

板状型合金燃料板の 熱的安全性の検討

1962年7月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

板状型合金燃料板の熱的安全性の検討

要 旨

JRR-2 第一次燃料要素は検査の結果 U-Al 合金中に高い熱発生率をもつ金属ウランあるいは炭化ウラン等の Inclusion が存在することが判明した。この欠陥のある燃料の出力限界を決定するため、Inclusion の形状および大きさを簡単な模型に置きかえ検討を試みた。この結果、Inclusion の大きさが直径 100 mil (2.54 mm)、厚さ 20 mil (0.51 mm) の円板状とすると、Inclusion 部最高温度が Inclusion がない場合の正常値を上まわらないという条件で金属ウランの場合 2000 kW までだすことが可能であるとの結論を得た。また、ヒーターによる模擬燃料板の実験からも、この近似計算が安全側にたったほぼ妥当な結果を与えるものであることが確かめられた。

1962 年 7 月

日本原子力研究所
研究炉管理部技術研究室

島 宗 弘 治, 奥 達 雄

Safety Analysis of Thermal Problems for Plate-type Cor. Fuel

Abstract

After checking of the JRR-2 first loading fuel assemblies, there were found metallic uranium and uranium carbide etc. as inclusions which have high specific heat generation in the U-Al alloy.

Analysis was made of the simple model with adequate shape and size of the inclusions and the conservative assumptions in order to find out the limit of output power level.

As the results, metallic uranium inclusion permits 2000 kW level operation if the inclusions are of the shape of solid cylinder, 100 mils in diameter, 20 mils thick, and also the highest temperature of the inclusions do not exceed allowable temperature of the fuel without inclusions. It was also shown that the analysis was rather conservative and fairly reliable compared with the experiment of simulated fuel plate with electric heater.

July 1962

HIROJI SHIMAMUNE, TATSUO OKU
Reactor Technology Laboratory, Division of the
Research Reactor Operations
Japan Atomic Energy Research Institute

序 文

日本原子力研究所における第2号研究用原子炉 JRR-2 は熱出力 10 MW, 平均熱中性子束密度 2×10^{14} n/cm² sec に設計された本格的な研究用原子炉である。日本原子力研究所は AMF 社との契約によりこの建設に着手したのであるが、この規模の炉は、当時わが国ではもちろんのこと世界的にも第1級の研究用原子炉であった。1958年4月この原子炉の建設に着手して以来、幾多の困難な問題がおり、かつその大部分が未知の分野であり未経験の問題であったので、これを解決するため担当者のなみなみならぬ努力がはらわれたのである。1959年12月末原子炉の組立を完了ひきつづき機能試験を開始したが、その後第1次装荷燃料である 20% 濃縮ウラン燃料に問題が起り、この解決のためにも多くの努力がなされた。1960年10月1日 JRR-2 原子炉は臨界に達し翌年3月には第1次出力上昇目標である 1000 kW 運転に成功した。その後約半年間 1000 kW で 370,000 kWh 運転をおこなったが、さしたる問題も起らず良好な結果が得られている。

この報告は建設の当初から 1000 kW 運転にいたる間の技術的報告をまとめたものである。

なお、1961年11月には 20% 濃縮ウラン燃料を用い、第2次出力上昇試験で 3000 kW 運転に成功したことを付記する。(神原豊三)

1962年1月

本報告集は下記の諸編からなり、順次刊行の予定である。(太字は既刊)

No. 1	JRR-2 の建設	(JAERI 6020)
No. 2	JRR-2 Cooling tower test	(JAERI 1022)
No. 3	JRR-2 の機能試験	(JAERI 1023)
No. 4	JRR-2 における水、ガスの処理および分析	(JAERI 1024)
No. 5	JRR-2 の臨界実験と特性測定	(JAERI 1025)
No. 6	板状型合金燃料板の熱的安全性の検討	(JAERI 1026)
No. 7	JRR-2 第1次燃料と出力上昇試験	(JAERI 1027)
No. 8	放射線モニタリング	(JAERI 1028)
No. 9	JRR-2 建家気密試験	(JAERI 1018)

目 次

1. 緒 言	1
2. Inclusion	2
2.1 近似解法の基礎方程式と境界条件	2
2.2 T_1 , T_2 , および T_3 を与える式	4
2.3 α_1 , α_2 , および α_3 の決定	7
2.4 A_1 , A_2 , および A_3 の決定	8
3. Bonding 不良	12
3.1 Bonding 不良 (片面)	12
3.1.1 近似解法の基礎方程式と境界条件	12
3.1.2 $T_1(r, z)$, α_1 を与える式	13
3.1.3 $T_2(r, z)$, α_2 を与える式	15
3.1.4 $A_{1, n}$, $A_{2, n}$ の決定	16
3.2 Bonding 不良 (両面)	17
3.2.1 近似解法の基礎方程式と境界条件	17
3.2.2 $T_1(r, z)$, α_1 を与える式	18
3.2.3 $T_2(r, z)$, α_2 を与える式	19
3.2.4 $A_{1, n}$, $A_{2, n}$ の決定	19
4. 数 値 計 算	20
4.1 Inclusion	21
4.2 Bonding 不良	24
5. 実 験	26
5.1 装 置	26
5.2 方 法	28
5.3 結 果	30
6. 結 言	32
参考文献	33

Contents

1. Introduction	1
2. Inclusion	2
2.1 Basic Equations and Boundary Conditions for Approximate Calculation Method.....	2
2.2 Equations for T_1 , T_2 and T_3	4
2.3 Determination of α_1 , α_2 and α_3	7
2.4 Determination of A_1 , A_2 and A_3	8
3. Poor Bonding	12
3.1 Poor Bonding (One Side Surface)	12
3.1.1 Basic Equations and Boundary Conditions	12
3.1.2 Equations for T_1 and α_1	13
3.1.3 Equations for T_2 and α_2	15
3.1.4 Determination of A_1 and A_2	16
3.2 Poor Bonding (Both Sides Surfaces)	17
3.2.1 Basic Equations and Boundary Conditions	17
3.2.2 Equations for T_1 and α_1	18
3.2.3 Equations for T_2 and α_2	19
3.2.4 Determination of A_1 and A_2	19
4. Numerical Calculation.....	20
4.1 Inclusion	21
4.2 Poor Bonding	24
5. Experiment	26
5.1 Apparatus	26
5.2 Method	28
5.3 Results.....	30
6. Conclusion	32
References	33

1. 緒 言

JRR-2 第一次燃料要素は、“JRR-2 の第一次燃料と出力上昇の問題”¹⁾ でのべてあるように、燃料合金中に周囲に比していちじるしく高い熱発生率をもつ Inclusion、たとえば金属ウランあるいは炭化ウラン等の異物が混入しているため、公称出力 10 MW の運転は期待できない。この欠陥のある燃料要素を使用してどれほどの出力が可能であるかを決定するためには、つぎの諸点について検討することが必要である。まず、Inclusion の存在が熱伝達にどのような影響を与えるだろうかということである。

つぎにウランの Grain growth や核分裂生成ガスがいかなる挙動を示し、それが内部構造の変化や被覆の破損にどのような役割を演ずるかということである。また破損による燃料材の放射性化とそれに対する対策も問題である。以上の事柄は互に関連をもっているので、燃料の安全性を評価するには総合的な検討が必要である。本報告書では熱的問題だけをとり上げた。熱的問題と一口にいつてもその内容は多方面にわたり、それらのすべてを網羅することは不可能なので、ここでは安全性にもっとも重大な影響がありそうな Inclusion の問題と Bonding 不良の問題のみをとりあげた。前者については原研自身が経験した重大問題であったし、後者については昨年米国の WTR が燃料溶融事故を起した原因であるからである。Inclusion の問題においては板状合金燃料板の中になんらかの原因で熱発生率の高い異物が存在する場合、燃料板内の最高温度がどれほど変化するかを一般的に取り扱った。また、被覆と燃料合金部が完全に密着していないために生ずる局所的温度の上昇の問題も一般的な形で検討した。JRR-2 では今後は高濃縮のウランが使用されるようになるから、Inclusion の問題がふたたび重要問題となることはあるまいと考えられるが、Bonding 不良の問題の方は製作加工の不良、検査の不充分、温度サイクル、核分裂生成ガスの発生等によつて生ずるもので今後もしばしば問題となることが予想される。

2. INCLUSION

2.1 近似解法の基礎方程式と境界条件

Inclusion 部が局所的であることの影響を、次のように形状をモデル化し問題を簡単にして考えてみる。いま、半径 R 、高さ $2b$ の円筒状の Inclusion が Fig 1 に示すように位置していると仮定する。ここでは便宜上円筒座標を用いて、 z 軸を Inclusion の円筒の軸と一致するようにとる。Inclusion 部、合金部および被覆部の温度をそれぞれ T_1 、 T_2 、および T_3 で表わせば Fig 1 から明らかなよう

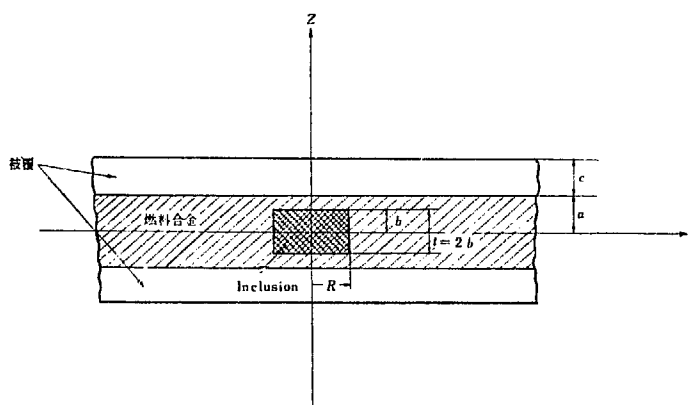


Fig 1 円筒状 Inclusion の模型

に軸対称であるから、定常状態において次の3箇の偏微分方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 T_1 + \frac{Q_1}{k_1} &= 0 \\ \nabla^2 T_2 + \frac{Q_2}{k_2} &= 0 \\ \nabla^2 T_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

これらを次の境界条件から解き、 T_1 , T_2 , および T_3 を r および z の関数として求めればよいわけである。

$$\left. \begin{aligned} z = b; \quad & -k_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}, \quad T_1 = T_2 \\ z = a; \quad & -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = -k_3 \frac{\partial T_3}{\partial z}, \quad T_2 = T_3 \\ z = a+c; \quad & -k_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} = h(T_3 - T_0) \\ r = R; \quad & -k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}, \quad T_1 = T_2 \\ r = 0 \quad & \frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{\partial T_2}{\partial r} = \frac{\partial T_3}{\partial r} = 0 \\ r \rightarrow \infty \quad & \frac{\partial T_2}{\partial r} = \frac{\partial T_3}{\partial r} = 0 \\ z = 0 \quad & \frac{\partial T_1}{\partial z} = \frac{\partial T_2}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに

k ; 熱伝導度

Q ; 熱発生率

h ; 被覆と冷却材間の熱伝達係数

添字 0, 1, 2, および 3 はそれぞれ冷却材, Inclusion 部, 燃料合金部, および Al 被覆部であることを表わす。ところで、上式から厳密解を解析的に導くことは不可能であり数値解法によってもはなはだ繁雑であるので以下のべるような近似解法で推定する。

問題を簡単にするため、被覆はその z 軸方向の熱抵抗のみを考え厚さを無視する。これは被覆内における r 方向の熱拡散を無視することで、被覆材が Al のように熱伝導度のよいものであったり、被覆の厚みが Meat 部に比して小さくないときは誤差に効いてくるが、その傾向は最高温度の評価にあたって安全側の方向である。つぎに、Inclusion 部と周囲の燃料の合金部との間の接触熱抵抗もその妥当値の見当がつかないので無視する。模型図を示すと Fig 2 のようになる。

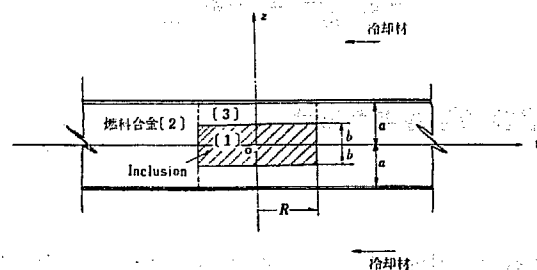


Fig 2 解折に用いた円筒状 Inclusion の模型

Inclusion 部を領域 1, 周囲の燃料合金部を領域 2, Inclusion 部の上下部に位置する円筒状の燃料合金部を領域 3 とすれば次の基礎方程式が成立する。

$$\nabla^2 T_i' + Q_i / k_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

冷却材温度は T_0 で一定であるとすれば,

$$T_i = T_i' - T_0$$

とおくことによって,

$$\nabla^2 T_i + Q_i / k_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

と書ける. この式の一般解 T_i は r および z の関数であり次の形で表わされる.

$$T_i(r, z) = T_{i,1}(r) + T_{i,2}(z) + T_{i,3}(r, z) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5)$$

ここで $T_{i,3}(r, z)$ は上式の斉次方程式の一般解, $T_{i,1}(r)$ および $T_{i,2}(z)$ はそれぞれ r のみおよび z のみの関数で両者加えたものが (4) 式の特解である.

