

中重核の低い励起状態

1968 年 3 月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

日本原子力研究所は、研究成果、調査結果の報告のため、つぎの3種の研究報告書を、それぞれの通しナンバーを付して、不定期に公刊しております。

- | | | |
|---------|----------------------------------|-----------------|
| 1. 研究報告 | まとまった研究の成果あるいはその一部における重要な結果の報告 | JAERI 1001-3999 |
| 2. 調査報告 | 総説、展望、紹介などを含め、研究の成果、調査の結果をまとめたもの | JAERI 4001-5999 |
| 3. 資料 | 研究成果の普及、開発状況の紹介、施設共同利用の手引など | JAERI 6001-6999 |

このうち既刊分については「JAERI レポート一覧」にタイトル・要旨をまとめて掲載し、また新刊レポートは「原研びふりお」でその都度紹介しています。これらの研究報告書に関する頒布、版權、複写のお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あてお申し越しください。

Japan Atomic Energy Research Institute publishes the nonperiodical reports with the following classification numbers:

1. **JAERI 1001-3999** Research reports,
2. **JAERI 4001-5999** Survey reports and reviews,
3. **JAERI 6001-6999** Information and Guiding Booklets.

Any inquiries concerning distribution copyright and reprint of the above reports should be directed to the Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan

中 重 核 の 低 い 励 起 状 態

要 旨

中重核の低い励起状態についての研究会が 1967 年 12 月 14 日から 16 日まで、原研東海研究所において開催された。

研究会では、次の 3 つのセッションについて討論がなされた。(1) 中重核における実験的研究の現状、(2) 原子核の集団運動の理論、(3) $(f \cdot p)$ シェルを中心とした核模型。

この研究報告は、研究会のさい発表された総合報告とコメント (26 篇) をまとめたものである。

1968 年 2 月

編集者 日本原子力研究所 東海研究所

竹 腰 英 子 原 田 吉之助

Low-lying States in Medium-and Heavy-Mass Nuclei

Abstract

A conference on the structure of the low-lying nuclear states was held at the Tokai Research Establishment of the JAERI, for three days from December 14 to 16, 1967.

The conference was held in the three sessions; (1) Present status of the experimental studies, (2) Theory of collective motion and (3) Nuclear structure in $(f \cdot p)$ shell region.

This report is a collection of the twenty-six (26) papers presented.

February 1968

Editors : EIKO TAKEKOSHI, KICHINOSUKE HARADA

Tokai Research Establishment
Japan Atomic Energy Research Institute

は　じ　め　に

昭和 36 年，原研東海研究所において，原研，核研，理研共催の下に“質量数 40 以上の原子核構造”についての研究会が開催され，その報告は JAERI 1020 に収録された．そしてその後 6 年間，この報告は長く核物理研究の推進に役立ったことは言うまでもない．

しかしながら，この間，この分野の研究はめざましい発展をしてきた．すなわち，実験データは 6 年前をはるかにしのぐ精度と速度で累積されてきている．6 年前までは， β - γ スペクトロスコピーが主体であったが，近年はこれに“核反応による励起核の研究”が加わり，中重核の低い励起状態における核構造のほぼ決定的な資料が得られるようになってきた．一方，理論的解明は上記実験データをもとにして，現象論的考察から，各々の核子に対する微視的考察へと発展し，大型計算機の巨大な計算能力を駆使して，その解明の判定を短時間に行ないうようになってきた．このような状況下で，昨年 9 月，東京において“原子核構造に関する国際会議”が開催された．

その後，国際会議後の討論も含めて，日本における核構造研究の“かみしめ”と“今後の方向に対する討論”のために，原研東海研究所において“中重核の低い励起状態”に関する研究会が開催され，学界の若いエキスパートのエネルギーの結集も含めて非常に活発な討論がなされた．その報告が以下に展開されているが，これが今後の核構造研究への洞察に大きく役立ち，みのり多き成果への指針となることを念ずる．

昭和 43 年 2 月 12 日

日本原子力研究所

百　田　光　雄

目 次

第1部 中重核における実験の現状

(座長：坂井光夫，森永晴彦)

1. 核構造のプローブとしての新しいアイソメリズム…………… 山崎 敏光 …… 1
2. 核研におけるイン ビーム スペクトロスコピー…………… 石原 正泰 …… 10
3. $^{151,153}\text{Eu} (p, 2n\gamma)$ 反応に現われる $^{150,152}\text{Gd}$ のレベル…………… 郷農 靖之 …… 14
4. (γ, γ') 反応により観測される励起状態…………… 鹿園 直基 …… 17
5. 変形核におけるヒンダーされた $E1$ 遷移…………… 田村 務 …… 21
6. 異常に遅い許容ベータ崩壊…………… 宮野 和政 …… 26
7. 中重奇核の核構造に対するコメント…………… 稲村 卓 …… 31
8. 稀土類領域における偶-偶核の集団運動状態のシステムティクス…松本純一郎・竹腰英子 …… 39
9. (p, t) 反応による 偶サマリウム アイソトープの核構造
…………… 石崎可秀・佐々木潔・吉田義輝 …… 47
10. 陽子の非弾性散乱による核構造 (2^+ 極振動状態の励起について)…………… 小池 正宏 …… 56
11. アイソバリック・アナログ・レゾナンスを用いた中重核領域の核構造…………… 李 相茂 …… 64
12. 変形核の八重極振動と Y_{3-} 変形…………… 山形 魏 …… 68

第2部 集団運動の理論

(座長：原田吉之助，吉沢康和，佐野光男)

1. 原子核の振動状態…………… 佐野 光男 …… 71
2. Te, Xe, Ba 同位体における“準回転励起状態”の記述に対する一つの試み… 宮西 敬直 …… 84
3. 球形振動核における非調和振動…………… 岸本照夫・池田清美 …… 90
4. オクタポール モードに関するコメント…………… 楠野 貞夫 …… 96
5. 原子核における分子的描像…………… 池田 清美 …… 99
6. 変形核での $K=0^+$ 励起準位…………… 御子柴 修 …… 106
7. 原子核の平衡変形…………… 若井 正道 …… 113
8. セニョリティ混合および γ 振動帯の構造に関するコメント…………… 野村 正男 …… 115
9. シェイプ・アイソマーの寿命…………… 大西 直毅 …… 118
10. 重い原子核における Y_{40-} 変形…………… 原田吉之助 …… 120
11. 低速中性子による (n, α) 反応…………… 岡本 浩一 …… 123

第3部 $(f \cdot p)$ 殻領域の核構造

(座長：堀江 久)

1. $(f \cdot p)$ 殻を中心とした核模型のレビュー…………… 市村 宗武 …… 125
2. $(p \cdot f)$ 殻領域における陽子-中性子相互作用…………… 小川 建吾 …… 133
3. 奇-奇核における中性子-陽子相互作用…………… 佐々木潔・殿塚 勲 …… 138

Contents

Part 1 Present Status of Nuclear Structure Experiments in the Intermediate Mass Region

(Chairmen : MITSUO SAKAI and HARUHIKO MORINAGA)

1. New isomerism as a probe to study nuclear structure TOSHIMITSU YAMAZAKI 1
2. In beam spectroscopy in the INS MASAYASU ISHIHARA ... 10
3. Level schemes of $^{150,152}\text{Gd}$ in the reaction $^{151,153}\text{Eu} (p, 2n\gamma)$ YASUYUKI GONO ... 14
4. Nuclear levels observed by (γ, γ') reaction NAOMOTO SHIKAZONO ... 17
5. Hindered $E1$ transitions in deformed odd A nuclei TSUTOMU TAMURA ... 21
6. Allowed beta transitions with anomalously large $\log ft$ values
..... KAZUMASA MIYANO ... 26
7. Some comments on the nuclear structure of medium odd mass nuclei
..... TAKASHI INAMURA ... 31
8. Systematics of collective states of even-even nuclei in the
rare-earth region ZYUN-ITIRO MATUMOTO and EIKO TAKEKOSHI ... 39
9. Nuclear structure study of the even Sm isotopes from the (p, t) reactions
..... YOSHIHIDE ISHIZAKI, KIYOSHI SASAKI and YOSHITERU YOSHIDA ... 47
10. Single-phonon 4^+ state in spherical nuclei MASAHIRO KOIKE ... 56
11. Nuclear structure in the intermediate mass region by
using isobaric analogue resonance SAN-MOO LEE ... 64
12. Octupole vibration of deformed nuclei and Y_3 -deformation
..... TAKASHI YAMAZAKI ... 68

Part 2 Theory of Collective Motion

(Chairmen : KICHINOSUKE HARADA, YASUKAZU YOSHIZAWA and MITSUO SANO)

1. Vibrational states of nuclei MITSUO SANO ... 71
2. A possible description of "Rotation-like excitations" in Te, Xe
and Ba isotopes YOSHINAO MIYANISHI ... 84
3. Anharmonic vibrations in spherical even-even nuclei
..... TERUO KISHIMOTO and KIYOMI IKEDA ... 90
4. Comments on octupole mode SADA O KUSUNO ... 96
5. Molecular aspect in atomic nuclei KIYOMI IKEDA ... 99
6. $K=0^+$ excited levels in deformed nuclei OSAMU MIKOSHIBA ... 106
7. Equilibrium deformation of nucleus MASAMICHI WAKAI ... 113
8. Comments on the problems of seniority mixing and γ -band structure
..... MASAO NOMURA ... 115
9. Life time of "Shape Isomer" NAOKI OHNISHI ... 118
10. Note on the Y_{40} -deformation in heavy nuclei KICHINOSUKE HARADA ... 120
11. Thermal neutron induced (n, α) reaction KOICHI OKAMOTO ... 123

Part 3 Structure of $(f \cdot p)$ Shell Nuclei (Chairman : HISASHI HORIE)

1. Reviews on the nuclear models in the region of (fp) Shell
..... MUNETAKE ICHIMURA ... 125
2. Effective proton-neutron interaction in the (pf) shells KENGO OGAWA ... 133
3. Effective neutron-proton interaction in odd-odd nuclei
..... KIYOSHI SASAKI and ISAO TONOUZUKA ... 138

まえがき

中重核の低い励起状態についての研究会が昭和42年12月14日から3日間、原研東海研究所において開催された*。この研究会は核物理第一、第二研究室および所外の3人の若手核物理研究者の協力のもとに企画され、研究所内外の核物理研究者約60名が参加した。この研究会では、6年前原研で開催された核構造研究会**で活発に討論された事柄のその後の発展をたどるという趣旨の下に、次の3つがテーマとして選定された。

第1部 中重核における実験的研究の現状

第2部 原子核の集団運動の理論

第3部 (fp) シェルの核構造

この研究報告は、研究会の際、発表された総合報告とコメントを集めたものである。

昭和43年2月

研究会世話人：

大西直毅(東工大)、久保謙一(東大核研)、岸本照夫(東大)

松本純一郎、黒柳登喜夫、若井正道、田村 務

編集者：竹腰 英子、原田吉之助

Preface

A conference on the structure of the low-lying nuclear states was held at the Tokai Research Establishment of the JAERI, for three days from December 14 to 16, 1967. Arrangements were made by the Nuclear Physics and the Linac Laboratories in the JAERI, and by three young nuclear physicists in other institutions. About 60 physicists participated in this conference.

The last conference on the nuclear structure had been held at the JAERI in 1962. During six years thereafter, huge advances have been made both in its experimental and theoretical studies. This time the topics of the conference were therefore selected with intent to trace the recent developments in this field, and the following three sessions were held.

Session 1. Present status of the experimental studies.

Session 2. Theory of collective motion.

Session 3. Nuclear structure in (fp) shell region.

This report is a collection of the papers presented.

February 1968

The Conference Organizing Committee :

NAOKI OHNISHI, KENJI KUBO, TERUO KISHIMOTO,

ZYVN-ITIRO MATUMOTO, TOKIO KUROYANAGI,

MASAMICHI WAKAI, TSUTOMU TAMURA.

Editors : EIKO TAKEKOSHI, KICHINOSUKE HARADA

* この報告書は日本原子力研究所が日本工業振興会を契約先とした委託調査〔中重核の低い励起状態〕の報告である。

** 質量数 40 以上の原子核の構造, JAERI 1020 (1962)

第 1 部

中重核における実験の現状

(座長：坂井光夫，森永晴彦)

Part 1

Present Status of Nuclear Structure Experiments in the Intermediate Mass Region

(Chairmen : MITSUO SAKAI and HARUHIKO MORINAGA)

1. 核構造のプロブとしての新しいアイソメリズム

山 崎 敏 光*

1. New Isomerism as a Probe to Study Nuclear Structure

TOSHIMITSU YAMAZAKI*

New experimental method to study isomerism and nuclear moments is described.
Isomerism resulting from the generalized NORDHEIM Rule is discussed.

1. In-Beam Spectroscopy の発展

α , β 崩壊を経由しない γ 崩壊の研究は、励起状態を核反応によって作りあげることによって可能である。これは古くから、クーロン励起または非弾性散乱で励起される低エネルギー準位について行なわれてきたが、1962 年に MORINAGA-GUGELOT¹⁾ が (α , xn) 反応に伴う γ 線の測定をはじめて成功させてから、この種の反応線の研究は、それまで知られることのなかった数多くの重要な準位の発見に役立ってきた。変形核の基底回転バンドはその最初の成果であり、振動状態に近いバンドはその次の成果であった。この反応 γ 線スペクトロスコピーの特徴をあげてみよう。

第一に、高いスピンのもつ高い励起準位が生成され、それが最低エネルギー、最高スピンの系列を経由して基底準位へおちる²⁾。このような系列を M 系列と名づけておこう。M 系列は、核の励起準位のパターンいかんによる。代表的な 3 つの領域における M 系列を Fig. 1 (a), 1(b), 1(c) に示してある。MORINAGA-GUGELOT が変

形領域 (Fig. 1(a)) において成功したのは、そこでは単位エネルギーが $I(I+1)$ に比例し、したがって転移エネルギーが I に比例して等間隔に分布するので、分解能の悪いシンチレーション・スペクトロメータでも十分分離可能であったからであったが、最近の Ge(Li) 検出器、電子スペクトロメータの発展により、現在では Fig. 1(b), 1(c) の領域をも難なく研究できるようになった。また、M 系列からはずれた準位も研究の対象となっている。

第二に、安定核のみならず、不安定核の励起準位を系統的に研究することができる。特に重イオン反応を用いることにより、未知の領域があらわれてくる。

第三に、残留状態は、ビームの方向に垂直な面内に align しているので、 γ 線の角分布だけから、準位のスピン、 γ 線の多重極度の assignment をすることができる。

さて、もし M 系列またはそれに近い準位が isomeric であったとしよう。そのときは、ビームをパルス化して遅延 γ 線の有無をしらべることにより容易にその存在を知ることができる。パルス・ビーム法により isomer をしらべることは、これまでも行なわれてきたが、せいぜい $10 \mu \text{ sec}$ の領域までであった。YAMAZAKI-EWAN²⁾ は AVF サイクロトロンからの自然のビーム・パンチ (時間幅 = $2 \sim 4 \text{ n sec}$) を利用して、 n sec 領域で γ 線の時間分布を測定し、数多くの短寿命 isomer を見つけることに成功した。

サイクロトロン・ビームは、このような isomer をパルスの的に整列させて生成するから、放出される遅延 γ 線の角度分布の時間変化 $W(\theta, t)$ をはかることにより、核整列の時間変化、すなわち、核モーメントと外部磁場との相互作用をしらべるることができる。整列 isomer のパルスの生成法 (PGAI) は次の点で大きな発展性をもつ

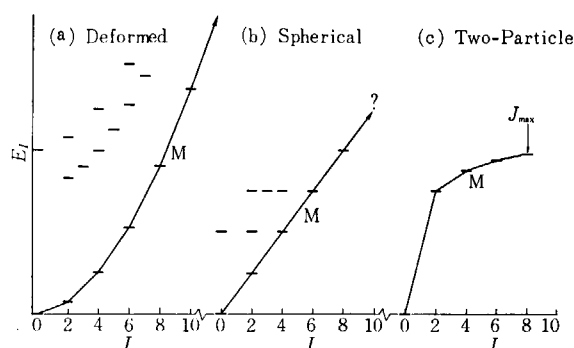


Fig. 1 Pattern for excited states and M-series in even-even nucleus.

* 東大理 Tokyo University

ことを強調しておきたい³⁾。

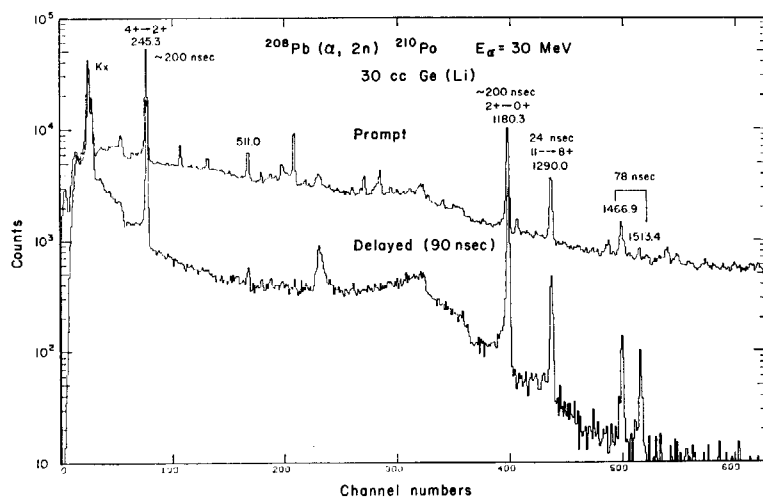
第一に、これで発見されうる isomer の数、その半減期の多様性はおびただしい。おそらく (HI, xn) 反応は、存在している isomer の 90% 以上を確実にキャッチするであろう。なぜなら、isomer というものは原理的に M 系列に近く、あれば必ずこの方法でひっかかるはずである。

第二に、パルスの時間幅は十分に短かく、半導体検出器 (SSD) の時間特性と見合うので、時間微分型の角度分布 $W(\theta, t)$ を測定することが容易である。瞬間的に放出される他の粒子や γ 線をゲートにつかわずに大きな角度分布が得られるから、1 個の検出器をつかうだけでよく、時間解析によって効率を犠牲にしない。

第三に、大きな反跳エネルギーをもつから、生成した isomer をターゲットと異なる物質中におくことができる。

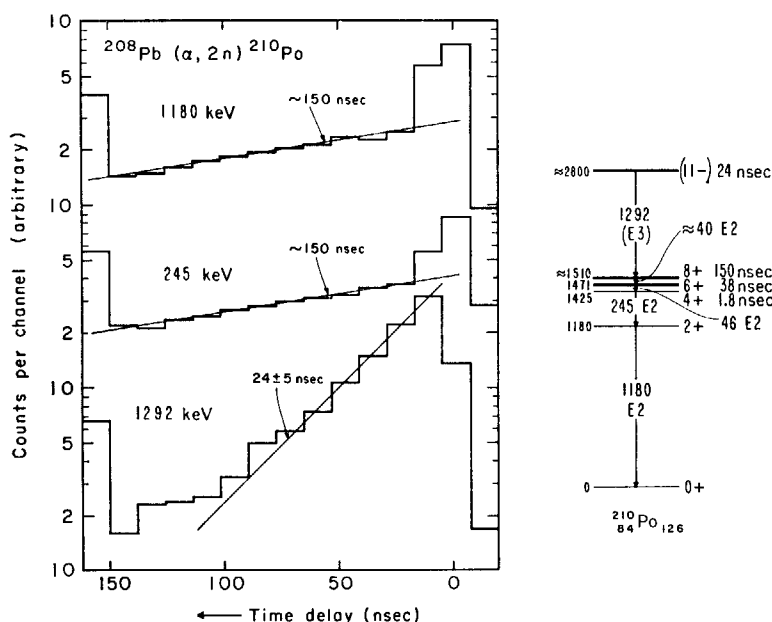
このような方法はすでに成功をおさめ³⁾、その結果は以後の議論のタネとして供される。

例として $^{208}\text{Pb}(\alpha, 2n)^{210}\text{Po}$ 反応 γ 線を見よう。Fig. 2 に瞬間的に放出される γ 線、および 90 n sec 遅延した γ 線のエネルギー・スペクトルを示した。Isomer の存在のために多くのピークが遅延スペクトルに見えている。それぞれのピークの時間的変化を Fig. 3 に示す。この結果 Fig. 3 (右) に示すような単位構造が得られ、これまで知られていた 6^+ isomer ($T_{1/2}=38$ nsec) のほかに、あらたに 8^+ isomer (150 nsec), 11^- isomer (24 nsec)



XBL 673-1312

Fig. 2 Prompt and delayed (90 nsec) γ -ray spectra of ^{210}Po in the $^{208}\text{Pb}(\alpha, 2n)^{210}\text{Po}$ reaction at $E_\alpha=30$ MeV.



NUB-13640

Fig. 3 Time distributions of three prominent γ -rays in ^{210}Po (left) and relevant level scheme of ^{210}Po (right)

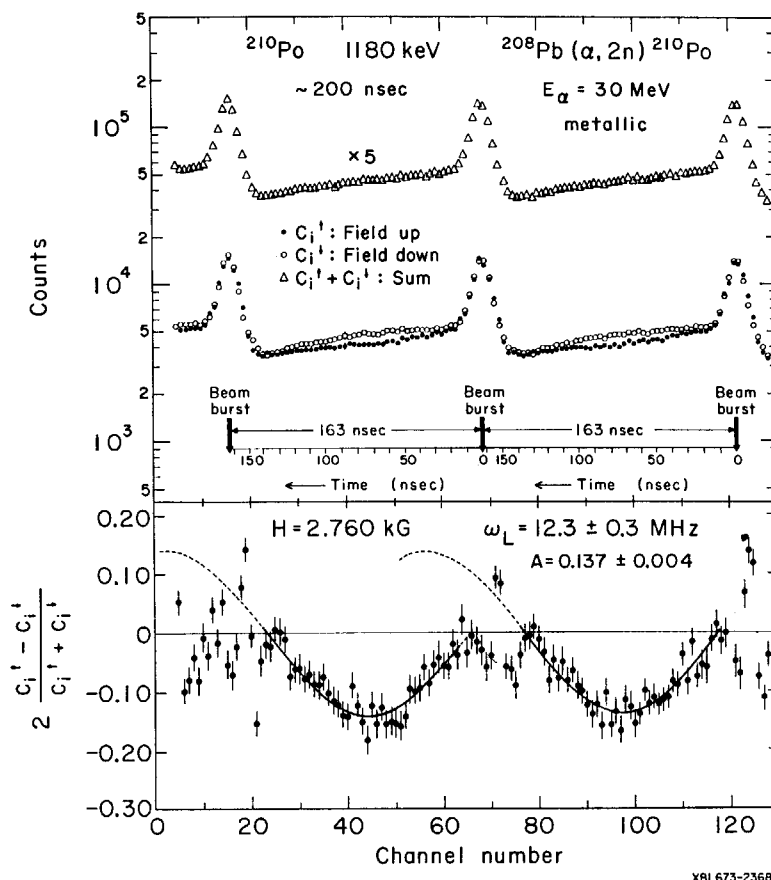


Fig. 4 Time differential angular distribution of the 1180-keV of ^{210}Po under the external magnetic field perpendicular to the beam-detector plane.

の存在が明らかにされたわけである。

ビームと検出器の作る平面に垂直に静磁場をかけることにより、整列面の LARMOR 回転をおこさせることができる。金属状鉛をターゲットとして用いると、十分な時間だけ整列が保たれることがわかっているため、検出器を 135° に固定して時間分布曲線の変化から LARMOR 回転の周波数を求めた例が Fig. 4 に示されている³⁾。この実験から、これらの isomer の磁気モーメントが決定された。立方格子をもたないターゲットを用いると、電気四重極相互作用によって生成核における電場勾配が求められるであろう。それから逆に、核の電気四重極モーメントを求めることも、将来可能となろう。

この方法および、もたらした結果の概観についてはすでに 1967 年の Enrico Fermi International School of Physics の報告⁴⁾でのべられているから、それを参考にされたい。個々の結果については追って報告がでるはずである。

2. 結合形式と Isomerism

2.1 もっとも単純な結合形式

ここで、一体われわれは原子核について何を知らうとしているのかを考えてみよう。多粒子系の原子核の無数

の準位の性質をきわめつくす、などということははじめから考えずに、次のような極端な哲学を基礎にとってみよう。なるべく簡単な shell model, RACAH 代数で解析することによって、effective charge, effective magnetic moment で代表されるような shell model 軌道の異常性, core polarization を明らかにしてゆく。二粒子系以上では必ず残留相互作用というものが出てくる。定性的にはこの相互作用は二体核力と密接な関係があるが、定量的にはどこまで意味があるだろうか。残留相互作用の大きさに依存する観測可能量、たとえば大部分の準位のエネルギー値の説明にあまりに定量的に介入するのは、パラメーターの中に物理を埋没させる危険があるのではないか。上の目的に沿うためには、余計な配位混合のなるべく少ない状態を選びだせばよい。角運動量 j_1, j_2 があるとき、合成角運動量 $j_1 + j_2$ となっている状態を stretch state と呼ぼう。すると

定理 1 われわれの対象となるのは stretch state である。なぜなら、もっとも純粋であり、しばしば unique であるから。

たとえば二粒子核を考えよう。ある軌道に二つの粒子があるとき、どのような角運動量の結合状態がエネルギー的に低くなるかは、残留相互作用の性質に依存し、isomer のできる条件を左右する。 $\sigma \cdot \sigma$ 力から出る次の

ような一般化された NORDHEIM 規則は stretch state をとるかぎり、複雑な非対角要素はきかなくなるので、実際によく成り立っていることが予想される。

定理 2 配位混合が少ないとき、一般化された NORDHEIM 規則 (TABLE 1) が成り立つ。この規則は、二粒子以上に、stretch state をとるかぎり、適用される。

TABLE 1 Generalized NORDHEIM rule

Particle	j_1	j_2	The lowest state J	S
Same kind	$l_1 \pm 1/2$	$l_2 \mp 1/2$	$j_1 + j_2$	0
	$l_1 \pm 1/2$	$l_2 \pm 1/2$	$ j_1 - j_2 $	0
Different kind	$l_1 \pm 1/2$	$l_2 \pm 1/2$	$j_1 + j_2$	1
	$l_1 \pm 1/2$	$l_2 \mp 1/2$	$ j_1 - j_2 $	1

以下に示す例からもわかるとおり、

定理 3 このような stretch state は容易に isomeric state でありうる。

2.2 (j^2) J 状態

Fig. 3 (右)に示すような ^{210}Po の基底バンド $0^+, 2^+, \dots, 8^+$ は二粒子が同一の軌道 j にあるときに形成するバンドの典型である。この場合スピンの高くなるほど $S=1$ に近づき、エネルギーは少しずつ高くなっており、スピンの逆転はおこらない。準位間のエネルギー差は小さいので、これらの間の γ 転移は $E2$ isomer となる。

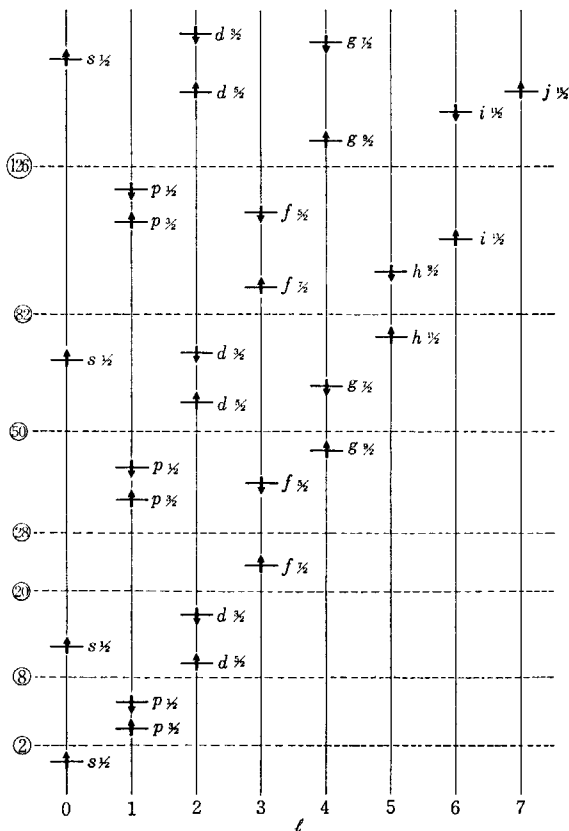


Fig. 5 Shell model orbit.

2.3 (j_1, j_2) J 状態

Fig. 5 に shell model orbit が示されている。一つの major shell の中には大きな j をもつ対があるので、TABLE 2 に示すような負パリティの stretch state ができる。この準位より下方には (j_1^2) J の準位しかないとなると、この準位は $E3$ isomer となる。実際にこのような isomer は ^{210}Po に見出された。

TABLE 2 Isomers with negative parity in even-even nuclei.

N, Z	j_1	j_2	$J = j_1 + j_2$
50~82	$g_{7/2}^{\downarrow}$	$h_{11/2}^{\uparrow}$	9^-
82~126	$h_{9/2}^{\downarrow}$	$i_{13/2}^{\uparrow}$	11^-
126~	$i_{11/2}^{\downarrow}$	$j_{15/2}^{\uparrow}$	13^-

$^{202,204}\text{Pb}$ で見られる 9^- isomer は定理 2 によってよく説明される。 $i_{13/2}^{\uparrow} f_{5/2}^{\downarrow}$ の多重項のうち stretch state 9^- が最低準位となるのに対して、 $i_{13/2}^{\uparrow} p_{3/2}^{\downarrow}$ の配位の最低準位は 5^- となる。他の角運動量の状態は 9^- よりも上にあると思われる。これは、NORDHEIM 結合形式が、一粒子系でおこらないスピンの差を二粒子系でひきおこすという好例である。

もう一つの例として Sr にあらわれる $5^-, 7^-$ 準位がある。これはそれぞれ、 $h_{11/2}^{\uparrow} s_{1/2}^{\downarrow}$, $h_{11/2}^{\uparrow} d_{3/2}^{\downarrow}$ の配位から定理 2 によってつくられる最低準位である。一般に、偶々核の負パリティ状態のように配位混合が少ない状態についてはよく成り立っているように見える。

2.4 異種三粒子状態

同種粒子 2 個が (j_1^2) J 状態をつくり、それにもう一つの粒子が軌道 j_3 にいるとすると、それぞれの J に対して $2j_3 + 1$ 個の多重項が生ずる。大きな J をもつ状態は $S=1$ であるから、第 3 粒子 j_3 は定理 2 によって結合する。 $^{202}\text{Po}_{125}$ はその好例である (Fig. 6)。この場合 ^{210}Po の基底バンド ($h_{9/2}^2$) J_p に中性子軌道 $p_{1/2}$ が結合し二重項をつくる。 $\sigma \cdot \sigma$ 力の対角要素だけ考慮すれば各準位のエネルギーは

$$E[(j_p^2)J_p, j_n=1/2, I] = \begin{cases} E[(j_p^2)J_p] - a \cdot J_p, & I = J_p + 1/2 \\ E[(j_p^2)J_p] + a \cdot (J_p + 1), & I = J_p - 1/2 \end{cases} \quad (1)$$

となる。これは定理 2 の量的表現である。Fig. 6 からわかるように、 $17/2^- \rightarrow 13/2^- \rightarrow 9/2^-$ 系列が見出されている。この isomer は本質的に二粒子系の (j_p^2) J_p isomer と同じ $E2$ isomer であり、あとで示されるように、寿命、核モーメントは二粒子状態のものに還元される。式 (1) からわかるように、 J_p が大きくなるにつれて、エネルギーはだんだん下るから、準位の順番の逆転、すなわち大きなスピン・ギャップもおこりうる。 ^{211}Po では

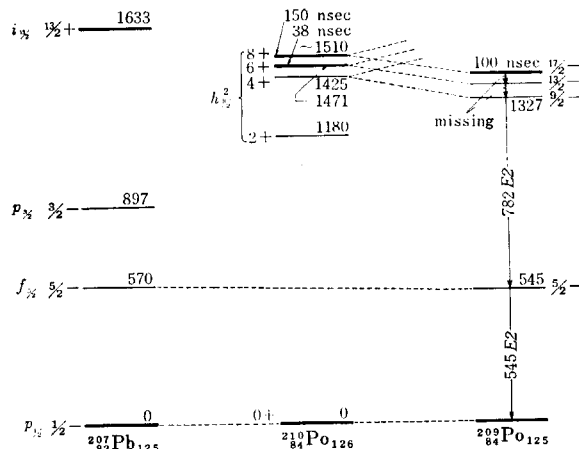


Fig. 6 Correspondence of the isomer structure for ^{209}Po and for ^{210}Po .

そのような逆転が見出されている。

2.5 同種三粒子

同種三粒子の場合も定理2を用いると isomer が予測される。奇の Sn 核でそのような isomer が見出されたが、それについてはあとでべる。

2.6 四粒子状態

もっとも有名なものは ^{212}Po の 18^+ isomer で、これは $(h_{9/2}(n))^2_{8^+} (i_{13/2}(p))^2_{10^+}$ という配位の最低準位である。大きなスピン・ギャップが生じて長寿命の α 放出 isomer になってしまった典型的な例である。これは、さしておどろくにあたらないが、さらに秘められた isomer があることを定理2から予想しておきたい。それは $(i_{13/2}(n))^2_{14^+} (i_{13/2}(p))^2_{12^+}$ の配位の最低準位 26^+ isomer である。もし、これが見出されれば、high spin state の王者となり、それがどのような mode で崩壊するか、きわめて興味おかい。このように極端なものでないにしても四粒子 isomer はもっと沢山あるはずである。たとえば $N < 126$, $Z < 82$ では $(h_{11/2}(p))^2_{10^+} (i_{13/2}(n))^2_{12^+}$ の配位の最低状態 82^+ isomer が可能であろう。

あとで言わんとすることへの橋わたしをするために、一つの問題提起をしておく。それは、陽子も中性子も高い j をもつような領域では、たしかにたくさんの high spin state を組み立てることができるが、そのような領域は、変形領域であるということである。

3. Stretch State から何を得るか

Stretch state は、ほとんど純粋な unique state であるから、shell model の計算は算術的となる。Isomer の寿命、核モーメントは何をもたらずかを見よう。

3.1 $B(E2)$

同じバンドの中の $E2$ 転移の強さは

$$B(E2, I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \cdot |\langle (j_l)^2 I_f || \mathcal{M}(E2) || (j_l)^2 I_i \rangle|^2 \\ = S \cdot \frac{1}{4\pi} |\langle l | e_{\text{eff}} r^2 | l \rangle|^2$$

ここで

$$S = [2\sqrt{5} \sqrt{(2I_f + 1)(2I_i + 1)} W(jjI_f 2; I_f j) \cdot \langle j1/2 20 | j1/2 | \rangle]^2$$

は統計因子である。Radial matrix element は、この場合 diagonal element であるから精度よく計算でき⁹⁾、それから e_{eff} を導くことができる。この結果、 ^{210}Po にあらわれる $h_{9/2}$ 軌道の $E2$ 転移では $e_{\text{eff}} = 1.6$ という結論が得られた。この値は、 ^{209}Bi の基底状態の電気四重極モーメントとも consistent である⁴⁾。

^{210}Pb , ^{206}Pb 等の励起状態から中性子軌道について effective charge を得ることもできようが、現在のところ、まだ $(j_n^2)J_n$ isomer は見つかっていない。

3.2 $B(E3)$

さきに見た

$$|(j_1 j_2)J = j_1 + j_2\rangle \xrightarrow{E3} |(j_1^2)J = 2j_1 - 1\rangle$$

型の isomer の寿命は簡単に推定をすることができる。spin-flip をともなうこの型の $E3$ 転移の shell model estimate は WEISSKOPF estimate にくらべてかなり小さなものとなる。しかるに実験値はその数十倍も強くなっている。これは core の octupole vibration によるものであり、実験値から particle-core vibration の結合定数を決めることができる¹⁴⁾。 ^{208}Po の core の octupole vibration の影響のため、 $E3$ 転移については effective charge を考えることはナンセンスになる。

3.3 $(j^2)J$ 状態の磁気モーメント

はじめに、以後しばしば使われる磁気モーメントの加法定理をつくっておく。 g は g 因子、すなわち

$$g = \frac{\mu}{I\mu_N}$$

である。

$$g[(j_1 j_2)J] = \frac{1}{2J(J+1)} \{ [J(J+1) + j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)]g(j_1) + [J(J+1) + j_2(j_2+1) - j_1(j_1+1)]g(j_2) \} \quad (2)$$

この関係は、 j_1 または j_2 が shell model の軌道と考えなくても成り立っている。ついでに g 因子の single particle estimate は

$$g(jl) = g_l \pm \frac{1}{2l+1} (g_s^{\text{eff}} - g_l), \quad j = l \pm 1/2$$

式(2)の特別な場合として

$$g[(j^2)J] = g(j)$$

が得られる。すなわち、二粒子状態 $(j^2)J$ の g 因子は、

J によらず、一粒子の g 因子に等しくなる。実際に ^{210}Po の場合、実験によれば、

$$g(8^+, ^{210}\text{Po}) = 0.91 \pm 0.05$$

これは ^{209}Bi の基底状態の g 因子

$$g(9/2^-, ^{209}\text{Bi}) = 0.93$$

ときわめてよく一致する。この実験事実、 ^{209}Bi の磁気モーメントの異常性は、二粒子状態にも、そのままあらわれることを示している。あとで見るように、三粒子の場合にもそうである。

3.4 $(i_1 i_2)j = i_1 + i_2, S=0$ の磁気モーメント

^{209}Bi の異常磁気モーメントは主として g_s^{eff} の異常性によるものと信じられているが、この $S=0$ 状態の g 因子は g_s^{eff} に殆んどよらない。式(2)を用いると

$$g(j_1 = l_1 - 1/2, j_2 = l_2 + 1/2, J = l_1 + l_2) = g_l + (g_s^{\text{eff}} - g_l) \frac{1}{(l_1 + l_2)(2l_2 + 1)} \approx g_l \quad (3)$$

となる。したがってこの isomer の g 因子は g_l を与えることになる。 ^{210}Po の 11-isomer の g 因子は

$$g = 1.0 \pm 0.2$$

であり⁴⁾、陽子が正常な軌道磁性をもつことがわかったが、実験の精度がさらに上がれば、何らかの異常性を検出することができるかも知れない。

中性子が荷電をもたないために $g_l = 0$ であるということは orbit flip magnetic transition においてあらわれていることが、MORINAGA-TAKAHASHI⁶⁾ によって指摘されているが、 $S=0$ isomer の磁気モーメントの測定は、はっきりとそうになっているかを判断することになる。たとえば Sn の 7^- isomer では

$$g(h_{11/2} d_{3/2}, 7^-) = g_l + (g_s - g_l) \times \frac{1}{77}$$

となるから、かなりよい精度で g_l を決定することができる。

3.5 $(i_p^2)j_p, i_n$ 状態の寿命、核モーメント

Fig. 6 に示されている ^{209}Po を考えてみよう。

$$\begin{aligned} B(E2, (j_p^2)J_p, j_n, I = J_p + j_n) \\ \rightarrow (j_p^2)J_p', j_n, I' = J_p' + j_n) \\ = B(E2, (j_p^2)J_p \rightarrow (j_p^2)J_p') \end{aligned} \quad (4)$$

すなわち ^{209}Po の $B(E2)$ は ^{210}Po の $B(E2)$ と同じになる。実際に同じになっている。また g 因子は式(2)を用いると

$$\begin{aligned} g[(j_p^2)J_p, j_n = 1/2, I] \\ = \frac{2I-1}{2I} g_p(j_p) + \frac{1}{2I} g_n(j_n) \\ = \frac{2I-1}{2I} g(9/2^-, ^{209}\text{Bi}) + \frac{1}{2I} g(1/2^-, ^{207}\text{Pb}) \\ = \begin{cases} 0.923, & I = 17/2^- \\ 0.928, & I = 13/2^- \end{cases} \end{aligned}$$

実験値

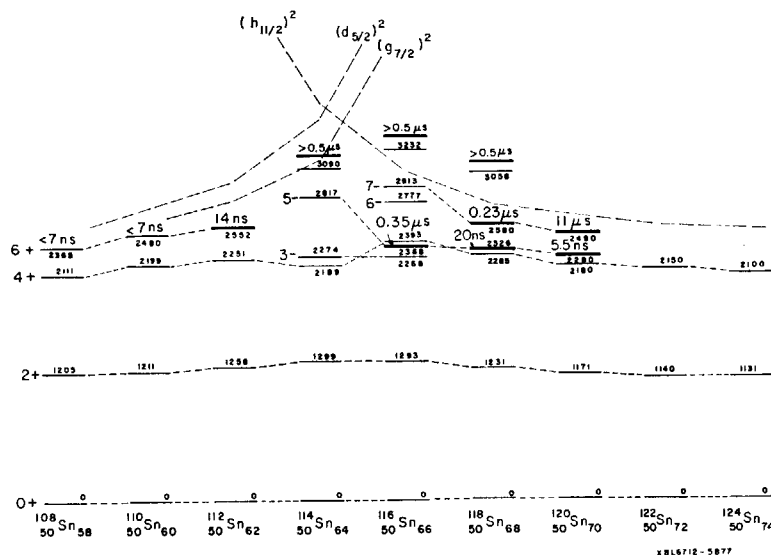
$$g(^{209}\text{Po}) = 0.88 \pm 0.05$$

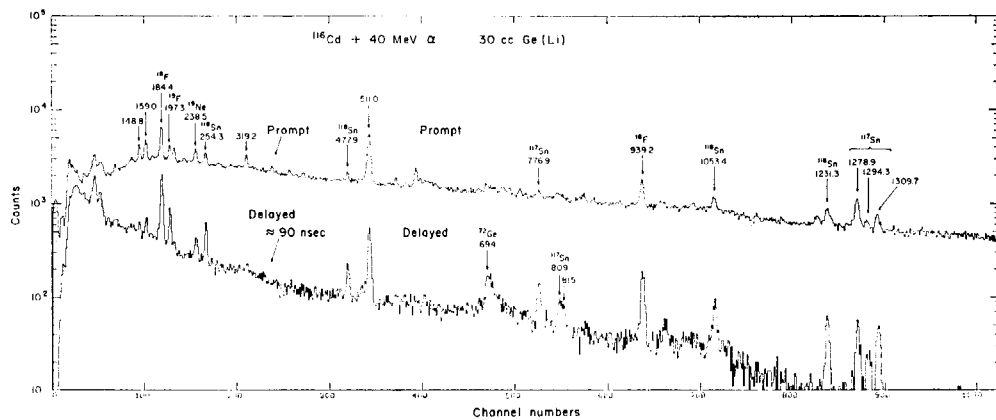
は上の予想とよく一致する。

4. Sn における Isomerism

4.1 偶-偶核

われわれの実験の結果⁷⁾を Fig. 7 にしめす。これまで知られていた 5^- , 7^- isomer の上に新しく isomer が見つかった。これらの半減期はまだわかっていないが、Copenhagen の Tandem で $1 \mu\text{sec}$ のパルス・ビームで実験した結果、 ^{116}Sn の isomer については $T_{1/2} \sim 0.8 \mu\text{sec}$ という値を得た⁸⁾。われわれはこの新しい isomer を $(h_{11/2})_{10^+}$ と考えているが、スピン・パリティはまだわかっていない。いずれにせよ、それが $h_{11/2}$ 軌道と密接な関連があることは明らかで、その根拠として、 $N < 64$ の領域ではそのような長寿命 isomer は見出されていない。ARVIEU⁹⁾ が用いている quasi-particle energy を





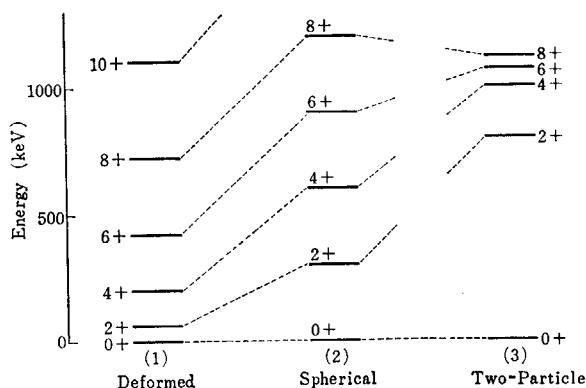


Fig. 9 Correspondence of the ground band structure for the deformed nucleus, for the spherical nucleus and for the two-particle nucleus.

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} Z R_0^2 \beta_{\text{eff}} \quad (8)$$

ここで $S(I)$ は統計因子で

$$S(I) = \frac{15I(I-1)}{2(2I+1)(2I-1)}$$

$I=2$ では $S=1$, だんだん増えて $I \rightarrow \infty$ では $S=15/8$ である.

さて, 振動モデルによると領域 (2) では

$$E_I = n\hbar\omega, \quad I=2n \quad (9)$$

各単位における振幅は次のようにあらわされる.

$$\alpha_I^2 = \langle n, I | \sum |\alpha_\mu|^2 | n, I \rangle = \frac{5\hbar^2}{2\hbar\omega B} (n+1/2) \quad (10a)$$

$$= (n+1/2) \alpha_0^2 \quad (10b)$$

ここで

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{5\hbar^2}{2\hbar\omega B}} \quad (11)$$

は零点振幅である. これを用いると $B(E2)$ は

$$B(E2, n, I \rightarrow n-1, I-2) = nB(E2, 2 \rightarrow 0)$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2 n\alpha_0^2$$

$$= \frac{1}{5} \frac{I}{I+1} \left(\frac{3}{4\pi} ZeR_0^2 \right)^2 \alpha_I^2 \quad (12)$$

となる. 単位エネルギー間隔から β_{eff} を式 (6) のように定義すると β_{eff} は I に比例して大きくなるが, これは振幅 α_I^2 が I に比例して大きくなっていることと対応する. すなわち,

$$\beta_{\text{eff}}^2 = \frac{\hbar^2}{3B} \frac{1}{\hbar\omega} I = \frac{4}{3} \frac{n\alpha_0^2}{5} = \frac{4}{3} \frac{I}{I+1} \frac{\alpha_I^2}{5} \quad (13)$$

この β_{eff} をつかって, 振動領域の各状態につき式 (8) によって Q_0 を定義すると, 式 (7) は式 (12) とほとんど一致する. このように, effective deformation という考え方を導入することによって領域 (2) のバンドは, 回転モデルの手中にすっぽりとおさまったわけである. これは振動している状態をこおらしたことになる, 平均振幅に等しい大きさで凍結しても基底バンドに関するかぎり, エネルギーと $B(E2)$ は説明されるということ¹¹⁾

を高いスピンの準位にまで拡張したわけである. こうして領域 (1), (2) は, 流体モデルをとるかぎり, スムーズにつながり, 各準位は, 準位間隔できまる effective な $E2$ 振幅をもっている.

しかし, 本当にそうなっているかどうかは全く未解決の問題である.

ところで領域 (2) と (3) との関係はどうであろうか. 上の対応を無鉄砲に (3) へもちこむと, とんでもないことがおこってくる. まず, 高いスピン状態は非常に大きな β_{eff} , すなわち, 非常に大きな $E2$ 振幅をもたねばならぬことになる. これは, (2) において, 高いスピンになればなるほど stretch state になり, ますます single particle 的になるという見方と完全に矛盾する. 逆に (3) から出発してみよう. 残留相互作用の range を増すことが, 縮退している 3 準位を分離させることに役立つのだから, collective という概念を long range correlation というように考えておくと, エネルギー的には (3) と (2) はなめらかにつながるように見える. しかし, ここには重大なちがいがあ. 第一に, 配位混合という観点からすると, 低いスピン状態ほど状態の数が増すのに対して, 高いスピン状態はますます unique になり, shell model 的である. 第二に領域 (3) では, 一応

$$J_{\text{max}} = 2j-1$$

でバンドが終結するのに対して, 振動モデルではどこまでもつづく.

5.2 実験事実

はたして, 中重核に見られる振動状バンドは, どこまでもなめらかに続き, また $E2$ 振幅はどんどん増加してゆくのであろうか? Sn からはじまる基底バンドの研究は, Te, Xe 領域へと延長してゆくことができる. Sn に 2 個の陽子をつけた Te 同位元素は準位エネルギーに関するかぎり, 典型的な振動タイプの基底バンドを示す. この核においては, そもそも中性子が Sn においてもっていた isomer, $h_{11/2}$ 状態, はどこへ行ってしまったのであろうか? 振動状態と少数粒子の励起状態との関係はどうなっているか? 等々, 今後に残された課題は多く, かつ重要である.

最近, Stockholm group¹²⁾ は, $\text{Sn}(\alpha, xn)\text{Xe}$ 反応によって広い範囲の基底バンドを研究した. それによると, $N \geq 64$ の領域で見つかる振動的 6^+ 準位が $N < 64$ では見えなくなるという, おどろくべき事実がある. これは何よりも, 基底バンドの高いスピン状態には大きな j をもつ single orbit が直接に関与しているのではないかという仮説を支持しているように見える. もし, $_{52}\text{Te}$ の 10^+ 準位が $(h_{11/2})10^+$ だとすれば, それ自身 isomeric かも知れないし, $_{53}\text{I}$ には

$$(h_{11/2}(n))_{10^+}^2 d_{5/2}(p), \quad I=25/2^+$$

型の isomer があらわれるかも知れない。

6. おわりに

以上、論じてきたとおり、high spin isomer は、stretch state であり、shell model 的とり扱いが簡単であるということから、核構造の基本的問題へ接近するプロープとして、大きな役割を果たしそうである。この分野の系統的研究はやっとこれからというところであるが、発展性は大きいと信じている。ここで、ふれなかった他の isomerism, たとえば K-isomer, Shape-isomer Pairing isomer も大きな問題を含んでいる。

まだ実験があらっぱい段階にあるために、議論もきわめてあらっぽくなったようだ。細部を気にするなということが、stretch scheme を見つめようとする motive force なのであるから、その点はごかんべんのほど。

文 献

- 1) MORINAGA H. and GUGELOT P. C.: *Nucl. Phys.*, **46** 210 (1963)
- 2) YAMAZAKI T. and EWAN G. T.: *Phys. Letters*, **24 B** 278 (1967); *Nucl. Instr. Methods*, to be published
- 3) YAMAZAKI T. and MATTHIAS E.: *Phys. Rev. Lett.*, to be published
- 4) YAMAZAKI T.: to be published in the Proceedings of the 1967 Enrico Fermi International School of Physics at Varenna (Academic Press, New York)
- 5) BLOMQUIST J. and WAHLBORN S.: *Arkiv. f. Fysik*, **16** 545 (1960)
- 6) MORINAGA H. and TAKAHASHI K.: *Nucl. Phys.*, **38** 180 (1962)
- 7) YAMAZAKI T., EWAN G. T. and PRUSSIN S. G.: to be published in *Phys. Rev. Lett.*
- 8) CHANG C. H., HAGEMAN G. B. and YAMAZAKI T.: to be published
- 9) ARVIEU R.: *Ann. de Phys.*, **8** 407 (1963)
- 10) BOHR A. and MOTTELSON B. R.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **27** No. 16 (1953)
- 11) YAMAZAKI T.: *Nucl. Phys.*, **49** 1 (1963)
- 12) BERGSTRÖM I., HERRLANDER C. J., KEREK A. and LUUKKO A.: Contribution to Tokyo Conference, 1967, 4. 116

2. 核研におけるインビームスペクトロスコピー

石 原 正 泰*

2. In Beam Spectroscopy in the INS

MASAYASU ISHIHARA*

Light isotopes of Hg and Pb were studied from (p, 4n or 6n) reactions. Members of ground band quasi-rotational family were observed. Systematic trends of these isotopes are discussed. Au (p, 2n)¹⁹⁶Hg was also investigated to find 3⁺ state. 1386 keV state was assigned to be 3⁺ from K/L values of de-exciting transitions. Angular distributions of electrons were observed and their dependence on projectile energy were interpreted with in the frame work of statistical theory. Re (p, xn γ)¹⁸²Os reaction was observed to investigate the anomalously reduced population of 8⁻ state in a heavy ion induced reaction.

1. まえがき

ここ数年来、森永氏¹⁾の実験以来、(荷電粒子, xn)反応に伴う γ 線の測定によるスペクトロスコピーが、偶々核の励起状態を研究する有力な手段として精力的に行なわれてきている。このタイプの実験の特徴は、周知の如く、偶々核の回転バンドの状態が高いスピン状態まで励起されやすく、しかも、中性子数が非常に少ない同位体が観測できることにある。この方法を用いて広い領域にわたって集団的な状態の測定が集積されつつあり、偶々核の核構造の理解の仕方に新しい見方をうながしている現状である。坂井氏²⁾によって提唱されている β, γ バンドを拡張した見方もその一例である。核研においても、 β 線スペクトロメーターと Ge デテクターを併用して、数年来この種の実験を継続してきたが、その過程で 1) いわゆる球型振動核領域に属する偶々核の励起状態を系統的に観測し³⁾、また、反応に伴う γ 線がかなり大きな角度分布を持っていること、したがって残留核のスピンが整列していることを見出した⁴⁾。

ここでは、以上の拡張に当る、最近の核研で行なった一連の実験を紹介する。2～4 節では核構造に関連した問題をとりあつかい、5～6 節で反応機構の問題にふれる。

2. 軽い Pb の同位体の励起状態

Tl (p, 4n or 6n) 反応により ¹⁹⁶Pb および ²⁰⁰Pb が調

べられた。結果は 1st 2⁺ および 2nd 4⁺ の状態まで観測され 6⁺ 以上の状態は見出されなかった。Fig. 1 にすでに調べられているものも含めて Pb のレベルスキームを示してある。Pb の同位体は S. C. S. 核であるので一般の同位体とは異なった単位構造をもっている。顕著な特長は、図に見られる如く、1st 2⁺ 状態のエネルギーが、ダブルマジックの核、²⁰⁸Pb から離れるにつれて増加して行くことである。この変化の仕方は 2 Δ の変化と同じ傾向をもっていて、Sn の同位体や N=82 の原子核にも同様な事実が認められる。これらの S. C. S. 核の 1st 2⁺ 状態のコレクティブネスを見る一つの量として $C \equiv [1 - (E(2^+)/2\Delta)^2]\Delta$ を考えてみる。C は 1st 2⁺ 状態に参与する 2quasi-particle 配位のエフェクティブな

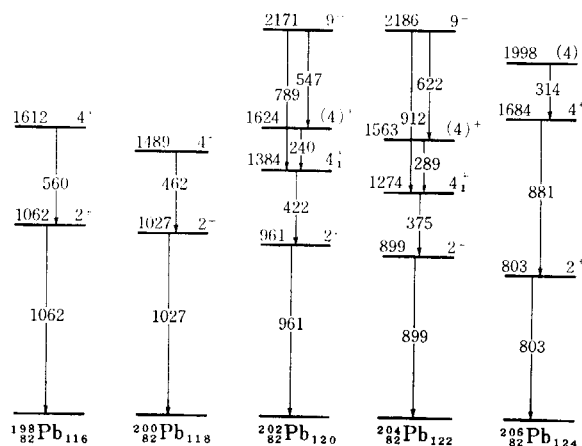


Fig. 1 Level Schemes of Pb isotopes. The levels observed in our work are shown in a broad line.

* 核研 Institute for Nuclear Study, Tokyo University

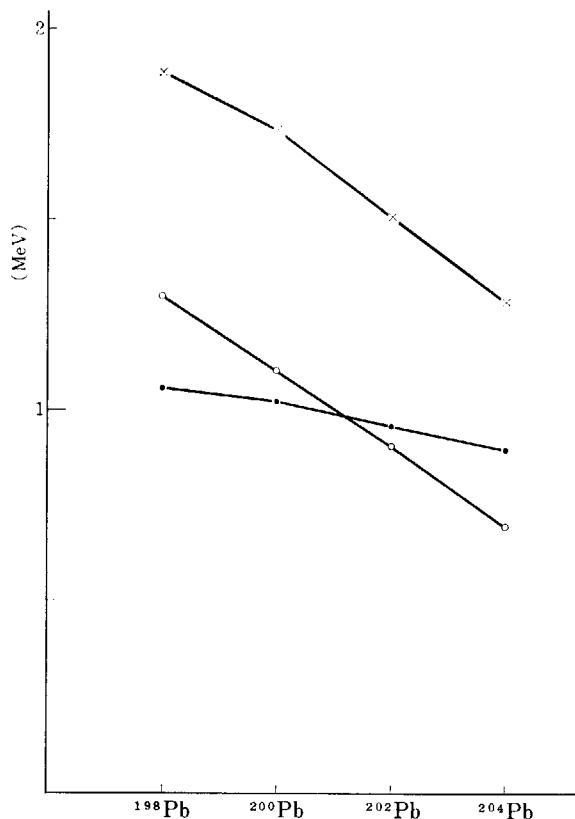


Fig. 2 Collectiveness parameters for Pb isotopes are shown with a open circle. 2Δ and $E(2^+)$ are together shown (with crosses and closed circles, respectively). The formers are deduced from separation energies.

個数 N_{eff} に比例した量で、 N けた配位が 2Δ に縮退しているとき最大となり、縮退が解けるにしたがって減少して行く。実験値から C を求めてみると (Fig. 2) ^{204}Pb から ^{198}Pb まで徐々に増加して行くことがわかる。これは 2^+ 状態がエネルギーの上昇して行くにもかかわらず、集団状態としての性質を増大させて行くことを物語っている。

3. 軽い Hg の同位体

Au ($p, 4n, 6n$) 反応で ^{192}Hg および ^{194}Hg の励起状態を測定した。quasi-ground band の 6^+ 状態まで観測され $8^+ \rightarrow 6^+$ 転位と思われるものも見出された。これらの状態のエネルギーは Xe, Ba 領域同様、phonon picture からずれており、 $E_I = aI + KI^2$ で fit してみると、 $k \approx 13 \text{ keV}$, $a \approx 230 \text{ keV}$ で 4^+ から 8^+ 状態まで良い一致が得られるが、 2^+ 状態のエネルギーだけは実験値がかなり下っている。 $a/k \approx 18$ となり Ba, Xe の同位体のそれに近い値を示している。また Hg の同位体を systematical にながめた場合、中性子数が減少するにつれて k は大きくなり、反対に a は小さくなって行く。つまり、回転準位 ($a/k = \infty$ で実現する) に徐々に近づいてゆくことがわかる。またこの実験で 5^- 状態が両者に見出された。 ^{192}Hg から ^{198}Hg にわたって 5^- 状態が確定し、 7^- 状態も部分的に現われている^{6,7)}。Hg は $Z=80$ の核であるが $N=80$ の核、 ^{134}Xe , ^{136}Ba , ^{138}Ce , ^{140}Nd においても 5^- , 7^- 状態の組が見出されている。これらの状態は主として $(h_{11/2}, s_{1/2})$ または $(h_{11/2}, d_{3/2})$ の配位からなると予想され、比較的単純な状態であるから偶々核の 2quasi-particle state を調べる上で適当なものと思われる。Fig. 3 に Hg 同位体の準位様式が示してある。

4. ^{196}Hg の 3^+ 状態

Hg の同位体は Pt と並んで変型核領域の境界領域に属している。隣接する W, Os, Pt はいわゆる γ unstable な核と考えられ、 γ 振動状態がエネルギー的に下っている。

したがって、Hg においても γ band like な状態が見出される可能性があり、このことは quasi- γ band の proposal の立場からも興味のある点である。 γ band を特徴づけるものは、2nd 2^+ 状態の上に 1st 2^+ 状態のエネルギーとはほぼ同じ間隔で 3^+ 状態が現われ、その状態が

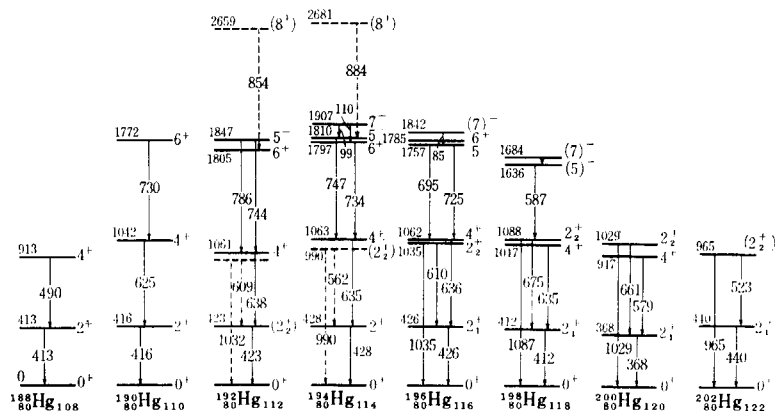


Fig. 3 Level schemes of Hg isotopes studied, together with those of other known isotopes.

ら 2_1^+ 状態へ強い $E2$ の転位が存在することである。従来 Hg にはこのような 3^+ 状態は見出されていなかったが ^{196}Hg の 1386 keV の状態が有力な候補者として調べた。Fig. 4 に見られるような転移が見出され、 4^+ 状態への 327 keV 転移の K/L 値は 3.5 ± 0.7 であり、 $K/L(E2)=2.1$, $K/L(M1)=5.8$ であるので、 $M1+E2$ の転移と考えられ 352 keV の転移は $K/L=6.1 \pm 0.9$ ではば $M1$ である。以上から 1386 keV の状態は unique に 3^+ であると assign できる。γ線の測定もこれを支持する α_K を与えている。 $B(E2)$ に関しては充分な議論はできないが単純な回転準位としての予想値からはかなりずれていることが認められる。

5. 内部変換電子の角度分布

反応に伴う γ 転位の角度分布は γ 線の multipolarity の決定や、山崎氏の実験⁸⁾ の如く励起状態の電気磁気能

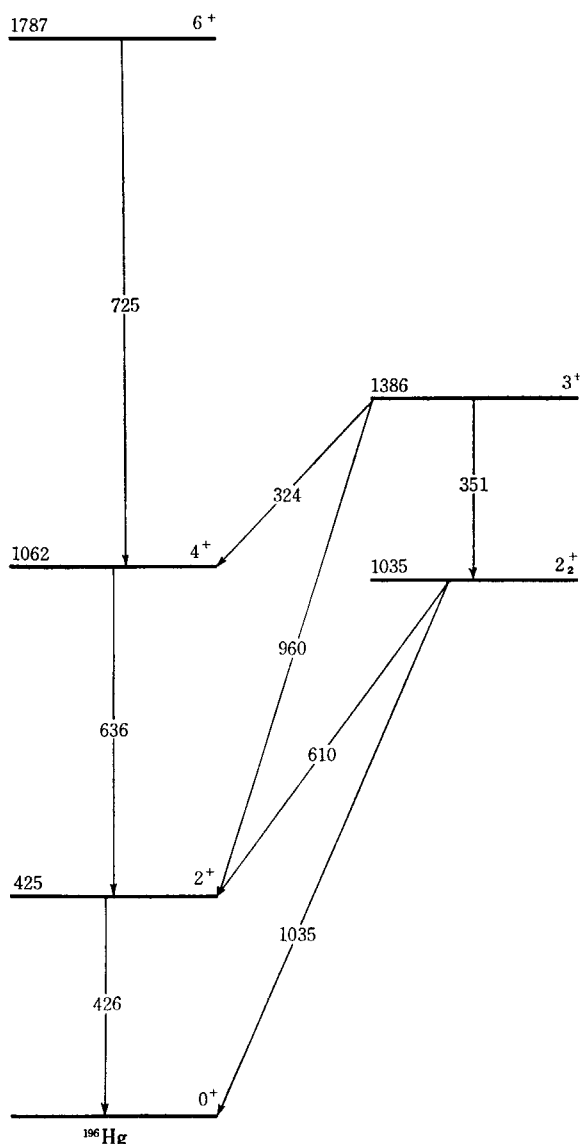


Fig. 4 Level scheme of ^{196}Hg

率の測定に用いることができるが、さらに反応機構を探る probe としても利用できる。Au を target とする (p, 2n) (p, 4n) および (p, 6n) 反応における Hg の励起状態からの転移の角度分布が $E_p=14, 16^{71}, 35^{71}, 50$ および 55 MeV で測定された。Fig. 5 にこれらの結果が

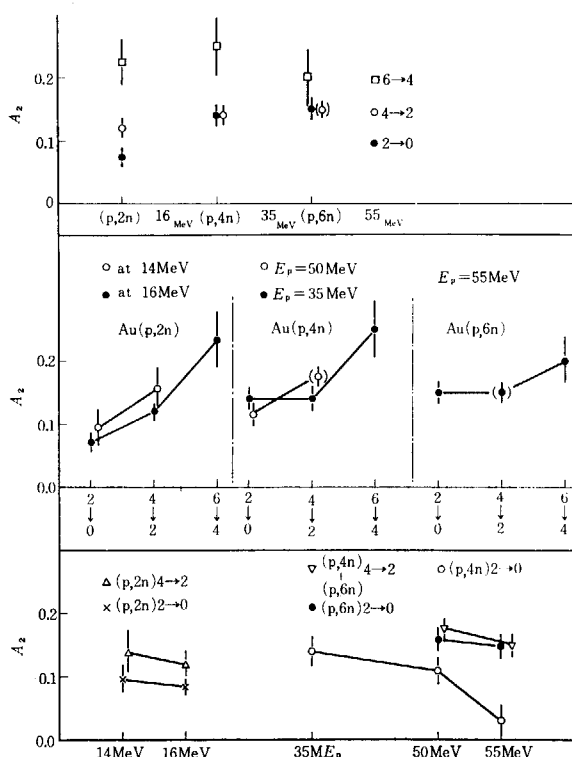


Fig. 5 A_2 values of transitions appearing in Au (p, xn) are shown

示してあるが、同じ反応に限定して見ると入射粒子のエネルギーが増加するほど角度異方向性が小さくなり、また、最適な入射粒子エネルギーにおいては、角度異方向性は反応の放出中性子数の増大に従い変化し、比較的低いスピンからの転移の場合は大きくなり、 $6^+ \rightarrow 4^+$ 転位においては逆の傾向が見られる。これらの事実は statistical model のわく内で半定量的に再現することができる。

残留核におけるスピン J_R なる状態のスピン整列を表現する量として $\zeta_c = [3/2 J_R J_0 / \langle j^2 \rangle]^{-1/2}$ を考える⁹⁾。 ζ_c が小さい程整列は良くなる。 J_0 は複合核のスピンで典型的な値として $J_0 \propto \sqrt{E - V_c}$ と考えられる。 $\langle j^2 \rangle$ は放出中性子によって持出される角運動量の期待値で近似的に中性子の持ち去るエネルギーに比例すると考えると、特定の反応における ζ_c の入射粒子エネルギーに対する関係は次式で与えられる。

$$\zeta_c = \{J_R \sqrt{E - V_c} / [E - Q(p, (X+1)n)]\}^{-1/2}$$

ζ_c は E と共に増大し、この節の前半で指摘した実験事実の傾向を説明している。

6. (荷電粒子, xn) 反応における k 選択率の可能性

^{182}Os においては, 8^- , $K=8$ 状態 1832 keV に, 8^+ , $K=0$ 状態が 1278 keV に見出されている. Statistical model の立場では, エネルギーがほぼ縮退した 8^- , 8^+ の状態の励起の強さに差異が出ることは予想されないところである.

^{182}Os はすでに $^{182}\text{W}(\alpha, 4n)^{101}$ および $^{157}\text{Tb}(B^{11}, 4n)^{111}$ により測定がされているが, 8^- 状態の励起され方が 8^+ 状態に比べ少なく, それは後者の場合に著しく, $x \equiv I(8^-)/(I(8^+) - I(8^-))$ が 20% 程度である. 55 MeV の proton を用い $\text{Re}(p, 4n, 6n)^{182}\text{Os}$ 反応により, この値を測定した結果, $x = 0.82 \pm 0.10$ となり, statistical model の予想する値 100% に近い値が得られた. これらの事実の説明として以下の如き可能性が考えられる.

(^{11}B , 4n) 反応の場合 $E(B_{11}) = 55 \text{ MeV}$ に対してクーロン障壁 $V_c = 75 \text{ MeV}$ であり, (p , 4n) 反応では $E_p = 55 \text{ MeV}$ に対して $V_c = 16 \text{ MeV}$ であるので, クーロン障壁の透過の効果が前者の方で, 顕著であると予想される. さらに前者においては入射粒子の質量が大きいのでクーロンポテンシャルの一定の変化が proton の場合に比べ, 透過率の上には増幅されて現われる. 他方 target はいずれも変型核であるから, 長軸側の方が短軸側に比べクーロン障壁が低くなり, $\beta = 0.3$ の場合差異

は 10% 程度となる. したがって対称軸 (長軸) が入射粒子の方向と合致した際に複合核が形成されやすいと考え, この場合, 複合核において $K=m$ となり, m は入射粒子の l_z とほぼ等しいので 0 に近い値をとり, 結局 K の小さな状態が励起されやすいことになる. 重イオンによる反応機構が充分解明されていない現状ではあるが, クーロン障壁の影響に関する計算がまたれる.

以上の実験は, 坂井, 江尻, 郷農, 香取氏と共に核研のサイクロトロンを用いて行なわれたものである.

文 献

- 1) MORINAGA H. and GUGELOT P. C.: *Nucl. Phys.*, **46** 210 (1963)
- 2) SAKAI M.: INS Report. 108 (1967)
- 3) SAKAI M. *et al.*: *Phys. Lett.*, **12** 29 (1964)
SAKAI M. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **74** 81 (1965)
- 4) EJIRI H., ISHIHARA M., SAKAI M., KATORI K. and INAMURA T.: *Phys. Lett.*, **18** 314 (1965)
- 5) EJIRI H.: INSJ-101 (1966)
- 6) PETRY R. F. *et al.*:
- 7) YAMAZAKI T. *et al.*: VCRL-16987 (1966)
- 8) Reports presented in this symposium
- 9) HALPERN I. *et al.*: to be published
- 10) LARK N. L. and MORINAGA H.: *Nucl. Phys.*, **63** 466 (1965)
- 11) BURDE J., DIAMOND R. M. and STEPHENS F. S.: *Nucl. Phys.*, **85** 481 (1966)

3. $^{151,153}\text{Eu}$ ($p, 2n\gamma$) 反応に現われる $^{150,152}\text{Gd}$ のレベル

郷 農 靖 之*

3. Level Schemes of $^{150,152}\text{Gd}$ in the Reaction $^{151,153}\text{Eu}$ ($p, 2n\gamma$)

YASUYUKI GONO*

The level structures of $^{150,152}\text{Gd}$ are investigated by measuring the spectra of conversion electron following $^{151,153}\text{Eu}(p, 2n\gamma)^{150,152}\text{Gd}$ reaction. The levels of 1.227 (6^+), 1.280 (4^+), 1.668 ((6^+)), 1.745 MeV ((8^+)) of ^{152}Gd and 1.280 MeV (4^+) of ^{150}Gd are assigned. (the numbers and the signs in parentheses indicate the spin and parity, and double parentheses indicate their uncertainty). The properties of beta-vibrational band are observed in the transitions of 0.614, 0.586, 0.525, (0.441) MeV of ^{152}Gd .

^{152}Eu の dual decay から知られる ^{152}Sm および ^{152}Gd の energy level は, その E_2/E_1 (E_1 は 1st excited state の energy, E_2 は 2nd excited state の energy) ratio が ^{152}Sm では 3.0, ^{152}Gd では 2.19 (ただし後者では E_2 として 1st 4^+ state の energy をとってある. excited 0^+ state の energy をとると 1.79 になる) であることから ^{152}Sm は回転スペクトル, ^{152}Gd では振動スペクトルを示す. すなわち, 変形核領域と球形核領域の境界は N (中性子数)=88 と 90 の間にあることが 1955年 G. SCHARFF-GOLDHARBER and J. WENESER¹⁾ によって指摘された. 一方, 振動スペクトルに現われる two-phonon state の $0^+2^+4^+$ の triplet が変形核領域にお

る beta-vibrational band (以下 β -band と記す) の band head, gamma-vibrational band (以下 γ -band と記す) の band head および ground-state band (以下 grd band と記す) の 4^+ state にそれぞれ絡まってゆくという主張が 1960 年 R. K. SHELINE²⁾ によってなされ, 最近 M. SAKAI³⁾ によって実際に球形核領域の励起状態と systematical に対応づける試みがなされた. そのような背景の下に表記の実験の preliminary な解析結果を中心にして考えてみる.

まず Fig. 1 を見ると, これには $^{153}\text{Eu}+p$ ($E_p \sim 14$ MeV) および $^{152}\text{Sm}+\alpha$ ($E_\alpha \sim 40$ MeV)⁴⁾ のスペクトルが見られるが proton incident の方のスペクトルで

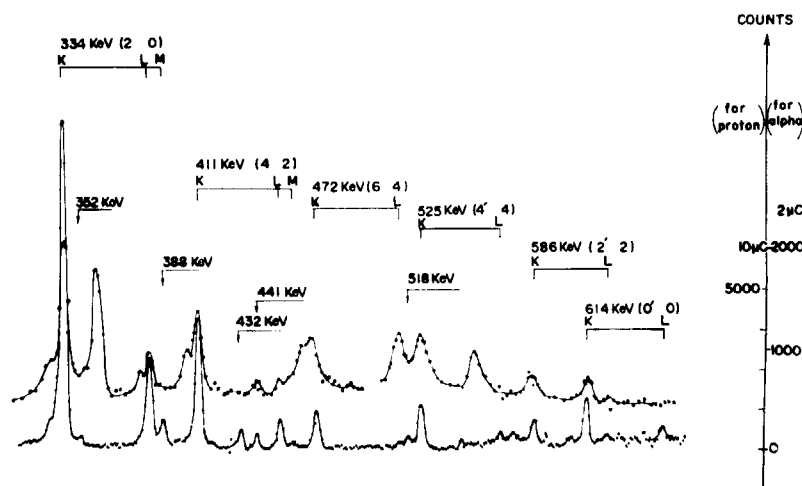


Fig. 1 Momentum spectrum of conversion electrons
from $^{152}\text{Sm}+\alpha$ ($E_\alpha=40$ MeV, upper one)
from $^{153}\text{Eu}+p$ ($E_p=14$ MeV, lower one)

* 核研 Institute for Nuclear Study, Tokyo University

prominent な line を拾うと $0^+2^+4^+6^+$ 間の $E2$ 遷移の line および $0^+ \rightarrow 0^+$, $2^+ \rightarrow 2^+$, $4^+ \rightarrow 4^+$, $6^+ \rightarrow 6^+$ (ただし prime は高い励起状態を表わす) の $E0$ (electric monopole) 遷移と $E0$ 成分を含んだ line が見られる*。

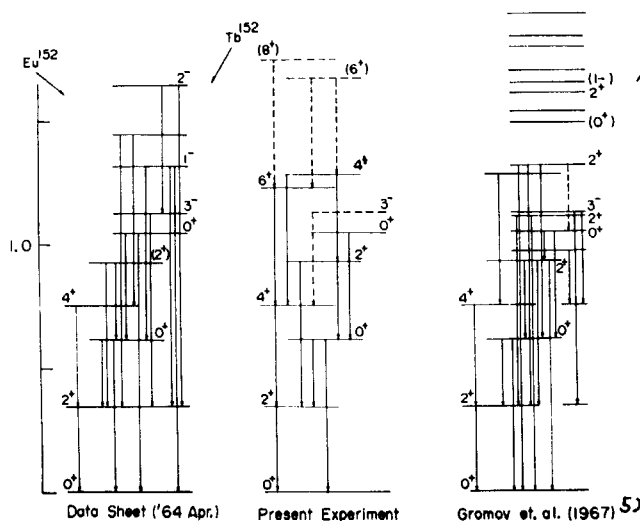


Fig. 2 Level scheme of ^{152}Gd

この結果をもとに ^{152}Gd の level scheme を組むと Fig. 2 の如くなる。ここで遷移の関係を見ると, $8^+ \rightarrow 6^+ \rightarrow 4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ の $E2$ cascade は振動模型からも予測されるが, 仮に $0^+2^+4^+$ -state を two-phonon triplet の member であるとする, と

- 1) $0^+ \rightarrow 0^+$, $2^+ \rightarrow 0^+$ の $\Delta N=2$ の遷移がある。
- 2) $2^+ \rightarrow 0^+$ の $\Delta N=0$ の遷移がある。

特に 2) は Fig. 3 に見られる通り大きな branching をもち上述の見方を決定的に不可能にする。さらに 2^+ -state を three phonon quintet の member と見ること, も $\Delta N=2$ および 3 の遷移があることになりよろしくない。

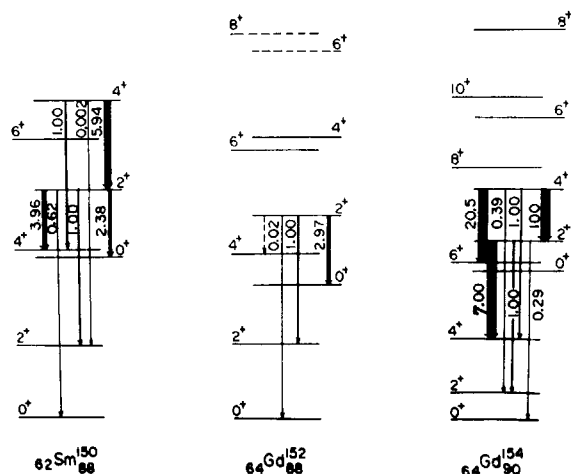


Fig. 3 Relative reduced transition probabilities

そこで前に述べた変形核領域の band structure との対応という見方をすると, $0^+2^+4^+6^+$ -state については grd band と対応すると考えられる。その他の state について見ると 0^+ -state 以外はスピン, パリティとしては, β -band, γ -band のいずれに対応するものか明らかでない。しかし, 前にも述べた通り $2^+ \rightarrow 2^+$, $4^+ \rightarrow 4^+$ の遷移は $E0$ 成分を含んでおり, γ -band から grd band への遷移は $\Delta K=2$ で $E0$ 遷移が禁止されるが, β -band から grd band への遷移は $\Delta K=0$ ゆえ, $\Delta J=0$ の時には $E0$ 遷移が許されることから, 今述べた $0^+2^+4^+6^+$ -state は β -band に対応づけられよいことがわかる。

以上で一応定性的には $N=88$ の ^{152}Gd においても β -band の性質が persist していることがわかった。それではもう一つ, band structure の特徴を示す各レベルからの branching ratio はどうなっているか, 隣接した核である ^{154}Gd , ^{150}Sm (51, 61, 71) と比較した

のが Fig. 3 である。(ただし, ^{150}Sm に関しては ref. 6)にある level すべてについて branching ratio を検討し, 一番適したものを pick up した。)これから見ると ^{152}Gd の 2^+ -state については $2^+ \rightarrow 0^+$ の branching が一番大きく, これは band structure を示す 1 つの事実である。またそれぞれの核について, この branching ratio から grd band と β -band の波動関数の混合を示す parameter Z_0 を求めてみると,

$$\begin{aligned} ^{154}\text{Gd} &: 0.063 \\ ^{152}\text{Gd} &: 0.139 \quad (\text{ただし } 2^+ \rightarrow 2^+ \text{ の } \gamma\text{-ray を } E2\text{-pure と仮定して}) \\ ^{150}\text{Sm} &: 0.024 \end{aligned}$$

となり ^{152}Gd ではかなり大きくとる必要があるが, 同じ $N=88$ の ^{150}Sm では普通の変形核における値と大差ない。

以上述べたことの結論としては, $N=88$ の核では振動スペクトルを示すというよりも, Fig. 5 にも見られるように, まだ変形核領域に見られる band structure が persist しているという方がより適切であろうということである。

最後に Fig. 4 に residual nucleus が ^{150}Gd を含む反応のスペクトルが示してあるが, yield ratio から 634-, 647-keV line が $2^+ \rightarrow 0^+$, $4^+ \rightarrow 2^+$ の遷移に対応することは分るが, その上の $6^+ \rightarrow 4^+$ の遷移がそれらより高いエネルギー領域には見られず, その candidate としては 495-, 566 keV のいずれかが考えられる。しかしいずれの場合にも $4^+ \rightarrow 2^+$ の遷移エネルギーよりも低く, その

* 最近核研で行なわれた, $^{150}\text{Sm} + \alpha$ ($E_\alpha \sim 30$ MeV) の実験結果では $8^+ \rightarrow 6^+$, $10^+ \rightarrow 8^+$ ($12^+ \rightarrow 10^+$, $14^+ \rightarrow 12^+$) も現われており, これは Fig. 5 に書き加えてある。

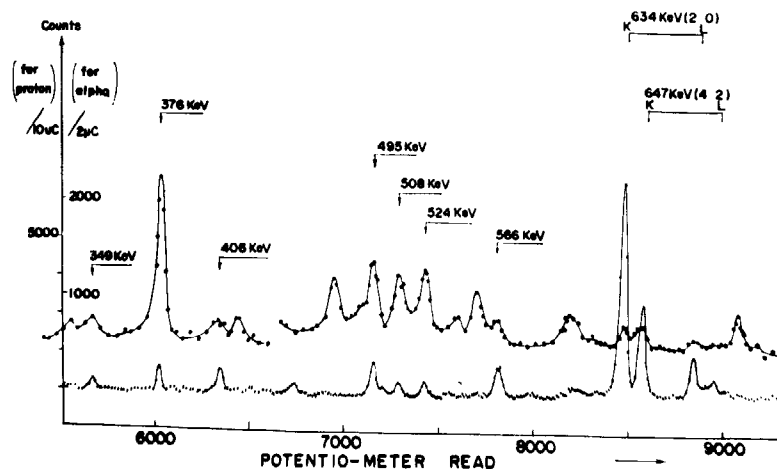


Fig. 4 Momentum spectrum of conversion electrons
from $^{150}\text{Sm} + \alpha (E_\alpha = 40 \text{ MeV})$, upper one
from $^{151}\text{Eu} + p (E_p = 14 \text{ MeV})$, lower one

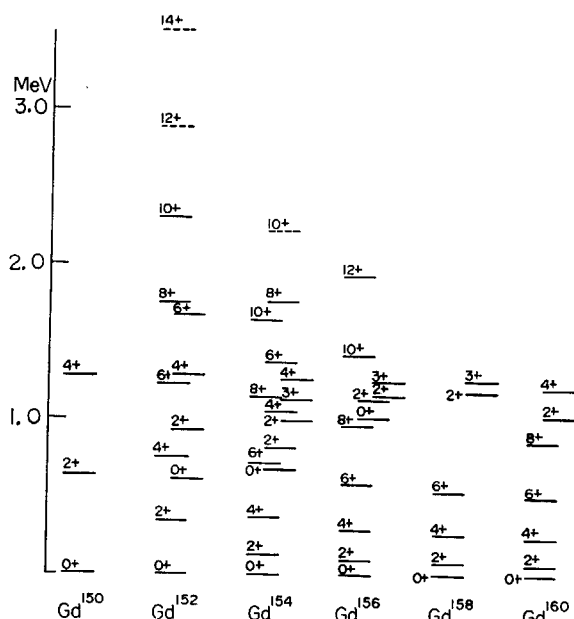


Fig. 5 The energy levels of Gd-isotopes

場合には, energy sequence が $6^+ \rightarrow 4^+$ にいたって突如として減少するというので, この核に非常に特徴的な現象であると言える。

文 献

- 1) SCHARFF-GOLDHARBER G. and WENESER J.: *Phys. Rev.*, **98** 212 (1955)
- 2) SHELIN R. K.: *Rev. Mod. Phys.*, **32** 1 (1960)
- 3) SAKAI M.: *Nucl. Phys.*, **104A** 301 (1967)
- 4) EJIRI H., ISHIHARA M., SAKAI M., INAMURA T., KATORI K.: to be published in the *J. Phys. Soc. Japan*
- 5) GROMOV K. YA., KUZNETSOV V.V., KUZNETSOVA M. YA., FINGER M., URBANEC J., NIELSEN O. B., WILSKY K., SKILBREID O. and JØRGENSEN M.: *Nucl. Phys.*, **A99**, 585 (1967)
- 6) SMITHER R. K.: *Phys. Rev.*, **150** No. 3, 964 (1966)
- 7) HARMATZ B., HANDLEY T. H. and MIHELICH J. W.: *Phys. Rev.*, **123** No. 5, 1758 (1961)

4. (γ, γ') 反応により観測される核の励起状態

鹿 園 直 基*

4. Nuclear Levels observed by (γ, γ') Reaction

NAOMOTO SHIKAZONO*

Nuclear resonant scattering of neutron-capture gamma rays are successfully used to study the highly excited nuclear levels near the neutron binding energy and also the low-lying levels fed by the inelastically scattered gamma rays. The general consideration about the resonant scattering of neutron-capture gamma rays and the study of elastic and inelastic scattering of lead-capture gamma rays from the 7368-keV level of ^{66}Zn are described.

1. 序

最近熱中性子捕獲ガンマ線を用いた共鳴散乱の実験が行なわれるようになってきた^{1),2),3)}. その一般的な特色と、実例としてわれわれが行なった ^{66}Zn の 7368-keV 準位からの $\text{Pb}(n, \gamma)$ のガンマ線の弾性散乱および非弾性散乱の実験についての概略を述べる.

