

多領域系内の  
熱中性子スペクトル  
(TNSコード)

1963年11月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

## 多領域系内の熱中性子スペクトル (TNS コード)

### 要 旨

多領域系内では、熱中性子群の実効吸収、分裂断面積は空間的に変動する。したがって各点での熱中性子スペクトルを求め、このスペクトルで平均することにより実効吸収、分裂断面積を求める必要がある。

TNS コードは、多領域系内各点でのスペクトルを求め拡散係数、実効吸収、分裂断面積を求めるための IBM 7090 FORTRAN CODE である。スペクトルを求めるために、エネルギー域を  $G$  群に分割し、各群の中性子束分布に対しては  $P_1$  近似を適用した。次いで  $P_1$  近似の微分方程式を階差式に直し  $G$  個の連立階差式を得る。ここでは繰返し法によらないで、連立階差式が解かれた。散乱積分核としては、ブラウン模型に基くものが用いられている。それぞれ、軽水、重水、自由ガスから成る領域が接している場合に対しても、TNS を適用できる。

濃縮ラウン重水均質系に対して、TNS コードを適用した。この系では実効吸収、分裂断面積の空間変動が大きいことが示される。

1963年8月

原子炉物理部 原子炉物理部第1研究室

桂 木 学, 齋 藤 玲 子

## The Thermal Neutron Spectrum in Multi-Region System (TNS CODE)

### Summary

The effective thermal absorption and fission rates in a multi-region system vary with the position where the rates are measured. Hence it is needed to get the thermal neutron spectrum at each position, and the effective absorption and fission rates by averaging over the spectrum.

The TNS CODE is an IBM 7090 FORTRAN CODE which calculates the thermal neutron spectrum at each position in the multi-region system and determines the thermal group constants. In order to get the spectrum, we subdivided the energy range concerned into  $G$  groups and applied the  $P_1$  approximation to calculate the neutron flux of each group. Finally we replaced the  $G$  simultaneous differential equations with  $G$  simultaneous difference equations. The difference equations were solved directly without any iterations. The scattering kernel used in the code is based on the Brown model. Whether the region consists either of light water, heavy water, or free gas, one can use the TNS CODE to get the spectrum.

Examples of calculation are shown on the enriched uranium heavy water homogeneous system. The results show significant variations of the effective absorption and fission rates in the system.

Aug., 1963

SATORU KATSURAGI, REIKO SAITO

Division of Reactor Physics  
Japan Atomic Energy Research Institute

## 目 次

1 序 論	1
2 理論および計算式	2
2.1 輸送方程式	2
2.2 減速材による散乱	5
2.3 吸 収	7
2.4 輸送方程式の定数	7
2.5 逆行列の求め方	8
3 入力および出力	10
3.1 入力定数	10
3.2 出力定数	14
4 TNS コードによる計算の例	15
参考文献	16

## Contents

1 Introduction	1
2 Theory and formulae	2
2.1 Neutron transport equation	2
2.2 Scattering by a moderator	5
2.3 Absorption rate	7
2.4 Constants for the transport equation	7
2.5 Method to get the inverse matrix	8
3 Input and output	10
3.1 Input data	10
3.2 Output data	14
4 Example	15
Reference	16

## 1 序 論

TNS は多領域系内の熱中性子スペクトルを中性子束の空間依存性を考慮して決定し、その熱中性子スペクトルにより空間の各格子点における拡散係数、吸収、分裂の断面積を求める 7090 用のコードである。

従来、熱中性子スペクトルは中性子束の空間依存性を無視し、空間的にはほぼ平坦であると仮定して取扱われてきた。通常はこのように仮定し、熱中性子群定数を空間的に不変であるとしても、それほど問題はないと考えられる。しかし、中性子束の空間変動の影響が大きい場合、たとえば濃い燃料溶液を含む小さな体系、あるいは吸収性物質の濃度の濃い領域と濃度の薄い領域とが接しているような体系（水性均質炉、JPDR 等）においては、実効増倍率に 3% 程度もの変動を生ずるので、中性子束の空間依存性の影響を無視し得ず、その厳密な取扱いが重要である。

TNS では中性子束の空間依存性の扱いかたとして、熱中性子群を生ずる源である共鳴中性子束の空間分布を理論的、または実験的に求め、この空間依存性を考慮した源により熱中性子群の空間およびエネルギー分布を数値的に解いて熱中性子スペクトルを決定する。数値計算にあたっては、空間については 3 点階差法、角分布については  $P_1$  近似法を用いている。また、エネルギーに関しては、たとえば、群  $i$  の中性子束  $N_i$  をベクトル  $N$  の  $i$  要素、群  $j$  より  $i$  への減速断面積  $\Sigma_{ij}$  を行列  $\Sigma$  の  $ij$  要素として扱うというように、行列（またはベクトル）による演算法を採っている。

使用する減速材模型としてはもっとも一般性のあるものを採用し、 $H_2O$ 、 $D_2O$ 、重いガスを包含できるようにした。

なお、TNS で取扱う諸元に関しては次のような制限がある。

領域の数  $\leq 5$

吸収性物質の数  $\leq 10$

空間の格子点の数  $\leq 50$

群の数  $\leq 50$

源のある群の数  $\leq 35$

計算に要する時間は、25 群、30 格子点で 2.4 分ほどである。

## 2 理論および計算式

### 2.1 輸送方程式

中性子束  $\phi(\mathbf{r}, v)$  を,  $\phi(\mathbf{r}, v) = vN(\mathbf{r}, v)$  と表わせれば,  $N(\mathbf{r}, v)$  に対する中性子輸送方程式は,  $v$  空間で  $P_1$  近似により下のよう表わされる.

$$\begin{cases} -\frac{\Gamma(\mathbf{r}, v) + \omega(\mathbf{r}, v)}{v} N_0(\mathbf{r}, v) + \frac{1}{v} \int_0^{v_0} dv' g_0(v' \rightarrow v) N_0(\mathbf{r}, v') + S_0(\mathbf{r}, v) = \text{div } \mathbf{N}_1(\mathbf{r}, v) \\ -\frac{\Gamma(\mathbf{r}, v) + \omega(\mathbf{r}, v)}{v} \mathbf{N}_1(\mathbf{r}, v) + \frac{1}{v} \int_0^{v_0} dv' g_1(v' \rightarrow v) \mathbf{N}_1(\mathbf{r}, v') + S_1(\mathbf{r}, v) = \frac{1}{3} \text{grad } N_0(\mathbf{r}, v) \end{cases} \quad (1)$$

ここに,  $\Gamma(\mathbf{r}, v)$ ,  $\omega(\mathbf{r}, v)$ ,  $g(v' \rightarrow v)$ ,  $S(\mathbf{r}, v)$  は次のようなものである.