つぎに, 上の微分方程式が適用される場所の物理的条件によつてきまる定数 g_i ($i = 1, 2, 3$) というものを考える. これは注目している物理現象がどの座標軸の方向にどれほど寄与しているかを表わすもので特解の形をきめるものである. g_i は $0 \leq g_i \leq 1$ であるが, ごく簡単な場合以外はこれを正確に求めることはできない.

$$\nabla^2 T_{i,1} + \frac{Q_i}{k_i} (1 - g_i) = 0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 T_{i,2} + \frac{Q_i}{k_i} g_i = 0 \quad (7)$$

$$\nabla^2 T_{i,3} = 0 \quad (8)$$

発生熱の移動が z 軸方向のみに関係しているときは, $g_i = 1$ である. (4) 式に対する境界条件は次のとおりである.

$$z = a, \quad 0 \leq r \leq R; \quad -k_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} = h_0 \cdot T_3 \quad (9)$$

$$R \leq r; \quad -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = h_0 \cdot T_2 \quad (10)$$

$$z = b, \quad 0 \leq r \leq R; \quad T_1 = T_3 \quad (11)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -k_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} \quad (12)$$

$$0 \leq z \leq b, \quad r = R; \quad T_1 = T_2 \quad (13)$$

$$-k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \quad (14)$$

2.2 T_1 , T_2 , および T_3 を与える式

T_2 を与える式

手順の都合上まず領域 2 における温度 T_2 を与える式から求める. 領域 2 においては r に関する特解は考えないことにする.

$$T_2(r, z) = T_{2,2}(z) + T_{2,3}(r, z) \quad (15)$$

まず $T_{2,2}$ の形からきめよう. $T_{2,2}$ も (7) 式を満足しなければならないから

$$\frac{d^2 T_{2,2}}{dz^2} + \frac{Q_2}{k_2} = 0 \quad (16)$$

が成立する。よって

$$T_{2,2} = -\frac{Q_2}{2k_2}z^2 + E_2 z + F_2 \quad (17)$$

ここに E_2, F_2 は積分定数である。

$$\left. \frac{dT_{2,2}}{dz} \right|_{z=0} = 0 \quad \text{なるべきことと境界条件 (10) 式とから}$$

$$E_2 = 0 \quad (18)$$

$$F_2 = \frac{Q_2}{2k_2}a^2 + \frac{Q_2}{h_0}a \quad (19)$$

$$\frac{1}{h_0} = \frac{1}{h} + \frac{c}{k_c} \quad (20)$$

ここに h は燃料板と冷却材の間の熱伝達係数, c および k_c はそれぞれ被覆材の厚さおよび熱伝導度である。

ゆえに $T_{2,2}$ は次の形で与えられる。

$$T_{2,2} = -\frac{Q_2}{2k_2}z^2 + \frac{Q_2}{2k_2}a^2 + \frac{Q_2}{h_0}a \quad (21)$$

次に $T_{2,3}$ は (8) 式を満足することから

$$\frac{\partial^2 T_{2,3}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{2,3}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{2,3}}{\partial z^2} = 0 \quad (22)$$

この式の一般解は $\{A_1' I_0(ar) + A_2' K_0(ar)\} \{A_3' \sin(az) + A_4' \cos(az)\}$ であるが, $r \rightarrow \infty$ において有限の値となるべきこと, および $\left. \frac{\partial T_{2,3}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$ となるべきことから $A_1' = 0$ および $A_3' = 0$ でなければならない。ここに I_0, K_0 はそれぞれ第1種および第2種の変形ベッセル関数である。書きなおすと

$$T_{2,3} = A_2 \cdot K_0(a_2 r) \cos(a_2 z) \quad (23)$$

$T_{2,2}$ と $T_{2,3}$ とを重ね合わせると

$$T_2 = A_2 \cdot K_0(a_2 r) \cos(a_2 z) - \frac{Q_2}{2k_2}z^2 + F_2 \quad (24)$$

となる。

T_3 を与える式

まず $T_{3,1}$ を求める。(6) 式から

$$\frac{d^2 T_{3,1}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{3,1}}{dr} + \frac{Q_3}{k_3}(1-g_3) = 0 \quad (25)$$

この方程式の解は, $T_{3,1}(0)$ が有限なことと, $T_{3,1}(R) = 0$ から

$$T_{3,1} = \frac{Q_3}{4k_3}(1-g_3)(R^2-r^2) \quad (26)$$

次に $T_{3,2}$ の形をきめる。(7) 式から

$$\frac{d^2 T_{3,2}}{dz^2} + \frac{Q_3}{k_3}g_3 = 0 \quad (27)$$

積分すると

$$T_{3,2} = -\frac{Q_3 g_3}{2k_3}z^2 + E_3 z + F_3 \quad (28)$$

ここに E_3 , F_3 は積分定数である. 境界条件 (9) 式から

$$Q_3 g_3 a - k_3 E_3 = h_0 \left\{ -\frac{Q_3 g_3}{2k_3} a^2 + E_3 a + F_3 \right\}$$

境界条件 (12) 式から

$$-k_1 \left(-\frac{Q_1 g_1}{k_1} b \right) = -k_3 \left(-\frac{Q_3 g_3}{k_3} b + E_3 \right)$$

これから

$$E_3 = -\frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{k_3} b \quad (29)$$

$$F_3 = \frac{Q_3 g_3}{2k_3} a^2 + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{k_3} ab + \frac{Q_3 g_3}{h_0} \left\{ a + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{Q_3 g_3} ab \right\} \quad (30)$$

よって $|z| \leq a$ において

$$T_{3,2} = -\frac{Q_3 g_3}{2k_3} (|z| + E_3')^2 + F_3' \quad (31)$$

ここに

$$E_3' = \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{Q_3 g_3} b \quad (32)$$

$$F_3' = \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)^2}{2k_3 Q_3 g_3} b^2 + \frac{Q_3 g_3}{2k_3} a^2 + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{k_3} ab + \frac{Q_3 g_3}{h_0} \left\{ a + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{Q_3 g_3} b \right\} \quad (33)$$

最後に $T_{3,3}$ は

$$\frac{\partial^2 T_{3,3}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{3,3}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{3,3}}{\partial z^2} = 0 \quad (34)$$

の一般解において解の $r = 0$ における有限性と z について偶関数のみをとることになると次式のようなになる.

$$T_{3,2} = A_3 \cdot I_0(\alpha_3 r) \cos(\alpha_3 z) \quad (35)$$

よって T_3 は $|z| \leq a$ において次式で表わされる.

$$T_3 = A_3 \cdot I_0(\alpha_3 r) \cos(\alpha_3 z) - \frac{Q_3 g_3}{2k_3} (|z| + E_3')^2 + F_3' + \frac{Q_3}{4k_3} (1 - g_3) (R^2 - r^2) \quad (36)$$

T_1 を与える式

まず $T_{1,1}$ は

$$\frac{d^2 T_{1,1}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{1,1}}{dr} + \frac{Q_1}{k_1} (1 - g_1) = 0 \quad (37)$$

よって $T_{3,1}(0)$ が有限なことと $T_{3,1}(R) = 0$ から

$$T_{1,1} = \frac{Q_1}{4k_1} (1 - g_1) (R^2 - r^2) \quad (38)$$

となる. 次に $T_{1,2}$ の満足すべき方程式は

$$\frac{d^2 T_{1,2}}{dz^2} + \frac{Q_1}{k_1} g_1 = 0 \quad (39)$$

積分すると

$$T_{1,2} = -\frac{Q_1 g_1}{2k_1} z^2 + E_1 z + F_1 \quad (40)$$

ここに E_1, F_1 は積分定数である.

$$\left. \frac{\partial T_{1,2}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad \text{であることから} \quad E_1 = 0 \quad (41)$$

である.

境界条件 (11) 式から

$$-\frac{Q_1 g_1}{2k_1} b^2 + F_1 = -\frac{Q_3 g_3}{2k_3} b^2 + E_3 b + F_3$$

(29) 式, (30) 式で与えられる E_3 および F_3 を代入すると

$$F_1 = \frac{Q_1 g_1}{2k_1} b^2 + \frac{Q_3 g_3}{2k_3} (a^2 - b^2) + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{k_3} b(a-b) \\ + \frac{Q_3 g_3}{h_0} \left\{ a + \frac{(Q_1 g_1 - Q_3 g_3)}{Q_3 g_3} b \right\} \quad (42)$$

よって $T_{1,2}$ は

$$T_{1,2} = -\frac{Q_1 g_1}{2k_1} z^2 + F_1 \quad (43)$$

となる. 最後に $T_{1,3}$ は

$$\frac{\partial^2 T_{1,3}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{1,3}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{1,3}}{\partial z^2} = 0 \quad (44)$$

の一般解において解の $r = 0$ での有限性と z に関する偶関数性を考慮すると次式のようになる.

$$T_{1,3} = A_1 \cdot I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 z) \quad (45)$$

よって T_1 は次式で表わされる.

$$T_1 = A_1 \cdot I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 z) - \frac{Q_1 g_1}{2k_1} z^2 + \frac{Q_1(1-g_1)}{4k_1} (R^2 - r^2) + F_1 \quad (46)$$

2.3 α_1, α_2 , および α_3 の決定

これまでにわかったことは T_1, T_2 および T_3 の形と特解の定数のみであり, まだ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, A_1, A_2$ および A_3 の6箇の定数が未知として残っている. まず α_1, α_2 および α_3 の3つを求めることにしよう.

境界条件 (9) 式から

$$k_3 \alpha_3 A_3 I_0(\alpha_3 R) \sin(\alpha_3 a) + Q_3(a + E_3') \\ = h_0 \left[A_3 I_0(\alpha_3 R) \cos(\alpha_3 a) - \frac{Q_3}{2k_3} (a + E_3')^2 + F_3' + \frac{Q_3(1-g_3)}{4k_3} (R^2 - r^2) \right]$$

ここで $g_3 = 1$ とすると

$$\{A_3 I_0(\alpha_3 R)\} \{k_3 \alpha_3 \sin(\alpha_3 a) - h_0 \cos(\alpha_3 a)\} = 0 \quad (47)$$

すなわち

$$\alpha_3 \tan(\alpha_3 a) = \frac{h_0}{k_3} \quad (48)$$

が得られる。

この超越方程式を満足する α_3 の値は無数にある。その n 番目の根を $\alpha_{3,n}$ とし、小さいものから順に並べれば

$$\alpha_3 = \alpha_{3,1}, \alpha_{3,2}, \dots, \alpha_{3,n}, \dots \quad (49)$$

である。また境界条件 (10) 式から

$$-k_2 \left[-\alpha_2 A_2 K_0(\alpha_2 r) \sin(\alpha_2 a) - \frac{Q_2}{k_2} a \right] = h_0 \left[A_2 K_0(\alpha_2 r) \cos(\alpha_2 a) + \frac{Q_2}{h_0} a \right]$$

整理すると

$$\alpha_2 \tan(\alpha_2 a) = \frac{h_0}{k_2} \quad (50)$$

これも α_2 に関する超越方程式でこの根は無数にある。その n 番目の根を $\alpha_{2,n}$ とし、小さいものから順に並べれば

$$\alpha_2 = \alpha_{2,1}, \alpha_{2,2}, \dots, \alpha_{2,n}, \dots \quad (51)$$

となる。ここでは $k_2 = k_3$ であるから (48) 式および (50) 式から

$$\alpha_{2,n} = \alpha_{3,n} \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (52)$$

であることがわかる。

最後に α_1 を決定しよう。境界条件 (11) 式から

$$\begin{aligned} A_1 I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 b) - \frac{Q_1 g_1}{2k_1} b^2 + \frac{Q_1(1-g_1)}{4k_1} R^2 + F_1 \\ = A_3 I_0(\alpha_3 r) \cos(\alpha_3 b) - \frac{Q_3}{2k_3} (b+E_3')^2 + \frac{Q_3(1-g_3)}{4k_3} R^2 + F_3' \end{aligned}$$

整理して

$$A_1 I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 b) + \frac{Q_1}{4k_1} (1-g_1) R^2 = A_3 I_0(\alpha_3 r) \cos(\alpha_3 b) + \frac{Q_3(1-g_3)}{4k_3} R^2 \quad (53)$$

$g_1 = g_3 = 1$ のときは

$$A_1 I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 b) = A_3 I_0(\alpha_3 r) \cos(\alpha_3 b) \quad (54)$$

また境界条件 (12) 式から

$$k_1 \alpha_1 A_1 I_0(\alpha_1 r) \sin(\alpha_1 b) + Q_1 g_1 b = k_3 \alpha_3 A_3 I_0(\alpha_3 r) \sin(\alpha_3 b) + Q_3 (b+E_3')$$

同様に $g_1 = g_3 = 1$ とおいて整理すると

$$A_1 k_1 \alpha_1 I_0(\alpha_1 r) \sin(\alpha_1 b) = A_3 k_3 \alpha_3 I_0(\alpha_3 r) \sin(\alpha_3 b) \quad (55)$$

したがって、(54) 式と (55) 式とから α_1 と α_3 の関係は簡単な形で求められ

$$\alpha_1 \tan(\alpha_1 b) = \frac{k_3}{k_1} \alpha_3 \tan(\alpha_3 b) \quad (56)$$

となる。 α_1 は (49) 式で与えられる $\alpha_{3,n}$ ($n = 1, 2, \dots$) に対応して次のように定められる。

$$\alpha_1 = \alpha_{1,s,n}, \quad (n = 1, 2, \dots; s = 1, 2, \dots) \quad (57)$$

2.4 A_1 , A_2 , および A_3 の決定

前項において α_1 , α_2 および α_3 はそれぞれ $\alpha_{1,s,n}$, $\alpha_{2,n}$ および $\alpha_{3,n}$ ($n = 1, 2, \dots; s = 1, 2,$

……) なる無限値の固有値をもつことがわかった。したがって、齊次方程式 (8) の一般解 $T_{i,3}$ はこれらの α_i に対応して定められる A_2 を定数係数としてもつ無限値の解の和として表わし得るものとしよう。すなわち、(24) 式、(36) 式および (45) 式から

$$T_1 = \sum_{n,s=1}^{\infty} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} r) \cos(\alpha_{1,s,n} z) - \frac{Q_1 g_1}{2k_1} z^2 + \frac{Q_1(1-g_1)}{4k_1} (R^2 - r^2) + F_1 \quad (58)$$

$$T_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} K_0(\alpha_{2,n} r) \cos(\alpha_{2,n} z) - \frac{Q_2}{2k_2} z^2 + F_2 \quad (59)$$

$$T_3 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{3,n} I_0(\alpha_{3,n} r) \cos(\alpha_{3,n} z) - \frac{Q_3 g_3}{2k_2} (|z| + E_3')^2 + \frac{Q_3(1-g_3)}{4k_3} (R^2 - r^2) + F_3' \quad (60)$$

$A_{1,s,n}$, $A_{2,n}$ および $A_{3,n}$ は境界条件 (11) 式、(12) 式、(13) 式および (14) 式から求めることができる。すなわち、(11) 式および (12) 式から $A_{1,s,n}$ と $A_{3,n}$ が得られ、(13) 式および (14) 式からは $A_{1,s,n}$ と $A_{2,n}$ が得られる。したがって、2組のうちどちらかの関係を用いて $A_{1,s,n}$ が得られれば、他の1組の方程式から $A_{2,n}$ あるいは、 $A_{3,n}$ を求めることができる。

