

# JPDR 臨 界 計 算

---

1965年1月

---

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

日本原子力研究所は、研究成果、調査結果の報告のため、つぎの3種の刊行物を、それぞれの通しナンバーを付して、不定期に発行しております。

- |         |                                  |                 |
|---------|----------------------------------|-----------------|
| 1. 研究報告 | まとまった研究の成果あるいはその一部における重要な結果の報告   | JAERI 1001-3999 |
| 2. 調査報告 | 総説、展望、紹介などを含め、研究の成果、調査の結果をまとめたもの | JAERI 4001-5999 |
| 3. 資料   | 研究成果の普及、開発状況の紹介、施設共同利用の手引など      | JAERI 6001-6999 |

このうち既刊分については「JAERI レポート一覧」にタイトル・要旨をまとめて掲載し、また新刊レポートは雑誌「原研」でその都度紹介しています。これらの刊行物に関する版権、複写のお問合せは、日本原子力研究所技術情報部あてお申し越してください。

なお、上記3種の報告は、日本原子力研究所生活協同組合（茨城県郡河郡東海村）で実費頒布をいたしております。

---

Japan Atomic Energy Research Institute publishes the nonperiodical reports with the following classification numbers.

1. **JAERI 1001-3999** Research Reports.
2. **JAERI 4001-5999** Survey Reports and Reviews.
3. **JAERI 6001-6999** Information and Guiding Booklets.

Inquiries about these reports should be addressed to: Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

# JPDR 臨 界 計 算

## 要 旨

この報告書は、JPDR の炉心に毒物カーテンがある場合とない場合の JPDR 最小臨界炉心の計算手順、および計算結果と臨界実験結果の比較について概説したものである。

なお、この報告書は臨界計算に用いる高速群および熱群スペクトルならびに平均断面積、燃料棒セル内熱中性子損失因子、燃料要素セル平均断面積ならびに無限倍率およびコネクタ領域の反応度効果の計算方法および結果についても報告している。

1964 年 7 月

東海研究所  
動力試験炉管理部 久家靖史, 平田 昭\*,  
山崎吉秀\*\*, 望月恵一  
炉物理第一研究室 桂木 学

## JPDR Minimum Criticality Calculation

### Summary

This report summarizes the estimation of minimum criticality core configurations of the JPDR core with and without poison curtains and the comparison of the theoretical results with the results of criticality experiments of the JPDR core.

This report also includes the computational methods and their results of the fast and thermal neutron spectra and spectrum-averaged cross sections, the thermal neutron disadvantage factor in the fuel rod cell, the average cross sections and infinite multiplication factor in the fuel assembly cell and the reactivity effect of the connector region.

July 1964

YASUSHI KUGE, AKIRA HIRATA\*,  
YOSHIHIDE YAMASAKI\*\*, KEIICHI MOCHIZUKI  
Division of JPDR Project  
SATORU KATSURAGI  
Division of Reactor Physics  
Tokai Research Establishment

\* 現在の勤務先：日本原子力発電，技術部  
Present Address: Technical Div., Japan Atomic Power Co., Ltd.

\*\* 現在の勤務先：関西電力，原子力部  
Present Address: Atomic Power Div., Kansai Electric Power Co., Inc.

## 目 次

1. 序	1
2. JPDR 炉心概要	2
2.1 炉 心	2
2.2 燃料要素	3
2.3 制 御 棒	3
2.4 毒物カーテン	4
2.5 中性子源	4
2.6 中性子検出器	5
2.7 ダミー燃料要素	5
2.8 最小臨界炉心配置	5
3. 計算手順の概要	7
3.1 計算手順フロー・チャート	7
3.2 実験式による共鳴積分, 燃料棒セル・スペクトルの場合	8
3.3 共鳴パラメータによる共鳴積分, 燃料棒セル・スペクトルの場合	8
3.4 共鳴パラメータによる共鳴積分, 燃料要素セル・スペクトルの場合	9
3.5 毒物カーテン対数微分条件の場合	9
4. 高速群スペクトルおよび高速群断面積	10
4.1 多群フーリエ変換法による高速群スペクトル	10
4.2 共鳴パラメータによる実効共鳴積分の計算	12
4.3 実験式による実効共鳴積分の計算	14
4.4 領域毎の減速断面積	15
5. 熱群スペクトルおよび熱群断面積	16
5.1 ブラウン・セント・ジョンの方法	16
5.2 水中スペクトルの検討	16
5.3 種々の熱群スペクトルの比較	18
5.4 領域毎熱群断面積	21
6. 燃料棒セル内熱中性子束分布	24
6.1 P-3 近似計算法	24
6.2 種々の燃料棒セル内熱中性子束分布	24
6.3 燃料棒セル内熱群平均断面積	27
7. 燃料要素セル内2次元中性子束分布	28
7.1 燃料要素セル内中性子束分布計算条件	28
7.2 燃料要素セル内中性子束分布の比較	30
7.3 燃料要素セル平均断面積および $k_{eff}$	38
8. コネクタおよび $Dy_2O_3$ ペレットの反応度効果	41
8.1 1次元拡散コードによるコネクタ効果補正計算	41
8.2 毒物カーテンなしの場合のコネクタ補正	41
8.3 毒物カーテンありの場合のコネクタ補正	43
8.4 下側反射体領域の制御棒の効果	44
9. 最小臨界計算	46
9.1 最小臨界計算手順	46

9.2	毒物カーテンなしの最小臨界	47
9.3	毒物カーテンありの最小臨界	49
9.4	イン・コア・モニタ管の反応度効果	51
10.	各種計算方法の評価	52
10.1	全体の計算方法の検討	52
10.2	高速群スペクトル計算方法の検討	52
10.3	熱群スペクトル計算方法の検討	53
10.4	燃料棒セル内熱中性子束分布計算方法の検討	53
10.5	燃料要素セル内中性子束分布計算方法の検討	53
10.6	軸方向中性子束分布計算方法の検討	54
10.7	最小臨界計算方法の検討	54
10.8	GE APED の計算方法との比較	54
	謝 辞	55
	参考文献	56
付録 1.	JPDR 炉心の $\beta_{\text{eff}}$ の計算	57
1.1	Fast neutron leakage に基く $\beta_{\text{eff}}$ の計算	57
1.2	$^{238}\text{U}$ fast fission による $\beta_{\text{eff}}$ の補正, $\delta$	57
付録 2.	JPDR 炉物理計算に使用する計算式	59
2.1	速中性子スペクトルおよび核定数の計算	59
2.2	共鳴パラメータによる共鳴吸収の計算	61
2.3	熱中性子スペクトルおよび核定数の計算	64
2.4	燃料棒セル内中性子束分布(P-3 近似)の計算	67
2.5	2次元多群多領域拡散方程式計算コードによる出力分布計算	70
2.6	DEUTSCH の方法による核定数計算	71

## Contents

1. Introduction .....	1
2. JPDR Core Description .....	2
3. Summary of Calculational Procedure .....	7
4. Fast Neutron Spectrum and Cross Sections .....	10
5. Thermal Neutron Spectrum and Cross Sections .....	16
6. Thermal Neutron Distribution in the Fuel Rod Cell.....	24
7. 2-D, 3-G Flux Distribution in the Fuel Assembly Cell .....	28
8. Reactivity Effect of the Connector and $Dy_2O_3$ Pellets .....	41
9. Minimum Criticality Calculation .....	46
10. Discussions on the Computational Methods .....	52
Acknowledgement .....	55
References .....	56
Appendix 1. Estimation of Effective Delayed Neutron Yield of JPDR Core .....	57
2. Calculation Formulae Used for JPDR Core Physics Calculation.....	59

## 1. 序

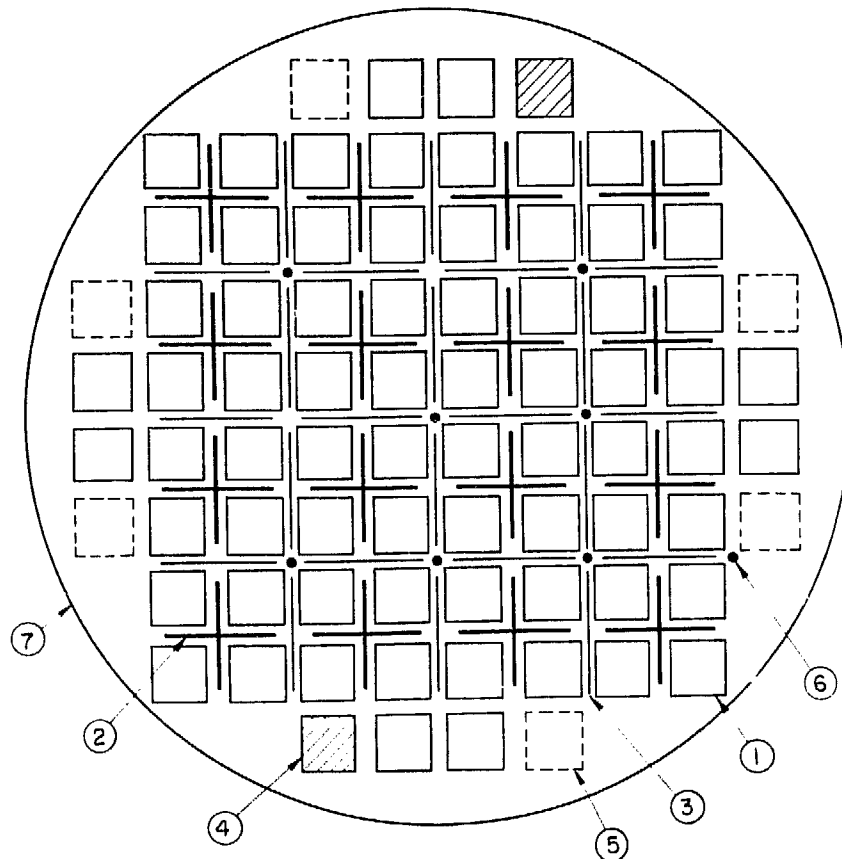
JPDR は 2.6wt% 濃縮  $\text{UO}_2$  燃料軽水減速型の自然循環沸騰水型原子炉である。筆者らはこの炉の常温における最小臨界量を、毒物カーテンがある場合とない場合のおのおのについて計算した。高速群スペクトルおよび熱群水ギャップ領域スペクトルを燃料棒セルと水ギャップ領域で独立に計算した場合と、燃料要素セル平均スペクトルを用いた場合の計算結果を比較すると、毒物カーテンなしの場合には反応度で 0.1% 以下の差しかないが、毒物カーテンありの場合に反応度で 0.8% の差が生じる。 $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分を共鳴パラメータから計算し、ドップラー効果を含めない核定数セットを用いると、最小臨界量の計算値は、毒物カーテンなしの場合に燃料要素 8 本、毒物カーテン 12 枚の場合に燃料要素 14 本となり、実験と比べてそれぞれ燃料要素 1 本ずつ少なくなった。 $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分をヘルストランドの実験式から計算すると、最小臨界量は毒物カーテンなしで燃料アセンブリー 9 本、毒物カーテン 12 枚で燃料アセンブリー 15 本となり、余剰反応度の計算値も実験値とよく一致した。

なお、筆者らの計算結果は GE のそれともよく一致している。また、筆者らと GE の計算方法の相違についても検討をおこなった。

## 2. JPDR 炉心概要

### 2.1 炉 心

JPDR は自然循環沸騰水型原子炉であり、炉心は原子炉圧力容器の中に収められている。Fig. 1 に示すように炉心は炉心シュラウド内に収められ、上部および下部の支持板により支持されている。上部支持板の上にはチムニーが取付けられる。



- ① Fuel assembly (72)
- ② Control rod (16)
- ③ Poison curtain (24)
- ④ Neutron source (2)
- ⑤ Dummy fuel (6)
- ⑥ In core flux monitor tube (8)
- ⑦ Core shroud (1)

Fig. 1 JPDR core configuration

炉心は Fig. 1 に示すように燃料要素 72 本、毒物カーテン 24 枚、制御棒 16 本、中性子源 2 箇および減速冷却材の軽水と支持構造より構成される。なお、JPDR の Phase 0 Test (物理試験) 期間中、制御棒に隣接した位置にまだ燃料要素が装荷されない状態では、代わりにダミー燃料要素を挿入して、制御棒の案内に役立てた。また、中性子検出器も、この期間には炉心内に配置した。

JPDR 炉心の有効燃料高さは (中央のコネクター 25.4 mm を含めて) 1,466.9 mm、等価炉心半径は 1,307.8 mm である。炉心の要目は TABLE 1 に示している。



### 2.2 燃料要素

JPDR の燃料要素は、燃料棒 36 本を 6 本×6 本の正方格子に配列し、ジルカロイ-4 製チャンネル内に収めたものである (Fig. 2 参照).

1 本の燃料棒は燃料棒セグメント 2 本をコネクタ (25.4 mm) で接合したものである。コネクタに隣接したペレット (長さ 12.7 mm) には、この部分での熱中性子束ピーキングを抑えるために、 $Dy_2O_3$  0.42 wt% を添加した  $UO_2$  を使用している。

燃料体は  $^{235}U$  を 2.6 wt% 濃縮した  $UO_2$  焼結ペレットであり、外径 12.5 mm、高さ約 25.4 mm である。被覆材はジルカロイ-2 製で、外径 14.1 mm、肉厚 0.76 mm である。燃料棒格子間隔は 19.6 mm である。

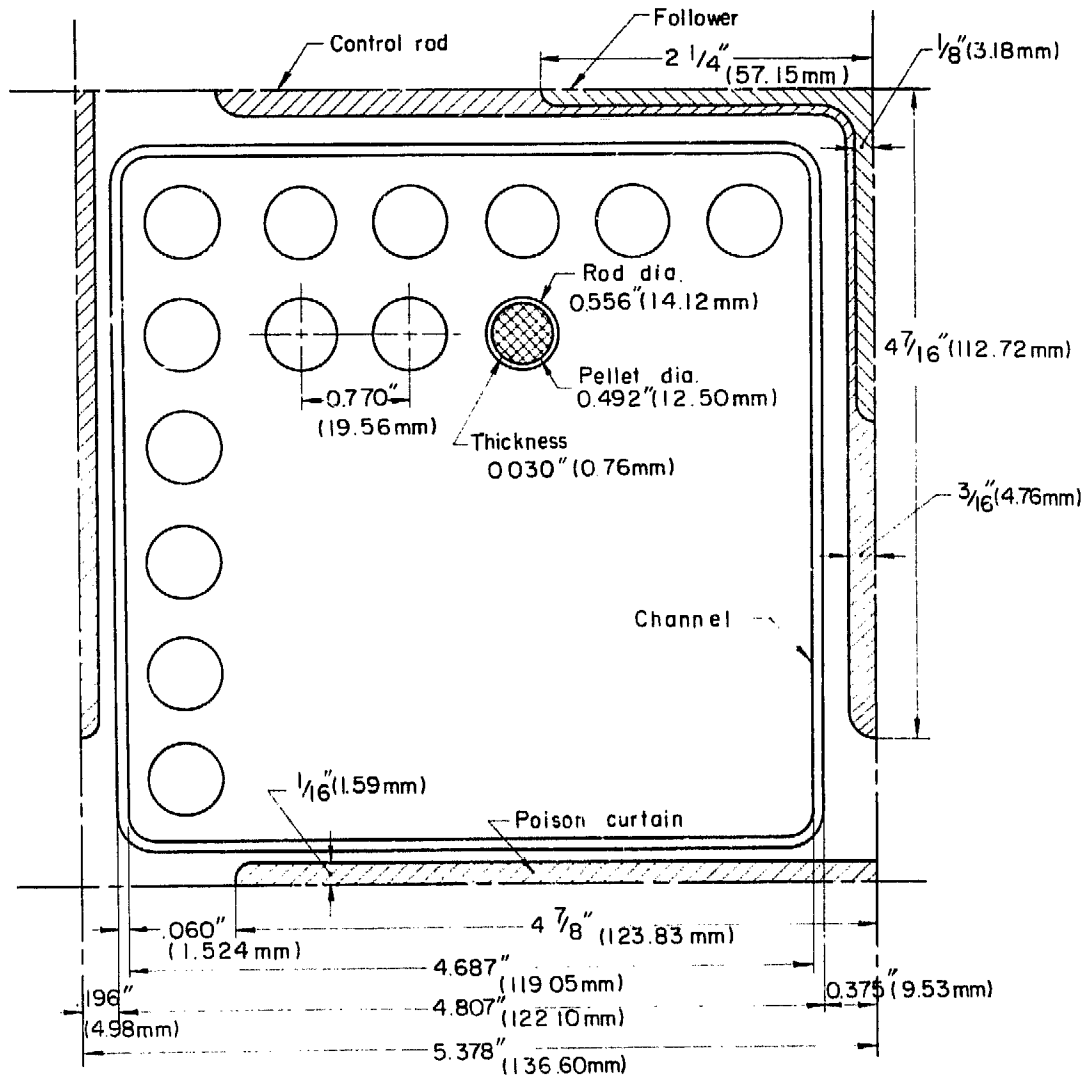


Fig. 2 JPDR fuel assembly cell

### 2.3 制御棒

JPDR は断面十字形の制御棒 16 本を有する。制御棒の炉心内配置は Fig. 1 に示している。制御棒は中性子吸収用毒物部分とその延長部のホロワーから成る。

中性子吸収材は  $B_4C$  粉末である。この粉末を不銹鋼製チューブにつめ、不銹鋼製のシースに収め十字形

に成形したのが毒物部分であり、その実効長は 1,460.5 mm、翼幅は 225.4 mm である。

ホロワーはジルカロイ-4製の断面十字形の板である。これは制御棒を引抜いた際の水ギャップによる熱中性子束ピーキングを抑制している。

制御棒は炉心の下側から駆動され、そのストロークは 1,509.7 mm である。

## 2.4 毒物カーテン

JPDR の炉心では、燃料要素間の水ギャップの内制御棒を挿入しない部分に毒物カーテンを挿入する (Fig. 1 参照)。この毒物カーテンは、最初の炉心の余剰反応度を抑え、可燃毒物として反応度寿命を延長することを目的として使用されている。

毒物カーテンはボロンを 0.093~0.113% 含むボロン不銹鋼であり、肉厚 3.18 mm、幅 247.7 mm、長さ 1,651 mm である。現在、炉心内に 24 枚の毒物カーテンを挿入している。

TABLE 1 JPDR core description

Equivalent core dia.	51.49 in (1,307.8 mm)
Effective fuel length (incl. connector)	57 <sup>3</sup> / <sub>16</sub> in (1,466.85 mm)
Fission product gas plenum	3 <sup>5</sup> / <sub>16</sub> in (84.14 mm)
Control rod pitch	10.756 in (273.20 mm)
Fuel assembly cell dimension	5.378 in (136.60 mm)
Fuel rod pitch	0.770 in (19.558 mm)
Control rod width	8.875 in (225.42 mm)
Control rod thickness	0.375 in (9.525 mm)
Control rod poison part length	57.50 in (1,460.50 mm)
Control rod poison material	B <sub>4</sub> C in stainless tubes
Follower width	4.500 in (114.30 mm)
Follower thickness	0.250 in (6.350 mm)
Follower material	Zircaloy-4
Poison curtain length (excl. handle)	65.00 in (1,651.0 mm)
Poison curtain width	9.750 in (247.65 mm)
Poison curtain thickness	0.125 in (3.175 mm)
Poison curtain material	1,030 ppm Boron in stainless steel
Channel outer width	4.807 in (122.10 mm)
Channel thickness	0.060 in (1.524 mm)
Channel material	Zircaloy-4
No. of fuel rods per assembly	36 (6×6 array)
Cladding material	Zircaloy-2
Cladding thickness	0.030 in (0.762 mm)
Cladding outer dia.	0.556 in (14.122 mm)
Cladding inner dia.	0.496 in (12.598 mm)
Fuel pellet dia.	0.492 in (12.497 mm)
Pellet length (pellet containing Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	0.500 in (12.70 mm)
Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub> content (pellet containing Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	0.42 wt%
UO <sub>2</sub> density	10.41 g/cm <sup>3</sup>
UO <sub>2</sub> weight in the core	4,774 kg
U weight in the core	4,210 kg
<sup>235</sup> U weight in the core	109 kg
<sup>235</sup> U initial enrichment	2.6 wt% (2.63 atom %)
UO <sub>2</sub> weight per segment	921 g

## 2.5 中性子源

JPDR の Phase 0 Test 中には 5c の Am-Be 中性子源を Be 容器内に収めて使用した。Phase 0 Test 終了後に米国送り出しのときで約 4.5 kc の Sb-Be 中性子源を 2 箇炉心周辺部に挿入した。このように強い中性子源に替えたのは、中性子検出器を原子炉容器内から原子炉容器外に移動させた際に十分な感度を得るためであった。

### 2.6 中性子検出器

JPDR の炉心外中性子検出器は7チャンネルある。そのうち、第1～第3チャンネルはピコアンメータに接続する CIC であり、第4～第5チャンネルは対数増幅器に接続する CIC であり、第6～第7チャンネルは対数計数率計に接続するボロン 10 被覆カウンタである。これらの検出器はいずれも円筒状アルミ被覆内に同心環状電極を収めた構造を有する。

Phase 0 Test 期間中には第5チャンネル以外の全検出器は、原子炉容器内の炉心に隣接した位置に配置しておき、燃料の装荷に応じて炉心外周部へ移動させた。なお、Phase 0 Test 終了後、これらの検出器は原子炉容器外の所定の位置に移動させた。

### 2.7 ダミー燃料要素

JPDR の炉心においては、燃料が挿入されていない制御棒セル（十字形制御棒に隣接した4つの燃料要素挿入位置）の対角位置にはダミー燃料要素を挿入して、制御棒を支持した。

ダミー燃料要素には3種類あり、第1の型はアルミ製円柱棒にL型の不銹鋼板を取付けたものである。第2の型は不銹鋼製棒（炉心プラグ）に燃料要素用のジルカロイ-4製チャンネルを取付けたものである。第3の型は、形状はJPDRの燃料要素と全く同一であるが、ただ燃料体を含まないものである。これらの3種のダミー燃料要素は区別せずに使用した。燃料要素の装荷が進むにつれて、ダミー燃料要素は取出していった。

### 2.8 最小臨界炉心配置

毒物カーテンなしの場合の臨界接近（燃料要素装荷）の順序は Fig. 3 に示す通りである。最小臨界炉心

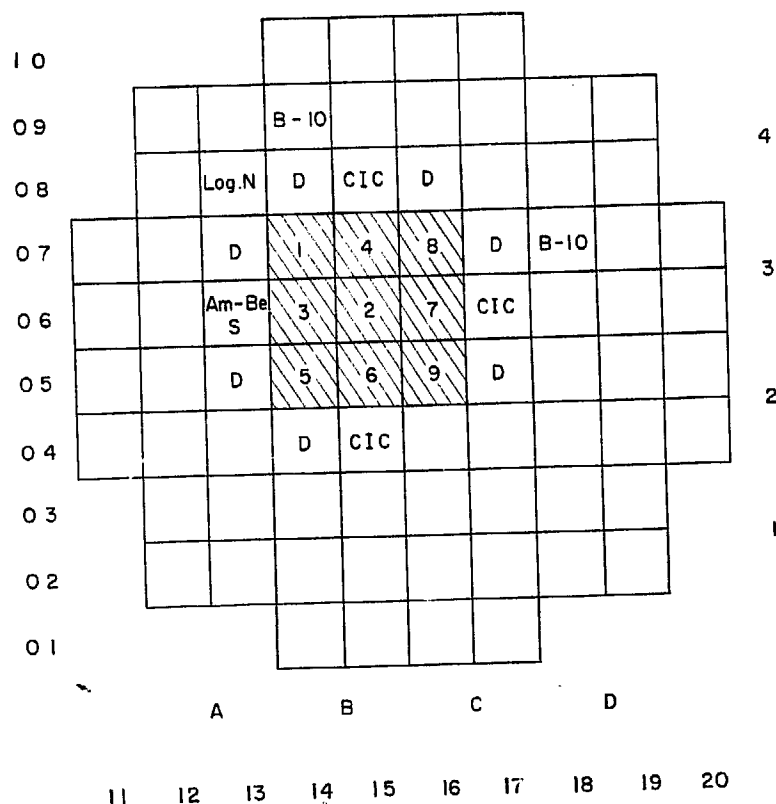
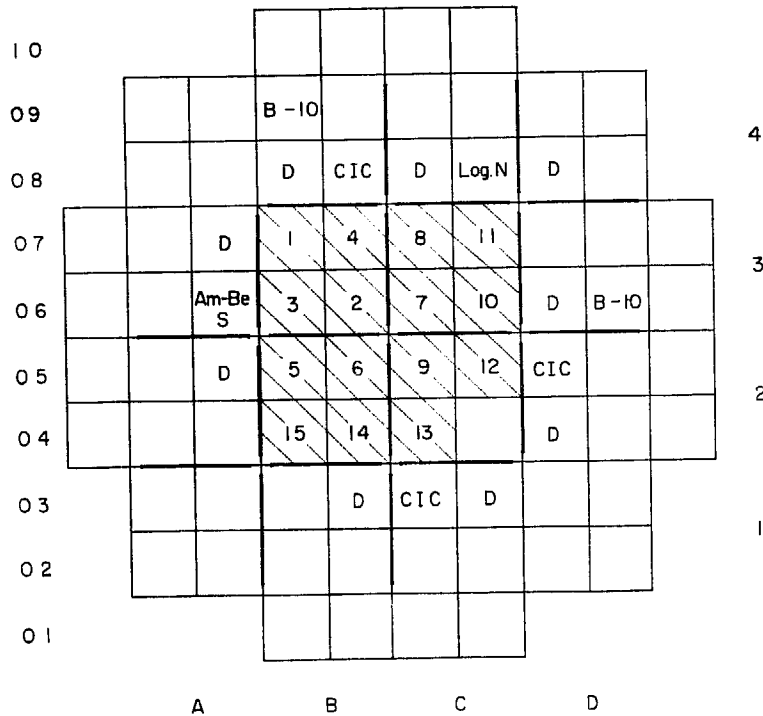


Fig. 3 Minimum critical core without poison curtains

は、3本×3本の正方配置で9本の燃料要素を装荷したときに到達した。このときの制御棒配置はB-2およびB-3は完全引抜き、C-2は完全挿入、C-3は91cm引抜きであった<sup>26)</sup>。なお、この炉心に隣接してFig. 3に示すようにダミー燃料要素、中性子検出器、中性子源が配置されている。

この実験から、炉心内制御棒を完全に引抜いた場合の燃料要素9本炉心の $k_{eff}$ は1.00965であり、炉心に隣接したダミー燃料要素や中性子検出器の効果を入れると $k_{eff}$ は1.0157と見積られている<sup>26,27)</sup>。

毒物カーテンを20枚挿入した状態での最小臨界炉心はFig. 4に示す通りである。最小臨界炉心は燃料要素4本×4本の正方炉心から隅の1本を除いた15本の炉心である。炉心がわずかに臨界超過の状態での制御棒位置は、B-3、C-3およびC-2は完全引抜きで、B-2は106cm引抜の状態にあった。制御棒完全引抜炉心の $k_{eff}$ は1.00424、隣接制御棒、ダミー燃料要素等の効果を補正した $k_{eff}$ は1.0077と見積られている。<sup>26,27)</sup>



11 12 13 14 15 16 17 18 19 20  
Fig. 4 Minimum critical core with poison curtains

### 3. 計算手順の概要

#### 3.1 計算手順のフロー・チャート

JPDR の臨界計算手順は大別して

- (1) 高速群スペクトルおよび断面積計算
- (2) 熱群スペクトルおよび断面積計算
- (3) 燃料棒セル内中性子束分布計算
- (4) 燃料要素セル内中性子束分布計算
- (5) コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレット補正計算
- (6) 最小臨界計算

の6項目から成り、上記に記載の順序に計算をおこなった。この計算手順のフロー・チャートは Fig. 5 に示す通りである。

この計算手順のうち、第(1)項から第(4)項までは燃料要素セル内で平均した3群核定数を計算する部分である。この核定数の計算の際に使用すべきスペクトルとして、燃料棒セル内で均質化して求めたスペクトルを使用するか、または燃料要素セル内で均質化して求めたスペクトルを使用するかが問題となり、核定数は、この2通りの方法のそれぞれで計算して結果を比較することとした。

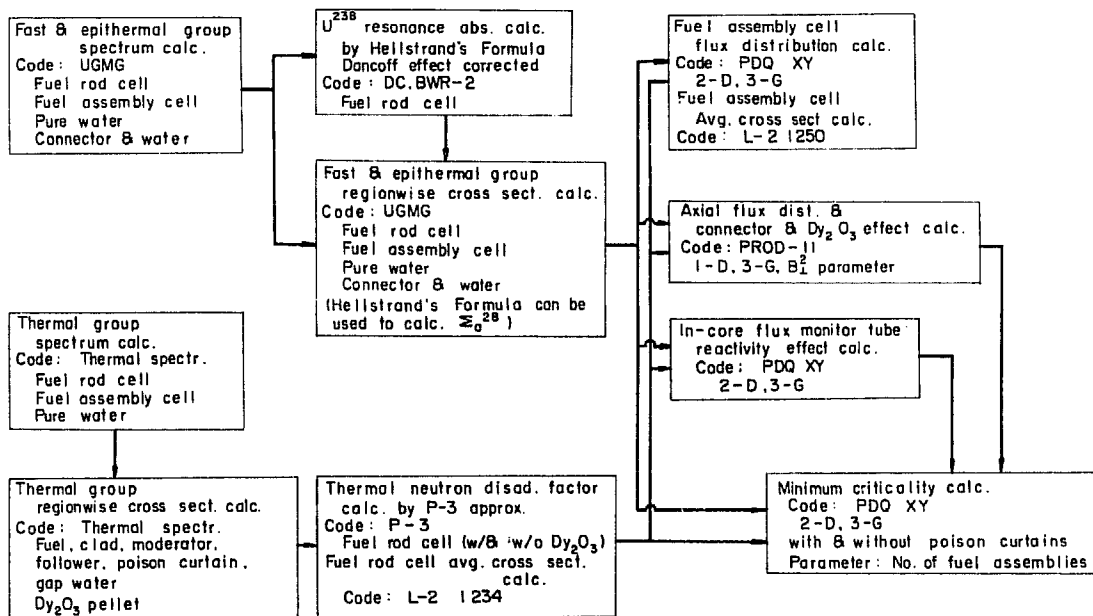


Fig. 5 Flow chart of JPDR criticality calc. procedure

高速群核定数の計算に含まれる共鳴吸収の計算は、臨界実験がおこなわれる前には、個々の共鳴レベルの共鳴パラメータを使用して、非均質系の実効共鳴積分を求める方法によった。臨界実験の結果、以前の  $k_{\infty}$  の計算が実験値より高くなっていることが判り、各計算部分を再検討した結果、実効共鳴積分の値がヘルストランドの実験式から求めた値より少ないこと、およびこのように少な目にてたのはドブラー効果の補正をおこなわなかったことによることが判明した。この結果、 $^{238}U$  による共鳴吸収をヘルストランドの実験式から求めて高速群核定数を補正する方法で臨界計算を再チェックした。

また、毒物カーテンがある場合の燃料要素セル内中性子束分布および平均断面積を計算する際に、厚さがごく薄くて吸収断面積の大きな毒物カーテンの領域を、拡散方程式が成立する領域とするか、毒物カーテン

の表面で対数微分条件が成立する領域とするかという問題があったので、両方の方法で計算することにした。

### 3.2 実験式による共鳴積分，燃料棒セル・スペクトルの場合

燃料棒と減速材の領域のスペクトル（燃料棒セル・スペクトル）と、チャンネル外側の水ギャップのスペクトルを独立に計算し、さらに  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分を実験式から計算して補正した核定数のセットを使用すると、毒物カーテンなしの場合の臨界実験結果と最も良い一致が得られた。

この計算手順の場合には、高速群核定数を計算する際に、まず、燃料棒セルのスペクトルおよび平均核定数を UGMG コードで計算する。この計算で  $\Sigma_{a1}^{\text{rod}}$ ,  $\Sigma_{r1}^{\text{rod}}$ ,  $\nu\Sigma_{f1}^{\text{rod}}$ ,  $D_1^{\text{rod}}$ ,  $\Sigma_{a2}^{\text{rod}}$ ,  $\Sigma_{r2}^{\text{rod}}$ ,  $\nu\Sigma_{f2}^{\text{rod}}$ ,  $D_2^{\text{rod}}$  (添字 1 は高速群, 2 はエピソード群, rod は燃料棒セルの意味) が得られる。

次に、ヘルストランドの実験式にダンコフ補正をおこなった  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴吸収断面積を BWR パラメータ・サーベイ・コードで計算し、 $(\Sigma_{a2}^{28})_{\text{exp}}$  を求める。

UGMG でも  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴断面積  $(\Sigma_{a2}^{28})_{\text{par}}$  が求まっている（これは共鳴パラメータから計算しているが、ドップラー効果を含んでいない）。この  $(\Sigma_{a2}^{28})_{\text{par}}$  の代わりに  $(\Sigma_{a2}^{28})_{\text{exp}}$  を用いて、燃料棒セルの  $(\Sigma_{a2}^{\text{rod}})_{\text{mod}}$  を求める。すなわち、

$$(\Sigma_{a2}^{\text{rod}})_{\text{mod}} = \Sigma_{a2}^{\text{rod}} - (\Sigma_{a2}^{28})_{\text{par}} + (\Sigma_{a2}^{28})_{\text{exp}}$$

とする。

水ギャップの領域の高速群核定数、 $\Sigma_{a1}^{\text{gap}}$ ,  $\Sigma_{r1}^{\text{gap}}$ ,  $D_1^{\text{gap}}$ ,  $\Sigma_{a2}^{\text{gap}}$ ,  $\Sigma_{r2}^{\text{gap}}$ ,  $D_2^{\text{gap}}$  は独立に UGMG で計算する。

燃料棒セルの熱群スペクトルは TS コードで計算し、燃料、被覆、減速材それぞれの  $\Sigma_{a3}$ ,  $\Sigma_{r3}$ ,  $\Sigma_f \bar{P}_1(\mu)$ ,  $\Sigma_f \bar{P}_2(\mu)$ ,  $\nu\Sigma_{f3}$  を求める。次に、これを P-3 コードの入力として、燃料棒セル内熱中性子束分布を求め、燃料棒セルの平均断面積  $\Sigma_{a3}^{\text{rod}}$ ,  $\nu\Sigma_{f3}^{\text{rod}}$ ,  $D_3^{\text{rod}}$  を得る。

水ギャップの領域では、純粋の水のスペクトルと燃料棒セルのスペクトルを平均した熱スペクトルを用いて、ギャップ水、ホロワおよび毒物カーテンの熱群断面積  $\Sigma_{a3}^{\text{w}}$ ,  $D_3^{\text{w}}$ ,  $\Sigma_{a3}^{\text{f}}$ ,  $D_3^{\text{f}}$ ,  $\Sigma_{a3}^{\text{pc}}$ ,  $D_3^{\text{pc}}$  を計算する。

このようにして得られた 3 群核定数を入力として、PDQ で燃料要素セル内中性子束分布を求め、この結果得られる領域毎平均中性子束をウェイトにして、燃料要素内平均 3 群核定数、 $D_1$ ,  $\Sigma_{a1}$ ,  $\Sigma_{r1}$ ,  $\nu\Sigma_{f1}$ ,  $D_2$ ,  $\Sigma_{a2}$ ,  $\Sigma_{r2}$ ,  $\nu\Sigma_{f2}$ ,  $D_3$ ,  $\Sigma_{a3}$ ,  $\nu\Sigma_{f3}$  を求める。

$\text{Dy}_2\text{O}_3$  およびコネクタの効果を求める計算では、炉心領域の核定数として、この平均 3 群断面積を PROD II コードの入力に用いる。

臨界計算の際には、水ギャップでの熱中性子束分布を正しく求めるために、水ギャップ領域をホロワと水の領域と毒物カーテンと水の領域の 2 領域にわけて取扱う。

計算結果については「9. 最小臨界計算」で述べるが、ここでの計算手順は GE でおこなった計算手順とほぼ同一である。ただ、異なっている点は、GE は高速核分裂効果  $\epsilon$  を独立に計算し、 $\nu\Sigma_{f1}$  を使わずに（ゼロにし）、 $\epsilon\nu\Sigma_{f2}$ ,  $\epsilon\nu\Sigma_{f3}$  とすることと、コネクタ効果を燃料棒セルについて計算していることである。

### 3.3 共鳴パラメータによる共鳴積分，燃料棒セル・スペクトルの場合

ここでの計算手順は前節のそれと主要な点では同じである。異なる点はヘルストランドの実験式による  $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収の補正をおこなわずに、UGMG コードから、共鳴パラメータを用いて計算した共鳴吸収断面積をそのまま使用する（UGMG コードから得られる  $\Sigma_{a2}^{\text{rod}}$  を使用する）ことである。なお、4.3 で述べるように、共鳴パラメータを用いる実効共鳴積分の計算ではドップラー効果を無視しているが、これにドップラー効果の補正を加えると実効共鳴積分の値は 3.2 のヘルストランドの実験式から求めた場合と同じになる。

### 3.4 共鳴パラメータによる共鳴積分，燃料要素セル・スペクトルの場合

この計算手順の場合には，高速群スペクトルの計算および熱群水ギャップ領域スペクトルの計算において，燃料棒セル部分および水ギャップ部分を一括した燃料要素セル全体で均質化してスペクトル（ただし，共鳴吸収は非均質の計算）を計算した。

高速群スペクトルは UGMG コードで計算し，この燃料要素セル・スペクトルを用いて，各領域（燃料棒セル，水ギャップ，毒物カーテン，ホロワ）の断面積を求めた。

熱群水ギャップ領域スペクトルとしては，TS コードで計算した燃料要素セル・スペクトルを用い，このスペクトルから水ギャップ領域内各物質の熱群断面積を求めた。また，燃料棒セル内の各物質の熱群断面積は燃料棒セル・スペクトルで平均して求めた。燃料棒セルの平均熱群断面積を計算する際には，3.2 の場合と同時に，燃料棒セル内の熱中性子束分布を P-3 コードで計算した。

