

光学ポテンシャルによる
複合核をつくる断面積の計算

研究報告 No. 8

1960年7月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

光学ポテンシャルによる 複合核をつくる断面積の計算

要旨

光学ポテンシャルを用いて、中性子が原子核と相互作用して複合核をつくる断面積（これはまた吸収断面積ともいわれる）を求めた。いちおう入射エネルギーは 3.5 MeV に固定し、質量数、角運動量によりそれがどう変化するかをみた。吸収を起こす光学ポテンシャルの虚数部は、核内に一様に広がっている場合と、核表面付近に局所的にある場合とで、いちじるしい差は現われないことがわかった。実験と合わせることより、むしろ物理的洞察に役だつよう主眼目とした。

昭和 35 年 2 月

日本原子力研究所 物理部原子核研究室

原田吉之助 杉江淳
開発部原子炉設計室

今井晴男 森口欽一

Compound Nucleus Formation Cross Section Calculated by the Optical Potential

Abstract

The cross section for the compound nucleus formation (often called the absorption cross section) was calculated for neutrons, using the standard 'optical' potential. The dependence on the mass number and the angular momentum was looked for. The incident energy was taken to be 3.5 MeV. As the form of the imaginary part, two types, uniform and surface absorption, were assumed. The results did not show any remarkable difference between the two. The calculations involved were made to get some physical insight into the low energy neutron-nucleus interaction, and no detailed comparison with experimental data was made.

February, 1960

Japan Atomic Energy Research Institute

Kichinosuke Harada, Atsushi Sugie
Haruo Imai, Kinichi Moriguchi

目 次 (Contents)

まえがき (introduction)	1
1. これまでになされた計算 (Review of the potential form).....	1
2. 計算方法 (Method of calculation).....	2
3. 計算結果と検討 (Results and Discussions).....	4
参考文献 (Reference)	7

図 目 次 (Figure Contents)

Fig. 1 Schematic view of the potential	3
Fig. 2-a Comparison of the Wood-Saxon potential and the half-Gauss potential which is used in our calculation	5
Fig. 2-b Surface absorption potential	5
Fig. 3 Compound nucleus formation cross section for the uniform absorption model as a function of the mass number. Points are experimental data for the total reaction cross section.....	8
Fig. 4 Compound nucleus formation cross section for the surface absorption model as a function of the mass number.....	8
Fig. 5~12 Penetrability T_l for $l=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$	9~12
Fig. 13~20 Penetrability T_l for $l=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$	13~16
Fig. 21 Contribution of each partial waves for the uniform absorption model as a function of the mass number. l is the "maximum" angular momentum kR/\hbar	17
Fig. 22 Contribution of each partial waves for the surface absorption model as a function of the mass number.....	18
Fig. 23 Comparison of the uniform and surface absorption model for the square well.....	6
Fig. 24 The behavior of the wave function near the surface ($l=0$, real part)	6

まえがき (Introduction)

Feshbach, Porter and Weisskopf¹⁾ が、光学ポテンシャルを中性子と原子核の平均的相互作用を記述するのに導入して以来、これはいろいろな核反応の実験の整理と解釈とに広く使われてきた。また、この理論的基礎づけにも多くの仕事がなされた²⁾。光学ポテンシャルによるいろいろな断面積の計算は、欧米においてすでに数多くなされており、実験と一致するようにそのパラメーターを決めるることは、中性子と陽子については、その第1次近似はほぼ達成されたと考えてよい。しかし発表されているのは最終的な結果だけで、途中の段階はすべて略されているため、ただ実験のカーブに合うとか合わぬとかいうだけで、物理的イメージはつかみにくい。

この計算には複素数の二階微分方程式の数値解法を必要とし、高速電子計算機が必要なので、わが国ではこれまでほとんどなされていない。それでわれわれは、実験と比較して光学ポテンシャルのパラメーター

を今まで出されたのよりさらによく決まるということではなく、むしろこれまで出されている第1近似の値を使って、最終の結果だけでなく物理的イメージを描くに役だつと思われる途中の結果をも求めて、いろいろと検討することにした。

物理的解釈には、低エネルギーでは、どういう角運動量の部分波がどの程度寄与するかということにもっとも興味があるであろう。これは複合核をつくる断面積にもっともはっきり現われる。それでわれわれは、これを標的核の質量の関数として求めた。また複合核をつくる断面積は、これまでの光学ポテンシャルの決定には主として全断面積、または弾性散乱角分布が使われていたので、そういう意味でも興味がある。本来の反応に関与するのは複合核をつくる断面積である。さらにのちに述べるように、この量は全断面積、もしくは弾性散乱角分布より大分簡単に計算できる。

1. これまでになされた計算 (Review of the potential form)

Feshbach, Porter and Weisskopf の解析以来、中性子、陽子、重陽子、 α 粒子などの実験に光学模型を使った解析は非常に多くなされたが、ここでは核子の場合の、主としてポテンシャルの形について、簡単な概観をしておく。

最初用いられたポテンシャルは、いわゆる箱型ポテンシャルであったが、その後次のような4つの改良が加えられた。

1) 端をゆるやかにする

箱型ポテンシャルでは、核半径のところでポテンシャルの深さが、急に有限から零へと変化する。このために、入射粒子の波は、表面できわめて大きく反射される。陽子の弾性散乱の角分布の実験で、箱型光学ポテンシャルで計算されたものより、はるかに後方への散乱（反射）が少ないことがわかったので、Wood and Saxon³⁾ は、核半径近傍でなだらかに零に近づくようなポテンシャルを採用して成功した。このとき使われたポテンシャルの形は、

$$V_0(1+i\xi)\{1+\exp[(r-R_0)/a]\}^{-1}$$

であった。普通 Wood-Saxon ポテンシャルと呼ばれている。

端をゆるやかにすると、表面での反射が少なくなるために、複合核をつくる断面積も増す。これは箱型ポテンシャルでは、複合核をつくる断面積が非弹性散乱の断面積の実験値より小さくなってしまった⁴⁾のを是正し、また strength function $\langle\Gamma/D\rangle$ の実験との一致もよくした⁵⁾。現在多くの解析から第1近似として妥当な値は、3.5 MeV の中性子にたいして、

$$V_0 = -42 \text{ MeV}, \xi = 0.08$$

$$R_0 = 1.33 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}, a = 0.55 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

である。

2) 楕円体ポテンシャル

Strength function $\langle\Gamma/D\rangle$ の実験値は質量数が 150 と 180 のところに極大ができる。上記のポテンシャルで計算したのでは、160 付近に一つ極大ができるだけである。これはこの付近では原子核が楕円形になっているため、長軸方向と短軸方向での共鳴に相当しているため、二つの山が生じるものと説明されている⁶⁾。

この場合は、おののの核について、橢円体の離心率を四重極能率から決定し、そういうゆがんだポテンシャルにたいして計算しなくてはならない。なおポテンシャル散乱の半径 $R^{(l)}$ 、弾性散乱の角分布⁹⁾も変形を考えないと実験との一致がよくない。変形の大きな核は、このほか質量数 25 付近と, 230 より大きなところにある。

3) スピン軌道力

Bjorklund and Fernbach⁹⁾は、中性子弹性散乱の角分布は従来のポテンシャルで計算すると、後方にかなりいちじるしい極小を生じるのに、実験ではそのようなものはないことから、スピン軌道力が必要であろうとして、

$$U\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{d\rho(r)}{dr} \sigma \cdot l$$

なるスピン軌道力を導入した。 $\rho(r)$ はポテンシャルの実部を与える関数である。こうすると $j=l+1/2$ の波と $j=l-1/2$ の波とで、角分布の極小のおこる位置がずれるので、それほどいちじるしい極小はなくなる。 U はだいたい 9 MeV とされている。角分布ばかりではなく偏極も計算されたが、実験データはあまりない。スピン軌道力は現在陽子の散乱にも入れられており、そのエネルギー依存性などが調べられている。

4) 表面吸収のポテンシャル

虚数部が核内に一様に広がっていると、複合核をつ

くる断面積は、ごく大さっぱにいって質量数に比例して大きくなる。実験では質量数の大きなところで、それほど大きくならない⁴⁾。Bjorklund and Fernbach は、表面付近で局所的に吸収がおこるものとし、

$$iW \exp[-(r-R_0)^2/b^2]$$

なる虚数ポテンシャルを用いて、4~14 MeV の中性子弾性散乱および非弾性散乱の実験とよい一致を得た。この場合、複合核をつくる断面積はごく大さっぱにいって質量数の $2/3$ 乗に比例するので、重い核でそれほどはふえない。

以上の 4 点のうち、核が橢円体になるのはある特定の質量数領域であるから、さしあたりは考えない。またスピン軌道力も、今回は計算に要する時間の関係で無視した。大勢は、これのあるなしによってそう変わらない。端をゆるやかにすることは、箱型にくらべてかなり結果を変えるので、どうしても必要である。また一様吸収か表面吸収かは、もし実験との比較によってこれが区別できれば非常に興味があるので、この二つの場合について計算した。いろいろな要素を考えに入れるとどちらがよいとも、決定的なことはいえないようである。われわれが計算の準備を始めるとまもなく、Amster¹⁰⁾ が同様なことをおこなったが、彼は最終的な断面積で議論しているので、各部分波に分けてくらべたら、何か差が出てくるかとも思われたが、それほど顕著な差はなさそうである。

2. 計算方法 (Method of calculation)

2.1 はじめに (Preliminaries)

ポテンシャルは Fig. 1 のようなものをとる。

領域(I)ではポテンシャル一定とし、表面付近の領域(II)でそれが徐々に変化するとする。領域(III)はもはやポテンシャルのないところである。領域(I)では Schrödinger 方程式が解析的に解けて、解は Bessel 関数で表わされる。

$r=R_0$ でその解からきまる初期条件をとて、領域(II)の部分の波動方程式を数値的に解く。そして外端 $r=R_N$ で、領域(III)の自由な波につなげて断面積を求める。

2.2 初期条件 (Initial conditions)

Schrödinger の波動方程式はポテンシャルを $V(r)$

$+iW(r)$ とすると、

$$(T + V + iW)\psi = E\psi$$

である。 T は運動エネルギー・オペレーター、 E は入射中性子のエネルギーである。 $\psi(r)$ を角運動量によって、

$$\psi(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{u_l(r)}{r} Y_{l0}(\theta, \varphi)$$

と分けると、radial wave function $u_l(r)$ は、

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} + v(r) + iw(r) \right\} u_l(r) = 0$$

なる微分方程式をみたす。ここで、

$$k^2 = \frac{2M}{\hbar^2} E$$

$$v + iw = -\frac{2M}{\hbar^2} (V + iW)$$

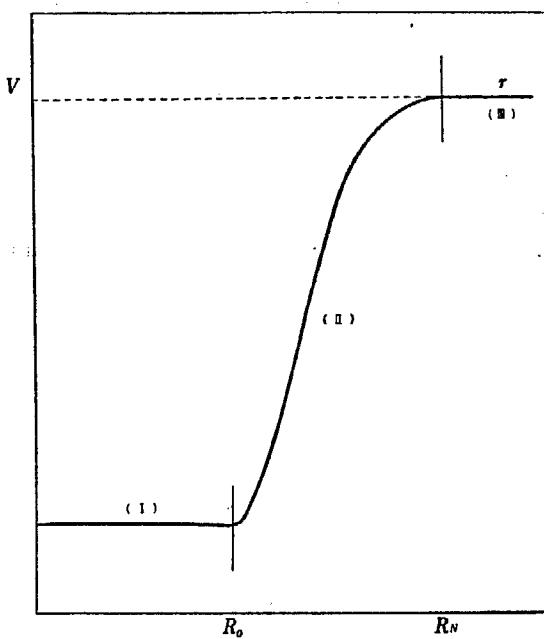


Fig. 1 Schematic view of the potential

とした。

領域(I)では $v(r), w(r)$ は一定だから,

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} + K_1^2 + iK_2^2 \right\} u_l(r) = 0$$

とかける。この解 \mathcal{J}_l は Bessel 関数 J により,

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_l(Kr) &= (Kr) j_l(Kr) = \sqrt{\frac{\pi(Kr)}{2}} J_{l+1/2}(Kr) \\ K &= \sqrt{k^2 + K_1^2 + iK_2^2} \end{aligned}$$

と表わせる。 $j_l(x)$ は spherical Bessel 関数である。 $\mathcal{J}_l(x)$ をここでは modified spherical Bessel function と呼んでおく。

領域(I)の外端 $r=R_0$ での、領域(II)にたいする初期条件を,

$$\begin{cases} u_l(R_0) = 1 & (1a) \\ u_l'(R_0) = \mathcal{J}_l'(KR_0) / \mathcal{J}_l(KR_0) & (1b) \end{cases}$$

