

重水均質系の 臨界実験と解析

1962年8月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

重水均質系の臨界実験と解析

20%濃縮ウラン重水反射体

要　　旨

水性均質臨界実験装置が建設され、20%濃縮ウランの硫酸ウラニル重水溶液に、重水反射体を付した系について一連の臨界実験がおこなわれた。溶液中の重水分子と²³⁵U原子の比は炉心の直径に依存し、3600から800の範囲にあった。

これらの系において熱中性子スペクトルの空間依存性が、Luを使用して積分法により研究された。熱外中性子スペクトルの1/E分布からのずれもまた、In, Au, Pd, Coを使用してカドミ比法により研究された。

これらの系の理論的解析においては、速中性子の炉心からのもれ、およびもれと炉心での共鳴吸収との競争が重要な因子である。このため共鳴を逃れる確率が厳密に定義され、多群模型が使用され、群常数はGREULING GOERTZEL近似で計算されたスペクトルから決定された。

理論的結果と実験的結果の間の一一致は、摂動項を除外すれば満足なものである。すなわち、実効増倍率間の矛盾は1%以下であり、熱中性子束、In共鳴中性子束ならびに速中性子束も理論的によく再現されている。炉心におけるカドミ比に関する一致は、炉心からの速中性子のもれが適切に取り扱われていることを示している。

昭和37年4月

日本原子力研究所

原子炉物理第2研究室 弘田実弥、黒井英雄、後藤頼男、古橋晃、
安野武彦、山本研、三谷浩、大部誠、
一守俊寛、小山謙二、渡辺秀明

原子炉物理第1研究室 桂木学、鯉沼玲子、石黒幸雄
石川島播磨重工業KK 松本圭司

Critical Experiments and Analysis of Homogeneous Heavy Water System

20 % Enriched U-D₂O Reflector

Summary

An aqueous homogeneous critical facility has been constructed. A series of critical experiments has been performed on the system in which heavy water reflector surrounded heavy water solutions of uranyl-sulfate with a ²³⁵U enrichment of 20 percent. Heavy water molecule to ²³⁵U atom ratio in the solutions ranged from 3600 to 800 depending on the core diameter.

Space dependencies of thermal neutron spectra in these systems were studied by the integral method with Lu. Deviations of epithermal neutron spectra from 1/E distribution were also investigated by the cadmium ratio method with In, Au, Pd and Co.

In theoretical analysis of these systems, leakage of fast neutrons from the core and competition of the leakage with resonance absorption in the core are important factors. Therefore the resonance escape probability was defined rigorously and a multi-group model was applied. The group constants were determined by averaging over spectra which were calculated by the GREULING GOERTZEL approximation.

Agreements between theoretical and experimental results are satisfactory except perturbation terms. Discrepancies in the effective multiplication factors do not exceed 1 percent. Spatial distributions of the thermal, In-resonance and fast neutron fluxes are well reproduced by the present theory. An agreement of the theoretical cadmium ratios in the core with the experimental values indicates that the leakage of fast neutrons from the core is treated adequately.

April, 1962

Japan Atomic Energy Research Institute

Reactor Physics Laboratory II

JITSUYA HIROTA, HIDEO KUROI, YORIO Goto,
AKIRA FURUHASHI, TAKEHIKO YASUNO, KEN YAMAMOTO,
HIROSHI MITANI, MAKOTO OBU, TOSHIHIRO ITIMORI,
KINJI KOYAMA, HIDEAKI WATANABE

Reactor Physics Laboratory I

SATORU KATSURAGI, REIKO KOINUMA, YUKIO ISHIGURO
Ishikawajima-Harima Heavy Industries Co. Ltd.
KEIJI MATSUMOTO

序 文

本報告は水性均質型増殖炉に関する基礎的な研究の第一段階の仕事を取りまとめたものである。この炉型の臨界実験装置の建設は昭和 33 年に開始され、35 年に装置は一応完成したが、燃料の到着が予定より遅れたため、36 年 6 月 30 日に至って臨界に達し、それ以来 9 カ月にわたって重水反射体による臨界実験がおこなわれてきた。

重水反射体を付した均質炉の解析は、臨界量に関する限りはすでにおこなわれているが、減速模型、もれの効果、熱中性子群、共鳴領域の扱いに由来するあいまいさがある。これらの点について原子炉物理第二研究室で実験を、原子炉物理第一研究室で理論を担当し、互いに対比検討を加えて解析をおこなったものである。

細部にわたっては現在実験が進行中で、その理論的検討も残っているものもある。今後本装置により吸収性の反射体、さらに酸化トリウムブランケットによる実験ならびに理論的解析がおこなわれる予定であり、より広範囲により詳細に資料を得るよう努力されるであろう。その時点までには本報告で不十分な点の解析が進むものと期待している。

昭和 37 年 3 月

杉 本 理 事

目 次

1 まえがき	1
2 実験装置の概要	1
2.1 本 体	2
2.2 計測制御機構	6
2.3 コンテナおよびシールド	6
3 臨界実験	7
3.1 臨界近接と特性測定	8
3.2 定常運転による実験	10
4 ^{235}U 重水反射体の系の理論	13
4.1 热中性子群常数	13
4.2 共鳴を逃れる確率	15
4.3 速中性子の漏洩とその影響	18
5 解析結果および考察	20
5.1 臨界計算	20
5.2 理論と実験の対比	22
6 む す び	25
参考文献	26

付 錄

A 1 热中性子スペクトル	29
A 2 共鳴積分	31
A 3 Harmonics 法	35
A 4 中性子の減速	38
A 5 摂 動 論	49

CONTENTS

1	Introduction	1
2	General Description of Critical Facility	1
2.1	Main system.....	2
2.2	Instrumentations	6
2.3	Container and shield	6
3	Critical Experiments	7
3.1	Critical approach and characteristics	8
3.2	Experiments during steady operation	10
4	Theory of ^{235}U-D₂O Reflected System	13
4.1	Thermal group constants	13
4.2	Resonance escape probability.....	15
4.3	Leakage of fast neutrons	18
5	Results of Analysis and Discussions	20
5.1	Criticality calculations.....	20
5.2	Comparison of theory with experiments.....	22
6	Conclusion.....	25
	Reference	26

Appendix

A 1	Thermal neutron spectra	29
A 2	Rresonance integral	31
A 3	Harmonics method	35
A 4	Slowing down of neutrons	38
A 5	Perturbation theory	49

1 まえがき

^{235}U 重水均質系の臨界実験は、LASL で OLCOTT¹⁾によりおこなわれたことがある。ORNL での均質炉研究では軽水系の臨界実験が主に研究され²⁾、重水系はもっぱら工学的面からの研究が多かった。OLCOTT の結果は ANL の KELBER³⁾らが 2 群あるいは 3 群理論によって臨界性の解析をおこなっているが、臨界性のみの比較にとどまりかなりのあいまいさが残っていると考えられる。

筆者らが実験ならびに解析をおこなった系の炉心溶液濃度は約 4 ないし 16 gr $^{235}\text{U}/\text{l}$ の範囲であるが、か

なり希薄な領域から、かなり濃い領域にまでわたっている。また筆者らは 20% 濃縮ウランを使用しているため、高濃縮ウランを使用した OLCOTT の場合と異なり、 ^{238}U の共鳴吸収のため問題が複雑化されている。

本報告はまず臨界実験の概要、おこなわれた実験の方法と結果をのべ、ついで理論的な取扱い法と計算結果を記し、実験と理論との対比をおこなって解析上の重要な点を指摘し、あわせて今後に残された問題点を明らかにすることを目的としている。

2 実験装置の概要

本実験装置の主要部は球形炉心タンクと、これと同心球殻状になったブランケットタンクより成っており、炉心タンクには 20% 濃縮ウランの硫酸ウラニル重水溶液を用いる。ブランケットタンクには酸化トリ

ウム重水スラリーを用いる予定であるが、それに先立ち重水反射体による実験が実施された。

本装置の仕様の大要は、熱出力 10W 以下、炉心最

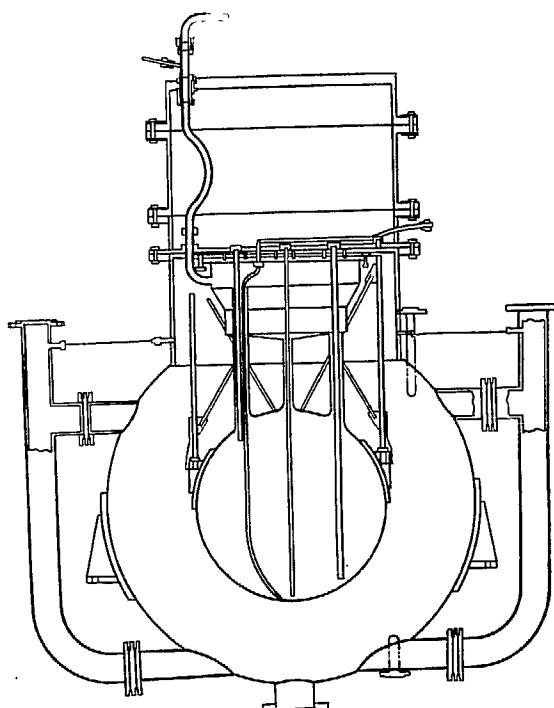


Fig. 1 Core and blanket assembly (section)

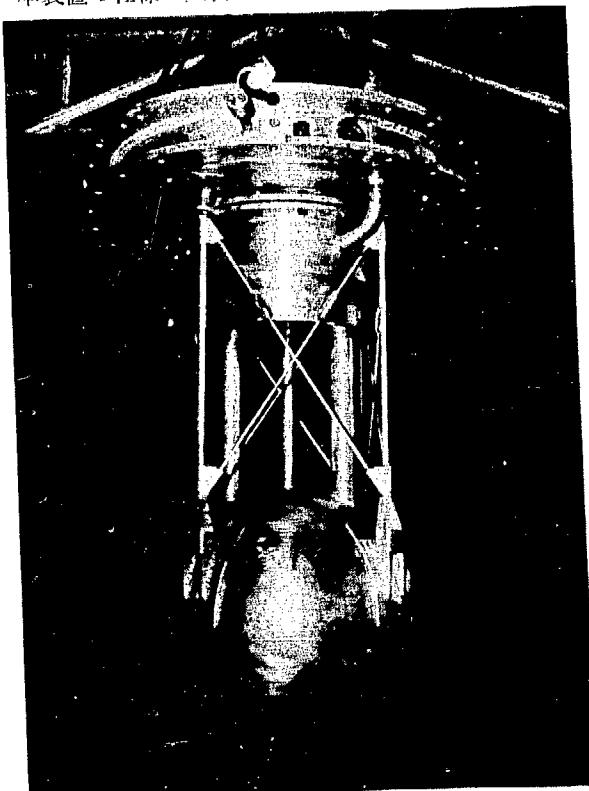


Fig. 2 Core tank (B core)

高熱中性子束 $4 \times 10^8 \text{ n/cm}^2 \text{ sec}$, 連続運転時間 3 時間以下, 炉心温度 15~35°C 可変である。なお、重水は約 2.5 ton を使用しており、その重水重量百分率は 99.75% である。

本装置は構造上、本体、計測制御機構、コンテナおよびシールド関係の 3 つに大別することができる。

2.1 本 体

本体は炉心タンク、ブランケットタンク、ダンプタンク、その他付属タンク類、および相互間の配管とバルブ類より成っている。

炉心タンクは肉厚 3 mm の 3S アルミ製球形タンクであり、その内面は燃料溶液による腐食を避けるためにポリエチレンライニングが施されている。炉心タンクは比較的容易に交換可能であり、タンク内径が 800 mm, 660 mm, 530 mm の 3 種類 (A, B, C) が準備された。Fig. 1 および Fig. 2 に示されたように炉心タンクには 3 本のスリーブ管が設けてあり、制御

棒、中性子検出器、中性子源の挿入用にそれぞれあてられている。タンク上部には炉心液の熱膨張および異常出力上昇時の重水の分解ガスの希釈と圧力上昇を避けるために溢流器が設けてある。また、炉心液の液位を感知するための液位計とライニング破損検出計を付属している。

ブランケットタンクは内径 1500 mm の 2S アルミ製球形タンクである。2 本の側管を有し、そのおのおのに 0.5HP の堅型プロペラ式の循環機および 500W 加熱器がついており、液温制御のために使用される。その他付属品として液位計、温度計などがある。液位計の方式は導通の有無によって巻取りドラムを回転し、その回転角をセルシンにより制御盤上に指示するもので、その精度は ±1 mm である。温度計は白金抵抗線式温度制御記録計であって、ブランケット液温を ±0.5°C 以内で検知し、かつ制御するために設けられている。

ブランケットタンクの下部には 6" の空気作動ダイ

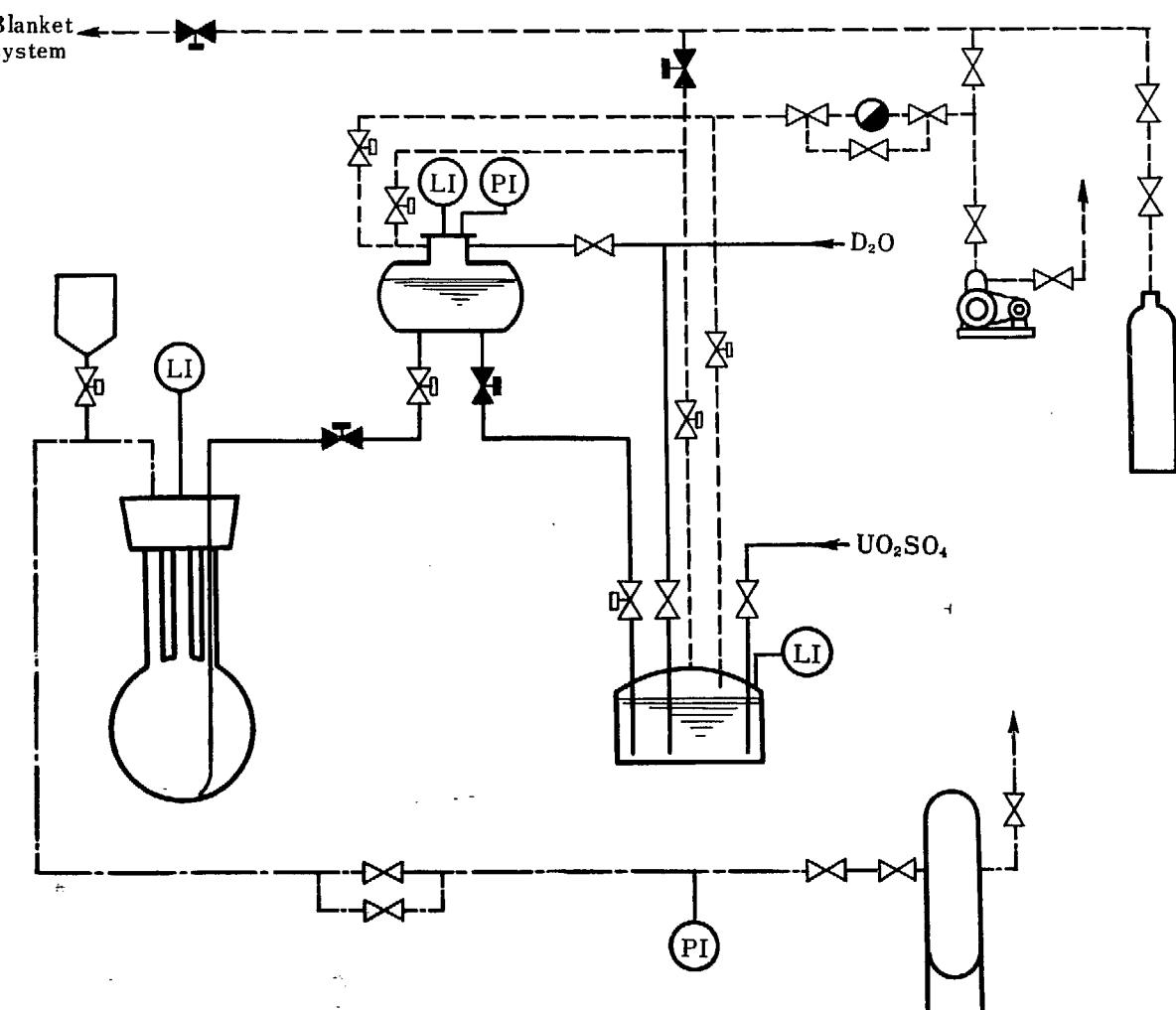


Fig. 3 Flow sheet of core system

アラムバルブがダンプタンクに接続されている。このダンプタンクは実験休止時にブランケット液を貯蔵するため、および緊急時にブランケット液を上記 6" のバルブにより急速にこの中へ排出するためのものである。このタンクは不銹鋼製で円筒形をなしており、全容積は約 2000 l である。1.5HP 搅拌機 2 基、液温調節用 5 kW 加熱器および液位計がある。搅拌機は豊型プロペラ式であり、プロペラの径 250 mm、回転数 3000 rpm である。なおブランケットタンクとダンプタンク間の差圧の測定には、Foxboro 13A d/p cell を使用し、差圧をベローズの差位で検出し、空気圧によって制御盤上に伝送するようになっている。

その他付属タンクとしては炉心液貯蔵タンク、炉心液計量タンク、ブランケット液位調節タンクなどがある。炉心液貯蔵タンクは不銹鋼製で、全容積約 400 l、臨界性の考慮から側面はカドミウム板で被っており、液位計を有している。計量タンクは不銹鋼製で、全容積約 60 l、液位計と圧力計がつけられている。ブランケッ

ト液位調節タンクも同じく不銹鋼製で、全容積約 500 l、液位計を有している。

これら炉心系およびブランケット系のフローシートを Fig. 3 および Fig. 4 に示す。液の移動は窒素ポンプまたは真空ポンプによる差圧と、重力による自然落下を利用してすべてバルブによって遠隔操作されるようになっている。

本装置に使用する中性子源は Ra-Be 1 c であり、その移動は遠隔操作される。すなわち中性子源移動装置は中性子源を吸着する電磁石およびその移動機構からなり、昇降および水平移動の操作によって、工業用有線テレビカメラで追跡しながら制御室よりおこなわれる。炉心およびブランケット内の中性子束分布などの測定をおこなうための検出器駆動装置は移動距離 450 mm、移動速度 1 mm/sec および 5 mm/sec、所定位置停止精度 ± 0.2 mm である。

