

円筒体系の実効カドミウム  
切断エネルギー

1964年1月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

## 円筒体系の実効カドミウム切断エネルギー

### 要 旨

円筒状検出体に円筒状の Cd フィルターを用いた場合の等方中性子束内の実効切断エネルギーが計算された。そのとき用いられた中性子スペクトルは質量数が 2 および 12 の単原子ガス減速材中のものである。円筒体系の実効切断エネルギーは平板体系の等方およびビーム状中性子束の実効切断エネルギーの中間の値になる。また、フィルター内で検出体の位置が変ることにより、実効切断エネルギーはかなりの変化をうける。普通の小型の  $\text{BF}_3$  計数管または小型の核分裂計数管では検出体の自己遮蔽の効果をほとんど無視することができる。

1963 年 9 月

東海研究所原子炉物理部原子炉物理第 2 研究室

竹 田 練 三, 井 上 和 彦

## Effective Cadmium Cutoff Energy for Cylindrical Detectors with Cylindrical Filters

### Summary

The effective cutoff energies for cylindrical detectors with cylindrical filters in the isotropic neutron flux was studied. Neutron spectra used in the calculation of the effective cutoff energy were those for infinite, homogeneous media using the free gas model of deuteron and carbon. The effective cutoff energy for a cylindrical detector with a cylindrical filter in the isotropic neutron flux has the value between that of a slab filter in the isotropic neutron flux and that in the beam neutron flux. The change of the position of the detector considerably influences the value of the effective cutoff energy. The self-shielding effect in a micro  $\text{BF}_3$  proportional counter and  $^{235}\text{U}$  fission counter can be neglected.

Sept. 1963

RENZO TAKEDA, KAZUHIKO INOUE

Division of Reactor Physics, Tokai Research Establishment

## 目 次

1. 序 言 .....	1
2. 円筒体系の実効切断エネルギー .....	2
3. 数値計算の結果 .....	3
4. 結 言 .....	8
参考文献 .....	9

## Contents

1. Introduction.....	1
2. Effective cutoff energy of cylindrical system .....	2
3. Numerical calculations .....	3
4. Conclusions .....	8
References .....	9

## 1. 序 言

中性子スペクトルの積分測定では、フィルターが重要な役割をはたしている。したがって、フィルターの中性子に対する透過特性や、実効切断エネルギーを知ることが必要である。平板フィルターの実効切断エネルギーに関しては、すでにいくつかの研究がおこなわれている<sup>1)~3)</sup>。しかし、円筒検出体に円筒フィルターを被せた場合の研究は、まだおこなわれていない。小型の円筒状の検出体を用いた実験では、円筒フィルターの実効切断エネルギーの値が必要になる。

等方中性子束内の円筒フィルターの実効切断エネルギーは、一般に平板フィルターの等方およびビーム状中性子束内での実効切断エネルギーの中間の値であることが幾何学的な考察から理解される。しかし、後者の2つの実効切断エネルギーの間には、かなりの差がある。このために、検出体の断面積の性質によっては、円筒フィルターの実効切断エネルギーを正確に求めることが必要である。たとえば Au や In のように、切断エネルギー以上の反応率に対するおもな寄与が、切断エネルギーよりもずっと高いエネルギー領域からくる場合には、切断エネルギーの値の誤差はたいして問題にならない。しかし、BF<sub>3</sub> 計数管や<sup>235</sup>U 核分裂計数管を検出体として用いる場合は、検出体の断面積が  $1/v$  法則または  $1/v$  法則に近いかたちをしているので、切断エネルギーを正確に求めなければならない。この場合、切断エネルギー以上の反応率の相対誤差は、切断エネルギーの相対誤差のほぼ半分程度になる。このような場合には、実効切断エネルギーの評価はきわめて重要である<sup>4)</sup>。