$\Gamma(\mathbf{r}, v)$  : 点  $\mathbf{r}$  付近の単位体積において, 速度  $v$  の中性子が毎秒吸収される割合

$\omega(\mathbf{r}, v)$  : 点  $\mathbf{r}$  付近の単位体積において, 速度  $v$  の中性子が散乱によって毎秒そのエネルギー群から失われる割合

$g(v' \rightarrow v)$  : 単位体積内で毎秒  $v'$  から  $v$  に中性子が散乱される割合

$S(\mathbf{r}, v)$  : 点  $\mathbf{r}$  付近の単位体積内に発生する速度  $v$  の中性子の数

(1) 式を解くにあたり, 境界条件は次のようである.

① 互いに接している領域の境界  $r$  において連続

$$\begin{cases} N_0(r+\varepsilon, v) = N_0(r-\varepsilon, v) \\ |\mathbf{N}_1(r+\varepsilon, v)| = |\mathbf{N}_1(r-\varepsilon, v)| \end{cases} \quad (2)$$

② 中心において対称

$$|\mathbf{N}_1(0, v)| = 0 \quad (3)$$

③ 外側の境界 ( $r_N$ ) において (4. a) または (4. b) がなりたつ.

$$\begin{cases} N_0(r_N, v) = 0 & (4. a) \\ |\mathbf{N}_1(r_N, v)| = 0 & (4. b) \end{cases}$$

上記の境界条件のもとに (1) 式を解いて  $N_0(\mathbf{r}, v)$  を求めるわけであるが, (1) 式を数値的に解くにあたり  $S_1(\mathbf{r}, v) = g_1(v' \rightarrow v) = 0$  と近似する.

$v$  空間を  $G$  等分し,  $v = v_i$  なる  $v$  に対して (1) 式をかき表わせれば,

$$\left\{ \text{div } \mathbf{N}_1(\mathbf{r}, v_i) + \frac{\Gamma(\mathbf{r}, v_i) + \omega(\mathbf{r}, v_i)}{v_i} N_0(\mathbf{r}, v_i) \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{1}{v_i} \sum_{j=1}^G \Delta v_j g_0(v_j, v_i) N_0(\mathbf{r}, v_j) = S_0(\mathbf{r}, v_i) \\ & \frac{1}{3} \text{grad } N_0(\mathbf{r}, v_i) + \frac{\Gamma(\mathbf{r}, v_i) + \omega(\mathbf{r}, v_i)}{v_i} N_1(\mathbf{r}, v_i) \\ & -\frac{1}{v_i} \sum_{j=1}^G \Delta v_j g_1(v_j, v_i) N_1(\mathbf{r}, v_j) = 0 \end{aligned} \right. \quad (5)$$

いま、 $\mathbf{r}$  が  $\mathbf{r}_1$  方向、 $\mathbf{r}_2$  方向に分解されるとして  $N_0(\mathbf{r}, v_i)$ ,  $S_0(\mathbf{r}, v_i)$  を次のように表わす。

$$\left\{ \begin{aligned} N_0(\mathbf{r}, v_i) &= N_0(r, v_i) e^{iB_1 r_1 + iB_2 r_2} \\ S_0(\mathbf{r}, v_i) &= S_0(r, v_i) e^{iB_1 r_1 + iB_2 r_2} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

このとき  $N_1(\mathbf{r}, v_i)$  の  $r_1$  方向の成分  $N_{1r_1}(\mathbf{r}, v_i)$  は次のように表わされる。

$$N_{1r_1}(\mathbf{r}, v_i) = \frac{iB_1}{3} \Sigma_1^{-1} N_0(r, v_i) e^{iB_1 r_1 + iB_2 r_2}$$

また、ベクトル  $N_1(\mathbf{r}, v_i)$  の絶対値を  $N_1(r, v_i)$  と表わす。

以上より (1) 式は次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{r^\mu} \frac{\partial}{\partial r} \{r^\mu N_1(r, v_i)\} + \frac{B^2}{3} \sum_j \Sigma_{1ij}^{-1} N_0(r, v_j) + \sum_j \Sigma_{0ij} N_0(r, v_j) = S_0(r, v_i) \\ & \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} N_0(r, v_i) + \sum_j \Sigma_{1ij} N_1(r, v_j) = 0 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$\Sigma_1$ ,  $\Sigma_0$  は領域ごとに与えられる定数で「2.4 輸送方程式の定数」に示される。 $\mu$  は系の形状をきめる定数である。

$$\left\{ \begin{aligned} \mu &= 0 && \text{板} \\ &= 1 && \text{円筒} \\ &= 2 && \text{球} \end{aligned} \right.$$

空間を  $N$  個にわけて  $l$  で格子点番号を示し、群番号を  $i, j, k$  で示せば、(7) 式から次の階差方程式を得る。

$$N_{l+1,i} - \sum_j B_{ij} N_{lj} + \sum_j C_{ij} N_{l-1,j} = -F_{li} \quad (8)$$

ただし、 $N_{lj} = N_0(r_l, v_j)$

また、係数  $B, C, F$  は、下のようなものである。

$$\left\{ \begin{aligned} B_{ij} &= \delta_{ij} + \left(\frac{r_{l-1/2}}{r_{l+1/2}}\right)^\mu \frac{\Delta r_l^+}{\Delta r_l^-} (\Sigma_{1l}^+ + \Sigma_{1l}^-)_{ij} \\ &\quad + \frac{3}{2} \left(\frac{r_l}{r_{l+1/2}}\right)^\mu [\Delta r_l^+ \Delta r_l^- (\Sigma_{1l}^+ + \Sigma_{0l}^-)_{ij} + \Delta r_l^{+2} (\Sigma_{1l}^+ + \Sigma_{0l}^+)_{ij}] \\ C_{ij} &= \left(\frac{r_{l-1/2}}{r_{l+1/2}}\right)^\mu \left(\frac{\Delta r_l^+}{\Delta r_l^-}\right) (\Sigma_{1l}^+ + \Sigma_{1l}^-)_{ij} \\ F_{li} &= \frac{3}{2} \left(\frac{r_l}{r_{l+1/2}}\right) [\Delta r_l^+ \Delta r_l^- - \sum_j \Sigma_{1ij}^+ S_{0lj}^- + \Delta r_l^{+2} \sum_j \Sigma_{1ij}^+ S_{0lj}^+] \end{aligned} \right. \quad (9)$$

(9) 式中の定数は

- $r_l$  : 中心から格子点  $l$  までの距離  
 $\Delta r_l^+$  : 格子点  $l$  と  $(l+1)$  との間隔  
 $\Delta r_l^-$  : 格子点  $l$  と  $(l-1)$  との間隔  
 $\Sigma_{ll}^+$  :  $\Sigma_1$  の格子点  $l$ ,  $(l+1)$  の間での値  
 $\Sigma_{ll}^-$  :  $\Sigma_1$  の格子点  $l$ ,  $(l-1)$  の間での値  
 $S_{olj}^+$  : 格子点  $l$  と  $(l+1)$  の間の群  $j$  の源  
 $S_{olj}^-$  : 格子点  $l$  と  $(l-1)$  の間の群  $j$  の源

(8) 式を 2 点階差方程式で表わすと、次のような 3 つの関係式になる.

$$\beta_{l+1,l,j} = \sum_k C_{l+1,lk} [B_l - \beta_l]_{kj}^{-1} \quad (10.1)$$

$$Z_{l+1,l} = \sum_k \beta_{l+1,lk} (Z_{lk} + F_{lk}) \quad (10.2)$$

$$N_{ll} = \sum_j C_{l+1,lj}^{-1} [(\beta_{l+1,l} N_{l+1})_j + Z_{l+1,j}] \quad (10.3)$$

境界条件 (3) 式により、中心点すなわち  $l=0$  の点に対して (9) 式は以下のようなになる.