ガンマ線の共鳴散乱の断面積は、

$$\sigma_0 = 50 \text{ b} (7 \text{ MeV} / E \text{ (MeV)})^2 \omega \frac{\Gamma_0}{\Gamma}$$

(ここで $\omega = 2I + 1/2I_0 + 1$, Γ , Γ_0 は各々全幅および基底状態への部分幅)

で与えられ、その order は $E_\gamma = 100 \text{ keV}$ で $\sigma \sim 10^3 \text{ b}$, $E_\gamma = 10 \text{ MeV}$ でも $\sigma \sim 10^2 \text{ b}$ であるが、原子の熱運動による Doppler のひろがりのために有効な断面積は $\sigma \sim \Gamma / \Delta \sigma_0$ に reduce される. Doppler のひろがりの幅 Δ は、大体数 eV 位の値であり Γ は準位ごとに異なるけれども、今までに観測されているものでは、7~10 MeV の励起エネルギーの準位では大きくて 1 eV 位である. したがって共鳴散乱の断面積としては 1 barn 以下になる. ガンマ線の source として昔からつかわれている Bremsstrahlung が連続スペクトルであるのに対し熱中性子捕獲ガンマ線は非常に単色度がよいので、単一の準位を励起するのに都合がよい. しかしエネルギーがきまっているので共鳴散乱をおこすためには共鳴準位のエネルギー E_R が捕獲ガンマ線のエネルギー E_γ と Δ の範囲で一致しなければならない. (正確には $E_R = E_\gamma - E_\gamma^2 / 2Mc^2$ の条件が必要である.) これは全くの偶然によるので、実際に測定してみなければ判らない. Israel group¹⁾ が多くの (n, γ) source と scatterer の組合せを調べた結

果、1144 の組合せに対して見出された共鳴散乱の数は 52 であった. Fig. 1 に見出された共鳴散乱の数と、 Z , N との関係を示す. 図から明らかなように Z , N が magic number のところに集中して見出されている. Magic number 近くの核では準位の密度は小さくなり、 E_R と E_γ とが偶然重なる確率はむしろへるようと思われるが事実は逆に数多く見出されている. このことは定性的には次のように説明される. 観測にかかるためには断面積がある程度以上大きくなければならない. 断面積は Γ にほぼ比例するので自然幅 Γ がある程度以上大きいことが必要である. ここで、 $E1$ transition の strength function Γ/D を考える. Single particle transition の強さ Γ_s が実際の準位に一樣に分配されると考えると $\Gamma/D = \Gamma_s/D_s = CA^{3/2}E_\gamma^3$ が平均として成立つ⁴⁾. (D は実際の核の準位間隔, D_s は single particle の準位間隔,

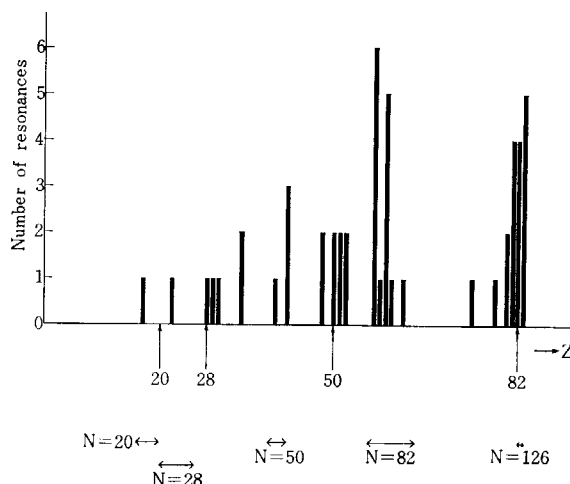


Fig. 1 Histogram of distribution of observed resonances (from BEN-DAVID G. et al.¹⁾).

* 原研 JAERI

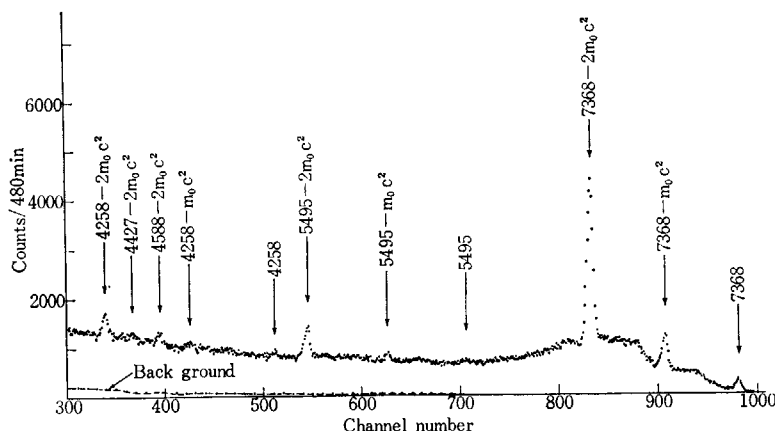


Fig. 2 High-energy γ -spectrum from Zn excited by Pb capture gamma rays.

C は A に依存する比例定数.) Transitionの強さが一様でなく, giant resonanceに集中していると考えて, ~ 7 MeV 附近の Γ/D を $E1$ giant resonance の断面積から semi-empirical に導きだすと $(\Gamma/D)_{E \sim 7 \text{ MeV}} = 2.2 \times 10^{-5} (E/7)^5 (A/100)^{2/3} (\Gamma_0/5)$ になる⁶⁾. Γ_0 は giant resonance の幅である. いずれにしても Γ/D は E , および A が近いところでは一定であるので, 準位間隔 D の大きい核では Γ も大きくなり, 共鳴散乱の断面積も大きくなる. P. AXEL はこのような考察から共鳴散乱が見出され易い核として重い核で magic 近くの偶-偶核を挙げている⁶⁾. Israel group の測定は大体この予想通りの結果を与えているが, 上述の議論は平均でのではなく, Γ は個々の準位ごとにより変動するであろう. 実際には特に Γ の大きい準位のエネルギー E_R と E_f が偶然一致した時観測されるわけで, 統計的な議論がそのまま適用できるかどうかは判らない. また $E1$ transition 以外の transition での励起もあるかもしれない. 将来さらに数多くの共鳴準位が観測されれば, より明確になるであろう.

共鳴散乱の実験はこのような統計的な情報の他に, 非弾性散乱のガンマ線の観測から low-lying level についての情報を与える. 実例としてわれわれが行なった ^{66}Zn の共鳴散乱の実験について以下に述べる.

2. ^{66}Zn の 7368 keV 準位からの共鳴散乱

鉛の中性子捕獲ガンマ線を source として, 亜鉛を scatterer とした場合に共鳴散乱をおこすことが見出された. Fig. 2 および Fig. 3 に得られたスペクトルの一部を示す. 非弾性散乱のガンマ線のエネルギーから, 7368 keV の共鳴準位は ^{66}Zn の準位であることが判る.

共鳴散乱の有効断面積は未知のパラメータとして, 自然幅 Γ のほかに $\delta = |E_R - E_f|$ を含んでいる. 自然幅 Γ を求めるために, 散乱断面積の温度変化と, self absorption 法の二つを行なった. Fig. 4 に散乱体の温度

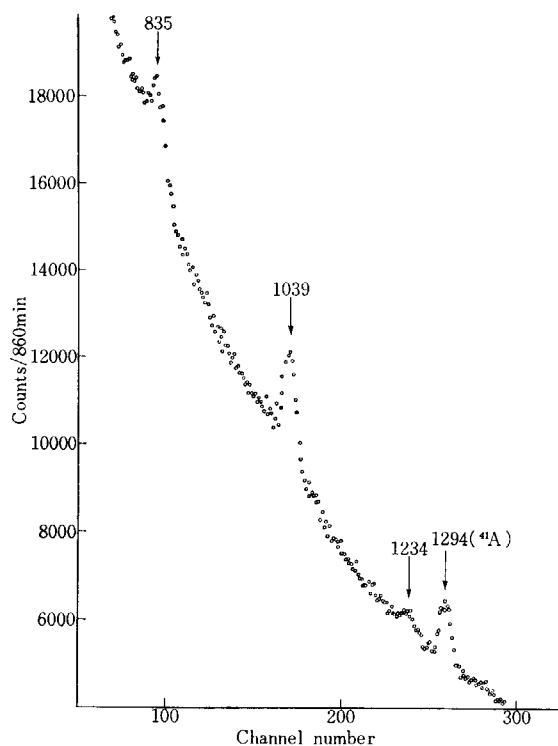


Fig. 3 Low-energy γ -spectrum from Zn excited by Pb capture gamma rays.

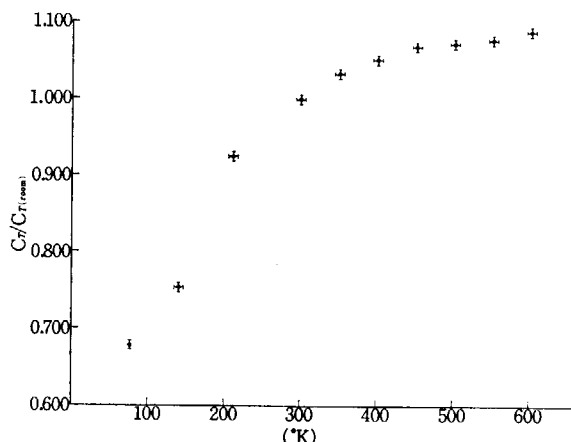


Fig. 4 Relative yield of 7368 keV γ -rays scattered from Zn as a function of scatterer temperature.

を変えた場合の共鳴散乱の yield の変化を示す。温度を変化させると Doppler のひろがり Δ が変わり、入射ガンマ線と共鳴散乱の断面積との重なり方が変化する。温度とともに yield がふえているのは δ が Δ よりかなり大きいことを意味している。Fig. 5 に self absorption の測定結果を示す。縦軸に共鳴吸収の割合をとり、横軸に Zn の厚さをとっている。図で I_{Zn} および I_{Cu} は吸収体として Zn および Cu を入れたときの計数率である。この傾斜から有効吸収断面積 $\langle\sigma_a\rangle=1.7$ b が得られる。(これらのデータは現在解析中であり Γ の正確な値はまだ求まっていない。)

励起準位のスピンは角分布を測定することによって決められる。Fig. 6 に 7368 keV の ground state transition の角度分布を示す。実験値は 0-1-0 の spin sequence の場合の角分布 $1+\cos^2\theta$ によく一致する。0-2-0 の場合の角分布は $1-3\cos^2\theta+4\cos^4\theta$ であるので、共鳴

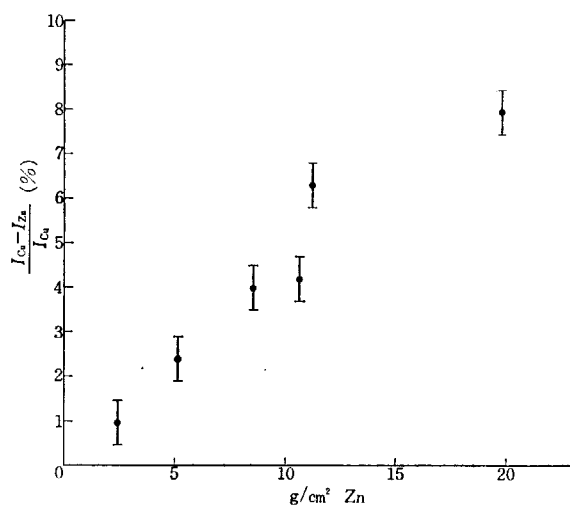


Fig. 5 Fraction of resonantly absorbed 7368 keV γ -rays versus Zn absorber thickness.

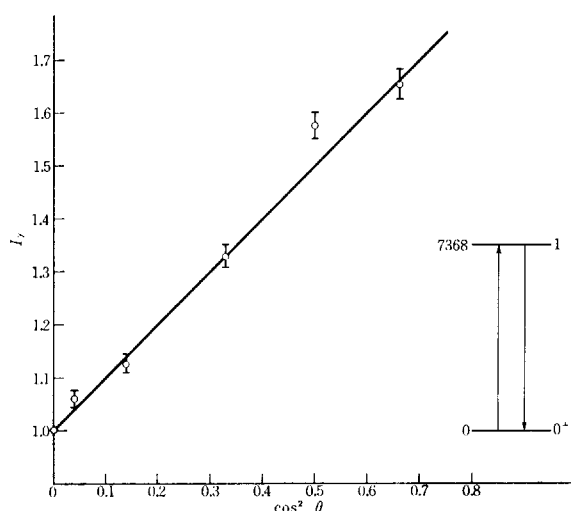


Fig. 6 Relative yield of 7368 keV γ -rays scattered from Zn versus $\cos^2\theta$, where θ is the angle between the incident beam and the scattered γ -rays.

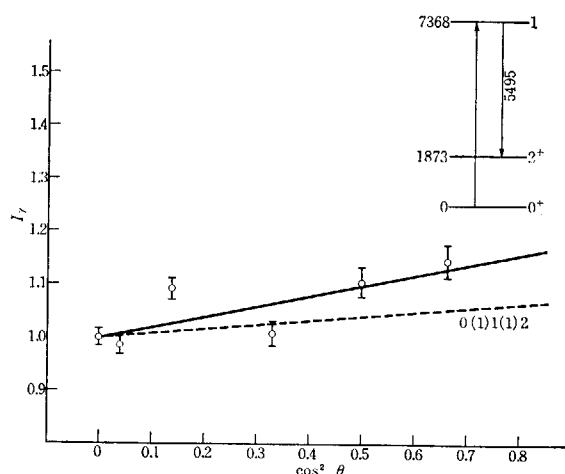


Fig. 7 Relative yield of 5495 keV γ -rays scattered from Zn versus $\cos^2\theta$, where θ is the angle between the incident beam and the scattered γ -rays.

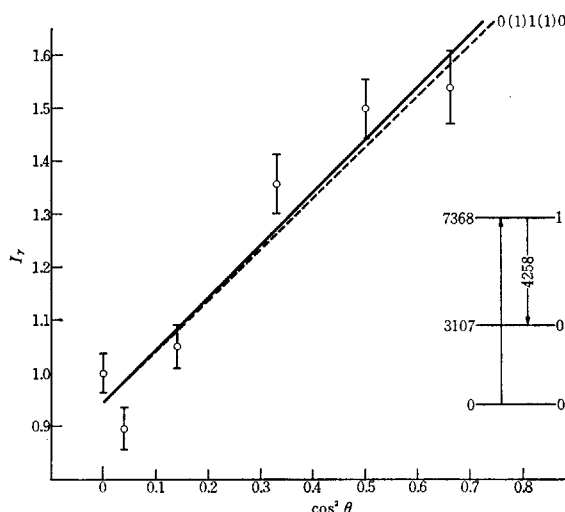
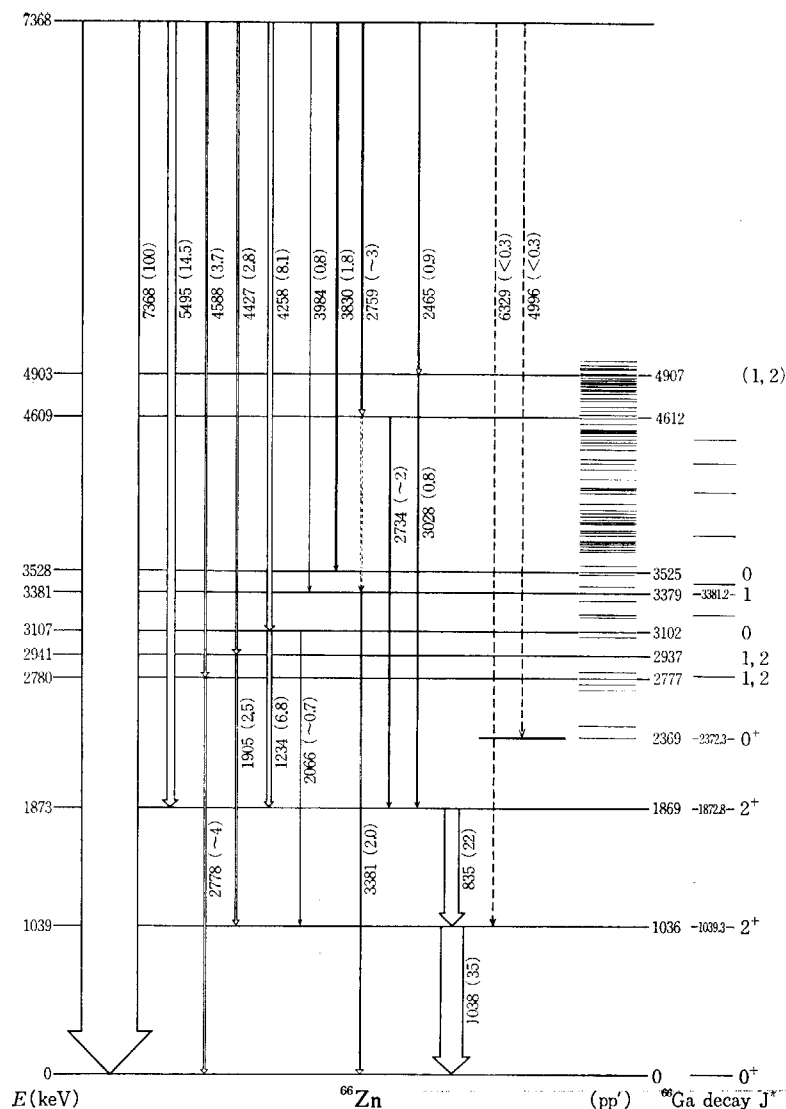


Fig. 8 Relative yield of 4258 keV γ -rays scattered from Zn versus $\cos^2\theta$, where θ is the angle between the incident beam and the scattered gamma rays.

準位のスピンは1であることは明らかである。Fig. 7 と Fig. 8 に非弾性散乱のガンマ線の角分布の例を示す。Fig. 7 は第2励起状態の 2^+ への transition であり、純粋の dipole transition の理論値(点線)から、わずかにはずれており、quadrupole transition の mixing があるのかもしれない。Fig. 8 の 3107 keV 準位への transition は 0-1-0 の場合と一致するのでこの準位のスピンは0であることが結論される。このようにして励起状態のスピンについての情報が得られる。また、7368 keV の共鳴準位から直接放出されるガンマ線の他に、途中に一本以上のガンマ線をはさんで放出されるガンマ線の角分布の測定から、カスケードの順番をきめることができる場合もある⁷⁾。ガンマ線のエネルギーおよび強度とこれらの角分布の測定結果を考慮して組み立てた decay scheme を Fig. 9 に示す。右側のたくさんの準位は (p, p') で見出

Fig. 9 Proposed decay scheme for 7368 keV level of ^{66}Zn

された準位である⁸⁾。その右側の数値は (p, p') で定められた値と ^{66}Ga の decay からきめられた値⁹⁾で、この実験できめられた値と一致するものだけを書いてある。この decay scheme には不明確さが多少残るけれども、 ^{66}Ga の decay で観測された準位に一致するものはむしろ少なく、 ^{66}Ga の decay からは見出されない準位が強く励起されることが言える。その一つである 3107 keV のスピン 0 状態をとってみると、この準位からは 2nd 2^+ への転移が強く、1st 2^+ への cross over 転移は弱い。パリティを + と仮定すると、 $B(E2; 0^+ - 2_1^+)/B(E2; 0^+ - 2_2^+) \sim 10^{-2}$ の order であって、3 phonon state の一員であることを暗示している。

このように、 (n, γ) をつかった共鳴散乱の実験は、励起される共鳴準位が偶然に支配されるために、核種に制限があり、また共鳴準位の性格が不明確であると言った欠点はあるが、核分光學に一つの有力な手段を提供する。

文 献

- 1) BEN-DAVID G., ARAD B., BALDERMAN J. and SCHLESINGER Y.: *Phys. Rev.*, **146** 852 (1966)
- 2) MIN K.: *Phys. Rev.*, **152** 1062 (1966)
- 3) GIANNINI M., OLIVA P., PROSPERI D. and TOUMBER G.: *Nucl. Phys.*, **A 101** 145 (1967)
- 4) BLATT J. M. and WEISSKOPF V. F.: "Theoretical Nuclear Physics" John Wiley & Sons, New York, p. 648
- 5) AXEL P.: *Phys. Rev.*, **126** 671 (1962)
- 6) AXEL P.: *Phys. Lett.*, **4** 320 (1963)
- 7) ARFKEN G. B., BIEDENHARN L. C. and ROSE M. E.: *Phys. Rev.*, **86** 761 (1952)
- 8) BROWN G., HAIGH J. G. B., HUDSON F. R. and MACGREGOR A. E.: *Nucl. Phys.*, **A 101** 163 (1967)
- 9) FREEDMAN M. S., PORTER F. T. and WAGNER F.: *Phys. Rev.*, **151** 899 (1966)

5. 変形核におけるヒンダーされた $E1$ 遷移

田 村 務*

5. Hindered $E1$ Transitions in Deformed Odd A Nuclei

TSUTOMU TAMURA*

Experimentally determined $E1$ transition probabilities between the Nilsson orbitals $7/2^-$ (523) and $7/2^+$ (404) in odd Tm isotopes are compared with the prediction of Nilsson model. The hindrance factors ($T_{1/2}(\text{exp})/T_{1/2}(\text{Nilsson})$) obtained are 1.3×10^2 and 5×10^2 for ^{167}Tm and ^{165}Tm , respectively. The large discrepancies of these values from the systematics of $\Delta K=0$, $E1$ transition (usually ≈ 1) was considered to be due to the effect of pairing correlation.

1. ま え が き

変形領域の奇核における低エネルギーの $E1$ 遷移は WEISSKOPF の single-particle estimate に比較して、 $10^4 \sim 10^9$ の大きな hindrance factor をもっている。これらはすべての場合に asymptotic selection rule や K -selection rule に対する violation として Nilsson model から理解される¹⁾。さらに詳細な検討を行なうためには Nilsson の波動函数による理論値との比較が望ましい。この種の研究は VERGNES²⁾, LÖBNER³⁾, MALMSKOG⁴⁾ その他多くの人によってなされた。VERGNES はこの領域の intrinsic states 間の $E1$ 遷移に対して2つの分類を行なった。

1) $\Delta K=0$ の場合には実験値は Nilsson model の計算値とかなりよく一致する。

2) $\Delta K=1$ の場合には $10 \sim 10^3$ の大きな hindrance factor となって、ばらつきが大きい。

その後得られた実験事実や理論的な発展はこれを支持している。しかしながら、最近筆者の行なった ^{167}Tm と ^{165}Tm の実験では $\Delta K=0$ の $E1$ 遷移で hindrance factor がそれぞれ 130 および 500 となり従来のシステムティクスから見て、大きなずれが生じた。これに関して二三の原因について検討した結果、pairing correlation の影響がかなり重要であることがわかった。

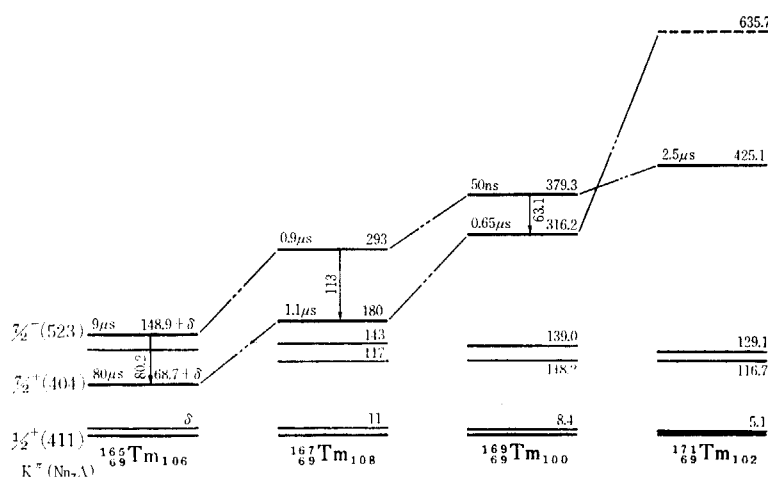
2. Tmの奇核における $\Delta K=0$ の $E1$ 遷移

Fig. 1 Level schemes of odd Tm isotopes.

* 原研 JAERI

質量数が 171~165 の Tm の奇核の簡単な level scheme が Fig. 1 に示してある。 ^{171}Tm と ^{169}Tm は Nuclear Data Sheets⁵⁾ から、 ^{167}Tm と ^{165}Tm については筆者の行なった $^{167}\text{Yb} \xrightarrow{E.C.} ^{167}\text{Tm}$, $^{165}\text{Yb} \xrightarrow{E.C.} ^{165}\text{Tm}$ の decay scheme の研究^{6,7)} からとったものである。これらの核は基底状態がいずれも $\frac{1}{2}^+$ (411) の Nilsson state にあって、励起状態には $\frac{3}{2}^+$ (404), $\frac{5}{2}^-$ (523) などの Nilsson state が現われ、それらのレベル間の $E1$, $M1$, $E2$ などの γ 遷移が遅れ、長い半減期のアイソマーとなっている。このコメントでは、これらの中で、とくに $\frac{5}{2}^-$ (523) $\rightarrow$ $\frac{3}{2}^+$ (404) の $\Delta K=0$ の $E1$ 遷移の遷移確率に焦点を置いて、Nilsson model からの理論値と比較して、そのくいちがいについて検討した結果を述べる。

TABLE 1 Hindrance factor for the $\Delta K=0$ $E1$ transition in the odd-Tm isotopes
 $\frac{5}{2}^-$ (523) $\rightarrow$ $\frac{3}{2}^+$ (404)
 $\Delta N=-1$, $\Delta n_z=-2$, $\Delta I=1$

Nucleus	Transition energy (keV)	γ -lifetime (sec)	Hindrance factor	
			F_W	F_N
^{165}Tm	80.2	$(2 \pm 0.5) \times 10^{-5}$	$(4 \pm 1) \times 10^7$	$(5 \pm 1) \times 10^2$
^{167}Tm	113.3	1.4×10^{-6}	9.3×10^6	1.3×10^2
^{169}Tm	63.1	9.6×10^{-8}	1.1×10^5	1.6

TABLE 1 は γ 線のエネルギー、 γ 線の半減期、WEISSKOPF および Nilsson estimate に対する hindrance factor を示している。 γ 線の半減期はレベルの半減期に γ 線の分岐比および内部変換係数などの補正を行なって得られた。hindrance factor F_W および F_N はつぎの定義によっている。

$$F_W = \frac{T_{\frac{1}{2}}(\text{exp})}{T_{\frac{1}{2}}(\text{Weisskopf})}, \quad F_N = \frac{T_{\frac{1}{2}}(\text{exp})}{T_{\frac{1}{2}}(\text{Nilsson})}$$

WEISSKOPF の single particle estimate は核半径定数を 1.2 fm, Statistical factor $S=1$ とおいて求めた⁸⁾。Nilsson の single-particle estimate⁹⁾ では初めと終わり状態の変形のパラメーターを $\eta=4.6$ とおき、Nilsson の波動関数の部分波の振幅 $a_{\lambda\mu}$ を $N=5$ に対しては、 $\mu=0.45$, $N=4$ に対しては $\mu=0.55$ の table⁹⁾ からとって、内挿したものをを用いた。まず WEISSKOPF estimate に対する hindrance factor は ^{165}Tm から ^{169}Tm において $10^5 \sim 10^7$ の大きな hindrance となっている。一方 Nilsson estimate に対する hindrance factor は、 ^{169}Tm においては 1.6, ^{167}Tm においては 1.3×10^2 , ^{165}Tm においては 5×10^2 である。これらの値が今までに得られている他の $\Delta K=0$ の $E1$ 遷移といっしょにして Fig. 2 に示してある。これまで得られているものはかなり大きいバラツキがあるけれども、1 に近い order またはそれ以下の order である。これに反して ^{167}Tm と ^{165}Tm における hindrance factor は例外的に大きい。それと同時に、隣合っていて同じ proton system を

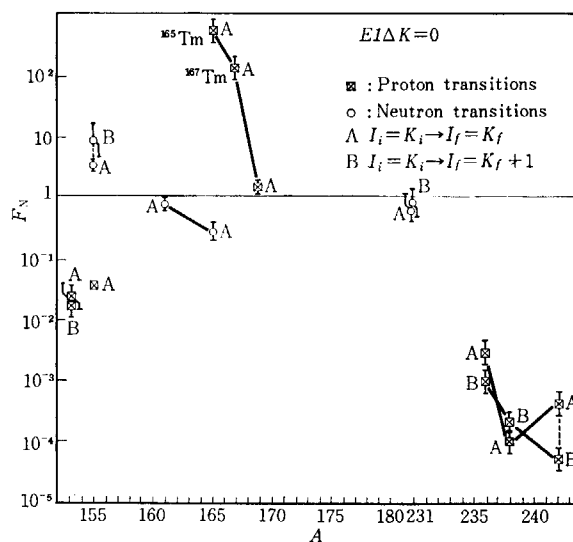


Fig. 2 The hindrance factors F_N of $E1$, $\Delta K=0$ transitions

もつと考えられる ^{169}Tm と ^{167}Tm の間でこのように急な変化が起っていることも、また一つの問題である。これに関して Nilsson の波動関数のとり方と pairing correlation の影響について考察した。

2.1 Nilsson の波動関数のとり方

Nilsson estimate における reduced transition probability の計算に入ってくる intrinsic matrix element は遷移の初めと終わり状態の部分波間の γ 転移のくみあわせになっており、これらの項がおたがいに打消し合うために大きい hindrance が生じている。したがって ^{165}Tm から ^{169}Tm の間で変形度等のちがいのため Nilsson の波動関数の変化があって hindrance factor に大きく影響していることが考えられる。しかしながら、初めと終わりの状態の変形パラメーターを同時に $\eta=2$ から $\eta=4$ まで変化させた場合にも hindrance factor の計算結果には factor 3 以上の変化は起らないことがわかった。Tm の奇核は変形領域の中ほどに位置しているので、変形度の違いは 15% を越えないと思われ、観測された hindrance factor の大きな違いをこの理由で説明することはできないように思われた。

2.2 Pairing correlation の影響

電氣的な遷移に対しては pairing correlation は上に述べた hindrance factor に加えて、つぎのような retardation が起る。

$$R = (U_f U_i - V_f V_i)^2 \\ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(\epsilon_f - \lambda)(\epsilon_i - \lambda) - D^2}{\sqrt{(\epsilon_f - \lambda)^2 + D^2} \sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + D^2}} \right)$$

$$\text{Hindrance factor} \propto \frac{H_N}{R}$$

ここで U_i^2, V_i^2 はそれぞれ初め状態に pair の入っていない確率と pair の入っている確率である。指標 f は終わり状態の量である。 ϵ, λ および Δ はそれぞれ single-particle energy, Fermi energy および gap energy である。この R の式の形は 1961 年原研で行なわれた核構造の研究会で池上ら¹⁰⁾によって指摘されたように初状態と終わり状態の single-particle energy が Fermi level に対して対称な位置になったときに 0 となる。実際に Tm の奇核では Fermi level は基底状態 $\frac{1}{2}^+(411)$ 軌道の附近にあり、ここで問題にしている遷移は hole state の $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道と particle state の $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の間で起っている。さらにこの 2 つの軌道はほぼ同じ励起エネルギーであるので Pairing による遅延の効果がとくに重要になってくることが予想された。Retardation factor の計算に必要な U, V factor は、一組の single particle energy と pair の間の interaction constant G を仮定して BCS の方程式を解いて得られる。変形核に対するこの種の計算が多くの人によってなされて、hindrance factor に与える影響も検討されている。¹⁶⁹Tm における $\frac{7}{2}^-(523) \rightarrow \frac{7}{2}^+(404)$ の $E1$ 遷移に対して、factor R は 10^{-3} の order であることが報告されている。しかしながらこれらの計算は Tm の奇核で起っている Nilsson

estimate に対する hindrance factor の異常に大きな値や急な変化を説明するには不適當である。そこで Nilsson 軌道の single-particle energy を変えたとき quasi-particle energy に起る変化と、それに対応する pairing reduction factor の間の関係をしらべる目的で $\frac{7}{2}^-(523)$, $\frac{7}{2}^+(404)$ および $\frac{1}{2}^+(411)$ 軌道の single-particle energy の異っている多くの proton system の set を仮定して同じような計算を行なった。Nilsson 軌道の single-particle energies は最初 TABLE 2 のパラメーターを使って計

TABLE 2 Single-particle levels of proton system

N	μ	Additional shifts ($\hbar\omega$)	Individual level shifts (keV)
2	0.0	-0.23	
3	0.45		
4	0.55		
5	0.45	$h_{11/2} : -0.20$ others : +0.17	$\frac{5}{2}^-(532) +300$ $\frac{3}{2}^+(411) +300$ $\frac{1}{2}^+(411) +600$
6	0.45	+0.17	

The single-particle level energies of the proton system were calculated with the use of the formula given in ref. 9. One κ value, $\kappa=0.05$, was used. A few change has been made in the level scheme indicated in columns 3 and 4 of this table.

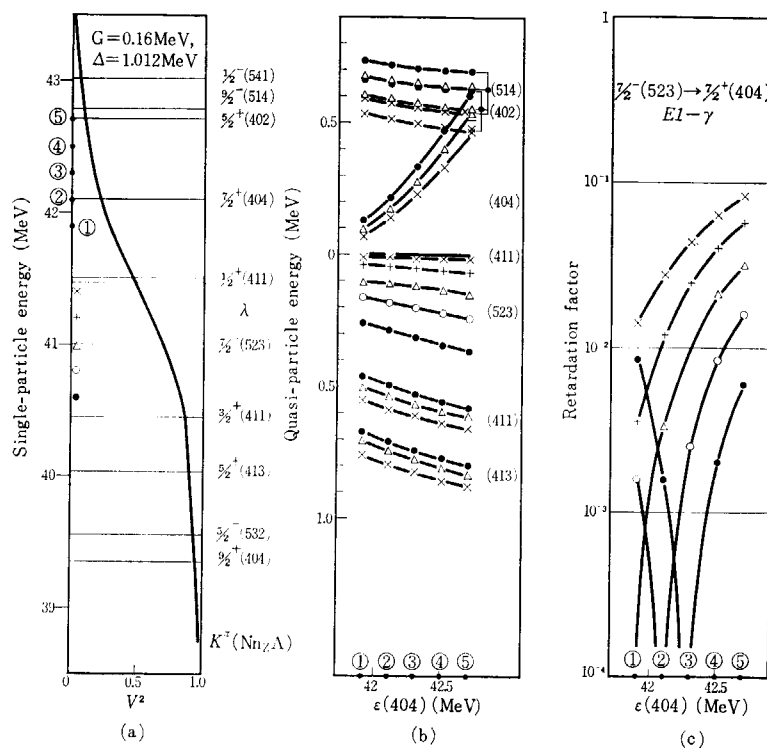


Fig. 3 (a) Pairing scheme for odd Tm nucleides near the Fermi level. The single-particle energies of the $\frac{7}{2}^-(523)$ and $\frac{7}{2}^+(404)$ states were changed to the energies indicated with marks and numbers.
 (b) Variation of the single-particle energies of the low-lying states with respect to the $\frac{1}{2}^+(411)$ state.
 (c) Variation of the retardation factor for the change of the $\frac{7}{2}^+(404)$ state.

算した。その後で、Fermi level 近くの 40 ケの軌道で、 $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道と $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道の single-particle energy の少しずつ異なる多くの proton system を考えた。 $\frac{7}{2}^+(404)$ と $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道の single-particle energies の変化のさせ方が Fig. 3 (a) の縦軸に数字とマークで示してある。Pairing interaction constant は $G=0.16$ MeV の値にとって、BCS 方程式の解を日本原子力研究所の IBM 7044 計算機で求めた。Fig. 3 (b) は $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の single-particle energy の変化に対する低いエネルギーにおける軌道の quasi-particle energies の変化のようすである。この場合 $\frac{1}{2}^+(411)$ 軌道の quasi-particle energy を基底にとってある。これらの計算結果は、それぞれの軌道の実験的な励起エネルギーの主要な特徴を再現しているように見える。そこで $^{165}\text{Tm} \sim ^{169}\text{Tm}$ の奇核の $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の系統的な変化を再現させるためには $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道の位置にはほとんど無関係に $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の single-particle energy を ① から ⑤ の方向へ約 400 keV 変化させる必要がある。しかしながら $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道のこの変化に対応して $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道のエネルギーは約 50 keV しか変化しない。これは実験値に比較して非常に小さい。つぎに $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道の single-particle energy を変化させたときには、前の $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の変化に対するものと、似たような結果となった。すなわち $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道自体は大きく変化するが、 $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の変化が小さすぎた。このような事実は同じ陽子数をもつ Tm の奇核で最後の中性を pair で増減させた場合に 2 個、あるいはそれ以上の軌道で同時に single-particle energy が変化することを意味している。いまの場合簡単のために $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道の single-particle energy だけが変化をうけるものと仮定して pairing による retardation の効果を調べた。これが Fig. 3 (c) に示してある。Retardation factor は $10^{-3} \rightarrow 0 \rightarrow 10^{-2}$ のように非常に大きく変化している。これは transition の hole $\rightarrow$ particle の特性から出てくるものであって、 $\frac{1}{2}^+(411)$ 軌道、 $\frac{7}{2}^-(523)$ 軌道の single-particle energy を変化させても同じような傾向が得られる。上に述べた取扱いは定量的に充分とはいえないが少なくとも定性的には隣合った奇核での hindrance factor の急な変化を与えていると思われる。

しかしながら pairing effect が hindrance に対して、ほんとうに有効であると考え、Nilsson estimate ですでに合っている $\Delta K=0$ の他の場合に hindrance factor が小さくなりすぎることが起る。この点に関して FAESSLER, *et al.* と MONSONEGO, *et al.* は octupole vibration と octupole quasi-particle 間の interaction をとり入れている。彼らの結果によると、この interaction は、この附近の核に対して $10^2 \sim 10^3$ の order だけ $\Delta K=0$ の E1 遷移を強める効果があり、この大きさは上で述べた pairing interaction のために起る retardation に

匹敵するものと考えられる。

Single-particle energy の変化について、つぎの原因が考えられる。

(1) まず $\frac{7}{2}^+(404)$ の軌道の single-particle energy は Nilsson diagram に見られるとおり、変形のパラメーター η で非常に大きく変化する軌道である。変形度が 15% 程度変化すると $\frac{7}{2}^+(404)$ 軌道は single-particle energy が ± 400 keV 変化する。他の軌道についてはエネルギー変化は $\frac{7}{2}^+(404)$ の軌道よりも小さいと思われる。

(2) もう一つの可能性は中性子-陽子相互作用である。変形核ではまだ充分検討されていないが、検討に値するのではないと思われる。

Pairing interaction についてここに得られた結果の有効性については、理論と実験両面の今後の研究にまたねばならない。

3. おわりに

全般に γ 遷移の遷移確率のデーターは多いとは言えないが、以上に述べた $\Delta K=0$ の E1 遷移は特に例が少ないので、systematics の拡大が望まれる。この点に関して $^{171}\text{Er} \rightarrow ^{171}\text{Tm}$ の decay では $\frac{7}{2}^+(404)$ state の位置や $\frac{7}{2}^-(523)$ state への γ 線について、もう一度見直すべきではないかと思われる。また ^{163}Tm の励起状態を調べるために ^{163}Yb の decay も考えられてよい。これまでの γ 遷移のデーターは β -decay で feed される level に限定されすぎていた。この点に関しては、ここ二三年來、盛んになってきた in beam spectroscopy の方法が有力で、これまでの β -decay では feed されなかった level の性質や stability line からかなり離れた核の励起状態の性質が調べられるものと期待される。たとえば ^{166}Er (33%) の (p, 4n) 反応では ^{163}Tm の励起状態がみられる。 ^{164}Er (1.56%) の (p, 2n) 反応では同じく ^{163}Tm が、(p, 4n) 反応では ^{161}Tm の励起状態の研究が可能となる。Ho や Lu の奇核でも $\frac{7}{2}^-(523) \leftarrow \frac{7}{2}^+(404)$ の γ 遷移が期待できるが、同様に β -feeding よりも in beam spectroscopy が有望であろう。

文 献

- 1) MOTTOLSON B. R. and NILSSON S. G.: *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.* 1 No. 8 (1959)
- 2) VERGNES M. N.: *Nucl. Phys.*, **39** 273 (1962)
- 3) LÖBNER K. E. G. and MALMSKOG S. G.: *Nucl. Phys.*, **80** 505 (1966)
- 4) MALMSKOG S. G.: *Nucl. Phys.*, **62** 37 (1965)
- 5) Nuclear Data Sheets, National Academy of Sciences, Washington (1964)

- | | |
|--|---|
| 6) TAMURA T. : <i>Nucl. Phys.</i> , 62 305 (1965) | 9) NILSSON S. G. : <i>Mat. Fyt. Medd. Dan. Vid. Selsk</i> , 29
No. 16 (1955) |
| 7) TAMURA T. : to be published | |
| 8) WAPSTRA A. H., NIJGH G. J. and VAN LIEGHOUT R. :
Nuclear spectroscopy tables (1959). North-Holland
Publishing company | 10) IKEGAMI H., UDAGAWA T. : <i>Phys. Rev.</i> , 133 6B (1964)
B 1388 |

6. 異常に遅い許容ベータ崩壊

宮 野 和 政*

6. Allowed Beta Transitions with Anomalously Large $\log ft$ Values

KAZUMASA MIYANO*

During the past few years marked success has been made in the qualitative and quantitative explanations for the $\log ft$ values of the allowed beta transitions in heavier nuclei by introducing the simple pairing model for either spherical nuclei or deformed nuclei. Variations from nucleus to nucleus were well reproduced in the $\log ft$ values of the beta transitions although the calculated values had to be normalized in order to make them fit with experimental values, since calculated absolute values were too small unless some normalization was done.

Although such success has been brought about by conventional pairing models, anomalously large $\log ft$ values beyond the ability of the pairing theories have sometimes been found in the allowed beta decays.

One of the most striking examples of such anomalous transition is the case of carbon 14. The observed half-life is about 10^6 times longer than expected. Such a long half-life can only be accounted for by accidental cancellation. Some irregularly large $\log ft$ values have also been found in the spherical nuclei: around calcium isotopes ($1f_{7/2}$) and in ^{86}Kr and ^{87}Y ($1g_{9/2}$). These cases will be discussed qualitatively.

1. はじめに

この数年、中重核、変形核領域での許容ベータ崩壊の $\log ft$ 値の定性的、あるいは定量的な説明が pairing model でかなり成功を収めている¹⁾。単純な pairing model では $\log ft$ 値の絶対値を一致させるためには、なんらかの normalization をしなければ計算値が小さすぎるが、3-quasi particle の寄与²⁾あるいは p-n 相互作用による核の集団偏極³⁾を考へて絶対値をあわせることができる。しかし許容ベータ崩壊の $\log ft$ 値は ^6He の 2.9 からじまって約 11 まで広い範囲にわたって見出されており、理論の対象になっているのは、 $\log ft$ 値 4~5 というごく一部分である。Fig. 1 は $\log ft$ 値の度数分布図である⁴⁾。

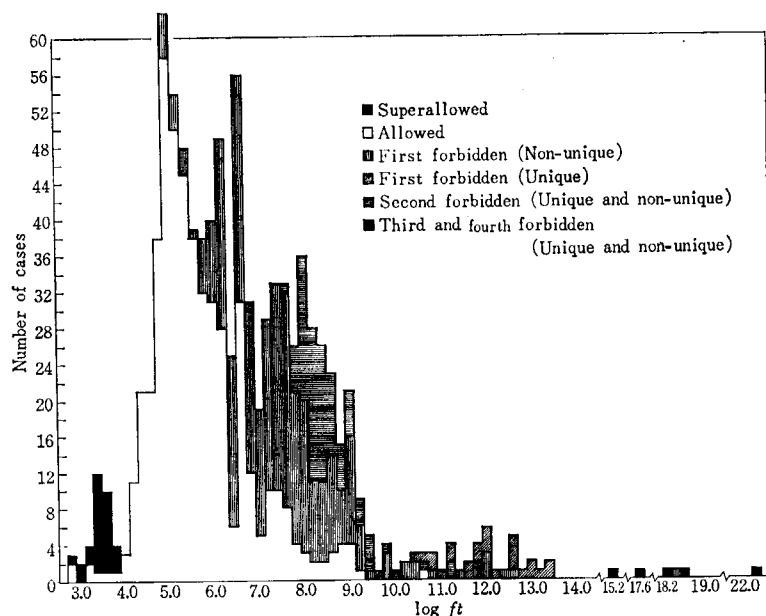
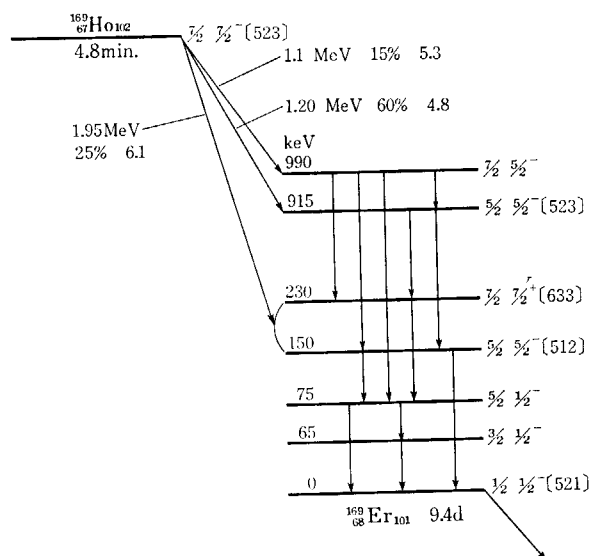
変形核領域で、“allowed unhindered” と分類されるかなり $\log ft$ 値の小さなベータ崩壊が数例知られている。これらはいずれも single particle estimate の速さより数十倍程度しか遅れていないものであり、pairing model でよく説明されている。球形核領域での許容ベータ崩壊の $\log ft$ 値は simple pairing theory

で大部分理解されるが、中に single particle estimate より千倍ないし十万倍遅い異常な許容転移が、Ca 附近および Y 附近で知られている。ここでは、pairing theory が成功する例として変形核の “allowed unhindered” ベータ転移について、pairing model の成り立たない Ca 附近、Y 附近の異常に遅い許容ベータ崩壊はどのような解釈がされているか review してみたい。

2. “Allowed Unhindered” ベータ転移

変形核領域では許容ベータ崩壊は NILSSON の波動函数の asymptotic quantum number の selection rule により分類され、“allowed unhindered” および “allowed hindered” ベータ転移に分けられる。禁止された許容転移 “allowed hindered” は一般に大きな $\log ft$ 値を持つ。この領域での許容転移はほとんど asymptotic quantum number の選択則では禁止されたものになるが、この選択則で許される許容転移が数例知られている。その一例は Fig. 2 に示した ^{169}Ho の崩壊に現われている⁵⁾。 ^{169}Ho の ground state から ^{169}Er の $5/2^-$ [523] の state へ 1.20 MeV で $\log ft$ 4.8 で転移しているものが、

* 東大理 Tokyo University

Fig. 1 Frequency histogram for $\log ft$ valuesFig. 2 Decay scheme of ^{169}Ho

“allowed unhindered” ベータ転移である。この例に見られるように、 $\log ft$ 値はいずれも 5 以下であり、変形核のベータ崩壊としてはかなり速い。いわゆる変形核領域では、“allowed unhindered” ベータ転移できる陽子、中性子の Nilsson 軌道の対は 2 組だけである。その 1 つは、陽子数 67, 69 附近で $7/2^- [523] \downarrow$ の Nilsson 軌道があらわれ、これに対して中性子数 97 附近で Nilsson 軌道 $5/2^- [523] \downarrow$ があらわれる。これらの間のベータ転移は G-T 型で軌道の量子数の変化は

$$\Delta K = \pm 1, \Delta N = \Delta n_z = \Delta I = 0$$

となり軌道の量子数を変えず、単に粒子の spin を flip

するだけで転移できるので、その matrix element が大きくなる。これらの陽子、中性子の軌道対は Ho, Er 近傍で実現されている。他の 1 つの対は、陽子軌道 $9/2^- [514] \downarrow$ と中性子軌道 $7/2^- [514] \downarrow$ で質量数 175 あたりに現われる。変形核領域では、これら 2 組の対の他に “allowed unhindered” ベータ転移の可能な対はない。

TABLE 1 にこれまで知られている “allowed unhin

TABLE 1. $\log ft$ values for allowed unhindered β transition

Transition	Initial	Final	$\log ft$
$^{161}_{64}\text{Gd}_{97} \cdots \rightarrow ^{161}_{65}\text{Tb}_{96}$			4.82
$^{163}_{68}\text{Er}_{95} \cdots \rightarrow ^{163}_{67}\text{Ho}_{96}$			4.83
$^{165}_{68}\text{Er}_{97} \cdots \rightarrow ^{165}_{67}\text{Ho}_{98}$	$5/2^- [523]_n$	$7/2^- [523]_p$	4.64
$^{165}_{70}\text{Yb}_{95} \cdots \rightarrow ^{165}_{69}\text{Tm}_{96}$			4.7
$^{167}_{70}\text{Yb}_{97} \cdots \rightarrow ^{167}_{69}\text{Tm}_{98}$			4.55
$^{159}_{67}\text{Ho}_{92} \cdots \rightarrow ^{159}_{66}\text{Dy}_{93}$			5.0
$^{161}_{67}\text{Ho}_{94} \cdots \rightarrow ^{161}_{66}\text{Dy}_{95}$			4.8
$^{163}_{67}\text{Ho}_{96} \cdots \rightarrow ^{163}_{66}\text{Dy}_{97}$	$7/2^- [523]_p$	$5/2^- [523]_n$	?
$^{167}_{67}\text{Ho}_{100} \cdots \rightarrow ^{167}_{68}\text{Er}_{99}$			4.8
$^{169}_{67}\text{Ho}_{102} \cdots \rightarrow ^{169}_{68}\text{Er}_{101}$			4.8
$^{175}_{70}\text{Yb}_{105} \cdots \rightarrow ^{175}_{71}\text{Lu}_{104}$			4.7
$^{179}_{74}\text{W}_{105} \cdots \rightarrow ^{179}_{73}\text{Ta}_{106}$	$7/2^- [514]_n$	$9/2^- [514]_p$	4.6

* $^{169}\text{Ho} \xrightarrow{\beta} ^{169}\text{Dy}$ のベータ転移であるが、その半減期は ≤ 60 年である。これは [523] 系列の例外ではなく、ベータ崩壊のエネルギーが非常に小さいものである。 ^{169}Ho の崩壊は M 電子捕獲が主であることが知られており、 $^{169}\text{Ho} - ^{169}\text{Dy}$ のエネルギー差は 10^{+10}_{-3} keV と推定される。これらからその $\log ft$ 値は大雑把に 5 以下と推定できる。

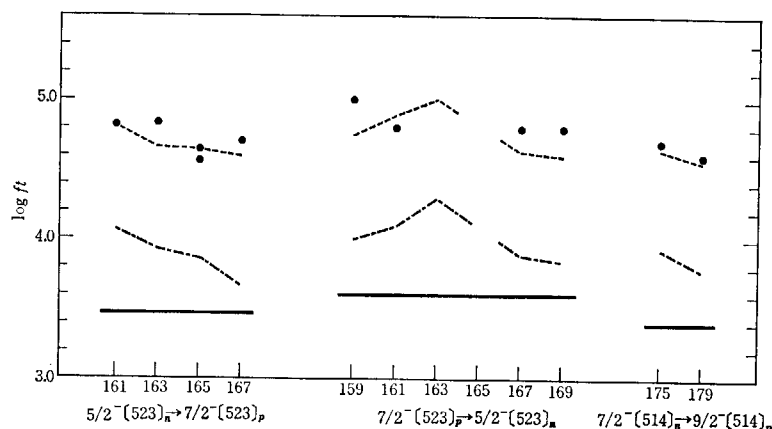


Fig. 3 Log ft values of allowed unhindered β transition. The points are experimental values, and the solid curves represent single particle estimate based on Nilsson wave function. The dot-dash curves include single particle and pairing effects, and the dashed curves include single particle, pairing and core polarization effects.

dered” ベータ崩壊の $\log ft$ 値を示す。これらに特徴的なことはいずれもその $\log ft$ 値が5以下であり*, しかもみな非常によく似た値であり, ft 値で高々3倍しか異ならないことである。以上のことから逆にこの領域で5以下の $\log ft$ 値が見つけれたら, Nilsson 軌道の assignment に使える。

Fig. 3 に “allowed unhindered” ベータ転移の実験値および理論値を示す。Nilsson の波動函数を用いた single particle estimate の $\log ft$ 値は

$$\begin{aligned} 5/2^- [523]_n \rightarrow 7/2^- [523]_p & 3.5 \\ 7/2^- [523]_p \rightarrow 5/2^- [523]_n & 3.6 \\ 7/2^- [514]_n \rightarrow 9/2^- [514]_p & 3.4 \end{aligned}$$

となり, 実験値に対して約20倍速い。V. G. SOLOVIEV は, pairing correlation による遅れを考え, 適当な normalization を行なって実験値を説明した¹¹⁾。図中の鎖線は Nilsson 波動函数による single particle estimate に normalization をしない単に pairing effect による遅れを加えた値である。Pairing effect で約2倍転移を遅くできるが, まだ実験値との差は大きい。この差を J. I. FUJITA 等は commutator method を用いた effective coupling const. を導入して, $^{175}\text{Yb} \xrightarrow{\beta} ^{175}\text{Lu}([514])$ の実験値 4.7 を得ている⁶⁾。Z. BOCHNACKI と S. OGAZA は外側の核子の軌道運動により惹起された even core の spin 偏極によるベータ転移の遅れを計算し, 実験値の $\log ft$ 値を説明した⁷⁾。点線が彼等の得た値である。Spin 偏極によるベータ転移の遅れを入れた ft 値は

$$ft = (ft)_s \cdot \frac{1}{S \cdot R(UV)} \cdot \frac{1}{(1 - \alpha^{(1)})^2}$$

S は統計因子, R は pairing effect の補正項, $\left(\frac{1}{1 - \alpha^{(1)}}\right)^2$ は spin 偏極効果によるものである。 $\alpha^{(1)}$ はもちろん核磁気能率に直接結びつく量であり, 彼らは変形核領域のそれを, やはり spin 偏極効果を取り入れて説明している⁶⁾。

3. 非常に遅れた許容ベータ崩壊

(1) $1f_{7/2}$ 領域

変形核の K -forbidden ベータ崩壊, $0^+ \rightarrow 0^+$ isospin hindered Fermi 転移などの特別な例を別にして, 球形核領域といわれる $1f_{7/2}$ $1g_{9/2}$ 領域で特異に大きな $\log ft$ 値を持つ許容ベータ転移がある。TABLE 2 に $1f_{7/2}$ 領域で $7/2^- \rightarrow 7/2^-$ のベータ崩壊を示す⁹⁾。 $^{44}\text{Ca} \rightarrow ^{44}\text{Sc}$ の $\log ft$ 値は 8.5, $^{49}\text{V} \rightarrow ^{49}\text{Ti}$ の $\log ft$ 値は 6.2 と許容ベータ崩壊としては非常に大きい。R. D. LAWSON は generator coordinate 法で, これらを systematic に説明を与えている¹⁰⁾。 $1f_{7/2}$ shell で isotopic spin と seniority がよく定義されているなら偶偶核の (d,t) pickup

TABLE 2. Log ft values of $7/2^- \rightarrow 7/2^-$ β transition in the $1f_{7/2}$ region.

Transition	Initial	Ffinal	$\log ft$
$^{43}_{21}\text{Sc}_{22} \rightarrow ^{43}_{20}\text{Ca}_{23}$			4.9
$^{43}_{22}\text{Ti}_{21} \rightarrow ^{43}_{20}\text{Sc}_{22}$			3.5
$^{45}_{20}\text{Ca}_{25} \rightarrow ^{45}_{21}\text{Sc}_{24}$			6.0
$^{45}_{22}\text{Ti}_{23} \rightarrow ^{45}_{21}\text{Sc}_{24}$			4.6
$^{47}_{20}\text{Ca}_{27} \rightarrow ^{47}_{21}\text{Sc}_{26}$	$7/2^-$	$7/2^-$	8.5
$^{49}_{21}\text{Sc}_{26} \rightarrow ^{49}_{22}\text{Ti}_{25}$			5.3
$^{49}_{21}\text{Sc}_{28} \rightarrow ^{49}_{22}\text{Ti}_{27}$			5.7
$^{49}_{23}\text{V}_{26} \rightarrow ^{49}_{22}\text{Ti}_{27}$			6.2
$^{51}_{24}\text{Cr}_{27} \rightarrow ^{51}_{23}\text{V}_{28}$			5.1
$^{51}_{25}\text{Mn}_{26} \rightarrow ^{51}_{24}\text{Cr}_{27}$			5.1
$^{53}_{26}\text{Fe}_{24} \rightarrow ^{53}_{25}\text{Mn}_{28}$			5.4

反応で奇核の daughter は $J=7/2$ state は seniority 1 で isotopic spin は $T \pm 1/2$ であるから 2 つの $l=3$ の state を populate するだけであり, $T+1/2$, $T-1/2$ state への transition ratio は T と Shell の nucleon 数で決まるものである. $^{50}\text{Ti}(d, t)^{49}\text{Ti}$ 反応では $l=3$ の state が 2 つ現われるがその ratio は予想値に全くあわない. さらにそれらのエネルギー差も予想値と異なる. これらのことは, $1f_{7/2}$ shell を陽子, 中性子が満たしていくとき, seniority がよい量子数でないことを示す. 奇核の基底状態は seniority 1 ではなく, さらに高い seniority の状態を含んでいるし, 励起状態は seniority 1 の状態が混っていると看做する. Seniority を混ぜるために波動関数を rotation matrix $D_{MK}^I(R)$ で projection する.

$$\phi_{MT}^{I^T(K)} \sim \int dR D_{MK}^I(R) \chi_K(R_X).$$

このために $1f_{7/2}$ shell は 4 つの NILSSON level に分れる. この scheme では $^{47}\text{Ca}_{27} \rightarrow ^{47}\text{Sc}_{26}$ のベータ崩壊は,

$$n(K=7/2) \rightarrow p(K=1/2)$$

の転移となり $\Delta K=3$ の K -forbidden のベータ崩壊となりその $\log ft$ 値は大きくなる. $^{49}\text{V}_{26} \rightarrow ^{49}\text{Ti}_{27}$ では

$$p(K=3/2) \rightarrow n(K=7/2)$$

で $\Delta K=2$ の K -forbidden のベータ崩壊となる.

(2) $1g_{9/2}$ 領域

TABLE 3 に $9/2^+ \rightarrow 9/2^+$ の許容ベータ崩壊の $\log ft$ 値を示す. この領域では一般に $\log ft$ 値は大きく約 5~6 の大きさをもっているが中に ^{85}Kr の 9.1¹¹⁾, ^{87}Y の 7.6¹²⁾ のように異常に大きな $\log ft$ 値が見つかっている.

Pairing model を仮定すると, ft 値は

$$ft = (ft)_{s.p.} \frac{1}{R(U \cdot V)}$$

とかける. $(ft)_{s.p.}$ は single particle estimate の ft 値で, 統計因子を入れて, $9/2^+ \rightarrow 9/2^+$ のベータ転移に対

TABLE 3. $\log ft$ values of $9/2^+ \rightarrow 9/2^+$ β transition in the $1g_{9/2}$ region.

Parent	Daughter	Decay mode	$\log ft_{ex}$
$^{85}\text{Kr}_{49}$	$^{85}\text{Rb}_{48}$	β^-	9.1
$^{85}\text{Sr}_{47}$	$^{85}\text{Rb}_{48}$	β^+	6.2
$^{87m}\text{Y}_{48}$	$^{87}\text{Sr}_{49}$	β^+	7.6
$^{87}\text{Zr}_{47}$	$^{87m}\text{Y}_{48}$	β^+	5.5
$^{89}\text{Zr}_{49}$	$^{89}\text{Y}_{50}$	β^+	6.1
$^{89}\text{Nb}_{48}$	$^{89}\text{Zr}_{49}$	β^+	6.1
$^{90}\text{Mo}_{48}$	$^{90}\text{Nb}_{49}$	β^+	5.3
$^{91}\text{Mo}_{49}$	$^{91}\text{Nb}_{50}$	β^+	5.6

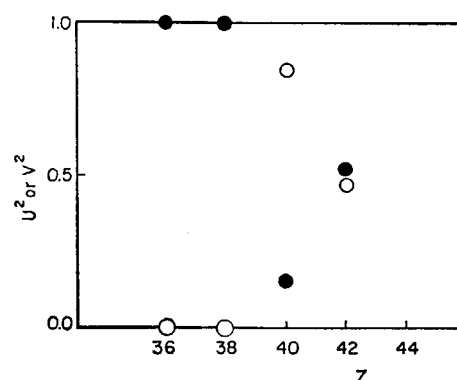


Fig. 4 U^2, V^2 factor for $(1g_{9/2})_p$ obtained from the experimental $\log ft$ values. Open circles represent V^2 and dots represent U^2 .

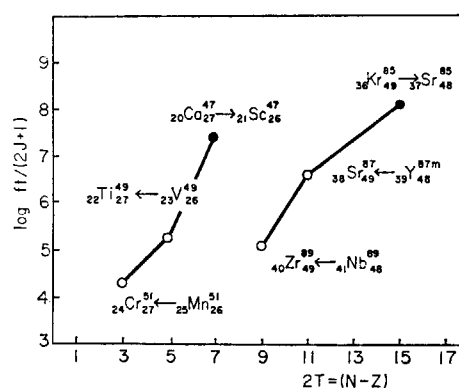


Fig. 5 Empirical $\log ft$ values of the allowed beta transitions in $N=27$ and 49 . N and Z are those of the parent (or daughter) nucleus for β^- (or β^+) decay. Dots stand for the $\log ft$ values of the β^- decays. Open circles stand for those of β^+ decays.

して $\log(ft)_{s.p.}$ は 3.6 である. $R(U \cdot V)$ は pairing effect による遅れである. 上の ft に実験値を入れ $1g_{9/2}$ の陽子軌道の $U^2 \cdot V^2$ を求めると Fig. 4 のようになる¹²⁾. $1g_{9/2}$ の陽子の occupation probability は陽子数 36, 38 で約 1 であるが本来なら 0 であるべきものである. これは単純な pairing scheme ではこれらの $\log ft$ 値は説明できないことを示している. 事実 $N=49$ の同調核の許容ベータ崩壊 ($9/2^+ \rightarrow 9/2^+$) の systematics をとると Fig. 5 のようになる. これらのベータ転移の hindrance factor $R(U \cdot V)$ は $U_p^2 U_n^2$ のかたちになる. 同調核であるから U_n^2 は一定であるが, U_p^2 は陽子数が増すと小さくなるべきであるから, $\log ft$ 値は陽子数と共に大きくなるはずであるが, 実験値は逆に陽子数と共に小さくなっている.

M. GOLDHABER 等は core の $p_{1/2}^2$ を励起させた configuration を考えてこれら異常に大きな $\log ft$ 値を説明している¹³⁾. $^{85}\text{Kr}_{49}$, $^{87m}\text{Y}_{48}$ は中性子数 $48 \rightarrow 49$ の転移であるが, 中性子数 48 の configuration は $g_{9/2}^8$ $p_{1/2}^2$ が主要部分ではなく, core の $p_{1/2}$ が励起して $g_{9/2}^{10} p_{1/2}^0$ が波動関数の主要部分とする. $^{85}\text{Kr}_{49} \rightarrow ^{85}\text{Rb}_{48}$

のベータ転移は

陽子(36) + 中性子 ($g_{9/2}^9 p_{1/2}^2$) $\rightarrow$ 陽子($g_{9/2}$)

中性子($g_{9/2}^{10} p_{1/2}$)

となり、中性子の configuration が変化するので、ベータ転移は禁止され、 $\log ft$ 値が大きくなる。 $^{87m}_{38}\text{Y}_{48} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr}_{49}$ のベータ転移においても中性子の configuration は上の場合と同じになり、ベータ転移は遅くなる。

5. む す び

以上 $\log ft$ 値 ~ 5 の大きさのものは、理論的にも実験的にもかなり研究されているのを見たが、 $1f_{7/2}, 1g_{9/2}$ 領域の異常に大きな $\log ft$ 値については、まだ定性的な考察に終わっている。実験的にも、ベータースペクトルを精しく調べることがなされていないし、理論的には second forbidden の寄与とか、Fermi ベータ転移の寄与などを調べる必要があると思われる。

文 献

1) SILVERBERG L. *et al.*: *Phys. Lett.*, **3** 158 (1963)

KISSLINGER L. *et al.*: *Rev. Mod. Phys.*, **35** 853 (1963)

SAKAI M. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **50** 497 (1964)

SOLOVIEV V. G.: *Danske Vidensk. Selsk. mat-fys. Medd.* **1**, no. 1 (1961)

2) HAMAMOTO I.: *Nucl. Phys.*, **62** 49 (1965)

" **65** 176 (1965)

3) FUJITA J. *et al.*: *Phys. Rev.* **133** B549 (1964)

FUJITA J. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **67** 145 (1965)

4) Nuclear Data A

5) MIYANO K. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **49** 315 (1963)

6) FUJITA J. *et al.*: International Conference on Nuclear Structure, Tokyo (1967)

7) BOCHNACKI Z. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **A102** 529 (1967)

8) BOCHNACKI Z. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **83** 619 (1966)

9) Nuclear Data Sheets

10) LAWSON R. D.: *Phys. Rev.*, **124** 1500 (1961)

LAWSON R. D. *et al.*: *Phys. Rev.*, **128** 821 (1962)

11) SUNYAR A. W. *et al.*: *Phys. Rev.* **86** 1023 (1952)

12) MIYANO K.: *J. Phys. Soc. Japan*, **23** 1191 (1967)

13) DE-SHALIT A. *et al.*: *Phys. Rev.*, **92** 1211 (1953)

7. 中重奇核の核構造に対するコメント

稲 村 卓*

7. Some Comments on the Nuclear Structure of Medium Odd Mass Nuclei

TAKASHI INAMURA*

Gamma transitions in medium odd-mass nuclei are studied by referring to typical examples; ^{105}Pd , ^{117}In and ^{125}Te . $E1$ transitions between low-lying excited states in the medium odd-mass nuclei are j -forbidden in the jj -coupling scheme. This infers that plural major shells should be taken into account in interpreting these low-lying excited levels. It is of value to apply Nilsson model. An application of Kisslinger's intruder states faces difficulty in predicting $B(E2)$ of a gamma transition from the intruder state in ^{125}Te . Possible deformed states and relating rotational states in these nuclei are discussed in view of transition probability and its branching ratio. It is necessary to take special care in the case of $K=1/2$ rotational band; there is an additional intrinsic parameter b which enters into the expression of $B(E2)$ like the intrinsic parameter in $B(M1)$. One could find any consistency of these intrinsic parameters in the $K=1/2$ rotational band.

りしておきたい。

1. はじめに

1961年に同じく原研において行なわれた核構造研究会で、K. HISATAKE が“変形の小さい奇核 ($A=41\sim 147$)”について精力的なデータ解析を行ない、奇核のエネルギー準位はもとより、スピン、パリティ、 γ 転移の分岐比、準位の寿命などの測定の重要性を指摘した¹⁾。その後、中でも $A\approx 100$ 附近の奇核については世界中でそのような測定への努力が続けられてきた。しかしながら、われわれはまだこの領域の奇核の構造についてははっきりした描像をもつには至っていない。この小論では、 $A\approx 100$ 附近の奇核（以下、中重奇核と呼ぶ）について K. HISATAKE の総合報告にはない最近の特徴的な問題点、低い励起準位間の $E1$ 転移²⁾³⁾⁴⁾、intruder states（または、anomalous states⁵⁾、変形状態あるいは球形と変形状態の共存の可能性について γ 転移の観点から述べることにする。最後の問題に関していえば、上述した研究会において、K. TAKAHASHI が $A\approx 190$ 附近の奇核についてその可能性を指摘していた⁶⁾。この小論はきちんとした結論を導き出すことを目的に書かれたものではなく、筆者の整理ノートであることをはじめにお断

2. Intruder States と γ 転移

中重奇核の準位構造をみるとしばしば高いスピン準位が現われて、 γ 転移の isomerism を惹起していることはよく知られている。これは、スピン・軌道相互作用を入れた調和振動子型の単一粒子模型（以下 SPM と書く）の妥当性を示す代表例の 1 つであった⁷⁾。これらの高いスピン (j) 準位は原子核の valence particle が属している SPM の振動子殻 (major shell) の中へ落ちこんできたスピン・軌道 2 重項の片割れによるもので、major shell の他の構成軌道のもつパリティとは逆のパリティをもっている。ところが問題の j -準位の上に現われるそれと同じパリティの $j-1, j-2, \dots$ 準位を説明することは非常に困難であった。例えば KISSLINGER-SORENSEN による pairing + $Q \cdot Q$ 相互作用模型でもこれは説明できなかった⁸⁾。この困難を解決する目的で KISSLINGER は K-S 模型に 3-quasiparticles まで導入し⁹⁾、3-quasiparticles による $j_a=j-1$ 準位が K-S 模型で記述されるものに較べて非常に低くであることを示した (Fig. 1 参照)。この準位を KISSLINGER にならって intruder state と

* 理研 The Institute of Physical and Chemical Research

TABLE 1 $E2$ transition rates compared to single-particle.

j	$B(E2)/B(E2)_{sp}$
7/2	9.12 $(2U_j V_j)^2$
9/2	17.6 $(2U_j V_j)^2$
11/2	29.7 $(2U_j V_j)^2$
13/2	46.0 $(2U_j V_j)^2$

をとる.

^{125}Te における $9/2^- \rightarrow 11/2^-$ 176 keV γ 転移の多重極度は (70% $M1$ + 30% $E2$) であることが L -subshell 比の測定によってわかった¹¹⁾. この混合比と 321.1 keV $9/2^-$ 準位の寿命から 176 keV γ 転移の換算転移確率を求めると次のようになる.

$$B(M1, 9/2^- \rightarrow 11/2^-) = 2.2 \times 10^{-3}$$

$$\left(\frac{3}{4\pi} \left(\frac{e\hbar}{2mc} \right)^2 \text{単位} \right),$$

$$B(E2, 9/2^- \rightarrow 11/2^-) = 9.3 \times 10^{-2}$$

$$(e^2 \times 10^{-48} \text{ cm}^4 \text{ 単位}).$$

SPM の換算転移確率として Weisskopf 値をとることにすれば, この場合 $B(M1)_{\text{expt}}/B(M1)_{sp} = 2.9 \times 10^{-3}$, $B(E2)_{\text{expt}}/B(E2)_{sp} = 3.6 \times 10^2$ となる. ただし $B(E2)_{sp}$ は Weisskopf 値にスピン変化 $9/2^- \rightarrow 11/2^-$ ($\Delta J=1$, $L=2$) に対応する統計因子¹²⁾ $S(L=2, 9/2^- \rightarrow 11/2^-) = 10/143$ を乗じたものである. この値はスピン軌道二重項 $1h_{9/2}$, $1h_{11/2}$ 間の $E2$ 転移の $B(E2)_{sp}$ と考えることができる. 以上の比較から $M1$ 転移についていうならば, 前述した KISSLINGER の記述は定性的には正しいようにみえる. しかし $E2$ 転移についてはたかだか $B(E2)/B(E2)_{sp} = 30$ を与えるに過ぎない. したがって, $9/2^-$ 準位を混りの非常に少ない $h_{11/2}$ 粒子による 3-quasiparticles state ($9/2^-$ -intruder state) として記述することができない. ちなみに, ^{125}Te 近傍の偶核における $2^+ \rightarrow 0^+$ 転移の $B(E2)_{\text{expt}}$ の平均値は 9.2×10^{-2} , ^{125}Te 中の $5/2^+ \rightarrow 3/2^+$ 転移では $B(E2)_{\text{expt}} = 1.1 \times 10^{-1}$ である²⁾. $9/2^- \rightarrow 11/2^-$

転移の $B(E2)$ -値がこれらの集団模型で説明できる値に匹敵することを注意したい.

次章で述べるように ^{125}Te では j -禁止 $E1$ 転移があり, 321.1 keV $9/2^-$ 準位には $1h_{9/2}$ 軌道が内部粒子状態 (intrinsic state) として若干混っていると予想される. そこで, 次のような波動関数を仮定することによろう.

$$|9/2^- \rangle: a|0, h_{9/2}; 9/2^- \rangle + \sqrt{1-a^2}|2, h_{11/2}; 9/2^- \rangle$$

$$|11/2^- \rangle: |0, h_{11/2}; 11/2^- \rangle.$$

さすれば, 2つの状態間の γ 転移の実験データから $a \approx 5 \times 10^{-2}$ を得る. この程度の混りは $l=5$ 軌道が関係する major shell 間のギャップエネルギーから考えて十分ありうる. γ 転移の $M1$ 成分も $E2$ 成分も同時に説明できるこの仮定は同じような事情にある他の原子核においても検討してみる必要がある. 他の核の該当する転移確率の測定が望まれる.

3. j -禁止 $E1$ 転移

SPM では粒子数 30 以上が関係する major shell 内の $E1$ 転移は多くの場合禁止される. そこでは転移する粒子の始めと終りのスピン j_i, j_f と転移する状態の全スピンの変化 ΔJ の間に要請される関係 $\Delta J \geq |j_i - j_f|$ をパリティ変化 yes で満たすことができないからである. このような場合を一般に j -禁止という¹³⁾. 中重奇核で低い励起準位の間に $E1$ 転移が観測されるとすれば, したがって, そこには j -禁止を解除する配位混合があるかあるいは octupole vibration と粒子の結合が生じていることを意味する. 最近の例では $^{115}, ^{117}\text{In}$ および ^{125}Te において見出された $E1$ 転移が上述の j -禁止転移である²¹⁾. $E1$ 転移に関係している崩壊形式をそれぞれ Fig. 3, Fig. 4 に示した. octupole vibration と粒子の結合による場合を別にすれば, In は陽子数 $Z=49$ で $l=4$ 軌道が関係する IV, V major shell で, Te は中

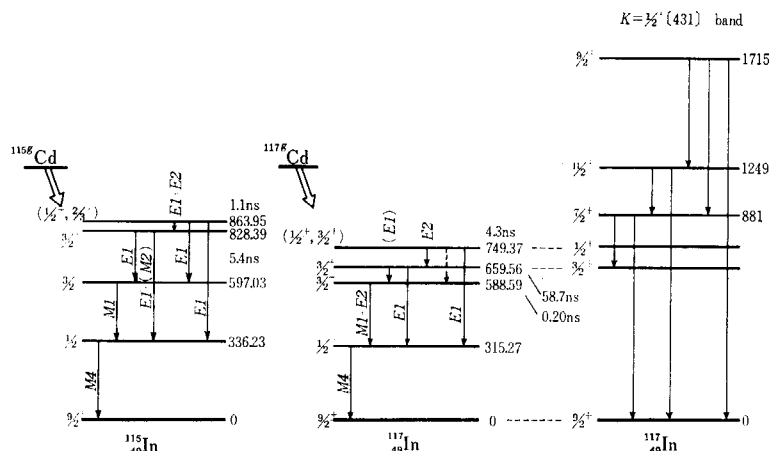


Fig. 3 j -forbidden $E1$ transitions and possible deformed states in ^{115}In , ^{117}In . (from BACKLIN A. *et al.*, ref. 3, and THOSAR B. V. *et al.*, ref. 19)

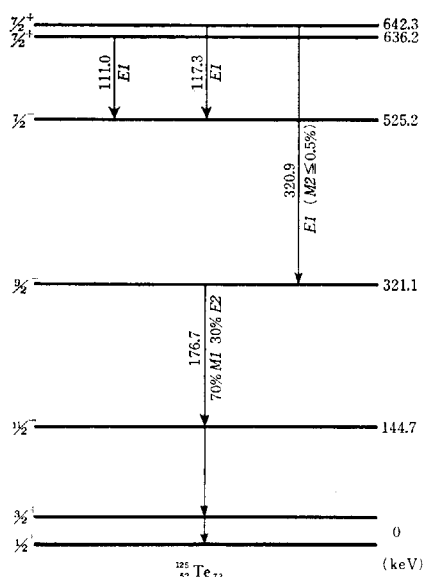


Fig. 4 Odd parity states and j -forbidden $E1$ transitions in ^{125}Te

性子数 $N=73$ で $l=5$ 軌道が関係する V, VI major shell でそれぞれ配位混合を考えなければならない。それには球形ポテンシャルの中での SPM 波動関数をあくまで基底にとり、過剰な残留相互作用で配位混合を惹き起すか、核を変形しているとして Nilsson 模型をとるか 2通りの仕方が考えられる。後者の立場は従来球形核と考えられてきた中重核にも平衡変形の状態があるとするもので、核の励起状態と基底状態とは必ずしも同じ核ポテンシャルをもたなくともよいと考えることになる。In の実験結果の解釈には Nilsson との討論によるところも多いようであり、後者の立場を明確に表明している³⁾。今後の検討が待たれる。ちなみに、 ^{115}In , ^{117}In の $E1$ 転移は sp 値と比較してそれぞれ 5×10^{-7} , 2×10^{-7} 程度に hinder されている。この hindrance はこれまでに知られている中重奇核の $E1$ 転移の hindrance⁴⁾ $10^{-5} \sim 10^{-7}$ と同程度といえよう。TABLE 2 は 1967 年 12 月までに報告された中重奇核の低い励起準位間にみられる全ての $E1$ 転移をまとめたものである。IV major shell の最低エネルギー軌道 $1f_{7/2}$ は孤立していて準閉殻をつくっている。1 $f_{7/2}$ 粒子は valence particles から除外することにすれば、奇数核子が IV major shell に関係する As ($Z=33$), Se ($N=43$), Ag ($Z=47$), In ($N=49$) 中の $E1$ 転移は j -禁止になる。Pd ($N=59$), Sb ($Z=51$) においては V major shell での j -禁止転移である。

PERDRISAT が指摘しているように、この領域の $E1$ 転移が多粒子転移であるとするれば⁴⁾、低い励起準位を考えるとときでも複数 major shell で粒子の配位を考慮しなければならないだろう。内部粒子状態を複数 major shell まで拡張することの重要性は、すでに、IKEGAMI and SANO が $Z(\text{or } N)=43, 45, 47$ 核における intruder state (or anomalous state) に関して指摘している¹⁴⁾。多粒子

$E1$ 転移の例として ^{125}Te をあげることにしよう (Fig. 4 参照)。

第 2 章で触れたように、 $E1$ 転移が起るには少なくとも $1h_{9/2}$ 軌道は $321.1 \text{ keV } 9/2^-$ 準位の内部粒子状態として混入していなければならない。しかし、もし混入しているのは $1h_{9/2}$ 軌道だけだとするならば、 $642.3 \text{ keV } 7/2^+$ 準位からの $320.9 \text{ keV } \gamma$ 転移だけでなく、 $636.2 \text{ keV } 7/2^+$ 準位からの γ 転移も観測されてよいはずである。しかも、後者への β 転移の方が前者へのそれに較べると 3 倍も強いのである。これは、 $320.9 \text{ keV } 9/2^-$ 準位に $3f_{5/2}$, $3f_{7/2}$ 軌道なども混入していて、問題の $E1$ 転移が多粒子転移—— $2d_{3/2} \rightarrow 3f_{5/2}$, $2d_{5/2} \rightarrow 3f_{7/2}$, $1g_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$, etc——であり、accidental cancellation を起していると考えられる²⁾。 $2d_{3/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$ 軌道は $7/2^+$ 準位に関係する内部粒子状態である。

$320.9 \text{ keV } 9/2^-$ 準位の内部粒子状態が $1h_{11/2}$, $1h_{9/2}$ 以外の軌道まで含むことになると、これは Nilsson 模型で説明できなくなる。また一方、 $11/2^-$ 準位は従来のように球形ポテンシャルの SPM 波動関数を基底としている限り理論的には記述できない。 $11/2^-$ 準位は純粋な粒子状態に近いのでエネルギーを下げるのがむづかしいからである。したがって $11/2^-$ 準位は基底状態 $1/2^+$ とは異なった平衡変形状態 ($\delta < 0$) にある可能性がある²⁾。さすれば、Nilsson 模型の適用も当然考えられるわけであるが、上に述べた事情を考慮すると、単純に Nilsson 軌道をとるだけで説明できるようなものではなく、変形と核の振動と粒子の結合などが複雑に絡み合っているといえるのではなかろうか。

4. 球形核の変形

中重奇核は通常球形と考えられてきたわけであるが、低い励起準位を説明するために回転模型の適用が試みられたのは Bohr-Mottelson の統一模型が発表されるとすぐのことである。(例えば、 $^{123,125}\text{Te}$ 文献 15) また Nilsson 模型の適用の可能性を示唆する論文も出たことがある(例えば ^{125}Te 文献 16)。しかし、いずれも準位の順序のみにかかわるものでその必然性を示す実験データがあったわけではない。Davydov-Filippov の非軸対称回転模型が出ると、これを用いて中重奇核の低い励起準位、転移確率、磁気能率などを説明する試みが行なわれた¹⁷⁾。しかし、波動関数の細部が直接的に反映する物理量である転移確率や磁気能率を矛盾なく説明することには成功しなかった。その後の発展もないようである。普通にはこの領域の原子核は球形であるとして疑いを入れないのが大勢であったから、変形の問題はそのまま見過されてきたのかも知れない。最近になって E. MARSHALEK, et al が原子核の変形を論じて、Ru, Pd 領域に核の変形がありうることを指摘したのは興味あることである¹⁸⁾。この

TABLE 2 $E1$ transitions in medium odd mass nuclei †

Nucleus	Initial state $J_i \pi_i E_i$ (MeV)	$\tau_{1/2}$ (sec)	Final state $J_f \pi_f E_f$ (MeV)	Transition energy (keV)	Expt. int. conv. coeff.	Mixing ratio $ \delta(M2/E1) $	Branching (%)	$T(E1)$ (sec ⁻¹)	Hindrance H_w
⁷⁵ As ₄₂	5/2 ⁺ 0.4007	1.8×10^{-9}	3/2 ⁻ g. s.	400.7	1.2×10^{-3}	≤ 0.028	13	4.8×10^7	4.3×10^{-7}
			3/2 ⁻ 0.2646	135.9	2.6×10^{-2}	0.012	64	2.3×10^8	5.2×10^{-6}
			5/2 ⁻ 0.2796	121.1	2.7×10^{-2}		19	7.8×10^7	2.3×10^{-6}
⁷⁷ As ₄₄	(5/2 ⁺) 0.632		3/2 ⁻ g. s.	630			21		
			(3/2 ⁻) 0.215	417			49		
			(5/2 ⁻) 0.263	367		0.04	28		
⁷⁷ Se ₄₃	5/2 ⁻ 0.2501	9.3×10^{-9}	7/2 ⁺ 0.161	86	9.6×10^{-2}	(0.0)	38	(2.8×10^7)	(2.4×10^{-5})
⁸³ Kr ₄₇	(5/2 ⁻) 0.562		7/2 ⁺ 0.0093	553			26		(2×10^{-6})
¹⁰³ Rh ₄₅	5/2 ⁻ 0.360	6×10^{-11}	7/2 ⁺ 0.040	(320)			(0.06)		(1.0×10^{-7})
¹⁰⁶ Pd ₅₉	7/2 ⁻ 0.6444		5/2 ⁺ g. s.	644.4	1.0×10^{-3}		95		
¹⁰⁷ Ag ₆₀	5/2 ⁻ 0.4226	3.4×10^{-11}	7/2 ⁺ 0.093	(330)			(0.5)		(1.2×10^{-6})
	5/2 ⁺ 0.9218		3/2 ⁻ 0.3246	596.8	1.1×10^{-3}		3		
	3/2 ⁺ 1.2224		3/2 ⁻ 0.3246	898	4×10^{-4}		40		
¹⁰⁹ Ag ₆₂	5/2 ⁻ 0.414	3.3×10^{-11}	7/2 ⁺ 0.088	(325)			(0.5)	9.7×10^7	1.4×10^{-6}
¹¹⁵ In ₆₆	3/2 ⁺ 0.8284	5.4×10^{-9}	3/2 ⁻ 0.5970	231.5	1.6×10^{-2}	< 0.18	8	9.1×10^6	3.1×10^{-7}
			1/2 ⁻ 0.3362	492.1	2.8×10^{-3}	0.20	92	1.2×10^8	4.0×10^{-7}
	1/2 ⁺ 0.8639	1.1×10^{-9}	3/2 ⁻ 0.5970	267.1		0	0.2	1.0×10^6	2.3×10^{-8}
			1/2 ⁻ 0.3362	527.7	2.0×10^{-3}	< 0.20	99	5.3×10^8	1.4×10^{-6}
¹¹⁷ In ₆₈	3/2 ⁺ 0.6596	58.7×10^{-9}	3/2 ⁻ 0.5886	71.0		0	3.4	2.1×10^5	2.4×10^{-7}
			1/2 ⁻ 0.3153	344.3	5.9×10^{-3}	< 0.19	95	1.5×10^7	1.2×10^{-7}
	1/2 ⁻ 0.7494	4.3×10^{-9}	3/2 ⁻ 0.5886	160.8		0	< 2	$< 1.9 \times 10^6$	$< 1.9 \times 10^{-7}$
			1/2 ⁻ 0.3153	434.1	3.0×10^{-3}	< 0.26	59	5.8×10^7	2.9×10^{-7}
¹¹⁹ Sb ₆₈	11/2 ⁻ 1.37	$(\sim 10^{-8})$	9/2 ⁺ 1.22	153	(4.9×10^{-3})		92	(8.6×10^7)	$(\sim 10^{-5})$
¹²⁵ Te ₇₃	7/2 ⁺ 0.6423		8/2 ⁻ 0.3211	320.9	9.6×10^{-3}	< 0.07	7		
			7/2 ⁻ 0.5252	117.3	8.4×10^{-2}		4		
	7/2 ⁺ 0.6362		7/2 ⁻ 0.5252	111.0	3.5×10^{-1}	0.25	0.5		

† This table includes all data on $E1$ transitions reported before 1 January 1968. Data except these of In and Te are taken from ref. 4 and Table of Isotopes edited LEDERER, *et al.* (1967). To consult the original papers was performed if it was necessary.