5.3 に述べるように，熱群スペクトルを燃料棒セルで計算しても，あるいは燃料要素セルで計算しても，燃料棒セル内の  $f \cdot \eta$ （熱中性子利用率  $\times$  分裂中性子放出数）には大差ない。しかし，水ギャップの領域の断面積は，水スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均を使った場合の方が，燃料要素セル・スペクトルを使った場合より大きくなるので，燃料要素セル内の熱中性子利用率は前者の場合の方が悪くなる（7.3 参照）。

毒物カーテンありの場合の臨界実験結果と計算結果の比較から，ここに述べたように水ギャップ領域のスペクトルとして燃料要素セル・スペクトルを用い，燃料減速材領域のスペクトルとしては燃料棒セル・スペクトルを用い， $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収をヘルストランドの実験式から計算する方法が最良の方法と考えられる。

### 3.5 毒物カーテン対数微分条件の場合

燃料要素セル内中性子束分布を PDQ コードで計算する場合に，厚さがごく薄くて吸収断面積の大きな毒物カーテンの領域を拡散方程式が成立する領域として取扱う方法と，毒物カーテンの表面での中性子束の勾配を対数微分境界条件として与えてやる方法の両方で計算し，比較した。7.3 に述べるように，対数微分条件で燃料要素セル内中性子束分布を計算すると，無限倍率  $k_{\infty}$  は約 0.9% 高くなる。

## 4. 高速群スペクトルおよび高速群断面積

### 4.1 多群フーリエ変換法による高速群スペクトル

JPDR の臨界計算においては高速群スペクトルおよび核定数を多群フーリエ変換法を基礎とした UGMG コードで計算した。

1次元ボルツマン方程式を球面調和関数で展開し、フーリエ変換をおこなうと次式が得られる。

$$\{\Sigma_a(u) + \Sigma_{ia}(u)\} \phi_0(u) - iB\phi_1(u) = -\frac{\partial q}{\partial u} - \frac{\delta\eta}{\partial u} + w(u) + s_0(u)$$

$$\{\beta(u)\Sigma_{tot}(u) - \bar{\mu}\Sigma_s(u)\} \phi_1(u) - \frac{i}{3}B\phi_0(u) = -\frac{\partial \zeta}{\partial u} \delta$$

レサジー 0 から熱切断レサジー  $u_{TC}$  までを多数群  $N$  に分割し、上記方程式を階差式に直して、第 1 群から第  $N$  群迄のスペクトルを順次計算するコードが UGMG コードである (UGMG コードについては文献 1~5 参照, なお, 計算式の詳細については付録 2 参照)。

UGMG コードでは MUFT III~IV と異なり、共鳴吸収を非均質系として共鳴パラメータから計算する<sup>16)</sup>。この計算には非均質燃料棒格子の自己遮蔽効果 (ダンコフ効果) の補正を含んでいる<sup>17)</sup>。ただし、この共鳴吸収の計算においては、ドップラー効果を補正するルーティンを使用していない。

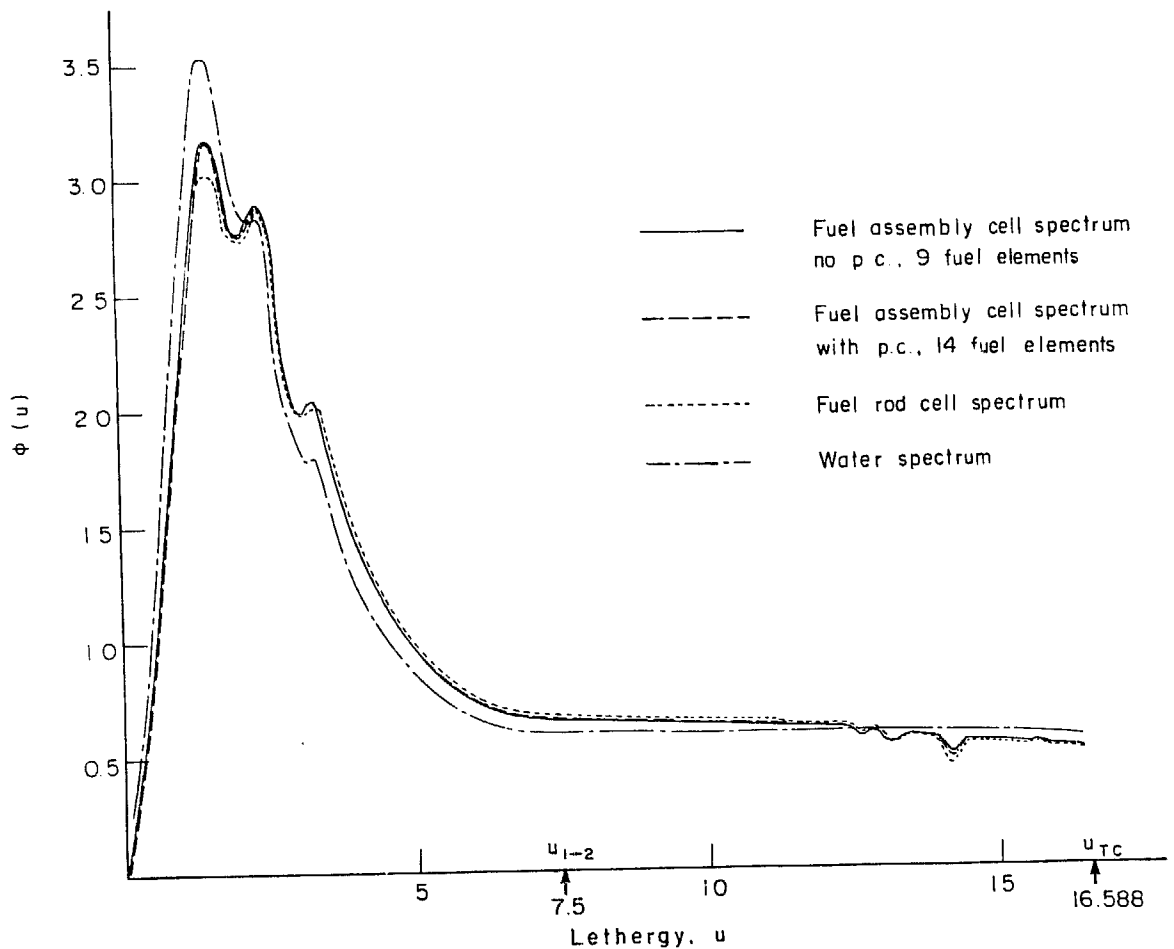


Fig. 6 Fast neutron spectrum



UGMG コードを使用する際の近似のオプションのとり方としては、燃料棒セルまたは燃料要素セルのスペクトル計算では B-1 近似、反射材または水ギャップのスペクトル計算では P-1 近似を使用した。いずれの場合にも、水素による減速はグリューリング・ゲルツェル近似で取扱い、水素以外の物質の減速は consistent age 近似で取扱った。

UGMG の多数エネルギー群数は 54 群である。そのうち、1 群から 25 群まで（分裂スペクトルがある範囲）を高速群とし、26 群から 54 群まで（共鳴吸収領域）をエピサーマル群として、各グループのスペクトルで平均した断面積を求めた。エネルギーの切断値は、高速群（第 1 群）が 10 MeV から 5.53 keV（レサジー 0~7.5）まで、エピサーマル群（第 2 群）が 5.53 keV から 0.625 eV（レサジー 7.5~16.5884）までである。

なお、高速群ではウラン、その他の非弾性散乱による減速を考慮し、エピサーマル群では  $^{235}\text{U}$  および  $^{238}\text{U}$  の共鳴パラメータから非均質系の NR 近似による共鳴吸収を逃れる確率を計算している。

使用した 54 群のマイクロ断面積は Inter Nuclear Co. の IBM 704 用 ライブラリー・テープのデータであるが、これに含まれていなかったものは WAPD のデータを用いた<sup>8,9)</sup>。

UGMG により計算したスペクトルを Fig. 6 に示す。Fig. 6 で燃料要素セルのスペクトルと燃料棒セルのスペクトルを比較すると、後者は高速群の領域でわずかにスペクトルが低エネルギー側へずれ、酸素の共鳴散乱による山と谷が低くなっており、またエピサーマル群の領域で共鳴吸収の谷が深くなっている。これらはいずれも燃料要素セルより燃料棒セルの方が、 $V_{\text{H}_2\text{O}}/V_{\text{UO}_2}$  比が小さいことによる（ $V_{\text{H}_2\text{O}}/V_{\text{UO}_2}$  比は TABLE 2 参照）。JPDR のような  $\text{UO}_2$  燃料の場合には、 $V_{\text{H}_2\text{O}}/V_{\text{UO}_2}$  比が小さいほどレサジー 1, 2 および 3 の近傍の酸素の共鳴散乱が大きく効いてくる。また、レサジー 0~2 の間でウランの非弾性散乱断面積が水素の散乱断面積より大きいこともこの付近のスペクトルのピークの低エネルギー側へのシフトに寄与している。燃料要素セルのスペクトルより燃料棒セルのスペクトルの方が共鳴吸収の谷が深くなるのは、後者が  $^{238}\text{U}$  の個数割合が増すからである。

TABLE 2 Volume fractions of components in the fuel assembly cell of JPDR

Component	Material	Volume fraction
Fuel	$\text{UO}_2$	0.23663
Cladding	Zircaloy-2	0.06176
Moderator	$\text{H}_2\text{O}$	0.45679
Channel	Zircaloy-4	0.03939
Water gap	$\text{H}_2\text{O}$	0.16110
Follower	Zircaloy-4	0.01891
Poison curtain	Boron SS	0.02107
He gap	He	0.00435
Sum		1.00000

同じ燃料要素セル・スペクトルであるが、毒物カーテンがある場合とない場合を比較すると、両者のスペクトルにほとんど相異はない。高速群のレサジー 1~2 の間で毒物カーテンありの場合の方が、なしの場合よりごくわずかに低エネルギー側にシフトしているが、これは毒物カーテンの主要構成元素である鉄の弾性および非弾性散乱（レサジー 0~1.5）によると考えられる。

純粋の水中のスペクトルは高エネルギー領域のピークが燃料棒セルのスペクトルより高く、酸素の共鳴散乱による谷があまり大きくない。 $\text{UO}_2$  燃料の場合、燃料棒セル内の方が水中より酸素の個数割合が大きいことと、ウランの非弾性散乱断面積がレサジー 0~2 の間で水素の散乱断面積より大きいために、燃料棒セル・スペクトルが水中スペクトルより低エネルギー側にシフトし、酸素の散乱によるスペクトルの谷が深くなっている。エピサーマル群では吸収が少ないため水中スペクトルはフラットである。

以上に主として Fig. 6 の各種スペクトルの間の相違を述べたが、スペクトルで平均した小数群断面積の計算においては、燃料棒セル・スペクトルと燃料要素セル・スペクトルの相違はあまり大きくない。特に、高速群での微視的断面積はほぼ等しい。エピサーマル群では  $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収がスペクトルの相違に影響さ

れるが、他の断面積はこの2種のスペクトルのいずれを用いるかによって大きく異なることはない。(燃料要素セル内で平均した高速群断面積のスペクトルの相異による比較は TABLE 9 および TABLE 10 に示している。)

#### 4.2 共鳴パラメータによる実効共鳴積分の計算

前節で述べたように、UGMG コードでは共鳴吸収を非均質系として共鳴パラメータから計算することができる。この計算式はローゼンシュタインの方法<sup>6)</sup> に基いており、衝突確率のウィグナー近似と0次の衝突密度の解から得られる実効共鳴積分,  $I_0$ , すなわち,

$$I_0 = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{a0} \Gamma}{E_0} (1 + \beta)^{-1/2}$$

$$\beta = \frac{K}{K+1} \left( \frac{\sigma_{i0} - \sigma_0}{\sigma_0} \right), \quad K = \frac{N_0 L_0 \sigma_0}{1 - T_1}$$

に、燃料内衝突密度の高次補正項に基く  $\Delta I_F$ , 減速材内衝突密度の高次補正項に基く  $\Delta I_M$ , 衝突確率の高次補正項に基く  $\Delta I_G$  およびドップラー効果補正項  $\Delta I_D$  を加え,

$$I = I_0 + \Delta I_F + \Delta I_M + \Delta I_G + \Delta I_D$$

で与えられる実効共鳴積分,  $I$  を計算する。また、ダンコフ補正係数,  $T_1$  はフカイの近似式<sup>7)</sup> を用いて計

TABLE 3 Resonance integral of <sup>238</sup>U

1. Resonance integral			
Energy gr. no.	$\sum_j I_{0j}$	$\sum_j \Delta I_{Fj}$	$\sum_j \Delta I_{Dj}$
30	0.05015	0.000047	0.001601
31	0.22262	0.002345	0.006949
32	0.48014	0.04801	0.01506
33	0.12128	0.000125	0.003826
34	0.54622	0.06501	0.01729
35	0.18840	-0.000547	0.005982
36	0.57058	0.04322	0.01818
39	1.52911	0.16105	0.004858
41	2.34905	-0.08261	0.07468
45	5.97361	-0.82244	0.19115
Sum	12.031	-0.58579	0.38330
			Total = 11.828
2. Smooth absorption			
Energy gr. no.	Lethergy width	$\int \sigma_a du / du$	
26~32	0.5	3.834	
32~50	0.25	2.2305	
51	0.2538	0.3375	
52	0.2462	0.3825	
53	0.3	0.44	
54	0.2884	0.51	
			Total = 2.9335
3. Resonance integral + Smooth abs. = 14.761 barn			
4. Infinite resonance integral			
Reference	Infinite res. integral		
UGMG input	270.02		
ANL 5800	281 ± 20		
AECL 1101	282		

算する（計算式の詳細は付録 2 参照のこと）。

実際の計算の際には全共鳴レベルについて NR 近似を採用した（UGMG では NR1A 近似を使うこともできる）。また、ドップラー補正項は計算に加えなかった。（ドップラー補正項の近似式はドレスナーの教科書<sup>10)</sup>によったが、この近似式と計算に用いた共鳴パラメータの両方に問題があるので使用しなかった。）

$^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分の計算結果を TABLE 3 に示す。各共鳴レベルの実効共鳴積分の総和は 11.83 バーンである。これに  $^{238}\text{U}$  の滑らかな吸収分 2.93 バーンを加えると、 $^{238}\text{U}$  の実効吸収積分は 14.76 バーンとなる。

4.3 に述べるようにヘルストランドの実験式から  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分を計算すると 17.85 バーンとなり、上記の共鳴パラメータに基づく計算値より 3.09 バーン大きくなる。

この 3.09 バーンの相違は 4.3 に述べるように主として UGMG コードによる計算の際にドップラー効果を加えなかったことに基くと考えられる。なお、TABLE 3 に示すように UGMG にコードに使用した  $^{238}\text{U}$  の共鳴パラメータから無限希釈の共鳴積分を求めると 270 バーンとなり、ANL 5800 および AECL 1101 の同様のデータより 3.6% 少なくなっている。この誤差も UGMG による実効共鳴積分が実験式によるそれより小さくなっていることに寄与している。

UGMG コードで計算した燃料要素セル内各物質の高速群およびエピサーマル群断面積を TABLE 4 に示す。この表の値は燃料要素セル・スペクトルを用いた平均値である。

TABLE 4 Fast and epithermal group cross sections of fuel assembly cell components

1. The case without poison curtains				
Component	$\Sigma_{a1}$	$\Sigma_{a2}$	$\Sigma_{r1}$	$\Sigma_{r2}$
Fuel	0.010782	0.065982	0.001378	0.002139
Cladding	0.0	0.000335	0.000480	0.000534
Moderator	0.000575	0.000882	0.080280	0.137319
Channel	0.0	0.000332	0.000480	0.000534
Gap water	0.000575	0.000882	0.080280	0.137319
Follower	0.0	0.000332	0.000480	0.000534
$\nu\Sigma_{f1 \text{ fuel}}$	0.014488			
$\nu\Sigma_{f2 \text{ fuel}}$	0.043143			
$D_{1 \text{ avg}}$	1.43504			
$D_{2 \text{ avg}}$	0.68361			
2. The case with poison curtains				
Component	$\Sigma_{a1}$	$\Sigma_{a2}$	$\Sigma_{r1}$	$\Sigma_{r2}$
Fuel	0.010756	0.064540	0.001396	0.002137
Cladding	0.0	0.000335	0.000486	0.000534
Moderator	0.000566	0.000883	0.081295	0.137356
Channel	0.0	0.000332	0.000486	0.000534
Gap water	0.000566	0.000883	0.081295	0.137356
Follower	0.0	0.000332	0.000486	0.000534
Poison curtain	0.000194	0.023295	0.002041	0.002995
$\nu\Sigma_{f1 \text{ fuel}}$	0.014343			
$\nu\Sigma_{f2 \text{ fuel}}$	0.042498			
$D_{1 \text{ avg}}$	1.43510			
$D_{2 \text{ avg}}$	0.67443			

Fuel assembly cell spectrum  
 $^{238}\text{U}$  resonance calc. from resonance parameters

### 4.3 実験式による実効共鳴積分の計算

軽水中における  $\text{UO}_2$  燃料棒の実効共鳴積分はヘルストランドらの実験によれば下記の実験式で与えられる<sup>11,12)</sup>.

$$I = 4.15 + 26.6 \sqrt{S/M}$$

この実験式を用いると常温におけるドップラー効果は含まれているので、4.2 の共鳴レベル・パラメータから計算する場合のようにドップラー効果による個々の共鳴レベルの拡がりを計算する必要はない。

JPDR のような燃料棒が密接した格子構造の場合には、ダンコフ・ジンスバーク効果により、燃料棒に吸収される中性子が単一燃料棒の場合に比べて実効的に減少する。このダンコフ効果の補正は、4.2 の場合と同様に、フカイの近似式<sup>7)</sup>により計算した(計算コードは IBM 650 FORTRAN による)。

ヘルストランドの実験式により、JPDR の燃料棒の常温における実効共鳴積分を計算すると TABLE 5 の結果が得られる。TABLE 5 に記したように、ダンコフ補正係数は 0.8633 であり、 $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分は 17.85 バーンである。また、 $p^{28}$  は 0.8543 である。

TABLE 5 Resonance integral calc. by integral data

Volume ratio, mod./fuel	$V_1/V_0$	1.83923
DANCOFF correction factor	$1-T$	0.86327
Sq. root of surf. to mass ratio	$(S^*/M)^{1/2}$	0.515203
Resonance integral	RI	17.85
Transport cross section of water	$\sigma_{trw}$	16.44
Slowing-down cross section of water	$\xi\sigma_{sw}$	41.456
Atomic density of water	$N_w$	0.033381
Atomic density of $^{238}\text{U}$	$N_{28}$	0.022615
Resonance escape prob. of $^{238}\text{U}$	$p^{28}$	0.8543

4.2 で述べた共鳴パラメータによる実効共鳴積分の値 (14.76 バーン) と比較すると、この実験式に基づく実効共鳴積分は 3.09 バーン大きい。4.2 に述べたように共鳴パラメータによる実効共鳴積分の計算の際には、ドップラー効果の補正をおこなわなかった。TABLE 6 に示したのは、ローゼンシュタインが計算した 0.25" および 0.60" の  $^{238}\text{U}$  金属棒のドップラー補正項である<sup>9)</sup>。この表から水対燃料体積率が 1~ $\infty$  の範囲で変化してもドップラー効果の補正項は 23.0~20.3% (0.25" dia.) または 24.0~22.8% (0.60" dia.) の範囲で変化するにすぎないことが判る。上述したことから、3.09 バーン (16.3%) の相違は、主として共鳴パラメータによる実効共鳴積分の計算においてドップラー効果を無視したことによると考えられる。

TABLE 6 Doppler effect estimation

1. 0.25" rod dia.  $^{238}\text{U}$  metal at 300°K

$V_w/V_{\text{metal}}$	1	2	3	4	$\infty$
$\Delta I_D + \Delta I_1$	3.03	3.34	3.52	3.56	3.70
$I_{\text{tot}}$	13.18	15.52	16.59	17.07	18.21
% $\Delta I_D + \Delta I_1$	23.0	21.5	21.2	20.9	20.3

2. 0.60" rod dia.  $^{238}\text{U}$  metal at 300°K

$V_w/V_{\text{metal}}$	1	2	3	4	$\infty$
$\Delta I_D + \Delta I_1$	2.75	2.87	2.89	2.90	2.91
$I_{\text{tot}}$	11.44	12.27	12.53	12.63	12.79
% $\Delta I_D + \Delta I_1$	24.0	23.4	23.1	23.0	22.8

実験式により  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分を求める計算法の場合には高速群核定数を次のようにして求めた。

まず、4.2 共鳴パラメータによる実効共鳴積分の項に述べたように、UGMG コードにより高速群およびエピソード群の核定数を計算する。この際、UGMG コードでは  $^{238}\text{U}$  の滑らかな吸収および共鳴吸収の断面積、 $\Sigma_{a,i}^{28}$  および  $\Sigma_{r,i}^{28}$  ( $i$  はエネルギー群の番号) がアウトプットされる。UGMG アウトプットの  $\Sigma_{a,i}^{28}$

ピサーマル群吸収断面積  $\Sigma_{a2}$  から、上記の  $^{238}\text{U}$  による吸収項を差し引き、実験式から求めた  $^{238}\text{U}$  の共鳴を逃れる確率、 $p^{28}$  と  $^{238}\text{U}$  の共鳴レベルより上の減速密度、 $Q_n$  から、 $^{238}\text{U}$  の吸収量を求め、 $\Sigma_{a2}^{28} + \Sigma_{a,r2}^{28}$  の代りにこれを加える。式でかくと、次式のようなになる。

$$\Sigma_{a2}' = \Sigma_{a2} - (\Sigma_{a2}^{28} + \Sigma_{a,r2}^{28}) + (1 - p^{28})Q_n/\Phi_2$$

ただし、 $\Sigma_{a2}'$ : 補正された第2群の吸収断面積

$Q_n$ : 多数群第  $n$  群の減速密度

$\Phi_2$ : 第2群のレサジー積分中性子束

また、エピサーマル群の中性子バランスを一致させるために、上式により吸収項が増加した分だけ減速断面積  $\Sigma_{r2}$  を補正する。

$$\Sigma_{r2}' = \Sigma_{r2} - (\Sigma_{a2}' - \Sigma_{a2})$$

ただし、 $\Sigma_{r2}'$ : 補正された第2群の減速断面積

$\Sigma_{r2}$ : UGMG アウトプットで与えられる減速断面積

なお、このように高速群核定数を多群フーリエ変換法で計算し、 $^{238}\text{U}$  の吸収項のみを補正する方法は、GE が JPDR の核計算において使用した方法である。

$^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分を共鳴パラメータから計算する方法と、実験式から計算する方法との最小臨界計算における相違は「9. 最小臨界計算」において述べるが、実験式から計算した場合の方が  $\Delta k_{\text{eff}}$  で 1.7~2.0 %  $k_{\text{eff}}$  が小さくなる。

実験式により、実効共鳴積分を計算した場合のエピサーマル群領域毎断面積は TABLE 9 に、また、エピサーマル群燃料要素セル平均断面積は TABLE 10 および TABLE 11 に示している。

#### 4.4 領域毎の減速断面積

UGMG コードにより高速群核定数を計算する場合には、燃料棒の共鳴吸収を非均質として取扱うことを除けば、燃料要素セル内の物質を均質化してスペクトルおよび核定数の計算をおこなう。しかしながら、JPDR の燃料要素セルは Fig. 2 に示すように非均質の構成をなしている。そのため物質領域毎に核定数は異なり、したがってあるエネルギー・グループの中性子束の空間的分布は一様ではない。

高速群における中性子束の空間分布をより正確に求めるために、高速群核定数を物質領域毎に計算した。この計算には次の3種の場合がある。

- (1) 燃料要素セルのスペクトルと燃料要素平均核定数を計算する（物質領域毎の中性子束分布の変化を無視する）。
- (2) 燃料要素セルのスペクトルと燃料要素内各物質領域の核定数を計算する。
- (3) 燃料棒セルのスペクトルおよび核定数と燃料要素の水ギャップ領域のスペクトルおよび核定数とを独立に計算する。

燃料棒セル・スペクトルと燃料要素セル・スペクトルの相違については 4.1 で述べたが、大きな相違はない。上述の3種の方法で求めた高速群核定数を TABLE 10 および TABLE 11 に示す。また、「7. 燃料要素セル内2次元中性子束分布」の計算で述べる PDQ コードによるエピサーマル群の燃料要素セル内中性子束分布を Fig. 14 および Fig. 15 に示す。Fig. 14 および Fig. 15 から燃料棒セルと水ギャップのスペクトルを独立に計算した場合と、燃料要素セル・スペクトルを用いた場合とを比較すると、燃料減速材領域の分布の形状が逆になっている。これは水ギャップ領域の減速断面積の与え方に基くものである（詳細な検討は 7.2 参照）。

## 5. 熱群スペクトルおよび熱群断面積

### 5.1 ブラウン・セント・ジョンの方法

JPDR の臨界計算においては熱群スペクトルおよび熱群断面積をブラウン・セント・ジョンの方法<sup>5,14,15,16)</sup>により計算した。使用した計算コードは原研石黒、斎藤(直)の「熱領域における中性子スペクトルおよび核定数計算用コード<sup>16)</sup>」を一部変更したものである。

体系からの漏洩が  $DB^2$  に比例する裸の均質系の熱群中性子スペクトル (中性子密度分布;  $N(v)dv$ ) は、熱群の  $v \sim v+dv$  における中性子バランスを与える次の積分方程式の解として与えられる。

$$\{V(v) + r_a(v) + B^2 Dv\} N(v) = \int_0^{v^*} P(v, v') N(v') dv' + S(v)$$

$$\text{ただし, } \int_0^{\infty} P(v', v) dv' = V(v), \quad r_a(v) = \sum_l y_l \int v_r \sigma_{al}(v_r) M_l(\vec{V}_2) d\vec{V}_2$$

ブラウン・セント・ジョン・モデルの場合には、水減速材の体系において水の化学結合の影響を考慮に入れ、また、水素の散乱断面積を次式で実験値にフィットさせる。

$$\sigma_{SH} = A + B e^{-Kv^2}$$

ただし、 $A=20.7$  b,  $B=13.1$  b,  $K=4.5$  である。

$v^* \geq v \geq v_m$  の範囲においては中性子速度  $v$  は減速材の速度に比べて充分大きいとし、 $P(v, v')$  の計算において減速材の速度は無視する。また、この範囲では減速材の化学結合の効果も無視し、水素は自由原子として中性子を散乱すると考える。ゆえに、水素の質量は  $m=1.0$  amu である。 $P(v, v')$  は通常の減速核になる。

$v_m > v \geq 0$  の範囲においては、 $P(v, v')$  の計算の際に減速材はマックスウェル速度分布をしていると考える。また、減速材の化学結合の効果も考慮して (水分子として中性子を散乱するとして)、水素の質量  $m$  は実効的に  $m=1.884$  amu であるとする。このカット・オフの速度  $v_m$  に対応するエネルギー  $E_m$  は  $E_m=0.226$  eV である。また、熱群カット・オフ・エネルギー ( $v^*$  に対応するエネルギー) は  $0.625$  eV である。

この計算に使用したコードにおいては、 $^{235}\text{U}$  および  $^{238}\text{U}$  の吸収断面積を  $v$  の多項式  $\left(\frac{p}{v} + q + rv\right)$  および  $^{235}\text{U}$  の場合には共鳴吸収を表すブライト・ウィグナーの一単位公式でカーブ・フィットしている。また、吸収核のマックスウェル速度分布も考慮している。

この計算コードに使用した詳細な計算式については付録 2 を参照されたい。なお、計算の際のエネルギー分割点は 30 点で、この内  $0 \leq v < v_m$  の間を 25 分割し ( $\Delta v_1=0.0268924$ )、 $v_m \leq v \leq v^*$  の間を 5 分割 ( $\Delta v_2=0.0891448$ ) している。

### 5.2 水中スペクトルの検討

水減速材の体系における水素の化学結合の影響を考慮したブラウン・セント・ジョンの方法は、理論的にはウィグナー・ウィルキンスの方法よりも良い精度で水減速材体系のスペクトルを計算できると考えられる。

この TS コードで純水中の中性子スペクトルを計算し、実験値および他の文献<sup>15, 28)</sup>での計算結果と比較した。計算結果を Fig. 7 に示す。

Fig. 7 においてこの TS コードの計算結果と実験値<sup>28)</sup>とを比較すると、水中スペクトルの全般的形状および、特に、低エネルギー側と高エネルギー側においては両者はよく一致しているが、スペクトルのピークの付近で実験値の方が高くなり、ピークの位置も高エネルギー側にずれている。計算ではピーク位置  $0.0255$

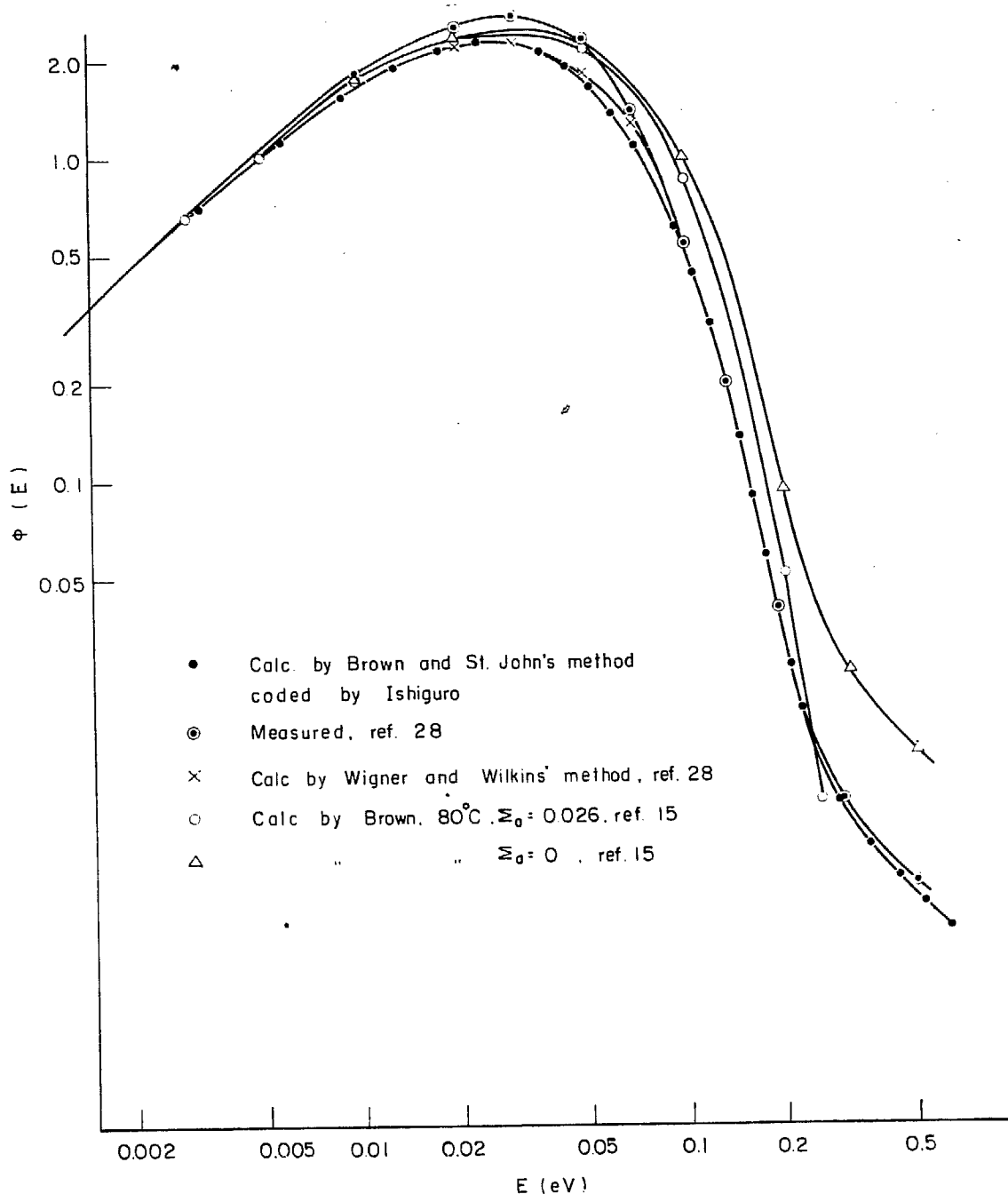


Fig.7 Thermal spectrum in pure water

eV, ピーク値 2.30 であるが, 実験ではピーク位置 0.030 eV, ピーク値 2.75 である.

この TNS コードによる計算値と ウィグナー・ウィルキンスの方法による計算値<sup>28)</sup> とを比較すると, 両者は非常に良く一致している. ただ, 0.05~0.07 eV の範囲でウィグナー・ウィルキンスの方法による計算値の方がわずかに高くなっている. スペクトルのピーク値付近における実験値との相違は, ウィグナー・ウィルキンスの方法による場合にも同様である.