また、フィルター中での検出体の位置は切断エネルギーにかなりの影響を与える。

現実に用いられる計数管は、有限な長さの円筒状をしているが、円筒体系の場合には有限な長さの計算は非常に複雑である。ここでは簡単のために、無限円筒体系について計算をおこなう。したがって、有限長体系に対して無限長体系の結果を適用するのは、厳密には正しくない。しかし、実際の計数管では、一般に自己遮蔽の効果は大きくないから、検出体の有効軸長よりも十分長いフィルターを用いれば、無限円筒体系について得られた結果を適用できる。この論文では、円筒体系の実効切断エネルギーを求める式を導き、小型の BF<sub>3</sub> 計数管および <sup>235</sup>U 核分裂計数管にカドミウムフィルターを被せた場合について、実際の計算例を示す。これらの計数管は中性子の検出体としてよく用いられるものである。

## 2. 円筒体系の実効切断エネルギー

実効切断エネルギーは、一般にフィルターをつけた検出体の反応率と透過率が実効切断エネルギー  $E_0$  以上で 1 でそれ以下で 0 であるような理想的フィルターをつけた検出体の反応率を等しくするように決められる。したがって、 $E_0$  は下記の式

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_V \int_{\Omega} T(E, \mathbf{r}, \Omega) S(E, \mathbf{r}, \Omega) \Sigma(E) \phi(E, \Omega) d\Omega dV dE \\ &= \int_{E_0}^{\infty} \int_V \int_{\Omega} S(E, \mathbf{r}, \Omega) \Sigma(E) \phi(E, \Omega) d\Omega dV dE \end{aligned} \quad (1)$$

を解くことによって与えられる。ここで  $V$  は検出体の全体積を、 $\Omega$  は全立体角を表わし、 $\Sigma(E)$  は検出体に用いる反応断面積である。 $\phi(E, \Omega)$  は検出体内の点  $\mathbf{r}$  に  $\Omega$  方向に入射するエネルギー  $E$  の中性子束である。ここでは、中性子束の空間変化は検出体の大きさの範囲では無視できるとしている。

$S(E, \mathbf{r}, \Omega)$  は  $\phi(E, \Omega)$  に対する検出体の自己遮蔽因子で、 $\phi(E, \Omega)$  の入射角によって 2 つに分れる。 $\Sigma_a(E)$  は検出体の全吸収断面積、 $R_1, R_2$  はそれぞれ検出体の内径と外径である。

$$0 \leq \varphi \leq \cos^{-1}(-\sqrt{r^2 - R_1^2}/r);$$

$$S(E, r, \theta, \varphi) = \exp \left[ -\frac{\sqrt{R_2^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - r \cos \varphi}{\sin \theta} \Sigma_a(E) \right] \quad (2)$$

$$\cos^{-1}(-\sqrt{r^2 - R_1^2}/r) \leq \varphi \leq \pi;$$

$$S(E, r, \theta, \varphi) = \exp \left[ -\frac{\sqrt{R_2^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - 2\sqrt{R_1^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - r \cos \varphi}{\sin \theta} \Sigma_a(E) \right] \quad (3)$$

$T(E, \mathbf{r}, \Omega)$  は  $\phi(E, \Omega)$  に対するフィルターの透過率であり、 $\Sigma_{f11}(E)$  はフィルターの吸収断面積、 $R_3, R_4$  はそれぞれフィルターの内径と外径である。

$$T(E, r, \theta, \varphi) = \exp \left[ -\frac{\sqrt{R_4^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - \sqrt{R_3^2 - r^2 \sin^2 \varphi}}{\sin \theta} \Sigma_{f11}(E) \right] \quad (4)$$

なお、検出体およびフィルターの散乱効果は無視されている。

### 3. 数値計算の結果

計算例として選んだのは、小型の  $\text{BF}_3$  計数管と  $^{235}\text{U}$  核分裂計数管に円筒状 Cd フィルターを被せた体系である。TABLE 1 に計算に必要なこれらの計数管の諸元が示されている。 $^{235}\text{U}$  の吸収と核分裂断面積 および Cd の吸収断面積の 0.4 eV 以下の値には BNL-325<sup>5)</sup> のデータを使用し、0.4 eV 以上の Cd の吸収断面積に対しては WESTCOTT<sup>6)</sup> により与えられた式とパラメータによって計算したものをを用いた。また  $^{10}\text{B}$  の吸収断面積は正確に  $1/v$  法則に従うとして計算した。計算に用いた中性子束のエネルギースペクトルは、常温の無限大体系の重水素 ( $A=2$ ) および炭素 ( $A=12$ ) の単原