(1)  $\mu=0$  の場合

$$B_{0lj} = \delta_{lj} + \frac{3}{2} (\Delta r_0^+)^2 (\Sigma_{10}^+ + \Sigma_{00}^+)_{lj}$$

$$C_{0lj} = 0$$

$$F_{0lj} = \frac{3}{2} (\Delta r_0^+)^2 (\Sigma_{10}^+ + S_{00}^+)_{lj}$$

(2)  $\mu=1, 2$  の場合

$$B_{0lj} = \delta_{lj}$$

$$C_{0lj} = 0$$

$$F_{0lj} = 0$$

これを (10.1), (10.2) に代入することにより  $\beta$ ,  $Z$  に対する境界条件が得られる.

$$\begin{aligned} \beta_{llj} &= \sum_k C_{lk} B_{okj}^{-1} \\ Z_{ll} &= \sum_j \beta_{llj} F_{0j} \end{aligned} \quad (11)$$

また  $N_0$  に対する境界条件としては、最外側境界条件が (4. a), すなわち  $N_0(r_N, v) = 0$  の場合には、そのまま

$$N_{l=N,i} = 0 \quad (12. a)$$

最外側境界条件が (4. b), すなわち  $N_1(r_N, v) = 0$  の場合には、 $N_{Nl} = N_{N+1,l}$  の関係がなりたち、

これを (10.3) に代入して  $N_0$  に対する境界条件は

$$N_{l=N,i} = \sum_j [C_N - \beta_N]_{ij}^{-1} Z_{Nj} \quad (12. b)$$

となる.



かくして、輸送方程式 (1) を境界条件 (2), (3), (4) のもとに解く問題は、2点階差方程式 (10) を境界条件 (11) と (12. a) または (12. b) とをもとにして解く問題に帰着される。

## 2.2 減速材による散乱

速度  $v'$  の中性子と  $\phi$  なる角をなして速度  $V_2$  で動いている減速材原子によって中性子が散乱され、速度  $v'$  から速度  $v$  になる確率  $p(v, v'; V_2, \mu')$  は

$$p(v, v'; V_2, \mu') = \begin{cases} \frac{2v}{v_{\max}^2 - v_{\min}^2} & v_{\max} \geq v \geq v_{\min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

で与えられる。

ここに

$$\mu' = \cos \phi$$

$$v_{\max} = \frac{1}{M_{\text{eff}} + 1} \left\{ (v'^2 + M_{\text{eff}}^2 V_2^2 + 2 M_{\text{eff}} v' V_2 \mu')^{\frac{1}{2}} + M_{\text{eff}} (v'^2 + V_2^2 - 2 v' V_2 \mu')^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$v_{\min} = \frac{1}{M_{\text{eff}} + 1} \left\{ (v'^2 + M_{\text{eff}}^2 V_2^2 + 2 M_{\text{eff}} v' V_2 \mu')^{\frac{1}{2}} - M_{\text{eff}} (v'^2 + V_2^2 - 2 v' V_2 \mu')^{\frac{1}{2}} \right\}$$

ブラウン模型によれば、 $g(v_j, v_i)$  は  $v$  の区間

$$1) \quad v_i \leq v_j < v_i^*$$

$$2) \quad v_j < v_i < v_i^*$$

$$3) \quad v_j \geq v_i^*$$

に対して、それぞれ下のように与えられる。 $v_i^*$  は減速材分子の振動のしきいエネルギー  $E_i^*$  に対応する  $v$  である。減速材原子と中性子の相対速度を  $v_j$  とする。

$$1) \quad v_i \leq v_j < v_i^*$$

$$g(v_j, v_i) = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} d\mu' \int_0^{\infty} v_j \sigma_s(v_r) M(V_2) p(v_i, v_j; V_2, \mu') dV_2 \quad (14)$$

$M(V_2)$  は減速材原子のマクスウェル分布を表わす。一般に、 $P_1$  近似で領域  $t$  における散乱積分核  $g_{0t}^*(v_i, v_j)$  は積分をおこなって次のようになる。(ここでは便宜上  $g$  に \* をつけておく)

$$g_{0t}^*(v_j, v_i) = \rho_{t0} \sum_p \sigma_{stp} \frac{(A_t + 1)^2}{4 A_t} \frac{\tau_{tp}^3}{\lambda_{tp}} \frac{v_i}{v_j} \left\{ \exp[-\alpha_{tp} \tau_{tp}^2 v_j^2] \right. \\ \times [\text{erf}(\beta_t \theta_{tp} v_i - \beta_t \zeta_{tp} v_j) + \text{erf}(\beta_t \theta_{tp} v_i + \beta_t \zeta_{tp} v_j)] \\ \left. + \exp\left[\frac{\beta_t}{A_t} (v_j^2 - \lambda_{tp} v_i)^2\right] [\text{erf}(\beta_t \theta_{tp} v_j - \beta_t \zeta_{tp} v_i) - \text{erf}(\beta_t \theta_{tp} v_j - \beta_t \zeta_{tp} v_i)] \right\}$$

ここに

$A$  : 減速材の原子量

$$\beta_t^2 = \frac{1}{2(kT)_t}$$

$$\tau_{tp}^2 = \frac{A_t \beta_t^2}{A_t \beta_t^2 + \alpha_{tp}}$$

$$\theta_{tp} = \frac{A_t + 1}{2 \tau_{tp} \sqrt{A_t}}$$

$$\zeta_{tp} = \tau_{tp} \sqrt{A_t} - \theta_{tp}$$

$$\lambda_{tp} = 1 + A_t (1 - \tau_{tp}^2)$$

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-Z^2} dZ$$

$\rho_{t0}$ : 領域  $t$  における減速材原子の密度

$\sigma_{stp}$ ,  $\alpha_{tp}$  は領域  $t$  における減速材に対してそれぞれ最高 3 個まで与えられる定数である。

2)  $v_j < v_i < v_i^*$

詳細釣合の法則により  $g_{oi}^*(v_i, v_j)$  と  $g_{oj}^*(v_j, v_i)$  との間には, 次の関係が成り立つ。

$$g_{oi}^*(v_j, v_i) = \frac{M_t(v_i)}{M_t(v_j)} g_{oi}^*(v_i, v_j)$$

ここに

$$M_t(v_i) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \beta_i^3 v_i^2 \exp[-\beta_i^2 v_i^2]$$