ブラウン・セント・ジョンの DP-64<sup>15)</sup> に記された計算結果は 80°C の場合であるので, スペクトルのピーク位置は 0.031 eV にあり, スペクトルが 20°C の場合のそれに比べ高エネルギー側へシフトしているが, 高エネルギーの  $1/E$  領域付近のスペクトルの形状を TS コードによる結果と, DP-64 の結果の高エネルギー側へのシフトを補正したものとを比較すると, TS コードの  $\Sigma_a = 0.0193 \text{ cm}^{-1}$  の場合の形状は DP-64 の  $\Sigma_a = 0.026 \text{ cm}^{-1}$  の場合のそれとよく一致しており, わずかにマックスウェル分布 ( $\Sigma_a = 0$ ) の側へずれ

た形状をしている。

水減速材の体系においては、 $\mu\Sigma_{SH}$  がエネルギーに依存するので、 $\Sigma_{tr,H_2O}$  はその体系のスペクトルで平均する必要がある。また、この結果求まる水の  $L^2$  は実験値と一致せねばならない。

TS コードでは原子質量  $m$  を一定として  $\mu\Sigma_a = (2/3m)\Sigma_a$  により計算するようにプログラムされていたが、このままではスペクトルが変化した場合に実効的な  $m$  の値を別に計算して与えてやらねばならない。

水素減速材の場合  $\mu_H(E)$  は

$$\mu_H(E) = \frac{2}{3m(E)}, \quad \frac{m(E)}{1+m(E)} = \left\{ \frac{\sigma_{SH}(E)}{80} \right\}^{1/2}$$

により近似できるが<sup>12)</sup>、筆者らは TS コードを変更して、

$$\sigma_{SH}(1-\mu_H)(v) = \sigma_{SH}(1-\mu_H)(22) \frac{v(22)}{v}$$

$$\sigma_{SH}(1-\mu_H)(22) = 36.8 \text{ b}$$

と  $1/v$  で変化する取扱いにした。<sup>13)</sup> (なお、文献 12 では  $\sigma_{tr,H}(22) = 37.14 \text{ b}$  であるが、筆者は  $\sigma_{tr,H} = \sigma_{a,H} + \sigma_{SH}(1-\mu_H)$  としているので一致する。)

上式を用いて Fig. 7 に示した TS コードによる水中スペクトルの場合の  $\Sigma_{tr}$ ,  $L$ ,  $\Sigma_a$ ,  $D$  の計算値を TABLE 7 に示す。22°C の軽水の  $L$  の実験値は Von DARDEL and SJÖSTRAND によれば<sup>12)</sup>、 $L = 2.725 \pm 0.03 \text{ cm}$  である。TABLE 7 の計算値は  $L = 2.759 \text{ cm}$  である。

TABLE 7 Thermal cross sections of gap water, follower and poison curtains

Spectrum	Assembly spect. with p. c.	Assembly spect. without p. c.	Avg. water and rod spect. Q/C value	Avg. water and rod spect. nominal	Assembly spect. with p. c. Wilkins	Water spect.
$\Sigma_a H_2O$	0.016299	0.016577	0.017485	0.017532	0.016243	0.019187
$\Sigma_a Zr-4$	0.006304	0.006412	0.006792	0.006781	0.006282	0.007421
$\Sigma_a p.c.$	0.444396	0.451990	—	0.478015	—	—
$\Sigma_{tr} H_2O$	1.959349	1.99057	2.092388	2.09757	—	2.28309
$\Sigma_{tr} Zr-4$	0.271211	0.27135	0.271951	0.27182	—	0.27265
$\Sigma_{tr} p.c.$	1.283229	1.29098	—	1.31755	—	—
$D_{H_2O}$	0.170124	—	0.159308	0.15892	—	0.146001
$D_{Zr-4}$	1.22906	—	1.22571	1.2263	—	—
$D_{p.c.}$	0.259761	—	—	0.25300	—	—
$y_{2a}$	0.00350371	0.00338818	—	—	—	—
$y_{2a}$	0.12972	0.12544	—	—	—	—
$a$	0.14981	0.080155	—	—	—	( $L = 2.759$ )

このようにして  $L$  を計算すると、実験値とよく一致することが判ったので、炉心内スペクトルの計算においても上述の方法を用いることとした。また、水の  $\Sigma_a$  の実験値は  $\Sigma_a = 0.0195 \text{ cm}^{-1}$  であり、TABLE 7 の計算値は  $\Sigma_a = 0.0192 \text{ cm}^{-1}$  である。

上述した水スペクトルに関する検討から、ブラウン・セント・ジョンの方法に基づく TS コードにより、水スペクトルを計算すると実験値との良い一致が得られることが判った。

### 5.3 種々の熱群スペクトルの比較

JPDR の熱群スペクトルの計算に使用したブラウン・セント・ジョン・モデルに基づく計算コードは、体系からの漏洩を  $DB^2$  で与えて均質な体系の熱群スペクトルを求めるコードであることを 5.1 に述べた。

JPDR の炉心は非均質な体系であり、Fig. 2 に示す燃料要素セルについて考えても、燃料要素チャンネルの内側の燃料棒と減速材の領域（燃料棒セルの領域）とチャンネル間の水ギャップの領域とがある。吸収の強い燃料棒セル領域と吸収の弱い水ギャップ領域とでは ( $L^2$  が小さい軽水減速材の場合)、熱群スペクトルが異なると考えられる。また、さらに厳密に言えば燃料棒セル内の減速材内と燃料内とでスペクトルが異なるであろう。



このような非均質効果をより正確に考慮するためには、エネルギーと空間に依存する熱群中性子束分布を計算すべきであるが、このような計算コードが使用できなかったため、下記のような種々の熱群スペクトルを計算し、これらのスペクトルから領域毎の断面積を計算することとした。

燃料棒セル領域については

- (1) 燃料棒セルについて均質化したスペクトル
- (2) 燃料要素セルについて均質化したスペクトル

の2種類を計算する。

水ギャップ領域については

- (1) 燃料要素セル（毒物カーテンあり）について均質化したスペクトル
- (2) 燃料要素セル（毒物カーテンなし）について均質化したスペクトル

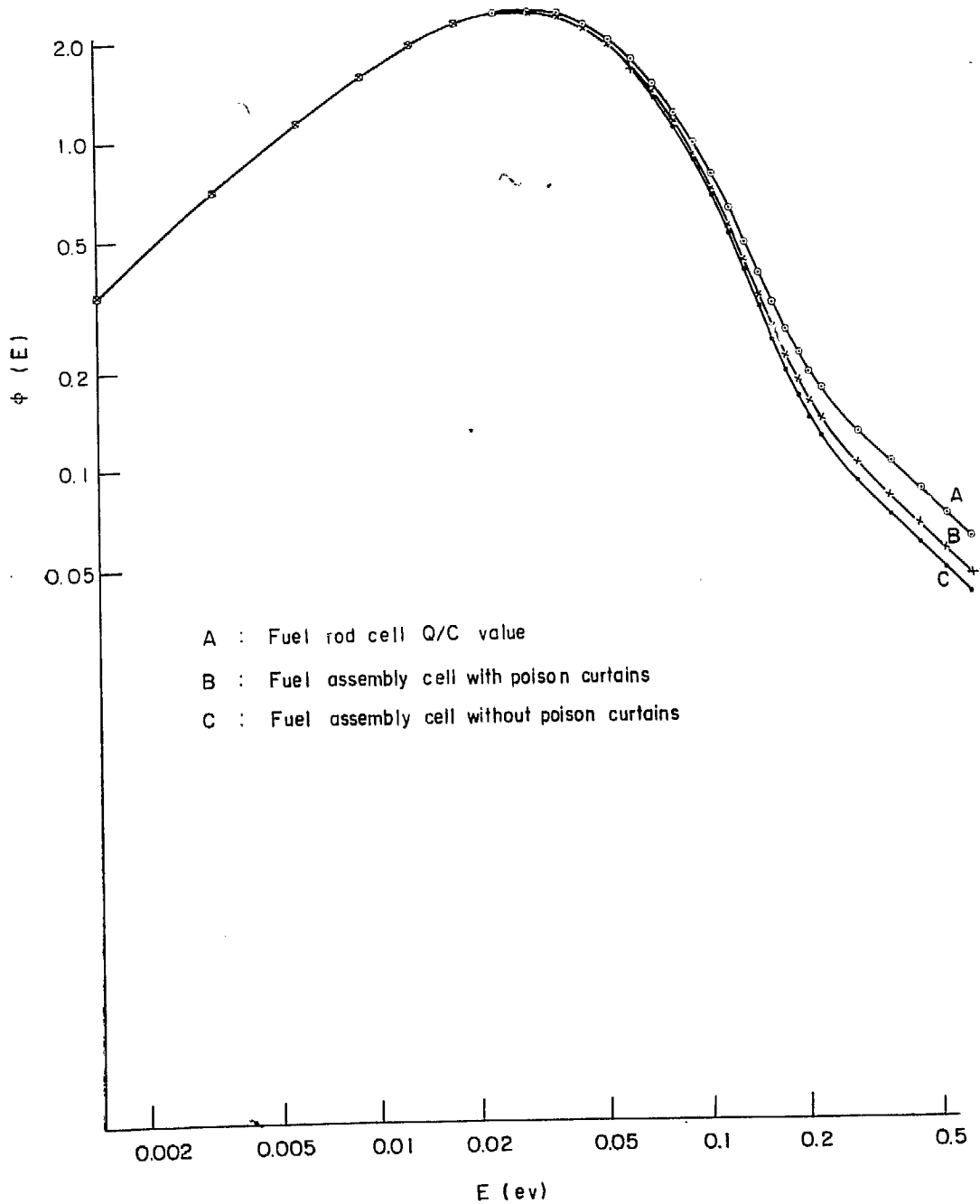


Fig. 8 Thermal spectrum

(3) 燃料棒セル・スペクトルと水中スペクトルの平均スペクトルの3種類を計算する。

燃料棒セル・スペクトルに関しては、燃料 ( $\text{UO}_2$ ) の密度、 $^{235}\text{U}$  濃縮度、O/U 比として JPDR の設計値 (公称値) を使った場合と JPDR 燃料製作工程における品質管理測定値 (Q/C 値) を使った場合の両方で計算した。

上述した各種熱群スペクトルの計算結果を Fig. 8 および Fig. 9 に示す。Fig. 8 および Fig. 9 の各種スペクトルに共通していることは、スペクトルのピーク位置は  $0.028\sim 0.029\text{ eV}$  にありそのピーク値は  $2.4\sim 2.5$  であること (これらのグラフは  $0.005\text{ eV}$  において  $1.0$  になるように規格化している)、およびスペクトルの全体的形状がよく似ており、 $0.2\text{ eV}$  以上では  $1/E$  領域の分布が水中スペクトルの場合に比べて非常に大きくなっていることである。

これらのスペクトルを DP-64 のデータ<sup>15)</sup> と比較すると、DP-64 において減速材温度  $0.0257\text{ eV}$  で

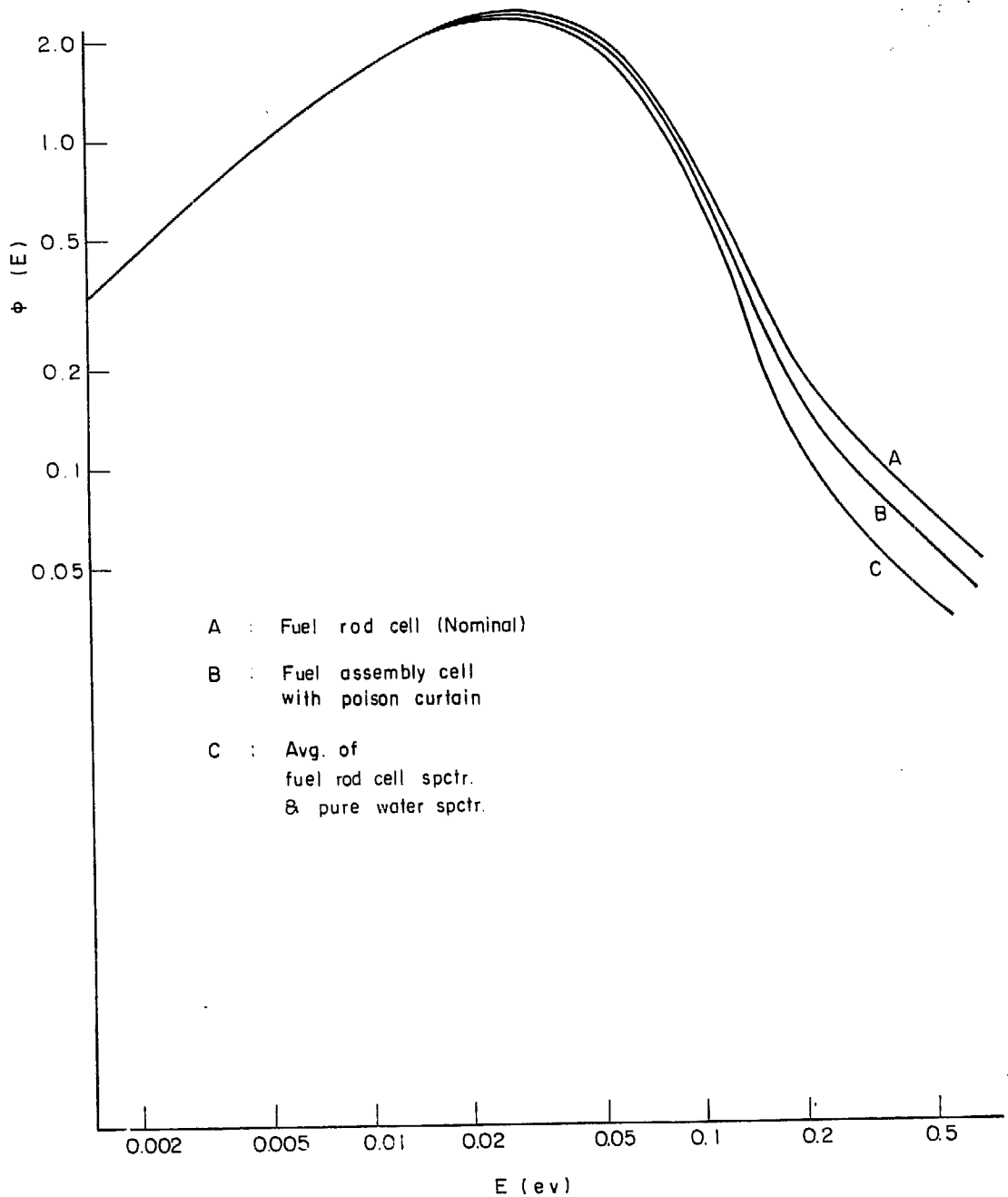


Fig. 9 Thermal spectrum

$\Sigma_a(22)$  がそれぞれ  $0.104$  および  $0.260 \text{ cm}^{-1}$  の場合のスペクトルのマックスウェル分布部分のフィットから得た中性子温度はそれぞれ  $0.0273$  および  $0.0296 \text{ eV}$  である。筆者らの計算では燃料棒セルの平均断面積  $\Sigma_a = 0.103 \text{ cm}^{-1}$  であり、ピーク・エネルギーが  $0.0285 \text{ eV}$  であるから DP-64 の結果とよく一致している。軽水減速材の場合には  $1/E$  領域のスペクトルの形状は  $\Sigma_a$  の値に非常に影響されるが、Fig. 8 の燃料棒セルのスペクトルの  $1/E$  領域の形状は DP-64 の  $\Sigma_a = 0.104$  の場合のそれとよく一致している。

Fig. 8 の3つのスペクトルは、 $Q/C$  値を用いた燃料棒セル・スペクトルと毒物カーテンありおよびなしの燃料要素セル・スペクトルである。燃料棒セル・スペクトルの場合に体系の  $\Sigma_a$  が最も大きいので、スペクトルが高エネルギー側へシフトしている。毒物カーテンありの場合となしの場合のスペクトルには大差はないが、 $\Sigma_a$  がより大きい毒物カーテンありの場合のスペクトルの方が高エネルギー側にある。3つのスペクトルの間の相違は、主として  $0.1 \text{ eV}$  以上の遷移領域と  $1/E$  テイルの部分にあり、マックスウェル分布にフィットされる領域ではわずかなずれしかない。これらのスペクトルの様子から、マックスウェル分布でフィットした中性子温度の概念に加えて  $\Sigma_a(22)/\xi\Sigma_a$  でパラメトリックに  $1/E$  テイルの効果を考慮できれば、スペクトル計算をおこなわなくても、熱群断面積をスペクトル計算による場合と同程度に精度よく計算できると考えられる。

Fig. 9 の3つのスペクトルは公称値を用いた燃料棒セル・スペクトル、毒物カーテンありの燃料要素スペクトルおよび水中スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均スペクトルであり、体系の  $\Sigma_a$  はこの順序で小さくなる。

Fig. 8 の  $Q/C$  値を用いた場合と Fig. 9 の公称値を用いた場合の燃料棒セル・スペクトルを比較すると、両者はほぼ完全に一致している。(  $1/E$  領域でのごくわずかの相違は、燃料の公称値と  $Q/C$  値の違いによるよりも、むしろ減速材対燃料体積率のわずかな相違によるものである。) 故に、JPDR の炉心のような燃料仕様の場合にはスペクトル計算を  $Q/C$  値に基いておこなう必要はない。

Fig. 8 と Fig. 9 の毒物カーテンありの場合の燃料要素スペクトルは非常によく一致している。Fig. 9 のスペクトルの方は毒物カーテン内  $^{10}\text{B}$  濃度を設計値の  $1/3$  にした場合であるが、 $1/E$  領域でのずれもほとんどない。

ウィルキンスのヘビー・ガス・モデルに基く熱群スペクトル計算コード(原研森口)で、燃料要素セル内(毒物カーテンあり)のスペクトルを計算して、Fig. 8 および Fig. 9 の対応するスペクトルと比較してみたが、計算法の相違によるスペクトルの相違はほとんどなかった(マックスウェル分布と  $1/E$  テイルの間の遷移領域でわずかにずれているだけである)。ゆえに、常温においてはブラウン・セント・ジョンの方法とウィルキンスの方法およびウィグナー・ウィルキンスの方法(5.2 参照)は同じ結果を与えるので、いずれの方法でスペクトルを求めても良い。また、JPDR の燃料要素セル・スペクトルは、毒物カーテンの有無によりあまり大きな影響を受けない。

Fig. 9 の C の水中スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均スペクトルは、燃料要素セル・スペクトルと比べると、 $1/E$  テイルにおける低エネルギー側へのシフトが大きい。水ギャップ領域の断面積計算の際に GE はこの平均スペクトルを用いているが、水ギャップ領域でこのような平均スペクトルになるという理論的根拠はない。筆者らは燃料要素セル・スペクトルが水ギャップ領域のスペクトルを代表すると考えたが、両スペクトルの相違が大きいので、一応両方の方法で水ギャップ領域の断面積を計算することとした。

#### 5.4 領域毎熱群断面積

前節で述べた各種スペクトルで燃料要素セル内各物質の熱群平均断面積を求めた。

この平均断面積の計算の際に、燃料棒セル内物質についてはスペクトルとして

- (1) 燃料棒セル・スペクトル
- (2) 燃料要素セル・スペクトル(毒物カーテンあり)

のいずれかを用いた。計算結果を TABLE 8 に示す。

水ギャップ領域内物質については、平均断面積計算の際のスペクトルとして

- (1) 燃料要素セル・スペクトル (毒物カーテンあり)  
 (2) 同上 (毒物カーテンなし)  
 (3) 水中スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均スペクトル  
 のいずれかを用いた。計算結果を TABLE 7 に示す。

TABLE 8 Thermal cross sections of fuel, cladding and moderator and disadvantage factors

Condition	Q/C value $\sigma_{trH}=c/v$	Nominal value $\sigma_{tr}=c/v$	Assembly spect. $\sigma_{tr}=c/v$	Wilkins spect. $\sigma_{sH}=20.7, m_H=1$	Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub> pellet $\sigma_{tr}=c/v$
$\Sigma_{tot\ mod}$	2.224790	2.230598	2.278285	1.538550	2.230598
$\Sigma_{tot\ clad}$	0.273227	0.273273	0.273638	0.272413	0.273273
$\Sigma_{tot\ fuel}$	0.758231	0.764559	0.779856	0.803908	0.875794
$\Sigma_{sm}$	2.209001	2.214721	2.26167	1.52231	2.214721
$\Sigma_{sc}$	0.267064	0.267074	0.26715		0.267074
$\Sigma_{sf}$	0.430249	0.431925	0.432317		0.431925
$\bar{\mu}\Sigma_{sm}$	0.323103	0.318559	0.283365	0.927240	0.318559
$\bar{\mu}\Sigma_{sc}$	0.001973	0.001973	0.001958	0.001951	0.001973
$\bar{\mu}\Sigma_{sf}$	0.008950	0.008957	0.008972	0.008779	0.008957
$\Sigma_s \bar{P}_2(\mu)_m$	0.124786	0.124786	0.124786	0.345634	0.124786
$\Sigma_s \bar{P}_2(\mu)_c$	0.000006	0.000006	0.000006	0.0000	0.000006
$\Sigma_s \bar{P}_2(\mu)_f$	0.000157	0.000157	0.000157	0.000153	0.000157
$\Sigma_{am}$	0.015784	0.015877	0.016616	0.016243	0.015877
$\Sigma_{ac}$	0.006164	0.006200	0.006488	0.006380	0.006200
$\Sigma_{af}$	0.327982	0.332633	0.347539	0.376556	0.443868
$\Sigma_{trm}$	1.901683	1.912040	1.994920		1.912040
$\Sigma_{trc}$	0.271255	0.271301	0.271680		0.271301
$\Sigma_{trf}$	0.749281	0.755602	0.770885		0.866837
$\nu\Sigma_{ff}$	0.582565	0.591169	0.621143		0.591174
$\phi_m/\phi_f$	1.23260	1.23690	1.24985	1.27711	1.32242
$\phi_c/\phi_f$	1.09388	1.09602	1.10059	1.13230	1.13519
$\Sigma_{a\ rod}$	0.102850	0.104009	0.108043		0.129841
$\nu\Sigma_{f\ rod}$	0.163909	0.165934	0.173131		0.158478
$D_{rod}$	0.230445	0.228985	0.219910		0.221996
$\nu\Sigma_f/\Sigma_{a\ rod}$	1.59367	1.59538	1.60243		1.22055
$\eta$	1.77621	1.77724	1.78726		1.33187
$f$	0.89723	0.897673	0.896585		0.91642
Remarks	Fuel rod cell spect.	Fuel rod cell spect.	If $\mu_H = \frac{2}{3m_H}$ $m_H = 1.884$ $\bar{\mu}\Sigma_{sm} = 0.755503$ $\frac{\phi_m}{\phi_f} = 1.23205$ $\frac{\phi_c}{\phi_f} = 1.10057$	Assembly spect. with p. c. $\mu_H = \frac{2}{3m_H}$	Fuel rod cell spect.

TABLE 7 および TABLE 8 によって、スペクトルの変化に伴う水の吸収断面積  $\Sigma_{a\ H_2O}$  の変化をみると、水中スペクトルの下での  $0.01919\text{ cm}^{-1}$  から燃料棒セル・スペクトル (Q/C 値) の下での  $0.01578\text{ cm}^{-1}$  まで変化している。

燃料棒セル内においては、燃料棒セル・スペクトル計算の際に Q/C 値を用いるか公称値を用いるかによって、 $\Sigma_{a\ mod}$  には 0.6% の差しか生じない。 $\Sigma_{a\ fuel}$  はこのスペクトル変化により 1.7% 変化しているが、 $\eta$  としては 0.05% しか変化していない (TABLE 8 参照)。燃料棒セル・スペクトルのわずかな変化は 1/E テイル部分に生じるので、 $^{235}\text{U}$  の共鳴吸収および共鳴分裂 (at 0.22 eV) の平均断面積への寄与が、主として変化するために  $\Sigma_{a\ fuel}$  は 1.7% 変化している。この場合、共鳴吸収と共鳴分裂のそれぞれの平均断面積に

対する寄与はほぼ同一であるので、 $\eta$  は 0.05% しか変化しないと考えられる。また、「6. 燃料棒セル内熱中性子束分布」に述べる、P-3 近似計算による燃料棒セル内中性子束分布を考慮した燃料棒セルの  $\eta f$  ( $= (\nu \Sigma_f / \Sigma_a)_{rod}$ ) は 0.1% しか変化しない (TABLE 8 参照)。

燃料棒セル・スペクトル (公称値) と燃料要素セル・スペクトル (毒物カーテンあり) を比較すると、 $\Sigma_{a, mod}$  が 3%、 $\Sigma_{a, fuel}$  が 4% 変化しているが、 $\eta$  は 0.3%、 $\eta f$  は 0.5% しか変化しない。上述したことから燃料棒セル内平均断面積の計算の際には、 $Q/C$  値を用いなくて公称値を用いても、 $\eta f$  として 0.1% しか変わらないことおよびスペクトルを燃料棒セルについて計算した場合と燃料要素セルについて計算した場合の  $\eta f$  の変化もわずか 0.5% 以下であることが結論できる。

TABLE 7 の水ギャップ領域における熱群スペクトル平均断面積について検討してみると、燃料要素セル・スペクトルの毒物カーテンの有無による違いは、 $1/v$  吸収体の  $\Sigma_a$  で 1.8% である。水ギャップ領域の燃料要素セル全体に対する体積率が小さいので (TABLE 2 の体積率一覧表参照)、このスペクトルの相違による吸収の変化は問題にならない。

燃料要素セル・スペクトル (毒物カーテンあり) の下での平均断面積と、水中スペクトルおよび燃料棒セル・スペクトルの平均スペクトルの下での断面積を比較すると、後者は約 8% 大きくなっている。毒物カーテンは熱群における中性子の約 10% を吸収するので、 $\Sigma_a$  が 8% 変化すると燃料要素セルの熱中性子利用率は 0.8% 程度変化することになる。

ゆえに、水ギャップのスペクトルとして燃料要素セル・スペクトルを採用するか、水中スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均を採用するかは、 $k_{eff}$  の計算に影響を与える。

GE の計算では後者を採用しているが、これは理論的根拠がなく、またおそらく吸収断面積を実際より大きく見積ると考えられる。筆者らは前者と後者の 2 つの断面積をそれぞれ使用して臨界計算をすることにした。

## 6. 燃料棒セル内熱中性子束分布

### 6.1 P-3 近似計算法

JPDR の燃料要素セルは燃料要素チャンネルの内側の燃料棒と減速材の単位セル（燃料棒セル）36 箇とチャンネルおよびその外周の水ギャップ領域とから構成されている。

燃料棒セルは熱中性子吸収断面積の大きな燃料棒と、その周囲を満たす比較的吸収の少ない減速材より構成されているので、この単位セル内の中性子束分布は、拡散方程式よりもより近似の精度が高い P-3 近似方程式により計算した。

燃料棒単位セルを断面が等価な燃料体、被覆材および減速材の同心等価円筒体系に置換して、この等価円筒体系内の熱中性子束分布を求めた。

円筒座標で表わした単一エネルギー・ボルツマン方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} & \sin \theta \left\{ \cos \varphi \frac{\partial \phi(r, \theta, \varphi)}{\partial r} - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial \phi(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + \Sigma_{\text{tot}}(r) \phi(r, \theta, \varphi) \\ & = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Sigma_s(r, \cos \theta_0) \phi(r, \theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi + q(r, \theta, \varphi) \end{aligned}$$

この式の  $\phi$ ,  $\Sigma_s$ ,  $q$  を球面調和関数で展開し、 $\phi$  の展開式の係数  $\phi_{l,m}$  の満足する方程式をつくると、P<sub>N</sub> 近似の連立方程式が求まる。 $\phi_{l,m}=0$  ( $l>3$ ) とすると P-3 近似になる。（詳細な計算式については付録 2 参照のこと。）

熱中性子源が等方で一樣な場合、多領域同心環状体系の P-3 方程式の解は付録 2 に記したようになる。

使用した計算コードは KAPL の WEIL が開発した IBM-650 用 P-3 コードである<sup>18,19)</sup>。この計算コードでは物質の境界面で解が連続で、かつ、境界条件を満足するように P-3 近似方程式の解の係数を決定する。

計算の際には、熱中性子源は減速材内のみで発生するとし、メッシュ・ポイントを燃料内 11 点、被覆内 3 点、減速材内 11 点とった。

この計算コードの人力データとしては、 $\Sigma_l \overline{P_l(\mu_0)}$  ( $l=0, 1, 2$ ) が必要である。 $\Sigma_s \overline{P_0(\mu_0)}$  および  $\Sigma_s \overline{P_1(\mu_0)}$  としては、5.4 に述べた熱群スペクトルで平均した値を用いた。 $\Sigma_s \overline{P_2(\mu_0)}$  の計算の際には、 $\Sigma_s$  としては熱群スペクトルで平均した値を用い、 $\overline{P_2(\mu_0)}$  としては、散乱が重心系で等方的であるとして実験室系でのその平均を求めた。この場合、 $\overline{P_2(\mu_0)}$  は物質の原子量のみ依存する。

減速材の水素の  $\overline{P_2(\mu_0)}$  の計算の際には、水素の質量として熱群スペクトル計算の際に使用した化学結合を考慮した、 $m_{\text{eff}}=1.884$  amu を用いた。

燃料および被覆材の領域では、 $\overline{P_2(\mu_0)}=0$  としても熱中性子束分布に大きな影響を与えないが、筆者らは  $\overline{P_2(\mu_0)}$  を  $1/m$  の巾級数に展開した式から計算した。

なお、 $\overline{P_2(\mu_0)}$  の計算は IBM-650 用コード（久家）で計算した（計算式については付録 2 参照）。

P-3 近似熱中性子束分布の計算に使用した核定数（熱群スペクトル平均値）は TABLE 8 に示している。

### 6.2 種々の燃料棒セル内熱中性子束分布

JPDR の燃料棒セル内熱中性子束分布を下記のような種々の条件の下で計算した。

- (1)  $\sigma_{\text{trH}}$  を  $1/v$  で表わした場合
- (2)  $\bar{\mu}_{\text{H}} = \frac{2}{3m_{\text{H}}}$  ( $m_{\text{H}}=1.884$ ) とした場合
- (3) ウィルキンスのヘビー・ガス・モデル ( $\sigma_{\text{SH}}=20.7$  b,  $m_{\text{H}}=1$ ) の場合

- (4) UO<sub>2</sub> 公称値の場合
- (5) UO<sub>2</sub> Q/C 値の場合
- (6) Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> を含むペレットの場合

この計算結果を Fig. 10 および Fig. 11 に示す。Fig. 10 の P-3 計算は燃料要素セル・スペクトルで平均した熱群断面積を用いておこなった。Fig. 10 の  $\sigma_{tr} \propto 1/v$  の場合と  $\sigma_{tr} \propto (1 - \frac{2}{3m})\sigma_s(v)$  の場合とを比較すると、燃料および被覆材の領域では両者の熱中性子束分布は一致しているが、減速材領域で  $\sigma_{tr} \propto 1/v$  の場合の方が中性子束分布が高くなっている。これは  $\sigma_{tr} \propto 1/v$  とした場合に  $\bar{\mu}\Sigma_{sm}$  が 0.2833 であるのに比べて、 $\sigma_{tr} \propto \sigma_s$  とした場合には  $\bar{\mu}\Sigma_{sm}$  が 0.7555 となり、前者の場合に  $\Sigma_{trm}$  が後者より大きくなることに原因している。このため熱中性子損失因子、 $\phi_m/\phi_f$  は前者の方が 1.5% 大きくなる。

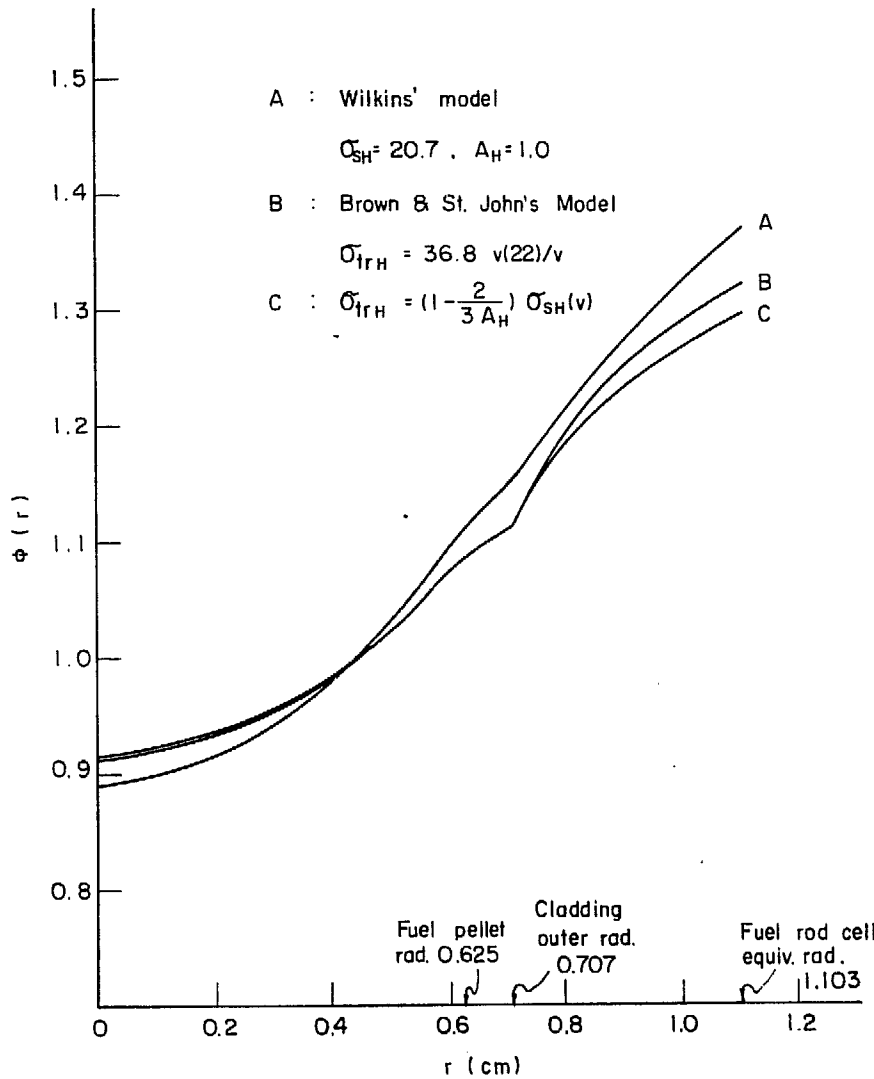


Fig. 10 Thermal flux distribution in the fuel rod cell

Fig. 10 においてブラウン・セント・ジョン・モデルのスペクトルで平均した断面積を用いた場合と、ウィルキンスのヘビー・ガス・モデルのスペクトルで平均した断面積を用いた場合とを比較すると、後者の場合の熱中性子束分布は燃料領域における中性子束の低下が大きく、また減速材領域における中性子束の勾配の変化が前者の場合に比べてゆるやかである。TABLE 8 の P-3 計算用断面積一覧表からも判るように、ウィルキンスのスペクトルの場合には、 $\sigma_{SH} = 20.7 b$  の一定値とし、 $m_H = 1.0$  として  $\sigma_{tr} = (1 - \frac{2}{3})\sigma_s$  の計算をおこなっている。また、 $\bar{P}_2(\mu)$  の計算でも  $m_H = 1.0$  としている。この計算法の相違のためにウィルキンスのスペクトルの場合の方が、ブラウン・セント・ジョンのスペクトルの場合よりも  $\Sigma_{sm}$  および  $\Sigma_{trm}$  がよ

り小さく、 $\mu\Sigma_{sm}$  および  $\Sigma_{sm}\overline{P_2(\mu)}$  が非常に大きくなっている。そのため減速材領域における中性子束分布の勾配の変化がゆるやかになっている。

熱群吸収断面積はウィルキンス・スペクトルの場合、減速材領域では約 2% 小さいが、燃料領域では約 8% 大きくなっている。 $\Sigma_{sm}$ 、 $\Sigma_{trm}$  および  $\Sigma_{af}$  の値が異なるためにウィルキンスのスペクトルの場合、熱中性子損失因子は 2.4% 大きくなっている。

「5. 熱群スペクトルおよび熱群断面積」の計算において、ヘビー・ガス・モデルとブラウン・セント・ジョン・モデルの相違はわずかであることを述べた。しかし、求めたスペクトルを用いて熱群平均断面積を計算する際には、ブラウン・セント・ジョンの方法のように、軽水中の水素の化学結合の影響を考慮して、 $\sigma_{SH}$  および  $\sigma_{trH}$  を速度の関数として表し、 $m_H$  として実効質量を用いる必要がある。筆者らは熱群平均断面積をブラウン・セント・ジョンの方法で計算することにした。

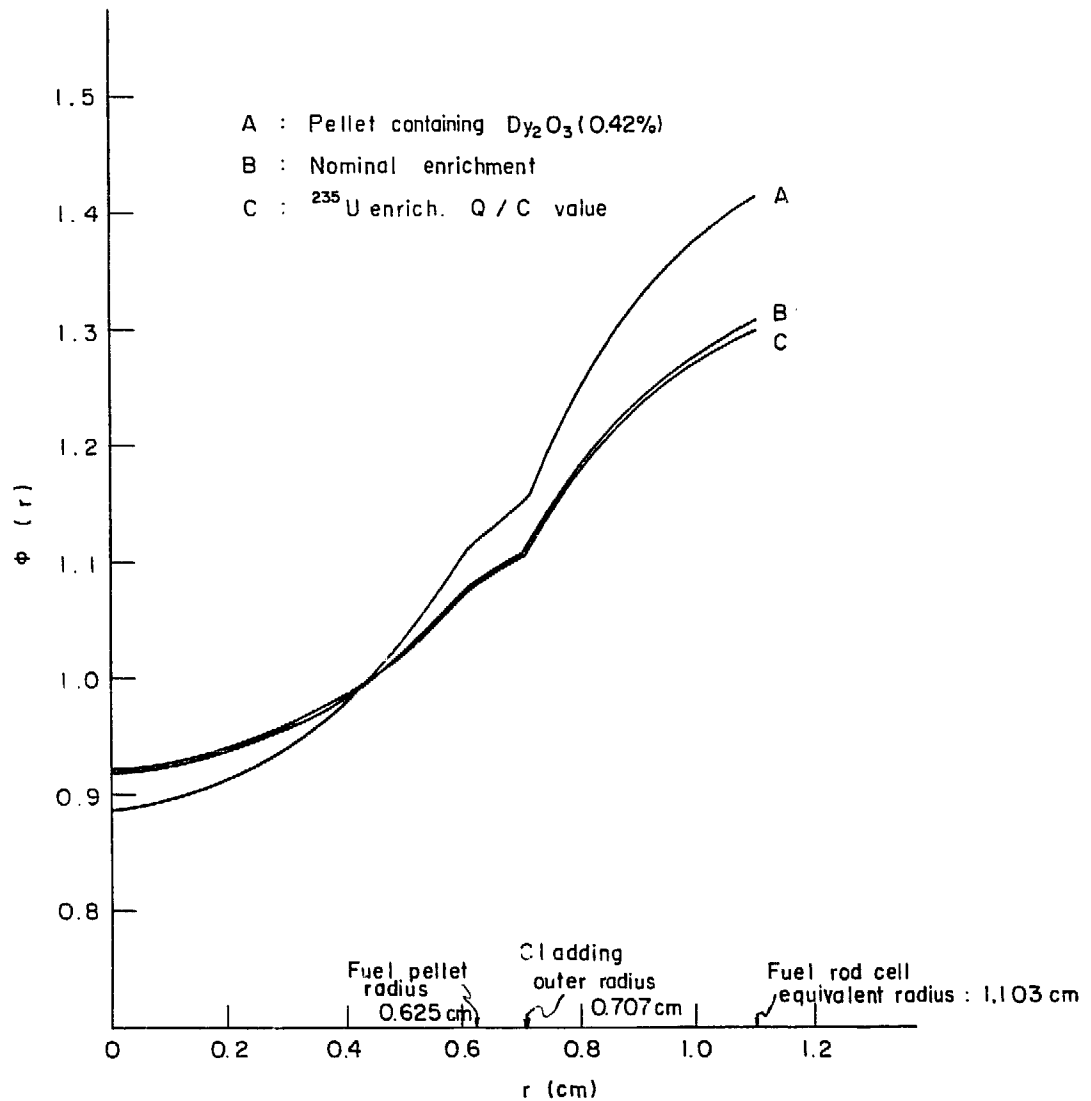


Fig. 11 Thermal flux distribution in the fuel rod cell

Fig. 11 はブラウン・セント・ジョンの方法による燃料棒セル・スペクトルで平均した断面積を用いて、P-3 計算をした結果である。Fig. 11 において  $\Sigma_{a, fuel}$  として  $UO_2$  の公称値から計算した場合と、品質管理値 (Q/C 値) から計算した場合とを比較すると、両者の熱中性子束分布は非常に良く一致している。減速材領域における相違もわずか 0.5% である。熱中性子損失因子は 0.4% しか違っていない。

ゆえに、JPDR の燃料品質管理仕様の下では、熱群中性子束分布は  $UO_2$  公称値を用いて計算しても充分の精度 ( $\phi_m/\phi_f$  の相違 0.4% 以内) が得られる。



Fig. 11 において、 $\text{UO}_2$  ペレットに  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  吸収材を含む場合と含まない場合の中性子束分布を比較すると、 $\text{Dy}_2\text{O}_3$  を含む場合には燃料領域の中性子束の低下が非常に大きく、 $\phi_m/\phi_f$  は 1.322 となる (含まない場合より 7.5% 大きい)。

TABLE 8 P-3 計算用熱群平均断面積から判るように、 $\text{Dy}_2\text{O}_3$  を 0.42 wt% 含むペレットでは含まないペレットに比べて  $\Sigma_a$  が  $0.1112 \text{ cm}^{-1}$  (約 3 割) 増加している。 $\text{Dy}_2\text{O}_3$  による  $\Sigma_a$  の増加が大きいので、このペレットの近傍での熱中性子束分布は別に計算した ( $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットは高さ 1.27 cm である)。

なお、Fig. 10 の燃料要素セル・スペクトルの場合と Fig. 11 の燃料棒セル・スペクトルの場合の分布を比較すると、 $\phi_m/\phi_f$  が 1% しか相違していないので、スペクトルの相違は大きな影響を与えない。

### 6.3 燃料棒セル内熱群平均断面積

燃料要素セル内 3 群中性子束分布計算および JPDR 炉心最小臨界計算の際には、燃料棒セルの熱群断面積として、燃料棒セル内熱中性子束分布微細構造を考慮して平均化した断面積を使用した。