ととる。ダッシュは r についての微分である。

(1b) は複素変数の Bessel 関数を含むから、これを求めるることは一見たいへんだが、漸近式があるので比較的簡単になる。すなわち、対数微分

$$f_l = R_0 \mathcal{J}_l'(KR_0) / \mathcal{J}_l(KR_0)$$

には、

$$f_l = \frac{X^2}{l-f_{l-1}} - l \quad X = KR_0 \quad (2)$$

なる漸化式があるので (cf. § 3.5),

$$\begin{aligned} f_0 &= X \frac{\cos X}{\sin X} = \frac{X_1 \sin 2X_1 + X_2 \sinh 2X_2}{\cosh 2X_2 - \cos 2X_1} \\ &\quad + i \frac{X_2 \sin 2X_1 - X_1 \sinh 2X_2}{\cosh 2X_2 - \cos 2X_1} \quad (3) \end{aligned}$$

$$X = X_1 + iX_2 = \sqrt{h^2 + K_2^2 + iK_2^2 R_0}$$

から、つぎつぎと f_l が求められる。

したがって、

(i) まず(3)によって f_0 を求め

(ii) さらに(2)によって $f_l (l \geq 1)$ を求め

(iii) 初期条件を

$$u_l(R_0) = 1 \quad (1a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_l'(R_0) = \frac{1}{R_0} f_l \\ \end{array} \right. \quad (1b')$$

とすればよい。

2.3 微分方程式の数値解法

領域(II)では、

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{(R_0+r)^2} + v(r) + iw(r) \right\} u_l(r) = 0$$

$$r = R_0 + \rho$$

を数値的に解く。

のちに $u_l(R_N)$ と $u_l'(R_N)$ が必要になるので、Runge-Kutta の方法でこれを解いた。そして $r=R_N$ での対数微分

$$f_l(R_N) = R_N u_l'(R_N) / u_l(R_N)$$

を求めた。以下 $f_l(R_N)$ のことを単に f_l とかく。まことに(2), (3)で求めた f_l とは違うから注意していただきたい。

2.4 断面積の計算

$f_l(R_N)$ から断面積を求めるには、途中に「散乱振幅」 η_l なる量を使う。

η_l は、

$$\begin{aligned} u_l(r \rightarrow \infty) &\sim \mathcal{H}_l^*(kr) - \eta_l \mathcal{H}_l(kr) \\ &\sim e^{-i(kr - \frac{\pi}{2}l)} - \eta_l e^{i(kr - \frac{\pi}{2}l)} \end{aligned}$$

で定義される。 $\eta_l = 1$ は平面波に対応する。 $\eta_l = 0$ は、はいってきた波が全部吸収されて、出していく波のないことに対応する。ただしここで、

$$\mathcal{H}_l(x) = \eta_l(x) - i \mathcal{J}_l(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} e^{i(x - \frac{\pi}{2}l)}$$

で、 η_l は modified spherical Neumann function, \mathcal{H}_l は modified spherical Hankel function である。 \mathcal{H}_l^* は \mathcal{H}_l の複素共役である。

$$N_l(x) = x \eta_l(x) = \left(\frac{\pi x}{2} \right)^{1/2} N_{l+1/2}(x)$$

(4) と第2段階で求めた u_l とを $r=R_N$ でなめらかにつなぐことにより、

$$\eta_l = \frac{\mathcal{H}_l^*}{\mathcal{H}_l} \cdot \frac{f_l - R_N}{f_l - R_N (H_l'/H_l)} \cdot \left(\frac{H_l'}{H_l} \right)^*$$

をうる。

$$\frac{\mathcal{H}_l^*}{\mathcal{H}_l} = \frac{n_l^2(x) - j_l^2(x)}{n_l^2(x) + j_l^2(x)} + 2i \frac{j_l(x)n_l(x)}{n_l^2(x) + j_l^2(x)} \\ \equiv e^{-2i\delta_l} \quad (4a)$$

$$R_N \frac{\mathcal{H}_l'}{\mathcal{H}_l} = p_l = A_l + i s_l \quad (4b)$$

と定義すると、

$$\eta_l = e^{-2i\delta_l} \left(1 + \frac{2is_l}{f_l - p_l} \right) \quad (5)$$

となる。第2項が共鳴を現わし、 f_l は内部の波、 p_l は自由な出射波のそれぞれ対数微分であるから、これらがちょうどマッチしたときに、共鳴のおこることがわかる。

p_l には 2.2 と同様

$$p_l = \frac{x^2}{l - f_{l-1}} - l \quad x = kR_N \quad (6)$$

なる漸化式がある。

$$p_0 = (x \frac{d}{dx} e^{ix}) / e^{ix} = ix \quad (7)$$

で、これから $p_l (l \geq 1)$ が求められる。

断面積は η_l によってつきのように表わされる。

$$\text{全断面積 } \sigma_t^{(l)} = 2\pi\lambda^2(2l+1)(1-R_\theta\eta_l) \quad (8a)$$

$$\text{弹性散乱断面積 } \sigma_{ss}^{(l)} = \pi\lambda^2(2l+1)|1-\eta_l|^2 \quad (8b)$$

複合核をつくる断面積

$$\sigma_a^{(l)} = \pi\lambda^2(2l+1)(|1-\eta_l|^2) \quad (8c)$$

$$T_l = 1 - |\eta_l|^2 \quad \lambda = 1/k \quad (9)$$

は透過率 (penetrability) と呼ばれ、非弾性散乱の断面積を計算するのに重要な量である。

以上のように、第3段階では、

(i) $e^{-2i\delta_l}$ ((4a)により) と $p_l (p_0 = ix)$ と漸化式 (6) により) を求めて、

(ii) (5) によって η_l を計算し、

(iii) (8a, b, c) によって断面積を、また (9) によって透過率を求ることになる。 (8a, b, c), (5), (4a, b) からわかるように、全断面積と弾性散乱断面積には、 $j_l(x)$ と $n_l(x)$ が必要だが、複合核をつくる断面積にはそれらが不要で、したがって後者のほうが計算がはるかに容易である。

2.5 漸化式

modified spherical Bessel (あるいは Neumann) function には、

$$\begin{aligned} J_{l-1}(x) + J_{l+1}(x) &= \frac{2l+1}{x} J_l(x) \\ \frac{d}{dx} J_l(x) &= J_{l-1}(x) - \frac{l}{x} J_l(x) \\ &= \frac{l+1}{x} J_l(x) - J_{l+1}(x) \end{aligned}$$

なる漸化式がある。

したがって f_l にたいしては、

$$\begin{aligned} f_l &= x \frac{d}{dx} J_l(x) / J_l(x) = x \left(J_{l-1} - \frac{l}{x} J_l \right) / J_l \\ &= \left\{ x J_{l-1} / \left(\frac{l}{x} J_{l-1} - \frac{d}{dx} J_{l-1} \right) \right\} - l \\ &= \frac{x^2}{l - f_{l-1}} - l \end{aligned}$$

なる漸化式をうる。

3. 計算結果と検討 (Results and Discussions)

中性子の入射エネルギーは 3.5 MeV とし、ポテンシャルの形としては次の二つをとった。

1) 一様吸収モデル

$$\begin{aligned} \text{実部 } V(r) &= V_0 & 0 \leq r \leq R_0 \\ &= V_0 \exp[-(r-R_0)^2/d^2] & R_0 \leq r \leq R_N \\ &= 0 & r > R_N \end{aligned}$$

$$\text{虚部 } W(r) = \zeta V(r) \quad \zeta \text{ は定数}$$

パラメーターの値は、

$$V_0 = -42 \text{ MeV}, d = 2.03 \times 10^{-13} \text{ cm},$$

$$R_0 = 1.33A^{1/3} - 1.69, \zeta = 0.08, R_N = R_0 + 5.32$$

とした。 R_0 や d は 1 でのべた Wood-Saxon ポテンシャルと、なるべくよく合うように決めた。なるべくよくという意味は、

i) $V(r) = \frac{1}{2} V(0)$ となる点が一致すること、

ii) $V(r)$ が $V(0)$ の 0.9 倍から 0.1 倍までに減る距離、いわゆる 0.9–0.1 の厚さ t が一致すること

の二つである。 t は Wood-Saxon では、

$$t = 4.40a \quad (\text{Wood-Saxon})$$

われわれの場合 (half-Gauss) は、

$$t = 1.193d \quad (\text{half-Gauss})$$

である。両者の比較を Fig. 2-a に示す。

2) 表面吸収モデル

実部 同上

$$\text{虚部 } W(r) = W_0 \exp[-(r-R_{1/2})^2/d'^2]$$

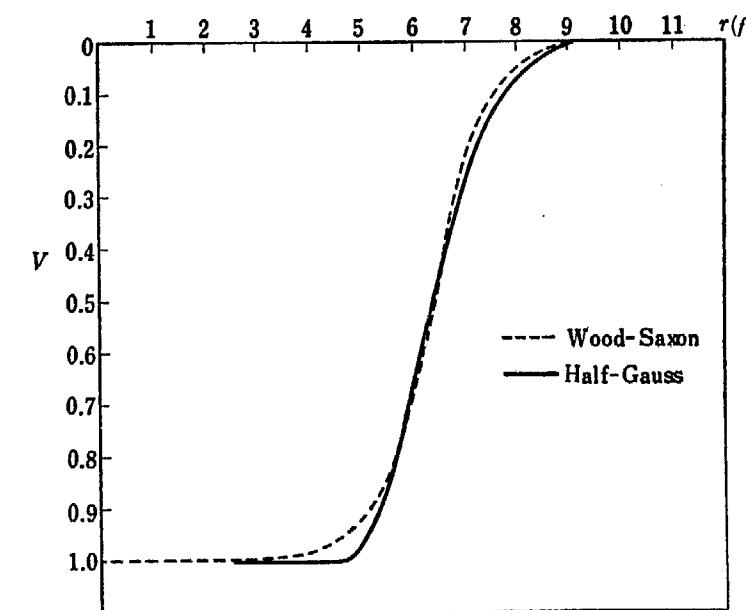


Fig. 2-a Comparison of the Wood-Saxon potential and the half-Gauss potential which is used in our calculation

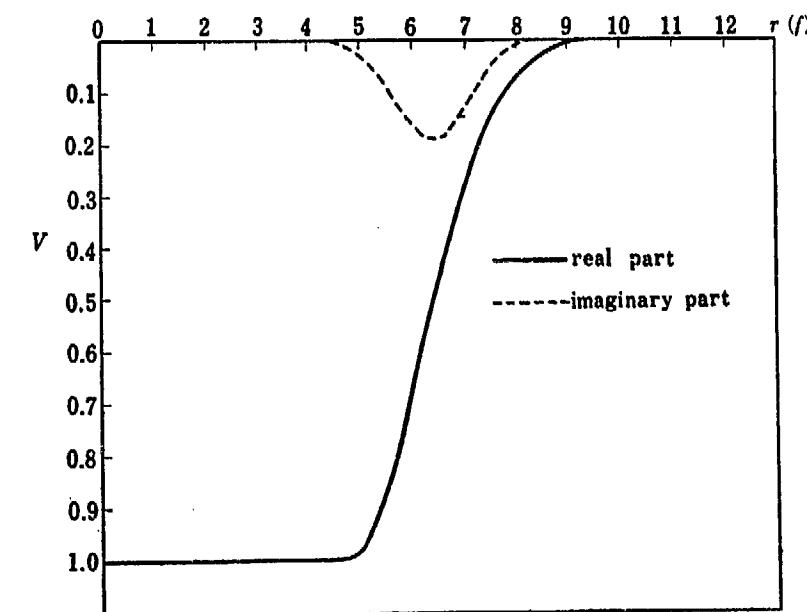


Fig. 2-b Surface absorption potential

$$W_0 = -8 \text{ MeV}, d' = 0.98 \times 10^{-13} \text{ cm},$$

$$R_{1/2} = 1.33 A^{1/3}$$

この虚数部は Bjorklund and Fernbach⁹⁾ のと同じである。この実部と虚部を Fig. 2-b に示す。

Fig. 3 と Fig. 4 (巻末) に、一様吸収および表面吸収モデルによる複合核をつくる断面積を示す。またそれぞれの透過率 T_l を Fig. 5 から Fig. 20 (巻末) に示す。各部分波の透過率、したがって部分波の複合核をつくる断面積は、表面吸収のほうが谷がやや深くなっている (一様吸収のときの約 2/3) が、各部分波を加え合わせれば、山と谷の違いは両者それほどいちじるしくはない。これは谷のところは元来寄与が小さいから、どうなってもそう全体には影響がなく、全体の形は山のところの形で支配されるためと思われる。

Fig. 21 と Fig. 22 (巻末) とに、各質量数についていろいろな部分波がどれだけ寄与しているかを示すため、 $(2l+1)T_l$ をブロック・ダイアグラムとして両モデルについて示す。両者にそれほどいちじるしい違