上の関係により, 2) における  $g_{oi}^*(v_j, v_i)$  は 1) の  $g_{oi}^*(v_i, v_j)$  から算出される。

3)  $v_j \geq v_i^*$

このエネルギー領域では減速材原子は静止していると考えられるから, (13) は

$$p(v, v'; V_2, \mu') = \begin{cases} \frac{2v}{v'^2(1-\alpha^2)} & v' \geq v > \alpha v', \quad \alpha = \frac{M_{\text{eff}} - 1}{M_{\text{eff}} + 1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

したがって,  $g(v_i, v_j)$  は下のようになる。

$$g(v_j, v_i) = \int_0^\infty v_r \sigma_s(v_r) M(V_2) dV_2 \frac{2v_i}{v_j^2(1-\alpha^2)}$$

上式の右辺の積分

$$\int_0^\infty v_r \sigma_s(v_r) M(V_2) dV_2 \equiv \omega(v_i)$$

は下の式で与えられる。領域  $t$  において

$$\omega_t(v_i) = \rho_{t0} \sum_p \sigma_{stp} \tau_{tp}^3 \left\{ \left( \tau_{tp}^2 v_i + \frac{1}{2 A_t \beta_t^2 v_i} \right) \operatorname{erf}(\sqrt{A_t} \beta_t \tau_{tp} v_i) \exp[-\alpha_{tp} \tau_{tp}^2 v_i^2] \right. \\ \left. + \frac{\tau_{tp}}{\sqrt{\pi} A_t \beta_t} \exp[-A_t \beta_t^2 v_i^2] \right\}$$

この  $\omega_t(v_i)$  をもちいると  $g_{oi}^*(v_i, v_j)$  は

$$g_{oi}^*(v_j, v_i) = \begin{cases} \frac{2v_i}{v_j^2(1-\alpha^2)} \omega_t(v_i) & \alpha v_j \leq v_i \leq v_j \\ 0 & v_i < \alpha v_j \end{cases}$$

$\omega_t(v_i)$  と  $g_{oi}^*(v_j, v_i)$  との間には, 次の保存則が成り立たなければならない。

$$\omega_t(v_i) = \int_0^\infty \alpha v_j g_{oi}^*(v_i, v_j)$$

ところが TNS では右辺の積分の上限を  $v_0$  で切断しているので中性子束の値に誤差が入るおそれがある。そこで筆者らは、上に得られた  $g_{0t}^*(v_j, v_i)$  をもとにして積分の上限を  $v_0$  で切断したことに対する修正をおこなったものを  $g_{0t}(v_j, v_i)$  とした。

$$g_{0t}(v_j, v_i) = \begin{cases} g_{0t}^*(v_j, v_i) & (i \neq j) \\ g_{0t}^*(v_j, v_i) + \frac{\omega_t(v_i)}{Av} - \sum_{j=1}^K g_{0t}^*(v_i, v_j) & (i = j) \end{cases}$$

## 2.3 吸 収

領域  $t$  において速度  $v_i$  の中性子が毎秒吸収される割合  $\Gamma_t(v_i)$  は次のように表わされる。領域  $t$  における吸収物質  $\nu$  の吸収断面積，密度，吸収性原子と中性子の相対速度を  $\sigma_{at\nu}(v_r)$ ， $\rho_{t\nu}$ ， $v_r$  として

$$\Gamma_t(v_i) = \sum_{\nu} \rho_{t\nu} \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 v_r \sigma_{at\nu}(v_r) M_{\nu}(V) d\mu' dV \quad (15)$$

分裂する割合  $\Gamma_{ft}(v)$  は上式の  $\sigma_{at\nu}(v)$  の代りに  $\sigma_{ft\nu}(v)$  を用いて与えられる。

一般に，熱エネルギーでは，吸収断面積の速度依存は次の式によって表わされる。

$$\sigma_a(v) = \sigma_{a1} \frac{1}{v} + \sigma_{a2} + \sigma_{a3} v + \sigma_{a4} \frac{\Gamma \Gamma_a}{4(v^2 - v_0^2)^2 + \Gamma^2} \quad (16)$$

$v_0^2$  は，共鳴エネルギー  $E_0$  に対応した値である。この  $\sigma_a(v)$  を (15) 式に代入して積分を実行すれば， $\Gamma_t(v_i)$  は下の式で表わされる。便宜上，添字  $a$  を省略する。

$$\begin{aligned} \Gamma_t(v_i) = & \sum_{\nu=1}^{\nu_t} \rho_{t\nu} \left[ \sigma_{t\nu 1} + \sigma_{t\nu 2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi} \beta_{t\nu} \sqrt{A_{t\nu}}} \exp(-A_{t\nu} \beta_{t\nu}^2 v_i^2) \right. \right. \\ & + \left. \left. \left( \frac{1}{2 \beta_{t\nu}^2 A_{t\nu} v_i} + v_i \right) \operatorname{erf}(\sqrt{A_{t\nu}} \beta_{t\nu} v_i) \right\} + \sigma_{t\nu 3} \left( v_i^2 + \frac{3}{2 A_{t\nu} \beta_{t\nu}^2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\sigma_{t\nu 4} \Gamma_{at\nu}}{\Gamma_{t\nu}} \frac{v_i}{1+x_{t\nu}^2} \left( 1 - \frac{2}{\xi_{t\nu}^2} \frac{1-3x_{t\nu}^2}{1+x_{t\nu}^2} \right) \right] \end{aligned}$$

$\sigma_{t\nu 1}$ ， $\sigma_{t\nu 2}$ ， $\dots$ ， $\sigma_{t\nu 4}$  は，領域  $t$  における吸収性物質  $\nu$  に対する (16) 式の定数である。 $\nu_t$  は吸収性物質の種類の数。また，

$$x_{t\nu} = \frac{v_i^2 - v_{0t\nu}^2}{\Gamma_{t\nu}}, \quad \xi_{t\nu} = \beta_{t\nu} \frac{\Gamma_{t\nu}}{v_{0t\nu}} \sqrt{A_{t\nu}} \quad \text{である。}$$