章では、昨年秋の東京国際会議で行なわれた B. V. THOSAR¹⁹⁾ の報告と関係させて、中重奇核の変形の問題を検討してみることにしよう。

THOSAR, *et al.* は ¹¹⁷In の 749.4 keV 1/2⁺ 準位は $K=1/2[431]$ で記述される内部粒子状態でありそれに基づく $K=1/2$ 回転バンドが現われていると主張している^{*}。この回転バンド—— $\hbar^2/2g=28$ keV, $a=-2.2$ ——が関係する崩壊形式を Fig. 3 の右端に示した。 $K=1/2[431]$ 状態は第3章で述べたように $E1$ 転移を見出した BACKLIN, *et al.* が初めて assign したものである³⁾。彼らがしたように核の変形を容認すれば、そこには回転バンドが現われるであろうと期待するのは当然のことである。THOSAR, *et al.* は $7/2^+ \rightarrow 3/2^+$ 221 keV および $11/2^+ \rightarrow 7/2^+$ 368 keV γ 転移の $B(E2)$ がそれぞれ $7/2^+$,

$11/2^+$ 準位から基底状態 $9/2^+$ への転移の $B(E2)$ に較べて 300 倍、650 倍と非常に大きいことをもって、 $7/2^+ \rightarrow 3/2^+$, $11/2^+ \rightarrow 7/2^+$ 転移が $K=1/2$ 回転バンドのバンド内転移 (intra-band transition) と考えた¹⁹⁾。 $B(E2)$ の比は転移確率の測定から出したものでなく、分岐比によっているので、基底状態への転移がかなりの程度に hinder されていれば、この enhancement がそのまま、 sp -値に対するものとは考えられない。けれども基底状態への γ 転移の $B(E2)$ として sp -値がよい近似になるとすれば、

$$\frac{B(E2, 11/2 \rightarrow 7/2)}{B(E2, 7/2 \rightarrow 3/2)} \approx \frac{650}{300} \times \frac{S(L=2, 11/2 \rightarrow 9/2)}{S(L=2, 7/2 \rightarrow 9/2)} = 1.2, * \quad (2)$$

* [Note added in proof] ¹¹⁵In にも $K=1/2[431]$ の回転バンドがありうることを示され、球形と変形の共存の問題提起がなされた。(McDONALD J. *et al.*: Nucl. Phys. A105 117 (1967))

一方, $K=1, 1/2$ 回転バンド内では

$$B(E2, J+2 \rightarrow J) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 |\langle J+22K_0 | J K \rangle|^2 [1 + (-1)^{J-K} b]^2 \quad (3)$$

と書き表わされることに注意すれば²⁰⁾,

$$\frac{B(E2, 11/2 \rightarrow 7/2)}{B(E2, 7/2 \rightarrow 3/2)} = \frac{|\langle 11/2 \ 2 \ 1/2 \ 0 | 7/2 \ 1/2 \rangle|^2}{|\langle 7/2 \ 2 \ 1/2 \ 0 | 3/2 \ 1/2 \rangle|^2} = 1.2 \quad (4)$$

となる。(3) 式の b は内部粒子状態に関するパラメータである。このように上の仮定で得た $B(E2)$ の比の実験値と $K=1/2$ 回転バンドのときの理論値がよい一致を示すことは興味あることである。さらに話を進めてみよう。 $4J=1$ のバンド内転移については

$$B(E2, J+1 \rightarrow J) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 |\langle J+12K_0 | J K \rangle|^2 \cdot [1 - (-1)^{J-K} (J+1)b]^2 \quad (5)$$

と書き表わされる²⁰⁾。BACKLIN, *et al.* によると $1/2 \rightarrow 3/2$ 89.8 keV 転移の換算転移確率は $B(E2, 1/2 \rightarrow 3/2) = 0.404$ である²¹⁾。

一方, ここでは $B(E2, 7/2 \rightarrow 3/2) = 0.11$ となる。ただし, $B(E2)_{sp}$ として Weisskopf 値 3.4×10^{-3} に $S(L=2, 7/2 \rightarrow 9/2)$ を乗じて得られた値を用いた。さすれば, (3), (5) 式によって換算転移確率の比 $B(E2, 7/9 \rightarrow 3/2)/B(E2, 1/2 \rightarrow 3/2)$ からパラメータ b の値が求まる。すなわち $b=21$ or 0.83 。この b の値から (5) (あるいは (3)) 式を通じて

$$Q_0 = 12.8 \text{ b} \dots\dots\dots b = 0.83,$$

$$Q_0 = 0.11 \text{ b} \dots\dots\dots b = 21$$

を得る。これらの値の妥当性はまだ b についての判定条件を与えるだけのデータが蓄積されていないのでわからないけれども, $1.715 \text{ MeV } 9/2^+$ 準位からの $E2$ 転移の分岐比, すなわち $B(E2, 9/2 \rightarrow 11/2)/B(E2, 9/2 \rightarrow 7/2)$ が実験的に求まれば, (5) 式を用いて b の値に矛盾がないかどうかの判定は可能になる。 $9/2^+ \rightarrow 11/2^+$ 465 keV, $9/2^+ \rightarrow 7/2^+$ 834 keV 転移の $M1, E2$ 混合比の実験データがないのは残念である。

^{123, 125}Te の低い励起準位にみられる $1/2^+(gnd), 3/2^+, 5/2^+$ 準位を $K=1/2$ 回転バンド (¹²³Te, $\hbar^2/2\mathcal{I} = 54 \text{ keV}$, $a = -0.02$; ¹²⁵Te, $\hbar^2/2\mathcal{I} = 49 \text{ keV}$, $a = -0.76$)¹⁵⁾ で説明する試みに上と同様なバンド内転移の解析をすることができる。¹²⁵Te についてみれば, TABLE 3 のようになる²¹⁾。 $M1$ 転移についても内部粒子状態に関するパラメータ b' が求まり, TABLE 4 のようになる²¹⁾。ここで b' は次の 2 式から導いた。

TABLE 3 Comparison between parameter b -values calculated from the different matrix element ratios.

Matrix element ratio	b
$B(E2, 5/2 \rightarrow 3/2)/B(E2, 5/2 \rightarrow 1/2)$	-5.8 or -0.7
$B(E2, 5/2 \rightarrow 3/2)/B(E2, 3/2 \rightarrow 1/2)$	1.2 or 0.4
$B(E2, 3/2 \rightarrow 1/2)/B(E2, 5/2 \rightarrow 1/2)$	1.7 or 0.2

TABLE 4 Comparison between parameter b' -values.

Data	b'
$B(M1, 5/2 \rightarrow 3/2)/B(M1, 3/2 \rightarrow 1/2)$	0.3 or 3.6
$B(M1, 5/2 \rightarrow 3/2), \mu_{gnd}$	$\begin{cases} 1.2(g_k=5.3) \text{ or} \\ 0.9(g_k=8.6) \end{cases}$
$B(M1, 3/2 \rightarrow 1/2), \mu_{gnd}$	$\begin{cases} -2.2(g_k=-0.8) \text{ or} \\ 0.5(g_k=-2.7) \end{cases}$

$$\mu_{gnd} = 0.887 \text{ nm}$$

$$B(M1, J+1 \rightarrow J) = \frac{3}{64\pi} \left(\frac{e\hbar}{2mc} \right)^2 \frac{2J+1}{J+1} (g_K - g_R)^2 \cdot [1 + (-1)^{J-1/2} b']^2, \quad (6)$$

$$\mu = \frac{1}{4(J+1)} (g_K - g_R) \cdot [1 - (2J+1)(-1)^{J-1/2} b'] + Jg_R \quad (7)$$

ただし, $g_R = Z/A$ とした。TABLE 3, 4 は実験データを説明する b, b' を自己矛盾なく求めることができないことを示している。したがって, ¹²⁵Te の偶パリティ準位については単純な回転模型をそのまま適用することはできない。しかし, 第3章で述べたように奇パリティ準位は平衡変形の状態あるいはその励起準位でありうる。

次に ¹⁰⁵Pd の例をとりあげることしよう。PIERSON によると Fig. 5 のように Nilsson 準位が与えられる²¹⁾。この場合は Nilsson 模型によらなければ説明できないという事情はないのだけれども, Nilsson 模型を適用するとき起る asymptotic quantum number の選択則による γ 転移の禁止効果について考えてみる。Fig. 5 中で記号 h で示された γ 転移は禁止転移になる筈である。319.3 keV $5/2^+ \rightarrow 5/2$ [413] 準位の寿命は 0.05 nsec なので, この準位からの 38.3 keV $M1$ 転移は sp -値に対して約 85 倍 hinder されている。一方, この準位から基底状態 $5/2^+ \rightarrow 5/2$ [402] への 319.3 keV 転移の $E2$ 成分を 1% ($|\delta|=0.1$) とすると $M1$ 成分は約 50 倍 hinder されるが, $E2$ 成分は sp -値に統計因子を入れなくても 2 倍 enhance されている。このように $E2$ 転移が禁止されないということは Nilsson 模型の assignment と矛盾する。319.3 keV γ 転移についてよい精度の $M1$ - $E2$ 混合比が欲しい。他の Nilsson 準位についても同様に, $M1$ - $E2$ 混合比をはっきりさせたい。さすれば, 分岐比から $b(E2)/b(M1)^*$ が求まり, $[b(E2)/$

* 研究会当日は単一粒子転移の統計因子 $S(L=2, 4J=1)$ を考慮していなかった。したがって, 後述する Q_0 の値が異なる。

** $b(E2), b(M1)$ は intensity を $E_\gamma(\text{MeV})^2$ で割ったものである。

- 11) MAZETS E. P. : Sergeenkov, Iu.V. : *Izv. Akad. Nauk SSSR ser. fiz.*, 30, 1185 (1966)
- 12) VOIKHANSKII M. E. : *Gamma luchi. Red. sliv*, L. L. Izd-vo Akad. Nauk SSSR, Moskva Leningrad, **18**(1961)
- 13) WILKINSON D. H. : *Nuclear spectroscopy* ed. F. Ajzenberg-Selove, Academic Press (1960), Chap. V. F.; de-SHALIT and TALMI. : *Nuclear Shell Theory*, academic Press (1963), p. 148, Eq. (17.30); S. A. MOSZKOVSHI : α , β and γ -ray Spectroscopy ed. SIEGBAHN, K., North-Holland (1965), Chap. XV, Eq. (69)
- 14) ILEGAMI H. and SANO M. : *Phys. Lett.*, **21** 323 (1966)
- 15) FAGG L. W. *et al.* : *Phys. Rev.* **100**, 1299 (1955)
- 16) CHANDRA G. and PANDHARIPANDE, V. R. : *Nucl. Phys.*, **46** 119 (1963)
- 17) REDMOND, R. F. : *Nucl. Phys.*, **43** 472 (1963) :
PERSON, L. Wu and RASMUSSEN, J. O. : *Nucl. Phys.*, **36**, 666 (1962)
- 18) MARSHALEK E. *et al.* : *Rev. Mod. Phys.*, **35**, 108 (1963)
- 19) THOSAR B. V. *et al.* : *Int. Conf. on Nuclear Structure*, contribution No. 4 130, Tokyo (1967)
- 20) VOIKHANSKII : *op. cit.*, p 05
- 21) PIERSON W. R. : *Phys. Rev.*, **140** B1516 (1965)

8. 希土類領域における偶-偶核の集団運動状態のシステマティクス

松本 純一郎*, 竹腰 英子*

8. Systematics of Collective States of Even-Even Nuclei in the Rare Earth Region.

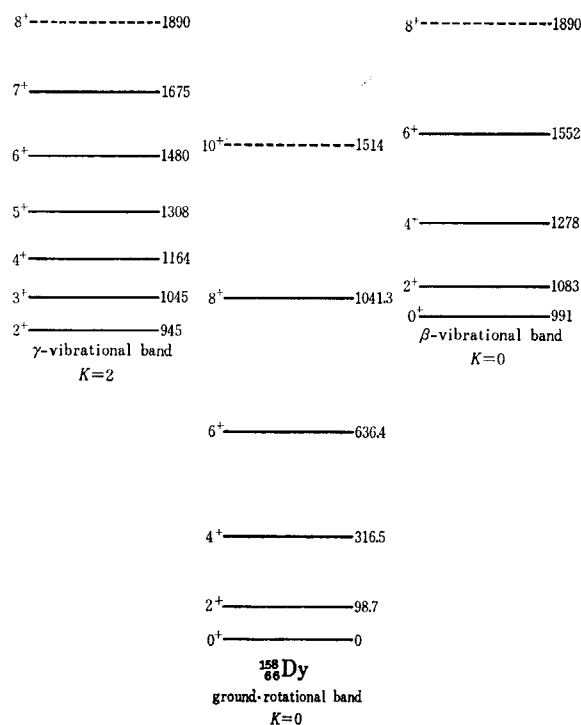
ZYUN-ITIRO MATUMOTO* and EIKO TAKEKOSHI*

Rotational energies of ground state rotational band, measured for even-even nuclei in the rare earth region, are fitted by the usual rotational energy expansion, $E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + DI^4(I+1)^4 + \dots$. Two- (A, B) , three- (A, B, C) and four- (A, B, C, D) parameters, obtained by means of several different approximations, are shown and tabulated for some of typical examples. These values depend fairly sensitively on the choice of approximation. The reliability of the results are discussed and degree of the agreement with experimental data are compared with those obtained from YOSHIZAWA's empirical formula and HARRIS' formula (cranking model extension). Similar analyses are applied to fit rotational energies of β - and γ -vibrational bands.

1. まえがき

ここ数年の実験データの精密化と集積の速さは著しいものがあり、広範な原子核について 2 MeV くらいまでの励起状態が詳しく調べられるようになっている。特に変形した原子核の領域では、特徴的な回転スペクトルがかなり高いスピンの状態まで見出されて、BOHR, MOTTELSON, NILSSON¹¹⁻²¹⁾ らに始まる集団運動模型がこれらの原子核の運動の本質を捉えたものであることがますます確かめられている。変形核の一つの例として、Fig. 1 に ^{158}Dy の低い励起状態のレベル・スキームを示す。図に見られる基底回転帯、 β 振動および γ 振動の回転帯のそれぞれに属するレベルのエネルギーは、そのスピンを I として近似的に $I(I+1)$ law に従い、いわゆる回転スペクトルを与える。しかし、高いスピン状態まで実験的に良い精度で求められるようになった結果 $I(I+1)$ law からの系統的なずれが明らかになり、変形の十分大きな領域ではずれは小さいが、球形核に近づくにつれてそのずれが著しく大きくなることが知られた。たとえば Fig. 1 の ^{158}Dy の場合は N が 92 で球形核に近いところにあるが、基底回転帯の 10^+ レベルのエネルギーについて、 $I(I+1)$ law からずれる部分が 20% 程度もあると考えられる。もっと変形の進んだ ^{164}Er ($N=96$)

では、その 10^+ レベルでそのエネルギー値が少なくとも 10% 程度のずれがあることがわかる。このずれは、たとえば基底回転帯の状態と、 β 振動および γ 振動の状態が摂

Fig. 1 Energy levels of ^{158}Dy . (from ref. 14))

* 原研 JAERI

動項で couple するいわゆる rotation-vibration interaction とか⁴⁾, あるいは原子核の回転速度が増すに従い原子核の平衡変形の大きさが変わったり (centrifugal stretching), pairing の強さが弱められる結果慣性エネルギーが変化することによるものとして説明される⁵¹⁻⁵³⁾. このように $I(I+1)$ law からはずれの大きさは原子核の性質, 相互作用に結びついた重要な量であるけれども, 実験的にこの大きさを正確に求めることは, 実験精度や近似の問題もからんでそれほど容易なことではない.

一方閉殻に近い球形核の領域では, BOHR の振動模型¹¹⁻²¹⁾で一応の定性的な説明がなされており, 実験的にも低い励起状態が数多く測定されるようになってはいるが, 変形核に比べてその性質は良く分っていると言えない. また変形核と球形核の移り変わりは $N=90$ をもつ原子核ではかなり急であるが他の転移領域ではその移り変わりがゆるやかであると考えられている. その転移領域の原子核でそれぞれの性質がどのように現われ, また関連し合っているかということも今後の問題として興味がある.

われわれは転移領域の原子核に興味があり, 変形核の回転スペクトルが転移領域に移るにしたがってどのように変わっていくかを調べようということでサーベイを始めたわけであるが, ここでは希土類領域の偶-偶核について, その回転スペクトルを良く知られた摂動展開の近似式で分析した結果を紹介する. 展開の各項は分析の方法, 測定結果の僅かな違いによってもかなり異なった値をとりうることに解る. 2.1 では基底回転帯に対してサーベイを行なった結果を述べる. 励起スペクトルを, 転移領域まで含めた広い領域で説明できるような経験法則を求める試みはいろいろなされているようであるが, その一つとして YOSHIZAWA により提示された実験式⁹⁾について, その合い方をしらべた. この実験式は $N=90$ の核から Os, Pt 領域まで含めて大変良い近似式になっているが, これと回転スペクトルを基にした近似式との比較を行なう. さらに HARRIS が導いた cranking 模型の拡張による近似式¹⁰⁾の合い方を通常のものと比較する. 2.2 では β 振動および γ 振動回転帯について分析結果を述べ基底回転帯との比較を行なう.

2. 励起エネルギーの解析

2.1 基底回転帯

変形した原子核の領域では, 原子核の低い励起状態は良く知られているように回転スペクトルを示す. すなわち I をレベルのスピンのとして励起エネルギー E_I は $I=0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, \dots$ に対して次のように書ける.

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1)$$

ここで J は慣性エネルギーである. J は原子核の rigid な

回転の場合に比べてかなり小さく, 20~50% 程度の値を持つに過ぎない. NILSSON-PRIOR は cranking 模型にもとづき, pairing 相互作用を考慮に入れて慣性エネルギーの計算をし, 低いスピンでの慣性エネルギーに対する実験値とかなり良く合わせることができた. ところで, かなり高いスピンの状態に対するエネルギーについては $I(I+1)$ law からはずれがかなり大きくなり, そのずれの方向は J がみかけ上大きくなって行くことに対応する. このようなことが起る原因としては, I が増し, すなわち原子核の回転が増すにしたがって平衡変形の大きさが僅かずつ大きくなる centrifugal stretching の効果, および回転が増すにつれて pairing interaction の強さが弱められる効果が J を大きくする. それから β および γ 振動の状態とか, さらに他の intrinsic configuration の異なる状態との rotation vibration interaction, band mixing による level energy への寄与が挙げられている.

これらを考慮して E_I は次のような $I(I+1)$ の冪展開の形で表わされると考えてよい⁷⁾.

$$E_I = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + DI^4(I+1)^4 + \dots \quad (1)$$

$A = \hbar^2/2J$. には摂動の高次の項からの寄与がくり込まれている. Rotation-vibration interaction については, 低いところにある β および γ 振動からの寄与が主であると考えられるが, 摂動による計算では $I^2(I+1)^2$ に比例した energy depression を与える. B の符号に関しては, energy depression に対して良い方向であるが, もう少し定量的な計算によれば, 大きさについては実験より得られた値の 10% 程度に過ぎないと考えられている⁸⁾.

さて, われわれはまず希土類領域の偶-偶核の基底回転帯に属するレベルについて, (1) の近似展開を基に近似の程度を変え, 次の5通りの方法で A, B などの係数を求めた.

- (A, B, C, D) 4-parameter で最小二乗法,
- (A, B, C) 3- " " "
- △ (A, B) 2- " " "
- + (A, B, C) を $(2^+, 4^+, 6^+)$ レベルから決める,
- × (A, B) を $(2^+, 4^+)$ " "

ここで最小二乗法で計算するときには, レベル・エネルギーの実験的な信頼度を考慮するという意味で, $2^+, 4^+, 6^+, 8^+, \dots$ のレベルに対し, $1:1/2:1/3:1/4, \dots$ になるような weight を用いた.

このようにして求めた A および B の値が, 上の記号を用いて Fig. 2, Fig. 3 に図示されている. 図中, 各々の核に対するデータの上の数字はその回転帯で見つっているスピン I の最大値を表わす. 図を見易くするという意味から, A に対しては Gd, Yb, Hf, Os だけが, B に対しては Gd, Hf, Os が選ばれている. 図の横軸は質量数であるが, これを中性子数に直してみると, この図で採用していない Sm, Dy は Gd と非常に良く似た傾

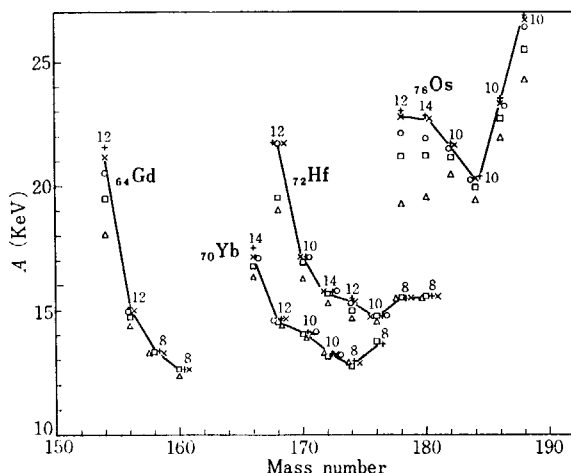


Fig. 2 An analysis of level energies of the ground state rotational band. Experimental values of the term A , analyzed by five different approximations of the usual rotational energy expansion, are tabulated for Cd, Yb, Hf and Os isotopes. Open circles, quadrangles and triangles represent A -values by four-, three- and two-parameter least square fits, respectively; + and $\times$ symbols correspond to the solutions by 2^+ , 4^+ and 6^+ levels fits and by 2^+ and 4^+ levels fits, respectively. Numbers in this figure mean the maximum spin value of the band members observed. Experimental data are taken from the references in Nuclear Data, Section B, Volume 2, Number 2, August 1967, Key Number and Key Words B2-2-1.

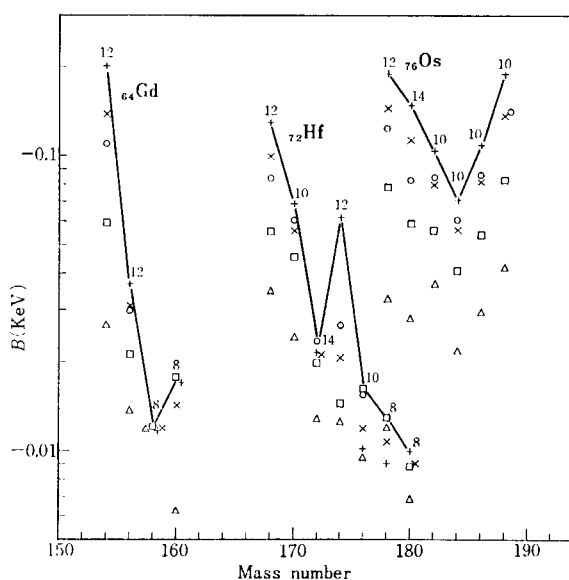


Fig. 3 Experimental values of the term B . See the caption of Fig. 1 for the meaning of each symbol.

向を示し, Er, W は Hf, Yb のふるまいに似ていることが分る. Fig. 2 で明らかなように変形が大きく回転が安定している核では, A の値はいずれの方法でも近い値をとる. このようなものについては, 4 および 3 parameter で最小二乗法で合わせたものは, 観測されたレベル・エネルギーを良く合わせることができる. ところが

下のレベルで決めた+および $\times$ の方法では, 高いスピンのレベルでそのエネルギー値は一般に大きくずれてしまう. それは, 高いスピンのレベルは B, C の値に非常に敏感に依存し, B, C の値の方は低いレベルだけを用いては精度良く決らないことによるのであろう. Fig. 3 の B の値が A に比べるとかなり散らばっていることはこの事実の反映である. (Semi-log で表示されていることに注意されたい. 転移領域に近い ^{154}Gd と ^{152}Sm ($N=90$) とそれから他の転移領域に属する Os 核では A, B ともに値のバラツキがかなり大きい. 最小二乗法の計算では展開の項を増すにしたがって実験値との一致は急速に良くなり, $\circ$ の場合はほとんどのデータで良いけれども, 上に挙げた核については低い方でのずれがかなり大きくなる. そして $\circ$ の A が, + または $\times$ の A に近づくにしたがって, たとえば ^{166}Yb , ^{168}Hf , ^{182}Os , ^{184}Os 辺りでも $\circ$ は非常に良い一致を与える. 結局 A は低い方のレベルから決めたもの, すなわち+とか $\times$ の値の方が本当の値に近く, 最小二乗法による場合は, (1)式の展開項のとり方が十分でないときには A に対しかなり異なった値を与えてしまう結論がよいであろう. B に対しては逆に低い方のレベルだけで決めるのは非常に危険で, 実験値の誤差の範囲での僅かな違いにもかなり敏感に依存する. これについては $\circ$ のように十分に展開項をとって, 10^+ くらいまでのレベルから最小二乗法で決めた値の方を探るべきであろう. C, D 項からの寄与が大きくなるようなかなり高いスピンまで解析に含めると, 再び B の値の不確定さは増大する.

(1) 式の展開を用いた解析では, $N=90$ の核や Pt 核あたりになると, たとえ 4-parameter fit を用いても実験値の再現がむずかしくなるが, (1) 式を離れてもっと実験値とよく合うような empirical formula を求めようという試みもいろいろあるようである. YOSHIZAWA は偶-偶核の基底回転帯のスペクトルを球形核まで含めた広い領域で, かつ高いスピンのエネルギー値まで良く合わせ得る近似式として次のものを提案した⁹⁾.

$$E_I = aI - bI^2 - cI^3 + dI^4. \quad (2)$$

変形の大きな核に対しては $a \gg b \gg c \gg d$, 球形核では $a \gg b \gg c \gg d$ の関係が成立する. われわれは (2) 式を用い, 前に述べた weight のとり方で 4-parameter の最小二乗法による fit を求めた. その数例を TABLE 1 に示し, 今までの方法によるものと比較してある. Y が (2) 式に基づくもの, BM-4, BM-3 は前に述べた $\circ$ および $\square$ に対応する. Rms は root mean square deviation である. われわれの解析したほとんどの核で, (2) 式によるものは確かに実験値との良い一致を示す. TABLE 1 の ^{154}Gd , ^{182}Os , ^{180}Os の場合に, 特に (1) 式を用いたものとの差が顕著である. より変形の進んだ ^{164}Er , ^{160}Dy , ^{158}Dy では, 同じ 4-parameter fit である BM-4 と比べると, この場合は同程度か BM-4 の方が良いも

TABLE 1 Rotational energies of ground state rotational band for four-parameter fit by YOSHIZAWA's empirical formula (Y), and for four- and three-parameter fits by the usual rotational energy expansion, respectively (BM-4 and BM-3). N in the second column is neutron number and Exp. in the third column means level energy for each spin state measured. Rms of the fifth column represents root mean square deviations (%)

Nucleus	N	I Method	E_I (keV)							Rms (%)	Ref.
			2 ⁺	4 ⁺	6 ⁺	8 ⁺	10 ⁺	12 ⁺	14 ⁺		
¹⁶⁴ Er	96	Exp.	91.30	299.2	613.8	1023.8	1534.0				14)
		Y	91.16	299.76	612.97	1024.36	1533.86			0.13	
		BM-4	91.23	299.30	613.74	1023.82	1534.00			0.04	
		BM-3	91.45	299.38	613.31	1024.12	1533.90			0.09	
¹⁶⁰ Dy	94	Exp.	86.8	283.8	581	971	1438				15)
		Y	86.89	283.45	581.52	970.65	1438.09			0.08	
		BM-4	86.86	283.71	581.06	970.98	1438.00			0.04	
		BM-3	86.37	283.53	582.07	970.26	1438.13			0.24	
¹⁵⁸ Dy	92	Exp.	99	317	633	1037	1512	2037			16)
		Y	99.38	315.83	633.86	1037.62	1510.95	2037.36		0.23	
		BM-4	98.52	316.75	634.41	1035.66	1512.54	2036.91		0.25	
		BM-3	96.82	314.63	636.08	1039.76	1508.10	2038.07		0.98	
¹⁵⁴ Gd	90	Exp.	123	371	718	1146	1644	2189			17)
		Y	123.33	370.17	718.05	1147.56	1642.42	2189.48		0.49	
		BM-4	119.47	373.04	720.70	1142.30	1645.67	2188.73		1.2	
		BM-3	114.86	367.29	725.24	1153.44	1633.61	2191.94		2.8	
¹⁸² Os	106	Exp.	126.9	400.2	793.9	1276.9	1809.6				18)
		Y	126.93	400.09	794.06	1276.79	1809.63			0.02	
		BM-4	126.20	401.20	793.26	1277.10	1809.57			0.27	
		BM-3	124.67	400.64	796.40	1274.88	1810.03			0.80	
¹⁸⁰ Os	104	Exp.	132.2	408.5	795.1	1257.3	1767.5	2308.5	2874.9		18)
		Y	131.63	409.72	795.20	1256.01	1767.04	2310.17	2874.22	0.20	
		BM-4	128.81	408.48	798.43	1257.89	1763.69	2310.85	2874.44	0.99	
		BM-3	125.49	402.57	797.17	1266.13	1771.13	2297.60	2878.72	2.00	

のもある。結果の意味するところは明確ではないが、 I ($I+1$) の冪展開による解析では、高次の C , D 項が高いスピンのレベルの方に非常に大きな weight を持たせる結果となって、そのしわよせが 2^+ のレベル・エネルギーの大きなずれとなって現われ、Rms を著しく悪くしているという可能性も考えられる。

あるいは、球形核に近いところでは YOSHIZAWA の (2) 式における I に比例するような項が必要であることを示唆しているということも考えられる。

最近 HARRIS¹⁰⁾ は cranking model¹¹⁾ を拡張し、self-consistent な方法で高次の摂動まで含めて E_I を計算するやり方を与えた。彼によれば、原子核の回転数を ω として

$$E_I = \frac{1}{2} \omega^2 (J_0 + 3C\omega^2 + 5D\omega^4 + 7F\omega^6 + \dots),$$

$$[I(I+1)]^{1/2} = \omega (J_0 + 2C\omega^2 + 3D\omega^4 + 4F\omega^6 + \dots) \quad (3)$$

の形の展開式が得られる。ここで J_0 , C , D , F は摂動で計算し得るような展開係数である。 $(C, D$ は (1) 式のものとは関連がないことに注意。) (3) 式で ω を消去

すれば原理的には E_I は I の関数として与えられることになる。なお、WAKAI は (2) 式が必ずしも cranking model によらなくても、より一般的な仮定からも導き得ることを示した¹²⁾。

HARRIS は J_0 , C の 2-parameter, J_0 , C , D の 3-parameter で、最小二乗法を用いて実験値と合わせた。

TABLE 2 で H-2, H-3 が上に対応するもので、それに比較の意味で、BM-2, BM-3, BM-4 (それぞれ Fig. 2 の Δ , $\square$, $\circ$ に対応) によるもの、Y として (2) 式によるものを並べてある。ここに挙げた例では Y が最も良いが、同じ 2-parameter fit, 3-parameter fit を比較したときに、HARRIS によるものは (1) 式によるものより確かに良い一致を見せている。転移領域に近い W 核で特にそれがはっきり現われている。(3) 式は適当な変形で (1) 式の $I(I+1)$ の冪展開の形に書直すことができるはずであるが、そのときに (3) 式の 2-parameter は (1) 式での最初の 2 項と、さらに高次の項の中のある部分を含んでいる形になると考えることもできる。実験値との一致が大幅に良くなっているということは高次

TABLE 2 Comparison of calculated values of rotational energy by HARRIS' formula and those of other methods. In the third column H 2 and H 3 represent values of two- and three-parameter fits by HARRIS' formula, respectively. See the caption of Table 1 for BM-3, BM-4 and Y. BM-2 is defined in the similar way to BM-3.

Nucleus	N	I	E_I (keV)							Rms (%)	Ref.
			2 ⁺	4 ⁺	6 ⁺	8 ⁺	10 ⁺	12 ⁺	14 ⁺		
¹⁷² Hf	100	Exp.	94.5	307.9	627.0	1036	1519	2063	2651		10)
		H-2	95.0	308.1	624.7	1030	1513	2062	2672	0.46	
		H-3	94.4	308.2	627.6	1036	1518	2060	2655	0.10	
		Exp.	94.0	307.4	626.5	1035.3	1518.9	2062.0	2650.6		19)
		BM-2	91.39	300.98	620.06	1034.91	1526.80	2072.06	2641.99	1.4	
		BM-3	93.53	306.35	626.34	1036.82	1519.75	2069.08	2651.22	0.24	
		BM-4	94.04	307.26	626.53	1035.54	1518.60	2062.14	2650.58	0.03	
		Y	93.89	307.67	626.42	1035.14	1518.80	2062.29	2650.48	0.06	
¹⁷⁴ W	100	Exp.	111.9	355.0	704.2	1137	1635	2186			10)
		H-2	112.2	354.9	701.8	1133	1634	2196		0.30	
		H-3	111.8	355.4	704.3	1136	1634	2188		0.08	
		Exp.	111.9	355.0	704.2	1137	1635	2186			10)
		BM-2	104.9	343.0	698.5	1146	1653	2174		3.0	
		BM-3	109.6	353.4	706.6	1139.6	1631.4	2187.0		0.9	
		BM-4	111.10	355.32	705.09	1135.94	1635.46	2185.93		0.30	
		Y	111.83	355.19	704.13	1136.76	1635.27	2185.91		0.04	
¹⁷⁶ W	102	Exp.	108.7	348.5	699.4	1140	1648	2206			10)
		H-2	109.1	348.7	696.4	1133	1645	2223		0.40	
		H-3	108.5	349.4	699.9	1138	1645	2210		0.18	
		Exp.	108.7	348.5	699.4	1140	1648	2206			10)
		BM-2	104.07	340.82	695.68	1145.73	1659.74	2198.12		2.0	
		BM-3	107.13	347.63	701.00	1141.37	1645.95	2206.54		0.61	
		BM-4	108.05	348.78	700.10	1139.16	1648.37	2205.94		0.25	
		Y	108.60	348.77	699.38	1139.52	1648.50	2205.85		0.06	

の項の寄与の重要な部分を含んだ形になっていること、すなわち基礎にとった仮定の正当性を証明しているといっているのかも知れない。

以上挙げたもの以外にも、たとえば SOOD¹³⁾は 2-parameter で基底回転帯のスペクトルを良く再現できるような実験式を導いているし、その他にもいくつかの重要な仕事があるようだが、今回は十分な検討の時間が得られなかったので省略させていただく。

2.2 β 振動および γ 振動の回転帯

β 振動および γ 振動の回転帯については、数多くの研究からその性質が明らかにされつつあるが、基底回転帯に比べると解析し得るデータの数はそれほど多くはない。しかしかなり高いスピンのレベルまで求められたものも数例あり、 $I(I+1)$ law がよく成立していること、慣性率率が基底回転帯のものに近いことなどが分っている。われわれはこれらについても何通りかの方法で展開係数を求めることを試みた。

β 振動の回転帯に対しては、 $K=0$ で $I=0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots$ に対して

$$E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3$$

$$+ DI^4(I+1)^4 + \dots \quad (4)$$

解析の方法としては、次の 4 通りを行なった。

- 1) (E_0, A, B, C) 4-parameter を最小二乗法で決める、
- 2) (E_0, A, B) 3-parameter を、
- 3) (E_0, A, B, C) を ($0^+, 2^+, 4^+, 6^+$) から求める、
- 4) (E_0, A, B) を ($0^+, 2^+, 4^+$) から求める。

結果は TABLE 3 にまとめられている。事情は基底回転帯のときに説明したものと全く似ており、3), 4) の下のレベルから求めた parameter では高いスピンのレベルで全く合わないし、一方最小二乗法によるものは、¹⁵⁸Dy, ¹⁸⁰W, ¹⁷⁴Hf では良く合うが、¹⁵⁴Gd, ¹⁵²Sm では合わない。後者の場合では A の値が下のレベルから決めたものと大きくずれるが、これについては 2.1 で論じたように下のレベルで求めた A の方を採用するべきであろう。

γ 振動の回転帯に対しては、 $K=2, I=2^+, 3^+, 4^+, 5^+, \dots$ に対して次式が得られる⁴⁾。

$$E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + \dots + (-1)^I(I-1)I(I+1)(I+2)(B_4 + C_4 I \cdot (I+1) + \dots) \quad (5)$$

B_4, C_4 を含む項は $K=2$ と $K=-2$ の干渉項からく

TABLE 3 Experimental values of the terms E_0 , A , B and C analyzed by four different approximations of the usual rotational energy expansion for β -vibrational band. $I_{\max}$ of the third column mean the maximum spin values of the band members observed. In the fourth column 4-l. s.f. and 3-l. s.f. represent values of four- and three-parameter least square fits; $(0^+, 2^+, 4^+, 6^+)$ means that the four parameters are determined by 0^+ , 2^+ , 4^+ and 6^+ levels, and $(0^+, 2^+, 4^+)$ has the similar meaning.

Nucleus	N	$I_{\max}$	Method	(keV)				Ref.
				E_0	A	B	C	
^{158}Dy	92	8	4-l. s. f.	991.4	15.6	-0.066	3.3×10^{-4}	14)
			3-l. s. f.	993.9	14.7	-0.031		
			$0^+, 2^+, 4^+, 6^+$	991	15.8	-0.088	7.0×10^{-4}	
			$0^+, 2^+, 4^+$	991	15.8	-0.070		
^{154}Gd	90	10	4-l. s. f.	690.1	19.6	-0.094	3.8×10^{-4}	20)
			3-l. s. f.	701.8	17.1	-0.031		
			$0^+, 2^+, 4^+, 6^+$	681	25.0	-0.45	5.7×10^{-4}	
			$0^+, 2^+, 4^+$	681	24.3	-0.30		
^{152}Sm	90	10	4-l. s. f.	692.0	18.3	-0.101	4.6×10^{-4}	20)
			3-l. s. f.	714.9	14.5	-0.015		
			$0^+, 2^+, 4^+, 6^+$	683	23.6	-0.44	5.7×10^{-3}	
			$0^+, 2^+, 4^+$	683	22.9	-0.29		
^{180}W	106	10	4-l. s. f.	907.3	17.1	-0.039	1.5×10^{-4}	14)
			3-l. s. f.	912.1	16.1	-0.014		
			$0^+, 2^+, 4^+, 6^+$	908	16.8	-0.026	-1.2×10^{-5}	
			$0^+, 2^+, 4^+$	908	16.8	-0.026		
^{174}Hf	102	10	4-l. s. f.	827.4	12.0	-0.011	4.6×10^{-6}	14)
			3-l. s. f.	827.6	11.9	-0.011		
			$0^+, 2^+, 4^+, 6^+$	827	12.1	-0.014	-1.2×10^{-5}	
			$0^+, 2^+, 4^+$	827	12.1	-0.014		

TABLE 4 An analysis of rotational energy spectra of γ -vibrational band. Values of E_0 , A , B , C , and B_4 , analyzed by three different methods, are tabulated. In the fourth column the open and the solid circles mean values of four-parameter least square fit by equation (6) and (7) in the text, respectively. $\times$ symbols mean those of three-parameter fit by equation (7).

Nucleus	N	$I_{\max}$	Method	(keV)					Ref.
				E_0	A	B	C	B_4	
^{186}Os	110	7	○	634.7	23.2	-0.062		-4.7×10^{-3}	21)
			●	619.4	25.8	-0.18	1.4×10^{-3}		
			$\times$	640.4	22.5	-0.048			
^{180}W	106	8	○	738.9	15.2	-0.013		3.2×10^{-4}	14)
			●	732.9	16.1	-0.039	2.3×10^{-4}		
			$\times$	739.4	15.2	-0.012			
^{168}Yb	98	6	○	902.2	14.2	-0.030		-1.8×10^{-3}	14)
			●	904.3	13.8	-0.0061	-2.9×10^{-4}		
			$\times$	900.5	14.5	-0.036			
^{164}Er	96	8	○	771.6	14.6	-0.015		-1.9×10^{-4}	14)
			●	771.2	14.6	-0.015	-5.7×10^{-6}		
			$\times$	771.3	14.6	-0.016			
^{158}Dy	92	8	○	855.4	15.7	-0.019		2.3×10^{-4}	14)
			●	850.0	16.4	-0.042	2.1×10^{-4}		
			$\times$	855.7	15.7	-0.018			

る. B_4 は B と, C_4 は C と摂動の次数では同じ order になる. ここでは B_4 の項がどの程度重要な効果を持っているかをチェックする意味もあって, 次の3通りの近似式について解析を行なった.

$$E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + B_4(-1)^I(I-1)I(I+1)(I+2), \quad (6)$$

$$E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3, \quad (7)$$

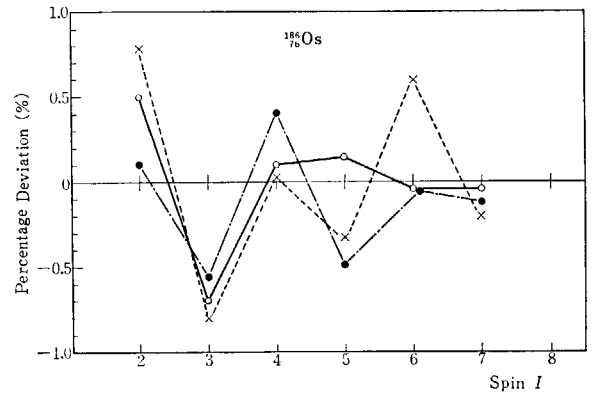
$$E_I = E_0 + AI(I+1) + BI^2(I+1)^2. \quad (8)$$

(6), (7), (8) 式を用いた最小自二法による計算はいずれも実験値を良く合わせることができる. TABLE 4 には5つの核について最小二乗法で決めた係数だけを表示した. 表の ○, ● および × がそれぞれ (6), (7), (8) に対応する. Fig. 4 には ^{186}Os と ^{158}Dy について, 計算値の実験値に対する percentage deviation を各 I レベルについて示した.

一致の程度はいずれの場合をとっても非常に良く, かつ同程度である. したがってこれらの結果からだけでは (6) 式が特に良いということとはできない. TABLE 4 で見られるように, B_4 は B に比べてはるかに小さい. B_4 を含む項は, 一番大きな ^{186}Os の 1752 keV レベルに対し 14 keV 程度の寄与で, ^{164}Er , ^{158}Dy になると 8^+ レベルでも 1 keV 以下の寄与に過ぎない.

A はいずれの方法でもほぼ等しいが, B の値は (6), (8) 式によるものはほぼ等しく, (7) 式で出したものは一般に (6), (8) 式より得られたものよりかなり低い値を示す.

最後に β , γ 振動回転帯の A, B を基底回転帯のものと比較しよう. TABLE 5 は TABLE 3, TABLE 4 に示された核に対して, 基底回転帯の 4-parameter 最小二乗法で得た A, B などを示したものである. ^{158}Dy については, $A_0 \sim 16.7$, $A_2 \sim 15.6$, $A_4 \sim 15.7$, $B_0 \sim -0.05$, $B_2 \sim -0.07$, $B_4 \sim -0.02$ ((6) 式によれば), $B_7 \sim -0.04$



(a)

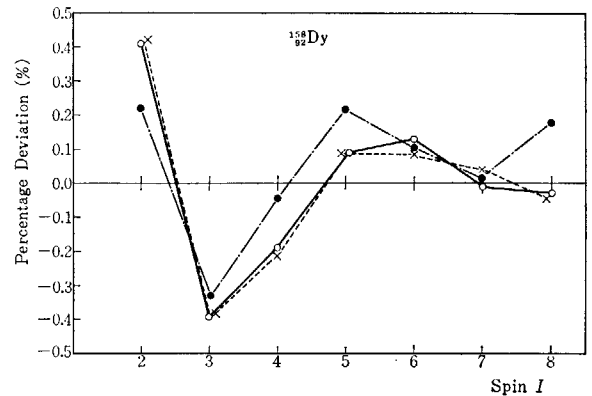


Fig. 4 An analysis of experimental energy spectra of γ -vibrational band. Percentage deviations of calculated level energies at each spin state are illustrated for ^{186}Os and ^{158}Dy nuclei. The notations follow those of TABLE 5.

((7) 式によれば) である. 同じく ^{180}W では, $A_0 \sim 17.4$, $A_2 \sim 17$, $A_4 \sim 15-16$, $B_0 \sim -0.03$, $B_2 \sim -0.04$, $B_4 \sim -0.01$ ((6) 式によれば), $B_7 \sim -0.04$ ((7) 式によれば) である. これらから, 慣性率や B が皆非常に近い値を持っていること, B については, (7) 式によるものは他の回転帯のものに近い値を持つが, B_4

TABLE 5 An analysis of empirical spectra of ground state rotational band. Values of A, B, C and D are determined by four-parameter least square fit of the usual rotational energy expansion.

Nucleus	N	$I_{\max}$	A	B	C	D	Agreement	Ref.
^{174}Hf	102	10	15.3	-0.019	1.4×10^{-6}	3.7×10^{-7}	good	14)
		12	15.1	-0.027	1.6×10^{-4}	-5.2×10^{-7}	"	17)
^{154}Gd	90	10	21.0	-0.15	1.4×10^{-3}	-5.7×10^{-6}	"	20)
		12	20.5	-0.11	7.5×10^{-4}	-2.1×10^{-6}	not so good	17)
^{152}Sm	90	10	21.0	-0.15	1.5×10^{-3}	-5.8×10^{-6}	good	17)
		12	20.3	-0.11	7.1×10^{-4}	-1.9×10^{-6}	not so good	20)
^{180}W	106	10	17.4	-0.027	5.0×10^{-5}	2.3×10^{-7}	good	14)
^{158}Dy	92	10	16.7	-0.048	2.8×10^{-4}	-2.8×10^{-7}	"	16)
^{186}Os	110	10	23.2	-0.087	7.3×10^{-4}	-2.9×10^{-6}	"	19)
^{168}Yb	98	10	14.8	-0.021	3.5×10^{-5}	1.8×10^{-7}	"	14)
		12	14.6	-0.021	9.0×10^{-5}	-2.9×10^{-7}	"	17)
^{164}Er	96	10	15.4	-0.026	1.4×10^{-4}	-3.6×10^{-7}	"	17)
		10	15.3	-0.018	9.8×10^{-6}	3.4×10^{-7}	"	14)

を含めた (6) 式の方ではずっと小さな値を与えることが分る. ^{186}Os , ^{168}Yb , ^{164}Er では基底回転帯と γ 振動の回転帯の A , B はかなり近い値を持っている.

3. おわりに

これまで行なって来た解析は十分なものではないが, A , B などの解析は慎重にやる必要があるということは再び強調しておきたい. B を低いレベルだけから決めることの危険性, それから A は最小二乗法である程度合わせることができた場合でも, 下のレベルから決めたものとずれがあるようなときには信用できず, むしろ後者の方が良い場合が多いということにも注意する必要がある. また転移領域に近いところでは, たとえば YOSHIZAWA による I に比例するような項が本質的に必要になるのかも知れない. その他の仕事とも併せて今後の検討資料としたい.

文 献

- 1) BOHR A.: *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **26** No. 14 (1952)
- 2) BOHR A. and MOTTELSON B.: *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **27** No. 16 (1953)
- 3) NILSSON S. G.: *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **29** No. 16 (1955)
- 4) "Alpha-, Beta-, Gamma-Ray Spectroscopy" edited by SIEGBAHN K.: p. 656 and p. 667
- 5) NILSSON S. G. and PRIOR O.: *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **32** No. 16 (1961)
- 6) MOTTELSON B. R. and VALATIN J. G.: *Phys. Rev. Lett.*, **5** 511 (1960)
- 7) MARSHALEK E. R.: *Phys. Rev.*, **139**, B 770 (1965), *Phys. Rev.*, **158** 993 (1967)
- 8) SANO M. and WAKAI M.: *Nucl. Phys.*, **67** 481 (1965)
- 9) YOSHIZAWA Y.: Contributions International Conference of Nuclear Structure, Sep. 7-13, 1967, Tokyo, **4**, 58, p. 103
- 10) HARRIS S. M.: *Phys. Rev. Lett.*, **13** 663 (1964), *Phys. Rev.*, **138** B 509 (1965)
- 11) INGLIS D. R.: *Phys. Rev.*, **96** 1059 (1954)
- 12) 若井正道: 素粒子論研究, **36** 359 (1967)
- 13) SOOD P. C.: *Phys. Rev.*, **161** 1063 (1967)
- 14) GRAETZER R., HAGEMANN G. B., HAGEMANN K. A. and ELBEK E.: *Nucl. Phys.*, **76** 1 (1966)
- 15) Nuclear Data Sheet
- 16) MORINAGA H. and GUGELOT P. C.: *Nucl. Phys.*, **46** 210 (1963)
- 17) MORINAGA H.: *Nucl. Phys.*, **75** 385 (1966)
- 18) BURDE J., DIAMOND R. M., and STEPHENS F. S.: *Nucl. Phys.*, **A 92** 306 (1967)
- 19) NEWTON J. O., STEPHENS F. S., DIAMOND R. M., KOTAJIMA K., and MATTHIAS E.: *Nucl. Phys.*, **A 95** 357 (1967)
- 20) LONSJO O. and HAGEMANN G. B.: *Nucl. Phys.*, **88** 624 (1966)
- 21) EJIRI H., ISHIHARA M., SAKAI M., INAMURA T. and KATORI K.: *Nucl. Phys.*, **89** 641 (1966)

9. (p, t) 反応による偶サマリウムアイソトープの核構造

石 崎 可 秀*, 佐々木 潔**, 吉 田 義 輝*

9. Nuclear Structure Study of the Even Sm Isotopes from the (p, t) Reaction

Y. ISHIZAKI*, K. SASAKI**, and Y. YOSHIDA*

For the purpose of investigation on the properties of nuclei which lie in so-called the transition region, $^{150,152,154}\text{Sm}(p, t)$ reactions have been studied by ISHIZAKI *et al.* using 55 MeV proton beam and a broad range magnetic analyzer with the energy resolution of about 100 keV. The energy spectra and the angular distributions were measured. The (t, p) reactions led to the same final states as those obtained in the above measurements were also studied by Aldermaston and Copenhagen Group. In the first stage in this note, the results obtained by the (p, t) reactions are shown and compared with the results obtained by the (t, p) reactions. Next, the properties of the energy levels of ^{150}Sm are discussed from the experimental data of the γ transitions given by SMITHER *et al.* in comparison with the results of the (t, p) and (p, t) measurements.

1. ま え が き

原子核のいわゆる transition region における核が球形から変形に移る機構と、これらの核の性質をしらべるために、核研のシンクロサイクロトロンからの 55 MeV の陽子で、magnetic analyzer を用いて

$$^{150,152,154}\text{Sm}(p, t)^{148,150,152}\text{Sm}$$

反応の実験を行ない、これらの反応でのエネルギー・スペクトラムと角分布とを測定した¹⁾。この analyzer の分解能は半値幅で約 60 keV であるが、ここでは約 100 keV での測定がなされた。この広がりには主に標的内の triton のエネルギー損失によるものである。

最近 Aldermaston と Copenhagen グループ²⁾により、 $E_t=12$ MeV での (t, p) 反応の実験が同領域の Sm アイソトープについて行なわれた。

この小論では (p, t) 反応の実験結果を示し、次いで、同じ終状態を導く過程での (p, t) と (t, p) 反応との結果の比較を行ない、2核子の pick up および stripping 反応機構をしらべ、それより核の準位の性質を検討した。さらに、別の立場から準位の性質を検討するため、SMITHER, GROSHEV, BIEBER らによって行なわれた

$^{149}\text{Sm}(n, \gamma)^{150}\text{Sm}$ の実験データをまとめ、 γ 転移の現象から準位の特性を分析し、(p, t), (t, p) 反応の実験結果の分析から得られた結論と比較した。

2. (p, t) 反応の実験結果

2.1 エネルギー・スペクトル

$^{150}\text{Sm}(p, t)$, $^{152}\text{Sm}(p, t)$, $^{154}\text{Sm}(p, t)$ 反応における triton のエネルギー・スペクトルを、それぞれ Fig. 1, 2, 3 に示す。

ここで得られたスペクトルの特徴的なことを以下に羅列する。(断面積の大きさについての以下の議論は Fig. 8 をも参照のこと。)

(a) $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}$ においては、 ^{148}Sm の基底状態を導く断面積が、その励起状態へ移行するそれに比べて特に大きな値をもつ。しかしながら、より高い励起状態にある 4.07 MeV (0^+) への断面積は、連続部分を差引いて計算しても、基底状態への断面積の約半分の大きさをもち、これはその近傍のスペクトラムに比べ非常に明確に観測された。またこの準位以上ではエネルギー準位に対応するピークははっきりとは観測されなかった。

* 東大核研 Institute for Nuclear Study, Tokyo University

** 日大理工 (習志野) College of Science and Engineering, Nihon University

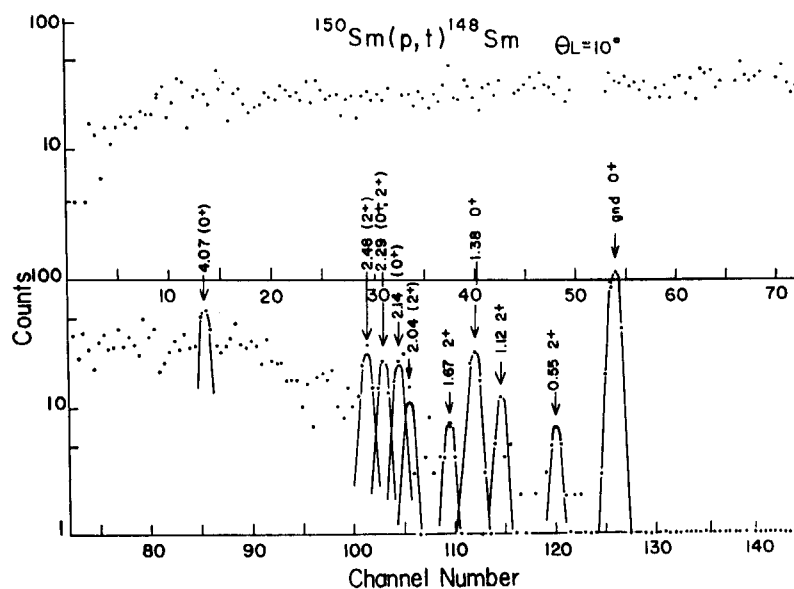


Fig. 1. Spectrum of t particles observed at 10° from the $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}$ reaction at 55 MeV incident proton energy.

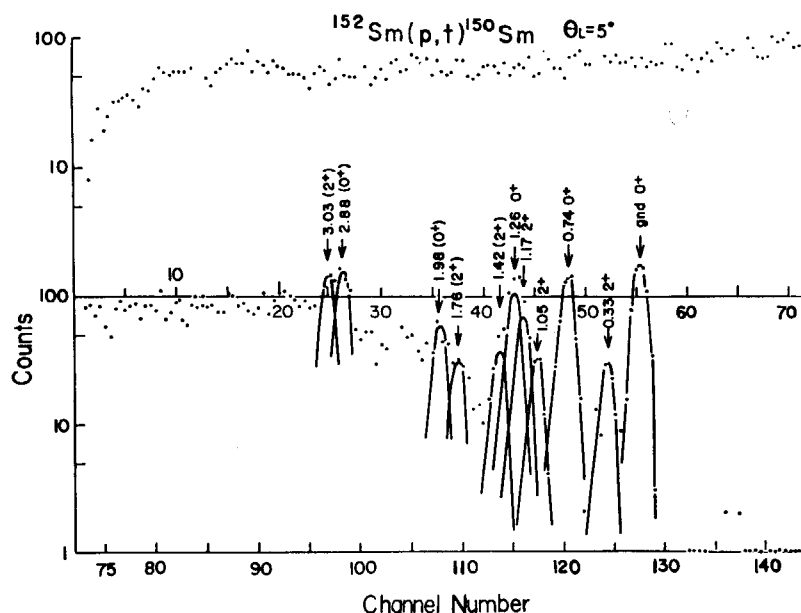


Fig. 2. Spectrum of t particles observed at 5° from the $^{152}\text{Sm}(p, t)^{150}\text{Sm}$ reaction at 55 MeV incident proton energy.

(b) $^{152}\text{Sm}(p, t)^{150}\text{Sm}$ では基底状態と 0.75 MeV 0^+ 準位への断面積はほとんど等しく, 1.26 MeV 0^+ への断面積はこれらの約 $2/3$ の値をもつ. HINTZ³⁾らの実験では 1.26 MeV への断面積は基底状態へのものとほぼ同値のものが得られているが, これは分解能が悪いため近くの他の状態への断面積値が加算されているところから起因すると思われる. $E_x < 2$ MeV の領域ではこれら3本の準位に対応するピークが, 他の準位のそれに比べて特に明確に表われている. また (a) の場合と同様に, より高い励起エネルギーの領域においては, 2.92 MeV (0^+) に対応するピークが基底状態のそれとほぼ同じ強さをもって観測された. この反応ではさらに 2^+ らしい 3.04 MeV に対応するピークがかなりはっきり表われて

いるが, これよりもさらに高い励起エネルギー領域ではほとんどピークらしいものは得られなかった.

(c) $^{154}\text{Sm}(p, t)^{152}\text{Sm}$ では基底状態および 2.30 MeV (0^+) を導く断面積がほぼ等しく, 他のものに比較して大きい. 0.69 MeV (0^+) への断面積はこれらに次いでいる. 2.30 MeV 以上ではピークらしきものは観測されなかった.

(d) どの核においても, $J=3$ の状態に対応するピークが観測されなかったのは, これらはみな 0^+ または 2^+ に非常に接近しているため実験的に分離できなかったためである.

(e) ^{148}Sm , ^{150}Sm , ^{152}Sm においてそれぞれ 4.07, 2.92, 2.30 MeV の (0^+) の断面積はほぼ同じ大きさを

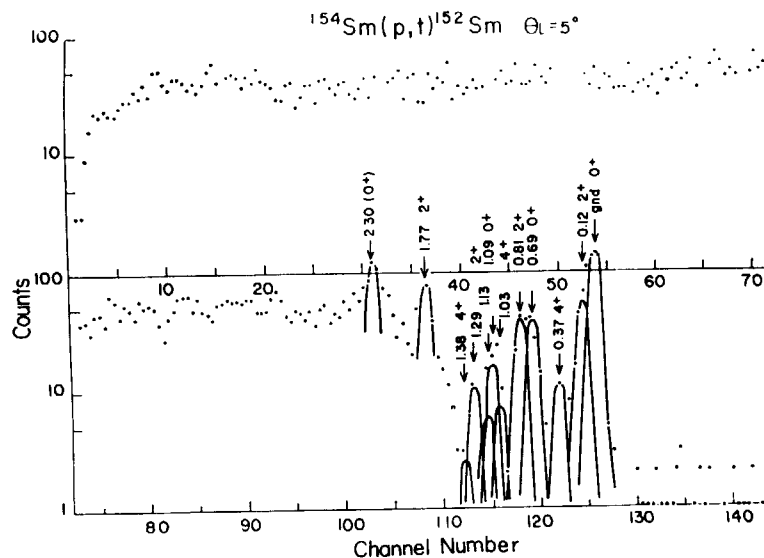


Fig. 3. Spectrum of t particles observed at 5° from the $^{154}\text{Sm}(p, t)^{152}\text{Sm}$ reaction at 55 MeV incident proton energy.

もつ。

2.2 角分布

(p, t) や (t, p) 反応において、反応に与かる陽子や triton のエネルギーが大きくそれらがほぼ等しく、標的核の質量数もあまり変わらない場合には、角運動量の変化 Δl が 0 である反応の角分布の形状は大体一定である。しかしながら、 $\Delta l=2$ の場合には角分布の形状はその終状態の性質に大きく依存するということが見出されている。Aldermaston と Copenhagen グループ²⁾による Sm アイソトープに対する (t, p) 反応の実験結果においても、 $\Delta l=0$ の場合角分布はほぼ一定の形状を有するが、 $\Delta l=2$ の場合には残留核の状態に依存して変化を示している。残留核における 1st 2^+ 状態へ移行する過程は、基底状態の 0^+ 状態へ移行するものと channel coupling していて、その coupling は質量数が大きくなるほど強くなるので、1st 2^+ への角分布は質量数が大きくなるほど前方角であまりはっきりしたパターンを示さなくなるように思われる。しかし ^{152}Sm の 1st 2^+ の角分布はパターンの出方がこの傾向からずれているように見える (Fig. 7 参照)。それは始および終状態の形が異なっているからではあるまいか。また ^{152}Sm の 2nd 2^+ への角分布の形はさらに顕著に変っている。

以上は (t, p) 反応での実験結果であるが、(p, t) 反応では 2^+ の角分布の傾向はどうであろうか。

Fig. 4, 5, 6 には核研で測定された (p, t) 反応の角分布を示した。図から判るように、標的核の種類に関係なく $\Delta l=0$ の場合には角分布の形状はほぼ一定である。しかし $\Delta l=2$ の場合には形状が異なっている。すなわち残留核が ^{148}Sm の場合にはすべての 2^+ への角分布はほとんど同形であるが、 ^{150}Sm の場合においては 0.33 MeV 2^+ への角分布は前方角でパターンがつぶれている。1.42 MeV 2^+ へのそれはパターンがつぶれているものが得ら

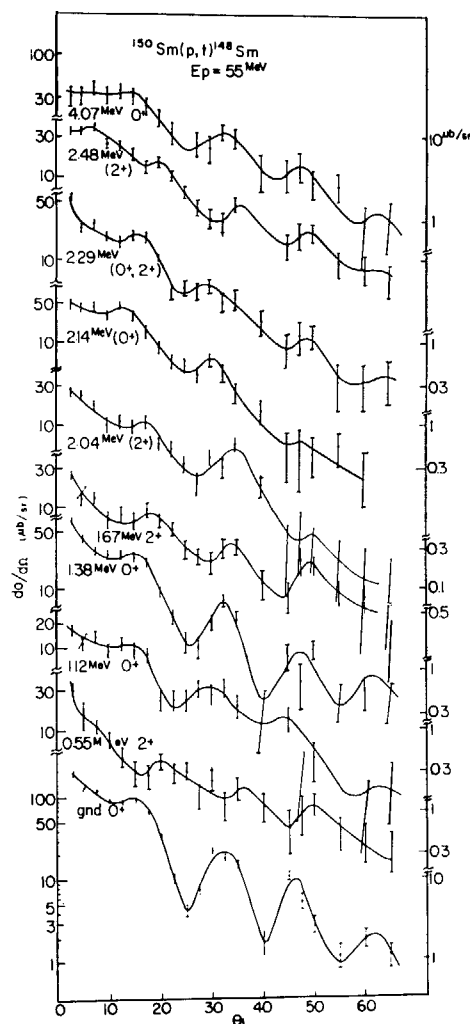


Fig. 4. The angular distributions for the $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}$ reaction leading to the various states of ^{148}Sm observed at 55 MeV incident proton energy.

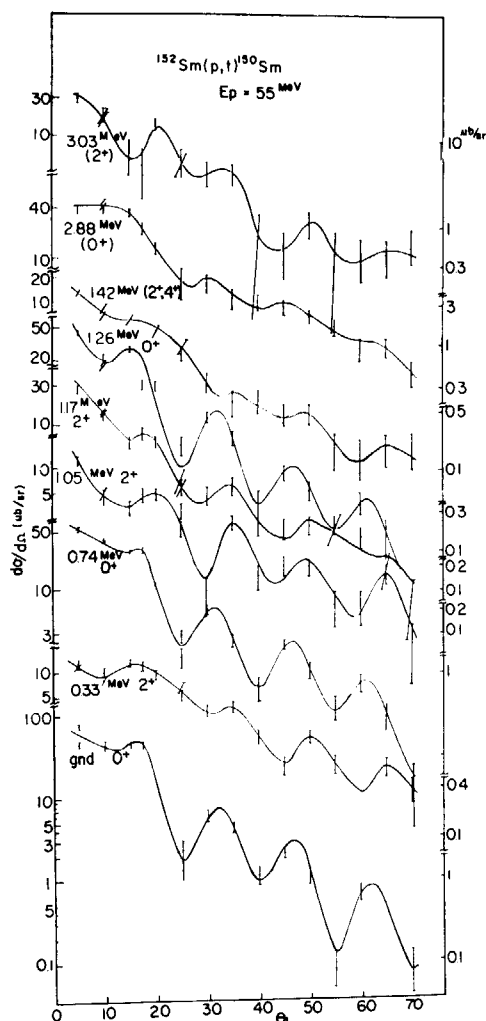


Fig. 5. The angular distributions for the $^{152}\text{Sm}(p,t)^{150}\text{Sm}$ reaction leading to the various states of ^{150}Sm observed at 55 MeV incident proton energy.

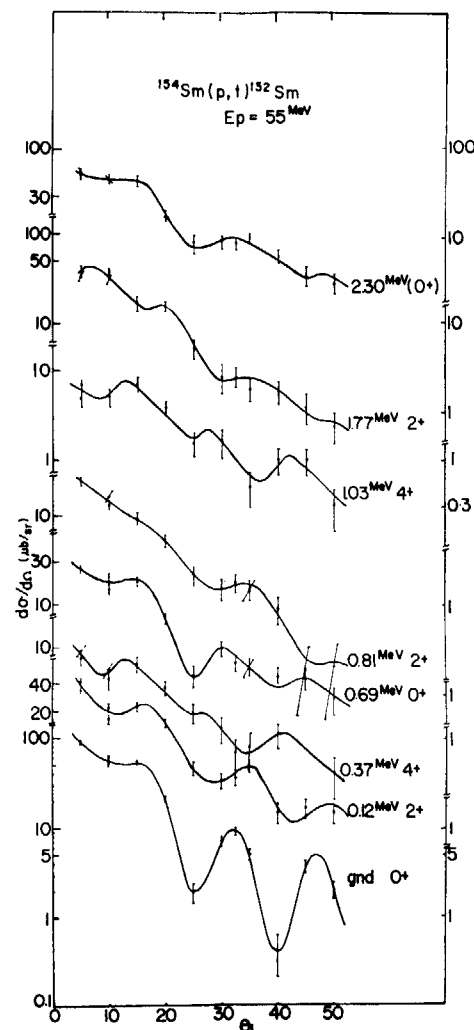


Fig. 6. The angular distributions for the $^{154}\text{Sm}(p,t)^{152}\text{Sm}$ reaction leading to the various states of ^{152}Sm observed at 55 MeV incident proton energy.

れたが、このことはこの 2^+ 準位から約 10 keV 離れたところに 4^+ 準位が存在していて、両者を分離して測定し得なかったため、 4^+ 状態が 2^+ 状態に混合しこのような角分布が表われたものと思われる。 ^{152}Sm の場合は 0.12 MeV 2^+ の角分布よりも、0.81 MeV 2^+ の角分布の方が前方角でのパターンのつぶれは大きい。前述の如く $^{150}\text{Sm}(t,p)^{152}\text{Sm}$ 反応においても、これら両者の 2^+ への角分布の形は顕著な差異を示している。参考のため Aldermaston と Copenhagen グループにより測定された角分布の一例を Fig. 7 に示しておく。

2.3 反応の断面積

核研で測定された (p, t) 反応の角分布の 5° から 55° までの積分断面積と、Aldermaston と Copenhagen グループによる (t, p) 反応での角分布を 0° から 180° まで積分した断面積との比較図を Fig. 8 に示す。(p, t) での測定の絶対値は約 30% の誤差をもつ可能性がある。

Fig. 8 において特徴的なことは次の通りである。

(a) $^{150}\text{Sm}(p,t)$, $^{152}\text{Sm}(p,t)$ および $^{154}\text{Sm}(p,t)$ 反応で残留核の基底状態への断面積の比は約 1 : 0.4 : 0.5 である。

(b) (a) の反応において ^{148}Sm の 4.07 MeV (0^+), ^{150}Sm の 2.92 MeV (0^+) および ^{152}Sm の 2.30 MeV (0^+) が大きな断面積をもち、これら以上の励起エネルギー領域では大きな断面積に対応する状態が存在しない。この事情は (t, p) 反応では観測されていない。

(c) $^{152}\text{Sm}(p,t)^{150}\text{Sm}$ では ^{150}Sm の基底状態と 0.75 MeV 0^+ および 1.26 MeV 0^+ への断面積はほぼ等しく、この核の他の状態への断面積と比べて大きな値をもつ。しかし $^{148}\text{Sm}(t,p)^{150}\text{Sm}$ では基底状態への断面積がことに大きく、1.26 MeV 0^+ へのそれは非常に小さい。

(d) $^{150}\text{Sm}(t,p)^{152}\text{Sm}$ では、基底状態、0.69 MeV 0^+ および 1.09 MeV 0^+ への断面積はほぼ同値で、他の状態へのそれに比べてはるかに大きい。 $^{154}\text{Sm}(p,t)^{152}\text{Sm}$ では前記 3 本の 0^+ 状態への断面積のうち、1.09

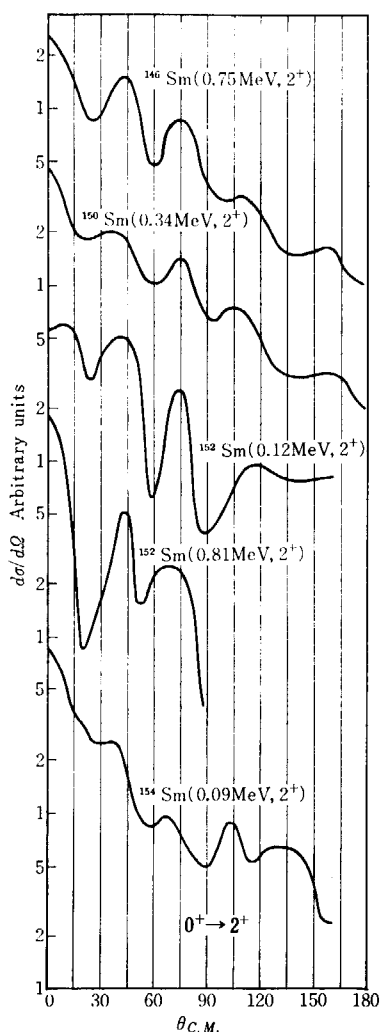


Fig. 7 Angular distribution from $0^+ \rightarrow 2^+$ transition

MeV への断面積は他の 2 本へのそれに比べ著しく小さい。

(e) (p, t) 反応では $1st\ 2^+$ 状態への断面積は, ^{148}Sm , ^{150}Sm , ^{152}Sm の順に大きくなっているが, (t, p) 反応の結果はこの振舞いを示さない。

3. (p, t) および (t, p) 反応の実験結果に対する討論

ここでは Fig. 8 に示した (p, t) および (t, p) 反応の積分断面積の比較図に基づいて議論をしてみよう。

一般に両反応においては 0^+ 状態への断面積は大きな値をもつが, YOSHIDA⁴⁾ によっても議論されたように, 標的核および残留核が超電導状態にある時には断面積が enhance されるということが知られている。Fig. 8 において, (t, p) 反応では $^{148}\text{Sm}(t, p)^{150}\text{Sm}_{(gnd)}$ が, (p, t) 反応では $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}_{(gnd)}$ が最も大きな断面積をもつ。Sm アイソトープにおいては ^{148}Sm と ^{150}Sm の基底状態近傍が最も超電導状態をもつであろうと考えられるので, 実験結果と矛盾しない。 $^{148}\text{Sm}(t, p)^{150}\text{Sm}$ と $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}$ で励起 0^+ 状態への断面積が, 基底状態へのそれに比較して小さいのは, 励起 0^+ 状態では余り超電導状態になっていないことを示しているのではないかと思われる。また $^{152}\text{Sm}(p, t)^{150}\text{Sm}$ 反応では基底状態および $1st\ 0^+$ 状態へ行く過程の断面積はほぼ等しいが, これらは $^{150}\text{Sm}(p, t)^{148}\text{Sm}$ 反応における基底状態への断面積に比べればずっと小さい。これは ^{152}Sm の基底状態が変形状態にあり, ^{150}Sm の基底状態は球形で, たとえこれが超電導状態を有するにしても, 始およ

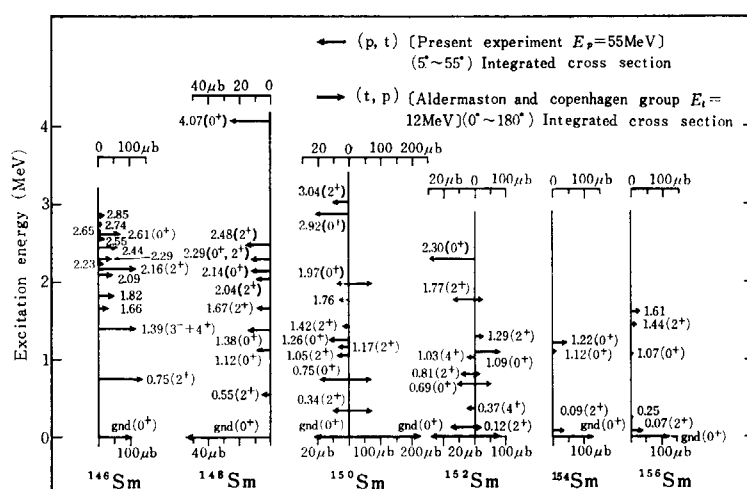


Fig. 8 Summary of (t, p) and (p, t) data for the isotopes of samarium. The (t, p) data are from the results of Aldermaston and the Copenhagen group and from the summary by HINTZ. The arrow length shows the integrated cross section. In the case of the (p, t) reaction, it means the absolute value (obtained in this experiment). For the (t, p) reaction, an arbitrary unit is used, but for any one target, the unit is common.

び終状態の波動函数の重なりが悪く、超電導状態にない $0.75 \text{ MeV } 0^+$ 状態への断面積とほとんど変らぬためであろう。次に ^{150}Sm の $1.26 \text{ MeV } 0^+$ 状態についてみると、(p, t) 反応においてはこの準位への断面積は基底状態へのそれと大体等しく、(t, p) 反応では、 1.26 MeV 状態へのそれは基底状態へのそれに比べて非常に小さい。このことに対して、 1.26 MeV 状態は変形状態、 ^{152}Sm の基底状態も変形しているため、 $^{152}\text{Sm}(p, t)^{150}\text{Sm}(1.26 \text{ MeV})$ では始、終状態が類似しているため、波動函数の重なりから断面積は大きくなり、一方、 ^{148}Sm の基底状態は球形であるため、 $^{148}\text{Sm}(t, p)^{150}\text{Sm}(1.26 \text{ MeV})$ は球形から変形への移行過程で断面積は小さくなるという説明がなされている。しかしこの説は次章に示される γ 転移の実験データの分析から得られる結論と些か矛盾するのでにはわけには受け入れ難い。 $1.26 \text{ MeV } 0^+$ 状態の波動函数に粒子状態と空孔状態の配位の混ざる割合も考えてみなければならぬし、もしこの準位が変形状態にあるとするならば、この上に回転的準位帯が存在するはずであるが、次章に詳しく示す如くそれらしいものの存在は見出せない。

以上で議論したことは、 $^{154}\text{Sm}(p, t)^{152}\text{Sm}$ と $^{150}\text{Sm}(t, p)^{152}\text{Sm}$ との結果の比較にも通用する。(t, p) 反応は球形から変形状態への移行過程であり、したがって断面積は小さくなる。(p, t) 反応では変形から変形への移行であるが、ここでは超電導的な enhancement は存在しない。 ^{152}Sm の $1.09 \text{ MeV } 0^+$ への断面積が (t, p) 反応では大きく、(p, t) 反応では小さいということを説明するために、この 1.09 MeV 状態から球形状態の準位があるという議論があるが、この状態のエネルギー以上の領域にこれに相当する準位様式が確立されていないので、この解釈にも多分に疑義を感じる。

最後に (p, t) 反応の実験で特徴的なことは、 ^{148}Sm , ^{150}Sm , ^{152}Sm でそれぞれ 4.07 , 2.92 , 2.30 MeV の励起エネルギーのところに、これらの核の基底状態への断面積とはほぼ同程度の大きさをもつ 0^+ らしい準位への断面積が得られたことである。実験の分解能の関係で、角分布からこれらの状態が完全に 0^+ であると断言しえないが、多分 0^+ と言って良いであろう。

これらの断面積はなぜ大きいのであろうか。Sm アイソトープは中性子数が 82 以上であるが、これらの励起状態は 82 の magic shell から中性子 2 個を pick up することにより生ずる状態で統計 factor が大きいためではなかろうか。(p, t) 反応のエネルギー・スペクトルで、これらの状態に対応する励起エネルギー以上のところでは緩慢な振舞いの連続スペクトルしか得られていないという事実は、このことを支持しているように思われる。

4. γ 転移の分析

ここでは SMITHER⁵¹, GROSHEV⁶¹, BIEBER⁷¹ らにより行なわれた ^{150}Sm の γ 転移の実験データを分析することにより、 ^{150}Sm の各準位の性質をしらべ、前章で議論した諸問題と、ここでの問題との比較検討を行なう。

TABLE 1 および Fig. 9 には彼等によって得られた実験データと、われわれにより計算された種々の理論値をあげた。

まず、Fig. 10 に示すような 2 組の band family を考えてよさそうである。これを導出した理由として

(i) 同じ band 間と異なる band 間の遷移を比較すると、系統的に前者の方が大きい。すなわち

$$I(2_1^+ \rightarrow 0_1^+)/I(2_1^+ \rightarrow 0^+) \approx 10^2 \quad (1)$$

$$I(4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/I(4_1^+ \rightarrow 2^+) \approx 10^4 \quad (2)$$

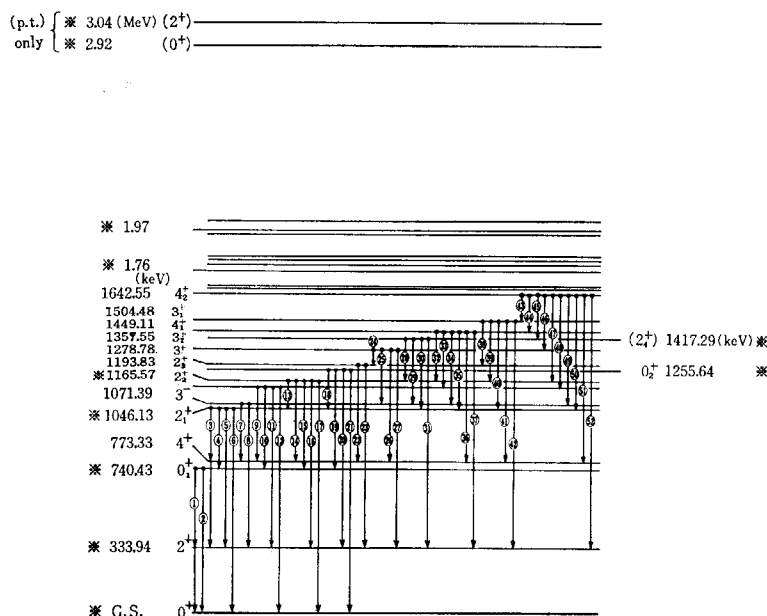


Fig. 9 Level scheme of ^{150}Sm .