いは見られない。

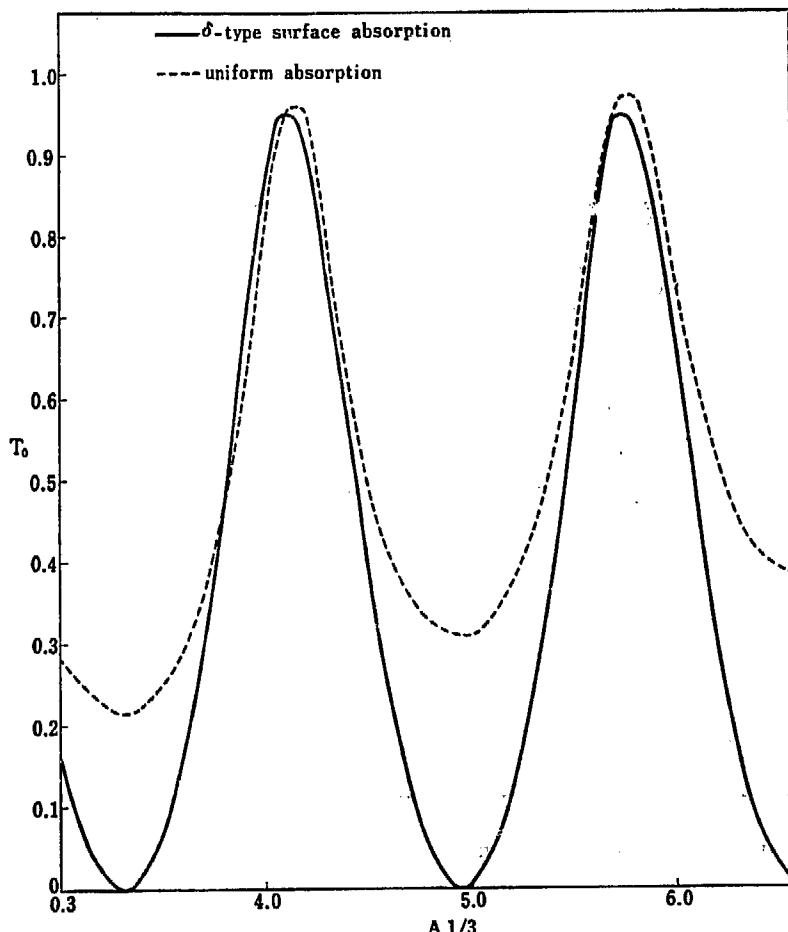
ここで一様吸収と表面吸収との比較を論ずるためには、簡単化されたモデルを使って T_0 のふるまいを調べてみる。すなわち箱型ポテンシャルを用い、表面吸収は表面のところでの δ -関数で表わしてみる。その強さ W' は上の計算で使ったガウス型の虚数部と積分が等しくなるように、

$$W' = \sqrt{\pi} W_0 d' \quad (\text{Me V} \cdot 10^{-13} \text{ cm})$$

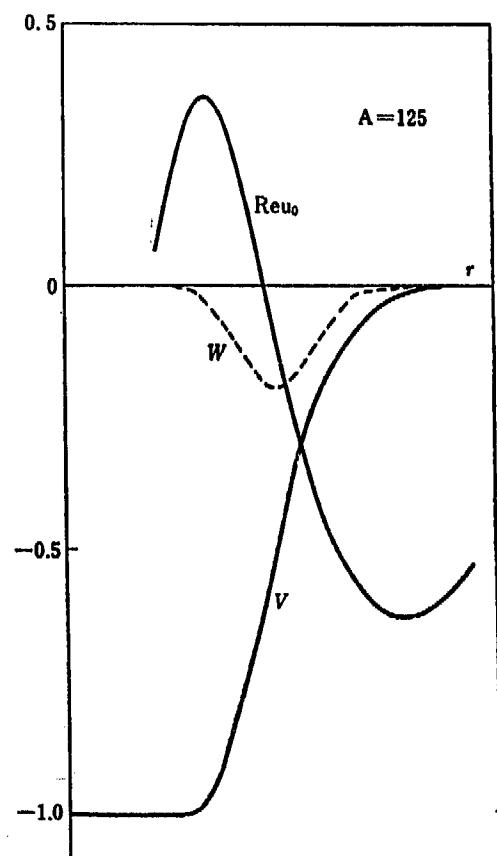
となる。 δ -関数型の虚数部にたいしては T_0 は、

$$f_0 = KR \cot KR - i \frac{2m}{\hbar^2} W' R$$

から、§ 2.4 の(5), (9)によりすぐ求められる。箱型で一様な吸収のあるときと、表面 δ -関数の吸収のあるときの T_0 を Fig. 23 に示す。山の位置は実部に支配されて両者はほとんど一致する。またここにとられたような吸収の強さをとれば、山のところの形は両者ほとんど違わない。谷のところでは、表面 δ -関数にたいしては $T_0=0$ となるところが生ずる。これは波の節



[Fig. 23] Comparison of the uniform and surface absorption model for the square well



[Fig. 24] The behavior of the wave function near the surface ($l=0$, real part)

がちょうど表面のところにきた場合に対応する。さきにあげたような吸収層の厚さが有限な場合は、厚さに応じて谷がだんだん上がってくる。実際、端をゆるやかにした場合には、この層の中に波長のかなりの部分がはいることを Fig. 24 に示す。

なお Fig. 23 と Fig. 5 をくらべてわかるように、同じ強さの一様吸収の場合、端をゆるやかにすると井戸型のときより谷のところの値が 2 倍ぐらいにふえる。これは箱型にくらべて反射が非常に減ったことを示す。なおこの反射の減少は、角運動量の大きな波についてのほうがいちじるしい。

T_l のグラフで注意すべきことは、even parity の波と odd parity の波とで、極大、極小の位置が交互に生じ、かつ同じ parity の波はだいたい同じところで極大を示すことであろう。質量数 50, 135 付近では even parity の波の共鳴がおこり、80, 200 付近では odd parity の波の共鳴がおこる。Fig. 21, Fig. 22 で各部分波がだいたい同程度の寄与をしているところは、Fig. 3, Fig. 4 でみて複合核をつくる全断面積が極小を示すところになっている。

これから、質量数 50, 80, 135, 200 付近では、反応の角分布は直接反応があつたとしても低エネルギーでは 90° 対称になるであろうし、65, 110, 165, 250 付近では直接反応による非対称性が現われやすいであ

ろうといえる。

また、入射エネルギーが 3.5 MeV ぐらいにもなると、角運動量の小さい波よりはむしろ 2, 3, 4 ぐらいの波のほうが、大きな寄与をしていることがわかる。

なお Fig. 21, Fig. 22 で各図の中に書いてある数値は、

$$\bar{l} = kR_{\frac{1}{2}}$$

である。ごく大ざっぱな議論では、よく \bar{l} の角運動量の波まで反応するとされるが、実際には、これよりかなり大きな角運動量の波も、相当の寄与をすることがわかる。 $E=3.5 \text{ MeV}$ である質量数の核にたいして寄与する最大の角運動量を l_{\max} とすれば、エネルギーを $E' \text{ MeV}$ にしたときは、だいたい

$$l'_{\max} = l_{\max} \sqrt{E'/3.5}$$

とみてよい。この関係は、エネルギーをかえて計算するとき便利であろう。

以上で明らかなように、光学ポテンシャルによれば、質量数によりいろいろな部分波の共鳴がおこり、これは低エネルギーの核反応にも一種の盤模型がたりたっていることを意味する。光学ポテンシャルの虚数部の形はまだ最終的決定にいたらないが、これは見方を変えれば、適当な強さであり妙な形のものを使いさえしなければ、どんなものでも大勢には影響ないということである。

参考文献 (Reference)

- 1) Fesbach, Porter and Weisskopf : phys. Rev. **95**, 448 (1954)
- 2) Brown : Rev. Mod. Phys. **31**, 893 (1959)
Feshbach : "Annual Review of Nuclear Science"
vol. **8**, 49 (1958)
Harada : Prog. Theo. Phys. **21**, 260 (1959)
Sugie : Prog. Theo. Phys. **21**, 681 (1959)
- 3) Wood and Saxon : Phys. Rev. **95**, 577 (1954)
- 4) Kawai, Nagasaki, Soga, Terasawa, Uti and Wada : Prog. Theo. Phys. **18**, 66 (1957)
- 5) Peaslee : Nuclear Phys. **3**, 255 (1957)
- 6) Margolis and Troubetzkoy : Phys. Rev. **108**, 105 (1957)
- 7) Chase, Wilet and Edmond : Phys. Rev. **110**, 1080 (1958)
- 8) Schey : Phys. Rev. **113**, 900 (1959)
- 9) Bjorklund and Fernbach : Phys. Rev. **109**, 1295 (1958)
- 10) Amster : Phys. Rev. **113**, 911 (1959)

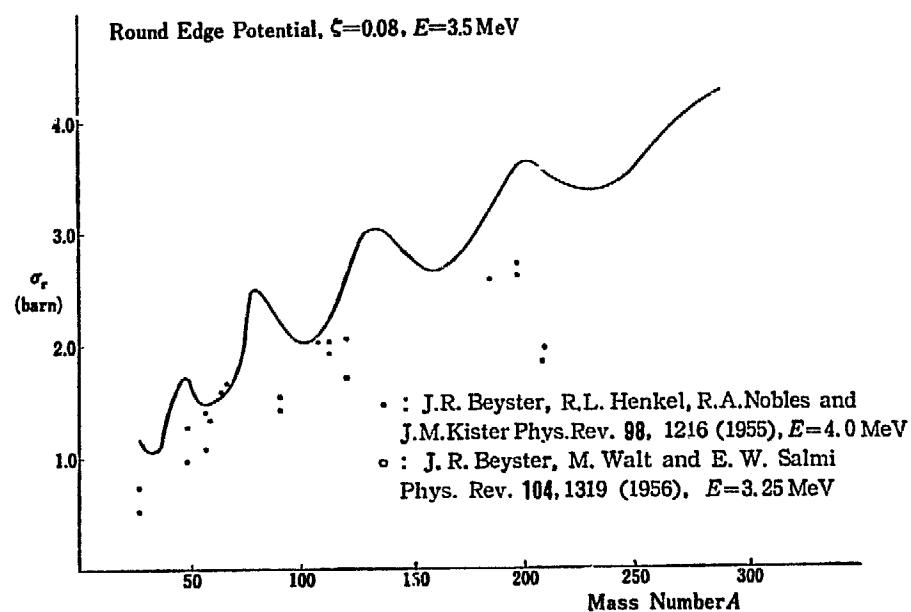


Fig. 3 Compound nucleus formation cross section for the uniform absorption model as a function of the mass number. Points are experimental data for the total reaction cross section