TABLE 1 Dimensions of counters

$^{235}\text{U}$ fission counter	$\text{BF}_3$ proportional counter
Highly enriched uranium	Highly enriched $^{10}\text{B}$
$^{235}\text{U}$ layer 1 mg/cm <sup>2</sup>	Gas pressure 600 mm Hg
$R_1$ 2.5 mm	$R_2$ 2.0 mm

子自由ガス減速材内で吸収がそれぞれについて  $A=0.1, 0.4$  と  $A=0.2, 1.2$  に対応する計算値であって、熱中性子スペクトルに対する積分方程式を 8 eV 以下で 33 点エネルギーメッシュをとって数値解法で解いた。なお、8 eV 以上の中性子束は  $1/E$  分布であるとした。これらの中性子スペクトルの特徴を簡単に表わすために、次の現象論的な中性子スペクトルを対応させる。

$$\varphi(E) = \alpha \left( \frac{E}{E_n} \right) e^{-E/E_n} + \frac{A(E)}{E} \quad (5)$$

ここで  $E_n$  は積分方程式の解に Maxwell 分布をピーク付近およびそれより低いエネルギー領域で最小 2 乗法で合せた実効中性子温度、 $\alpha$  は Maxwell 部分と  $1/E$  部分の相対的大きさを示すパラメータ、そして  $A(E)$  は Maxwell 部分と  $1/E$  部分の接合関数であって、積分方程式の解から Maxwell 部分を引いたのこりに  $A(E)/E$  を合せることによって定められる。実効切断エネルギーの計算に用いられた中性子スペクトルの  $\alpha$  と  $E_n$  および  $A(E)$  を TABLE 2 と Fig. 1 に示す。

(1) 式は、エネルギーと体系の半径方向および中性子の入射角の  $\theta$  と  $\varphi$  に関する 4 重積分を数

TABLE 2 Parameters of thermal neutron spectra

$A$	$A$	$E_n$ (eV)	$\alpha$
2	0.1	0.0263	20
2	0.4	0.0281	8.2
12	0.2	0.0273	18
12	1.2	0.0353	3.4