TABLE 1 The experimental data and theoretical values of the decay in the ^{150}Sm

: No. of transition in Fig. 9

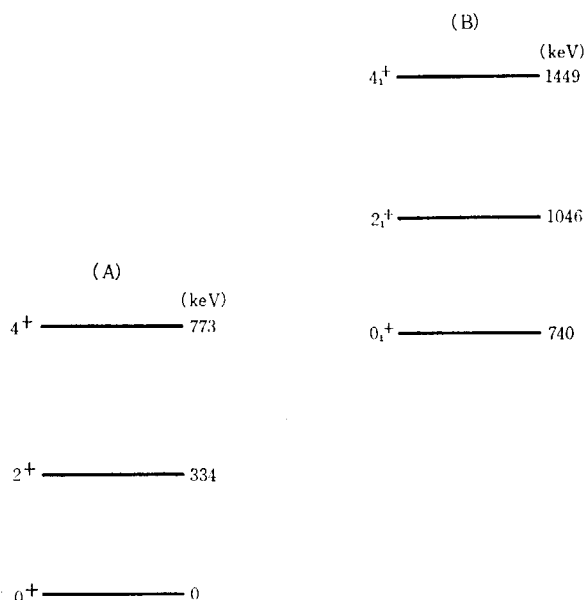
 $I_i^\pi \rightarrow I_f^\pi$: spin and parity of initial and final state of transition E : transition energy in keV I_γ : number of γ rays per 100 neutron captures I_K : number of K conversion electrons per 100 neutron captures $\alpha_{K\text{exp.}} : I_K/I_\gamma$ $\alpha_{K\text{theo.}}$: theoretical conversion coeff. from Sliv & Band ($Z=62$)

assuming the multiplicity in the last column

 $W_\gamma(s.p.)$: Weisskopf units in single particle γ transition (sec^{-1}) $W_{eK}(s.p.) : W_\gamma(s.p.)\alpha_{K\text{theo.}}$ ($L \geq 1$), from Church & Weneser (EO), $\rho^2=1$ (sec^{-1}) $I_\gamma(\text{ratio}) : (I_\gamma/I_{\gamma 0})/(W_\gamma(s.p.)/W_{\gamma 0}(s.p.))$: normalized γ branching ratio $I_K(\text{ratio}) : (I_K/I_{K0})/(W_{eK}(s.p.)/W_{eK0}(s.p.))$: normalized conv. branching ratioMultiplicity : Multiplicity of transition used in calculating $\alpha_{K\text{theo.}}$ and $W_{eK}(s.p.)$

#	$I_i^\pi \rightarrow I_f^\pi$	E	I_γ	I_K	$\beta_{K\text{exp}}$	$\alpha_{K\text{theo}}$	$W_\gamma(S.P.)$	$W_{eK}(S.P.)$	$I_\gamma(\text{ratio})$	$I_K(\text{ratio})$	Multiplicity
740.43 keV 0_1^+											
①	$0_1^+ \rightarrow 2^+$	406.49	0.41	0.0092	0.022	1.8×10^{-2}	6×10^8	9×10^8		5	$E 2$
②	$\rightarrow 0^+$	740		0.012				5.4×10^7		1	$E 0$
1046.13 keV 2_1^+											
③	$2_1^+ \rightarrow 4^+$	272.82	0.098	0.0036	0.030	6.4×10^{-2}	8×10^7	4.7×10^8	1.8	1.2	$E 2$
④	$\rightarrow 0_1^+$	305.68	0.104	0.004	0.041	4.2×10^{-2}	1.5×10^8	6.3×10^8	1	1	$E 2$
⑤	$\rightarrow 2^+$	712.23	3.07	0.036	0.008	4.6×10^{-3}	1.1×10^{10}	4.7×10^7	0.4	1.2×10^{-1}	$E 2$
⑥	$\rightarrow 0^+$	1046	1.77	0.003	0.0012	2.5×10^{-3}	8×10^{10}	1×10^8	3.2×10^{-2}	4.4×10^{-2}	$E 2$
1071.39 keV 3^-											
⑦	$3^- \rightarrow 4^+$	298.06	0.50	0.0084	0.013	1.3×10^{-2}	9.6×10^{13}	1.2×10^{12}	1	1	$E 1$
⑧	$\rightarrow 2^+$	737.47	6.56	0.020	0.002	1.6×10^{-3}	1.4×10^{15}	1.8×10^{12}	0.9	1.4	$E 1$
1165.57 keV 2_2^+											
⑨	$2_2^+ \rightarrow 4^+$	392.45	0.0088			2×10^{-2}	5×10^8	1.1×10^7	6×10^{-1}		$E 2$
⑩	$\rightarrow 0_1^+$	425.10	0.020			1.6×10^{-2}	7.5×10^8	1.3×10^7	1		$E 2$
⑪	$\rightarrow 2^+$	831.28	0.77	0.0044	0.0031	3.2×10^{-3}	2.3×10^{10}	7.5×10^7	1.4	1	$E 2(+M1)$
⑫	$\rightarrow 0^+$	1165.1	0.89	0.0018	0.0011	1.5×10^{-3}	1.2×10^{11}	2.0×10^8	3×10^{-1}	1×10^{-1}	$E 2$
1193.83 keV 2_3^+											
⑬	$2_3^+ \rightarrow 2_1^+$	147.73	0.0018			3.8×10^{-1}	3.5×10^6	1.4×10^6	10^2		$E 2$
⑭	$\rightarrow 4^+$	420.48	0.016			1.6×10^{-2}	7.3×10^8	1.3×10^7	0.4		$E 2$
⑮	$\rightarrow 0_1^+$	453.40	0.050			1.3×10^{-2}	1.0×10^9	1.5×10^7	1		$E 2$
⑯	$\rightarrow 2^+$	859.28	1.03	0.0066	0.0059	3.0×10^{-3}	2.7×10^{10}	8×10^7	7.7	4	$E 2(+E0)$
⑰	$\rightarrow 0^+$	1193.1	1.21	0.0046	0.0023	1.5×10^{-3}	1.3×10^{11}	2.2×10^8	1.7×10^{-1}	1	$E 2$
1255.64 keV 0_2^+											
⑱	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	209.36	0.0048			0.12	2.3×10^7	3×10^6	1	(750)	$E 2$
⑲	$\rightarrow 0_1^+$	515		0.0086				2×10^{10}		1	$E 0$
⑳	$\rightarrow 2^+$	921.17	0.32	0.0012	{0.002	0.002	3.9×10^{10}	1×10^8	1/25	30	$E 2$
㉑	$\rightarrow 0^+$	1256		0.0013	{0.004			2×10^{11}		1/70	$E 0$
1278.78 keV 3^+											
㉒	$3^+ \rightarrow 4^+$	505.44	6.58	0.098	0.015	1.0×10^{-2}	1.8×10^9	1.9×10^7	1	1	$E 2(+M1)$
㉓	$\rightarrow 2^+$	945.18	0.29	0.008	0.0015	2.4×10^{-3}	4.4×10^{10}	1.1×10^8	1.7×10^{-3}	1.5×10^{-3}	$E 2$
1357.55 keV 3_1^-											
㉔	$3_1^- \rightarrow 3^+$	78.76	0.022			4.7×10^{-1}	1.6×10^{12}	7.5×10^{11}	1.2		$E 1$
㉕	$\rightarrow 3^-$	286.28	0.031	0.0040	0.13	5.2×10^{-2}	1.0×10^8	5.3×10^6	3.5×10^4	4.5×10^4	$E 1$
㉖	$\rightarrow 4^+$	584.24	6.05	0.026	0.0042	2.7×10^{-3}	7×10^{14}	1.6×10^{12}	1	1	$E 1$
㉗	$\rightarrow 2^+$	1022.9	0.16	0.0017	0.0036	8.5×10^{-4}	3.7×10^{15}	2.2×10^{12}	6×10^{-3}	5×10^{-2}	$E 1$
1417.29 keV 2_4^+											
㉘	$2_4^+ \rightarrow 2_3^+$	223.51	0.0087	0.01	0.61	1×10^{-1}	3×10^7	2.3×10^6	1	1	$E 2(+E0)$
㉙	$\rightarrow 3^-$	345.93	0.50	0.006	0.010	8.2×10^{-2}	1.3×10^{14}	1.3×10^{12}	1×10^{-5}	1×10^{-6}	$E 1$
㉚	$\rightarrow 2_1^+$	371.14	0.089	0.018	0.18	2.4×10^{-2}	4×10^8	1×10^7	7.5×10^{-1}	4×10^{-1}	$E 2(+E0)$
㉛	$\rightarrow 2^+$	1082.6	0.35	0.0032	0.0055	1.8×10^{-3}	8×10^{10}	1.7×10^8	5.5×10^{-1}	4×10^{-1}	$E 2(+E0)$

#	$I_i^\pi \rightarrow I_f^\pi$	E	I_T	I_K	α_{Kexp}	α_{Ktheo}	$W_T(S.P.)$	$W_{EK}(S.P.)$	$I_T(\text{ratio})$	$I_K(\text{ratio})$	Multipolarity
1449.11 keV 4_1^+											
②	$4_1^+ \rightarrow 2_3^+$	255.34	0.021	0.0072	0.34	7.1×10^{-2}	5.8×10^7	4.2×10^6	1/4	0.9	$E 2$
③	$\rightarrow 2_2^+$	283.93	0.016	0.0040	0.25	5.2×10^{-2}	1×10^8	5.2×10^6	10^{-1}	0.04	$E 2$
④	$\rightarrow 3^-$	377.74	0.06			7.5×10^{-3}	1.9×10^{14}	1.3×10^{12}	2.5×10^{-6}		$E 1$
⑤	$\rightarrow 2_1^+$	402.97	0.89	0.023	0.025	1.9×10^{-2}	5.5×10^8	1.2×10^7	1	1	$E 2$
⑥	$\rightarrow 4^+$	675.77	1.99	0.044	0.023	5.2×10^{-3}	8×10^9	4.4×10^7	1/7	0.53	$E 2(+E 0 + M 1)$
⑦	$\rightarrow 2^+$	1114.8	0.058			1.7×10^{-3}	1×10^{11}	1.8×10^8	4×10^{-4}		$E 2$
1504.48 keV 3_1^+											
⑧	$3_1^+ \rightarrow 3^+$	225.34	0.0041	0.0098	2.4	1.1×10^{-1}	3.1×10^7	3.3×10^6	2.5	2.8×10	$E 2$
⑨	$\rightarrow 2_3^+$	310.73	0.066	0.0032	0.036	4.0×10^{-2}	1.6×10^8	6.5×10^6	8	4.8	$E 2$
⑩	$\rightarrow 2_1^+$	458.17	0.21	4.6×10^{-5}	0.010	1.4×10^{-2}	1.1×10^9	1.6×10^7	1	3×10^{-2}	$E 2$
⑪	$\rightarrow 4^+$	731.31	0.69	0.0054	0.0040	4.2×10^{-3}	1.3×10^{10}	5.2×10^7	1	1	$E 2$
⑫	$\rightarrow 2^+$	1170.2	2.07	0.0052	0.0018	1.5×10^{-3}	1.2×10^{11}	2.1×10^8	3.3×10^{-1}	2.5×10^{-1}	$E 2 + M 1$
1642.55 keV 4_2^+											
⑬	$4_2^+ \rightarrow 3_1^+$	138.05	0.001	0.0005	0.5	4.7×10^{-1}	2.4×10^6	1.2×10^6	3	0.14	$E 2$
⑭	$\rightarrow 4_1^+$	193.46	0.007	0.0048	0.69	1.7×10^{-1}	1.4×10^7	2.5×10^6	3.5	0.64	$E 2$
⑮	$\rightarrow 2_4^+$	225.34	0.004	0.0098	2.45	1.1×10^{-1}	3×10^7	3.3×10^6	1	1	$E 2$
⑯	$\rightarrow 3_1^-$	285.01	0.12	0.004	0.033	1.5×10^{-2}	8.4×10^{13}	1.2×10^{12}	10^{-5}	1.1×10^{-6}	$E 1$
⑰	$\rightarrow 2_3^+$	448.68	0.10	0.0052	0.0052	1.3×10^{-2}	1×10^9	1.5×10^7	7.5×10^{-1}	1.1×10^{-1}	$E 2$
⑱	$\rightarrow 2_2^+$	476.94	0.048			1.2×10^{-2}	1.4×10^9	1.7×10^7	2.5×10^{-1}		$E 2$
⑲	$\rightarrow 3^-$	571.21	0.27			2.8×10^{-3}	6.6×10^{14}	6×10^{12}	3×10^{-6}		$E 1$
⑳	$\rightarrow 2_1^+$	596.34	0.029	0.0058	0.2	7.8×10^{-3}	3.3×10^9	2.7×10^7	7×10^{-2}	7×10^{-2}	$E 2$
㉑	$\rightarrow 4^+$	869.21	1.30	0.0084	0.0071	2.9×10^{-3}	3×10^{10}	8.6×10^7	3.2×10^{-1}	3×10^{-2}	$E 2(+E 0)$
㉒	$\rightarrow 2^+$	1308.1	0.50	0.0014	0.003	1.2×10^{-3}	2.2×10^{11}	2.7×10^8	1.6×10^{-2}	1.7×10^{-3}	$E 2$

Fig. 10 (A)- and (B)-band families in ^{150}Sm .

$$I(4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/I(4_1^+ \rightarrow 2_2^+) \approx 10 \quad (3)$$

$$I(4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/I(4_1^+ \rightarrow 2_3^+) \approx 4 \quad (4)$$

(ここで I は TABLE 1 における I_T (比) を表わす)

(ii) 励起エネルギーの値には次の系統性があること.

$$\begin{aligned} & [E(4^+) - E(0^+)]/[E(2^+) - E(0^+)] \\ & = 773/334 \sim 7/3 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & [E(4_1^+) - E(0_1^+)]/[E(2_1^+) - E(0_1^+)] \\ & = 709/306 \sim 7/3 \end{aligned} \quad (6)$$

前章において, (t, p) および (p, t) 反応の実験結果から, ^{150}Sm の基底状態の近傍は球形状態であっても,

1.26 MeV 0^+ 以上に變形しているであろうという議論があることを述べたが, これが正しければ Fig. 10 に示した family (A), (B) の他にこの 0_2^+ を基底とするもう一つの回転準位の family が存在してもよさそうである. SMITHER らの実験から得られた準位様式によると, この回転的準位らしきものに対応しうる準位は $0_2^+, 2_4^+, 4_2^+$ であろう. 何故ならばこれら以外に $0^+, 2^+, 4^+, \dots$ の準位が近くに見出されておらず, それ以外で帯構造を形成しているとすれば $B(E2)$ も大きくなるであろうから SMITHER らのような精密な実験では見出されていてもよさそうである. そこで, この $0_2^+, 2_4^+, 4_2^+$ が 1 つの family と考えてよいかどうか, これらの分岐比から検討してみよう.

$$I(4_2^+ \rightarrow 2_4^+)/I(4_2^+ \rightarrow 2^+) \approx 60 \quad (7)$$

$$I(4_2^+ \rightarrow 2_4^+)/I(4_2^+ \rightarrow 2_1^+) \approx 14 \quad (8)$$

$$I(4_2^+ \rightarrow 2_4^+)/I(4_2^+ \rightarrow 2_2^+) \approx 4 \quad (9)$$

$$I(4_2^+ \rightarrow 2_4^+)/I(4_2^+ \rightarrow 2_3^+) \approx 1 \quad (10)$$

$$I(2_4^+ \rightarrow 2_3^+) \approx I(2_4^+ \rightarrow 2_1^+) \approx I(2_4^+ \rightarrow 2^+) \quad (11)$$

(7), (8) 式の関係からは $0_2^+, 2_4^+, 4_2^+$ を 1 つの family と考えてよいように見られるが, (9), (10), (11) 式の関係はこれと矛盾するように思われる. この点はさらに検討しなければならない. 一方この family の準位間隔は他の 2 つの family での準位間隔に比べれば小さいが,

$$\begin{aligned} & [E(4_2^+) - E(0_2^+)]/[E(2_4^+) - E(0_2^+)] \\ & = 387/162 \sim 7/3 \end{aligned} \quad (12)$$

となって準位エネルギーの比は family (A), (B) のそ

れと偶然のかも知れぬがおどろくほど一致している。したがってもしこれが1つの family としてみても 0_2^+ から変形による回転的準位が始まるというのは過言であろう。それよりも ^{150}Sm は基底状態の近傍でも変形の影が残っていて、それが同じように3種の family に影響を及ぼしていると考えた方がよいのではないか。そして今までの (p, t) や (t, p) 反応の実験結果の解釈は少しく改めた方がよいのではないかと思われる。

^{152}Sm については SMITHER 達の ^{150}Sm に関する実験のような精密データがないので、 ^{150}Sm に対して行なったような議論ができないのは残念である。

文 献

- 1) ISHIZAKI Y., SAJI Y., ISHIMATSU T., YAGI K., YOSHIDA Y., HUANG C. H., MATOBA M. and NAKAJIMA Y.: Annual Report of Institute for Nuclear Study Univ. of Tokyo, 31 (1966) and to be published.
- 2) HINDS S., BJERREGAARD J. H., HANSEN O., and NATHAN O.: *Phys. Lett.*, **14** 48 (1965); BJERREGAARD J. H., HANSEN O. and NATHAN O.: *Nucl. Phys.*, **86** 145 (1966)
- 3) MAXWELL J. R., REYNOLDS G. M. and HINTZ N. M.: *Phys. Rev.*, **151** 1000 (1966)
- 4) YOSHIDA S.: *Nucl. Phys.*, **33** 685 (1962)
- 5) SMITHER R. K.: *Phys. Rev.*, **150**, 964 (1966)
- 6) GROSHV L. V., DEMIDOV A. M., IVANOV V. A. and LUTSENKO V. N.: *Nucl. Phys.*, **43** 669 (1963)
- 7) BIEBER E., EGIDY T. V. and SCHULT O. V. B.: *Zeit. Phys.*, **170** 465 (1962)

1) ISHIZAKI Y., SAJI Y., ISHIMATSU T., YAGI K., YOSHIDA

10. 陽子の非弾性散乱による核構造

(2^4 -極振動状態の励起について)

小 池 正 宏*

10. Single-Phonon 4^+ State in Spherical Nuclei

MASAHITO KOIKE*

Vibrational states in medium weight, doubly even nuclei were investigated with inelastic scattering of protons. The states strongly excited by the 2^4 -pole transition were observed. The angular distributions for these states were analysed on the basis of the distorted wave Born approximation (DWBA). The first order collective excitation was assumed for the interaction. Optical model parameters were adjusted to reproduce the angular distribution for the elastic scattering. The reduced transition ratio $B(E1)/B_{sp}$ was extracted.

1. Introduction

球形核における single phonon state は非弾性散乱や Coulomb excitation により強く excite される。すなわち偶々核から得られる非弾性散乱の energy spectrum をみると, first 2^+ state および約 2 MeV 近辺にある 3^- state が他の state に比較して著しく強くあらわれてくる。これらはよく知られているように, 核表面の quadrupole および octupole vibration により生ずる state であると理解されている。また Coulomb excitation の実験から, これらの state の spin-parity と同時に transition probability も測定されており, これを single particle unit と比較してみると, quadrupole および octupole vibrational state で各々 20~50 および 10~20 程度 enhance されている。

一方, 最近 direct reaction の定量的解析が著しく進歩し, Distorted Wave Born Approximation (DWBA) による計算で¹⁾, 角度分布や transition probability をかなり良く fit できるようになり, これらの結果は Coulomb excitation や電子散乱の data と consistent である。ただし, DWBA における相互作用は first-order の collective excitation を仮定している。

この論文では 15 MeV および 55 MeV 陽子の非弾性散乱の実験を DWBA で解析し, 上に述べた 3^- state の上に予想される hexadecapole (2^4 -pole) vibration の

存在について論ずる。このような 4^+ state については, 2^+ および 3^- state の場合と同様, 単純な vibrational model から次のことが期待される。

- 1) 非弾性散乱の energy spectrum においては first 2^+ state の約 3 倍のところに強く excite された peak が見出される。
- 2) その角度分布は collective direct excitation を仮定した $l=4$ DWBA 解析でよく再現される。
- 3) その transition probability は single-particle unit に比較して, 強く enhance されている。

2. Vibrational Model と Energy Level

単純な vibrational model では核の中心より核表面までの距離 $R(r)$ を spherical harmonics で展開し,

$$R(r) = R_0 \left[1 + \sum_{lm} a_{lm}^* (l) Y_{lm}^*(r) \right]^\dagger \quad (1)$$

とかき, この振動を記述する Hamiltonian は

$$H = \sum_{lm} \left(\frac{1}{2} B_l |\dot{a}_{lm}|^2 + \frac{1}{2} C_l |a_{lm}|^2 \right) \quad (2)$$

で与えられる²⁾。角運動量 l に対応する energy は $\hbar\omega_l = \hbar\sqrt{C_l/B_l}$ である。 B_l および C_l は古典的な Harmonic oscillator の Hamiltonian との対応から, 各々質量および復元力の強さの係数に対応する。またこれらの

† この空間座標は原子核に固定された座標で本来 prime をつけて表示されるべきであるが, この論文では特に混乱をまねく場合を除き省略させてもらう。

parameter は hydrodynamical model によれば

$$(B_l)_{\text{hyd}} = l^{-1} \frac{3}{4\pi} AM R_0^2 \quad (3)$$

$$(C_l)_{\text{hyd}} = (l-1)(l+2) R_0^2 S - \frac{3}{2\pi} \frac{l-1}{l+1} \frac{Ze^2}{R_0^2} \quad (4)$$

で表わされる。\$S\$ は原子核の surface energy, \$R_0\$ は核半径, \$AM\$ は原子核の質量である。

Ni-isotope に対する CRANNEL *et al.*³⁾ の電子散乱の実験で得られた \$B_l\$ の値は \$(B_l)_{\text{hyd}}\$ に比べて \$l=2\$ および \$3\$ の場合について、いずれも非常に大きく (約 20 倍程度) この点では hydrodynamical model はあまり良くない。しかし、phonon の energy \$\hbar\omega_l\$ が \$l\$ の値と共に相対的にどのように変化してゆくかは大体の傾向を知るのにはある程度役立つ。すなわち (3) および (4) 式より

$$\hbar\omega_l = \hbar\sqrt{\frac{C_l}{B_l}} = \hbar\left[\frac{4\pi}{3} \frac{l(l-1)(l+2)}{AM R_0^2}\right]^{1/2} \quad (5)$$

であるから

$$\frac{\hbar\omega_l'}{\hbar\omega_l} = \left[\frac{l'(l'-1)(l'+2)}{l(l-1)(l+2)}\right]^{1/2} \quad (6)$$

となる。ただしここで \$(C_l)_{\text{hyd}}\$ の第 2 項は Coulomb 力より由来する項で \$Z \approx 50\$, \$A \approx 100\$ 近辺の核でも 5 MeV 程度で、\$C_l\$ の値に比べて小さいので無視した (\$l=2\$ の場合でも \$C_l\$ は 100 MeV 程度)。 (6) 式からいろいろな角運動量をもつ single-phonon state を予想することができる。例えば

$$\frac{\hbar\omega_4}{\hbar\omega_2} = 3.0, \quad \frac{\hbar\omega_5}{\hbar\omega_3} = 2.16$$

$$\hbar\omega_5(5^-) = 2.16 \hbar\omega_3$$

$$\hbar\omega_4(4^-) = 3\hbar\omega_2$$

$$\hbar\omega_3(3^-)$$

$$2\hbar\omega_2(0^+, 2^+, 4^+)$$

$$\hbar\omega_2(2^+)$$

$$0^+$$

Fig. 1 Simple structure of vibrational band

となり、first \$2^+\$ state の 3 倍のところに \$2^4\$-pole vibration による single phonon \$4^+\$ state が期待されることになる。

Single-phonon \$5^-\$ state についても同様である。Fig. 1 にこれらの vibrational band をまとめておく。

3. 測定方法と Energy Spectrum

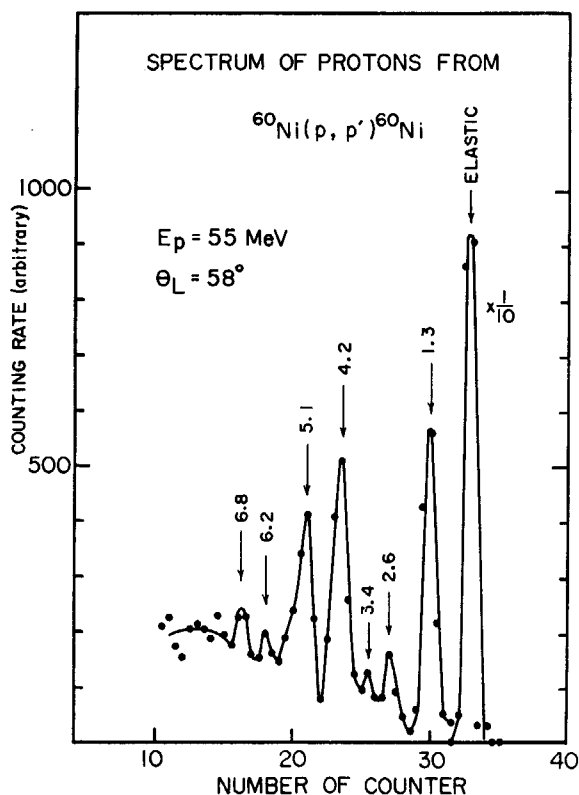
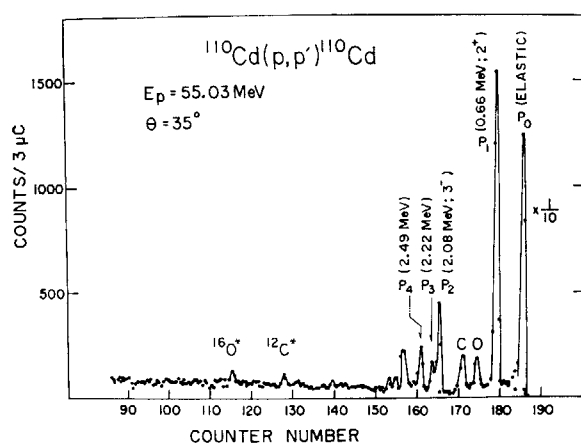
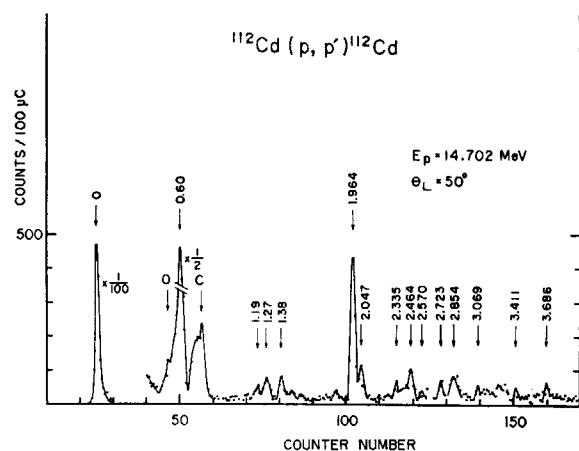
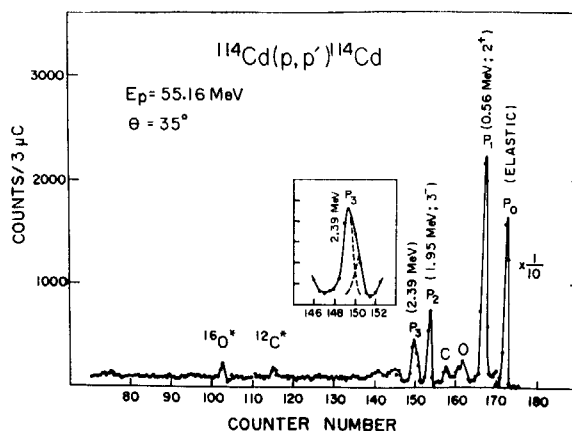
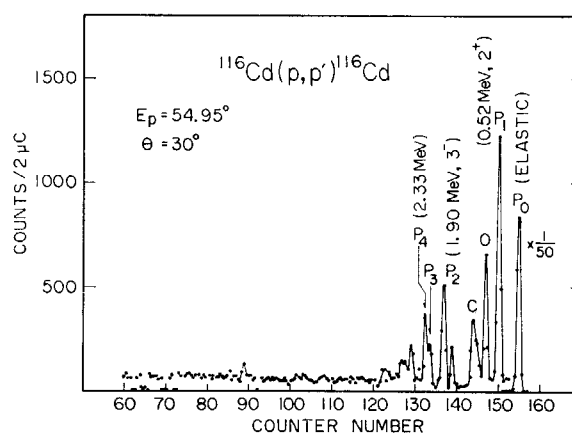
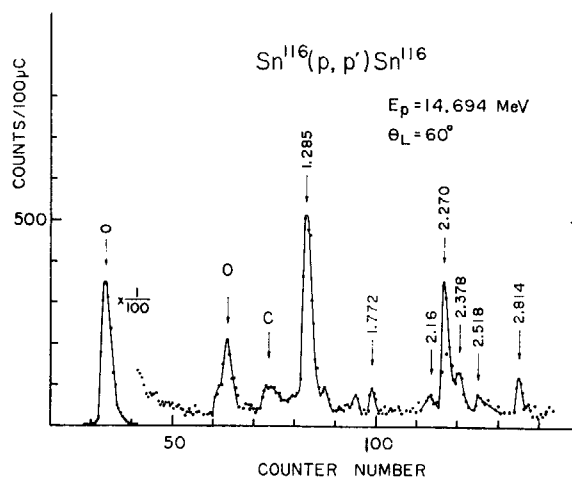
実験において使用された target はいずれも enriched isotope で \$^{60}\text{Ni}\$, \$^{110}\text{Cd}\$, \$^{112}\text{Cd}\$, \$^{114}\text{Cd}\$, \$^{116}\text{Cd}\$, \$^{116}\text{Sn}\$, \$^{120}\text{Sn}\$ である。以下に実験の条件を簡単にまとめておく。

1) \$^{60}\text{Ni}\$ (p,p'), \$E_p=55\$ MeV⁴⁾, INS synchrocyclotron 使用。Beam analyser は使用していないが、incident beam の energy 幅は、時間的変動を考慮しても 0.5% 以下と推定される。Scattered particle は分解能約 1% の broad range magnetic spectrometer で energy を分析し、detector としては 40 連の proportional counter⁵⁾ をその focal plane 上に並べて electronics を用いて測定した。角度分布は sliding membrane のついた scattering chamber で真空を破ることなく \$2.5^\circ \sim 5.0^\circ\$ おきに \$90^\circ\$ まで spectrometer の角度をかえて測定した。得られた spectrum の分解能は、peak の半値幅で約 500 keV である。

2) \$^{112}\text{Cd}\$, \$^{116}\text{Sn}\$, \$^{120}\text{Sn}\$ (p,p'), \$E_p=15\$ MeV, INS cyclotron 使用。Cyclotron からの 15 MeV proton beam を約 0.1% に set された beam analysing magnet を通して分析した。Scattered particle は同じく 0.1% の broad range magnetic spectrometer で分析され、その detector には幅 2.5 mm, 高さ 8 mm の短冊型の solid state detector を 250 個 focal plane 上に並べ、その signal は diode matrix を用いて TMC-1024 マルティチャンネルに直接記録し、paper tape を通じて print out した⁶⁾。Scattering chamber は前記と同様の sliding membrane 方式である。得られた spectrum は、半値幅約 40 keV 程度である。

3) \$^{110}\text{Cd}\$, \$^{114}\text{Cd}\$, \$^{116}\text{Cd}\$ (p,p'), \$E_p=55\$ MeV。分解能約 50 keV の beam analysing magnet を通した beam で 200 連 proportional counter を装備した broad range magnetic spectrometer⁷⁾ を使用した。得られた spectrum の半値幅は約 100 keV である。Data の読出しは 2) の electronics に少し改良を加えて、同様に core memory に貯え paper tape を通じて読み出した。

Fig. 2 (a)~(f) に示されている energy spectrum はわれわれの非弾性散乱の実験で得られたものである。 ^{60}Ni の 1.3 MeV, ^{110}Cd の 0.66 MeV, ^{112}Cd の 0.60 MeV, ^{114}Cd の 0.56 MeV, ^{116}Cd の 0.52 MeV および ^{116}Sn の 1.285 MeV states はいずれも際立って強く excite されており、その角度分布は \$l=2\$ DWBA curve とよく合う (角度分布については後で詳しく論ずる)。

Fig. 2 (a) Energy spectrum of protons scattered from ^{60}Ni (in ref. 4)Fig. 2 (b) Energy spectrum of protons scattered from ^{110}Cd Fig. 2 (c) Energy spectrum of protons scattered from ^{112}Cd Fig. 2 (d) Energy spectrum of protons scattered from ^{114}Cd Fig. 2 (e) Energy spectrum of protons scattered from ^{116}Cd Fig. 2 (f) Energy spectrum of protons scattered from ^{116}Sn

次に強く excite されているのは ^{60}Ni の 4.2 MeV, ^{110}Cd の 2.08 MeV, ^{112}Cd の 1.964 MeV, ^{114}Cd の 1.95 MeV, ^{116}Cd の 1.90 MeV, ^{116}Sn の 2.270 MeV states で、その角度分布はいずれも $l=3$ DWBA curve とよく合う。これらの states はすべて Coulomb excitation, 非弾性散乱あるいは systematics 等から、各々 quadrupole および

octupole vibrational states としてすでに理解されている領域である。上の2つの peak の間にいわゆる quadrupole two phonon states がかすかに excite されているが、この論文では two phonon state についてはふれない。ただ対応する single phonon state に比較して著しく peak が小さいことだけ注意しておく。

さらに excitation の高い領域、すなわち hexadecapole excitation に相当する領域では ^{60}Ni の 5.1 MeV, ^{114}Cd の 2.39 MeV, ^{116}Cd の 2.33 MeV および ^{116}Sn の 2.814 MeV peak が際立っている。これらの peak の角度分布はわれわれの期待通り、いずれも $l=4$ DWBA curve と非常によく合う。この点からみて、これらは hexadecapole vibrational state として十分期待できる。 ^{110}Cd および ^{112}Cd については他の核のように際立って強いものは見られないが、角度分布の型を見ると ^{110}Cd では 2.22 MeV, ^{112}Cd では 2.047 MeV state が $l=4$ DWBA curve と非常によく一致した。これらは“他に比べて著しく強い”という点で多少問題が残るが、角度分布の点を考慮して一応仲間に入れておくことにする。

4. 角度分布と DWBA 解析

4.1 弾性散乱

非弾性散乱の解析をするために、nuclear potential を記述する各種の parameter は弾性散乱の角度分布の data を再現するように定められた。Schrödinger 方程式

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_T(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}) \quad (7)$$

における optical potential は

$$V_T(\mathbf{r}) = V_c + V_o f(\mathbf{r}) + W_o g(\mathbf{r}) + \left(\frac{\hbar}{M_p C} \right)^2 \frac{V_s}{r} \frac{d}{dr} f(r) (l \cdot \sigma) \quad (8)$$

を採用した。ただし

$$f(r) = \left[1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right) \right]^{-1} \quad (9)$$

$$g(r) = \exp\left[-\left(\frac{r-R_0}{b}\right)^2\right] \quad (10)$$

V_c は Coulomb potential である。 V, W およびその他の parameter の大体の目安は PEREY¹²⁾, HODGSON¹³⁾ の論文や、われわれの ^{63}Cu , ^{65}Cu 弾性散乱¹⁴⁾ の経験から

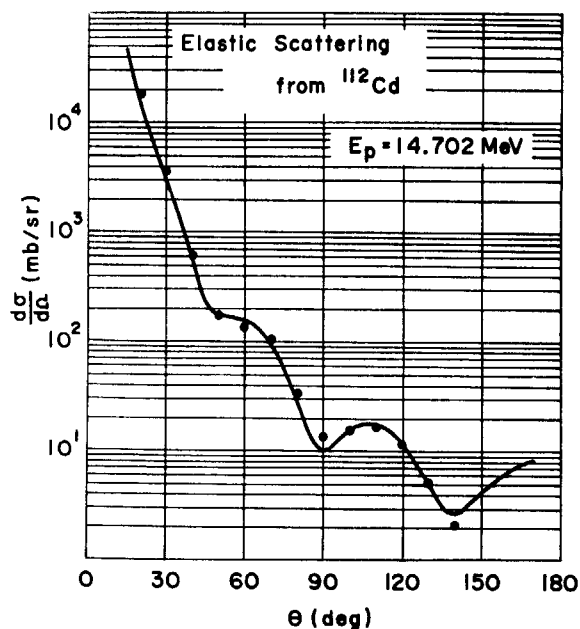


Fig. 3 Angular distribution for elastic scattering from ^{112}Cd . The solid curve is the optical model calculation. [KOIKE M.: Nucl. Phys., A 98 209 (1967)]

$$V = 46.7 - 0.32 E_p + \frac{Z}{A^{1/3}} \text{ MeV} \quad (11)$$

$$W \propto \sqrt{E_p} \quad (12)$$

等を参考にした。Fig. 3 に実験および計算の実例をあげておく。また定められた optical-model parameter を TABLE 1 にまとめておく。なお最近 imaginary potential に gauss 型より Woods-Saxon の微分型が多く用いられてきているので最近なされた実験 ^{110}Cd , ^{114}Cd の解析では (10) 式の代わりに

$$4a \frac{df(r)}{dr} = \frac{4 \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right) \right]^2} \quad (13)$$

が使用されている。計算はすべて“INS-SCAT”¹⁵⁾ code を用いてなされた。

4.2 非弾性散乱

一般に散乱の differential cross section $d\sigma/d\Omega$ は transition amplitude T を用いて次のように与えられている¹⁾。

TABLE 1. Optical model parameters adjusted in the calculation.

Nucleus	$E_p(\text{MeV})$	$-V_o(\text{MeV})$	$-W_o(\text{MeV})$	$-V_s(\text{MeV})$	$r_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$	$b(\text{fm})$
^{60}Ni	55	36.3	10.2	4.0	1.25	0.65	1.06
^{110}Cd	55.03	36.0	9.0	7.0	1.25	0.65	—*
^{112}Cd	14.702	54.0	11.0	7.0	1.25	0.65	1.3
^{114}Cd	55.16	37	9.0	7.0	1.25	0.65	—*
^{116}Sn	14.694	52.3	14.0	7.0	1.25	0.65	1.06
^{120}Sn	14.698	52.3	15.0	0.0	1.25	0.65	1.3

* The Woods-Saxon derivative type was used for the absorption potential.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{2I_A+1} \sum_{M_A M_B} |T_{fi}|^2 \quad (14)$$

ただし I, M は nuclear spin とその z -component, k は wave number で suffix は A (a, b) B の process に対応させてある. さらに T は DWBA では

$$T \propto \int \chi_b^{(-)*}(\mathbf{r}; \mathbf{k}_b) \langle I_B M_B | V | I_A M_A \rangle \chi_a^{(+)}(\mathbf{r}; \mathbf{k}_a) d\mathbf{r} \quad (15)$$

の如く表わされる. ここで distorted wave $\chi(\mathbf{r}; \mathbf{k})$ はすでに定められた optical-model parameter を含む (7) 式をみたすように定められる. Nuclear matrix element $\langle I_B M_B | V | I_A M_A \rangle$ における interaction V は vibrational model にしたがって表わす. すなわち非弾性散乱は原子核の表面振動によって引き起こされると仮定する. Target nucleus の中心より表面までの距離 $R(\mathbf{r})$ は (1) 式の如く書けるから, これに対応する potential は核半径 R_0 のまわりで展開すると, first order では

$$V(\mathbf{r}-R(\mathbf{r})) = V(\mathbf{r}-R_0) - 4R \frac{dV}{dr} \quad (16)$$

となる. この第1項は spherical potential で弾性散乱を引き起こす相互作用に対応する.

今 first order の 2^l -pole excitation, すなわち spin $I_B=l$ の single-phonon excitation の例をみると, その時の相互作用 $V^{(1)}$ は次のようになる.

$$V^{(1)} = 4R \frac{dV}{dr} = R_0 \sum_m a_{im}^* Y_{lm}^* \frac{dV}{dr} \quad (17)$$

a_{im}^* は phonon の creation operator で, spin 0 の ground state に a_{im}^* を作用すると $\sqrt{\hbar\omega_l/2C_l}$ なる phonon を1コ生ずる. すなわち

$$\sum_m a_{im}^* |n=0, I_A=0\rangle = \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2C_l}} |n=1, I_B=l\rangle \quad (18)$$

ここで n は phonon の数である. また ground state の nuclear potential を Woods-Saxon 型とすれば, この相互作用の radial part は

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V_0}{a} \frac{\exp\left(\frac{r_0-R_0}{a}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)\right]^2} \quad (19)$$

となる. 結局この excitation の transition amplitude は積分計算の結果

$$T_l^{(1)} = \frac{V_0 R_0}{a} \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2C_l}} \sum_m \beta_{lm}(\theta) \quad (20)$$

の形にまとめられる. したがって cross section (14) 式は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2I_B+1}{2I_A+1} |A_l|^2 \sigma_l(\theta), \quad (21)$$

$$A_l = \frac{V_0 R_0}{a} \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2C_l}} \quad (22)$$

$$\sigma_l(\theta) = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_b}{k_a} \left|\sum_m \beta_{lm}(\theta)\right|^2 \quad (23)$$

となる. σ_l は “INS-DWBA 1, 2”⁹⁾ 等によって計算され, V_0, R_0, a はすでに弾性散乱の実験から定められているから, excitation energy (level energy) $\hbar\omega_l$ および cross section $d\sigma/d\Omega$ を測定すれば, 原子核の表面張力による復元力 C_l が決定される. vibrational model においては, この parameter C_l の大きさが直接 transition probability に影響する.

他方偶々核における 2^l -pole single-phonon excitation に対する transition probability は, constant density および sharp surface を仮定すれば次のように表わすことができる²¹⁾.

$$B(El; I_A=0 \rightarrow I_B=l) = (2l+1) \left(\frac{3}{4\pi} Z e R_0^l\right)^2 \frac{\hbar\omega_l}{2C_l} \quad (24)$$

またこれに対応する single-particle excitation による transition probability は

$$B_{sp}(El; I_A=0 \rightarrow I_B=l) = (2l+1) \frac{e^2}{4\pi} \left(\frac{3}{l+3}\right)^2 R_0^{2l} \quad (25)$$

で与えられる²¹⁾. この single-particle unit に対する collective enhancement はこれらの比をとり,

$$\frac{B(El)}{B_{sp}(El)} = \frac{Z^2(l+3)^2}{4\pi} \frac{\hbar\omega_l}{2C_l} \quad (26)$$

で与えられる. ここで先に述べた実験 data の DWBA 解析から決定された C_l および excitation energy $\hbar\omega_l$ の値を用いてこの enhance factor を estimation することができる. 例として ⁶⁰Ni の quadrupole ($\hbar\omega_2=1.3$ MeV) および octupole ($\hbar\omega_3=4.2$ MeV) states について $E_p=55$ MeV 陽子の非弾性散乱の角度分布を Fig. 4 (a), (b) に示しておく. 図中の curve が $l=2$ および $l=3$ に対応する DWBA 計算である. これから得られた enhance factor と電子散乱, Coulomb excitation 等から得られた結果との比較を TABLE 2 に示す. なおこの enhance factor には absolute cross section の実験誤差がそのまま影響してくることから考えれば, 各実験から得られた結果は互に consistent と考えてよい.

Fig. 5 (a), (b) に前章で述べた hexadecapole vibrational state に対応する peak の角度分布を示す. 実験は計算結果である. (23) 式の σ_l を “INS-DWBA” code⁹⁾ で計算し, absolute cross section が実験と合うように復元力 C_l を適当に与えた. この C_l の値から (26) 式を用いて single-particle excitation に対する enhance factor を計算した結果を TABLE 3 にまとめておく. 参考のため各々の核について, 2^+ および 3^- state について得られた結果も一緒に示してある.

Fig. 6 には上で見出された vibrational state を level scheme にまとめてある. 各 level とともに質量数とともにゆっくり変化している様子がよくわかる. これらの $l=4$ で excite された state はこの実験でみる限り quadrupole

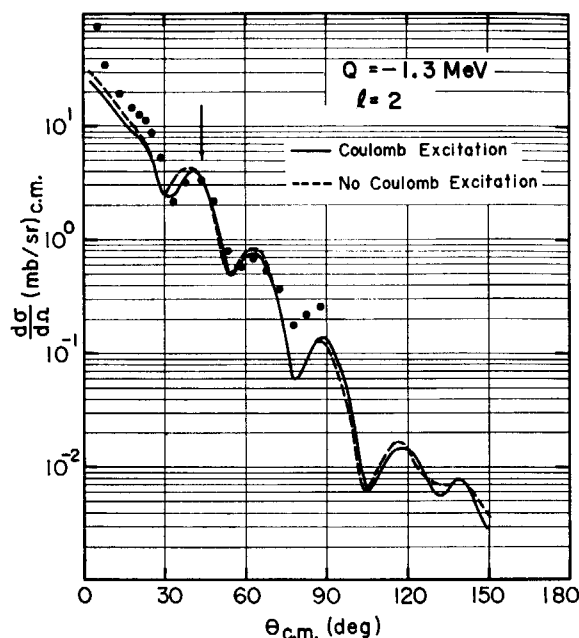


Fig. 4 (a) Inelastic angular distributions of 55 MeV protons for 1.3 MeV excitation in ^{60}Ni . The solid curve shows the $l=2$ DWBA calculation.

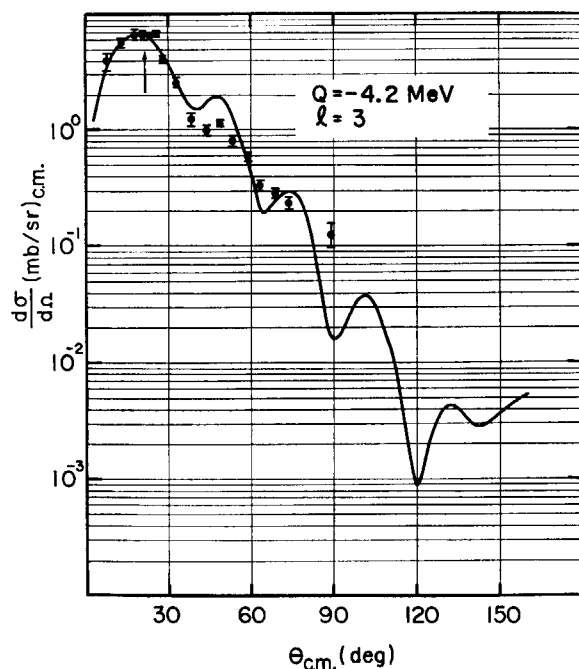


Fig. 4 (b) Inelastic angular distributions of 55 MeV protons for 4.2 MeV excitation in ^{60}Ni . The solid curve shows the $l=3$ DWBA calculation.

および octupole state として知られている 2^+ , 3^- state と定性的には同じ性質をもっている。定量的には vibrational mode が高く、運動が複雑になるにしたがって transition probability がへってゆく。Single particle unit で比較してみても、その enhance factor は l が1 増すごとに約半分位にへっている。

TABLE 2. Comparison of the reduced transition ratio $B(El)/B_{sp}$ for the single-phonon 2^+ and 3^- states of ^{60}Ni .

	1.3 MeV(2^+)	4.2 MeV(3^-)	ref.
55 MeV p	12	8.8	(a)
40 MeV p	15.1	9.3	(b)
14 MeV p	16	12	(c)
43 MeV α	10.1	6.3	(d)
43 MeV α	24.4	5.4	(e)
180 MeV e	17	16	(f)
Coulomb exci	16		(g)

- (a) ref. 4
 (b) FRICKE M. P. and SATCHLER G. R.: *Phys. Rev.*, **139** B 567 (1965)
 (c) SATCHLER G. *et al.*: *Phys. Lett.*, **5** 256 (1963)
 BUCK B.: *Phys. Rev.*, **130** 712 (1963)
 (d) ROST E.: *Phys. Rev.*, **128** 2708 (1962)
 (e) BURGE G. *et al.*: *Phys. Lett.*, **7** 203 (1963); **6** 222 (1963)
 (f) ref. 3
 (g) ANDREYOV D. S. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **19** 400 (1960)

TABLE 3. Reduced transition ratios $B(El)/B_{sp}$ extracted from the inelastic scattering of protons. The values obtained from Coulomb excitation* are shown in parentheses.

Nucleus	E_p (MeV)	State (MeV)	l	I^π	$B(El)/B_{sp}$
^{60}Ni	55	1.3	2	2^+	12
		4.2	3	3^-	8.8
		5.1	4	4^+	5.2
^{110}Cd	55.03	0.66	2	2^+	34 (32)
		2.08	3	3^-	20 (20)
		2.22	4	4^+	7.1
^{114}Cd	55.16	0.56	2	2^+	44 (35)
		1.95	3	3^-	24 (17)
		2.39	4	4^+	10.3
^{112}Cd	14.702	0.60	2	2^+	27 (32)
		1.964	3	3^-	24 (20)
		2.047	4	4^+	4.0
^{116}Sn	14.694	1.285	2	2^+	11
		2.270	3	3^-	16
		2.814	4	4^+	4.0

* McGowan F. K. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **66** 97 (1965)

^{110}Cd の spectrum においては 2.49 MeV peak が非常に高く出ているが、この peak の角度分布は single phonon excitation を仮定した DWBA curve とは全く異った型をしている。 ^{110}Cd , ^{112}Cd では $l=4$ excitation の peak が必ずしも十分大きくはないが、これらの定量的説明は microscopic な立場から考えてゆく必要があるように思われる。

このような higher mode の vibrational state を調べてゆく手段としては、粗い議論しかできないが、p, d, α

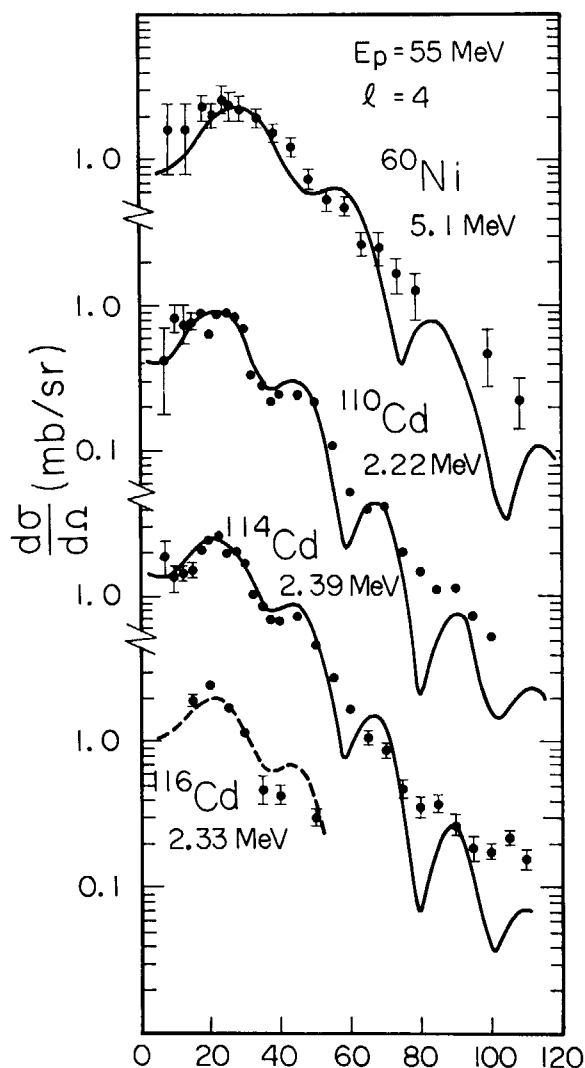


Fig. 5 (a) Inelastic angular distribution of 15 MeV protons reproduced by the $l=4$ DWBA calculation.

...etc の非弾性散乱が最も有利のように思われる。 β - γ spectroscopy は一般に level の詳細を知るのに有効な手段であるが、vibration の mode が高くなるにつれて γ -線の測定が困難になってくる。結局 ground state 以外の level への decay を測定して「collective state としての性質がどのようにくずれているか」といった立場から調べてゆくことになる。電子散乱は原理的にはよい手段といえるが energy が低いと角度分布に diffraction pattern がほとんど現われず (qR が小さいため)、解析が困難となり、energy が高くなると分解能の点で困難となる。heavy ion を使用できれば Coulomb excitation は強力な武器となり得る。Coulomb barrier が著しく高く、核内に入りこめないような大きな電荷をもつ粒子を高い energy で加速すれば、存在する single phonon state はぞくぞく現われるかも知れない。最近 ^{16}O の 50 MeV beam を用いて Cd 領域の 3^- state を測定したすぐれた実験がある。 4^+ , 5^- state に対しては

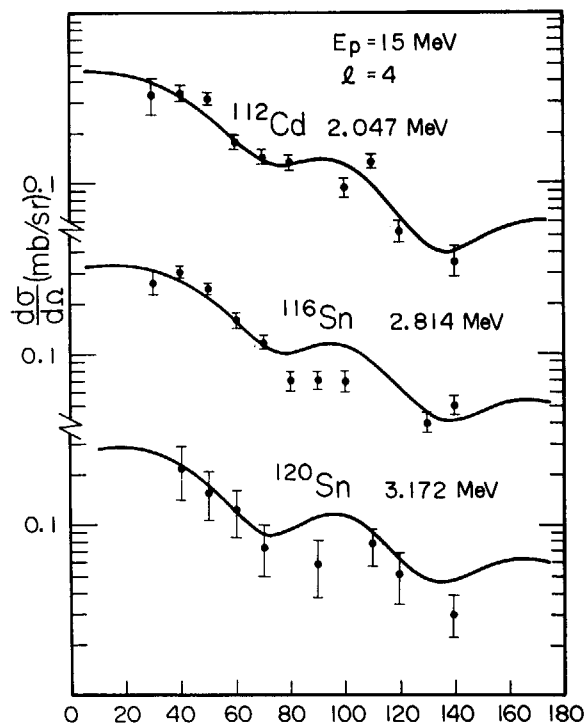


Fig. 5 (b) Inelastic angular distribution of 55 MeV protons reproduced by the $l=4$ DWBA calculation.

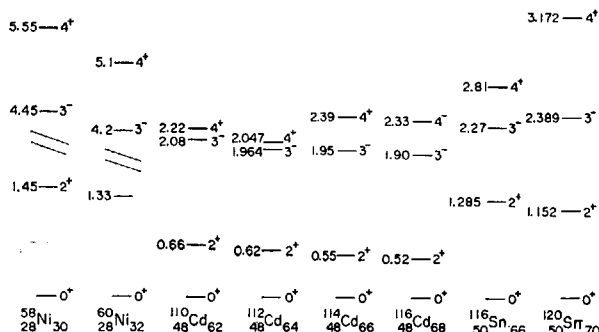


Fig. 6 Systematics for single-phonon states

さらに強力な beam が必要となる。

しかし、そのような実験でいくらかでも高い mode の vibrational state が見出されるかどうかは問題である。Excitation があまり高くなってくると原子核もいつまでもゆっくりした集団運動ではおさまらなくなり、次第に particle excitation が主役を演ずることになるであろう。最後に 5^- state については (p, p') では ^{40}Ca の 4.5 MeV state¹⁰⁾, ^{90}Zr の 2.315 MeV state¹¹⁾ が非常に強く excite されいづれも角度分布は $l=5$ DWBA curve とよく合う。これらの核はいずれも double closed shell 核でいわゆる「かたい」核として知られているものであることも興味ある。

この report における実験は筆者の外、野中到、松田一久、佐治淑夫、石崎可秀、八木浩輔、江尻宏泰、小亀淳、武谷汎、上坪宏道、栗屋容子、和田雄、中村轟、諸氏の協力によりなされたものである。最後にいろいろ有意義な議論をしていただいた坂井光夫氏に感謝する。

文 献

- 1) SATCHLER G. R. : *Nucl. Phys.*, **55** 1 (1964)
- 2) ALDER K. *et al.* : *Rev. Mod. Phys.*, **28** 432 (1956)
- 3) CRANNEL H. *et al.* : *Phys. Rev.*, **123** 923 (1961)
- 4) KOIKE M. *et al.* : *J. Phys. Soc. Japan.*, **21** 2103 (1966)
- 5) KOIKE M. and MATSUDA K. : *Japan. J. Appl. Phys.*, **5** 153 (1966)
- 6) MATSUDA K. *et al.* : *Nucl. Instr.*, **53** 82 (1967)
- 7) YAGI K. : *Nucl. Instr.*, **52** 29 (1967)
- 8) UDAGAWA T. *et al.* : Institute for Nuclear Study Report INS PT-8 (1965) (in Japanese)
- 9) KAWAI M. *et al.* : Institute for Nuclear Study Report INS PT-9 (1965) (in Japanese)
- 10) YAGI K. *et al.* : *Phys. Lett.*, **10** 186 (1964)
- 11) MATSUDA K. *et al.* : *J. Phys. Soc. Japan.*, **22** 1311 (1967)
- 12) PEREY F. G. : *Phys. Rev.*, **131** 745 (1963)
- 13) HADGSON P. E. : The optical model of elastic scattering (Oxford University Press. London, 1963)
- 14) KOIKE M. *et al.* : *J. Phys. Soc. Japan*, **20** 679 (1965)

11. Isobaric Analogue Resonance を用いた中重核領域の核構造

李 相 茂*

11. Nuclear Structure in the Intermediate Mass Region by Using Isobaric Analogue Resonance

S. M. LEE*

The characteristics of Isobaric Analogue Resonance on the study of nuclear structure are briefly reviewed. The possibility of finding pure collective states in the compound system as isobaric analogue resonances is discussed when we choose the even-odd target nuclei.

1. Isobaric Analogue Resonance (I. A. R) の特徴

1961 年 ANDERSON, WONG¹⁾ らによって (p, n) 反応を用い重い核で isobaric analogue state の発見がなされた。その後, charge exchange reaction で optical potential に $U_1/A(t \cdot T)$ の項を入れた DWBA 解析が行なわれ, その角分布への影響が調べられている。

1964 年 FOX, MOORE and ROBSON²⁾ らによって ^{88}Sr (p, n) (p, p), ^{89}Y (p, n) (p, p) 反応で I. A. R が発見され, 複合核の高い励起状態に analogue state が良い量子数として存在することが実証された。その後, 主として $A \sim 90$ 附近また closed shell 近傍での single particle state が (d, p) 反応との対応において精力的に調べられ

た³⁾。加速器はビームのエネルギー分解能が良く, かつ細かに可変であるバンデやタンデムが最も適している。

結論として, I. A. R の特徴をうまく生かすと (d, p) 反応で不確定であったものが明らかになるので, これを有力な核構造の研究手段として使うことができる。I. A. R の最大の特徴は複合核の resonance を見て, それを鏡として parent 核の低い励起状態が調べられることである (Fig. 1)。さらに一度 compound の analogue の性質が良く分るとそれを利用して, (p, p) を使って target 核の性質を⁴⁾, (p, n) のスペクトルを分解能良く測定して (p, n) の residual 核の性質⁵⁾ を詳しく調べることもできる。以上の如く I. A. R の実験においては, ターゲットを一つ選んで常時 4 つの核 (Fig. 1) を頭に浮べて研究できる。

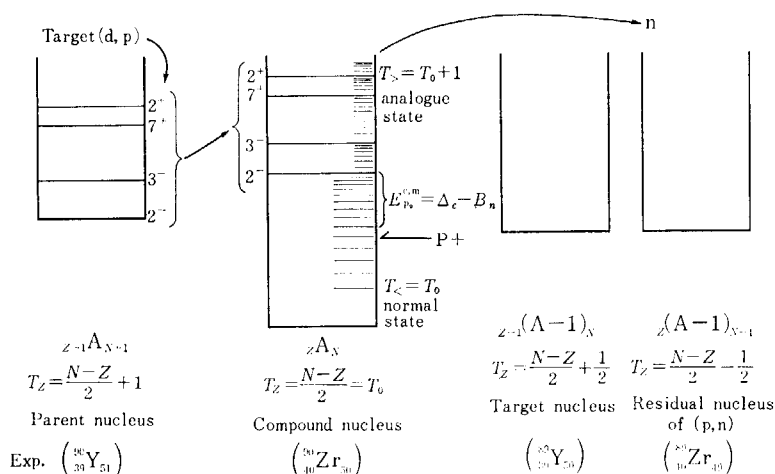


Fig. 1 Graphical description of isobaric analogue resonance.

* 東北大理 Tohoku University

さて、鏡となる対応関係は次の式で与えられる。まず ground state の analogue が出る $E_{p_0}^{c.m.}$ は、

$$E_{p_0}^{c.m.} = \Delta_c - B_n \quad (1)$$

ここに Coulomb displacement energy $\Delta_c = 1.44Z/A^{1/3} - 1.10$ (MeV) は ± 100 keV で実測値とほぼ一致する。 B_n は target (d, p) 反応の Q_{dp} value から求められる。 $B_n = B_d + Q_{dp} = 2.22 + Q_{dp}$ (MeV)。

次に, target (p, p) 反応の l_p と target (d, p) 反応の l_n は、

$$l_p = l_n \quad (2)$$

また reduced width は

$$\gamma_p^2 = \gamma_n^2 / (2T_0 + 1) \quad (3)$$

の関係がある。

われわれは、以上 (1), (2), (3) の 3 つの関係式をよりどころとして parent 核の low lying state を調べるわけである。

次に I. A. R を (d, p) 反応と比較して有利な点, 不利な点を見てみよう。

I. A. R の有利な点

- ① (d, p) 反応とは異なり l_p が核反応メカニズムに independent に決まる。
- ② ΔE_p (p ビーム + target の厚さによるエネルギー分解能) を fine にすることにより、 ~ 20 keV 程度の doublet が分けられる⁶¹⁾。
- ③ l_p を決定するのに角分布の必要なし。約 3 つの θ で (p, p) elastic を測定すれば、 $\sigma(\theta) = \sigma(\theta)_{\text{coul}} + \sigma(\theta)_{\text{res}} + \sigma(\theta)_{\text{int}}$ の式で、 $\Gamma, \Gamma_p, l_p, j, E_r$ を parameters (すべて物理量) にして l_p, j が決まる。 E_r は (p, p') あるいは (p, n) で決めることもできる。
- ④ j の決定は (d, p) よりはっきり決められることがある。ただし target spin は 0 あるいは 1/2 で高くない方がよい。

I. A. R の不利な点

- ① 実験を主として Coulomb barrier 以下でやらねばならぬので測定範囲は自ら限定される ($E_p \leq E_c$)。一般的にいて、 $E_p > E_c$ では $T < \text{normal state}$ が出てきて、また $T > \text{analogue state}$ の density も混んでくるので cross section は fluctuation になる。
- ② 測定領域が $E_p \leq E_c$ のため、 l_p が大きいものや S -factor の小さいものは見え難くなる。例えば、 ^{92}Mo (p, p) の実験⁶⁾ において $E_{p_0} = 4.36$ MeV, $l_p = 2$, $E_c = 8.45$ MeV は観測されなかった。
- ③ $E_{p_0} = \Delta_c - B_n < 0$ の時は ground state 近傍は原理的に測れない。これらの事情は軽い核で起り、この場合 parent 核の少し高い励起状態が研究の対象となる⁹⁾。

2. Collective state を compound に見出す可能性 (target : even-odd 核)

今までほとんどの実験で target は even-even 核が選ばれた。それは次の理由による；① target spin 0 の方が解析は容易である。② even-even 核は自然界に多数存在し、それを用いた (d, p) 反応も多くやられている。

しかし、even-even 核を target として選んだ時は、even-odd のそれより B_n が小さくなるので $E_{p_0} = \Delta_c - B_n$ は高くなり (TABLE 1), 中重核から重い核はタンデムの独壇場である。ところが even-odd 核を選べば、低エネルギー・バンデグラフで中重核を充分対象範囲に入れることができる (TABLE 2)。

TABLE 1 Differences of E_{p_0} in the even-even and even-odd nucleus for Mo isotopes.

	$^{94}_{42}\text{Mo}$	$^{96}_{42}\text{Mo}$	$^{98}_{42}\text{Mo}$	$^{100}_{42}\text{Mo}$	$^{102}_{42}\text{Mo}$
E_{p_0}	4.96	3.00	5.38	3.79	6.14
B_n	7.37	9.16	6.83	8.29	5.91

(MeV)

また物理的には、compound は $\text{odd}A_{\text{odd}}$, parent 核は $\text{even}A_{\text{even}}$ になるので parent 核の $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 2^+$ といった pure な vibration state が compound odd-odd 核の高い励起状態に現われる可能性が出てくる。Target を rotational region で選べば、 $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 4^+$ の回転レベルが odd-odd の compound に出ることになり odd-odd 核の慣性能率 J を測定することになる ($E_{\text{rot}} = \hbar^2 / 2J \cdot I \cdot (I + 1)$)。Odd-odd 核の J を測ることは今のところ他に方法がなく、もしこの回転レベルが測定にかかれば興味がつきない。

Pure な vibration state が見つかる可能性は次の実験が強い示唆を含んでいる。D. L. ALLAN, *et al.*¹⁰⁾ により ^{118}Sn (p, p) (p, p') の実験で面白い事実が見出された (Fig. 2)。

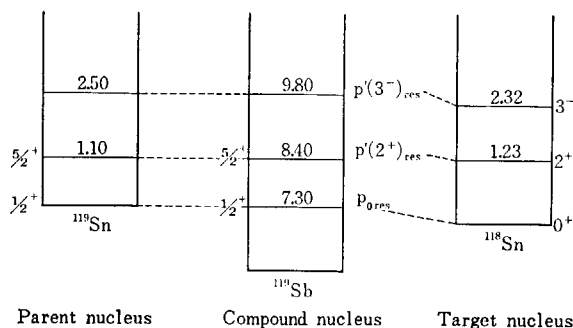


Fig. 2 Collective states in the ^{118}Sn (p, p') reaction

Fig. 2 から明らかな如く、 E_p が $\Delta E_p = E_p(5/2^+) - E_p(1/2^+) \simeq E_{\text{ex}}(2^+ \text{ of } ^{118}\text{Sn})$ になった時 $p'(2^+)$ が強く enhance され、 $p'(3^-)$ についても同様なことが起った。この現象は Sm の isotope について、PAPINEAU, L.

TABLE 2 E_{p0} values in even-odd nuclides for targets in the intermediate-mass region

Target	S	abd (%)	A_c	B_n	E_{p0}	Parent	E_c
$^{47}_{22}\text{Ti}$	5/2 ⁻	7.32	7.70	11.62	-3.92	$^{48}_{22}\text{Ti}$	5.30
$^{49}_{22}\text{Ti}$	7/2 ⁻	5.46	7.58	10.93	-3.35	$^{50}_{22}\text{Ti}$	5.24
$^{53}_{24}\text{Cr}$	3/2 ⁻	9.55	8.12	9.72	-1.60	$^{54}_{24}\text{Cr}$	5.60
$^{57}_{26}\text{Fe}$	1/2 ⁻	2.17	8.62	10.04	-1.42	$^{58}_{26}\text{Fe}$	5.95
$^{61}_{28}\text{Ni}$	3/2 ⁻	1.25	9.13	10.59	-1.46	$^{62}_{28}\text{Ni}$	6.30
$^{67}_{30}\text{Zn}$	5/2 ⁻	4.11	9.51	10.19	-0.68	$^{68}_{30}\text{Zn}$	6.58
$^{73}_{32}\text{Ge}$	9/2 ⁺	7.67	9.92	10.12	-0.20	$^{74}_{32}\text{Ge}$	6.86
$^{74}_{34}\text{Se}$	1/2 ⁻	7.58	10.39	10.48	-0.09	$^{76}_{34}\text{Se}$	7.18
$^{83}_{36}\text{Kr}$	9/2 ⁺	11.55	10.79	10.51	0.28	$^{84}_{36}\text{Kr}$	7.45
$^{87}_{38}\text{Sr}$	9/2 ⁺	7.02	11.25	11.12	0.13	$^{88}_{38}\text{Sr}$	7.77
$^{91}_{40}\text{Zr}$	5/2 ⁺	11.23	11.70	8.68	3.02	$^{92}_{40}\text{Zr}$	8.08
$^{95}_{42}\text{Mo}$	5/2 ⁺	15.70	12.16	9.16	3.00	$^{96}_{42}\text{Mo}$	8.38
$^{97}_{42}\text{Mo}$	5/2 ⁺	9.45	12.08	8.29	3.79	$^{98}_{42}\text{Mo}$	8.33
$^{99}_{44}\text{Ru}$	5/2 ⁺	12.70	12.58	?	?	$^{100}_{44}\text{Ru}$	8.68
$^{105}_{46}\text{Pd}$	5/2 ⁺	22.20	12.93	9.41	3.52	$^{106}_{46}\text{Pd}$	8.93
$^{111}_{48}\text{Cd}$	1/2 ⁺	12.75	13.27	9.29	3.98	$^{112}_{48}\text{Cd}$	9.18
$^{111}_{48}\text{Cd}$	1/2 ⁺	12.26	13.20	9.04	4.16	$^{114}_{48}\text{Cd}$	9.13

et al.¹¹⁾ によってより系統的に調べられ確証された。これは target core が励起された phonon+quasi-particle state が analogue で現われたことを示している。もっとも (p, n) 反応では, even-odd の target で (1) 式の A_c の関係から phonon-state が RICHARD, P. et al.¹²⁾ により ^{117}Sn (p, n), ^{119}Sn (p, n) で出されたといえるが, (p, p) や (p, p') では測られなかった。

Even-odd の target では副産物として次のようなものもある。Ground state の analogue は必ず 0^+ が出ることを利用して KIM, H. J. et al.⁵⁾ によって (p, n) 反応は, せいぜい今まで Coulomb displacement energy A_c の定決や I. A. R の mechanism で問題にされていたのに対し, 核構造の研究手段としても有用であることが示された。すなわち ^{119}Sn (p, n) ^{119}Sb 反応で n のスペクトルを $\theta=90^\circ$ で T-O-F を使って取り, ground の analogue 0^+ の on resonance と off resonance でその crosssection を比較した (Fig. 3)。その enhancement は $\Delta\sigma = (\sigma_{\text{on res}} - \sigma_{\text{off res}})_{\theta=90^\circ} \propto S(l, j) P_l(E_n)$ で表わされ, ここに $S(l, j)$ は strength function であり, $P_l(E_n)$ は n の penetration factor である。いま 2 つの n の group で l, j が等しければ $\Delta\sigma'/\Delta\sigma = P_l(E_n')/P_l(E_n)$ となり, この関係を用いて ^{119}Sb の幾つかのレベルの j^π が決定された。

以上小論ではあるが, I. A. R を使って中重核領域の核構造を調べる特徴をのべてみた。従来, β - γ , 非弾性散乱, Coulomb excitation, (d, p) などが主なこの領域の研究手段であったがそれぞれ長短があり, 今後 I. A.

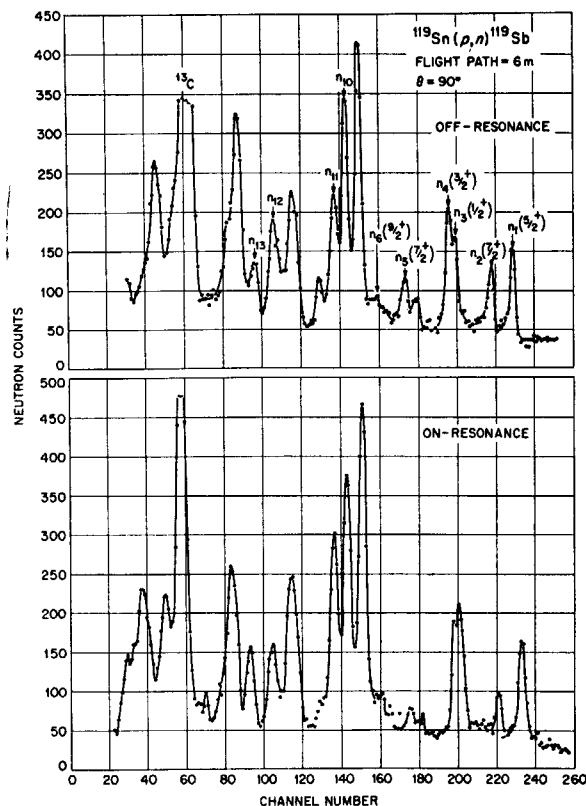


Fig. 3 Neutron time-of-flight spectra. The flight time increases with increasing channel number.

R はこれら短所を補って新しい情報を提供してゆくものと確信する。

文 献

- 1) ANDERSON and WONG: *Phys. Rev. Lett.*, **7** 250 (1961)
- 2) FOX *et al.*: *Phys. Rev. Lett.*, **12** 198 (1964)
- 3) ROBSON D.: "Isobaric Spin In Nuclear Physics"
Ann. Rev. Nucl. Sci. p. 119 (1966)
Conf. Isobaric Spin (1965)
- 4) MOORE C. F. *et al.*: *Phys. Lett.*, **22** 616 (1966)
- 5) KIM H. J. *et al.*: *Phys. Rev. Lett.*, **19** 325 (1967)
- 6) VOURVOPOULOS G. and FOX, J. D.: *Phys. Rev.*, **141** 1180 (1966)
- 7) ALLAN D. L. *et al.*: *Phys. Lett.*, **21** 197 (1966)
- 8) MOORE C. F. *et al.*: *Phys. Rev.*, **141** 141 (1966)
- 9) ENDT P. M. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **A100** 316 (1967)
WALINGA J. *et al.*: *Physica*, **34** 345 (1967)
KATORI K. *et al.*: *J. Phys. Soc. Japan*, **22** 35 (1967)
- 10) ALLAN D. L. *et al.*: *Phys. Lett.*, **17** 56 (1965)
- 11) PAPINEAU L. *et al.*: *Phys. Lett.*, **21** 442 (1966)
- 12) RICHARD P. *et al.*: *Phys. Rev.*, **145** 971 (1966)

12. 変形核の八重極振動と Y_3 変形

山 崎 魏*

12. Octupole Vibration of Deformed Nuclei and Y_3 -Deformation

TAKASHI YAMAZAKI*

Energy levels of ^{20}Ne , especially experimental informations on octupole b - and g -vibrational band and Y_3 -deformational band of ^{20}Ne , are reviewed. It is interesting to investigate systematically the coexistence of particle 3^- states and hole 3^- states in the even-even nuclei.

1. ^{20}Ne の energy 準位

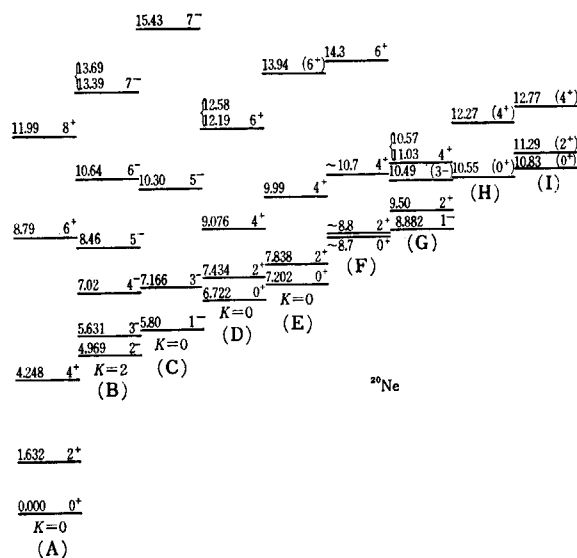
陽子・重陽子・ α 粒子の非弾性散乱等で、偶偶核では 3^- 準位が強く励起されることが知られており、これらのうちで低い励起 energy のものは八重極振動によるものとして説明されている。偶偶核の八重極振動準位 (3^-) は球形核では 1 つ、変形核では $K=0, 1, 2, 3$ の 4 つあることが期待される。重い変形核では重陽子の非弾性散乱で 4 個の 3^- 準位が見出されているが、軽い変形核 (sd 殻領域) では現在のところ 3^- 準位は 1 ないし 2 個しか見出されていない。これらの変形核の 3^- 準位がどの K の band に属するかは、まだほとんどわかっていない。八重極振動準位の band で高 spin 準位まで見出されているのは数少ないが、たとえば ^{20}Ne では $K=0^-$ と $K=2^-$ の 2 つの band がともに 7^- までわかっており、 ^{182}W では $K=2^-$ の band が 7^- までわかっている。このように八重極振動準位の比較的良好にわかっている原子核として ^{20}Ne をとりあげることにする。

^{20}Ne の rotational band は、励起 energy が $\sim 13 \text{ MeV}$ 以下のところは Chalk River で $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$ 反応によってくわしく調べられており¹⁾、さらに 20 MeV までは Florida で $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$ の励起関数および角度分布から複合核 ^{20}Ne が調べられている²⁾。最近、阪大では $20\sim 24 \text{ MeV}$ の α 粒子を用いて、 $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$ で基底状態や低い励起状態に対する α 粒子の角度分布の測定や、 $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$ で複合核 ^{20}Ne の高い spin 準位をさがす実験を行なっている³⁾。

^{20}Ne の rotational band をまとめると Fig. 1 のようになる¹⁾。A band が $K=0^+$ の基底 band で、 8^+ まで

みつかっている。B band は $K=2^-$ の g -振動 band, C band は $K=0^-$ の b -振動 band で、ともに八重極振動 band である。D band と E band はともに $K=0^+$ で、このどちらかが β -振動 band であろう。 ^{20}Ne では、 γ -振動 band や $K=1^-, 3^-$ の八重極振動 band はまだみつかっていない。F band は準位幅が $\sim 800 \text{ keV}$ と広いので、energy 値はまだ正確にはきめられていない。阪大の $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$ の実験では、この F band に属する準位は見出せなかった³⁾。F band は他の A $\sim$ E band にくらべて準位幅が広いことから、かなり性質の違う band で、 β_0 が異なるのかも知れない。

G band は $1^-, 2^+, 3^-, 4^+$ から成る。原子核が pear shape (Y_3 変形) をしていればこのような spectrum が

Fig. 1 Level scheme of ^{20}Ne

* 阪大理 Osaka University

あらわれるが、この G band の偶 parity 状態と奇 parity 状態とが、それぞれが別の rotational band に属するか、全体で一つの rotational band に属するかは、準位の energy 値だけではわからない。KUEHNER-ALMQVIST は奇 parity 状態を見出していないので、偶 parity 状態のみで 1 つの rotational band にしている¹⁾のに対して、HUNT-MEHTA-DAVIS は偶 parity 状態と奇 parity 状態の両方を含む一つの rotational band を考えている。もしもこの G band が偶 parity 状態のみによるものとするれば、 γ 振動準位の可能性がある。このような Y_3 変形の band が他の変形核にもあらわれるか否かは興味あることである。G, H, I band の存在はまだ確立されたものではないように思う。

さらに上の energy 準位は、 $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$ で調べられている²⁾³⁾⁴⁾。それらによると ^{20}Ne の励起 energy で 13.3~13.5 MeV のところに 4^+ 、18~20 MeV に 6^+ 、21.5~24 MeV に 7^- の準位がそれぞれ数個見出されている。この energy 領域には $N_\beta=2$ の β 振動 band ($K=0^+$)、 β - b 振動 band ($K=0^-$)、 β - g 振動 band ($K=2^-$) 等があらわれるはずである。 $^{16}\text{O}(\alpha, \alpha)^{16}\text{O}$ で見出された ^{20}Ne の energy 準位はこのような性質のものかも知れない。

2. 八重極振動準位の Systematics

まず ^{20}Ne の g 振動 band ($K=2^-$) と b 振動 band ($K=0^-$) の比較を行なう。非弾性散乱たとえば $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$ では、 g band と b band とは同じように励起され、両 band の 3^- の断面積はほぼ同じである³⁾。 1^- 、 5^- 等は 3^- に比べると断面積が小さい。これらの励起状態は、 α 粒子を放出して ^{16}O の基底状態になるが、その α 粒子換算幅 Γ_α は TABLE 1 に示すように、 g band と b band とでは非常にちがう¹⁾。すなわち、 g band の Γ_α は b band の Γ_α に比べてきわめて小さい。 g band は $1p$ 殻の核子が $2s$ 、 $1d$ 殻へ励起してできた状態 (p hole state) であり、 b band は $2s$ 、 $1d$ 殻の核子が $1f$ 殻へ励起してできた状態 (f particle state) であるとする、 g band は ^{16}O の core がこわれているので、 α 粒子を放出して ^{16}O の基底状態へいく確率は小さい。それに対して、 b band では ^{16}O

の core はそのままこわれていないので、 α 粒子を放出して ^{16}O の基底状態へいく確率が大いことになり、 g band と b band の Γ_α のちがいが説明できる。さらに $^{22}\text{Ne}(p, t)^{20}\text{Ne}$ 反応では、 g band の 3^- の方が b band の 3^- よりも強く励起される⁵⁾。これは (p, t) 反応のような pick up 反応では、hole state の方が particle state よりも強く励起されるためである。

^{24}Mg でも ^{20}Ne と同じことがおこっている。 ^{24}Mg では 7.62 MeV と 8.34 MeV とに 3^- があり、 $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$ では両者は同じ程度に励起されるが、 $^{20}\text{Mg}(p, t)^{24}\text{Mg}$ 反応では下の 3^- の方が強く励起される⁵⁾。このことから、7.62 MeV state が p hole state であり、8.34 MeV state が f particle state であることがわかる。

BROMLEY が sd 殻領域の 3^- 準位を particle state と hole state とにわけてまとめている⁵⁾ので、その結果を Fig. 2 に示す。 sd 殻のはじめの方の質量数 A の小さい原子核では、 ^{16}O の core をこわす hole state の 3^- のみが低くあらわれる。中間の質量数の変形核 (^{20}Ne , ^{24}Mg) では hole state と particle state の 2 つがかなり接近してあらわれる。 sd 殻の終りの質量数の大きい原子核では、 ^{16}O の core はそのままこわれていない particle state の 3^- のみが低くあらわれる。

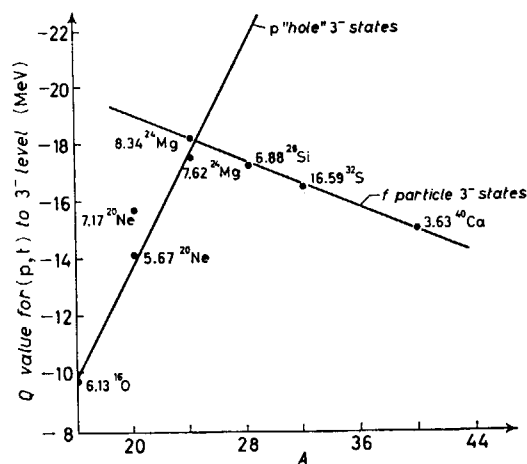


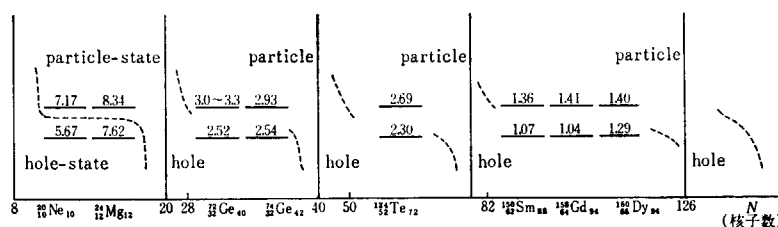
Fig. 2 Systematics of excited energies for 3^- states in the sd shell.

このような事情はもっと重い原子核でも一般に成立つかも知れない。閉殻に近い原子核では、低い励起状態のところには 3^- は 1 個しかあらわれないが、閉殻から遠く離れた変形核では 2 個以上の 3^- が低くあらわれる。また球形であると思われる原子核でも、陽子数または中性子数が閉殻から離れている ^{32}Ge 、 $^{32}\text{Ge}_{12}$ 、 $^{124}\text{Te}_{22}$ では、3 MeV までの低い励起状態のところには 2 個の 3^- があらわれているが (Fig. 3)、この一方が particle state で他方が hole state であると考えることができる。

閉殻の近くでは particle 3^- state か hole 3^- state の一方だけが基底状態近くにあり、閉殻から遠く離れると

TABLE 1 Γ_α -values for octupole vibrational levels of ^{20}Ne

J^π	$\Gamma_\alpha(\text{keV})$	
	g band ($K=2^-$)	b band ($K=0^-$)
1^-	—	$>13 \times 10^{-3}$
3^-	2.5×10^{-6}	8
5^-	< 0.2	150
7^-	< 40	?

Fig. 3 Examples of nucleus with two 3^- octupole vibrational states.

particle 3^- state と hole 3^- state とが基底状態附近に共存し、それが変形核ではそれぞれ b 振動状態と g 振動状態になるという考え方がどの程度正しいかを、実験的に調べることは興味あることである。

それには、まず (p, p') , (d, d') , (α, α') 等の非弾性散乱で八重極振動準位 3^- をさがし、次にそれが (p, t) 反応のような2粒子対 pick up 反応で強く励起される hole 3^- state であるか、または (t, p) 反応や $(^3\text{He}, n)$ 反応のような2粒子対 stripping 反応で強く励起される particle 3^- state であるかを判定すればよい。これらの反応を用いると変形核の $K=0^-, 1^-, 2^-, 3^-$ の4個の 3^- がそれぞれ particle state と hole state のどちらの成分をより多くもっているかを調べることができるかも知れない。なお、球形核において低 energy で接近する2個の 3^- 状態を対相互作用と $Q \cdot Q$ 相互作用か

ら求めることは困難である。

文 献

- 1) KUEHNER J. A. and ALMQVIST E.: *Can. J. Phys.*, **45** 1605 (1967)
LITHERLAND A.E., KUEHNER J. A., GOVE H. E., CLARK M. A. and ALMQVIST E.: *Phys. Rev. Lett.*, **7** 98 (1961)
- 2) HUNT W. E., MEHTA M. K. and DAVIS R. H.: *Phys. Rev.*, **160**, 782 (1967); *Phys. Rev.*, **160** 791 (1967)
- 3) TAKEDA M., KATO S. and YAMAZAKI T.: to be published.
- 4) JODOGNE J. C., MARQ P. C. and STEYAERT J.: *Phys. Lett.*, **2** 325 (1962)
- 5) BROMLEY D. A.: *Nuovo Cimento* (Supplement) **7** 560 (1966)

第 2 部

集 団 運 動 の 理 論

(座長：原田吉之助，吉沢康和，佐野光男)

Part 2

Theory of Collective Motion

(Chairmen : KICHINOSUKE HARADA, YASUKAZU YOSHIZAWA
and MITSUO SANO)

1. 原子核の振動状態

佐 野 光 男*

1. Vibrational States of Nuclei

MITSUO SANO*

The aim of the present article is to discuss problems in the collective vibration of even-even nuclei. First, a brief summary is given of the various theories of the collective oscillation based on the phenomenological models and on the microscopic description in the random phase approximation. Second, a possibility for existence of new nuclear vibrational states is discussed within the random phase approximation. Deviations from the random phase approximation are also considered in the framework of the microscopic theory of the collective excitations of spherical even nuclei. Phonon-phonon, phonon-quasi-particle, and quasi-particle-quasi-particle interactions are obtained by taking into account the difference of a quasi-particle pair operator from a pure boson. They are able enough to reproduce all of the observed orderings of the triplet (0^+ , 2^+ , 4^+) in the excited states. Formulae are also given for the electromagnetic transition matrix elements of the nuclear states. Most of the numerical calculation, which was based on the conventional pairing plus quadrupole force, has been made for ^{114}Cd . Finally the shape parameters β and γ are introduced and collective vibrations of γ -unstable nuclei are discussed.

1. 現象および理論の整理

1.1 現象

中性子の数 N が $24 \leq N \leq 88$ と $114 \leq N \leq 132$ の領域に属する原子核に、振動状態がみられることはよく知られていることである¹⁾. 原子核の表面振動を記述するために、BOHR²⁾ A. は一定密度をもった流体の球を考え、核の表面を表わすのに中心からの距離を極座標で

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left\{ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right\} \quad (1)$$

と書いて、集団座標 $\alpha_{\lambda\mu}$ を導入した. 半径 R_0 の球形の平衡状態の附近で微小振動をおこなっているとするとすべての $\alpha_{\lambda\mu}$ は小さく、そのエネルギーは $\alpha_{\lambda\mu}$ とその正準運動量 $\pi_{\lambda\mu} = B_\lambda \dot{\alpha}_{\lambda\mu}$ の巾級数で展開できる. 高次の項を無視すると、ハミルトニアンは

$$H_s = \sum_{\lambda\mu} \left\{ \frac{1}{2B_\lambda} |\pi_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\} \quad (2)$$

と与えられる. このハミルトニアンは $\omega_\lambda = (C_\lambda/B_\lambda)^{1/2}$ の振動数をもつ調和振動子の集まりを表わしている. $\lambda=0$ は体積変化に、また、 $\lambda=1$ は重心運動に対応するから除かれ、(1) 式の展開は $\lambda=2$ から始まることに

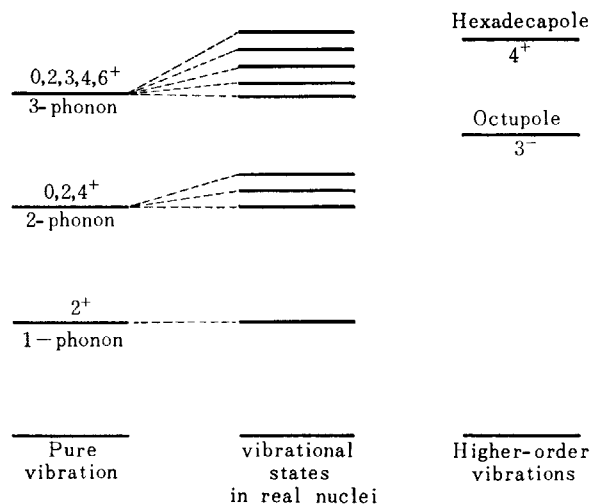


Fig. 1 Schematic vibrational energy-level diagrams of even-even nuclei.

なる. このハミルトニアンを通常の手続きによって量子化すると、調和振動子の量子として角運動量 $\lambda\hbar$ で、エネルギー $\hbar\omega_\lambda = \hbar(C_\lambda/B_\lambda)^{1/2}$, パリティが $(-1)^\lambda$ の phonon が得られる.