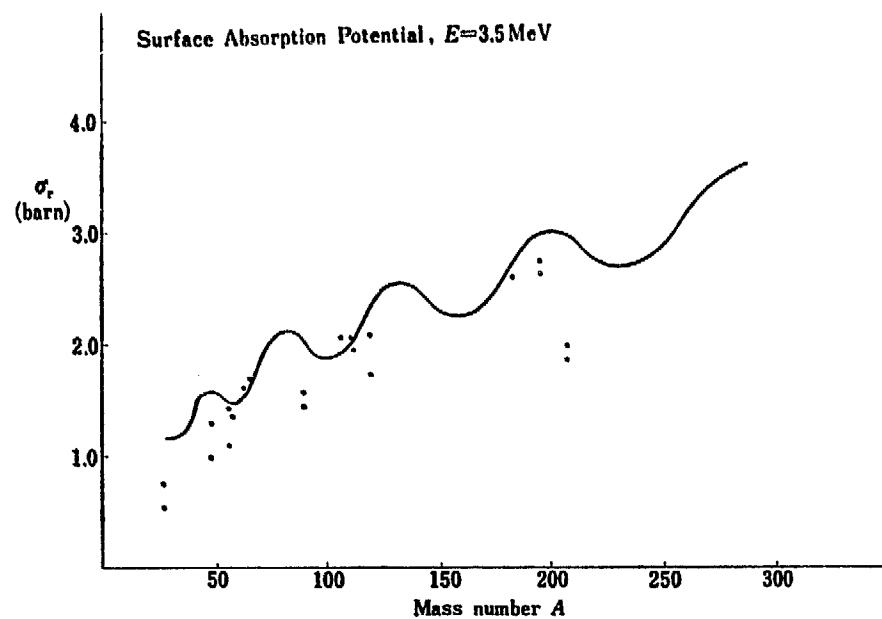
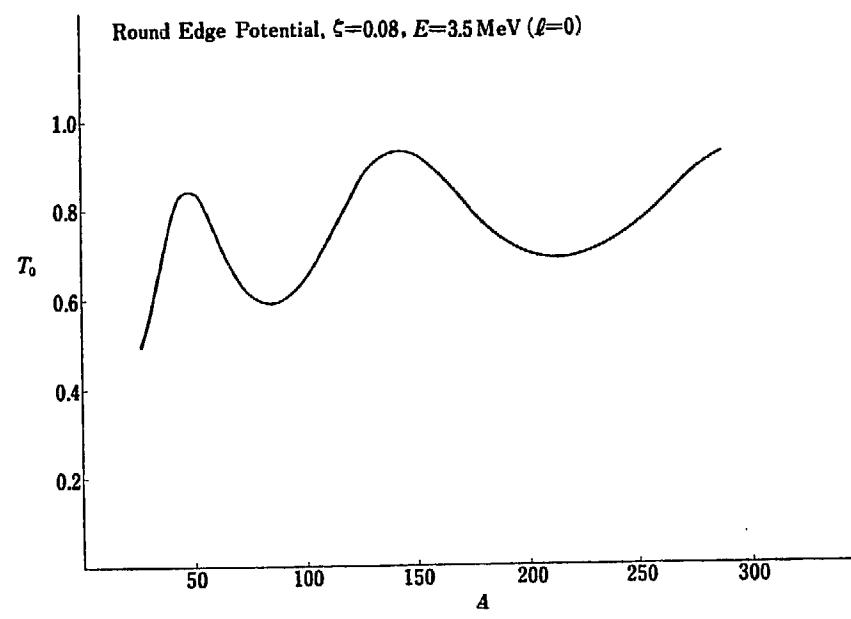
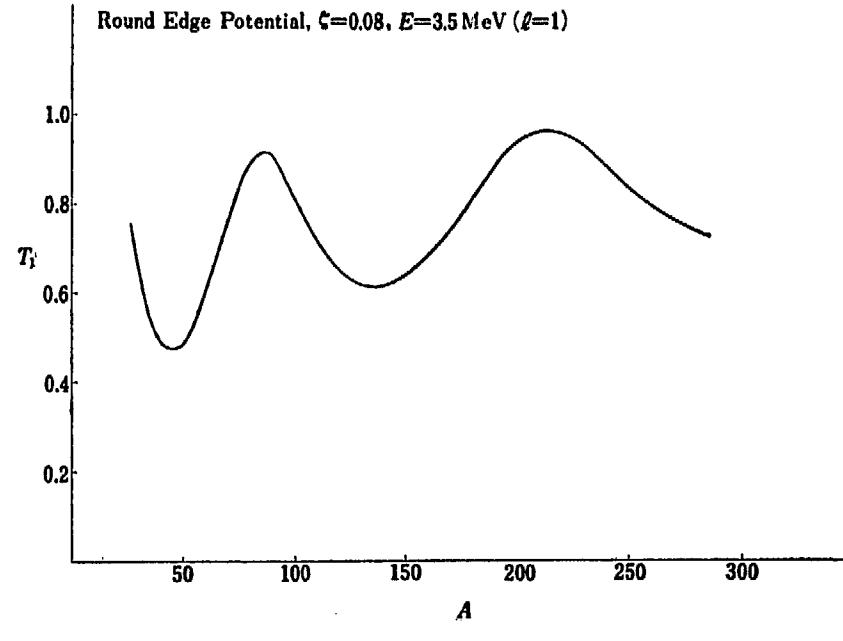
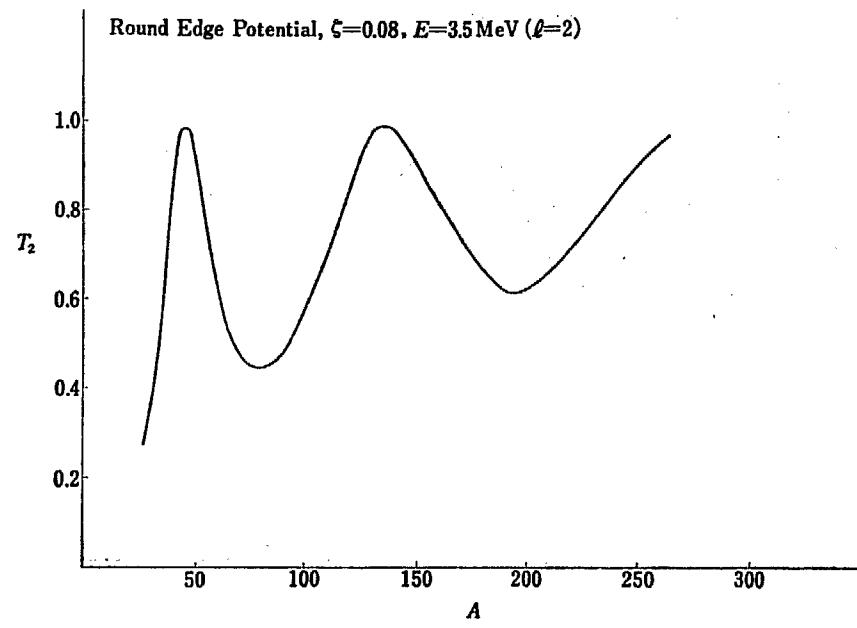
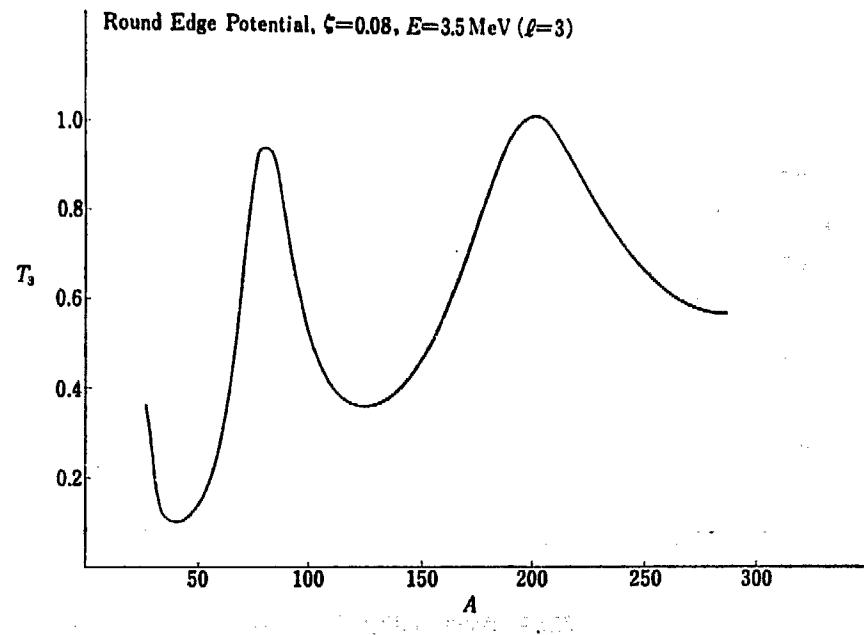
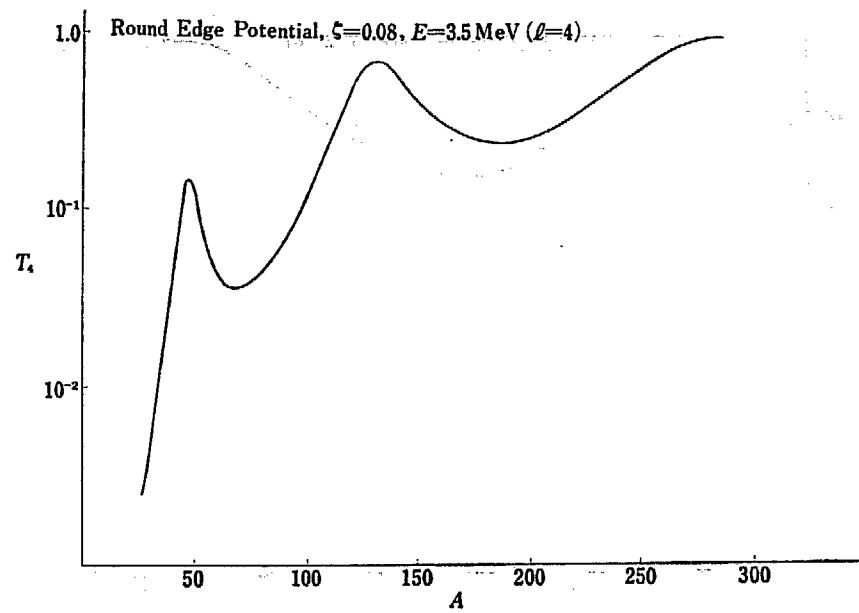
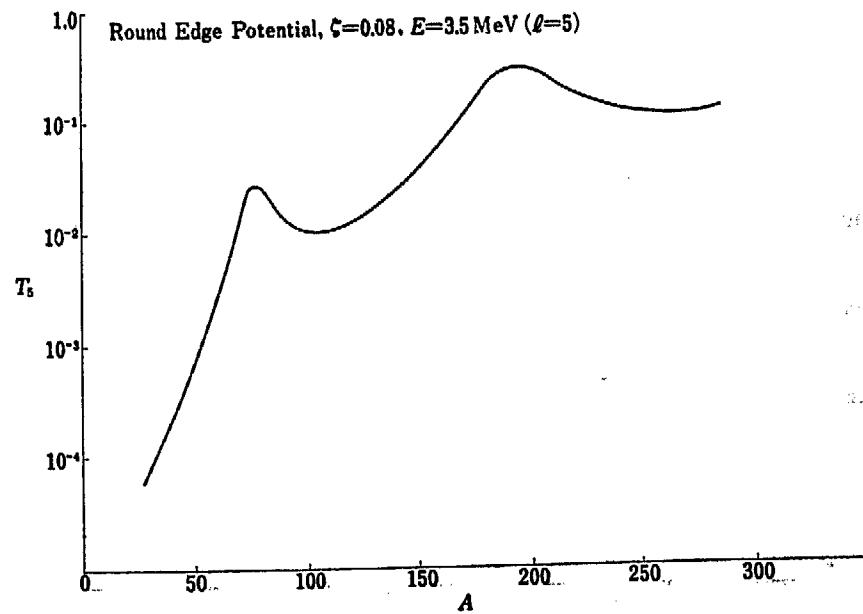
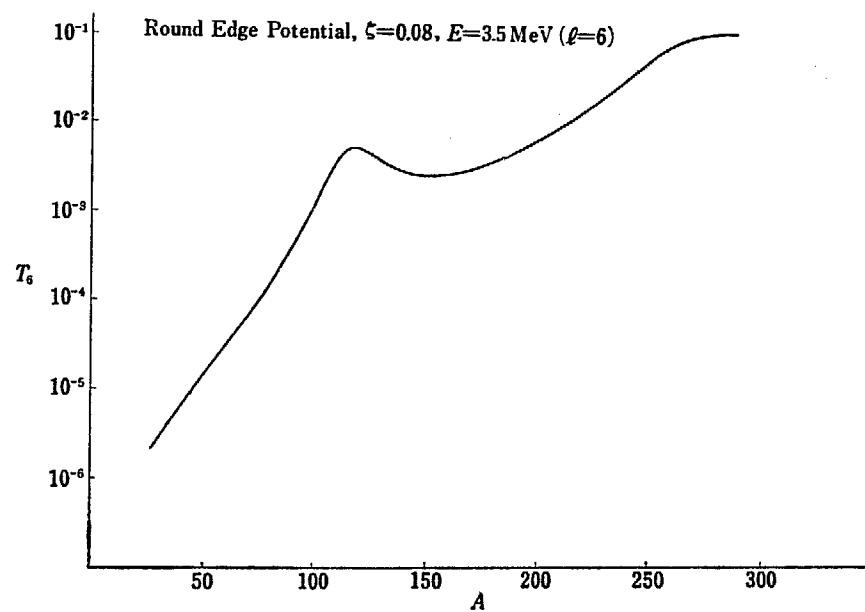
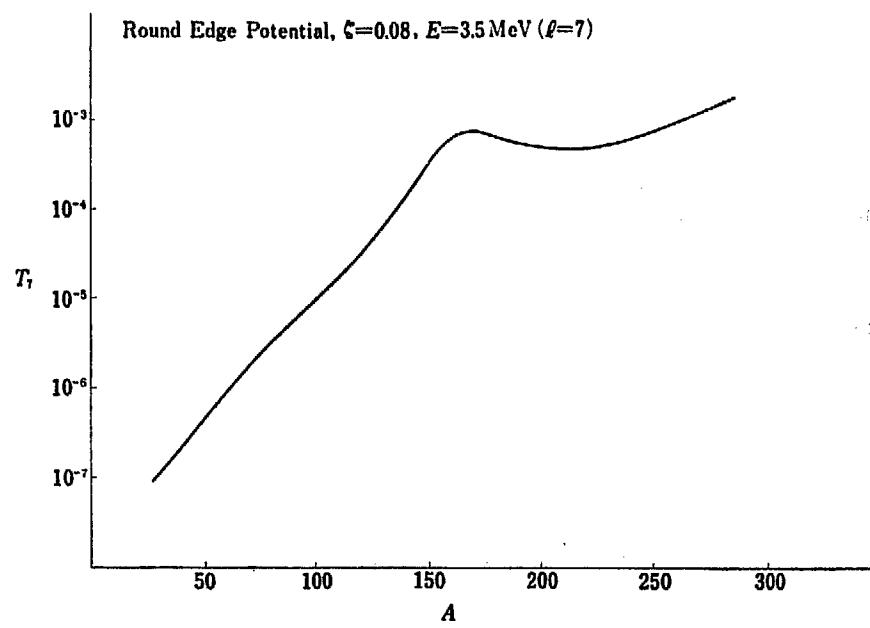