$\Gamma_{ft}(v_i)$  についても，まったく同様である。

## 2.4 輸送方程式の定数

さきに求めた  $g_{0t}(v_i, v_j)$ ， $\omega_t(v_i)$ ， $\Gamma_t(v_i)$  をもちいて輸送方程式の定数は次のように与えられる。

$$\Sigma_{11ij} = [\Gamma_t(v_i) + \omega_t(v_i)] \frac{1}{v_i} \delta_{ij}$$

$$\Sigma_{0t1j} = \Sigma_{11ij} - \frac{Av_j}{v_i} g_{0t}(v_i, v_j) + B_{\perp}^2 D_{0t1j}$$

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{3} \frac{v_i}{\Gamma_t(v_i) + \Sigma_{TRH} + \Sigma_{s0}(1-\bar{\mu}_0)v_i} \delta_{ij} & \text{①} \\ \frac{1}{3} \frac{v_i}{\Gamma_t(v_i) + \omega_t(v_i)(1-\bar{\mu}) + \Sigma_{s0}(1-\bar{\mu}_0)v_i} \delta_{ij} & \text{②} \end{cases}$$

$D$  算出の式は,  $H$  を含む場合と含まぬ場合により ①, ② に分けられる.  $\Sigma_{TRH}$  は,  $H$  の輸送断面積が  $1/v$  依存性をもつとしたとき  $\Sigma_{TRH}(v_i) = \frac{\Sigma_{TRH}}{v_i}$  によって  $H$  の輸送断面積を与える定数で実験により与えられている.  $\Sigma_{s0}(1-\bar{\mu}_0)$  は, 減速材以外の物質 (たとえば酸素) による散乱の効果をもとりに入れるための項である.

各格子点における実効拡散係数, 実効吸収, 分裂断面積はその格子点におけるスペクトル  $N_0$  によって平均され, 次のように与えられる.

$$\bar{D}_i = \frac{\sum_i N_{0i} v_i \Delta v_i}{\sum_i \frac{1}{D_{ii}} N_{0i} v_i \Delta v_i}$$

$$\bar{\Sigma}_{at} = \frac{\sum_i \Gamma_t(v_i) N_{0i} \Delta v_i}{\sum_i N_{0i} v_i \Delta v_i}$$

$$\bar{\Sigma}_{ft} = \frac{\sum_i \Gamma_{ft}(v_i) N_{0i} \Delta v_i}{\sum_i N_{0i} \Delta v_i}$$

## 2.5 逆行列の求め方

TNS では  $\Sigma_{11}$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $\beta$  などの行列の逆行列をしばしばもちいている. そこで, それらの逆行列を求める計算はコードの量要な一部となる. TNS で 50 群の計算をするには 50 次元の行列を取扱うことになり, 逆行列の算出は普通の方法ではたいへん困難である. 筆者らはなるべく簡単に, しかも精度よく逆行列を求めるために次のような方法を開発した.

まず, 行列を 2 つの三角行列の積の形で表わし, 各々の三角行列について逆行列を計算し, もとの行列の逆行列を求める. 三角行列の逆行列の計算は普通の行列に比してはるかに簡単であるから, この方法によれば容易に逆行列を算出し得る. しかも逆行列を計算するときの誤差は 10 万分の 1 以下である.

この方法は, 中山, 大久保両氏 (計算センター室) によっても線型方程式の解法に応用され, 非常に精度の高いことが確認されている. 筆者らは 2 次元拡散にも使用中である.

計算式は以下のものである. (1) で行列を 2 つの三角行列の積になおし, (2) で逆行列を求める.

$$(1) \quad A = LU$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & & & 0 \\ L_{21} & L_{22} & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & \cdots & U_{1n} \\ & U_{22} & \cdots & U_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & & & U_{nn} \end{pmatrix}$$

行列  $L, U$  の各要素は

$$L_{ii} (i=1, 2, \dots, n) = \sqrt{A_{ii}}$$

$$U_{pq} = L_{qp} = 0 \quad (p > q)$$

$$\begin{cases} U_{pq} = \frac{A_{pq}}{L_{pp}} - \frac{1}{L_{pp}} \left( \sum_{m=1}^{p-1} L_{pm} U_{mq} \right) \\ L_{qp} = \frac{A_{qp}}{U_{pp}} - \frac{1}{U_{pp}} \left( \sum_{m=1}^{p-1} U_{mp} L_{qm} \right) \end{cases}$$

$$(2) \quad A^{-1} = U^{-1} L^{-1}$$

三角行列  $T$  の逆行列  $T^{-1}$  の求め方

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & \dots & 0 \\ T_{21} & T_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{n1} & T_{n2} & \dots & T_{nn} \end{pmatrix}$$

行列  $T$  の  $a$  行  $b$  列の要素 =  $T_{ab}$

行列  $T^{-1}$  の  $a$  行  $b$  列の要素 =  $T'_{ab}$

とすると,

$$T'_{aa} = \frac{1}{T_{aa}} \quad (\text{対角要素})$$

$$T'_{ab} = 0 \quad (b > a)$$

$$T'_{ab} = \frac{-1}{T_{aa}} \left( \sum_{l=1}^{a-1} T_{al} T'_{lb} \right)$$

$T$  が Upper Triangular である場合は, 転置行列 (transposed matrix) を作った上でこの式により計算し, あとで再び転置をおこなって求める逆行列を得る.

### 3 入力および出力

#### 3.1 入力定数

(1) カードタイプ 1 1 枚

① Problem Number (問題番号)

数字 4 桁

② Date

③ Name

アルファベット、氏名、体系の名称など任意に入力できる

(2) カードタイプ 2 1 枚

①  $\mu$  (形状判別の定数)

TNS では板状、円筒状、球状の3種の形状を取扱うことができる。

$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{板状} \\ 1 & \text{円筒状} \\ 2 & \text{球状} \end{cases}$$

②  $R$  (領域の数)

TNS では5領域までの計算をおこなうことができる。

③  $B_1^2$  (垂直方向のバックリング)

④ 境界条件 (最外側境界条件の選択)

$$\text{境界条件} = \begin{cases} 0 & \text{最外側点で } N_0=0 \\ 1 & \text{最外側点で } N_1=0 \end{cases}$$

⑤  $n_M$  (中心点を除く全格子点数)

⑥  $G$  (群の数)

⑦  $\kappa$  (源のある群の数)

切断エネルギー以下何群めまで源をもつか。

⑧  $\Delta v$  (群の幅)

単位は  $(\text{eV})^{\frac{1}{2}}$

(3) カードタイプ 3 1~2 枚

①  $n_1$  (領域 1, 2 の境の格子点番号)

格子点番号は中心点を 0 とし、順に外側に向かう。領域の境界には必ず格子点がなければならぬ。

- ②  $\Delta r_1$  (領域 1 における格子間隔)

$\Delta r$  は cm で表わされる。

- ③  $n_2$  (領域 2, 3 の境の格子点番号)

- ④  $\Delta r_2$  (領域 2 における格子間隔)

- (4) カードタイプ 4 R 枚

領域ごとにカードが必要。

- ①  $\beta$  (領域の温度に関する定数)

$$\beta^2 = \frac{1}{2kT} \quad (\text{eV}^{-\frac{1}{2}})$$

- ②  $A$  (減速材の原子量)