Fig. 1 に示されるように、現在まで知られている 1-

* 阪大理 Osaka University

phonon 状態は $2^+, 3^-, 4^+$ についてである。このなかでも 2^+ の性質がもっともよく知られており、偶-偶核の第一励起準位に対応している。そしてこの励起エネルギーの2倍位の所に 2-phonon の状態が、かなり多くの中重核においてみつがっている。このような 2-phonon の状態は、phonon が Bose 統計に従うことから $I=0^+$, $2^+, 4^+$ のみがあらわれる。 $\lambda=2$ の phonon からなる状態間の E2-転移を考えると、E2 を生ずるモーメントは $\alpha_{2\mu}$ に比例するので1個の phonon を作ったり消したりする転移のときのみ可能になり、一体粒子模型の値よりもかなり大きい転移確率を与える。これに対して磁気モーメントは $g_R I$ (I : 角運動量) で表わされるから、期待値以外の非対角行列要素はすべて 0 になり M1-転移はおこらない。

これらの結論は実験事実の本質をかなりよく説明しているようであるが、理想的な振動状態を考えているためにいくつかの不一致点の存在することがよく知られている¹¹⁾。それらを要約すると

(i) 第1励起準位のスピンは $2^+, 4^+$ 、または 0^+ であって、そのエネルギーと第1励起準位のエネルギーとの比は、平均して 2.2 で 1.8 から 2.5 までの値を取る。

(ii) 2-phonon 状態の縮退は解けていて、これらのレベル順位については $(0^+, 2^+, 4^+)$, $(0^+, 4^+, 2^+)$, $(2^+, 0^+, 4^+)$, $(2^+, 4^+, 0^+)$, $(4^+, 0^+, 2^+)$, $(4^+, 2^+, 0^+)$ のすべてが起っている。原子核によっては 2^+ と 4^+ だけで、 0^+ がこの近傍にないということが確められているものもある。これらの順位は $(2^+, 4^+)$ か $(4^+, 2^+)$ である。

(iii) γ -線放出による転移確率は

$$B(E2: 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 1 \sim 2$$

$$B(E2: 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 0.1$$

$$\sim 0.001$$

$$B(M1: 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) \cong 0.1$$

(iv) 第1励起状態 2^+ の E2 モーメントは、一体粒子模型の値の数倍から10倍位の大きさである。

今日までなされてきた理論面での努力は、ハミルトニアンの中に含まれている質量パラメータ B とポテンシャル・パラメータ C を求めることと、上記の調和振動からのずれを説明することにあつたといえるだろう。以下において、簡単にこれらの努力のあとをふりかえてみることにしよう。

1.2 現象論的模型

振動の非調和性を説明するために提案された模型は、2種類に大別することができる。一つはこの現象をあくまで集団運動の枠内で扱おうとするものであり、他は集団運動と一体運動とを関連させて扱おうとするものである。前者が WILETS-JEAN⁹⁾ に始まり、後者が GOLD-

HABER-WENESER¹⁰⁾ に始まるということとはよく知られている。問題がスペクトルの調和型からのずれを説明することであるから、当然考えられるべき数学的な処法は、集団運動を記述するハミルトニアンの中に適当な非調和項を導入するということである。そして種々の模型の違いは、どのような非調和項を導入するかによって決まる。

WILETS-JEAN⁹⁾ が、核は有限の β -変形をもっと考え、 β -ポテンシャル $\frac{1}{2} C \beta^2$ を $\frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2$ にかえたのは $-C\beta\beta_0$ という非調和項を導入したことに等しい。しかしこの模型では、 $(2_2^+, 4_1^+)$ は縮退していて 0_2^+ だけが低いところへ出る。また、M1-転移と cross-over transition は消える。

彼らの取った非調和項は軸対称からのずれを表わすパラメータ γ を含まず、変形のパラメータ β についてある β_0 で極小になるようなポテンシャルを用いたが、 γ -dependent な非調和項を導入すれば 2_2^+ と 4_1^+ の縮退を解くことができる。TAMURA-KOMAI⁹⁾ はこの線に沿って

$$\frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2 + k_1(\beta - \beta_1) \cos 3\gamma \quad (3)$$

の形のポテンシャルを用いて ^{114}Cd の第二励起状態のエネルギー・レベルを計算した。得られたレベルの順位は $E(2_2^+) < E(4_1^+) < E(0_2^+)$ である。ここで k_1, β_1 は(3)式の第2項の大きさを決定するパラメータである。

WILETS-JEAN や TAMURA-KOMAI の模型において考えられた非調和項はすべてポテンシャル・エネルギーに関するものであった。しかし運動エネルギー部分にも非調和項がないという保証はないわけで、KERMEN-SHAKIN⁶⁾ がこの種の項を導入した。彼らの本質的な考え方は、初期の Bohr 模型でスカラー量として導入された B や C をテンソル量に拡張して、

$$B \rightarrow B_{\mu\nu} = (-)^{\mu} \delta_{\mu\nu} B + (2\mu 2\nu | 2 - \lambda) (-)^{\lambda} \alpha_{\lambda} B'$$

$$C \rightarrow C_{\mu\nu} = (-)^{\mu} \delta_{\mu\nu} C + (2\mu 2\nu | 2 - \lambda) (-)^{\lambda} \alpha_{\lambda} C'$$

とすることにある。 B, C, B', C' はスカラー量で、 B', C' が B や C に比較して十分小さいとして展開して得られる非調和項は

$$-\frac{B'}{\alpha' B} \sqrt{\frac{7}{2}} (-)^{\mu} (2\mu_1 2\mu_2 | 2 - \mu) \pi_{\mu_1} \pi_{\mu_2} \alpha_{\mu} \\ + \frac{\hbar\omega C'}{(\alpha')^2} \sqrt{\frac{7}{2}} (-)^{\mu} (2\mu_1 2\mu_2 | 2 - \mu) \alpha_{\mu_1} \alpha_{\mu_2} \alpha_{\mu} \quad (4)$$

となる ($\alpha' = \sqrt{\hbar\omega/C}$)。彼らは球形核 ^{62}Ni についてこの項の影響を調べ、適当にパラメータの値をえらぶことによってレベルの説明ができることを見出した。特に 2-phonon 状態について $E(2_2^+) < E(0_2^+) < E(4_1^+)$, $E(0_2^+) < E(2_2^+) < E(4_1^+)$ および $E(0_2^+) < E(4_1^+) < E(2_2^+)$ の3種類の違ったレベルの順位を得ることが可能ながわかった。これは他の模型に比べて変化にとんだ結果を与えることになり、その意味でこれを見つけたことは大きな意義がある。しかし最大の欠点はパラ

メータ決定の手段をもたないことである。テンソル量として考えられる質量パラメータのもっと一般的な型は最近 KUMAR-BARANGER⁷⁾ によって研究されている。

次に集団運動と一体粒子の相互作用は非調和項としてどのような影響をもつかを、GOLDHABER-WENESER⁴⁾ のやり方にもとづいて述べてみよう。彼らは $(f_{7/2})^4$ 配位にある核子が集団振動と次のような相互作用をしている場合を考えた。

$$-\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2C}} \sum_i k(r_i) Y_{2\mu}(\theta_i, \phi_i) (Q_{\mu} + (-)^{\mu} Q_{-\mu}^{\dagger}) \quad (5)$$

$Q^{\dagger}$, Q は phonon を作ったり消したりする演算子であり、 (r_i, θ_i, ϕ_i) は核子の座標を表わす。3-phonon の状態まで考慮に入れて Tamm-Dancoff 近似で計算すると、2-phonon 状態の縮退は解け、レベルの順位は低い方から 4_1^+ , 2_2^+ , 0_2^+ となる。また、 $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ 転位の M1-成分とか cross-over transition も消えないで残る。

RAZ⁸⁾ はさらに 2 個の核子間に働く力

$$3\hbar\omega D(3 - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)) \exp(-r^2/r_0^2) \quad (6)$$

を考慮し、GOLDHABER-WENESER と同じような計算を $(f_{7/2})^2$ について行なった。彼の計算では、phonon の励起による 2^+ の他に粒子の励起による 2^+ が存在し、これらが (5) および (6) 式で与えられる相互作用で結合する。GOLDHABER-WENESER では粒子の 2^+ の励起エネルギーを $3\hbar\omega$ と大きく仮定しているため、だいたいの様子は純粋な振動状態に近いものであるのに対し、後者では $\hbar\omega$ 程度と仮定しているために相当ずれている。また 2 体力の影響によって、エネルギー準位の様子も大きく変わっている。

これらの模型が予言できる 2-phonon 状態に対するエネルギー準位の様子は Fig. 2 に示されている。これらの模型に共通している欠陥および提起された問題点を以下に整理してみよう。まず第一にいええることは、調和あるいは WILETS-JEAN のように非調和振動を出発点とし、その上で新しく導入した相互作用項が妥当なものかどうかということである。例えば、TAMURA-KOMAI によって導入された γ -dependent な項が、どうして (3) 式のよ

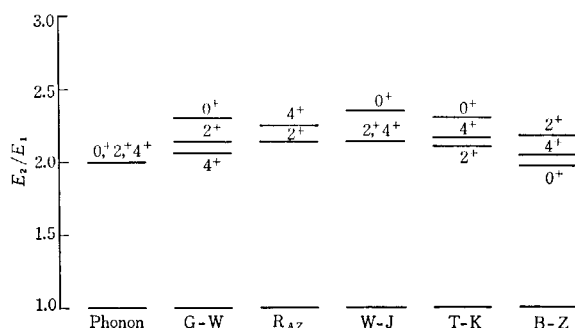


Fig. 2 Possible theoretical spectra for the first 2^+ state. G-W means Scharff-Goldhaber and Weneser model, W-J Wilet and Jean model, T-K Tamura and Komai model, and B-Z Beliaev and Zelevinsky model

うな型でなければならないかという疑問が起るであろう。また GOLDHABER-WENESER や RAZ によって考えられたように、集団運動と粒子の内部運動を分離して考えることにも不確定さがあり、相互作用も (5) や (6) 式によって与えられるとは限らないだろう。

新しく導入した非調和項を摂動的に扱う場合にも問題がある。それは出発点に取る状態の phonon の数をいくつまで取ればよいかということである。たとえば Kerman-Shakin によって導入された相互作用について考えてみよう。正準座標 α, π を phonon の演算子で書くと、(4) 式は 3 個の phonon 演算子の積でかける。すなわち、それは 1 個の phonon の数の違った状態と、3 個違った状態間に働く相互作用である。したがって、2-phonon 状態を考える場合にも、これは 5 個あるいは 6 個の phonon 状態と直接間接に結合してその影響は必ずしも小さいとはいえない。事実彼らが triplet states のレベルについて、3 つの違った順位が得られるということを示したのも、この高い phonon 状態のききかたを加減することによって得られたものに他ならない。しかしながら、このような状態の励起エネルギーはかなり高く、内部粒子の励起状態との間に強い相互作用が存在する筈で、したがってこのような高い phonon 状態を考えること自体意味があるかどうかはなほ疑問になる。

このように、これらの模型には多くの難点や不確定さが存在する。それにもかかわらず、一概にだめだと捨てざりがたい良さもあるわけである。現象論的模型によくあるように、極力簡単でそれぞれの特徴をよくとらえ表現しているからである。上述の人々によって、調和振動からのずれを説明するために導入された相互作用の型をまとめると次のようになる。

- 球形核: phonon-phonon, phonon-particle, particle-particle 相互作用
- β -変形, γ -不安定核: β -変数についての非調和項および γ -変数を含む相互作用

原子核の形に無関係に、球形核でも γ -不安定核でも共に集団振動としての性質をもっている。両者の違いがはっきりわかるのは、 β -変形が十分大きくなって、 0_2^+ が 2_2^+ , 4_1^+ からはなれて、より高い励起状態になってしまう場合に限られる。 γ -転移では両者の区別をほとんどつけ難い。集団振動をする原子核では、個々の原子核が (a) か (b) に対応するはずであって、より詳細に研究を進めることによって特徴的な相違をみつけ出すことができるかもしれない。なお、特に強調しておかなければならないことは、一つの模型で 2-phonon 状態のエネルギー準位の順序をいろいろ変えることは非常にむずかしいということである。

1.3 Sawada 近似法とその補正

現象論的模型では、もし実験との一致が得られたとし

でも、導入されたパラメータの数値を第一原理から説明するという問題が残っている。SAWADA によって提唱された Random Phase Approximation (RPA)⁹⁾は、原子核の振動状態の記述に応用され¹⁰⁾、1-phonon 状態の説明に大きな成功をおさめた¹¹⁾。この近似は別に Harmonic Approximation と呼ばれるもので、調和振動を記述する方法である。この成功にともなう、もっと高い phonon 状態の記述にも適用しようという試みも多くの人達によってなされた。しかし RPA にもとづく限り、Bohr の最初の調和スペクトルの理論から導かれるものと全く変りないものである。例えば 2-phonon の励起状態は固有値 $2\hbar\omega$ で、したがって最低の 2^+ 状態のちょうど倍のエネルギーのところに $0^+, 2^+, 4^+$ の triad を得ることになる。1.2 節に述べた現象論のすべてが目的としたものは、この調和スペクトルからのずれであり、われわれの理論が現象論に取って代わり得るためには、このずれを説明し得るようなものでなければならない。

RPA で無視していた項を取入れることは、現象論模型で非調和項を導入したことと同等な意義をもっている。しかし、この非調和項を考慮するのに一定の方法があるわけではなく、かなり多くの違ったやり方が提唱されている。それらをまた大雑把に2通りに大別することができると思う。1つは TAMURA-UDAGAWA¹²⁾ や SAWICKI *et al.*¹³⁾ に代表される方法である。彼らは 2-phonon 以上の高い励起状態を記述するのに、RPA は不適当で悪い近似であるという立場に立っている。したがって、SAWADA 近似での phonon という概念は用いず、2個、4個、……の粒子対に対して連立の運動方程式を作り、それを解くという手のこんだやり方になってしまう。むしろ拡張された殻模型の計算方法といった方がよいかもしれない。やはり原子核の四重極や八重極振動の説明におさめた成功を、そう安々と捨てざるのはしのびないことであろう。この立場は BELIAEV-ZELEVINSKY¹⁴⁾ で、RPA を第一近似として取り非調和項を phonon 演算子であらわすという方法を提唱した。この非調和項は準粒子対の boson (phonon) からのずれを考慮することによって得られる。非調和項を phonon 演算子で展開するという立場は、KERNAN-SHAKIN 提案の現象論模型にちょうど対応している。

一つの模型で 2-phonon 状態のエネルギー準位の順序をいろいろ取ることが如何にむずかしいか、ということはずでに述べた。そのなかでも KERNAN-SHAKIN の模型はもっとも多様性にとんでおり、われわれに実験事実の説明に成功するのではないかという明るい希望を抱かせる。しかし一たび microscopic な計算を試みるや、 $(0_2^+, 4_1^+, 2_2^+)$ の順位が優勢で、これを変えることが如何に困難かを見出すであろう。また、非調和項の大きさも、しばしば摂動計算を許さないほどに大きくなることもある。上述の順位が優勢になるということは、phonon

が Bose 統計に従う演算子であるということと、それらの角運動量の合成からほとんど決定されてしまう。これは phonon-模型の宿命のようなもので、TAMURA-UDAGAWA が早々にこの立場を捨てたのもそれなりの理由があったわけである。

BELIAEV-ZELEVINSKY の非調和項の導出や計算方法を改良することは、MARUMORI *et al.*¹⁵⁾ や SORENSEN¹⁶⁾ また、DO DANG-KLEIN¹⁷⁾ によってなされた。しかしながら、上述の結論を本質的に変えるものでないということができよう。

微視的な見地から非調和項を研究することは、まだ phonon-phonon 相互作用についてしか行なわれていない。こういう意味で、原子核の振動状態の研究はやっと緒についたばかりだといえよう。現象論模型の統一的記述を微視的な見地から行ない、それぞれの模型がよい表わしている特徴がどのような条件のもとに成立つかを調べ、現象の説明をするという大きな問題がわれわれに残されているわけである。

いままで、中重核以上の振動状態の研究には Wigner 型の核力しか使っていない。Bartlett, Heisenberg, Majorana 型の核力が原子核の振動におよぼす影響については、まだ調べられていない。2章において RPA の紹介と、これらの核力の影響について考察を行なう¹⁸⁾。3章で Beliaev-Zelevinsky の方法を用いて、phonon-phonon, phonon-particle, そして particle-particle の相互作用を導出し、それらの性質を調べる¹⁹⁾。4章で β -変形、 γ -不安定核の記述の仕方が述べられる。

2. Sawada 近似による振動状態の記述

Sawada 近似による 2^+ -極振動の記述についてのべよう。そして、今までに知られている $2^+, 3^-, 4^+$ 以外にあり得ると思われる原子核の振動状態について考察を試みることにする。よく知られているように、二体の核力は

$$V(1, 2) = -[V_0 + V_1(\sigma_1 \cdot \sigma_2)]v_s(1, 2) \\ = -\sum_{s=0,1} V_s v_s(1, 2) \quad (7)$$

と書くことができる。ただし

$$V_0 = V_c + V_\tau(\tau_1 \cdot \tau_2) \\ V_1 = V_\sigma + V_{\sigma\tau}(\tau_1 \cdot \tau_2) \quad (8)$$

σ, τ はそれぞれ、スピン、アイソ・スピン演算子である。 $v_s(1, 2)$ は spherical harmonics で展開することができる。簡単化のために、動径部分は separable で次のように書くことができるとしよう。

$$v_s(1, 2) = \sum \theta^{l-\mu}(i^{s+k} w_k(1) T_{\mu}^{(sk:\lambda)}(1)) \\ (i^{s+k} w_k(2) T_{-\mu}^{(sk:\lambda)}(2)) \quad (9)$$

w_k は動径部分で $[(mw_0/\hbar)^{1/2} r]^k$, $T^{(sk:\lambda)}$ はそれ以外の部分で

$$T_{\mu}^{(sk:\lambda)}(i) = \sum_{\nu} (s\nu k\kappa | \lambda\mu) \sigma_{\nu}^{(s)}(i) Y_{k\kappa}(\theta_i, \phi_i)$$

と定義される. $\sigma^{(0)}$ は 1 に等しく, $\sigma^{(1)}$ は Dirac のスピ
ン σ に等しい. $s=0$ ならば $k=\lambda$ となり, T は spheri-
cal harmonics $Y_{\lambda\mu}$ に等しくなる.

相互作用ハミルトニアンを第 2 量子化された形に書
き, これに Bogoliubov 変換²⁰⁾を行なって殻模型粒子の
生成, 消滅演算子 C_{jm}^+ , C_{jm} を準粒子の演算子で表わ
すことにする.

$$C_{jm}^+ = U_j a_{jm}^+ + V_j (-)^{j-m} a_{j-m} \quad (10)$$

U_j, V_j はよく知られた partial occupation を表わす係数
である. 変換された後のハミルトニアンは, 次のように
書ける.

$$H = H_0 + H^{(1)} + H^{(2)} + H^{(3)} \quad (11)$$

ここで

$$H_0 = \sum E_i a_{jm}^+ a_{jm} \quad (12a)$$

$$H^{(1)} = -\frac{1}{8} \sum \frac{V_s}{2\lambda+1} g^{(sk:\lambda)}(a_2 b_2) g^{(sk:\lambda)}(a_1 b_1) \\ [(-)^{j-\mu} A_{j-\mu}^+(a_2 b_2) A_{j\mu}^+(a_1 b_1) + 2A_{j-\mu}^+(a_2 b_2) \\ A_{j-\mu}(a_1 b_1) + (-)^{j-\mu} A_{j\mu}(a_2 b_2) A_{j-\mu}(a_1 b_1)] \quad (12b)$$

$$H^{(2)} = -\frac{1}{2} \sum \frac{V_s}{2\lambda+1} h^{(sk:\lambda)}(a_2 b_2) g^{(sk:\lambda)}(a_1 b_1) \\ [(-)^{j-\mu} A_{j\mu}^+(a_1 b_1) B_{j-\mu}^+(a_2 b_2) + B_{j-\mu}^+(a_2 b_2) \\ A_{j-\mu}(a_1 b_1)] \quad (12c)$$

$$H^{(3)} = -\frac{1}{2} \sum V_s h^{(sk:\lambda)}(a_2 b_2) h^{(sk:\lambda)}(a_1 b_1) \\ W(j_{a2} j_{b1} j_{a1} j_{b2}) A_{j\mu}^+(a_1 a_2) A_{j\mu}(b_1 b_2) \quad (12d)$$

E_j は j -軌道にある準粒子のエネルギーであり, $g^{(sk:\lambda)}(ab)$, $h^{(sk:\lambda)}(ab)$ は行列要素で次のように定義され
る.

$$g^{(sk:\lambda)}(ab) = \langle j_a \| i^{s+k} w_k T^{(sk:\lambda)} \| j_b \rangle u_{j_a j_b}^{(s)} \quad (13)$$

$$h^{(sk:\lambda)}(ab) = \langle j_a \| i^{s+k} w_k T^{(sk:\lambda)} \| j_b \rangle v_{j_a j_b}$$

係数 $u^{(s)}$, $v^{(s)}$ は

$$u_{j_a j_b}^{(s)} = U_{j_a} V_{j_b} + (-)^s V_{j_a} U_{j_b} \quad (14)$$

$$v_{j_a j_b}^{(s)} = U_{j_a} U_{j_b} - (-)^s V_{j_a} V_{j_b}$$

を表わす. A^+, B^+ の記号の意味は, 角運動量 (J, μ) に
結合した準粒子の対を表わし次のように考えられる.

$$A_{J\mu}^+(ab) = \sum (j_a m_a j_b m_b | \lambda \mu) a_{j_a m_a}^+ a_{j_b m_b} \quad (15)$$

$$B_{J\mu}^+(ab) = \sum (-)^{j_b-m_b} (j_a m_a j_b -m_b | J \mu) a_{j_a m_a}^+ \\ a_{j_b m_b}$$

今, $A_{J_1 \mu_1}(a_1 b_1)$, $\dots$ を A_1^+ , $\dots$ のように簡単化して
表わそう. しかるとき, これらの演算子が満す交換関係
を次のように書くことができる.

$$[A_1, A_2^+] = 2\varrho_{12}^{(+)} - 4 \sum \left\{ \frac{1+\hat{p}_1}{2} \frac{1+\hat{p}_2}{2} Y(123) \right\} B_3 \quad (16a)$$

$$[B_3, A_1^+] = 2 \sum \left\{ \frac{1+\hat{p}_1}{2} \frac{1+\hat{p}_2}{2} Y(123) \right\} A_2^+ \quad (16b)$$

$$[B_1, B_3^+] = \sum \{ (1-\hat{p}_1 \hat{p}_2 \hat{p}_3) Y(123) \} B_2 \quad (16c)$$

ここで用いられた記号 $\hat{p}_i$ は任意の関数 $f(a_i b_i : J_i \mu_i)$
に作用したとき, 次のように定義されるところの per-
mutation operator である.

$$\hat{p}_i f(a_i b_i : J_i \mu_i) = -(-)^{j_{a_i}+j_{b_i}-J_i} f(b_i a_i : J_i \mu_i) \quad (17)$$

また, $\delta_{12}^{(+)}$, $Y(123)$ はそれぞれ次の量を表わす.

$$\delta_{12}^{(+)} = \frac{1}{2} \delta_{J_1 J_2} \delta_{\mu_1 \mu_2} \{ \delta_{a_1 a_2} \delta_{b_1 b_2} - (-)^{j_{a_1}+j_{b_1}-J_1} \\ \delta_{a_1 b_2} \delta_{a_2 b_1} \} \quad (18)$$

$$Y(123) = \delta_{b_1 b_2} \delta_{a_1 a_3} \delta_{a_2 b_3} \sqrt{(2J_2+1)(2J_3+1)} \\ W(j_{a3} j_{b1} J_3 J_2 : J_1 J_{a2}) (J_2 \mu_2 J_3 \mu_3 | J_1 \mu_1) \quad (19)$$

よく知られているように, RPA はもし真の基底状態
が求まったとして, この状態からみたときの準粒子の
fluctuation の数 n が全体の数からみて十分小さいとき
により近似として成立つ. すなわち, この近似では, B
の真の基底状態による期待値が n であるから, 演算子 B
を零におくことと同じ意味をもっている. そして(16)式
から明らかなように, A は boson と同じ交換関係を満
すことがわかる. 今 boson の交換関係をみたとす A を改
めて $\mathcal{A}$ と書くことにしよう.

$$[\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2^+] = 2\delta_{12}^{(+)} \quad (20)$$

$$[\mathcal{A}_1^+, \mathcal{A}_2^+] = [\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2] = 0$$

ハミルトニアン H は, $H^{(2)}$ と $H^{(3)}$ を無視することに
よって

$$H_c = H_0 + H^{(1)} \quad (21)$$

となる. $H^{(3)}$ は B を含まないが, Racah 係数を含む
ため $H^{(1)}$ に比べて小さいだろうと考えられている.

$\mathcal{A}^+, \mathcal{A}$ に対する運動方程式は

$$[H_c, \mathcal{A}_{j\mu}^+(\alpha)] = E_{\alpha} \mathcal{A}_{j\mu}^+(\alpha) - \frac{1}{2(2\lambda+1)} \\ \cdot \sum V_s g_a^{(sk:\lambda)} g_b^{(sk:\lambda)} \{ \mathcal{A}_{j\mu}^+(\beta) + (-)^{j-\mu} \mathcal{A}_{j-\mu}(\beta) \} \quad (22)$$

$$[H_c, (-)^{j-\mu} \mathcal{A}_{j-\mu}(\alpha)] = -E_{\alpha} (-)^{j-\mu} \mathcal{A}_{j-\mu}(\alpha) + \frac{1}{2(2\lambda+1)} \\ \cdot \sum V_s g_a^{(sk:\lambda)} g_b^{(sk:\lambda)} \{ \mathcal{A}_{j\mu}^+(\beta) + (-)^{j-\mu} \mathcal{A}_{j-\mu}(\beta) \} \quad (22)$$

となる. ここでギリシャ文字 α は (ab) を表わし, E_{α} は
($E_a + E_b$) を意味する. さて, $\mathcal{A}^+$ と $\mathcal{A}$ の線型結合で
あるところの Q^+ を導入する.

$$Q_{j\mu}^+, n = \frac{1}{2} \sum \{ \Psi_{\alpha}^n \mathcal{A}_{j\mu}^+(\alpha) - \phi_{\alpha}^n (-)^{j-\mu} \mathcal{A}_{j-\mu}(\alpha) \} \quad (23)$$

添字 n は, あとでわかるように固有状態を分類するた
めに必要な文字である. われわれの系の運動方程式が,

$$[Q_{j\mu}^+, n, H_c] = -\hbar \omega_n Q_{j\mu}^+, n \quad (24)$$

で与えられるものとする. (23) 式を (24) 式に代入し,
(22)式を用いると Ψ_{α}^n , ϕ_{α}^n をベクトル成分とする永年
方程式を得る.

$$\begin{cases} \hbar \omega_n \Psi_{\alpha}^n = E_{\alpha} \Psi_{\alpha}^n - \frac{1}{2(2\lambda+1)} \sum V_s g_a^{(sk:\lambda)} \\ \cdot g_b^{(sk:\lambda)} (\Psi_{\beta}^n + \phi_{\beta}^n) \\ -\hbar \omega_n \phi_{\alpha}^n = E_{\alpha} \phi_{\alpha}^n - \frac{1}{2(2\lambda+1)} \sum V_s g_a^{(sk:\lambda)} \\ \cdot g_b^{(sk:\lambda)} (\Psi_{\beta}^n + \phi_{\beta}^n) \end{cases} \quad (25)$$

もし $s=0$ ならば $k=\lambda$ となり, 従来の 2^+ -極振動を記

述する方程式になる。簡単化のために、今ある一つの k の値に限ったとしよう。上式から Ψ_a^n, ϕ_a^n は、

$$\Psi_a^n = N_1 \frac{g_a^{(0k:\lambda)} \delta_{k\mu}}{E_a - \hbar\omega_n} + N_2 \frac{g_a^{(1k:\lambda)}}{E_a - \hbar\omega_n} \quad (26)$$

$$\phi_a^n = N_1 \frac{g_a^{(0k:\lambda)} \delta_{k\lambda}}{E_a + \hbar\omega_n} + N_2 \frac{g_a^{(1k:\lambda)}}{E_a + \hbar\omega_n}$$

と書けることがわかる。 N_1, N_2 は (25) 式と Q の交換関係から出てくる Ψ, ϕ についての規格化の条件から完全に決めることができる。

永年方程式は書きかえることによって分散式型の方程式に直すことができ、これより固有値を決めることができる。

$$\left(1 + \frac{V_0}{2\lambda+1} S_0\right) \left(1 + \frac{V_1}{2\lambda+1} S_1\right) + \frac{V_0 V_1}{(2\lambda+1)^2} R^2 = 0 \quad (27)$$

ここで S_0, S_1, R は次のように定義されている。

$$S_0 = \sum \frac{(g_a^{(0k:\lambda)})^2 E_a \zeta_{k\lambda}}{E_a^2 - (\hbar\omega_n)^2} \quad (28a)$$

$$S_1 = \sum \frac{(g_a^{(1k:\lambda)})^2 E_a}{E_a^2 - (\hbar\omega_n)^2} \quad (28b)$$

$$R = \sum \frac{(g_a^{(0k:\lambda)})(g_a^{(1k:\lambda)}) E_a \delta_{k\lambda}}{E_a^2 - (\hbar\omega_n)^2} \quad (28c)$$

$k=2$ の場合、これにスピン波が結合することによって λ の取り得る値は $\lambda=1, 2, 3$ となり、(27) 式から $1^+, 2^+, 3^+$ に対応した原子核の振動状態のエネルギーを求めることができる。特に $1^+, 3^+$ の場合には、(27) 式は

$$1 - \frac{V_1}{2\lambda+1} S_1 = 0 \quad (29)$$

となる。この場合には、方程式は従来の分散式型になり、むしろ 2^+ については (27) 式を解かなければならないことになる。 $1^+, 3^+$ が (29) 式から集団振動状態としての性質をもつことがわかるが、どの程度 enhance された状態となり得るかは、 V_1 の大きさ、作り得る状態の数およびそれらの間の行列要素の大きさに関係している。 $k=3$ にスピン波が結合すると、 $2^-, 3^-, 4^-$ の状態を作ることができる。ここで全角運動量が奇整数で、パリティが偶のものの、また反対に全角運動量が偶整数でパリティが odd のものを non-normal parity の振動状態と呼ぶことにしよう。これに対して従来のものは、normal parity の状態と呼ぶことができる。TABLE 1 は、存在が可能と思われる振動状態を示したものである。

TABLE 1 Nuclear vibrational states

Normal parity state	$0^+, 2^+, 3^-, 4^+$
Non-normal parity state	$1^+, 3^+, 2^-, 4^-, 5^+$

上述の議論で k を一つの値に限ったが、それは厳密なものではない。なぜならば、 1^+ 状態についていえば $s=0$ で $k=0$ (pairing 振動) も 1^+ を作れるからである。結局 non-normal parity の状態は、スピン $s=1$ に軌道角運動量 k と $(k+2)$ の二つのものが結合して得られる。対応した分散式は (27) 式と全く同じ形式のものになり、行

列要素 $g_a^{(0k:\lambda)}, g_a^{(1k:\lambda)}$ をそれぞれ $g_a^{(1k:\lambda)}, g_a^{(1,k+2:\lambda)}$ で置きかえればよい。

さて、ここで予言された non-normal parity の振動状態をはたして見つけ出すことができるだろうか。スピンとパリティについてみるかぎり、 $3^+, 5^+, \dots$ は球形核では角運動量 2 の 3-phonon, 4-phonon 状態、……と区別がつかないし、また変形核であれば γ -振動の状態と見ることできる。しかしもしエネルギー的に低く出たり、基底状態に直接転移する γ -線や非弾性散乱による直接励起など可能な場合には、一応上述のような状態ではないかと考えられる。これらの状態の分別の複雑さに反して、 1^+ の状態についてはすっきりしている。なぜならば、従来の集団運動の理論に従えば、球形核にしる変形核にしる、いずれの場合にも選択則によって禁止されていて、ここに提案したような解釈しかないからである。

この章を終るにあたって注意しておかなければならないことは、上述の振動状態は何れも低い励起エネルギーにあらわれると思われるもので、光反応や電子散乱によって高い励起エネルギーにみられる振動状態ではないということである。勿論これらの状態も上に述べた方法で同様に取扱うことができる。その時主にきく核力の部分 (8) 式に含まれる $(\tau_1 \cdot \tau_2)$ の第 3 成分で、中性子-陽子相互作用に対して符号が負になり、全体として反発力となってエネルギーのより高い方に集団振動状態となって押し上げられるわけである。換言すれば、これらの状態は陽子-中性子の out of phase の振動になっている。

3. 球形核における非調和振動

Sawada 近似への補正は、 $A_{1\mu}^+(ab)$ の boson 演算子 $\mathcal{A}_{1\mu}^+(ab)$ からのずれを考慮することによって求められるものであるということは、一章の終りに述べた。この章では $\lambda=2$ の場合に限って話を進めることにしよう。BELIAEV-ZELEVINSKY に従い、あくまでも Sawada 近似が第一近似として成立つものとして補正項を boson 演算子 $\mathcal{A}^+, \mathcal{A}$ で展開することを試みる。そして A^+, B を次のように書く。

$$A_1^+ = \alpha_0(1) \mathcal{A}_1^+ + \sum \alpha_1(1234) \mathcal{A}_2^+ \mathcal{A}_3^+ \mathcal{A}_4^+ + \dots \quad (30a)$$

$$B_1 = \beta_0(1) + \sum \beta_1(123) \mathcal{A}_2^+ \mathcal{A}_3^+ + \dots \quad (30b)$$

展開係数 α, β は (16) 式の交換関係を満たすように決めればよい。ここでは Sawada 近似の次の補正項までにとどめ、(30) 式の右辺の第 2 項まで考慮することにする。その結果、展開係数は

$$\begin{aligned} \alpha_0(1) &= 1, \quad \beta_0(1) = 0, \\ \alpha_1(1234) &= -\frac{1}{2} \sum \left\{ \frac{1+\hat{p}_1}{2} Y(125) Y(345) \right\}, \quad (31) \\ \beta_1(123) &= Y(321). \end{aligned}$$

となる。

(25)式の一番低い固有値 $\hbar\omega_0$ は、第一励起状態 2^+ を Sawada 近似で表わしたものに相当している。この固有値だけが他の $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \dots$ に比べてずっと低いところに現われ、かつ集団振動状態の性質をもっている。 $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \dots$ の状態はエネルギー的にも2個の準粒子の励起エネルギー近傍に位置し、性格的にも依然として粒子的な性格を持ちつづけている。これらを quasi-particle 状態と呼び、前者を phonon 状態と呼ぶことにしよう。(30)式を(12)式に代入すると全ハミルトニアンは、(21)式で与えられる調和振動項 H_0 と、2個、3個、4個、……の boson 演算子の積を含むそれ以外の項 H_{int} とで表わすことができる。これをさらに(23)式を用いて、 $Q_{2\nu, n}^+ Q_{2\nu, n}$ の項に書きかえる。今 $\lambda=2$ の場合だけに話を限っているので、簡単化のために Q について suffix 2 を省略して表わすことにする。

H_{int} の項は次のように書き下すことができる。

$$H_{int} = H_{11} + H_{20} + H_{21} + H_{30} + H_{40} + H_{31} + H_{22} \quad (32)$$

ただし、

$$H_{11} = \sum \Gamma^{(11)}_{n_1 n_2} (Q_{n_1}^+ \cdot Q_{n_2}) \quad (33a)$$

$$H_{20} = \sum \Gamma^{(20)}_{n_1 n_2} (Q_{n_1}^+ \cdot Q_{n_2}^+) + h. c. \quad (33b)$$

$$H_{21} = \sum \Gamma^{(21)}_{n_1 n_2 n_3} ((Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+)^{(2)} \cdot Q_{n_3}) + h. c. \quad (33c)$$

$$H_{30} = \sum \Gamma^{(30)}_{n_1 n_2 n_3} ((Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+)^{(2)} \cdot Q_{n_3}^+) + h. c. \quad (33d)$$

$$H_{40} = \sum \Gamma^{(40:J)}_{n_1 n_2 n_3 n_4} ((Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+)^{(J)} \cdot [Q_{n_3}^+ \times Q_{n_4}^+]^{(J)}) + h. c. \quad (33e)$$

$$H_{31} = \sum \Gamma^{(31:J)}_{n_1 n_2 n_3 n_4} ((Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+)^{(J)} \cdot [Q_{n_3}^+ \times Q_{n_4}^+]^{(J)}) + h. c. \quad (33f)$$

$$H_{22} = \sum \Gamma^{(22:J)}_{n_1 n_2 n_3 n_4} ((Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+)^{(J)} \cdot [Q_{n_3} \times Q_{n_4}]^{(J)}) + h. c. \quad (33g)$$

ここで $()$ は内積を、 $[]$ は外積を意味する。これらの積をとるとき、 Q_{μ}^+ は角運動量 2、その Z-成分が μ の phonon を作る演算子であり、 Q_{μ} は角運動量 2 で成分が $-\mu$ の phonon の hole を作る演算子で、その phase が $(-1)^{\mu}$ であるということに注意しなければならない。したがって、 $(Q^+ \cdot Q^+) = \sum (-1)^{\mu} Q_{\mu}^+ Q_{-\mu}^+$ であるが、それに対し $(Q^+ \cdot Q) = \sum Q_{\mu}^+ Q_{\mu}$ である。一方外積については $[Q^+ \times Q^+]_{\mu}^{(J)} = \sum (2\mu_1 2\mu_2 | J \mu) Q_{\mu_1}^+ Q_{\mu_2}^+$ に対し、 $[Q^+ \times Q]_{\mu}^{(J)} = \sum (2\mu_1 2\mu_2 | J \mu) Q_{\mu_1}^+ (-1)^{\mu_2} Q_{-\mu_2}$ となる。 Γ はそれぞれの相互作用項の強さを表わす係数で、行列要素 g および h と、永年方程式 (25) 式の固有ベクトル Ψ^n, ϕ^n で完全に書き表わすことができる¹⁹⁾。少々長くなるのでその表式をここに記さないことにしよう。

$n=0$ が phonon 状態を表わし、1 以上のものが quasi-particle の pair の状態を表わしているわけであるから、(33)式においてすべての n が 0 であれば、それらは phonon-phonon 相互作用を与える。また $n=0$ と $n \geq 1$

のまざったものは、phonon-quasi-particle あるいは quasi-particle-quasi-particle 相互作用を表わしている。たとえば、 $((Q_0^+ \times Q_0^+)^{(2)} \cdot Q_0)$ は1個だけ phonon の数が違っている状態間に働く phonon-phonon 相互作用であり、 $((Q_0^+ \times Q_0^+)^{(2)} \cdot Q_1)$ は2-phonon と quasi-particle state $n=1$ との間に働く相互作用項であることがわかる。(33)式は現象論模型において球形核に対して考えられたすべての相互作用の型を表わし尽くしているといえる。そして、これから、GOLDHABER-WENESER や RAZ によって考えられたように、phonon-particle や、なまの二体力をそのまま導入することは正しくないということがわかるであろう。これらの現象論における集団運動と粒子的な励起、およびそれらの結合がどうなっているかという不確定さは、われわれの場合には、これらを完全に同一の基礎に立って取扱うことによって除かれている。

われわれは最初二体の相互作用について、“pairing + quadrupole force” と仮定したが、これは相互作用の強さを表わす Γ の表式に関係するだけであって、もっと違った取り方をしても Γ の内容が変わるだけで (33) 式の表示には無関係である。さらにまた、phonon-phonon 相互作用を求めるのに BELIAEV-ZELEVINSKY¹⁴⁾ の展開方法を改良することが MARUMORI *et al.*¹⁵⁾ や SORESEN¹⁶⁾ によって考えられ、また全然違った観点から IKEDA-KISHIMOTO²¹⁾ によって求められたが、結局は Γ についての内容が違っただけで (33) 式と同じ結果に落ち着くことになる。それは (33) 式が Q^+ と Q で作られた rotational invariant のもっとも一般的な型をしたハミルトニアンになっているからである。結局、今まで多くの人達によってなされた試みは、その近似のとり方によって Γ の値を少しずつ変えることであったわけである。

第一近似における波動関数は、生成演算子 Q^+ の数 N とその subscript n および全角運動量 I によって表わされ、次の Schrödinger 方程式を満足する。

$$H_c \Phi(N, n_1 n_2 \dots n_N, \alpha : IM) = \left(\sum_{i=1}^N \hbar\omega_{n_i} \right) \Phi(N, n_1 n_2 \dots n_N, \alpha : IM) \quad (34)$$

ここにあらわれる α は、角運動量の coupling scheme をあらわす附加的量子数で、たとえば seniority のようなものである²²⁾。われわれの考えている系での波動関数は、これらの Φ をかきね合わせたもので与えられる。

$$\Psi_{IM} = \sum C_{N(n)\alpha} I \Phi(N[n] \alpha : IM) \quad (35)$$

展開係数 C は、次の永年方程式から固有値 E_I と共に求められる。

$$\sum \langle N(n) \alpha : I | H | N'(n') \alpha' : I \rangle C_{N'(n') \alpha' I} = E_I C_{N(n) \alpha I} \quad (36)$$

電気的四重極転移の演算子は quasi-particle operator を使って、

$$M(E2, \mu) = \frac{e}{2\sqrt{5}} \sum \{ g_a^{(2)} (A_{2\mu}^+(\alpha) + (-)^a A_{2-\mu}(\alpha)) + 2h_a^{(2)} B_{2\mu}^+(\alpha) \} \quad (37)$$

と書くことができる。(33)式を求めたと同じように(30)式を代入し、(23)式を用いて Q^+ , Q で書きあらわすと

$$M(E2, \mu) = M_{10} + M_{11} + M_{20} + M_{30} + M_{21} \quad (38)$$

となる。ただし

$$M_{10}(E2, \mu) = \sum \gamma_n^{(10)} Q_{n\mu}^+ + h.c. \quad (39a)$$

$$M_{11}(E2, \mu) = \sum \gamma_{n_1 n_2}^{(11)} [Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}]_{\mu}^{(2)} \quad (39b)$$

$$M_{20}(E2, \mu) = \sum \gamma_{n_1 n_2}^{(20)} [Q_{n_1}^+ \times Q_{n_2}^+]_{\mu}^{(2)} + h.c. \quad (39c)$$

$$M_{30}(E2, \mu) = \sum \gamma_{n_1 n_2 n_3}^{(30)} [Q_{n_1}^+ \times [Q_{n_2}^+ \times Q_{n_3}^+]_{\mu}^{(2)}]_{\mu}^{(2)} + h.c. \quad (39d)$$

$$M_{21}(E2, \mu) = \sum \gamma_{n_1 n_2 n_3}^{(21)} [Q_{n_1}^+ \times [Q_{n_2}^+ \times Q_{n_3}]_{\mu}^{(2)}]_{\mu}^{(2)} + h.c. \quad (39e)$$

右辺の係数 γ はそれぞれの転移項の強さを表わし、行列要素 g, h および Ψ^n, ϕ^n をもって書きあらわされる¹⁹⁾ ことは Γ のときと同じである。その式はここに示されないであろう。スピン I_i の状態から I_f への転移確率は

$$B(E2: I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} | \langle I_f || M(E2) || I_i \rangle |^2 \quad (40)$$

によって与えられる。行列要素は(35)式を用いて計算することができる。

$$\begin{aligned} \langle I_f || M(E2) || I_i \rangle &= \sum C_{N_f(n_f)\alpha_f} J_f C_{N_i(n_i)\alpha_i} I_i \\ &\quad \langle N_f(n_f)\alpha_f : I_f || M(E2) || N_i(n_i)\alpha_i : I_i \rangle \end{aligned} \quad (41)$$

まず第一に(33)式で与えられる phonon-phonon 相互作用について調べてみよう。以下の計算結果は5個の phonon まで考慮して得られたものである。Fig. 3 は phonon の数が1個だけ違う状態間に働く相互作用の強さ $\Gamma^{(21)}$ をパラメータに取って、その値の変化とともに

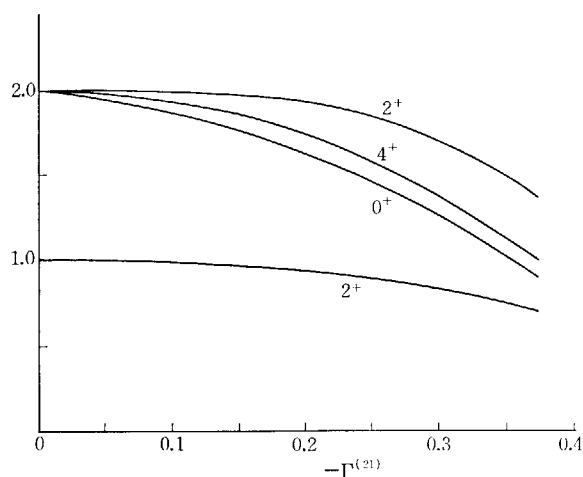


Fig. 3 Energy spectrum of a spherical even nucleus plotted as a function of the interaction strength $\Gamma^{(21)}$. Scales of the energy and interaction strength are expressed with a unit of $\hbar\omega_0$.

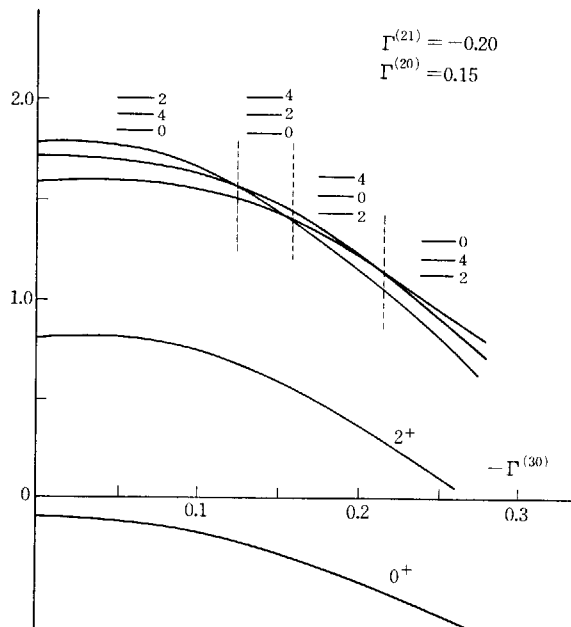


Fig. 4 Energy spectrum plotted as a function of the interaction strength $\Gamma^{(30)}$. The interaction strengths $\Gamma^{(21)}$ and $\Gamma^{(20)}$ are -0.2 and 0.15 respectively. Scales of the energy and interaction strengths are expressed with a unit of $\hbar\omega_0$.

エネルギー準位がどのように変わるかを示したものである。この非調和項を取る限り、 $-\Gamma^{(21)} = 0.4$ の範囲で triad ($0^+, 2^+, 4^+$) の順位は $0_2^+, 4_1^+, 2_2^+$ しか得られないことがわかる。これだけでは実験的に知られている事実を説明することができない。

Fig. 4 は $H^{(20)}, H^{(30)}$ を加えたことによって、Fig. 3 のエネルギー準位が如何に変わるかを示している。 $\Gamma^{(30)}$ の値を変えて行くにしたがって triplet states に対して、($0^+, 4^+, 2^+$), ($0^+, 2^+, 4^+$), ($2^+, 0^+, 4^+$), ($2^+, 4^+, 0^+$) の4通りの違った順位を得ることができる。実際にこれらのパラメータの値を実現できるかどうかは別として、実験事実を説明するには都合のよい結果が得られることがわかる。相互作用の強さを与える Γ の値がすべて positive であってもほとんど図に示したような傾向のものが得られるが、すべて negative であるとエネルギー準位はかなりずれる。特に 0_2^+ と 4_1^+ 準位はもっと押しさげられ、 2_2^+ と $0_2^+, 4_1^+$ の準位の間隔はもっと大きくなる。一般的にいて、triplet states の順位がある一つのものから他へ変わる点は、 $\Gamma^{(20)}$ の値が小さくなると $-\Gamma^{(30)}$ の大きい方に移動し、また $\Gamma^{(21)}$ の減少とともに $-\Gamma^{(30)}$ の小さい方に移動する。

Fig. 5 は $\Gamma^{(21)}$ を -0.2 の値に固定し、 $\Gamma^{(20)}$ と $\Gamma^{(30)}$ の両方をパラメータとして変えたときの triplet states の順位の変化を示したものである。各実線で囲まれたパラメータの領域に、対応したレベルの順位が示されている。これらの triad は $\Gamma^{(20)} = 0.25$, $\Gamma^{(30)} = -0.10$ の近傍で再びほとんど縮退してしまい、 $\Gamma^{(20)}$ がそれより大きくなるとまた ($4^+, 0^+, 2^+$) および ($4^+, 2^+, 0^+$) の順

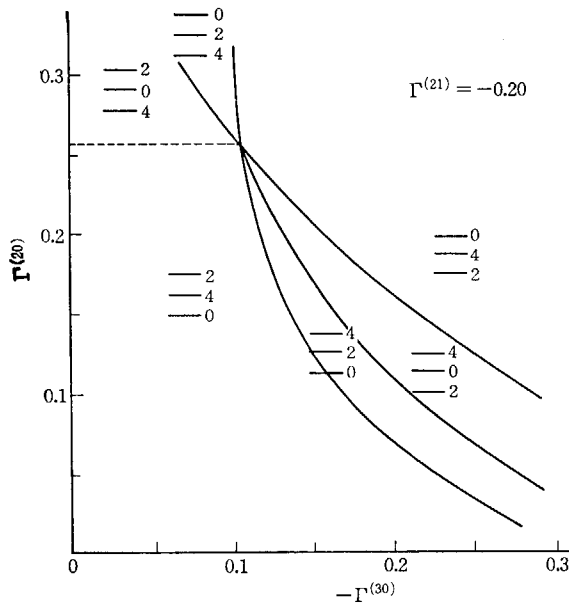


Fig. 5 Energy level orderings of the triplet states (0^+ , 2^+ , 4^+) plotted versus the interaction strengths $\Gamma^{(30)}$ and $\Gamma^{(20)}$. The strength $\Gamma^{(21)}$ is -0.20 . Scales of the energy and interaction strengths are the same as those in Fig. 1 and 2. The parameter values in the region separated with the lines predict the energy level ordering of the triplet states shown there respectively.

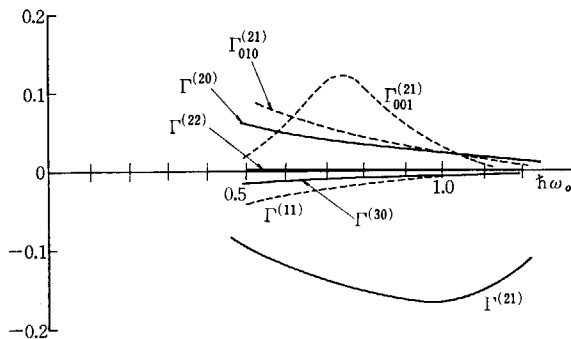


Fig. 6 Strengths of the phonon-phonon and phonon-quasi-particle pair interactions in ^{114}Cd plotted as a function of $\hbar\omega_0$.

位になる。以上の結果から、適当な強さの相互作用を取ることによって、すべての triad のレベル順位を得ることができるということがわかる。しかしもっとも起り得る可能性の大きいのは (0^+ , 4^+ , 2^+) で、その他の順位の起り得るパラメータの値の領域は狭いか、または相互作用の強さが大きくなりすぎて第一近似として取った phonon 模型が必ずしもよいとはいえなくなる。phonon-演算子 Q^+ , Q を四個含む相互作用項についても同様にそれらの性質を調べることができるが、含まれるパラメータの数が多くなりすぎて意味を失ってしまう。また、これらの項が強くなりすぎると、(30) 式の展開する近似がよくないということを意味する。

Fig. 6 は ^{114}Cd に対する phonon-phonon, phonon-quasi-particle 相互作用の強さを $\hbar\omega_0$ の関数として示し

TABLE 2 Values of single particle energy ϵ_f (MeV)

Orbits	$d_{5/2}^n$	$g_{7/2}^n$	$s_{1/2}^n$	$d_{3/2}^n$	$h_{1/2}^n$	$g_{9/2}^p$
Single particle energy ϵ_f (MeV)	0.00	0.42	1.90	2.20	2.80	0

たものである。計算は TABLE 2 に示された一粒子のエネルギー値を用い、pairing 相互作用として中性子に対して $G_n=17/A$ MeV, 陽子に対して $37/A$ MeV を取ってなされたものである。 $\hbar\omega_0$ の値を変えるということは、quadrupole interaction の強さをそれに応じて変えるということを意味している。subscript のついていないものは phonon-phonon 相互作用の強さを表わしており、その他は phonon と一番低い状態の quasi-particle との相互作用の強さを表わしている。4 個の phonon 演算子を含む相互作用項は、かなり小さいことが確かめられる。

もしわれわれが phonon-phonon 相互作用しか取らないならば、 ^{114}Cd に対しては (0_2^+ , 4_1^+ , 2_2^+) の順位の triplet states しか得られない。しかしながら、この原子核に対しては第一励起状態の 2^+ のエネルギーの 2 倍近くのところに quasi-particle のレベルがあり、したがって phonon-quasi-particle の相互作用が強くなり、特に $\Gamma_{001}^{(21)}$ と $\Gamma_{010}^{(21)}$ の値が大きくなる。Fig. 7 は $\hbar\omega_0=0.7$ に対応する相互作用の強さを取って得られた ^{114}Cd のエネルギー・スペクトルを示す。さらに TABLE 3 は ^{114}Cd の電磁的な諸量についての実験および理論値を示してい

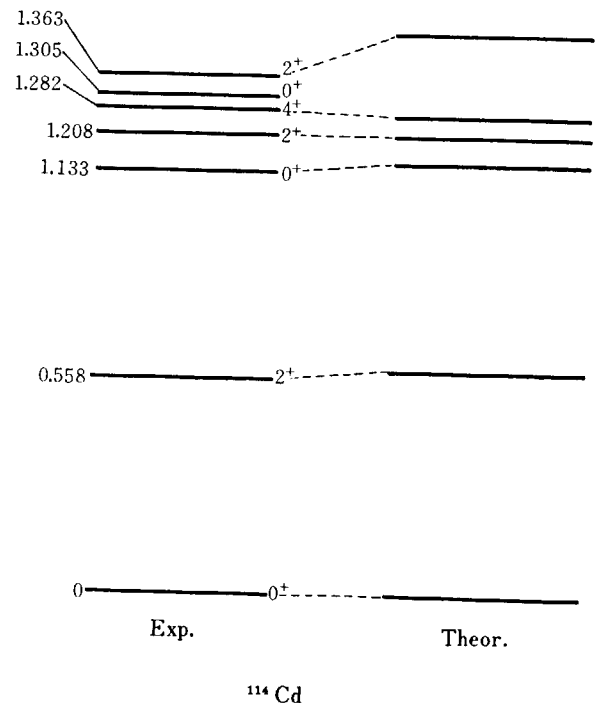


Fig. 7 Spectrum of ^{114}Cd compared with experiment. The values of the interaction strengths used to get the spectrum are those which correspond to $\hbar\omega_0=0.7$.

TABLE 3 Comparison of theoretical and experimental values on the electromagnetic properties of ^{114}Cd

	Theory ($e_{\text{eff.}} = 0.8$)	Exp.
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{gr.})/B(E2; \text{single-particle})$	34.0	35 ± 2.5
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow \text{gr.})/B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{gr.})$	0.03	0.015 ± 0.005
$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{gr.})$	0.91	0.85 ± 0.17
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{gr.})$	1.04	1.21 ± 0.25
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow \text{gr.})$	1.62	1.86 ± 0.22
R	-0.38b	$(-0.49 \pm 0.25)\text{b}$
μ	1.43 N. M.	

る。

4. γ -不安定核

前章で述べたように、低い第一や第二励起状態を考える場合でも、5個あるいは6個というような高い phonon 状態の影響があり、これらを考えなければならないということは phonon 近似の一つの限界を示しているものといつてよいだろう。少なくとも 3-phonon 状態以上のもは準粒子の励起した状態のなかにうまってしまっており、それらとの相互作用は ^{114}Cd の例でみたように決して小さいとはいえない。したがって本来の phonon としての性質は失われてしまうだろう。このような観点に立ってみると、必ずしもすべての原子核に対して phonon という近似がよく成立っているとは限らないように思われる。高い phonon 状態が強きく場合には、むしろこれらを phonon とは違った表示で記述した方がよいだろう。

この目的のために、phonon 演算子 Q^+, Q を, Bohr によって導入された2つの集合座標 π_μ, α_μ に正準変換をする。

$$\begin{cases} \alpha_\mu = \sqrt{\frac{\hbar}{2B_0\omega_0}}((-)^{\mu} Q_{-\mu}^+ + Q_\mu) \\ \pi_\mu = i\sqrt{\frac{\hbar B_0\omega_0}{2}}(Q_\mu^+ - (-)^{\mu} Q_{-\mu}) \end{cases} \quad (42)$$

B_0 は Bohr のハミルトニアン (2) 式の質量パラメータに相当する。すなわち (21) 式に上の正準変換をほどこすことによって、完全に (2) 式を得ることができる。しかし Sawada 近似では ω_0 が決定されるだけで、 B_0 がどうなるかは不確定である。しかし $\hbar\omega_0$ が E_a に比して十分小さい (断熱近似) として (27) 式を $(\hbar\omega_0/E_a)^2$ の巾級数に展開し、その最初の項を取り出すと

$$B_0 = \frac{1}{2} \sum \frac{g_a^2}{E_a^3} \left[\sum \frac{g_a^2}{E_a} \right]^{-2} \quad (43)$$

$$C_0 = 2 \left[\left(4 \sum \frac{g_a^2}{E_a} \right)^{-1} - \frac{1}{2} V_0 \right] \quad (44)$$

となることがわかる。ただし簡単化のためにスピン部分は無視された。ここでわれわれは phonon についてだけ考えることにする。

(34) 式に (42) 式の正準変換をほどこし、まとめなおすことによって、全ハミルトニアンを次のように書くことができる。

$$H = H_s + H'_{\text{int}} \quad (45)$$

ここで、 H_s と H'_{int} は次のようにあらわされる。

$$H_s = \frac{1}{2B} (\pi \cdot \pi) + \frac{1}{2} C (\alpha \cdot \alpha) \quad (46a)$$

$$\begin{aligned} H'_{\text{int}} = & D \{ (\alpha \times \alpha)^{(2)} \cdot \alpha \} + E \{ (\pi \times \pi)^{(2)} \cdot \alpha^* \} \\ & + \sum F^{(J)} \{ (\alpha \times \alpha)^{(J)} \cdot [\alpha \times \alpha]^{(J)} \} \\ & + \sum G^{(J)} \{ (\pi \times \pi)^{(J)} \cdot [\alpha^* \times \alpha^*]^{(J)} \} \\ & + \sum H^{(J)} \{ (\pi \times \pi)^{(J)} \cdot [\pi \times \pi]^{(J)} \} \end{aligned} \quad (46b)$$

(46a) 式の B および C は、 B_0 と C_0 以外に (33) 式の phonon-phonon 相互作用の係数 Γ でもって表わされる量である。また、他の係数 $D, E, \dots$ も同様である。表式が長くなるのでここに書きしるすことは控えるが、特にわれわれが関心のあるのは $D, F^{(J)}$ であるかもしれない。これらの係数は

$$\begin{aligned} D = & \frac{1}{4} \left(\frac{2B_0\omega_0}{\hbar} \right)^{3/2} (\Gamma^{(21)} + \Gamma^{(30)}) \\ F^{(J)} = & \frac{1}{8} \left(\frac{2B_0\omega_0}{\hbar} \right)^2 (\Gamma^{(40;J)} + \Gamma^{(31;J)} \\ & + \frac{1}{2} \Gamma^{(22;J)}) \end{aligned} \quad (47)$$

となる。

われわれは、ハミルトニアン (11) 式を出発点とし、microscopic な記述を用いて集団調和振動をあらわす Bohr のハミルトニアンと、それからのずれを与える非調和項を求めることができたといえるだろう。これらは回転と時間反転に対して不変な、もっとも一般的な形式になっていることがわかる。 γ -座標を原子核に固定された座標に変換し、

$$\alpha_\mu = \sum a_\nu D_{\mu\nu}^*(\theta) \quad (48)$$

そして形をきめる β, γ -変数を導入することにする。

$$a_0 = \beta \cos \gamma, \quad a_{\pm 2} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma \quad (49)$$

H_s は Bohr によってすでに示されたように、次のように書くことができる。

$$H_s = T_{\text{vib}} + T_{\text{rot}} + \frac{1}{2} C B^2 \quad (50)$$

ここで

$$\begin{aligned} T_{\text{vib}} = & -\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right\} \end{aligned} \quad (51)$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{\hbar}{8B\beta^2} \sum \frac{I_\kappa^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}\kappa)} \quad (52)$$

非調和項も同様に、 β, α で書くことができ

$$((\alpha \times \alpha)^{(2)} \cdot \alpha) = -\sqrt{\frac{2}{7}} \beta^3 \cos 3\gamma \quad (53a)$$

$$\begin{aligned} \sum F^{(j)} ((\alpha \times \alpha)^{(j)} \cdot (\alpha \times \alpha)^{(j)}) \\ = \left(\frac{1}{5} F^{(0)} + \frac{2}{7} F^{(2)} + \frac{18}{35} F^{(4)} \right) \beta^4 \end{aligned} \quad (53b)$$

となることがわかる。\$\gamma\$-座標だけを含んだものに比べて \$\pi\$ の項は複雑で、原子核に固定した座標軸に関する角運動量の成分を含んだものである。

$$\pi_i = i B \omega_i \sum \alpha_i < 2\nu | I_K | 2\mu > \quad (54)$$

\$\omega_i\$ は角速度の成分である。この項を含む非調和項についてはまだ誰にも研究されていない。

ハミルトニアン \$H_s\$ は調和振動を与えるものであるから、われわれはその性質についてはよく知っているわけである。しかしもう一度 WILETS-JEAN にしたがって話を進めてみよう。まず第一に

$$H_s \Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = E \Psi(\beta, \gamma, \theta_i) \quad (55)$$

を解くわけだが、\$\beta, \gamma\$ 変数が完全に分離する形になっているので、

$$\Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = f(\beta) \Psi(\gamma, \theta_i) \quad (56)$$

とおくことができる。そして (55) 式は

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2\beta} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{(v+1)(v+2)}{\beta^2} \right) + \frac{1}{2} C \beta^2 \right\} [\beta^2 f(\beta)] = E [\beta^2 f(\beta)] \quad (57)$$

$$\left\{ -\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{4} \sum \frac{I_K^2}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2}{3} \pi K \right)} \right\}$$

$$\cdot \Phi(\gamma, \theta_i) = A \Phi(\gamma, \theta_i) \quad (58)$$

とかける。ここで分離係数 \$A\$

$$A = v(v+3); \quad v=0, 1, 2, 3, \dots \quad (59)$$

によって与えられる。\$v\$ は seniority である。結局 5 個の量子数 \$I, M, v, n_\beta, n_\gamma\$ があり、\$\Phi\$ は

$$\Phi_{I, M}^{\lambda, n_\gamma} = \sum_{K=-I}^I g_K^{\lambda, n_\gamma}(v, n_\gamma; \gamma) D_{KM}^I(\theta_i) \quad (60)$$

とかくことができる。

\$\alpha_\mu\$-表示においても、phonon スペクトルが得られるわけで \$E\$ は

$$E = (2n_\beta + v + 5/2) \hbar \omega, \quad n_\beta = 0, 1, 2, \dots \quad (61)$$

となる。(42)式の正準変換によってただ \$\alpha_\mu\$-表示に書きなおただけであるから、これはしごく当然の結論である。したがって、この解を第一近似にとって非調和項 (46b) を計算することができたとしても、phonon-表示で得られた結果と全く同じものが得られるにすぎないはずである。むしろ計算が複雑になるだけで、利口なやり方ではない。それでは \$\beta, \gamma\$ 変数を使って表わす利点はどこにあるだろうか。よく知られているように、球形および変形核の振動状態は、phonon-表示であらわすことができる。しかし \$\beta\$-変形で \$\gamma\$-不安定な原子核は、phonon 表示では書き表わすことができない。したがって、\$\beta, \gamma\$-変数を使って振動状態を書き表わさなければならぬのは、\$\beta\$-変形をしていて \$\gamma\$-不安定な核である

ということができる。

今 \$\beta\$-安定点を \$\beta_0\$ としよう。このまわりの振動を考えるために、\$\beta\$-ポテンシャル \$\frac{1}{2} C \beta^2\$ を \$\frac{1}{2} C (\beta - \beta_0)^2\$ とおきかえることによって (57) 式は次のようになる。

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2B} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{(v+1)(v+2)}{\beta^2} \right) + \frac{1}{2} C (\beta - \beta_0)^2 \right\} \cdot [\beta^2 f(\beta)] = E [\beta^2 f(\beta)] \quad (62)$$

Fig. 8 はエネルギー準位の \$\beta_0\$ への dependence を示している。\$\beta_0=0\$ のとき完全に縮退していた triplet states (\$0_2^+, 2_2^+, 4_1^+\$) は、\$\beta_0\$ が大きくなるにつれて \$0_2^+\$ だけ縮

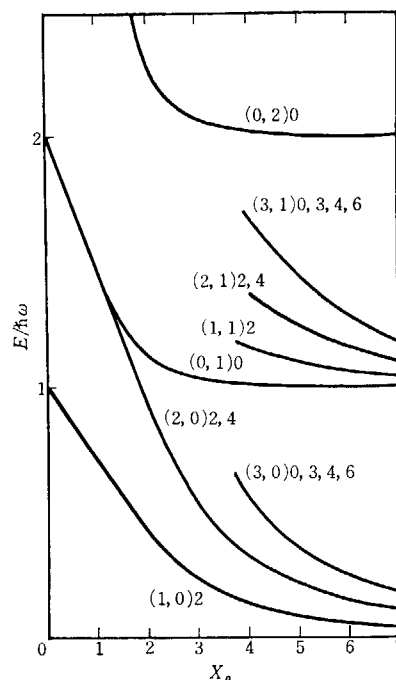


Fig. 8 Surface energies as a function of the potential minimum \$x_0 = (B\omega/\hbar\beta_0)\$. The states are designated by \$(v, n_\beta)I\$. At \$x_0=0.0\$ the spectrum is given by \$E/\hbar\omega = 2n_\beta + v\$ and for \$x_0 \gg 1\$ by \$E/\hbar\omega = n_\beta + v(v+3)/(2x_0^2)\$.

退が解けて \$(2_2^+, 4_1^+)\$ よりも高い励起状態となる。第二励起エネルギー準位の近傍で、\$2_2^+, 4_1^+\$ が比較的接近して存在するが、この近くに \$0_2^+\$ がないものが実験事実としては沢山みつがっている。このようなものは明らかに \$\gamma\$-不安定の原子核といえよう。それぞれの状態の励起エネルギーは、\$\beta_0\$ が十分大きい極限において近似的に

$$E/\hbar\omega \cong n_\beta + \frac{\hbar\beta_0}{2B\omega} v(v+3) \quad (63)$$

となる。この極限において、\$0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots\$ のレベル sequence は、\$v=I/2, n_\beta=0\$ であるから、その励起エネルギーは

$$E_I = \frac{\hbar^2\beta_0}{8B} I(I+1) + \frac{5\hbar^2\beta_0}{8B} I \quad (64)$$

の式で与えられる。すなわち、\$\beta_0=0\$ のときは等間隔のエネルギー・レベルであったものが、\$\beta_0\$ が大きくなるにつれて等間隔からずれ、rotational like のスペクトル

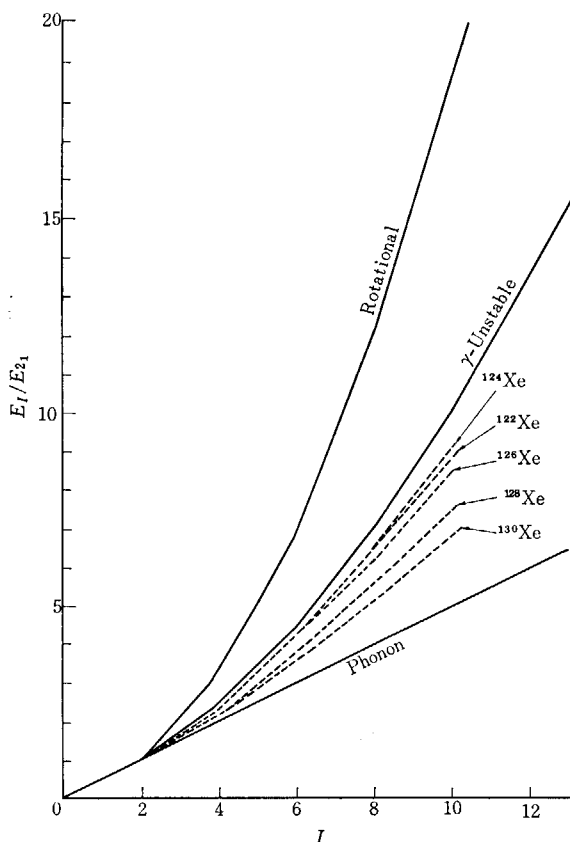


Fig. 9 The excitation energies plotted as a function of the angular momentum. Phonon and Rotational lines represent the phonon and rotational spectra respectively. γ -unstable line represents the maximum excitation energy given by eq. (64). In fact, energy spectra of γ -unstable nuclei lie in the energy region separated with the lines of Phonon and γ -unstable. The dashed lines denote the observed energy spectra for Xe-isotope.

に近づく。

Fig. 9 は E_1/E_{21} を I の関数として図示したものでどの程度 phonon スペクトルから回転スペクトルに近づくことができるかを示している。(64) 式で与えられる γ -unstable の線は、 γ -不安定核が取り得る極大の励起エネルギーを示したもので、これを越えたものは変形核と考えてよいだろう。実験データは Xe-isotope のものである。

(37) 式の電氣的四重極転移の式は次のように書き換えることができる。

$$M(E2, \mu) = \gamma^{(10)} \sqrt{\frac{2p_0\omega_0}{\hbar}} \alpha_\mu^* + b[\alpha \times \alpha]_\mu^{(2)} + c[\pi \times \pi]_\mu^{(2)} + \sum d^{(j)} \{ [\alpha \times \alpha]^{(j)} \times \alpha \}_\mu^{(2)} + \sum e^{(j)} \{ [\pi \times \pi]^{(j)} \times \alpha^* \}_\mu^{(2)} \quad (65)$$

右辺第一項が主要な項で、その他は非調和効果として出てきたものである。 α_μ^* は

$$\alpha_\mu^* = \beta \left\{ D_{\mu 0}^* \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} (D_{\mu 2}^* + D_{\mu -2}^*) \sin \gamma \right\} \quad (66)$$

とかける。 $\{ \}$ のなかのものは、ちょうど $v=1, I=2$ の固有関数 $\Phi(\gamma, \theta_F)$ であり、 Φ の直交性から $E2$ の行列要素で基底状態に結びついた状態は、ただ $v=1, I=2$ の状態だけである。したがって、第一近似では、(65) 式の主要項であるところの右辺第一項は cross-over transition に対して零になることがわかるだろう。 β_0 が大きくなって rotational like のスペクトルになっても、 γ -転移については、 γ -不安定核は球形核の振動状態に似た性質をそのまま持っている。

Fig. 8 に見られる縮退した状態は、 γ -変数を含む相互作用項を取ることによって、完全にそれを解くことができる。(53b) の β を $(\beta - \beta_0)$ とおいたものは、現象論的に TAMURA-KOMAI によって導入された相互作用と β -dependence において異なっている。また、われわれの場合には β について3乗の項を含む(53a)式を考慮する以上、 β -変数について取ったエネルギー表面を安定にするためにも、当然 $(\beta - \beta_0)^4$ を含む(53b)を考慮しなければならない。これらの項の研究は、今後に残された問題である。

文 献

- 1) 堀江 久: 日本原子力研究所 JAERI 4016, p. 2 (1960)
竹腰英子: 日本原子力研究所 JAERI 4016, p. 37 (1960)
松本純一郎: 日本原子力研究所 JAERI 1020, p. 38 (1962)
- 2) BOHR A.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **26** No. (1952)
- 3) WILET L. and JEAN M.: *Phys. Rev.*, **102** 788 (1956)
- 4) SCHARFF-GOLDHABER G. and WENESER J.: *Phys. Rev.*, **98** 212L (1955)
- 5) TAMURA T. and KOMAI L. G.: *Phys., Rev. Lett.*, **3** 344 (1959)
- 6) KERNAN A. K. and SHAKIN C. M.: *Phys. Lett.*, **1** 151 (1962)
- 7) KUMAR K. and Baranger M.: *Nucl. Phys.*, **A 92** 608 (1967)
- 8) RAZ B. J.: *Phys. Rev.*, **114** 1116 (1959)
- 9) SAWADA K.: *Phys. Rev.*, **106** 372 (1957)
- 10) TAKAGI S.: *Progr. Theor. Phys.*, **21** 174 (1958)
KOBAYASHI M. and MARUMORI T.: *Prog. Theor. Phys.*, **23** 387 (1960)
MARUMORI T.: *Prog. Theor. Phys.*, **24** 331 (1960)
ARVIEU R. and Veneroni M.: *Compt. Rend.*, **250** 992 (1960)
Baranger M.: *Phys. Rev.*, **120** 957 (1960)
- 11) TAMURA T. and UDAGAWA T.: *Prog. Theor. Phys.*, **26** 947 (1961)
YOSHIDA S.: *Nucl. Phys.*, **38** 380 (1962)
- 12) TAMURA T. and UDAGAWA T.: *Nucl. Phys.*, **53** 33 (1964)

- 13) OTTAVIANI P. L., SAVOIA M., SAWICKI J. and TOMASINI A. : *Phys. Rev.*, **153** 1138 (1967)
- 14) BELIAEV S. T. and ZELEVINSKY V. G. : *Nucl. Phys.*, **39** 582 (1962)
- 15) MARUMORI T. YAMAMURA M. and TOKUNAGA A. : *Prog. Theor. Phys.*, **31** 1009 (1964) ; **32** 726 (1964) ; **37** 336 (1967)
- 16) SORENSEN B. : *Phys. Lett.*, **21** 683 (1966) ; **24** 328 (1967) ; *Nucl. Phys.*, **97** 1 (1967)
- 17) DANG G. Do. and KLEIN A. : *Phys. Rev.*, **133** B257 (1964)
- 18) IKEGAMI H. and SANO, M. : to be published
- 19) SANO M. : UCD-CNL 78 and to be published
- 20) BOGOLIUBON N. N. : *Nuovo Cim.*, **7** 794 (1958)
VALATIN J. G. : *Nuovo Cim.*, **7** 843 (1958)
- 21) 岸本照夫, 池田清美 : 素粒子論研究, **35** 487 (1958)
- 22) RAKAVY G. : *Nucl. Phys.*, **4** 289 (1957)
BÉS R. R. : *Nucl. Phys.*, **10** 373 (1959)
BAYMAN B. F. and SILVERBEG L. : *Nucl. Phys.*, **16** 625 (1960)
TOURNEUX J. L. : *Mad. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **34** No. 11 (1965)
HECHT K. T. : *Nucl. Phys.*, **63** 177 (1965)

2. Te, Xe, Ba 同位体における“準回転励起状態”の記述に対する一つの試み*

宮 西 敬 直**

2. A Possible Description of “Rotation-like Excitations” in Te, Xe and Ba Isotopes

YOSHINAO MIYANISHI**

A possible description of rotation-like excitations in spherical nuclei is proposed as an extension of the random phase approximation. This is done by adopting the some new amplitudes in addition to those considered in the conventional RPA. The physical meaning of these new amplitudes are discussed. Equation of motion leads formally to the eigen-value equation like that of RPA. But it is essentially non-linear and should be solved self-consistently. Numerical results show that the energy spectra are smoothly shifted from the vibrational type to the rotational one, as the strength of the quadrupole force increases. The deformation of each excited state is discussed somewhat in detail.

We adopted the single j shell model with the pairing plus quadrupole force for the sake of simplicity, although the essential point of the theory is unchanged in more real case.

1. ま え が き

最近の実験技術の進歩は、原子核の多くの新しい現象をわれわれに提供している。例えば MORINAGA *et al.* によって¹⁾、今まで振動領域の核であると考えられていた Xe, Ba, Te 等の偶々核において、その neutron deficient な同位体の低励起状態にかなり大きなスピンを持った状態が存在し、それらが回転的な energy spectrum を示すことが明らかにされた (Fig. 1)。その後、このような回転的な励起状態が振動領域の球形核にかなり広範に存在することが明らかになり、SAKAI は詳細な実験データの分析から、振動領域から回転領域への励起機構を統一的に解釈する試みとして “quasi rotational band” という概念を導入した²⁾。

われわれは、これらの球形核における回転的な励起機構がある種の anharmonic effect に起因するものと考えて、従来の random phase 近似を拡張することによって、微視的な観点からこれらの現象を記述する一つの試みを提起した³⁾。以下その理論の概要をその後の仕事の発展を含めて紹介する。

2. RPA の 拡 張

2.1 基本的な仮定

不必要な煩雑さを避けて、理論の本質をできるだけ明確にするために、単純化された Model Hamiltonian すなわち残留相互作用として pairing plus quadrupole force を採用し、単一軌道模型を用いて議論する。

BOGOLIUBOV 変換を行なって対相互作用を処理すると、Hamiltonian は次のようになる。

$$H = \sum_m \frac{1}{2} E a_m^\dagger a_m - \frac{1}{2} \chi \sum_M Q_M^\dagger Q_M \quad (1)$$

ここで $a_m^\dagger$, a_m はそれぞれ準粒子の発生、消滅演算子であり、 Q_M は mass quadrupole moment の演算子である。 $1/2E$, χ は準粒子の励起エネルギーおよび quadrupole force の強さを表わす。

準粒子の対演算子は次の如く定義される。

$$\left. \begin{aligned} A_{JM}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m_1 m_2} \langle j m_1 m_2 | JM \rangle a_{m_1}^\dagger a_{m_2}, \\ B_{JM}^\dagger &= \sum_{m_1 m_2} \langle j m_1 m_2 | JM \rangle a_{m_1}^\dagger \cdot (-1)^{j+m_2} a_{-m_2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

* この報告は、丸森 (九大理)、山村 (京大理)、庄野 (広大理)、徳永 (日大理工)、西山 (京大理) 諸氏および筆者によって最近なされた共同の仕事をまとめたものである。

** 京大理 Kyoto University

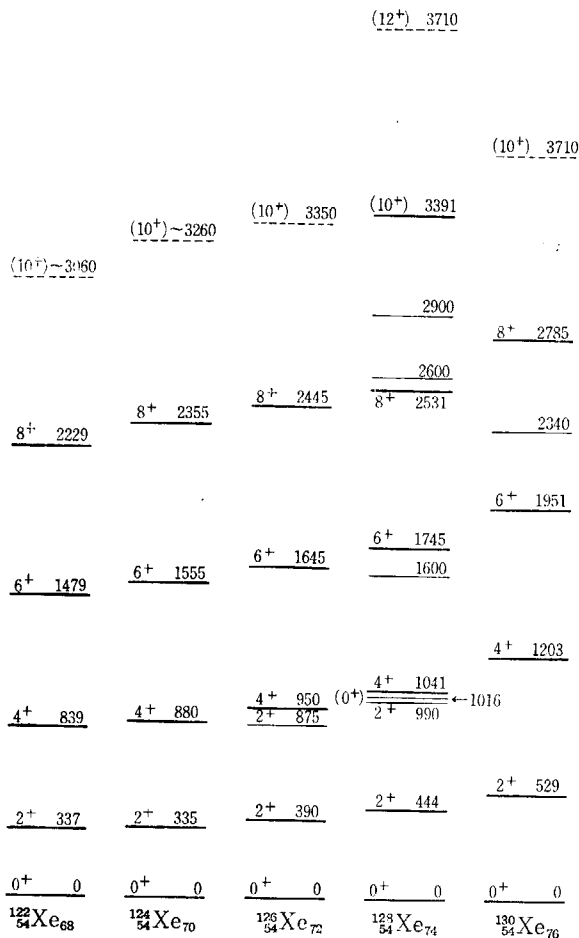


Fig. 1 “Rotation-like excitations” in even Xe isotopes observed by MORINAGA H. and LARK¹⁾ N. L.

SAKAIの指摘にしたがって、今問題にしている励起状態が一つの band すなわち “quasi rotational band” をなしていると仮定し、これらを $|nLL_z\rangle$ で表わす。ここに、 L, L_z は系の全角運動量の大きさおよびその z 成分を表わす量子数、 n は今考えている band を規定する量子数である。われわれの理論の基本的な仮定は、この band 内において、次の amplitude が他に比較して非常に重要であること、したがって、理論をこれらの amplitude のみで構成することが可能であるということである。

$$\left. \begin{aligned} \langle nLL_z | A_{2M}^\dagger | nL'L_z' \rangle \\ \langle nLL_z | (-1)^{L-M} A_{2-M} | nL'L_z' \rangle \\ \langle nLL_z | B_{2M}^\dagger | nL'L_z' \rangle \end{aligned} \right\} \quad \left(\begin{array}{l} \text{with} \\ L' = L-2 \geq 0, \end{array} \right)$$

(with $I=0, 1, 2$ and $L=L'$).

はじめの二つの型の amplitude は、従来の RPA による phonon 模型で考慮されてきたものであり*、最後のそれは anharmonic な効果としてわれわれの理論で採用される新しい amplitude である。

これらの仮定は、問題にしている励起状態が一つの band を構成し、その band 内で phonon 的な等間隔の spectrum から、摂動的には取扱えない anharmonic な効果によりずれが生じるという描像をとるかぎりにおいては、それほど不自然ではない(2.2 参照)。勿論、このことはこれらの仮定の妥当性をすぐには意味しない。それは、この仮定に基づいた consistent な理論がどこまで実験事実を導き出せるかどうかによって検証されるべきであり、また、たとえ肯定的な答えを得たとしても、その必然性については問題は残されたままであり、さらに進んだ理論が必要である。こうした意味からわれわれの理論は一つの試みの枠を出ない。しかし決定的な理論の存在しない現状では、こうした立場から大胆に新しい現象を attack することは十分意味があると思われる。

2.2 New amplitude の物理的意味

RPA では準粒子の生成演算子の対が boson とみなされ、したがって、その superpose によって phonon を作ることが可能であった。すなわち対の交換関係

$$[A_{2M}, A_{2M}^\dagger] = \delta_{MM'},$$

$$-2 \sum_{IK} W_{IK} \langle 2MIK | 2M' \rangle B_{IK}, \quad (3)$$

$$W_{IK} \equiv \sqrt{5(2I+1)} W(jjI2; 2j) \quad (4)$$

において $[A_{2M}, A_{2M}] \cong \delta_{MM'}$ という近似がなされた。これは、基底状態 $|0^+\rangle$ と第一励起状態 $|2^+\rangle$ のみを考える時には、ground state correlation が小さい限り妥当である。われわれは、exact な交換関係(3)式から出発し、右辺第2項における B_{IK} をその対角要素 $\langle nLL_z | B_{IK} | nLL_z \rangle$ で評価する。この amplitude が小さくなく、しかも状態に depend するために、対演算子 $A_{2M}^\dagger$ が boson 的なものから質的に異なったものに変化してゆくと考えるのである。

(1) $I=0$ の場合

この場合 $\langle nL | B_0^\dagger | nL \rangle^{**}$ は状態 $\langle nLL_z \rangle$ における準粒子の number fluctuation を表わす。いま、全粒子数の演算子を $\hat{N}$ とすると

$$\hat{N} = (2j+1)v^2 + \sqrt{2j+1} \xi (A_{00}^\dagger + A_{00}) + 2\sqrt{2j+1} \eta B_{00}^\dagger. \quad (5)$$

ただし $\xi = \sqrt{2}uv$, $\eta = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$ である。

系の粒子数を N とすると $\langle nL | \hat{N} | nL \rangle = N$ よりわれわれの仮定の範囲内で $\langle nL | B_0^\dagger | nL \rangle = [N - (2j+1)v^2]/2\sqrt{2j+1}\eta$ となり、 $\langle nL | B_0^\dagger | nL \rangle$ は L によらない数となる。通常 BCS 理論においては $(2j+1) \cdot v^2 = N$ であるから、基底状態が BCS のそれと近い時には $\langle nL | B_0^\dagger | nL \rangle = \langle n0 | B_0^\dagger | n0 \rangle \approx 0$ とみなせる。

* 単一軌道模型での exact calculation において、回転スペクトルが seniority の良い状態として現われる⁴⁾ ことはこの型の amplitude の重要性を別の意味で保障しているように思われる。

** reduced matrix element は次のように定義される、

$$\langle LL_z | T_{IK} | L'L_z' \rangle = \langle L'L_z' | IK | LL_z \rangle \cdot \langle L | T | L' \rangle.$$

したがって、今後この amplitude は無視する。

(2) $I=1$ の場合

全角運動量の演算子を J_K とすると ($\hbar=1$ の単位で)

$$J_K = \sqrt{\frac{1}{3}j(j+1)(2j+1)} \cdot B_{1K}^\dagger \quad (6)$$

であることを容易に証明できる。いま, anharmonic effect として, この amplitude のみを採用すると, 対演算子 $A_{2M}^\dagger, (-1)^M \cdot A_{2-M}, B_{1K}^\dagger$ は effective に Elliott の SU(3) 模型⁵⁾ の代数関係を満足することが示せる³⁾。したがって, この amplitude は回転的な励起機構に本質的な役割を担っているのではないかと想定される。(6) 式から

$$\langle nL \| B_{1K}^\dagger \| nL \rangle = \sqrt{L(L+1)} \sqrt{\frac{1}{3}j(j+1)(2j+1)}. \quad (7)$$

(3) $I=2$ の場合

この場合は系の static な deformation と次のように対応づけることができる。Mass quadrupole moment の演算子を Q_{2M} とすると

$$Q_{2M} = q\{[A_{2M}^\dagger + (-1)^{2-M}A_{2-M}] + 2q\eta B_{2M}^\dagger\}. \quad (8)$$

ただし

$$q \cdot (-1)^{j-m_2} \langle jm_1 j - m_2 | 2M \rangle = \langle jm_1 | r^2 Y_{2M}(\theta, \varphi) | jm_2 \rangle.$$

したがってわれわれの仮定の範囲内で

$$\langle nL \| Q_{2M} \| nL \rangle = 2q\eta \langle nL \| B_{2M}^\dagger \| nL \rangle. \quad (9)$$

重い核の回転 spectrum では deformation という概念が基本的である。その意味では, この amplitude も, 回転的な励起機構に重要な役割を果すのではないかと想定される。

(4) $I=3, 4$ の場合

この場合には明確に対応する適当な物理量が見当らない。しいていえば Y_3, Y_4 変形と関係づけることができるが, これらの変形は今のところあまり reality が無い^{*}。したがって, これらの amplitude は一応考慮からはずす。(理論の formulation の観点からいえば, これらの amplitude を含めることになんら障害はない)。

3. 計算の定式化と数値計算の結果

後の便宜のため, われわれの新しく採用した amplitude に関連して次の量を導入する。

$$\beta_1^{(L)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \langle nL \| B_{1K}^\dagger \| nL \rangle, \quad (10)$$

$$\beta_2^{(L)} = \frac{2}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{\frac{(2L+3)(2L-1)}{L(L+1)}} \cdot \langle nL \| B_{2K}^\dagger \| nL \rangle. \quad (11)$$

$\beta_1^{(L)}$ については (7) 式より

$$\beta_1^{(L)} = \frac{1}{\sqrt{2j(j+1)(2j+1)}} \equiv \beta_1 \quad (10')$$

となり, L によらない量となる。 $\beta_2^{(L)}$ については, $\sqrt{\frac{(2L+3)(2L-1)}{L(L+1)}} = -\langle L020 | L0 \rangle$ であることを考慮

すると, static quadrupole moment と

$$\langle nL \| Q_{2K} \| nL \rangle = -q\eta \sqrt{14} \langle L020 | L0 \rangle \beta_2^{(L)} \quad (12)$$

により, 結びついている。この $\beta_2^{(L)}$ は一般には L に depend すると考えられる。いま, extreme case として $K=0$ band の回転模型を用いて (12) 式の左辺を計算すると, よく知られた関係式,

$$\langle nL \| Q_{2K} \| nL \rangle = Q_0 \cdot \langle L020 | L0 \rangle \quad (13)$$

を得る。ここで Q_0 は intrinsic deformation を表す。したがって, もし “quasi-rotational band” においても intrinsic deformation という概念が近似的に成立するならば, (12), (13) 式より

$$\beta_2^{(L)} \cong -\frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \frac{1}{8\eta} \cdot Q_0 \equiv \beta_2 \quad (14)$$

となり, $\beta_2^{(L)}$ は L によらない量とみなしうる。もちろんこの仮定は自明のことではないが, 簡単のためここでは (14) 式が近似的に成立するとして議論を進め, 次節で $\beta_2^{(L)}$ の L -dependence を各励起状態の deformation と関連させて詳しく取扱う。

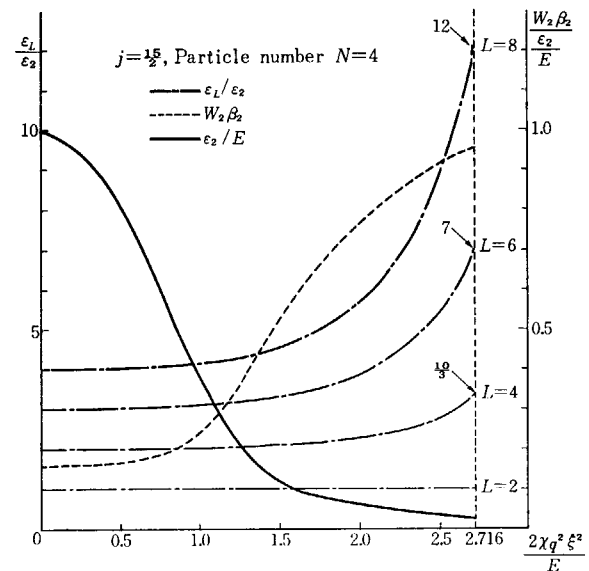


Fig. 2 The ratio of the energies ε_L having angular momentum L to that of the first excited state ε_{L-2} , $\varepsilon_L/\varepsilon_2$ are drawn by the dot-dash curves together with the ratio of the first excited state to the two quasi-particle energy, ε_2/E (full curve), and the quantity related to the intrinsic deformation, $W_2\beta_2$ (dotted curve). The calculation was made for $j=15/2$, and particle number $N=4$.