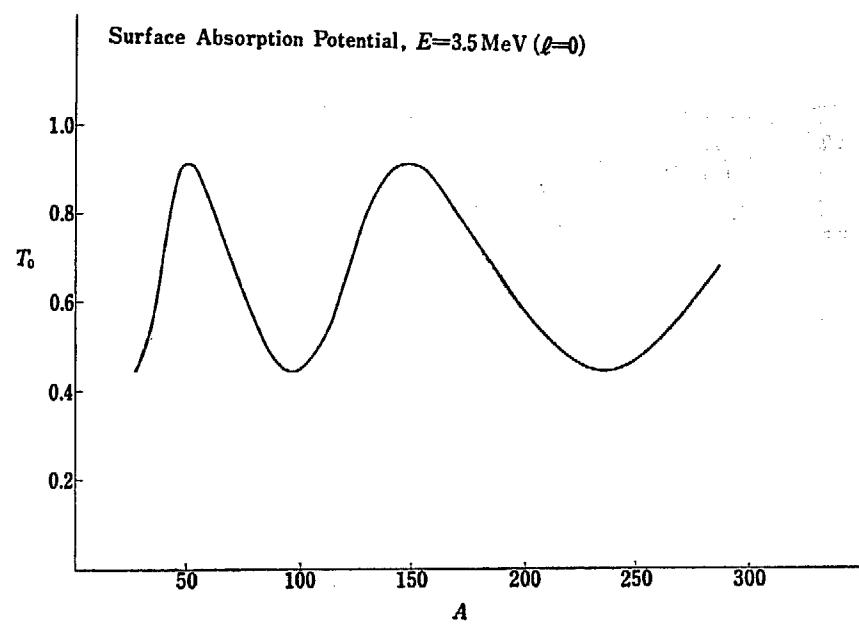
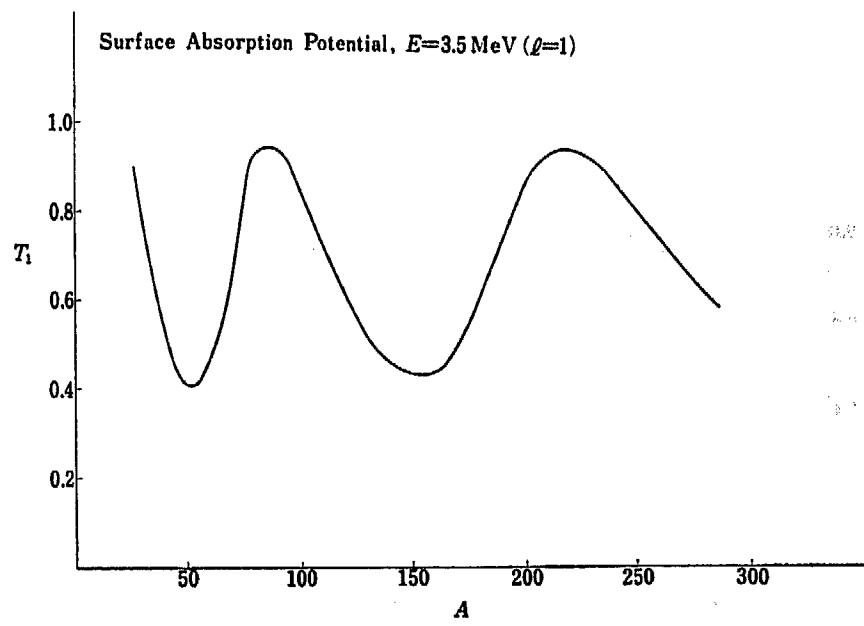
Fig. 4 Compound nucleus formation cross section for the surface absorption model as a function of the mass number

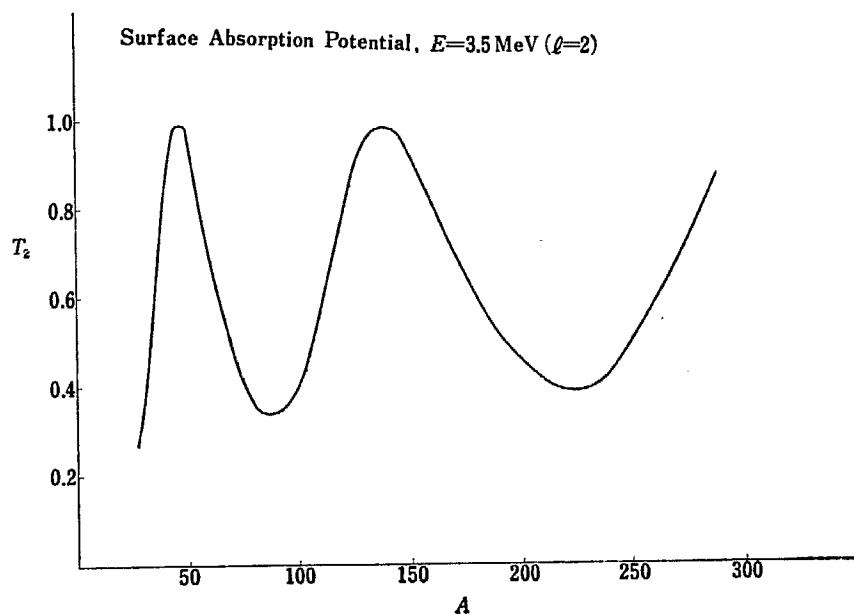
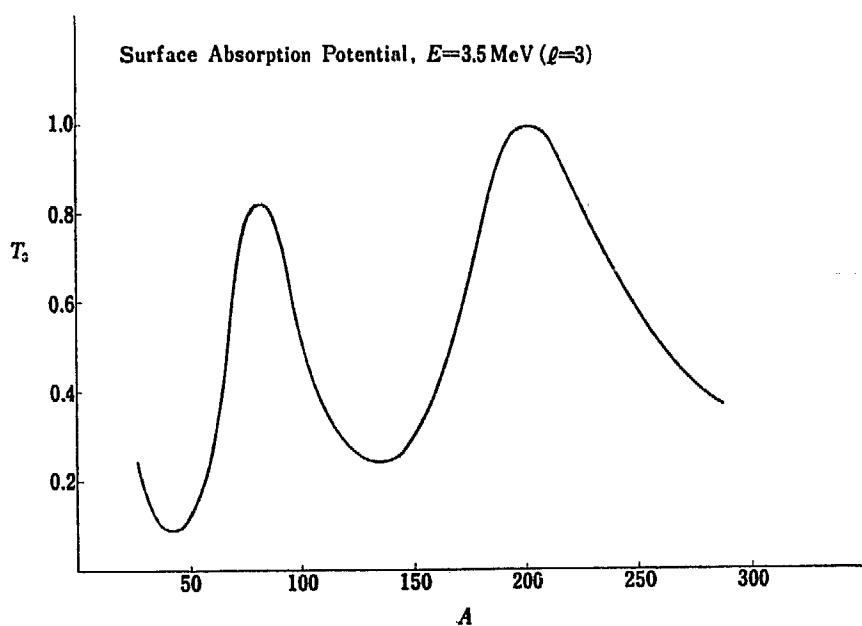
Fig. 5 Penetrability T_l for $l=0$ Fig. 6 Penetrability T_l for $l=1$