Fig. 5 および Fig. 6 に本装置上部を俯瞰したものおよびコンテナ内部を示す。これらにみられるよう

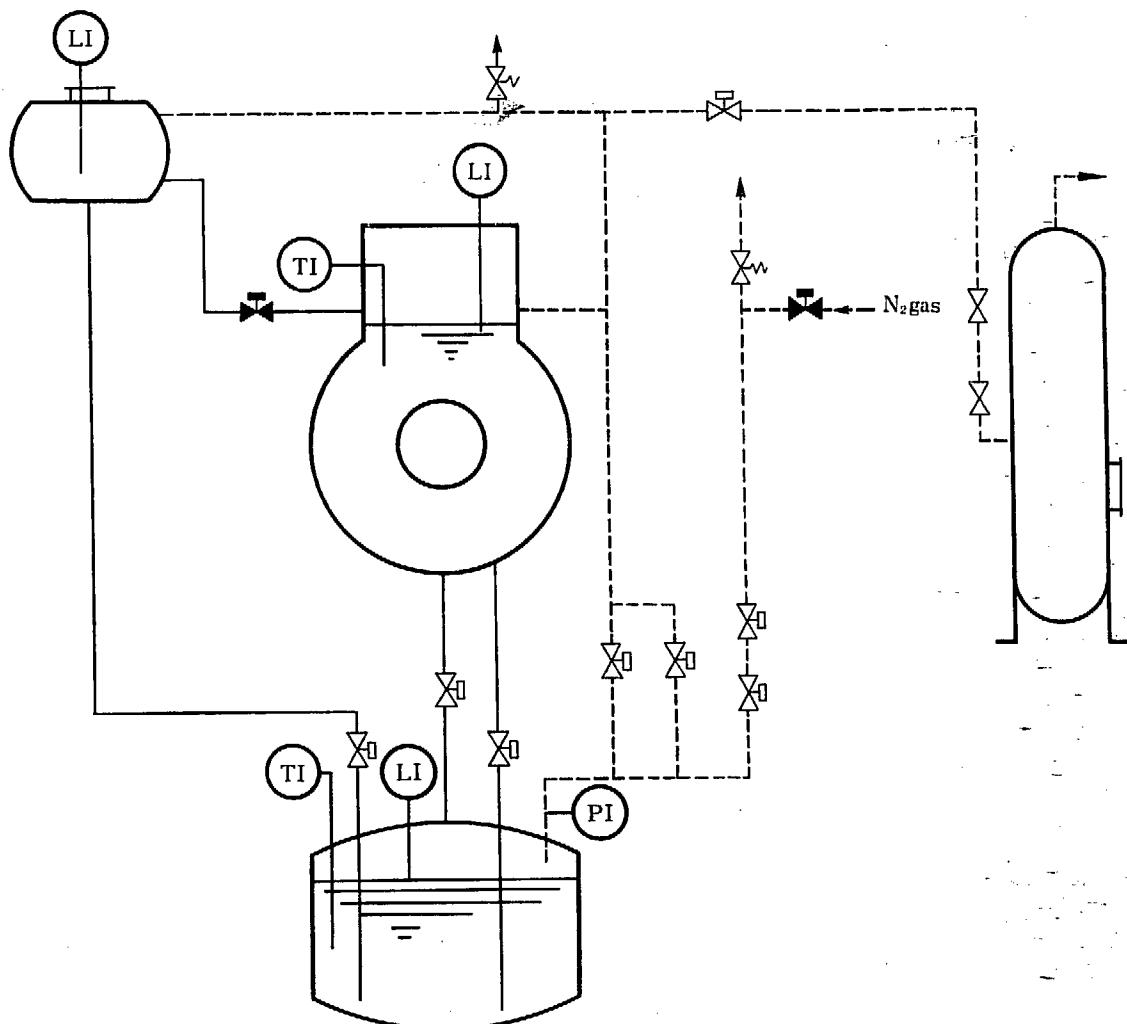


Fig. 4 Flow sheet of blanket system

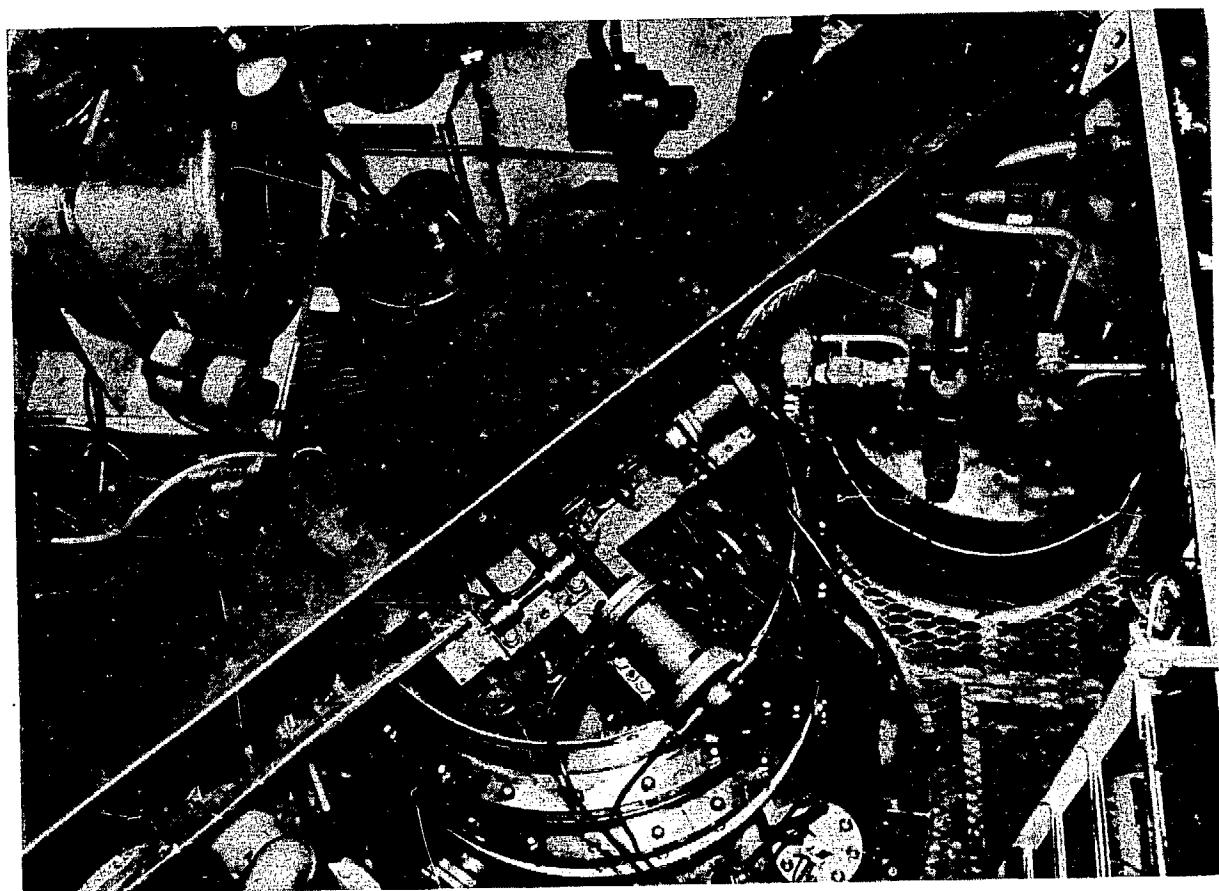


Fig. 5 Top of critical facility

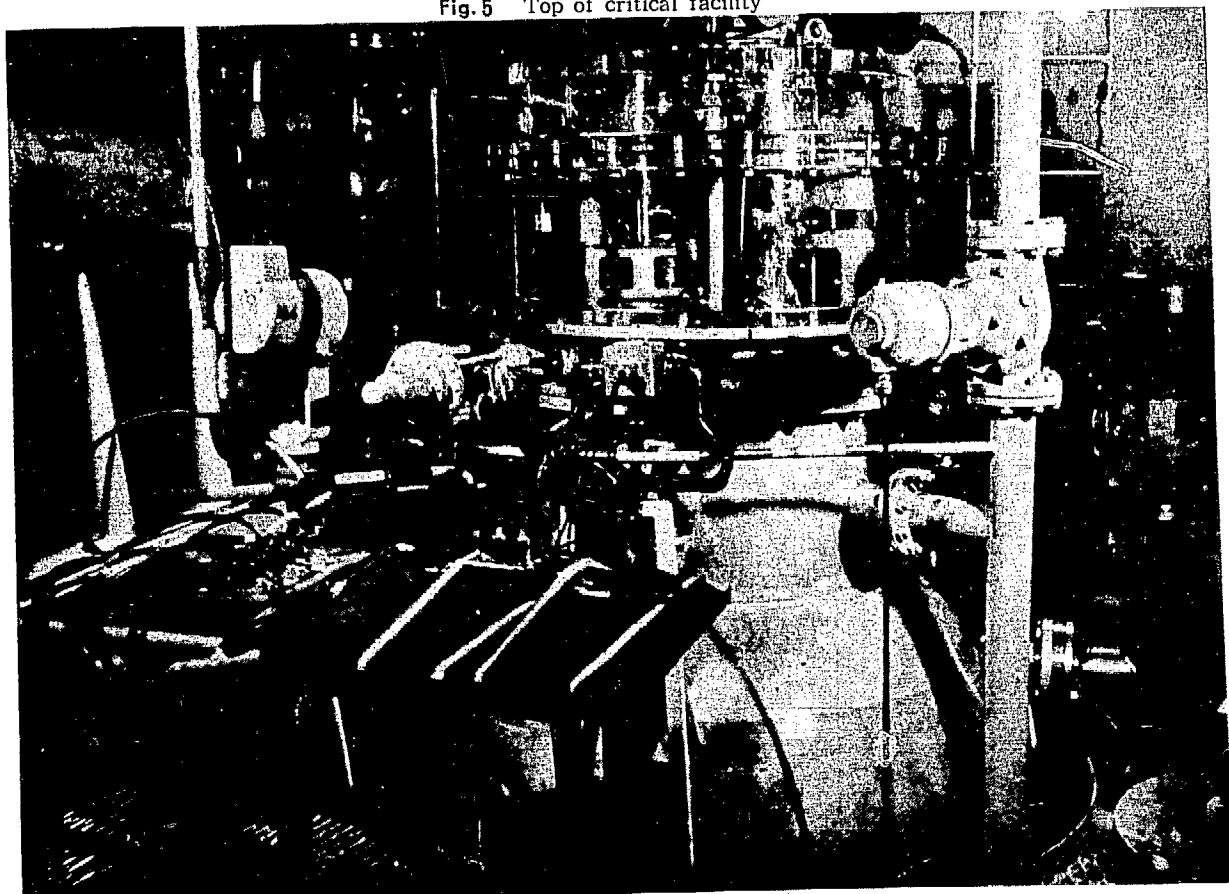


Fig. 6 Side view of critical facility

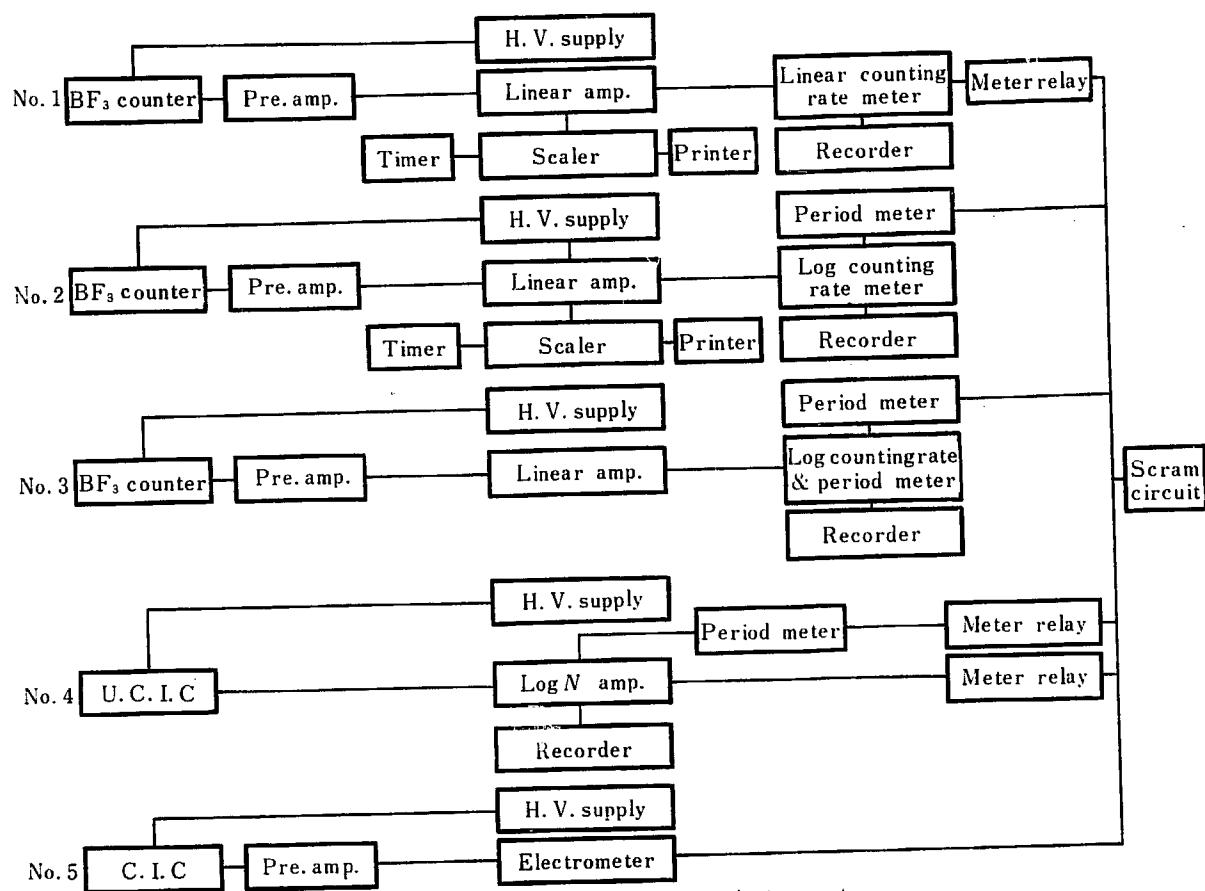


Fig. 7 Block diagram of nuclear instruments

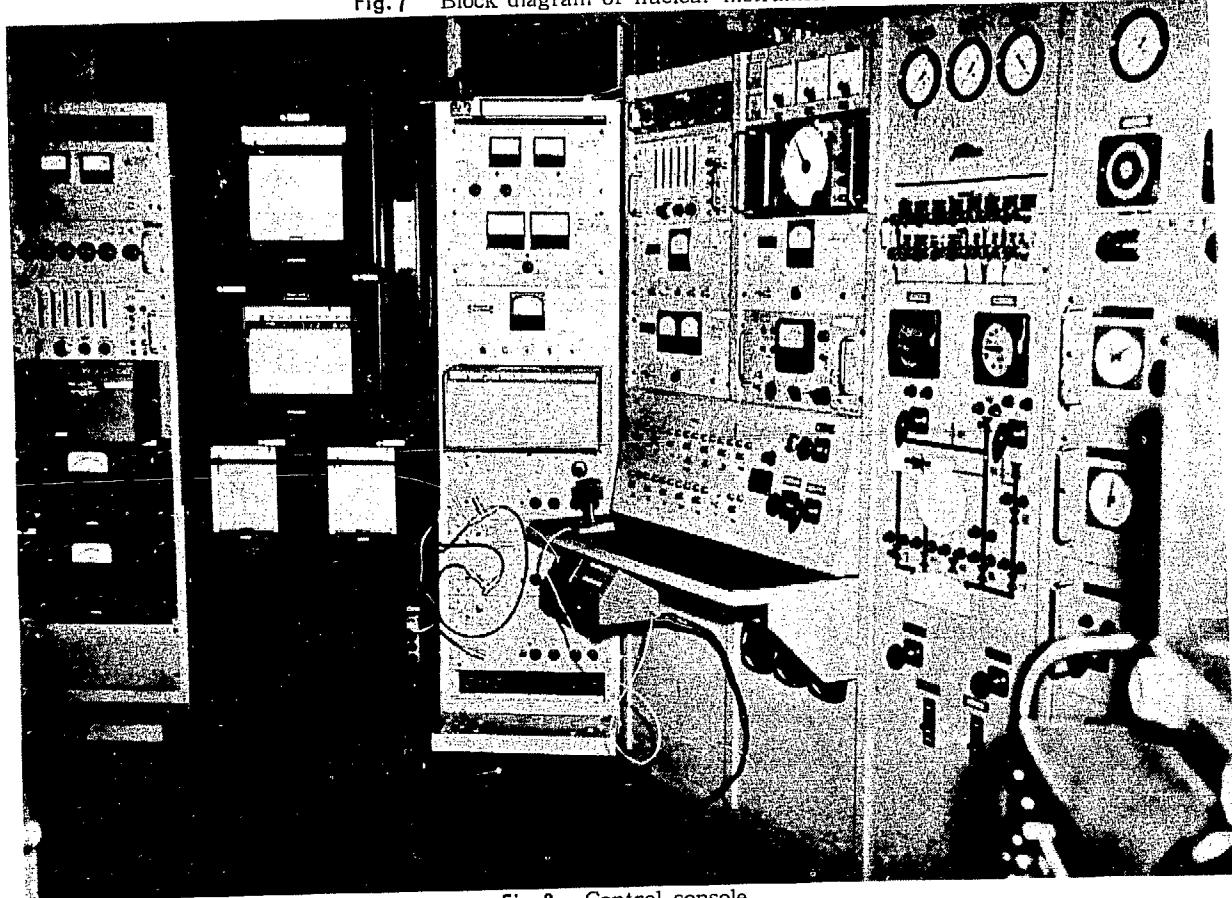


Fig. 8 Control console

に検出器駆動装置、制御棒および安全板駆動装置はアクリル系樹脂板を成型加工したカバー内に収められており、中性子源と検出器の出し入れをおこなうためピストン式の開閉蓋が取付けられている。

2.2 計測制御機構

本装置の反応度制御は制御棒、安全板およびプランケットタンクの液位の3つによっておこなわれる。

制御棒はカドミ製でアルミ被覆をほどこしてあり、直径 23 mm、長さ 990 mm である。炉心タンクに設けられたスリーブ管中に挿入され、緊急停止および通常の反応度制御の両目的に使用される。駆動機構は電磁クラッチウインチ方式をとり、最大ストローク 950 mm、位置指示はセルシンにより、指示精度は ±1 mm である。上下端停止はリミットスイッチにより、巻上げ巻下げ速度は 60 mm/min である。スクラム試験によれば全ストローク落下所要時間は 0.80 sec 以下であった。

安全板の構造は 0.8 mm 厚さのカドミ板を不銹鋼で被覆し、これを円筒形にしたものである。落下した状態ではプランケット液中にあり炉心タンクを取囲むようになっている。したがってその寸法は3種類の炉心タンクに対応して、内径 810 mm、720 mm、580 mm、高さいすれも 300 mm の3つが用意されている。駆動機構は電磁クラッチウインチ方式をとり、落下最大距離 750 mm、位置指示はセルシンにより、指示精度 ±2 mm である。上下端停止はリミットスイッチにより、巻上げ巻下げ速度は制御棒と同じく 60 mm/min である。スクラム試験によれば全ストローク落下所要時間は 0.71 sec 以下であった。

プランケット液の排出は前述したように 6" のダンプバルブによっておこなわれ、緊急停止用に用いられる。軽水によるダンプ試験では全排出までの所要時間は約 30 sec であった。また Fig. 4 にてみられるようにダンプタンクより液の押し上げに使用される電磁弁を使用して逆に除々に排出することも可能であり、液位調節タンクよりの電動弁を操作することと相まって反応度を制御することができる。

本装置の核計装としては BF_3 計数管チャンネル 3、非補償型電離箱チャンネル 1、補償型電離箱チャンネル 1 の計 5 チャンネルを使用しており、それらのブロックダイヤグラムは Fig. 7 に示すとおりである。装置の自動スクラムに関係しているものは Fig. 7 に示されたもの以外に地震、停電および上部シールド電動扉の開放がある。Fig. 8 に本装置の制御盤を示す。

誤操作を避け安全運転をおこなうために、本装置には各種のインターロックが設けられている。すなわち中性子源移動装置の作動に関するドアインターロック、プランケット液操作バルブの作動に関する起動インターロック、炉心系およびプランケット系のバルブの開閉がそれぞれ充填あるいは排出の操作プログラムにしたがって自動的におこなえるようにしたバルブインターロック、さらに制御棒と安全板の操作を制限した駆動機構インターロックがある。

その他警報装置としてブザーおよび赤ランプが制御室および炉室に設けられており、運転開始時や安全弁が動作した場合、炉心液貯蔵タンクやダンプタンクのドレンバルブの漏洩が起った場合などに表示をするようになっている。また炉室とコンテナ内の放射線量率は中性子に対し 8 カ所、 γ 線に対し 10 カ所にて連続監視されている。

2.3 コンテナおよびシールド

上記本体関係のものはすべてコンテナの内部に収められており、その下半分は地下にはいっている。このコンテナは事故時に起るかもしれない放射性物質の飛散を防ぐことを主目的として、設けられたものであるが、コンテナ内の空気を脱湿恒温にするための装置がついている。脱湿装置はタンク開口作業中に重水が空気中の湿気により汚染されるのを防ぐためのものであり、約 $2 \text{ m}^3/\text{min}$ の循環空気を露点 -60°C としてコンテナに送る能力がある。恒温は実験上の要求によるもので、その装置はコンテナ内の推定発生熱量約 500 W を吸収し、プランケットタンク周囲の温度勾配を 1°C 以下にする設計で、空気循環量は約 $24 \text{ m}^3/\text{min}$ である。

コンテナの大きさは $3.3 \times 5.5 \times 7.0 \text{ m}$ (高さ) であり鉄骨鉄板溶接の気密構造で、設計耐圧は $0.025 \text{ kg}/\text{cm}^2$ である。上部開口部はコンテナ本体とフランジパッキング式になっている。 $0.02 \text{ kg}/\text{cm}^2$ の加圧をおこなった際に圧力降下量は $0.002 \text{ kg}/\text{cm}^2/12\text{hr}$ 以下であった。すでに述べたようにテレビカメラがその内部に設置されており、制御室にある受像器によってつねに内部の様子が監視できるようになっている。

放射線シールドは側面シールドと上部シールドとに分けられ、側面シールドは普通コンクリートブロックを積み上げたものである。各ブロックは放射線の漏洩防止と耐震上の要求から、上下左右に凹凸のかみ合せ構造となっており、外周は鋼鉄製アングルで緊結されている。上部シールドはコンテナ内に出し入れできる

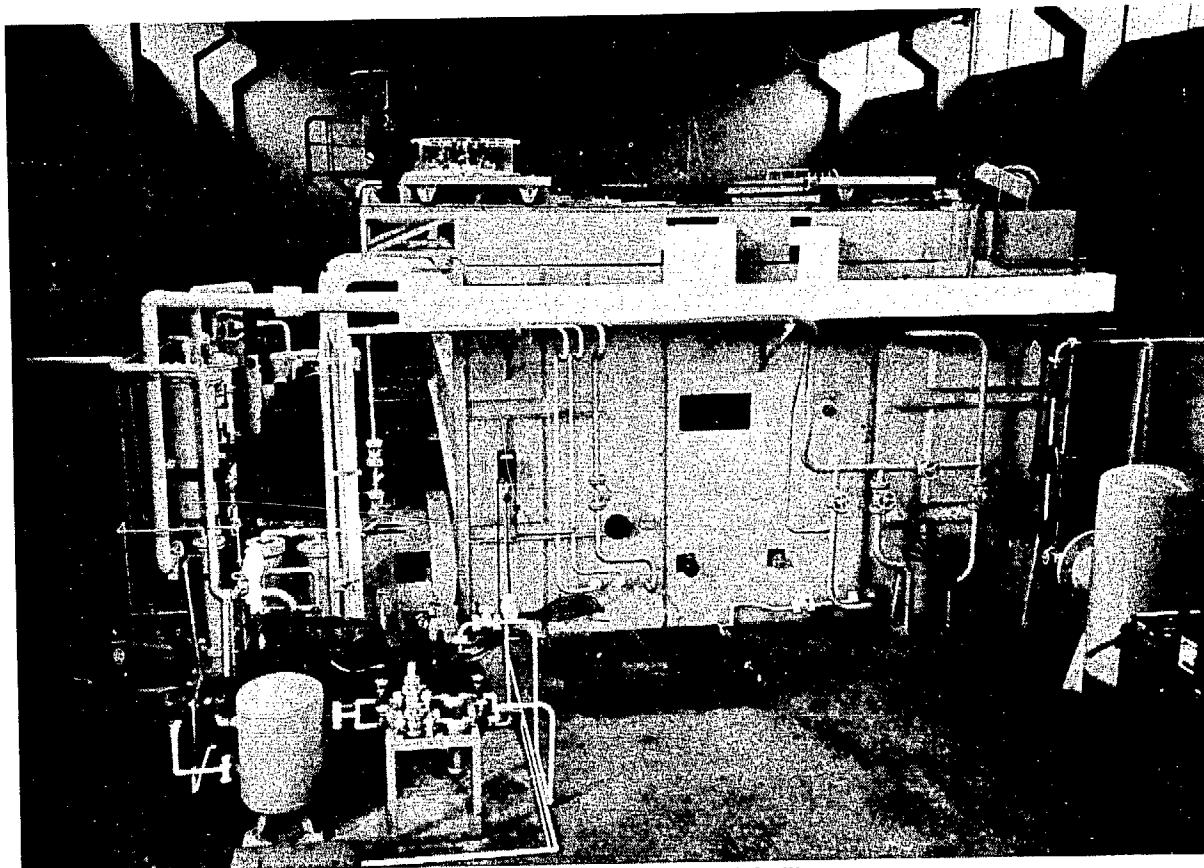


Fig. 9 General view of critical facility

よう一部が電動扇式になっている。シールドの厚さは制御室や実験準備室などつねに人のいる面は 120 cm 上部は 40 cm, ほかは 60 cm である。Fig. 9 に本装置の外観を示す。ブランケット系からの排出窒素ガスに対しては清浄化のためにスプレースクラバーがあり、これを通して煙突に導かれている。炉心系に対しては分解ガスなどのため圧力上昇をきたした場合、これを安全弁を通して吹き出させるために約 0.5 m³ のタンクがあり、これから手動バルブを通して煙突に導かれ

ている。

本装置のおかれている炉室は 21.0 × 12.0 × 9.0 m (高さ) の大きさの鉄筋コンクリート構造であり、天井に約 5000 m³/hr の排気ファンを有している。排気中の放射性塵埃はフィルターの前後において、放射性塵埃モニターにより連続的に監視されている。炉室と隣接して本装置の制御室があり、その大きさは 3.6 × 10.0 × 3.0 m (高さ) である。なお、本建屋周辺には鉄柵が設けられ、保全区域となっている。

3 臨 界 実 験

実験に先立ち炉心系およびブランケット系は純水による洗浄後それぞれ数日間真空乾燥をおこなった。この間、コンテナ内の温度は約 30°C に保たれた。次いでそれぞれ約 20 l の重水によりフラッシングをおこなった。その際フラッシングに使用した重水にさしたる濃度低下が認められなかったので、再び真空乾燥して直ちに重水の投入をおこなった。

燃料は TABLE 1 に示すように UO₂SO₄ 結晶が 13 箇

(内 1 箇試料) のポリエチレンびんに分納されて入着し、そのウランの濃縮度は 19.82 w/o, ²³⁵U 総重量 2,000 gr である。これらをフード中にてそれぞれ 5 l のポリエチレンびんに移し、重水および重水素硫酸を加えて母液をつくった。ウランの析出を避けるため使用時において過剰重水素硫酸濃度は大略 0.1 モルになるよう調整した。

TABLE 1 UO_2SO_4 crystals delivered
(enrichment 19.82 w/o ^{235}U)

Cont. No.	Gross wt. (g)	Tare wt. (g)	Net wt. (g)	Drum No.	Gms U/g	Net U
1	1376.30	123.98	1252.32	1	0.5300	666.73
3	1486.77	122.74	1364.03	1	0.5387	743.8
5	1931.00	128.31	1882.69	1	0.5344	763.36
7	1624.96	123.14	1501.82	1	0.5456	819.39
Sample	61.20	11.20	50.00	1	0.5300	26.50
2	1395.86	126.77	1269.09	2	0.5317	674.78
4	1870.06	126.95	1743.11	2	0.5256	916.18
6	1657.53	123.17	1534.36	2	0.5397	823.09
8	1925.30	125.96	1799.34	2	0.5340	960.05
9	1620.08	121.55	1498.53	3	0.5281	791.37
10	1952.41	126.21	1826.20	3	0.5340	975.19
11	1887.93	126.65	1761.28	3	0.5320	937.00
13	1630.04	125.67	1504.37	3	0.5295	796.56
total	20419.44	1512.30	18907.14		Net.	10090.8

3.1 臨界近接と特性測定

臨界近接はまず内径 53 cm の C 炉心についておこなわれた。すなわち前記母液を炉心液貯蔵タンク中へ加え、濃度を高くした燃料溶液を炉心タンクに充填した後、ブランケットタンク中へ重水をダンプタンクより押し上げ、濃度と逆計数の関係をプロットすることを順次繰り返した。その際使用した中性子源はすでに述べたように Ra-Be 1 c であり、使用したチャンネルは Fig. 8 に示したものに臨時に BF_3 計数管チャンネルを 1 つ追加して計 6 チャンネルである。C 炉心に対する臨界近接曲線を Fig. 10 に示すが、これは制御

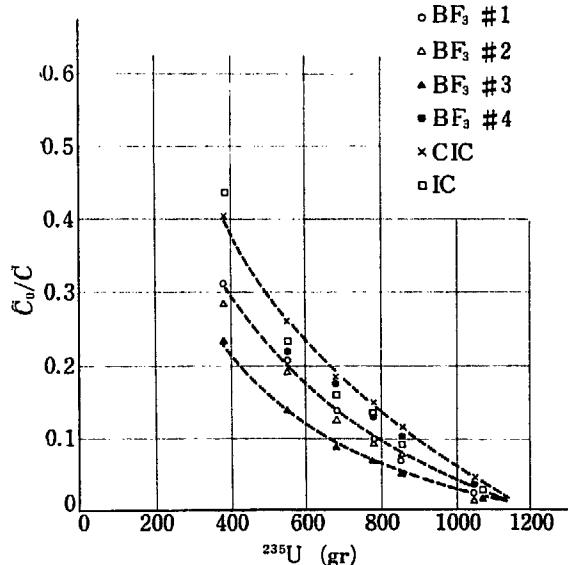


Fig. 10 Critical approach (C core)

棒がまったく抜かれた状態に対するものであり、制御棒がその全ストロークの 50% 挿入されて重水反射体が完全に押し上げられた状態と、重水反射体が $\frac{3}{4}$ だけ押し上げられた状態についてもそれぞれ同様な曲線

がプロットされた。C 炉心についてはこのようにして 7 ステップにより臨界に到達したが、その後おこなわれた B および A 炉心についてはより簡略に 2 ないし 3 ステップにより臨界点に到達した。

これらの実験により炉心タンクに使用してあるポリエチレンライニングの反応度に及ぼす影響がかなり大きいものであることが判明したので、その後 C 炉心につきポリエチレンライニングをはがして、これを厚さ約 $\frac{1}{4}$ のエポキシライニングに変更した。以下これを C' 炉心と呼ぶこととする。TABLE 2 はこれら 4 つの炉心についての臨界近接実験の総括表である。

TABLE 2 Summary of critical experiments

Core	Core dia- meter (cm)	Core volume (l)	Reflector thick- ness (cm)	Critical temper- ature (°C)	Critical concentra- tion (^{235}U gr/l)
A	80.0	262.1 ± 0.5	35.0	26.9 ± 0.5	3.84 ± 0.01
B	66.0	142.1 ± 0.3	42.0	25.4 ± 0.5	7.28 ± 0.02
C	53.0	73.0 ± 0.2	48.5	22.9 ± 0.5	15.96 ± 0.05
C'	53.0	75.5 ± 0.5	48.5	19.7 ± 0.5	13.96 ± 0.04

各炉心について制御棒、安全板および重水反射体液位の反応度効果は、カドミ小片 ($20 \times 10 \times 1.5$ mm) の炉心における反応度効果を引抜き法で測定しこれを規準として未臨界法により求められた。これらの測定では COHN⁴⁾ が指摘したように、遅発光中性子効果が測定結果にかなりの誤差をもたらす恐れがある。筆者らはペリオド測定にあたっては、clean な状態より出発し低出力にて臨界に 10 min 保ってから引抜きをおこない、測定までの待ち時間 200 sec、測定時間 300 sec とし、自動計数器付きの BF_3 チャンネルを使用した。このようにしてペリオド T が得られると、その反応度 $\Delta k/k$ は次式により求められる。

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{l}{kT} + \sum_{i,j=1}^{j=6} \frac{\mu_{i,j} \beta \gamma}{1 + \lambda_{i,j} T} \quad (1)$$

ここに、遅発分裂中性子群の常数には KEEPIN と WIMETT⁵⁾ の値を、遅発光中性子群には BERNSTEIN⁶⁾ などによる値を用いた。おな l は系の即発中性子寿命であり、 γ は遅発中性子の漏洩に関する補正係数で、1.17 という値を使用した。

次に未臨界法による測定にあたり、特に臨界点の付近ではきわめて長い待ち時間が必要である。たとえば系の実効増倍率を 0.999 とすれば、中性子束が平衡値の 95% に達するにも約 30 min かかる。制御棒、安全板および反射体液位の反応度効果の測定結果は Fig. 11, 12 および Fig. 13 に示されたようなものである。

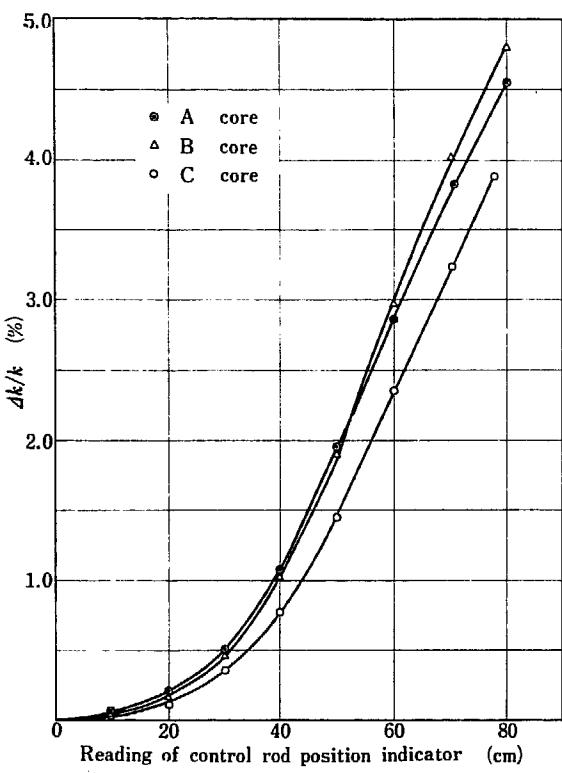


Fig. 11 Control rod worth

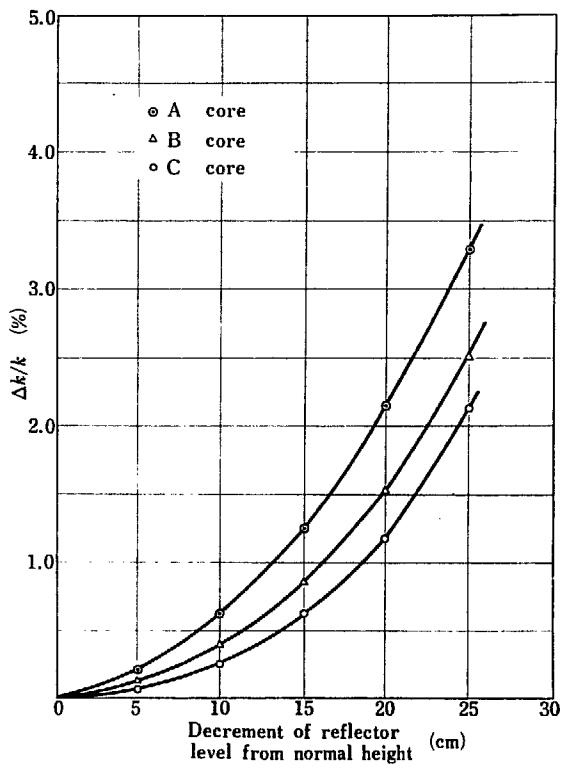


Fig. 13 Reactivity effect of reflector level

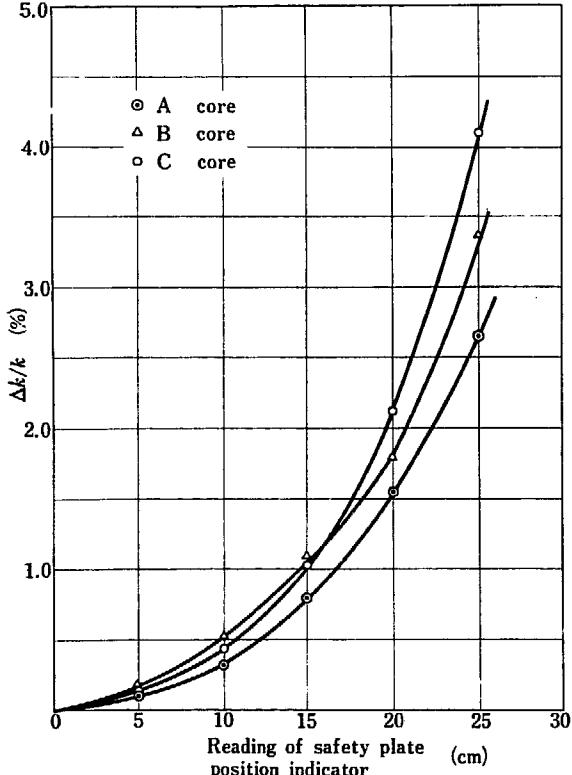


Fig. 12 Reactivity effect of safety plate

制御棒については落下法による測定も試みられたが、その結果は未臨界法によるものとほぼ一致した。なお制御棒効果の計算は摂動法によりおこなわれたが、無

限媒質中に完全黒体棒を挿入した場合の中性子束の低下を補正に用いたものであり、その効果をかなり過小評価していた。

このようにして校正された制御棒を使用して、各種スリーブ管の反応度に対する影響を求めた。すなわちスリーブ管中へ重水あるいはアルミ棒を挿入し、臨界点の差からボイド効果あるいはアルミの吸収効果を求めたもので、各種スリーブ管の寸法を TABLE 3 に、測定結果を TABLE 4 に示す。炉心タンクに使用されているライニングの影響は、炉心タンクの外面上にポリエチレン板をまくこと、あるいはエポキシ円板を炉心タンクの外面上に挿入することにより同様にして求めた。測定結果は TABLE 4 に示されている。