境界条件 (13) 式から

$$\sum_{n,s=1}^{\infty} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} R) \cos(\alpha_{1,s,n} z) - \sum_{n'=1}^{\infty} A_{2,n'} K_0(\alpha_{2,n'} R) \cos(\alpha_{2,n'} z) = f_2(z) - f_1(z) \quad (61)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} f_1(z) &= -\frac{Q_1 g_1}{2k_1} z^2 + F_1 & (0 \leq z \leq b) \\ f_2(z) &= -\frac{Q_2}{2k_2} z^2 + F_2 & (0 \leq z \leq a) \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

また、境界条件 (14) 式から

$$\begin{aligned} & k_1 \sum_{n,s=1}^{\infty} \alpha_{1,s,n} A_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) \cos(\alpha_{1,s,n} z) + k_2 \sum_{n'=1}^{\infty} \alpha_{2,n'} A_{2,n'} K_1(\alpha_{2,n'} R) \cos(\alpha_{2,n'} z) \\ &= \frac{Q_1(1-g_1)}{2} R \end{aligned} \quad (63)$$

ここで、(61) 式および、(63) 式の両辺に $\cos(\alpha_{2,m} z)$ をかけて、それぞれ 0 から a まで積分すれば

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} - \sum_{n'=1}^{\infty} A_{2,n'} K_0(\alpha_{2,n'} R) N_{n',m}^2 \\ &= \int_0^b [f_2(z) - f_1(z)] \cos(\alpha_{2,m} z) dz + \int_b^a f_2(z) \cos(\alpha_{2,m} z) dz \end{aligned} \quad (64)$$

および

$$\begin{aligned} & k_1 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{1,s,n} A_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} + k_2 \sum_{n'=1}^{\infty} \alpha_{2,n'} A_{2,n'} K_1(\alpha_{2,n'} R) \cdot N_{n',m}^2 \\ &= \frac{Q_1(1-g_1)}{2} R \int_0^a \cos(\alpha_{2,m} z) dz \end{aligned} \quad (65)$$

ここで

$$M_{s,n,m}^{12} = \int_0^b \cos(\alpha_{1,s,n} z) \cdot \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$N_{n',m}^2 = \int_0^a \cos(\alpha_{2,n'} z) \cdot \cos(\alpha_{2,m} z) dz = \frac{1}{2} \left(a + \frac{k_2 h_0}{k_2^2 \alpha_{2,m}^2 + h_0^2} \right) = N_{n,m}^2 \quad n' = m$$

$$= 0 \quad n' \neq m$$

であるから, (64) 式および (65) 式は

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} - A_{2,m} K_0(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2 = \int_0^a f(z) \cos(\alpha_{2,m} z) dz \quad (64)'$$

$$k_1 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_{1,s,n} A_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} + k_2 \alpha_{2,m} A_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2$$

$$= \frac{Q_1(1-g_1)}{2} R \int_0^a \cos(\alpha_{2,m} z) dz \quad (65)$$

(64)' 式および (65)' 式から $A_{2,m}$ を消去すれば

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} A_{1,s,n} [k_2 \alpha_{2,m} I_0(\alpha_{1,s,n} R) K_1(\alpha_{2,m} R) + k_1 \alpha_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) K_0(\alpha_{2,m} R)] M_{s,n,m}^{12}$$

$$= \int_0^a \left[k_2 \alpha_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) f(z) + \frac{Q_1(1-g_1)}{2} R K_0(\alpha_{2,m} R) \right] \cos(\alpha_{2,m} z) dz \quad (66)$$

ここで

$$f(z) = f_2(z) - f_1(z) \quad 0 \leq z \leq b$$

$$= f_2(z) \quad b \leq z \leq a$$

である。したがって, (66) 式を見ればわかるように, $A_{1,s,n}$ が s, n に関し, 収束のよいことがわかれば実際の数値計算にあたっては, 上式において, $m = 1, 2, \dots, m_1^2$ 項までとり, それぞれの m に対して, $n = 1, 2, \dots, m_1$; $s = 1, 2, \dots, m_1$ だけとると, $A_{1,s,n}$ に関して m_1^2 元連立一次方程式が得られ, これから m_1^2 箇の $A_{1,s,n}$ が決まることになる。また, $A_{2,m}$ は (64)' 式あるいは (65)' 式を用いて,

$$A_{2,n} = \left[\sum_{n=1}^{m_1} \sum_{s=1}^{m_1} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} - \int_0^a f(z) \cos(\alpha_{2,m} z) dz \right] / K_0(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2$$

$$= - \left[\sum_{n=1}^{m_1} \sum_{s=1}^{m_1} k_1 \alpha_{1,s,n} A_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) M_{s,n,m}^{12} - \frac{Q_1(1-g_1)}{2} R \int_0^a \cos(\alpha_{2,m} z) dz \right] /$$

$$k_2 \alpha_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2$$

によって, 上の $A_{1,s,n}$ の値から容易に得られることがわかる。同様に $A_{3,n}$ は境界条件 (11) 式あるいは (12) 式のうちのいずれを用いてもよい。たとえば, (11) 式の関係は $n = m_1$ までとることになれば, $r \leq R$ において

$$\sum_{n=1}^{m_1} \sum_{s=1}^{m_1} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} r) \cos(\alpha_{1,s,n} b) - \sum_{n=1}^{m_1} A_{3,n} I_0(\alpha_{3,n} r) \cos(\alpha_{3,n} b) = 0 \quad (67)$$

これを

$$\sum_{n=1}^{m_1} \left[\sum_{s=1}^{m_1} A_{1,s,n} I_0(\alpha_{1,s,n} r) \cos(\alpha_{1,s,n} b) - A_{3,n} I_0(\alpha_{3,n} r) \cos(\alpha_{3,n} b) \right] = 0$$

のように書きなおし, (12) 式で $r = 0$ とおけば

$$A_{3,n} = \sum_{s=1}^{m_1} A_{1,s,n} \cos(\alpha_{1,s,n} b) / \cos(\alpha_{3,n} b) \quad (n=1, 2, \dots, m_1) \quad (68)$$

によって $A_{3,n}$ が得られるわけである。

次に $A_i (i = 1, 2, 3)$ の収束性を吟味してみよう。

ここでは Inclusion 部の温度をきめる $A_{1,s,n}$ のみを取りあげる。上述の手順で計算すると $A_{1,s+1,n}$ と $A_{1,s,n}$ との比は一般に次式で表わされる。

$$\frac{A_{1,s+1,n}}{A_{1,s,n}} = \frac{\begin{vmatrix} D_{1,1,1}^1 \cdots D_{1,s+1,1}^1 \cdots D_{1,s+1,n-1}^1 & F_1(a) & D_{1,s+1,n+1}^1 \cdots D_{1,m_1,m_1}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{1,1,1}^m & D_{1,s+1,1}^m & D_{1,s+1,n-1}^m & F_m(a) & D_{1,s+1,n+1}^m & D_{1,m_1,m_1}^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} D_{1,1,1}^1 \cdots D_{1,s,1}^1 \cdots D_{1,s,n-1}^1 & F_1(a) & D_{1,s,n+1}^1 \cdots D_{1,m_1,m_1}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{1,1,1}^m & D_{1,s,1}^m & D_{1,s,n-1}^m & F_m(a) & D_{1,s,n+1}^m & D_{1,m_1,m_1}^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{vmatrix}} \quad (71)$$

ここに

$$D_{1,s,n}^m = \{k_2 \alpha_{2,m} I_0(\alpha_{2,m} R) K_1(\alpha_{2,m} R) + k_1 \alpha_{1,s,n} I_1(\alpha_{1,s,n} R) K_0(\alpha_{2,m} R)\} M_{s,n,m}^{12}$$

$$M_{s,n,m}^{12} = \int_0^b \cos(\alpha_{1,s,n} z) \cdot \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$F_m(a) = \left[\int_0^b k_2 \alpha_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) \{f_2(z) - f_1(z)\} + \frac{Q_1(1-g_1)R}{2} \cdot K_0(\alpha_{2,m} R) \right] \cos(\alpha_{2,m} z) dz \\ + \int_b^a \left[k_2 \alpha_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) f_2(z) + \frac{Q_1(1-g_1)}{2} K_0(\alpha_{2,m} R) \right] \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

また $f_1(z)$, $f_2(z)$ はそれぞれ (62) 式で与えられるものである。

したがって、 $D_{1,s,n}^m / D_{1,s+1,n}^m$ ($m = 1, 2, \dots$) の中の最大値を $r_{\max}^s$ とすると、 T_1 を与える式 (58) の s に関する収束性は

$$\left| \frac{A_{1,s+1,n} \cdot I_0(\alpha_{1,s+1,n} r)}{A_{1,s,n} \cdot I_0(\alpha_{1,s,n} r)} \right| \leq r_{\max}^s \frac{I_0(\alpha_{1,s+1,n} r)}{I_0(\alpha_{1,s,n} r)} \quad (72)$$

$$r_{\max}^s = \text{Max.} \left\{ \left| \frac{D_{1,s,n}^1}{D_{1,s+1,n}^1} \right|, \left| \frac{D_{1,s,n}^2}{D_{1,s+1,n}^2} \right|, \dots \right\} \quad (73)$$

の右辺の値によってその良否が決定される。

いま 1 例として $a = 0.038(\text{cm})$, $b = 0.0254(\text{cm})$, $R = 0.1(\text{cm})$, $g_1 = 1$, $n = 1$ の場合、Inclusion 中心温度 ($r = 0$, $z = 0$) を表わす式の s に関する第 1 項に対する第 2 項の比は、

$$\frac{A_{1,2,1}}{A_{1,1,1}} \leq 0.035$$

となる。同様の手続で n に関する収束性は次式で表わすことができる。

$$\left| \frac{A_{1,s,n+1} \cdot I_0(\alpha_{1,s,n+1} r)}{A_{1,s,n} \cdot I_0(\alpha_{1,s,n} r)} \right| \leq r_{\max}^n \frac{I_0(\alpha_{1,s,n+1} r)}{I_0(\alpha_{1,s,n} r)} \quad (74)$$

$$r_{\max}^n = \text{Max.} \left\{ \left| \frac{D_{1,s,n+1}^1}{D_{1,s,n}^1} \right|, \left| \frac{D_{1,s,n+1}^2}{D_{1,s,n}^2} \right|, \dots \right\} \quad (75)$$

$s = 1$ の場合に n に関する第 1 項に対する第 2 項の比は $\frac{A_{1,1,2}}{A_{1,1,1}} \leq 0.14$ となって s に関する収束性に比較すると不良である。 $a = b$ のときは n に関する級数項はないから $s = 1$ だけとっても数パーセントの誤差であるが、 $a > b$ の時は s に関して第 2 項までとらないと同程度の精度が得られない。

今, (68) 式において, $n = 1, 2$; $s = 1, 2$ までとすることにすれば, $A_{1,1,1}$, $A_{1,2,1}$ は次のような形になる.

$$A_{1,1,1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad (76)$$

$$A_{1,2,1} = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad (77)$$

ここで

$$\Delta = \begin{vmatrix} D_{111}^1 & D_{121}^1 & D_{112}^1 & D_{122}^1 \\ D_{111}^2 & D_{121}^2 & D_{112}^2 & D_{122}^2 \\ D_{111}^3 & D_{121}^3 & D_{112}^3 & D_{122}^3 \\ D_{111}^4 & D_{121}^4 & D_{112}^4 & D_{122}^4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} F_1(a) D_{121}^1 & D_{112}^1 & D_{122}^1 \\ F_2(a) D_{121}^2 & D_{112}^2 & D_{122}^2 \\ F_3(a) D_{121}^3 & D_{112}^3 & D_{122}^3 \\ F_4(a) D_{121}^4 & D_{112}^4 & D_{122}^4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} D_{111}^1 & F_1(a) D_{112}^1 & D_{122}^1 \\ D_{111}^2 & F_2(a) D_{112}^2 & D_{122}^2 \\ D_{111}^3 & F_3(a) D_{112}^3 & D_{122}^3 \\ D_{111}^4 & F_4(a) D_{112}^4 & D_{122}^4 \end{vmatrix}$$

である.

3. BONDING 不良

3.1 Bonding 不良 (片面)

3.1.1 近似解法の基礎方程式と境界条件 Inclusion の場合と同様, Bonding 不良部の形状を Fig 3 に示すようにモデル化して考える. 被覆は x 軸方向の熱抵抗のみを考慮してその厚みは無視する. Bonding 不良部は半径 R の円状とし, その部分の熱貫流率を H_1 , 他の良好な部分における値を H_2 とする. Bonding 不良部を上面とする円筒の部分領域を領域-1, 周囲の部分領域を領域-2 とし, それぞれの領域内での温度を T_i , 熱伝導度を k , 熱発生率を Q とすれば, それぞれの領域において次式が成立する.