Fig. 7 Penetrability T_l for $l=2$ Fig. 8 Penetrability T_l for $l=3$

Fig.9 Penetrability T_4 for $l=4$ Fig.10 Penetrability T_5 for $l=5$

Fig. 11 Penetrability T_l for $l=6$ Fig. 12 Penetrability T_l for $l=7$

Fig. 13 Penetrability T_0 for $\ell=0$ Fig. 14 Penetrability T_1 for $\ell=1$

Fig. 15 Penetrability T_2 for $\ell=2$ Fig. 16 Penetrability T_3 for $\ell=3$

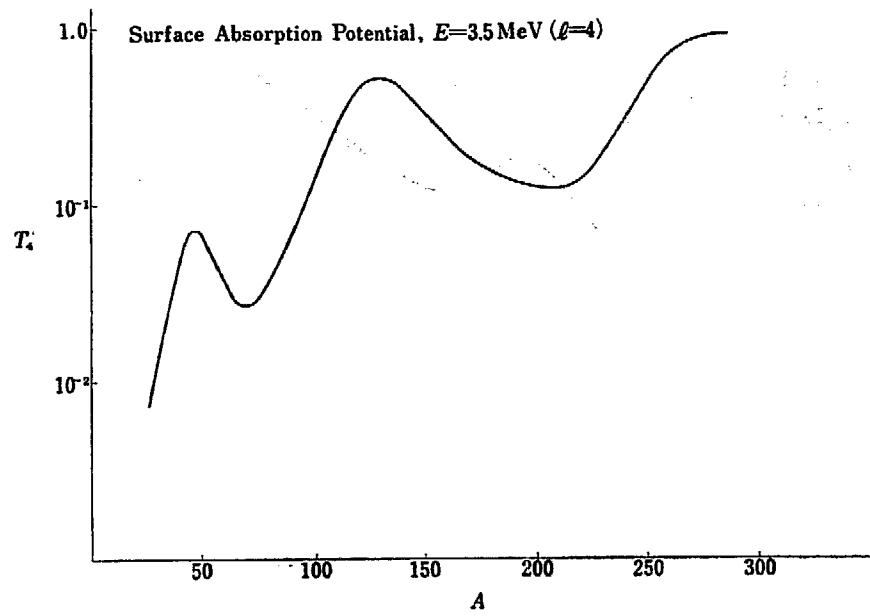


Fig.17 Penetrability T_l for $l=4$

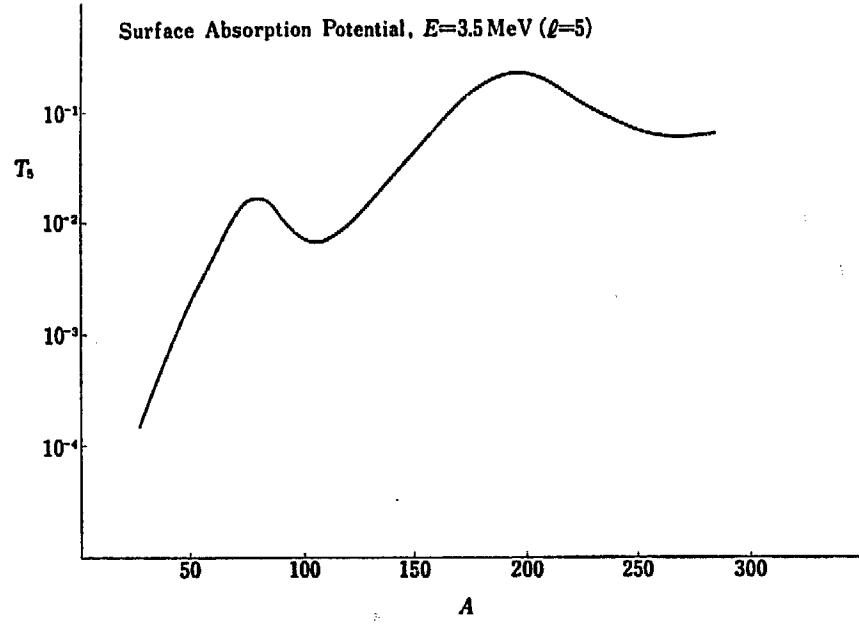
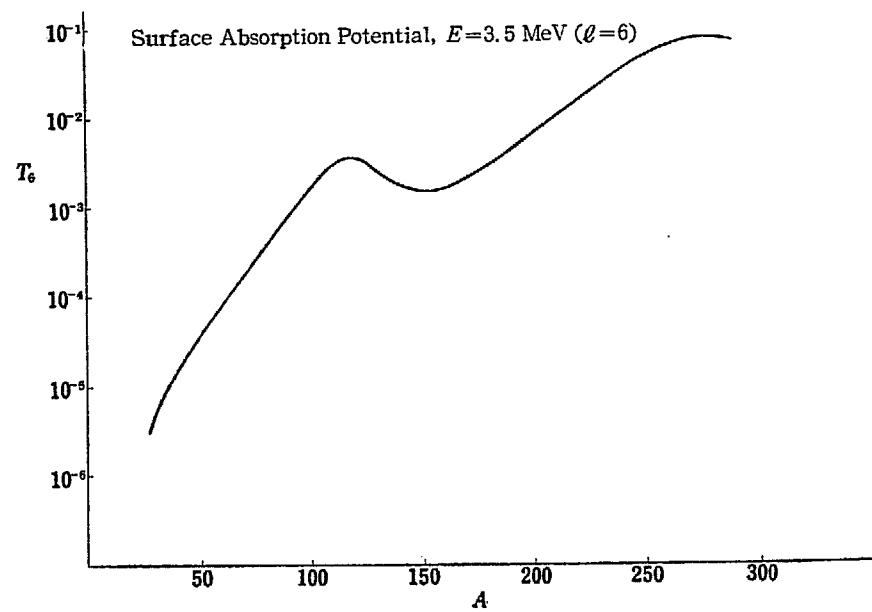
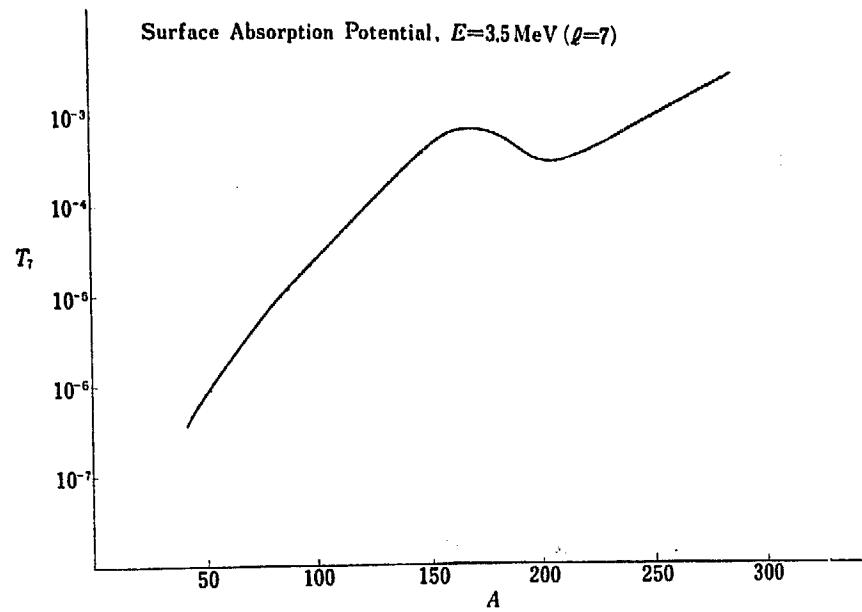
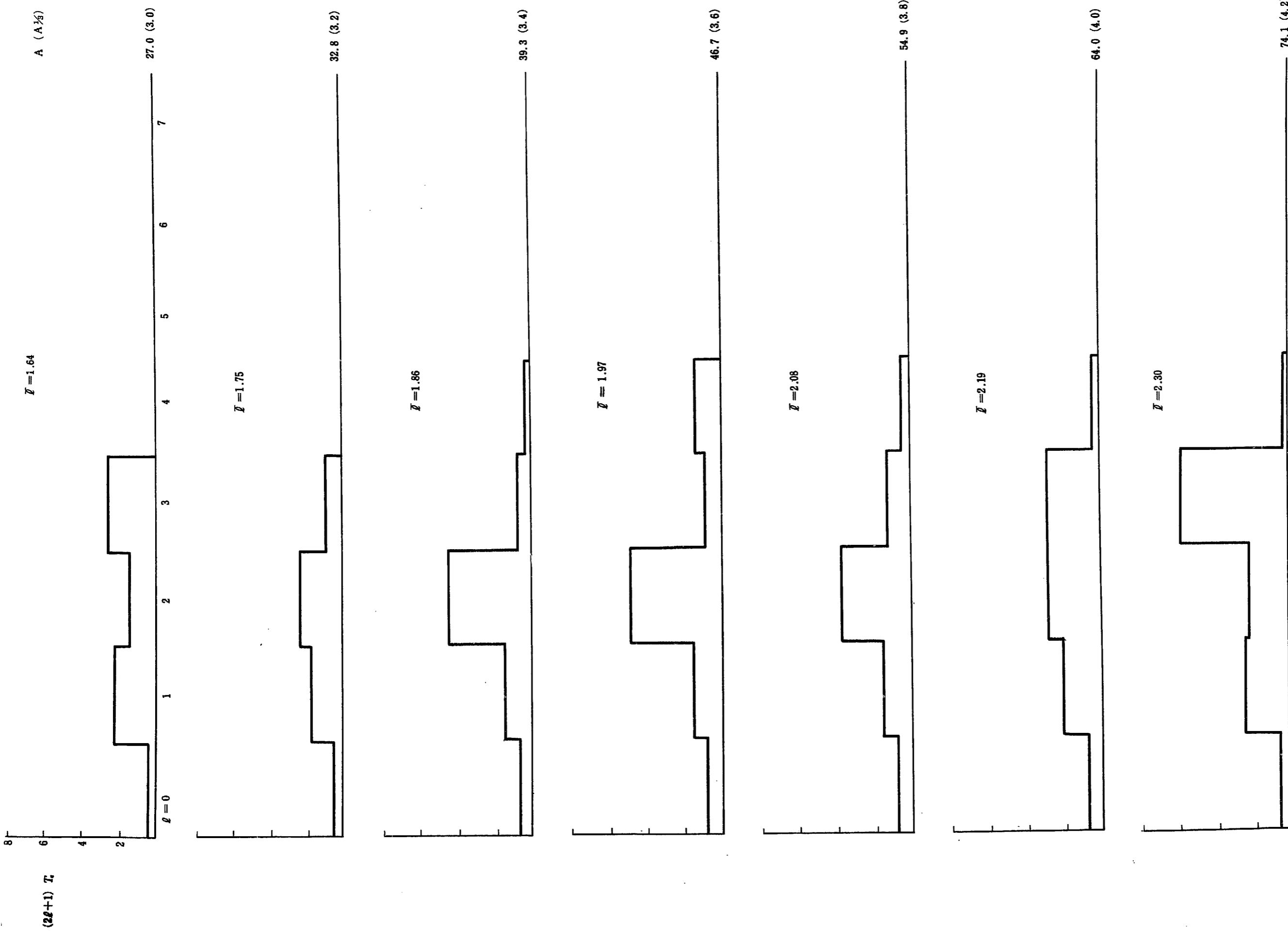
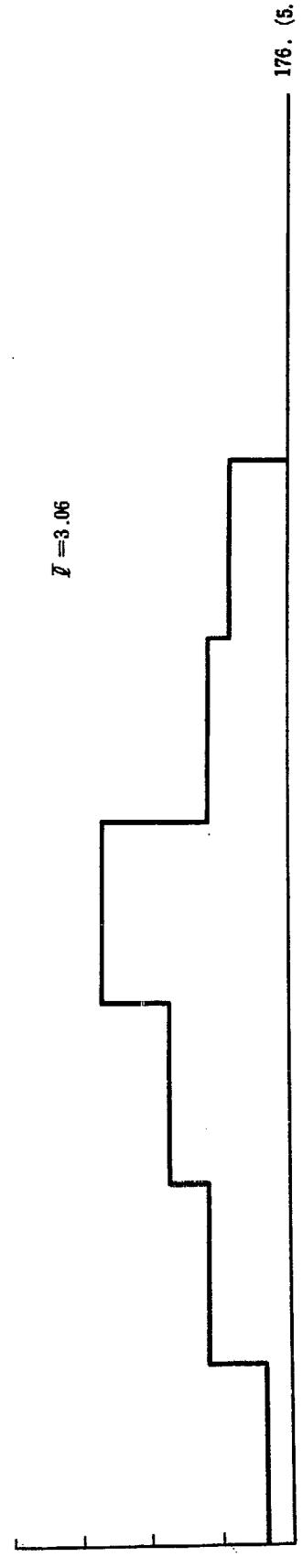
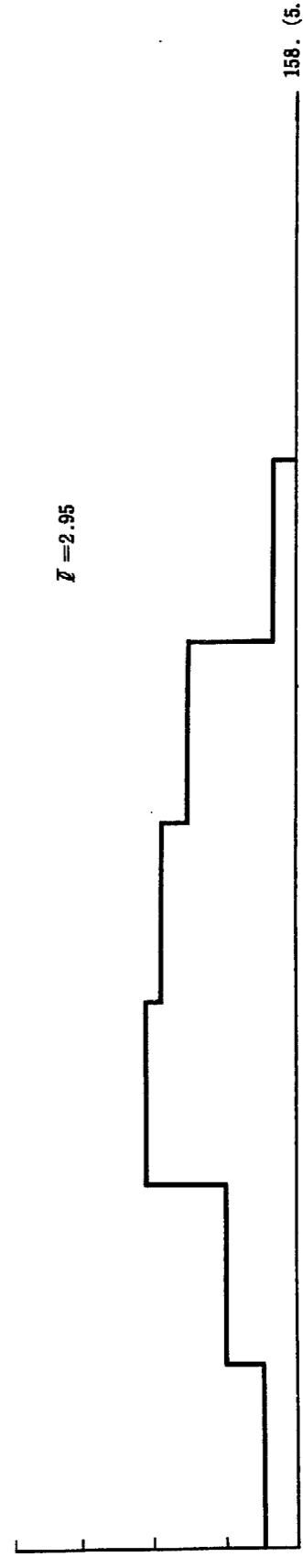
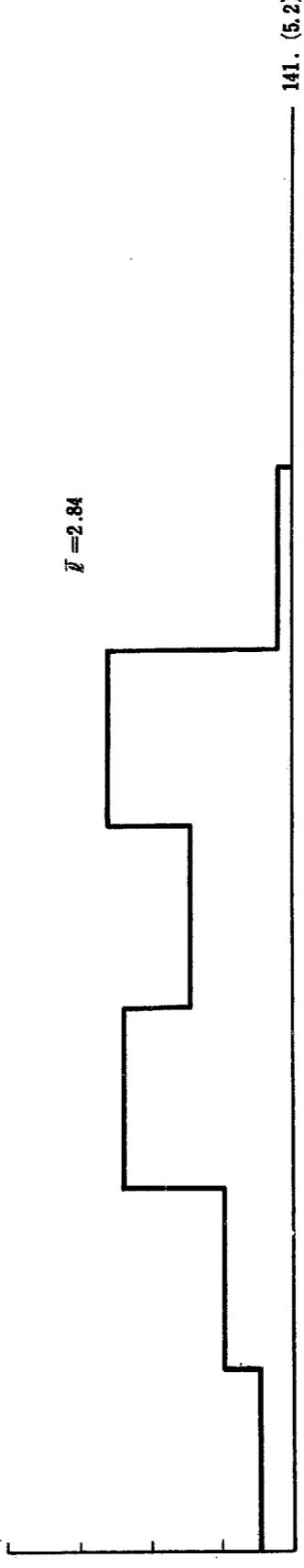
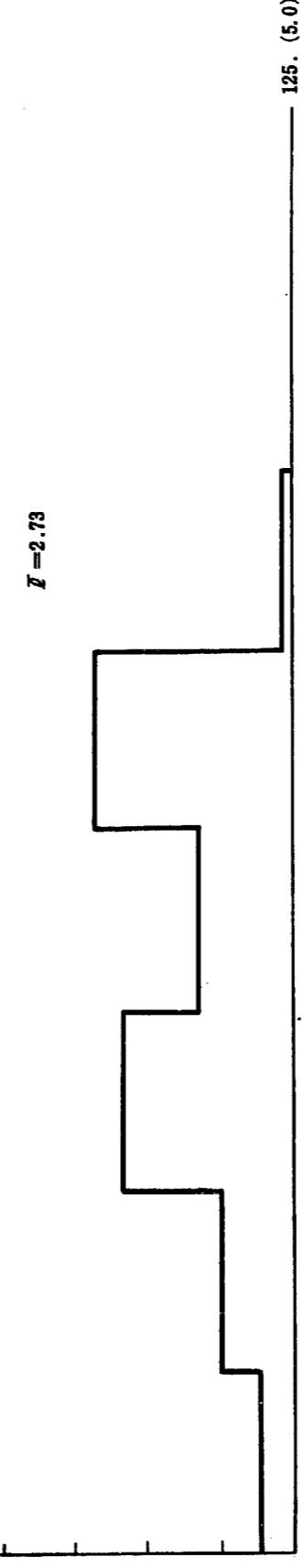
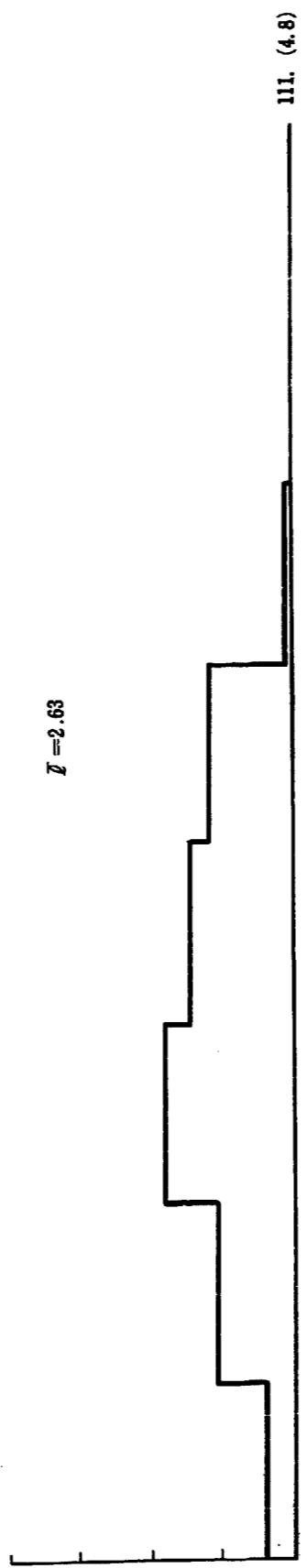
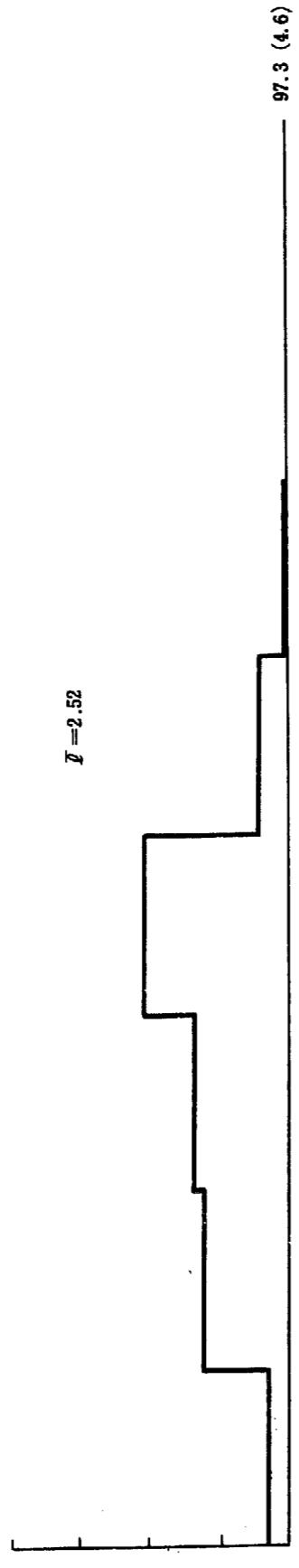
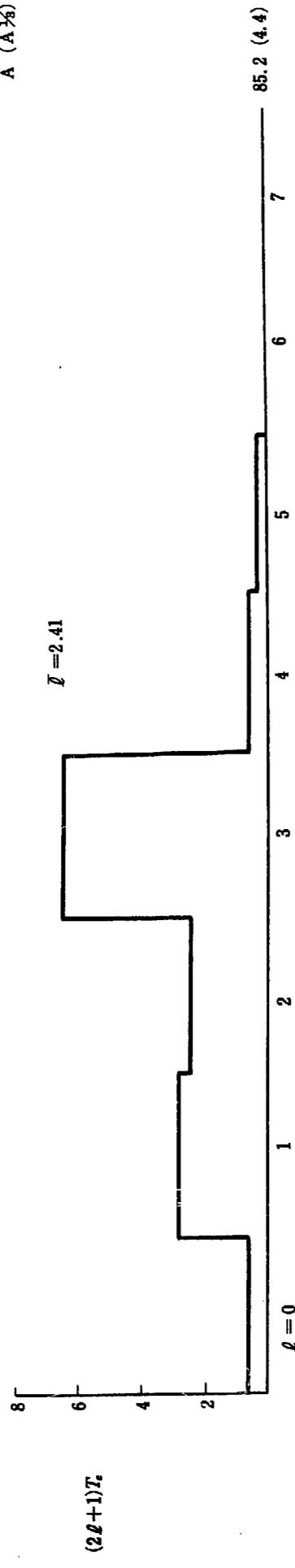
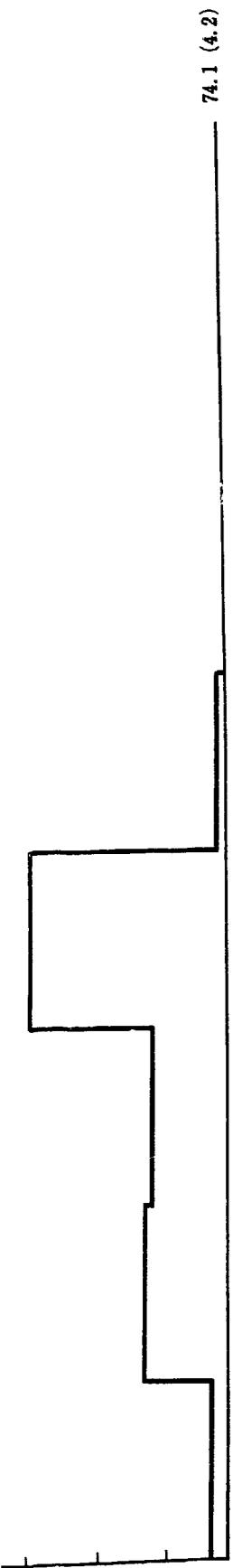