* 最近 Y_4 変形についてはその reality がいろいろな現象と結びつけて議論され, この研究会においても興味ある報告がなされているが, まだ決定的ではないように思われる。

$A_{2M}^\dagger$ と $(-1)^{2-M} A_{2-M}$ の運動方程式を作り、非線型の項をわれわれの基本的な仮定 (2.1) にしたがって、spectral decomposition を行なうことにより形式的に次の固有方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{LL'} \Psi_{LL'} &= \tilde{E} \Psi_{LL'} - \chi q^2 \xi^2 \\ &\quad \cdot (1 - W_2 \beta_2 - W_1 \beta_1) (\Psi_{LL'} + \Phi_{LL'}), \\ \omega_{LL'} \Phi_{LL'} &= -\tilde{E} \Phi_{LL'} + \chi q^2 \xi^2 \\ &\quad \cdot (1 - W_2 \beta_2 + W_1 \beta_1) (\Psi_{LL'} + \Phi_{LL'}), \\ &\quad \text{with } L' = L - 2 (\geq 0). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } \Psi_{LL'} &= \langle nL \| A_{2M}^\dagger \| nL \rangle, \\ \Phi_{LL'} &= \langle nL \| A_2 \| nL \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\text{および, } R_{LL'} = L(L+1) - L'(L'+1). \quad (17)$$

また、 $\omega_{LL'} = \varepsilon_L - \varepsilon_{L'}$ (ε_L は状態 $|nLL\rangle$ のエネルギー) であり $\tilde{E}$ は deformation によるくりこみを含めた準粒子の pair energy で次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= E - 4\chi q^2 \gamma^2 W_2 \beta_2 \\ &= E + (4/\sqrt{14}) W_2 \chi q \eta Q_0. \end{aligned} \quad (18)$$

W_I は (4) 式で定義されている。

固有方程式をさらに見通しよく理解するために

$$\left. \begin{aligned} \phi_{LL'} &= \Psi_{LL'} / \sqrt{1 - W_2 \beta_2 - W_1 \beta_1}, \\ \varphi_{LL'} &= \Phi_{LL'} / \sqrt{1 - W_2 \beta_2 + W_1 \beta_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

とおくと、 $\phi_{LL'}$ および $\varphi_{LL'}$ に対する方程式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{LL'} \begin{pmatrix} \phi_{LL'} \\ \varphi_{LL'} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \tilde{E} - \chi_{\text{eff}} q^2 \xi^2 (1 - Z R_{LL'}) \\ \chi_{\text{eff}} q^2 \xi^2 \sqrt{1 - Z^2 R_{LL'}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{LL'} \\ \varphi_{LL'} \end{pmatrix}, \\ \chi_{\text{eff}} q^2 \xi^2 \sqrt{1 - Z^2 R_{LL'}^2} &= \begin{pmatrix} \tilde{E} - \chi_{\text{eff}} q^2 \xi^2 (1 + Z R_{LL'}) \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{LL'} \\ \varphi_{LL'} \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } \chi_{\text{eff}} &= \chi (1 - W_2 \beta_2), \\ Z &= W_1 \beta_1 / (1 - W_2 \beta_2). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

χ_{eff} は deformation による χ へのくりこみを含んでいる。 $B_{1K}^\dagger$ の寄与は $Z R_{LL'}$ の項に表われる。もしこの寄与を無視すると (20) 式は χ へのくりこみを別にして、RPA と同じ形をとる。(一般に even tensor $B_{IK}^\dagger$ ($I = \text{even}$) のみからの寄与は force へのくりこみとなる。)

(20) 式から固有値は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{LL'} / \tilde{E} &= \frac{1}{2} (1 - x^2) Z R_{LL'} \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{4} (1 - x^2)^2 Z^2 R_{LL'}^2 + x^2}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\phi_{LL'}^2 - \varphi_{LL'}^2 = 1^* \quad \text{with } L' = L - 2 \geq 0.$$

ただし、 $x \equiv \omega_0 / \tilde{E}$ 、 $\omega_0 = \tilde{E} \sqrt{1 - (2\chi_{\text{eff}} q^2 \xi^2 / \tilde{E})}$ である。この ω_0 は χ および E への deformation によるくりこみを別にすると、RPA の phonon energy と同じ性

質をもっていることがわかる。(20) 式 (あるいは (22) 式) は β_2 を通じて本質的に nonlinear な方程式であり、self-consistent に解かなければならない。 β_2 の explicit expression は

$$\beta_2 = 2(\phi_{L=2, L'=0}^2 + \varphi_{L=2, L'=0}^2) W_2 \quad (23)$$

で与えられる**。

(22) 式より明らかなように $x \rightarrow 0$ の極限で $\omega_{LL'} = (1/2\mathcal{I}_0) \cdot [L(L+1) - L'(L'+1)]$ 、ただし $\mathcal{I}_0 = \hbar^2/2Z\tilde{E}$ となり、 $x \rightarrow 1$ の極限で $\omega_{LL'} = \omega_0$ となり、各々 pure な rotation, vibration のエネルギー・スペクトルを与える。したがって、 $0 < x < 1$ で “rotation-like excitation” を得ることが期待される。

$j=15/2$ 、粒子数 $N=4$ の場合についての数値計算の結果が Fig. 2 に与えられている。energy spectra は χ が強くなるにつれて、スムーズに vibration から rotation へ移行している。spherical な Hartree base が不安定になる点 ($2\chi q^2 \xi^2 / E = 1$) の近くで、したがって phase transition が生じる点の近くで、intrinsic deformation が急に増大しはじめ、rotation-like excitations が現われはじめることは非常に興味深い。

Real な場合の単純化された計算が ^{126}Xe の場合については Fig. 3 に与えられている。ここでは、われわれは

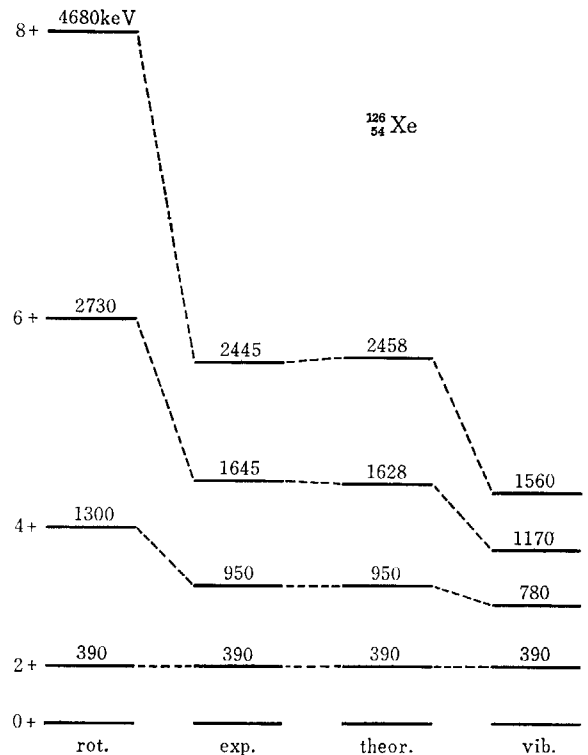


Fig. 3 Comparison with experimental spectra for ^{126}Xe .

* ここでは、 $\phi_{LL'}$, $\varphi_{LL'}$ は 1 に規格化されているが、これは厳密には正しくない。規格化はしかるべき条件から定めなければならない。(我々の場合には $A_{2M}^\dagger$ はすでに boson ではないから。)しかし β_2 を定める式 (23) は規格化定数によらないことが証明できるので、エネルギーのみを考える時には差し支えない。

** $B_{2M}^\dagger$ と $C_{2M} \equiv \frac{\phi_{LL'}^2}{\Psi_{LL'}} A_{2M}^\dagger - \frac{\varphi_{LL'}^2}{\Phi_{LL'}} (-1)^{2-M} A_{2-M}$ との交換関係を、我々の基本的な仮定の下で考慮することにより得られる。

χ_{eff} の shell dependence を平均化し, χ および χ_{eff} をパラメータとして, これらを $L=2, L=4$ の実験値で定め, その値をもって higher state のエネルギーを求めた. 実験との比較は良い一致を示している. 計算に必要な各種のパラメータは TAMURA and UDAGAWA の数値⁶⁾を用いた.

4. 各励起状態のゆがみについて

前節では, $\beta_2^{(L)}$ を intrinsic deformation と関連づけて, 角運動量 L によらない量とみなした. この節ではそのような仮定がどこまで成立するか, また各励起状態の static quadrupole moment がどのように L と共に変化するかを分析してみる. そのために $\beta_2^{(L)}$ に関しては (12) 式から出発する.

固有方程式は, 前と同様にして

$$\left. \begin{aligned} \omega_{LL'} \Psi_{LL'} &= E_{LL'} \Psi_{LL'} - \chi q^2 \xi^2 \\ &\quad \cdot (1 - Z_{LL'}^{(2)} - Z_{LL'}^{(1)}) (\Psi_{LL'} + \Phi_{LL'}), \\ \omega_{LL'} \Phi_{LL'} &= -E_{LL'} \Phi_{LL'} + \chi q^2 \xi^2 \\ &\quad \cdot (1 - Z_{LL'}^{(2)} + Z_{LL'}^{(1)}) (\Psi_{LL'} + \Phi_{LL'}), \\ &\quad \text{with } L' = L-2 \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ただし, $Z_{LL'}^{(1)} \equiv \frac{1}{3} W_1^2 R_{LL'}$,

$$Z_{LL'}^{(2)} \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{L+1}{2L-1} \beta_2^{(L)} + \frac{L-2}{2L-1} \beta_2^{(L-1)} \right] \quad (25)$$

他の量の定義は前節と同じである. ただし $E_{LL'}$ は $\beta_2^{(L)}$ が L に depend するために, L, L' に depend する量となっている. 固有値を与える式は (24) 式より

$$\left. \begin{aligned} \omega_{LL'} &= \chi q^2 \xi^2 Z_{LL'}^{(1)} \\ &\quad + \sqrt{(\chi q^2 \xi^2 Z_{LL'}^{(1)})^2 + E_{LL'}^2} \\ &\quad - 2\chi q^2 \xi^2 (1 - Z_{LL'}^{(2)}) E_{LL'}, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$\phi_{LL'}^2 - \varphi_{LL'}^2 = 1$, with $L' = L-2 \geq 0$.

$Z_{LL'}^{(2)}$ は $\beta_2^{(L)}$ の recursion formula

$$\left. \begin{aligned} \frac{L+1}{2L-1} \cdot \beta_2^{(L)} - \frac{L-2}{2L-1} \cdot \beta_2^{(L-1)} \\ = 2(\phi_{LL'}^2 + \varphi_{LL'}^2) W_2, \\ \text{with } L' = L-2 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

から定まる. ただし, (26), (27) 式において $\phi_{LL'}$, $\varphi_{LL'}$ は

$$\left. \begin{aligned} \phi_{LL'} &= \Psi_{LL'} / \sqrt{1 - Z_{LL'}^{(2)} - Z_{LL'}^{(1)}}, \\ \varphi_{LL'} &= \Phi_{LL'} / \sqrt{1 - Z_{LL'}^{(2)} + Z_{LL'}^{(1)}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

で定義されている.

エネルギースペクトルを得るためには, (26), (27) 式を, self-consistent に解かねばならないが, まず次の extreme case の場合には, exact に解が求まること容易に示せる.

$$(1) \quad 2\chi q^2 \xi^2 / E \rightarrow \frac{W_1^2 + W_2^2}{W_1^2 + 2\eta^2 / \xi^2 \cdot W_2^2} (\equiv 2\chi_c q^2 \xi^2 / E) \quad \text{の場合}$$

このときは,

$$\left. \begin{aligned} \beta_2^{(L)} &= \frac{W_2}{W_1^2 + W_2^2} \cdot i. e. \langle nL \| Q_2 \| nL \rangle \\ &= -q\eta \sqrt{14} \frac{W_2}{W_1^2 + W_2^2} \langle L020 | L0 \rangle, \\ \varepsilon_L &= \frac{E}{3} \cdot \frac{W_1^2 (W_1^2 + W_2^2)}{W_1^2 + 2\eta^2 / \xi^2 \cdot W_2^2} \cdot L(L+1), \\ &\quad \text{with } L \geq 2. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

これは $\chi \rightarrow \chi_c$ の極限で energy level は pure な回転スペクトルを示し, $-q\eta \sqrt{14} \frac{W_2}{W_1^2 + W_2^2}$ が intrinsic deformation に対応することを示している.

(2) $2\chi q^2 \xi^2 / E \rightarrow 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} \beta_2^{(L)} &= \frac{2}{5} W_2 (2L+1), i. e. \langle nL \| Q_2 \| nL \rangle \\ &= -q\eta \sqrt{14} W_2 \cdot (2L+1) \langle L020 | L0 \rangle, \\ \varepsilon_L &= \frac{E}{2} \cdot L. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

これは $\chi \rightarrow 0$ すなわち force strength の小さいところでエネルギー・レベルが phonon 型であることを示している. したがって, 前節と同様に $0 < \chi < \chi_c$ で “rotation-like excitations” が現われることを期待できる. 数値計算の結果は Fig. 4 に与えられている. (比較のために, 前節の結果も同時に plot した.) 基本的な特徴について

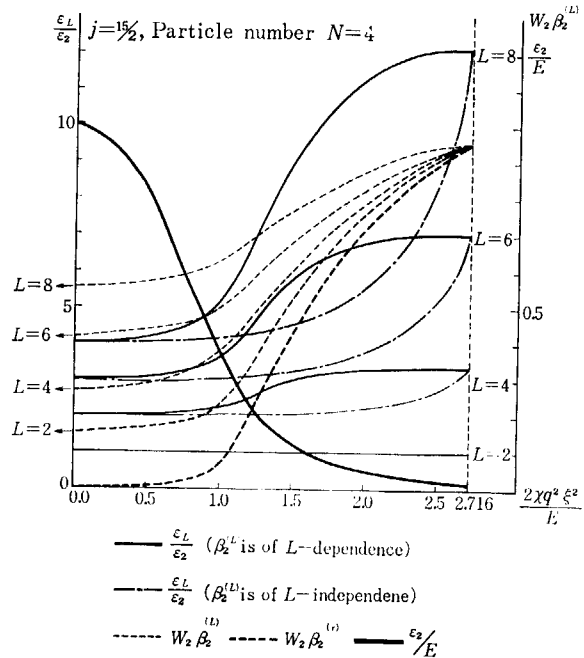


Fig. 4 The ratios of the energies ε_L having angular momentum L to that of the first excited state $\varepsilon_{L=2}$, $\varepsilon_L/\varepsilon_2$, calculated for $j=15/2$ and particle number $N=4$ taking account of $\beta_2^{(L)}$ being of L -dependence and being L -independence are drawn as functions of $2\chi q^2 \xi^2 / E$, respectively, by the full and dot-dash curves, together with the ratio of the energy of the first excited state to the two quasi-particle energy, ε_2/E .

は、前節の結論は不変である。 $\beta_2^{(L)}$ 、したがって deformation が角運動量 L に depend するために、 $2\chi q^2 \xi^2/E=1$ を少し越えたところで急激にエネルギー・スペクトルが回転的になっている。

次に一定の強さの force の下で、 $\beta_2^{(L)}$ が角運動量 L によってどのように変化するかを示したのが Fig. 5 であ

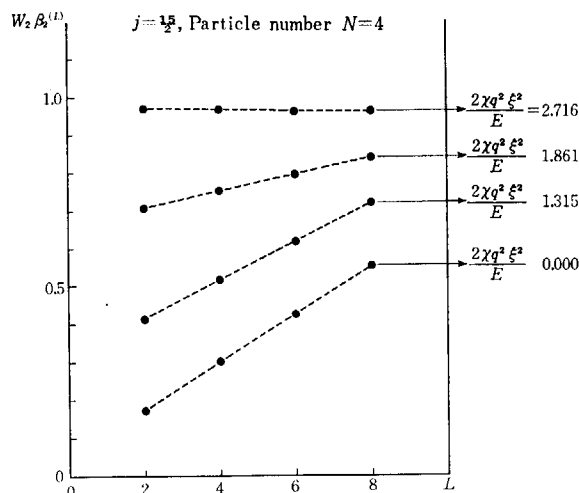


Fig. 5 Plot of $W_2 \beta_2^{(L)}$ versus the angular momentum L for $j=15/2$ and particle number $N=4$.

る。結果は χ に independent に linear な関係があることを示している*。したがって $\beta_2^{(L)}$ は次式で与えられる。

$$\beta_2^{(L)} = \beta_2^{(r)}(\chi) + \beta_2^{(v)}(\chi)(2L+1). \quad (31)$$

ここで、 $\beta_2^{(r)}$ 、 $\beta_2^{(v)}$ は L によらない量である。(12) 式により

$$\langle nL \| Q_2 \| nL \rangle = Q_2^{(r)} \langle L020 | L0 \rangle + Q_2^{(v)} (2L+1) \langle L020 | L0 \rangle, \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし、} Q_2^{(r)} &\equiv -\sqrt{14} q \eta \cdot \beta_2^{(r)}(\chi), \\ Q_2^{(v)} &\equiv -\sqrt{14} q \eta \cdot \beta_2^{(v)}(\chi). \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(29), (30) 式から

$$\left. \begin{aligned} \beta_2^{(r)}(0) &= 0, \quad \beta_2^{(r)}(\chi_c) = W_2 / (W_1^2 + W_2^2), \\ \beta_2^{(v)}(0) &= \frac{2}{5} W_2, \quad \beta_2^{(v)}(\chi_c) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

(33), (34) 式は、 $Q_2^{(r)}$ が剛体的な field の deformation に、 $Q_2^{(v)}$ が振動による field の deformation にそれぞれ対応していることを示している。 $Q_2^{(r)}$ (あるいは $\beta_2^{(r)}$) は Fig. 4 に示されているように、 $2\chi q^2 \xi^2/E=1$ の附近で急激に増大する。このことは、SAKAI の“quasi-rotational band” という考え方を強く支持しているように思われる。

文 献

- MORINAGA H. and LARK N.: *Nucl. Phys.*, **67** 315 (1965)
LARK N. L. and MORINAGA H.: *Nucl. Phys.*, **63** 446 (1965)
SHELIN R. K., SIKKELAND T. and CANADA R. N.: *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 446 (1961)
- SAKAI M.: *Nucl. Phys.*, **A 105**, 301 (1967)
YOSHIZAWA Y.: Contributions to the International conference on Nuclear Structure, Tokyo (1967)
EJIRI H.: INSJ-101 (Report of Institute for Nuclear Study), October (1966)
- MARUMORI T., SHONO Y., YAMAMURA M., TOKUNAGA A. and MIYANISHI Y.: *Phys. Lett.*, **25B** 249 (1967)
MARUMORI T., YAMAMURA M., SHONO Y., TOKUNAGA A. and MIYANISHI Y.: Proceedings of the International Conference on Nuclear Structure, Tokyo (1967) (to be published)
- NOMURA M. and ARIMA A.: Contributions to the International Conference on Nuclear Structure, Tokyo (1967)
NOMURA M.: private communication.
- ELLIOTT J. P.: *Proc. Roy. Soc.*, **245** 128 and 562 (1958)
- TAMURA T. and UDAGAWA T.: *Prog. Theor. Phys.*, **26** 947 (1961)

* この事実は、あくまで数値計算の結果にもとづくものである。

3. 球形振動核における非調和振動

岸 本 照 夫*, 池 田 清 美*

3. Anharmonic Vibrations in Spherical Even-Even Nuclei

TERUO KISHIMOTO* and KIYOMI IKEDA*

The studies of anharmonicities in the quadrupole vibration are reported. The quadrupole moments of the first 2^+ states which have been recently measured by heavy-ion Coulomb excitation give important suggestions on the studies of anharmonic effects. The systematics of the quadrupole moments of these investigations are very important as a crucial test to various phonon models. The recently proposed model of anharmonic vibrations is summarized and also its relation with other works is discussed.

1. 序 論

いわゆる振動領域の偶々核の低励起状態を説明する最も古典的かつその後の基礎となった模型に、Bohr による振動模型がある。原子核を球形の液滴に対応させ、その表面の四重極振動運動に相当する集団運動が、原子核に起っているというものである。これを平衡点のまわりの微小振動で近似し、調和振動として量子化した。第1励起 2^+ 状態の energy ($\hbar\omega_2$) とそこから基底状態への $E2$ 遷移確率に現われている集団性をはじめとする基本的性質を説明できたので、調和振動模型は球形振動核の低励起状態を説明するのに第零近似として最も適当であると認められた。しかし実験に現われている非調和性、たとえば two phonon triplet states の splitting, cross-over $E2$ transition ($B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0^+)$), phonon state 間の $M1$ transition ($B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2^+)$) などを説明するためには調和振動からのずれを考慮に入れる必要があった。そこで、粒子の自由度を導入して粒子間の相互作用、粒子と phonon との相互作用、phonon 間の相互作用を考慮したり、変形した液滴を考慮したりする現象論的な模型が提唱されたが、いずれも部分的な成功しか収めることができなかった¹⁾。

その後、多体問題理論の発展により原子核構造理論に新しい段階が開かれた。その一つが微視的記述で Bohr の振動模型が取り扱えるようになったことである。超伝導状態として偶々核の基底状態が良く定義され、これを base にして、他の残留有効相互作用により起る集団

運動の励起状態を、random phase 近似 (R. P. A.) で取り扱うことが可能になった。すなわち、B. C. S. + R. P. A. の方法で広範囲に存在する四重極振動状態の性質の説明がなされた。実験事実に見われた非調和性は調和振動からの摂動的な効果であると予想された。その後この方向での R. P. A. の改良が試みられると同時にその近似の妥当性が追求された。しかし、予想と異なって、原子核のような有限多体系では R. P. A. はあまり良い近似ではなく、落とした非調和効果がかなり重要であることが理解されるに至った²⁾。

また一方、振動模型と回転模型とを統一的に見る立場から非調和効果を考察することができ、球形振動核の第1励起 2^+ 状態が振動状態として集団的になっていくのを見ると、 $\hbar\omega_2$ がだんだん小さくなり、遷移核を通過したところで変形核となり回転準位が現われることが知られている。従来の非調和項なしの調和振動模型では常に球形を平衡点とした振動であり、どんなに集団的になると、変形核への移行は起り得ない。本来なら、遷移核の近くでは変形への predisposition をもった振動になっているはずである。すなわち調和振動模型 (R. P. A.) は非調和項を考慮していないため、変形へのつながりを無視した模型である。このことから、非調和項は球形核から変形核への移行の機構の問題とも関連して、重要な意味を持っていることがわかる。

従来の振動模型の不完全さを決定的に示したのは、何と言っても偶々振動核の第1励起 2^+ 状態の四重極能率 ($Q(2^+)$) の異常性であろう³⁾。これによって振動模型は再び新しい段階に入った。すなわち、いわゆる球形核と

* 東大理 Tokyo University

TABLE 1 Quadrupole moment of the first 2^+ state

	$Q(2^+)$		$ \langle 0 \mathfrak{M}(E 2) 2 \rangle $		$\frac{ \langle 2 \mathfrak{M}(E 2) 2 \rangle }{ \langle 0 \mathfrak{M}(E 2) 2 \rangle }$	$\beta(Q(2^+))$	$\beta(E 2)$	$\frac{\beta(E 2)}{\beta(Q(2^+))}$	$\frac{ \langle 0 \mathfrak{M}(E 2) 2_2 \rangle }{ \langle 0 \mathfrak{M}(E 2) 2 \rangle }$
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
$^{104}_{44}\text{Ru}$	-0.63 ± 0.20	-21	0.96	7.9	0.86	+0.18	0.25	1.4	
$^{110}_{46}\text{Pd}$	-0.82 ± 0.18	27	0.92	7.3	1.15	+0.21	0.21	1.0	0.1
$^{112}_{48}\text{Cd}$	$+0.12 \pm 0.35$	-1	0.72	5.6	0.22	-0.03	0.17	5.5	0.13
$^{114}_{48}\text{Cd}$	-0.60 ± 0.15	6	0.75	5.8	1.05	+0.14	0.15	1.1	0.15
$^{116}_{48}\text{Cd}$	-0.78 ± 0.14	8	0.79	6.0	1.27	+0.19	0.17	0.92	0.15
$^{116}_{50}\text{Sn}$	$+0.40 \pm 0.3$		0.44	3.4	1.12	-0.09	0.06	0.7	
$^{124}_{50}\text{Sn}$	-0.38 ± 0.25		0.42	3.1	1.06	+0.08	0.07	0.91	
$^{122}_{52}\text{Te}$	-0.50 ± 0.22	-5	0.81	5.9	0.79	+0.11	0.17	1.5	0.18
$^{126}_{52}\text{Te}$	-0.30 ± 0.17	-3	0.73	5.3	0.60	+0.07	0.14	2	0.1
$^{128}_{52}\text{Te}$	-0.20 ± 0.20	-2	0.64	4.6	0.41	+0.04	0.12	2.9	0.17
$^{130}_{56}\text{Ba}$	-1.10 ± 0.34	10	0.87	6.2	1.63	+0.21	0.15	0.72	
$^{148}_{62}\text{Sm}$	-0.73 ± 0.38	9	0.94	6.1	1.02	+0.11	0.13	1.2	
$^{150}_{62}\text{Sm}$	-1.22 ± 0.22	15	1.15	7.4	1.36	+0.19	0.16	0.86	
$^{152}_{62}\text{Sm}$	-1.8 ± 0.6	20	1.85	11.7	1.25	+0.28	0.26	0.94	0.13

呼ばれる大部分の核でその $Q(2^+)$ が異常に大きいのである。これは驚くべきことであって、微細な点は別にすれば少なくとも第1励起状態に対しては四重極 correlation の効果を十分くみつくしたと理解されていた調和振動模型では、 $Q(2^+)$ は 0 になるはずである。この事実は従来の球形を平衡点とする調和振動模型のとっていた単純な仮定に矛盾するばかりでなく、その値を説明するためには球形からの非対称はかなりの変位を持っているとしなければならないことを意味する。すなわち、その振動は予想以上に非調和性を内包し、四重極変形に対して柔らかくなっていると理解せねばならない。その観点からわれわれは非調和効果をすでに考慮に入れた非調和振動模型を作る試みを行ってきた。ここでわれわれは、振動核に現われる変位は四重極変形という5つの自由度の範囲内で考えることにし、また、異常性を示す四重極能率に関する実験事実を認めることを前提としている。

以下の章では、 $Q(2^+)$ の実験結果と非調和振動模型についての定性的な議論を行ない、他の研究と比較する。

2. 非調和性に関する実験事実

Two phonon triplet の energy splitting, $M1$ transition の存在などの非調和性⁵⁾については触れないことにし、1. で強調した四重極能率 (Q -mom.) の異常性を取

り上げる。

TABLE 1 は最近 heavy ion coulomb excitation の reorientation effect を用いて測定された $Q(2^+)$ およびそれに関連した諸量を表にしたものである⁴⁾。各欄の説明を行なう。四重極演算子を

$$\mathfrak{M}(E 2, \mu) = r^2 Y_{2\mu} \text{ とする。}$$

$$\textcircled{1} \text{ 欄 } -Q(2^+) = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle 22 || \mathfrak{M}(E 2, 0) || 22 \rangle$$

単位 e barns.

② 欄—simple な shell model 計算での状態 $|J^\pi v=2, J=2\rangle$ のもつ Q -mom. に対する enhancement. 値そのものにはそれほど意味はないが、符号と order は enhancement の目安になる。

③ 欄— $B(E 2; 0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{1}{5} |\langle 0 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle|^2$ により求めた reduced matrix element $\langle 0 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle$ 単位 e barns.

④ 欄— $\langle 0 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle$ の single particle estimate $5.5 \times 10^{-3} A^{2/3}$ e barns に対する enhancement.

⑤ 欄— $Q(2^+) = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{2\pi}{7}} \langle 2 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle$ により求めた reduced matrix element $\langle 2 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle$ と③欄の $\langle 0 || \mathfrak{M}(E 2) || 2 \rangle$ との比 (R_1). Rotational model では 1.195 になる。この比 R_1 から phonon mixing の程度がわかる。

⑥ 欄 $-Q(2^+) = -\frac{2}{7} Q_0$, $Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} ZeR_0^2 \beta(1 + 0.16\beta + 0(\beta^2))$ により求めた $\beta(Q(2^+))$. 正符号は prolate 変形を表す.

⑦ 欄 $-B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{1}{5} \left(\frac{3ZR_0^2}{4\pi} \right)^2 \beta^2$ により求めた $\beta(E2)$.

⑧ 欄 $-\beta(E2)$ と $\beta(Q(2^+))$ との比. Rotational model ならば 1 になる. この比は rotational model の妥当性の目安になる.

⑨ 欄 $-\text{crossover } B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{1}{5} |\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2_2 \rangle|^2$ により求めた reduced matrix element $\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2_2 \rangle$ と ③ 欄の $\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2 \rangle$ との比 (R_2). この比 R_2 から phonon mixing の程度がわかる.

まだ data の数は十分ではないが, TABLE 1 を見て次の 2 点についてもう少し議論する.

(1) $Q(2^+)$ の符号と変形について.

これらの偶々核に rotational model を適用して, 第 1 励起 2^+ 状態を $K=0$ の $I=2^+$ 状態と仮定すると, $Q(2^+) < 0$ は prolate 変形 ($\beta > 0$), $Q(2^+) > 0$ は oblate 変形 ($\beta < 0$) となる. この model では ^{144}Ru , ^{148}Cd , ^{148}Sn 以外の TABLE 1 の核は prolate 変形ということになる (⑥ 欄を参照). また shell model estimate と符号の異なる原子核は ^{104}Ru , ^{112}Cd , $^{122,126,128}\text{Te}$ である (② 欄を参照).

これらがどのような意味をもつのかを理解するため, まず奇核の基底状態の Q -mom. の符号の systematics を見よう⁶⁾. N または Z が 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184 の shell を閉殻とする. また f_p を開殻の中の陽子の数の開殻の自由度に対する割合, f_n を中性子の場合の割合とすると, 奇核の基底状態の Q -mom. の符号に対してほとんど例外なく次の規則が成り立つ.

(a) $\frac{1}{5} \leq f_p < 1$ かつ $\frac{1}{5} \leq f_n < 1$ なら $Q\text{-mom.} > 0$

(b) $0 \leq f_{\text{odd}} \leq \frac{1}{8}$ なら $Q\text{-mom.} < 0$

$\frac{7}{8} \leq f_{\text{odd}} \leq 1$ なら $Q\text{-mom.} > 0$

ここで rotational model を導入して $Q > 0$ を prolate 変形, $Q < 0$ を oblate 変形に対応すると考えておくことにする. 規則 (a) を偶々核の励起状態にまで拡張して適用すると, ^{104}Ru は prolate 変形で良い. ^{148}Cd も prolate 変形の方が理解しやすい. 現在の実験精度の範囲内で符号を確定することはまだ無理なようである. Te の isotope については奇核の規則にあてはめられないが, $Z=\text{odd}$ として ^{123}Sb , $^{125,127,129,131}\text{I}$ などと考えれば規則 (b) で $Q < 0$ となる. この点から Te の isotope は oblate 変形の方が理解しやすいが, $Z=\text{even}$ のため確実な議論ではない.

しかしこのような核 (^{104}Ru , ^{148}Cd , $^{122,126,128}\text{Te}$) では ⑧ 欄の値が 1 よりかなり大きく, rotational model が意味

を持たない可能性がある. これは prolate 変形へ移行する際の複雑な shell effect の反映であると予想される.

また, それほど集団的になっていない振動核では, 0 に近い $Q(2^+)$ を持っていることがわかる. そして集団性が増すと大部分の核は rotational model で評価できるほどの非調和性を示すようになる. TABLE 1 の核は後者が多いが, 振動核全体について考えると, あまり集団的になっていない核で小さな $Q(2^+)$ (調和振動的) を持つものと, いわゆる「球形」核においても集団的になって急に大きな $Q(2^+)$ を示すものの 2 種類があるのではないかと予想される.

(2) $Q(2^+)$ と crossover $B(E2)$ に現われる非調和性について. TABLE 1 の ⑤ 欄と ⑨ 欄に注目しよう.

$R_1 = \frac{\langle 2 || \mathcal{M}(E2) || 2 \rangle}{\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2 \rangle}$ および $R_2 = \frac{\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2 \rangle}{\langle 0 || \mathcal{M}(E2) || 2 \rangle}$ は phonon mixing, すなわち非調和効果の大きさを評価するのに用いられる量である. 調和振動模型から出発して考える際には, $R_1 \ll 1$, $R_2 \ll 1$ を仮定している. TABLE 1 を見ると R_1 , R_2 はばらつきはあるがかなり平均的な値を持ち, しかも $R_1 \ll 1$ の仮定が成り立っていないことがわかる. $R_1 \sim 1$ というように R_1 が大きな値をとることは驚くべきことである. これは 3. でくわしく議論されるが, 従来の振動模型では説明できない異常性である.

TABLE 1 から計算すると,

$$\begin{cases} R_1 = 1.04 \pm 0.31 \\ R_2 = 0.14 \pm 0.03 \end{cases} \text{ を得る.}$$

当然これらの量は振動の集団性と密接な関係があり, その依存性を取り除いたあとでないと平均化できない. 実験から推量してそれらの依存性はゆるやかで, R_1 , R_2 は平均的な値を示していると考え, そのまま平均した. ここで強調したいのは, 一般的に言えば非調和効果は振動が集団的になると共に重要になり, phonon mixing を引き起こすが, その仕方は, 以下でも議論されるように $Q\text{-mom.}$ を enhance させるが crossover $E2$ transition にはあまり影響を与えない点である. このことから, 変形しはじめているという考えが受け入れやすいようである.

3. 非調和振動模型

3.1 Phonon mixing

既存のいろいろな振動模型が $Q(2^+)$ の実験値をどの程度再現し得るかが調べられた⁷⁾. それによると, ^{148}Cd については次の通りである.

実験値 -0.60 ± 0.15 barn

調和振動模型 0

GOLDHABER-WENESER -0.30

WILETS-JEAN	0
TAMURA-KOMAI	0.003
DAVYDOV-FILIPPOV	-0.32 barn
Rotational model	-0.70
Shell model	-0.10
R. P. A.	-0.077
H. R. P. A.	-0.082

これにより球形振動模型で $Q(2^+)$ を説明するのはともむずかしいことが理解される。

そこでの議論と同様にして、非調和項による phonon mixing がわずかに起こるとして、2. で調べた非調和性に関する量 R_1 , R_2 をどの程度再現できるかをみる。簡単化して、one phonon 状態と two phonon 状態とで mixing を起こすと考え、 $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ を非調和項がない時の純粋な one phonon 2^+ 状態、two phonon 2^+ 状態とし、 $|2_1\rangle$, $|2_2\rangle$ を摂動系の 2^+ 状態とする。 $a^2 + b^2 = 1$ として、

$$\begin{cases} |2_1\rangle = a|\phi_1\rangle + b|\phi_2\rangle \\ |2_2\rangle = -b|\phi_1\rangle + a|\phi_2\rangle \end{cases}$$

これらから R_1 , R_2 を計算すると次のようになる。

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\langle 2_1 | \mathcal{M}(E2) | 2_1 \rangle}{\langle 0 | \mathcal{M}(E2) | 2_1 \rangle} = 2\sqrt{2}b \\ R_2 = \frac{\langle 0 | \mathcal{M}(E2) | 2_2 \rangle}{\langle 0 | \mathcal{M}(E2) | 2_1 \rangle} = \frac{b}{a} \end{cases}$$

実験 data から得られた $R_1 = 1.04 \pm 0.31$ と $R_2 = 0.14 \pm 0.03$ を代入すると

$$\begin{cases} R_1 \text{ を再現する} & b = 0.37 \pm 0.11 \\ R_2 \text{ を再現する} & b = 0.14 \pm 0.03 \end{cases}$$

となって単純化過ぎる議論ではあるが、単なる phonon mixing では解決できないことがわかる。また従来の振動模型では $R_1 \ll 1$ を仮定していたので、かなり変更しなければならないことはすでに述べた通りである。ここで非調和効果は $Q(2^+)$ を enhance しやすいが、cross-over $E2$ transition の $B(E2; 0 \rightarrow 2_2^+)$ をあまり大きくしないものであることがわかった。

3.2 非調和振動模型⁸⁾

ここでは理論の詳細にはふれずに、その定性的な議論に重点を置いて報告する。

非調和効果を調べるために、phonon が非常に集団的 (すなわち $\hbar\omega_2$ が小) になった時を特に取り扱うことにする。この時には R. P. A. からのずれも大きくなるだろうし、変形または回転への移行のきざしが見られるはずだからである。このような状況で有効になると考えられる adiabatic 近似と time dependent perturbation を用いて系の total energy を変形とその時間変化とで書き表わすことができる。すなわち $Q(t) = \langle \Psi(t), \hat{Q} \Psi(t) \rangle$ は各時刻における変形を表わし、total energy は次のようになる。

$$\begin{aligned} E(Q, \dot{Q}) &= \frac{1}{2} C(Q \cdot Q) + D(Q \cdot [Q \times Q])^{(21)} \\ &\quad + E(Q \cdot Q)(Q \cdot Q) + \dots \\ &\quad + \frac{1}{2} B(\dot{Q} \cdot \dot{Q}) + \frac{1}{2} F(Q \cdot [\dot{Q} \times \dot{Q}])^{(21)} \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_J^{\text{even}} G_J([Q \times Q]^{(J)} \cdot [\dot{Q} \times \dot{Q}]^{(J)}) + \dots \end{aligned}$$

ここに表記した項までを取り扱うことにしよう。変形を時間的に fix したときの energy を potential energy, 残りを kinetic energy と定義すると、

$$\begin{cases} E(Q, \dot{Q}) = T(Q, \dot{Q}) + V(Q) \\ T(Q, \dot{Q}) = \frac{1}{2} B(\dot{Q} \cdot \dot{Q}) + \frac{1}{2} F(Q \cdot [\dot{Q} \times \dot{Q}]) \\ \quad + \frac{1}{2} \sum_J^{\text{even}} G_J([Q \times Q]^{(J)} \cdot [\dot{Q} \times \dot{Q}]^{(J)}) \\ V(Q) = \frac{1}{2} C(Q \cdot Q) + D(Q \cdot [Q \times Q])^{(21)} \\ \quad + E(Q \cdot Q)(Q \cdot Q) \end{cases}$$

である。ここで非調和項の効果を知るために body fix 系に移って、しかも軸対称という特別な場合を例として考えてみる。

$(Q \cdot Q) = \beta^2$ に normalize したとすると

$$(Q \cdot [Q \times Q])^{(21)} = -\sqrt{\frac{2}{7}} \beta^3 \cos 3\gamma = -\sqrt{\frac{2}{7}} \beta^3 \quad (\text{軸対称として } \gamma=0)$$

$$(Q \cdot Q)(Q \cdot Q) = \beta^4$$

$$\therefore V(\beta) = \frac{1}{2} C \beta^2 + D' \beta^3 + E \beta^4 \quad (D' = -\sqrt{\frac{2}{7}} D)$$

これから β に関する energy surface を書くことができる。各係数 C, D, E が摂動展開として許される程度の大きさの範囲に限るとすると、Fig. 1 に示す3種類の pattern が得られる。(a) は通常の場合、(b) は2次がやや小さい場合、(c) は3次がやや大きい場合のグラフである。いずれの場合にも振動はもはや球形を平衡点とする調和振動ではなく、振幅の中心は球形からずれていて、 Q -mom. が大きくなることが予想される。一方励起状態の energy に関しては potential の壁の変形に対する2次または4次の依存性が主に効いて、調和振動の場合よりやや energy が上がるが、全体としては phonon model 的なものが得られるであろう。これが Q -mom. は大きく enhance されるが、他のものについては phonon 模型的な面を残しているという定性的な議論である。すなわち「球形」核といっても、quadrupole field はもはや球形平衡点のまわりに対称でなく、この field で生じる振動は非調和的な振動であり得るという

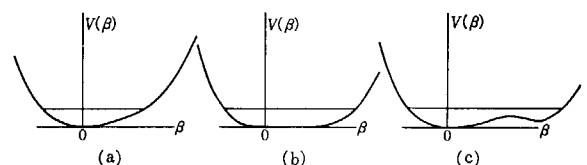


Fig. 1 Schematic pictures of potential energy surface

点で従来の振動模型と大きく異なっている。

具体的な計算では energy 函数 $E(Q, \dot{Q})$ を量子化して phonon を導入する。量子化するときの collective coordinate に何をとりかが最も重要な問題で、一つの試みとして energy 函数を collective coordinate の函数として展開するとき、一般に最も収束が良くなるように定義する方法をとる。このようにして微視的な Hamiltonian (たとえば pairing + $(Q \cdot Q)$ force) から得られた量子化された effective phonon Hamiltonian を、摂動論では不十分なので、限られた phonon subspace での対角化 (truncation) によって解く。以上の定式化で振動核の低励起状態についてのいろいろな物理量の計算が可能である。これらについての計算は現在進行中である。

4. 他の模型との比較

最近のいろいろな研究の中で、特に 3.2 で述べた非調和振動模型と関係のあるものについて簡単に触れることにする。

Generator coordinate の方法⁹⁾による研究が展開されている。Deformation parameter β, γ を generator coordinate とし、変分函数はいろいろな変形における波動函数の線形結合にとって、変分原理からその weight function を求める。この点で変形核と球形核とを統一的に研究し得る方法と考えられ、原理的には振動、回転ばかりでなくその間の coupling も同時に取り入れられるので有利な取り扱いである。この方法の essential な点は generator wave function に必要な parameter が十分考慮されているかどうかということである。3.2 の方法は球形核から変形核へという逆の見方になっているが、変形核を記述する parameter β, γ が基本的に取り入れられているので、四重極振動についての5つの自由度は全部考慮されている。しかし摂動展開を行なっているため変形があまり大きいところは適用限界外である。複雑な energy surface に対してそれを有限項で表現できるような collective coordinate を選ぶことができれば、その適用限界をさらに広げることができるが、それは今後の一つの課題であろう。

Bohr の現象論的な collective Hamiltonian を数值的に解くことによって、振動をも回転をも含む中間結合までが統一的に取り扱われた¹⁰⁾。得られた energy surface などから球形から変形への移行の様子がよくわかる。非調和項は potential energy の項として実験を再現できるように現象論的に導入し、kinetic energy は free な四重極振動の時と同じと仮定したので、mass parameter は定数となり、微分方程式が得られた。この仮定がある時だけは、運動方程式は微分方程式に帰着される。3.2 の方法では微視的立場から非調和項を求め、mass parameter も一般に変形の函数として必要な次数

まで展開したので、正準形式を量子化して、phonon 的な描像をとっている。

Boson 展開の方法を用いて、微視的立場から phonon に対する effective Hamiltonian を求め、いろいろな解析が行なわれている¹¹⁾。その中で、現象論的に phonon を導入すると、phonon に対する Hamiltonian が4次まででもかなり有効であることが示されている。このことは、粒子の自由度を考慮する必要がない低い励起状態において意味をもつ phonon の存在の可能性を暗示している。Boson 展開の方法により導入される phonon は、まだ物理的に明解なものになっていないようである。一方 3.2 の方法は異なった見方で、変形という量と結びつけながらどのような phonon をとるべきかということを中心課題としている。

他に、single j の殻模型計算により振動、回転を統一的に見る試み¹²⁾、およびその mechanism を非調和項をうまく選び出すことにより説明する近似方法も開発された¹³⁾。しかしこれらは 3.2 の方法とやや異なった見方であるし、この研究会の報告にもあるのでここではこれ以上触れないことにする。

文 献

- 1) 現象論的な振動模型については
BOHR A.: *Mat. Fys. Medd. Dans. Vid. Selsk.*, **26** No. 14 (1952)
をはじめ、多くの論文があるが、それらの review は JAERI 4016, JAERI 1020, DAVIDSON J. P.: *Rev. Mod. Phys.*, **37** 105 (1965)
およびその中の文献を参照したい。
- 2) 微視的立場での振動模型についても多くの論文があるが JAERI 1026 およびその中の文献を参照したい。
- 3) BELYAEV S. T. and ZELEVINSKY V. G.: *Nucl. Phys.*, **39** 582 (1962)
MARUMORI T., YAMAMURA M. and TOKUNAGA A.: *Prog. Theor. Phys.*, **31** 1009 (1964)
MARUMORI T., YAMAMURA M., TOKUNAGA A. and TAKADA K.: *Prog. Theor. Phys.*, **32** 726 (1964)
TOKUNAGA A.: *Prog. Theor. Phys.*, **37** 315 (1967)
YAMAMURA M., TOKUNAGA A. and MARUMORI T.: *Prog. Theor. Phys.*, **37** 336 (1967)
- 4) de BOER J.: Tokyo I. C. N. S. Report
de BOER J. and EICHLER J.: to be published
- 5) この種の非調和性に関しては、現象論的な振動模型と関連して多くの議論がある。文献 1) を参照。
- 6) SHARON Y.: Preprint (1966)
- 7) TAMURA T. and UDAGAWA T.: *Phys. Rev.*, **150** 783 (1966)
- 8) 岸本, 池田: 素粒子論研究, **35** (No. 5) 487 (1967)
KISHIMOTO T. and IKEDA K.: to be published
- 9) ONISHI N. and YOSHIDA S.: *Nucl. Phys.* **80** 335 (1966)

- 10) KUMAR K. and BARANGER M.: *Nucl. Phys.*, **A 92** 608 (1967)
KUMAR K.: *Nucl Phys.*, **A 92** 673 (1967)
- 11) SORENSEN B.: *Phys. Lett.*, **21** 683 (1966), **23** 274 (1966), **24** 328 (1967)
- SORENSEN B.: *Nucl. Phys.*, **A 97** 1 (1967)
SANO M.: 今回の研究会報告
- 12) NOMURA M. and ARIMA A.: to be published
- 13) MARUMORI T., SHONO Y., YAMAMURA M., TOKUNAGA A. and MIYANISHI Y.: *Phys. Lett.*, **B 25** 249 (1967)

4. オクタポール・モードに関するコメント

楠 野 貞 夫*

4. Comments on Octupole Mode

SADAO KUSUNO*

A review and several comments are made on the octupole vibrations, rotations and deformations.

1. 序

偶々核の低い負パリティ励起状態に関する実験事実が次第に蓄積され、系統的な説明が試みられている¹⁾²⁾. 一般的にいうと、変形領域では 1^- が最も低く現れ、その上に $2^-, 3^-, \dots$ があり、球形領域では 3^- が最も低くなって、その上に 1^- があるか、あるいはまだ全然見つかっていないかである。A と共に減少するが、 3^- の N と共に変化する有様は、 $N=50, 82$ あたりで少し高くなるけれども、4重極状態の 2^+ よりも滑かであり、 1^- は超ウラン領域では基底状態の回転バンドに次いで下りてきて、2番目の 2^+ よりも下である。これらを8重極(オクタポール)状態とすることはほとんど確立されている。 3^- から基底状態の 0^+ への $B(E3)$ はワイスコップ単位の $10 \sim 20$ 倍の大きな値であることが観測されている。しかし $2^+, 4^+$ への $B(E1)$ は小さいと言われている。変形核の 1^- から $0^+, 2^+$ への $E1$ はワイスコップ単位の 10^{-3} 程度で小さく、また遷移領域では、その分岐比が幾何学的に決まる値からはずれていて、しかも N による変化が小さいことは興味のあることである³⁾. 球形領域での 1^- 状態は Y_2-Y_3 の結合した2-フォノン状態と解釈されているがまだほとんど研究されていない⁴⁾¹¹⁾. また球形核で純粋な2-フォノンの Y_3 状態ならば、スピンの $0, 2, 4, 6$ と縮退して出てくるはずであるが、その縮退の破れについても研究が残されている。しかしまだ系統的に完全に見渡せるほどの実験事実が少ないことも大きい困難の一つであろう。

Y_3 力の強さは Y_2 力に比して小さく、BOHR もこれについては余り注意を払っていなかったので、 Y_2 モードほどには研究されていたとはいえない。 Y_3 が Y_2 と比べて特に異なる点は、核子の平均場に非対称な歪みを

与えて、パリティを混合するという点であろう。以下では重い変形核についての今までの取扱いについてふり返ってみることにする。

2. 変形核の振動と回転

2.1 微視的取扱い

この場合には、すでに確立されている Y_2 振動に対する取扱い方法(R. P. A. や T. D. A.) をそのまま Y_3 振動に外挿して適用してうまく行なっている⁵⁾⁶⁾. すなわち平均場としての Y_2 変形(Nilsson 模型)の上にわずかの Y_3 振動が重なっているとする。したがって $Y_2 \cdot Y_3$ 相互作用の強さは $Y_2 \cdot Y_2$ のその $\sim 1/10$ である。 $K=0, 1, 2, 3$ に対応して Fig. 1 のような回転バンドが予想される。しかし K が大きくなると集団的な性質が少なくなり、 $K=3$ ではかなり two-quasi-particle 的な性格が強い。一応成功しているようであるけれどもいくつかの問題がある。第1は Y_2 変形の主軸に対して、つねに Y_3 振動の主軸が一致していることである。これは一般的とはいえない。第2は、BCS の波動関数が粒子数の固有関数になっていないことと、ブロッッキング効果との関係である。エネルギーの計算の際に、ブロッッキング効果によって分散式の最低のポールが、さらに低く下げられて、このために実験事実をうまく説明している⁹⁾.

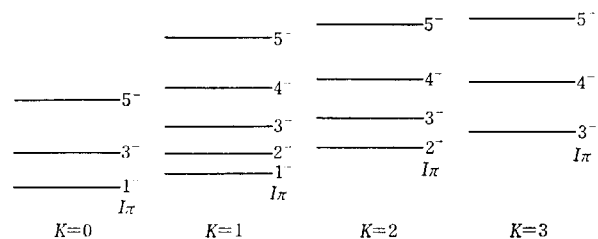


Fig. 1 Model schemes of the octupole vibration and rotational band of deformed nuclei

* 阪大理 Osaka University

しかしこの効果はもしも粒子数の保存を厳密に要求すると弱められるものと思われるから、とくに遷移核領域での振舞いを見るときは、慎重に考えねばならない⁷⁾。第3は振動の非調和的な振舞いや K -混合による遷移の分岐比の説明である³⁾。今までの取扱いの範囲内では幾何学的因子によっておさえられてしまうので、実験値の説明のできない領域がある。また実験事実が少ないので明確ではないが、正パリティのときのように、高いスピンのところまで回転バンドが続いているか、またそのときの慣性モーメントはどう変わるかということも興味ある問題である。第4は、表面デルタ相互作用の適用⁶⁾はもちろんであるけれども、正パリティの場合のようにスピン4重極力⁶⁾の導入によって、ブロッッキング効果を考慮しなくとも、2番目の 0^+ や 2^+ を two-quasi-particle energy よりも下に下げることができて、しかも種々の遷移確率を説明する可能性が増えたことに着目すれば、スピン-8重極力の導入も、第2番目の問題とも関連して成功するものと思われる。

2.2 流体力学的取扱い

2通りの方法があるように思われる：(A) 2.1と同じように、 Y_2 変形の上に Y_3 変形を重ねる方法⁹⁾と、(B) が表面を Y_3 変形のみで展開する方法¹⁰⁾とである。(B) は DAVYDOV の asymmetric rotor model の負パリティ状態への拡張と解釈される。自由度は7になるが、その中の3つが Euler angles で、残りの4つが、核の内部座標系での変形の自由度になる。

$$\begin{aligned} a_0 &= \zeta \cos \eta \cos \iota, & a_{\pm 2} &= \zeta \frac{\sin \eta}{\sqrt{2}} \cos \iota, \\ a_{\pm 1} &= \pm \zeta \frac{\cos \xi}{\sqrt{2}} \sin \iota, & a_{\pm 3} &= \pm \zeta \frac{\sin \xi}{\sqrt{2}} \sin \iota. \end{aligned} \quad (1)$$

慣性テンソルを対角化するために $\iota=0$ において、 Y_2 モードの時の β, γ -振動に対応して、それぞれ $K=0^-, 2^-$ の ζ, η -振動 (または b, g -振動) を考えることができる。(A)では Y_3 振動が小さいとして断熱近似をとると、慣性モーメントは1,2軸方向では変わらないが、3軸方向に ζ^2 に比例する項がつけ加わる。これに反して、(B)では慣性モーメントは ζ と η のみによって表わされる。このことは次の静的変形のことを考えると、一見奇異に思われる。

電気遷移について計算があるが、かなり実験とよく合っている。 $B(E1)$ の取扱い方が、微視的取扱いと、流体力学的取扱いとで異なっており^{12) 13)}、実験値に対して、前者は大体1桁大きく、後者は1桁小さくなる。これは Y_2 と Y_3 との結合によって動的に誘起された双極子によって起るものであるが、その符号さえも不確かであり、実験的検証が望まれる。

生成座標の方法により、この問題を真正面から取扱うことは、座標の数が多くなるので、かなり面倒であっ

て、何か適当な近似が必要であろう。

対応論的に、 Y_2 モードのときにとられている方法をそのままここに持ってきて使うことは容易であるけれども、むしろ、 Y_2 と Y_3 との結合による現象をみることによって逆に Y_2 モードへの理解を深くするという立場も重要である。

3. Y_3 変形

原子核の形から結果する状態の性質について議論する場合、すでに Y_2 変形の問題でとられてきた一つの見方を復習してみる (これは別に空間的な形でなくともよいし、また不連続的にしか変わりえない座標についてもよい)。すなわち、変形が不安定であれば、球形のまわりの微少振動のエネルギーが低くなり、これが球形核の正パリティ振動状態となって現われる。そしてこの場合には回転レベルは、無限遠にまで押し上げられて見えない。変形が安定のときには、その変形のまわりの零点振動のエネルギーがまず最も低くなり、これを基礎としてまず基底状態の回転バンドが現われる。次に第1励起振動に対する回転バンド、...という工合に続いていく。これが Y_2 変形核の様相である。

この考えをそのまま Y_3 変形の場合にも応用することができる。この場合には Y_2 変形の場合とちがって、複雑になるけれども、正パリティと負パリティとを統一的に取扱うことができるので、むしろ more unified model なのであると考えられる。球形または、安定な Y_2 変形の上に (A) 不安定な、または (B) 安定な Y_3 変形を重ねて考える。

(A) であるか、(B) であるかに応じて、エネルギー・レベルがどのような様相を呈するかについては、分子分光光学での考えを使って説明される¹⁴⁾。また STRUTINSKY は変形の安定性や電気双極子遷移などについての簡単な評価をはじめて行なった。簡単のために、 Y_3 モードについては Y_{30} のみが許されるものとしよう。これは(1)式で、 $\eta=\iota=0$ とおくことに相当する。 z 軸のまわりには回転対称であるが、 z 軸に垂直な任意の平面に関する鏡映については非対称である (Fig. 2)。 ζ の符号によって z 軸方向への変形の向きが決められる。全体の波動関数の空間での変換性からこのポテンシャルに関する生成波動関数 $f(\zeta)$ のパリティが回転バンドのパリティを決めることがわかる。 ζ に対するポテンシャルエネルギー面の形によって、変形の安定性が決まり (Fig. 3)、ポテンシャルのそれぞれのくぼみに対する微少振動をベースとした回転バンドが形成される。Fig. 3(a) の場合には、零点振動に対応するレベルは 0^+ であり、そのすぐ上の振動レベルは、 $f(\zeta)$ の零点が1つ増すのでパリティが変わって 1^- となる。以下 $+$ 、 $-$ が互いちがいに現われる。そして変形核ならば、それぞれの振動レベルの

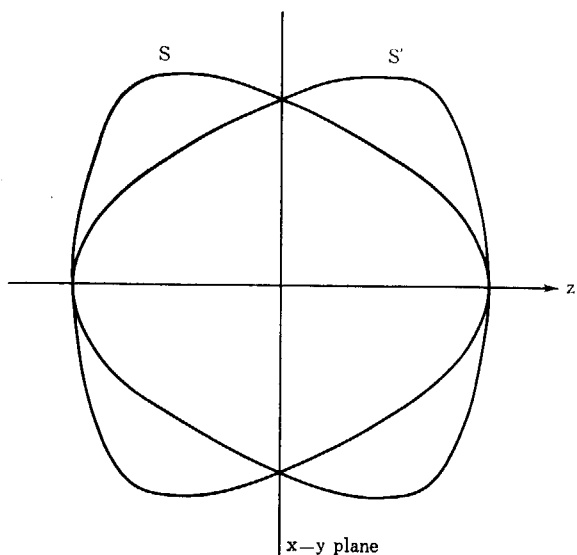


Fig. 2 A nucleus with Y_3 -deformation.
 S' is a reflection of S to the x - y plane.

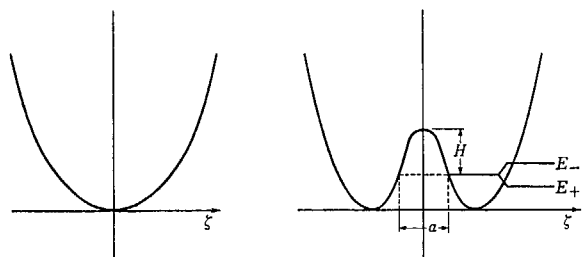


Fig. 3 The potential energy surface on the ζ -vibration
 (a) unstable deformation (b) stable deformation

上に回転レベルが形成される。

Fig. 3 (b) の場合には、トンネル効果により、左右のレベルは、2つの ζ パリティの固有状態

$$f_{\pm}(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2}} [f_0(\zeta) \pm f_0(-\zeta)] \quad (2)$$

に分裂する (今の場合、ポテンシャル面は、 $\zeta=0$ 軸に関して対称である)。分裂の幅は、W.K.B. が使えるものとして評価してみると、近似的に

$$E_- - E_+ \approx \frac{\hbar \sqrt{2H}}{a \sqrt{\mu}} \exp \left[-\frac{1}{\hbar} a \sqrt{2\mu H} \right] \quad (3)$$

ただし、 μ は壁を通り抜ける粒子の換質質量であり、壁は粗く箱型においた。これによって負パリティレベルが正パリティレベルに相対的に引上げられて、それぞれの振動レベルの上に回転バンドが作られることが判る。

ところで Y_3 変形の安定性についてはどうであろうか。具体的な計算をみる前に、上に述べたレベル視則を実際の原子核のレベル配置の中から抽象することができれば楽であろう。希土類元素および Ra, Th, U, Pu, Cm 同位元素をみると、 1^- が下がっているものがあることに気づく。とくに超ウランについてはそれが

著しい。したがって Y_3 変形が安定になるような可能性はありそうである。数値計算は Nilsson を基礎とした shell model を使うけれども、このとき、 Y_3 変形を摂動としてとり入れる方法と^{14,15)}、 Y_3 をも入れた全体のポテンシャルに対する対角化を行なう方法¹⁶⁾とがある。 Y_3 変形は対角要素を結びつけないから、摂動的には ζ_2 から始まり、必ず全エネルギーを下げる。しかし体積保存 (言いかえると原子核の凝集性) を考えなければならないから、これが1次の摂動で ($\propto \zeta^2$) 全エネルギーを上げるように効いてくる。いまのところ、いずれの計算も決定的なことを言うことはできない。これらの計算では省略されているクーロンエネルギーを入れると、 Y_3 にとって都合がよくなるであろうし、また半経験的に表面エネルギー ($\propto \zeta^2$ に比例) を shell model の中に入れることは Y_3 にとって不利に働くであろう。pairing エネルギーはレベルの間隔に大きく左右されるから、どう働くかは断定できないけれども、fission¹⁵⁾ の問題と関連して、特に重要であろう。その場合、粒子数および角運動量の射影を行なって、エネルギーを下げるようにしないと、 Y_2 変形の場合とちがって、浅いくぼみが多いと思われるので見逃すおそれがあるように思われる。

文 献

- 1) SHELINE R. K.: *Rev. Mod. Phys.*, **32** 1 (1960)
 LEDERER C. M.: UCRL-11028 (1963)
 PEDRISAT C. F.: *Rev. Mod. Phys.*, **38** 41 (1966)
- 2) LANE A. M. and PENDLEBURY E. D.: *Nucl. Phys.*, **15** 39 (1960)
 DAVIDSON J. P.: *Rev. Mod. Phys.*, **37** 105 (1965)
- 3) SAKAI M.: *Phys. Lett.*, **3** 338 (1963)
- 4) LIPAS P. O.: *Nucl. Phys.*, **82** 91 (1966)
- 5) SOLOVIEV V. G.: *Atomic Energy Review*, **3** 117 (1967)
- 6) FAESLER A. and PLASTINO A.: *Nucl. Phys.*, **A 94** 580 (1967)
- 7) NILSSON S. G.: *Nucl. Phys.*, **55** 97 (1964)
- 8) CHERNEJ M. I., PYATOV N. I. and ZHELEZNOR K. M.: Preprint Dubna E4-3025 (1966), E4-3134 (1967)
- 9) LIPAS P. O. and DAVIDSON J. P.: *Nucl. Phys.*, **26** 80 (1961)
- 10) DAVIDSON M. G.: *Nucl. Phys.*, **69** 455 (1965)
- 11) GABBIGOB A. C.: Preprint Kiev -1967
- 12) LIPAS P. O.: *Nucl. Phys.*, **40** 629 (1963)
 VOGEL P.: *Soviet J. Nucl. Phys.*, **1** 538 (1965)
- 13) CMPYUSECKUU B. M.: *Atomnaya Energiya*, **4** 150 (1956)
- 14) LEE K. and INGLIS D. R.: *Phys. Rev.*, **108** 774 (1957)
- 15) JOHANSON S. A. E.: *Nucl. Phys.*, **22** 529 (1961)
- 16) DUTT I. and MUKHERJEE S. N.: *Phys. Rev.*, **124** 888 (1961)

5. 原子核における分子的描像

池 田 清 美*

5. Molecular Aspect in Atomic Nuclei

KIYOMI IKEDA*

Existence of the states with molecule-like-structures forces us to introduce the molecular aspect in the studies of nuclear structure. The purpose of this note is to develop the molecular view point in atomic nuclei. At first we summarize briefly the quasi-molecular aspect in the Bohr model. The plausible nuclear shape different to the ellipsoidal one is considered, by taking the examples of the light 4n-nuclei and the nuclei in the actinide region. The rotational band structures in the case of a general axially symmetric shape is discussed. The anisotropic shape obtained by mixing the even and odd spherical harmonics is interesting very much, where the $K=0^+$ and $K=0^-$ band can be treated as a twin of same shape. This character is understood as a inversion doublet in the terminology of molecule. The inversion doublet is pointed out to be observed in the nuclei of $^{16}\text{O}^*$ ($^{12}\text{C}-\alpha$) and ^{20}Ne ($^{16}\text{O}-\alpha$).

1. 序

陽子からウラン迄の加速が可能となり、それを用いての核の研究は、質的に新たな発展をもたらすと予想する。 α 崩壊また分裂の現象は、自然に存在する重い核から軽い核への崩壊の過程であったに比し、すべての核種の反応はその逆過程を包括したものに対応させよう。軽い核から重い核の合成は、巨視的に星の形成進化においてなされている。これとの関連で考えるなら、heavy ion 反応は、人間が地上で単体としての核を合成していく端緒としての役割をもっている。すでに、自然同位元素の拡張（ベーター安定領域から離れた中性子の少ない同位元素の創生）、新しい超重元素の発見となっている。共に重要なことは、基底状態から連続する状態の一群（相）と異質な励起状態の一群（相）を出現させることにある。これら異質な励起状態群は現在軽い核—特に 4n 核において、認められて来ている。これらの状態は、 α -反応、重イオン反応によって、共鳴しやすいという理由から、何らかの意味で、分子的な構造を持っていると考えるのが自然である。空間的にくぼみのない境界—例えば、球形または楕円体的形状の境界—を持つものが通常の基底状態から連続する状態群とするなら、異質励起状態群を、空間的にいくつかの門みを持つ—したがって局

所的に密度が局在している—ものとして特徴づけることができるであろう。

原子核と原子核とで構成される分子的状態が、相当広範に存在しているという観点に立って考えた場合、これら軽い核の異質状態が示すところの性質を容易に理解できた分類も可能である。明確に指摘しうる分子的構造は現在次の2種であるが、核における分子的構造の基本的形態でもある。それは i) 2原子分子的構造をもつ α - ^{12}C ($^{16}\text{O}^*$), α - O^{16} (^{20}Ne) と ii) α の直線鎖状分子的状態である。後者は森永によって慣性率の異常性を基に考えられていたが、 $^{12}\text{C}^*$ の3つの α 鎖(7.66 MeV)の外に、最近 $^{12}\text{C}(\alpha, \text{Be}) \text{Be}$ で、 $^{16}\text{O}^*$ (約 17MeV)の4 α 鎖状態が見出された。短距離力の働く2種のフェルミオンの有限多体系の新たな形態として分子的構造の出現は、原子核の存在様式運動状態の汲みつくすことのできない豊かさの新たな例証でもある。

これまで、われわれは独立粒子運動を基礎にする殻模型、原子核全体が関与した集団的運動という概念を組み合わせ、原子核を理解してきた。また後者が独立粒子運動（一体場）を基にして残留相互作用の二体相関によって生じる運動という立場で追求できるようになって、一体場+二体相関の統一像が確立した。しかし“分子的状態”については現在の概念で認識することが困難—というより無理—である。では四粒子相関 (spin-isospin 反

* 東大理 Tokyo University

対称・空間対称)等の多粒子相関を導入すれば、という問題が提起される。確かに基底状態一特に軽い $4n$ 核の一およびその近傍で、主要な役割を果たしていることが明らかにされている。しかしその場合も、全体のつくる一体場からの広い意の振動的相関という限界をもっている。ここでいう分子の状態は、それらと異なる相の状態一すでに転位を起している状態一としてはじめて理解されるだろう。

異質の相、また原子核の新しい階層としての分子的状态の出現は、原子核のより豊富なまた複合的な運動の存在を明らかにし、その性格をどのように捕らえていくかの問題を提起している。この際、現在確立している原子核の実体的統一模型を振り返りつつ、その基本仮定を再検討し、現在提起しているより複合的な運動の性格を認識しうる自由度をみいだすことが重要である。ここでは“分子的状态”に焦点をしばって、いくつかの問題を議論する。

2. Bohr の模型における分子的概念

Bohr の統一模型によって、原子核の回転スペクトルが予言され、二つの領域 ($150 < A < 190$ および $A > 222$) の集団励起 (基底回転帯、 β -振動励起回転帯、 γ -振動励起回転帯) の基本的性格がきらかにされ見事な成功を収めた。この模型が展開される際に、2つの考えが重要であった。一つは、原子核が“変形しやすい”ということであり、もう一つは分子の運動との対応類推である。

集団運動の自由度の Hamiltonian は、液滴の表面振動のエネルギーでおきかえられており、液滴の芯は粒子との相互作用の影響によって強結合の場合には安定な変形をもちうる。芯が変形するという自由度は、液滴模型の採用によって非常に容易であった。(ここでも液滴との類似は重要であったが、原子核の変形に関連する殆んどすべての一例えば分裂現象等一問題に液滴模型は重要な役割を果たし、今後もその価値を有すると考えられる。)

強結合の場合の運動は、線型分子との対応で取扱われている。分子との対応が良く成立つなら、エネルギースペクトル

$$E(\text{粒子運動}) > E(\text{振動}) > E(\text{回転}) \quad (1)$$

は (i) の構成をなす。これはまさに変形核での実験であらわれたエネルギー単位である。変形した平均ポテンシャルによる核子の運動を解き、次に芯の変形を表わす変数による振動を考え、平衡変形の形を保った回転運動という断熱近似は、上記スペクトルの構成に根拠を置いている。殻模型を原子核の描像の原子核への導入とするなら、Bohr 模型はこの意味で、分子的描像の原子核への導入によって独立粒子運動と集団運動を統一した。また分子的描像の導入によって、粒子と芯との角運動量の結合の規則が容易に導けた。

次に、線型分子と Bohr 模型の差異を簡単に述べておこう。それは、Bohr 模型での芯の変形の自由度一球液滴からの変位としての $l=2$ の回転楕円体変位の特殊性から生じてくる。慣性率・遷移確率の物理量にもその特殊性があらわれるが、その他に Bohr 模型の特徴は $l=2$ の表面振動の自由度から導かれる回転スペクトルの性格にあらわれる。例えば、偶核の基底状態回転帯の $K=0^+$ で $I=0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots$ の規則性、 β -振動は $\Delta K=0^+$ 、 γ -振動は $\Delta K=2^+$ の角運動量・偶奇性の変化は、この模型の必然的結果であった。 $l=2$ の表面振動の自由度から導いた軸対称変形 ($\gamma=0$, β = 一定の安定点を仮定) によるスペクトル構成は、変形核領域の実験結果と見事に一致した。

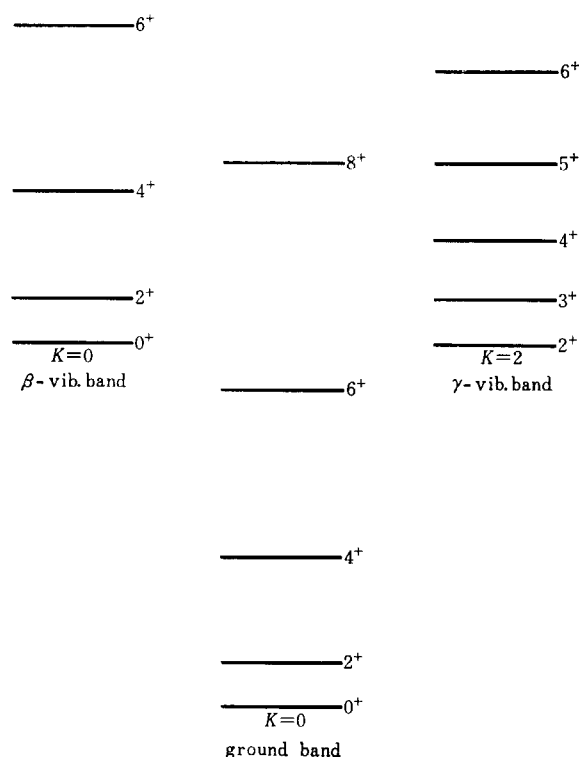


Fig. 1 The schematical diagram of the energy level structure in Bohr model.

4. 原子核の多様な変形

Bohr はいくつかの実験的根拠および理論的理由から核の表面振動の変位を、 $l=2$ の自由度に限定をした。(注; 現在 isoscalar 変形に限る。) $l=0$ は体積膨張であり、 $l=1$ は平行移動なので除くとして、 $l=3, 4, 5, 6, \dots$ の自由度が他に存在する。Bohr 自身、第1近似 (第零近似は球形) として $l=2$ を設定したのであって他を排除していない。Bohr 模型の成功とその後の発展の成功は、多様な変形の可能性を背後に追い込んでしまった。ここでは、 $l=2$ の自由度の範囲でどこまで良く一致するかではなく、他の自由度を導入する道を開く立場に力点を置

くことにする。

核がどのような変形をするかは、系の条件とハミルトニアンによって決まる——どの核を考えているか、またそれは基底状態か、その近傍かあるいはもっと高い励起状態かにしたがって決ってくる。Bohr 模型での $l=2$ 変形を基にして拡張するとき、二つの場合に分れる。一つは $l=2$ の平衡変形から単に摂動的に混ってくる場合で、他の一つは、相当高い l まで、 $l=2$ と同じ振幅をもつ場合である。軸対称を仮定して核表面 $R(\theta, \varphi)$ を球函数展開すると

$$R^B(\theta, \varphi) = R_0(\beta_0 + \sum_{l \geq 2} \beta_l Y_{l0}(\theta, \varphi)) \quad (2)$$

上記二つの場合は次のように表わせる。

$$\begin{aligned} \text{case i)} \quad & \beta_0^2 = 1 > \beta_2^2 > \beta_4^2 > \beta_6^2 > \dots > 0 \\ \text{case ii)} \quad & |\beta_0| \geq |\beta_2| \geq |\beta_4| \geq |\beta_6| \geq \dots \end{aligned} \quad (3)$$

ここで β_2^2 としたのは、 β_2 以上が安定変形に寄与するか、単に零点振動の振幅としてあらわれるか現在のところ不明であることを考慮に入れたからである。

一般に重い核においては、芯（偶々核）の芯として大きな閉殻が存在するため、安定変形は、球形または球形からのずれ——すなわち case i)——として良く近似される。少なくとも、中重核から U の領域までの基底状態においてはそうである。また軽い核においても基底状態のほとんどはこの場合に対応していると考えられている。では case ii) に属する変形は、起りえないのであろうか？この設問に関係して、二つの領域を思いうかべる。一つは軽い核であり、一つは自然にはない超重元素 ($A \geq 300$) である。前者は ${}^8\text{Be}$ および ${}^6\text{Li}$ のような典型的例を基底状態に見出すことができ、case ii) の範中に入ってくる。後者については残念ながら現在直接観測できない。しかしわれわれは $150 < A < 190$ と $222 < A$ の二つの変形領域をもっているの、両者の差異を良く調べ、その差異を拡大することによって推測は可能と思われる。同様なことはエネルギーの高い励起状態またベータ安定領域から離れた核にも可能であろう。

Actinide 領域での特徴は $K=0^-$ 等の負パリティ回転帯が低い励起で見出されることである (${}^{226}\text{Ra}$ で 253 keV ${}^{226}\text{Th}$ で 230 keV)。一般的に負パリティの最低状態は、 A と共に下ってきて、U の変形領域では 0.3 MeV から 0.8 MeV となる。すなわち $l^{\pi}=3^-$ の変形に対して核は柔らかくなる。特に Pb の閉殻外に粒子が増えていく領域の粒子準位を Nilsson scheme で見た場合 $[N, n_z, A]'$ と $[N+1, n_z+3, A]'$ との縮退が幾重に存在する。したがって、この領域では $l=2$ の柔らかさに $l=3$ の柔らかさが重なってきて、両者の間の coupling が無視できなくなっている。丁度 case i) からの case ii) への偏りが起る領域となっている。 $l=2$ の変形を基準にして考えた場合の $l=3$ の変位によるポテンシャルを図に示し (Fig. 2)、三つの可能性を与えておく。核の柔らかさ

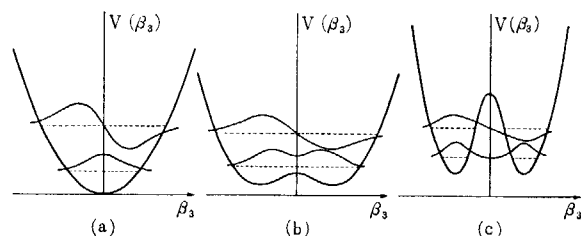


Fig. 2 The potential curves for the octupole deformation. (a) is the usual octupole vibration around a stable shape with quadrupole deformation. The lowest level corresponds to the ground band with $K^{\pi}=0^+$, while the upper level to the octupole vibrational band with $K^{\pi}=0^-$. The case (b) and (c) have the minimum point at finite β_3 . However, the zero point amplitude does not concentrate in the case (b). The case (c) has the stable shape with quadrupole plus octupole deformation.

は良く知られているように、核内核子の相関から生ずる表面エネルギーの項と、クーロン相互作用とによって決まる。ウランを越える超重元素では、この二つの異なる相互作用が同じ大きさとなり、エネルギーの局所的極小値がいくつか分岐しうる可能性がある。(通常、このような問題については液滴模型を基にして研究されている。) その際に、上に指摘した $l=3$ の変形に対する核の柔らかさの導入は、核の異方性（非対称性）の自由度の指標として重要な役割をもつ。例えば、非対称分裂への分岐は負パリティの変形の導入によってのみ可能である。

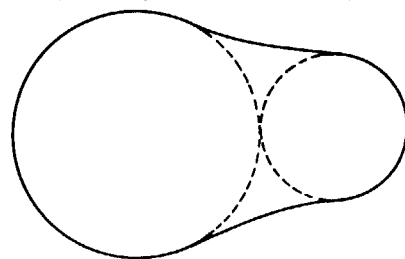


Fig. 3 Nuclear shape corresponding to the diatomic configuration, composed of two different even-even spherical nuclei.

軽い核での分子的構造の内部状態に対応する変形は、丁度 case ii) に対応する。Fig. 3 のような軸対称“瓢箪”変形を考えよう。この図は、例えば α 粒子と ${}^{16}\text{O}$ との分子的状态の一粒子密度分布を想定して画いたものである。この場合は $l=0, 2, 3$ ($l=1$ は重心を原点にすると落ちる。) が主要項であるが、 $l=8$ の程度まで展開係数 β_l は小さくならない。すなわち球函数展開は単に一つの展開級数としての意味しか持たない。すなわち、 β_l は集団運動の良いパラメータではなくなる。一般には種々の形状の分子状態が考えられるので、個々の変形の型によらない概念が、ここでは重要となる。今 $l=0, 2, \dots$ と偶の球函数のみで表面が展開されるなら、 $Y_{l0}(\cos(\pi-\theta)) = (-)^l Y_{l0}(\cos \theta)$ であるから $z \rightarrow -z$ の変換に対して形状は不変である (Bohr の模型はこの中の特殊なものになる。) これに対して、 $l=3, 5, \dots$ は上記の対称性を破る。したがって、非対称の度合いが多いほど、 $l=3, 5, \dots$ の奇の展開係数は大きくなる。(octupole 変形はこの中

の最初の項として存在している.)

4. 軸対称の一般変形核の回転スペクトル

核が球形と異なる安定形状を持つ場合、回転スペクトルは一般に現われる。球形から充分変形した形なら、慣性能率は大きくなり、回転運動は断熱的に他の運動から分離することができる。今ある軸対称を仮定する ($J_1 = J_2 = J_0 \equiv J_3$) なら、回転運動は、剛体対称コマの運動として表現できる。良く知られているように、

$$H_{\text{rot}} D_{MK}^I(\Phi\Theta\Psi) = \frac{\hbar^2}{2J_0} \left[I(I+1) + \left(\frac{J_0}{J_3} - 1 \right) K^2 \right] D_{MK}^I(\Phi\Theta\Psi) \quad (4)$$

である。慣性能率の値は、系の性質によって決ってくるので、われわれは理論的に導き出すには、何らかの模型を必要とする。Bohr 模型では、渦なしの流体模型が採用された。流体模型を $l=2$ の表面変形の自由度に限らず一般化し慣性テンソルを対角化すると、各 l の慣性能率の和

$$g_k = \sum_{l \geq 2} g_k^{(l)} \quad (5)$$

として、慣性能率は定義しうる。他方内部運動をその形状をもつ potential とする独立粒子運動 (Nilsson 模型) で表現しうるとすると、四重極変形の場合は、(self-consistency または平衡変形の条件の下で) 剛体の慣性能率が得られた。このことは、他の多重極一体場があったとしても変わらないと推測される。したがって、上記の慣性能率の重ね合わせの原理は成立し、一般形状の変形での剛体値が得られるだろう。(勿論系の内部運動に対する相関が慣性能率に重要な影響を及ぼすことは、すでに対相関の例で知っている。) 第3章で変形の種類として分子的状态に対応する場合を考えた (case ii)。分子の実体即して変形を理解するなら、内部状態密度はいくつかの中心のまわりに局在し、接触点でばやけているという考え方が成立つ。この場合には、一般に慣性能率は

$$J_k = \sum_v M_v r_{k,v}^2 \quad (6)$$

で近似される。ここで、いくつかの中心のまわりに局在している質量を M_v とした。

軸対称を仮定するなら、回転体の z 軸方向の射影角運動量は保存している。これは内部波動関数が z 軸まわりの回転に対して不変であることを示す。軸対称変形が安定ということから当然、偶々核では回転帯は小さい K の値のものが低い励起回転帯としてあらわれる (基底帯は $K=0$)。今一般の軸対称形状を有する内部波動関数を $\chi_K(x')$ としておこう。これは一般にパリティの良い固有状態ではない。Hamiltonian はパリティを保存するので、この内部波動関数をパリティの固有状態に射影しておく。

$$\chi_K^\pm(x') = N_K^\pm \{ \chi_K(x') \pm \chi_K(-x') \} \quad (7)$$

これを用いると、全体の波動関数は

$$\Psi_{IMK}^\pm = \sqrt{\frac{2I+1}{16(1+\delta_{K0})\pi^2}} \{ D_{MK}^I(\Phi\Theta\Psi) \chi_K(x') + (-)^{I-J} D_{M-K}^I(\Phi\Theta\Psi) \chi_{-K}^\pm(x') \} \quad (8)$$

となる。この波動関数は、 z 軸に垂直な任意の軸まわりの 180° 回転に対して不変になるように重ね合わされている。すなわち z 軸を $(-z)$ -軸に回しても系は不変であることを考慮に入れた。ここで J は内部粒子に対する角運動量演算子である。 $K=0$ の場合には次のように簡単な型となる。

$$\Psi_{IM0}^\pm = \sqrt{\frac{2I+1}{32\pi^2}} D_{M0}^I(\Phi\Theta\Psi) (1 + (-)^{I-J}) \chi_0^\pm(x') \quad (9)$$

回転準位のパリティ変換を得るために、パリティ変換、 $P = (x \rightarrow -x, y \rightarrow -y, z \rightarrow -z)$ を次の二つの変換に分解しておこう。i) z 軸の垂直な軸まわりの 180° 回転, R_z , ii) z 軸とその軸を含む平面に対する反転, R_s , との積になる。ii) の演算に対して形は変わらないので D -関数は変わらないが、内部運動については不変かどうかかわらない。i) の変換に対する不変性はすでに考慮に入れているので、パリティ演算は直ちに、ii) の演算と結びつく。すなわち

$$R_s \chi_0(x') = \chi_0(x') \rightarrow p \chi_0^\pm(x') (\equiv \pm \chi_0(x')) = (-)^J \chi_0(x') \quad (10)$$

となり、

$$\Psi_{IM0}^\pm = \sqrt{\frac{2I+1}{32\pi^2}} D_{M0}^I(\Phi\Theta\Psi) \{ 1 \pm (-)^I \} \chi_0^\pm(x') \quad (11)$$

が導かれる。もし

$$R_s \chi_0(x') = -\chi_0(x') \quad \text{なら} \quad (-)^I \rightarrow (-)^{I+1}$$

となる。結果をまとめると、上記 ii) の反転に対して内部波動関数が不変なら、 $K=0$ の回転帯には、

$$I^\pi = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots \quad (12)$$

があらわれる。また ii) の反転に対して符号を変えるなら

$$I^\pi = 0^-, 1^+, 2^-, 3^+, 4^-, \dots \quad (13)$$

があらわれる。現在、偶々核の励起状態で見出されている $K=0$ の回転帯はすべて前者の場合である。したがって、いくつかの偶々核の原子核から構成される分子的状态においてもこの z 軸を含む面に関する反転についての不変性は良いと考えられる。後者は分子では見られるが、偶々核においては、高い励起回転帯として現われる可能性はある。

Bohr の模型においては、内部運動が $I^\pi=2^+$ の表面振動から導かれるので前者の内の正パリティのものしかあらわれなかった。しかし Y_2 -変形の上で生じる Y_3 -自由度の振動の内 $K=0$ の振動帯は、同じ規則性をもつことになる。すなわち、 $K=0^-$ の Y_3 -振動帯には $L=1^-, 3^-, 5^-, \dots$ が現われる。 ^8Be のような α - α 的分子構造の場合、 α が単位として存在するなら、回転スペク

トルは、遠心力として解釈され、同一粒子の二原子分子ということから、 $I^* = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ となるが、 α の単位がある程度ばやけてもこの対称性は保存される。二つの α が相互に融け合った場合を仮想するなら、それは丁度、回転楕円体の Nilsson 的模型に移るだろう。しかしそこでも $I = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ の規則性は保存される。

$K=0$ の回転帯に現われる回転スペクトルは (12) 式で与えられるが、内部状態 $\chi_0^\pm(x')$ のエネルギーが異なるため

$$E^\pm(I) = \langle \chi_0^\pm | H_{\text{int}} | \chi_0^\pm \rangle + \frac{\hbar^2}{2J_0} I(I+1) \quad (14)$$

$K=0^+$ と $K=0^-$ 回転帯に分離する。例えば、octupole 変形が安定となった場合 (Fig. 2 の第3の場合) を思いおこせばよい。明らかに、両者のエネルギー差を

$$\Delta E_0 \equiv \langle \chi_0^- | H_{\text{int}} | \chi_0^- \rangle - \langle \chi_0^+ | H_{\text{int}} | \chi_0^+ \rangle \quad (15)$$

で定義すれば正となる。すなわち、 $K=0^+$ 回転帯は低い方 $K=0^-$ は高い方に移動する。われわれは、この規則性を、しかも、非常に小さい ΔE_0 の場合を、actinide の重い核領域で、また軽い核で見出すことができる。重い核については octupole 振動または変形のものとして議論したが、軽い核においては、それを分子的観点で理解する方が正しいと考えている。次にそれを述べよう。

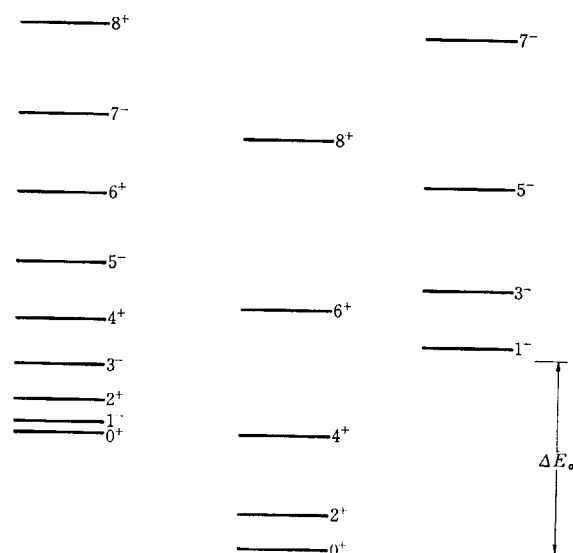


Fig. 4 The rotational spectrum with $K=0$ in the case of a general axially symmetric intrinsic shape. The splitting energy between $K^\pi=0^-$ and $K^\pi=0^+$ is obtained since the nucleus has the internal structure. If the nucleus is assumed to be a rigid body, the splitting energy tends to be zero.