質量係数は炉心より炉心溶液を数個とり出し、その代りに重水を等量だけ入れた際の臨界点の差から求めた。温度係数は炉心溶液および反射体である重水の体積を一定に保ちながら、それらの温度を常温より約 10°C 上昇させた際の臨界点の差から求めた。炉心温度の測定はかなり困難であることと、炉心と反射体の間に熱の授受がおこなわれるため、炉心あるいは反射体の温度係数をそれぞれ単独に精度よく求めることは不可能であったが、炉心の温度係数が支配的であることが認められた。質量係数および温度係数の測定結果を TABLE 5 に示す。

TABLE 3 Dimensions of sleeves

Core	Neutron source sleeve (mm)	Center sleeve (mm)	Control rod sleeve (mm)
A	27.0 I.D. × 392.5 L × 1.5 t + 59 I.D. × 316.5 L × 3.0 t	15.0 I.D. × 1052 L × 1.0 t + 24 I.D. × 269.5 L × 3.0 t	27.0 I.D. × 982.5 L × 1.5 t + 49 I.D. × 322.7 L × 3.0 t
B	27.0 × 452.5 × 1.5 + 59 × 377.2 × 3.0	15.0 × 982.5 × 1.0 + 24 × 339.5 × 3.0	27.0 × 922.5 × 1.5 + 49 × 383.3 × 3.0
C	27.0 × 507.5 × 1.5 + 59 × 436.1 × 2.0	15.0 × 917.5 × 1.0 + 24 × 405.5 × 2.0	27.0 × 872.5 × 1.5 + 49 × 439.3 × 2.0

2nd term is dimension of outer tube in the blanket region

TABLE 4 Reactivity loss due to sleeves and lining

Core	Void % $\Delta k/k$	Al absorption % $\Delta k/k$	Lining* % $\Delta k/k$	Total % $\Delta k/k$
A	0.28	0.17	3.28	3.73 ± 0.47
B	0.39	0.25	5.63	6.27 ± 0.78
C	0.60	0.16	2.53	3.29 ± 0.39

* Lining thickness A 3.2 ± 0.2 mm, B 4.3 ± 0.2 mm, C 3.3 ± 0.2 mm

TABLE 5 Mass coefficient and temperature coefficient

Core	Mass coefficient % $\Delta k/k/\text{gr}^{235}\text{U}$	Temp. coefficient % $\Delta k/k/\text{°C}$
A	0.034 ± 0.002	-0.094 ± 0.015
B	0.029 ± 0.002	-0.077 ± 0.012
C	0.011 ± 0.001	-0.059 ± 0.009

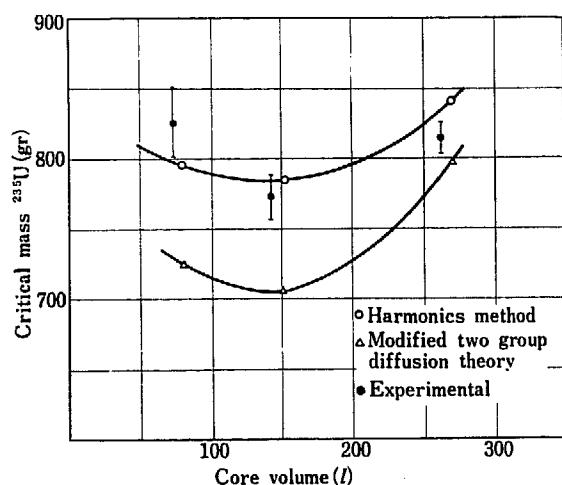


Fig. 14 Critical mass idealized (temperature 20°C)

Fig. 14 に 20°C における理想系の臨界量を示すが、これは TABLE 2 に示されているような現実の臨界量から、制御棒により打ち消している過剰反応度、TABLE 4 に示した各種スリーブ管およびライニングの反応度効果の実測値、さらに臨界温度の差異を、TABLE 5 に示した質量係数および温度係数の実測値により補正して求めたものである。したがって炉心タンクの影響は含められている。同図には Harmonics 法ならびに修正

2群法により求められた計算結果も示されている。

これら実験の誤差に関してであるが、反応度測定の誤差は制御棒の較正精度によるものが ±5% と考えられ、それに制御棒の位置の再現性とか読みの不正確さによるものなどが加算される。燃料溶液の濃度は試料を取って重クロム酸カリウム滴定法により決定されており、その精度は ±0.5% である。系の臨界温度の不正確さは ±0.5°C、炉心体積のそれは ±0.3% 程度である。臨界性に関し理論と対比するに当っては、以上その他にライニングの厚さを精度よく測定することができなかったことに起因した誤差があり、それが A, B, C 炉心では全体の約半分近くを占めている。しかし C' 炉心ではライニングの厚さを薄くできたので、この点のあいまいさはかなり改善されている。

3.2 定常運転による実験

炉心および反射体内の中性子束の空間分布は、裸およびカドミ被覆の ^{235}U 核分裂計数管、BF₃ 計数管、Au, In 箔や ^{238}U 核分裂計数管を中心スリーブ管中に挿入することにより測定した。Fig. 15 に BF₃ 計数管による測定結果を示す。

重水系において体系が比較的小さい場合、その臨界性については減速中の中性子の漏洩を正しく評価することが必要なこと¹¹ はすでによくいわれているところであり、これはとりもなおき減速 Kernel の問題である。後述するように中性子束の空間分布より減速模型をしらべることは、筆者らのような臨界実験装置においてはかなり困難なことであるが、C 炉心について解析がおこなわれた。すなわち炉心 ($0 \leq r' \leq R_c$) 内の単位体積当たりの毎秒の分裂中性子発生数の分布を $f(r')$ とするとき、観測点 ($0 \leq r \leq R$) における減速密度 $Q(r)$ は次式で与えられる。

$$Q(r) = 4\pi \int_0^{R_c} r' f(r') Q^R(r', r) dr' \quad (2)$$

ただし、 $Q^R(r', r)$ は無限体系 spherical hell kernel $Q(r'r)$ をもちいて

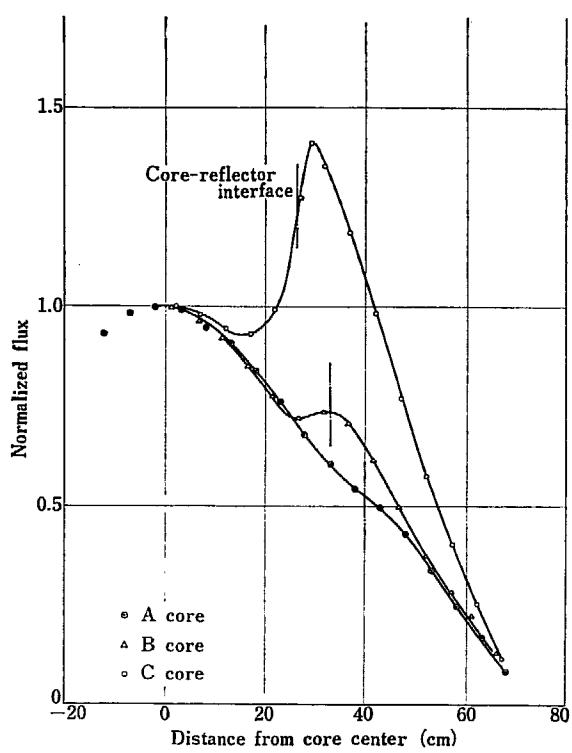
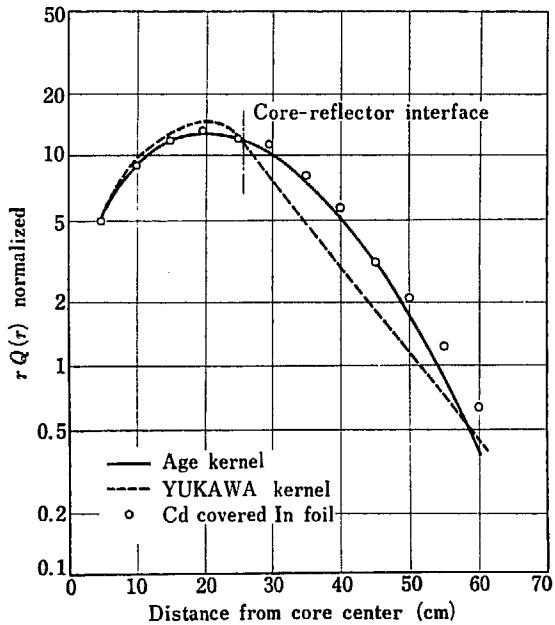
Fig. 15 Distributions of BF_3 counter response

Fig. 16 Distributions of slowing down density multiplied by distance from core center (C core)

$$Q^R(r', r) = \sum_{n=0}^{\infty} (2nR + r') Q(2nR + r', r) - \sum_{n=1}^{\infty} (2nR - r') Q(2nR - r', r)$$

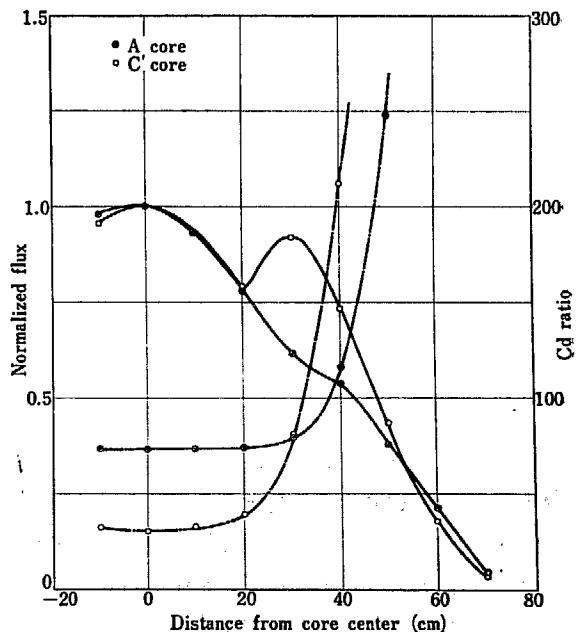
である。Fig. 16 に $f(r')$ として ^{235}U 核分裂計数管による測定結果を用いて In の共鳴エネルギーにおける減速密度を求めたものと実測値との比較を示す。τ と

しては Wade による 109 cm^2 が使用されており、 $Q(r)$ は中心において 1 に規格化されている。図にみられるように age と YUKAWA kernel とでは age の方が実際に近く、炉心内では実測値が両者の中間にでることおよび周辺部で実測値の落ちが age によるものよりゆるやかであることを考え合わせると、両者の convolution kernel ないし 適当な中間的性質の kernel が適合しそうであることが判る。

熱中性子スペクトルに関しては、炉心におけるペクトルの硬化度ならびに二領域体系におけるスペクトルの空間依存性について研究が進められた。実験方法は熱領域で断面積が $1/v$ と non $1/v$ 吸収を示す 2 つの物質を用い、両者の放射化強度の比とカドミ比を測定し、STINSON⁸⁾ 流に中性子温度を得る方法と、もう 1 つは両者の sub-Cd 放射化強度の比の空間的变化を測定し、これと理論的に MICHAEL⁹⁾ あるいは CALAME¹⁰⁾ によって得られているような $\phi(E, r)$ を使用して計算したものとを比較する方法がある。すなわち比較量は次のようなものである。

$$E(r) \propto \frac{\int_0^{E_{\text{Cd}}} \Sigma_{\text{non } 1/v}(E) \phi(E, r) dE}{\int_0^{E_{\text{Cd}}} \Sigma_{1/v}(E) \phi(E, r) dE} \quad (3)$$

実験には Lu_2O_3 を使用しているが、天然の Lu には ^{175}Lu と ^{176}Lu の同位元素があり前者は $1/v$ 、後者は non $1/v$ の特性を有している。しかし ^{175}Lu には多くの共鳴吸収があり、カドミ比の測定精度を上げるために困難があるので、他の $1/v$ 吸収物質として Mn、

Fig. 17 ^{176}Lu sub-Cd flux distributions and Cd ratios

Dy, B を使用した。B としてはマイクロ BF_3 計数管を用いたが、他は酸化物をマイラーでコイン状にサンドイッチして使用し、使用量は 2~10 mg であり、JRR-1 で放射化法により相対的な較正をおこなった。A および C' 炉心についておこなわれた測定結果を Fig. 17 および Fig. 18 に示す。Fig. 18において $E(r)$ の値は A および C' 炉心について、中心から 60 cm および 50 cm の値をそれぞれ 1 に規格化されている。

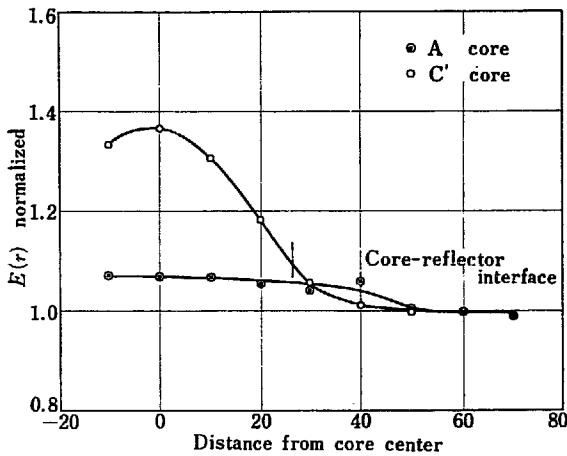


Fig. 18 Space dependency of thermal neutron spectra

体系の濃度が濃くなると中性子温度を使用することは無理であるが、ちなみに示すと、反射体中を常温と仮定すれば A および C' 炉心の中心では、それぞれ 50°C および 130°C 位となる。理論の章で詳述されるような BROWN 模型による $\phi(E)$ を用いて炉の中心における $E(0)$ を計算すると、C' 炉心と A 炉心における値の比は 1.21 となる。一方、実験的にはそれぞれ反射体中で規格してその比は 1.29 となり比較的よく一致している。このことは BROWN 模型を支持する 1 つの根拠となると考えられるが、Fig. 18 にみられるように、C' 炉心においては A 炉心にて存在するような漸近的平衡スペクトルの部分がなくなっていることは注目に値することである。

熱外領域に関しては、速中性子の漏洩ならびに共鳴領域における吸収によって、炉心の中性子スペクトルが $1/E$ 分布よりかなりずれていることが研究の主題となった。この $1/E$ 分布からのずれは共鳴実効積分に影響をもち、共鳴を逃れる確率を減小させる。かかるスペクトルの測定には、共鳴検出器を用いて絶対測定をおこなう方法と、カドミ比を利用した相対測定法がある。しかし共鳴検出器の断面積の誤差は Au を除いては大きいために前者は適用が困難があるので、筆者らも後者により研究を進めた。

すなわち X, Y ……なるサフィックスで検出器の種類を区別し、 $\alpha_X(r)$ を次のように定義する。

$$\alpha_X(r) = \frac{\int_{E_C}^{\infty} \phi(E, r) \sigma_X(E) dE}{\int_{E_C}^{\infty} \frac{1}{E} \sigma_X(E) dE} \quad (4)$$

ただし、カドミ切断エネルギーを E_C とする。

すると体系内の 2 点 (r_1, r_2) で種々の検出器によつて測定したカドミ比 $CR(r)$ の間には次のような関係が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{CR_X(r_1) - 1}{CR_Y(r_1) - 1} &= \frac{\alpha_Y(r_1)}{\alpha_X(r_1)} \\ \frac{CR_X(r_2) - 1}{CR_Y(r_2) - 1} &= \frac{\alpha_Y(r_2)}{\alpha_X(r_2)} \\ \frac{CR_X(r_1) - 1}{CR_Z(r_1) - 1} &= \frac{\alpha_Z(r_1)}{\alpha_X(r_1)} \\ \frac{CR_X(r_2) - 1}{CR_Z(r_2) - 1} &= \frac{\alpha_Z(r_2)}{\alpha_X(r_2)} \end{aligned} \quad (5)$$

.....
.....

したがって熱外中性子束が n 箇のパラメータで表現できることすれば、 $2n$ 箇のたがいに独立な上記の式が得られるように検出器を選んで、カドミ比の測定をおこなえば、中性子束の形を決定できるはずである。

実際に測定に使用した共鳴検出器は ^{115}In , ^{197}Au , ^{108}Pd , ^{59}Co などであり、別に $1/v$ 特性を示すものとして B を使用した。Fig. 19 に測定結果の一例を示すが、これらの結果は熱外領域における中性子束分布の最も簡単な近似である $e^{\beta u}$ ¹¹⁾ が成立すると仮定すると、相互矛盾を生じるようであり、共鳴吸収による中性子束のひずみに関し、さらに検討する必要があるようと考えられる。一方、反射体中では炉心の付近に

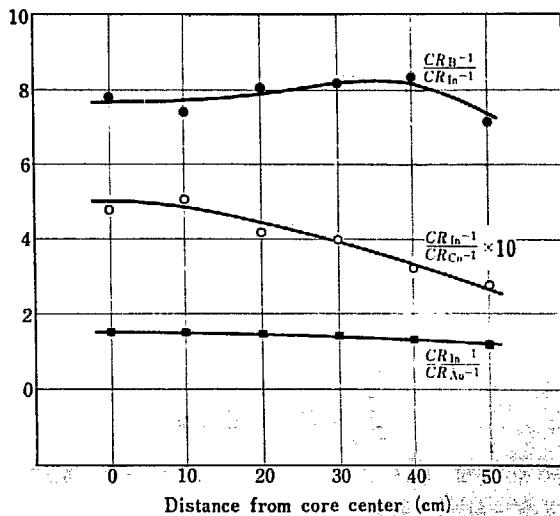


Fig. 19 Space dependency of epithermal neutron spectrum (C' core)

$1/E$ 分布を示すところがあり、それから外側へ進むにつれては β は負となるが、その空間依存性はさらに研究をおこなう予定である。

^{235}U および ^{238}U の実効共鳴積分は、20% 濃縮ウランおよび 0.22% 劣化ウランをそれぞれ約 0.4 mg/cm² および約 1 mg/cm² 厚さに Al 箔上に電着したものを使用し、Au 箔を規準としてカドミ比法により求めた。この際 ^{235}U の分裂は ^{239}Np の γ 線を除くために、400 keV 以上の核分裂生成物の γ 線を NaI シンチレーション計数管で測定した。 ^{238}U の吸収は核分裂生成物の γ 線を除くために、 ^{239}Np の γ - γ coincidence 法¹²⁾ により測定した。A および C' 炉心について炉心中心における ^{238}U の実効共鳴捕獲積分の測定値は、 β を 0.05 および 0.07 として 192 ± 16 b および 86 ± 10 b であり、NR 近似による計算結果と

一致を示した。 ^{235}U の実効共鳴分裂積分の測定値は A 炉心で 283 ± 20 b であり、C' 炉心になつてもさして減小しない。しかし C' 炉心程度の濃度になると Au の共鳴吸収と ^{238}U のそれとの干渉が問題となると考えられるので、さらに検討をおこなう必要がある。

その他パイルオッシャーテ法による即発中性子寿命の測定もおこなわれた。これは回転により正弦波の反応度変化を与えるもので、これによる出力の変化は、I.C. の出力を Sanborn 記録計に入れることにより測定した。使用した周波数は 0.1 cps より 10 cps の範囲であり、A および C' 炉心に対し即発中性子寿命は 1.0×10^{-3} sec および 0.7×10^{-3} sec という結果を得た。即発中性子寿命はブランケット組成が変われば大きく変化し、2 領域炉として興味ある問題の 1 つである。

4 ^{235}U -重水反射体の系の理論

4.1 熱中性子群常数

熱中性子群の吸収、分裂断面積の決め方については従来いろいろの方法がある¹³⁾。最もよく知られているのは C. H. WESTCOTT の方法である。この方法は熱中性子の実効吸収断面積に共鳴吸収をのぞく熱外エネルギーでの吸収を全部含めようとするのである。しかし後に述べるようにこの解析の対象のような小さい 2 領域の炉では、熱外中性子の炉心からのもれと炉心での吸収の影響が大きいので、熱外吸収を熱中性子の実効断面積に含めることは適当でない。また熱中性子スペクトルも吸収が強いために Maxwell 分布から幾分ずれる。断面積に対して影響が大きいのは、 $1/E$ 領域への転移部分で、この部分には ^{235}U の共鳴がある。この影響も取入れる必要がある。特に $1/E$ 転移部分の影響は大きいと思われる。

拡散係数は炉心部からのもれ、反射体からの中性子の流入に関係し、実効的な漏洩率を決定するのに必要である。ここでは拡散係数もスペクトルで平均して求めた。

熱中性子スペクトルを決定する際、中性子の熱化過程でのもれをどう扱うかは困難な問題で、将来の研究にまたねばならない。しかし、第 1 近似として、小型 2 領域炉では、濃度が高く、かつ反射体があるために

炉心部の中性子束空間分布は、ほぼ平坦で炉心部の大部分にわたって実効的な \bar{B}^2 (エネルギー分布での平均値) は比較的小さいと仮定する。このように仮定することによって第 1 近似では中性子束の空間分布の影響を無視して、エネルギー分布を求めることができる。また熱中性子の源はもれのため $1/E$ 分布からずれている。しかし実効断面積への影響は小さいと考えられるので、ここでは源は $1/E$ 分布であると仮定した。

熱中性子の釣合いは次の式であらわされる。

$$S(v) + \int_0^{v^*} P(v, v') N(v') dv' = [W(v) + \gamma(v)] N(v) \quad (6)$$

ただし、 $N(v) dv$ は単位体積中で速度が $v \sim v + dv$ にある中性子の個数。

$P(v, v')$ は毎秒 v' から v に中性子が散乱される割合、 $W(v)$ は v の中性子が散乱によって毎秒失われる割合、 $\gamma(v)$ は v の中性子が毎秒吸収される割合、 $S(v)$ は毎秒単位体積中に発生する速度 v の中性子の数をあらわす。 v^* は熱エネルギーの上限で、分布が $1/E$ になっているように適当に大きくする。

$P(v, v')$ および $W(v)$ は減速材の構造に関する重水中の重水素の振舞についてはまだ解明されていない部分が多い。ここでは以下に述べるような H. D.

BROWN と D. S. ST. JOHN¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾ によって用いられた模型を用いて $P(v, v')$, $W(v)$ を求める。

a) 中性子の減速は重水素との衝突によってのみおこるとする。その際重水素の分子内運動は散乱断面積として $\sigma_s(v_r) = \sigma_{s0} + \sigma_{s1} \exp[-\alpha_1 v_r^2]$, (v_r は中性子と重水素の相対速度) を用いることにより近似する。

b) 振動のしきいエネルギー以下では重水分子を古典的な回転子として近似する。重水素は質量 M_{eff} の仮想的な質点としてあらわし、平均として、重水素の速度と運動エネルギーが、回転子内の重水素のそれと等しくなるように質量を定める。

c) 振動のしきいエネルギー E_v 以上では重水素は自由な静止した粒子として近似する。

σ_{s0} , σ_{s1} , α_1 は重水の散乱断面積が実験と一致するようえらぶことにより、常数が TABLE 6 のように定められている。表中熱領域の上限はスペクトルの計算結果に基づき定めたので表中の値より幾分大きてもよい。 $P(v, v')$, $W(v)$ の求め方の詳細は A1 に示す。

TABLE 6 Parameter values used in the Brown's molecular model of heavy water

$\sigma_{s0}(\text{b})$	$\sigma_{s1}(\text{b})$	$\alpha_1(\frac{\text{eV}}{\text{amu}})$	M_{eff}	$E^* = \frac{v^{*2}}{2}(\text{eV})$	$E_v(\text{eV})$
3.3	1.6	2.88	3.595	0.456	0.143

吸収の割合 $\gamma(v)$ の決定に際しては吸収原子は MAXWELL の速度分布にしたがって分布していると仮定する。従来おこなわれているように $1/v$ 吸収原子のみが減速材中にある場合には吸収原子の速度分布は減速材の MAXWELL 速度分布と同じでよい。しかしながら $1/v$ 吸収の場合には質量の違いが吸収断面積に相当影響する (^{235}U と D で 7% 位異なる)。

$\gamma(v)$ は次式で与えられる。

$$\gamma(v) = \sum_A \frac{\rho_A}{4\rho_{\text{D}_2\text{O}}} \int_0^\infty \int_{-1}^1 v_r \sigma_a^A(v_r) M_A(V) d\mu dV \quad (7)$$

v_r は吸収性原子と中性子の相対速度, A は質量をあらわす添字, ρ_A , $\sigma_a^A(v_r)$, $M_A(V)$ はそれぞれ 1 cc 中の原子数, 吸収断面積, MAXWELL 分布を示す。

実効中性子放出数の決定に当っては Σ_f の値が必要になる。このために毎秒核分裂を起させる割合 $\gamma_f(v)$ を求めておく必要がある。 $\gamma_f(v)$ は (7) 式で $\sigma^A(v_r)$ の代りに $\sigma_f^A(v_r)$, を用いればよい。 $\sigma_a^A(v_r)$, $\sigma_f^A(v_r)$ としては, BNL-325, および他の測定値¹⁷⁾ からとった。一般に熱エネルギーでは,

$$\begin{aligned} \sigma_a^A(v) &= \frac{\sqrt{2}}{v} \sigma_{a1}^A + \sigma_{a2}^A + \sigma_{a3}^A \frac{v}{\sqrt{2}} \\ &+ \sigma_{a4}^A \frac{\Gamma^A \Gamma_a^A}{2(v^2 - v_0^2)^2 + \Gamma^A} \end{aligned} \quad (8)$$

によって吸収断面積の速度依存があらわされる。分裂断面積についても (8) 式と同様にあらわされる。

TABLE 7 に σ_{ai}^A および σ_{fi}^A の値を示してある。

TABLE 7 Constants for absorption and fission cross section

	$\sigma_1(\text{b})$	$\sigma_2(\text{b})$	$\sigma_3(\text{b})$	$\sigma_4(\text{b})$	$\Gamma(\text{eV})$	$\Gamma_f(\text{eV})$	$E_v(\text{eV})$
^{235}U abs.	119.77	-82.0	0	124	0.114	—	0.282
^{235}U fiss.	104.54	-87.5	0	124	0.114	0.082	0.282
^{238}U	0.430	0	0.0635	0	—	—	—

