überlagerte erzwungene und freie Konvektion in einem senkrechten Rohr. *Wiss. Abschlussber*, in: *International Seminar d. Univ. Karlsruhe, University of Karlsruhe*, (1989) pp. 49–58.
- [29] P.E. Saylor, D.D. Joye, Pressure drop in mixed convection heat transfer in vertical tube, Villanova, (1988).
- [30] R.H. Norris, M.W. Sims, A simplified heat transfer correlation for semi-turbulent flow of liquids in pipes, *Transactions AIChE*. 38 (1942) pp. 469–492.
- [31] A. Watzinger, D.G. Johnson, Wärmeübertragung von Wasser an Rohrwand bei senkrechter Strömung im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung, *Forschung Auf Dem Gebiete Des Ingenieurwesens*. 10 (1939) pp. 182–196. <https://doi.org/10.1007/BF02584968>
- [32] B.P. Axcell, W.B. Hall, Mixed Convection to Air in a Vertical Pipe, *Proceeding of International Heat Transfer Conference 6*, Begellhouse, Connecticut, (1978) pp. 37–42. <https://doi.org/10.1615/IHTC6.3020>
- [33] I. Catton, L. Swanson, Mixed Turbulent Convective Heat Transfer in Vertical Ducts, (1988).
- [34] L.W. Swanson, I. Catton, Surface renewal theory for turbulent mixed convection in vertical ducts, *Int. J. Heat Mass Transf.* 30 (1987) pp. 2271–2279. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(87\)90220-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(87)90220-1)
- [35] P. v. Danckwerts, Significance of Liquid-Film Coefficients in Gas Absorption, *Ind. Eng. Chem.* 43 (1951) pp. 1460–1467. <https://doi.org/10.1021/ie50498a055>
- [36] T.J. Hanratty, Turbulent exchange of mass and momentum with a boundary, *AIChE Journal*. 2 (1956) pp. 359–362. <https://doi.org/10.1002/aic.690020313>
- [37] L.C. Thomas, M.L. Wood, A new approach to the analysis of turbulent free convection

- heat transfer, *Int. J. Heat Fluid Flow.* 1 (1979) pp. 93–96.
[https://doi.org/10.1016/0142-727X\(79\)90016-X](https://doi.org/10.1016/0142-727X(79)90016-X)
- [38] L.C. Thomas, C.R. Kakarala, A unified model for turbulent and laminar momentum transfer: Channel flow, *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME.* 43 (1976) pp. 8–12. <https://doi.org/10.1115/1.3423802>
- [39] L.C. Thomas, B.T.F. Chung, S.K. Mahaldar, Temperature profiles for turbulent flow of high - 28 -randtl number fluids, *Int. J. Heat Mass Transf.* 14 (1971) pp. 1465–1471. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(71\)90192-X](https://doi.org/10.1016/0017-9310(71)90192-X)
- [40] P. Poškas, R. Poškas, Turbulent opposing mixed convection heat transfer in a vertical flat channel with one-side heating, *Heat Transfer Engineering.* 25 (2004) pp. 17–23. <https://doi.org/10.1080/01457630490276006>
- [41] J. Vilemas, B. Cesna, V. Survila, Heat transfer in gas-cooled annular channels, Hemisphere Publishing, United States, (1987).
- [42] B. S. Petukhov, L. I. Roizen, Generalized relationships for heat transfer in turbulent flow of gas in tubes of annular section, *High Temperature.* 2 (1964) pp. 65–68.
- [43] J.R. Sellars, M. Tribus, J.S. Klein, Heat Transfer to Laminar Flow in a Round Tube or Flat Conduit—The Graetz Problem Extended, *J. Fluids Eng.* 78 (1956) pp. 441–447. <https://doi.org/10.1115/1.4013701>
- [44] V. Gnielinski, New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow, *Int. Chem. Eng.* 16 (1976) pp. 359–368.
- [45] W. Hufschmidt, E. Burck, Der einfluss temperaturabhängiger stoffwerte auf den wärmeübergang bei turbulenter strömung von flüssigkeiten in rohren bei hohen wärmestromdichten und prandtlzahlen, *Int. J. Heat Mass Transf.* 11 (1968) pp. 1041–1048. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(68\)90009-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(68)90009-4)
- [46] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection, *Physica.* 9 (1942) pp. 1–28. [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(42\)90053-3](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(42)90053-3)
- [47] W. Elenbaas, The dissipation of heat by free convection the inner surface of vertical tubes of different shapes of cross-section, *Physica.* 9 (1942) pp. 865–874. [https://doi.org/10.1016/S0031-8914\(42\)80062-2](https://doi.org/10.1016/S0031-8914(42)80062-2)
- [48] B. Lee, S.-K. Park, A. Shin, M.K. Cho, K. Tien, NUREG/IA-0508 - “International Agreement Report - Validation of RELAP5/MOD3.3 Friction Loss and Heat Transfer Model for Narrow Rectangular Channels.,” <https://www.nrc.gov/reading-rm.html> (accessed 2024-08-02).
- [49] B.S. Petukhov, Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties, *Adv. Heat Transf.* 6 (1970) pp. 503–564. [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70153-9](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70153-9)
- [50] W.M. Rohsenow, H. Choi, Heat, mass, and momentum transfer, Prentice Hall, London, (1961).