すなわち、6.2 の燃料棒セル内 P-3 熱中性子束分布計算から求まる燃料、被覆材および減速材の領域における平均熱中性子束を用いて、次式から燃料棒セル熱群平均断面積を計算した。

$$\Sigma_{a, \text{rod}} = \frac{\sum_{i=1}^3 \Sigma_{ai} \bar{\phi}_i V_i}{\sum_{i=1}^3 \bar{\phi}_i V_i}$$

$$\nu \Sigma_{f, \text{rod}} = \frac{\eta \Sigma_{af} \bar{\phi}_f V_f}{\sum_{i=1}^3 \bar{\phi}_i V_i}$$

$$D_{\text{rod}} = \frac{1}{3} \left( \frac{\sum_{i=1}^3 \Sigma_{tri} \bar{\phi}_i V_i}{\sum_{i=1}^3 \bar{\phi}_i V_i} \right)^{-1}$$

( $i=1$ ; 燃料,  $i=2$ ; 被覆材,  $i=3$ ; 減速材)

燃料棒セル熱群平均断面積の計算は IBM-650 L-2 プログラムによって計算した。その結果を TABLE 8 に示している。

TABLE 8 において、種々の計算条件の下で  $\Sigma_{a, \text{rod}}$  を比較すると、燃料棒セル・スペクトルの下で公称値の場合は  $Q/C$  値の場合より 1.1% 大きく、燃料要素セル・スペクトルの場合より 4% 小さい。

しかしながら、 $(\nu \Sigma_f / \Sigma_a)_{\text{rod}}$  (熱群の  $\eta f$  に相当する) を比較すると、公称値の場合と  $Q/C$  値の場合で 0.1%、燃料要素セル・スペクトルと燃料棒セル・スペクトルとの間で 0.5% しか違っていない。

結論として、燃料棒セルの熱群平均断面積の計算の際に  $\text{UO}_2$  の公称値を用いても、 $Q/C$  値を用いても、熱群の  $\eta f$  には無視し得る程度の差しか生じないし、また、燃料棒セル・スペクトルの代りに燃料要素セル・スペクトルを用いても熱群の  $\eta f$  は 0.5% しか変化しない、といえる。

なお、 $\text{Dy}_2\text{O}_3$  を含むペレットの領域では、 $(\nu \Sigma_f / \Sigma_a)_{\text{rod}}$  が 1.222 であり、含まない場合に比べて小さいが、これは燃料の吸収が増したために  $\eta$  (1.332) が小さくなったためであり、 $f$  (0.916) は逆にわずかに増加している。

## 7. 燃料要素セル内 2 次元中性子束分布

### 7.1 燃料要素セル内中性子束分布計算条件

JPDR の燃料要素セルは Fig. 2 に示すように、燃料要素セル内の燃料棒 (6 本×6 本) および減速材とチャンネル外周の水ギャップ、制御棒ホロワおよび毒物カーテンから構成されている (臨界計算は毒物カーテンありの場合となしの場合でおこなった)。

この燃料要素セルの  $k_{\infty}$  を求めることおよび「8. コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの反応度効果」に述べる軸方向 1 次元計算のための燃料要素セル平均断面積を計算することを目的として、燃料要素セル内 3 群中性子束分布の計算をおこなった。

上述したこの燃料要素セルの構成から考えて、このセル内の中性子束分布計算は X-Y 2 次元拡散方程式により計算した。使用した計算コードは IBM-7090 用 PDQ-2 である。

PDQ は拡散方程式、

$$-\nabla \cdot D_i \nabla \varphi_i + \sigma_i \varphi_i = \frac{\lambda_i}{\lambda} \psi + \sum_{i-1}^R \varphi_{i-1}$$

$$\sigma_i = \sum_i^a + \sum_i^R + B_{\perp}^2 D_i$$

$$\psi = \sum_{i=1}^I \nu_i \sum_i^f \varphi_i$$

を 2 次元 X-Y (または R-Z) 座標について解くコードであり、Inner Iteration 法としては、Successive Overrelaxation 法を、また Outer Iteration 法としては CHEBYSHEV Polynomial 法を用いている (計算法については付録 2 参照のこと)。

燃料要素セルに関する PDQ による計算には 23 点×23 点のメッシュ・ポイントを使用した。領域数は毒物カーテンがない場合に 4 領域、ある場合に 5 領域とし、下記のように領域をとった。

- 領域 1 チャンネル外周水ギャップ
- 〃 2 燃料減速材領域
- 〃 3 チャンネルおよびその内外面の水層
- 〃 4 ホロワ
- 〃 5 毒物カーテン

燃料減速材領域の熱群断面積としては、「6. 燃料棒セル内熱中性子束分布」で述べた燃料棒セル内 P-3 計算に基づく燃料棒セル平均断面積を用いた。また、第 3 領域はチャンネルの厚さが薄いので (1.524 mm)、その内外側に薄い水の層 (0.8382 mm) を付けて 1 つの領域とし、水とジルカロイ-4 の体積率で平均した断面積を用いた。

燃料要素セル内中性子束分布の計算は、毒物カーテンがない場合とある場合についておこなった。それぞれの場合について、下記のような異なるスペクトルで平均化した核定数を使用して計算し、 $k_{\infty}$  および中性子束分布を比較した。

- (1) 燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトル、領域毎  $\Sigma_r$ ,  $UO_2$  Q/C 値
- (2) 燃料要素セル平均スペクトル、領域毎  $\Sigma_r$ ,  $UO_2$  Q/C 値
- (3)  $p^{28}$  実験式、他は (1) と同じ
- (4) 燃料要素セル平均スペクトル、一様  $\Sigma_r$ ,  $UO_2$  公称値

上記各項目のうち、燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトルというのは、高速群 (第 1 群および第 2 群) 核定数を燃料棒セルと水ギャップ領域とで独立に計算し、また熱群 (第 3 群) の水ギャップ核定数は、水スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均から求め、熱群の燃料棒セル核定数は燃料棒セル・スペクトルに基いて計算した場合である。

燃料要素セル平均スペクトルというのは、高速群核定数および熱群水ギャップ核定数をそれぞれの燃料要素セル・スペクトルから計算し、熱群燃料棒セル核定数は燃料棒セル・スペクトルから計算した場合である。この場合に、熱群燃料棒セル核定数だけは燃料棒セル・スペクトルに基いた値を用いたのは、燃料棒セルの領域（第2領域）の大きさ（一辺 11.73 cm）に比べて、燃料棒セル内の  $L^2$ （約 2.27 cm<sup>2</sup>）が非常に小さいので（水ギャップの  $L^2$  も小さい）、この領域内のスペクトルは、水ギャップも考慮に入れた燃料要素セル・スペクトルよりも燃料棒セルのスペクトルに近いと考えたからである。

$p^{28}$  実験式というのは、4.3 に述べたように <sup>238</sup>U の共鳴吸収を実験式から計算し、第2群の燃料棒セルの  $\Sigma_a$  および  $\Sigma_f$  を補正した場合である。これ以外的高速群断面積には、UGMG コードの結果を用いている。

領域毎  $\Sigma_f$  というのは、UGMG コードによる計算結果から各領域毎の  $\Sigma_f$  を計算して使用した場合である。一様  $\Sigma_f$  というのは、燃料要素セル・スペクトルに関する UGMG コードの計算結果（燃料要素セル平均値）を、各領域一様に使用した場合である。

UO<sub>2</sub> Q/C 値というのは、UO<sub>2</sub> の物理量として JPDR 用 UO<sub>2</sub> 品質管理値を用いた場合であり、公称値というのは JPDR の設計公称値を用いた場合である。

なお、毒物カーテンがある場合には毒物カーテンの領域を、

TABLE 9 Regionwise cross sections of the fuel assembly cell

1. The case without poison curtains

Energy gr.	Region no.	D	$\Sigma_a$	$\Sigma_f$	$\nu\Sigma_f$
1	1	1.43504	0.000575	0.080280	0.0
	2	1.42385	0.003827	0.050243	0.004588
	3	1.43504	0.000301	0.042280	0.0
	4	1.43504	0.0	0.000480	0.0
2	1	0.68361	0.000882	0.137319	0.0
	2	0.68772	0.023539	0.078069	0.013500
	3	0.68361	0.000620	0.072183	0.0
	4	0.68361	0.000332	0.000534	0.0
3	1	0.16745	0.016577	0.0	0.0
	2	0.23045	0.102850	0.0	0.163909
	3	0.28444	0.011736	0.0	0.0
	4	1.22843	0.006412	0.0	0.0

2. The case with poison curtains

Energy gr.	Region no.	D	$\Sigma_a$	$\Sigma_f$	$\nu\Sigma_f$
1	1	1.43510	0.000566	0.081295	0.0
	2	1.42385	0.003827	0.050243	0.004588
	3	1.43510	0.000296	0.042815	0.0
	4	1.43510	0.0	0.000486	0.0
	5	1.43510	0.000194	0.002041	0.0
2	1	0.67443	0.000884	0.137356	0.0
	2	0.68772	0.023539	0.078069	0.013500
	3	0.67443	0.000620	0.072203	0.0
	4	0.67443	0.000332	0.000534	0.0
	5	0.67443	0.023295	0.002995	0.0
3	1	0.17012	0.016299	0.0	0.0
	2	0.23045	0.102850	0.0	0.163909
	3	0.28300	0.011963	0.0	0.0
	4	1.22906	0.006304	0.0	0.0
	5	0.25976	0.444396	0.0	0.0

- (a) 拡散理論が成立つ領域とする場合
- (b) その表面での対数微分を与える場合

の2通りの方法で取扱った。

毒物カーテンは厚さが薄く(3.175 mm), 熱群吸収断面積が大きい ( $\Sigma_a=0.4444 \text{ cm}^{-1}$ , 燃料要素セル・スペクトル) ので, 拡散領域として取扱うのは不適當である. このようなグレイの吸収体がある場合のその表面における中性子束の勾配は漏洩確率の理論から求められる<sup>29)</sup>.

筆者らはグレイな吸収板の吸収確率  $\alpha$  とアルベドの関係から, 対数微分値  $C$  を

$$C \equiv -\frac{D}{\phi} \frac{d\phi}{dx} = 0.46922 \left( \frac{\alpha}{2-\alpha} \right)$$

から求めた。

ただし, グレイな板への入射中性子はコサイン角度分布をしているとして文献 29 の  $\alpha$  の値を引用した. 上述した条件 (1)~(4) による領域毎核定数の主な相異は,

- (a) 高速群 (第1および2群) における各領域の  $\Sigma_r$
- (b) エピサーマル群における燃料棒セルの  $\Sigma_a$
- (c) 熱群における水ギャップ領域 (特に毒物カーテン領域) の  $\Sigma_a$
- (d) 毒物カーテンの取扱い方 (拡散領域か, 対数微分か)

にある。

燃料要素セル内3群中性子束分布の計算に使用した領域毎核定数の例を TABLE 9 に示した. TABLE 9 の断面積は  $p^{28}$  実験式, 燃料要素セル・スペクトル, 領域毎  $\Sigma_r$  の場合の断面積であり, 実験結果と最もよく一致する核定数セットである。

## 7.2 燃料要素セル内中性子束分布の比較

前節で述べた種々の計算条件の下で燃料要素セル内中性子束分布を計算した. 計算した各ケースは下記の通りである。

- |   |     |   |
|---|-----|---|
| (1) 毒物カーテンなしの場合                         |     |   |
| (i) 燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトル, 領域毎 $\Sigma_r$ | グラフ | ④ |
| (ii) 燃料要素セル平均スペクトル, 領域毎 $\Sigma_r$      | "   | ③ |
| (iii) $p^{28}$ 実験式, 他は (i) と同じ          | "   | ② |
| (iv) 燃料要素セル平均スペクトル, 一様 $\Sigma_r$       | "   | ⑤ |
| (2) 毒物カーテンありの場合                         |     |   |
| (i) 燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトル, 領域毎 $\Sigma_r$ | グラフ | ⑧ |
| (ii) 燃料要素セル平均スペクトル, 領域毎 $\Sigma_r$      | "   | ⑦ |
| (iii) $p^{28}$ 実験式, 他は (i) と同じ          | "   | ① |
| (iv) 燃料要素セル平均スペクトル, 一様 $\Sigma_r$       | "   | ⑨ |
| (v) 上記 (2)-(ii) と同じ, 毒物カーテン対数微分         | "   | ⑥ |
| (vi) 上記 (2)-(iv) と同じ, "                 | "   | ⑩ |

これらのケースの計算結果を Fig. 12~17 に示す. これらのグラフは, 燃料要素セルのほぼ中央を通るメッシュ・ライン ( $y=6.6538 \text{ cm}$ , ホロワ側セル境界より  $6.5480 \text{ cm}$ ) に沿った中性子束分布を示したものである。

Fig. 12 および Fig. 13 は高速群中性子束分布である. Fig. 12 の各ケースを比較すると, 燃料棒セル領域 ( $1.2958 \leq x \leq 13.0291 \text{ cm}$ ) における分布の相違は 0.8% 以内であるが, ホロワ側水ギャップ領域では, ケース (1)-(ii) とその他のケースとの間で 1.5% の相違が生じている. TABLE 4 の断面積表から判るように, ケース (1)-(ii) の場合には水ギャップ, チャンネル, ホロワの各領域毎に  $\Sigma_{r1}$  を計算して与えたが, その他のケースではこれら3領域の平均の  $\Sigma_{r1}$  を与えたために, 水ギャップでの  $\Sigma_{r1}$  はケース (1)-(ii) では 0.08028 であるが, ケース (1)-(i) および (1)-(iii) では 0.05884 である. この  $\Sigma_{r1}$  (水ギャッ

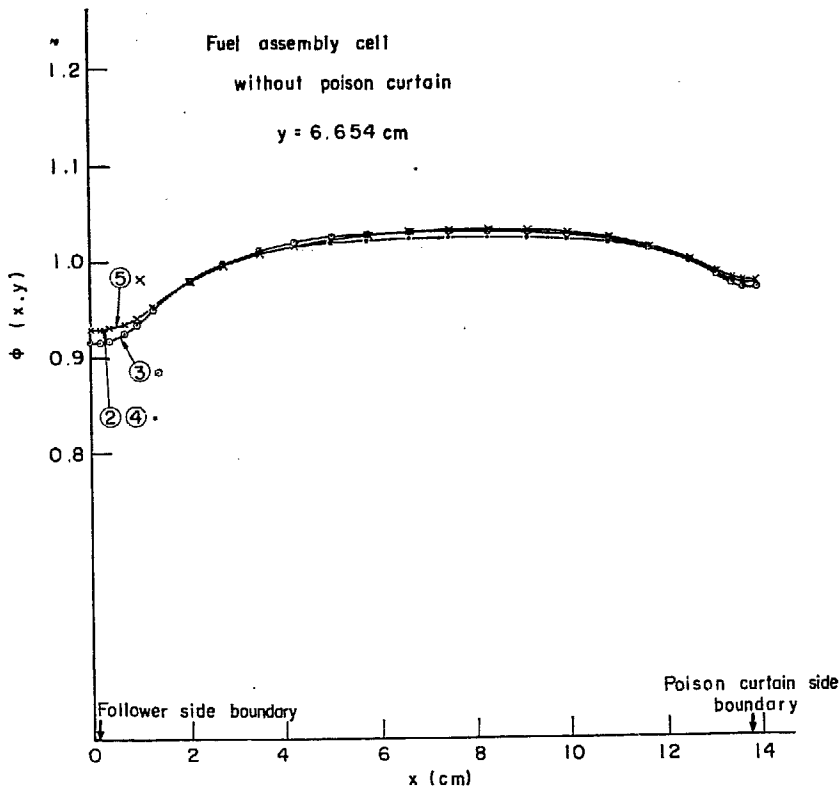


Fig. 12 Fast flux distribution

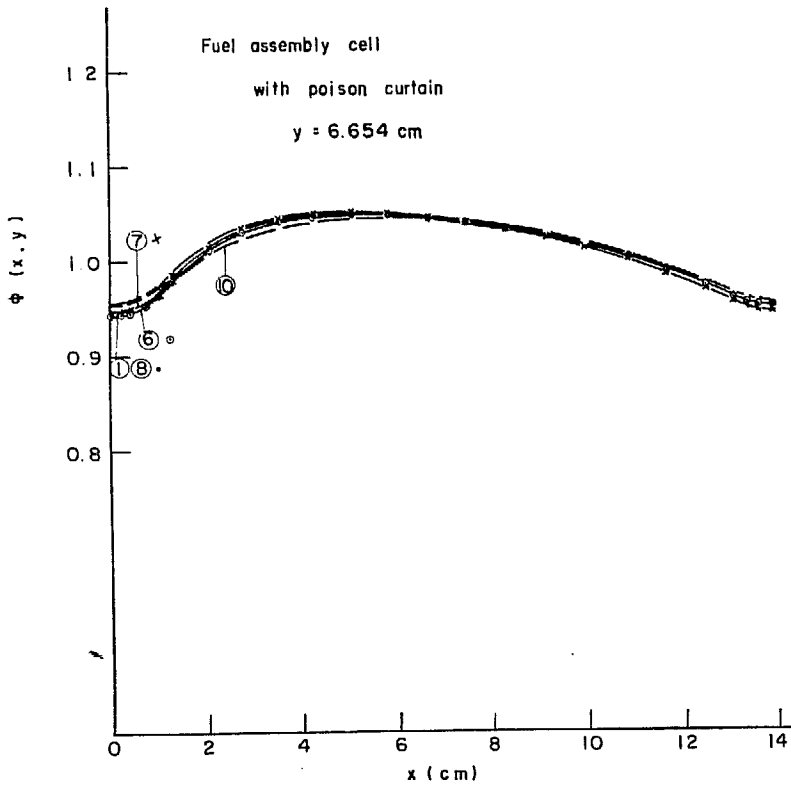


Fig. 13 Fast flux distribution

プ) の違いが分布の 1.5% の相違をもたらしたと考えられる。

Fig. 13 の場合にも、同様に  $\Sigma_{r1}$  の与え方の相違により、水ギャップ領域での分布がケース (2)-(ii) および (2)-(v) とケース (2)-(i) および (2)-(iii) の場合とで、1.3% 程度異なっている。毒物カーテンがある場合 (Fig. 13) とない場合 (Fig. 12) とを比較すると、後者では分布が中心線に関してほぼ対称であるが、前者ではホロワ側に分布が少しかたよっている。このかたよりは熱群中性子束分布の傾斜に基くものである。

Fig. 14 および Fig. 15 はエピサーマル群中性子束分布である。Fig. 14 は毒物カーテンがない場合であるが、この図の各ケースを比較すると、ケース (1)-(ii) とその他のケースとで分布の形状が逆 (前者では下に凸、後者では上に凸) になっていることが判る。このエピサーマル群での分布の相違も、Fig. 12~Fig. 13 に関して既述した高速群での分布の相違と同様に、水ギャップ領域での  $\Sigma_{r2}$  の与え方に基くものである。ケース (1)-(ii) では各物質領域毎に異なる  $\Sigma_{r2}$  を与えているが、ケース (1)-(i) および (1)-(iii) では第 2 領域以外では一様な  $\Sigma_{r2}$  を与えている。ケース (1)-(ii) の場合は他のケースと比べて、水ギャップ領域での  $\Sigma_{a1}/\Sigma_{r2}$  が大きく、かつ燃料減速材領域での  $\Sigma_{a1}/\Sigma_{r2}$  が小さくなっている。吸収断面積  $\Sigma_{a1}$  および  $\Sigma_{a2}$  は各ケースで大きく相違しないので、上記のような  $\Sigma_{a1}/\Sigma_{r2}$  に関する相違から、ケース (1)-(ii) では水ギャップで高く、燃料減速材領域で低下する分布となり、他のケースでは逆の分布となる。

エピサーマル分布の相違の原因から考えて、エピサーマル群の分布を正しく求めるためにはケース (1)-(ii) のように各物質領域毎に核定数を与えてやる必要がある。ただし、次節 (7.3) で述べるようにエピサーマル分布の相違は  $k_{\infty}$  には大した影響を与えない (TABLE 10 参照)。

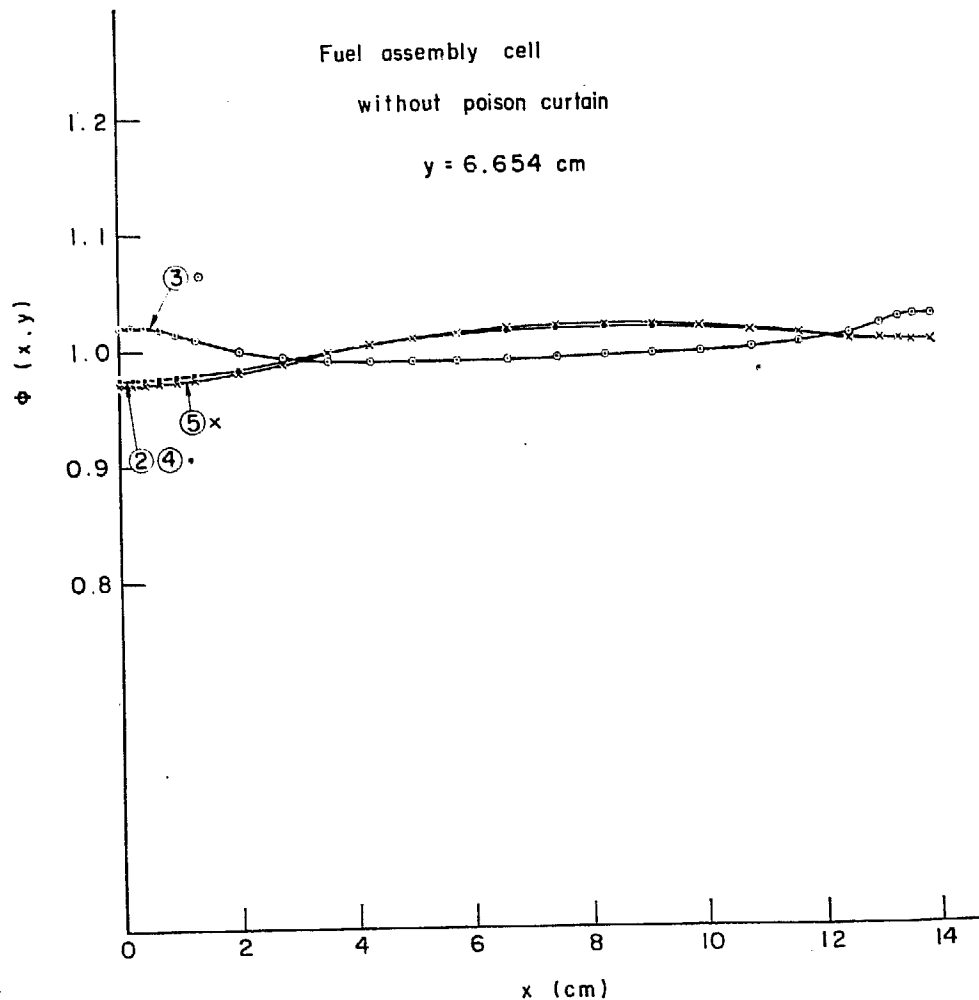


Fig. 14 Epithermal flux distribution

Fig. 15 は毒物カーテンがある場合のエピサーマル中性子束分布である。この場合にも、ケース (2)-(ii) および (2)-(v) と他のケースとを比較すると、Fig. 14 の場合と同様のエピサーマル分布の相違がみられる。毒物カーテンを対数微分で取扱うか (ケース (2)-(v))、拡散領域で取扱うか (ケース (2)-(ii)) による分布の相違はない。高速群およびエピサーマル群の吸収および減速断面積を一樣としたケース (2)-(iv) の場合の方が、領域毎に  $\Sigma_r$  を与えたケース (2)-(i) の場合よりホロワ側のエピサーマル中性子束が低下している。前者の場合ホロワ領域の  $\Sigma_r=0$  としているために、この領域では高速群から減速してくる中性子はなく、隣接領域から拡散して来る中性子しかないため、ホロワ領域でエピサーマル中性子束が低下したと考えられる。毒物カーテンがある場合 (Fig. 15) とない場合 (Fig. 14) を比較すると、前者の場合の方がエピサーマル中性子束はホロワ側にかたよっているが、これは中性子源分布 (または高速群中性子束分布) が同様のかたよりをしているからである (Fig. 12~13 参照)。

Fig. 16 および Fig. 17 は熱群中性子束分布である。毒物カーテンがない場合の分布 Fig. 16 をみると、ケース (1)-(i)~(1)-(iii) の場合、ホロワ側水ギャップに、1.67~1.70 に達する熱群中性子束ピークが生じ、燃料減速材領域では熱群中性子束は 0.76~0.77 迄低下し、ふたたび毒物カーテン側水ギャップでカーテンがないために 1.29 程度のピークを生じる。ケース (1)-(i) と (1)-(ii) の間で水ギャップの熱群断面積が異なるにもかかわらず、熱群中性子束分布は一致している。これは燃料減速材領域における熱群断面積を、ケース (1)-(i)~ケース (1)-(iii) で同一の値にしたことおよびいずれの場合にもエピサーマルの断面積を領域毎に与えたことに基いている。

ケース (1)-(iv) の場合には、ホロワ側水ギャップでのピーク値が 1.42 で、燃料減速材領域でのディッ

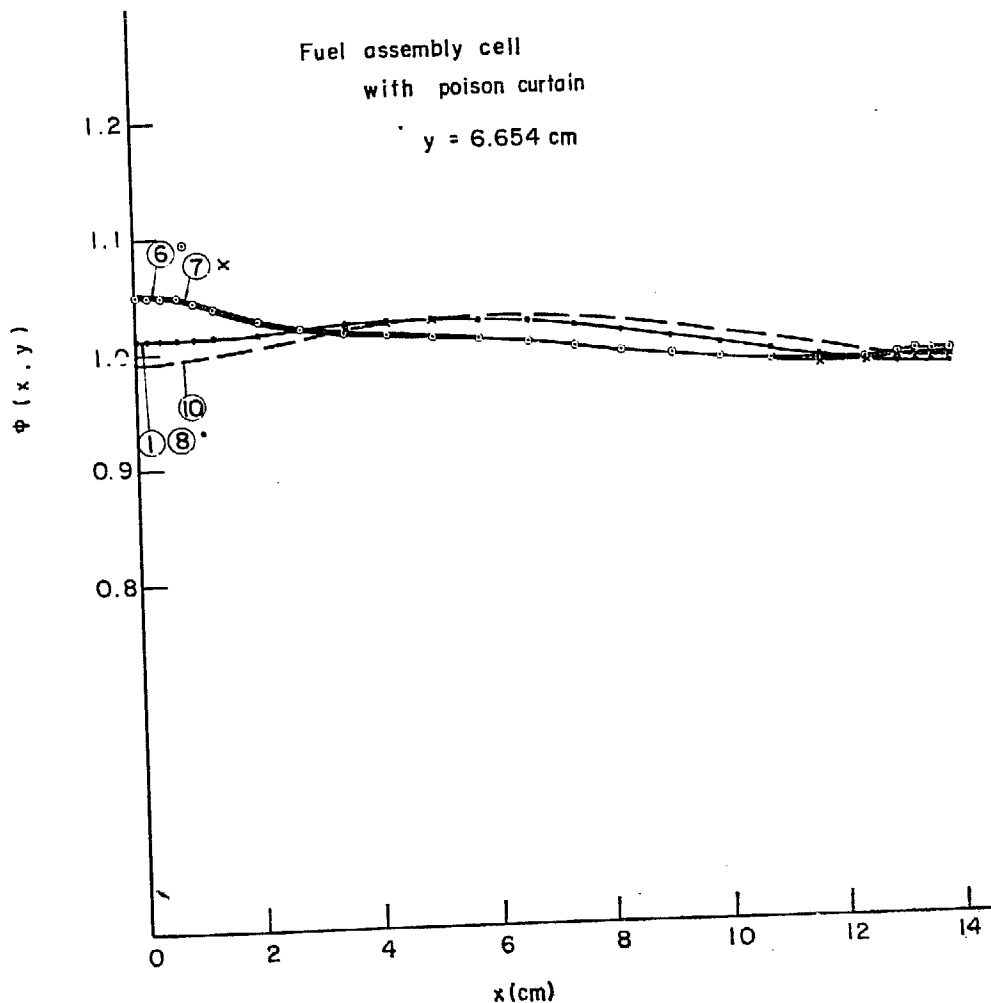


Fig. 15 Epithermal flux distribution

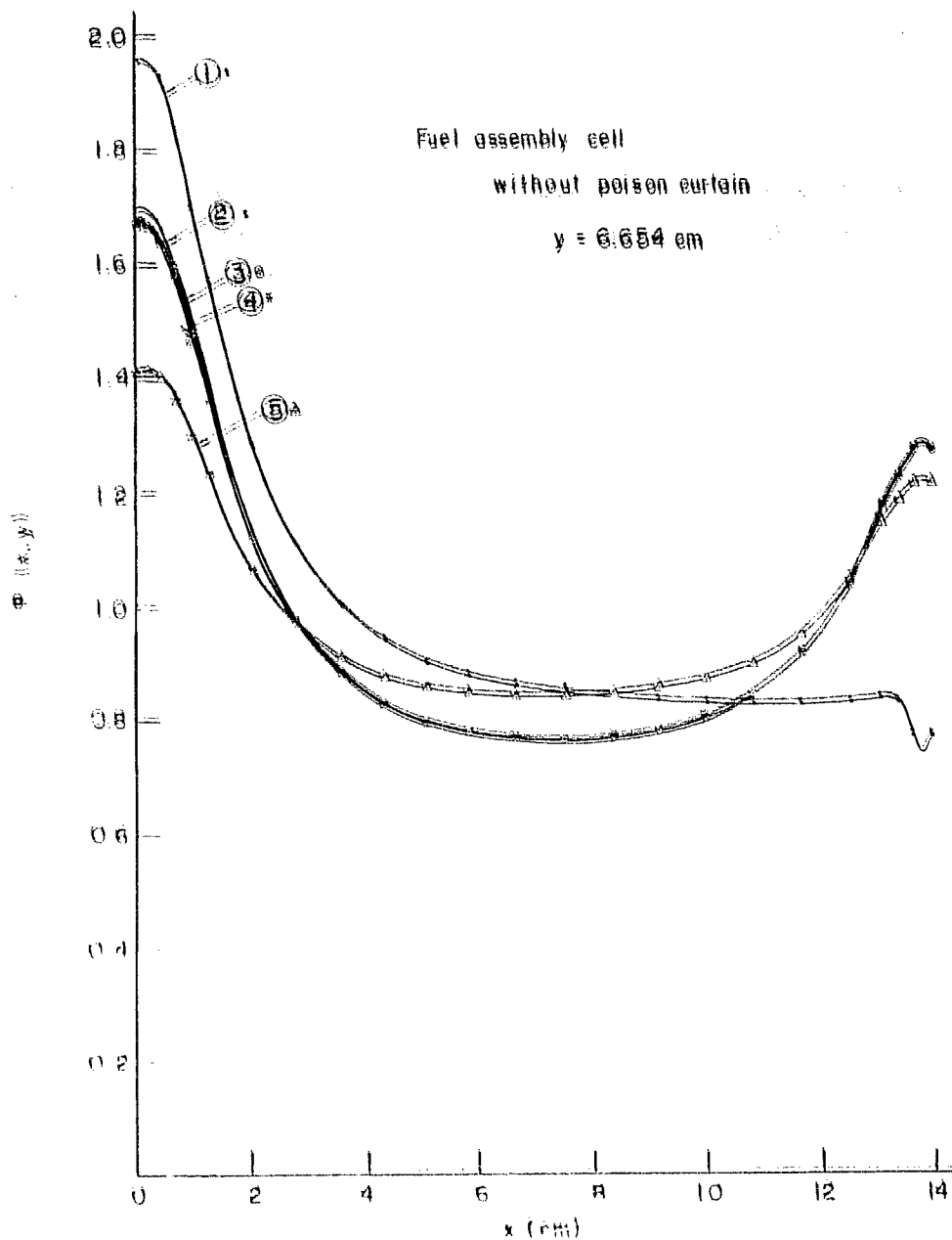


Fig. 16 Thermal flux distribution

は 0.85 であり、他のケースと比べて熱群中性子束の変化がゆるやかである。ケース (1)-(iv) のとき燃料棒セルでの  $\Sigma_a$  が他のケースよりわずかに (1.2%) 大きいにもかかわらず、この領域でのディップが少なく、水ギャップでのピークが小さくなるのは、このケースではエピサーマル群の  $\Sigma_f$  および  $\Sigma_a$  を一様にしたためである。7.3 で後述するが、ケース (1)-(iv) では熱群中性子束分布の大きな相違のために、熱中性子利用率が他のケースと比べて約 1.0% 大きくなる。

ケース (1)-(iv) と他のケースとの比較から、燃料要素セル内中性子束分布を正確に計算するためには、熱群断面積のみでなく、高速群およびエピサーマル群の諸断面積 (特に、 $\Sigma_f$ ) を領域毎に計算して与えてやる必要がある (少なくとも水ギャップ領域と燃料減速材領域とで  $\Sigma_f$  を別々に計算すべきである)。この場合、熱群中性子束分布はエピサーマル群スペクトルの選択 (ケース (1)-(i) にするか (1)-(ii) にするか) によっては影響されない。

Fig. 17 は毒物カーテンがある場合の熱群中性子束分布である。毒物カーテンがある場合には、ホロワ側水ギャップでのピークはない場合よりさらに高くなり、ケース (2)-(i)~(2)-(iii) で 1.90~1.96 に達す



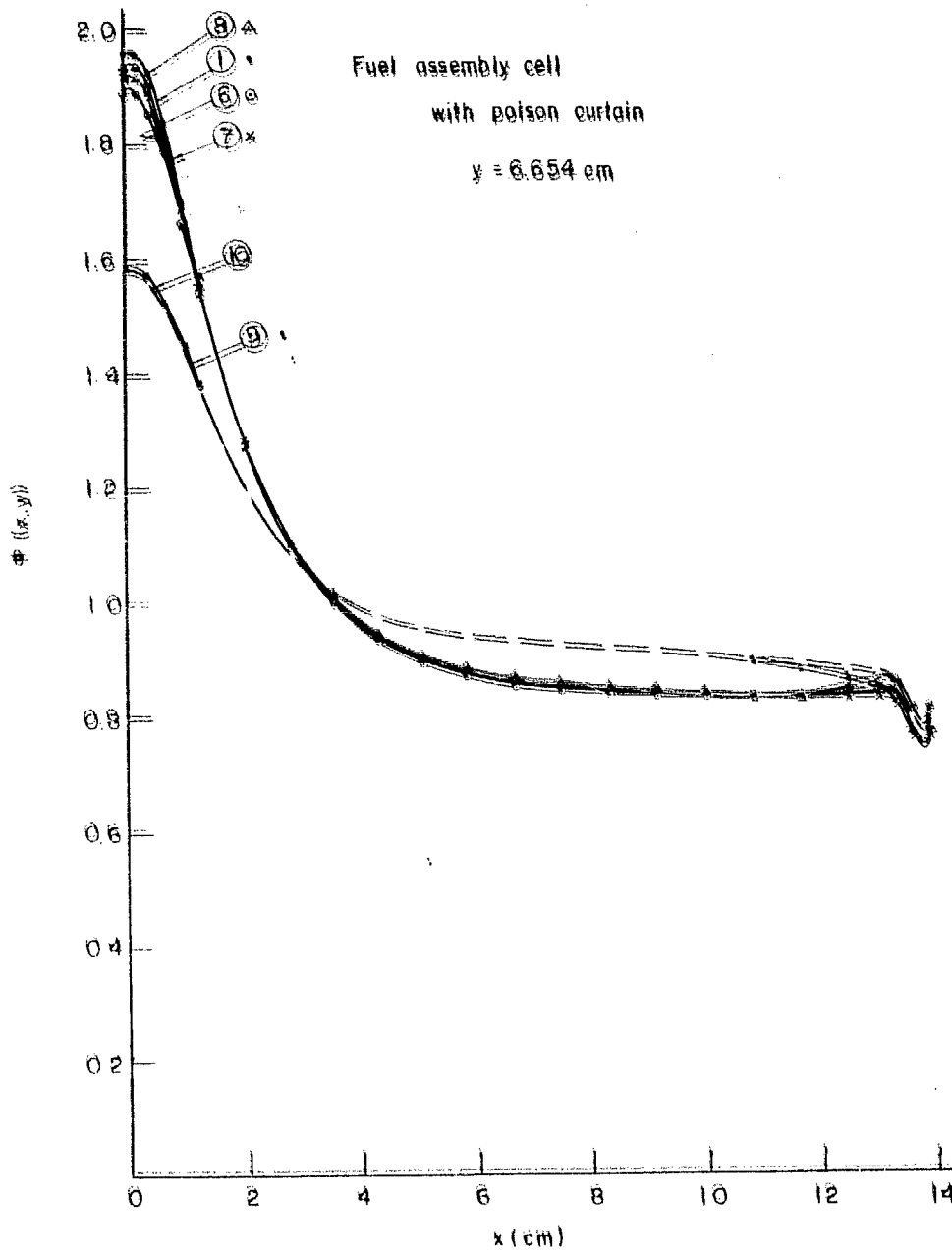


Fig. 17 Thermal flux distribution

る。燃料棒セル領域にはいると熱群中性子束は急激に低下し、ホロワ側境界から 6 cm ~ 13 cm の範囲で 0.85 前後のフラットな分布となる。毒物カーテンの位置では、中性子束はさらにディップする (Fig. 18 には比較のために毒物カーテンがある場合のケース (2)-(iii) をプロットしている)。ゆえに、毒物カーテンがある場合にはない場合よりホロワ側隅にある燃料棒の出力ピーキングは大きくなる。

ケース (2)-(i) ~ (2)-(iii) を比較すると、燃料棒セル領域では同一の熱群断面積を用いたために、分布も一致しているが、ホロワ側水ギャップでのピークは 1.90 ~ 1.96 の間で変化している。このピーク値はエピサーマル群の  $\Sigma_a$  が大きい場合ほど大きくなっている。エピサーマル群で一樣な断面積を与えたケース (2)-(iv) と他のケースとの相違は、毒物カーテンがない Fig. 18 の場合と同様であり、Fig. 18 の検討においてその原因を述べた。

毒物カーテンを対数微分で取扱ったケース (2)-(v) と、拡散領域としたケース (2)-(ii) とを比べると、燃料棒セル領域では、両者の熱群中性子束分布は一致しているが、毒物カーテン側水ギャップで対数微分の場合には中性子束がわずかにもち上がっている。拡散領域とした場合にはほぼ単調に減少している。こ