Fig.18 Penetrability T_l for $l=5$

Fig. 19 Penetrability T_l for $l=6$ Fig. 20 Penetrability T_l for $l=7$





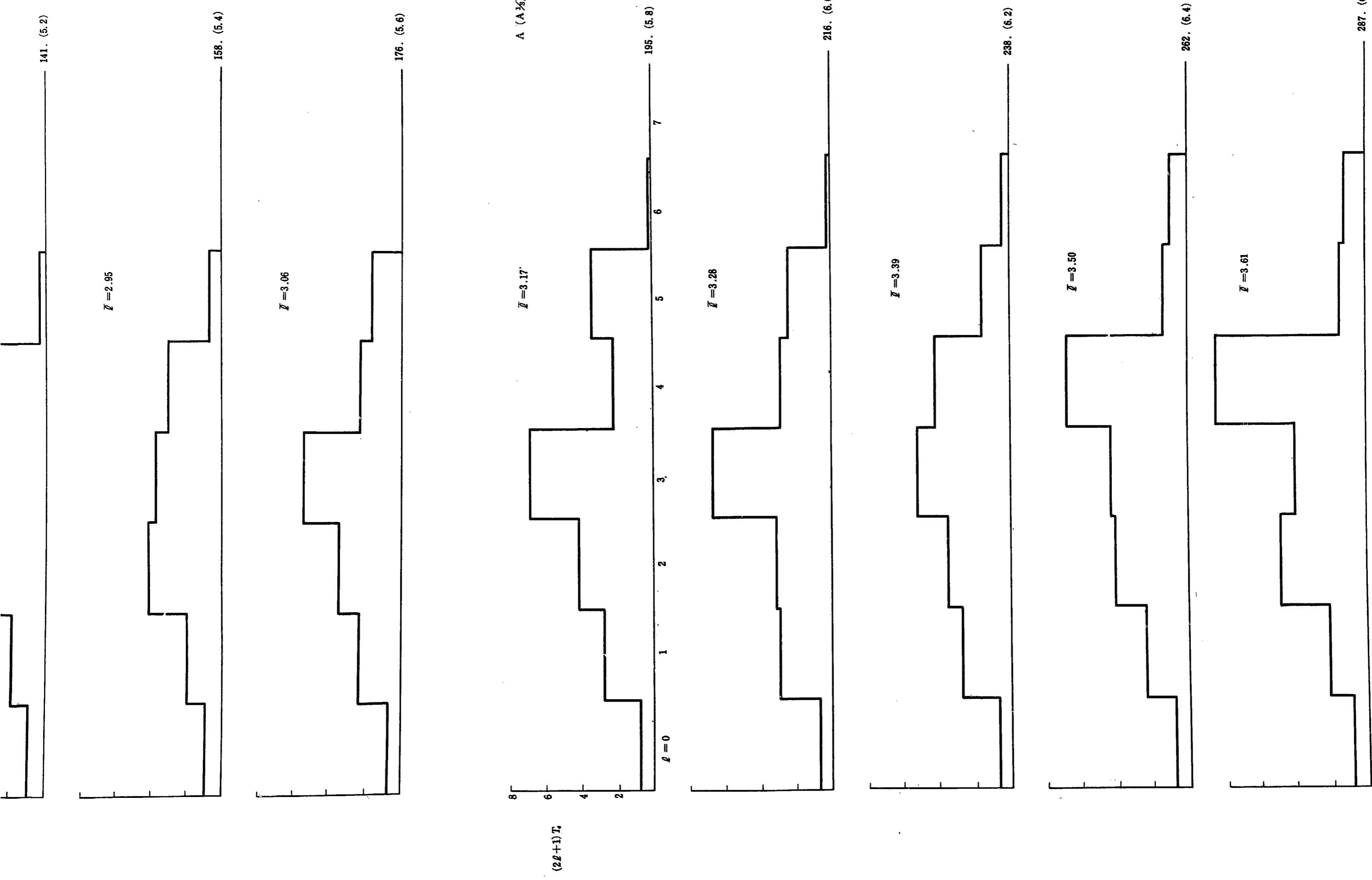
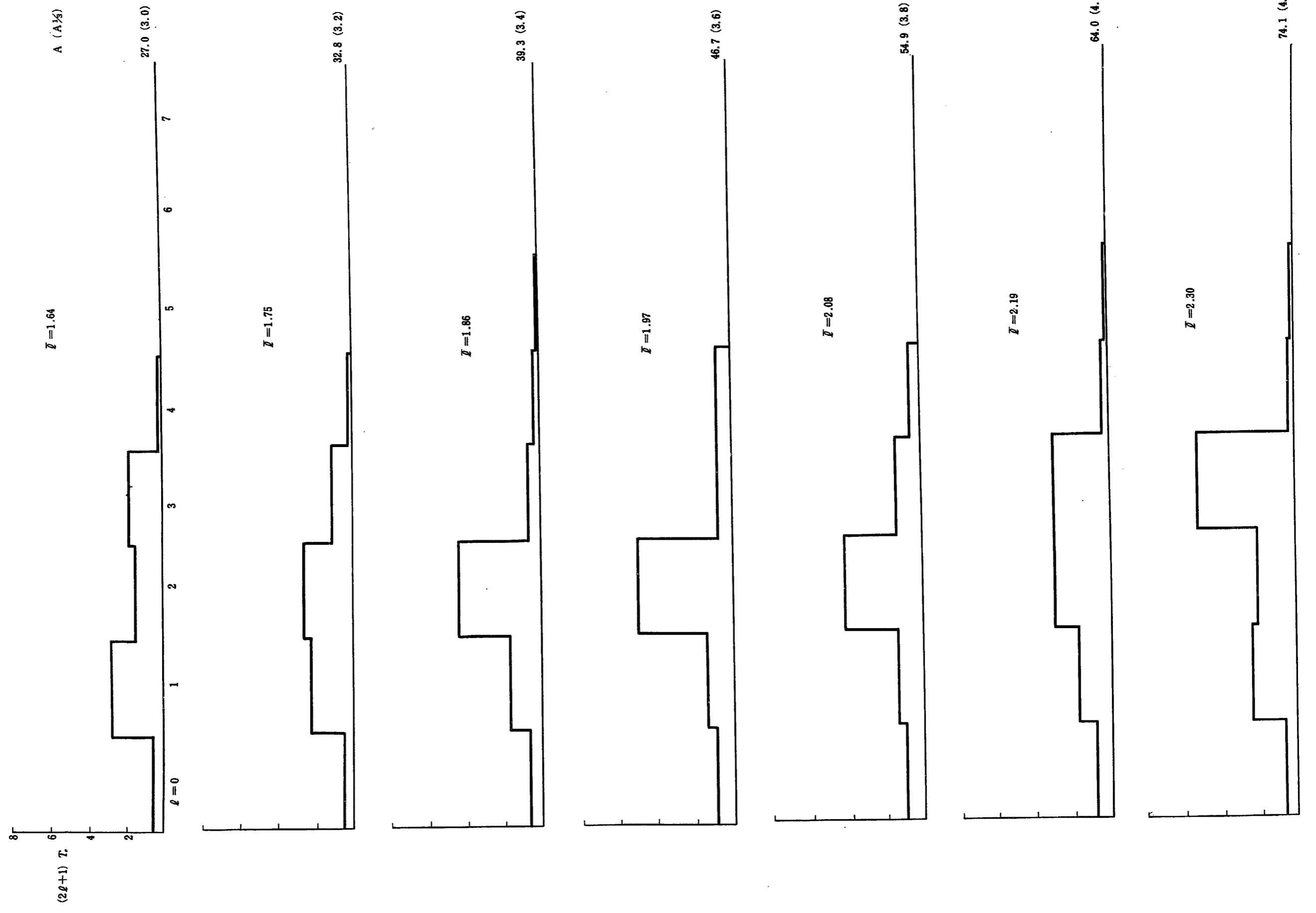
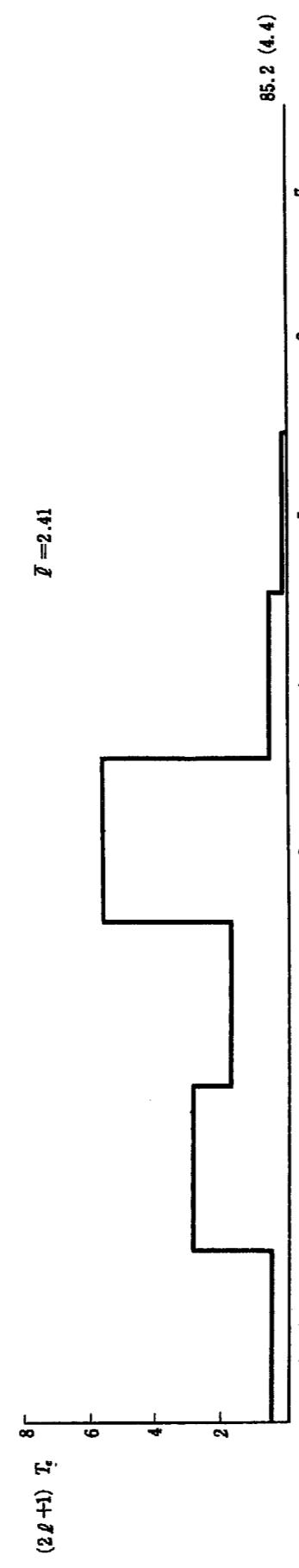