- [51] Takeishi Kenichiro, Nakahara Takabumi, Matsuura Masaaki, Tsuge Ayao, Fujimoto Tetsuro, Experimental Study on Combined Forced and Natural Convection Heat Transfer in an Isothermally Heated Vertical Parallel Plates, in: Proceedings of National Heat Transfer Symposium, Japan, (1984) pp. 127–129.
- [52] P.A. Weiss, R.J. Hertlein, UPTF test results: First three separate effect tests, Nuclear Engineering and Design. 108 (1988) pp. 249–263. [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(88\)90071-4](https://doi.org/10.1016/0029-5493(88)90071-4)
- [53] W.H. McAdams, Heat transmission, McGraw-Hil, New York(United States), (1954).
- [54] D.L. Selby, Pressurized thermal shock evaluation of the H. B. Robinson Unit 2 Nuclear Power Plant (Appendices A-K), Volume 2, NUREG/CR-4183-Vol.2; ORNL/TM-9567/V2, United States, (1985).
- [55] P.M. Brdlik, Iu.P. Semenov, B.N. Kovalev, Heat transfer investigation for mixed free and forced turbulent convection on vertical plate, in: Symposium on Turbulent Shear Flows, Imperial College of Science and Technology, London, England, (1979) pp. 9.35-9.40.

Table 1. Existing heat transfer correlations for mixed convection opposing flow.

Reference	Channel geometry	Fluid	Dependent parameter
Churchill (Equation (7)) [14]	Tube	Water	-
Jackson & Fewster (Equation (15)) [13]	Tube	Water	$\frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}}$
Aicher & Martin (Equation (19)) [1]	Tube	Water	$\frac{Ra_f^{0.333}}{Re_b^{0.8} Pr_b^{0.4}}$
Swanson & Catton (Equation (24)) [11]	Rectangular duct	Freon-113	$\frac{Gr_b}{Re_b^2}$
Swanson & Catton (Equation (30)) [34]	Rectangular duct	Freon-113	$\frac{Gr_b}{Re_b^{2.6}(Pr_b^{0.5} + 1)}$
Poškas & Poškas (Equation (33)) [40]	Rectangular duct	Air	$\frac{Gr_q}{Re_b^{2.5} Pr_b^{0.8}}$

Table 2. Ranges of nondimensional numbers for which the mixed convection opposing-flow correlations were experimentally validated.

Reference	Reynolds number	Grashof number	Prandtl number
Churchill [14]	$6.105 \times 10^3 < Re_f < 6.6835 \times 10^4$	$18.89 \times 10^6 < Gr_f < 22.52 \times 10^6$	$1.75 < Pr_f < 2.09$
Jackson & Fewster [13]	$0.1 \times 10^4 < Re_b < 4.0 \times 10^4$	$\overline{Gr} < 3.0 \times 10^8$	$2.5 < Pr_b < 7.0$
Aicher & Martin [1]	$3.0 \times 10^3 < Re_b < 1.2 \times 10^5$	$3 \times 10^7 < Ra_f < 1 \times 10^9$	$0.7 < Pr_b < 5.0$
Swanson & Catton [11]	$6.0 \times 10^3 < Re_b < 2.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^8 < Gr_b < 2.0 \times 10^9$	$Pr_b = 6.5$
Swanson & Catton [34]	$2.3 \times 10^3 < Re_b < 2.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^6 < Gr_b < 2.0 \times 10^9$	$0.7 < Pr_b < 7.0$
Poškas & Poškas [40]	$0.4 \times 10^4 < Re_b < 4 \times 10^4$	$1.7 \times 10^8 < Gr_q < 1.4 \times 10^{10}$	$Pr_b = 0.71$

Table 3. The calculation conditions used to evaluate the correlations for the Herbert and Sterns experiments [18]

Working fluid	Water
Thermal boundary condition	UWT
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	2.23
Reynolds number Re_f	$6.105 \times 10^3 - 6.684 \times 10^4$
Grashof number Gr_f	$18.89 \times 10^6 - 22.52 \times 10^6$
Prandtl number Pr_f	1.75–2.09

Table 4. The calculation conditions used to evaluate the correlations for the Jackson and Fewster experiments [13]

Working fluid	Water
Thermal boundary condition	UHF
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	9.84
Reynolds number Re_b	$1 \times 10^3 - 4 \times 10^4$
Grashof number Gr_w	$5 \times 10^6 - 1 \times 10^8$
Prandtl number Pr_b	2.5–7

Table 5. The calculation conditions used to evaluate the correlations for the Aicher and Martin experiments [1]

Working fluid	Water
Thermal boundary condition	UWT
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	2.7 and 3.7
Reynolds number Re_b	0.45×10^4 , 0.75×10^4 , 1.15×10^4 , and 1.55×10^4
Rayleigh number Ra_f	$10^6 - 10^9$
Prandtl number Pr_b	3–5

Table 6. The calculation conditions used to evaluate the correlations with respect to the Axccl and Hall experiments [32]

Working fluid	Air
Thermal boundary condition	UWT
Pressure P [MPa]	0.1
Wall temperature T_w [K]	326.9–421.1
Bulk temperature T_b [K]	296.4–317.6
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	61.3
Reynolds number Re_b	0.179×10^5 – 1.261×10^5

Table 7. The calculation conditions used to evaluate the correlations with respect to the Swanson and Catton experiments [33,34]

Working fluid	Freon-113
Thermal boundary condition	UHF
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	8.88
Reynolds number Re_b	0.6×10^4 – 2.0×10^4
Grashof number Gr_b	0.1×10^9 – 2.0×10^9
Prandtl number Pr_b	6.5