$\gamma(v)$, $\gamma_f(v)$ の表式は A1 に示した。

$P(v, v')$, $W(v)$, $\gamma(v)$ から求めた熱中性子スペクトルを Fig. 20 に示した。

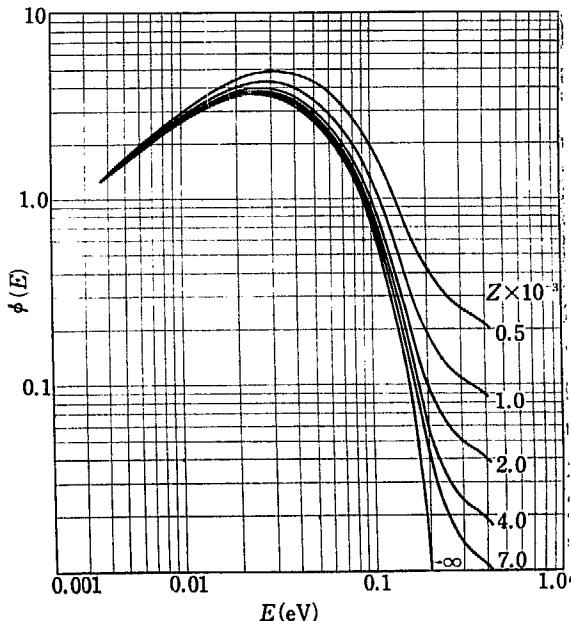


Fig. 20 Thermal neutron spectra $\phi(E)$

熱領域の核常数 Σ_a , Σ_f , D は $\frac{\gamma(v)}{v}$, $\frac{\gamma_f(v)}{v}$, $D(v)$ を中性子束で平均して求めた。 $D(v)$ を求める際の輸送断面積として、ここでは重水素との散乱による運動量の損失が前述の BROWN 模型によって記述されると仮定した。酸素との散乱については単原子ガス模型を用いた。その結果与えられる $D(v)$ は A1 に示す。

均質燃料を用い、幾何学的な形状と大きさが定まっている炉では臨界点を求める際には燃料濃度をかける必要がある。このために核常数を内挿によって求めるのが便利である。熱領域の核常数は次のようにあらわさ

れる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_a(Z) &= \Sigma_{a-3} Z'^{-3} + \Sigma_{a-2} Z'^{-2} \\ &\quad + \Sigma_{a-1} Z'^{-1} + \Sigma_{a0} + \Sigma_{a1} Z' \\ \Sigma_f(Z) &= \Sigma_{f-3} Z'^{-3} + \Sigma_{f-2} Z'^{-2} \\ &\quad + \Sigma_{f-1} Z'^{-1} + \Sigma_{f0} + \Sigma_{f1} Z' \\ D(Z) &= D_{-3} Z'^{-3} + D_{-2} Z'^{-2} \\ &\quad + D_{-1} Z'^{-1} + D_0 + D_1 Z' \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし Z' は重水分子の数の ^{235}U 原子数に対する比の 10^{-3} 倍である。 (9) 式の係数は TABLE 8, 热エネルギー群常数の値は Fig. 21 および Fig. 22 に示した。

TABLE 8 Interpolation coefficients for thermal group constants, where $k_t = \frac{\nu \sum_f p_\infty}{\sum_a}$

	C_{-3}	C_{-2}	C_{-1}	C_0	C_1
Σ_a	.0003059	-.0025104	.0200450	.0003063	-.0000290
k_t	-.0462350	.2002700	-.4785340	2.0280000	-.0003400
D	.0055240	-.0197146	.0107320	.8512000	.0003370
p_∞	-.0149100	.0687920	-.1954240	.9850860	.0008100

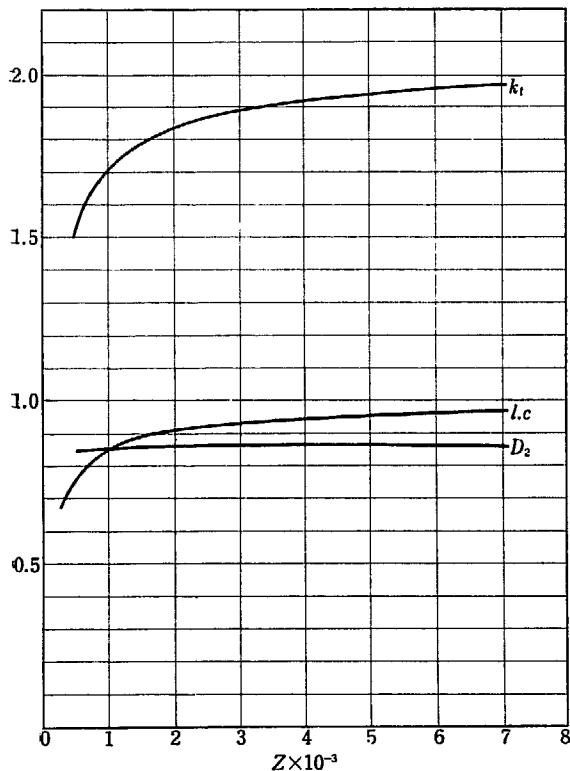


Fig. 21 Thermal group constants k_t , D_2 and resonance escape probability p

4.2 共鳴を逃れる確率

無限希釈の場合には ^{238}U による共鳴積分は 280 b であり、 ^{235}U の共鳴吸収積分は約 400 b に達する。したがって 2~3% 浓縮ウランを燃料として用いる場

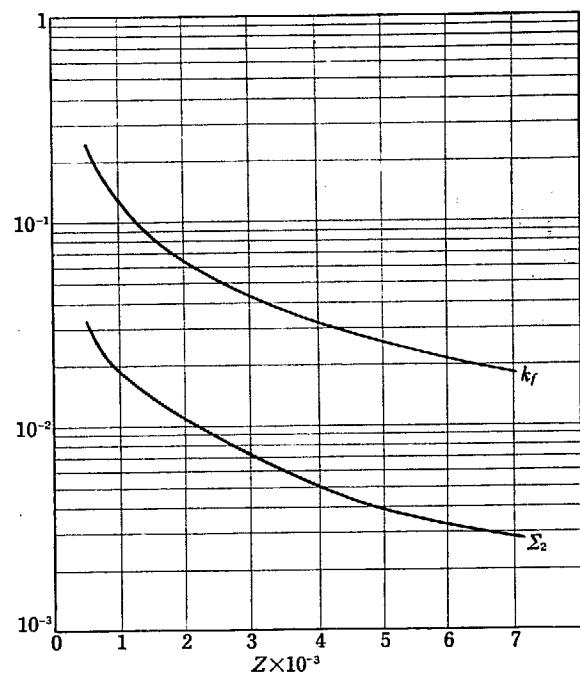


Fig. 22 Thermal absorption cross section Σ_2 and epithermal multiplication factor k_t

合には共鳴領域での ^{235}U の吸収および分裂は ^{238}U の共鳴吸収の高々 3 % 程度に過ぎず、中性子の釣合いに問題にする程の効果をもたらさない。しかし 20% 浓縮ウランになると事情はかなり異なる。 ^{235}U の共鳴吸収積分は ^{238}U のそれに比べて 40~100% の値に達する。20% 浓縮ウランを燃料として用いる場合には ^{235}U の共鳴吸収積分が重要となる。

4.1 で定義した切断エネルギー以上の領域での共鳴積分を ^{238}U , ^{235}U について個々に求めることから始めた。重水の散乱断面積としては 10 b を用いた。これは ORNL の data¹⁸⁾ および BNL-325 からとったものである。計算式の詳細は A2 に示す。ここでは重要な点だけを述べることにする。

^{238}U では、現在、6.63 eV から 997 eV までに 55 箇の準位が知られている¹⁹⁾。 Γ_γ が知られていない準位もあるが Γ_γ は一般にほとんどエネルギーに依存しないので、平均値 $\bar{\Gamma}_\gamma = 0.0246 \text{ eV}$ を用いることができる。 ^{238}U のポテンシャル散乱としては BNL-325 から 8.3 b を用いた。ポテンシャル散乱の値の違いが共鳴積分に及ぼす影響はほとんどない。各準位の共鳴積分の値は TABLE 9 に示してある。表中 * 印は NRIA 近似によったものである。準位が分解されていない領域に対しては平均の準位間隔 $D = 18.5 \text{ eV}$ と仮定して A2 の方法にしたがって共鳴積分を求めた。

^{235}U については ^{238}U ほど簡単でない。 ^{235}U の共鳴積分を求めるためにはまず ^{235}U の断面積の振舞を

TABLE 9 Effective resonance integral of ^{238}U

Z Level	7000	4000	2000	1000	500
6.68	110.71*	96.25*	75.37*	54.73*	37.85*
10.2	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05
21.0	43.82*	37.72*	29.48*	21.59*	15.08*
36.8	32.57*	26.87*	19.80*	13.76*	9.40*
66.3	7.77*	7.14*	6.07*	4.76*	3.54*
81.1	1.25	1.23	1.19	1.12	1.01
90	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
102.8	5.26*	4.64*	3.71*	2.77*	1.95*
117.0	2.93	2.74	2.43	2.03	1.61
145.9	0.16	0.16	0.15	0.15	0.15
165.7	0.24	0.24	0.23	0.22	0.21
190.0	1.96*	1.78*	1.50*	1.16*	0.84*
209.1	1.55	1.48	1.34	1.14	0.90
238.0	0.90	0.85	0.77	0.66	0.54
264	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
274.5	1.20	1.14	1.03	0.88	0.70
292	0.42	0.41	0.39	0.36	0.32
312.5	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
349	0.47	0.45	0.41	0.36	0.30
378	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
399	0.28	0.28	0.27	0.26	0.24
412	0.18	0.18	0.17	0.16	0.14
436	0.17	0.17	0.16	0.15	0.13
456	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
465	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
480	0.12	0.12	0.12	0.11	0.11
491	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
520	0.25	0.25	0.24	0.22	0.20
537	0.34	0.29	0.31	0.27	0.22
558	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
582	0.14	0.14	0.14	0.13	0.12
597	0.21	0.20	0.19	0.17	0.15
606	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
622	0.16	0.15	0.15	0.14	0.12
630	0.07	0.07	0.07	0.07	0.06
663	0.19	0.19	0.18	0.16	0.14
681	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
696	0.15	0.15	0.14	0.13	0.12
711	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
724	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
733	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
767	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
783	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
793	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
826	0.12	0.12	0.12	0.11	0.10
856	0.10	0.10	0.09	0.09	0.08
860	0.10	0.10	0.09	0.09	0.08
869	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
898	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
911	0.12	0.12	0.12	0.11	0.10
930	0.08	0.08	0.07	0.07	0.08
942	0.09	0.09	0.09	0.08	0.06

962	0.09	0.08	0.08	0.08	0.06
985	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
997	0.10	0.10	0.09	0.07	0.06
ΣI level	214.998	186.836	148.051	109.036	78.874
un-resolved	2.29	2.29	2.24	2.16	2.09
I	217.288	189.126	150.291	111.196	80.964

詳しく知らねばならない。切断エネルギー 0.456 eV から 1.113 eV の共鳴エネルギーまでは測定値がよく知られている。また 1.113 eV の共鳴のパラメータも BREIT-WIGNER の single level formula にあわせて与えられている。0.29 eV にある共鳴についても共鳴パラメータが与えられている。問題にしているエネルギー領域 0.456 eV~1.113 eV で BNL-325 の分裂断面積から共鳴準位の影響を差引く。0.29 eV の影響は非常に小さいが、1.138 eV の準位の影響は大きい。これらの影響を差引いた残りの分裂断面積は 1.113 eV

TABLE 10 Resonance parameters of ^{235}U

Level	α	Γ_r (mV)	Γ_t (mV)	Γ (mV)
1.113				148.01
2.04				43.01
2.82	0.72	30	41.42	71.43
3.14	0.72	83.2		98.23
3.60				82.04
4.84				29.05
5.45	0.5	30	60	90.02
5.80	1.0	30	30	60.02
6.10	2.0	30	15	45.03
6.40	2.3	21		30.25
7.10	1.3	30		53.11
8.80	0.5	30		90.77
9.26	0.72	30	41.43	71.55
9.73	1.0	30	30	60.04
10.15	0.5	30	60	90.06
10.60	0.5	30	60	90.03
11.10	0.5	30	60	90.05
11.65				41.70
12.40				62.40
12.80	0.5	30	60	90.05
13.35	"	"	"	90.10
13.80	"	"	"	90.15
14.10	"	"	"	90.20
14.65	"	"	"	90.15
15.50	"	"	"	90.23
16.20	"	"	"	90.34
16.80	"	"	"	90.27
18.20	"	"	"	90.34
18.70	"	"	"	90.20
19.40				119.90

以上では非常に小さくなる。0.456 eV から 1.113 eV までは上のようにして作った断面積によって、共鳴積分の評価をおこなう。1.113 eV 以上の共鳴からくる部分は個々の準位について評価する。この領域での α の値としては熱エネルギー付近と等しい値を仮定した。

1 eV から 20 eV にわたっては個々の準位について共鳴積分を求めた。共鳴積分の評価に当って Γ_r , Γ_f を推定する必要がある。 Γ_r が求まっていないところ

では、 Γ_r は略平均値 $\bar{\Gamma}_r = 30 \text{ mV}$ であるとし、 α としては BNL-325 の値を用いて Γ_f を推定した。 α の値が不明のところでは、 $\alpha = 0.5^{20}$ と選んで Γ_f を推定した。 ^{235}U のポテンシャル散乱断面積としては 15 b を採用した。この値は G. J. SAFFORD らが推定したものである²¹⁾。採用した Γ_r , Γ_f の値は TABLE 10 に示した。NR 近似で評価した ^{235}U の実効共鳴積分の値を TABLE 11 に示した。

準位が分解されていない領域に対しては、A2 の

TABLE 11 Effective resonance integral of ^{235}U , where suffix r and f indicate capture and fission respectively.

Z Level	7000		4000		2000		1000		500	
	I_r	I_f								
$\frac{1}{v}$ region	1043	5217	1043	5217	1043	5217	1043	5217	1043	5217
1.138	667	1683	667	1682	665	1679	663	1675	660	1665
2.04	233	90	234	91	234	90	233	90	232	90
2.82	28	39	28	39	28	39	28	39	28	39
3.14	243	336	243	336	242	334	243	335	242	334
3.60	325	395	324	395	324	394	323	393	320	389
4.84	393	63	393	63	391	63	389	62	388	62
5.45	50	100	49	97	50	100	50	100	50	100
5.80	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49
6.10	96	48	96	48	96	48	96	48	95	48
6.40	900	270	896	269	883	265	861	258	821	246
7.10	247	190	250	192	249	191	247	190	244	187
8.80	668	1337	666	1332	659	1318	647	1294	624	1248
9.26	120	165	120	165	119	165	119	164	118	163
9.73	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42
10.15	42	85	42	83	42	85	42	85	42	84
10.60	20	40	20	40	20	40	20	60	20	40
11.10	25	50	25	50	25	50	25	50	25	50
11.65	888	152	885	152	874	150	856	147	822	141
12.40	1113	628	1106	624	1087	613	1052	594	992	561
12.80	21	42	21	42	21	42	21	42	21	42
13.35	38	76	38	76	38	75	38	75	38	75
13.80	54	107	54	107	54	107	53	107	53	106
14.10	68	137	68	137	68	136	68	136	67	135
14.65	48	95	47	95	47	95	47	95	47	94
15.50	65	130	65	130	65	129	64	129	64	128
16.20	87	175	87	175	87	174	87	173	86	171
16.80	65	129	64	123	64	129	64	128	64	127
18.20	69	138	69	138	68	137	68	137	68	136
18.70	38	77	38	77	38	77	38	76	38	76
19.40	588	942	585	936	576	922	561	897	532	852
Unsolved region	6886	13771	6872	13744	6826	13679	6724	13583	6575	13336
Sum	15220	26798	15186	26746	15074	26634	14861	26470	14280	260033
$I_r + I_f$	42018		41932		41708		41331		40313	

方法では求め難い。幸い、 ^{235}U の実効共鳴積分は、問題にしている濃度では略無限希釈の場合の値に近い。無限希釈の場合の ^{235}U の分裂積分は実験的に知られている。切断エネルギーを補正すると、筆者らの場合、 $269\text{b}^{22)}$ が無限希釈の実効分裂積分になる。 269b からすでに求まっている低いエネルギーでの分裂積分を差引くことによって、準位が分解されていない領域の実効分裂積分を求めた。このような方法をとる理由は、すでに述べたように ^{235}U の実効分裂積分は、実測値が使えることと、共鳴エネルギー域での不確定を ^{235}U の共鳴捕獲だけにする方が便利なためである。 α としては 0.5 を用いた。

20% 濃縮ウラン系での共鳴積分は ^{235}U と ^{238}U の単純和として近似した。このようにして求めた共鳴を逃れる確率 ρ を Fig. 21 に示した。

修正 2 群理論によって臨界計算をおこす場合、減速中の中性子の増倍係数 k_f が必要である。 k_f は分裂積分と ρ から求められる。 k_f の値は Fig. 22 に示してある。共鳴積分の評価のためのコードとして ENRI が作られている。

4.3 速中性子の漏洩とその影響

4.1 および 4.2 で求めた核常数を用いて修正 2 群理論²³⁾による臨界計算をおこなった結果はすでに実験と比較され、著しい不一致が報告されている。不一致の原因として最も大きい部分を占めるのが、減速中の中性子の漏洩と考えられる。減速中の漏洩の効果をおおよそ見積るために Harmonics 法^{24) 25)}を適用した結果はすでに報告された。その結果、速中性子の漏洩が炉の臨界性に及ぼす影響が大きいことが確認された。

修正 2 群理論による理論的な評価と実験値との不一致の原因是 2 つある。1 つは共鳴を逃れる確率と体系から中性子がもれない確率が通常おこなわれている定義では正しくないということである。簡単のため FERMI の年令理論によって考えてみよう。裸の原子炉内にレザージー u_0 の単色の中性子を出す源がある場合、レザージー u での減速密度は次のように与えられている。

$$q(u) = S(u_0) \exp\left(-\int_{u_0}^u \frac{\Sigma_a(u') + D(u')B^2}{\xi \Sigma_s(u')} du'\right) \quad (10)$$

通常の理論では (10) 式の $\exp\left(-\int_{u_0}^u \frac{\Sigma_a(u')}{\xi \Sigma_s(u')} du'\right)$ は共鳴を逃れる確率、 $\exp\left(-\int_{u_0}^u \frac{D(u')B^2}{\xi \Sigma_s(u')} du'\right)$ はもれ

ない確率、と定義している¹¹⁾。裸の原子炉の臨界計算においては (10) 式の減速密度が必要なのであって便宜上は (10) 式の因子をどのように分解し命名したとしても差支えない。多領域炉においては、1 つの領域からの中性子のもれが、他の領域に影響し、再びもとの領域へ影響がもどってくる。したがって、共鳴を逃れる確率 ρ と、もれない確率 P の正確な値が重要となってくる。

原子炉からのものもある場合、もれない確率 P^* は次のように定義される。

$$P^* = \frac{\text{炉内に残る中性子(吸収+減速)数}}{\text{源の強さ}} \quad (11)$$

源の強さは炉内に残る中性子と炉からもれる中性子の和である。

同様に共鳴を逃れる確率 ρ^* は次のように定義される。

$$\rho^* = \frac{\text{減速密度}}{\text{炉内に残る中性子数}} \quad (12)$$

$\rho^* P^*$ の積は (10) 式の $S(u_0)$ にかかる因子に等しくなっている。 $(1-P)$ の割合で外へ出た中性子が再び炉心にかえる場合は P の増減の影響は無視できなくなってくる。次の関係が成立つ。

$$\begin{aligned} P^* &> P \\ \rho^* &< \rho \end{aligned} \quad (13)$$

中性子のもれが増すとき、すなわちバックリング B^2 が増すときは ρ^* は減少し、 P^* も減少する傾向を示す。吸収 Σ_a がますとき ρ^* も P^* もともに減少する傾向を示す。 B^2 が増すときの ρ^* の減少は奇妙に感じられるかもしれない。しかし Σ_a がほぼ平坦なエネルギー依存性をもつ場合には定性的にも定量的に説明される。 ρ^* の B^2 による依存性は吸収 $\int \Sigma_a(u') \phi(u') du'$ と $q(u)$ の依存性を考えればよい。Fig. 23 に中性子束 $\phi(u')$ および減速密度 $q(u')$ を示した。バックリングが大きい時の値を $\phi'(u')$, $q'(u')$

(log scale)

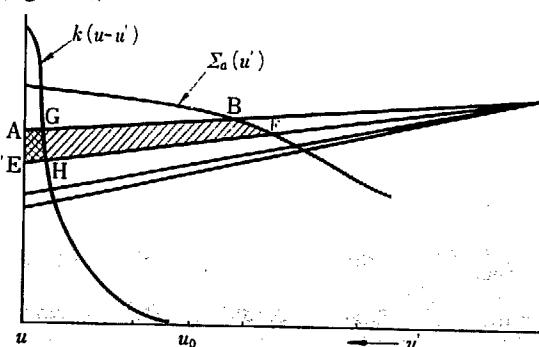


Fig. 23. Variation of p^* due to leakage

とした。図中に $\Sigma_a(u')$ 、および $k(u-u')$ をも示した。 $k(u-u')$ は u' の中性子が減速されて u になる確率を示している。 $k(u-u')$ は $e^{-(u-u')}$ よりも急なエネルギー依存性をもつ、 $\Sigma_a(u')$ は比較的ゆるやかなエネルギー依存性をもつ、 $\int \Sigma_a(u') \phi(u') du'$ と $q(u) = \int k(u-u') \phi(u') du'$ を比べるとバックリングの変化による変分はほぼ、面積 AEFB、面積 AEHG になる。 $u_0 < u$ の場合には $\phi(u_0) - \phi'(u_0)/\phi(u_0)$ と $\phi(u) - \phi'(u)/\phi(u)$ は後者が大きいことは自明である。したがって

$$\int \Sigma_a(u') [\phi(u') - \phi'(u')] du' / \int \Sigma_a(u') \phi(u') du'$$

と $q(u) - q'(u)/q(u)$ を比較する場合、後者の方が減少の度合が大きい。結果として p^* は B^2 の増加に伴なって減少する傾向にある。 p^* がもれを考慮することによって減少するために P^* は P よりも増加する。もれは $(1-P)$ から $(1-P^*)$ に増加している。 $(1-P)$ が大きいような 2 領域炉では $(1-P^*)$ と $(1-P)$ の差が、炉の反応度に大きい影響をもつ。 p^* のバックリング依存性を TABLE 12 に示す。

TABLE 12 Variation of p^* due to leakage

$Z \backslash B^2$.0064	0.0016	.0004
850	.8183	.8320	.8369
1900	.8992	.9077	.9097
3650	.9394	.9446	.9450

TABLE 13 Ratio of absorption to leakage $\bar{\Sigma}_a/DB^2$

Group	1	2	3	4	5	Average
C core	0	.0113	.1152	1.1249	.3353	.1943

修正 2 群理論による不一致の第 2 の原因は速いエネルギーの中性子と、共鳴吸収領域付近の中性子とではもれと吸収の競争の模様が異なる。 $(\text{吸収})/(\text{もれ})$ の比を TABLE 13 に示す。表からみられるように、吸収ともれの競争はかなり大きい変動を示し、 $(1-P^*)$ が大きい時はこの影響は簡単には決め難い。

Harmonics 法では、A3 に示すように、減速中の中性子については、炉心部と反射体の区別をおこなわるために、減速中の中性子が炉心からもれ、再び反射体からもどる効果は取入れができるが、吸収ともれの競争は正しく取入れられない。

このために $(1-P^*)$ が大きい炉では多群模型によつてもれと吸収の競争を取扱うのが最もよい。速中性

子のエネルギー域を拡散係数と吸収断面積がほぼ常数であるような領域に分けて取扱うのが最もよい。ここでは ^{238}U の核分裂のしきいエネルギー、分裂スペクトルの下限、など 5 つの群に分けた。

重水中での分裂中性子の年令と 5 群常数は次の模型によって求めた。重水素による中性子の減速は EERMI の連続減速よりは水素による減速に近いので GREULING-GERTZEL 近似を用いた²⁶⁾²⁷⁾²⁸⁾。酸素に対しては FERMI の連続減速模型を採用した。中性子束の角分布は B_1 近似により求めた。重水素による中性子の散乱は重心系で球対称であるとし、この値は、BNL-325 と Inter nuclear の MUFT TV の入力テーブ³²⁾ の値から作った。酸素の非断性散乱も考慮に入れた。

20%濃縮ウランを燃料として用いた炉心部に対しては炉心からの中性子のもれを B^2 で近似して中性子束分布と 5 群常数を求めた。その際 ^{235}U の分裂積分 ^{238}U の共鳴積分は無限媒質中で 4.2 で求めた 269 b, 280 b になるよう規格化してある。 ^{235}U の共鳴捕獲は、4.2 でのべたようによく知られていない。ここでは無限媒質中で 4.2 の計算結果と一致するようにした。

これらの速中性子スペクトルおよび群常数の計算の詳細は A4 で示される。S-G, G-G, B_1 , P_1 , AGE, Consistent AGE を任意に組合せた減速模型について、速中性子束分布と多群常数を求めるコードとして UGMG が作られている。

最も困難な点は、 B^2 の定め方である。ここでは trial and error によって定めた。反射体中の常数がまだ定っていないので、まず反射体内について適当な B^2 を仮定し、分裂中性子からできる速い中性子束分布と群常数を求める。このようにして反射体内の常数を定める方法には難点がある。しかしこの難点は後に改善される。ついで炉心に対しては適当な B^2 を仮定して炉心の速中性子スペクトルと群常数を求める。この群常数を用いて、臨界計算をおこなう。得られた速中性子の空間分布を炉心で積分し、炉心内での 5 つのエネルギー群の全中性子束の比を求める。この値が初めに UGMG で求めた値と等しくないときは、炉心の B^2 をかえて再び群常数を求め、臨界計算をおこなう。このようにして、最後には B^2 が一意的に定まる。

一旦炉心の B^2 が定まった後は、臨界計算によって炉心内の分裂中性子の分布が定まる。したがって反射体内の中性子の空間エネルギー分布を容易に求めることができる。反射体内の中性子束のエネルギー分布を求め、これを荷重として拡散係数、減速断面積を

求めることにより、反射体内の群常数を求める。もし臨界計算後の値がかなり異なっている時はやり直さねばならない。

ここで解析した系においては、臨界計算後の炉心内のスペクトルは、初め炉心に対して仮定した B^2 に

よらずほぼ一定している。また UGMG によるスペクトル計算の際は濃度の微少な差は k_{eff} に影響しない。事実炉心で仮定した B^2 の 30% 位の違いによる k_{eff} の違いは 0.2% 以内にとまる。

5 解析結果および考察

5.1 臨界計算

炉心溶液は 99.75% D₂O 中に UO₂SO₄ を溶かしたものであるが S の影響はほとんど無視できるので、解析は ²³⁵U と D₂O の分子数比 Z をパラメータとしておこなわれた。重水反射材も 99.75% の D₂O を用いている。温度は一様に 20°C と定めた。炉心の大きさおよび、形状には幾分不確定な点がある。ここでは Al の炉心容器の大きさ形状は当初の設計値どおりとした。炉心容器内張のポリエチレン層の厚さは測定値を均等にならした値を用いた。

中性子束の空間分布および実効増倍率を評価する際、炉心容器の内張りとして用いられているポリエチレンおよび炉心容器 Al の影響を考慮しなければならない。薄層の理論はまだ完成していないので、ここでは通常おこなわれているように拡散近似で取扱うこととした。したがって、炉は炉心燃料液、ポリエチレン層、炉心器壁、重水反射材の 4 つの領域から成るとして中性子束の空間分布を決定した。ポリエチレン層、器壁は薄いので、減速断面積の違いはほとんど影響しない。 $(\Delta k_{\text{eff}} \lesssim 0.1\%)$ 熱中性子吸收断面積の影響は大きい。ポリエチレン、Al の吸收断面積は $1/v$ 吸收として評価した。熱中性子のスペクトルとしては、反射体内のスペクトルを用いた。