- ③  $P$  (散乱模型定数の個数)

$$P \leq 3$$

カードタイプ 5 を参照のこと。  $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \sigma_{s3}; \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  のうち、 $\sigma$  と  $\alpha$  を何個ずつとるかを  $P$  で指定する。たとえば  $P=2$  とすれば、 $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}; \alpha_1, \alpha_2$  が計算にもちいられることになる。このとき  $\sigma_{s3}, \alpha_3$  はブランクにしておいてよい。

- ④  $v^*$  (減速材原子の振動のしきいエネルギー)

減速材原子の振動のしきいエネルギーに対応する  $v$ 。たとえば重水減速材の場合には、重水素の振動のエネルギー  $E^* = 0.143 \text{ eV}$  に対応する  $v^* = 0.535 \text{ (eV)}^{\frac{1}{2}}$  を入力する。

- ⑤  $\rho$  (減速材原子の個数密度)

単位は  $\text{cm}^{-3} \times 10^{-24}$

- ⑥  $\nu$  (その領域の吸収性核種の数)

- ⑦  $t$  (領域番号)

- (5) カードタイプ 5 R 枚

減速材原子の散乱模型定数。領域ごとに入力。

- ①  $\sigma_{s1}$

- ②  $\sigma_{s2}$

- ③  $\sigma_{s3}$

- ④  $\alpha_1$

- ⑤  $\alpha_2$

- ⑥  $\alpha_3$

たとえば重水減速材の場合、重水素の散乱断面積は次式で与えられる。

$$\sigma_s(v_r) = \sigma_{s1} + \sigma_{s2} \exp[-\alpha_2 v_r^2]$$

$\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \alpha_2$  はブラウン模型の定数で、値はそれぞれ 3.3, 1.6, 2.88 である。したがって、重水減速材を用いている領域に対しては

$$P=2, \sigma_{s1}=3.3, \sigma_{s2}=1.6, \alpha_1=0, \alpha_2=2.88$$

が入力される.

$\sigma$  の単位   バーン

$\alpha$  の単位   (eV)<sup>-1</sup>

(6) カードタイプ 6 R 枚

拡散係数の評価に必要な定数. 領域ごと.

① ISTR   (減速材としての  $H$  の有無の判定)

$$\text{ISTR} = \begin{cases} 1 & \text{減速材は } H \text{ である} \\ 0 & \text{減速材は } H \text{ でない} \end{cases}$$

② STR

$$\text{STR} = \begin{cases} \Sigma_{TRH} & H \text{ の輸送断面積 (ISTR=1)} \\ \bar{\mu} & \text{減速材の } \bar{\mu} \text{ (ISTR=0)} \end{cases}$$

③ SÖXY

$$\text{SÖXY} = \Sigma_{s0}(1 - \bar{\mu}_0)$$

(7) カードタイプ 7 R×ν 枚

吸収模型に関する定数.

領域ごと, 吸収性核種ごとに入力される.

①  $\sigma_{a1}$

②  $\sigma_{a2}$

③  $\sigma_{a3}$

④  $\sigma_{a4}$

一般に熱エネルギーでは, 吸収断面積の速度依存は次の式で表わされる.

$$\sigma_a(v) = \sigma_{a1} \frac{1}{v} + \sigma_{a2} + \sigma_{a3} v + \sigma_{a4} \frac{\Gamma \Gamma_a}{4(v^2 - v_0^2)^2 + \Gamma^2}$$

$\sigma_a(v)$  の単位はバーンである.

⑤ νν   (その領域における吸収性核種の番号)

⑥  $t$    (領域の番号)

(8) カードタイプ 8 R×ν 枚

領域ごと, 吸収性核種ごとにカードが必要. 切断エネルギー以下に共鳴吸収を持たない吸収性核種に対しては, ① から ④ の値は, 0 となる.

①  $\Gamma$    (全幅)

②  $\Gamma_a$    (吸収幅)

③  $v_0^2$    (共鳴エネルギーに対応する)

たとえば <sup>235</sup>U については, 切断エネルギー  $E_c$  のとり方によって熱エネルギー群中に共鳴準位  $E_0=0.282$  eV を有する場合がある. そのときには対応する  $v_0^2=0.564$  eV が入力される.



- ④  $\rho$  (吸収性核種の個数密度)  
 単位は  $\text{cm}^{-3} \times 10^{-24}$
- ⑤  $A$  (吸収性核種の原子量)
- ⑥  $\beta_\nu$  (吸収性核種  $\nu$  の温度に関する定数)

$$\beta_\nu = \frac{1}{2(kT)_\nu}$$

- ⑦  $\nu\nu$  (その領域での吸収性核種の番号)
- ⑧  $t$  (領域番号)

(9) カードタイプ 9 R ×  $\nu$  枚

領域ごと、吸収性核種ごとに入力される。

- ①  $\sigma_{f1}$
- ②  $\sigma_{f2}$
- ③  $\sigma_{f3}$
- ④  $\Gamma_f$  (分裂幅)

カードタイプ 7 を参照のこと。

$\sigma_a$  のかわりに、 $\sigma_f$  を用いて、 $\sigma_a(v)$  と全く同様に  $\sigma_f(v)$  が得られる。ただ、第4項においては  $\sigma_{f4} = \sigma_{a4}$  であるから、 $\sigma_{f4}$  は  $\sigma_{a4}$  をそのままちいることとし、あらためて入力しない。

(10) カードタイプ 10 1~11 枚

源に関する定数。

- ①  $R_0$  (格子点 0 における  $R$ )
- ②  $R_1$  (格子点 1 における  $R$ )
- ③  $R_2$

格子点  $n$  における群  $i$  に対する源  $S_{ni}$  は次のように表わされる。

$$S_{ni} = R_n \times F_i$$

$R_n$  は熱中性子を生ずる源である共鳴中性子束の空間分布を表わす定数で、理論的または実験的に定められ、格子点 0 から  $n_M$  まで格子点ごとに入力される。

(11) カードタイプ 11 1~10 枚

- ①  $F_1$  (群 1 に対する  $F$ )
- ②  $F_2$  (群 2 に対する  $F$ )
- ③  $F_3$

$i$  群の中性子を生ずる源を、 $F_i$  とする。

入力形式は TABLE 1 に示される。

### 3.2 出力定数

- (1)  $N_{0i}$  (FLUX)

各群の各格子における FLUX

- (2)  $\bar{D}_i$  (DIFF. COEF. D)

各格子点における実効拡散係数

- (3)  $\bar{\Sigma}_{ai}$  (SIGMA ABS.)

各格子における実効吸収断面積

- (4)  $\bar{\Sigma}_{fi}$  (SIGMA FISS.)