Table 8. The calculation conditions used to evaluate the correlations with respect to the Pořkas and Pořkas experiments [40]

Working fluid	Air
Thermal boundary condition	UHF
Reynolds number Re_b	4×10^3 – 4×10^4
Grashof number Gr_q	1.7×10^8 – 1.4×10^{10}
Prandtl number Pr_b	0.7

Table 9. The calculation conditions used to evaluate the correlations with respect to the Takeishi et al. experiments [51]

Working fluid	Air
Thermal boundary condition	UWT
Pressure P [MPa]	0.1
Wall temperature T_w [K]	303.15-373.15
Bulk temperature T_b [K]	293.15-363.15
Temperature difference $\Delta T = T_w - T_b$ [K]	10.0–70.0
Hydraulic equivalent diameter D_h [cm]	20
Velocity v_g [m/s]	0–15.0

Table 10. The range of nondimensional numbers for data sampling

Prandtl number Pr	0.7–7.0
Reynolds number Re	$10^4 - 5 \times 10^6$
Grashof number Gr	$10^9 - 10^{13}$

Table 11. The test calculation conditions used to verify the extrapolation for the mixed convection heat transfer correlations

Working fluid	Water
Pressure P [MPa]	0.1
Wall temperature T_w [K]	300–373
Bulk temperature T_b [K]	300
Hydraulic diameter D_h [cm]	50
Reynolds number Re_b	$10^4 - 10^7$
Grashof number Gr_b	$8.34 \times 10^8 < Gr_b < 3.37 \times 10^{10}$,
	$4.25 \times 10^8 < \overline{Gr} < 2.76 \times 10^{10}$,
	$8.93 \times 10^8 < Gr_f < 2.38 \times 10^{11}$

Table 12. Mean ($\bar{\epsilon}$) and standard deviation (σ_ϵ) for the percentage error and mean absolute percentage error $\bar{\epsilon}_r$. SC (JHT), SC (IJHMT), JF, AM, and Ch represent Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Jackson and Fewster (Equation (15)), Aicher and Martin (Equation (19)), and Churchill (Equation (7)), respectively. FC: Forced convection. NC: Natural convection.

		$\bar{\epsilon}$ [%]	σ_ϵ [%]	$\bar{\epsilon}_r$ [%]
SC (JHT)	FC	15.3	5.2	15.6
	NC	-17.6	14.1	19.5
SC (IJHMT)	FC	25.7	9.2	25.7
	NC	-1.0	9.9	7.7
JF	FC	3.4	2.6	4.1
	NC	7.7	5.5	8.7
AM	FC	-2.4	4.1	2.4
	NC	13.1	1.5	13.1
Ch	FC	-6.8	10.0	9.9
	NC	-0.3	0.2	0.3

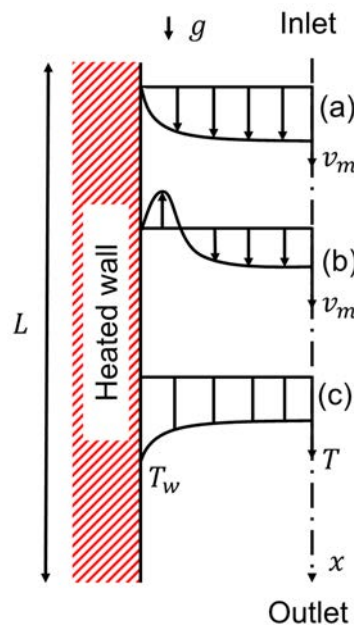


Figure 1. Schematics of velocity and temperature profiles of mixed convection opposing flow. (a) A velocity profile for inertia dominant conditions, (b) a velocity profile for buoyancy dominant conditions, and (c) a temperature profile.