中性子束分布を定める釣合の方程式はつぎのものを用いた。

$$\begin{aligned} -D_{ki} \nabla^2 \phi_{ki} + \Sigma_{aki} \phi_{ki} + \Sigma_{rki} \phi_{ki} \\ = \chi_i v_c \int_{j=1}^6 \bar{\Sigma}_{fkj} \phi_{kj} \Delta u_j + \frac{\Sigma_{rk i-1} \Delta u_{i-1}}{\Delta u_i} \phi_{k i-1} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし添字 k は領域をあらわし、添字 i は群をあらわす。 ϕ_{ki} ($i=1, 2, \dots, 5$) は群の平均の中性子をあらわし、 ϕ_{k6} は熱中性子群の全中性子束を示す。したがって $\Delta u_6 = 1$ である。 D 、 Σ などは A4 で説明され

る。

実効増倍率 k_{eff} は

$$k_{\text{eff}} = \frac{2.5}{v_c} \quad (15)$$

によって求めた。したがって $\bar{\Sigma}_{fki}$ は $v_c \Sigma_{fki}/2.5$ によって修正されている。

(14) 式の積分および (15) 式の評価は IBM650 でコード PROD-II³¹⁾ を用いてなされた。

臨界集合体のスリーブ管、Al 構造材などの影響は摂動によって求める以外に方法がない。ここでは次の式にしたがって評価した。

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial v_c}{v_c} \\ & = \frac{\iiint dV \Phi_0^+(r) \delta(tCl^{-1} - t^{-1}) \Phi_0(r)}{\iiint dV \Phi_0^+(r) f_t \Phi Cl^{-1} \Phi(r)} * \\ & \quad * \frac{\iiint dV j_0^+(r) \delta(t^{-1}) j_0(r)}{-3 \iiint dV j_0^+(r) \delta(t^{-1}) j_0(r)} \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式の記号および導出は A5 にのべられる。

炉心溶液の吸収断面積、拡散係数は (9) 式から求めた。Z の値に対して TABLE 14 に示してある。

TABLE 14 Thermal group constants in core region

Z	D	Σ_a	Σ_t
820	.8460	.02154	.01737
830	.8462	.02136	.01720
840	.8463	.02110	.01701
850	.8465	.02089	.01684
1900	.8530	.01015	.008226
1950	.8531	.01001	.008032
2000	.8531	.009790	.007848
2050	.8532	.009560	.007673
3600	.8540	.005680	.004541
3650	.8540	.005607	.004482
3700	.8541	.005538	.004425
3750	.8541	.005518	.004369

^{235}U の分裂スペクトルによる重水中の年令は A4 で示される常数を用い各エネルギー群の減速面積を加えることにより評価した。各群の減速面積は TABLE 15 に示されている。反射体内の中性子束エネルギー分布と平均断面積を求めるために用いられた核常数、求められた各群の中性子束の反射体中の積分値を TABLE 16 5 群核常数を TABLE 17 に示した。

TABLE 17 中で $f.N$ は分裂中性子源が分布しているとした場合の群常数で、群 1, 2 では反射体内の値と大きな違いが認められる。分裂中性子源がなくなるエネルギー（群 3）からは中性子は少なくとも 2~3 回の衝突をしているために初めの源の分布には影響されず、炉心の大きさにもあまり依存しない常数となってくる。

TABLE 15 Slowing down area of fission neutron in heavy water

Group	Fission spectrum	Slowing down area	Age
1	.00646	64,770	278,166
2	.01880	40,963	213,396
3	.04120	29,082	172,433
4	.06956	16,378	143,351
5	.09588	10,751	126,973
6	.11288	8,890	116,222
7	.11741	6,297	107,332
8	.11103	3,841	101,035
9	.09750	2,760	97,194
10	.08111	2,836	94,434
11	.06467	2,871	91,598
12	.04979	1,824	88,727
13	.03734	1,568	86,903
14	.02820	2,022	85,335
15	.02066	2,097	83,313
16	.01428	1,996	81,216
17	.01014	1,939	79,220
18	.00714	1,892	77,281
19	.00499	1,843	75,389
20	.00348	1,804	73,546
21	.00420	3,542	71,742
22	.00200	3,490	68,200
23	.00095	3,411	64,710
24	.00033	3,345	61,299
25	.0003	3,325	57,954
26	0	3,313	54,629
27	0	3,314	
28	0	3,312	
29	0	3,312	
30	0	3,311	Neutron age from fission to In-resonance is 106.6 cm ²
31	0	3,311	
32	0	3,311	
33	0	1,655	

TABLE 16 Group constants and distribution of neutron flux in reflector

Group <i>i</i>	Group width Δu_i	D_i	Σ_{ri}	φ_{Ai}	φ_{Bi}	φ_{Ci}
1	0.25	4,366	.0674	.0524	.0534	.0540
2	"	4,012	.0979	.1357	.1383	.1404
3	"	3,765	.1295	.2605	.2656	.2704
4	"	3,032	.1851	.3462	.3540	.3623
5	"	2,589	.2408	.4277	.4383	.4504
6	"	2,534	.2850	.5293	.5423	.5580
7	"	2,223	.3530	.5648	.5789	.5963
8	"	1,695	.4412	.5452	.5595	.5773
9	"	1,387	.5024	.5478	.5627	.5813
10	"	1,430	.5040	.6146	.6311	.6520
11	"	1,513	.5268	.6524	.6691	.6907
12	"	1,180	.6468	.5710	.5853	.6039
13	"	1,044	.6659	.5863	.6006	.6194
14	"	1,216	.6016	.6871	.7028	.7239
15	"	1,309	.6243	.6979	.7127	.7329
16	"	1,311	.6569	.6948	.7087	.7276
17	"	1,304	.6728	.7079	.7205	.7384
18	"	1,295	.6850	.7221	.7339	.7508
19	"	1,282	.6957	.7358	.7467	.7625
20	"	1,268	.7030	.7887	.7613	.7761
21	0.50	1,164	.3588	1.5773	1.5939	1.6193
22	"	1,249	.3582	1.6420	1.6552	1.6756
23	"	1,230	.3609	1.7012	1.7110	1.7264
24	"	1,211	.3624	1.7613	1.7677	1.7781
25	"	1,204	.3624	1.8244	1.8277	1.8329
26	"	1,200	.3626			

TABLE 17 Group constants in reflector

Core Group	A		B		C		<i>f. N</i>	
	<i>D</i>	Σ_r	<i>D</i>	Σ_r	<i>D</i>	Σ_r	<i>D</i>	Σ_r
1	2.402	.08020	2.400	.08041	2.396	.08082	2.283	.09307
2	1.292	.08479	1.293	.08432	1.293	.08384	1.293	.07304
3	1.208	.02142	1.208	.02142	1.208	.02142	1.216	.02099
4	1.199	.07869						
5	1.199	.06659						
6	.8523	.00095						

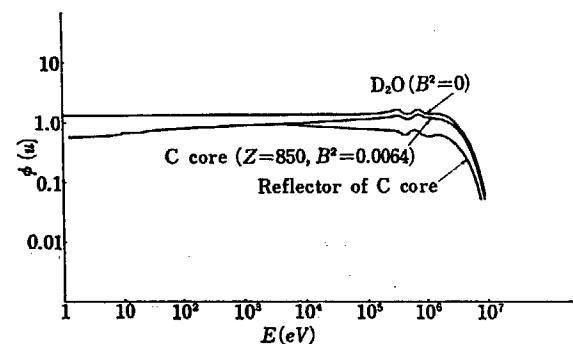


Fig. 24 Energy distribution of fast neutron flux in C core and reflector

炉心の中性子束エネルギー分布の計算にも A4 に示される常数を用いた。炉心の中性子エネルギー分布は初め $B^2=0.0064$ と仮定して求めた。C 炉心に対する計算結果が Fig. 24 に示されている。また 5 群に対応した中性子束分布が TABLE 18 に示されている。Fig. 24 からわかるように、速中性子束分布はエネルギーが 100 eV 付近（すなわち群 3）までは主に中性子の漏れのために減少する。100 eV 以下では主に共鳴吸収のために減少する。

TABLE 18 Average group fluxes in C core, where $Z=850$ and $B^2=0.0064$. For comparison, third group flux is made equal.

Group	1	2	3	4	5
Core	.695	1.200	.940	.684	.594
Reflector	.421	.730	.940	.770	.726

各炉心に対する B^2 の値は、4.3 に述べたように、臨界計算後の炉心内の各群全中性子束の比と比較しな

がら trial and error で求めた。A, B, C 炉心を通じて中性子束の比は問題にしている濃度付近では主に B^2 によって定まる。 B^2 の違いは中性子束分布に大きく影響する。TABLE 19 に各炉心の B^2 と各群の中性子束の比を示した。解析に用いられた群常数の一部を TABLE 20 に示した。

TABLE 19 Core spectrum and buckling B^2

Core	Group	1	2	3	4	5	B^2	6
A	1	1.805	1.628	1.296	1.213	.0042	33.86	
B	1	1.779	1.510	1.165	1.061	.0056	20.39	
C	1	1.726	1.352	0.984	0.855	.0072	9.849	

5.2 理論と実験の対比

以下では理論と実験の結果を比較し、理論の妥当性適用限界を検討し、残された問題点を探ることにしよう。

TABLE 20 Fast group constants

	Z	Group B	1	2	3	4	5
χ_i	—	—	.06707	.03133	.00159	0	0
Δu_i	—	—	2.25	2.25	7.25	2.25	2.634
D_i	820~850	.085	2.2341	1.2840	1.2052	1.1891	1.1896
	1900~2000	.070	2.2494	1.2840	1.2113	1.1958	1.1959
	3600~3750	.065	2.2546	1.2853	1.2135	1.1980	1.1980
$\Sigma_{ri} \Delta u_i / \Delta u_{i+1}$	820~850	.085	.09317	.02261	.06468	.06429	.17267
	1900~2000	.075	.09290	.02274	.06789	.06585	.17533
	3600~3700	.065	.09263	.02286	.07034	.06673	.17694
$\Sigma_{fi} \Delta u_i^*$	820	.085	.003496	.000129	.002478	.005146	.004446
	830	.085	.003492	.000127	.002449	.005085	.004393
	840	.085	.003489	.000126	.002420	.005027	.004341
	850	.085	.003482	.000124	.002391	.004967	.004289
	1900	.07	.003361	.000056	.001103	.002255	.001931
	1950	.07	.003358	.000054	.001075	.002198	.001878
	2000	.07	.003355	.000053	.001048	.002144	.001832
	3700	.065	.003309	.000029	.000572	.001165	.000991
	3750	.065	.003308	.000028	.000564	.001149	.000978
Σ_{ni}^*	820	.085	.003152	.000097	.000912	.008807	.002642
	830	.085	.003151	.000096	.000902	.008730	.002611
	840	.085	.003149	.000094	.000893	.008655	.002580
	850	.085	.003152	.000093	.000879	.008544	.002548
	1900	.07	.003111	.000042	.000445	.004795	.001146
	1950	.07	.003109	.000041	.000435	.004705	.001116
	2000	.07	.003108	.000039	.000425	.004619	.001089
	3700	.065	.003094	.000021	.000245	.002928	.000591
	3750	.065	.003093	.000021	.000242	.002899	.000583

* In first group, ($n, 2n$) reaction of D is considered.

熱中性子束の空間分布は熱中性子群常数の妥当性を見る上で重要である。In 共鳴エネルギー付近の中性子束分布は Cd 被覆の In 箔によって測定されている。この測定値を源として熱中性子束分布を理論的に求めてみる。熱中性子束分布は熱中性子群常数によって定まり、In 共鳴エネルギー群の減速断面積の取り方にはほとんど依存しない。

熱中性子群の吸收断面積の値を定める際 $1/E$ 転移領域の影響が大きい点を 4.1 で指摘した。TABLE 21 に Fig. 20 から得られる中性子温度を示した。

TABLE 21 T_n and correction factor for $1/v$ absorption

Z	T_n (eV)	f_M	f
500	0.0320	0.783	0.704
1000	0.0290	0.826	0.775
2000	0.0275	0.848	0.826
4000	0.0265	0.864	0.862

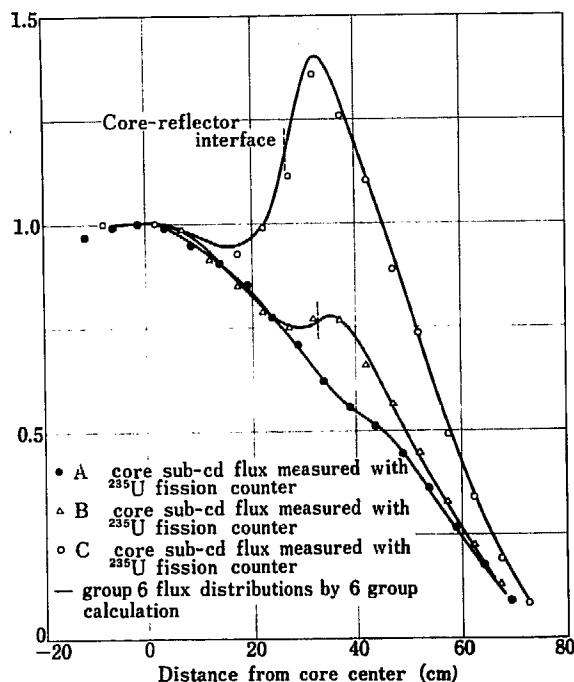


Fig. 25 Thermal neutron flux distributions

T_n をパラメータとする MAXWELL 分布で中性子束を近似した時と、正しい中性子束を用いた時の実効吸収断面積 ($1/v$) を求めるための補正因子 f_M , f をも表中に示した。これから濃度が濃い時には T_n を用いる近似がかなり悪いと思われる。ここでは f を用いることを提倡している。

^{235}U 核分裂計数管による Sub-Cd 束と計算結果が Fig. 25 に示されている。両者の一致はほぼ満足すべきものである。このことは次に述べる In 共鳴エネル

ギー付近の中性子束空間分布が、理論と実験で一致している点と考え合わせると、熱領域群の常数の定め方の妥当性をあらわしていると考えられる。4.1 で述べたように炉心での常数は、BROWN 模型によって散乱法則を近似し、熱中性子スペクトルに対する空間依存性は無視し、源の分布は $1/E$ と仮定して、求められた。源の形が熱中性子スペクトルと実効断面積に及ぼす影響は小さいと考えられる。解析がおこなわれた濃度範囲内では熱領域常数の扱い方に大きい問題はない、と思われる。将来吸収性反射体が用いられ、炉心濃度が非常に高くなるか、炉心と反射体の温度差が大きくなる場合には熱領域は検討を要するであろう。

熱外領域については、Cd 被覆の In 箔による測定と、理論による第 5 群 (0.5~6.5 eV) の中性子束分布が Fig. 26 に比較されている。M. M. LEVINE *et al.*³³⁾ の解析によると、 ^{235}U 分裂中性子の点源が重水中におかれているとき、In 共鳴エネルギーまでの ^{235}U

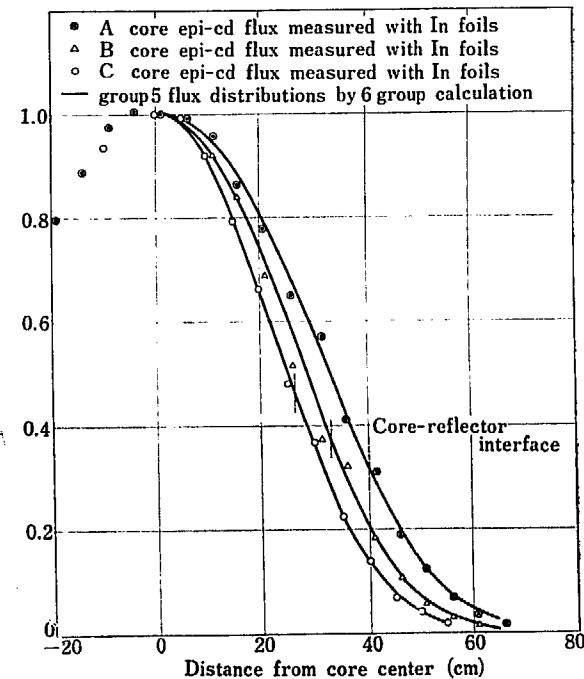


Fig. 26 Epithermal neutron flux distributions

分裂中性子の年令 107.2 cm^2 ²⁵⁾ は GREULING GOERTZEL 近似によって説明されることがすでに報告されている。事実 TABLE 25 から理論値との一致がみられる。 ^{235}U を含む炉心溶液中の年令については測定がなく未知である。炉心溶液中の年令によって減速模型をしらべることは無意味ではないがかなりの困難が予想される。その困難は ^{233}U の共鳴分裂および捕獲が明らかでないことによるものである。また重水反射体内での中性子束空間分布から減速模型をしらべる

ことも困難である。その理由として、1つは炉心での吸収の影響に不確定因子が含まれていること、もう1つの最大の理由は減速模型の差は点源から20~25 cm離れた所からあらわれ初める³³⁾。筆者らの解析の対象となった系では、炉心内に比較的平坦に源が分布しているため、模型の差があらわれるのは炉心壁より25 cm程度反射体内にはいった付近からであり、測定、解析ともに容易でない。

炉心溶液内で重水素による減速模型についてはG-G近似が正しいとしてよい。Fig. 26に示した測定値と理論値の一一致は筆者らの仮定が矛盾していないことを示している。

速中性子群に対しては²³⁸U核分裂計数管による実験値と第1群の計算結果がFig. 27に示されている。A, B炉心ではいづれも炉心内の測定値が低く、反射

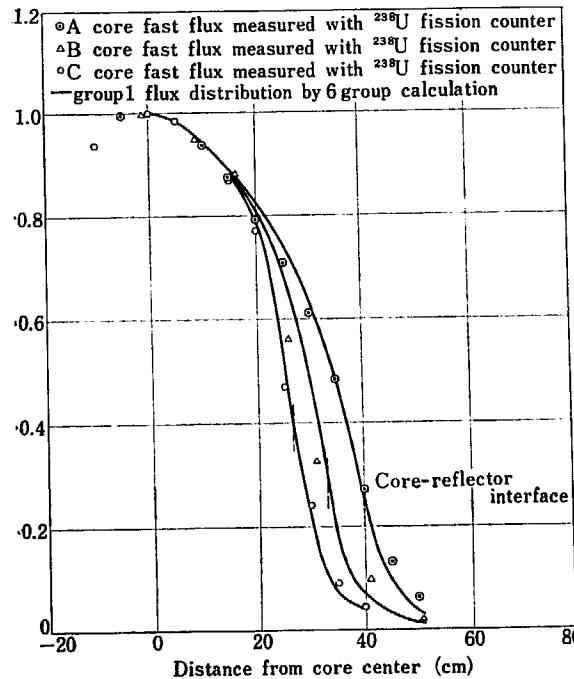


Fig. 27 Fast neutron flux distributions

体内では実測値の方が高くなっている。これらは測定がおこなわれたスリーブ管中では中性子のStreamingがあるためと思われる。C炉心では炉心内で生じた分

TABLE 22 Experimental and theoretical results for k_{eff} (Temperature 20°C)

Core	^{235}U loaded (gr)	Concentration		k_{eff}	
		$^{235}\text{U gr/l}$	$N_{\text{D}_2\text{O}}/N_{^{235}\text{U}}$	Experimental	Theoretical
A	944	3.60	3600	1.0105 ± 0.0038	1.0151
B	1003	7.06	1840	1.0108 ± 0.0049	1.0182
C	1140	15.62	830	1.0093 ± 0.0027	1.0150

裂中性子は最初は密度の低い中心部へ向って流れるために streaming が A, B 炉心に比して小さいと考えられる。

実効倍増率についての比較を TABLE 22 に示す。これらは後に述べるような摂動項の影響を除いたもので、実験値は、TABLE 22 に示した値から過剰反応度ならびに温度について、反応度の質量係数ならびに温度係数実測値 TABLE 5 を用いて補正されている。TABLE 22 からわかるように、実験と理論は 1% 以内で一致している（臨界質量では数%程度になる）。すでに Fig. 14 で示したように Harmonics 法の計算結果では一致はあまりよくなかった。Harmonics 法では減速中の中性子の炉心よりもれと炉心での吸収の競争を正しく取入れられていないので、多群理論を用いる方がよい。

実測値と理論値の違いのうちかなりの部分はポリエチレンライニング厚さの不明確さに起因している。このように吸収が強くかつ薄い層の取扱い方法は1領域として拡散近似により扱うか、境界条件で置きかえるかのいずれかしかない。後者も拡散近似に基づくものである。中性子束の transient な部分が考慮に入っていないので幾分誤差が考えられる。

TABLE 23 Reactivity loss due to sleeves, flange and lining (C' core)

Item	Experimental $\Delta k/k \%$	Theoretical $\Delta k/k \%$
Center sleeve void	0.08	0.13
absorption	0.05	0.02
Source sleeve void	0.21	0.03
absorption	0.03	0.02
Rod sleeve	0.33	0.33
void	0.08	0.05
Flange	0.40	0.46
Lining	1.01	0.78
Total	2.18 ± 0.23	1.82

TABLE 23 には摂動項の測定と理論値の比較を示した。理論値は摂動計算によるものである。ポリエチレンライニングの効果は摂動法による計算では約20%程度理論値が低い。拡散近似を用い、1領域として臨界計算した結果もほぼ同程度である。摂動法では相互の干渉がはいっていないために小さく出ると思われる。いずれの方法でも大きさの程度と理論値が小さい傾向は正しい。

スリーブ管内のボイドの影響については両者の一致はよくない。特に炉心の周辺部から反射体外に出る空孔では差が大きい。これは streaming が正しく扱われていないためと思われる。炉心から反射体の外まで

貫通した空孔に対してはよい取扱い方法がない。摂動論では空孔の相互の効果がはいってこないために計算結果にあまり信頼をおくことはできない。2次元拡散方程式を解くことも考えられるが、境界条件の設定が第1の困難である。貫通孔に対する精密な評価は角度依存をもったボルツマン方程式を数値的に積分して得られよう。

吸収材に対しては摂動計算と測定の一一致は比較的よい。しかしこの場合も相互作用効果がはいっていない。正確な値は2次元ないし3次元の計算にまつほかない。摂動計算は貫通孔吸収棒などに対しては充分信頼できるとはいひ難く、大きさの程度を示すものと考えるべきである。

解析がどの程度に信頼おけるものか、を示す尺度として、共鳴分裂および共鳴吸収がある。TABLE 19 に示したように、速中性子束分布は炉心での共鳴吸収と炉心からのものために $1/E$ 分布からずれる。この効果は4.3ですでに述べたように、速中性子の吸収および分裂と減速密度（熱領域での吸収）の比を大きくする方向に働く。速中性子束分布の $1/E$ 分布からのずれはカドミ比によって間接的に測定される。TABLE

24 にカドミ比の測定値と計算値を示した。Au の理論値は TABLE 21 に示した $1/v$ 吸収断面積に対する補正因子 f を用いて、熱中性子吸収断面積を補正し、Au の共鳴吸収は無限媒質中の実測値 1510b を用い共鳴の幅は狭いとした。共鳴エネルギーでの中性子束と熱エネルギーでの中性子束の値としては炉心の中心部での中性子束の値を用いた。Au に対する測定と理論の一一致はよい。

^{235}U の理論値は各群の断面積の計算値と、炉心の中心の中性子束の値から求めた。Cd 切断エネルギーに対しては補正がおこなわれている。速中性子分布を $1/E$ として Au のカドミ比から無限媒質中の共鳴分裂積分の測定値 $274 \pm 11\text{b}$ を用いて求めた ^{235}U カドミ比も TABLE 24 に示してある。実測値と前二者を比較して、共鳴分裂積分を大きくすれば Au のカドミ比から測定値に近い値が得られることがわかる。このことは共鳴分裂と熱エネルギー分裂の比を大きくすることと同等で、共鳴吸収と、熱エネルギーでの吸収の比を大きくすること、と同等である。理論値と測定値の一一致がよいのは解析の正当さを示すものといえよう。

TABLE 24 Cadmium ratios at core center

Core	^{197}Au		^{235}U		
	Experimental	Theoretical	Experimental	Derived from ^{197}Au data	Theoretical
A	2.16 ± 0.06	2.26	34.7 ± 2.8	38.8 ± 3.0	36.0
B	1.75 ± 0.05	1.78	19.1 ± 1.5	25.4 ± 2.0	20.8
C	1.37 ± 0.03	1.38	10.3 ± 0.8	13.1 ± 0.9	9.9

Cd cutoff energy 0.5 eV

6 む す び

20%濃縮ウランを燃料として用い、重水反射体を付した重水均質系に關し、現在まで筆者らがおこなった臨界実験と解析をとりまとめた。すでに示したように実験と理論との間にほぼ満足すべき一致が得られたが、これには炉心内での吸収と、炉心からのもの競争過程の取扱いを充分考慮することが特に重要であった。

しかし今後の研究にまたねばならぬ課題もかなりある。すなわち 热外中性子束の $1/E$ 分布からのずれについては ^{238}U の共鳴吸収によるひずみに関する研究

をさらに進めねばならない。また ^{235}U の共鳴積分の値にても、特に捕獲積分が重要であるが、個々の準位のパラメータに不明な点が多く評価の方法にも問題が多いので、共鳴吸収が大きく影響するよう吸収性反射体をつけた体系で広範囲に研究することが重要であろう。さらに濃度の濃い体系中では熱中性子群をここで扱ったような簡単な方法では扱えないであろう。その場合、実効吸収断面積の空間依存性が問題となってくる。また減速の扱い方、熱外中性子スペクトルの空間依存性も今後とも研究の必要がある。その他重水

均質系に固有ではないけれど、re-entrant な体系内、あるいは薄い吸収層を含む体系内の中性子輸送も今後に残された問題の一つである。

最後に、燃料溶解に関し種々助力くださった物理化学研究室の内藤研究員、燃料濃度測定の労をとって

くださった分析化学研究室の橋谷研究員を始め皆様、実験ならびに解析について助言と討論をしてくださった武田室長、野沢室長を始め原子炉物理部の諸氏、さらに協力くださった計算機関係の方々に深く感謝の意を表する次第です。

参考文献

- 1) R. N. OLCOTT: *Nuclear Sci. and Eng.*, **1**, 327 (1956)
- 2) R. GWIN, D. K. TRUBEY and A. M. WEINBERG: PICG, **12**, 529 (1958)
- 3) C. N. KELBER and P. KIER: *Nuclear Sci. and Eng.*, **8**, 1 (1960)
- 4) C. E. COHN: *Nuclear Sci. and Eng.*, **6**, 284 (1959)
- 5) G. R. KEEPIN and T. F. WIMETT: *Nucleonics*, **16**(10), 86 (1958)
- 6) S. BERNSTEIN, W. H. PRESTON, G. WOLFE and R. E. SLATTERY: *phys. Rev.*, **71**, 573 (1947)
- 7) M. C. EDLUND and L. C. NORDERER: CF-54-3-120
- 8) L. C. SCHMID and W. P. STINSON: HW-66319 (1960)
- 9) P. MICHAEL: *Nuclear Sci. and Eng.*, **8**, 426 (1960)
- 10) G. P. CALAME: *Nuclear Sci. and Eng.*, **10**, 31 (1961)
- 11) A. M. WEINBERG and E. P. WIGNER: The Theory of Neutron chain Reactors. 1958
- 12) A. WEITZBERG: *Trans. of ANS*, **3**, 2, 24 (1960)
- 13) M. J. POOL: Progress in Nuclear Energy, Series I, Vol. 2, p. 91, 1958
C. H. WESTCOTT: PICG, 16 (1958)
- 14) Handbuch der physik, XXXVIII/2, Springer-Verlag, 1959
- 15) H. D. BROWN and D. S. ST. JOHN: DP-33(1954)
H. D. BROWN: DP-64 (1956)
- 16) E. R. COHEN: PICG, **5**, 412 (1955)
- 17) Unpublished ORNL Total Cross Section for ^{235}U ; Aqueous Homogeneous Reactor Status Report, O. J. ELGERT Feb. 29, 1960
- 18) P. W. WOOD: ORNL-54-3-160, 1954: Aqueous Homogeneous Reactor Status Report, O. J. ELGERT, Feb. 29, 1960
- 19) J. L. ROSEN: Neutron Resonances in ^{238}U , CU-185 (1959)
- 20) S. OLEKSA: BNL-433 (1956)
- 21) G. J. SAFFORD and W. W. HAVENS, JR.: *Nucleonics*, **11**, 134, (1959)
- 22) ANL-5800
- 23) R. L. MURRAY: Nuclear Reactor Physics, 1957
- 24) G. GOERTZEL and H. L. GARABEDIAN: ORNL 30 (1948)
- 25) J. W. WADE: *Nuclear Sci. and Eng.*, **4**, 12 (1958)
- 26) G. GOERTZEL and E. GREULING: *Nuclear Sci. and Eng.*, **7**, 69 (1960)
- 27) H. HURWITZ, JR. and P. F. ZWEIFEL: *J. Appl. phys.*, **26**, 923 (1955)
- 28) H. AMSTER: *J. Appl. phys.*, **29**, 623 (1958)
- 29) R. L. HELLENS, R. W. LONG and B. H. MOUNT: WAPD-TM-4 (1956)
- 30) H. BOHL, JR., E. M. GELBARD and G. H. RYAN: WAPD-TM-72 (1957)
- 31) V. A. WALBARN: KAPL-1531 (1956)
- 32) MUET IV Library Tape, Aqueous Homogeneous Reactor Status Report, O. J. Elgert, Feb. 29, 1960
- 30) M. M. LEVINE, K. E. ROACH, D. B. WEHMEYER and P. F. ZWEIFEL: *Nuclear Sci. and Eng.*, **7**, 14 (1960)