Fig. 21 Contribution of each partial waves for the uniform absorption model as a function of the mass number. \bar{I} is the "maximum" angular momentum KR/\hbar





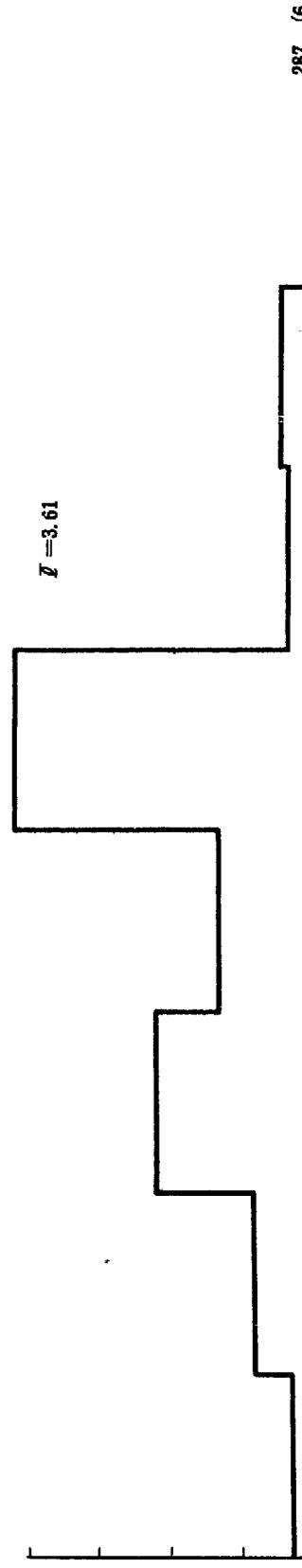
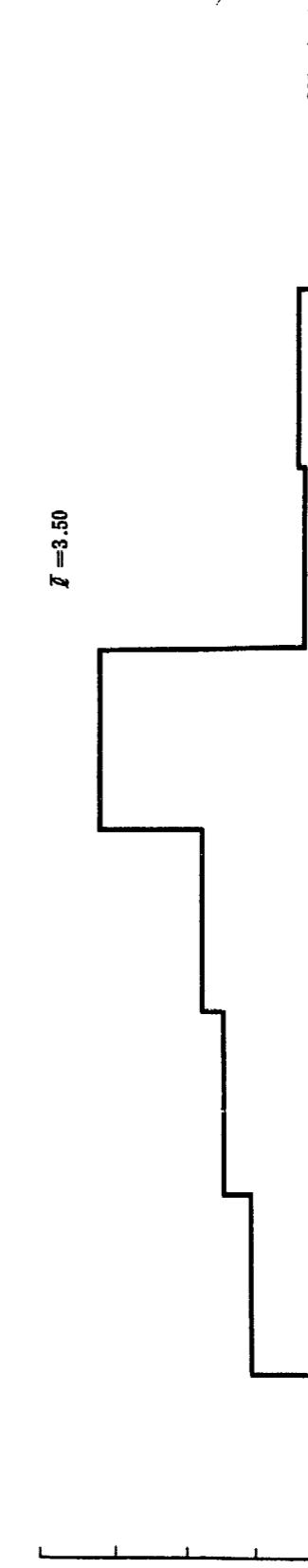
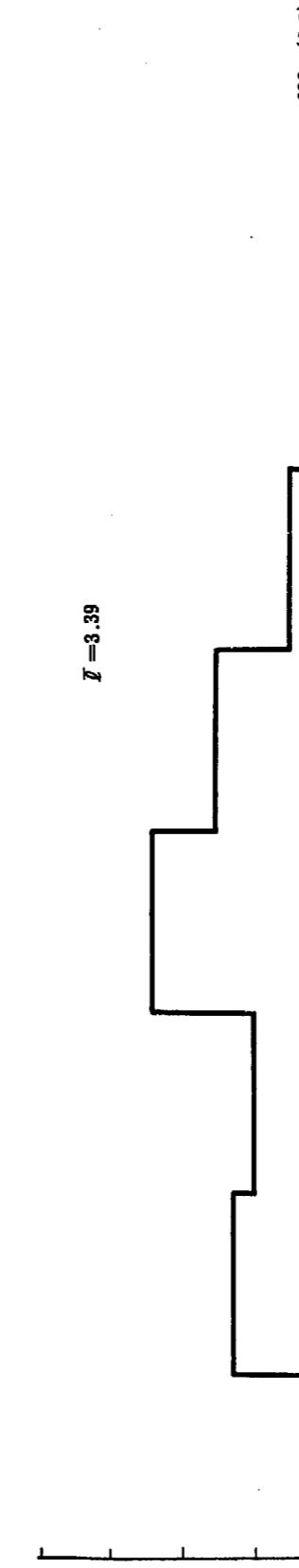
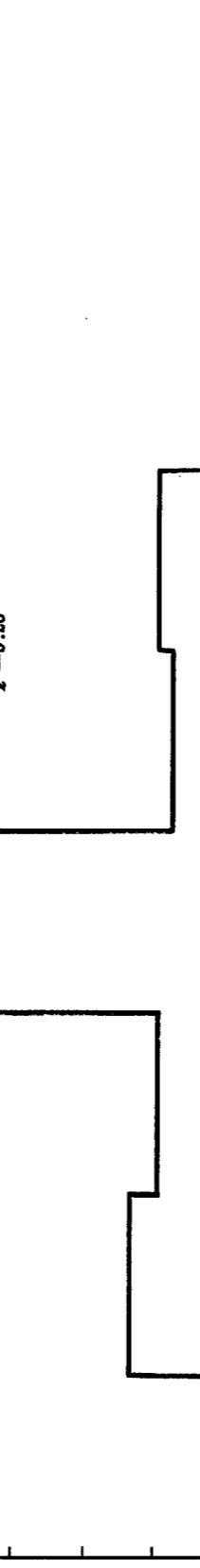
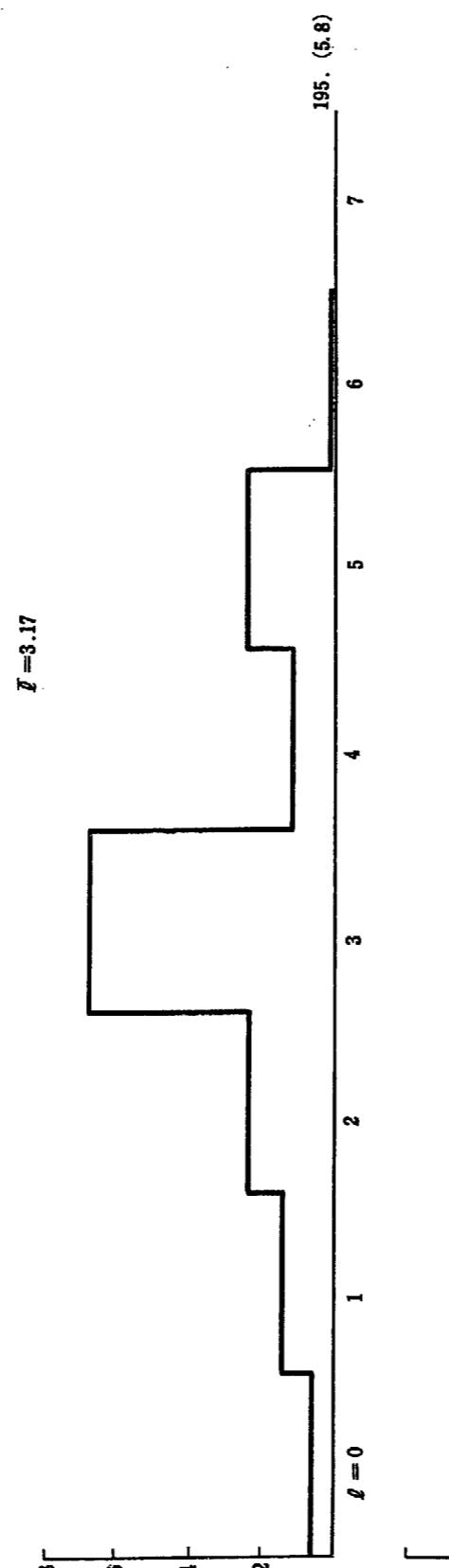
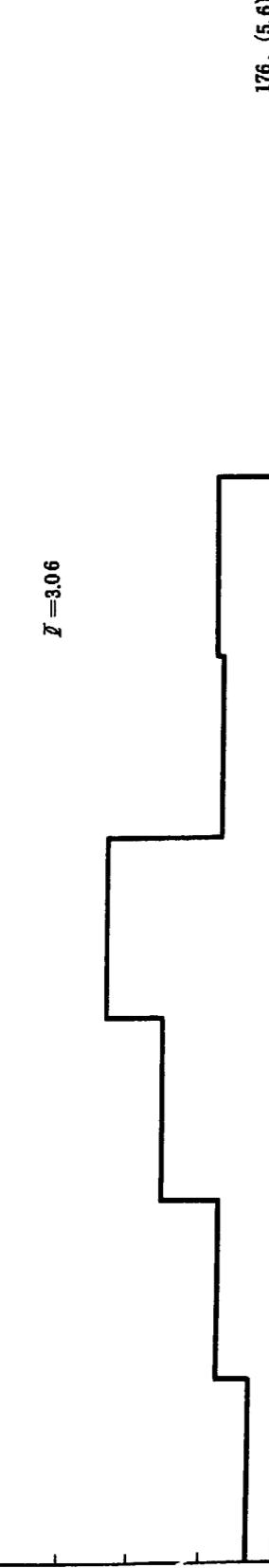
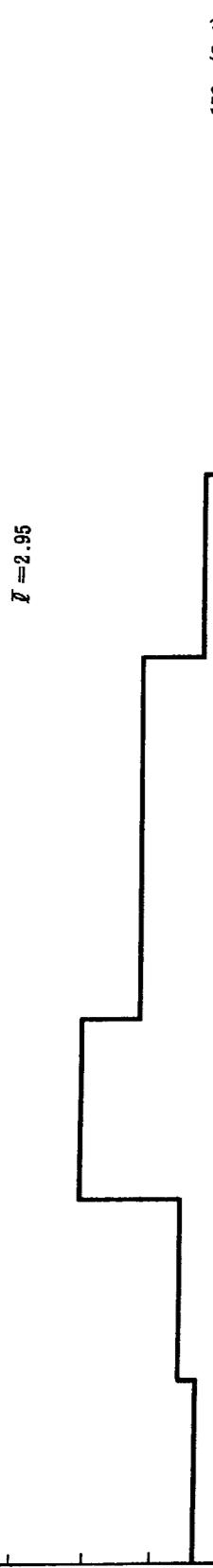


Fig. 22 Contribution of each partial wave for the surface absorption model as a function of the mass number.

JAERI-1008 正誤表

頁段行	誤	正
1 左 1	決まる	決める
3 左 3	$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \right)$	$\frac{d^2}{dr^2} + k^2 -$
3 左 6	$\sqrt{k^2 + K_1^2 + iK_2^2}$	$\sqrt{k^2 + K_1^2 + iK_2^2}$
3 左 16	漸近式	漸化式
3 右 1	$\sqrt{k^2 + K_2^2 + iK_2^2} R_0$	$\sqrt{k^2 + K_1^2 + iK_2^2} R_0$
3 右 26-27		label the equation as (4)
3 右 35	$N_l(x) =$	$\eta_l(x) =$
3 右 38	$\cdot \frac{f_l - R_N}{f_l - R_N(H'_l/H_l)} \cdot \left(\frac{H'_l}{H_l} \right)^*$	$\cdot \frac{f_l - R_N(\mathcal{G}'_l/\mathcal{G}_l)^*}{f_l - R_N(\mathcal{G}'_l/\mathcal{G}_l)}$
4 左 19	$(-\eta_l ^2)$	$(1 - \eta_l ^2)$
第1折込説明	KR/\hbar	kR/\hbar

補足(4ページ
右段)
 $e^{-2i\delta_l}$ に関する漸化式もある。

$$e^{-2i\delta_l} = \frac{\mathcal{G}_l^*}{\mathcal{G}_l} = \frac{\frac{l}{x} \mathcal{G}_{l-1}^* - \frac{d}{dx} \mathcal{G}_{l-1}^*}{\frac{l}{x} \mathcal{G}_{l-1} - \frac{d}{dx} \mathcal{G}_{l-1}} = \frac{l - p_{l-1}^*}{l - p_{l-1}} \frac{\mathcal{G}_{l-1}^*}{\mathcal{G}_{l-1}}$$

$$\therefore e^{-2i\delta_l} = \frac{l - p_{l-1}^*}{l - p_{l-1}} e^{-2i\delta_{l-1}}$$

したがって、本文には全断面積や弾性散乱断面積には、 $j_l(x)$ や $n_l(x)$ が必要だと書いたが、そういうことはない。