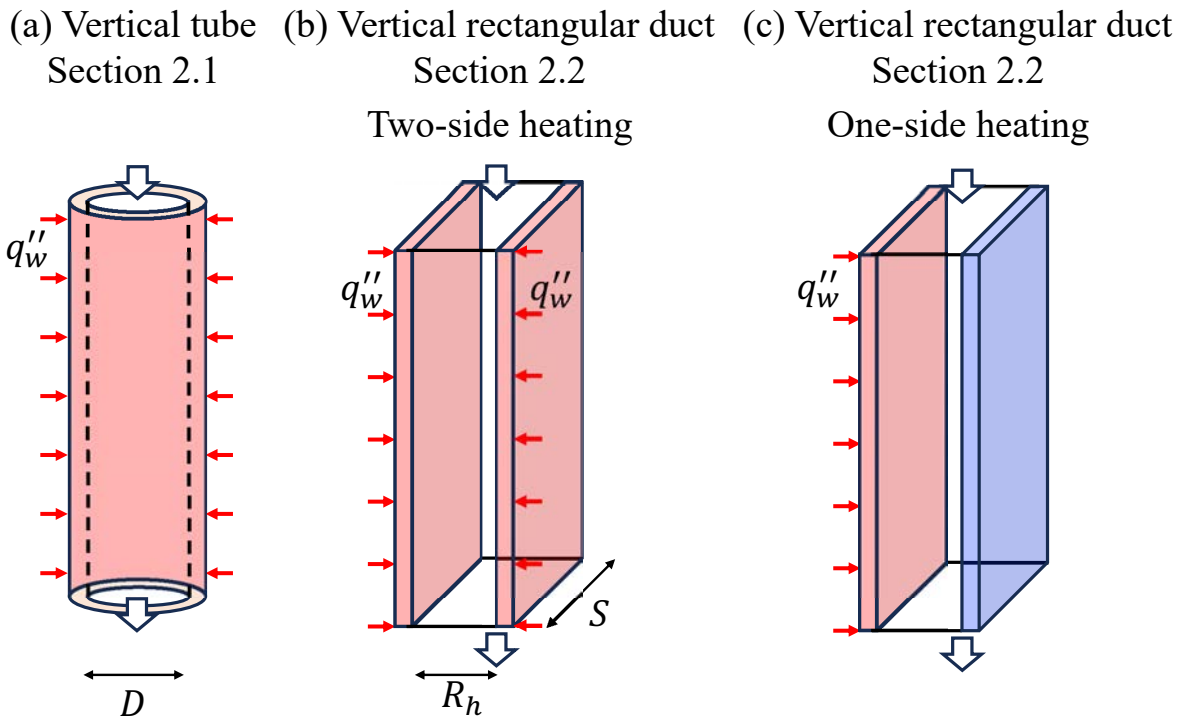


Figure 2. Schematics of the channel geometries for (a) a vertical tube and (b) two-side and (c) one-side heating vertical rectangular ducts. q''_w is the wall heat flux. D is the inner diameter of a tube. R_h and S are the gap and the width of a rectangular duct.

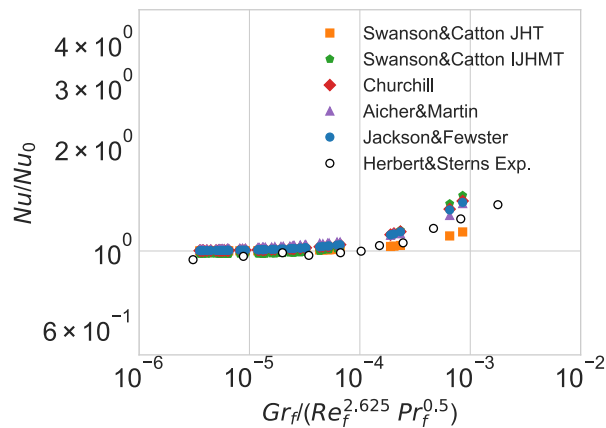


Figure 3. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted based on the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from Herbert and Sterns experiments [18].

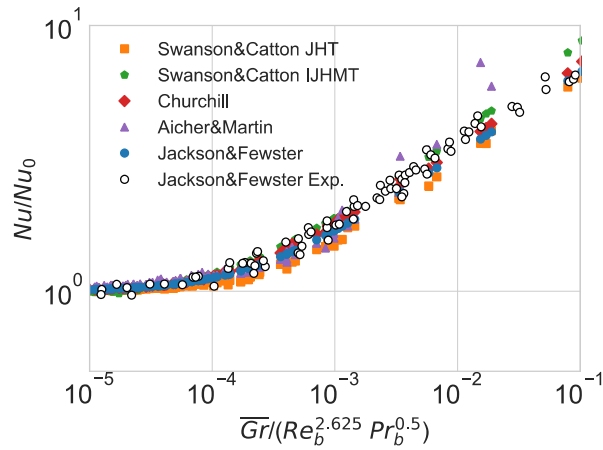


Figure 4. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted based on the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Jackson and Fewster experiments [13].

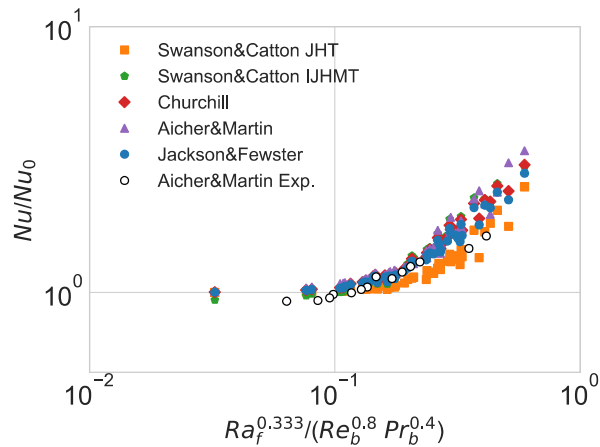


Figure 5. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted using the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Aicher and Martin experiments [1].

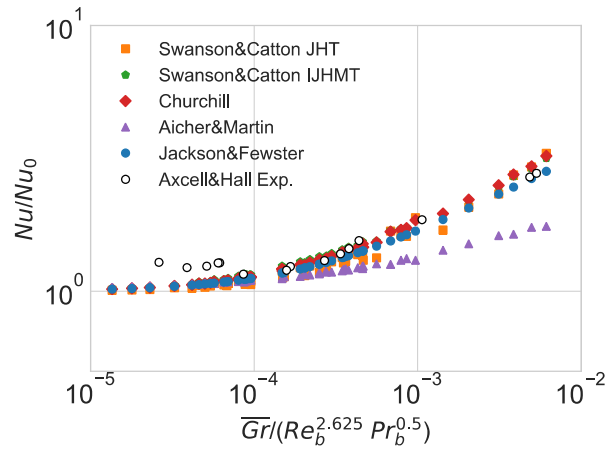


Figure 6. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted using the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Axcell and Hall experiments [32].