$$A = \xi \Sigma_s / 4 \Sigma_a \quad (2200 \text{ m/sec})$$

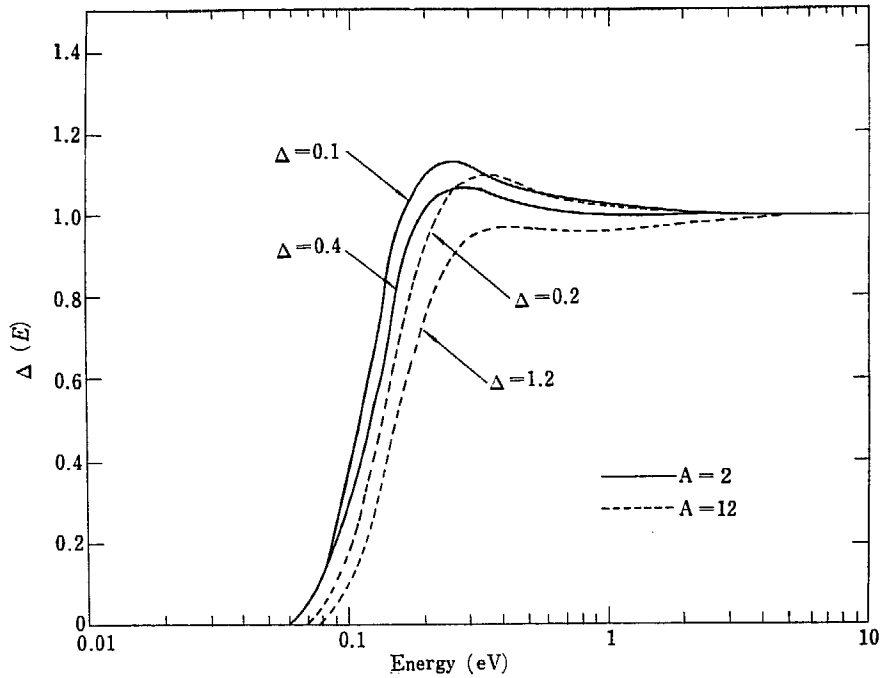


Fig. 1 Joining functions of neutron spectra

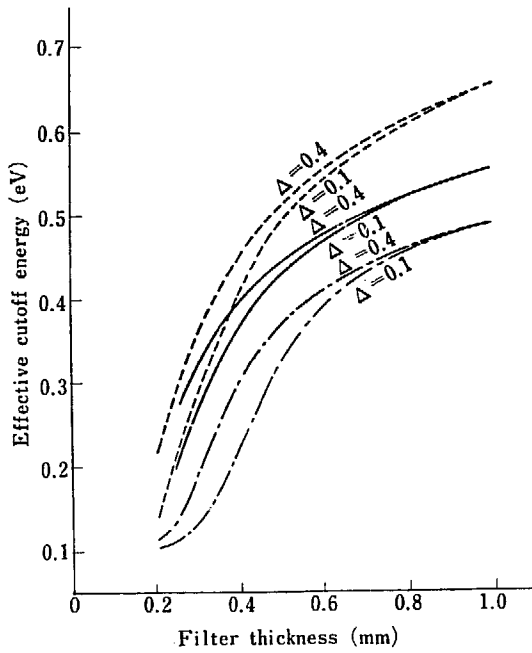
TABLE 3 Effective cutoff energies of cylindrical filters ( $^{235}\text{U}$  fission counter) in isotropic flux

Thickness (mm)	A=2		A=12	
	$\Delta=0.1$	$\Delta=0.4$	$\Delta=0.2$	$\Delta=1.2$
0.25	0.2039	0.2723	0.2089	0.3297
0.35	0.3259	0.3670	0.3311	0.3932
0.50	0.4308	0.4424	0.4325	0.4491
0.75	0.5063	0.5078	0.5061	0.5092
1.00	0.5546	0.5555	0.5542	0.5568

TABLE 4 Effective cutoff energies of cylindrical filters ( $1/\nu$  detector) in isotropic flux

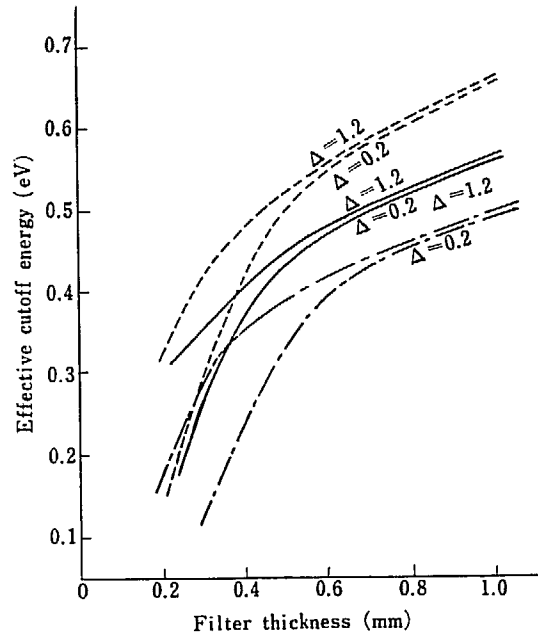
Thickness (mm)	A=2		A=12	
	$\Delta=0.1$	$\Delta=0.4$	$\Delta=0.2$	$\Delta=1.2$
0.25	0.1828	0.2469	0.1879	0.3235
0.35	0.3096	0.3675	0.3172	0.4010
0.50	0.4388	0.4527	0.4407	0.4600
0.75	0.5149	0.5163	0.5147	0.5177
1.00	0.5593	0.5602	0.5590	0.5614

値的におこなうことにより解かれた。エネルギーに関する積分は 0 eV から 3 eV までの間に適当な 105 点のエネルギーメッシュをとって、2 次 Lagrange 補間公式を 2 区間ずつ逐次適用しておこなわれた。これらのエネルギーメッシュは  $T(E, r, \theta, \varphi)$  が急激に変化する区間では間隔を狭く、また検出体の反応断面積が共鳴レベルを有する領域では、それに注意して選ばれた。 $\varphi$  に関する 2 組の積分