各格子点における実効分裂断面積

- (5)  $N_{0i}$

各格子点における熱中性子束

$$N_{0i} = \Delta v \times \sum_i N_{0ii}$$

- (6)  $f_t$  ( $t$  は領域番号)

各領域における disadvantage factor

$$f_t = \frac{\phi_t}{\sum_t \phi_t}$$

$$\phi_t = \sum_{l \in t} N_{0l} \Delta V_l$$

$$\Delta V_l = r_l^n \Delta r_l^{-}$$

- (7)  $\Sigma_{at}$  ( $t$  は領域番号)

$$\Sigma_{at} = \frac{\sum_{l \in t} \Sigma_{al} N_{0l} \Delta V_l}{\phi_t}, \text{ 領域における平均値}$$

- (8)  $\Sigma_{ft}$  ( $t$  は領域番号)

$$\Sigma_{ft} = \frac{\sum_{l \in t} \Sigma_{fl} N_{0l} \Delta V_l}{\phi_t}, \text{ 領域における平均値}$$

- (9)  $D_t$  ( $t$  は領域番号)

$$D_t = \frac{\phi_t}{\sum_{l \in t} \frac{1}{D_l} N_{0l} \Delta V_l}, \text{ 領域における平均値}$$

- (10)  $\Sigma_a, \Sigma_f, D$

体系全体の平均の実効吸収, 分裂断面積, 拡散係数

$$\Sigma_a = \sum_t f_t \Sigma_{at}$$

$$\Sigma_f = \sum_t f_t \Sigma_{ft}$$

$$D = \frac{1}{\sum_t f_t \frac{1}{D_t}}$$

## 4 TNS コードによる計算の例

TNS コードにより、次のような重水均質系について一連の計算をおこない、熱中性子束、熱中性子群定数を求めてみた。この重水均質系は、炉心に 20% 濃縮ウランの重水溶液をいれ、ブランケット部には、重水をもちいており、その重水中に吸収性物質 boron を含む球状の系である。

炉心は、A, B, C の 3 種あり、かんたんに取換えがきく。大きさは、

ブランケット部まで含めた直径	150 cm
炉心の直径	A 炉心 80 cm
	B 炉心 66 cm
	C 炉心 53 cm

ブランケット部に吸収体を含むため、炉心の燃料濃度が濃くなり、中性子束の空間変動はかなり大きくなると考えられる。TNS による計算の例として、各炉心に対しておこなわれた計算のうちから 4 つの case について以下に述べることにする。

各原子 (分子) の単位体積あたりの個数を  $N$  とし、炉心での重水分子のウラン-235 原子に対する比を  $\frac{N(D_2O)}{N(^{235}U)} \equiv Z$  として、4 つの case は次のようなものである。

炉心	case 番号	Z	$N(^{235}U)$	$N(^{238}U)$	$N(B)$	炉心部格子間隔	ブランケット部格子間隔
A	3010	1750	$1.9 \times 10^{-5}$	$7.6 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-5}$	2.5 cm	2.7 cm
B	2020	950	$3.5 \times 10^{-5}$	$1.4 \times 10^{-4}$	$3.8 \times 10^{-6}$	2.3 cm	2.2 cm
C	322	650	$5.1 \times 10^{-5}$	$2.0 \times 10^{-4}$	$5.1 \times 10^{-7}$	2.7 cm	2.5 cm
C	342	550	$6.0 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-6}$	2.7 cm	2.5 cm

なお、各 case とも、切断エネルギー 0.625 eV, 群数 35 群, 全格子点数 30 個で計算された。

出力された熱中性子群定数の空間変動の状態をみるため、例として、各 case の吸収断面積  $\Sigma_a$  を TABLE 2 に示す。炉心が小さくなる程、また炉心の燃料濃度が濃くなる程、吸収断面積の空間変動は大きくなっている。Fig. 1 に、case 342 の  $\Sigma_a$  の値を、炉心部、ブランケット部それぞれについて規格化して示す。Fig. 1 から明らかなように、炉心部では、 $\Sigma_a$  に 20% 以上もの空間変動がある。

筆者らは、TNS により求めた熱中性子群定数と、UGMG により求めた速中性子群定数をもちいて、WANDA-6 により実効増倍率を計算したが、熱中性子群定数の空間変動を考慮した場合としない場合とでは、実効増倍率に最高 3% もの変動を生ずることがわかり、熱中性子群定数の空間変動の影響を無視し得ないことが明らかとなった。熱中性子束は、各群ごと、各格子点ごとに出力される。

Fig. 2 に、炉の中心、炉心部とブランケット部の境界付近、ブランケット部の中央の3点における熱中性子スペクトルを示す。Fig. 2 から明らかなように、外側境界に近づく程、熱中性子スペクトルは軟化する。

#### 参 考 文 献

「4 TNS コードによる計算の例」においてもちいられたコード UGMG, WANDA-6 に関しては次の JAERI-Memo を参照した。

桂木学, 森口欽一, 久家靖史: 速中性子常数コード 7090 UGMG, JAERI-Memo 第1025号 (1962)

鈴木友雄: IBM 7090 用の1次元少数群拡散コード W2FC, WANDA-6, JAERI-Memo 第1177号 (1963)

また、重水均質系の解析の詳細については、JAERI-Memo として、近く報告する予定である。

- 1) G. I. MARCHUK: "Method for Nuclear Reactor Calculation, Translated from Russian" Consultants Bureau Inc. (1959)
- 2) EDOARDO AMALDI: PH XXX VIII/2, (1959)
- 3) H. D. BROWN, D. S. St. JOHN: DP-33, (1954)
- 4) H. D. BROWN: DP-64, (1956)
- 5) DAVISON: "Neutron Transport Theory" (1955)
- 6) G. I. MARCHUK, et. al.: TICG, 16, 359 (1958)

TABLE 2 Absorption cross section ( $\text{cm}^{-1}$ ) at each mesh point  
 $n$  (mesh point number)

case $n$	3010	2020	322	342
0	0.010560	0.017639	0.024064	0.027265
1	0.010560	0.017639	0.024064	0.027265
2	0.010560	0.017655	0.024138	0.027347
3	0.010560	0.017684	0.024165	0.027362
4	0.010562	0.017731	0.024319	0.027527
5	0.010569	0.017833	0.024600	0.027846
6	0.010578	0.018027	0.025030	0.028355
7	0.010589	0.018322	0.025650	0.029120
8	0.010602	0.018724	0.026507	0.030225
9	0.010617	0.019176	0.027650	0.031749
10	0.010633	0.019725 0.002211	0.029160 0.000295	0.033809 0.000576
11	0.010653	0.002275	0.000306	0.000602
12	0.010681	0.002318	0.000313	0.000617
13	0.010727	0.002354	0.000318	0.000628
14	0.010793	0.002384	0.000322	0.000636
15	0.010883	0.002407	0.000325	0.000643
16	0.011008 0.006009	0.002427	0.000327	0.000648
17	0.006081	0.002443	0.000329	0.000653
18	0.006137	0.002457	0.000331	0.000657
19	0.006185	0.002470	0.000332	0.000660
20	0.006230	0.002481	0.000334	0.000663
21	0.006273	0.002490	0.000335	0.000665
22	0.006314	0.002499	0.000335	0.000666
23	0.006357	0.002507	0.000335	0.000666
24	0.006396	0.002515	0.000336	0.000667
25	0.006428	0.002522	0.000336	0.000667
26	0.006458	0.002527	0.000336	0.000667
27	0.006483	0.002531	0.000335	0.000666
28	0.006495	0.002535	0.000334	0.000664
29	0.006487	0.002537	0.000333	0.000661
30	0	0	0	0