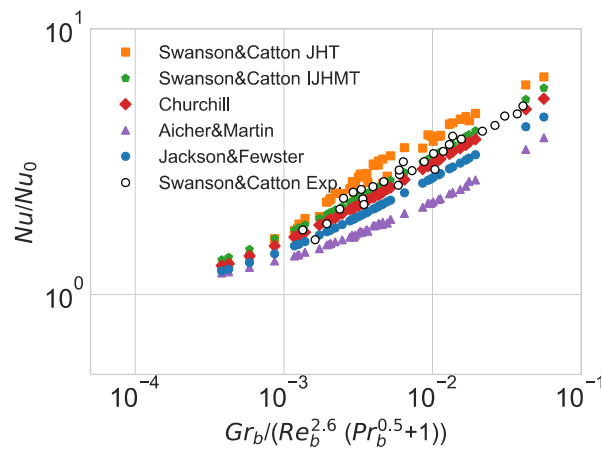


Figure 7. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted using the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Swanson and Catton experiments [34].

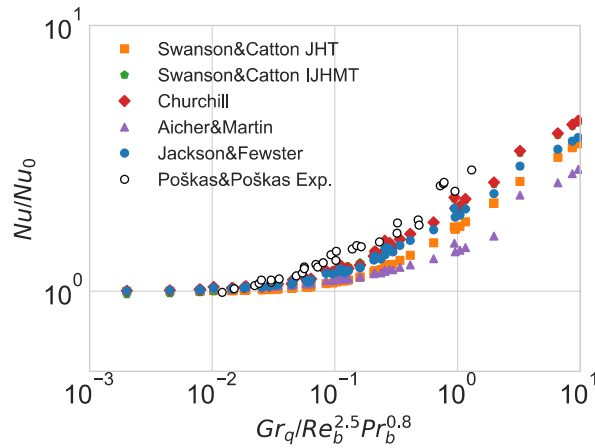


Figure 8. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted using the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Pořkas and Pořkas experiments [40].

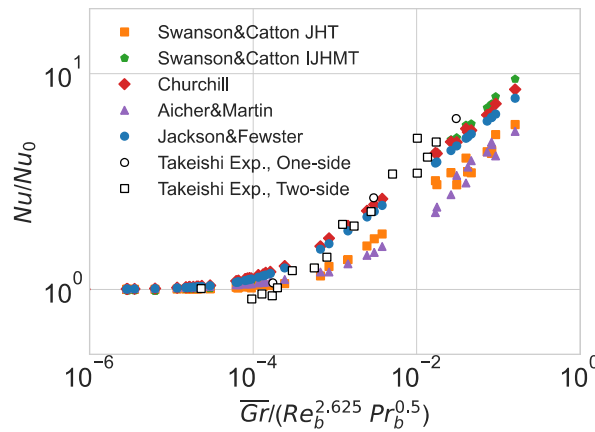


Figure 9. Enhancement factor Nu/Nu_0 predicted by the Jackson and Fewster (Equation (15)), Swanson and Catton JHT (Equation (24)), Swanson and Catton IJHMT (Equation (30)), Churchill (Equation (7)), and Aicher and Martin (Equation (19)) correlations. Experimental data are extracted from the Takeishi et al. experiments [51].