付 錄

A1 热中性子スペクトル

速度 v' の中性子と ω なる角をなして V_2 の速度で動いている重水素によって中性子が散乱されて速度 v になる確率を $p(v, v'; V_2, \mu)$ とする ($\mu = \cos \omega$) と

$$p(v, v'; V_2, \mu) = \begin{cases} \frac{2v}{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}, & \text{for } v_{\max} \geq v \geq v_{\min} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A1.1})$$

ただし $\alpha = \frac{M_{\text{eff}} - 1}{M_{\text{eff}} + 1}$

$$v_{\max} = \frac{1}{M_{\text{eff}} + 1} \left\{ \left(v'^2 + M_{\text{eff}}^2 V_2^2 + 2M_{\text{eff}} v' V_2 \mu \right)^{\frac{1}{2}} + M_{\text{eff}} \left(v'^2 + V_2^2 - 2v' V_2 \mu \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$v_{\min} = \frac{1}{M_{\text{eff}} + 1} \left\{ \left(v'^2 + M_{\text{eff}}^2 V_2^2 + 2M_{\text{eff}} v' V_2 \mu \right)^{\frac{1}{2}} - M_{\text{eff}} \left(v'^2 + V_2^2 - 2v' V_2 \mu \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

1) $E_v \geq v'^2 \geq v^2$ では $P(v, v')$ は次式で与えられる。

$$P(v, v') = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} d\mu \int_0^\infty v_r \sigma_s(v_r) M(V_2) p(v, v'; V_2, \mu) dV_2 \quad (\text{A1.2})$$

ここで $M(V_2)$ は重水素の MAXWELL 分布である。積分の結果は次のようになる.*

$$\begin{aligned} P(v, v') = & \sum_{t=1}^2 \sigma_{st} \frac{(M_{\text{eff}} + 1)^2}{4M_{\text{eff}}} \frac{\tau_t^3}{\lambda_t} \frac{v}{v'} \left\{ \exp \left[-K_t \tau_t^2 v'^2 \right] [\operatorname{erf}(\beta \theta_t v - \beta \xi_t v') + \operatorname{erf}(\beta \theta_t v + \beta \xi_t v')] \right. \\ & \left. + \exp \left[\frac{\beta^2}{M_{\text{eff}}} (v'^2 - v^2) \right] [\operatorname{erf}(\beta \theta_t v' - \beta \xi_t v) - \operatorname{erf}(\beta \theta_t v' + \beta \xi_t v)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1.3})$$

ただし

$$\tau_t^2 = \frac{M_{\text{eff}} \beta^2}{M_{\text{eff}} \beta^2 + K_t}, \quad \theta_t = \frac{M_{\text{eff}} + 1}{2\tau_t \sqrt{M_{\text{eff}}}}, \quad \xi_t = \tau_t \sqrt{M_{\text{eff}}} - \theta_t, \quad \lambda_t = 1 + M_{\text{eff}}(1 - \tau_t^2),$$

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz, \quad \beta^2 = \frac{1}{2kT}.$$

$$K_t = 0 \quad \text{or} \quad \alpha_1$$

2) $v'^2 > E_v$ では重水素は静止しているとするから

$$p(v, v'; V_2, \mu) = \begin{cases} \frac{2v}{v'^2(1-\alpha^2)}, & \text{for } v' \geq v \geq \alpha v' \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

したがって P は (A1.2) 式によって

$$P(v, v') = \int_0^\infty v_r \sigma_s(v_r) M(V_2) dV_2 \frac{2v}{v'^2(1-\alpha^2)} \quad (\text{A1.4})$$

で与えられる。 (A1.4) 式の右辺積分は (A1.5) 式で与えられる。

$W(v)$ は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} W(v) = & \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^\infty dV_2 v_r \sigma(v_r) M(V_2) \\ = & \sum_{t=1}^2 \sigma_{st} \tau_t^3 \left(\tau_t^2 v + \frac{1}{2M_{\text{eff}} \beta^2 v} \right) \operatorname{erf}(\sqrt{M_{\text{eff}}} \beta v) \exp[-K_t \tau_t^2 v^2] \end{aligned}$$

* 本文の参考文献 14), 15), 16) を参照

$$+ \frac{\tau_t}{\sqrt{\pi} M_{\text{eff}} \beta} \exp[-M_{\text{eff}} \beta^2 v^2] \Big\} \quad (\text{A1.5})$$

$v > v'$ に対しては詳細釣合

$$M(v') P(v, v') = M(v) P(v', v) \quad (\text{A1.6})$$

を用いて求める。ただし (A1.6) 式で $M(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta^3 v^2 \exp[-\beta^2 v^2]$

$\gamma(v)$ は (7) 式で与えられる。計算結果は

$$\begin{aligned} \gamma(v) = & \frac{1}{2\rho_{D_2O}} \sum_A \rho_A \left[\sigma_{a1} A + \sigma_{a2} A \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta \sqrt{A}} \exp[-AB^2 v^2] + \left(\frac{1}{2\beta^2 Av} + v \right) \operatorname{erf}(\sqrt{A} \beta v) \right\} \right. \\ & \left. + \sigma_{a3} A \left(v^2 + \frac{3}{2A\beta^2} \right) + \sigma_{a4} A \frac{\Gamma_{AA}}{\Gamma_A} \frac{v}{1+x_A^2} \left(1 - \frac{2}{\xi_A^2} \frac{1+x_A^2}{1-3x_A^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

ただし A は吸収原子の質量数。 $x_A = \frac{v^2 - v_{0A}^2}{\Gamma_A}$, $\xi_A = \beta \frac{\Gamma_A}{v_{0A}}$, v_{0A} は共鳴エネルギー E_0 に対応した値。

$\gamma_f(v)$ も同様である。

$D(v)$ は次の表式によった。

$$D(v) = \frac{2}{3 \left\{ W(v) (1 - \bar{\mu}) + \gamma(v) + \frac{1}{2} W_0(v) (1 - \bar{\mu}_0) \right\}} \quad (\text{A1.8})$$

o は酸素をあらわす添字である。 $\bar{\mu}$ の計算には M_{eff} を用いた。また酸素の $W_0(v)$ は (A1.6) 式で $\sigma_a = \text{const}$ として求めた。

数値計算に当っては、次の保存則をみたすことが重要である。

$$W(v) = \int_0^\infty dv' P(v', v) \quad (\text{A1.9})$$

通常は (A1.9) 式の積分の上限を v^* で切断するため、(A1.9) 式をみたしていない。このために中性子束に誤差が入るおそれがある。次のようにして修正する。

$$P^*(v_i, v_i) = P(v_i, v_i) + W(v_i) - \sum_j P(v_j, v_i) \quad (\text{A1.10})$$

数値計算は次のようにして遂行した。

$\eta(v) = N(v) - M(v)$ とおくと

$$\eta(v) = \frac{S(v) - M(v) \gamma(v) + \int_0^{v^*} P^*(v, v') \eta(v') dv'}{V(v) + \gamma(v)} \quad (\text{A1.11})$$

または

$$\eta_i = \frac{S_i - M_i \gamma_i + \sum_j P^*_{ij} \eta_j \Delta v_j}{V_i + \gamma_i} \quad (\text{A1.11})$$

(A1.11) 式の積分は繰返し法と外挿法を併用しておこなった。実際の積分には DP-222 を改良して用いた*。

* J. ENGLISH: DP-222 (1957)

A 2 共鳴積分

1) 準位の分解されている領域*

定常状態においては、媒質中の全衝突密度 $F(E)$ （散乱、吸収の双方を含む）は次のように与えられる**。

$$F(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_a(E') + \Sigma_b(E')} \cdot \frac{F(E')}{(1-\alpha)} \cdot \frac{dE'}{E'}$$

ここで、 $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ 、 A は標的核の質量数、 Σ_a は標的核の巨視的散乱断面積、 Σ_b は同じく巨視的吸収面積断である。

ただし、この式が成り立つのは、中性子のエネルギーが αE_0 (E_0 は核分裂によって生まれた中性子の持つ初めのエネルギー) よりもかなり低い場合である。

この方程式を解いて $F(E)$ を求めること、さらにそれから共鳴を逃れる確率 p を導くことは解析的にはおこなえない。そこで、吸収面積断がエネルギーとともに変化し、共鳴の幅が狭く、しかも共鳴準位同志がたがいに広く隔っている、として解く方法がおこなわれている。これがNR近似である。

この近似によれば、 $p(E)$ は下のように表わされる。

$$p(E) = \exp\left[-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a}{\xi(\Sigma_a + \Sigma_b)} \frac{dE'}{E'}\right] \quad (\text{A2.1})$$

ここで

E_0 : 分裂中性子のエネルギー Σ_a : $N_0(\sigma_a + \sigma_b) + \Sigma_{a1}$ N_0 : 共鳴吸収物質の単位体積当たりの原子数

σ_a : 共鳴吸収物質の共鳴散乱面積 σ_b : 共鳴吸収物質のポテンシャル散乱断面積 Σ_{a1} : $N_0 \cdot \sigma_a$

σ_b : 共鳴吸収物質の吸収断面積 ξ : $(\xi_0 N_0 \sigma_b + \xi_1 \Sigma_{a1}) / (N_0 \sigma_b + \Sigma_{a1})$

$$\sigma_b + \Sigma_{a1}/N_0 \equiv \sigma_p$$

とおくと、(A2.1) 式は、 $\exp\left(-\frac{N_0}{\xi_0 N_0 \sigma_b}\right) I$ となり、実効共鳴積分 I は次式で与えられる。

$$I = \int \frac{\sigma_a}{1 + \frac{\sigma_a + \sigma_b}{\sigma_p}} \frac{dE}{E} \quad (\text{A2.2})$$

温度 T の吸収性物質に対しては、吸収性物質を構成する原子の熱運動のため、エネルギー E の中性子と吸収性原子の相対運動エネルギーが E とは異なってくる。その結果、吸収性原子による吸収は σ_a とは異なり厳密には、 σ_a の代りに、上述の熱運動による修正を含めた実効断面積 $\sigma_a^{\text{eff}}(E)$ を用いなければならない。

実効断面積 $\sigma_a^{\text{eff}}(E)$ は、次のように表わされる。

$$\sigma_a^{\text{eff}}(E) = \int \left(\sigma_0 \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}\right) \left\{1 + \left(\frac{E_{\text{eff}} - E_r}{\Gamma}\right)\right\}^{2-1} \pi^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{A}{4\mu EKT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{A(E - E_{\text{eff}})^2}{4\mu EKT}\right\} dE_{\text{eff}} \quad (\text{A2.3})$$

E : 標的核が静止していると仮定した場合の重心系における中性子の相対運動のエネルギーで、実際には実験室系での中性子のエネルギーとほとんど等しいのでここでは同一の記号を探った。

E_{eff} : 热運動をしている吸収性原子と中性子との相対運動のエネルギー Γ : 共鳴準位の全幅

* L. DRESNER: *Nuclear Sci. and Eng.*, 1, 68 (1956); International Series of Monographs on Nuclear Energy, X, Vol. 4, 1960

** 本文中の参考文献 1) を参照

$$\Gamma_\gamma: \gamma \text{幅} \quad \Gamma_n: \text{中性子幅} \quad A: \text{吸収原子核の質量} \quad \mu: \text{換算質量} \quad \sigma_0: \sigma_0 = g 4\pi \lambda^2 \Gamma_n / \Gamma = \frac{2\pi \hbar^2}{m E_r} \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

g : 統計因数 m : 中性子の質量 E_r : 共鳴準位のエネルギー.

$$\Delta' \equiv (4\mu E_r k T / A)^{1/2}, \quad \xi \equiv \Gamma / \Delta', \quad x \equiv (E - E_r) / \Gamma / 2$$

とおくと下の式を得る.

$$\frac{\sigma_n^{eff}(x)}{(\sigma_0 \Gamma_\gamma / \Gamma)} = \frac{\xi}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-\xi^2(x-y)^2/4\}}{1+y^2} dy \equiv \psi(\xi, x) \quad (\text{A2.4})$$

$\psi(\xi, x)$ を用いると、共鳴準位 E_r に対する共鳴積分 $I(E_r)$ は

$$I(E_r) = \left(\frac{\sigma_p \Gamma_\gamma}{E_r} \right) \int_0^{\infty} \frac{\psi(\xi, x)}{\beta + \psi(\xi, x)} dx \quad (\text{A2.5})$$

となる。ただし、 $\beta = \sigma_p / \sigma_0$ である。

分裂性物質に対しては、 Γ_γ の代りに、 $\Gamma_\gamma + \Gamma_F$ が用いられる。 Γ_F は分裂幅である。

(A2.5) の右辺の積分を、 $J(\xi, \beta)$ とおく。すなわち

$$J(\xi, \beta) \equiv \int_0^{\infty} \frac{\psi(\xi, x)}{\beta + \psi(\xi, x)} dx$$

とする。共鳴準位 E_r に対する共鳴積分 $I(E_r)$ は

$$I(E_r) = \left(\frac{\sigma_p \Gamma_\gamma}{E_r} \right) J(\xi, \beta) \quad (\text{A2.6})$$

と表わされ、その準位に対する共鳴を逃れる確率 p_γ は下のように書ける。

$$p_\gamma = \exp \left[- \frac{N_0}{(\xi_0 N_0 \sigma_b + \xi_1 \Sigma_{s1})} I(E_\gamma) \right] \quad (\text{A2.1}')$$

J の評価は、充分大きい適当な定数 C で積分区間を 2 つに分けておこなう 区間 (C, ∞) での積分は次のよう近似できる。

$$\int_C^{\infty} \frac{\psi(\xi, x)}{\psi(\xi, x) + \beta} dx \approx \frac{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(C \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} \right)}{\sqrt{\beta(1+\beta)}} \quad (\text{A2.7})$$

$J(\xi, \beta)$ は下のようになる。

$$J(\xi, \beta) = \sum_{k=1}^N \int_{(k-1)\Delta}^{k\Delta} \frac{\psi(\xi, x)}{\psi(\xi, x) + \beta} dx + \frac{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(C \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} \right)}{\sqrt{\beta(1+\beta)}} \quad (\text{A2.8})$$

Δ は積分区間 $(0, C)$ を N 等分した時の区間幅である。 ψ と J は、ガウスの積分公式により以下のようにして求める。

x の関数 $F(x)$ が、 e^{-x^2} と、 x の多項式 $f(x)$ との積の形であるならば、その積分は、下のように和の形で表わすことができる*。

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) dx = \sum_{i=1}^n \alpha_i^{(n)} f(x_i^{(n)}) + R_n$$

$x_i^{(n)}$ は、 n 次のエルミート多項式の根、 $\alpha_i^{(n)}$ は対応した荷重、 R_n は補正項である。 R_n は小さいから $\psi(\xi, x)$ は、近似的に次のように表わせる。

* H. E. SALZER, RUTH ZUTH and RUTH CAPUANO: J. of the National Bureau of Standards, 48, 111 (1952)

TABLE A1 $\alpha_i^{(n)}, |Z_i^{(n)}|$

n	$ Z_i^{(n)} $	$\alpha_i^{(n)}$	n	$ Z_i^{(n)} $	$\alpha_i^{(n)}$
$n=10$	0.34292	0.61086	$n=14$	0.29175	0.53641
	1.03661	0.24014		0.87871	0.27311
	1.75668	0.(1)33874		1.47668	0.(1)68506
	2.53273	0.(2)13436		2.09518	0.(2)78501
	3.43616	0.(5)76404		2.74847	0.(3)35509
$n=11$	0.00000	0.65476	$n=15$	3.46266	0.(5)47165
	0.65681	0.42936		4.30445	0.(8)86286
	1.32656	0.11723		0.00000	0.56410
	2.02595	0.(1)11911		0.56507	0.41203
	2.78329	0.(3)34682		1.13612	0.15849
$n=12$	3.66847	0.(5)14396		1.71999	0.(1)30780
	0.31424	0.57014		2.32573	0.(2)27780
	0.94779	0.26049		2.96717	0.(3)10000
	1.59768	0.(1)51608		3.66995	0.(5)10591
	2.27951	0.(2)39054		4.49999	0.(8)15225
$n=13$	3.02064	0.(4)85737	$n=16$	0.27348	0.50793
	3.88972	0.(6)26586		0.82295	0.28065
	0.00000	0.60439		1.38026	0.(1)83810
	0.60576	0.42162		1.95179	0.(1)12880
	1.22006	0.14032		2.54620	0.(3)93228
$n=14$	1.85311	0.(1)20863		3.17700	0.(4)27119
	2.51974	0.(2)12075		3.86945	0.(6)23210
	3.24661	0.(4)20430		4.68874	0.(9)26548
	4.10134	0.(7)48257			

TABLE A2 $|u_j|, A_j$

n	$ u_j $	A_j
$n=10$	0.97391	0.03334
	0.86506	0.07473
	0.67941	0.10954
	0.43340	0.13463
	0.14887	0.14776

$$\psi(\xi, x) \cong \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n \{\alpha_i^{(n)}\} f(Z_i^{(n)}) \quad (\text{A2.9})$$

ただし, $f(Z) = [1 + 4\frac{Z^2}{\xi^2} + 4\frac{Z}{\xi}x + x^2]^{-1}$ である. $\alpha_i^{(n)}$, $Z_i^{(n)}$ は, TABLE A1 に示してある. ψ の場合と同様に, J は次のようにして近似される.

$$\left. \begin{aligned} J &\cong \sum_{k=1}^N A \sum_{j=1}^n A_j t(\xi, x_j) + \frac{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(N \cdot A \sqrt{\frac{1+\beta}{\beta}} \right)}{\sqrt{\beta(1+\beta)}} \\ t(\xi, x_j) &= \frac{\psi(\xi, x_j)}{\psi(\xi, x_j) + \beta} \\ x_j &= k \cdot A + \frac{A}{2}(u_j - 1) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.10})$$

A_j, u_j は定数で, TABLE A2 に示してある*.

* 数値計算法 I, 岩波応用数学講座

2) 準位の分解されていないエネルギー領域における共鳴積分の評価*

準位の分解されている領域での準位間の平均の間隔を D とする。準位の分解されていない領域でも、 D の間隔で準位が分布していると仮定する。また、それらの準位の γ 幅 Γ_γ は、解析された領域での Γ_γ の平均値 $\bar{\Gamma}_\gamma$ であるとする。 Γ_γ は、エネルギーにはほとんどよらずほぼ一定なので、平均値を用いることは妥当と思われる。上のように仮定すると、準位の分解されていない領域での共鳴積分 I' は、次の式で与えられる。

$$I' = \left(\frac{\sigma_p \bar{\Gamma}_\gamma}{D} \right) \int_{E_1}^{\infty} J(\xi, \beta) dE/E$$

ただし E_1 は、準位の分解されている領域と分解されていない領域との境界の準位のエネルギーである。

この領域での ξ は

$$\xi = \frac{\Gamma_\gamma}{(4kT E/A)^{1/2}} + \frac{\bar{\Gamma}_n^0}{(4kT/A)^{1/2}} \quad (\text{A2.11})$$

で与えられる。ただし $\bar{\Gamma}_n^0$ は、換算幅の平均値である。 ^{238}U , ^{232}Th では、準位の分解されていない領域の E はかなり大きいので、第1項は無視できる。したがって、 ξ の値はほぼ常数となり、どちらの物質に対しても、 $\xi \approx 0.1$ である。

^{238}U , ^{232}Th では、 $\Gamma_\gamma \ll \Gamma_n$ であるから、 $\Gamma_n/\Gamma = 1$ から、変数 E の代りに β を用いることができ、 I' は次のように表わせる。

$$I' = \left(\frac{\sigma_p \bar{\Gamma}_\gamma}{D} \right) \int_{\beta_1}^{\infty} J(\xi, \beta) \frac{d\beta}{\beta} \quad (\text{A2.12})$$

β_1 は、 $E_\gamma = E_1$ における β の値、 $\bar{\Gamma}_\gamma$ は γ 幅の平均値である。

(A2.10) 式を用い、 $a \gg \psi$ を考慮することにより I' は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I' &\cong \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{\sigma_p \bar{\Gamma}_\gamma}{D} \right) \sum_{k=1}^N A \cdot \sum_{j=1}^n A_j \int_{\beta_1}^a \frac{1}{\beta} \frac{\psi(\xi, x_{jk})}{\psi(\xi, x_{jk}) + \beta} d\beta \\ &= \frac{\sigma_p \bar{\Gamma}_\gamma}{D} \cdot A \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^n A_j \ln \left(\frac{\beta_1 + \psi(\xi, x_{jk})}{\beta_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{A2.13})$$

ただし

$$x_{jk} = \frac{A(2k-1)}{2} + \frac{Au_j}{2}$$

* p. 31 の脚注参照

A 3 Harmonics 法

Harmonics 法は中性子束分布、および減速密度を Harmonics 展開することにより、展開係数に対する連立方程式を作り、解の存在条件として臨界方程式を作ろうとする方法である*. 廉心部と反射体内の減速の性質および拡散係数が比較的類似している 2 領域炉に対してかなり有効である。この方法の利点は、中性子が炉心から反射体内へもれる効果を取り入れられる点で、炉心からのもれの確率 ($1-P$) が小さい炉では、臨界量をかなりよく予言できる。

中性子の釣合いが次式であらわされるとする。

$$-\operatorname{div} D(\mathbf{r}) \operatorname{grad} \phi(\mathbf{r}) + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) = q(\mathbf{r}) \quad (\text{A3.1})$$

$$q(\mathbf{r}) = \nu \int N_0(\mathbf{r}') P(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}' \quad (\text{A3.2})$$

ただし、 ϕ は熱中性子束、 q は熱エネルギーの上限の減速密度をあらわす。 N_0 は分裂中性子源をあらわし、 P は減速積分核である。 ν は分裂当たりの中性子放出数。原子炉は 3 領域より成り、c, s, R をそれぞれ炉心、球殻、反射体をあらわす添字とする。 $D(\mathbf{r})$ 、 $\Sigma_a(\mathbf{r})$ はそれぞれの領域で常数値をとるとした。

$F(\mathbf{r}, u)$ をレサジー u での衝突密度とすると、 $N_0(\mathbf{r})$ は次式で与えられる。

$$N_0(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f(\mathbf{r}, u)}{\Sigma(\mathbf{r}, u)} F(\mathbf{r}, u) du + \Sigma_{ft}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \quad (\text{A3.3})$$

減速積分核 P は共鳴を逃れる確率も含んでいるとすると、点 \mathbf{r}' で生れた中性子がレサジー u まで減速されて点 \mathbf{r} で衝突する確率 $P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}; u)$ を用いると、衝突密度 $F(\mathbf{r}, u)$ は次式で表わせる。

$$F(\mathbf{r}, u) = \nu \int N_0(\mathbf{r}') P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}; u) d\mathbf{r}' \quad (\text{A3.4})$$

大部分の核分裂が熱領域でおこるとすると、(A3.4) 式で $N_0(\mathbf{r}') \cong \Sigma_{ft}(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}')$ とおいてよい。

したがって

$$N_0(\mathbf{r}) \cong \nu \int_{-\infty}^{u_t} du \int \Sigma_{ft}(\mathbf{r}') \frac{\Sigma_f(\mathbf{r}, u)}{\Sigma(\mathbf{r}, u)} \phi(\mathbf{r}') P(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}; u) d\mathbf{r}' + \Sigma_{ft}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \quad (\text{A3.5})$$

P を無限媒質中の値 P_∞ で近似してもよい。ただ P_∞ は共鳴を逃れる確率も含んでいるので、 P_∞ を厳密に求めることは、現在是不可能である。次のようにおく。

$$P_\infty(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) \cong p(\mathbf{r}) P_\infty^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}), \quad P_\infty(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}; u) \cong p(\mathbf{r}, u) P_\infty^0(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}; u) \quad (\text{A3.6})$$

ここで $p(\mathbf{r})$ は共鳴を逃れる確率である。また添字 0 は共鳴吸収がない場合に対する P_∞ の値を意味する。炉の外挿境界（半径 R_0 ）で 0 になる境界条件をもつ波動方程式の固有関数列を $\{\phi_n\}$ とし、熱中性子束を ϕ_n で展開する。

$$\nabla^2 \phi_n + B_n^2 \phi_n = 0 \quad \phi_n(R_0) = 0 \quad (\text{A3.7})$$

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \phi_n(\mathbf{r}) \quad (\text{A3.8})$$

(A3.2, 5, 6, 8) 式から

* 本文の参考文献 7), 24) を参照

$$q(\mathbf{r}) = \nu p(\mathbf{r}) \sum_{m,n} C_m \phi_m \bar{P}_\infty(B_m^2) \left[\lambda_{mn} + \nu \sum_l \lambda_{ln} \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f(u)}{\Sigma(u)} \bar{P}_\infty(B_l^2, u) p_C(u) \right. \\ \times \left. \left(\lambda_{ml} + \frac{\mu_{ml}}{p_C(u)} + \frac{p_R(u)}{p_C(u)} \xi_{ml} \right) du \right] \quad (\text{A3.9})$$

ここで $\Sigma_f(\mathbf{r}, u)$, $\Sigma_{ft}(\mathbf{r})$ は炉心内でのみ 0 でない常数とした. λ , μ , ξ , \bar{P}_∞ は以下のように定義した.

$$\lambda_{ml} = \int_{\text{炉心}} \phi_m \phi_l d\mathbf{r}, \quad \mu_{ml} = \int_{\text{球殻}} \phi_m \phi_l d\mathbf{r}, \quad \xi_{ml} = \int_{\text{反射体}} \phi_m \phi_l d\mathbf{r}$$

$$\lambda_{ml} + \mu_{ml} + \xi_{ml} = \delta_{ml}$$

$$\bar{P}_\infty(B_l^2, u) = \int_{\text{all space}} P_\infty(\mathbf{r}; u) \phi_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad \bar{P}_\infty(B_l^2) = \int_{\text{all space}} P_\infty(\mathbf{r}) \phi_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

簡単のため、次のようにおく.

$$\nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f(u)}{\Sigma(u)} \bar{P}_\infty(B_l^2, u) du \cong k_f \bar{P}_\infty(B_l^2), \quad \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f}{\Sigma} P_\infty(B_l^2, u) du \cong \frac{k_f}{p_C} \bar{P}_\infty(B_l^2) \\ \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f(u)}{\Sigma(u)} \bar{P}_\infty(B_l^2, u) du \cong \frac{p_R}{p_C} k_f \bar{P}_\infty(B_l^2) \\ k_f = \nu \int_{-\infty}^{u_t} \frac{\Sigma_f(u)}{\Sigma(u)} p_C(u) du$$

上の近似が裸の場合は修正 2 群理論に一致することは容易に確かめられる.