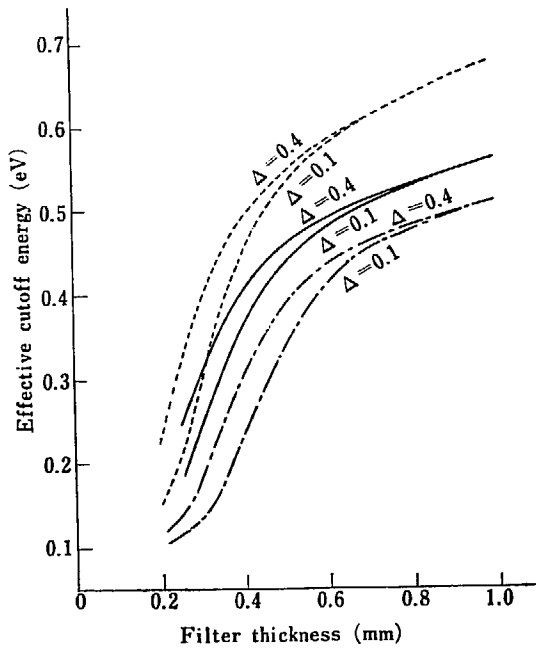
— Cylindrical system in isotropic flux  
 - - - Slab system in isotropic flux  
 - · - Slab system in beam flux

Fig. 2 Effective cutoff energies for cadmium filters ( $^{235}\text{U}$  fission counter) in  $A=2$  free gas moderator



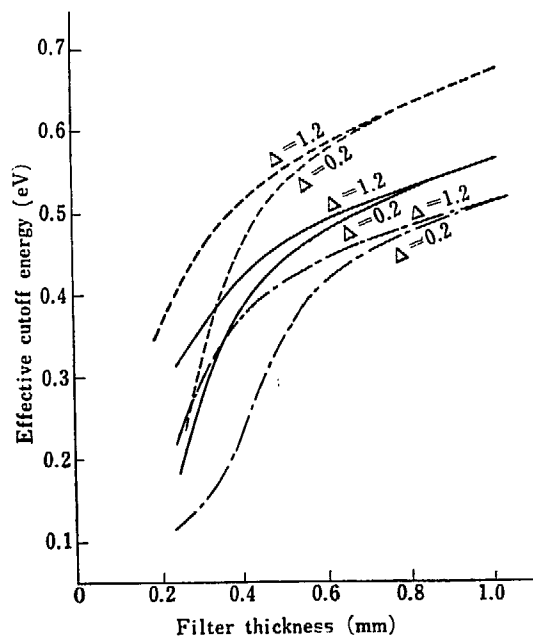
— Cylindrical system in isotropic flux  
 - - - Slab system in isotropic flux  
 - · - Slab system in beam flux

Fig. 3 Effective cadmium filters ( $^{235}\text{U}$  fission counter) in  $A=12$  free gas moderator



— Cylindrical system in isotropic flux  
 - - - Slab system in isotropic flux  
 - · - Slab system in beam flux

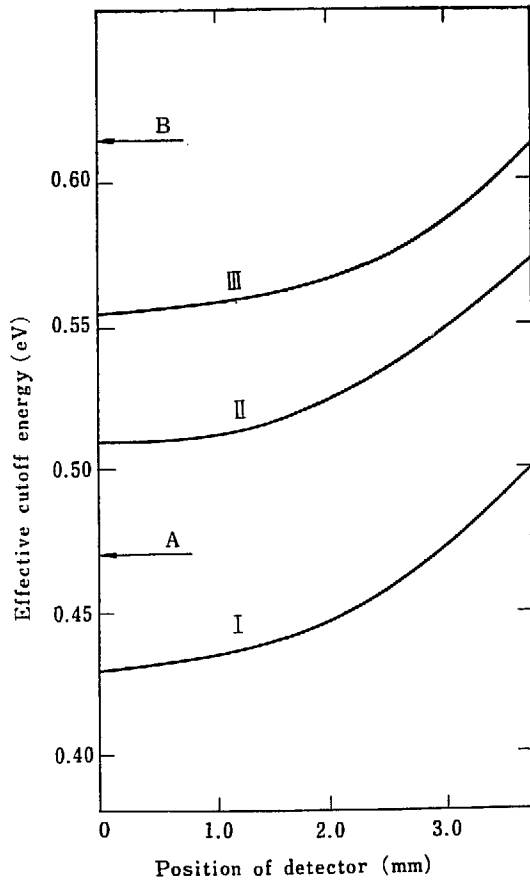
Fig. 4 Effective cutoff energies for cadmium filters ( $1/v$  detector) in  $A=2$  free gas moderator