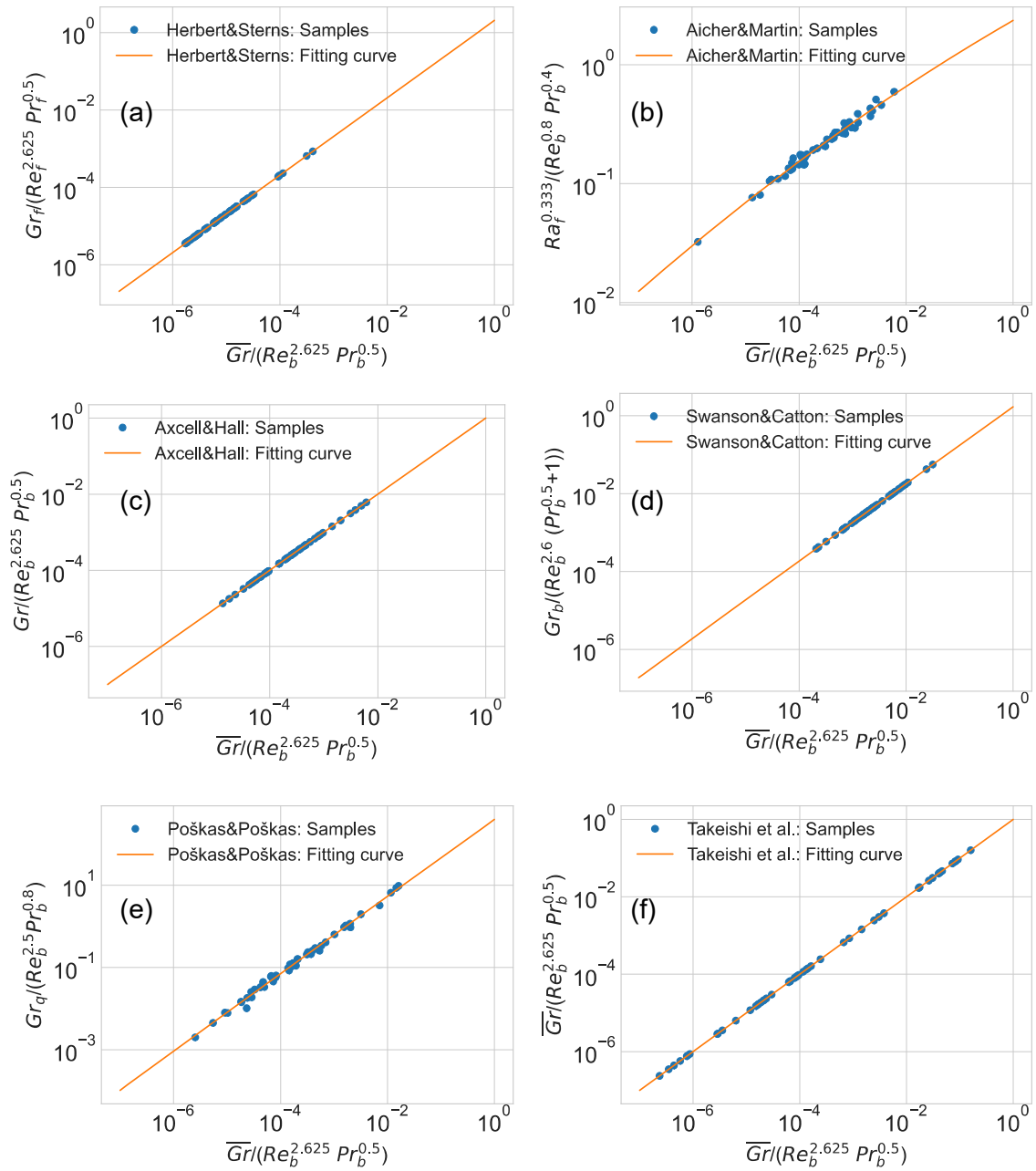


Figure 10. Relationship between Jackson and Fewster's dependent parameter $\overline{Gr}/(Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5})$ and the dependent parameters for (a) Herbert and Sterns [18], (b) Aicher and Martin [1], (c) Axcell and Hall [32], (d) Swanson and Catton (IJHMT) [34], (e) Pořkas and Pořkas [40], and (f) Takeshi et al. [51] for the sample calculation conditions used in Section 3.1. Solid lines show the fitting curves. Although the channel geometries, the parameter ranges, and the working fluids differ, all experimental data are distributed along a line.

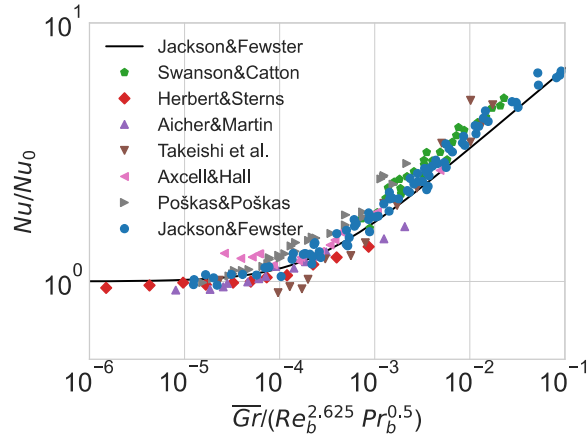


Figure 11. The Nu/Nu_0 as a function of $\overline{Gr}/(Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5})$. The solid line shows the Jackson and Fewster correlation (Equation (15)). The symbols are the experimental data with respect to Jackson and Fewster [13], Swanson and Catton [34], Herbert and Sterns [18], Aicher and Martin [1], Takeishi et al. [51], Axcell and Hall [32], and Poškas and Poškas [40].

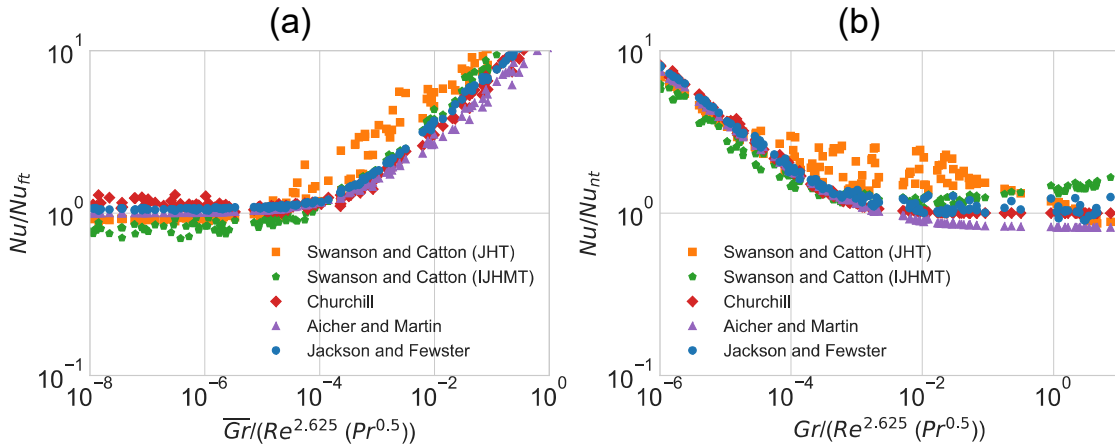


Figure 12. The ratio of the mixed convection heat transfer coefficient to (a) the forced Nu/Nu_{ft} and (b) natural convection ones Nu/Nu_{nt} , where the correlations for Nu_{ft} and Nu_{nt} are calculated using Gnielinski (Equation (37)) and Churchill and Chu (Equation (9)), respectively. Nondimensional numbers are randomly sampled in the range of Table 10.