(A3.9) 式は次のようにあらわされる.

$$q(\mathbf{r}) = \nu p(\mathbf{r}) \sum_{m,n} C_m \phi_m \bar{P}_\infty(B_m^2) \left[\lambda_{mn} + k_f \sum_l \lambda_{ln} \bar{P}_\infty(B_l^2) \left(\lambda_{ml} + \frac{1}{p_C} \mu_{ml} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{ml} \right) \right] \quad (\text{A3.9}')$$

(A3.9') 式を (A3.1) 式に代入し、両辺に ϕ_k をかけて積分し、次式が得られる.

$$\sum_n C_n \left[B_n^2 D_C \left(\lambda_{kn} + \frac{D_S}{D_C} \mu_{kn} + \frac{D_R}{D_C} \xi_{kn} \right) + \Sigma_C \left(\lambda_{kn} + \frac{\Sigma_S}{\Sigma_C} \mu_{kn} + \frac{\Sigma_R}{\Sigma_C} \xi_{kn} \right) \right] \\ = \nu p_C \sum_{m,n} C_m \bar{P}_\infty(B_m^2) \left(\lambda_{km} + \frac{1}{p_C} \mu_{km} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{km} \right) \\ \times \left[\lambda_{mn} + k_f \sum_l \lambda_{ln} \bar{P}_\infty(B_l^2) \left(\lambda_{ml} + \frac{1}{p_C} \mu_{ml} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{ml} \right) \right] \quad (\text{A3.10})$$

臨界条件は次のようなになる.

$$\left| B_n^2 L_C^2 \left(\lambda_{kn} + \frac{D_S}{D_C} \mu_{kn} + \frac{D_R}{D_C} \xi_{kn} \right) + \lambda_{kn} + \frac{\Sigma_S}{\Sigma_C} \mu_{kn} + \frac{\Sigma_R}{\Sigma_C} \xi_{kn} - k_f \sum_m \left(\lambda_{km} + \frac{1}{p_C} \mu_{km} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{km} \right) \right. \\ \times \left. \left[\lambda_{mn} + k_f \sum_l \lambda_{ln} \left(\lambda_{ml} + \frac{1}{p_C} \mu_{ml} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{ml} \right) \bar{P}_\infty(B_l^2) \right] \bar{P}_\infty(B_m^2) \right| = 0 \quad (\text{A3.11})$$

$$\text{ここで } L_C^2 = \frac{D_C}{\Sigma_C}, \quad k_f = \nu p_C \frac{\Sigma_f}{\Sigma_C}$$

(A3.11) 式は次のようにあらわされる.

$$\left| \delta_{kn} - \frac{B_n^2 L_C^2}{1 + L_C^2 B_k^2} \left(\frac{D_C - D_S}{D_C} \mu_{kn} + \frac{D_C - D_R}{D_C} \xi_{kn} \right) - \frac{1}{1 + L_C^2 B_k^2} \left(\frac{\Sigma_C - \Sigma_S}{\Sigma_C} \mu_{kn} + \frac{\Sigma_C - \Sigma_R}{\Sigma_C} \xi_{kn} \right) \right. \\ - \frac{k_f}{1 + L_C^2 B_k^2} \sum_m \left(\lambda_{km} + \frac{1}{p_C} \mu_{km} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{km} \right) \left[\lambda_{mn} + k_f \sum_l \lambda_{ln} \left(\lambda_{ml} + \frac{1}{p_C} \mu_{ml} + \frac{p_R}{p_C} \xi_{ml} \right) \right. \\ \times \left. \bar{P}_\infty(B_l^2) \right] \bar{P}_\infty(B_m^2) \right| = 0 \quad (\text{A3.11}')$$

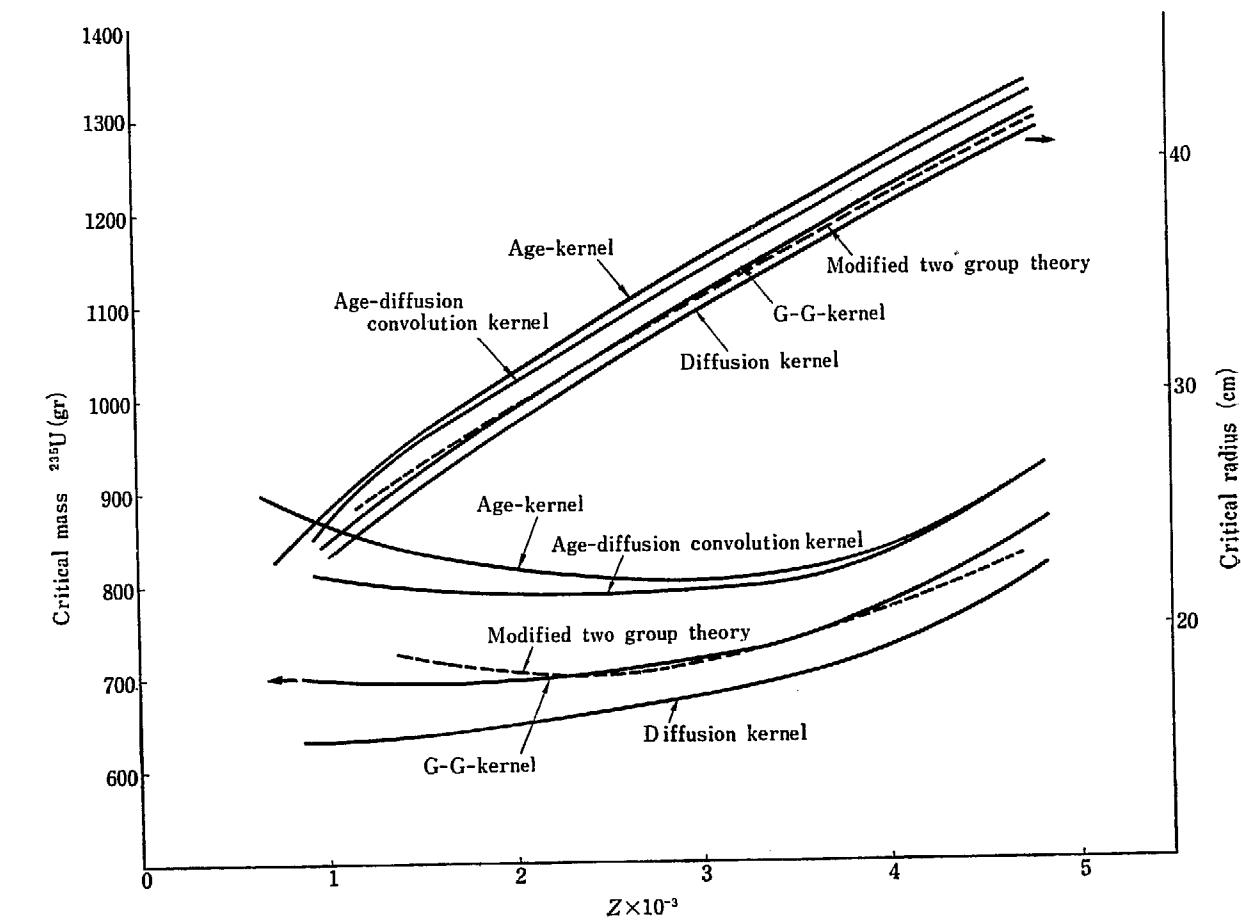


Fig. A1 Effect of slowing down model (Harmonics method)

(A3.11') で k, l, m, n は 8 項まで取って計算をおこなった。炉心半径が大きいところでは収斂は速い。

$\bar{P}_\infty(B_n^2)$ としては次の模型をとって計算した。

$$\bar{P}_\infty(B_m^2) = \begin{cases} e^{-B_n^2 \tau} & \text{(年令型)} \\ \frac{1}{1+B_n^2 \tau} & \text{(拡散型)} \\ \frac{e^{-B_n^2 \tau}}{1+B_n^2 \tau_1} & \text{(年令一拡散重畳型)} \\ \exp \left[-\frac{B_n^2 \tau_2}{1+\frac{B_n^2 \tau \gamma}{u_t}} \right] & \text{(G-G型)} \end{cases}$$

Fig. A1 に臨界半径および質量の計算結果を示してある。修正 2 群理論の結果も示してある。実験との比較は Fig. 14 に示されている。実験との差は次の理由によるとと思われる。

炉心と反射体内では減速中の中性子の振舞が異なる。また炉心からのもれと炉心での吸収が入れられていない。共鳴エネルギーでの核分裂がかなりある。

この方法に対するコードが炉物理第一研究室鈴木友雄氏により作成されている。

A 4 中性子の減速

軽い核から成る減速材中の中性子の減速は、中性子が失なうエネルギーの平均値が大きいために、フェルミの連続減速では扱えない。以下では2個の軽い核を含む減速材中の中性子束分布を求めるこにする。中性子束の空間分布を e^{ikx} に比例すると仮定する。源は等方であるとし、レサジーを u 、 A を核の質量とする。 $\Sigma_T(u)$ を全断面積とすると、一次元ボルツマン方程式は次のようにあらわされる*。

$$\begin{aligned} \Sigma_T(u) [1 - ik\mu/\Sigma_T(u)] \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} N_l(k, u) P_l(\mu) &= \sum_A \sum_{L=0}^{\infty} \frac{2L+1}{4\pi} J_{LA}(k, u) P_L(\mu) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} S(u) + \frac{1}{4\pi} \omega(u) \end{aligned} \quad (\text{A4.1})$$

$P_l(\mu)$ は Legendre 関数で、 N_l は中性子束の Legendre 展開係数。 $\omega(u)$ は非弾性散乱によってレサジー u に入ってくる中性子数をあらわす。 J_{LA} は次のように定義されている。

$$J_{LA}(k, u) = \int_{u-\ln\alpha}^u du' N_L(k, u') \cdot 2\pi \int_{-1}^1 d\mu P_L(\mu) \Sigma_{A^0}(\mu, u', U) \quad (\text{A4.2})$$

ただし $U=u-u'$ 、 $\alpha=\left(\frac{A-1}{A+1}\right)$ 。 μ は L 系での散乱角。 Σ_{A^0} は L 系での微分散乱断面積。C 系での散乱角を μ_C とすると μ, μ_C, U の間に次の関係がある。

$$\begin{aligned} \mu &= (1+2\gamma\mu_C+\gamma^2)^{-\frac{1}{2}} (\mu_C+\gamma) \quad \gamma=\frac{1}{A} \\ -U &= \ln \left[1 - \frac{\theta}{2} (1 - \mu_C) \right], \quad \theta=\frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2} \end{aligned}$$

重心系での微分散乱断面積 Σ_{A^0} を Legendre 展開し、積分変数を μ_C にかえて、 $N_L \Sigma_{A^0}$ を Taylor 展開すると (A4.2) 式は次のようになる。

$$J_{LA}(k, u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n}{du^n} \left[N_L(k, u) G_{LA^n}(u) \right] \quad (\text{A4.2}')$$

$$G_{LA^n}(u) = \frac{2\pi}{n!} \int_{-1}^1 [-U(\mu_C)]^n \Sigma_{A^0}(\mu, \mu_C) P_L(\mu) d\mu_C = \sum_{L'=0}^{\infty} T_{LL'A^n} B_{L'A^0}(u) \quad (\text{A4.3})$$

$$\text{ただし } \Sigma_{A^0}(u', \mu_C) = \sum_{L'} \frac{2L'+1}{4\pi} B_{L'A^0}(u') P_{L'}(\mu_C)$$

$$T_{LL'A^n} = \frac{2L'+1}{2n!} \int_{-1}^1 [-U(\mu_C)]^n P_L(\mu) P_{L'}(\mu) d\mu_C$$

次の量を導入する。

$$q_{LA}(k, u) = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n}{du^n} G_{LA^{n+1}}(u) N_L(k, u) \quad (\text{A4.4})$$

(A4.2') 式は (A4.4) 式を用いて次のようにあらわされる。

$$J_{LA}(k, u) = G_{LA^0}(u) N_L(k, u) - \frac{dq_{LA}(k, u)}{du} \quad (\text{A4.2}'')$$

* 本文の参考文献 27) を参照

q_{L^A} に対する補助の方程式が (A4.4) 式から導出される。

$$q_{L^A}(k, u) + \lambda_{L^A}(u) \frac{dq_{L^A}(k, u)}{du} = -G_{L^{A1}} N_L \left(1 - \frac{d\lambda_{L^A}(u)}{du} \right) - \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{d^n}{du^n} G_{L^{An+1}} N_L + \lambda \frac{d^n}{du^n} G_{L^{An}} N_L \right] \quad (\text{A4.5})$$

ただし $\lambda_{L^A}(u) = -G_{L^{A2}}(u)/G_{L^{A1}}(u)$, $\lambda_{L^A}(u)$ は γ の order であることが $T_{LL''}$ の振舞からわかる。

(A4.5) 式の最後の項は高々 γ^3 の order であり無視できる*. 等方散乱に対しては, λ_{L^A} は u によらない常数 $-T_{L0^{A2}}/T_{L0^{A1}}$ で与えられる。したがって, (A4.5) 式は次のようにあらわされる。

$$q_{L^A}(k, u) + \lambda_{L^A} \frac{dq_{L^A}(k, u)}{du} = -G_{L^{A1}}(u) N_L(k, u) \quad (\text{A4.5'})$$

$L=0, 1$ だけをとり $L=2$ 以上は無視して (A4.5') 式を用いるのが G-G 近似である。G, λ はこの時次のようになる。

$$\begin{aligned} G_{0^{A0}} &= \Sigma_s A(u), \quad G_{1^{A0}} = \bar{\mu}_A \Sigma_s A(u), \quad G_{0^{A1}} = -\xi_A \Sigma_s A \\ G_{1^{A1}} &= -\eta_A \Sigma_s A = -\frac{4}{9} \cdot \frac{\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha}\right) \right] - 9 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha}\right) \right]}{\left[\frac{1}{\alpha} - 1\right] \left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]} \Sigma_s A \\ \lambda_{0^A} &= \frac{1 - \alpha \left(1 + \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{1}{\alpha}\right)}{1 - \alpha \left(1 + \ln \frac{1}{\alpha}\right)} \\ \lambda_{1^A} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{9}{8} \ln^2 \frac{1}{\alpha}\right) \right] - 27 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{8} \ln^2 \frac{1}{\alpha}\right) \right]}{\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{3}{2} \ln \frac{1}{\alpha}\right) - 9 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\alpha}\right) \right]} \end{aligned} \quad (\text{A4.6})$$

中性子の共鳴吸収がある場合、通常共鳴吸収の幅は非常に狭いので (A4.1) 式で取扱うことが困難である。ここでは次のように扱った。共鳴吸収があると、 $J_0^A(k, u)$ が共鳴吸収で失なわれただけ減少する。レサージー域を群に分割し n 番目の群を考えると、 $-\int_{u_{n-1}}^{u_n} \frac{dq_{L^A}(k, u)}{du} du = q_{L^A}(k, u_{n-1}) - q_{L^A}(k, u_n)$ は群の上限 u_{n-1} での減速密度と下限 u_n での減速密度の差になっている。この差だけが、もれと共鳴以外の吸収で失なわれる数に相当している。群 n 内に群のレサージー幅よりも非常に狭い共鳴吸収がある時は、 $q_{L^A}(k, u_{n-1})$ を共鳴吸収分だけ小さくすればよい。すなわち群 n で共鳴を逃れる確率 p_n を求めて $q_{L^A}(k, u_{n-1})$ にかけて (A4.2'') 式を修正すればよい。共鳴を逃れる確率は、次のような模型を用いた**。中性子の吸収、もれを散乱過程の一種とする。中性子がレサージー区間 du にある確率は du/ξ で与えられる。一方中性子が、散乱の中の共鳴吸収 Σ_a^r を受ける確率は、 $\Sigma_a^r / (\Sigma + DB^2)$ で与えられる。したがって p_n は次のように与えられる。

$$p_n = \exp \left\{ - \int \frac{\Sigma_a^r}{\xi(\Sigma + DB^2)} du \right\} \quad (\text{A4.7})$$

気をつけねばならないのは、(A4.4) 式の $q_{L^A}(k, u)$ には p_n を用いての補正をおこなってはならないことである。(A4.4) 式は、中性子束分布と散乱法則によって $q_{L^A}(k, u)$ を定義しているのであって、中性子の釣合いとは無関係である。同様な理由から (A4.5, 5') 式も p_n で補正してはならない。

ここで、減速模型と、(A4.2''), (A4.5') 式の関係について明らかにしておこう。ここで用いている G-G 近似についてはすでに述べた。S-G 近似は (A4.2'') 式で q_1 を無視する。したがって、G-G 近似の方が、

* 本文の参考文献 28) を参照

** 本文の参考文献 11), 29), 30) を参照

エネルギー依存に関しては、S-G よりもよりよい近似になっている。重い核に対しては、通常 $\frac{dq_1^A}{du}$ は小さく、(A4.1) 式に対して影響が少ないので無視する。 q_0^A は個々に扱わず $q_0 = \sum_A q_L^A$ としてまとめて扱う。これに対応して $\lambda_0(u) = \sum_A' \lambda_0^A \xi_A \Sigma_{\text{s}}^A(u) / \sum_A' \xi_A \Sigma_{\text{s}}^A(u)$ (\sum_A' は重い核で和を取る意) を用いて

$$q_0(k, u) + \lambda_0(u) \frac{dq_0(k, u)}{du} = - \sum_A' G_0^{A1}(u) N_0(k, u) \quad (\text{A4.5''})$$

で $q_0(k, u)$ を定義する。これが consistent age である。 $\lambda_0(u) = 0$ とおくと age になる。解析には後者を用いた。

(A4.1) 式から角分布 N_0, N_1 を求めるに際して、2つの近似法がある。1つはよく知られた P_L 近似、いま1つは B_L 近似である。ここでは後者を調べることにする。 B_L 近似は (A4.1) 式の両辺を $(1 - ik\mu/\Sigma_T(u))$ で割った後に $P_L(\mu)$ をかけて積分することにより得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_T(u) N_0(k, u) &= \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) A_{L0}(k, u) [\sum_A J_L^A(k, u) + S(u) + \omega(u)] \\ \Sigma_T(u) N_1(k, u) &= \sum_{L=0}^{\infty} (2L+1) A_{L1}(k, u) [\sum_A J_L^A(k, u) + S(u) + \omega(u)] \\ A_{Lj}(k, u) &= A_{jL}(k, u) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 du \frac{P_j(\mu) P_L(\mu)}{1 - ik\mu/\Sigma_T(u)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.8})$$

$L=2$ 以上の J_L は無視することによって B_1 近似が得られる。 B_1 近似で (A4.8) 式を J_0^A, J_1^A について解くと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_T(u) N_0(k, u) - ikN_1(k, u) &= \sum_A J_0^A(k, u) + S(u) + \omega(u) \\ -\frac{ik}{3} N_0(k, u) + \frac{\eta Q_0(\frac{1}{\eta})}{Q_1(\frac{1}{\eta})} \Sigma_T(u) N_1(k, u) &= \sum_A J_1^A(k, u) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A4.9})$$

ただし $\eta = \frac{ik}{\Sigma_T(u)}$, Q は第2種 Legendre 関数である。 P_1 近似では (A4.9) の第2式が次のように与えられる。

$$-\frac{ik}{3} N_0(k, u) + \Sigma_T(u) N_1(k, u) = \sum_A J_1^A(k, u) \quad (\text{A4.9'})$$

B_1 近似では $L=2$ 以上の中性子束のモーメント N_L は無視されていない。このために、 P_1 に比し高い精度が期待される $|\eta|$ が小さいときは P_1 とあまり差があらわれない。 η が大きいときは B_1 近似の方がはるかによい*。現在問題にしている系では $|\eta| \approx 0.8$ 程度の値が考えられる。したがって B_1 近似による方がよい。

$N_0(k, u), -iN_1(k, u)$ の評価には群模型を用いた。 n 番目の群の上端を u_{n-1} 、下端を u_n とし、 $u_n - u_{n-1} = \Delta_n$ とする。(A4.9) 式を u_{n-1} から u_n まで積分し、(A4.5') (A4.5'') 式と同じく積分して、群 n 中での $N_0(k, u)$ の平均値を \bar{N}_n とし、 $-i\bar{N}_1(k, u) = M(k, u)$ の平均値を \bar{M}_n とおく。また $q_L^A(k, u)$ の平均値は $\bar{q}_L^A = \frac{1}{2} (q_{Ln}^A + q_{Ln-1}^A)$ とおく。 $\bar{N}_n, \bar{M}_n, q_n^A$ を求めることは容易である。 $\bar{N}_n, \bar{M}_n, q_n^A$ から次の量を求めた。

$$G_m = \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \left[\sum_A \nu^A \Sigma_{\text{s}}^A \bar{N}_n \Delta_n + \sum_A \nu_n^A (1 - p_{\text{f}}^A) \sum_A q_0^A \right]$$

* 本文の参考文献 27) を参照

$$\begin{aligned}
 N_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \bar{N}_n A_n \\
 A_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \left[(\Sigma_c s_n + \Sigma_f s_n) \bar{N} A_n + (1 - p_{f,n}) \sum_A q_0 A_{n-1} \right] \\
 M_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \bar{M}_m A_n \\
 x_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \bar{S}_n A_n \quad \bar{S}_n \text{ は } S(u) \text{ の平均値} \\
 F_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} \left[\Sigma_f s_n \bar{N} A_n + (1 - p_{f,n}) \sum_A q_0 A_{n-1} \right] \\
 \Delta u_m &= \sum_{m_1 \leq n \leq m_2} A_n
 \end{aligned} \tag{A.4.10}$$

ただし添字 s は共鳴以外の捕獲と分裂を示す。 p_{f,A_n} は A の核による共鳴を逃れる確率、 $p_{f,n} = \prod_A p_{f,A_n}$ 、 m は少數群番号で m_1 から m_2 までの群が m に属するとしてある。他の記号は従来通りである。少數群常数は次のようにして定まる。

$$\begin{aligned}
 \text{拡散係数} &: D_m = \frac{M_m}{k N_m} \\
 \text{吸収断面積} &: \Sigma_{am} = \frac{A_m}{N_m} \\
 \text{実効分裂断面積: } \Sigma_{fm} &= \frac{G_m}{2.5 N_m} \\
 \text{減速断面積} &: \Sigma_{rm} = \frac{\sum_A q_0 A_{m_2}}{N_m} \\
 \text{分裂スペクトル: } \chi_m & \\
 \text{グループ幅} &: \Delta u_m
 \end{aligned} \tag{A.4.11}$$

ただし、酸素の非弾性散乱による少數群の coupling は小さいので、 Σ_{rm} 中に非弾性散乱は入れなかった。

(A.4.11) 式が (14) 式に用いられる常数である。

分裂中性子による重水中の年令は、次のようにして定められた。群 n について移動面積 $\frac{1}{6} \bar{r}_n^2$ を求める。

すなわち

$$\frac{1}{6} \bar{r}_n^2 = \frac{\bar{M}_n}{k \sum_A q_0 A_n}$$

このようにして求まった移動面積を群 n から In 共鳴エネルギーまで加えて、群 n の中性子の In 共鳴エネルギーまでの移動面積 τ_n が求まる。すなわち $\tau_n = \sum_{n'=n}^{n_1} \frac{1}{6} \bar{r}_{n'}^2$ 。群 n の年令 $\bar{\tau}_n$ は、 τ_n と τ_{n-1} の平均値であると考える。 $\bar{\tau}_n$ を分裂スペクトル \bar{S}_n で平均することにより年令を求めた。

TABLE A 3～TABLE A 11 に速中性子群常数の計算に用いた核常数を示す。表中の 5 桁の数字は次のように定義してある。

$$a b c d e = a.b c d \times 10^e$$

$$\text{ただし } f = \begin{cases} 11-e & e > 3 \\ e-1 & e \leq 3 \end{cases}$$

また重水素の分裂断面積 $(n, 2n)$ は反応度、中性子束分布には影響が小さいから、入れても入れなくてもよい。

TABLE A3 Letherge width Δu_i and fission spectrum

\bar{S}_n	A_n	n
2585 9	2500 0	01
7520 9	2500 0	02
1648 0	2500 0	03
2782 0	2500 0	04
3835 0	2500 0	05
4515 0	2500 0	06
4696 0	2500 0	07
4441 0	2500 0	08
3900 0	2500 0	09
3244 0	2500 0	10
2587 0	2500 0	11
1991 0	2500 0	12
1493 0	2500 0	13
1128 0	2500 0	14
8265 9	2500 0	15
5710 9	2500 0	16
4055 9	2500 0	17
2855 9	2500 0	18
1995 9	2500 0	19
1390 9	2500 0	20
8400 8	5000 0	21
4000 8	5000 0	22
1900 8	5000 0	23
6500 7	5000 0	24
5000 6	5000 0	25
	5000 0	26
	5000 0	27
	5000 0	28
	5000 0	29
	5000 0	30
	5000 0	31
	5000 0	32
	2500 0	33
	2500 0	34
	2500 0	35
	2500 0	36
	2500 0	37
	2500 0	38
	2500 0	39
	2500 0	40
	2500 0	41
	2500 0	42
	2500 0	43
	2500 0	44
	2500 0	45
	2500 0	46
	2500 0	47
	2500 0	48
	2500 0	49
	2500 0	50
	2538 0	51
	2462 0	52
	3000 0	53
	2884 0	54

TABLE A4 Cross section of deuterium

σ_s	σ_t	$\mu\sigma_s$	ν	n
9500 0	2000 0	3166 0	2000 1	01
1150 1	2000 0	3833 0	2000 1	02
1420 1	1800 0	4733 0	2000 1	03
1760 1	9000 9	5866 0	2000 1	04
2080 1	2000 9	6933 0	2000 1	05
2350 1		7833 0		06
2550 1		8500 0		07
2700 1		9000 0		08
2810 1		9366 0		09
2900 1		9666 0		10
2970 1		9900 0		11
3020 1		1006 1		12
3070 1		1023 1		13
3120 1		1040 1		14
3170 1		1056 1		15
3220 1		1073 1		16
3270 1		1090 1		17
3310 1		1103 1		18
3340 1		1113 1		19
3360 1		1120 1		20
3380 1		1126 1		21
3400 1		1133 1		22
3400 1		1130 1		23
3400 1		1130 1		24
3400 1		1130 1		25
3400 1		1130 1		26
3400 1		1130 1		27
3400 1		1130 1		28
3400 1		1130 1		29
3400 1		1130 1		30
3400 1		1130 1		31
3400 1		1130 1		32
3400 1		1130 1		33
3400 1		1130 1		34
3400 1		1130 1		35
3400 1		1130 1		36
3400 1		1130 1		37
3400 1		1130 1		38
3400 1		1130 1		39
3400 1		1130 1		40
3400 1		1130 1		41
3400 1		1130 1		42
3400 1		1130 1		43
3400 1		1130 1		44
3400 1		1130 1		45
3400 1		1130 1		46
3400 1		1130 1		47
3400 1		1130 1		48
3400 1		1130 1		49
3400 1		1130 1		50
3400 1		1130 1		51
3400 1		1130 1		52
3400 1		1130 1		53
3400 1		1130 1		54