5. 異なる原子核で構成される2原子核分子

軽い $4n$ -核の多くの回転帯は、分子的かつ軽対称変形の一したがって線型分子の一な特徴を明確に示している。それは、第一に慣性率率が非常に大きく、線形分子

模型での剛体値にはほぼ等しいことにあらわれている。非常に明確な実験的証拠は、 ^{16}O と ^{20}Ne (また同様に ^8Be でも) の α -共鳴または崩壊の中にある。DAVIS は ^{16}O と ^{20}Ne の $K=0^-$ 回転帯の $1^-, 3^-, 5^-, 7^-$ の α -幅が Wigner limit の大部分を持つと仮定すると、導き出せることを示した。したがって、この回転帯は α 粒子が ^{12}C また ^{16}O のまわりを回っている状態であると考えた。

二つの大きさの異なる原子核のゆるく束縛された状態の回転準位は、前章の議論を待つまでもなく、もし二つの構成原子核を剛体的と考えるなら、(12) 式と同様

$$I = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots \quad (16)$$

となる筈である。しかるに $I = 1^-, 3^-, 5^-, \dots$ しか観測されていない。そこで、剛体球の仮定をゆるめてみる。 α は依然として剛体球を仮定しえても、片方の ^{12}C また ^{16}O は、実際柔かくある種の偏極を生ずるものと思える。この効果は、二つの異なる配位 (Fig. 5) 間にある

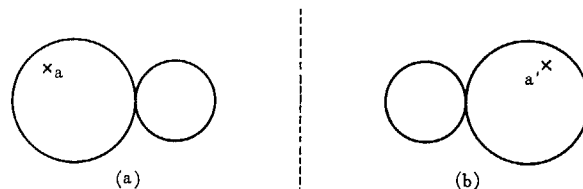


Fig. 5 Schematic picture of the molecule-like structure composed of two different nuclei. The configuration (b) is the mirror image of the configuration (a). Two configurations are topologically different each other.

種の配位間相互作用を生じさせる。二つの異なる配位といったのは、一つの配位 (a) から、他の配位 (b) へは、二つの原子核の中心を結ぶ軸に垂直な平面の鏡像としての意味で、決して回転によって移る意味ではない。ここでは回転によって移る配位は同一のものとして定義してある。直観的には、 α 粒子が ^{12}C または ^{16}O に入りこみ、その複合体から反対方向に α 粒子が飛び出してくる道筋を通して、配位 (a) と配位 (b) とが結びつく。これは分子でいえば、 NH_3 分子での反転振動に対応する。この配位間相互作用によって、二つの配位の縮退は解けて状態としては Fig. 6 のように分離する。これ

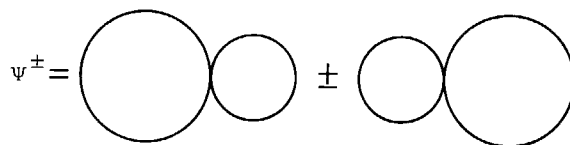


Fig. 6 Graphical representation of the eigenstates of parity.

は丁度 (7) 式に対応する分離である。その結果

$$\Delta E_0 = \langle \Psi^{(-)} | H | \Psi^{(-)} \rangle - \langle \Psi^{(+)} | H | \Psi^{(+)} \rangle \quad (17)$$

(15) 式と同様の分離エネルギーが得られる。すなわち、同じ分子的構造をもつ双生児として $K=0^+$ と $K=0^-$ の回転帯があらわれる。上記の議論の結果を、ポテンシ

シャルの描像を用いて図示する。片方のエネルギー極小は丁度、配位 (a) に対応し、他の極小は配位 (b) に対応する。中心は、 α 粒子が、 ^{12}C また ^{16}O に入り込み複合体を構成した状態に対応する。ポテンシャルで書くと配位 (a) と (b) とは、この中心斥力を通して (すなわちトンネル効果として) 結びつき、 Ψ^+ (エネルギー E^+) と Ψ^- (エネルギー E^-) に分離する。 $E^- > E^+$ なることは、

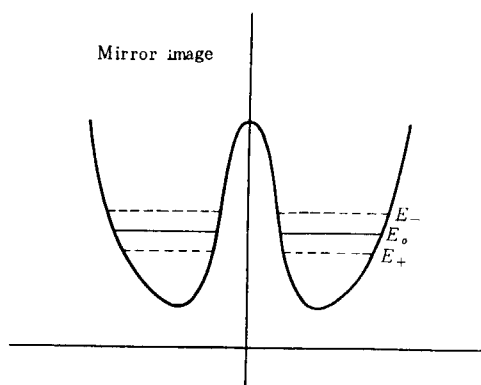


Fig. 7 Characteristic picture of the potential with two minima at the point of the molecule-like configurations. Two topologically different configurations connect with each other through the potential barrier by the tunneling effect. Thus, the energy splitting between two eigen states is obtained. The similarity to the case of the octupole deformation should be noted (see Fig. 2 (c)).

(a) と (b) が対称的に結合するか反対称的に結合するかの結果で一般的にいえることである。上記の議論は前章の後半の議論とまったく対応していることは明らかである。

双児の一人である $K=0^+$ 回転帯は ^{16}O ($^{12}\text{C}-\alpha$) と ^{20}Ne ($^{16}\text{O}-\alpha$) において見出すことができる。 $^{12}\text{C}-\alpha$ の構造をもつ ^{16}O の $K=0^+$ 回転帯は丁度、“奇珍な 0^+ ” の一つとして知られる 6.06 MeV から始まる回転帯であり、 $^{16}\text{O}-\alpha$ の構造をもつ $K=0^+$ は ^{20}Ne の基底回転帯である。 $K=0^+$ と $K=0^-$ 回転帯が、同じ分子的構造をもつ理由は上記の議論の外に、i) 二つの回転帯の慣性率がほとんど等しいこと。 ii) $^{16}\text{O}^*$ と ^{20}Ne の $K=0$ 回転帯共に、 α 粒子と core とが“弱い結合”をしているという仮定が良く成立していた等が指摘できる。 $^{16}\text{O}^*$ また ^{20}Ne の $K=0^+$ 回転帯が α 粒子+core 核の分子的構造であるかどうか実験的に証明することを考えよう。それには、 $K=0^+$ 回転帯の高いスピン状態からの α -崩壊の寿命を測定すればよい。すなわち、 $K=0^-$ 回転帯と α -崩壊幅と矛盾しないかどうかの問題である。 $K=0^+$ の回転帯は、押し上げられているので遠心力斥力のため共鳴散乱として観測ができない (山崎魏氏の指摘)。したがって、何らかの反応によりこの準位を励起し、ひきつづき起る α -崩壊の寿命測定ということになる。

理論的に次に問題になるのは、このようにして推論し

た、双児の回転帯の間のエネルギー差 ($^{16}\text{O}^*$ では ~ 3 MeV, ^{20}Ne では ~ 5.5 MeV) が導けるかということである。 Fig. 8 に示すような模型で、推定されるポテンシャルパラメーターを用いて計算を行なうと、正しい値がほぼ得られたことだけを附言しておく (ref. 1 参照)。

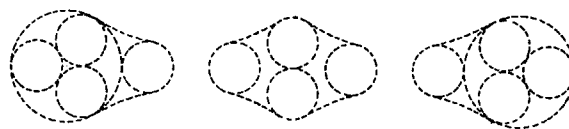


Fig. 8 Intuitive image for obtaining the characteristics of the central barrier.

6. 分子的構造に関する幾つかの問題

一般に分子的構造は、それを構成する単位が強く結合していること、また単位間の相互作用が弱い引力であることの結果として現われる。原子核で一番堅く融け難い単位は α 粒子である。北大 Group¹⁰⁾ によってあきらかにされたことは、 α 粒子が核力の特徴として強く結合することを明らかにしたと同時に α - α 相互作用が弱いことである。Pauli 原理は、近距離斥力として表現され、中間領域は弱く、遠方が交換斥力とクーロン斥力の和となる。この力の様子は、丁度 2 原子分子の van der Waals 力の特徴を兼備えている。 ^8Be はその結果理解された。

二つの問題が α - α の場合提起されている。一つは、中心斥力の問題であり、他は遠方斥力の問題である。中心斥力は、Pauli 原理であるから、これは α だけの特性ではない。 α と閉殻また、閉殻と閉殻の場合にも成立つ論理である。外の斥力は主としてクーロン力であるが、このクーロン力は、decay を防いでいる。すなわち分子的構造は、準安定状態 (threshold より上) においてもあらわれる。すなわち、分子的状態を構成しうるエネルギー領域がひろがることになる。もし引力が弱いとして零点振動が threshold 以上になっても、準安定状態が得られる場合があるということになる。

もう一つの問題は、核と核とで構成される分子状態もまた核であるということにある。核は、核子という同一レベルのもので構成されている集合体であるなら、分子状態もまた核である。このような場合の階層の問題であるから、当然、通常分子とは、ある種の幾何学的性質に対応はあったとしても、原子核の特殊性は、幾何学的性質にも反映するはずである。4 と 5 章ではそれを波動関数の対称性においてその特殊性を導入した。またそれがどの程度の安定性をもつかは、問題にするエネルギー、個数、閉殻かどうか等の全体の状況に強く依存してくる。しかし、わずかの状況の差異が、核力の性質と結びついたとき、特異な状態を出現させることもまた事実であ

る。軽い核の分子の状態はそのことを教えている。(例えば閉殻の $^{16}\text{O}^*$ がわずか 6.06 MeV 励起しただけで、分子的状态に転移することはその良い例である。

われわれは、核の構造を研究する場合、巨視的な問題を議論する場合を除いて、クーロン力の役割を忘れがちである。遠距離力はクーロン力のみであるという特徴は例えば、分子的な状態があるとするなら、直線、線形分子を安定するという役割を持っている。この点に立って今 $3-\alpha$ および $4-\alpha$ 鎖状分子状態の安定性を研究している。このことはまた核分裂の場合にも、崩壊の道筋をきめる上で重要であった。

鎖状分子の状態の安定性と関連して、分子の状態が現われる可能性を一般的に理解しうる。すなわち各単位が強い結合力をもつ(例えば α とか ^{16}O , ^{12}C)し、またクーロン力は弱くなる。しかも空間的な配位が、近傍にある励起状態と著しく異なる。(このことは、分散しにくいことを意味する。)配位が異なり、分散が起り難い例として、われわれは isobaric state の場合をすでに認識している。この意味でわれわれは分子の状態が励起状態にもっと多く存在していることを予想しうる。分散しにくいということはまた観測しにくい、また励起し難いことにもなるが、この困難はやがて解決されるであろう。

最後に、軽い核で現われる分子状態は、 α 粒子の単位をその中に含んでいる場合が殆んどである。この意味で一粒子演算子の遷移行列に関する実験では直接に見ることは難かしい。分子の構造の研究においては、特にこの α -崩壊幅が重要になる。それは丁度、Bohr 模型にはじまる集団模型の研究における、クーロン励起、 β - γ spectroscopy のように、この面での実験技術の進歩が特に望まれる。

文 献

- 1) HORIUCHI H. and IKEDA K.: to be published (Progress of Theoretical Physics)
- 2) DAVIS R. H.: Proceeding of the Third Conference on Reactions between Complex Nuclei, Asilomar (1963) (University of California Press, Berkeley), 67
- 3) MORINAGA H.: *Phys. Rev.*, **101** 254 (1956)
Phys. Lett., **78** (1966)
- 4) CHEVALLIER, P., SCHEIBLING F., GOLDRING G., PLESSER I. and SACHS, M. W.: *Phys. Rev.*, **160** 827 (1967)
- 5) BOHR A.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **26** No. 14 (1952); BOHR A. and MOTTELSON B. R.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **27** No. 16 (1953)
- 6) DAVIDSON J. P.: *Rev. Mod. Phys.*, **37** 105 (1965)
Bohrの液滴模型を拡張して、変形核の現象を整理してある。現象論的分析、またデータについての文献については、この論文を見られたし
- 7) NILSSON S. G.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29** No. 16 (1955)
- 8) INGLIS D. R.: *Phys. Rev.*, **96** 1059 (1954); **97** 701 (1955)
- 9) BELIAEV S. T.: *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31** No. 11 (1959)
- 10) SHIMODAYA I. TAMAGAKI R. and TANAKA H.: *Prog. Theor. Phys.*, **25** 843(1961); HIURA J. and SHIMODAYA I.: *Prog. Theor. Phys.*, **30** 585 (1963); TAMAGAKI R. and TANAKA H.: *Prog. Theor. Phys.*, **34** 191(1965)

6. 変形核での $K=0^+$ 励起準位

御 子 柴 修*

6. $K=0^+$ Excited Levels in Deformed Nuclei

OSAMU MIKOSHIBA*

Characteristic features of the excitation spectra of $K=0^+$ intrinsic states are discussed for even deformed nuclei in the rare-earth region within the framework of the random phase approximation, using the pairing-plus-quadrupole force model. The distributions in collectiveness of both pairing and quadrupole β -vibrations of the lowest ten $K=0^+$ states are numerically analysed. The β -vibrational character is more dominant in the spectra of nuclei in the beginning of the deformed region, whereas the pairing modes are relatively more important in the middle of the deformed region.

1. 序 論

最近, BÉs¹⁾ および SOLOVIEV²⁾ により, 変形核での lowest の $K=0^+$ 励起状態 (β -振動状態) の microscopic な取り扱いによる研究がなされた. 従来球形の偶-偶核での lowest 2^+ 状態および変形核での γ -振動状態の研究に比べて, この励起状態の研究が遅れていたのは, number fluctuation による spurious state の除去という問題があったからである. すなわち, pairing 相互作用から 1 体ポテンシャル (Cooper ポテンシャル) を導き出すために波動関数として核子数の異なる状態の重ね合わせを用いる. したがって, もしその状態を用いて two quasi-particle の状態を作ると, この状態は, 核子数の fluctuation による spurious state を成分として含んでしまう. すなわち, これら two quasi-particle の状態は, 基底状態に単に number operator を operate した状態と直交しないという困難が生じてくる.

この困難を取り除く方法として, Bogoliubov-Valatin 変換によって, pairing force から Cooper ポテンシャルを括り出す際に落した部分を残留相互作用として, quadrupole force の残留相互作用と一緒に考慮すればよいということが, BARANGER³⁾ により指摘されている. このように pairing field fluctuation を考慮した結果, 得られた collective state は, もはや spurious state を含まないが, この fluctuation に基づくあらたな mode (pairing vibrational mode) を含んでいる.

ごく最近, BÉs and BROGLIA⁴⁾ によってなされた pairing vibration に関する研究の意義は, この pairing field fluctuation の effect を単に spurious state の除去という消極的な意味で考慮するのではなく, 新しい mode を生むものとして積極的に取り上げ, それを実際の原子核について調べ, この pairing 振動状態への enhance された励起, 例えば two nucleon transfer reaction によるものがあることを確かめた点にある.

回転準位の $I(I+1)$ 則からのずれの計算としては, cranking 模型の高次の項の計算と, rotation-vibration coupling によるものとがある. もしこの新しい pairing vibrational mode が存在すれば, 普通の quadrupole 振動 (β -振動) との coupling の他に, この pairing 振動との coupling によるものを考慮しなくてはならない. さらに, β -振動と pairing 振動の mode の mixing により, 得られた振動状態は各原子核について特長的な性質を持っている. 例えば, lowest の励起状態は必ずしも振動状態ではない, また pairing 振動についてもこのことはいえて, 特にその collectivity は幾つかの励起状態に同じ程度の intensity で分布している.

これらのことに着目して, SHELINE, 宇田川, 吉田および著者⁵⁾ は, rear-earth region の偶-偶変形核について, 下から 10 本の $K=0^+$ 励起状態の性質を調べ, その各状態のずれへの寄与を調べた. 詳しいことについては原論文を参照していただくことにして, ここでは, その中の $K=0^+$ 励起状態に対して得られた結果について述べる.

* 東京教育大理 Tokyo University of Education

2. 計算の定式化

まず内部運動を記述するハミルトニアンを次のように仮定する

$$H = \sum_i E_i d_i^\dagger d_i - \sum_\tau G_\tau \hat{P}_\tau^\dagger \hat{P}_\tau - \frac{1}{2} k \hat{Q}^\dagger \hat{Q}. \quad (1)$$

ここで、 $d_i^\dagger$ および d_i はそれぞれ single particle state i の準粒子の生成演算子および消滅演算子、 E_i は準粒子のエネルギー、 G_τ は陽子 ($\tau=p$) および中性子 ($\tau=n$) に対する pairing force の strength parameter、 k は quadrupole force の coupling constant である。(1) 式の第1項は独立準粒子のエネルギーを与え、第2、第3項はそれぞれ pairing force および quadrupole force の残留相互作用であり、これを通じて準粒子はそれぞれの場の fluctuation と couple する。simple pairing plus quadrupole force model に従えば、 $\hat{P}_\tau$ および $\hat{Q}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \hat{P}_\tau &= \frac{1}{2} \sum_{i>0}^{(\tau)} V_{ii} (A_{ii}^\dagger + A_{ii}) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i>0}^{(\tau)} (A_{ii}^\dagger - A_{ii}) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_i U_{ii} d_i^\dagger d_i, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \sum_{i,j>0} q_{ij}^{(+)} (A_{ij}^\dagger + A_{ij}) \\ &\quad + \sum_{ij} q_{ij}^{(-)} d_i^\dagger d_j, \end{aligned} \quad (2b)$$

$$U_{ij} = u_i v_j + u_j v_i, \quad V_{ij} = u_i u_j - v_i v_j \quad (3)$$

で与えられる。ここで、記号 $\sum_{i>0}^{(\tau)}$ は τ の指定に応じて、陽子 ($\tau=p$) または中性子 ($\tau=n$) の single particle state i についてのみ和をとることを意味し、 $i>0$ という制限は、角運動量の核の対称軸への射影 Ω_i が正の値の状態のみをとることを意味している。 $A_{ij}^\dagger$ 、 A_{ij} および $q_{ij}^{(\pm)}$ は、それぞれ次のように定義される。

$$A_{ij}^\dagger = d_i^\dagger d_j^\dagger, \quad A_{ij} = d_j d_i \quad (4a)$$

$$q_{ij}^{(+)} = \langle i | \sqrt{\frac{16}{5}} \pi r^2 Y_{20} | j \rangle U_{ij}, \quad (4b)$$

$$q_{ij}^{(-)} = \langle i | \sqrt{\frac{16}{5}} \pi r^2 Y_{20} | j \rangle V_{ij}. \quad (4c)$$

ここで $\tilde{j}$ は、状態 j の時間反転をした状態を表わす。occupation probability u_i 、 v_i および (1) 式の E_i は、通常の BCS の方程式を解いて得られる energy gap parameter Δ_τ 、Fermi energy λ_τ を用いて書き表わされるが、これはよく知られた式であるから省略する。

ハミルトニアン (1) の $K=0^+$ 励起状態は random phase approximation (RPA) を用いて次のように求められる。励起状態 n の波動関数は、true の基底状態を $|0\rangle$ で表わせば、normal mode (phonon) の生成演算子 $B_n^\dagger$ を用いて、

$$|n\rangle = B_n^\dagger |0\rangle, \quad (5a)$$

$$B_n^\dagger = \sum_{i,j>0} (\phi_{ij}^n A_{ij}^\dagger + \varphi_{ij}^n A_{ij}) \quad (5b)$$

と表わされる。振幅 ϕ_{ij}^n および φ_{ij}^n は、励起エネルギー W_n が与えられれば、次のように求まる。

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^n &= \frac{1}{N_n} \frac{1}{E_{ij} - W_n} \\ &\quad \cdot \{q_{ij}^{(+)} + \delta_{ij} V_{ij} B_n^{(n)} + \delta_{ij} C_n^{(n)}\}, \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^n &= -\frac{1}{N_n} \frac{1}{E_{ij} + W_n} \\ &\quad \cdot \{q_{ij}^{(+)} + \delta_{ij} V_{ij} B_n^{(n)} - \delta_{ij} C_n^{(n)}\}, \end{aligned} \quad (6b)$$

$$B_n^{(n)} = \Theta_n^{(n)} / D_n^{(n)}, \quad (7a)$$

$$C_n^{(n)} = -\Pi_n^{(n)} / (W_n D_n^{(n)}), \quad (7b)$$

$$\Theta_n^{(n)} = F_n^{(n)} Y_n^{(n)} - H_n^{(n)} Z_n^{(n)}, \quad (7c)$$

$$\begin{aligned} \Pi_n^{(n)} &= (W_n^2 - 4\Delta_\tau^2) H_n^{(n)} Y_n^{(n)} \\ &\quad - Z_n^{(n)} F_n^{(n)}, \end{aligned} \quad (7d)$$

$$D_n^{(n)} = (W_n^2 - 4\Delta_\tau^2) (H_n^{(n)})^2 - (F_n^{(n)})^2 \quad (7e)$$

ここで、 $H_n^{(n)}$ 、 $F_n^{(n)}$ 、 $Y_n^{(n)}$ 、 $Z_n^{(n)}$ および E_{ij} は

$$\left. \begin{aligned} H_n^{(n)} &= \sum_{i>0}^{(n)} \frac{1}{E_{ii} (E_{ii}^2 - W_n^2)} \\ F_n^{(n)} &= \sum_{i>0}^{(n)} \frac{V_{ii}}{E_{ii}^2 - W_n^2} \\ Y_n^{(n)} &= \sum_{i>0}^{(n)} \frac{q_{ii}^{(+)}}{E_{ii}^2 - W_n^2} \\ Z_n^{(n)} &= \sum_{i>0}^{(n)} \frac{E_{ii} V_{ii} q_{ii}^{(+)}}{E_{ii}^2 - W_n^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$E_{ij} = E_i + E_j \quad (9)$$

で定義される。

一方、励起エネルギー W_n は固有方程式

$$1 - k(\mathcal{L}_n^{(p)} + \mathcal{L}_n^{(n)}) = 0 \quad (10)$$

の解として求まる。ここで $\mathcal{L}_n^{(n)}$ は

$$\mathcal{L}_n^{(n)} = 2 \{X_n^{(n)} - (\Pi_n^{(n)} Y_n^{(n)} - \Theta_n^{(n)} Z_n^{(n)}) / D_n^{(n)}\}, \quad (11a)$$

$$X_n^{(n)} = \sum_{i,j>0}^{(n)} \frac{E_{ij} (q_{ij}^{(+)})^2}{E_{ij}^2 - W_n^2} \quad (11b)$$

である。ここで一言ふれて置きたいことは、エネルギー W_n の関数としての $\mathcal{L}_n^{(n)}$ の特異点は必ずしも two quasi-particle 状態のエネルギー E_{ij} ではないということである。すなわち、 $i=j$ の場合には (11a) 式の $\{ \}$ の中の第2項に現れる量は、それぞれその点で特異性を持っており、第1項の $X_n^{(n)}$ の特異性と相殺し合うことが容易にわかる。したがって $\mathcal{L}_n^{(n)}$ の特異点は $D_n^{(n)}$ の零点となる。もちろん、 $i \neq j$ の点に対しては、第2項の量は何ら特異性を持たないから $\mathcal{L}_n^{(n)}$ の特異点は E_{ij} のままである。

ϕ_{ij}^n 、 φ_{ij}^n の規格化定数 N_n は波動関数に対する規格直交条件；

$$\sum_{i,j>0} (\phi_{ij}^n \phi_{ij}^{n'} - \varphi_{ij}^n \varphi_{ij}^{n'}) = \delta_{nn'}, \quad (12)$$

から定まり、

$$N_n = \frac{\partial (\mathcal{L}_n^{(p)} + \mathcal{L}_n^{(n)})}{\partial W} \Big|_{W=W_n} \quad (13)$$

で与えられることが容易にわかる。

このようにして得られた状態は 2 種類の correlation; pairing および quadrupole correlation を含んでいる。この correlation の大きさ, すなわち pairing および β -振動の collectivity を表わす量として, 次の行列要素を導入する;

$$P_n^{(i)} = \langle 0 | \frac{1}{2} (\hat{P}_i^+ + \hat{P}_i) | n \rangle, \quad (14a)$$

$$Q_n^{(i)} = \langle 0 | \hat{Q} | n \rangle. \quad (14b)$$

これらの量を RPA で計算すると

$$P_n^{(i)} = \frac{1}{N_n} \frac{2}{G_i} \frac{\theta_n^{(i)}}{D_n^{(i)}}, \quad (15a)$$

$$Q_n = \frac{1}{N_n} (\mathcal{L}_n^{(p)} + \mathcal{L}_n^{(n)}) \\ = \frac{1}{N_n} \frac{1}{k} \quad (15b)$$

で与えられる。

もう 1 つの大切な量として, 励起状態 n から基底状態の回転準位の 2^+ 状態への $E2$ 転移の $B_0(E2; 0^+n \rightarrow 2^+0)$ を考えると, これは

$$B_0(E2; 0^+n \rightarrow 2^+0) = \frac{1}{16\pi} |Q_n^{(e)}|^2 \quad (16a)$$

で与えられる。 $Q_n^{(e)}$ は, もし effective charge を考えなければ,

$$Q_n^{(e)} = e \mathcal{L}_n^{(p)} / N_n \quad (16b)$$

と書き表わされる。

3. 異なった定式化

前章では種々の量が出てきたが, これらの量の意味を明確にするために, はじめにハミルトニアン (1) の第 2 項までを考慮して pairing vibrational な $K=0^+$ 状態を求め, それらの状態をもとにして, 第 3 項の quadrupole correlation を取り入れた $K=0^+$ 状態を求めるという取り扱いにそった定式化を試みてみよう。

今述べたように, はじめにハミルトニアンとして

$$\bar{H} = \sum_i E_i d_i^+ d_i - \sum_i G_i \hat{P}_i^+ \hat{P}_i \quad (17)$$

を考える。pairing vibrational な $K=0^+$ 状態 p は前章と全く同じ手続きで求まる。この状態 p のエネルギーを $\mathcal{E}_p$ で表わせば, 振幅 $\bar{\phi}_{ij}^p, \bar{\varphi}_{ij}^p$ はそれぞれ

$$\bar{\phi}_{ij}^p = \frac{1}{N_p} \frac{\delta_{ij}}{E_{ii} - \mathcal{E}_p} \left(\frac{1}{\mathcal{E}_p} \bar{F}_p - V_{ii} \bar{H}_p \right), \quad (18a)$$

$$\bar{\varphi}_{ij}^p = \frac{1}{N_p} \frac{\delta_{ij}}{E_{ii} - \mathcal{E}_p} \left(\frac{1}{\mathcal{E}_p} \bar{F}_p + V_{ii} \bar{H}_p \right) \quad (18b)$$

で与えられる。(前章でと全く同じに定義される量についてはことわりなしに使うことにする。ただハミルトニアン $\bar{H}$ から出発していることを示すために notation の上に $-$ を附すことにする)。ここで, 量 $\bar{F}_p, \bar{H}_p$ 等はすべて前章で定義されたものの W_n を $\mathcal{E}_p$ で置き換えたものである。

一方, エネルギー $\mathcal{E}_p$ を与える式は

$$(\mathcal{E}_p^2 - 4A_i^2) (\bar{H}_p^{(i)})^2 - (\bar{F}_p^{(i)})^2 = 0 \quad (19)$$

となる。この (19) 式の左辺の量は, 前章での $D_n^{(i)}$ にほかならない。したがって, $\mathcal{L}_n^{(i)}$ の特異点が $D_n^{(i)}$ の零点と一致するということは, $\mathcal{L}_n^{(i)}$ が, この pairing vibrational な状態のエネルギーを特異点として持っているという, きわめて当然な結果を与えているのであることが理解される。

前章と同様に collectiveness を表わす量 $P_p^{(i)}$ は

$$\bar{P}_p^{(i)} = -\frac{2}{N_p G_i} \quad (20a)$$

で与えられる。一方, $\bar{Q}_p^{(i)}$ は

$$\bar{Q}_p^{(i)} = \frac{1}{N_p} \bar{\theta}_p^{(i)} \quad (20b)$$

で与えられるが, これは pairing vibrational な状態 p と quadrupole field の fluctuation との coupling の強さを表わしている。

次に, ハミルトニアン (1) の第 3 項を考慮する。その前に少し記号の拡張を行なっておこう。 $i \neq j$ であっても $K=0^+$ に couple する two quasi-particle の状態も記号的には normal mode と同等に取り扱うことにする。すなわち p を状態 i, j ($i \neq j$) から成る two quasi-particle の状態とすると,

$$\bar{B}_p^+ = A_{ij}^+, \quad (21a)$$

$$\bar{\phi}_{i'j'}^p = \delta_{ii'} \delta_{jj'}, \quad \bar{\varphi}_{i'j'}^p = 0, \quad (21b)$$

$$\mathcal{E}_p = E_{ij} \quad (21c)$$

と定義する。もちろんこの状態 p に対しては,

$$\bar{P}_p^{(i)} = 0, \quad \bar{Q}_p^{(i)} = q_{ij}^{(+)} \quad (22)$$

となる。

このようにすれば, 我々のとるべき model Hamiltonian は

$$H' = \sum_p \mathcal{E}_p \bar{B}_p^+ \bar{B}_p - k \hat{Q}^+ \hat{Q}, \quad (23)$$

と書ける。新たな $K=0^+$ の normal mode の生成演算子 $B_n'^+$ を

$$B_n'^+ = \sum_p (\phi_p^{n'} \bar{B}_p^+ + \varphi_p^{n'} \bar{B}_p) \quad (24)$$

で定義する。そのエネルギー W_n' は普通の型の分散式;

$$1 - 2k \sum_p \frac{(\bar{Q}_p)^2}{\mathcal{E}_p^2 - W_n'^2} = 0, \quad (25)$$

の根として決まる。振幅 $\phi_p^{n'}, \varphi_p^{n'}$ は

$$\phi_p^{n'} = \frac{1}{N_n'} \frac{1}{\mathcal{E}_p - W_n'} \bar{Q}_p, \quad (26a)$$

$$\varphi_p^{n'} = \frac{1}{N_n'} \frac{1}{\mathcal{E}_p + W_n'} \bar{Q}_p \quad (26b)$$

で与えられる。

次に, この状態に対する field fluctuation strength を与えておこう;

$$P_n' = \frac{1}{N_n'} \sum_p \bar{P}_p \frac{2\mathcal{E}_p \bar{Q}_p}{\mathcal{E}_p^2 - W_n'^2}, \quad (27a)$$

$$Q_n' = \frac{1}{N_n'} \frac{1}{k}. \quad (27b)$$

以上の定式化から, 前章の $P_n^{(i)}$ および Q_n の振舞

いについて次のような極端な2つの場合が考えられる。

(i) 考えているエネルギー W の近くにあるいくつかの状態 p のすべての $\bar{Q}_p$ が、与えられた coupling constant k の大きさに対して小さい場合には、得られた状態 n のエネルギー W_n は、もともとの pairing vibrational な状態 p のエネルギー $\mathcal{E}_p$ にきわめて近く ($D_n^{(v)} \approx 0$)、また、その状態も p の状態に一致する。このような場合には $\bar{Q}_n$ は非常に小さく、 $P_n^{(v)}$ は、状態 p が陽子の pairing vibrational な状態か、中性子のものかによって、いずれか対応する $P_n^{(v)}$ が大きくなる。 $P_n^{(v)}$ ((27a) 式) は明らかに $\bar{P}_p^{(v)}$ になる。

(ii) 1つまたはそれ以上の状態 p の Q_p の値が大きく、かつそれが coherent にきいてくる場合は、状態 n は β -vibrational な性質を持ち、 Q_n は大きくなる。 Q_n が大きくなるということは、規格化定数 N_n が小さくなるということであるから、これは $P_n^{(v)}$ にも影響して、 $P_n^{(p)}$ 、 $P_n^{(n)}$ 共に大きな値を持ちうる。そして両者の差は $\Theta_n^{(v)}$ の差、すなわち pairing vibrational な状態 p の quadrupole field の fluctuation との coupling の強さ $\bar{Q}_p$ の差によって決ってくる。

4. 数値計算の結果と議論

任意の状態 n は field fluctuation strength $P_n^{(v)}$ 、 Q_n 、および reduced $E2$ transition probability $B_0(E2; n \rightarrow 0)$ で特長づけられる。 $P_n^{(v)}$ はその状態の陽子 ($\tau=p$) または中性子 ($\tau=n$) の pairing vibrational な性質を、 Q_n または $B_0(E2)$ は β -vibrational な性質を特長づけている。我々は rare-earth region の偶-偶変形核の下から 10 本の $K=0^+$ 励起状態に対してエネルギー W_n およびこれらの量 $P_n^{(v)}$ 、 Q_n および $B_0(E2)$ を (10) 式および (15a)–(16b) 式を用いて計算した。

これらの計算で、我々は特に (i) これらの量によって pairing および β -vibrational な状態が定義されるか、(一番大きな $P_n^{(v)}$ の値を持つものを pairing vibrational な状態、一番大きな Q_n の値を持つものを β -vibrational な状態とする。) (ii) この2つの vibrational mode がどのように励起状態の中に分布しているか、(iii) これら2つの mode がどの程度に mix するかという点をしらべた。

4.1 計算に用いた parameter

結果を示す前に、この計算で用いられた parameter について述べる。

(i) この計算では major shell $N=0 \sim 8$ に属するすべての Nilsson orbit を考慮した。そのエネルギーおよび波動関数の値は ref. 6) で用いられたものと同じものを使った。

(ii) quadrupole force の coupling constant k は、

ref.6) で self-consistent な考察から、

$$k \approx 75A^{-5/3}(M\omega_0/\hbar)^2 \text{ MeV} \\ \approx 0.18\hbar\omega_0 A^{-4/3}(M\omega_0/\hbar)^2$$

という数値を得ているが、ここでもその数値を用いた。

(iii) pairing force の strength parameter G_τ は、それを用いて得られた energy gap parameter Δ_τ が、実験値と一致するように決められた。このようにして得られた G_τ の値を、計算で用いた変形の parameter e_0 と一緒に TABLE 1 に掲げておく。

TABLE 1 Parametric values used in the calculation

Nucleide	e_0	$G_p(A)$ (MeV)	$G_n(A)$ (MeV)
^{152}Sm	0.25	22.5	17.0
^{154}Sm	0.30	22.5	16.5
^{154}Gd	0.25	22.5	17.0
^{156}Gd	0.27	22.0	16.0
^{158}Gd	0.30	21.5	15.5
^{160}Gd	0.30	21.5	15.0
^{160}Dy	0.27	21.0	15.25
^{162}Dy	0.27	21.25	15.25
^{164}Dy	0.27	21.5	15.25
^{164}Er	0.27	22.0	15.0
^{166}Er	0.27	22.0	15.25
^{168}Er	0.27	22.0	15.0
^{170}Er	0.27	22.0	14.75
^{170}Yb	0.27	22.0	15.0
^{172}Yb	0.27	22.0	14.75
^{174}Yb	0.27	22.0	14.75
^{176}Yb	0.27	22.0	14.0
^{176}Hf	0.25	21.45	14.5
^{178}Hf	0.25	21.25	14.0
^{180}Hf	0.25	21.25	13.75
^{182}W	0.23	21.25	14.0
^{184}W	0.23	21.50	13.5

Column two gives the deformation parameters and columns three and four show the values of the strength parameters of the proton and neutron pairing force, respectively. (ref.⁶⁾)

4.2 W_n 、 $P_n^{(v)}$ 、 Q_n および $B_0(E2)$ の計算値と、 $K=0^+$ 励起状態の性質

計算結果をすべて示すことは不可能であるから、いくつかの例を Fig. 1 (a)–1 (d) に示す。この図では、 ^{154}Gd 、 ^{164}Er 、 ^{170}Er および ^{176}Hf に対する $P_n^{(v)}$ 、 Q_n および $B_0(E2; 0^+0 \rightarrow 2^+n)$ の値が励起エネルギー W_n の関数として表わしてある。

次に $K=0^+$ の励起状態に対して得られた結果に対する議論を行なう。

(i) はじめに一番低い $K=0^+$ の励起状態の性質をみよう。一般には、(25) 式の分散式の型からこの一番低い励起状態が常に β -vibrational であると考えられる。我々の計算でも、一般的にはこのような傾向が得られる。しかしいくつかの例外が、 ^{170}Er 、 ^{172}Yb 、 ^{176}Hf およ

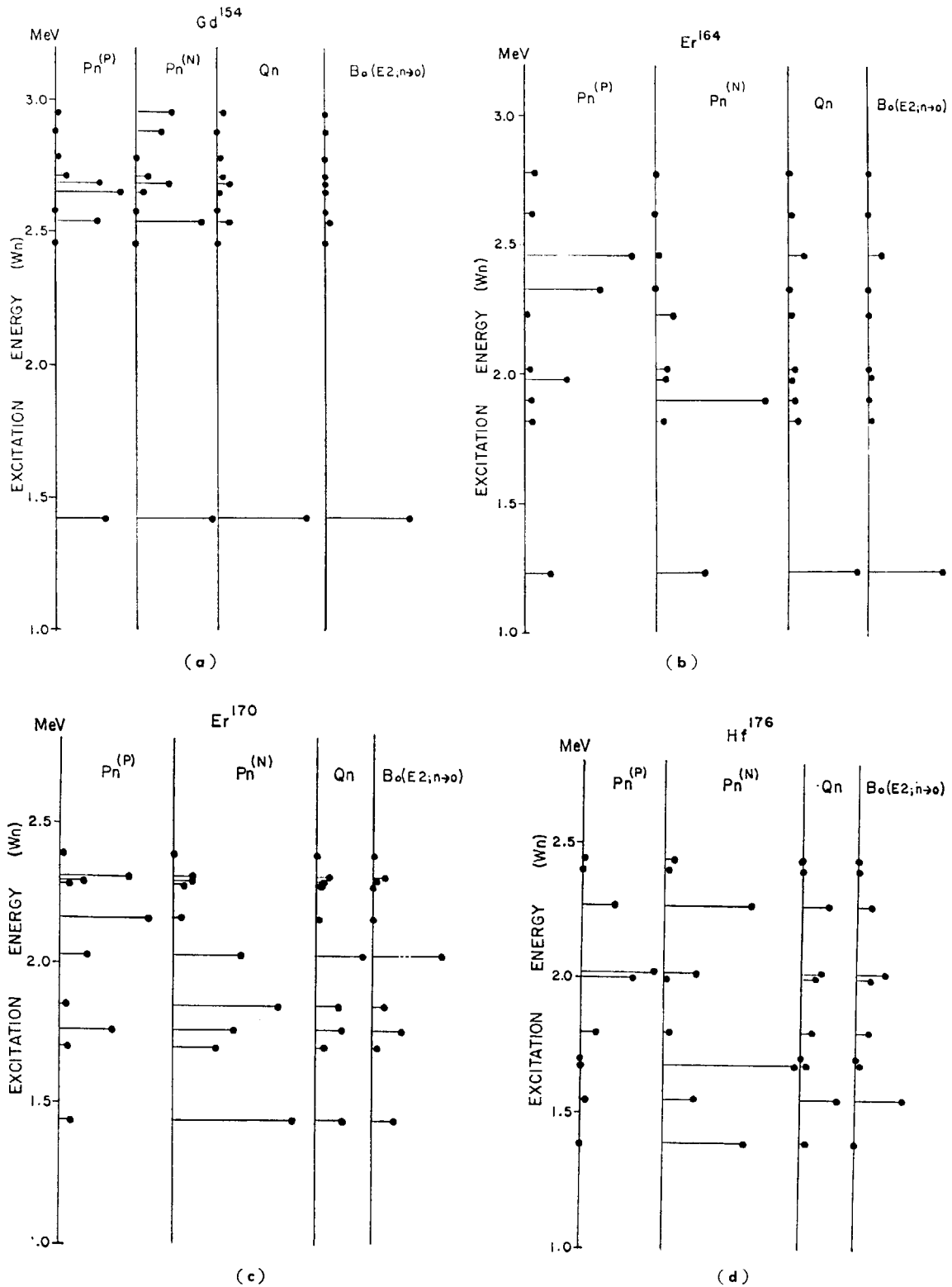


Fig. 1 Calculated $P_n^{(P)}$, $P_n^{(N)}$, Q_n and $B_0(E2; 0^+0 \rightarrow 2^+n)$ values as functions of the excitation energy W_n for (a) ^{154}Gd , (b) ^{164}Er , (c) ^{170}Er and (d) ^{176}Hf . (ref. 5))

び ^{182}W で見られる。これらの核では β -vibrational な状態はもっと高い励起状態に現れる (Fig. 1 (c), 1 (d) 参照)。さらに、この例外的な核では、一番低い励起状態が中性子の pairing vibrational な状態となっているという興味ある結果を与えている。これはちょうど前章での

議論の (i) の場合が生じていることを示している。また、この中性子の pairing vibrational な状態であるということは、中性子の gap parameter Δ_n が陽子のそれに比べて、この領域で一般に小さいという事実に基づいている。

(ii) β -vibration の collectivity がどの程度 β -vibrational な状態に集中されているかは、Fig. 1(a)–1(d) を見ればわかるが、その傾向をすべての核にわたって見るために、 β -vibrational な状態 ($n=\beta$) の $B_0(E2)$ と、10 本のすべての状態に対する $B_0(E2)$ の和との比較を Fig. 2 に示す。これから全体の $B_0(E2)$ の和の 50% 以上が、 β -vibrational な状態に集中しており、特にこの領域のはじめの方の核、および終りの方のいくつかの核では、集中の度合は最高で、中間にいくに従って徐々に減少していく傾向を示す。すなわち、領域のはじめの方の励起状態では、この vibrational character が主要なものであることを示している。

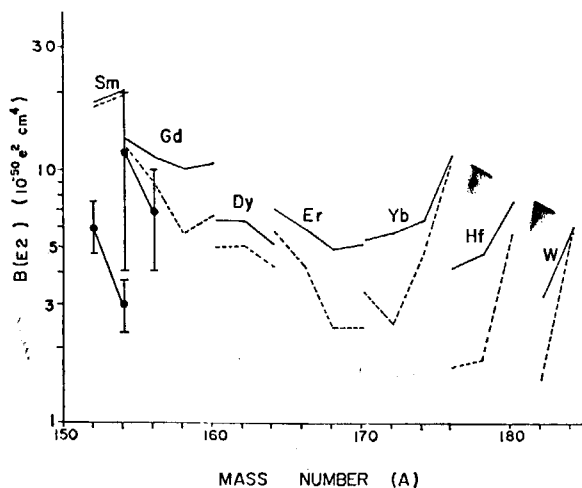


Fig. 2 Calculated and experimental $B_0(E2)$ values for the β -vibrational state as well as the sum of the calculated $B_0(E2)$ values of the lowest ten excited states as a function of the mass number A .
 — $\Sigma_n B_0(E2; 0 \rightarrow n)$ cal; $B_0(E2; 0 \rightarrow \beta)$ cal
 $\pm$ $B_0(E2; 0 \rightarrow \beta)$ exp. (ref. 5))

また Coulomb 励起によって、最近 ^{152}Sm , ^{154}Sm , ^{154}Gd および ^{156}Gd での $B_0(E2)$ が観測されているが、その実験値を計算結果と比較するために Fig. 2 に示しておく。理論値と実験値との一致はほぼよいことがわかる。同様な実験⁷⁾ が他の核に対しても行なわれたが、中性子数が 96 またはそれ以上の核で、この方法では $K=0^+$ 状態が見出されなかったという事実とは、この我々の得た傾向は矛盾しない。

(iii) 最大の $P_n^{(\pi)}$ の値を持った状態として定義した pairing 振動状態は、一般には β -振動状態とは別に、もっと高い励起状態として現れる。しかし、Gd の isotope および ^{178}Hf では、pairing 振動状態と β -振動状態とは一致する。この pairing 振動状態の collectiveness がどの程度かを示すために、この状態の $|P_n^{(\pi)}|^2$ 、および 10 本の状態に対する和、それに percentage ratio を、TABLE 2 に掲げておく。この TABLE 2 から、各原子核の pairing 振動状態に対し、その比は 30% から 80% であり、collectivity の集中の度合は、 β -振動状態の場合

より小さいことがわかる。さらに、例えば Fig. 1(c) および 1(d) に見られるように、collectivity が同じ程度の intensity でいくつかの状態に分布している場合がある。傾向として pairing 振動の性質は、この領域の中ほどで重要となっている。

TABLE 2 Calculated values of the neutron pairing fluctuation strength

Nuclide	$ P_n^{(\pi)} ^2$	$\Sigma_n P_n^{(\pi)} ^2$	$ P_n^{(\pi)} ^2 / \Sigma_n P_n^{(\pi)} ^2$
^{152}Sm	8.20	21.40	38.3 (%)
^{154}Sm	6.33	17.95	35.3
^{154}Gd	7.84	17.64	44.4
^{156}Gd	12.55	32.09	37.1
^{158}Gd	11.83	26.87	44.0
^{160}Gd	9.24	27.34	33.8
^{160}Dy	13.14	32.83	40.0
^{162}Dy	16.88	20.99	80.4
^{164}Dy	13.63	32.84	41.5
^{164}Er	16.63	20.60	80.7
^{166}Er	14.17	33.72	42.0
^{168}Er	22.94	40.45	56.7
^{170}Er	17.99	45.09	39.9
^{170}Yb	23.03	40.61	56.7
^{172}Yb	17.96	37.98	47.3
^{174}Yb	27.62	41.28	64.7
^{176}Yb	16.13	44.07	36.6
^{176}Hf	24.38	46.46	52.4
^{178}Hf	23.15	57.22	40.4
^{180}Hf	17.23	34.82	49.5
^{182}W	29.64	42.01	70.6
^{184}W	15.48	19.99	77.4

Column two gives the values for the pairing vibrational states ($n=\pi$) while column three lists the summed values over the lowest ten excited states. Column four gives their ratios. (ref. 5))

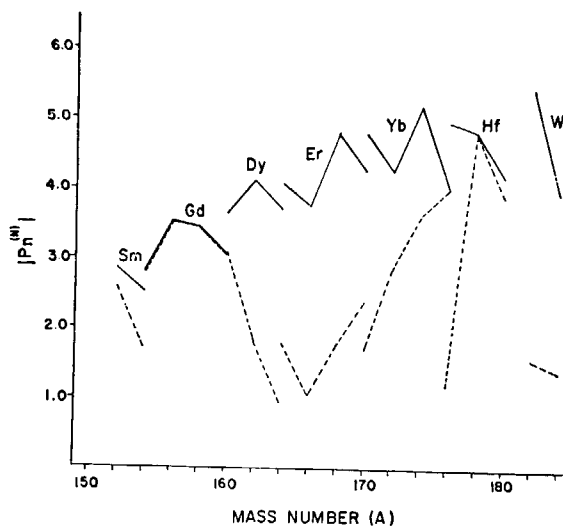


Fig. 3 $P_n^{(\pi)}$ for the pairing ($n=\pi$) and the β ($n=\beta$) vibrational states.
 — $|P_n^{(\pi)}|$, $|P_n^{(\beta)}|$. (ref. 5))

(iv) 計算の結果によれば, pairing と β -振動との coupling は, 一般にかなり強いといえる. 例えば Fig. 1 (a)–1 (d) にも示されているように, pairing 振動の collectivity のかなりの部分が β -振動に mix している. またはその逆が起っていることが解る. この mixing の傾向を mass number の函数として見るために, Fig. 3 に pairing 振動状態と β -振動状態の $P_n^{(n)}$ を plot する. pairing vibrational character の β -振動状態への admixture は, この変型領域のはじめの方の核で大きいことがわかる.

この他に $K=0^+$ 状態にとって重要な量としては $E0$ 転移の行列要素, および two nucleon transfer reaction に対する spectroscopic factor があるが, これらの量の

計算は現在進行中である.

文 献

- 1) BÉs D. R.: *Nucl. Phys.*, **49** 544 (1963)
- 2) SOLOVIEV V. G.: *Nucl. Phys.*, **69** 1 (1965)
- 3) BARANGER M.: *Phys. Rev.*, **122** 992 (1961)
- 4) BÉs D. R. and BROGLIA R. A.: *Nucl. Phys.*, **80** 289 (1966)
- 5) MIKOSHIBA O. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **A 101** 202 (1967)
- 6) UDAGAWA T. and SHELIN R. K.: *Phys. Rev.*, **147** 671 (1966)
- 7) YASHIZAWA Y. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **73** 273 (1965)

7. 原子核の平衡変形

若 井 正 道*

7. Equilibrium Deformation of Nucleus

MASAMICHI WAKAI*

The centrifugal stretching effect is investigated considering the Coriolis anti-pairing effect. The numerical calculation shows that the effect has not severe influence on the rotational spectra of low spins.

1. 序 論

原子核の回転の核構造への影響として2種考えられる。1つは pairing 相互作用への影響であり, anti-pairing 効果と呼ばれ, エネルギーギャップの減少をもたらすものである¹⁾。他の1つは核内の平均場への影響であって, 直観的には回転の遠心力 (centrifugal force) による原子核の伸長 (stretching) として理解される²⁾。それゆえこれは centrifugal stretching 効果と呼ばれる。

筆者³⁾は, 以前 generalized Hartree-Fock 近似法を用いて anti-pairing 効果の回転バンドへの影響を計算したが, centrifugal stretching 効果については十分議論していなかった。そこでこの方法でもってさらにこの効果について計算を行なったので報告する。

2. 計算方法と結果

計算方法の詳細は文献 3) に与えられているので, ここではその要約をあげるにとどめる。

(1) 変形率 ϵ , スピン I の回転状態の全エネルギー $E_{\text{tot}}(\epsilon, I)$ を求める。

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2J(\epsilon, I)} I(I+1) + E_{\text{int}}(\epsilon, I).$$

上式右辺の第1項は回転エネルギー, 第2項は内部エネルギーをあらわす。 J は核の慣性能率である。

(2) 数個の変形率の場合について同一の計算を行なう。

(3) 一定スピン I の下で, 全エネルギーを極小とする変形率 $\epsilon_{\text{eq}}(I)$ を数値的に求める。

以上の計算結果をまとめれば次のようになる。

(1) 変形率のスピンによる変化

Fig. 1 は数個の原子核の平衡変形率 ϵ_{eq} のスピンによる変化を示す。

スピンが比較的の小なところでは, 変形率はスピンの増加につれて大となっていくが, スピンが大となると必ずしも増加しない。

基底バンド上の $0^+, 2^+$ 状態の各々の変形率 $\beta(0), \beta(2)$ とその差 $\Delta\beta_{2-0}$, 積 $\beta(0) \cdot \Delta\beta_{2-0}$ が TABLE 1 に与えられ

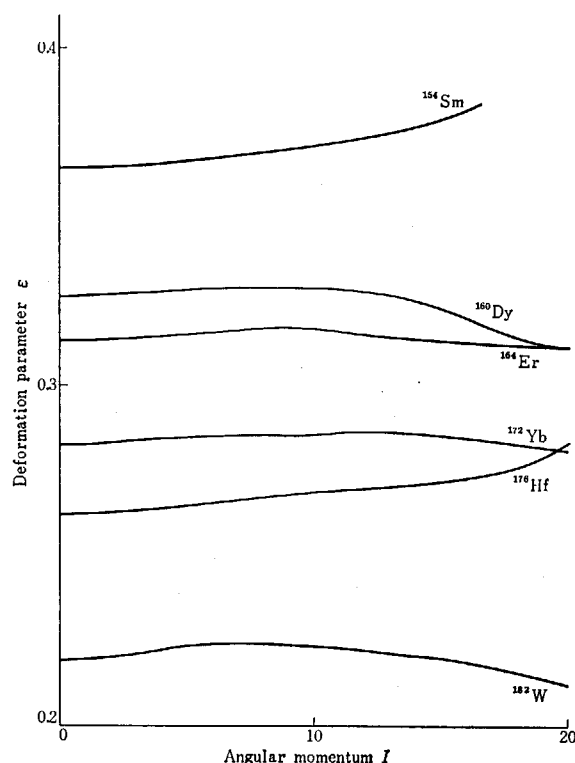


Fig. 1 Dependence of the equilibrium deformation on the spin

* 原研 JAERI

TABLE 1 The calculated values of equilibrium deformation

Nucleus	$\beta(0)$	$\beta(2)$	$\Delta\beta_{2-0}$	$\beta(0)\Delta\beta_{2-0}$
^{154}Sm	0.34375	0.34416	0.00041	0.00014
^{154}Gd	0.35548	0.35637	0.00089	0.00032
^{160}Dy	0.31154	0.31187	0.00033	0.00010
^{164}Er	0.30028	0.30060	0.00032	0.00010
^{172}Yb	0.27295	0.27339	0.00044	0.00012
^{176}Hf	0.25449	0.25505	0.00056	0.00014
^{180}Hf	0.23175	0.23246	0.00071	0.00016
^{180}W	0.22933	0.22986	0.00053	0.00011
^{182}W	0.21634	0.21678	0.00044	0.00010

ている。

$\Delta\beta_{2-0}$ について比較できる実験値はほとんどないが、 ^{182}W の場合には実験値は 6.0×10^{-4} であって⁴⁾、計算値 4.4×10^{-4} はこれとよい一致を示す。

(2) 回転スペクトラムへの影響

Fig. 2 は ^{182}W の各スピンのエネルギー面をあらわしている。一見してわかるように、変形率を基底 0^+ 状態の平衡変形率に固定してエネルギーを求めても、各スピンに対する平衡変形下でのエネルギー値を追っていても、スペクトラムにはたいして大きな変りはない。

この状況は他の原子核についても同じで、centrifugal-

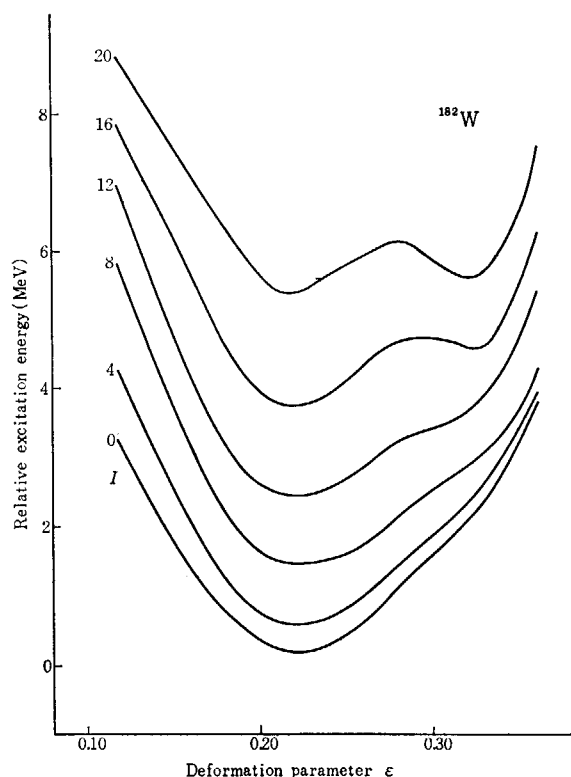


Fig. 2 Energy surface of ^{182}W for respective spins

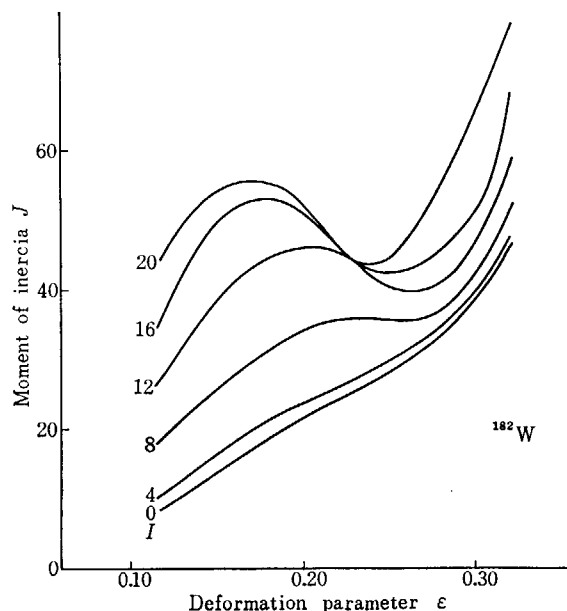


Fig. 3 Moment of inertia plotted as a functions of the deformation

stretching 効果の回転スペクトラムへの影響は小さいといえる。

(3) 複数個の平衡点の存在

Fig. 2 にみられるように、スピンの大となると平衡変形を与える極小点がエネルギー面上に 2 個以上あらわれている。これらの状態は変形率の差が小さいと混合してしまうであろうが、差が大だと一種の shape isomer として観測される可能性がある。

ところでこのような事態が生ずるのは、Fig. 3 にみられるようにスピンの大となると慣性率 J が変形率によって振動的に変化するためである。このような変化は anti-pairing 効果によりスピンの大となると、エネルギーギャップが小となり、フェルミエネルギー近くでの粒子エネルギー準位の分布が鋭敏に慣性率の値に影響するためにおこり、anti-pairing 効果の 1 つのあらわれである。

文 献

- 1) MOTTELSON B. R. and VALATIN J. G. : *Phys. Rev. Lett.*, **5** 511 (1960)
- 2) DAVYDOV A. S. and CHABAN A. A. : *Nucl. Phys.*, **20** 499 (1960)
DIAMOND R. M. et al. : *Phys. Lett.*, **11** 315 (1964)
- 3) SANO M. and Wakai M. : *Nucl. Phys.*, **67** 481 (1965); **A 97** 298 (1967)
- 4) COHEN S. G. et al. : *Phys. Rev. Lett.*, **16** 322 (1966)

8. セニヨリティ混合および γ 振動帯の構造に関するコメント

野村 正 雄*

8. Comments on the Problems of Seniority Mixing and γ -Band Structures

MASAO NOMURA*

The wave functions of nuclei in the region near $A=90$ have been investigated with the method of the shell model calculation. The comparison of the seniority in the weak coupling model and that in the strong coupling model is done. The property of the wave function of nuclei in the midshell is discussed. A comment is also given on the structure of γ -vibrational band in deformed nuclei.

1. $A=90$ 領域における seniority mixing について

$A=90$ 附近の核については殻模型による解析が進められている¹⁾. ここでは, seniority scheme による考察を試みる.

中性子数 $N=50$ の isotope について, ^{88}Sr を芯とし, $g_{9/2}$ と $p_{1/2}$ の二準位の配位で, とりあつかってみる. 文献 2) において, この仮定のもとで陽子数 $p=38-43$ の核を解析し, seniority scheme が非常によく成立つことを示した. ここで, seniority の定義が, 弱結合模型によるもの (v_w と記す.) と強結合模型によるもの (v_s)³⁾ の二種類あること, 文献 2) においては, v_s -scheme で定義していることに注意しよう. 一方 $g_{9/2}$, $p_{1/2}$ は pairing interaction による energy 差が, 一準位の energy 差を打消すことが予想され, v_w -scheme で解析してみる必要がある.

文献 2) と同一の配位, 同一の相互作用で, $p=42$, 44 を取扱った結果を分析してみる. 計算に必要な状態数, c.f.p. は文献 4) に示される方法で求められた数表⁵⁾ を利用した. 文献 2) に示された計算結果とは完全に一致している. TABLE 1~4 は, ^{92}Mo と ^{94}Ru の波動関数を示している. 表にある $|(g_{9/2})^4 v=4 \alpha J=2, 4\rangle$ は,

$$|(g_{9/2})^4 v=4 \alpha J=4M\rangle \\ \equiv NP_{v=4} Y_0^{(2)} |(9/2)^4 v=2J=2M\rangle \quad (1)$$

より定義されている. ここで $P_{v=4}$ は $v=4$ の projection を示し, N は normalization factor を示してい

る. $|(g_{9/2})^4 v=4 \beta J=4\rangle$ は (1) に直交する状態である. v_w -scheme より v_s -scheme は quasi-spin の方法⁶⁾ を用いると容易にできる. すなわち, v_s -scheme の状態 $|SS_z[\alpha_1 \alpha_2 S_1 S_2] JM\rangle$ は v_w -scheme の状態 $|\alpha_1 S_1 S_{1z} \alpha_2 S_2 S_{2z} JM\rangle$ より

$$|SS_z[\alpha_1 \alpha_2 S_1 S_2] JM\rangle \\ = \sum_{S_{1z} S_{2z}} (S_1 S_2 S_{1z} S_{2z}; SS_z | \alpha_1 S_1 S_{1z} \alpha_2 S_2 S_{2z} JM\rangle \quad (2)$$

の関係を用いて作ることができる. ここで, S_i , S_{iz} は i 準位における v_w -scheme の固有状態 ($v_w=v_i$) と粒子数 N_i により,

$$S_i = \frac{1}{2} \left(\frac{2j_i+1}{2} - v_i \right) \quad (3)$$

$$S_{iz} = \frac{1}{2} \left(N_i - \frac{2j_i+1}{2} \right) \quad (4)$$

と表わされるものであり, S , S_z は v_s -scheme の固有状態 ($v_s=v$) と粒子数 $N=\sum N_i$ を用いて,

$$S = \sum_i S_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_i (2j_i+1)}{2} - v \right) \quad (5)$$

$$S_z = \sum_i S_{iz} = \frac{1}{2} \left(N - \frac{\sum_i (2j_i+1)}{2} \right) \quad (6)$$

と定義される quasi-spin を示す. 表に示されるように粒子数が 42 より 44 と増加するに従い, v_s -scheme が v_w -scheme より良くなりつつようになる. なお, ^{90}Zr の基底状態では $v_s=0$ が確率振幅で 0.87 含まれている. 文献 2) では seniority の mixing の目安を, 三体系の $\Delta v=2$ の matrix element を調べることで得ているが, $\Delta v=4$ の matrix element は,

* 東大理 Tokyo University

TABLE 1 The wave function of ^{92}Mo in the νw -scheme

J	$(9/2)^2 (1/2)^2$	$(9/2)^4$		
	$v=0 (J=0)$ $v=2 (J=0)$	$v=0 (J=0)$ $v=2 (J=0)$	$v=4_\alpha$	$v=4_\beta$
0_1	0.8255	0.5644	0.0065	
2_1	0.8750	0.4840	-0.0048	
4_1	0.8805	0.4740	0.0004	0.0062
6_1	0.8729	0.4879	-0.0049	0.0036
8_1	0.8776	0.4794	-0.0046	

TABLE 2 The wave function of ^{92}Mo in the νs -scheme

J	$(9/2)^2 (1/2)^2$	$(9/2)^4$		
	$v=0 (J=0)$ $v=2 (J=0)$	$v=2 (3/2)$	$v=4 (\alpha 1/2)$	$v=4 (\beta 1/2)$
0_1	0.9374	-0.3481	-0.0065	
2_1	0.8566	-0.5158	-0.0048	
4_1	0.8507	-0.5255	0.0004	0.0062
6_1	0.8590	-0.5120	0.0049	0.0036
8_1	0.8540	-0.5203	-0.0046	

TABLE 3 The wave function of ^{94}Ru in the νw -scheme

J	$(9/2)^4 (1/2)^2$			$(9/2)^6$		
	$v=0 \text{ or } v=2$	$v=4_\alpha$	$v=4_\beta$	$v=0 \text{ or } v=2$	$v=4_\alpha$	$v=4_\beta$
0_1	0.8531	0.0126		0.5216	0.0066	
0_2	-0.5214	-0.0165		0.8530	0.0161	
2_1	0.8945	-0.0042		0.4457	0.0388	
2_2	-0.0856	0.9244		0.1511	0.3396	
4_1	0.8733	0.1749	0.0128	0.4408	0.1098	0.0177
4_2	-0.1889	0.9310	-0.0608	-0.0666	0.2982	-0.0222
6_1	0.8647	0.0719	0.1282	0.4521	0.0857	0.1381

TABLE 4 The wave function of ^{94}Ru in the νs -scheme

J	$(9/2)^4 (1/2)^2$			$(9/2)^6$			
	$v=0$	$v=2$	$v=4 (3/2)$	$v=4 (\alpha 1/2)$	$v=4 (\beta 1/2)$	$v=6 (\alpha 1/2)$	$v=6 (\beta 1/2)$
0_1^+	0.9720	-0.2344		0.01359		-0.0043	
0_2	0.2345	0.9719		-0.0003		0.0230	
2_1		0.9474	-0.3176	0.0245		-0.0245	
2_2		0.0463	0.1673	0.8937		-0.4135	
4_1		0.9292	-0.3058	0.2013	0.0216	-0.0461	-0.0034
4_2		-0.1806	0.0864	0.8692	-0.0587	-0.4474	0.0273
6_1		0.9311	-0.2917	0.1114	0.1884	0.0098	0.0070

$$\langle j^v v - 4J | V | j^v v J \rangle$$

$$= (-)^{2j+1} \sqrt{\frac{(v-2)(v-3)(2j+5-2v)}{(2j+7-2v)(2j+9-2v)}} \\ \cdot \sum_j (j^4 (v=4 \gamma 0) j^{v-4} (v=4 J) J | j^v v J) \\ \cdot \sum_{J_1} (2J_1+1) \langle j^2 J_1 | V | j^2 J_1 \rangle \\ \cdot \langle j^4 v=2 J_1 || V(J_1) || j^4 v=4 \gamma 0 \rangle \quad (7)$$

の関係⁴⁾を用いて, c. f. p. の数表があれば容易に,

$$\langle (9/2)^4 v=1 j | v | (9/2)^6 v=5 9/2 \rangle = -0.0452 \quad (8)$$

を得ることができ, νw -scheme が良くなりたつことを示している. なお, 表に示された状態は parity が正のものばかりであるが, 負 parity の状態については ^{92}Mo の $J=5^-$ の状態が大部分, $|(9/2)^3 v=1 9/2 1/2 J=5^- \rangle$ であるが $J=4^-$ の状態は $|(9/2)^3 J=7/2 1/2 J=4^- \rangle$ が大部分であること, このことは A が奇数の核においてみられる anomalous spin state ($J=j-1$) と関連があるかもしれないことを指摘するにとどめておく.

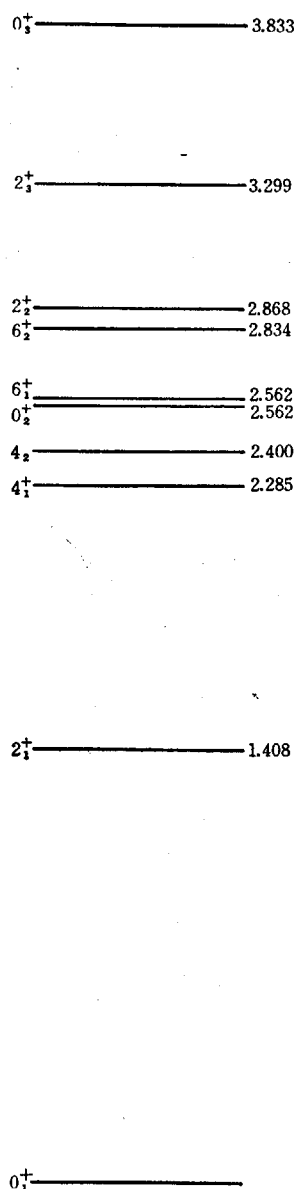
殻の真中においては, quasi-spin の z 成分 S_z が 0 と

なるため, 任意の状態は particle-hole conjugation operator $U = e^{i\pi S_z}$ の二つの固有状態の線型結合で表わされる⁴⁾. Single j においては, いかなる二体の相互作用のもとでも, 固有状態は U の固有状態である. 二準位に対して定義された U を用いて, この固有状態にわけて考えることは, $v=0, 4, 8, \dots$ と $v=2, 6, 10, \dots$ で表わされる成分にわけることと等しい⁴⁾. ^{94}Ru をみると, 0_1 と 0_2 について, v の良い状態に向う傾向のあることが注目される.

最後に ^{94}Ru の spectrum を Fig. 1 に示す.

2. 変形領域における γ -band 構造について

変形した原子核における γ -band を調べてみると奇数 spin をもつ状態の励起 energy が偶数 spin のそれに比べ上の方に shift していることがわかる. この傾向は遷移核付近 (^{186}Os , ^{152}Sm 等) で著しく, 閉殻により遠い所で小さくなる (Er isotope 等). また軽い核で変形し

Fig. 1 Energy spectrum of ^{84}Ru

ていると見られる ^{24}Mg でもこの傾向がある。

この事実は Davydov model および励起 band と γ -band との結合を考えない Bohr model では説明が困難であり、むしろ逆の傾向が予想される。

一方, single j 軌道模型による $(j = \frac{17}{2})^4$ の正確な解を求めると, Q - Q 相互作用で得られた基底 band, γ -band (ほぼ $I(I+1)$ rule に従う) が $Y^{(4)}-Y^{(4)}$ など long range の相互作用を強くすることで実験事実と同方向の shift が得られる。また, 遷移核付近で $Y^{(4)}$ 変形が強いことが HENDRIE らにより示されている。

これらの事実は, 核の変形を調べていく上で, なにかたいせつな鍵をにぎっているように思われる。

くわしくは, 近く *Physics Letter* に発表する予定です。

文 献

- 1) BAYMAN B. E., REINER A. S. and SHELINE R. K. : *Phys. Rev.*, **115** 1627 (1959)
- 2) COHEN S., LAWSON R. D., MACFARLANE M. H., and SOGA M. : *Phys. Lett.* **10** 195 (1964)
- 3) ARIMA A. and KAWARADA H. : *J. Phys. Soc. Japan*, **19** 1768 (1964)
- 4) NOMURA M. : Preprint.
- 5) NOMURA M. : to be published.
- 6) LAWSON R. D. and MACFARLANE M. H. : *Nucl. Phys.*, **66** 80 (1965)

9. Shape Isomer の寿命

大 西 直 毅*

9. Life Time of "Shape Isomer"

NAOKI OHNISHI*

The life-time of a shape isomer, which has oblate deformation, is calculated. $B(E2)$ transition probability from the band head on the oblate band to 2^+ state of the prolate band is estimated. It depends sensitively on the overlapping integral between the oblate state and the prolate state. The overlapping integrals between the state with various deformation for the nucleus with $Z=62$ and $N=90$ are tabulated.

Rare earth region の nucleus の ground band は普通 prolate deformation を持っているが, excited state において oblate deformation を持つ可能性は十分予想される. この場合おそらく oblate と prolate の configuration はかなり異なっている, これらの2つの波動関数の overlap が非常に小さくなるであろう. 事実, overlap を

$$n(\delta, \delta') = e^{-\epsilon(\delta, \delta')} \quad (1)$$

で表わした時, 例えば陽子数 62, 中性子数 90 について計算してみると, $\delta=0.2$, $\delta'=-0.2$ であれば $\epsilon(\delta, \delta')=13.63$ になり, $\delta=0.3$, $\delta'=-0.3$ であれば $\epsilon(\delta, \delta')=29.28$ になり, overlap が小さいことを示している. このように overlap が小さい時は one-body operator の matrix element はやはり小さくなる. 特に electromagnetic transition の matrix element が小さいとき oblate band から prolate band への transition probability が小さくなり life time の長い isomer になる可能性が生じてくる.

ここでは, その life time が実験によって検証しうるに充分永いか否かを簡単な model で計算し, その結果を報告する. まず ground band の wave function は次の方法で得る. Deformation parameter を $\delta=0.2$ に fix し, rotational band のそれぞれの spin に対応する wave function は angular momentum についての projection

$$\begin{aligned} \psi_{IM}^{\text{prolate}} &= N_I^{\text{prolate}} \int d\varphi d\theta \sin\theta \\ &\cdot d_{M0}^I(\cos\theta) \mathcal{R}(\varphi, \theta) \phi_0(\delta) \end{aligned} \quad (2)$$

によって得る. ここで N_I は normalization factor で

$$\begin{aligned} (N_I^{\text{prolate}})^{-2} &= \frac{8\pi^2}{2I+1} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d^I_{00}(\cos\theta) \\ &\cdot \langle \phi_0(\delta) | e^{-iJ_y\theta} | \phi_0(\delta) \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

によって与えられる. 次に excited state の oblate band の wave function は $\delta=-0.2$ の deformation parameter を持つ rotational state であると仮定する. ただここで注意すべきは oblate-prolate のそれぞれの wave function は一般に直交しない. したがって2つの state を SCHMIDT の直交化によって直交状態にしておく.

$$\begin{aligned} \psi_{IM}^{\text{oblate}} &= N_I^{\text{oblate}} \\ &\cdot \{ \psi'_{IM} - \langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | \psi'_{IM} \rangle \psi_{IM}^{\text{prolate}} \} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし, N_I' は normalization factor で

$$(N_I^{\text{oblate}})^{-2} = 1 - |\langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | \psi'_{IM} \rangle|^2 \quad (5)$$

によって与えられ, ψ'_{IM} は

$$\begin{aligned} \psi'_{IM} &= N_I' \int d\varphi d\theta \sin\theta \\ &\cdot d_{M0}^I(\cos\theta) \mathcal{R}(\varphi, \theta) \phi_0(\delta') \end{aligned} \quad (6)$$

である. 次に $B(E2)$ の transition matrix element は

$$\begin{aligned} \langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | T_{\mu^2} | \psi_{I'M'}^{\text{oblate}} \rangle &= N_I^{\text{prolate}} \{ \langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | T_{\mu^2} | \psi'_{I'M'} \rangle \\ &- \langle \psi_{I'M'}^{\text{prolate}} | \psi_{I'M'} \rangle \\ &\cdot \langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | T_{\mu^2} | \psi_{I'M'}^{\text{prolate}} \rangle \} \end{aligned} \quad (7)$$

によって与えられる.

ここで matrix element は

$$\begin{aligned} \langle \psi_{IM}^{\text{prolate}} | T_{\mu^2} | \psi'_{I'M'} \rangle &= \frac{N_I^{\text{prolate}} N_I'}{2I+1} \langle I'M'2\mu | IM \rangle \sum_{\nu} \langle I'-\nu 2\nu | I0 \rangle \\ &\cdot \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d^I_{00}(\cos\theta) \langle \phi_0(\delta) | T_{\mu^2} e^{-i\theta J_y} | \phi_0(\delta') \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

* 東工大 Tokyo Institute of Technology

によって計算される. Oblate 0^+ の energy を 1.09 MeV とし, prolate 2^+ の energy を 0.12 MeV とすれば, oblate 0^+ state から prolate band の 2^+ への $B(E2)$ による transition probability は

$$T_{\text{oblate } 0^+ \rightarrow \text{prolate } 2^+} = 2.99 \times 10^{10} \text{ sec}^{-1} \quad (9)$$

また conversion electron による $B(E0)$ は

$$T_{\text{oblate } 0^+ \rightarrow \text{prolate } 2^+} = 0.955 \times 10^7 \text{ sec}^{-1} \quad (10)$$

参考のために ground band 2^+ state から 0^+ state への transition probability は

$$T_{\text{prolate } 2^+ \rightarrow \text{prolate } 0^+} = 0.19 \times 10^9 \text{ sec}^{-1} \quad (11)$$

shape による hindrance は $B(E2)$ で 1/1000 にしかすぎない.

このように oblate から prolate への transition matrix が大きくなった原因を少し説明しよう. (7) 式で (9) 式への contribution はほとんど第 2 項からきている. したがって $\langle \phi_{IM}^{\text{prolate}} | \phi'_{IM'} \rangle$ が予想に反して大きいことを示している. 上述したように oblate と prolate の $\theta=0$ での overlap は非常に小さいにもかかわらず, project された wave function の間での overlap は比較

的大きい. その原因は oblate と prolate の 2 つの wave function の $\theta=\pi/2$ での overlap が $\varepsilon(\delta, \delta'; \pi/2) = 3.34$ でかなり重なり合っていることによる, しかも $\theta=\pi/2$ での solid angle は大きいので overlap integral はほとんど $\theta=\pi/2$ によって代表される. したがって, shape による hindrance は予想外少ないことがわかったが, これは deformation parameter によって大きく左右される. 例えば ($\delta=0.3, \delta'=-0.3$) の間の overlap と ($\delta=0.2, \delta'=-0.2$) の間の overlap は spin 0 の場合その比が

$$\frac{N_0(0.3, -0.3)}{N_0(0.2, -0.2)} = \frac{1.03 \times 10^{-3}}{1.87 \times 10^{-1}} = 0.55 \times 10^{-2}$$

で $B(E2)$ の比にすれば約 10^{-4} 倍になる. その時の transition probability の order は 10^6 sec^{-1} になり観測可能になる. しかし実際にはこのような大きい deformation を持たないのでその中間の値になる. (7) 式からもわかるように, shape isomer の hindrance を特徴づけるのは両者の波動関数の overlap であるので, その表を下にあげておく.

TABLE 1 The values of the integral between spin 0^+ states with different deformations.

prolate \ oblate	-0.35	-0.30	-0.25	-0.20	-0.15
0.15	2.49×10^{-4}	2.29×10^{-2}	1.60×10^{-1}	3.35×10^{-1}	4.57×10^{-1}
0.20	5.23×10^{-5}	1.26×10^{-2}	1.05×10^{-1}	1.87×10^{-1}	1.97×10^{-1}
0.25	6.87×10^{-6}	4.25×10^{-3}	3.89×10^{-2}	5.75×10^{-2}	4.52×10^{-2}
0.30	7.20×10^{-7}	1.03×10^{-3}	9.25×10^{-2}	1.00×10^{-2}	5.73×10^{-3}
0.35	1.16×10^{-7}	2.76×10^{-4}	2.18×10^{-3}	1.64×10^{-3}	6.78×10^{-4}

10. 重い原子核の Y_{40} 変形

原 田 吉 之 助*

10. Note on the Y_{40} Deformation in Heavy Nuclei

KICHINOSUKE HARADA*

A possible existence of Y_{40} -deformation in heavy nuclei has been suggested by many alpha decay analyses. A brief review on this topic is made in Sec. 2. In Sec. 3, effects of the perturbing potential of Y_{40} type on the Nilsson levels are discussed qualitatively.

1. はじめに

変形核とよばれる原子核の形は、軸対称ならば、

$$R = R_0(1 + \sum_i \beta_i Y_{i0}) \quad (1)$$

と書くことができる。このうち、 Y_{20} 変形 (quadrupole) については、すでに数多くの実験的、理論的研究が発表されている。 Y_{20} 以上の高次変形については、その大きさが小さいために今まであまり問題にされなかったが、最近非弾性散乱の解析から β_4 の大きさをきめる試みがなされたので、急に多くの人が関心をもつようになってきた。

しかしながら、この問題は決して新しいものではなく、アクチナイド領域の原子核の高次変形は α 崩壊の解析と関連して、かなり以前から議論されている問題である。 α 崩壊についての簡単な review と、 Y_{40} 変形についての定性的な議論はすでに文献 1), 2) にあるので、ここでは少しそれらの補足をしてみたい。

2. α 崩壊の分岐比について

Fig. 1 は、1955 年 ASARO³⁾ がアクチナイド偶-偶核の ground state rotational band への α 崩壊について計算した hindrance factor (以下 HF と書く) である。彼の HF は基底状態遷移に対する励起状態遷移の強度比を透過率で補正したもの、すなわち

$$HF = \frac{I(\text{ground})}{I(\text{excited})} \cdot \frac{P(\text{excited})}{P(\text{ground})} \quad (2)$$

で定義されている。 I は α 崩壊強度、 P は変形を無視して計算された透過率である。角運動量 l の効果が P

に考慮されていないが、この効果は小さく、 $l=4$ の HF の質量数による急激な変化をこれで説明することはできない。

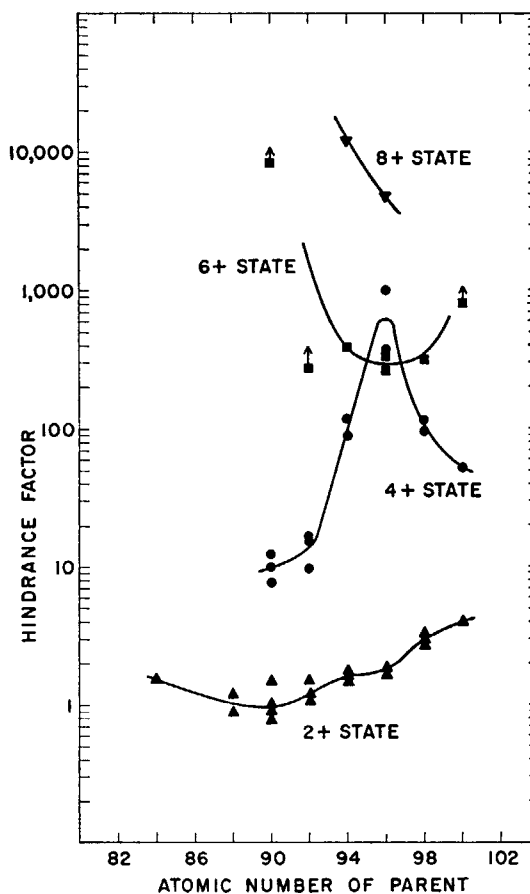


Fig. 1 Hindrance factors of alpha groups in even-even nuclei (defining the ground-state transition as unhindered from ASARO.)