付録

付録1 加熱壁面近傍における対向複合対流の剪断応力分布

円管内対向複合対流において流れが完全発達乱流であると仮定し、円管壁 (Figure A1) から y の位置までの圧力勾配、浮力、粘性剪断応力 τ の釣り合いを考えると、

$$0 = -\pi[R^2 - (R - y)^2] \frac{dp}{dx} - 2\pi g \int_0^y (\rho_b - \rho)(R - y') dy' - 2\pi R \tau_w + 2\pi(R - y)\tau, \quad (\text{A1})$$

ここで R は円管の半径、 p は圧力である。 $y = R$ とすれば円管全体で、

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\pi R^2} \left[-2\pi g \int_0^R (\rho_b - \rho)(R - y') dy' - 2\pi R \tau_w \right]. \quad (\text{A2})$$

Equation (A2) を Equation (A1) に代入して圧力勾配を消去すると、

$$\begin{aligned} & \left[1 - \left(1 - \frac{y}{R} \right)^2 \right] \left[-2\pi g \int_0^R (\rho_b - \rho)(R - y') dy' - 2\pi R \tau_w \right] \\ & = -2\pi g \int_0^y (\rho_b - \rho)(R - y') dy' - 2\pi R \tau_w + 2\pi(R - y)\tau. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

壁面近傍では ($y/R \ll 1$)

$$\tau = \tau_w + g \int_0^y (\rho_b - \rho) dy'. \quad (\text{A4})$$

$y = \delta_T$ とすれば、以下の関係が得られる。

$$\Delta\tau = \tau - \tau_w = \int_0^{\delta_T} (\rho_b - \rho) g dy. \quad (\text{A5})$$

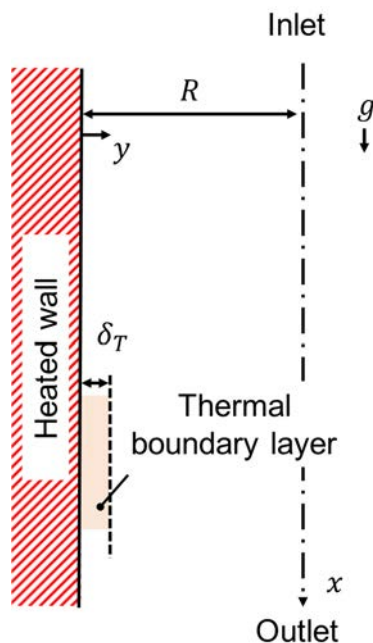


Figure A1. Schematic of thermal boundary layer.

付録 2 Jackson and Fewster による支配因子の導出

Jackson and Fewster [13]は Equation (10)を無次元化することで支配因子を導出した。ここでは Jackson and Fewster が実施した無次元化方法を解説する。乱流場における熱抵抗は壁面近傍の境膜に存在する。熱伝達率 h は温度境界層厚さ δ_T に逆比例する ($h \sim \delta_T^{-1}$)。熱伝達が強制対流支配の時、Jackson and Fewster は h が $Pr_b^{0.5}$ に比例すると仮定した。この時、 $h = \text{const.} Pr_b^{0.5}$ と書くことができる。 $Pr_b = 1$ の時に温度境界層と運動量境界層の厚さが一致する ($\delta_T \approx \delta_M$) ことから比例係数を決めると、 δ_T と δ_M の間には以下の関係があると結論できる。

$$\delta_T = \delta_M Pr_b^{-0.5}, \quad (B1)$$

壁座標を用いて $\delta_M^+ = \delta_M (\tau_w \rho_b)^{0.5} / \mu_b$ のように無次元化すると、 δ_M^+ は Re_b に依存せず定数になることが知られている。Equation (10)を τ_w で割って上式を代入すると、

$$\frac{\Delta\tau}{\tau_w} \approx \frac{2\sqrt{2} \delta_M^+ \overline{Gr}}{Re_b^3 c_f^{1.5} Pr_b^{0.5}}, \quad (B2)$$

$c_f \sim Re_b^{-0.25}$ と仮定すれば、比例定数 K_1 を用いて以下のように書ける。

$$\frac{\Delta\tau_{\delta_b}}{\tau_w} \approx K_1 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}}, \quad (B3)$$

乱流強制対流において $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$ が支配因子となっていることがわかる。

乱流自然対流では $Nu_b \sim Ra_b^{1/3}$ が成立するため[18]、 $\delta_T = \text{const.} D Ra_b^{-1/3}$ と書ける。Equation (10)を τ_w で割り、 $\delta_T = \text{const.} D Ra_b^{-1/3}$ を代入し式を整理すると、比例定数 K_2 を用いて以下の式が得られる。

$$\frac{\Delta\tau}{\tau_w} = K_2 \left(\frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{B4})$$

乱流自然対流においても $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$ が支配因子となっている。乱流強制対流に加え乱流自然対流においても $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$ が支配因子となっていることは、対向複合対流においても $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$ が支配因子であることを示唆する。

付録 3 Jackson and Fewster 相関式の指数と支配因子に関する検討

Jackson and Fewster [13]は支配因子を導出する過程で、強制対流の Nusselt 数 $Nu_{0,b}$ と摩擦係数 c_f がそれぞれ $Re_b^{0.82}$ と $Re_b^{-0.25}$ に比例すると仮定した(付録 2)。この仮定は Equation (14)の指数値 (0.47) と支配因子に影響を与える。例えば $Nu_{0,b} \sim Re_b^{0.8}$ 、 $c_f \sim Re_b^{-0.20}$ と仮定すると、支配因子は $\overline{Gr}/Re_b^{2.7} Pr_b^{0.5}$ となる[22]。また、Equation (13)の代わりに以下が得られる

$$\frac{h'}{h_0} = \left(\frac{\tau'_w}{\tau_w} \right)^{0.444}. \quad (\text{C1})$$