TABLE A5 Cross section of oxygen

σ_s	σ_c^s	σ_{in}	$\bar{\mu} \sigma_s$	$\xi_s \sigma$	n
5149 0	2750 0	2412 0	3709 0	1789 9	01
8649 0	2200 0	9470 9	5778 0	3468 9	02
7150 0	1800 0		4418 0	3321 9	03
1595 1	1450 0		9079 0	8469 9	04
2035 1	6000 9		9752 0	1313 0	05
1395 1			5056 0	1133 0	06
1625 1			4480 0	1496 0	07
3080 1			7022 0	2973 0	08
4430 1			8904 0	4414 0	09
3890 1			6856 0	3997 0	10
3220 1			4958 0	3405 0	11
5205 1			6972 0	5650 0	12
6265 1			7248 0	6941 0	13
4585 1			4621 0	5151 0	14
3810 1			3383 0	4335 0	15
3655 1			2695 0	4216 0	16
3570 1			2142 0	4155 0	17
3515 1			1669 0	4112 0	18
3500 1			1137 0	4119 0	19
3500 1			6125 9	4140 0	20
3500 1			2625 9	4152 0	21
3500 1			8750 8	4163 0	22
3600 1				4293 0	23
3725 1				4458 0	24
3775 1				4530 0	25
3800 1				4560 0	26
3800 1				4560 0	27
3800 1				4560 0	28
3800 1				4560 0	29
3800 1				4560 0	30
3800 1				4560 0	31
3800 1				4560 0	32
3800 1				4560 0	33
3800 1				4560 0	34
3800 1				4560 0	35
3800 1				4560 0	36
3800 1				4560 0	37
3800 1				4560 0	38
3800 1				4560 0	39
3800 1				4560 0	40
3800 1				4560 0	41
3800 1				4560 0	42
3800 1				4560 0	43
3800 1				4560 0	44
3800 1				4560 0	45
3800 1				4560 0	46
3800 1				4560 0	47
3800 1				4560 0	48
3800 1				4560 0	49
3800 1				4560 0	50
3800 1				4560 0	51
3800 1				4560 0	52
3800 1				4560 0	53
3800 1				4560 0	54

TABLE A6 Cross section of hydrogen

σ_s	σ_c^s	$\bar{\mu} \sigma_s$	n
1025 1		1763 6	01
1262 1		1998 6	02
1542 1		2264 6	03
1832 1		2566 6	04
2165 1		2907 6	05
2535 1		3294 6	06
2932 1		3733 6	07
3372 1		4230 6	08
3870 1		4793 6	09
4435 1		5432 6	10
5065 1		6155 6	11
5750 1		6974 6	12
6525 1		7903 6	13
7375 1		8956 6	14
8275 1		1015 7	15
9280 1		1150 7	16
1040 2		1303 7	17
1155 2		1476 7	18
1275 2		1673 7	19
1395 2		1896 7	20
1537 2		2274 7	21
1725 2		2919 7	22
1900 2		3748 7	23
1987 2		4813 7	24
2000 2		6180 7	25
2005 2		7938 7	26
2015 2		1020 8	27
2035 2		1310 8	28
2050 2		1681 8	29
2050 2		2156 8	30
2050 2		2770 8	31
2050 2		3556 8	32
2050 2		4315 8	33
2050 2		4889 8	34
2050 2		5540 8	35
2050 2		6278 8	36
2050 2		7114 8	37
2050 2		8061 8	38
2050 2		9134 8	39
2050 2		1035 9	40
2050 2		1173 9	41
2050 2		1329 9	42
2050 2		1506 9	43
2050 2		1706 9	44
2050 2		1934 9	45
2050 2		2191 9	46
2050 2		2483 9	47
2050 2		2814 9	48
2050 2		3188 9	49
2055 2		3613 9	50
2065 2		4098 9	51
2072 2		4644 9	52
2087 2		5318 9	53
2130 2		6161 9	54

TABLE A7 Cross section of ^{235}U

σ_s	σ_c^S	σ_{in}	σ_t^S	$\bar{\mu} \sigma_s$	ν	$\xi \sigma_s$	n
2595 1	3100 9	2230 1	2200 1	1371 1	3572 1	2203 9	01
3340 1	5000 9	2440 1	1675 1	1756 1	3327 1	2835 9	02
4060 1	6000 9	2585 1	1257 1	2121 1	3133 1	3446 9	03
4420 1	8000 9	2675 1	1272 1	2287 1	2983 1	3752 9	04
4470 1	1030 0	2695 1	1282 1	2286 1	2867 1	3795 9	05
4270 1	1340 0	2620 1	1290 1	2145 1	2777 1	3625 9	06
4260 1	1410 0	2470 1	1292 1	2095 1	2707 1	3616 9	07
4505 1	1560 0	2220 1	1287 1	2166 1	2650 1	3824 9	08
4860 1	1730 0	1875 1	1282 1	2272 1	2607 1	4126 9	09
5410 1	1920 0	1500 1	1277 1	2458 1	2575 1	4593 9	10
6130 1	2090 0	1086 1	1282 1	2703 1	2549 1	5204 9	11
6970 1	2240 0	7359 0	1295 1	2962 1	2529 1	5917 9	12
7890 1	2480 0	5179 0	1315 1	3203 1	2510 1	6698 9	13
8719 1	2710 0	3790 0	1355 1	3326 1	2498 1	7403 9	14
9370 1	3000 0	2635 0	1415 1	3288 1	2490 1	7955 9	15
1001 2	3550 0	1850 0	1490 1	3153 1	2482 1	8498 9	16
1063 2	3770 0	1425 0	1577 1	2902 1	2476 1	9024 9	17
1120 2	4180 0	1085 0	1672 1	2577 1	2470 1	9513 9	18
1170 2	4680 0	8750 9	1785 1	2136 1	2467 1	9937 9	19
1218 2	5229 0	5750 9	1910 1	1522 1	2464 1	1034 0	20
1286 2	6209 0	3350 9	2120 1	6108 0	2461 1	1091 0	21
1342 2	7880 0	1500 8	2470 1		2459 1	1139 0	22
1338 2	9889 0		2910 1		2458 1	1136 0	23
1285 2	1250 1		3470 1		2458 1	1091 0	24
1233 2	1600 1		4170 1		2458 1	1047 0	25
1196 2	2030 1		5050 1		2458 1	1015 0	26
1137 2	2590 1		6175 1		2458 1	9657 9	27
1025 2	3260 1		7575 1		2458 1	8702 9	28
8150 1	4140 1		9400 1		2458 1	6919 9	29
7525 1	5260 1		1167 2		2458 1	6388 9	30
8224 1	6660 1		1450 2		2458 1	6983 9	31
8099 1	8410 1		1805 2		2458 1	6876 9	32
7925 1	1010 2		2150 2		2458 1	6728 9	33
7825 1	1150 2		2437 2		2458 1	6643 9	34
7740 1	1300 2		2737 2		2458 1	6571 9	35
7640 1	1460 2		3070 2		2458 1	6486 9	36
7590 1	1660 2		3470 2		2458 1	6443 9	37
7565 1	1880 2		3925 2		2458 1	6422 9	38
1461 2	6000 9		8500 9		2458 1	1242 0	39
1500 2	2245 1		4520 1		2458 1	1275 0	40
1645 2	7700 1		1527 2		2458 1	1398 0	41
1489 2	8986 1		1839 2		2458 1	1265 0	42
1605 2	5672 1		1120 2		2458 1	1364 0	43
1778 2	6622 1		1353 2		2458 1	1511 0	44
1530 2	3710 0		1359 1		2458 1	1300 0	45
1440 2	2403 1		5685 1		2458 1	1225 0	46
1320 2	5210 0		2590 1		2458 1	1122 0	47
1340 2	6344 0		3890 1		2458 1	1138 0	48
1335 2	9400 0		5990 1		2458 1	1135 0	49
1356 2	1397 1		9229 1		2458 1	1153 0	50
1377 2	2030 1		1441 2		2458 1	1171 0	51
1410 2	3390 1		2290 2		2458 1	1198 0	52
1447 2	5615 1		4180 2		2458 1	1230 0	53
1480 2	7730 1		4180 2		2458 1	1258 0	54

TABLE A8 Cross section of ^{238}U

σ_s	σ_{c^5}	σ_{in}	σ_f	$\bar{\mu} \sigma_s$	ν	$\xi \sigma_s$	n
2595 1	0000 0	2230 1	1100 1	1371 1	3420 1	2174 9	01
3340 1	0000 0	2440 1	8899 0	1756 1	3169 1	2798 9	02
4060 1	3500 8	2585 1	6249 0	2121 1	2969 1	3402 9	03
4420 1	1130 9	2675 1	5650 0	2287 1	2815 1	3704 9	04
4470 1	1755 9	2695 1	5549 0	2286 1	2697 1	3745 9	05
4270 1	3150 9	2620 1	5399 0	2145 1	2602 1	3578 9	06
4260 1	5075 9	2470 1	5100 0	2095 1	2529 1	3569 9	07
4505 1	6700 9	2220 1	4600 0	2166 1	2473 1	3775 9	08
4860 1	8500 9	1875 1	2235 0	2272 1	2429 1	4072 9	09
5410 1	1040 0	1500 1	1050 9	2458 1	2400 1	4533 9	10
6130 1	1210 0	1086 0	2500 8	2703 1	2400 1	5136 9	11
6970 1	1380 0	7359 0		2962 1		5840 9	12
7890 1	1560 0	5179 0		3203 1		6611 9	13
8719 1	1710 0	3790 0		3326 1		7307 9	14
9370 1	1865 0	2635 0		3288 1		7852 9	15
1001 2	2050 0	1850 0		3153 1		8388 9	16
1063 2	2275 0	1425 0		2902 1		8907 9	17
1120 2	2515 0	1085 0		2577 1		9389 9	18
1170 2	2730 0	8750 9		2136 1		9808 9	19
1218 2	3105 0	5750 9		1522 1		1020 0	20
1286 2	3540 0	3350 9		6108 0		1077 0	21
1342 2	4100 0	1500 8				1125 0	22
1358 2	4690 0					1121 0	23
1285 2	7440 0					1077 0	24
1233 2	1165 1					1033 0	25
1196 2	1315 1					1002 0	26
1137 2	1125 1					9532 9	27
1025 2	7099 0					8589 9	28
8150 1	3500 0					6829 9	29
7525 1	1750 0					6306 9	30
8224 1	9650 9					6892 9	31
8099 1	6250 9					6787 9	32
7925 1	4950 9					6641 9	33
7825 1	4600 9					6557 9	34
7740 1	4550 9					6486 9	35
7640 1	4900 9					6402 9	36
7590 1	5600 9					6360 9	37
7565 1	6350 9					6339 9	38
7540 1	7150 9					6318 9	39
7515 1	8150 9					6297 9	40
7475 1	9250 9					6264 9	41
7425 1	1045 0					6222 9	42
7390 1	1190 0					6192 9	43
7360 1	1360 0					6167 9	44
7320 1	1550 0					6134 9	45
7275 1	1765 0					6096 9	46
7225 1	2005 0					6054 9	47
7150 1	2265 0					5991 9	48
7100 1	2600 0					5949 9	49
7100 1	2975 0					5949 9	50
7050 1	3375 0					5907 9	51
7050 1	3825 0					5907 9	52
7350 1	4400 0					6159 9	53
7700 1	5100 0					6452 9	54

TABLE A9 $\sigma_{in\ i \rightarrow n}$ of ^{16}O (N takes one of numbers 0, 1, 2, 3)

$i=7N+1$	$i=7N+2$	n
0000 0	*	02
0000 0	0000 0	03
2124 9	0000 0	04
8187 9	0000 0	05
6349 9	0000 0	06
4712 9	0000 0	07
1249 9	1549 9	08
7500 8	1350 9	09
0000 0	*	09
5999 8	1000 9	10
0000 0	0000 0	10
4993 7	1300 9	11
	0000 0	11
	1050 4	12
	0000 0	12
	8000 8	13
	0000 0	13
	6500 8	14
	0000 0	14
	4750 8	15
	0000 0	15
	3500 8	16
	0000 0	16
	*	16
	3000 8	17
	0000 0	17
	0000 0	17
	2250 8	18
	0000 0	18
	0000 0	18
	1625 8	19
	0000 0	19
	0000 0	19
	1000 8	20
	0000 0	20
	0000 0	20
	8750 7	21
	0000 0	21
	0000 0	21
	5000 7	22
	0000 0	22
	0000 0	22
	1998 7	23
	0000 0	23
	0000 0	23
	*	23
	0000 0	24
	0000 0	24
	0000 0	24
	0000 0	24
		25
		25
		25
		25

TABLE A10 $\sigma_{in} i \rightarrow n$ of ^{235}U

$i=7N+1$	$i=7N+2$	$i=7N+3$	$i=7N+4$	$i=7N+5$	$i=7N+6$	$i=7N+1$	
0000 0	*	*	*	*	*	*	02
0000 0	0000 0	*	*	*	*	*	03
5750 7	6250 7	6500 7	*	*	*	*	04
2824 8	3075 8	3250 8	3375 8	*	*	*	05
1067 9	1170 9	1237 9	1282 9	1292 9	*	*	06
2754 9	3015 9	3195 9	3304 9	3335 9	3257 9	*	07
6242 9	6830 9	7235 9	7490 9	7555 9	7380 9	7044 9	08
1141 0	1249 0	1323 0	1369 0	1381 0	1349 0	1288 0	09
1192 0	*	*	*	*	*	*	09
1731 0	1895 0	2007 0	2007 0	2096 0	2047 0	1954 0	10
1808 0	1614 0	*	*	*	*	*	10
2243 0	2454 0	2600 0	2692 0	2715 0	2652 0	2532 0	11
2342 0	2091 0	1830 0	*	*	*	*	11
2524 0	2762 0	2926 0	3029 0	3055 0	2984 0	2849 0	12
2636 0	2352 0	2059 0	1698 0	*	*	*	12
2569 0	2811 0	2978 0	3083 0	3110 0	3038 0	2900 0	13
2683 0	2394 0	2096 0	1728 0	1388 0	*	*	13
2428 0	2657 0	2815 0	2914 0	2939 0	2872 0	2741 0	14
2536 0	2263 0	1981 0	1633 0	1312 0	1138 0	*	14
2148 0	2350 0	2489 0	2577 0	2599 0	2539 0	2424 0	15
2243 0	2001 0	1752 0	1445 0	1160 0	1006 0	9443 9	15
1805 0	1975 0	2092 0	2165 0	2184 0	2134 0	2037 0	16
1884 0	1682 0	1472 0	1214 0	9754 9	8462 9	7933 9	16
7350 9	*	*	*	*	*	*	16
1439 0	1574 0	1668 0	1727 0	1742 0	1702 0	1624 0	17
1503 0	1341 0	1174 0	9682 9	7780 9	6747 9	6329 9	17
5860 9	5706 9	*	*	*	*	*	17
1074 0	1175 0	1245 0	1288 0	1299 0	1269 0	1212 0	18
1121 0	1001 0	8762 9	7225 9	5804 9	5035 9	4721 9	18
4373 9	4258 9	4742 9	*	*	*	*	18
7759 9	8489 9	8995 9	9310 9	9392 9	9174 9	8757 9	19
8102 9	7232 9	6330 9	5219 9	4192 9	3637 9	3412 9	19
3160 9	3075 9	3424 9	3909 9	*	*	*	19
5342 9	5845 9	6192 9	6410 9	6465 9	6314 9	6030 9	20
5577 9	4977 9	4357 9	3592 9	2887 9	2504 9	2349 9	20
2175 9	2118 9	2357 9	2691 9	3393 9	*	*	20
4949 9	5415 9	5735 9	5935 9	5989 9	5849 9	5584 9	21
5165 9	4610 9	4035 9	3330 9	2674 9	2320 9	2174 9	21
2010 9	1960 9	2184 9	2494 9	3145 9	3375 9	*	21
2135 9	2340 9	2475 9	2565 9	2585 9	2524 9	2410 9	22
2229 9	1989 9	1744 9	1440 9	1155 9	9999 8	9398 8	22
8700 8	8452 8	9450 8	1074 9	1355 9	1454 9	2051 9	22
9000 8	9850 8	1045 9	1080 9	1089 9	1065 9	1014 9	23
9399 8	8400 8	7350 8	6050 8	4850 8	4200 8	3949 8	23
3650 8	3550 8	3049 8	4548 8	5701 8	6150 8	8637 8	23
9677 7	*	*	*	*	*	*	23
3400 8	3700 8	3899 8	4049 8	4099 8	3999 8	3800 8	24
3550 8	3150 8	2749 8	2249 8	1850 8	1600 8	1499 8	24
1400 8	1350 8	1499 8	1699 8	2150 8	2300 8	3245 8	24
3871 7	0000 0	*	*	*	*	*	24
1150 8	1250 8	1300 8	1350 8	1350 8	1350 8	1250 8	25
1200 8	1050 8	9000 7	7750 7	6000 7	5500 7	4499 7	25
4500 7	4501 7	5000 7	5498 7	7002 7	7500 7	1098 8	25
1451 7	0000 0	0000 0	*	*	*	*	25

TABLE A11 $\sigma_{in} i \rightarrow n$ OF ^{238}U

$i=7N+1$	$i=7N+2$	$i=7N+3$	$i=7N+4$	$i=7N+5$	$i=7N+6$	$i=7N+7$	
0000 0	*	*	*	*	*	*	02
0000 0	0000 0	*	*	*	*	*	03
5750 7	6250 7	6500 7	*	*	*	*	04
2824 8	3075 8	3250 8	3375 8	*	*	*	05
1067 9	1170 9	1237 9	1282 9	1292 9	*	*	06
2754 9	3015 9	3195 9	3304 9	3335 9	3257 9	*	07
6242 9	6830 9	7235 9	7490 9	7555 9	7380 9	7044 9	08
1141 0	1249 0	1323 0	1369 0	1381 0	1349 0	1288 0	09
1192 0	*	*	*	*	*	*	09
1731 0	1895 0	2007 0	2077 0	2096 0	2047 0	1954 0	10
1808 0	1614 0	*	*	*	*	*	10
2243 0	2454 0	2600 0	2692 0	2715 0	2652 0	2532 0	11
2342 0	2091 0	1830 0	*	*	*	*	11
2524 0	2762 0	2926 0	3029 0	3055 0	2984 0	2849 0	12
2636 0	2352 0	2059 0	1698 0	*	*	*	12
2569 0	2811 0	2978 0	3082 0	3110 0	3038 0	2900 0	13
2683 0	2394 0	2096 0	1728 0	1388 0	*	*	13
2428 0	2657 0	2815 0	2914 0	2939 0	2872 0	2741 0	14
2536 0	2263 0	1981 0	1633 0	1312 0	1138 0	*	14
2148 0	2350 0	2489 0	2577 0	2599 0	2539 0	2424 0	15
2243 0	2001 0	1752 0	1445 0	1160 0	1006 0	9443 9	15
1805 0	1975 0	2092 0	2165 0	2184 0	2134 0	2037 0	16
1884 0	1682 0	1472 0	1214 0	9754 9	8462 9	7933 9	16
7350 9	*	*	*	*	*	*	16
1439 0	1574 0	1668 0	1727 0	1742 0	1702 0	1624 0	17
1503 0	1341 0	1174 0	9682 9	7780 9	6747 9	6329 9	17
5860 9	5706 9	*	*	*	*	*	17
1074 0	1175 0	1245 0	1288 0	1299 0	1269 0	1212 0	18
1121 0	1001 0	8762 9	7225 9	5804 9	5035 9	4721 9	18
4373 9	4258 9	4742 9	*	*	*	*	18
7759 9	8489 9	8995 9	9310 9	9392 9	9174 9	8757 9	19
8102 9	7232 9	6330 9	5219 9	4192 9	3637 9	3412 9	19
3160 9	3075 9	3424 9	3909 9	*	*	*	19
5342 9	5845 9	6192 9	6410 9	6465 9	6314 9	6030 9	20
5577 9	4977 9	4357 9	3592 9	2887 9	2504 9	2349 9	20
2175 9	2118 9	2357 9	2691 9	3393 9	*	*	20
4949 9	5415 9	5735 9	5935 9	5989 9	5849 9	5584 9	21
5165 9	4610 9	4035 9	3330 9	2674 9	2320 9	2174 9	21
2010 9	1960 9	2184 9	2494 9	3145 9	3375 9	*	21
2135 9	2340 9	2475 9	2565 9	2585 9	2524 9	2410 9	22
2229 9	1989 9	1744 9	1440 9	1155 9	9999 8	9398 8	22
8700 8	8452 8	9450 8	1074 9	1355 9	1454 9	2051 9	22
9000 8	9850 8	1045 9	1080 9	1089 9	1065 9	1014 9	23
9399 8	8400 8	7350 8	6050 8	4850 8	4200 8	3949 8	23
3650 8	3550 8	3949 8	4548 8	5701 8	6150 8	8637 8	23
9677 7	*	*	*	*	*	*	23
3400 8	3700 8	3899 8	4049 8	4099 8	3999 8	3800 8	24
3550 8	3150 8	2749 8	2249 8	1850 8	1600 8	1499 8	24
1400 8	1350 8	1499 8	1699 8	2150 8	2300 8	3245 8	24
3871 7	0000 0	*	*	*	*	*	24
1150 8	1250 8	1300 8	1350 8	1350 8	1350 8	1250 8	25
1200 8	1050 8	9000 7	7500 7	6000 7	5500 7	4999 7	25
4500 7	4501 7	5000 7	5498 7	7002 7	7500 7	1098 8	25
1451 7	0000 0	0000 0	*	*	*	*	25

A 5 摂動論

簡単のため多群中性子束を列ベクトル $\phi(\mathbf{r}, \Omega)$ であらわす。 $\phi(\mathbf{r}) = \int d\Omega \phi(\mathbf{r}, \Omega)$ とすると、 ϕ, ϕ' に対してもそれぞれ次式が成立つ*。

$$\Omega \cdot \text{grad } \phi(\mathbf{r}, \Omega) + \mathbf{l}^{-1} \phi(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{\gamma}{4\pi} \mathbf{f} \mathbf{C} \mathbf{l}^{-1} \iint \phi(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega' \quad (\text{A5.1})$$

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{\gamma}{4\pi} \iiint \frac{dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \exp(-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) [\mathbf{f}(\mathbf{r}') \mathbf{C}(\mathbf{r}') \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}')] \quad (\text{A5.2})$$

ただし \mathbf{l} , \mathbf{C} は対角行列で、 \mathbf{l}_{ii} は i 群の平均自由行程 C_{ii} は i 群の中性子の衝突によって発生する 2 次中性子の数を示す。 \mathbf{f}_{ij} は j で衝突した結果発生した 2 次中性子が i にあらわれる割合を示す。ここでは簡単のため \mathbf{f} の角度依存性は考えないことにした。また $\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は対角行列で、 τ_{ii} は i 群の中性子に対する光学的距離 (optical distance) をあらわす。

(A5.1), (A5.2) 式に対する adjoint 方程式は次のように与えられる。

$$-\Omega \cdot \text{grad } \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) + \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) \mathbf{l}^{-1} = \frac{\gamma}{4\pi} \iint \phi^+(\mathbf{r}, \Omega') d\Omega' [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \quad (\text{A5.3})$$

$$\phi^+(\mathbf{r}) = \frac{\gamma}{4\pi} \iiint \frac{dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \phi^+(\mathbf{r}') \exp(-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \quad (\text{A5.4})$$

(A5.1~4) 式中の γ は固有値である。 $\phi, \phi', \phi^+, \phi^{+}$ の関係は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}, \Omega) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty ds \exp(-\tau(\mathbf{r}-s\Omega)) [\mathbf{f}(\mathbf{r}-s\Omega) \mathbf{C}(\mathbf{r}-s\Omega) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}-s\Omega)] \phi(\mathbf{r}-s\Omega) \\ \phi^{-1}(\mathbf{r}, \Omega) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty ds \phi^+(\mathbf{r}+s\Omega) e^{-\tau(\mathbf{r}+s\Omega)} \\ \phi^+(\mathbf{r}) &= \iint d\Omega \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) \mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}) \\ \phi(\mathbf{r}) &= \iint d\Omega \phi(\mathbf{r}, \Omega) \end{aligned} \quad (\text{A5.5})$$

(A5.2) 式に摂動を与え、その結果の固有値、中性子束をそれぞれ $\gamma+\delta\gamma, \phi+\delta\phi$ とし、これに ϕ^+ をかけて積分し (A5.4) 式を用いることにより、次式が得られる。

$$\begin{aligned} -\frac{\delta\gamma}{\gamma} \iiint \phi^+(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV &= \frac{\gamma}{4\pi} \iiint dV \iiint dV' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \phi^+(\mathbf{r}) \exp(-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) \\ &\times \delta [\mathbf{f}(\mathbf{r}') \mathbf{C}(\mathbf{r}') \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}')] \phi(\mathbf{r}') - \frac{\gamma}{4\pi} \iiint dV \iiint dV' \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \phi^+(\mathbf{r}) \exp(-\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) \\ &\times \delta \tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{f}(\mathbf{r}') \mathbf{C}(\mathbf{r}') \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (\text{A5.6})$$

(A5.6) 式の右辺第 2 項は積分変数を変えることによって遂行される。第 1 項は (A5.4) 式を用いる。積分変数はよくおこなわれているように (x, y, z, x', y', z', s) から $(x'', y'', z'', s, s', \Omega)$ に変える。Jacobian を求めることにより

$$dV dV' ds = |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2 dV'' d\Omega ds ds' \quad (\text{A5.7})$$

* B. DAVISON and J. B. SYKES: Neutron Transport Theory, 1957

(A5.6) 式は (A5.7) 式と (A5.5) 式を用いると次のようにあらわされる.

$$\begin{aligned} -\frac{\delta r}{\gamma} \iiint \phi^+(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) dV &= \iint dV \phi^+(\mathbf{r}) \mathbf{l}(\mathbf{r}) \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{r}) \delta [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \phi(\mathbf{r}) \\ &\quad - \frac{4\pi}{\gamma} \iiint dV d\Omega \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) \delta [\mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \phi(\mathbf{r}, \phi) \end{aligned} \quad (\text{A5.8})$$

核分裂による中性子放出数が ν_c のとき $\gamma=1$ で (A5.1~4) 式がみたされていたとし, $\mathbf{f}\mathbf{C} = \nu_c(\mathbf{f}\mathbf{C})_f + (\mathbf{f}\mathbf{C})_s$ と分ける. f は核分裂, s は散乱をあらわす. ν_c が $\delta\nu$ だけかわり $\mathbf{f}\mathbf{C}$, $\mathbf{f}\mathbf{C}_s$, \mathbf{l} がそれそれかわった時 $r=1$ ならしめる ν の値を $\nu = \nu_c + \delta\nu + \delta\nu_c$ とすると, 反応度 $-\frac{\delta\nu_c}{\nu_c}$ は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} -\frac{\delta\nu_c}{\nu_c} &= \frac{1}{\iiint dV \phi^+(\mathbf{r}) \mathbf{l}(\mathbf{r}) \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{r}) [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r})]_f \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r})} \\ &\quad \times \left[\iiint dV \phi^+(\mathbf{r}) \mathbf{l}(\mathbf{r}) \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{r}) \delta [\mathbf{f}(\mathbf{r}) \mathbf{C}(\mathbf{r}) \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \phi(\mathbf{r}) \right. \\ &\quad \left. - 4\pi \iiint dV d\Omega \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) \delta [\mathbf{l}^{-1}(\mathbf{r})] \phi(\mathbf{r}, \Omega) \right] \end{aligned} \quad (\text{A5.9})$$

ここで拡散近似をおこなう.

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}, \Omega) &\cong \frac{1}{4\pi} \phi(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \Omega \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cong \frac{1}{4\pi} \phi_0(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{j}_0(\mathbf{r}) \\ \phi^+(\mathbf{r}, \Omega) &\cong \frac{1}{4\pi} \phi^+(\mathbf{r}) \mathbf{l}(\mathbf{r}) \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \Omega \cdot \mathbf{j}^+(\mathbf{r}) \cong \frac{1}{4\pi} \phi_0^+(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{j}_0^+(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (\text{A5.10})$$

ϕ_0 , ϕ_0^+ は (A5.1) 式, (A5.3) 式に対応した拡散方程式の解である. また $\mathbf{j}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{j}_0^+(\mathbf{r})$ はそれぞれ $\frac{1}{3} \mathbf{l} \operatorname{grad} \phi_0(\mathbf{r})$, $\frac{1}{3} \operatorname{grad} \phi_0^+(\mathbf{r}) \mathbf{l}$ で与えられる流れ密度である.

(A5.9) 式は (A5.10) 式を用いて (16) 式と書き直される.