のため、毒物カーテンの表面では前者は 0.81 で、後者は 0.77 となっている（なお、ホロワ側水ギャップでは前者の方がピーク値が低い）。対数微分の場合の方が毒物カーテンの表面で熱群中性子束が高いのは、この場合の方が毒物カーテンによる中性子吸収が小さいからである。このことは 7.3 に述べる  $k_{\infty}$  の値にも現れている。7.1 に述べたように毒物カーテンは厚さが薄く、吸収断面積が燃料より大きいので、対数微分による取扱いの方が適切であると考えられる。ただし、対数微分の値についてはさらに検討が必要である。

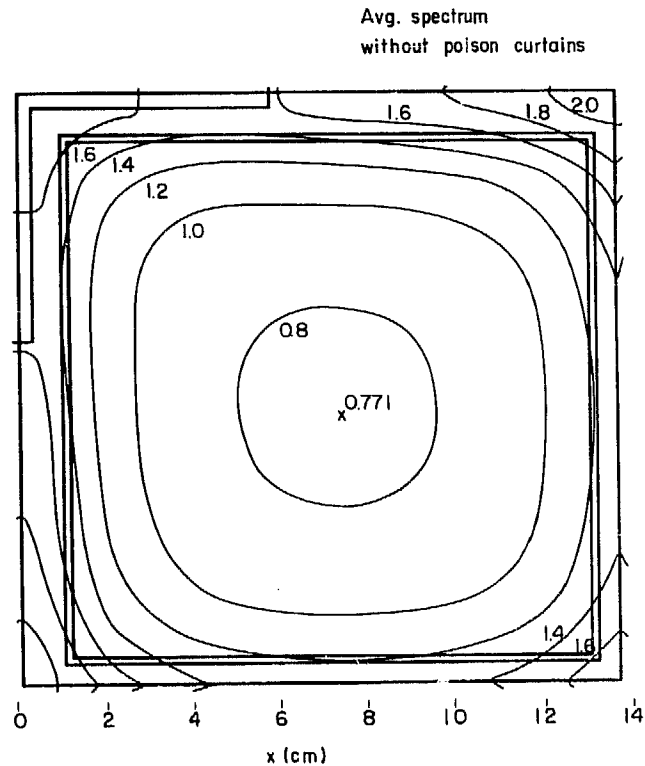


Fig. 18 Thermal neutron flux distribution in the fuel assembly cell

Fig. 18 は毒物カーテンがないケース (1)-(ii) の場合の熱群中性子束の 2 次元分布である。Fig. 18 から判るように、燃料要素チャンネル内ではほぼ中央部（ホロワ側より 7.487 cm）で最低値 0.77 となる凹んだ分布をしている。熱中性子束のピークはホロワ側と毒物カーテン側（この場合カーテンはない）の交叉する隅に生じ、その値は 2.12 に達する。また、ホロワ側十字形隅のピーク 1.69 よりもその反対側の隅のピーク 1.71 の方がわずかに高くなっている。ピークがこのような位置に生じるのは、ホロワ領域の  $\Sigma_{a2}$  (0.000534) に比べて、ギャップ水領域の  $\Sigma_{a2}$  (0.137319) が非常に大きいからである。

Fig. 19 は毒物カーテンがあるケース (2)-(v) の場合の熱群中性子束の 2 次元分布である。毒物カーテンがある場合には、中性子束のピークはホロワ側十字形隅に生じその値は 2.00 である。また、ホロワ側水ギャップのホロワ端付近にも 1.92 のピークが生じる。燃料要素チャンネル内では、ホロワ側隅からその反対側へ低下してゆく傾斜した分布となり、ホロワ側境界から 9.154 cm の対角線上で最低値 0.82 となる。毒物カーテンの領域では中性子束は急激にディップしている。毒物カーテンがない Fig. 18 と比べて熱中性子束ピーク値がこのように異なるのは、主として毒物カーテンの吸収効果に基いている。

Fig. 20 は JPDR の 71 本炉心における中央部燃料要素内の熱中性子束分布の測定値とケース (2)-(i) の計算値とを比較した 2 次元分布である。Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 箔を用いた測定はチャンネル内に限られているので（測定点 110 点）、計算値の方もチャンネル内で規格化して比較した。熱中性子束分布の全般的傾向と、特に、ホロワ側隅に近い領域で分布が急激に変化している付近では、実験値と計算値は良い一致を示している。分布がフラットな毒物カーテン側に近い付近では、実験値と計算値の差が生じている。チャンネル内面に隣接した領域での測定点はないので、計算では現れているこの付近での中性子束の上昇が、実験では求められていない。なお、測定点は減速材領域のみに限られているので、これらの測定値を平均が 1 となるように規格化

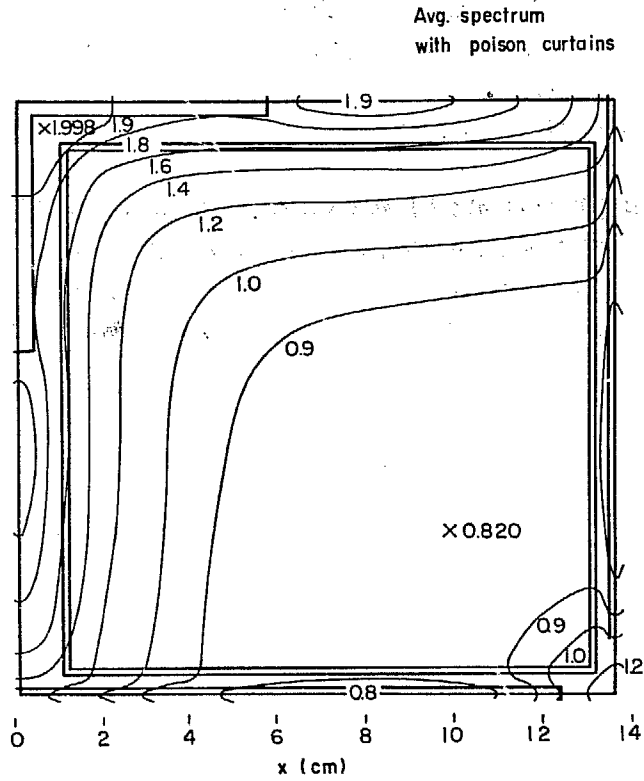


Fig. 19 Thermal neutron flux distribution in the fuel assembly cell

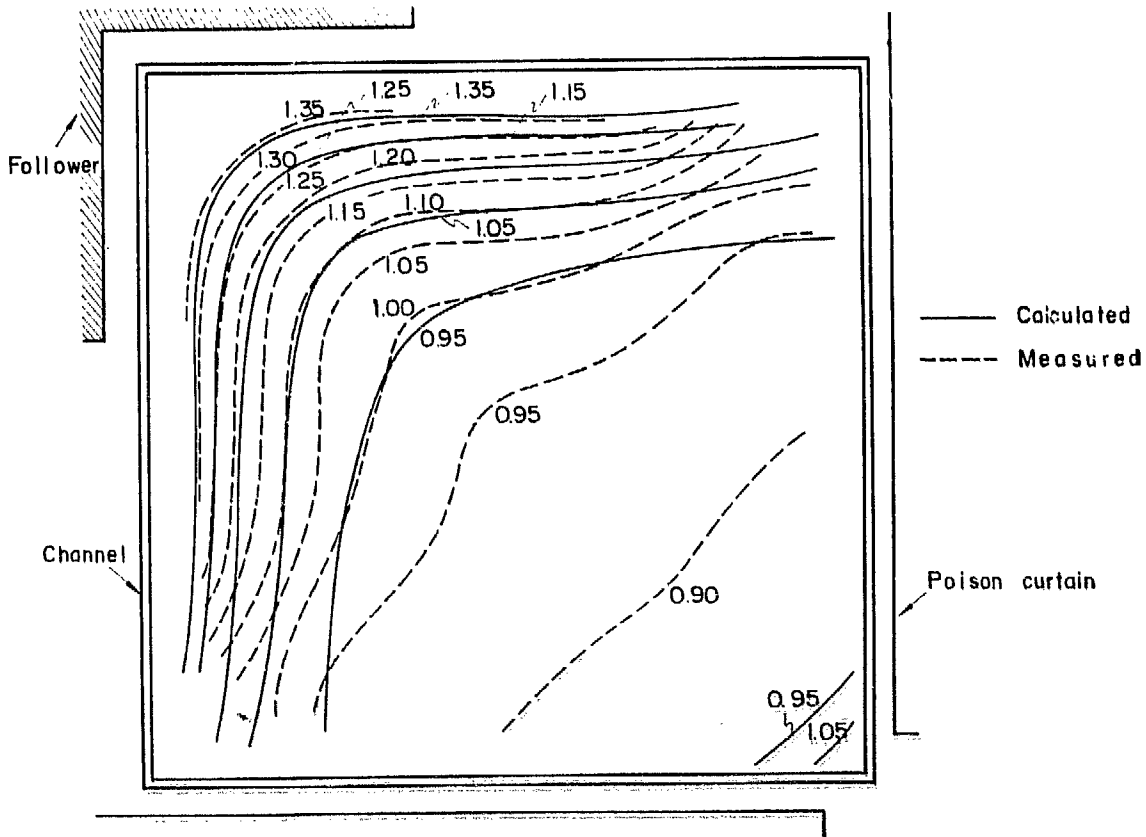


Fig. 20 Thermal neutron flux distribution within the fuel assembly A-17

して実験結果の分布を求めた。計算では燃料減速材領域の平均断面積を使用して分布を求め、この領域内全体で規格化している。両者の間で規格化の条件が完全に等しくないことは今後の検討事項である。実験の詳細については文献 26 を参照されたい。

TABLE 10 および TABLE 11 には熱群中性子束に対するエピサーマル群および高速群中性子束の比率を、燃料棒セル領域中性子束および燃料要素セル平均中性子束に関して計算した結果を示している。毒物カーテンがある場合とない場合では、前者の方がこの比率は大きくなっているが、これは前者の場合に熱群での中性子吸収が後者より大きいので、熱中性子束が低下したためである。また、各ケースの間で比較すると、ケース①およびケース②の場合には他のケースと比べてこの比率がわずかに大きい。このケースでは  $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収が大きいために共鳴を逃れて熱群へ減速する中性子が減少し、熱中性子束が他のケースの場合より低下したためである。

### 7.3 燃料要素セル平均断面積および $k_{\infty}$

燃料要素セル内 3 群中性子束分布の計算から求まるエネルギー群毎領域毎の平均中性子束  $\phi_{ig}$  を用いて、燃料要素セル平均断面積  $\Sigma_g$  ( $\Sigma_{ag}$ ,  $\Sigma_{rg}$ ,  $\nu\Sigma_{fg}$ ) を次式から計算した。

$$\Sigma_g = \frac{\sum_i \Sigma_{ig} \phi_{ig} V_i}{\sum_i \phi_{ig} V_i}$$

ただし、高速群およびエピサーマル群の拡散係数としては、燃料要素セルについて UGMG コードから求めた値を用いることとし、また、熱群拡散係数は熱群平均輸送断面積から求めた。

TABLE 10 Average cross sections of fuel assembly cell without poison curtains

Case	② $p^{28}$ exp. Fuel rod cell spectr.	③ Fuel assembly cell spectr.	④ Fuel rod cell spectr.	⑤ Fuel assembly cell spectr. uniform $\Sigma_r$
$\Sigma_{a1}$	0.002997	0.002964	0.002998	0.002958
$\Sigma_{r1}$	0.052391	0.051437	0.052390	0.052506
$\nu\Sigma_{f1}$	0.003442	0.003491	0.003443	0.003521
$D_1$	1.47207	1.43504	1.47204	1.47788
$\Sigma_{a2}$	0.017680	0.016134	0.015687	0.016321
$\Sigma_{r2}$	0.088243	0.088387	0.090234	0.091445
$\nu\Sigma_{f2}$	0.010019	0.010154	0.010020	0.010365
$D_2$	0.68000	0.68361	0.68000	0.68504
$\Sigma_{a3}$	0.071220	0.071468	0.071428	0.074791
$\nu\Sigma_{f3}$	0.104926	0.105756	0.105313	0.111795
$D_3$	0.21837	0.22094	0.21845	0.22081
$k_1$	0.06215	0.06416	0.06216	0.06348
$k_2$	0.08947	0.09185	0.08948	0.09105
$k_3$	1.16094	1.18319	1.18806	1.20075
$k_{\infty}$	1.31256	1.33921	1.33969	1.35528
$\beta_1$	0.94589	0.94552	0.94588	0.94667
$\beta_2$	0.83309	0.84564	0.85190	0.84855
$\beta_{12}$	0.78801	0.79957	0.80579	0.80330
$\eta f_2$	0.09459	0.09715	0.09460	0.09618
$\eta f_3$	1.47327	1.47977	1.47440	1.49478
$(\phi_1/\phi_3)_{fuel}$	1.912	1.914	1.869	1.869
$(\phi_2/\phi_3)_{fuel}$	0.936	0.920	0.914	0.902
$(\phi_1/\phi_3)_{cell}$	1.632	1.643	1.600	1.679
$(\phi_2/\phi_3)_{cell}$	0.807	0.809	0.792	0.818
$\Delta k_{\infty}/k_{\infty}^{(3)}$	-0.01990	—	0.00036	0.01200

燃料要素セル平均断面積のセット(3群核定数セット)は、毒物カーテンがある場合とない場合の各ケースについて求めた。計算結果の核定数一覧表を TABLE 10 および TABLE 11 に示す。TABLE 10 のケース④は高速群断面積を燃料棒セルと水ギャップで独立に計算し、熱群水ギャップ・スペクトルとして燃料棒セルと純水のスペクトルの平均を用いた場合である。ケース②は燃料減速材領域の  $\Sigma_{a2}$  を  $p^{28}$  の実験式から求めた以外はケース④と同じ断面積を用いて計算した結果である。ゆえに、ケース②とケース④の平均断面積を比較すると、主としてエピサーマル群の  $\Sigma_{a2}$  および  $\Sigma_{r2}$  が異なっている。ケース③は高速群断面積および熱群水ギャップ断面積を、燃料要素セル・スペクトルから計算した場合である。ケース③はケース④に比べて、エピサーマル群の  $\Sigma_{a2}$  および  $\nu\Sigma_{f2}$  がわずかに大きい、 $\Sigma_{r2}$  はわずかに小さい。これは両者でエピサーマル中性子束分布が異なるためである。しかしながら、ケース③の吸収を逃れる確率の減少分(約0.7%)は、高速群および熱群の分裂の増加分(約0.7%)とちょうどキャンセルしている。ケース⑤は高速2群の減速断面積を領域毎に与えず、燃料要素セル内で一様に与えた場合である。この場合には他のケースと比べて、熱群中性子束分布の燃料減速材領域における低下が少なくなるので、熱群の吸収および分裂断面積が増加し、熱中性子利用率が大きくなる。

TABLE 11 Average cross sections of fuel assembly cell with poison curtains

Case	① $p^{28}$ exp. Fuel assembly cell spectr.	⑦ Fuel assembly cell spectr.	⑧ Fuel rod cell spectr.	⑥ Logarithmic derivative boundary	⑨ Fuel assembly cell spectr. uniform $\Sigma_r$
$\Sigma_{a1}$	0.002976	0.002941	0.002978	0.002941	0.002930
$\Sigma_{r1}$	0.051233	0.050489	0.051231	0.050488	0.051276
$\nu\Sigma_{f1}$	0.003438	0.003452	0.003441	0.003452	0.003478
$D_1$	1.45754	1.43510	1.45742	1.43510	1.46217
$\Sigma_{a2}$	0.018131	0.016257	0.016148	0.016259	0.016439
$\Sigma_{r2}$	0.084820	0.085552	0.086794	0.085550	0.088123
$\nu\Sigma_{f2}$	0.009991	0.010001	0.009996	0.010001	0.010195
$D_2$	0.67103	0.67443	0.67106	0.67443	0.67589
$\Sigma_{a3}$	0.079990	0.080109	0.080885	0.079033	0.083487
$\nu\Sigma_{f3}$	0.107934	0.108711	0.108556	0.108406	0.115085
$D_3$	0.22522	0.22527	0.22048	0.22519	0.22493
$k_1$	0.06343	0.06461	0.06347	0.06461	0.06416
$k_2$	0.09172	0.09282	0.09177	0.09283	0.09223
$k_3$	1.05068	1.07758	1.06940	1.08916	1.09896
$k_{\infty}$	1.20582	1.23501	1.22464	1.24659	1.25535
$\rho_1$	0.94510	0.94496	0.94507	0.94496	0.94595
$\rho_2$	0.82389	0.84032	0.84313	0.84030	0.84278
$\rho_{10}$	0.77866	0.79407	0.79682	0.79405	0.79723
$\eta f_2$	0.09705	0.09823	0.09710	0.09824	0.09750
$\eta f_3$	1.34934	1.35703	1.34209	1.37165	1.37848
$(\phi_1/\phi_3)_{fuel}$	2.157	2.138	2.120	2.117	2.087
$(\phi_2/\phi_3)_{fuel}$	1.060	1.037	1.042	1.027	1.014
$(\phi_1/\phi_3)_{cell}$	1.912	1.888	1.873	1.865	1.932
$(\phi_2/\phi_3)_{cell}$	0.952	0.936	0.932	0.925	0.947
$\Delta k_{\infty}/k_{\infty} \textcircled{7}$	-0.02364	—	-0.00840	0.00938	0.01647

毒物カーテンがある場合 (TABLE 11) についても計算条件の相異による燃料要素セル内平均3群断面積の相異の比較は、上記と同様である。ただ、毒物カーテンを対数微分で取扱う場合(ケース⑥)には、拡散領域とする場合(ケース⑦)に比べて、熱群吸収断面積  $\Sigma_{a3}$  が1.4%小さくなる。

なお、このようにして求めた燃料要素セル平均断面積は炉心のグロスな3群中性子束分布を計算する際の核定数として使用する。筆者らの臨界計算においては、「8. コネクタおよび  $Dy_2O_3$  のペレット反応度効果」で述べる反応度効果を求めるための軸方向1次元計算の際にこの平均核定数を用いた。

燃料要素セル平均断面積を用いて、次式から燃料要素セルの無限増倍率  $k_{\infty}$  を計算した。なお、この  $k_{\infty}$

の値は PDQ コードによる燃料要素セル内 3 群中性子束分布計算の固有値と計算精度内で一致している (誤差 0.00009 以下).

$$k_{\infty} = k_1 + k_2 + k_3$$

$$k_1 = p_1 \frac{\nu \Sigma_{f1}}{\Sigma_{r1}}, \quad p_1 = \frac{\Sigma_{r1}}{\Sigma_{r1} + \Sigma_{a1}}$$

$$k_2 = p_1 p_2 \frac{\nu \Sigma_{f2}}{\Sigma_{r2}}, \quad p_2 = \frac{\Sigma_{r2}}{\Sigma_{r2} + \Sigma_{a2}}$$

$$k_3 = p_1 p_2 \frac{\nu \Sigma_{f3}}{\Sigma_{a2}}$$

毒物カーテンがある場合とない場合の各ケースの  $k_{\infty}$  の計算結果も TABLE 10 および TABLE 11 に示している. TABLE 10 のケース③と④の  $k_{\infty}$  は一致している (差は 0.04% 以下). すなわち, 毒物カーテンがない場合には, 高速群スペクトルおよび熱群水ギャップ・スペクトルの相異は問題にならない (すでに述べたように, ケース③のエピサーマル吸収を逃れる確率の減少は, 各群の分裂の増加とキャンセルしている). ケース③と④および①と⑦の比較から判るように,  $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収をヘルストランドの実験式から求めたケース (②および①) は, ドップラー効果を見捨て共鳴パラメータから求めた場合に比べ, 2.0~2.4%  $k_{\infty}$  が小さくなっている. この差は実効共鳴積分の 16.3% の差に基くものである.

TABLE 11 の毒物カーテンを対数微分境界条件で取扱った場合 (ケース⑥) と, 拡散領域とした場合 (ケース⑦) を比較すると, ケース⑥は  $k_{\infty}$  が 0.94% 大きくなっているが, これは熱群平均吸収断面積の (約 1.4% の) 減少によるものである.

高速 2 群の減速断面積を燃料要素内の領域毎に与えた場合と, 一様に与えた場合 (TABLE 10 のケース③と⑤および TABLE 11 のケース⑦と⑨) の  $k_{\infty}$  を比べると, 後者の  $k_{\infty}$  の方が毒物カーテンがない場合に 1.2%, ある場合に 1.6% 大きくなる. この相異は熱中性子束分布の相異に基くものである. この結果から減速断面積を一様に与える近似法は臨界計算には不適當なことが判る.

## 8. コネクタおよび $Dy_2O_3$ ペレットの反応度効果

### 8.1 1次元拡散コードによるコネクタ効果補正計算

2.2 燃料棒の構造において述べたように、JPDR の燃料棒は2本の燃料棒セグメントをジルカロイ製コネクタで接合したものからなる。このコネクタ（炉心中央高さにある）の領域では吸収が少ないために、コネクタ近傍では熱中性子束のピークが生じる。このピーキングを抑えるために、コネクタに隣接した  $UO_2$  ペレット（長さ 1.27 cm）には熱中性子吸収物質  $Dy_2O_3$  を添加している。

JPDR の最小臨界炉心は  $z$  方向（高さ方向）の寸法（146.6 cm）に比べて、 $x$  および  $y$  方向（水平方向）の寸法（毒物カーテンなしで 41.0 cm）が小さいので、臨界計算の際には、 $x$ - $y$  平面における炉心からの中性子漏洩を正しく評価する必要がある。また、軸方向中性子束分布に対しては、上述したコネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの効果が強く影響する。

$x$ - $y$  方向への漏洩と  $z$  方向のコネクタ効果を同時に計算するには、3次元拡散コードにより臨界計算をする必要があるが、3次元拡散コードは使用できなかった。また、たとえ3次元拡散コードが使用できたとしても、メッシュ点数の制限または計算時間の制限のためにコネクタ効果を正確に計算することはできない。

ゆえに、筆者らは、 $x$ - $y$  平面での2次元計算と、 $z$  方向の1次元計算の組合せにより最小臨界計算をおこなうことにした。 $x$ - $y$  方向2次元計算には2次元拡散コード PDQ を使用し、この際  $z$  方向への漏洩はコネクタ部分に燃料がつかまっていると仮定したバックリングで表わした。 $z$  方向1次元計算には、1次元拡散コード PROD-II を使用した。この1次元計算は、コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットが存在する場合と、その代りに燃料（標準の  $UO_2$  ペレット）があるとした場合の両方でおこない、両者の  $k_{eff}$  の差をコネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットによる反応度損失とした。この計算は、垂直方向バックリングをパラメータとして、毒物カーテンがある場合とない場合についておこなった。

1次元拡散コード PROD-II は IBM-650 用多群多領域1次元拡散コードである。拡散方程式の解き方は標準の recurrence 法である。Source iteration の加速はおこなっていない。

筆者らは、 $z$  方向中性子束分布が炉心中央高さ（コネクタの中心）に関して対称であると仮定して、体系をコネクタ領域、 $Dy_2O_3$  ペレット領域、標準の燃料領域および反射体の4領域にわけた。

### 8.2 毒物カーテンなしの場合のコネクタ補正

毒物カーテンがない場合のコネクタおよび  $Dy_2O_3$  の効果は垂直方向バックリング  $B_{xy}^2$  をパラメータとして計算した。バックリングの値は

$$B_{xy}^2: 0.006, 0.008, 0.010 \text{ cm}^{-2}$$

の3種である。

使用した燃料領域の核定数は、「7. 燃料要素セル内2次元中性子束分布」で述べた、燃料要素セル平均3群断面積の内の (i) 燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトル、領域毎  $\Sigma_i$  の場合の計算結果である。 $Dy_2O_3$  ペレット領域の核定数としては、燃料領域のそれに  $Dy_2O_3$  の熱群吸収断面積の補正項を加えた値を用いた。コネクタおよび反射体領域の核定数は、燃料棒がジルカロイで満たされているとして、燃料要素セルについて体積平均をとった値を用いた（実際には、反射体領域の内  $UO_2$  ペレット下端（および上端）から 8.4 cm は中空の分裂生成ガス・プレナムになっている）。

直角方向バックリング  $B_{xy}^2$  をパラメータとしてコネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットを考慮した場合の  $k_{eff}$  と、その代りに燃料があるとした場合の  $k_{eff}'$  を計算した。計算結果を Fig. 21 に示す。Fig. 21 から判るように、 $k_{eff}'$  と  $k_{eff}$  の差  $\Delta k_{eff}$  はこのバックリングの範囲ではほぼ一定であり、 $k_{eff}=1.00$  の付近で  $\Delta k_{eff} =$

-0.0131 である。

TABLE 12 に示したように、この  $B_{xy}^2$  の範囲では比  $k_{eff}/k_{eff}'=0.987$  となり、偏差は 0.0003 しかない。ゆえに、最小自乗法により

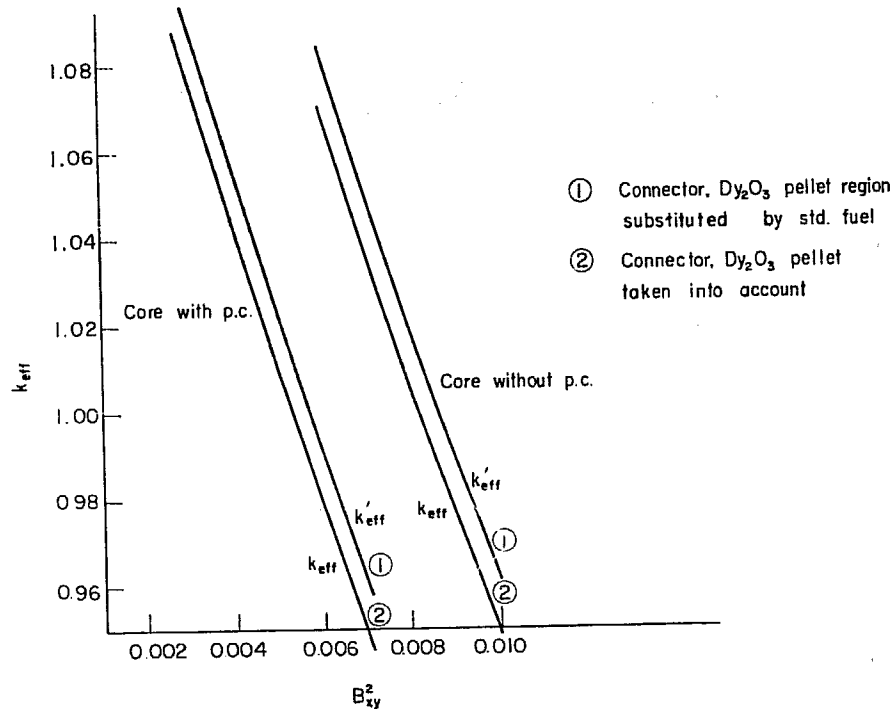


Fig. 21 Effect of the connector and  $Dy_2O_3$  pellets

TABLE 12 Reactivity effect of connectors and  $Dy_2O_3$  pellets

$k_{eff}$ : connector and  $Dy_2O_3$  pellets taken into account

$k_{eff}'$ : connector and  $Dy_2O_3$  pellets substituted by fuel

$$k_{eff} = (ak_{eff}' + b)k_{eff}'$$

1. The case without poison curtains

$i$	$k_{eff}'i$	$(k_{eff}'i)^2$	$k_{eff}i$	$k_{eff}i/k_{eff}'i$	check $k_{eff}i$	$B_{\perp}^2$
1	1.08440	1.17592	1.07054	0.987219	1.07065	0.006
2	1.01956	1.03950	1.00639	0.987082	1.00629	0.008
3	0.96114	0.92379	0.94833	0.986672	0.94833	0.010
Sum	3.06510	3.13921	3.02526	2.960973		

$$a = \frac{\sum_i k_{eff}i - \frac{1}{3} \sum_i \frac{k_{eff}i}{k_{eff}'i} \sum_i k_{eff}'i}{\sum_i (k_{eff}'i)^2 - \frac{1}{3} (\sum_i k_{eff}'i)^2} = 0.005263$$

$$b = \frac{1}{3} \left( \sum_i \frac{k_{eff}i}{k_{eff}'i} - a \sum_i k_{eff}'i \right) = 0.981614$$

$$k_{eff} = (0.005263 k_{eff}' + 0.981614) k_{eff}'$$

2. The case with poison curtains

$i$	$k_{eff}'i$	$(k_{eff}'i)^2$	$k_{eff}i$	$k_{eff}i/k_{eff}'i$	check $k_{eff}i$	$B_{\perp}^2$
1	1.09124	1.19080	1.07837	0.988206	1.07835	0.003
2	1.02268	1.04587	1.01018	0.987777	1.01019	0.005
3	0.96097	0.92346	0.94887	0.987409	0.94888	0.007
Sum	3.07489	3.16013	3.03742	2.963392		

$$a = 0.005896$$

$$b = 0.981753$$

$$k_{eff} = (0.005896 k_{eff}' + 0.981753) k_{eff}'$$



$$k_{eff}/k_{eff}' = a k_{eff} + b$$

なる1次式にフィットし、係数  $a$  および  $b$  を求めた。計算結果は次式のようになる。

$$k_{eff} = (0.005263 k_{eff}' + 0.981614) k_{eff}'$$

いま、コネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットの代わりに、燃料があるとして体系の  $k_{eff}'$  を求めることができれば、上記の関係式から、コネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットがある場合の体系の  $k_{eff}$  が求まる。なお、 $k_{eff}=1.00$  における  $\Delta k_{eff}$  は  $-0.0131$  である。

Fig. 21 から、 $k_{eff}=1.00$  となる  $B_{xy}^2$  を求めると  $0.0082 \text{ cm}^{-2}$  である。

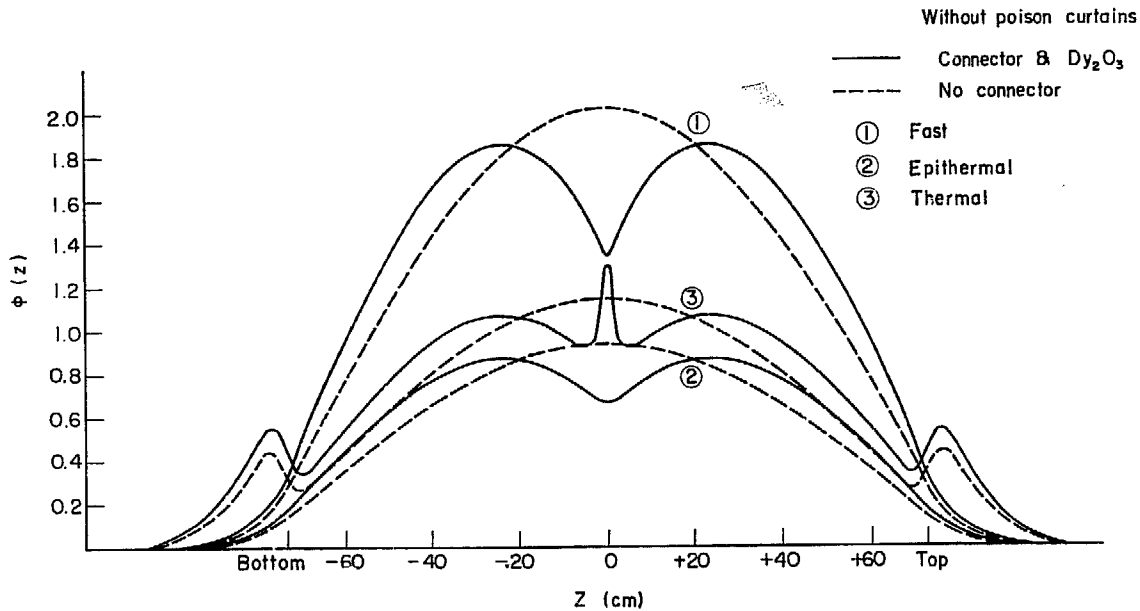


Fig. 22 Axial neutron flux distribution

コネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットがある場合とない場合の3群中性子束分布を Fig. 22 に示す。この図のコネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットがある場合の高速群およびエピサーマル群中性子束分布は、炉心中心高さでコネクタおよび Dy のために中性子束が急激に低下し、炉心中心高さから  $\pm 25 \text{ cm}$  の位置に中性子束のピークが生じている。また、熱中性子束分布はコネクタの位置で鋭いピークを生じ、Dy の吸収のために中性子束が低下した後、ふたたび  $\pm 25 \text{ cm}$  の位置にピークが生じている。このような熱中性子束分布は、Kahl の BWR の軸方向熱中性子束分布測定結果からも予測されたことであるが、コネクタと Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットの効果がよく現れている。

なお、GE はコネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ペレットの反応度効果の計算の際に、核定数として燃料棒セル平均断面積を用いて軸方向中性子束分布計算をおこない、反応度損失が  $\Delta k/k = 2.5\%$  になるとしている。

### 8.3 毒物カーテンありの場合のコネクタ補正

毒物カーテンがある場合のコネクタ効果の計算は毒物カーテンがない場合のそれと同様におこなった。この場合垂直方向バックリング  $B_{xy}^2$  としては

$$B_{xy}^2: 0.003, 0.005, 0.007 \text{ cm}^{-2}$$

を用いた。使用した燃料領域核定数は毒物カーテンありの場合の (i) 燃料棒セル内および水ギャップ・スペクトル、領域毎  $\Sigma_r$  の値である。ジスプロシウム (Dy) の効果は 8.2 の場合と同様に熱群断面積の補正項で表した。

毒物カーテンがある場合の  $k_{eff}$  と  $k_{eff}'$  の計算結果も Fig. 21 に示す。 $k_{eff}$  と  $k_{eff}'$  の差はこのバックリング範囲ではほぼ一定である。

8.2 の場合と同様に、 $k_{eff}$  (コネクタおよび Dy<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 考慮の場合) と  $k_{eff}'$  (コネクタの代わりに燃料があると

した場合) の関係式を最小自乗法で求めると次式となる (TABLE 12 参照).

$$k_{\text{eff}} = (0.005896 k_{\text{eff}}' + 0.981753) k_{\text{eff}}'$$

この式から,  $k_{\text{eff}}=1.00$  における  $\Delta k_{\text{eff}}$  は  $-0.0124$  となる. すなわち, 毒物カーテンがある場合にはない場合に比べてコネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  による反応度損失が  $0.0007$  少なくなっている. 毒物カーテンがある場合には, カーテンによる吸収のためにコネクタによる吸収の減少および  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットによる吸収の増加の効果が相対的に弱まると考えられる.

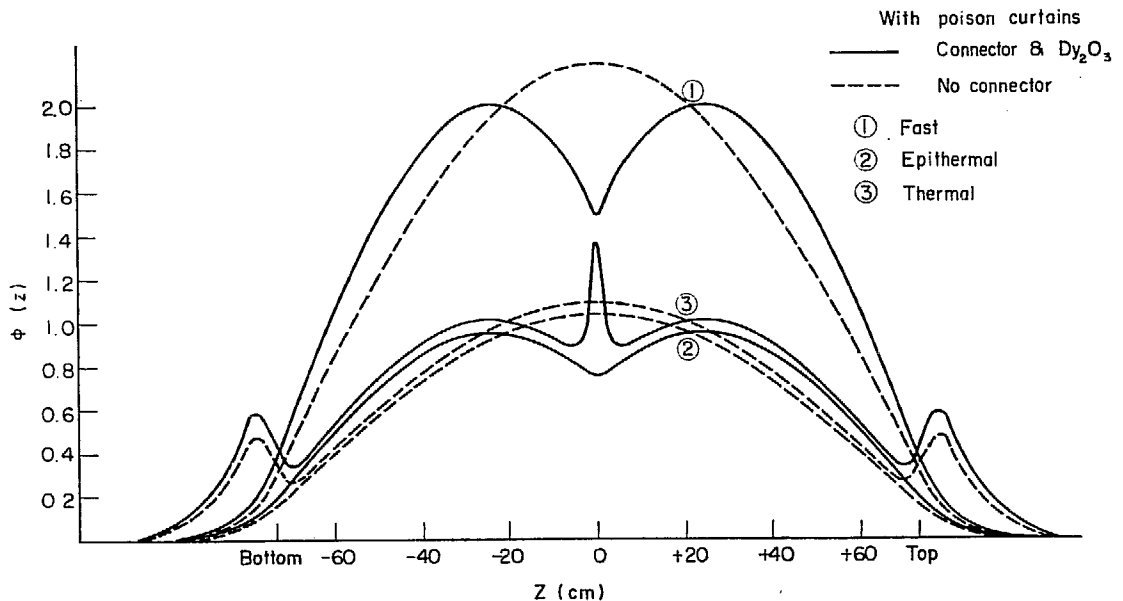


Fig. 23 Axial neutron flux distribution

毒物カーテンがある場合のコネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットを考慮した 3 群中性子束分布を Fig. 23 に示す. Fig. 23 の全般的傾向は 8.2 で述べた毒物カーテンがない場合の分布と同じである. 毒物カーテンがない場合と比較して異なるところは, 熱群中性子束のエピサーマル群中性子束に対する比が Fig. 23 の場合には小さくなっていることである. これは毒物カーテンにより炉心の熱群吸収断面積が増加したためである.

#### 8.4 下側反射体領域の制御棒の効果

コネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットの反応度効果の計算の際には, 軸方向 ( $z$  方向) 中性子束分布が炉心中心高さに関して対称であると仮定した (8.1 参照). しかしながら, JPDR の制御棒は炉心の下側から駆動されるので, 制御棒完全引抜の状態でも, 下側反射体領域には強い熱中性子吸収体である制御棒が存在する. このため熱中性子束分布は, 下側反射体の領域において, 上側反射体領域に比べて, 低下するはずである.