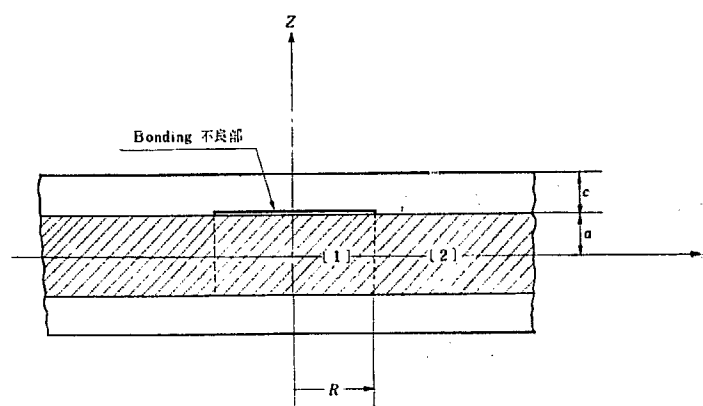


Fig 3 Bonding 不良の模型 (片面)

$$\nabla^2 T_i' + Q/k = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (78)$$

冷却材の温度は一定で T_0 とし $T_i = T_i' - T_0$ とおけばやはり前と同じ型の次式が成立する.

$$\nabla^2 T_i + Q/k = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (79)$$

この式の一般解 T_i は r および z の関数であり, 次の形で表わされる.

$$T_i(r, z) = T_{i,1}(r) + T_{i,2}(z) + T_{i,3}(r, z) \quad (i = 1, 2) \quad (80)$$

ここで $T_{i,3}$ は (79) 式の斉次方程式の一般解, $T_{i,1}(r)$ および $T_{i,2}(z)$ はそれぞれ r のみおよび z のみの関数で両者を加えたものが (79) 式の特解となる. Inclusion の場合と同様に g_i という定数を導入すると次の3つの方程式が成立する.

$$\nabla^2 T_{i,1} + \frac{Q}{k}(1 - g_i) = 0 \quad (81)$$

$$\nabla^2 T_{i,2} + \frac{Q}{k}g_i = 0 \quad (82)$$

$$\nabla^2 T_{i,3} = 0 \quad (83)$$

つぎに (79) 式の満足すべき境界条件は以下のとおりである.

$$z = a, \quad 0 \leq r \leq R; \quad -k \frac{\partial T_1}{\partial z} = H_1 \cdot T_1 \quad (84)$$

$$R \leq r; \quad -k \frac{\partial T_2}{\partial z} = H_2 \cdot T_2 \quad (85)$$

$$z = -a, \quad 0 \leq r \leq R; \quad k \frac{\partial T_1}{\partial z} = H_2 \cdot T_1 \quad (86)$$

$$|z| \leq a, \quad r = R; \quad T_1 = T_2 \quad (87)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial r} = \frac{\partial T_2}{\partial r} \quad (88)$$

3.1.2 $T_1(r, z)$, α_1 を与える式 まず $T_{1,1}$ は (81) 式

$$\frac{d^2 T_{1,1}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{1,1}}{dr} + \frac{Q}{k}(1 - g_1) = 0$$

を解いて得られる.

$$T_{1,1} = \frac{Q(1 - g_1)}{4k} (R^2 - r^2) \quad (89)$$

つぎに $T_{1,2}$ は (82) 式

$$\frac{d^2 T_{1,2}}{dz^2} + \frac{Q}{k} g_1 = 0$$

を解いて得られる

$$T_{1,2} = -\frac{Qg_1}{2k} z^2 + E_1 z + F_1 \quad (90)$$

境界条件 (84) 式および (85) 式から、定数 E_1 および F_1 は

$$E_1 = \frac{(H_2 - H_1) Q g_1}{2a H_1 H_2 + k(H_1 + H_2)} a \quad (91)$$

$$F_1 = \frac{Qg_1}{H_2} a + \frac{Qg_1}{2k} a^2 + \frac{\left(\frac{k}{H_2} + a\right)(H_2 - H_1) Q g_1 a}{\{2a H_1 H_2 + k(H_1 + H_2)\}} \quad (92)$$

$$\frac{1}{H_1} = \frac{1}{h} + \frac{c}{k_c} + \lambda \quad (93)$$

$$\frac{1}{H_2} = \frac{1}{h} + \frac{c}{k_c} \quad (94)$$

ここに h は燃料板表面の熱伝達係数、 k_c および c はそれぞれ被覆材の熱伝導度および厚さ、 λ は Bonding 不良部の接触熱抵抗である、

最後に $T_{1,3}$ は (83) 式を満足するから

$$\frac{\partial^2 T_{1,3}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{1,3}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{1,3}}{\partial z^2} = 0$$

この式の一般解は Inclusion の項で示したとおり $\{A_1' I_0(ar) + A_2' K_0(ar)\} \{A_3' \sin(az) + A_4' \cos(az)\}$ であるが、 $r \rightarrow 0$ のときの有限性を考慮すると次式のようなになる。

$$T_{1,3} = A_1 I_0(a_1 r) \{B_1 \sin(a_1 z) + \cos(a_1 z)\} \quad (95)$$

次に境界条件 (84) 式から

$$B_1 \{H_1 \sin(a_1 a) + k a_1 \cos(a_1 a)\} = k a_1 \sin(a_1 a) - H_1 \cos(a_1 a) \quad (96)$$

また境界条件 (86) 式から

$$B_1 \{H_2 \sin(a_1 a) + k a_1 \cos(a_1 a)\} = -k a_1 \sin(a_1 a) + H_2 \cos(a_1 a) \quad (97)$$

上の2式から B_1 を消去すると

$$\frac{k a_1 \sin(a_1 a) - H_1 \cos(a_1 a)}{H_1 \sin(a_1 a) + k a_1 \cos(a_1 a)} = \frac{-k a_1 \sin(a_1 a) + H_2 \cos(a_1 a)}{H_2 \sin(a_1 a) + k a_1 \cos(a_1 a)} \quad (98)$$

この超越方程式を満足する a_1 の値は無数にある。その n 番目の根を $a_{1,n}$ とし小さいものから順に並べれば、

$$a_1 = a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}, \dots \quad (99)$$

あるいは (99) 式を図式的に求めやすい形にすると

$$\tan(a_1 a) = \frac{-\left\{1 - \frac{H_1 H_2}{(k a_1)^2}\right\} \pm \sqrt{1 + \frac{H_1 H_2}{(k a_1)^4} + \frac{H_1^2}{(k a_1)^2} + \frac{H_2^2}{(k a_1)^2}}}{\frac{H_1}{k a_1} + \frac{H_2}{k a_1}} \quad (100)$$

分子の正負の符号については、 $n = 1$ の固有値 $a_{1,1}$ が 0 および正領域にあるようにとる。

齊次方程式 (83) 式の一般解 $T_{1,3}$ はこれらの $a_{1,n}$ に対応して定められる $A_{1,n}$ および $B_{1,n}$ を定数係数としてもつ無数の解の和として表わされる。 B_1 は (96) 式から次のように求められる。

$$B_{1,n} = \frac{\tan(a_{1,n} a) - \frac{H_1}{ka_{1,n}}}{\frac{H_1}{ka_{1,n}} \tan(a_{1,n} a) + 1} \quad (101)$$

$A_{1,n}$ はあとでべるように、 T_1 と T_2 および $\frac{\partial T_1}{\partial r}$ と $\frac{\partial T_2}{\partial r}$ とを関係づける境界条件 (87) 式および (88) 式から求められる。したがって (79) 式の一般解 T_1 は次のように表わされる。

$$T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(a_{1,n} r) \{B_{1,n} \sin(a_{1,n} z) + \cos(a_{1,n} z)\} - \frac{Qg_1}{2k} z^2 + E_1 z + \frac{Q(1-g_1)}{4k} (R^2 - r^2) + F_1 \quad (102)$$

ここに E_1 , F_1 はそれぞれ (91) 式および (92) 式で表わされる定数である。

3.1.3 $T_2(r, z)$, a_2 を与える式 領域 2 においては r に関する特解は考えないことにする、したがって、 $g_2 = 1$ とおく。前と同様の記号をつけると

$$\nabla^2 T_2(r, z) + Q/k = 0 \quad (103)$$

$$T_2(r, z) = T_{2,2}(z) + T_{2,3}(r, z) \quad (104)$$

$$\nabla^2 T_{2,2} + Q/k = 0 \quad (105)$$

$$\nabla^2 T_{2,3} = 0 \quad (106)$$

T_2 の一般解は (105) 式から

$$T_{2,2} = -\frac{Q}{2k} z^2 + E_2 z + F_2 \quad (107)$$

定数 E_1 , F_2 はこの特解が $\frac{\partial T_{2,2}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$ をみたすべきことおよび境界条件 (85) 式から次のように求められる。

$$E_2 = 0 \quad (108)$$

$$F_2 = \frac{Qa}{H_2} + \frac{Q}{2k} a^2 \quad (109)$$

つぎに $T_{2,3}$ については (106) 式の一般解において $r \rightarrow \infty$ において有限値をとるべきことから

$$T_{2,3} = A_2 K_0(a_2 r) \{B_2 \sin(a_2 z) + \cos(a_2 z)\} \quad (110)$$

の形で示される。

ここで $\frac{\partial T_{2,3}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$ であることから

$$B_2 = 0 \quad (111)$$

となる。また、境界条件 (85) 式は

$$a_2 \tan(a_2 a) = \frac{H_2}{k} \quad (112)$$

となる。この超越方程式を満足する a_2 の値は無数にある。その n 番目の正根を $a_{2,n}$ とし、小さいものから順に並べれば

$$a_{2,n} = a_{2,1}, a_{2,2}, \dots, a_{2,n}, \dots \quad (113)$$

(110) 式の $T_{2,3}$ は, $\alpha_{2,n}$ に対応して定まる定数 $A_{2,n}$ および $B_{2,n}$ を係数としてもつ無限に多くの項の和として表わすことができる. よって T_2 は $T_{2,2}$ と $T_{2,3}$ の和として次のように表わされる.

$$T_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} K_0(\alpha_{2,n} r) \cos(\alpha_{2,n} z) - \frac{Q}{2k} z^2 + \frac{Q}{2k} a^2 + \frac{Qa}{H_2} \quad (114)$$

3.1.4 $A_{1,n}$, $A_{2,n}$ の決定 $A_{2,n}$ は $A_{1,n}$ と同様に T_1 と T_2 および $\frac{\partial T_1}{\partial r}$ と $\frac{\partial T_2}{\partial r}$ とをそれぞれ関係づける境界条件 (87) 式および (88) 式から求めることができる. まず (87) 式からは

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(\alpha_{1,n} R) \{B_{1,n} \sin(\alpha_{1,n} z) + \cos(\alpha_{1,n} z)\} - \frac{Qg_1}{2k} z^2 + E_1 z + F_1 \\ = \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} K_0(\alpha_{2,n} R) \cos(\alpha_{2,n} z) - \frac{Q}{2k} z^2 + \frac{Q}{2k} a^2 + \frac{Qa}{H_2} \end{aligned} \quad (115)$$

また境界条件 (88) 式からは

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{1,n} A_{1,n} I_1(\alpha_{1,n} R) \{B_{1,n} \sin(\alpha_{1,n} z) + \cos(\alpha_{1,n} z)\} - \frac{Q(1-g_1)}{2k} R \\ = - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2,n} A_{2,n} K_1(\alpha_{2,n} R) \cos(\alpha_{2,n} z) \end{aligned} \quad (116)$$

をそれぞれ得る.

固有値 $\alpha_{1,n}$, $\alpha_{2,n}$ に属する (115) 式および (116) 式中の $\{B_{1,n} \sin(\alpha_{1,n} z) + \cos(\alpha_{1,n} z)\}$ は $|z| \leq a$ において, また, $\cos(\alpha_{2,n} z)$ は $0 \leq z \leq a$ においてそれぞれ直交関数系を形成するから, このことを利用して $A_{1,n}$ および $A_{2,n}$ を次のようにして求めることができる. まず $A_{1,n}$ から求めると (115) 式の両辺に $\cos(\alpha_{2,n} z)$ をかけて 0 から a まで積分すると

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(\alpha_{1,n} R) M_{n,m}^{12} - \phi_1(a) = A_{2,m} K_0(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2 - \phi_2(a) \quad (117)$$

ここに

$$M_{n,m}^{12} = \int_0^a \{B_{1,n} \sin(\alpha_{1,n} z) + \cos(\alpha_{1,n} z)\} \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$N_{m,m}^2 = \int_0^a \cos^2(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$\phi_1(a) = \int_0^a \left\{ \frac{Qg_1}{2k} z^2 - E_1 z - F_1 \right\} \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$\phi_2(a) = \int_0^a \left\{ \frac{Q}{2k} z^2 - \frac{Q}{2k} a^2 - \frac{Qa}{H_2} \right\} \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

で, $B_{1,n}$ は (101) 式, E_1 は (91) 式, F_1 は (92) 式で与えられる定数である. 次に (116) 式の両辺に $\cos(\alpha_{2,m} z)$ をかけて 0 から a まで積分すると

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{1,n} A_{1,n} I_1(\alpha_{1,n} R) M_{n,m}^{13} - \phi_3(a) = -\alpha_{2,m} A_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2 \quad (118)$$

ここに

$$\phi_3(a) = \int_0^a \frac{Q(1-g_1)}{2k} R \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

である. (117) 式および (118) 式から $A_{2,m}$ を消去すると

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} M_{n,m}^{12} \{ \alpha_{2,m} K_1(\alpha_{2,m} R) I_0(\alpha_{1,n} R) + \alpha_{1,n} K_0(\alpha_{2,m} R) I_1(\alpha_{1,n} R) \}$$

$$= K_0(a_{2,m} R)\phi_3(a) + a_{2,m}K_1(a_{2,m} R)\{\phi_1(a) - \phi_2(a)\} \quad (119)$$

数値計算をおこなうには、上式において $m = 1, 2, \dots, m_1$ 項までとり、それぞれの m に対して $n = 1, 2, \dots, m_1$ 項だけとると、 $A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,m_1}$ に関する m_1 元一次連立方程式が成立するから、これより $A_{1,n}$ がきまる。要求される精度と $A_{1,n}$ の収束性から適当に項数をとればよい。

次に $A_{2,n}$ は、上のようにして得られた $A_{1,n}$ を用いて、(117) 式または (118) 式の総和の項を m_1 項までとることによって、「2.4 A_1, A_2, A_3 の決定法」でのべた、Inclusion の問題の場合の $A_{2,n}$ と同様にして容易に得られる。

いま近似的に $n = 1$ だけとると

$$A_{1,1} = \frac{\frac{K_0(a_{2,1} R)}{a_2 K_1(a_{2,1} R)} \cdot \frac{Q(1-a_1)}{2k} R - \frac{\left(\frac{k}{H_2} + a\right)(H_2 - H_1)Qa}{\{2aH_1H_2 + k(H_1 + H_2)\}}}{I_0(a_{1,1} R) + \frac{a_1}{a_2} \frac{K_0(a_{2,1} R)I_1(a_{1,1} R)}{K_1(a_{2,1} R)}} \quad (120)$$

$$A_{2,1} = - \left[\frac{\frac{I_0(a_{1,1} R)}{a_1 I_1(a_{1,1} R)} \cdot \frac{Q(1-g_1)}{2k} R - \frac{\left(\frac{k}{H_2} + a\right)(H_2 - H_1)Qa}{\{2aH_1H_2 + k(H_1 + H_2)\}}}{\frac{a_2}{a_1} \frac{I(a_{1,1} R)K_1(a_{2,1} R)}{I_1(a_{1,1} R)} + K_0(a_{2,1} R)} \right] \quad (121)$$