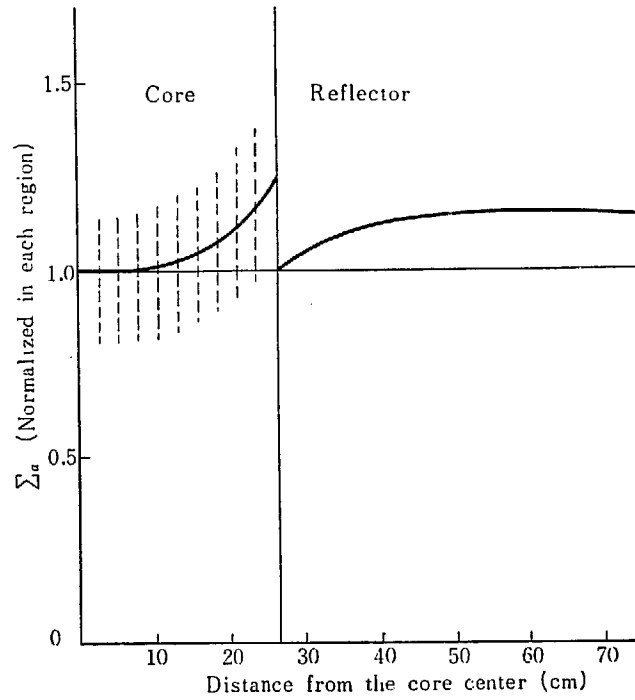
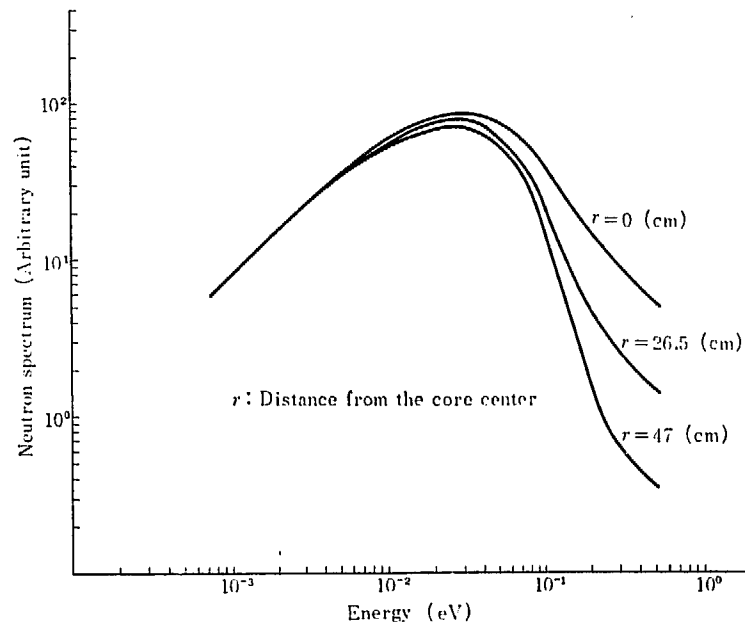
Fig. 1 Spatial variation of  $\Sigma_a$  in case 342

Fig. 2 Comparison of thermal neutron spectrum

TABLE 1 Input format

Type	Prob. No.	Date	Name					
1	1	xxxxxx · xxx · xxxxx 7 8 9 10 11	20 23	4647 80				
2	$\mu$ R	$B_1^2$	BC	$n_M$	G	$\kappa$	$\Delta v$	
	xxxx	±xxx·xxxxE±xxx	xxxx	xxxx	xxxx	±xxx·xxxxxxE±xxx		80
	2 3 4	5 6 7	12 13 14 15	17 18 19 20	21 22 23	24 25 26	34 35 36 37 38	
3	$n_1$	$\Delta r_1$	$n_2$	$\Delta r_2$				
	xx	±xxx·xxxxxxE±xxx	xx	±xxx·xxxxxxE±xxx	xx	±xxx·xxxxxxE±xxx	xx	±xxx·xxxxxxE±xxx
	1 2 3	4 5	14 15 16 17	19 20 21 22	31 32 34	36 37 38	48 51	53 54 55 65 68 69
4	$\beta$	A	P	$v^*$	$\rho$	$\nu$	t	
	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	x	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	xx	x	
	1 2 3 4	12 15 16	25	30 31 32 33 34 35	42 43 44 45 46 47 48 49	57 60	61 62 63 64 65 70 71	80
5	$\sigma_{s1}$	$\sigma_{s2}$	$\sigma_{s3}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	t	
	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	x	
	1 2	7 8 9 10 11	17 20	21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	37 40 41	47 50 51	57 60 61	70 71
6	ISTR	STR	SÖXY					
	x	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx					
	1 2	3 4 5	12 15 16 17 18 19 20	24 27 28				80
7	$\sigma_{a1}$	$\sigma_{a2}$	$\sigma_{a3}$	$\sigma_{a4}$	$\nu$	$\nu$	t	
	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	xx	xx	xx	
	1	7 10 11	20 21	30 31	40 41	60 61	62 63 64 65 66 67 68 69 70 71	80
8	$\Gamma$	$\Gamma_a$	$\nu_0^2$	$\rho$	A	$\beta_\nu$	$\nu$	t
	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	xx	xx
	1	7 8 9 10 11	17 20 21	27 30 31	37 40 41	47 50 51	57 60	64 65 69 70 71
9	$\sigma_{f1}$	$\sigma_{f2}$	$\sigma_{f3}$	$\Gamma_f$	$\nu$	$\nu$	t	
	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	±xxx·xxxxE±xxx	xx	xx	xx	
	1	7 10 11	17 20 21	27 30 31	37 40 41	60	64 65 69 70 71	80
10	$R_0$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$			
	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx		
	1 2	12 15 16 17	27 30 31 32	42 45 46 47	57 60 61 62	72 75		80
11	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$			
	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx	±xxx·xxxxxxE±xxx			
	1 2	12 15 16 17	27 30 31 32	42 45 46 47	57 60 61 62	72 75 76		80