下側反射体領域にある完全引抜状態の制御棒の反応度効果を調べるために, 1 次元拡散コード FOG による軸方向中性子束分布計算をおこなった. 軸方向の領域区分は, 下側反射体領域を除けば, コネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットの反応度効果の計算の際に用いた領域区分と同じである. 炉心から制御棒を完全に引抜いた状態では, 制御棒毒物部分の上端は炉心下端より  $4.13 \text{ cm}$  下方にある. したがって, 下側反射体を制御棒毒物部分を含む (炉心下端より  $4.13 \text{ cm}$  以下の) 領域と, それを含まない (炉心下端から下方へ  $4.13 \text{ cm}$  までの) 領域とに分割し, 下側反射体領域の制御棒の効果を検討した場合としない場合の 3 群中性子束分布をそれぞれ計算した.

下側反射体に制御棒がある場合とない場合の熱中性子束分布の比較を Fig. 24 に示す. この図から, 炉心領域での 2 つの中性子束分布はほぼ一致しているが, 下側反射体領域では制御棒の存在による熱中性子束の急激な減少がみられる. しかしながら, この図の 2 つの場合で, 反応度の差  $\Delta k_{\text{eff}}$  はわずかに  $0.0005$  であ

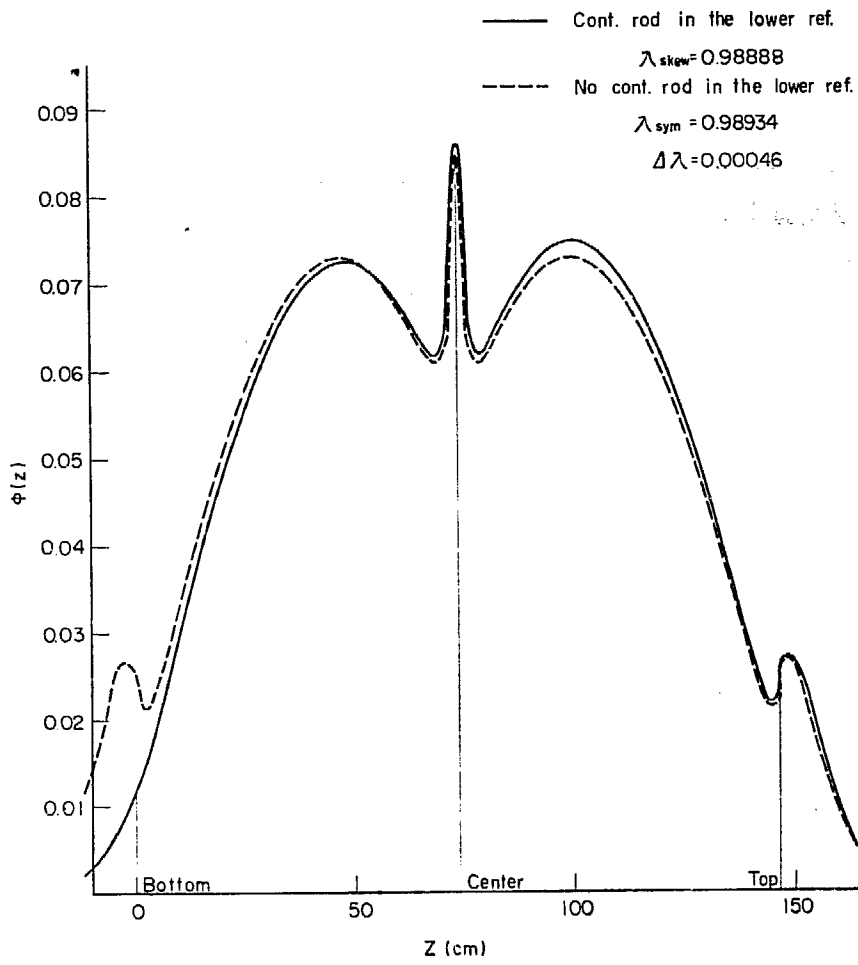


Fig. 24 Effect of control rods in the lower reflector

った。下側反射体領域にある制御棒の反応度効果は小さいので、最小臨界計算の際にはこの補正はおこなわなかつた。

## 9. 最小臨界計算

### 9.1 最小臨界計算手順

すでに「8. コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの反応度効果」に述べたように、JPDR の最小臨界炉心は  $z$  方向（高さ方向）の寸法（146.6 cm）に比べて、 $x$  および  $y$  方向（水平方向）の寸法（毒物カーテンなしで 41.0 cm）が小さいので、最小臨界計算においては  $x$ - $y$  平面における炉心からの漏洩を正しく評価する必要がある。また、コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットは炉心の  $k_{eff}$  および軸方向中性子束分布に影響を与える。

ゆえに、最小臨界炉心の計算手順としては、

- (1) 燃料要素数をパラメータとして、2次元拡散コード PDQ による  $x$ - $y$  平面3群臨界計算をおこない、体系の  $k_{eff}'$  を求める。
- (2) 毒物カーテンがない場合には、炉心の水ギャップ領域にあるイン・コア・モニタ・チューブによる反応度損失を考慮し、 $k_{eff}'$  を補正する。
- (3) コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの反応度効果は「8. コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの反応度効果」に述べた補正式を用いて計算し、コネクタ等を見捨てた実効倍率  $k_{eff}'$  から、それを考慮した実効倍率  $k_{eff}$  を求める。

という手順を用いた。

PDQ コードにより  $x$ - $y$  平面3群中性子束分布計算をおこなう際には、計算すべき体系を燃料要素チャンネル内の燃料減速材領域、燃料要素チャンネル間の水ギャップ領域および炉心を取り囲む水反射体領域に分けた。さらに、水ギャップ領域は核定数の異なる2つ（毒物カーテンなしの場合）または3つ（毒物カーテンありの場合）の領域に分割した。これらの領域は、制御棒ホロウ、チャンネルの  $1/4$  およびその付近のギャップ水を含む領域、チャンネルおよびギャップ水を含む領域（および毒物カーテンがある場合には、毒物カーテン、チャンネルおよびその付近のギャップ水を含む領域）である。これらの2つまたは3つの水ギャップ領域の平均断面積としては、その領域に含まれる各物質の断面積  $\Sigma_i$  にその物質の体積率  $V_i$  をかけて平均した値を用いた。

$$\langle \Sigma \rangle = \frac{\sum_i \Sigma_i V_i}{\sum_i V_i}$$

燃料要素チャンネル内の燃料減速材領域の熱群断面積としては、6.3 で求めた燃料棒セル内熱群平均断面積を用いた。また、この領域の高速群およびエプサーマル群断面積としては 4.4 で求めた燃料棒セル内平均断面積を用いた。反射材領域は水のみで構成されたとした（実際には、反射材領域の一部にはダミー燃料、核計装（CIC）、および制御棒が装荷されていた。）

炉心部分の核定数としては、7.1 で述べたように、スペクトル計算法および  $^{238}U$  共鳴吸収計算法の相異により、下記の4種の異なる核定数セットがある。

- (1) 燃料棒セルおよび水ギャップ・スペクトルのケース
- (2) 燃料要素セル平均スペクトルのケース
- (3)  $p^{28}$  実験式、他は (1) と同じ（毒物カーテンなし）
- (4)  $p^{28}$  実験式、他は (2) と同じ（毒物カーテンあり）

ゆえに、PDQ による  $x$ - $y$  平面中性子束分布計算の際には、各燃料棒本数毎に上記ケース (1)、(2) および (3) または (4) の断面積を用いてそれぞれ臨界計算をおこなった。

## 9.2 毒物カーテンなしの最小臨界

毒物カーテンがない場合の制御棒完全引抜き状態の炉心の実効倍率を、燃料要素数が4本、6本、7本、8本および9本の炉心について、9.1 に述べた手順に従って計算した。1963年8月22日の最小臨界実験以前には、筆者らはケース1 (9.1 の (1) の場合) およびケース2 (9.1 の (2) の場合) の2種類の核定数セットを用いて計算をおこなった。計算結果を TABLE 13 に示している。

TABLE 13 の  $k_{eff}'$  (PDQ) の欄の値は、PDQ コードによる  $x-y$  2次元計算から得られた固有値である。この  $k_{eff}'$  に 8.2 で述べたコネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの効果の補正 (約 -1.3%) をおこない、さらに 9.4 で述べるイン・コア・モニタ管による反応度損失 (約 -0.5%) の補正をおこなうと、その体系の実効倍率  $k_{eff}$  (corrected) が求まる。TABLE 13 の  $k_{eff}$  (corrected) の値は、9本炉心 (3本×3本正方) の場合、ケース1で 1.0355、ケース2で 1.0364 であり、8本炉心 (3本×3本正方-隅の1本) の場合ケース1で 1.0084、ケース2で 1.0093 となった。7本炉心の場合には、臨界未満 (0.9798~0.9807) であ

TABLE 13 Minimum criticality estimation  
(Effect of connectors and  $Dy_2O_3$  pellets corrected)

No. of fuel elements	Cross section used	$k_{eff}'$ (PDQ)	$k_{eff}$ (corrected)	Remarks
9	Case 1	1.0551	1.0355	No p.c., In core tube effect taken into account
	" 2	1.0560	1.0364	
	" 3	1.0345	1.0152	
8	" 1	1.0266	1.0084	" "
	" 2	1.0275	1.0093	" "
	" 3	1.0070	0.9890	" "
7	" 1	0.9978	0.9798	" "
	" 2	0.9987	0.9807	" "
6	" 2	0.9659	0.9537	"
4	" 2	0.8775	0.8655	"
15	Case 1	1.0319	1.0193	12 p.c.,
	" 2	1.0400	1.0274	
	" 4	1.0218	1.0093	
14	" 1	1.0223	1.0098	"
	" 2	1.0304	1.0178	"
	" 4	1.0122	0.9998	"
13	" 1	1.0079	0.9955	"
	" 2	1.0160	1.0035	"
12	" 1	0.9985	0.9862	"
	" 2	1.0063	0.9939	"
9	" 2	0.9658	0.9537	"

Note: p.c.: No. of poison curtains in the core

Case 1: Fuel rod cell spectrum and water gap spectrum were used to calculate avg. cross sections.

Case 2: Fuel assembly cell spectrum was used to calculate avg. cross sect.

Case 3: The same as case 1, except that resonance abs. of  $^{238}U$  was calc. by use of Hellstrand's formula.

Case 4: The same as case 2, except that resonance abs. of  $^{238}U$  was calc. by use of HELLSTRAND'S formula.

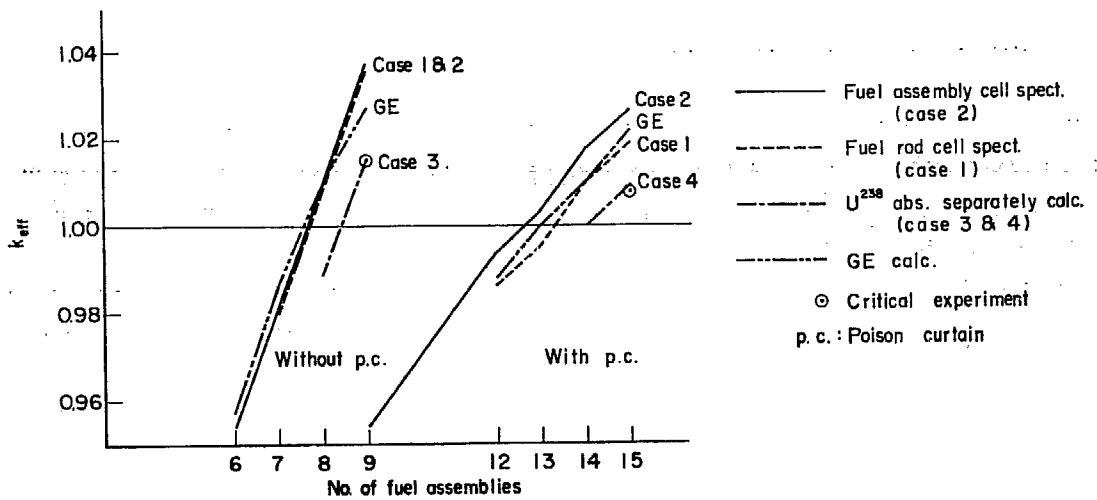


Fig. 25 Minimum critical loading

る。ゆえに、筆者らは毒物カーテンなしの JPDR 最小臨界炉心は、燃料要素 8 本の炉心であると予測した ( $k_{\text{eff}}$  と燃料要素数の関係は Fig. 25 に示している)。なお、GE APED の計算では 9 本、8 本および 7 本の炉心の  $k_{\text{eff}}$  は、それぞれ、1.027、1.010 および 0.986 であった<sup>25)</sup>。すなわち、GE の計算結果と筆者らのそれとは 8 本炉心の場合によく一致している。9 本炉心と 8 本炉心の反応度の差  $\Delta k_{\text{eff}}$  は、筆者らの場合 0.0271 であり、GE の計算では 0.017 である。また、8 本炉心と 7 本炉心の反応度の差は、筆者らの計算では 0.0286 で、GE のそれは 0.024 である。すなわち、筆者らの計算では、7 本から 8 本への反応度増加と 8 本から 9 本への反応度増加の差は 0.002 しかないが、GE の計算では 0.007 となる。

1963 年 8 月 22 日の臨界実験の結果、毒物カーテンなしの最小臨界は 9 本炉心において達成された。この 9 本炉心の  $k_{\text{eff}}$  は実験により 1.015 であることが判った。

筆者らの計算と臨界実験の間に燃料要素 1 本の相違が生じたので、計算に用いた核定数の再検討をおこなった。すでに、4.2 で述べたように、UGMG コードにより高速群およびエピサーマル群の核定数を計算する際に共鳴レベル・パラメータを用いた実効共鳴積分の計算には、ドップラー効果の寄与が含まれていなかった。4.3 に述べた  $^{238}\text{U}$  の実効共鳴積分に関するヘルストランドの実験式を用いて、 $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収を逃れる確率を計算すると、常温におけるドップラー効果は含まれている。ヘルストランドの実験式による実効共鳴積分 (17.85 バーン) は UGMG による実効共鳴積分 (14.76 バーン) より 3.09 バーン大きくなる。

ゆえに、 $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収効果のみをヘルストランドの実験式から計算し、他の核定数は、ケース 1 の場合と同じ値とした新しい核定数セットを用いて、最小臨界計算をおこなった。この計算結果が TABLE 13 のケース 3 の場合である。

TABLE 13 から判るように、ケース 3 の場合  $k_{\text{eff}}$  (corrected) は毒物カーテンなしで 8 本炉心の場合 0.9890 であり、同じく 9 本炉心の場合 1.0152 である。すなわち、ケース 3 の臨界計算結果は 9 本炉心で臨界超過となり、その  $k_{\text{eff}}$  (1.0152) は臨界実験から求めた  $k_{\text{eff}}=1.015$  とよく一致している。

ケース 1 の核定数セットを用いて得られた  $k_{\text{eff}}$  と、ケース 3 のそれとの差は 0.0194~0.0203 である。この差は実効共鳴積分の相違による  $\Delta k_{\infty}$  の 0.0271 の差に起因するものである (TABLE 10 参照)。

ケース 1 とケース 2 の核定数の相違は高速群スペクトル計算と熱群水ギャップ・スペクトル計算における相違に基いている。7.3 に述べたように毒物カーテンがない場合にはケース 1 とケース 2 の  $k_{\infty}$  の差は無視できる。TABLE 14 に示したように臨界計算の結果でも、ケース 1 とケース 2 の  $k_{\text{eff}}$  (PDQ) の差は 0.00096~0.00084 であり、両者の差は無視できる。この事実、高速群スペクトルを燃料要素セルについて計算することと、燃料棒セルと水ギャップと別個に計算することとの相違は、臨界計算にはほとんど影響を与えないし、また、毒物カーテンのような強い熱中性子吸収物質がない場合には、水ギャップの熱群スペクトル計算方法の上述した相違も無視できることを意味している。

上述した計算結果から、毒物カーテンなしの JPDR 炉心の場合、ケース 1 および 2 のように核定数計算を

すべてエネルギー毎のマイクロ断面積および共鳴パラメータから計算し、その際、 $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収のドップラー効果を無視すると、最小臨界計算において、 $k_{\text{eff}}$  は約 2% (燃料要素 1 本分) 過大評価となるが、 $^{238}\text{U}$  の共鳴吸収を実験式から計算するケース 3 の場合には、最小臨界計算は実験と非常によい一致を示す、と結論できる。

なお、Fig. 26 に 9 本炉心の 3 群中性子束分布を示す。

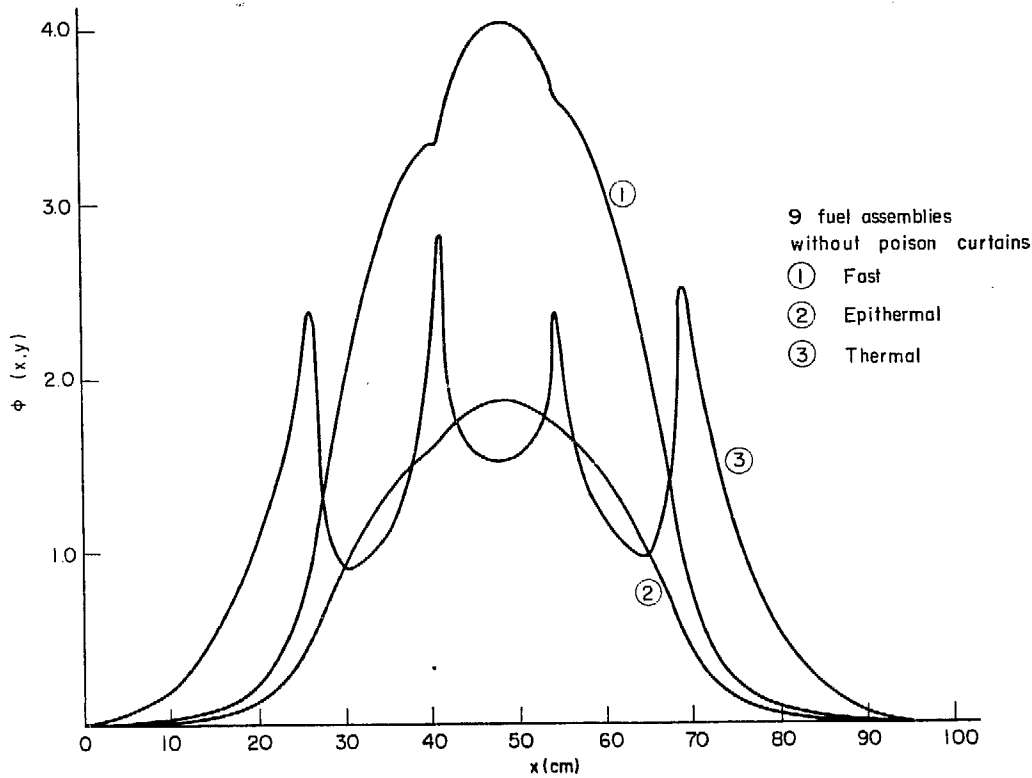


Fig. 26 Neutron flux distribution along the core center line

### 9.3 毒物カーテンありの最小臨界

毒物カーテンがある場合の制御棒完全引抜き状態の炉心の実効倍率の計算も、毒物カーテンなしの場合のその計算と同じ手順でおこなった。パラメータの燃料要素数は 9 本、12 本、13 本、14 本および 15 本である。毒物カーテンがある場合の計算も、1963 年 8 月 22 日の最小臨界実験以前には、ケース 1 (9.1 の (1) の場合) およびケース 2 (9.1 の (2) の場合) の 2 種類の核定数セットを用いておこなった。計算結果を TABLE 13 に示している。なお、この計算において毒物カーテンは炉心に 12 枚挿入されていたとした。

TABLE 13 の実効倍率  $k_{\text{eff}}$  (corrected) は、PDQ コードによる  $x$ - $y$  2 次元計算から求められた固有値  $k_{\text{eff}}'$  (PDQ) に、8.3 で述べたコネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  ペレットの効果 (約 -1.24%) の補正をおこなった結果である。

TABLE 13 の  $k_{\text{eff}}$  (corrected) の値は、ケース 1 およびケース 2 のおのおのについて、15 本炉心で 1.0192 および 1.0274、14 本炉心で 1.0098 および 1.0178、13 本炉心で 0.9955 および 1.0035 である。

14 本炉心の場合にケース 1 ~ 2 とともに臨界超過となるので、筆者らは、毒物カーテンありの JPDR 最小臨界炉心は燃料要素 14 本の炉心であると予測した。なお、13 本炉心でケース 2 の場合には  $k_{\text{eff}}$  が 1.0035 となるが、炉心周辺の制御棒、ダミー燃料、毒物カーテン等の効果を考慮すると臨界には達しないと考えた。

GE APED の計算では、15 本、14 本および 13 本の炉心の  $k_{\text{eff}}$  は、それぞれ、1.022、1.010 および 1.000 である。この GE の計算結果は、ちょうど、筆者らの計算結果のケース 1 とケース 2 の中間にはいっており、ケース 1 の結果にやや近い値となっている。

12本炉心から15本炉心までの間の燃料要素1本追加毎の反応度増加は、筆者らの計算では0.0095, 0.0143, 0.0095であり、GEの計算では0.012, 0.010, 0.012である。炉心形状と燃料要素追加位置における中性子インポートランスおよび中性子漏洩の関係を考慮すると、13本炉心から14本炉心への反応度増加が、他の2つの場合(12→13および14→15)の反応度増加に比べて大きいのは妥当と考えられる。

1963年9月2日の毒物カーテンがある場合の最小臨界実験の結果、毒物カーテンありの最小臨界炉心は15本炉心であった。この炉心の $k_{eff}$ の実験値は1.0077であった(実験の際に挿入された毒物カーテンは20枚である)。

毒物カーテンがある場合にも、筆者らの計算と臨界実験の間に燃料要素1本の相違が生じたので、毒物カーテンがある場合にも、9.2の毒物カーテンがない場合のケース3と同様の再計算をおこなった。この場合には、 $^{238}\text{U}$ の共鳴吸収はケース3の場合と同様に実験式から計算したが、その他の核定数はケース2(燃料要素セル平均スペクトルの場合)の値を用いた。これがTABLE 13のケース4である。毒物カーテンがない場合には、すでに述べた。うに、ケース1とケース2の差は無視できるが、カーテンがある場合にはこの両者の間に約0.8%(TABLE 14参照)の差が生じる。5.3に述べたように、ケース1の水ギャップ領域スペクトルの求め方は任意的であり、また、毒物カーテンの付近ではスペクトルを実際よりソフトに見積ると考えられる。ゆえに、ケース2のように、燃料要素セル・スペクトルを用いて熱群断面積を計算する方がより正確と考え、ケース4の核定数を作った。

TABLE 14 Comparison of separate versus average spectrum

No. fuel assemblies	$k_{eff}$ separate spect.	$k_{eff}$ average spect.	$ dk_{eff} $
9 without p.c.	1.04151*	1.04247*	0.00096
8 "	1.01330*	1.01414*	0.00084
7 "	0.98471*	0.98558*	0.00087
14 with p.c.	1.00981	1.01782	0.00801
13 "	0.99551	1.00353	0.00802
12 "	0.98620	0.99388	0.00768

\* Reactivity defect due to in core monitor tubes is not taken into account.

毒物カーテンがある場合のケース4の $k_{eff}$ の計算結果は、TABLE 13に示すように、15本炉心では1.0093で、14本炉心では0.9998である。すなわち、ケース4の計算結果は15本炉心で臨界超過となり、その $k_{eff}$ (1.0093)は臨界実験から求めた $k_{eff}=1.0077$ と良く一致している。

ケース2の $k_{eff}$ とケース4のそれとの差は0.0180~0.0181である。この差は毒物カーテンがない場合のその差より0.002程度小さい。ケース1とケース2の $k_{eff}$ の差はTABLE 14に示したように0.00768~0.00801である。ケース1とケース2の核定数の相違については9.2に述べた。しかし、9.2の毒物カーテンがない場合のケース1とケース2の $k_{eff}$ の差は無視できる程度(0.001以下)であったが、毒物カーテンがある場合にはこの差は無視できない。毒物カーテンが水ギャップ領域にある場合に、ケース1とケース2の $k_{eff}$ の相違が大きくなることは、毒物カーテンの熱中性子利用率が大きいために(約10%)、水ギャップ領域の熱群スペクトル計算方法の相違がこの場合に大きく影響することを意味している。

5.3に述べたように、ケース1の計算に使った水中スペクトルと燃料棒セル・スペクトルの平均スペクトルは、ケース2の計算に使った燃料要素セル・スペクトルと比べて、1/Eテイルにおける低エネルギー領域へのシフトが大きい。毒物カーテンのような強い吸収体が水ギャップ領域にある場合には、燃料要素セル・スペクトルが水ギャップ・スペクトルを代表するとしたケース2の計算方法の方が正しいと考えられる。

7.3に述べたように、燃料要素セルの $k_{\infty}$ 計算において、毒物カーテン領域を対数微分境界条件で取扱った場合には、この領域で拡散方程式が成立するとして取扱った場合に比べて、 $k_{\infty}$ は約0.9%大きくなる。臨界計算に用いた核定数はいずれも毒物カーテンを拡散領域とした場合の結果である。ゆえに、毒物カーテンの取扱いを対数微分にすると、 $k_{eff}$ が+0.9%増加する可能性がある。

結論として、毒物カーテンがある場合の臨界計算の結果では、 $^{238}\text{U}$ の共鳴吸収を実験式から求め、水ギャップ領域の熱群スペクトルとして燃料要素セル・スペクトルを用いるケース4の場合の $k_{eff}$ が臨界実験



とよく一致した。しかし、毒物カーテンがある場合には核定数計算方法の相違により、 $k_{\text{eff}}$  に約  $\pm 0.9\%$  の誤差が伴う。この誤差の内  $+0.9\%$  は毒物カーテンの取扱い方法によるものであり、 $-0.9\%$  は水ギャップの熱群スペクトル計算法によるものである。

#### 9.4 イン・コア・モニタ管の反応度効果

JPDR の炉心内には 8 本のイン・コア・モニタ管が設置されている (Fig. 1 参照)。これらの管は水ギャップ領域の制御棒が挿入されない隅に挿入されている。イン・コア・モニタ管はステンレス鋼製であり、その中に冷却水出口管、照射用ワイヤ挿入管およびイン・コア・モニタ・リードが挿入されている。

JPDR の原子炉容器内に毒物カーテンなしの最小臨界炉心を組む際には、少なくとも 2 本のイン・コア・モニタ管が炉心の内部または境界に含まれることになる。7.2 の Fig. 18 から判るように毒物カーテンがない場合、燃料要素セルの制御棒と対角の隅におけるピーキングは 1.6 以上になる。ゆえに、この位置にステンレス管が挿入されることによる反応度損失を検討する必要がある。

毒物カーテンがない場合イン・コア・モニタ管による反応度損失効果は、最小臨界計算の場合と同様に、2次元拡散コード PDQ による  $x-y$  2次元計算から求めた。最小臨界炉心にはイン・コア・モニタ管が 2 本含まれると仮定したが、PDQ を使う場合解が対角線対象となるように、2 本の内の 1 本は断面積が  $\frac{1}{2}$  の領域が対称位置に 2 カ所あるとして計算した。イン・コア・モニタ領域の断面積としては、この領域の水とステンレス鋼の体積率を用いて平均した値を使った。

毒物カーテンなしの 8 本炉心と 9 本炉心について、イン・コア・モニタ管がある場合とない場合の PDQ による 2次元計算をおこなった。用いた炉心部の核定数はケース 1 の値である。計算結果は、TABLE 15 に示している。TABLE 15 から、イン・コア・モニタ管による反応度損失は 9 本炉心で  $\Delta k_{\text{eff}} = -0.00580$ 、8 本炉心で  $-0.00486$  となることが判る。

TABLE 15 Reactivity defect due to in-core monitor tubes

No. of fuel assemblies	$k_{\text{eff}}$ without tubes	$k_{\text{eff}}$ with tubes	$(k_{\text{eff0}} - k_{\text{eff1}}) / k_{\text{eff1}}$
9	1.04151	1.03548	-0.00580
8	1.01330	1.00839	-0.00486

毒物カーテンなしの最小臨界炉心の  $k_{\text{eff}}$  を計算する際には、コネクタおよび  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  の効果の補正とともに、上記計算から求めたイン・コア・モニタ管による反応度損失の補正をおこなって、最終的な炉心の  $k_{\text{eff}}$  を求めた。

なお、毒物カーテンありの炉心の最小臨界計算の際には、イン・コア・モニタ管の反応度効果の補正をおこなわなかった。その理由は、毒物カーテンがある場合には、(1) 最小臨界炉心の寸法が大きいこと、(2) 熱中性子吸収断面積の強い毒物カーテンに囲まれた位置にイン・コア・チューブがあること、(3) 毒物カーテンの断面積計算方法の相違による  $k_{\text{eff}}$  の変化の方が大きいこと、(4) 炉心に挿入される毒物カーテンの枚数に相違があること、のためにイン・コア・モニタ管の反応効果が小さくなり、また、毒物カーテンの反応度効果の不確かさの方が大きいからである。

## 10. 各種計算方法の評価

### 10.1 全体の計算方法の検討

筆者らがおこなった JPDR 最小臨界計算方法の特徴は、下記のように要約できる。

- (1) 最小臨界の  $k_{eff}$  の計算に最も大きな影響を与えるのは、(a) 水平方向 ( $x-y$  平面) への中性子漏洩、および (b) 軸方向 ( $z$  方向) のコネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの効果である。拡散方程式により  $k_{eff}$  を求める際に、上記 (a) および (b) を同時に考慮するためには、3次元の計算を必要とするが、筆者らは  $x-y$  平面での2次元計算と  $z$  方向1次元計算の組合せにより、炉心の  $k_{eff}$  を求めた。
- (2) 拡散コードによる計算ではエネルギー群を3群にわけて計算した。各エネルギー群の核定数はすべて微視的断面積、共鳴パラメータおよび体系の構造寸法から直接計算することを試みた。しかしながら、最小臨界実験と一致する核定数セットを得るためには  $^{238}U$  の実効共鳴積分を実験式から計算する必要があった。
- (3) 高速群および熱群の核定数計算の際には、非均質な単位セル構造を均質化してスペクトルを計算し、このスペクトルで平均化した断面積を求めた。ただし、スペクトル計算の際にも、共鳴吸収を逃れる確率だけは非均質体系として計算した。
- (4) 燃料要素セル (燃料要素チャンネル内の燃料棒減速材領域とそれを取り囲む水ギャップ領域 (水ギャップ、制御棒ホロウおよび毒物カーテンから成る) から構成される単位セル) の  $k_{\infty}$  および平均断面積は2次元3群拡散計算に基いて求めた。この際、水ギャップのスペクトルの仮定および毒物カーテンの取扱い方に関してそれぞれ2種類の計算をおこなった。

上述した計算方法に基いて、JPDR 炉心の毒物カーテンがある場合とない場合の最小臨界計算をおこなった。その結果、(a) 水ギャップ・スペクトルとして燃料要素平均スペクトルを用い、(b)  $^{238}U$  の共鳴吸収を実効共鳴積分の実験式から計算した場合に、最小臨界実験の結果と良い一致を示した。

この計算方法は、

- (a) 軽水減速  $UO_2$  燃料の体系で、
- (b) 燃料要素の周囲に水ギャップ領域があり、
- (c) 軸方向にコネクタおよび吸収体を含む領域がある

といった炉心構成を有する軽水減速動力炉の炉物理計算方法として有用であると考えられる。

### 10.2 高速群スペクトル計算方法の検討

高速群スペクトルは多群フーリエ変換法 (B-1 近似) で計算し、共鳴吸収の計算では非均質格子構造の効果 (ダンコフ効果の補正も含む) を考慮した。しかしながら、共鳴パラメータから実効共鳴積分を求める計算の際に、ドブラー効果を無視したために実効共鳴積分を約16% 過小評価した。それゆえ、後では、共鳴パラメータによる計算は除き、ヘルストランドの実験式から  $^{238}U$  の共鳴吸収を求める方法を採用した。

高速群スペクトル計算法として今後改良すべき点は下記の通りである。

- (1) UGMG コードで共鳴パラメータから実効共鳴積分を計算する際にドブラー効果を考慮する。
- (2) 高速群の微視的断面積 (54群) および共鳴パラメータのデータを再検討する。
- (3) B-1 近似の場合純水中の減速距離が実験値よりわずかに短くなるので、より良い減速計算方法をコード化する。
- (4) 水ギャップ領域のスペクトルをより正確に求めるために、空間分布を考慮した非均質格子の高速群スペクトル計算コードを開発する。

### 10.3 熱群スペクトル計算方法の検討

熱群スペクトルは体系を均質化してブラウン・セント・ジョンの方法で計算した。水の微視的輸送断面積が  $1/v$  で変化すると仮定すると軽水中の  $L^2$  の実験値とよく一致した。水ギャップ領域のスペクトルとしては、(a) 燃料要素スペクトルを用いた場合と、(b) 燃料棒セル・スペクトルと純水中スペクトルの平均を用いた場合の2種類について計算した。毒物カーテンがない場合には両者(上記(a)および(b))の差は問題にならないが、毒物カーテンがある場合には(a)燃料要素平均スペクトルを用いた方が実験とよく一致する。なお、(b)の方法は(GEの方法であるが)理論的根拠があいまいである。

熱群スペクトル計算に関して今後改良すべき点は下記の通りである。

- (1) 水ギャップ領域のスペクトルをより正確に求めるために、空間分布を考慮した熱群スペクトル計算をおこなう。
- (2) さらに、燃料減速材単位セル(燃料棒セル)内での熱群スペクトルの空間依存性もできれば考慮する。(軽水減速  $UO_2$  燃料の動力炉では高温運転状態の減速材温度と燃料平均温度との温度差が  $200 \sim 300^\circ\text{C}$  になり得る。)

### 10.4 燃料棒セル内熱中性子束分布計算方法の検討

燃料の熱中性子損失因子を求めるために、断面が正方形の燃料棒単位セルを等面積の円筒形に置き直して P-3 近似計算をおこなった。体系の平均断面積および  $k_0$  の計算方法としてはこの方法で充分と考えられる。しかしながら、軽水減速非均質格子の熱中性子束分布を(筆者らがおこなったように)水中のみで測定すると、正方形の単位セルの隅と正方形の辺の midpoint の間に中性子束の起伏が生じる。等円筒形に置き直すこのような結果は当然得られない。今後、実験と比較するためおよびより正確な損失因子を求めるために、単位セルの断面が正方形で燃料棒の断面が円形の体系の熱中性子束分布を、P-3 近似で計算するコードを開発する必要がある。

### 10.5 燃料要素セル内中性子束分布計算方法の検討

単位燃料要素セルの  $k_0$  および平均核定数を求めるために、PDQ コードによる2次元3群中性子束分布計算をおこなった。この計算の際に、減速断面積を各物質領域毎に与えた場合と、平均化した減速断面積を一律に与えた場合の比較をおこなった。その結果、物質領域毎に減速断面積を与えた場合には、一律な減速断面積を与えた場合より  $k_0$  が 1.6% 小さくなり、熱中性子束分布の燃料領域におけるデプレッションも大きくなること判った。筆者らは物質領域毎に減速断面積を与えた場合の核定数を用いて臨界計算をおこない、臨界実験とよい一致を得た。ゆえに、燃料要素セルの  $k_0$  および平均断面積の計算においては、領域毎に減速断面積を与える必要がある。(このことは最小臨界時の軸方向熱中性子束分布の計算と実験の一致からもいえる。)

毒物カーテンがある場合の燃料要素セル内熱中性子束分布の計算値は、その実験値と比較的良好一致を示した。しかし、10.4 に述べたように減速材中で測定した分布には起伏があり、これをスムーズ化する際の誤差が考えられることおよび燃料要素セルの水ギャップ付近の測定値がないことのために、実験と計算を同一条件で比較することができなかった。10.4 に述べたように、断面が正方形の単位セルの P-3 計算をおこなう必要がある。

上述したように、燃料要素セル内中性子束分布、 $k_0$  および平均断面積の計算結果は実験と良く一致しているため、大きな問題点はないが、今後改良すべき点としては下記の2つがある。

- (1) 毒物カーテンの取扱い方としては、その表面での対数微分を与える方法の方が、それを拡散領域とする方法より正確であると考えられるが、前者の場合に対数微分の値を計算する方法をより厳密にす

る必要がある。

- (2) 共鳴吸収計算におけるダンコフ補正係数は6本×6本の正方格子の内のどの位置(隅か, 中央かまたは辺か)に燃料棒があるかによって値が異なるはずである。この点を燃料要素セルの平均断面面積の計算の際に考慮する必要がある。

## 10.6 軸方向中性子束分布計算方法の検討

コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットの反応度効果は,  $x-y$  方向バックリングをパラメータとして, 1次元拡散コードによる軸方向3群中性子束分布の計算から求めた。この計算の際の炉心領域の核定数としては, 燃料要素セル平均断面面積を用いた。その結果, コネクタおよび  $Dy_2O_3$  ペレットによる反応度損失は1.24~1.30%であった。また, この値を用いた最小臨界計算は実験と良く一致した。しかしながら, 10.8に述べるように, GEはこの計算の際に燃料棒セル平均断面面積(水ギャップ領域は含めない)を用いており, コネクタによる反応度損失を2.5%としている。 $x-y$  方向2次元計算と  $x$  方向1次元計算から3次元シンセシスをおこなうという目的からすれば, 筆者らがおこなったように, 炉心の核定数としては燃料要素平均断面面積を用いる方が理論的にコンシステントであると考えられる。

## 10.7 最小臨界計算方法の検討

$x-y$  平面における2次元3群中性子束分布の計算の際には, 炉心領域を, 燃料減速材領域(燃料要素チャンネル・ボックス内の領域), 制御棒ホロウ領域, ギャップ水領域, 毒物カーテン領域, 制御棒領域に細分割して, PDQコードで計算した。このように細く分割した理由は炉心が小さいので, 水ギャップ領域の炉心内中性子束分布に対する影響を厳密に計算する必要があると考えたからである。しかしながら, 最小臨界計算の計算時間を節約する目的からすれば, 炉心領域の核定数を燃料要素セル平均核定数で代表させる方が有利である。このようにした場合の精度について今後検討する必要がある。