を得る。片面のみ Bonding 不良のときは、発生熱の移動は z 軸方向が主であると考えて $g_1 = 1$ と仮定すると $A_{1,1}, A_{2,1}$ を与える式は次のように簡単になる。

$$A_{1,1} = - \frac{\frac{\left(\frac{k}{H_2} + a\right)(H_2 - H_1)Qa}{2aH_1H_2 + k(H_1 + H_2)}}{\frac{a_1}{a_2} \frac{I_1(a_{1,1} R) \cdot K_0(a_{2,1} R)}{K_1(a_{2,1} R)} + I_0(a_{1,1} R)} \quad (122)$$

$$A_{2,1} = \frac{\frac{\left(\frac{k}{H_2} + a\right)(H_2 - H_1)Qa}{\{2aH_1H_2 + k(H_1 + H_2)\}}}{K_0(a_{2,1} R) + \frac{a_2}{a_1} \frac{I_0(a_{1,1} R) \cdot K_1(a_{2,1} R)}{I_1(a_{1,1} R)}} \quad (123)$$

また、 $B_{1,1}$ は次式で与えられる。

$$B_{1,1} = \frac{\tan(\alpha_{1,1} a) - \frac{H_1}{ka_1}}{1 + \frac{H_1}{ka_1} \tan(\alpha_1 a)} \quad (124)$$

3.2 Bonding 不良 (両面)

3.2.1 近似解法の基礎方程式と境界条件 前項と同じく Bonding 不良部の形状を Fig 4 に示すようにモデル化して考える。被覆は z 軸方向の熱抵抗のみを考慮してその厚みは無視する。Bonding 不良部は半径 R の円状のものが z 軸上に中心をおいて相対して位置しているとする。Bonding 不良部の熱貫流率を H_1 、他の良好な部分における値を H_2 とする。Bonding 不良部を上下両底面と

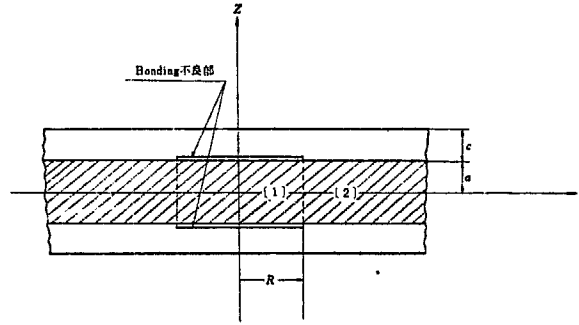


Fig 4 Bonding 不良の模型 (両面)

する円筒の部分領域-1, 周囲の部分領域-2 とし, それぞれの領域内での温度と冷却材温度との差を $T_i (i = 1, 2)$, 熱伝導度を k , 熱発生率を Q とすればそれぞれの領域において (79) 式と同様の次式が成立する.

$$\nabla^2 T_i + Q/k = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (125)$$

この式の一般解 T_i は r および z の関数であり次のように分解して書かれる.

$$T_i(r, z) = T_{i,1}(r) + T_{i,2}(z) + T_{i,3}(r, z) \quad (126)$$

ここで $T_{i,3}$ は (125) 式の斉次方程式の一般解, $T_{i,1}(r)$ および $T_{i,2}(z)$ はそれぞれ r のみおよび z のみの関数で両者を加えたものが (125) 式の特解となる. 前項と同じく g という定数を導入すると次の3つの方程式が成立する.

$$\nabla^2 T_{i,1} + Q/k \cdot (1-g) = 0 \quad (127)$$

$$\nabla^2 T_{i,2} + Q/k \cdot g = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (128)$$

$$\nabla^2 T_{i,3} = 0 \quad (129)$$

つぎに境界条件を列挙すると以下のとおりである.

$$z = a, \quad 0 \leq r \leq R; \quad -k \frac{\partial T_1}{\partial z} = H_1 \cdot T_1 \quad (130)$$

$$r \geq R; \quad -k \frac{\partial T_2}{\partial z} = H_2 \cdot T_2 \quad (131)$$

$$z = 0, \quad 0 \leq r < +\infty; \quad \frac{\partial T_1}{\partial z} = 0 \quad (132)$$

$$; \quad \frac{\partial T_2}{\partial z} = 0 \quad (133)$$

$$|z| \leq a, \quad r \geq R; \quad T_1 = T_2 \quad (134)$$

$$; \quad -k \frac{\partial T_1}{\partial r} = -k \frac{\partial T_2}{\partial r} \quad (135)$$

3.2.2 $T_i(r, z)$, a_1 を与える式 これまでのべたと同じ手順で (127), (128), (129), を解いて, 境界条件 (130), (132) を用いれば $T_{1,1}$, $T_{1,2}$ および $T_{1,3}$ は次のように求められる

$$T_{1,1} = \frac{Q(1-g)}{4k} (R^2 - r^2) \quad (136)$$

$$T_{1,2} = -\frac{Qg}{2k} z^2 + \frac{Qg}{2k} a^2 + \frac{Qg}{H_1} a \quad (137)$$

$$T_{1,n} = A_{1,n} I_0(\alpha_1 r) \cos(\alpha_1 z) \quad (138)$$

境界条件 (130) 式より

$$\alpha_1 \tan(\alpha_1 a) = \frac{H_1}{k} \quad (139)$$

この式から得られる α_1 は無数にあり、それらを小さいものから順に並べれば

$$\alpha_1 = \alpha_{1,1}, \alpha_{1,2}, \dots, \alpha_{1,n}, \dots \quad (140)$$

となる。

よって $T_1(r, z)$ はすべての α_1 について重ね合わせて、次式で表わされる。

$$T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(\alpha_{1,n} r) \cos(\alpha_{1,n} z) + \frac{Q(1-g)}{4k} (R^2 - r^2) - \frac{Qg}{2k} z^2 + \frac{Qg}{2k} a^2 + \frac{Qg}{H_1} a \quad (141)$$

3.2.3 $T_2(r, z)$, α_2 を与える式 (127) 式, (128) 式, (129) 式を解けば, 境界条件 (131) 式から

$$\alpha_2 \tan(\alpha_2 a) = \frac{H_2}{k} \quad (142)$$

が得られ, これから, 固有値 α_2 は無数にあり, α_1 と同様

$$\alpha_2 = \alpha_{2,1}, \alpha_{2,2}, \dots, \alpha_{2,n}, \dots \quad (143)$$

のように表わし得ることがわかる。したがって, $T_2(r, z)$ は, $T_1(r, z)$ と同様にして,

$$T_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} K_0(\alpha_{2,n} r) \cos(\alpha_{2,n} z) - \frac{Q}{2k} z^2 + \frac{Q}{2k} a^2 + \frac{Q}{H_2} a \quad (144)$$

と表わすことができる。

3.2.4 $A_{1,n}$, $A_{2,n}$ の決定 固有値 $\alpha_{1,n}$ および $\alpha_{2,n}$ が (139) 式および (143) 式で与えられるときは, $\cos(\alpha_{1,n} z)$, $\cos(\alpha_{2,n} z)$ はそれぞれ $0 \leq z \leq a$ において直交関数系をなすので $A_{1,n}$ および $A_{2,n}$ は次のようにして求めることができる。まず $A_{1,n}$ から決定するため境界条件 (141) 式から

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(\alpha_{1,n} R) \cos(\alpha_{1,n} z) - \sum_{n=1}^{\infty} A_{2,n} K_0(\alpha_{2,n} R) \cos(\alpha_{1,n} z) \\ = -\frac{Q(1-g)}{2k} z^2 + \frac{Q(1-g)}{2k} a^2 + \left(\frac{1}{H_2} - \frac{g}{H_1} \right) Qa \end{aligned} \quad (145)$$

上式の両辺に $\cos(\alpha_{2,m} z)$ をかけて 0 から a まで積分すると

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} I_0(\alpha_{1,n} R) M_{n,m}^1 - A_{2,m} K_0(\alpha_{2,m} R) N_{m,m}^2 = \phi_1(a) \quad (146)$$

ここに

$$M_{n,m}^1 = \int_0^a \cos(\alpha_{1,n} z) \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$N_{m,m}^2 = \int_0^a \cos^2(\alpha_{2,m} z) dz$$

$$\phi_1(a) = \int_0^a \left\{ -\frac{Q(1-g)}{2k} z^2 + \frac{Q(1-g)}{2k} a^2 + \left(\frac{1}{H_2} - \frac{g}{H_1} \right) Qa \right\} \cos(\alpha_{2,m} z) dz$$

つぎに境界条件 (135) から

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{1,n} A_{1,n} I_1(\alpha_{1,n} R) \cos(\alpha_{1,n} z) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2,n} A_{2,n} K_1(\alpha_{2,n} z) = \frac{Q(1-g)}{2k} R \quad (147)$$

両辺に $\cos(a_{2,m} z)$ をかけて 0 から a まで積分すると

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{1,n} A_{1,n} I_1(a_{1,n} R) M_{n,m}^{12} + a_{2,m} A_{2,m} K_1(a_{2,m} R) N_{n,m}^2 = \phi_2(a) \quad (148)$$

ここに

$$\phi_2(a) = \int_0^a \frac{Q(1-g)}{2k} \cos(a_{2,m} z) dz$$

である。

(147) 式, (148) 式から $A_{2,m}$ を消去すると

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1,n} M_{n,m}^{12} \{a_{2,m} K_1(a_{2,m} R) I_0(a_{1,n} R) + a_{1,n} K_0(a_{2,m} R) I_1(a_{1,n} R)\} \\ = K_0(a_{2,m} R) \phi_2(a) + a_{2,m} K_1(a_{2,m} R) \phi_1(a) \end{aligned} \quad (149)$$

数値計算にあつては, 上式において $m = 1, 2, \dots, m_1$ 項までとり, それぞれの m に対して $n = 1, 2, \dots, m_1$ だけとると, $A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,m_1}$ に関する m_1 元一次連立方程式が成立するからこれより $A_{1,n}$ がきまる。

次に $A_{2,n}$ は, 上のようになしてきた $A_{1,n}$ を用いて, (148) または (149) から, 「3.1 Bonding 不良」の場合の $A_{2,n}$ と同じく, 容易に得られる。

m_1 の数は要求される精度と $A_{2,n}$ の収束性の如何により適当にとればよいが実際の数値計算にあつては $n = 1$ のみとっても数%以内の精度で結果を得ることができる。

いま $H_1 = 0$ の場合を考えて $g = 1$ とし, $n = 1$ のみとると $A_{1,1}, A_{1,2}$ はそれぞれ次のような形になる。

$$A_{1,1} = \frac{\frac{QR}{2k} K_0(a_{2,1} R) + a_{2,1} K_1(a_{2,1} R) \left\{ \frac{QR}{H_2} + \frac{Qa^2}{2k} \right\}}{a_{1,1} I_1(a_{1,1} R) K_0(a_{2,1} R) + a_{2,1} I_0(a_{1,1} R) K_1(a_{2,1} R)} \quad (150)$$

$$A_{2,1} = \frac{\frac{QR}{2k} I_0(a_{1,1} R) - a_{1,1} I_1(a_{1,1} R) \left\{ \frac{Qa}{H_2} + \frac{Qa^2}{2k} \right\}}{a_{1,1} I_1(a_{1,1} R) K_0(a_{2,1} R) + a_{2,1} I_0(a_{1,1} R) K_1(a_{2,1} R)} \quad (151)$$

4. 数 値 計 算

「2. Inclusion」および「3. Bonding 不良」において板状型燃料板の中に極度に高い熱発生率をもつ Inclusion が局所的に存在している場合, ならびに被覆が Meat に密着していないいわゆる Bonding 不良の場合の最高温度を求める近似計算法をのべたが, この方法を実際の燃料板に適用して数値計算結果をだしてみよう。対象とする燃料板としては Inclusion のために出力上昇の可否につ

いて問題となった JRR-2 の燃料を考える。

4.1 Inclusion

JRR-2 第一次燃料要素は 20 % 濃縮ウランを用いたいわゆる MTR 型で、Fig 5 に示すように外形は 3 in 角、長さは約 3 ft の箱状をなし、中身は 17 枚のハツ橋型燃料板からなっている。燃料板は厚さ 60 mil、長さ 24.63 in (外側の 2 枚の燃料板は 29.25 in)、幅 2.81 in である。燃料合金部の寸法は、厚さ 30 mil、長さ 23.5 in、幅 2.4 in で、20 % 濃縮ウラン、アルミニウムおよびシリコンの三成分系合金である。冷却材通路となる 2 枚の燃料板の間隔は 110 mil である。Fig 6 は燃料要素の軸方向に直角な断面図および 1 枚の燃料板の断面を拡大して示したものである。