Equation (13)と比べると指数が僅かに小さくなる。Jackson and Fewster は自然対流支配条件で Nu_b が Re_b に対する依存性を示さないように調整し、指数を最終的に 0.31 と修正した。 $Nu_{0,b} \sim Re_b^{0.8}$ と $c_f \sim Re_b^{-0.20}$ を仮定して同じく自然対流支配条件で Nu_b が Re_b に対する依存性を示さないように調整すると、指数は 0.29 となる。Jackson and Fewster の論文中で実験データごとの Re_b が公開されているため、実験データを整理する支配因子を $\overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}$ から $\overline{Gr}/Re_b^{2.7} Pr_b^{0.5}$ へと変換することができる。支配因子を $\overline{Gr}/Re_b^{2.7} Pr_b^{0.5}$ 、指数を 0.29 とし、Jackson and Fewster の実験データを用いて相関式のモデル定数を再評価すると以下のようなになる。

$$\frac{Nu_b}{Nu_{0,b}} = \left(1 + 11903 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.7} Pr_b^{0.5}} \right)^{0.29}, \quad (\text{C2})$$

Jackson and Fewster 相関式 (Equation (15)) の予測値と Equation (C2)の予測値の差

は、複合対流が生じる条件 ($10^{-4} < \overline{Gr}/Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5} < 10^{-2}$) かつ $10^4 \leq Re_b \leq 10^7$ で約 20% 未満であり、指数の僅かな違いは予測性能に対して大きな影響を与えない。

付録 4 Jackson and Fewster 相関式の自然対流条件への外挿性能

対向複合対流熱伝達相関式である Jackson and Fewster 相関式 (Equation (15)) が自然対流支配条件で自然対流熱伝達相関式と同等の予測性能を示すことは解析的にも示すことができる。簡単のためバルク温度 300 K、大気圧の水 ($Pr_b = 5.86$) を考える。対向複合対流の熱伝達率には以下の内挿式が適用可能である [15]。

$$Nu^\gamma = Nu_{nt}^\gamma + Nu_{ft}^\gamma, \quad (D1)$$

乱流に対しては $\gamma = 3$ が用いられ、Churchill の内挿式 (Equation (7)) でも用いられている。Equation (D1) を以下のように変形する。

$$\frac{Nu}{Nu_{ft}} = \left\{ 1 + \left(\frac{Nu_{nt}}{Nu_{ft}} \right)^\gamma \right\}^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (D2)$$

この式において $\gamma = 1/0.31 \approx 3.23$ とすれば

$$Nu_{nt} = Nu_{ft} \left(4500 \frac{\overline{Gr}}{Re_b^{2.625} Pr_b^{0.5}} \right)^{0.31}. \quad (D3)$$

この式は Jackson and Fewster 相関式であり、Equation (15) が自然対流支配条件において Equation (D3) に収束することを意味する。Jackson and Fewster は強制対流の熱伝達相関式 Nu_{ft} に 1.16 倍した Petukhov and Kirrilov 式 (Equation (16)) を用いたが、ここでは解析的な扱いを容易にするため Nu_{ft} に Dittus and Boelter 式 (Equation (45)) を用いる。Petukhov and Kirrilov 式との差がなくなるように Equation (45) を 1.29 倍して用いることにすると、 Nu_{ft} 式を変更しても Jackson and Fewster 式の実験範囲で誤差は 3.6% 未満である。Equation (D3) に 1.29 倍した Dittus and Boelter 式を代入すると、

$$Nu_{nt} \approx \frac{0.40}{Pr_b^{0.065} Re_b^{0.01375}} (\overline{Gr} Pr_b)^{0.31}. \quad (D4)$$

Jackson and Fewster が実施した実験範囲では $Re_b^{0.01375} \approx 0.89$ と近似しても誤差は 2.2% 未満である。また、代表的な温度差の範囲では $\overline{Gr} \approx 0.3 Gr_f$ と近似可能である。これらを Equation

(D4)に代入すると、最終的に Jackson and Fewster 相関式は自然対流支配条件で以下の式で近似できる。

$$Nu_{nt} \approx 0.218 Ra_f^{0.31}. \quad (D5)$$

この時 Churchill and Chu 式 (Equation (9)) は、

$$Nu_{nt} \approx 0.13 Ra_f^{0.333}. \quad (D6)$$

これは TRACE で用いられている McAdams の式 [53]と同じである (Equation (40b))。 $10^9 \leq Ra_f \leq 10^{13}$ の範囲で、 $Ra_f^{0.31}/Ra_f^{0.333} = Ra_f^{-0.02333} \approx 0.55$ と近似しても誤差は 10 %未満である。従って、Equation (D5)は以下のようにも書くことができる。

$$Nu_{nt} \approx 0.12 Ra_f^{0.333}. \quad (D7)$$

Equation (D7)と Equation (D6)を見比べると Jackson and Fewster 式が自然対流支配条件において、自然対流相関式と同等の予測を与えることを示している。Selby [54]は試験流体に空気をを用いた Brdlik et al. [55]の実験データを用いて同様な結論を得ている。

This is a blank page.