— Cylindrical system in isotropic flux  
 - - - Slab system in isotropic flux  
 - · - Slab system in beam flux

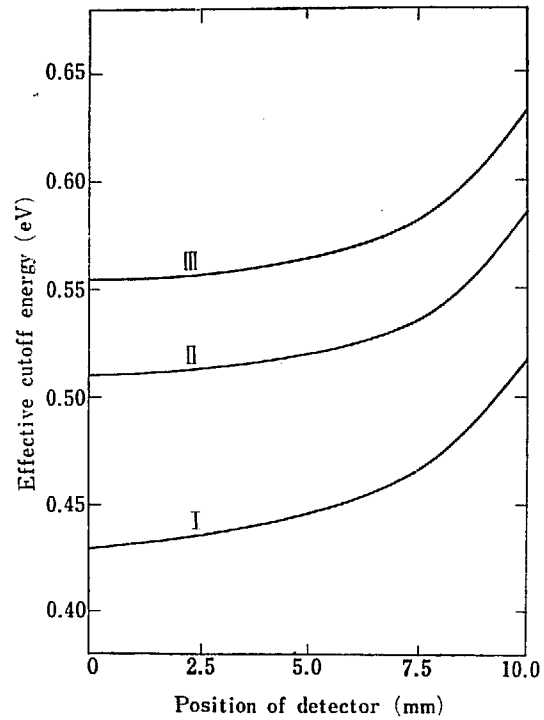
Fig. 5 Effective cutoff energies for cadmium filters ( $1/v$  detector) in  $A=12$  free gas moderator





- I Filter thickness 0.50 mm
- II Filter thickness 0.75 mm
- III Filter thickness 1.00 mm
- A Value of slab geometry in beam flux (filter thickness 0.75 mm)
- B Value of slab geometry in isotropic flux (filter thickness 0.75 mm)

Fig. 6 Effective cutoff energies of cylindrical cadmium filter as functions of distance between centre of filter ( $R_3=3.75$  mm) and position of detector.



- I Filter thickness 0.50 mm
- II Filter thickness 0.75 mm
- III Filter thickness 1.00 mm

Fig. 7 Effective cutoff energies of cylindrical cadmium filter as functions of distance between centre of filter ( $R_3=10$  mm) and position of detector

TABLE 5 Effect of self-shielding

	Effective cutoff energies	
	$\text{BF}_3$ proportional counter	$^{235}\text{U}$ fission counter
Infinite dilution detector	0.5591 <sub>9</sub>	0.5545 <sub>9</sub>
Finite dilution detector	0.5593 <sub>9</sub>	0.5546 <sub>1</sub>

Filter thickness 1 mm in  $A=2$  free gas moderator

と  $\theta$  に関する積分には 6 点 Gauss 積分公式がそれぞれ用いられた。数値計算は IBM-7090 を用いておこなわれた<sup>7),8)</sup>。

無限希釈検出体近似として、フィルターの内径を 3.75 mm とし、フィルターの厚さを変化させた

ときの円筒体系の実効切断エネルギーを求めた結果を TABLE 3, 4 および Fig. 2~5 に示す。また、図には比較のために平板体系における等方およびビーム状中性子束の実効切断エネルギーが示されている。

次に等方中性子束内で、フィルター内での検出体の位置と、実効切断エネルギーの関係をフィルターの数種の内径と厚さについて計算した結果を Fig. 6, 7 に示す。幾何学的考察から理解されるように中心から外へ近づくほど実効切断エネルギーは高くなる。フィルターの内径が 3.75 mm の場合には、平板の等方およびビーム状中性子束に対する実効切断エネルギーが比較のために示してあるが、等方中性子束で円筒フィルターの場合には、 $r=0$  でも  $r=3.75$  mm でも前者の2つのエネルギーとはそれぞれ若干異なっている。