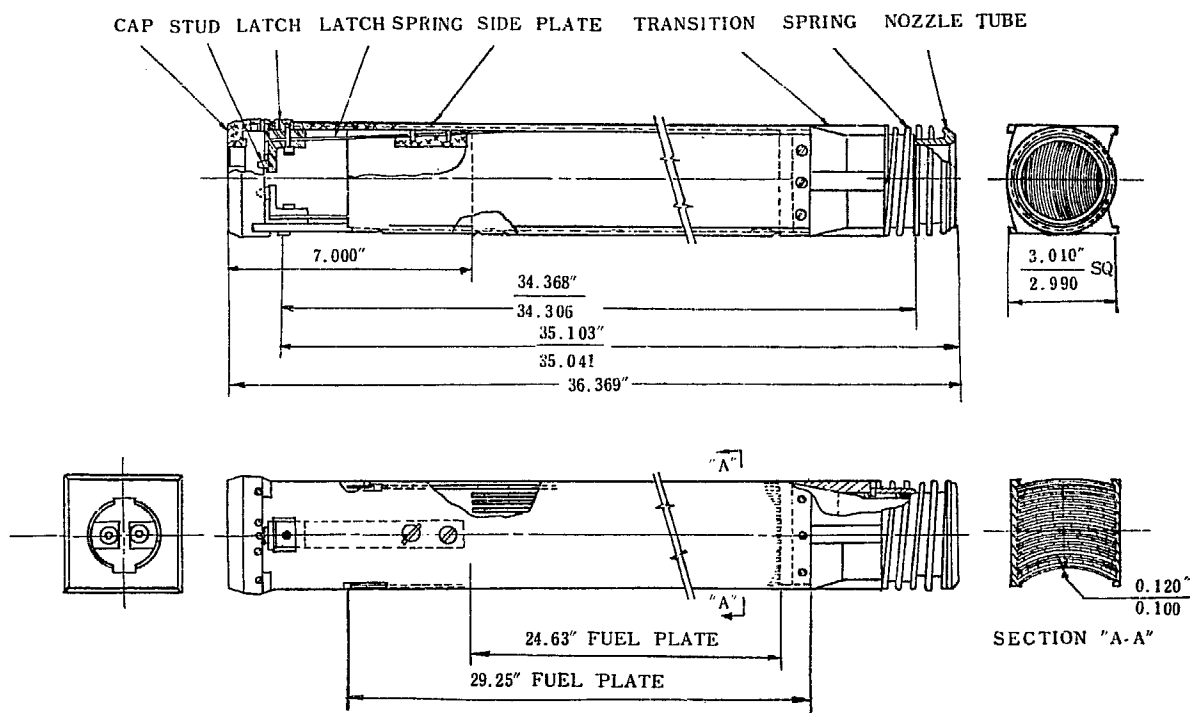


Fig 5 JRR-2 第一次燃料要素全体図

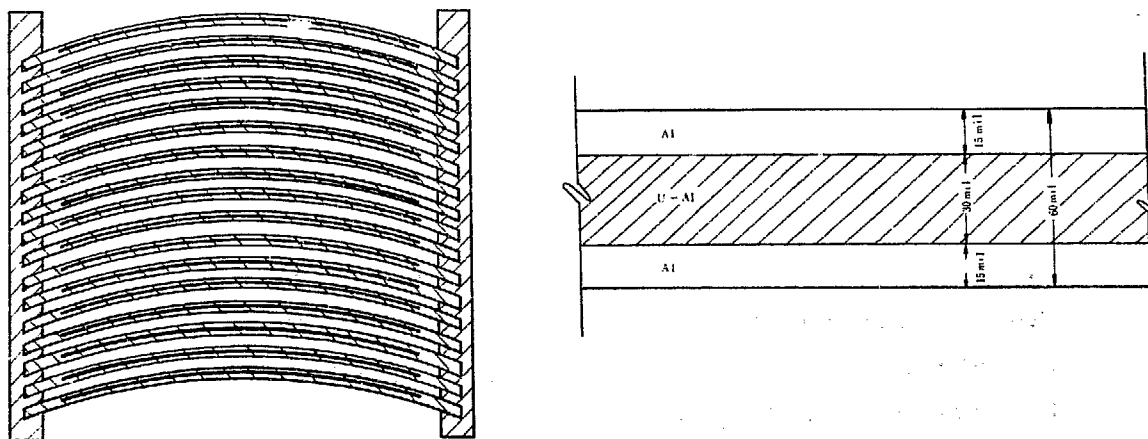


Fig 6 JRR-2 第一次燃料要素断面図 (左) と正常な燃料板の切断図 (右)

Fig 19 は JRR-2 第一次燃料の中で、Inclusion が存在していた燃料板の X 線フィルムの一例で、上段の写真はもっとも悪い例、下段は中程度のものである。これはポジ写真であるので黒化度の強い部分が Inclusion 部に相当する。

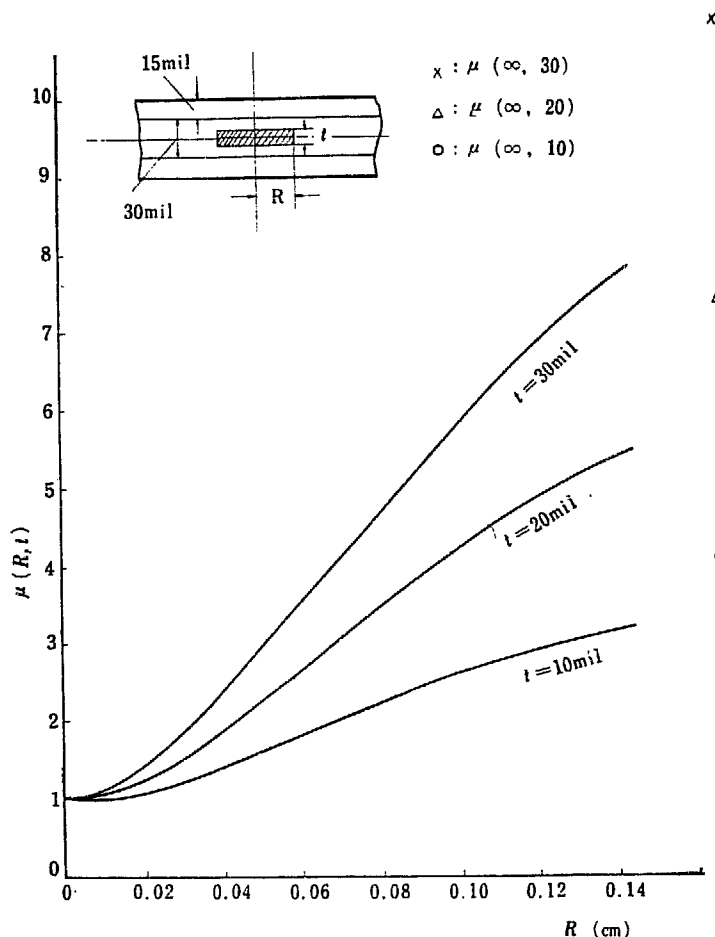


Fig 7 Inclusion がある場合の温度差増倍率

同一熱中性子束下における Inclusion 部の熱発生率 Q_1 と U-Al 合金の熱発生率 Q_2 の比 λ は次式で与えられる。いま $y = \frac{45}{55}$, $x = \infty$ (Inclusion を金属ウランのみと考える) とするとこの値は 9.6, 炭化ウランの場合は 6.6 となる。

ここに

$$\lambda = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{V_{U1}}{V_{U2}} = \frac{1 + \frac{\rho_U}{\rho_{Al}} \frac{1}{x}}{1 + \frac{\rho_U}{\rho_{Al}} \frac{1}{y}} \quad (152)$$

Q_1 : Inclusion の熱発生率 (cal/cm³ sec)

Q_2 : U-Al 合金の熱発生率 (")

V_{U1} : 単位体積の Inclusion 中に占める U の体積 (cm³/cm³ Inclusion)

V_{U2} : 単位体積の U-Al 合金中に占める U の体積 (cm³/cm³ U-Al)

V_{Al1} : 単位体積の U-Al 合金中に占める Al の体積 (cm³/cm³ U-Al)

ρ_U ; 金属ウランの密度 (gr/cm³)

ρ_{Al} ; Al の密度 (")

x ; U-Al 合金部におけるウランと Al の重量比

y ; Inclusion 部におけるウランと Al との重量比

使用した定数は次のとおりである.

濃 縮 度	20 %
U の重量比	45 %
Al の重量比	55 %
1 枚の燃料板中の U-235 の量	11.24 gr
1 枚の燃料板中の U-238 の量	44.96 gr
1 枚の燃料板中の Al の量	68.70 gr

Fig 7 は (76) 式, (77) 式から Inclusion の厚さ $t(=2b)$ をパラメータとし, 半径 R を変数として最高温度と冷却材温度との差が正常な場合の幾倍になるかを示す温度差増倍率 μ を求めたものである. $a = b$ のときは $n = 1$ のみをとった.

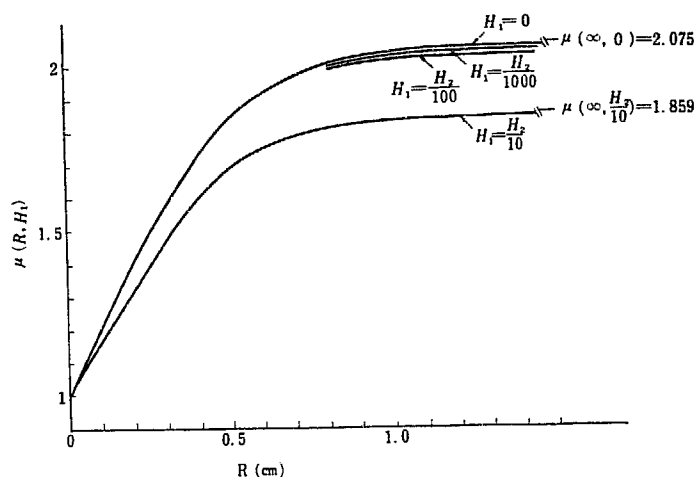


Fig 8 Bonding 不良 (片面) の場合の温度差増倍率

使用した定数は

$$\begin{aligned}
 a &= 0.0381 \text{ (cm)} \\
 c &= 0.0381 \text{ (cm)} \\
 k_1 &= 0.062 \text{ (cal/sec.cm}^\circ\text{C)} \\
 k_2 &= 0.3721 \text{ (cal/sec.cm}^\circ\text{C)} \\
 k_3 &= 0.3721 \text{ (cal/sec.cm}^\circ\text{C)} \\
 k_c &= 0.4878 \text{ (cal/sec.cm}^\circ\text{C)} \\
 h &= 0.678 \text{ (cal/sec.cm}^2\text{C)}
 \end{aligned}$$

である.

これによると Inclusion の大きさの最大の推定値としてその厚みが Meat と同じ 30 mil (0.76 mm), 直径を 100 mil (2.54 mm) としても $\mu = 7.1$, すなわち定格出力が 10 MW であれば

1400 kW だとしても熱的には同じ条件であるということである。また、燃料板の X 線透過試験の結果不合格となつた燃料板のうちで最悪のものを実際に切断してみた時の測定値 $t = 10 \text{ mil}$ を最悪条件とすれば約 3300 kW まではだせるということがわかる。よってもし炉出力の最大許容値を 1 MW としても、設計条件に対してなお 3.3 の安全率を残していることになる。

Inclusion についてはこの燃料の設計者である AMF 社も検討を加えている。AMF 社は上述の燃料板の中に被覆をも含めた燃料板全体と同じ厚さの無限平板状 Inclusion を仮定し、熱的にみた最高許容出力レベルとして 200 kW という値をだした。AMF 社はこのあとさらに核分裂生成ガスの放出や Inclusion の Grain growth 点からも制約を加えて結局許容出力レベルを 1 kW にしているのである¹⁾。

4.2 Bonding 不良

Fig 8 に (128) 式、および (130) 式から求めた片側 Bonding 不良の場合の計算結果をしめす。Bonding 不良部の熱貫流率 H_1 と周囲の正常部の H_2 との比をパラメータにとり Bonding 不良部

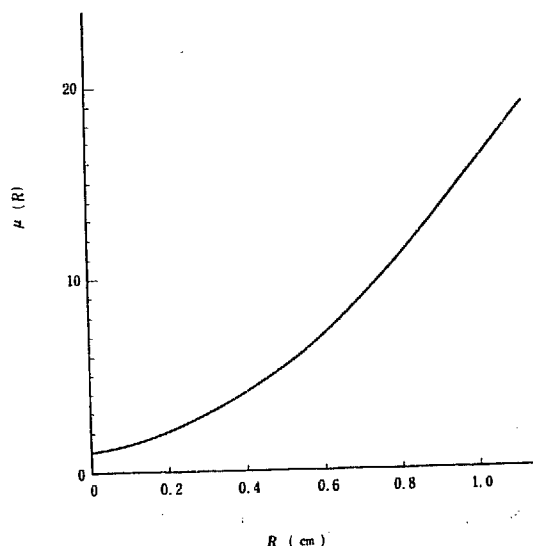


Fig 9 Bonding 不良 (両面) の場合の温度差増倍率

の半径 R を変数として μ を与えてある。これによると $\frac{H_1}{H_2}$ が 100 分の 1 以下の場合になると $H_1 = 0$ とした場合とほとんど差がないことがわかる。極限の場合として $H_1 \rightarrow 0$, $R \rightarrow \infty$ の場合を考えると最高温度の位置は $z = a$ になり, $E_1 = \frac{Qa}{k}$, $F_1 = \frac{2Qa}{H_2} + \frac{3}{2} \frac{Qa^2}{k}$, $A_{1,n} = 0$ となるので (102) 式の $T_1(r, a)$ は次式で表わされる。

$$T_1(r, a) = \frac{Q}{2k}(2a)^2 + \frac{Q}{H_2}(2a)$$

これは Meat 厚さが 2 倍の $4a$ の正常な燃料板に関する μ と同等であることを示している。

次に Fig 9 に (150) 式から求めた両側 Bonding 不良の場合の計算結果を示す。前の例で Bonding 不良の度合がある程度以上になるとほとんど熱抵抗が無限大の場合に等しいことが分つたのでここでは安全側にみて Bonding 不良部の熱貫流率 $H_1 = 0$, $g = 0$ として求めてみた。この場合