$x-y$  平面2次元計算と  $x$  方向1次元計算から中性子束分布の3次元シンセシスをおこなうためには, 両者の間のバックリング・アイタレーションが収束するまで2次元と1次元の計算を繰返す必要があるが, 筆者らの最小臨界計算においては, 垂直方向バックリングをパラメータとして軸方向1次元計算をおこない,  $x-y$  方向計算から求めた  $k_{eff}$  を1次元計算結果により補正する方法を採用した(また, この補正項はバックリングによってあまり変化しない)。なお, 最小臨界時の中性子束分布の解析の際には, 筆者らは2次元計算と1次元計算のバックリング・アイタレーションを試みたが, この収束は非常にはやく, また, 計算結果は実験とよく一致した<sup>30)</sup>。

## 10.8 GE APED の計算方法との比較

GE APED の核定数および最小臨界計算方法を要約し, 筆者らの計算方法と比較すると下記の通りである。

- (1) 高速群スペクトルは多群フーリエ変換法(P-1近似)で求める。ただし,
- (a)  $^{238}U$  の共鳴吸収はヘルストランドの実験式から別に計算する(ダンコフ補正はおこなう)。
  - (b)  $^{238}U$  の高速核分裂効果も独立に計算する。この計算は燃料減速材の均質混合体の中に1本の  $UO_2$  燃料棒が存在すると仮定して, 80群に分割して計算する。

この計算方法は, (b) 高速核分裂の計算を除けば, 筆者らのケース3および4の方法と同じであり, 実験とよく一致するコンザーバティブな方法と考えられる。なお, 高速核分裂の計算方法は筆者らも改良する必要がある。

- (2) 熱群スペクトルはウィルキンスのヘビー・ガス・モデルで計算する。

筆者らはブラウン・セント・ジョンの方法とウィルキンスの方法のスペクトルを比較したが, 両者は

よく一致していた。理論的には軽水減速の場合ブラウン・セント・ジョンの方法の方がより厳密であると考えられる。

- (3) 水ギャップ領域のスペクトルとしては、エピサーマル群においても熱群においても燃料減速材領域のスペクトルと純水中のスペクトルの平均スペクトルを用いる。この方法は筆者らのケース1の核定数計算法と同じであるが、理論的根拠が弱いことおよび熱群スペクトルがソフトになりすぎる恐れがあることが欠点である。燃料要素セル・スペクトルを水ギャップ領域のスペクトルとした筆者らのケース2の場合の方がより良い近似であると考えられる。
- (4) 熱中性子損失因子は、筆者らと同様に、等価円筒に置換した P-3 近似により求める。
- (5) 燃料要素セル内中性子束分布計算の際には、燃料棒の燃料要素チャンネル内位置によるダンコフ補正係数の相異を考慮している。この考えは今後筆者らも採用する必要がある。
- (6) コネクタおよび  $Dy_2O_3$  の反応度効果を求める1次元拡散計算の際には、炉心核定数として燃料棒セル平均核定数を用いている。x-y 平面2次元計算と z 方向1次元計算から3次元シンセシスをおこなう立場からすれば、この GE の方法はコンシステントではないと考える。
- (7) 最小臨界計算の際には、炉心内を細かな領域に分割せず、炉心の核定数として燃料要素セル平均断面積を用いている。計算時間の節約を考えれば、この方法の方が有利である。

## 謝 辞

この最小臨界計算をおこなうに際し、7090 UGMG の開発およびウィルキンスの方法による熱群スペクトル計算をしていただいた森口欽一氏、650 UGMG の使用法を指導された斎藤玲子氏、650 熱群スペクトルコードの使用法を指導された石黒幸雄氏および斎藤直之氏、計算方法に関する討議をしていただいた安川茂氏、計算機使用の便宜を計っていただいた磯田和男氏および筒井恒夫氏、初期の計算に協力していただいた手島登氏、臨界実験の資料を提供された石塚信氏、FOG コードの使用を援助していただいた宇賀丈雄氏に謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 桂木, 森口, 久家: 速中性子常数コード 7090 UGMG, JAERI-Memo 1025, (Nov., 1962)
- 2) R. L. HELLENS, *et al.*: WAPD-TM-4, MUFT-III Code, (1956)
- 3) H. BOHLE, *et al.*: WAPD-TM-72, MUFT-IV Code, (1957)
- 4) 日立中研: Fast Neutron Spectrum, (1961)
- 5) E. AMALDI: The Production and Slowing Down of Neutrons, Handbuch der Physik, XXXVIII/2
- 6) W. ROTHENSTEIN: Collision Probabilities and Resonance Integrals for Lattices, (June, 1959)
- 7) Y. FUKAI: *Nuclear Sci. and Eng.*, **9**, 370 (1961)
- 8) Inter Nuclear Co., IBM Library, 54 Group Cross Section
- 9) A. F. HENRY: WAPD-TM-224, 54 Group Library for P-1 Program, (1960)
- 10) L. DRESNER: Resonance Absorption in Nuclear Reactors, Pergamon Press, (1960)
- 11) E. HELLSTRAND: *J. App. Phys.*, **28**, 1493, (Dec., 1957)
- 12) ANL-5800, Reactor Physics Constants
- 13) R. W. DEUTSCH: *J. Nuclear Energy*, **14**, 168 (1961)
- 14) H. D. BROWN & D. S. ST. JOHN: DP-33, Neutron Energy Spectrum in D<sub>2</sub>O, (1954)
- 15) H. D. BROWN & D. S. ST. JOHN: DP-64, (1956)
- 16) 石黒, 斎藤 (直): 熱領域における中性子スペクトルおよび核定数計算コード, 計算機資料 1010
- 17) A. M. WEINBERG & E. P. WIGNER: Physical Theory of Neutron Chain Reactors, (1958)
- 18) J. FLECK: BNL-1574, (1953)
- 19) J. W. WEIL: KAPL-1173, (1954)
- 20) G. G. BILODEAU, *et al.*: WAPD-TM-70, PDQ Code, (1957)
- 21) G. J. HABETLER: KAPL-1415, PROD II Equation, (1955)
- 22) H. P. FLATT: NAA-SR-6104, FOG Code, (1961)
- 23) M. L. TOBIAS & T. B. FOWLER: The Twenty Grand Program
- 24) N. H. BARTH: Physics Report of 12.5 MW BWR-Japan Power Demonstration Reactor, (1961)
- 25) N. H. BARTH: GEGR-4276, JPDR Physics Startup Report, (1963)
- 26) JPDR 物理直: JPDR Phase Zero Physics Report, JAERI-Memo 1353, (1963)
- 27) JPDR 物理直: JPDR Phase Zero Test 概要, JAERI-Memo 1425
- 28) *Nuclear Sci. and Eng.*, **9**, 168 (1961)
- 29) G. W. ANTHONY: HW-49188
- 30) 宇賀, 久家, 皇月: JPDR 最小臨界炉心の熱中性子束分布の解析, JAERI-Memo 1655, (Aug., 1964)

付録 1 JPDR 炉心の  $\beta_{eff}$  の計算

1.1 Fast neutron leakage に基く  $\beta_{eff}$  の計算

1.1.1 計算方法

多群フーリエ変換法

UGMG (7090) コードによる.

各 case につき

- (1) fission spectrum
- (2) delayed neutron spectrum (KEEPIN, *et al.*)

のそれぞれを spectrum として計算し, slowing down density,  $q$ , の ratio として  $\beta_{eff}$  を求める.

$$\beta_{eff} = \frac{q(\text{delayed neutron spect.})}{q(\text{fission spect.})}$$

$$\gamma = \beta_{eff}/\beta, \quad \beta = 0.00640$$

1.1.2 計算結果

TABLE A.1 Effect of fast neutron leakage on  $\beta_{eff}$

計算条件	$B^2$	$\beta_{eff}$	$\gamma$
20°C, no P.C., 9 fuel	$6.67644 \times 10^{-3}$	$0.730619 \times 10^{-3}$	1.14159
20°C, no P.C., fully loaded	$1.81106 \times 10^{-3}$	$0.681504 \times 10^{-3}$	1.06485
20°C, with P.C., fully loaded	$1.81106 \times 10^{-3}$	$0.681522 \times 10^{-3}$	1.06488
277°C, with P.C., void 0%	$1.81106 \times 10^{-3}$	$0.692588 \times 10^{-3}$	1.08217
277°C, with P.C., void 30%	$1.81106 \times 10^{-3}$	$0.70363 \times 10^{-3}$	1.09942
20°C, with P.C., 14 fuel	$4.91436 \times 10^{-3}$	$0.713708 \times 10^{-3}$	1.11517
20°C, no P.C., 8 fuel	$7.2587 \times 10^{-3}$	$0.73605 \times 10^{-3}$	1.15008

この  $\beta_{eff}$  の計算では  $^{238}\text{U}$  の fast fission の効果を見逃している. 実際の Inhour の式に用いる  $\beta_{eff}$  としては 1.2 に述べる  $^{238}\text{U}$  の高速分裂の  $\beta_{eff}$  に対する効果を補正した値,  $\delta\beta_{eff}$  を用いねばならない.

1.2  $^{238}\text{U}$  fast fission による  $\beta_{eff}$  の補正,  $\delta$

1.2.1 計算式

$$\delta = \frac{\bar{\beta}}{\beta^{238}}$$

$$\bar{\beta} = \frac{\beta^{238} \sum_{\theta} \nu \Sigma_{f\theta}^{238} \phi_{\theta} + \beta^{238} \sum_{\theta} \nu \Sigma_{f\theta}^{238} \phi_{\theta}}{\sum_{\theta} (\nu \Sigma_{f\theta}^{238} + \nu \Sigma_{f\theta}^{238}) \phi_{\theta}}$$

$$\delta = 1 + \frac{(\beta^{238} - \beta^{238})}{\beta^{238}} \cdot \frac{\nu \Sigma_{f1}^{238} \phi_1}{\sum_{\theta=1}^9 \nu \Sigma_{f\theta} \phi_{\theta}}$$

$$\beta^{238} = 0.0157 \text{ (Fast fission)}$$

$$\beta^{238} = 0.0064$$

1.2.2 計算結果

TABLE A.2 Effect of  $^{238}\text{U}$  fission on  $\beta_{eff}$

Core cond.	$\nu \Sigma_{f1}^{238}$	$\phi_1$	$\sum_{\theta} \nu \Sigma_{f\theta} \phi_{\theta}$	$^{238}\text{U}$ fission fract.	Note
20°C, no P.C.	0.003751	419,596	41,4005	0.037934	PDQ #27 UGMG #1003
20°C, with P.C.	0.003811	87,3707	7,03324	0.041071	PDQ #14 Oct., '62 UGMG #1001
277°C, with P.C., void 0%	0.003704	90,7931	6,97204	0.048291	PDQ #16 UGMG #1000
277°C, with P.C., void 30%	0.003577	103,547	6,58905	0.056205	PDQ #19 UGMG #1012
20°C, with P.C.	0.0037508	332,039	29,440	0.042371	PDQ #14 Jun., '63 UGMG #1003

Core condn.	$\beta_{eff}$	$\delta \cdot \beta_{eff}$	$r$	$\delta \cdot r$	$\delta$
20°C, no P.C., 9 fuel	$0.730619 \times 10^{-2}$	$0.770891 \times 10^{-2}$	1.14159	1.20451	1.05512
20°C, no P.C., fully loaded	$0.681504 \times 10^{-2}$	$0.719069 \times 10^{-2}$	1.06485	1.12354	1.05512
20°C, with P.C., fully loaded	$0.681522 \times 10^{-2}$	$0.723088 \times 10^{-2}$	1.06488	1.12983	1.06099
277°C, with P.C., void 0%	$0.692588 \times 10^{-2}$	$0.741125 \times 10^{-2}$	1.08217	1.15801	1.07008
277°C, with P.C., void 30%	$0.703630 \times 10^{-2}$	$0.761095 \times 10^{-2}$	1.09942	1.18921	1.08167
20°C, with P.C., 14 fuel	$0.713708 \times 10^{-2}$	$0.757651 \times 10^{-2}$	1.11517	1.18383	1.06157

### 1.2.3 結 論

Period 測定値を Inhour の式に代入して反応度を求める際の実効  $\beta_{eff}$  としては、上記の表の  $\delta \cdot \beta_{eff}$  を用いればよい。なお、GE の計算値は cold, clean 8 bundles の場合 0.007995, また、cold, clean 72 bundles の場合 0.00710 であり、筆者らの計算結果とよく一致している (8 bundles の場合で筆者らとの計算の相違はわずか 3% である)。



・ 付録 2 JPDR 炉物理計算に使用する計算式

2.1 速中性子スペクトルおよび核定数の計算

2.1.1 基礎方程式

1次元のボルツマン方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial \Phi(z, \mu, u)}{\partial z} + \Sigma_{\text{tot}}(u) \Phi(z, \mu, u) \\ &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int d\vec{\Omega}' \int du' \Phi(z', \vec{\Omega}', u') \Sigma_s(u' \rightarrow u; \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) + \frac{1}{2} S(z, u) \\ \Phi(z, \mu, u) &= \int_0^{2\pi} \Phi(z, \vec{\Omega}, u) d\varphi \end{aligned}$$

$\Phi(z, \mu, u)$  および  $\Sigma_s(u' \rightarrow u; \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$  を spherical harmonics で展開する。

$$\begin{aligned} \Phi(z, \mu, u) &= \sum_{l'=0}^{\infty} \frac{2l'+1}{2} \phi_{l'}(z, u) P_{l'}(\mu) \\ \Sigma_s(u' \rightarrow u; \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} B_l(u', u-u') P_l(\mu_0) \\ B_l(u', u-u') &= 2\pi \Sigma_s\{u', \mu_0(u-u')\} P_l\{\mu_0(u-u')\} \left(-\frac{d\mu_0}{d\xi}\right) \end{aligned}$$

次いで、 $\Phi(z, \mu, u)$  をフーリエ変換する。

$$\phi(k, \mu, u) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(z, \mu, u) e^{ikz} dz = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} \phi_l(k, u) P_l(\mu)$$

2.1.2 フーリエ変換をおこなったボルツマン方程式

$$\begin{aligned} & \{1 - \eta(u)\mu\} \Sigma_{\text{tot}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \phi_l(k, u) P_l(\mu) \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) J_l(k, u) P_l(\mu) + \frac{1}{2} S(k, u) \\ J_l(k, u) &= \sum_i J_l^i(k, u) + J_l^H \\ J_l^i(k, u) &= \sum_n \int_{u-x_i}^u du' \frac{(u'-u)^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial u^n} \{\phi_l(k, u) B_l^i(u, u'-u)\} \\ J_l^H(k, u) &= \int_0^u \Sigma_s^H(u') \phi_l(k, u') P_l(e^{-\frac{u-u'}{2}}) e^{-(u-u')} du' \\ \eta(u) &= \frac{ik}{\Sigma_{\text{tot}}(u)} \end{aligned}$$

上の式に  $P_l(\mu)$  をかけ  $\mu$  で積分し、

$$\phi_l(k, u) = 0 \quad l > L$$

とすると、 $P_L$  近似の連立方程式が得られる。

また、上の式に  $\frac{P_l(\mu)}{1-\eta(u)\mu} d\mu$  をかけ積分し、

$$J_l^i(k, u) = 0 \quad l > L$$

とすると、 $B_L$  近似の連立方程式が得られる。

2.1.3 Multi-group Fourier Transformation の基礎式

B-1 近似の場合には上述の Fourier 変換した Boltzmann 方程式は下記の連立方程式となる。

$$\begin{aligned} & \{\Sigma_a(u) + \Sigma_{\text{in}}(u)\} \phi_0(u) - ik\phi_1(u) = S_0 - \frac{\partial \eta}{\partial u} - \frac{\partial q}{\partial u} + w(u) \\ & \{\gamma(u) \Sigma_{\text{tot}}(u) - \sum_i \bar{\mu}_i \Sigma_{s,i}\} \phi_1(u) = \frac{ik}{3} \phi_0(u) - \delta \frac{2}{3} \frac{\partial \zeta}{\partial u} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial u} = -\eta(u) + \Sigma_H \phi_0(u)$$

$$\delta \frac{\partial \zeta}{\partial u} = -\frac{3}{2} \zeta(u) + \Sigma_H \phi_1(u)$$

$$\lambda \frac{\partial q}{\partial u} = -q(u) + \sum_i \xi_i \Sigma_{ni}(u) \phi_0(u)$$

$$\gamma(u) = \frac{\alpha^2 \tan^{-1} \alpha}{3(\alpha - \tan^{-1} \alpha)}, \quad \alpha = \frac{k}{\Sigma(u)}$$

$$\eta(u) = \int_0^u du' \Sigma_H(u') e^{-(u-u')} \phi_0(u')$$

$$\zeta(u) = \int_0^u du' \Sigma_H(u') e^{-\frac{3}{2}(u-u')} \phi_1(u')$$

$$\omega(u) = \int_0^u du' \Sigma_{in}(u', u) \phi_0(u')$$

#### 2.1.4 近似法と係数の関係

- (1)  $\gamma = \gamma(u)$  B-1 近似  
 $\gamma = 1$  P-1 近似
- (2)  $\delta = 1$  Greuling-Goertzel 近似  
 $\delta = 0$  Selengut-Goertzel 近似
- (3)  $\lambda = \lambda$  Consistent age 近似  
 $\lambda = 0$  Age 近似

最も validity の広い近似は  $\gamma = \gamma(u)$ ,  $\delta = 1$ ,  $\lambda = \lambda$  にした場合である (B-1, G-G, consistent-age 近似).

#### 2.1.5 数値計算法

2.1.3 の各式の係数および変数を下記のようにおきかえ, absorption を smooth part と resonance part に分け, resonance part は Breit-Wigner single level formula を仮定して resonance escape probability,  $\rho$  を求める. また, lethergy,  $u$  に関する微分は階差に直し, 平均値には算術平均を用いる.

Lethergy, または energy を 54 群に分けると, 各 lethergy 群につき, 下記の連立方程式を解けば, fast neutron spectrum  $\phi_0$  が求まる. Fast group および epithermal group の核定数は, こうして求めた spectrum  $\phi_0$  を weight として平均して求める.

##### (1) 係数の記号

$$H(u) = \Sigma_a^s(u) + \Sigma_{in}(u)$$

$$G(u) = \gamma(u) \Sigma_{tot}(u) - \sum_i \beta_{0i} \Sigma_{ni}(u)$$

$$C(u) = \Sigma_H(u)$$

$$M(u) = \sum_i \xi_i \Sigma_{ni}(u)$$

$$R(u) = \Sigma_a^R(u)$$

$$T(u) = \sum_i N_i v_i \sigma_{tr,i}$$

$$F(u) = \phi_0(u)$$

$$J(u) = -i\phi_1(u)$$

$$\rho(u) = -i\zeta(u)$$

##### (2) 連立方程式

$$a_{11} F_n + a_{12} J_n = a_{13}$$

$$a_{21} F_n - a_{22} J_n = a_{23}$$

$$a_{11} = H_n \Delta n + \frac{2\bar{C}_n \Delta n}{2 + \Delta n} + \frac{2\bar{M}_n \Delta n}{2\lambda + \Delta n}$$

$$a_{12} = a_{21} = k \Delta n$$

$$a_{22} = 3\bar{G}_n + \delta \frac{8\bar{C}_n \Delta n}{4 + 3\Delta n}$$

$$a_{13} = (\bar{S}_0 + \omega_n) \Delta n + p_n (\eta_{n-1} + q_{n-1}) - \frac{2\lambda - \Delta n}{2\lambda + \Delta n} q_{n-1} - \frac{2 - \Delta n}{2 + \Delta n} \eta_{n-1}$$

$$a_{23} = -\delta \frac{12\Delta n}{4 + 3\Delta n} \rho_{n-1}$$

References

- 1) E. AMALDI: The Production & Slowing-down of Neutrons, Handbuch der Physik, XXXVIII/2 284-291
- 2) R. L. HELLENS, *et al.*: MUFT III Code. WAPD-TM-4, (1956)
- 3) H. BOHL, Jr, *et al.*: MUFT IV Code. WAPD-TM-72, (1957)
- 4) 日立中研: Fast Neutron Spectrum, (1961)
- 5) 桂木, 森口, 久家: 速中性子定数コード 7090 UGMG, JAERI-Memo 1025, (1962)

2.2 共鳴パラメータによる共鳴吸収の計算

2.2.1 基礎方程式

燃料, 減速材の非均質体系における衝突密度  $F$  は次の積分方程式を満足する.

$$V_0 F_0(E) = \{1 - P_1(E)\} \sum_i \int_E^{E/\alpha_i} \frac{\Sigma_{s_i} V_1 F_1(E')}{\Sigma_1 E' (1 - \alpha_i)} dE' + P_0(E) \sum_j \int_E^{E/\alpha_j} \frac{\Sigma_{s_j} V_0 F_0(E')}{\Sigma_0 E' (1 - \alpha_j)} dE' \tag{2.1}$$

$$V_1 F_1(E) = P_1(E) \sum_i \int_E^{E/\alpha_i} \frac{\Sigma_{s_i} V_1 F_1(E')}{\Sigma_1 E' (1 - \alpha_i)} dE' + \{1 - P_0(E)\} \sum_j \int_E^{E/\alpha_j} \frac{\Sigma_{s_j} V_0 F_0(E')}{\Sigma_0 E' (1 - \alpha_j)} dE' \tag{2.2}$$

- 0: fuel, 1: moderator
- $\Sigma$ : total cross section
- $\Sigma_s$ : scattering cross section
- $P_0(E)$ : fuel 内での衝突確率
- $P_1(E)$ : moderator 内での衝突確率

2.2.2 衝突確率

非均質格子の衝突確率は次式で与えられる.

$$1 - P_0(E) = G^* / \Sigma_0 l_0$$

$$1 - P_1(E) = G^* / \Sigma_1 l_1$$

ただし,

$$G^* = \frac{\iint (\vec{n} \cdot \vec{\Omega}) ds d\Omega \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left( \prod_{r=0}^n \Gamma_{2r} + \prod_{r=0}^n \Gamma_{2r+1} \right) \right\}}{\iint (\vec{n} \cdot \vec{\Omega}) ds d\Omega}$$

$$\Gamma_0 = e^{-\Sigma_0 R_0}, \quad \Gamma_1 = e^{-\Sigma_1 R_1}, \quad \Gamma_2 = e^{-\Sigma_0 R_2} \dots$$

$$l_0 = 4V_0/S \quad (l_0 = D: \text{diameter for cylinders})$$

fuel 内において  $\Sigma_0 R_{2m} \gg 1$  の場合,  $\Gamma_{2r} = 0$  と近似できる. この場合には

$$G^* = 1 - T_1$$

$$T_1 = \frac{1}{\pi S} \iint e^{-\Sigma_1 R_1} (\vec{n} \cdot \vec{\Omega}) ds d\Omega$$

$T_1$ : Dancoff 補正係数

燃料棒セルを等価 coaxial cylinder 系におき直すと,

$$1 - P_0 = \frac{G^*}{2a\Sigma_0}, \quad 1 - P_1 = \frac{a}{2(b^2 - a^2)} \frac{G^*}{\Sigma_1}$$

- $a$ : fuel rod radius
- $b$ : equivalent cell radius

$$G^* = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\pi/2} \{ K_{43} \{ 2(n+1)A + 2nB \} + K_{43} \{ 2nA + 2(n+1)B \} - 2K_{43} \{ 2(n+1)(A+B) \} \} \cos \psi \, d\psi$$

$$A = \sum_0 a \cos \psi, \quad B = \sum_1 (\sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 \psi} - a \cos \psi)$$

### 2.2.3 衝突確率の近似

Dancoff correction  $T_1$  を 2.2.2 の式から計算しておけば、燃料内の衝突を逃れる確率  $(1-P_0)$  を次式で計算すると、Wigner の有理近似より精度はよくなる。

$$1 - P_0 = \left( 1 + \frac{\sum_0 l_0}{1 - T_1} - \frac{C \sum_0 l_0}{C \sum_0 l_0 + 1} \right)^{-1}$$

ただし、 $\sum_0 l_0 \rightarrow 0 \quad C = 1/8$   
 $\sum_0 l_0 \rightarrow \infty \quad C = 4/3$

なお、cladding がある場合には average chord length は次のようになる。

$$l_0 = \frac{4V_0}{S_0}, \quad l_1 = \frac{4V_1}{S_c}$$

$S_0$ : fuel surface,  $S_c$ : cladding outer surface

### 2.2.4 NR 近似

共鳴吸収の幅が原子核との衝突による中性子エネルギー減少の平均より小さい場合、NR 近似を適用する。

共鳴レベルより高いエネルギーでは (2.1) および (2.2) 式の解は  $1/E$  になる。  $V_1 F_1$  として、この  $1/E$  の解を用い (2.1) 式に代入し、求めた 0 次の解  $V_0 F_0^{(0)}$  をふたたび (2.1) 式の右辺に代入し、繰返し計算をすると 1 次の解  $V_0 F_0^{(1)}$  は次式となる。

$$V_0 F_0^{(1)}(E) = \frac{\{1 - P_1(E)\} \sum_1 V_1 + N_0 V_0 \sigma_p P_0(E)}{(N_0 V_0 \sigma_p \xi_0 + \sum_1 V_1 \xi_1) E}$$

$$+ \frac{N_0 V_0 \sigma_p P_0(E)}{(N_0 V_0 \sigma_p \xi_0 + \sum_1 V_1 \xi_1)} \int_E^{E/\alpha_0} \frac{dE'}{E'^2 (1 - \alpha_0)} \left[ \frac{(\sigma_t - \sigma_p)}{\sigma_t} \cdot \frac{(\sigma_t - \sigma_a)}{\sigma_p} \left\{ 1 - P_0(E') - \frac{\alpha_a}{\sigma_t} \right\} \right]$$

ただし、衝突確率の間には次の関係がある。

$$\{1 - P_1(E)\} \sum_1 V_1 = \{1 - P_0(E)\} N_0 \sigma_t V_0$$

suffix t: total, a: absorption, p: potential

### 2.2.5 NR1A 近似

低エネルギーの共鳴レベルでは燃料との衝突による中性子エネルギー減少の平均は共鳴幅より小さい場合がある。この場合には NR1A 近似となり、 $\alpha_j \rightarrow 1$  とする。NR1A 近似では  $V_1 F_1(E)$  の計算に NR 近似を適用し、求めた  $1/E$  の解を (2.1) 式に代入し NR1A 近似を適用して 1 次の解  $V_0 F_0^{(1)}(E)$  を繰返し法で求める。

$$V_0 F_0^{(1)}(E) = \frac{\sum_1 V_1}{N_0 V_0 \sigma_p \xi_0 + \sum_1 V_1 \xi_1} \left[ \frac{1 - P_1(E)}{E} \right.$$

$$\left. + P_0(E) \int_E^{E/\alpha_0} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_a}{\sigma_t} \right) \frac{\{1 - P_1(E')\}}{\{1 - P_0(E')\} (\sigma_t - \sigma_a) / \sigma_t} \cdot \frac{dE'}{E'^2 (1 - \alpha_0)} \right]$$

### 2.2.6 実効共鳴積分

ある共鳴レベルで吸収される割合 (RI) は

$$(RI) = \int_{\text{res}(E)} \frac{\sigma_a V_0 F_0(E')}{\sigma_t} dE' = \frac{N_0 V_0}{N_0 V_0 \sigma_p \xi_0 + N_1 \sum_1 \xi_1} I(E)$$

である。ただし、 $I(E)$ : 実効共鳴積分。

$F_0(E)$  として 0 次の解  $F_0^{(0)}(E)$  を用い、 $1 - P_0(E)$  として Wigner の有理近似を用いると、0 次の実効共鳴積分  $I_0$  は

$$I_0 = \frac{\sigma_{a0} \Gamma}{E} \cdot \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{f_1(\theta, \beta)}{(1 + \beta)^{3/2}} + \delta^2 \frac{f_2(\theta, \beta)}{2(1 + \beta)^{3/2}} \right\}$$

となる。ただし、

$$K = \frac{N_0 l_0 \sigma_p}{1 - T_1}$$

$$\beta = \frac{K}{K+1} \left( \frac{g_{i0}}{\sigma_p} \right), \quad \delta = \beta \sqrt{\frac{\sigma_p m E}{2\pi \hbar^2}} \quad (\text{NR 近似})$$

NRIA 近似の場合には  $\beta$  の代わりに  $\gamma$  を用いる.

$$\gamma = K \frac{\sigma_{a0}}{\sigma_p}, \quad \delta = 0 \quad (\text{NRIA 近似})$$

$f_1(\theta, \beta)$ : Doppler 補正因子

$f_2(\theta, \beta)$ : Doppler 干渉項補正因子

$$\theta = 4EkT/AT^2, \quad \sigma_{i0} = \frac{2\pi \hbar^2}{mE} \frac{\Gamma_n}{\Gamma} g$$

$$\sigma_{a0} = \sigma_{i0} \frac{\Gamma_r}{\Gamma}, \quad \sigma_{s0} = \sigma_{i0} \frac{\Gamma_n}{\Gamma}$$

Doppler 効果および干渉項を無視すると  $I_0$  の式は次のようになる.

$$I_0 = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{a0} \Gamma}{E} \frac{1}{(1+\beta)^{1/2}} \quad (\text{NR 近似})$$

$$I_0 = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{a0} \Gamma}{E} \frac{1}{(1+\gamma)^{1/2}} \quad (\text{NRIA 近似})$$

燃料内衝突密度の 1 次の補正項による共鳴積分の補正  $\Delta I_F$  は

$$\Delta I_F = \frac{\beta}{1+\beta} \left( \frac{1}{K+1} - \frac{\Gamma_r}{\Gamma} \right) \frac{I_0}{\varepsilon} \tan^{-1} \frac{\varepsilon}{2} \quad (\text{NR 近似})$$

$$\varepsilon = \frac{2E}{\Gamma \sqrt{1+\beta}} \left( \frac{1-\alpha_0}{\alpha_0} \right)$$

$$\Delta I_F = \frac{a-1}{a} \left( \frac{a+1}{\varepsilon'} \tan^{-1} \frac{\varepsilon'}{a+1} - 1 \right) I_0 \quad (\text{NRIA 近似})$$

$$\varepsilon' = \frac{2E}{\Gamma(1+\gamma)^{1/2}} \left( \frac{1-\alpha_0}{\alpha_0} \right), \quad a^2 = \frac{1+\beta}{1+\gamma}$$

NRIA 近似の場合減速材内衝突密度の 1 次の補正項に基づく共鳴積分の補正項  $\Delta I_M$  は,

$$\Delta I_M = - \frac{N_0 V_0}{\sum_1 V_1} \left\{ \frac{\sum_i \alpha_i}{\sum_i (1-\alpha_i)} \right\} \frac{I_0^2}{2} \quad (\text{NRIA 近似})$$

$(1-P_0)$  として Wigner の有理近似より精度の高い 2.2.3 の式を用いることによる共鳴積分の補正項  $\Delta I_G$  は,

$$\Delta I_G = I_0 / 2 (K+1)^2 \left[ 1 + \left\{ \left( K + \frac{1}{C(1-T_1)} \right) / (K+1) \right\}^{1/2} \right]^2 \quad (\text{NR 近似})$$

$$\Delta I_G = I_0 / 2 \left\{ \sqrt{\frac{\Gamma}{\Gamma_r}} + \sqrt{K + \frac{1}{C(1-T_1)}} \right\}^2 \quad (\text{NRIA 近似})$$

上記の各補正項を加えると

$$I = I_0 + \Delta I_F + \Delta I_G + \Delta I_M$$

ただし, NR 近似では  $\Delta I_M = 0$ .

### 2.2.7 数値計算法

UGMG コードにおいては上記 2.2.6 の各式が共鳴吸収計算ルーチンに含まれている.

多数群  $n$  における核種  $j$  の共鳴レベル  $i$  により共鳴吸収される割合  $(RI)_{nji}$  は NR または NRIA 近似で計算される.

$(RI)_{nji}$  が求まると  $n$  群の共鳴を逃れる確率は

$$p_{an} = \exp\left(-\sum_j \sum_i (RI)_{nji}\right)$$

$$p_{in} = \exp\left\{-\sum_j \sum_i \alpha_{nji} (RI)_{nji}\right\}$$

$$\alpha_{nji} = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_i + \Gamma_r}$$

により求まる. また  $n$  群における共鳴吸収量  $\sum_{nr} \phi_n$  は

$$\sum_{nr} \phi_n = (1-p_{an}) q_{n-1}$$

である. ただし,  $q_{n-1}$  は  $n-1$  群の減速密度である.

なお、上記の計算において Dancoff 補正係数  $T_1$  は 2.6.5 に記した近似式から計算する。

## References

- 1) W. ROTHENSTEIN: Collision Probabilities and Resonance Integrals for Lattices, (June 1959)
- 2) 桂木, 森口, 久家: 速中性子常数コード, 7090 UGMG, JAERI-Memo 1025, (1962)

## 2.3 熱中性子スペクトルおよび核定数の計算

### 2.3.1 基礎方程式

中性子の洩れが  $DB^2$  に比例する裸の均質系においては、熱中性子のバランスは次式で与えられる。

$$\{V(v) + r_a(v) + DB^2v\} N(v) = \int_0^{v^*} P(v, v') N(v') dv' + S(v) \quad (3 \cdot 1)$$

$v^*$ : カット・オフ・エネルギーにおける中性子速度

$N(v)dv$ :  $v$  と  $v+dv$  の間の速度の中性子個数密度

$\int_0^{v^*} P(v, v') N(v') dv'$ : 単位体積中で毎秒速度  $v$  と  $v+dv$  の間に散乱されてくる中性子の数

$V(v)N(v)dv$ : 散乱によって毎秒  $v \sim v+dv$  から失われてゆく数

$r_a(v)N(v)dv$ : 吸収によって毎秒  $v \sim v+dv$  から失われてゆく数

$V(v)$  および  $P(v, v')$  の形は  $\sigma_s(v_r)$  を与えれば求まる。水素および重水素の散乱断面積  $\sigma_s(v_r)$  は半実験的に化学結合の影響を入れて次式で与えられる。

$$\sigma_s(v_r) = A + B e^{-Kv_r^2} \quad (3 \cdot 2)$$

$v_r$  は減速材と中性子の相対速度であり、

$$v_r^2 = v^2 + V_M^2 - 2\mu v V_M$$

で表わされる。

吸収の割合  $r_a(v)$  は次式のようになる。

$$r_a(v) = \sum_l \gamma_l \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_{-1}^1 v_r \sigma_a^l(v_r) M_l(v_2) d\mu dv_2$$

$M_l(v_2)$ : 原子量  $m_l$  の吸収物質に対するマックスウェル分布。

$$\int_0^{\infty} M_l(v_2) dv_2 = 1.0$$

$\gamma_l$ : 減速材に対する  $l$  番目の吸収物質の原子数の比。

分裂性物質 ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{233}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ) に対しては、

$$\sigma_a^l(E) = \frac{P_l}{\sqrt{E}} + q_l + r_l \sqrt{E} + \frac{\sigma_0^l}{4} \cdot \frac{\Gamma^l \Gamma_a^l}{(E - E_0^l)^2 + \left(\frac{\Gamma^l}{2}\right)^2}$$

として、BNL-325 の断面積にカーブ・フィットさせる。 $^{235}\text{U}$  に対しては

$$\sigma_a^{235}(E) = \frac{0.430}{\sqrt{E}} + 0.0635\sqrt{E}$$

なる式を用いる。

なお、次式で表わされる保存則および詳細釣合の条件が成立する。

$$\int_0^{\infty} P(v, v') dv = V(v')$$

$$M(v') P(v, v') = M(v) P(v', v)$$

分裂性物質、 $^{238}\text{U}$  およびその他の  $1/v$  吸収体の吸収断面積から  $r_a(v)$  を求めると次式のようになる。

$$r_a(v) = \sum_{l=1}^3 \gamma_l \left[ a_l + \frac{b_l}{\beta_l} \left\{ \left( \beta_l v + \frac{1}{2\beta_l v} \right) \text{erf}(\beta_l v) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(\beta_l v)^2} \right\} + d_l \left( v^2 + \frac{3}{2\beta_l^2} \right) \right]$$

$$+ \frac{\sigma_0^l \Gamma_a^l}{\Gamma^l} \cdot \frac{v}{1 + X_l^2} \left( 1 - \frac{2}{\xi_l^2} \cdot \frac{1 - 3X_l^2}{1 + X_l^2} + \dots \right) + y_{28} \left( 0.60811 + 0.0449v^2 + \frac{3}{2} \times 0.0449 \frac{1}{\beta_{28}^2} \right) + a$$

ただし、 $a$  は核燃料物質以外の  $1/v$  吸収体を表わし、

$$\sigma_a^l(E) = \frac{C_l}{\sqrt{E}}$$

とすると、

$$a = \sum_l y_l C_l \sqrt{2}$$

となる。また、

$$a_l = \sqrt{2} P_l, \quad b_l = q_l, \quad d_l = \frac{r_l}{\sqrt{2}}$$

$$\beta_l = \left( \frac{M_l}{2kT} \right)^{1/2}, \quad \xi_l = \beta_l \frac{\Gamma_l}{V_0}, \quad X_l = \frac{V^2 - (V_0^l)^2}{\Gamma_l}, \quad v = \sqrt{2E} \quad (\text{eV/amu})^{1/2}$$

熱中性子源  $S(v)$  は、カット・オフ・エネルギーより高いエネルギーで散乱されて毎秒熱領域にはいって  
くる単位体積中の中性子の数であるから、

$$S(v) = \int_{v^*}^{v/\alpha} v' N(v') \sigma_s P(v, v') dv'$$

であらわされる。したがって、 $v^*$  に対応するエネルギー以上で  $1/E$  スペクトルおよび一定散乱断面積を仮  
定すると、

$$S = 0 \quad v < \alpha v^*$$

$$= \frac{A' \sigma v}{1 - \alpha^2} \left( \frac{1}{(v^*)^2} - \frac{\alpha^2}{v^2} \right) \quad \alpha v^* \leq v \leq v^*$$

となる。

$V(v)$  と  $P(v, v')$  は  $\sigma_s(v)$  の仮定とマックスウェル分布から計算できる。

$$V(v) = \int_{-1}^1 \int_0^\infty \sigma_s v_r M_l(v_2) dv_2 \frac{d\mu}{2}$$

で表わされるから、 $\sigma_s$  および  $M_l$  を代入して積分すると次式となる。

$$V(v) = \frac{A e^{-(\beta v)^2}}{\beta \sqrt{\pi}} + \frac{A}{\beta} \left( \frac{1}{2\beta v} + \beta v \right) \text{erf}(\beta v) + \frac{B \tau^4}{\beta} \left[ \frac{e^{-(\beta v)^2}}{\sqrt{\pi}} + \left( \frac{1}{2\beta \tau v} + \beta \tau v \right) \text{erf}(\beta \tau v) e^{-K \tau^2 v^2} \right]$$

ここに、

$$\beta^2 = \frac{m}{2kT}, \quad \tau^2 = \frac{\beta^2}{\beta^2 + K}, \quad \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

$P(v, v')$  については

$$P(v, v') = \int_{-1}^1 \int_0^\infty v_r \sigma_s M_l(v_2) P(v, v', v_2, \mu) dv_2 \frac{d\mu}{2}$$

で表わされるから、この式の積分をおこなえば、衝突によりエネルギーが減少する  $0 \leq v \leq v'$  の場合には

$$P(v, v') = A \frac{(m+1)^2}{4m} \frac{v}{v'} \left[ \left\{ \text{erf}(\beta \xi v' + \beta \theta v) + \text{erf}(\beta \theta v - \beta \xi v') \right\} + e^{\beta^2 (v'^2 - v^2)/m} \left\{ \text{erf}(\beta \theta v' - \beta \xi v) \right. \right.$$

$$\left. \left. - \text{erf}(\beta \theta v' + \beta \xi v) \right\} \right] + B \frac{(m+1)^2}{4m} \frac{\beta^3}{\sqrt{\beta^2 + K}} \frac{v}{v'} \left\{ \beta^2 + K(m+1) \right\}^{-1}$$

$$\times \left[ e^{-\frac{K \beta^2 v'^2}{\beta^2 + K}} \left\{ \text{erf}(\beta \xi' v' + \beta \theta' v) + \text{erf}(\beta \theta' v - \beta \xi' v') \right\} + e^{\frac{\beta^2}{m} \left\{ v'^2 - \frac{\beta^2 + K(m+1)}{\beta^2 + K} \cdot v^2 \right\}} \right.$$

$$\left. \times \left\{ \text{erf}(\beta \theta' v' - \beta \xi' v) - \text{erf}(\beta \theta' v' + \beta \xi' v) \right\} \right]$$

衝突によりエネルギーが増加する  $v' \leq v \leq v^*$  の場合には、

$$P(v, v') = A \frac{(m+1)^2}{4m} \frac{v}{v'} \left[ \left\{ \text{erf}(\beta \theta v - \beta \xi v') - \text{erf}(\beta \theta v + \beta \xi v') \right\} + e^{\frac{\beta^2}{m} (v'^2 - v^2)} \right.$$

$$\left. \times \left\{ \text{erf}(\beta \xi v + \beta \theta v') - \text{erf}(\beta \xi v - \beta \theta v') \right\} \right] + B \frac{(m+1)^2}{4m} \frac{\beta^3}{\sqrt{\beta^2 + K}} \frac{v}{v'} \left\{ \beta^2 + K(m+1) \right\}^{-1}$$

$$\times \left[ e^{-\frac{K \beta^2 v'^2}{\beta^2 + K}} \left\{ \text{erf}(\beta \theta' v - \beta \xi' v') - \text{erf}(\beta \xi' v + \beta \theta' v') \right\} + e^{\frac{\beta^2}{m} \left\{ v'^2 - \frac{\beta^2 + K(m+1)}{\beta^2 + K} \cdot v^2 \right\}} \right]$$

$$\times \left\{ \operatorname{erf}(\beta\xi'v + \beta\theta'v') - \operatorname{erf}(\beta\xi'v - \beta\theta'v') \right\}$$

ここに,

$$\beta = \frac{m}{2kT}, \quad \theta = \frac{m+1}{2m}, \quad \xi = \frac{m-1}{2m}$$

$$\beta\theta' = \frac{m+1}{2m} \sqrt{\beta^2 + K}, \quad \beta\xi' = \frac{(m-1)\beta^2 - (m+1)K}{2m\sqrt{\beta^2 + K}}$$

なお, BROWN and St. JOHN の方法の場合には, 中性子速度が  $v_1$  以下の中性子が水素により散乱される場合には, 化学結合のために水素は水分子内原子として振舞うと考え, この場合には水素の質量として実効質量  $m=1.884$  amu を用いる.  $v_1$  に対応するエネルギーのしきい値は  $E_1=0.226$  eV である. また,  $v_1 < v' < v^*$  の領域では水素は自由原子として振舞うと考える. この領域で水素原子の運動も無視すると,  $P(v, v')$  は次式で与えられる.

$$P(v, v') = \frac{2v}{v'(1-\alpha^2)} V(v') \quad \alpha v' \leq v \leq v^*$$

$$= 0 \quad v < \alpha v'$$

ただし,

$$\alpha = \frac{m-1}{m+1}$$

### 2.3.2 数値計算法

熱エネルギー領域をエネルギーに関して 30 点に分割すると, (3.1) 式は 30 群の連立方程式となる. これを  $N_i$  について解くと,

$$N_i = \frac{S_i}{V_i + r_{ai} + DB^2 v_i} + \sum_{j=1}^{30} \frac{P_{ij} \Delta v_j}{V_i + r_{ai} + DB^2 v_i} N_j$$

となる.