実際の体系では、検出体自身の自己遮蔽効果のために、実効切断エネルギーは、無限希釈検出体の実効切断エネルギーと若干異なる。しかし、実際に使用される計数管の検出体の吸収率に対しては、この自己遮蔽効果はほとんど無視できるほど小さい。TABLE 1 に示された BF<sub>0</sub> および核分裂計数管について、自己遮蔽効果を考慮した場合と、しない場合の実効切断エネルギーの計算結果を比較のために TABLE 5 に示す。

## 4. 結 言

円筒状検出体に円筒フィルターを被せた場合の等方中性子束中での実効切断エネルギーは、Fig. 2 から Fig. 5 に示されるように平板フィルターの等方およびビーム状中性子束内での実効切断エネルギーの中間の値となり、平板状フィルターに対する値とかなり異なる。また、Fig. 6,7 には検出体およびフィルターの大きさや、相互の位置によって、実効切断エネルギーがかなり変化することが示されている。

以上の事実を考えあわせると、計数管の Cd 比を測って中性子スペクトルの特性を解析する場合に、一般に用いられる計数管ではその反応断面積が  $1/v$  または  $1/v$  に近く、実効切断エネルギーよりエネルギーの高いところにあまり高い共鳴レベルがないので、体系の幾何学的形状を考慮した厳密な計算をおこなわなければならない。この論文では、小型計数管に対して計算をおこなったが、大型計数管の場合にも事情は似ている。ただし、検出器の寸法が一定で、フィルターの直径が大きくなれば、実効切断エネルギーの値は平板フィルターのビーム状中性子束の実効切断エネルギーの値に近づく。TABLE 5 に示されたように自己遮蔽効果は、実用の計数管ではほとんど問題にならないほど小さい。したがって、前にのべたように実際の体系では、有限な計数管とフィルターを用いるけれども、フィルターを十分長くしておけば、無限長の計算結果を有限体のものに適用することができる。

実効切断エネルギーを実効中性子温度の 10 ないし 20 倍程度に選ぶことが多いが、TABLE 1 の計数管では、常温の原子炉に対して約 0.3 mm ないし約 1 mm の間にフィルターの厚さを選べば、上記のエネルギー範囲に実効切断エネルギーをとることができる。しかし、実効切断エネルギーを低く選ぶと、フィルターの厚さの変化に対する実効切断エネルギーの変化が急激になり、また中性子スペクトルの差異の影響を大きくうけるから、切断エネルギーを大きく選ぶほうがよい。約 0.7 mm 以上の厚さのフィルターを用いれば、フィルターの厚さの誤差による実効切断エネルギーの誤差は相対的に小さくなり、無限大体系でのスペクトルを用いて計算した結果ではスペクトルの差異による影響も小さくなり、十分な精度で求めることができる。この場合に、スペクトルの知識がないための実効切断エネルギーの相対誤差は約 1% 以内にとどまる。しかし、フィルターをあまり厚くとると、散乱の効果を無視したことが不適当となる。

$^{235}\text{U}$  検出体では  $^{235}\text{U}$  の核分裂断面積が 0.3 eV と 1.14 eV の共鳴レベルを持つために、実効切断エネルギーの値は  $1/v$  検出体のものと若干異なったふるまいをする。フィルターが薄い場合には 0.3 eV の共鳴レベルの影響をうけて、両方の実効切断エネルギーは約 8% 程度異なり、1 mm 程度になると 2 つの共鳴レベルのために実効的に  $1/v$  法則に近づくために差異が小さくなる<sup>4)</sup>。

## 参 考 文 献

- 1) I. E. DAYTON and W. G. PETTUS : *Nucleonics*, **15**, 86 (1957)
- 2) R. W. STOUGHTON, *et al* : *Nuclear Sci. and Eng.*, **6**, 441 (1959)
- 3) G. D. HICKMAN and W. B. LENG : *Nuclear Sci. and Eng.*, **12**, 523 (1962)
- 4) 井上, 鹿取 : JAERI-1041 (1962)
- 5) D. J. HUGHES and R. B. SCHWARTZ : BNL-325 (1958)
- 6) C. H. WESTCOTT : CRRP-960 (1960)
- 7) 竹田, 清水 : (to be published)
- 8) 飯泉, 高師 : (to be published)