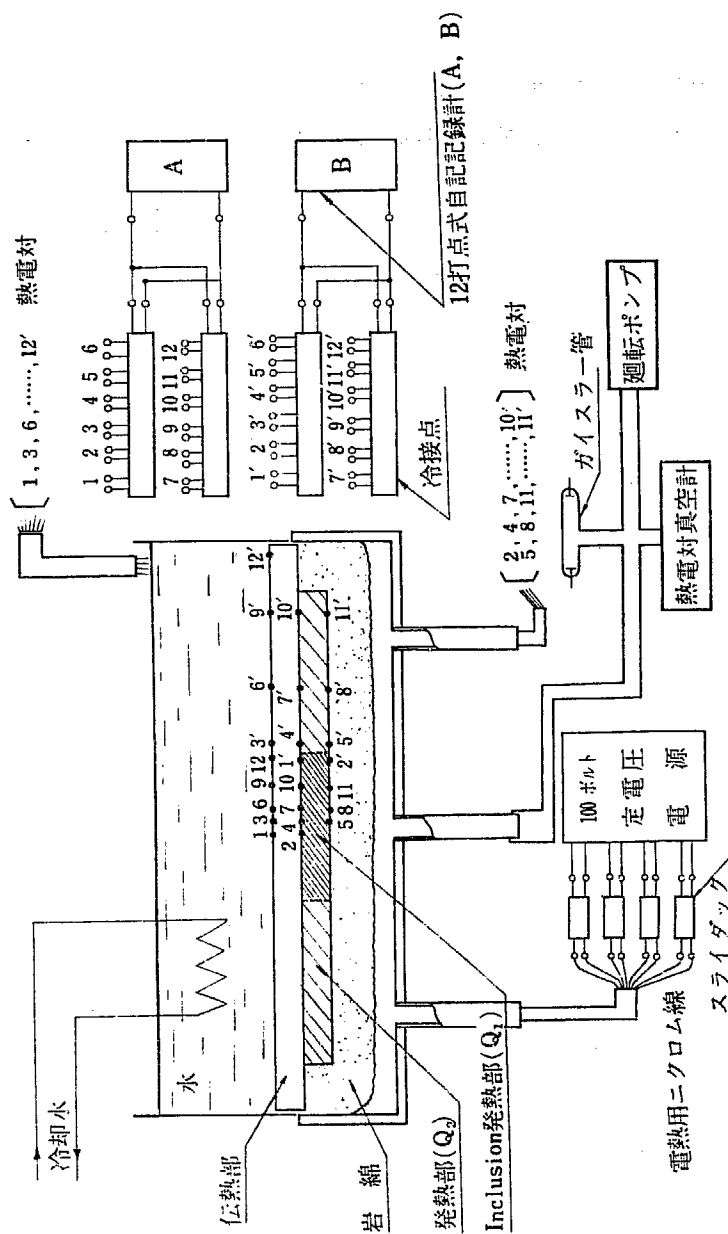


Fig 10 実験装置概略図

は片面にのみ Bonding 不良部がある場合に比していちじるしく危険な状態となる。たとえば直径 1 cm の Bonding 不良部が片面のみにあるときは μ の値は 1.85 に過ぎないが、両面にある場合になると 5.4 倍にもなって、その時の運転出力レベルの程度によっては燃料の熔融ということも容易に起りうる。加工上のことおよび Bonding 不良部の発生機構はよくわからないがその箇所にある欠陥があるために Bonding 不良が生ずるということもあるであろうから、その場合その欠陥が相対する他の面にも影響をおよぼして結局両面に Bonding 不良部ができるということもありうるのではなかろうか。WTR の燃料事故の報告書²⁾によると、事故後に燃料を再検査をしたところ数多くの Bonding 不良部、クラックおよびボイド等が発見され、Bonding 不良部の大きさは直径で 0.015 in から 1 in 以上の範囲にわたっていたことが報告されている。

5. 実 験

これまでに燃料板中に Inclusion あるいは Bonding 不良部がある場合のモデル化した考え方とその近似解法をのべてきたが、その信頼性を確めるため次のような模擬燃料による実験をおこなった。本報告書でのべる実験は Inclusion に関するもののみであり、Bonding 不良の場合についてはまだ完了していないので別の機会に発表する予定である。しかし Inclusion の問題と Bonding 不良の問題とはその物理的意味の考え方およびこれの数学的取扱い方はよく似ているので、前者に対してその妥当性が示されれば後者に対してもその適用の妥当性は肯定され得ると考えられる。

5.1 装 置

模擬燃料はヒーターによる発熱体を含み、Fig 10 のように円板状の真鍮製の板を 2 段に重ねたもので、上段は熱源のない伝熱体で燃料板の被覆部に相当し、下段は Inclusion がある発熱部で燃料板の Meat に相当する。発熱体の下部は後述するように熱絶縁材および真空によって熱の下方の漏洩を防いでいる。すなわち、板状型燃料板の Meat 中心線に関して片半分のみをとりあげ、これをモデル化したものである。伝熱体および発熱体の接合面はすり合せ加工が施されかつ 25 本の真鍮製の直径 4 mm のボルトによって締めつけられている。ヒーターとしてのニクロム線を電氣的に絶縁するために下段の円板には輪状に幅 1.5 mm 深さ 2 mm の溝がついている。発熱部には約 1100 箇の内径 1.3 mm の小孔が設けてあり、この中に外径 1.2 mm 内径 0.8 mm ポーセレン管が電気絶縁材としての埋め込まれている。このポーセン管内および溝の間を 0.26 mm ϕ のニクロム線が通って

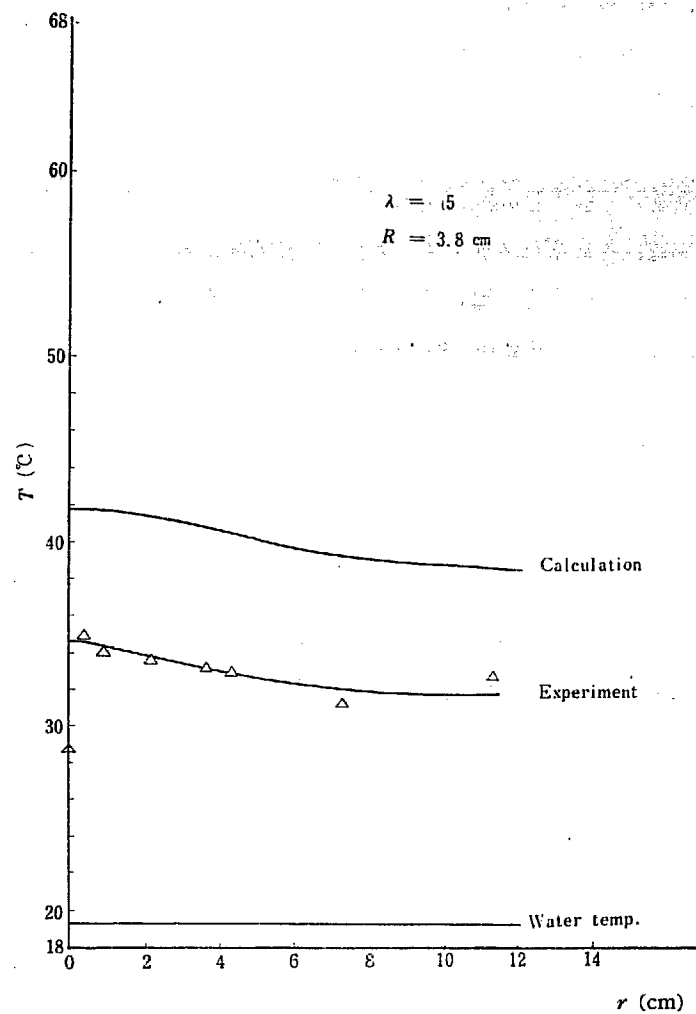


Fig 11 Inclusion があるときの最高温度分布

いる。小孔は円板の中心から半径 3.65 cm まで 14 輪については半径方向および切線方向の間隔が 2.5 mm, また, 半径 4.3 cm 以上 11.3 cm まで 8 輪については半径方向および切線方向の間隔は共に 10 mm である。すなわち, 半径 3.65 cm までの部分はそれより外側の部分より密にニクロム線が通してあるわけで, この密な部分が Inclusion 部に相当する。この発熱部は半径 1.025 cm, 2.275 cm および 3.8 cm を境界として 4 つの領域に分れており, 各領域はヒーターの回路を区別し, それぞれ各部の熱発生率をヒーターに加えるワット数を変えることによって任意の値に調整できるようになっている。したがって, Inclusion がある場合を実現するには Inclusion にしようとする領域の熱発生率を Q_1 , その他の部分の熱発生率を Q_2 とし, $Q_1 = \lambda Q_2$ なるように λ を変化させればその領域を任意の強さの熱発生率をもつ Inclusion にすることができるわけである。

発熱部の下方は熱絶縁をよくするため, 岩綿を置き, それをガーゼで包み, さらにそれを鉄製容器に伝熱板が数 mm 埋まる程度のところに置き容器と伝熱部のすき間をコンパウンドで埋めて, 容器内を $10^{-1} \sim 1 \text{ mmHg}$ 程度の真空にした。

温度測定のための熱電対には 0.3 mmφ の銅-コンスタンタンを用い, 伝熱体上面には 9 箇所, 伝熱体と発熱体の接合面には 8 箇所, 発熱体の下面には 7 箇所, 合計 24 箇所に 1 箇所 2 点ずつ挿入し

た。このほかさらに、熱絶縁の程度あるいは発熱体から下方への漏洩熱量を推定するため、発熱体の半径上の3箇所において軸方向の中心に熱電対をつけた。鉄製容器の底には直径1cmの孔が3箇所に設けられている。中央のものは真空ポンプへ他の2つはそれぞれ熱電対、ニクロム線を容器外へ引きだすためのもので、コンパウンドをつめて真空洩れを防いでいる。実験の結果ではこれで充分 10^{-1} mmHg程度までは減圧できることがわかった。

ヒーター用ニクロム線はそれぞれスライダックを経て定電圧電源へ導かれ、熱電対は冷接点を経て多点式自記記録計へ入っていて各点の温度が自記記録できるようになっている。また伝熱板の上部は温度制御された水に接している。Fig 16~Fig 18は装置本体の写真である。

5.2 方 法

発熱体の岩綿に接している面を $z = 0$ の面とし、円板の中心を通る軸を z 軸にとり、動径方向を r で表わすと、この実験の目標とするところは、 λ の種々の値に対して発熱体内の最高温度（熱絶縁が完全であれば $z = 0$ の点の温度）の値および r に関する分布の変化を調べることである。