この式はマトリックス・ベクトル記号でかくと,

$$\vec{N} = K \vec{n}$$

で表わされる.

ただし,

$$n_0 = 1.0$$

$$n_i = N_i \quad (i=1, \dots, 30)$$

$$K_{0j} = \delta_{0j} \quad K_{i0} = \frac{S_i}{V_i + r_{ai} + DB^2 v_i} \quad (i \neq 0)$$

$$K_{ij} = \frac{\bar{P}_{ij} \Delta v_j}{V_i + r_{ai} + DB^2 v_i} \quad (i \neq 0, j \neq 0)$$

( $\bar{P}_{ij}$  は数値計算の truncation error の補正を含む.)

この 31 群連立方程式を  $\vec{n}^{(k)}$  が収斂するまで繰返し計算法により解く, すなわち

$$n_i^{(k+1)} = \sum_{j=0}^{30} K_{ij} \bar{n}_j^{(k)}$$

$$\bar{n}_j^{(k)} = p_k n_j^{(k)} \quad (j=1, \dots, 30)$$

$$\bar{n}_0^{(k)} = 1.0$$

$p_k$ : 収斂加速因子

### 2.3.3 核定数計算式

熱中性子スペクトル  $N(v)$  が求まると, 断面積を  $N(v)$  で平均することにより, 平均断面積は求まる.

$$\bar{\sigma}_{ai} = \frac{\int_0^{v^*} r_{ai}(v) N(v) dv}{\int_0^{v^*} v N(v) dv}$$

$$\bar{\sigma}_{si} = \frac{\int_0^{v^*} V_i(v) N(v) dv}{\int_0^{v^*} v N(v) dv}$$



$$\sigma_{tot} = (1-\mu)\sigma_{at} + \sigma_{st}$$

(ただし, H<sub>2</sub>O の H については  $\sigma_s(1-\mu) \propto \frac{1}{v}$  として平均する.)

2.3.4 近似法

- (1) BROWN and St. JOHN: H<sub>2</sub>O の  $\sigma_s$  を (3.2) 式で表わす. 中性子速度  $v'$  が,  $v' < v_1 < v^*$  の範囲では H は H<sub>2</sub>O 分子内の原子として中性子を散乱すると仮定する (実効質量  $m=1.884$ ).  $v_1 < v' < v^*$  の範囲では H は自由原子として中性子を散乱する ( $m=1.0$ ).
- (2) WIGNER-WILKINS: H<sub>2</sub>O の  $\sigma_s$  を一定とする ( $\sigma_s=A, B=K=0$ ). H<sub>2</sub>O 分子としての非弾性散乱は無視する.
- (3) WILKINS (heavy gas): 上記 (2) の近似において, さらに moderator の mass が大きいとして散乱確率を近似する.

References

- 1) H. D. BROWN & S. St. JOHN: DP-33, (1954)
- 2) H. D. BROWN: DP-64, (1956)
- 3) H. D. BROWN: DP-194, (1957)
- 4) J. C. ENGLISH: DP-222, (1957)
- 5) 石黒, 斎藤 (直): 原研計算機資料 1010, (1962)
- 6) A. M. WEINBERG & E. P. WIGNER: Physical Theory of Neutron Chain Reactors, 332-343 (1958)
- 7) E. AMALDI: Handbuch der Physik, band XXXVIII/2.

2.4 燃料棒セル内中性子束分布 (P-3 近似) の計算

2.4.1 基礎方程式

単一エネルギーのボルツマン方程式は次式で与えられる.

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_{tot} \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \Sigma_s(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\Omega' + q(\vec{r})$$

円筒座標系の場合に上式は次のように表わされる.

$$\sin \theta \left\{ \cos \varphi \frac{\partial \phi(r, \theta, \varphi)}{\partial r} - \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial \phi(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + \Sigma_{tot}(r) \phi(r, \theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Sigma_s(r, \cos \theta_0) \phi(r, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi + q(r, \theta, \varphi)$$

$\phi, \Sigma_s, q$  を球面調和関数で展開すると次のようになる.

$$\phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \phi_{lm}(r) P_{lm}(\vec{\Omega})$$

$$\Sigma_s(r, \cos \theta_0) = \sum_{l=0}^{\infty} s_l P_l(\cos \theta_0)$$

$$q(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l q_{lm} P_{lm}(\vec{\Omega})$$

これを元の式に代入し,  $P_{lm}(\vec{\Omega})$  をかけて積分すると, 次式となる.

$$\frac{\sqrt{(l+2+m)(l+1+m)}}{2(2l+3)} \left( \frac{\partial \phi_{l+1,m+1}}{\partial r} + \frac{m+1}{r} \phi_{l+1,m+1} \right) - \frac{\sqrt{(l+1-m)(l+2-m)}}{2(2l+3)} \times \left( \frac{\partial \phi_{l+1,m-1}}{\partial r} - \frac{m-1}{r} \phi_{l+1,m-1} \right) - \frac{\sqrt{(l-m-1)(l-m)}}{2(2l-1)} \left( \frac{\partial \phi_{l-1,m+1}}{\partial r} + \frac{m-1}{r} \phi_{l-1,m+1} \right) + \frac{\sqrt{(l+m)(l+m-1)}}{2(2l-1)} \left( \frac{\partial \phi_{l-1,m-1}}{\partial r} - \frac{m-1}{r} \phi_{l-1,m-1} \right) + \frac{4\pi}{2l+1} s_l \phi_{lm} - \Sigma_{tot} \phi_{lm} + q_{lm} = 0$$

なお,  $\phi(r, \theta, \varphi)$  には  $(r, \varphi)$  面および  $(r, \theta)$  面に関する対称性がある.

$$\phi(r, \theta, \varphi) = \phi(r, \pi - \theta, \varphi), \quad \phi(r, \theta, \varphi) = \phi(r, \theta, -\varphi)$$

上記の式において  $\phi_{L+1}$  以上の moment を zero とおくと  $P_L$  近似となる。

#### 2.4.2 P-3 近似の解

$0 < r_1 < r_2 < \infty$  なる annular region における P-3 近似の解は次のようになる。ただし, source は uni-form and isotropic とする。

$$\phi_{00}(r) = \sum_{i=1}^2 \{A_i I_0(\nu_i x) + B_i K_0(\nu_i x)\} + q_{00}$$

$$\phi_{11}(r) = \sum_{i=1}^2 G_1(\nu_i) \{A_i I_1(\nu_i x) - B_i K_1(\nu_i x)\}$$

$$\phi_{20}(r) = \sum_{i=1}^2 -\frac{1}{2} G_2(\nu_i) \{A_i I_0(\nu_i x) + B_i K_0(\nu_i x)\} + M I_0(\beta x) + N K_0(\beta x)$$

$$\phi_{22}(r) = \sum_{i=1}^2 \frac{3}{2} G_2(\nu_i) \{A_i I_2(\nu_i x) + B_i K_2(\nu_i x)\} + M I_2(\beta x) + N K_2(\beta x)$$

$$\phi_{31}(r) = \sum_{i=1}^2 -\frac{1}{2} G_3(\nu_i) \{A_i I_1(\nu_i x) - B_i K_1(\nu_i x)\} - \frac{5\alpha_2}{3\beta} \{M I_1(\beta x) - N K_1(\beta x)\}$$

$$\phi_{33}(r) = \sum_{i=1}^2 \frac{5}{2} G_3(\nu_i) \{A_i I_3(\nu_i x) - B_i K_3(\nu_i x)\} - \frac{5\alpha_2}{\beta} \{M I_3(\beta x) - N K_3(\beta x)\}$$

ただし,  $G_1(\nu) = -\frac{\alpha_0}{\nu}$

$$G_2(\nu) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \frac{\alpha_1 \alpha_0}{\nu^2}$$

$$G_3(\nu) = \frac{5\alpha_2 + 4\alpha_0}{6\nu} - \frac{5}{2} \frac{\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2}{\nu^3} = \frac{3\nu}{14} - \frac{9\alpha_0 \alpha_1}{14\nu}$$

$$\beta = \sqrt{7\alpha_2 \alpha_3}$$

$$x = \sum_{\text{tot}} r$$

$\nu_1$  および  $\nu_2$  は次の 4 次式の根である。

$$9\nu^4 - (35\alpha_2 \alpha_3 + 28\alpha_0 \alpha_3 + 27\alpha_0 \alpha_1) \nu^2 + 105\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = 0$$

ただし,  $\alpha_i = 1 - \frac{\sum_s \overline{P}_i(\mu_0)}{\sum_{\text{tot}}}$

$$\overline{P}_0(\mu_0) = 1, \quad \overline{P}_1(\mu_0) = \bar{\mu}_0$$

$$\overline{P}_2(\mu_0) = \frac{1}{2} (3\bar{\mu}_0^2 - 1), \quad \overline{P}_3(\mu_0) = 0$$

$$\bar{\mu}_0 = \frac{2}{3A}$$

$$\bar{\mu}_0^2 = \frac{1}{4} (3 - A^2) + \frac{1}{8} \frac{(A^2 - 1)^2}{A} \ln \left( \frac{A+1}{A-1} \right)$$

この式を導く際には散乱は重心系で等方散乱であるとして, 実験室系での角度分布を求めている。

#### 2.4.3 境界条件

- (1) 2つの物質間の境界においては 2.4.2 の式で与えられる 6 箇の解のおのおのはすべて連続でなければならない。
- (2) 原点  $r=0$ , すなわち, 燃料棒中心では解が有限でなければならない。  
 $\therefore r=0$  を含む領域では  $B_1 = B_2 = N = 0$
- (3) 燃料棒単位セルの外側境界では, 中性子運動方向ベクトル  $\vec{Q}$  の境界面に関する反射を  $\vec{Q}^*$  とする  
と,

$$\phi(r_B, \vec{Q}) = \phi(r_B, \vec{Q}^*)$$

でなければならない。

Cylindrical co-ordinate では

$$\phi(r_B, \theta, \varphi) = \phi(r_B, \theta, \pi - \varphi)$$

となる。球面調和関数展開における  $P_{lm}(\theta, \phi)$  の  $\phi$  に関する周期性を考えれば

$$\begin{aligned}\phi_{1,1}(r_B) &= 0, & \phi_{3,1}(r_B) &= 0 \\ \phi_{3,3}(r_B) &= 0\end{aligned}$$

となる。

#### 2.4.4 係数の決定

各領域の境界および unit cell 外側境界および原点における解の  $I_n(\nu_i x)$ ,  $K_n(\nu_i x)$  の値を求め、境界条件の (1), (2) および (3) に代入すると,  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $M$  および  $N$  に関する連立1次方程式が得られる。この連立式を解くと  $A_i$ ,  $B_i$  および  $M$ ,  $N$  が求まる (2領域の場合には, 未知数  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $M$ ,  $N$  は9箇である)。

実際の数値計算においては Modified Bessel's function 1st Kind  $I_n(z)$  は  $z$  の増加関数で, 2nd Kind  $K_n(z)$  は減少関数であるため, 両関数の数値の桁数が大きく変るため, 係数  $A_i$ ,  $B_i$  に関する連立式をそのまま解くと error が大きい。

ゆえに, 各領域の外側境界における  $I_m(\nu_i x_B)$  または  $K_m(\nu_i x_B)$  でそれぞれ  $I_n(\nu_i x)$  または  $K_n(\nu_i x)$  を割った次の関数を用いて係数計算をおこなう。

$$\begin{aligned}I_n^{B-}(\nu_i^B x) &= \frac{I_n(\nu_i^B x)}{I_m(\nu_i^B x_B)} \\ K_n^{B-}(\nu_i^B x) &= \frac{K_n(\nu_i^B x)}{K_m(\nu_i^B x_B)}\end{aligned}$$

P-3 近似に用いるすべての  $i$  および  $n$  に対して,  $x=x_B$  とした場合の上記の関数のオーダーは1程度であるから, この関数を用いると精度良く係数計算ができる。

#### 2.4.5 $\overline{P_2(\mu)}$ の計算式

重心系における散乱を等方的とすると,

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{1 + A \cos \phi}{\sqrt{1 + 2A \cos \phi + A^2}} \\ \phi &: \text{重心系での散乱角} \\ \theta &: \text{実験室系での散乱角} \\ \bar{\mu}^2 &= \int_{-1}^1 \frac{(1 + A \cos \phi)^2}{(1 + 2A \cos \phi + A^2)^2} \frac{d \cos \phi}{2} \\ &= \frac{3 - A^2}{4} + \frac{(A^2 - 1)^2}{8A} \ln \frac{A + 1}{A - 1} \\ \overline{P_2(\mu)} &= \frac{1}{2} (3\bar{\mu}^2 - 1)\end{aligned}$$

$$\mu = \cos \theta$$

$A=1$  の場合

$$\bar{\mu}^2 = \frac{1}{2}, \quad \overline{P_2(\mu)} = \frac{1}{4}$$

$A \rightarrow \infty$  の場合

$$\bar{\mu}^2 \rightarrow \frac{1}{3}, \quad \overline{P_2(\mu)} \rightarrow 0$$

$A \gg 1$  の場合

$$\begin{aligned}\bar{\mu}^2 &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{1}{5A^2} + \frac{1}{7A^4} + \frac{1}{9A^6} + \frac{1}{11A^8} + \frac{1}{13A^{10}} + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \left( \frac{1}{3A^2} + \frac{1}{5A^4} + \frac{1}{7A^6} + \frac{1}{9A^8} + \frac{1}{11A^{10}} + \dots \right) + \left( \frac{1}{A^2} + \frac{1}{3A^4} + \frac{1}{5A^6} + \frac{1}{7A^8} + \frac{1}{9A^{10}} + \dots \right) \right\}\end{aligned}$$

#### References

- 1) A. M. WEINBERG & E. P. WIGNER: Physical Theory of Neutron Chain Reactors, 272-277 (1958)
- 2) J. FLECK: BNL-1574, (1953)

- 3) J. W. WEIL: KAPL-1173, (1954)
- 4) J. CHERNICK: BNL-1797, (1954)
- 5) J. H. TAIT: A/conf., P/433 (1955)

## 2.5 2次元多群多領域拡散方程式計算コードによる出力分布計算

### 2.5.1 基礎方程式

Multi-group diffusion 方程式は (5.1) 式の形をしている。

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot D_i(\vec{x}) \nabla \varphi_i(\vec{x}) + \sigma_i(\vec{x}) \varphi_i(\vec{x}) \\ = \frac{\chi_i \psi(\vec{x})}{\lambda} + \Sigma^{R_{i-1}}(\vec{x}) \varphi_{i-1}(\vec{x}) \quad (i=1, 2, \dots, k) \end{aligned} \quad (5.1)$$

ただし,

$$\sigma_i(\vec{x}) = \Sigma^a_i(\vec{x}) + \Sigma^{R_i}(\vec{x}) + B_z^2 D_i(\vec{x})$$

$$\psi(\vec{x}) = \sum_{i=1}^k \nu_i \Sigma^f_i(\vec{x}) \varphi_i(\vec{x})$$

$$\Sigma^{R_0}(\vec{x}) = \Sigma^{R_k}(\vec{x}) \equiv 0$$

$$\chi_k = 0, \quad k > 1, \quad \sum_{i=1}^{k-1} \chi_i = 1$$

$D$ : diffusion coefficient

$\Sigma^a$ : absorption cross-section

$\Sigma^R$ : removal cross-section

$B_z^2$ : transverse buckling

$\chi_i$ : integral of the fission spectrum within the  $i$ -th group

$\psi$ : the fission source

$\lambda$ : eigenvalue

$\nu_i$ : neutrons produced per fission

$\Sigma^f$ : fission cross section

$\varphi$ : the neutron flux

### 2.5.2 境界条件

- (1) 内部拡散領域の任意の boundary において

$$\varphi_i(\vec{x}_+) = \varphi_i(\vec{x}_-)$$

$$D_i(\vec{x}_+) \nabla \varphi_i(\vec{x}_+) = D_i(\vec{x}_-) \nabla \varphi_i(\vec{x}_-)$$

- (2) 制御棒領域の boundary において

$$\frac{D_i(\vec{s})}{\varphi_i(\vec{s})} \cdot \frac{\partial \varphi_i(\vec{s})}{\partial n} = -C_i \quad (\vec{s}: \text{rod region boundary point})$$

- (3) 外部境界において

$$\varphi(\vec{s}) = \varphi_i(\vec{s}) = 0 \quad (\vec{s}: \text{外部境界})$$

または,  $\frac{\partial \varphi_i}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$

### 2.5.3 数値計算法概要

(5.1) 式を, mesh point  $(x_0, y_0)$  とそれに隣接する 4 mesh point における  $\varphi$  の値の階差式に直すと, 5 点階差式

$$\begin{aligned} \alpha_1 \varphi_i(x_0, y_0 + h_1) + \alpha_2 \varphi_i(x_0 - h_2, y_0) + \alpha_3 \varphi_i(x_0, y_0 - h_3) + \alpha_4 \varphi_i(x_0 + h_4, y_0) \\ - \alpha_0 \varphi_i(x_0, y_0) + \alpha_5 \left( \frac{\chi_i \psi}{\lambda} \right) + \alpha_6 \varphi_{i-1}(x_0, y_0) = 0 \end{aligned}$$

となる。ただし, 係数  $\alpha_i$  ( $i=0, 1, \dots, 6$ ) は核定数と mesh 幅で決まる係数である。

上記の式を全 mesh point についてまとめると次の vector, matrix form で表わせる。

$$A_i \vec{\phi}_i = \frac{\chi_i \vec{\psi}}{\lambda} + B_i \vec{\phi}_{i-1} \quad (i=1, \dots, k)$$

$$\vec{\psi} = \sum_{i=1}^k V_i \vec{\phi}_i$$

ただし,  $A_i, B_i, V_i$  は matrix,  $\vec{\phi}, \vec{\psi}$  は vector.

この式を次のような  $n$  に関する繰返し法で解く.

$$A_i \vec{\phi}_i^{(n+1)} = \frac{\chi_i \vec{\psi}^{(n)}}{\lambda_n} + B_i \vec{\phi}_{i-1}^{(n+1)}$$

$$\vec{\psi}^{(n)} = \sum_i V_i \vec{\phi}_i^{(n)}$$

2次元 ( $x$ - $y$  or  $r$ - $z$ ) 4群多領域拡散コード PDQ では, この繰返し計算の方法として

(1) inner iteration: Young-Frankel Successive Overrelaxation Method

(2) outer iteration: Chebyshev Polynomial Method

を使用している.

## References

- 1) G. G. BILODEAU, *et al.*: "PDQ" WAPD-TM-70, (1957)
- 2) G. J. HABETLER: KAPL-1415, (1955) (PROD II, Equation)
- 3) E. L. WACHSPRESS: KAPL-1724, "CURE", (1957)

## 2.6 DEUTSCH の方法による核定数計算

### 2.6.1 中性子温度<sup>1,2)</sup>

$$T_n = T_M \left\{ 1 + 0.75 \frac{\Sigma_a(T)}{\xi \Sigma_a(\mu k T)} \right\}^2 \quad (6 \cdot 1)$$

$$\Sigma_a(T) = \sqrt{\frac{293.16}{T_M}} \sum_i v_i \sum_j N_{ij} \sigma_{aj}(22)$$

$$\xi \Sigma_a(\mu k T) = \nu_{H_2O} N_{H_2O} \xi_{H_2O} \sigma_{a, H_2O}$$

(6.1) 式は ZWEIFEL<sup>4)</sup> が与えた式であり, (6.1) の係数 0.75 は Wigner-Wilkins spectrum に fit するように定めた係数である.

### 2.6.2 熱中性子吸収断面積

$$\bar{\sigma}_{1/v} = 0.93 \left( \frac{293.16}{T_n} \right)^{1/2} \sigma_a(22)$$

$$\bar{\sigma}_a^{25} = \sigma_a^{25}(22) \cdot g_{a25}(T_n)$$

$$\bar{\sigma}_f^{25} = \sigma_f^{25}(22) \cdot g_{f25}(T_n)$$

$1/v$  吸収体の場合には  $0 \sim 4 kT_n$  での Maxwell spectrum 平均を用いる.

<sup>235</sup>U の  $\bar{\sigma}_a$  および  $\bar{\sigma}_f$  の計算には not- $1/v$  因子を用いる.

### 2.6.3 熱中性子輸送断面積

$$\sigma_{tr} = \sigma_a \left( 1 - \frac{2}{3A} \right)$$

$$\sigma_{tr, H} = 36.8 \times 0.93 \times \left( \frac{293.16}{T_n} \right)^{1/2}$$

H<sub>2</sub>O 以外の物質の transport cross section は constant とする. H の  $\sigma_{tr}$  は  $1/v$  で変化するとする<sup>1,2)</sup>.

### 2.6.4 熱中性子損失因子

$$\frac{\phi_M}{\phi_F} = \frac{3 \Sigma_{aF} R_0}{2 \kappa \lambda} \left\{ \kappa d + \frac{I_0(\kappa R_1) K_1(\kappa R_2) + I_1(\kappa R_2) K_0(\kappa R_1)}{I_1(\kappa R_2) K_1(\kappa R_1) - I_1(\kappa R_1) K_1(\kappa R_2)} - \frac{2 \kappa R_1}{\kappa^2 R_2^2 - \kappa^2 R_1^2} \right\}$$

$$\frac{\phi_c}{\phi_F} = \left(1 + \frac{\phi_M}{\phi_F}\right) / 2$$

fuel rod 表面での境界条件は P-3 近似での flux depression の解を用い, moderator では拡散近似での取扱  
いをする<sup>2)</sup>. ただし,

$$d = \Delta \left( \frac{R_0}{\lambda} \right) + \frac{4}{3} \lambda \left( \frac{1 - 2f \Sigma_{aF} R_0}{2f \Sigma_{aF} R_0} \right)$$

であり,  $\Delta \left( \frac{R_0}{\lambda} \right)$  および  $f$  は graph により与えられる.

### 2.6.5 熱中性子群核定数

$$\Sigma_{a3} = \frac{\sum_i v_i \Sigma_{ai} \phi_i}{\sum_i v_i \phi_i}$$

$$\Sigma_{tr3} = \frac{\sum_i v_i \Sigma_{tri} \phi_i}{\sum_i v_i \phi_i}$$

$$D_3 = \frac{1}{3(\Sigma_{a3} + \Sigma_{tr3})}$$

$$\nu \Sigma_{f3} = \frac{\nu^{25} \nu_F \Sigma_{f3}^{25} \phi_F}{\sum_i v_i \phi_i}$$

### 2.6.6 共鳴を逃れる確率

$$p = \exp \left( - \frac{1}{\frac{1}{f_r} - 1} \right)$$

$$\frac{1}{f_r} - 1 = \frac{\nu_M N_M (\xi \sigma_a)_{eM}}{\nu_F N^{25} I_{eff}} + (E - 1)$$

$$E - 1 = \frac{\kappa_M R_2}{2} \left\{ \frac{1}{1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right\}$$

$$I_{eff} = I_{eff}' K_d$$

$$I_{eff}' = 5.25 + 26.6 \sqrt{\frac{S_{eff}}{M}}$$

$$S_{eff} = S(1 - t)$$

$$t = \frac{2X \{ K_{it} (\Sigma_M R_0 P) - k_{it} (\Sigma_M R_0 Q) \}}{\pi \Sigma_M R_0 \left( \sqrt{\frac{\nu_M}{\nu_F} + 1} - \sqrt{1 + \frac{\nu_M}{\nu_F}} \right)}$$

$$X = \frac{4}{\pi} \left\{ 1 + \frac{5 - 2 \exp \left( 2 - \frac{P_i}{R_0} \right)}{6} \right\} \sin^{-1} \left( \frac{R_0}{P_i} \right)$$

$$P = \left( 1 + \frac{\nu_M}{\nu_F} \right) \sin^{-1} \left( 1 + \frac{\nu_M}{\nu_F} \right)^{-1/2} + \left( 1 + \frac{\nu_M}{\nu_F} \right)^{1/2} - \frac{\pi + 2}{2}$$

$$Q = P - 2 \left\{ - \sqrt{\frac{\nu_M}{\nu_F}} + \left( 1 + \frac{\nu_M}{\nu_F} \right)^{1/2} - 1 \right\}$$

$$K_d = 0.8954 + \left\{ 0.1089 + 0.00081427 \frac{M}{S_{eff}} \right\} \sqrt{\frac{T_f}{T_{f0}}} + \left\{ 0.013044 \left( \frac{T_f}{T_{f0}} \right) - 0.014968 \left( \frac{T_{f0}}{T_f} \right) \right\}$$

$$\times \sqrt{\frac{S_{eff}}{M}} - 0.003283 \left( \frac{T_f}{T_{f0}} \right) \sqrt{\frac{M}{S_{eff}}}$$

ただし, 
$$K_{it}(x) = \int_0^{\pi/2} e^{-x/\sin \theta} \sin^3 \theta d\theta$$

$p$  の計算は拡散理論による<sup>7)</sup>.  $E - 1$  の式は  $\kappa_M R_2 \ll 1$  の場合の近似式による<sup>8)</sup>.  $I_{eff}'$  の係数は HELLSTRAND  
の実験値による<sup>9)</sup>. ただし, mass absorption の項には  $1/\nu$  part による 1.1b を加えている<sup>2)</sup>.  $t$  の計算式  
は Dancoff-Ginsburg 補正の近似式である<sup>10)</sup>.  $K_d$  の式は  $^{238}\text{U}$  の Doppler 効果を補正する近似式である

2.6.7 高速分裂効果

$$\epsilon = 1 + \frac{0.168}{1 + \frac{\alpha \rho_{H_2O} v_{H_2O}}{(1-\zeta) \rho_{UO_2} v_F}}$$

この式は  $\epsilon$  の実験値に基づく半実験式である<sup>12)</sup>。なお、R. W. DEUTSCH も KLEIN の実験値に基づく均質化した次式を与えている。ただし、' の付いた値は実験における値である<sup>2)</sup>。

$$\epsilon - 1 = (\epsilon' - 1) \frac{N_{28} \sum_i v'_i \Sigma'_{s1i}}{N'_{28} \sum_i v_i \Sigma_{s1i}}$$

2.6.8 高速群, エピサーマル群拡散係数

$$D_k = \frac{1}{3 \Sigma_{trk}} \quad (k=1, 2)$$

$$\Sigma_{trk} = \frac{\sum_j v_j \Sigma_{trjk}}{\sum_j v_j}$$

2.6.9 減速面積

$$\tau_1 = \frac{25(v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i)^2}{(\rho_{H_2O} v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i X_{1i}) (\rho_{H_2O} v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i Y_{1i})}$$

$$\tau_2 = \frac{(5.5 + \frac{4u}{11.75})(v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i)^2}{(\rho_{H_2O} v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i X_{2i}) (\rho_{H_2O} v_{H_2O} + \sum_{i \neq H_2O} v_i Y_{2i})}$$

$\tau$  の計算式は H<sub>2</sub>O の場合の  $\tau$  の実験値 (In resonance 1.46 eV 迄) 30.5 cm<sup>2</sup> を基礎とした半実験式である<sup>1, 2)</sup>。

2.6.10 減速断面積<sup>1)</sup>

$$\Sigma_{s1k} = D_k / \tau_k \quad (k=1, 2)$$

2.6.11 反射体節約<sup>2)</sup>

$$\delta = 7.2 + 0.10(M^2 - 4.00)$$

$$M^2 = \tau_1 + p\tau_2 + L^2$$

$$L^2 = \frac{D_3}{\Sigma_{a3}}$$

2.6.12 実効増倍率<sup>2)</sup>

$$k_{eff} = \frac{\epsilon v \Sigma_{f3}}{\Sigma_{a3} (1 + B^2 \tau_1) (1 + B^2 \tau_2 + \frac{\Sigma_{a2}}{\Sigma_{s12}}) (1 + B^2 L^2)}$$

$$B^2 = \left(\frac{2.405}{R + \delta}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H + 2\delta}\right)^2$$

2.6.13 ミクロ断面積

(1) Thermal group,  $\sigma_a(22)$  for  $1/v$  absorber &  $\sigma_s(1-\bar{\mu})$

Element	$\sigma_a(22)$	$\sigma_s(1-\bar{\mu})$
H	0.332	36.8 ( $v_{22}/v$ )
Cr	3.10	3.0
Fe	2.53	11.0
Ni	4.8	17.5
Mn	13.2	2.3
<sup>238</sup> U	2.71	8.3
Zr	0.18	8.0
O	—	4.0

(2) Thermal group, average  $\bar{\sigma}_a^{25}$ 

$kT_n$ (eV)	$\bar{\sigma}_a^{25}$
0.025	633
0.040	484
0.060	387
0.080	338
0.100	303

(3) Fast & epithermal group  $\sigma_{tr}$ ,  $\sigma_{s1}$  for fast fission calc.

Material	$\sigma_{tr1}$	$\sigma_{tr2}$	$\sigma_{s1}$
H <sub>2</sub> O	6.03	16.44	5.20
18-8 stainless st.	3.09	9.02	1.04
UO <sub>2</sub>	14.18	21.28	3.70
Zr	6.27	7.08	1.16

(4) Fast & epithermal group  $X_i$ ,  $Y_i$ 

Material	$X_1$	$X_2$	$Y_1$	$Y_2$
18-8 stainless st.	1.30	1.39	0.189	0.021
UO <sub>2</sub>	1.61	0.885	0.445	0.019
Zr	1.33	0.547	0.107	0.005

## 2.6.14 記 号

- $\sigma$ : microscopic cross section
- $\Sigma$ : macroscopic cross section
- $v_i$ : volume fraction of  $i$ -th material in the unit cell
- $N_{ij}$ : number density of  $j$ -th nuclide in the  $i$ -th material
- $T$ : temperature corresponding to energy  $kT$
- $\mu$ : thermal cut-off energy index
- $r$ : WESTCOTT'S epithermal index
- $g$ : WESTCOTT'S  $g$ -factor
- $s$ : WESTCOTT'S  $s$ -factor
- $\xi$ : mean lethargy decrement
- $\phi_i$ : average flux in the  $i$ -th material of a unit cell
- $\lambda$ : transport mean free path
- $\kappa$ : inverse neutron diffusion length
- $R_0$ : fuel rod radius
- $R_1$ : cladding outer radius
- $R_2$ : unit cell equivalent radius
- $p_t$ : lattice pitch
- $I_{eff}$ : effective resonance integral
- $S/M$ : surface to mass ratio of a fuel rod
- $1-t$ : Dancoff-Ginsburg correction factor
- $K_d$ : Doppler effect correction factor
- $\epsilon$ : fast fission factor
- $\tau$ : slowing down area (neutron age)
- $L^2$ : diffusion area
- $M^2$ : migration area
- $\delta$ : reflector saving
- $\nu$ : neutron released per fission
- $k_{eff}$ : effective multiplication factor



$B^2$ : geometrical buckling

$R$ : core radius

$H$ : core height

$D$ : diffusion coefficient

$X_{ki}$ : transport equivalence factor

$Y_{ki}$ : slowing-down equivalence factor

$\zeta$ : enrichment.

suffix

$k$ : energy group ( $k=1, 2, 3$ )

1: fast group

2: epithermal group

3: thermal group

$j$ : nuclide,  $j$

$i$ : material,  $i$  (or  $i$ -th region in a unit cell)

F: fuel

M: moderator

n: neutron

25:  $^{235}\text{U}$

28:  $^{238}\text{U}$

a: absorption

tr: transport

s: scattering

sl: slowing-down

f: fission

$1/v$ :  $1/v$ -absorber

e: epithermal

References

- 1) R. W. DEUTSCH: *Nucleonics*, **15** (No. 1), 168 (Jan. 1957)
- 2) R. W. DEUTSCH: *J. Nuclear Energy, Pt A/B, Reactor, Sci. & Technol.*, **14**, 168~179 (1961)
- 3) "Research Reactors, Physics", 375 (1955)
- 4) P. F. ZWEIFEL & C. D. PETRIE: KAPL-1469, (1956)
- 5) R. L. MURRAY: *Nuclear Reactor Physics*, 訳 149 (1957)
- 6) WESTCOTT: AECL-1101 (1960)
- 7) A. M. WEINBERG & E. P. WIGNER: *The Physical Theory of Neutron Chain Reactors*, Chap. XIX, 665
- 8) ANL-5800, 320 (1958)
- 9) E. HELLSTRAND: *J. Appl. Phys.*, **28**, 1943 (1957)
- 10) Y. FUKAI: *Nuclear Sci. & Eng.*, **9**, 370-376 (1961)
- 11) *Trans. of ANS*, **4** (No. 1), 18-19 (Jun. 1961)
- 12) KLEIN: *Trans. of ANS*, **1** (No. 1), 51-53 (1958)