熱絶縁の効果を推定するのに下方へ漏洩する熱量を対流、輻射および伝導によるものに分けて考え

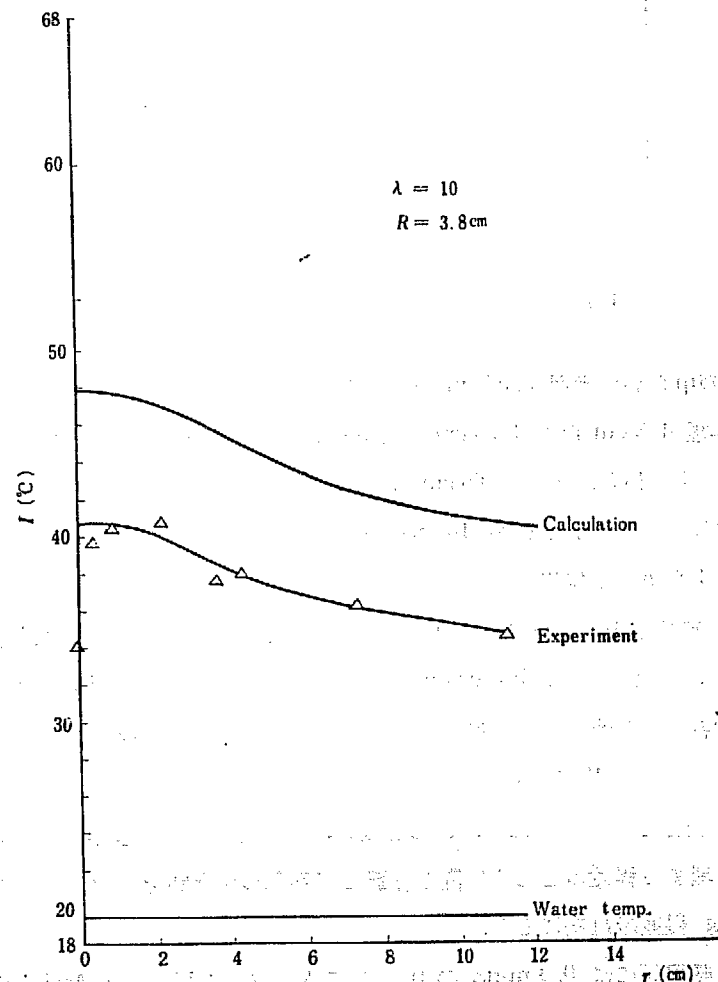


Fig 12 Inclusion があるときの最高温度分布

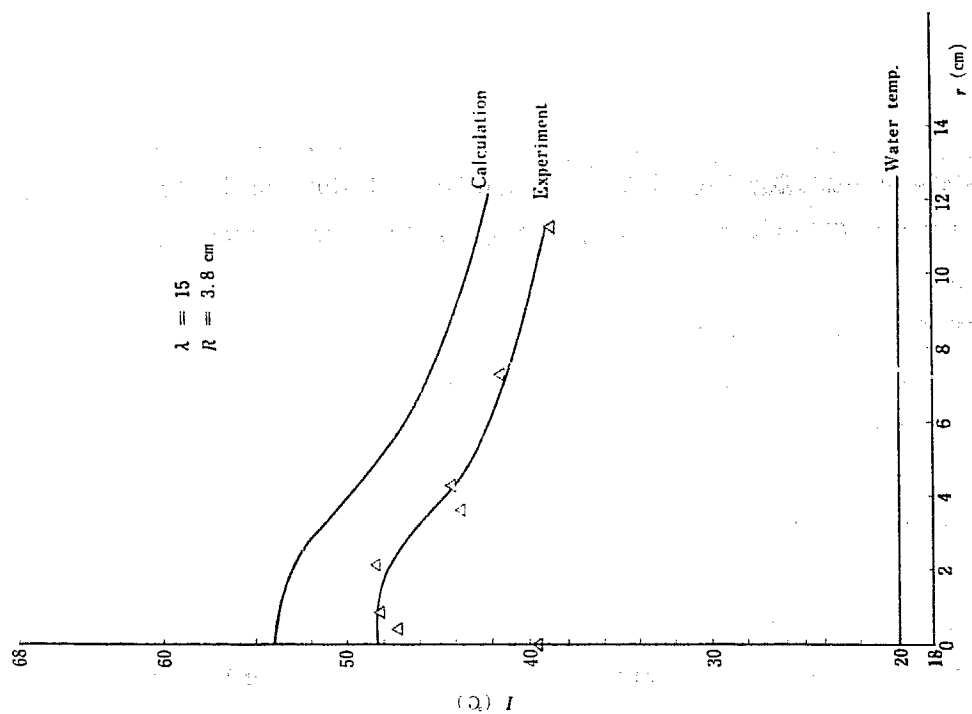


Fig 13 Inclusion があるときの最高温度分布

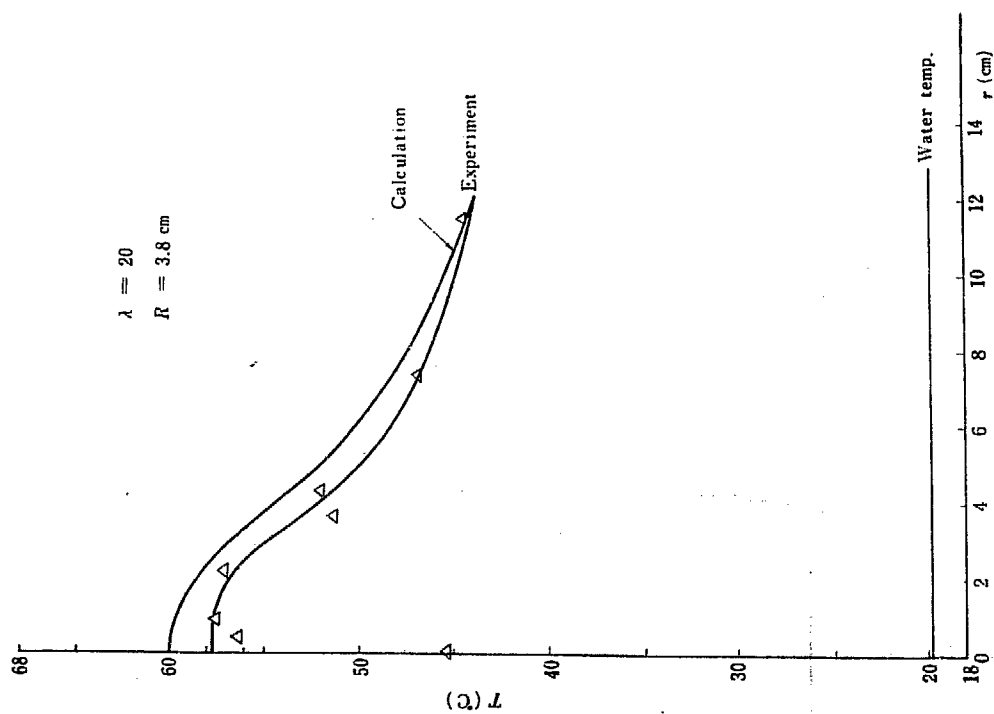


Fig 14 Inclusion があるときの最高温度分布

る。この実験装置のような形状、寸法では、真空度を $10^{-1} \sim 1$ mmHg の範囲に保つかぎりでは対流の影響は無視することができ³⁾、また $z = 0$ の面の温度と鉄製容器の外側との温度差はたかだか 25°C 位であるから輻射の影響も計算の結果無視できる程度であることがわかった³⁾。したがって、漏洩熱量 Q_0 としては熱伝導のみを考えることにすると、これは鉄製容器内の真空度によって変り、そのため $z = 0$ の面の温度も変化する。このことを用いて $1 \sim 10^{-1}$ mmHg の範囲で真空度を変化させることにより $T(r, 0)$ をそれぞれ求め、これを真空度 0 へ外挿して熱絶縁が完全である場合の温度を推定した。

この実験装置は前述の近似計算で仮定したモデルと比べると、寸法その他の記号も同じものを使うことにすれば $a = b$ の場合に対応している。熱伝達係数 h の値は漏洩熱量の補正をおこない実験的に求められた $h = 1.75 \times 10^{-2} \text{ cal/sec} \cdot \text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ を使用した。

5.3 結 果

このようにして、 $z = 0$ の面の補正された最高温度が、 $\lambda = 5, 10, 15$, および 20 の場合について近似解法による計算値とともに Fig 11~14 に示してある。また Fig 15 には Inclusion 部の

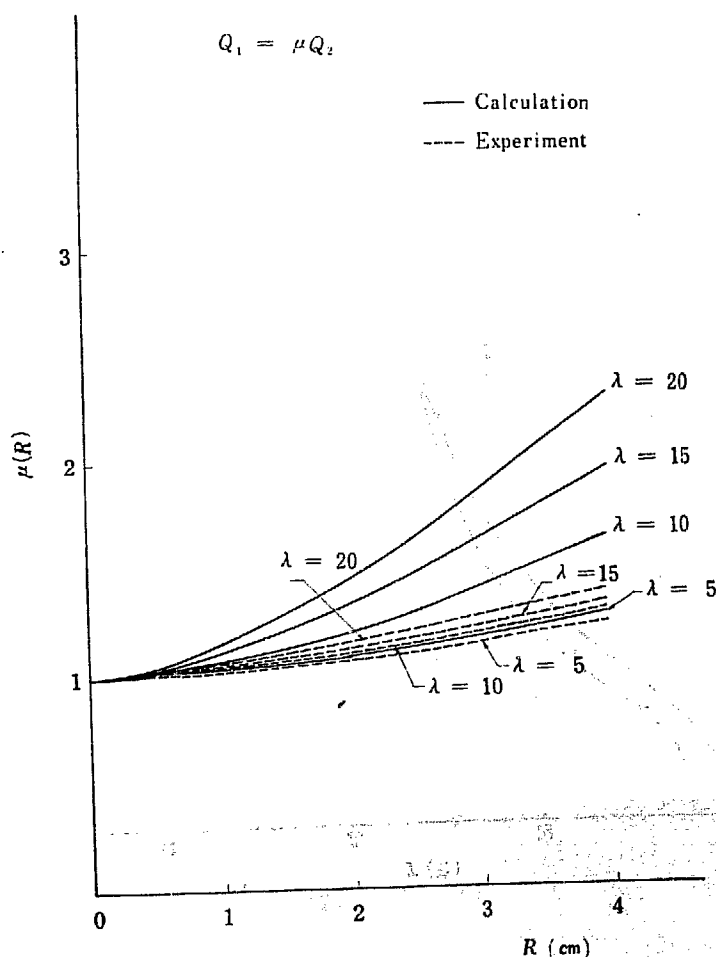


Fig 15 Inclusion がある場合の温度差増倍率 (模擬燃料)

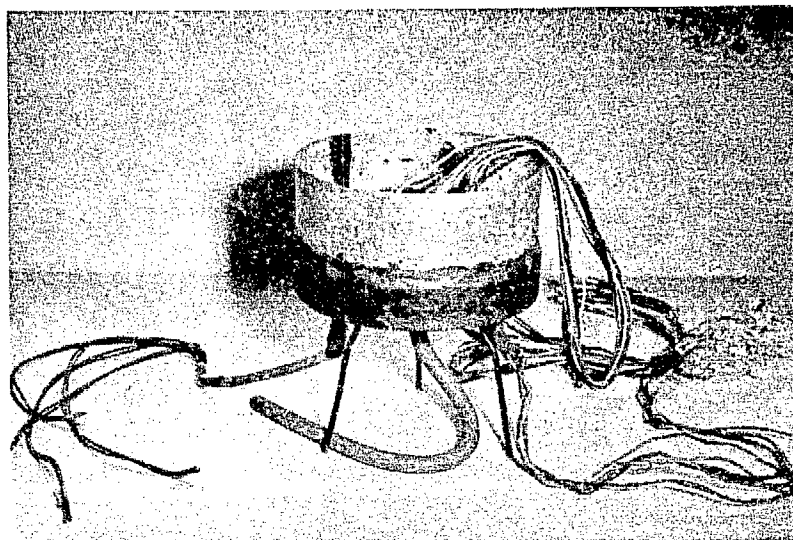


Fig 16 装置本体の概観

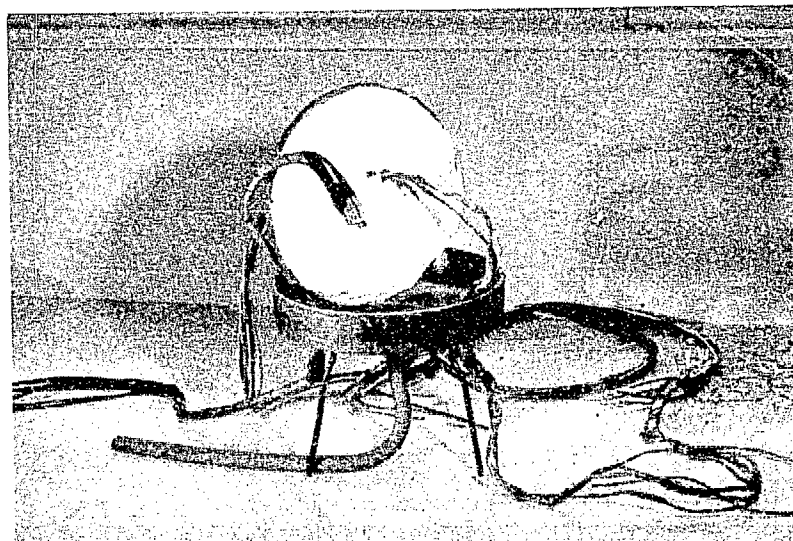


Fig 17 発熱体の下面

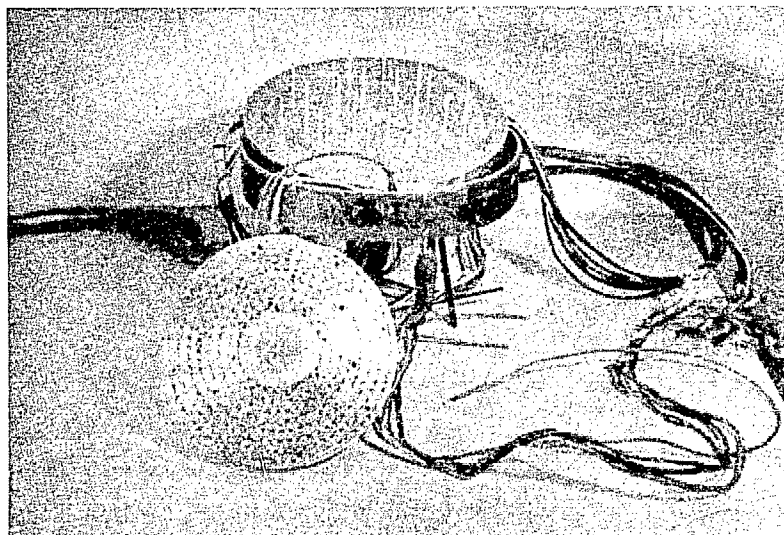


Fig 18 発熱体の上面および伝熱体下面

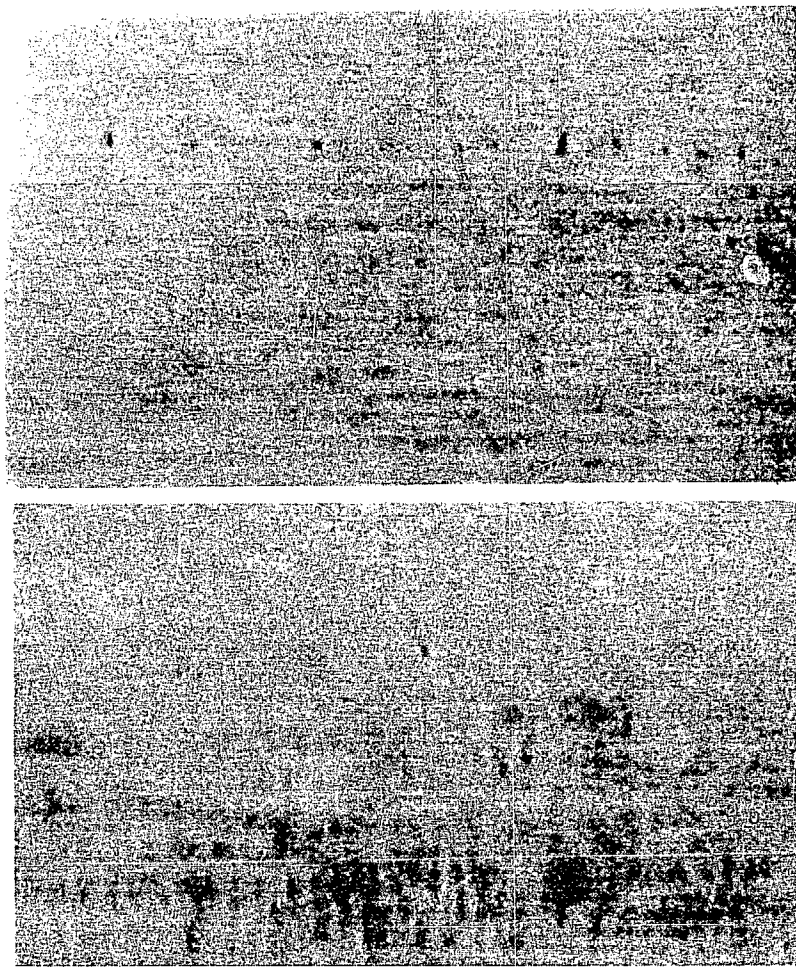


Fig 19 Inclusion が存在する燃料板の X 線フィルム（ポジ）の例（原付大）

半径 R が、 $R = 1.025 \text{ cm}$, 2.275 cm および 3.8 cm の場合について中心最高温度と水温との差に関する増倍率 $\mu(R) = T_1(0,0)/T_2(\infty,0)$ が計算値とも示されている。これらの図から、「4. 数値計算」でおこなった実際の燃料板についての計算結果も妥当な値を与えているものと考えられる。

6. 結 言

板状型合金燃料板の熱的安全性の検討の一環として最も实际的と考えられる Inclusion の問題と Bonding 不良の問題とを取り上げ、比較的一般的な形で近似解折法をのべた。また実験をおこなってこの計算結果と比較し、その妥当性も確めた。実際に応用された例としては JRR-2 の第一次燃料

と出力レベル決定の問題であったが、予測どおり 1 MW で長期連続運転ができたことは筆者らの最も喜びとするところである。しかし将来の比出力の高い原子炉に対してはさらに根本的かつ総合的な安全性の検討を重ねてゆかねばならぬと思われる。

参 考 文 献

- 1) JAERI No. 1027 “JRR-2 第一次燃料と出力上昇試験”
- 2) Fuel Damage in WTR incident, *Nucleonics*, 18 (No.9), 104 (1960)
- 3) G. J. HINE, G. L. BROWNELL: “Radiation Dosimetry” Chap. 9 Academic press, New York (1956)

JAERI 1206 板状型合金燃料板の熱的安全性の検討

正 誤 表

ページ	行	誤	正
	Abstract 標題	Cer	Core
18	下から 6 行目	$r \geq R$	$r = R$
19	上から 5 行目	(140	(140)
19	下から 11 行目	(141) 式から	(134) 式から
20	上から 6 行目	(147) 式	(146) 式
20	上から 12 行目	(148)または(149)から	(146)または(148)から
26	下から 1 行目	材としての埋め	材として埋め
30	Fig 15	$Q_1 = \mu Q_2$	$Q_1 = \lambda Q_2$