* 原研 JAERI

変形核のつくるクーロン場は、 Y_{40} を含む非中心的な場を含むため、 α 粒子がクーロン障壁を透過する際いわゆる channel coupling が起り、簡単な Gamow の式では透過率が与えられなくなる。透過率の変化は勿論変形の大きさ β_4 (符号まで含めて) に依存する。核表面に α 粒子が一樣に存在すると仮定する一体模型と、 α 粒子の形成確率まで考慮する多体模型で、Fig. 1 の HF を再現するように β_4 をきめることがなされているが、これらの経緯については文献 1) を参照されたい。3. で述べるような計算によると β_4 の値はアクチナイド領域全般で正であると期待されるが、HF の解析からは Pu あたりからより重い核は負の β_4 を favor するという結論が出されている。私見だが、 β_4 による coupling term は r^{-5} に比例するので、核の内部と外部を sharp な核半径で分けている現在の α 崩壊理論からは、 β_4 について精密な答を期待するのは無理なように思える。現在の α 崩壊理論は、たしかに昔の一体模型のものより進歩しており、多体模型に基づく計算値はしばしば重い核の spectroscopy に役立っているが、sharp な核半径を用いるという欠点は多体的取扱いをする現在の理論にもまだ残されている。序ながら、Th, U, Pu については quadrupole (β, γ mode), octupole vibration 状態への α 崩壊の HF も観測されている⁴⁾。Random phase 近似などで計算された波動関数を用いて、どの程度 HF の実験値が説明できるかを調べることは興味ある問題であるが、定量的な計算はまだなされていない。特に octupole vibration 状態への HF は、 Y_{30} 変形と関連して興味深い。

3. Y_{40} 変形の定性的な議論

Y_{40} 変形の平衡値を求めるために、Nilsson ポテンシャルに Y_{40} を含む項を付加えたものを考える。

$$V = \alpha^2 V^0 + \delta_4 V' \quad (3)$$

ここで V^0 は Nilsson ポテンシャル、 V' の形としては

$$V' = \frac{1}{2} m \omega_0^2 \frac{r^4 Y_{40}}{R_0^2} \quad (4)$$

を仮定し、その強さを δ_4 で表わす。体積一定 (非圧縮性) を保証するために係数 α^2 をつけておく。 $\delta_4 \geq \delta^3, \delta^4$ 以上を無視する近似で equipotential surface は次のように書ける。

$$\begin{aligned} R(\theta) = & \frac{R_0}{\alpha} \left[1 - \frac{4}{45} \delta^2 - \frac{32}{567} \delta^3 \right. \\ & + \left(\frac{2}{3} \delta + \frac{4}{21} \delta^2 + \frac{32}{189} \delta^3 \right. \\ & \left. \left. - \frac{5}{7 \sqrt{\pi} \alpha^4} \delta \cdot \delta_4 \right) \sqrt{\frac{4\pi}{5}} Y_{20} \right. \\ & + \left\{ \left(\frac{12}{35} \delta^2 + \frac{16}{77} \delta^3 \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{50}{77 \sqrt{\pi} \alpha^4} \delta \cdot \delta_4 \right) \sqrt{\frac{4\pi}{9}} - \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^4} \delta_4 \right\} Y_{40} \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{40}{231} \delta^3 - \frac{25}{22 \sqrt{\pi} \alpha^4} \delta \cdot \delta_4 \right) \sqrt{\frac{4\pi}{13}} Y_{60} \quad (5)$$

上式で Y_{20}, Y_{40} の係数が (1) 式の β_2, β_4 に対応する。ここで注意すべきことは

- 1) $R(\theta)$ には $\beta_6 Y_{60}$ も現われる。
- 2) β_2, β_4 はそれぞれ δ だけ、 δ_4 だけの函数ではない。
- 3) δ_4 がなければ β_4 はつねに正である。 β_4 が負であるという実験データがあると面白い。

である。

さて、 β_4 の平衡値を求めるにはいろいろな方法がある。議論が分かれるところだが、ここでは最も簡単な摂動論であたることにする。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} E &= \sum_i \epsilon_i + \sum_i \langle i | V - V(\delta_4=0) | i \rangle \\ \frac{\partial E}{\partial \delta_4} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

から equilibrium δ_4 をきめる。ここで $|i\rangle$ は Nilsson の固有函数、 ϵ_i はその固有値である。(3) 式の α^2 が δ_4 や δ_4^2 を含むので、 $[V - V(\delta_4=0)]$ は $\delta_4 V'$ だけではないことに注意しておく。このようにして求めた δ_4 を β_4 に直すと、equilibrium β_4 として

$$\beta_4 = \frac{4\pi}{C} \sum_i \langle i | \frac{1}{2} m \omega_0^2 \frac{r^4}{R_0^2} Y_{40} | i \rangle \quad (7)$$

を得る。ここで

$$\frac{1}{2} C \equiv \sum_i \langle i | V(\delta_4=0) | i \rangle$$

である。文献 2) の (11) 式にはミスがある。(7) 式に現われたマトリックス要素の定性的な性質を見るために $1h_{9/2}, 2g_{9/2}$ から split した各 5 本の Nilsson levels について $r^4 Y_{40}$ の期待値を $N n_z A$ 表示で計算したものを TABLE 1 に示す。 $\epsilon=0.207$ ($\delta=0.2$) とし、期待値の単位は $(\hbar/m\omega_0(\delta))^2$ である。

TABLE 1 Values of $\langle N n_z A | r^4 Y_{40} | N n_z A \rangle$

$h_{9/2}$ (proton)		$g_{9/2}$ (neutron)	
configuration		configuration	
$\frac{1}{2} - [541]$	11.95	$\frac{1}{2} + [651]$	23.58
$\frac{3}{2} - [532]$	-4.26	$\frac{3}{2} + [642]$	1.16
$\frac{5}{2} - [523]$	-10.95	$\frac{5}{2} + [633]$	-11.72
$\frac{7}{2} - [514]$	-8.14	$\frac{7}{2} + [624]$	-15.08
$\frac{9}{2} - [505]$	4.31	$\frac{9}{2} + [615]$	-8.95

この表から次のことが予想される。

- 1) Nilsson diagram で上昇、下降の急なレベルは正の β_4 を favor する。2 次変形によってあまりエネルギーが変わらないレベルは負の β_4 を favor する。したがって rare-earth および actinide 領域の beginning で

β_4 は正, middle からは負になることが期待される. また表の値は 4 次変形をもつ原子核の形 (Fig. 2) と consistent である.

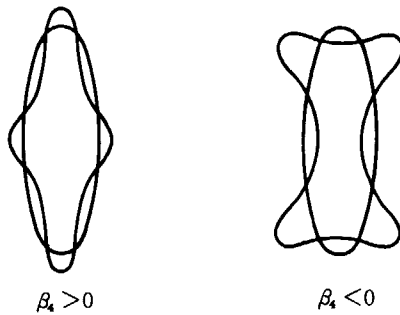


Fig. 2 Shapes of nuclear surfaces with $l=2$ and $l=4$ deformations. ($\beta_2 > 0$)

2) 4 次変形の存在によって single-particle level がうける変化は, β_2 を少し増減させることによってある程度再現される. すなわち, 正 (負) の β_4 がある場合の level sequence は β_2 を大きく (小さく) とった時の Nilsson level と似ている. β_4 の効果の一部は β_2 の効果にくり込めるので, 核の static な性質からは β_4 の存在を検証することは難かしからう.

3) 4 次変形があると $\Delta I=4$ の levels が direct に couple するので, 固有函数は Nilsson のものと違ってくる. 奇核の電磁氣的遷移のうち, unhindered のものの Nilsson estimate からのズレを組織的に調べて β_4 の存在を favor するような傾向が見出されれば面白い.

おわりに, HENDRIE らが (α, α') で求めた rare-earth 核の β_2, β_4 の値を, Coulomb excitation から求めたものと比較してみる. 一様電荷分布を仮定すると固有四重極能率 Q_0 と β_2 の間には次の関係が成立つ.

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} Z R_0^2 \beta_2 \quad (8)$$

(8) 式は Y_{20} 変形だけがある場合の式で, Y_{20}, Y_{40} 変形が共存する時は下に与えられる β_2' が上の β_2 のかわり

に入る.

$$\beta_2' = \beta_2(1 + 0.360\beta_2 + 0.967\beta_4) + 0.328\beta_4^2 \quad (9)$$

STELSON ら⁶⁾ の β_2 と HENDRIE らの β_2' を比較したのが TABLE 2 である. STELSON らの β_2 は rare-earth region の後半で次第に減少するというよく知られた傾向を示しているが, HENDRIE らの β_2 は一定値を保つ. Effective radius R_0 のえらび方が両者で違うので, 直接 β_2 と β_2' の大きさを比較することは無意味だが, 比 β_2/β_2' は一定であることが望ましい. ところが表によると β_2/β_2' は 2 カ所で急に変わっている. これをどう考えるかは読者の判断にお任せしたい.

TABLE 2 Comparison of β_2 and β_2'

Element	STELSON β_2	HENDRIE			β_2/β_2'
		β_2	β_4	β_2'	
¹⁵² Sm	0.304	0.205	+0.045	0.230	1.32
¹⁵⁴ Sm	0.351	0.225	+0.050	0.255	1.38
¹⁵⁸ Gd	0.358	0.230	+0.045	0.260	1.38
¹⁷⁴ Yb	0.317	0.245	-0.040	0.258	1.23
¹⁷⁶ Yb	0.308	0.240	-0.040	0.253	1.22
¹⁷⁸ Hf	0.273	0.245	-0.045	0.257	1.06

文 献

- 1) 原田吉之助: 日本物理学会誌. 21 387 (1966)
- 2) HARADA K.: *Phys. Lett.*, 10 80 (1964)
- 3) ASARO E.: (unpublished 1955)
Fig. 1 は RASMUSSEN J. O. and SEGALL B.: *Phys. Rev.*, 103 1298 (1956) の Fig. 1 を転載した.
- 4) Björnholm LEDEKER ASARO and PERLMAN.: *Phys. Rev.* 130 2000 (1963)
- 5) HENDRIE D. L. et al.: Contributed paper to ICNS (1967) Tokyo
- 6) STELSON P. H. and GRODZINS.: *Nuclear Data*, 1 21 (1965)

11. 低速中性子による (n, α) 反応

岡 本 浩 一*

11. Thermal Neutron-Induced (n, α) Reactions.

KOICHI OKAMOTO*

Several experiments of thermal neutron-induced (n, α) reactions have been done recently in the rare earth region. Those results and preliminary reports of ^{239}Pu -, and ^{235}U -(n, α) reactions are briefly surveyed.

1. 序

低速あるいは熱中性子による (n, α) 反応は、軽い核の場合を除いてはエネルギー的には可能であっても、反応の Q 値がクローン障壁の大きさに比較してかなりの値であり、かつ、この α 崩壊過程が他のたとえば γ 放出過程と競争できることが必要であり、一般にはこの反応の起こることは非常に少ない。

ところで、中重核とくに希土類元素領域で、(n_{th}, α) 反応の Q 値が、9~10 MeV 程度の比較的大きいものがあり、この領域のいくつかの核種で、低速中性子による (n, α) 反応が検出されている。この種の実験は、カナダの MCFARLANE, ソ連の ANDREEV, POPOV らのほか、イスラエル、日本、ベルギー、ポーランドで行なわれている。

TABLE 1 Results of some (n, α) reactions

Target Nucleus	E_α (MeV)	State of Daughter Nucleus	σ (n, α) at 0.025V (mb)	δ^2
$^{143}_{60}\text{Nd}$ 7/2-	9.46	0 ⁺ $^{140}_{58}\text{Ce}$	15 $\pm$ 5	12.5*
	7.86	2 ⁺	$\sim 1\pm 0.5$	89.0*
	7.38	$\begin{cases} 4^+ \\ 2^+ \\ 3^+ \\ 1^+ \end{cases}$	~ 0.2	$\sim 100^*$
$^{143}_{60}\text{Nd}$ 7/2-	8.57	0 ⁺ $^{142}_{58}\text{Ce}$	≤ 0.1	≤ 6.2
	7.94	2 ⁺	≤ 0.1	≤ 23.9
$^{145}_{62}\text{Sm}$ 7/2-	9.87	0 ⁺ $^{144}_{60}\text{Nd}$	0.16	0.28
	9.18	2 ⁺	0.53	2.2
$^{147}_{62}\text{Sm}$ 7/2-	9.21	0 ⁺ $^{146}_{60}\text{Nd}$	4 $\pm$ 2	1.1*
	8.75	2 ⁺	20 $\pm$ 10	2.4*
	8.15	4 ⁺	1 $\pm$ 0.5	0.1*

* 原研 JAERI

中重核より、さらに重い核種 U, Pu などについての低速中性子による (n, α) 反応の実験は、公には発表されていないが、private communication として二、三行なわれている。これらの結果は、また興味のある事柄を含んでいる。

2. 中重核領域での低速中性子による (n, α) 反応

^{147}Sm , ^{149}Sm , ^{143}Nd , ^{146}Nd などについて (n, α) 反応の結果を TABLE 1 に示す。(表中、 ^{149}Sm , ^{143}Nd の結果はわれわれの測定を示す)

3. 中重核の基底状態からの α 放出との比較

前節の (n, α) 反応複合核では、 ^{144}Nd を除いては、いずれも、ground-state α 放出は見出されていない。しかし、それぞれの reduced α width δ^2 は、その近くの ground-state α 放出核より $\sim 10,000$ eV 程度であると考えられ、低速中性子を吸収した複合核からの α 放出の reduced α width が 1~100 eV 程度であるのにくらべてはるかに大きい。たとえば、 $^{144}_{60}\text{Nd}$ は ground-state α 放出核であり、 α 半減期が 5×10^{15} year から reduced width は 8.3×10^3 eV であり、Neutron Binding Energy だけ基底状態より上の ^{143}Nd (n_{th}, α) 反応の複合核 ^{144}Nd からの α 崩壊の reduced width 12.5, 89.0 eV などにくらべて、はるかに大きい。

4. 重い核での低速中性子による (n, α) 反応と、その ground-state α 放出との比較

4.1 ^{240}Pu の場合

^{240}Pu の α 崩壊半減期は 6240 ± 120 year (α エネルギー; 5.159 (76%), 5.115 (24%), 5.014 MeV (0.1%) など) で, これから $\delta^2 = 4.04 \times 10^5$ eV である. 一方, $^{239}\text{Pu} (n, \alpha) ^{236}\text{U}$ の反応について, ANDREEV¹⁾ の実験では $E_\alpha = 11.4 \pm 0.1$ MeV, 断面積 ~ 20 mb の値を出している. これから $\Gamma_f \approx 4.10^{-2}$ eV として, $\Gamma_\alpha \approx 2 \times 10^{-6}$ eV したがって reduced α width を計算すると, $\delta^2 = 1.63 \times 10^5$ eV となり, 上記 ^{240}Pu ground state α 放出の reduced width と同じ程度である.

4.2 ^{236}U の場合

^{236}U の α 崩壊半減期は 2.39×10^7 year (α エネルギー; 4.499 MeV) で, その reduced α width は $\delta^2 = 1.4 \times 10^5$ eV である. ところで $^{235}\text{U}(n_{th}, \alpha) ^{232}\text{Th}$ の反応による α 検出は, 技術的に困難さを持っているが, SOWINSKI²⁾ の preliminary な実験では, 約 60 mb 程度の断面積であるらしく, $E_\alpha \approx 10.9$ MeV を報告している. これから $\Gamma_f \approx 40$ meV として $\delta^2 \approx 2 \times 10^6$ eV となり, ground state α 放出の reduced α width より逆に大きい結果となる. もっとも, 約 60 mb という値は一行ほど大きすぎるというコメント³⁾ も出ている.

いずれにしても, ^{239}Pu , ^{235}U の低エネルギーの中性子の (n_{th}, α) 反応の実験は, これからの実験結果がまたれるが, 基底状態からと中性子結合エネルギーだけ上の準位からの α 崩壊の reduced width が同程度らしいことは, 中重核の場合と異なる点である.

[注] ① reduced α width の定義として

$$\delta^2 = \frac{\lambda h}{P} = \frac{2.866 \times 10^{-15}}{T_{1/2}(\text{sec})P} \quad (\text{eV})$$

② P_l の計算は原研の原田氏の計算コードを用い, $-V=60\text{MeV}$, $r_0=1.5f$, $a=0.52f$ の値を用いた.

5. 最近の (n_{th}, α) 実験

McFARLANE⁴⁾ らは, 最近同軸円筒に電場をかけ, α 粒子を原子炉熱中性子柱よりひきだし, γ 線のバック

グラウンドの低い所で従来の実験よりも精度をあげ, $^{149}\text{Sm} (n, \alpha) ^{146}\text{Nd}$ 反応で ^{146}Nd の各エネルギー準位への転移の分岐を測定する実験を行なった. TABLE 2 は

TABLE 2 Fine α decay scheme of $^{149}\text{Sm}(n_{th}, \alpha)^{41}$

Energy (MeV)	Excitation energy (MeV)	$\sigma_{n\alpha}$ (mb)	δ^2 (eV)	$J\pi$
9.178 $\pm$ 0.004	0	5.36 $\pm$ 0.24	1.13	0 ⁺
8.734 $\pm$ 0.004	0.456	38.7 $\pm$ 1.2	2.22	2 ⁺
8.162 $\pm$ 0.006	1.044	0.67 $\pm$ 0.04	0.15	(4) ⁺
8.019 $\pm$ 0.006	1.191	0.81 $\pm$ 0.05	0.53	3 ⁻
7.835 $\pm$ 0.008	1.380	0.22 $\pm$ 0.02	0.60	
7.745 $\pm$ 0.008	1.473	0.18 $\pm$ 0.03	0.78	
7.683 $\pm$ 0.020	1.536	0.10 $\pm$ 0.02	0.57	
7.474 $\pm$ 0.010	1.751	0.40 $\pm$ 0.03	6.42	
7.393 $\pm$ 0.010	1.834	0.04 $\pm$ 0.01	0.91	
7.316 $\pm$ 0.010	1.913	0.24 $\pm$ 0.03	8.69	

その結果である. McFARLANE は ^{146}Nd の 0⁺, 2⁺ の quadrupole-phonon レベルとともに, 3⁻ の octupole phonon のレベルをも測定している. さらに, ^{146}Nd の 1.751 MeV と 1.913 MeV の reduced α widths δ^2 がかなり大きいのは, ^{146}Nd の neutron pairing energy に近いために, 1 particle-1 hole の大きな成分があって, multi-particle-hole の励起捕獲状態からの転移をつよめていると説明している.

(追記)

KVITEK, POPOV らの高密度原子炉を使っての実験など, ほかに興味のある実験があるが, 紹介は省いた.

文 献

- (1) ANDREEV, V. N.: Private communication.
- (2) SOWINSKI, M. *et al.*: PAN-462/IA (1963)
- (3) CHEIFETZ, E. *et al.*: Private communication (IA-984)
- (4) OAKLEY, N. S. and McFARLANE, R. D.:

Phy. Lett., **24** H 142 (1967)

第 3 部

$(f \cdot p)$ 殻 領 域 の 核 構 造

(座長：堀江 久)

Part 3

Structure of $(f \cdot p)$ Shell Nuclei

(Chairman : HISASHI HORIE)

1. (f, p) 殻を中心とした model の review

市 村 宗 武*

1. Reviews on the Nuclear Models in the Region of (f, p) Shell

MUNETAKE ICHIMURA*

Structures of nuclei in $(20 \leq Z \leq 40, 20 \leq N \leq 50)$ region are surveyed. The region is divided into four regions (1) $f_{7/2}$ shell, (2) multi j single closed shell region (Ni isotopes and $N=50$ isotopes) (3) $Z < 28 < N$ region and (4) BCS+RPA region. (1)~(3) are considered to be mainly in shell model region and the main theme of (1) and (2) is seniority and that of (3) is np-interaction. Some analysis for these regions are reviewed.

Several types of seniority schemes e. g. generalized seniority, odd group model, seniority-reduced isospin, etc. are interpreted.

1. 概 観

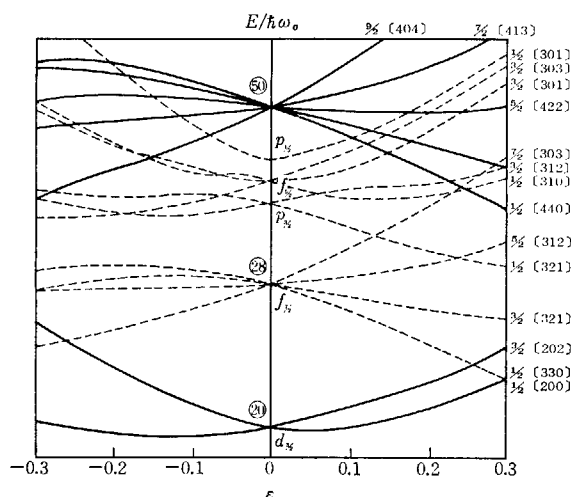
まず (fp) -shell とはどのような領域であろうか、もちろん、一体 harmonic oscillator potential の $3\hbar\omega$ level すなわち $(1f2p)$ -level の関与する領域を指すわけであるが、この言葉は、 p -shell とか (sd) -shell のように popular ではない。事実、核構造上、 (fp) -shell という概念が、何か典型的な特徴、物理的に有効な概念を示しているかという、必ずしもそうではないように思える。むしろ典型的模型の最も欠除している領域であると逆説的な表現をしたくなる感がある。 (fp) -shell の陽子

数 Z 、中性子数 N は？、どのような核種があり、一体準位の順序は？ Fig. 1 に Nilsson diagram を示したが、この図から文字通りに $20 \leq Z, N \leq 40$ を (fp) -shell と称するのには異論もあろう。Magic number と結びつけて $20 \leq Z, N \leq 50$ と拡大することも考えられるし、submagic 38 で切ることも考えられる。また一体準位として、 $1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1p_{1/2}$ が explicit に関与する現象を (fp) -shell の問題とする考え方もできる。その時には、 $N=50$ でも 60 でも (fp) -shell の陽子が顔を出すし、 N, Z が 20 以下でも同様である。このように (fp) -shell なる概念すら明確でないが、正確に定義したところで無意味であるから、一応 $20 \leq Z \leq 40, 20 \leq N \leq 50$ の領域を切って、発見されている isotopes とその基底状態の spin を Fig. 2 にまとめてみた。本来このような図を作るには寿命いくら以上のものといった基準で作るべきであろうが、ここでは、手もとにあった Table of Isotopes¹⁾ に出ているものを並べただけである。Magic 20, 50, submagic 28, 38 を実線で囲み、 $p_{3/2}, p_{1/2}$ の close するところを点線で区切った。単純 shell model により spin がどの程度説明できるか見ていただきたい。

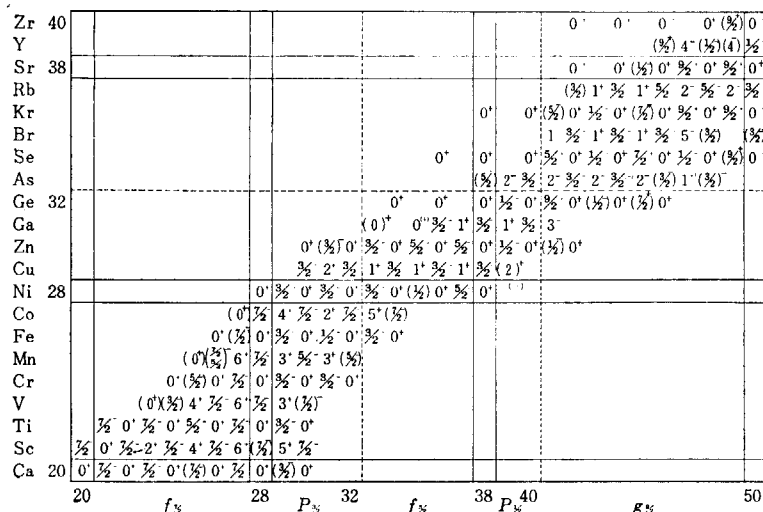
さて、Fig. 2 に示された領域において、どのような model が考えられているであろうか。浅学の筆者には、とても確定的なことはいえないが、この領域をさらに幾つかの部分に分けて考えるのが便利と思われる。まず大別して

A Shell model 領域

B 非 Shell model 領域 (B.C.S.+R.P.A. 領域)

Fig. 1 Nilsson diagram for (fp) region

* 日大理工 Nihon University

Fig. 2 Nuclides in the (fp) shell

が考えられる。一般に shell model 領域といい、それに相対する領域という、一体近似的領域と集団運動的領域という、きわめて対称的な対比が想像される。しかし、ここでは、何んらかの一体関数の積からなる多体直交完全系を規定し、その中で Hamiltonian を対角化するという、shell model 的計算手続の実行可能領域と実行困難領域という技術的区別といった方が本当であろう。領域Bにおいては、shell model に代わって、一体近似に密着している B. C. S. 理論に、closed shell から離れることにより期待される集団運動を表現する Random Phase 近似 (R. P. A.) を付加した解析がなされているが、粒子数が未だ少ないこと np-力の効果の大きなことから B. C. S. 近似にも問題があるし、集団的性質も未だ希薄で、この BCS+RPA という近年の原子核多体問題の花形も、あまり有用な手法となり得ていない²⁾。このような非典型性、そしてこの混沌が必ずしも物理的に未知の何物かを包含しているとの期待を抱かせないところに (fp) -shell での仕事が、重い核、軽い核に比べて華かさを欠く理由でもあろうか。

次に shell model 領域Aを、さらに

A-1 $f_{7/2}$ -shell ($20 \leq Z, N \leq 28$)

A-2 多重 j 準位同種粒子系

A-3 $Z < 28 < N$ 領域

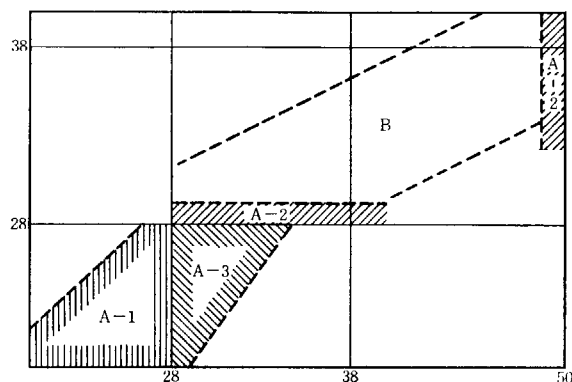
と細分しよう。

A-1 $f_{7/2}$ -shell は magic 20 と submagic 28 に囲まれ独立した shell を作っている。 jj -結合が明確であり、single j shell の典型であり、陽子中性子が同じ j -level を占め、かつその j が $7/2$ と、上のような性質を持つものとしては最も大きい。このような性質から、異種粒子系ながら shell model 計算が遂行でき、np 相関を考慮した核の系統性を調べる上で一つの典型的領域と期待される。

A-2 領域は、Ni isotopes や $N=50$ isotopes のような

single closed shell nuclei で、多重準位 $p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2}$ の関与する領域である。同種粒子系ならば、多少の多粒子系、多重準位系でも shell model 計算が可能となる。多重準位系の特徴、BCS 理論における準粒子という概念の妥当性などを調べるに好適の領域である。

A-3 領域は、陽子が $f_{7/2}$ 、中性子が $(p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2})$ と異なった準位で active な場合である。この場合陽子系中性子系という二つの閉じた系が np-力を通じて結合しているという image が成り立ち、ふたたび shell model 計算可能となる。ここでの中心課題は当然 np-力である。np-力の重要性を認識する絶好の例題を与えてくれる。もちろん、np-力の特別な行列要素を知るのみであって、勝手に他領域に拡張解釈するのは危険であるが、多くの示唆は与えてくれよう。Fig. 3 に領域わけを図示してある。

Fig. 3 Classification of nuclides in the (fp) shell

2. Shell Model と Seniority

本研究会には教育的面も盛り込むべし、とのお達し故、本領域に関係する shell model について少々解説しておく。

Shell model は, 2つの仮定

- (1) 配位の仮定 (何を inert core に, どの 1 体準位を動員するか, 何らかの量子数による制限など)
- (2) Hamiltonian の parameter の仮定 (残留相互作用の規定)

の上に遂行される.

仮定 (1) で, 動員する 1 体準位を定めると, それによる多体完全系の規定が問題となる. その際, できるだけ物理的対応の明確な完全系, 物理的状態をよく近似した完全系が望まれる. この完全系の作り方を coupling scheme と呼ぶ. まず大別して, LS 結合と jj 結合がある. (f, p)-shell という言葉は LS 結合を連想させるがそれは, 幾つかの領域に細分され, その各々では jj 結合記述が優先している. jj 結合記述をさらに規定するのに, しばしば seniority という概念が用いられる. これは, BCS の準粒子数と対応し, A, B 2 領域をつなぐ重要な概念である. この seniority も場合に依り多少定義に variety があるので, それを詳説しておく.

2.1 同種粒子 single j^{31}

$J=0$ の粒子対の生成, 消滅演算子を, 各々 S_+, S_- とすると

$$S_+ = \sum (-)^{j-m} a^+_{jm} a^+_{j-m}, \quad S_- = (S_+)^+ \quad (1)$$

となる. ここで a^+_{jm} は jm 状態の粒子生成演算子である. いま, $J=0$ 対の存在しない状態は

$$S_- \underbrace{(a^+ a^+ \dots a^+)}_{v \text{ 対}} |0\rangle = 0 \quad (2)$$

で定義される. 一般の n 粒子系は, この状態に $J=0$ 対を付け加えて,

$$(S_+)^{(n-v)/2} \underbrace{(a^+ a^+ \dots a^+)}_v |0\rangle \quad (3)$$

で作ることができる. このとき, もとの状態数の粒子 v を seniority という. もし, $j \leq 7/2$ ならば, seniority v はいかなる二体相互作用の場合にも良い量子数となることが証明される. これが, seniority の原型であるが, その拡張として, 色々な seniority が生み出された. 次にそれらを紹介する.

2.2 同種粒子, multi j の場合

これには, 2つの流儀がある.

2.2.1 各準位の seniority の和

2.1 の方法で, 各準位の seniority v_j を定義し, その和

$$v = \sum v_j \quad (4)$$

をもって, seniority と定義する. したがって一般の状態は, 次の式で作られる.

$$(S_{j_+})^{\alpha_j} (S_{j_+})^{\alpha_{j'}} \dots \underbrace{(a^+_{j'} \dots a^+_{j'})}_{v_{j'} \text{ 対}} \underbrace{(a^+_{j'} \dots a^+_{j'})}_{v_j \text{ 対}} \dots |0\rangle \quad (5)$$

2.2.2 Generalized seniority⁴¹⁾

Seniority を定義する $J=0$ 対として, 特別な線型結合

$$S_+ = \sum S_{j_+}, \quad S_- = (S_+)^+ \quad (6)$$

をとり,

$$S_- \underbrace{(a^+_{j_1} \dots a^+_{j_1} a^+_{j_2} \dots a^+_{j_2})}_{v \text{ 対}} |0\rangle = 0 \quad (7)$$

により, seniority v を定義して, 一般の状態は

$$(S_+)^{(n-v)/2} \underbrace{(a^+_{j_1} \dots a^+_{j_1} a^+_{j_2} \dots a^+_{j_2})}_{v \text{ 対}} |0\rangle \quad (8)$$

で作る.

⁹⁰Zr を例に, 2.2.1, 2.2.2 の違いを具体的に説明しよう. 基底状態および第一励起状態 (1.75 MeV; 0⁺) は共に配位

$$a_i(p_{1/2})^2_{J=0} + b_i(g_{9/2})^2_{J=0} \quad (i = \text{gr, 1st}) \quad (9)$$

を持つと考えられる. 2.1 に従えば, $v_{1/2}=0, v_{9/2}=0$ であるから, 共に $v=0$ 状態である. 一方 2.2 に従えば, $v=0$ 状態は,

$$\sqrt{\frac{1}{6}} (p_{1/2})^2_{J=0} + \sqrt{\frac{5}{6}} (g_{9/2})^2_{J=0}$$

であり, もう一つの独立な $J=0$ 状態

$$\sqrt{\frac{5}{6}} (p_{1/2})^2_{J=0} - \sqrt{\frac{1}{6}} (g_{9/2})^2_{J=0}$$

は, $v=2$ となる. TALMI⁵¹⁾ らの計算によると $(a_{\text{gr}}/b_{\text{gr}})^2 = 1.5$, 最近の (He³, d) の光学因子からは, $(a_{\text{gr}}/b_{\text{gr}})^2 = 2.2$ である. したがって, 2.2.2 の意味では, seniority mixed state である. 横道にそれるが, 38 を submagic と 40 をそうしないのは $g_{9/2}$ の強い対相互作用により, 上例のように b_{gr} が大きくなることにはっきり表われていることを注意しておこう.

3 ⁻	2.75
4 ⁻	2.74
5 ⁻	2.31
2 ⁺	2.18
0 ⁺	1.75

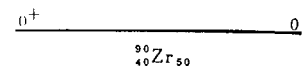


Fig. 4 Low-lying level scheme of ⁹⁰Zr₅₀

2.3 異種粒子系

この場合も, single j , multi j の場合があるが, 簡単のため single j の場合に限ることとする. そのとき, 次の2つの流儀がある.

2.3.1 Odd group model

1 に倣って, 陽子系 seniority v_p , 中性子系 seniority v_n を定義し, その和 $v=v_p+v_n$ を seniority とよぶ. 有名な, NORDHEIM rule⁶⁾ とは, 奇-奇核の基底状態は, $v_p=v_n=1$ そのスピンは $|j_p \pm j_n|$ となることをいっている.

2.3.2 Seniority-reduced isospin scheme⁷⁾

$J=0$ の陽子対, 中性子対以外に陽子中性子対を考え,

$$\left. \begin{aligned} S_{p+} &= \sum (-)^{j-m} a_{pjm}^+ a_{pjm}^+, \\ S_{n+} &= \sum (-)^{j-m} a_{njm}^+ a_{njm}^+, \\ S_{pn+} &= \sum (-)^{j-m} a_{pjm}^+ a_{njm}^+, \\ S_{x-} &= (S_{x+})^+ \quad (x=p, n, pn) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

をその生成, 消滅演算子とする. isospin t の v 体状態で

$$S_{x-} (a_p^+ \cdots a_p^+ a_n^+ \cdots a_n^+) |0\rangle = 0$$

v, t

を満たすとき, v, t を各々 seniority, reduced isospin という. これを親に一般の状態は

$$(S_{x+})^a T_p (a_p^+ \cdots a_p^+ a_n^+ \cdots a_n^+) |0\rangle \quad (11)$$

v, t

で作られる. これは荷電不変対相互作用

$$H = G(S_{p+}S_{p-} + S_{n+}S_{n-} + 2S_{pn+}S_{pn-}) \quad (12)$$

を対角化する coupling scheme である.

実際の計算には, 現在 2.3.1 の方が多く用いられているが, 2.3.2 は isospin formalism に従っているから, secular equation の次元は小さくでき, analogue state の問題から, isospin の重要性が再認識された点からも有用である. しかし, 現在, この流儀での $c \cdot f \cdot p$ の開発が遅れているのが難点である.

Shell model における仮定 (2) の問題は次節以下の各論において議論することとする.

3. $f_{7/2}$ -shell

まず配位を $(f_{7/2})^n$ と限ったとき期待される色々な性質を考えてみよう.

1) Ca isotopes や $N=28$ isotopes は, 自動的に seniority を良い量子数とする. (前節 1 を参照)

2) Particle-particle 相互作用と hole-hole 相互作用が

$$\begin{aligned} \langle j^{-n} v_1 I | \sum_{1 \leq i < k}^{2j+1-n} V_{ik} | j^{-n} v_2 I \rangle \\ = \langle j^n v_1 I | \sum_{1 \leq i < k}^n V_{ik} | j^n v_2 I \rangle + \delta_{v_1 v_2} \times \text{const} \end{aligned} \quad (13)$$

で結びつけられるから, $(Z=20+a, N=20+b)$ 核と, $(Z=28-b, N=28-a)$ 核とは, 等しい構造を持つ. この関係を cross conjugate という. これと charge independence を用いれば, 多くの核が同じ構造を持つこととなる.

以上二つは, $(f_{7/2})^n$ 配位の必然的帰結であるが, さらに対相互作用をとり入れた simple shell model では,

3) Even-odd 核の基底状態スピンは $7/2^-$ であり, また Nordheim rule によれば

4) Odd-odd 核の基底状態スピンは 0^+ または 7^+ となる筈である. さらに条件をつけて

5) 異種粒子系でも, 前節 3 で述べた seniority が良い量子数になっていないであろうか.

そこで実験を眺めてみよう.

I. 基底状態スピンは, odd-even 核で $7/2^-$ とならない例として,

$${}^{22}\text{Ti}_{45}(5/2^-), {}^{41}\text{V}_{44}(3/2^-),$$

$${}^{42}\text{Cr}_{45}(5/2^-), {}^{51}\text{Mn}_{26}(5/2^-, 7/2^-)$$

が挙げられる. Odd-odd 核では, NORDHEIM rule に従わない例の方が多い (Fig. 2 参照).

II. Cross conjugate 等必然的に同じ構造を持つ筈の核の level scheme を Fig. 5 に幾つか羅列してみた. 陽子を π , 中性子を ν として,

(a) ν^2 と π^2 という簡単な場合. 良い対応が成立している.

(b) $\nu^3, \nu^{-3}, \pi^3, \pi^{-3}$ なる single closed shell の例. lowest $7/2^-, 5/2^-$ はよく対応しているが, 他は不明確.

(c) $\pi^2 \nu^4$ と $\pi^{-4} \nu^{-2}$ なる even-even cross conjugate 核. Lowest 0, 2, 4 はよく対応している. 2.95 MeV から level が dense になることも対応しているが各 level については不明である.

(d) $\pi \nu^4$ と $\pi^{-4} \nu^{-1}$ なる even-odd cross conjugate 核. 現在の実験データでは, 対応は不明確. Low lying $3/2^+$ state は対応する必然性はない.

(e) $\pi \nu^3$ と $\pi^{-3} \nu^{-1}$ なる odd-odd cross conjugate 核. $2^+, 6^+$ なる low lying isomer が存在することでは共通している.

III. Single closed shell の seniority の破れを示すものとして, 磁気能率の Schmidt 値からのずれや, $M1$ 遷移の禁止則 ($M1$ は seniority を変えない) がある. ここでは, critical な例として, half closed shell nuclei (${}^{44}\text{Ca}$, ${}^{52}\text{Cr}$) の $E2$ 遷移を考えよう. この場合 $E2$ は $\Delta v=2$ の状態間にもみ可能である (half closed shell の特性). ${}^{52}\text{Cr}$ に refer して説明しよう. 3.112 MeV (6^+) 状態は $v=2$, 2.766 MeV (4_2^+), 2.369 MeV (4_1^+) は各々 $v=2, 4$ と assign される⁸⁾. したがって $B(E2; J=6 \rightarrow J=4_2)=0$ となる筈である. 実験は⁹⁾, $6 \rightarrow 4_1, 4_2$ の

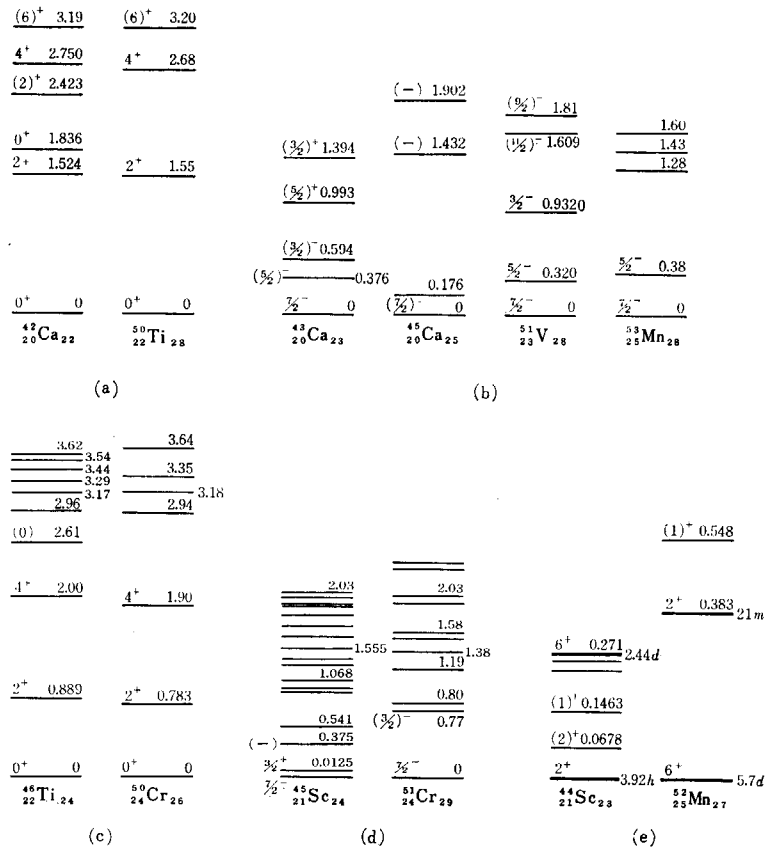


Fig. 5 Comparison of two level schemes with cross conjugate relation ; ^{42}Ca and ^{50}Ti , ^{43}Ca and ^{45}Ca , ^{51}V and ^{53}Mn , ^{46}Ti and ^{50}Cr , ^{45}Sc and ^{51}Cr , ^{45}Sc and ^{52}Mn .

分岐比は 90 : 1, $B(E2)$ 比では 2 : 1 程度となる。したがって大きな seniority mixing が必要となる。

IV. 異種粒子系の seniority mixing についての information は, static moment, γ -transition, β -decay, 光学因子等々より色々得られる。幾つかの例は, projection の方法を説明する際に述べることにする。多くの mixing を示す実験があることだけ報告しておこう¹⁰⁾。

さて, このような実験事実を説明するため, 理論はどのような工夫をこらしたか。まず,

A. Shell model 計算の精密化

から説明しよう。II, III の事実から, 明らかに, 配位 $(f_{7/2})^n$ は拡張しなければならない。しかし, 異種粒子系多重 j 模型では, 次元, 不定助変数の数が急増して, 未だ殻模型計算は行なわれていない。そこで, ある準位は確かに他の配位を必要としても, 残りの準位は, 依然 $(f_{7/2})^n$ 配位を main とすると考えられないであろうか。この立場から, I, IV の実験事実を説明する試みとして代表的なものに Ref. 11), 12) の計算がある。残留相互作用の parameter は

$$\langle f_{7/2}^2 J | V | f_{7/2}^2 J \rangle \quad J=0, \dots, 7 \quad (14)$$

の計 8 ケである。これを二体系 $^{45}\text{Sc}_{21}$ の spectrum から決定しているが, 彼らの計算当時, $J=\text{odd}$ に対する

information に信頼すべきものがなかった。したがってそれに基づく計算結果の解釈には, はなはだ疑問が多い。一応この計算によると, even-odd 核においては, 常に $7/2^-$ は low lying であるが, $5/2^-$ も低くなる場合がある。しかし, $3/2^-$ が実験のように低くなることはない。

V. Low lying $3/2^-$ states

^{47}V : gr. ($5/2^-$, $7/2^-$ と triplet),

^{49}V : 0.153 (3 rd) ($5/2^-$, $7/2^-$ と triplet),

^{51}Cr : 0.77 (1 st), ^{51}V : 0.93 (3 rd), など。

実験 IV で示す seniority mixing は彼らの計算でも大きく, μ , ft 値等もある程度説明できる。

Single closed shell については, $p_{3/2} f_{5/2} p_{1/2}$ の一部ないし全部を考慮した計算が行なわれ, 確かに改良の方向に向いている¹³⁾。

第 2 の方法として

B. ELLIOTT の generating procedure

LAWSON^{14) 15) 16)} が提唱している方法である。これは single j Nilsson 模型を内部状態とし, それを角運動量の固有状態に project する方法で,

$$\Psi_{M^I K^I}(x) = (2I+1) c_K^I \int dR \mathcal{D}_{M^I K^I}(R) \chi_K(Rx) \quad (15)$$

で波動関数を与えてしまう。量子数 K が導入され、これを seniority の立場からみれば highly seniority mixed state である。かくして、変形という概念（但し single j の場合変形は無意味）から波動関数を与え、実際に Hamiltonian を解くことはしない方法が考えられる。実際、この方法により得られた波動関数が、Ref 11) の波動関数と overlapping も大きく、 μ , ft 値、光学因子等を実験値の方向に変化させている。TABLE 1 に ft 値に

TABLE 1 log ft values for $f_{7/2}$ shell nuclei, calculated by use of wave function generated from positive deformation and seniority eigenfunction. (LAWSON R. D.: *Phys. Rev.* 124, 1500 (1961))

	Exp	def. (t)	sen.
$^{43}\text{Sc} (7/2) \rightarrow ^{43}\text{Ca} (7/2)$	4.9	4.21	3.88
$^{43}\text{Sc} (7/2) \rightarrow ^{43}\text{Ca} (5/2)$	5.0	4.82	F
$^{43}\text{Ti} (7/2) \rightarrow ^{43}\text{Sc} (7/2)$	3.4	3.49	3.59
$^{45}\text{Ca} (7/2) \rightarrow ^{45}\text{Sc} (7/2)$	6.0	F	3.98
$^{45}\text{Ti} (7/2) \rightarrow ^{45}\text{Sc} (7/2)$	4.6	3.96	4.61
$^{47}\text{Ca} (7/2) \rightarrow ^{47}\text{Sc} (7/2)$	8.5	F	4.25
$^{47}\text{Sc} (7/2) \rightarrow ^{47}\text{Ti} (7/2)$	5.3	F	4.39
$^{48}\text{Sc} (7/2) \rightarrow ^{48}\text{Ti} (7/2)$	5.8	F	4.25
$^{49}\text{V} (7/2) \rightarrow ^{49}\text{Ti} (7/2)$	6.1	F	4.39
$^{51}\text{Cr} (7/2) \rightarrow ^{51}\text{V} (7/2)$	5.4	F	3.98
$^{51}\text{Mn} (7/2) \rightarrow ^{51}\text{Cr} (7/2)$	5.2	4.66	4.61
$^{53}\text{Fe} (7/2) \rightarrow ^{53}\text{Mn} (7/2)$	5.1	5.04	3.88

ついて、実験値、この変形模型 (def), seniority scheme (sen) の値をまとめてみた¹⁴⁾。LAWSON がこの方法で説明せんとした、この領域での面白い実験の特徴として、

VI. Low lying $3/2^+$ states¹⁶⁾ が挙げられる。TABLE 2 に Sc isotopes の $3/2^+$ state の励起 energy, $M2$ life time, $M2$ 遷移の hindrance factor h の実験値 (h_{obs}), 変形模型, seniority scheme での計算値 (h_{def} , h_{sen}) および core polarization probability a_2^2 を示した。ここで hindrance factor とは, Moszkowski single-particle estimate B_{sing} (E2) を用い,

$$B_{\text{exp}}(M2) = \frac{1}{h^2} B_{\text{sing}}(M2) \quad (16)$$

で定義し, core polarization probability a_2^2 は,

$$\begin{aligned} \phi\left(\frac{3}{2}^+\right) = & a_0 \left[\left(d_{3/2}^{-1} \right)_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} \right. \\ & \cdot \left(f_{7/2}^{n+1} \right)_{0, \frac{n-1}{2}} \Big]_{J=3/2, T=\frac{n}{2}-1} \\ & + a_2 \left[\left(d_{3/2}^{-1} \right)_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} \left(f_{7/2}^{n+1} \right)_{2, \frac{n-3}{2}} \right]_{J=3/2, T=\frac{n}{2}-1} \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (17)$$

と展開した時の a_2^2 をもって定義する。

この方法は, level sequence については, 何も教えてくれないし, このような軽い核において, 単純な変形核 picture が成立することは疑問で, この picture から出発すれば, 強い K mixing が期待される。そこで第3の model として,

TABLE 2 $M2$ life times of $3/2^+$ state. Hindrance factor h calculated by generating procedure and seniority scheme. Core polarization probability a_2^2 calculated by generating procedure. (LAWSON R. D., MACFARLANE M. H.: *Phys. Rev. Lett.* 14, 152 (1965))

	E_{ex} (keV)	life (μs)	h_{obs}	h_{def}	h_{sen}	a_2^2
^{43}Sc	150 ± 3	628	13.8	8.7	2.0	0.39
^{45}Sc	13 ± 1	0.44×10^6	14.5	9.2	2.0	0.43
^{47}Sc	760 ± 20	0.40	20.2	9.0	2.0	0.40

C. Strong coupling symmetric rotation model with Coriolis coupling

による even-odd 核の解析がある¹⁷⁾。これは, (f, p) -shell を動員した通常の Nilsson model を採り (Fig. 1 参照), Hamiltonian

$$H = \hbar^2/2\mathcal{I} (R_x^2 + R_y^2) + \hbar^2/2\mathcal{I}_z R_z^2 + H_p \quad (18)$$

$$\begin{aligned} H_p = & -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + \frac{1}{2} \mu (\omega^2 x^2 + \omega^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \\ & + C \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + D \mathbf{l} \cdot \mathbf{l} \end{aligned} \quad (19)$$

を対角化する方法である。ここで $R = I - j$, I は全核スピン, j は last odd nucleon のスピンである。その結果, 非常に強い K -mixing が起こり, level sequence や, effective charge を用いず, μ , $B(M1)$, Q , $B(E2)$ をある程度説明できた。

以上 3 model の優劣, 実験との一致, 不一致は, 直接各論文に当たって頂きたい。責任逃れのようなものもあるがこの領域では, 未だ実験が不十分なことも指摘しておこう。

4. Ni Isotopes — 多重 j 準位同種粒子系 —

第1節 A-2 の領域については, Ni-isotopes の shell model 的取扱いに限って議論しよう。一体準位は ^{57}Ni より, Fig. 6 のように得られるから, 配位は殆んど

$$(p_{3/2} f_{5/2} p_{1/2})^n$$

が採られる。

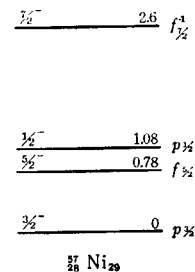


Fig. 6 Single particle levels in $^{58}\text{Ni}_{29}$

次に残留相互作用であるが, 同種粒子系であっても, 多重 j となると, 全二体行列要素を parametrize することは困難で, 今まで行なわれている方法は,

$$\begin{aligned}
 (i) \quad V_{ij} = & V_0 f_0(r_{ij}) \left[\frac{1 - \sigma_i \cdot \sigma_j}{4} \right] \\
 & + V_1 f_1(r_{ij}) \frac{3 + \sigma_i \cdot \sigma_j}{4} \\
 & + V_2 f_2(r_{ij}) \left[\frac{3(\sigma_i \cdot r_{ij})(\sigma_j \cdot r_{ij})}{r_{ij}^2} - \sigma_i \cdot \sigma_j \right] \\
 & + V_3 f_3(r_{ij}) [(\sigma_i + \sigma_j) \cdot l_{ij}] \quad (20)
 \end{aligned}$$

とし、 $f_i(r_{ij})$ として Yukawa 型や Gauss 型がとられる。さらに、 V_0, V_1 の比を Serber 型や Rosenfeld 型になるよう fix する場合も多い。Ref 18) によると、この parametrization では、第一 0^+ 状態をどうしても再現できないこと、ground の束縛 energy を合わせるか否かによる V_1 の値が factor 2 も異なることを指摘して、

(ii) (i) + Slater integral I_{n_0}

$$I_{n_0} = \int_0^\infty R_{n_0}(r_{ij}) V(r_{ij}) r_{ij}^2 dr_{ij} \quad (21)$$

を parameter として、 χ^2 -fit を行なった。

(iii) Surface delta interaction $V_{SDI}^{19)}$

通常の δ -interaction の行列要素は

$$\begin{aligned}
 & \langle J_1 j_1 J | \delta(r) | J_2 j_2 J \rangle \\
 & = W_J(j_1 j_2 j_3 j_4) \int R_1 R_2 R_3 R_4 r^2 dr^2 \quad (22)
 \end{aligned}$$

と書けるが、ここで積分部分を l -independent な定数に置いたもの、すなわち

$$V_{SDI} = W_J(j_1 j_2 j_3 j_4) G \quad (23)$$

なる仮想的相互作用を surface delta interaction²⁰⁾ という。これは 1 parameter であり、かつ、多重 j 1 体状態が縮退している極限で、2.2.2 の generalized seniority により、正確な解が与えられ、さらに、 $E2$ enhancement などの集団的性質を持つなどの特徴をそなえている²¹⁾。

(iv) K-行列²²⁾

Hamada-Johnstone potential 等の二体核力から作り上げられた、有限核での K 行列行列要素が計算されている。

(v) K-matrix with core polarization

Inertcore とみなした ^{66}Ni の polarization の効果を effective interaction に繰込んだもの。(iv), (v) は原理的には no parameter theory である。その他 TABAKIN²³⁾ の separable potential 等がある。

χ^2 -fit で得られた (ii)-type の interaction の行列要素を他の type のものと比較すると、(iii), (v) はかなりよい一致を示している²⁴⁾。(iii) との一致は seniority scheme の生き残りを、(v) との一致は core polarization の重要性を suggest しているといえよう。

「Seniority がどの程度生き残っているか」という問題は、「どの程度 B. C. S 近似による記述が妥当であるか」と殆んど同義語である。(seniority $\approx$ quasi particle 数)。TABLE 3 に Ref 18) の計算による各単位の seniority の分布を示した。(ここで seniority とは、2.2.1 のいみである)。この表よりつぎのことがいえよう。

TABLE 3 Seniority distribution (%) of various model states in ^{61}Ni and ^{62}Ni . Seniority $v = v_{3/2} + v_{5/2} + v_{1/2}$. (COHEN S., et al.: Phys. Rev. 160, 903 (1967))

	state	$v=0$	2	4	6
^{62}Ni	0_1	99.7	—	0.3	—
	0_2	87.3	—	12.7	—
	1_1	—	23.7	71.0	5.3
	2_1	—	99.4	0.5	0.1
	2_2	—	89.1	10.7	0.2
	3_1	—	40.6	59.3	0.1
	4_1	—	92.9	7.0	0.1
		$v=1$	3	5	
^{61}Ni	$(1/2)_1$	95.9	3.9	0.2	
	$(1/2)_2$	26.6	72.3	1.1	
	$(3/2)_1$	92.1	7.3	0.6	
	$(3/2)_2$	29.8	65.6	4.6	
	$(5/2)_1$	96.3	3.6	0.1	
	$(5/2)_2$	20.8	74.3	4.9	

(1) 0_0^+ ; $v=0$, 2_1^+ ; $v=2$ で 0.5% 以下の mixing

(2) $3/2^-, 5/2^-, 1/2^-$; $v=1$, 0_2^+ ; $v=0$, $2_2^+, 4_1^+$; $v=2$ で 10% 以下の mixing. これは明らかに、vibrational model の $0_2^+, 2_2^+, 4_1^+$ は $v=4$ main の考えとは相容れない。

(3) $1_1^+, 3_1^+, 2_3^+$ は seniority strongly mixed である。

Core polarization の重要性は effective charge にも表われていて、neutron の quadrupole の effective charge が、 $e_n = 1.7e$ 前後の大きな値が安定してえられる。

5. $Z < 28 < N$ 領域

1 節で述べたようにこの領域では $(\pi f_{1/2})^{-m} (\nu p_{3/2} f_{5/2} p_{1/2})^n$ なる配位が仮定され、main theme は np-相互作用である。これに対しいろいろな approach があるが、それを列挙すると、

(1) $\pi^{-1} - \nu^1$ 系なる $^{56}\text{Ce}_{29}$ のスペクトル²⁵⁾

(2) $N=29$ 核の neutron single particle level の Z による変化²⁶⁾

(3) One nucleon transfer reaction の spectroscopic factor の sum rule²⁷⁾ (Energy weighted sum rule と V_{np} の multipole 展開の係数間の関係)

(4) 特異性、例えば $^{56}\text{Fe}_{31}$ の ground の spin が $1/2^-$ であること²⁸⁾ (両隣の $^{54}\text{Cr}_{31}$, $^{58}\text{Ni}_{31}$ では $3/2^-$)。

(5) 広範な shell model fitting²⁹⁾

等が挙げられる。

今までの計算でとられたものとしては、

(i) Parametrization of all matrix elements

(ii) δ -interaction

(iii) $Q \cdot Q$ -interaction

等がある。

6. おわりに

この報告では、どんな model があるか、どんな計算があるかは述べたが、その結果の比較、優劣判定、批判は殆んど行なわなかった（小生の力では行なえなかった）。Parameter physics においては Wrong Hamiltonian $\times$ Wrong wave function = real spectra ということも大いに起こり得る。しかし、右辺 = (real spectra) $\times$ (real γ -transition) $\times$ (real β -decay) $\times$ (real spectroscopic factor) $\times$ …… と積が連なるにつれて、先の危険性も急激に減少するであろう。この多重積での判定には、現在のところ実験も未だ不足しているように思える。重い核になれば、判定に有用な critical な量も顕著になってくるであろう。

この複雑さ、不確定さに直面すると、何を目的に shell model 計算をやるかという疑問が出てくる。「そこに、level があるから」では砂上樓閣のそしりを受けよう。

本研究会の summary talk で堀江先生は、「shell model は直交完全系を与える最良の便法であり、その立場から振動の素も変形の素もすべて理解されるであろう。またその方向に shell model を進めるべきである」と話されたことを終りにつけ加えておく。

文 献

- 1) LEDERER C. M., HOLLANDER J. M. and PERLMAN I.: "Table of Isotopes" (6th ed.) John Wiley & Sons, INC, New York (1967)
- 2) KISSLINGER L. S. and SORENSEN, R. A.: *Rev. Mod. Phys.*, **35** 853 (1963)
- 3) RACAH G.: *Phys. Rev.*, **63** 367 (1943)
- 4) ARIMA A. and KAWARADA H.: *J. Phys. Soc. Japan*, **19** 1768 (1964)
- 5) AUERBACK N. and TALMI I.: *Nucl. Phys.*, **64** 458 (1965)
- 6) NORDHEIM L. W.: *Phys. Rev.*, **78** 294 (1950)
- 7) FLOWERS B. H.: *Proc. Roy. Soc.*, **A212** 248 (1952)
- 8) TALMI I.: *Phys. Rev.*, **126** 1096 (1962)
- 9) WILSON R. R., BARTLETT A. A., KRAUSHAAR J. D. and RISTINEN R. A.: *Phys. Rev.*, **125** 1655 (1962)
- 10) GINOCCHIO J. N.: *Phys. Rev.*, **144** 952 (1966)
- 11) McCULLEN J. D., BAYMAN B. F. and ZAMICK L.: *Phys. Rev.*, **134** B515 (1964)
- 12) GINOCCHIO J. N.: *Phys. Rev.*, **144** 952 (1966)
- 13) KOMODA T.: *Nucl. Phys.*, **43** 156 (1963), **51** 234 (1964)
RAZ B. J. and SOGA M.: *Phys. Rev. Lett.*, **15** 924 (1965),
FERDERMAN P. and TALMI I.: *Phys. Lett.*, **22** 469 (1966)
- 14) LAWSON R. D.: *Phys. Rev.*, **124** 1500 (1961)
- 15) LAWSON R. D. and ZEIDMAN B.: *Phys. Rev.*, **128** 821 (1962)
- 16) LAWSON, R. D. and MACFARLANE, M. H.: *Phys. Rev. Lett.*, **14** 152 (1965)
- 17) MALIK, F. B. and SCHOLZ, W.: *Phys. Rev.*, **150** 919 (1966), **153** 1071 (1967)
- 18) COHEN S., LAWSON R. D., MACFARLANE M. H., PANDYA S. P. and SOGA M.: *Phys. Rev.*, **160** 903 (1967)
- 19) PLASTINO A., ARVIEU R. and MOSZKOWSKI S. A.: *Phys. Rev.*, **145** 837 (1966)
- 20) GREEN I. M.: *Phys. Rev.*, **139** B790 (1965)
- 21) ARVIE R. and MOSZKOWSKI S. A.: *Phys. Rev.*, **145** 830 (1966)
- 22) KUO T. T. S.: *Nucl. Phys.*, **A90** 199 (1967)
- 23) TABAKIN F.: *Ann. Phys. (Paris)*, **30** 51 (1964)
- 24) GAMBHIR Y. K. and RAY, RAM.: *Phys. Rev.*, **161** 1125 (1967)
- 25) SASAKI K.: 本研究会報告
- 26) OGAWA K.: 本研究会報告に詳しい。
- 27) BANSAL R. K.: *Phys. Rev.*, **153** 1084 (1967)
- 28) HAMAMOTO I. and ARIMA, A.: *Nucl. Phys.*, **37** 457 (1962)
LAWSON R. D. and MACFARLANE M. H.: **24** 18 (1961)
- 29) VERVIER J.: *Nucl. Phys.*, **78** 497 (1966)
McGRORY J. B.: *Phys. Rev.*, **160** 915 (1967)
HORIE H. and OGAWA K.: Private communication.

2. (p, f) 殻における陽子-中性子相互作用

小 川 建 吾*

2. Effective Proton-Neutron Interaction in (p, f) Shells

KENGO OGAWA*

Effective interactions between $1f_{7/2}$ -proton and $(2p_{3/2} \cdot 1f_{5/2} \cdot 2p_{1/2})$ -neutron are determined from forty levels of the nuclei with $N=29$. The energy levels are reproduced very accurately. The twenty matrix elements thus obtained are fitted with a two-body potential of general type and the resulting values for the eight potential strengths show that the role of the tensor force is very important for the changing of the $2p_{3/2}$ - $2p_{1/2}$ splitting between ^{40}Ca and ^{57}Ni . The energy levels of ^{55}Mn , which has an anomalous ground state spin, are calculated by using these matrix elements and fairly good agreements with experimental data are obtained for all low-lying levels.

1. まえがき

従来、原子核における陽子-中性子相互作用は、主として odd-odd 核の考察によって調べられてきた。しかし、この相互作用の影響は、当然 odd-A 核や、even-even 核にも強く現われていると考えられる。例えば closed shell 近くにおける odd-A 核では、single particle level の遷移において、また振動領域の問題では、phonon-phonon 相互作用や、phonon-particle 相互作用においてこの陽子-中性子相互作用の効果を十分に考えねばならない。この報告では、このような観点から、最近行なわれた HORIE, ODA, OGAWA¹⁾ による中性子数 $N=29$ 核における陽子-中性子相互作用の考察を中心に、(p, f) shell 核の問題点を述べる。

2. $N=29$ 核の問題点

$N=28$ 核は、Ca-isotope 同様に shell model の代表的な適応例として、TALMI¹⁾ らによって早くから問題にされてきた。これらの核は、 $N=28, Z=20$ が closed shell を形成するため、 $(1f_{7/2})$ -配位で表わすことができる。この近似の妥当性は、エネルギー準位の systematics から裏づけられている。

$N=28$ 核に、中性子が 1 つ加わった、 $N=29, Z=20$ ~ 28 核を考えてみよう。 $Z=20, 28$ にあたる ^{40}Ca ,

^{57}Ni から、中性子の single particle energy を知ることができる (Fig. 1)。 ^{40}Ca を core にし、陽子、中性子の配位として $(1f_{7/2}^{Z=20})$, $(2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2})^1$ 配位を仮定した shell model による考察を試みる。

一般に、外側の陽子の占めている軌道 j_p に対応する中性子の軌道が、すでに閉殻となっているような配位において isospin は $T=T_z=(N-Z)/2$ と一義的に決まってしまう (Fig. 2)。

このとき、 j_p -陽子と j_n -中性子との相互作用の行列要素は

$$\begin{aligned} \langle j_p j_n | V_{pn}(r) | j_p j_n \rangle_J \\ = \frac{1}{2} (\langle j_p j_n | V_{pn}(r) | j_p j_n \rangle_{T'=0, J} \\ + \langle j_p j_n | V_{pn}(r) | j_p j_n \rangle_{T'=1, J}) \end{aligned} \quad (1)$$

で与えられる。

^{57}Ni と ^{40}Ca のスペクトルの違いは、 ^{57}Ni においては、 ^{40}Ca には存在しない 8 個の $1f_{7/2}$ -陽子と 1 中性子との間に陽子-中性子相互作用が強く働くことによる。

閉じた j_p -軌道の $2j_p+1$ 個の陽子と、 j_n -軌道の中性子との相互作用 $\Delta \epsilon_{jn}$ は

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{jn} &= \langle j_p^{2j_p+1} (0) j_n | V_{pn}(r) | j_p^{2j_p+1} (0) j_n \rangle_{J=j_n} \\ &= \sum_{J'} \frac{2J'+1}{2j_n+1} \langle j_p j_n | V_{pn}(r) | j_p j_n \rangle_{J'} \end{aligned} \quad (2)$$

と書ける。

したがって、 ^{57}Ni において $1f_{5/2}$ -中性子の軌道のエネルギーが下っていくことは $\Delta \epsilon_{f_{5/2}} - \Delta \epsilon_{p_{3/2}}$ の値が、大き

* 東京工大理 Tokyo Institute of Technology

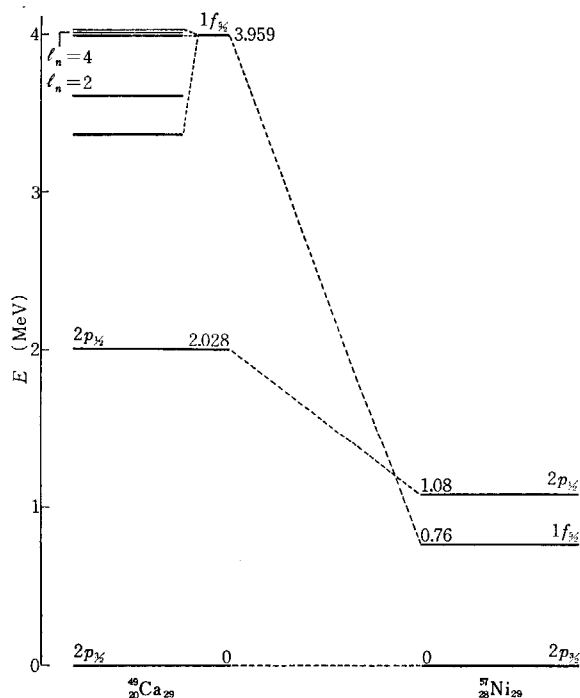


Fig. 1 Experimental spectra of ^{40}Ca (ref.1) and ^{57}Ni (ref.7)

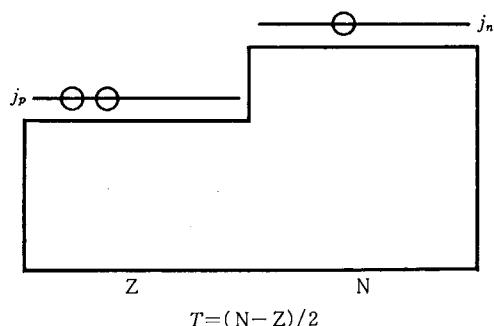


Fig. 2 Isospin in $Z > N$ nucleus

く負になることを示している。このことは $V_{pn}(r)$ として short range な引力、例えば δ -force を仮定すると、 $1f_{7/2}$ -陽子と $1f_{5/2}$ -中性子の空間軌道が同じであるため、 $\Delta\epsilon_{f_{5/2}}$ は $\Delta\epsilon_{p_{3/2}}$ に比べ、絶対値の大きな値になることから、容易に理解される。

一方、 $2p_{3/2}$ - $2p_{1/2}$ の splitting の変化は、Fig. 1 からわかるように $\Delta\epsilon_{p_{1/2}} - \Delta\epsilon_{p_{3/2}} = -0.95 \text{ MeV}$ である。 $\Delta\epsilon_{p_{3/2}} = -5.1 \text{ MeV}$ であることを考えると、この値は無視できない。ところが $1f_{5/2}$ - $2p_{3/2}$ 間隔の変化と異なり、このような $j=l\pm 1/2$ の spin-orbit pair の splitting の変化に対しては、 δ -force は何らの影響を与えず⁴⁾、さらに finite range の中心力に拡張し、exchange force を考慮に入れても説明することは難しい。

以上のことを考えると、 $N=29$ の核を統一的に説明するためには、 $V_{pn}(r)$ に中心力以外の力を取り入れる必要がある。これらの影響は ^{57}Ni スペクトルの他に、 ^{53}Cr ^{55}Fe の $J=1/2^-$, $5/2^-$ が実験的に下ってくることに

現われている。

3. 最小二乗法による行列要素の決定について

これらの核における陽子-中性子有効相互作用の特徴を知るため、 $N=29$, $Z=21\sim 28$ 核の基底状態、励起状態のエネルギーを再現するような 2 体相互作用の行列要素を決定した。このやり方は、有効相互作用の型を仮定し、まず 2 体の行列要素を求めてから、核の励起状態のエネルギーを求める通常の shell model 計算とは逆の過程を踏んでいる。このような方法は、TALMI によって有名な ^{40}K , ^{38}Cl の pair に関して、particle-hole conjugation を利用し、 $d_{3/2}$ -陽子、 $f_{7/2}$ -中性子間の相互作用を求めたのに用いて以来、種々の核に応用されている。この (^{40}K , ^{38}Cl) の例でもわかるように、この際、粒子の配位のみを仮定するだけで、相互作用の詳細 (相互作用の大きさ、mixture parameter、動径方向のふるまいなど) や、1 粒子波動関数の型 (Harmonic Oscillator 型か Saxson-Wood 型か) 等を、何ら仮定することなく計算できる点が特徴である。

数多くのエネルギー値をより少ない parameter (行列要素) でより正確に記述するため、実際には、最小二乗法が用いられる。さきの (^{40}K , ^{38}Cl) の場合は、一つの配位で ($(1d_{3/2}^n, f_{5/2})$, $n=3$ or 1) 記述することができたので、計算は容易であるが、一般に配位混合を考えねばならない場合は、常に行列の対角化を行ないながら parameter の値を正しい方向に収束させていくため computer の大がかりな使用によって初めて可能となる。このような計算の代表例としては、Argonne group を中心に行なわれた、 $1p$ shell 核⁶⁾ s - d shell 核⁷⁾, Ni-isotope^{8),9)} 等の計算がある。

$N=29$ の場合は、次のような仮定のもとに行なった。

i) ^{40}Ca を core とし、これが作る 1 体中心力場 H_0 は $1f_{7/2}$ -陽子がつけ加っても変わらない。

ii) 陽子配位としては、 $1f_{7/2}^{20}$ をとり、seniority v_p , spin J_p 状態のエネルギーは、対応する $N=28$ 核のスペクトルから得る。

iii) 中性子配位としては $(2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2})^1$ をとる。また、 H_0 の行列要素の値は、 ^{40}Ca のスペクトルから得られた値を用いた。

以上の仮定のもとで、 $1f_{7/2}$ -陽子と $(2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2})$ -中性子間の有効相互作用の 20 個の行列要素の値を決定する。

この際、用いられた実験値は、基底状態の binding energy を含めて 40 個のエネルギー値 $E_{\text{exp}}(i)$ で、その採用にあたっては、スピンの決まっているもののうち、仮定した配位が良い近似になっているような状態を正しく選びだすために、特に $N=28$ 核に (d, p) 反応を行なった際の spectroscopic factor を考慮に入れて決めた。

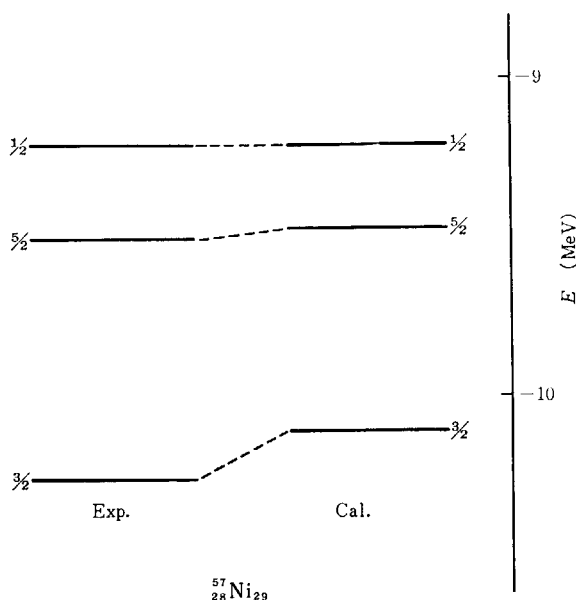
TABLE 1 The matrix elements of the effective neutron-proton interaction. $\langle j_p j_n J | V_{pn} | j_p j_n' J \rangle j_p = f_{7/2}$

j_n	j_n'	$J=1$	2	3	4	5	6
1/2	1/2			-0.78	-0.78		
1/2	3/2			-0.50	-0.05		
1/2	5/2			-0.82	-0.60		
3/2	3/2		-0.80	-0.57	-0.13	-1.02	
3/2	5/2		0.40	0.37	-0.00	-0.06	
5/2	5/2	-2.50	-1.49	-0.66	-1.40	-0.08	-1.36

この結果得られた行列要素の値を TABLE 1 に示した。これらの値を用いて得られるエネルギー値 $E_{\text{cal}}(i)$ は、 $E_{\text{exp}}(i)$ と良く一致し、root mean square deviation (r. m. s.) σ は 0.17 MeV と小さな値になり、配位仮定の正しさを示した。ここで

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (E_{\text{cal}}(i) - E_{\text{exp}}(i))^2}{N-n}} \quad (3)$$

と定義する。 N は採用した実験値数、 n は parameter の数である。 ^{57}Ni の single particle level の計算値を Fig. 3 に示した。



うな行列要素を求める際に、非対角要素は2次元対称行列の場合を考えればわかるように、十分には決められない。このため20個を同じ重みで扱ったために r. m. s. が小さくならなかったのである。

$\langle f_{7/2} p_{3/2} | V_{pn}(r) | f_{7/2} p_{3/2} \rangle_J$ と $\langle f_{7/2} p_{1/2} | V_{pn}(r) | f_{7/2} p_{1/2} \rangle_J$ の行列要素は、さきに述べたように $2p_{3/2}-2p_{1/2}$ splitting の変化に関係した量である。Potential parameter research によって再現した行列要素を用いて ^{57}Ni の準位を求めると、Fig. 3 の $2p_{1/2}$ 状態の計算値よりさらに 0.53 MeV 上のところになる。これは式(2)からもわかるように行列要素に大きな factor が加わるため、わずかな行列要素のずれでも ^{57}Ni スペクトルには大きく影響するためである。

結局、 $2p_{3/2}-2p_{1/2}$ splitting は ^{40}Ca に比べ 0.52 MeV しか狭まらないことになるが、この内訳は、中心力で -0.08 MeV, テンソル力で 0.42 MeV, spin-orbit 力で 0.18 MeV である。この結果は、この splitting 変化に対して、テンソル力が重要な役目を果していることを示して興味深い。

5. N=30 核における陽子-中性子相互作用

2. で決定された陽子-中性子相互作用の行列要素を用いて、中性子数 N=30 の核を調べてみる。ここではそのうち特に、odd-A 核の例として ^{55}Mn , even-even 核の例として ^{56}Fe について述べる。

i) ^{55}Mn (Z=25, N=30)

Single closed 核である ^{53}Mn の低い励起状態は、Fig. 4 に示すように、ground state $v_p=1$, $J_p=7/2^-$, 1st excited state $v_p=3$, $J_p=5/2^-$ であるから Fig. 6 の ^{58}Ni と考え合わせると、陽子-中性子相互作用が弱けれ

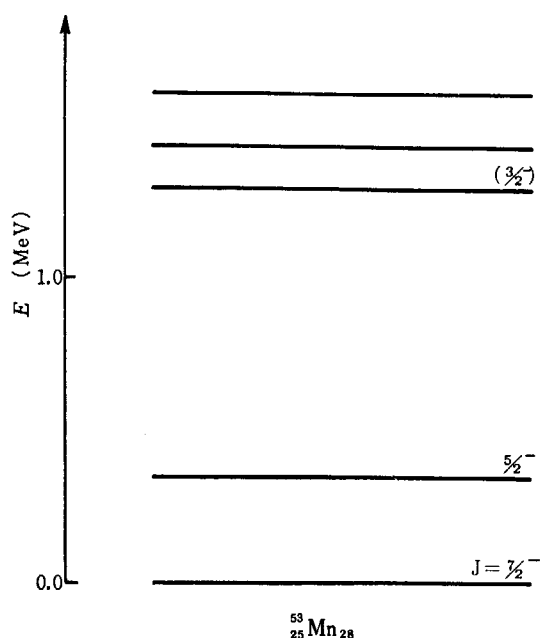


Fig. 4 Experimental¹¹⁾ spectra of ^{53}Mn

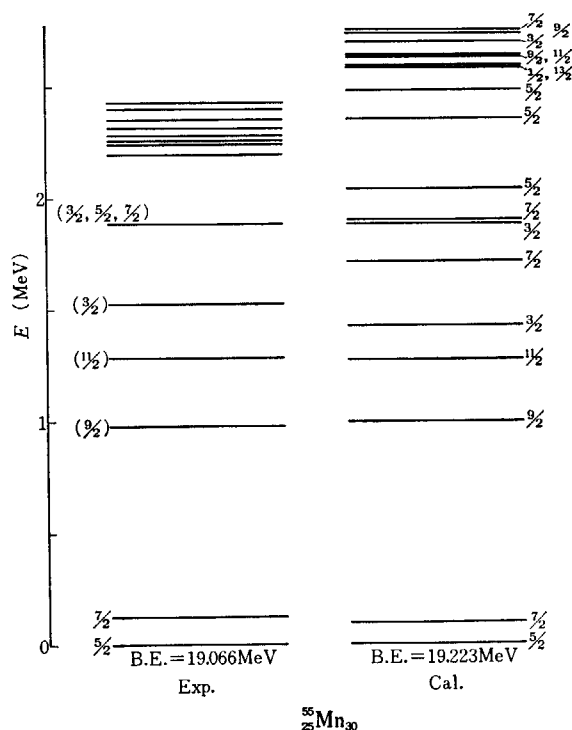


Fig. 5 Experimental¹²⁾ and calculated spectra of ^{55}Mn

ば、当然 ^{55}Mn の ground state は $J=7/2^-$ と予想されるが、実験は $J=5/2^-$ といわゆる anomalous state になっている。そこで陽子-中性子力に N=29 での結果を用い (2 中性子には $(p_{3/2}, f_{7/2}, p_{1/2})^2$ 配位を仮定し、その間の相互作用は、Argonne group の結果⁹⁾を用いた)、 ^{55}Mn スペクトルを計算、結果を Fig. 5 に実験値とともに示した。 $J=5/2^-$ の ground state をはじめ、それに続く $J=7/2^-$, $9/2^-$, $11/2^-$ 状態といずれも実験と極めてよい一致を示している。 $J=5/2^-$ 状態の主成分は、陽子状態 ($J_p=5/2$) と ^{58}Ni の ground state 0^+ と結合したものであるが (60%)、この他 $J_p=7/2$ あるいは、 $J_p=5/2$ 状態と結合した ^{58}Ni の 1st 2^+ 状態成分の混りも大きく、この結果 $J=5/2$ が $J=7/2$ より低くなったものと思われる。

ii) ^{56}Fe (Z=26, N=30)

^{56}Fe の状態を、2つの single closed 核 ^{54}Fe (N=28) と ^{58}Ni (Z=28) と比較してみると、Fig. 6 に示すように、これら2つの核の 1st 2^+ 状態が 1.4~1.5 MeV 附近にいずれもあるのに対し、 ^{56}Fe の 1st 2^+ は約 0.8 MeV と半分近くも下ってきている。 ^{58}Ni に2中性子を加えた ^{60}Ni (4 中性子系)、 ^{54}Fe に2陽子 hole を加えた ^{52}Cr (4 陽子系) での 1st 2^+ のエネルギーは、各々 ^{58}Ni , ^{54}Fe と比べてほとんど変化していない。 ^{56}Fe が2陽子-2中性子系であることを考えると、これらの事実は、even-even 核における陽子-中性子間の強い相関を示す興味ある例である。

^{55}Mn と同じように、N=29 での陽子-中性子相互作用を用いた結果を実験結果とともに Fig. 7 に示した。

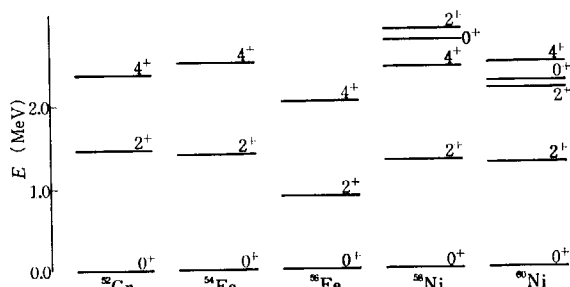


Fig. 6 Experimental spectra of ^{52}Cr , ^{54}Fe , ^{56}Fe , ^{58}Ni and ^{60}Ni

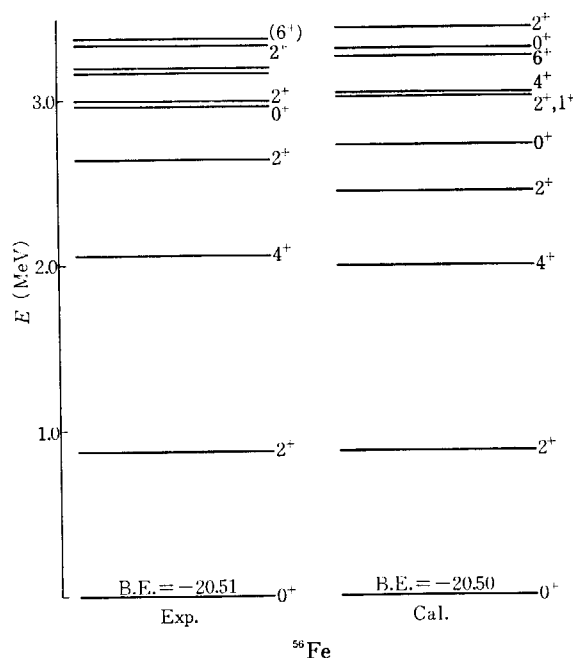


Fig. 7 Experimental¹⁴⁾ and calculated spectra of ^{56}Fe

このように強い陽子-中性子間の相関は、波動関数にも当然現われてくる。すなわち、 $J=0$ ground state に関しては、もちろん $^{54}\text{Fe}(0^+_{gs}) \times ^{58}\text{Ni}(0^+_{gs})$ が主成分 (70%) であるが、3 MeV 近く高いところにあるはずの $^{54}\text{Fe}(2^+_{gs}) \times ^{58}\text{Ni}(2^+_{gs})$ 成分が 20% も混ってきている。この成分は同様に、1st 2^+ 状態にも同程度影響を及ぼして

いる。

6. おわりに

以上 $N=29, 30$ 核における陽子-中性子相互作用のもつ重要性を主としてエネルギー準位の考察により指摘した。同種粒子間の相互作用は、pairing effect として集団運動にも考慮されているが、 $N=30$ の例からもわかるように陽子-中性子力の影響は、それらと比較しても決して無視できないもので、今後さらに考察される必要がある。また、その影響をエネルギー準位においてのみでなく、諸モーメント、遷移確率あるいは原子核の変形との関連においても追求せねばならぬように思われる。

文 献

- 1) TALMI I.: *Phys. Rev.*, **126** 1096 (1962)
- 2) KASHY E. *et al.*: *Phys. Rev.*, **135** 865 (1964)
- 3) BRUSSEL M. K. *et al.*: *Phys. Rev.*, **140** 838 (1965)
- 4) SILVERBERG L.: *Ark. Fys.*, **20** 341 (1962)
HAMAMOTO I.: *Nucl. Phys.*, **86** 208 (1966)
- 5) GOLDSTEIN S. and TALMI I.: *Phys. Rev.*, **102** 589 (1956)
- 6) COHEN S. and KURATH D.: *Nucl. Phys.*, **37** 1 (1965)
- 7) COHEN S. *et al.*: *Phys. Lett.*, **9** 180 (1964)
- 8) AUERBACH N.: *Nucl. Phys.*, **76** 321 (1966)
- 9) COHEN S. *et al.*: *Phys. Rev.*, **160** 903 (1967)
- 10) CLARK J. M. and ELLIOTT J. P.: *Phys. Lett.*, **19** 294 (1965)
- 11) BROWN G. and WARREN S. E.: *Nucl. Phys.*, **77** 365 (1966)
- 12) BOCK R. *et al.*: *Nucl. Phys.*, **72** 273 (1965)
- 13) FUNSTEN H. O. *et al.*: *Phys. Rev.*, **134** B 117 (1964)
- 14) WAY K. *et al.*: *Nuclear Data Sheets*
- 15) KAYE G. and WILLMOTT J. C.: *Nucl. Phys.*, **71** 561 (1965)
- 16) HORIE H. *et al.*: to be published in Proceeding of Tokyo Conference

3. 奇-奇核における中性子-陽子相互作用

佐々木 潔*, 殿塚 勲**

3. Effective Neutron-Proton Interaction in Odd-Odd Nuclei

KIYOSHI SASAKI* and ISAO TONOUZUKA**

The results for the effective neutron-proton interaction in odd-odd nuclei which was analyzed by the several authors are reviewed. Also, the properties of this interaction was investigated by ourselves from the low-lying energy levels of ^{90}Y and ^{92}Nb on the basis of the j - j coupling shell model. Assuming the finite range central force, the energy spectra of these nuclei are calculated and the parameters of the interaction are determined by the method of the least square fit. Furthermore, the effects of the tensor force on the central one are studied. It is shown that the situations are not so significantly different from those obtained only by the central force.

1. ま え が き

仮定された平均場の中を運動する核子間の有効相互作用については、今迄種々の現象論的模型に基づく分析が行なわれて来た。このうち同種核子間のそれは、取扱い方が簡単であるということから系統的分析が進められ、かなりの知識が集積されている。しかしながら中性子-陽子間の相互作用は、同種核子間のそれに比較して小さいこと、特に Ca 領域以上の核においては、中性子および陽子が占める軌道が異なり、かつアイソスピンは $T=0$ と 1 とが共存し得るという理由等から分析方法の複雑さからみ、同種核子間の相互作用の分析ほど行なわれて居らず、したがってこの種の相互作用の性質についての知識は未だしというのが現状である。

2 節では今迄になされた中性子-陽子相互作用についてのいくつかの分析の review を与え、3 節ではわれわれによってなされた ^{90}Y , ^{92}Nb の計算結果を示し、4 節において今までになされたものと、3 節での結果との比較および種々の討論を行なう。

2. 中性子-陽子相互作用についての今までの Review

中性子-陽子間の相互作用に関する知識を得るために

は、奇-奇核の基底状態および励起状態の性質をしらべることがより良い方法である。

以下では殻模型に基づいて今までになされたいくつかの論文に記載された中性子-陽子相互作用の定量的分析の結果を挙げておく。

2.1 KIM¹⁾ および KIM-RASMUSSEN²⁾

Ref. 1 では ^{90}Y を、Ref. 2 では ^{210}Bi と ^{210}Po とを扱った、これらの論文では中性子-陽子間力として、TABLE 1 に示された BRUECKNER-GAMMEL-THALER (BGT) ポテンシャル³⁾ を用い、中心力およびテンソル力を考慮して前記の核の励起準位の計算を行なった。

その結果、 ^{90}Y の場合は余り実験値とのよい一致が得られなかったが、 ^{210}Bi では比較的よい一致が得られた。

ここでは自由な核子-核子散乱から導出されたポテンシャルを使用しているが、本来多粒子系である核の内部核子間力にこのポテンシャルを使用することの理論的うらづけは明確でない。

2.2 VERVIER⁴⁾

ここでは $N=29$, $20 \leq Z \leq 28$ の核を取扱った。29番目の中性子は $p_{3/2}$ 配位に、 $20 \leq Z \leq 28$ の陽子は $f_{7/2}$ 配位にあると仮定した。 $20 \leq Z \leq 28$, $N=29$ の核と、同じ Z , $N=28$ の核の結合エネルギーの差 $BE(Z, N=29) - BE(Z, N=28)$ は $\alpha_p(p_{3/2})$ 軌道にある中性子の運動エネルギー

* 日大理工 (習志野学部) College of Science and Engineering, Nihon University

** 東大工学部 Faculty of Engineering, Tokyo University

TABLE 1 Parameters of BGT potentials

State	BGT			Simulated BGT	
	s	$b(f_m)$	s	Strength(MeV)	Force range(f_m)
V_{TE}^C	2.882	1.013	1.0	-223.02	0.706
V_{SE}^C	2.964	1.461	1.028	-110.03	1.018
V_{TO}^C	0.201	2.119	0.070	-3.57	1.476
V_{SO}^C	-1.867	2.119	-0.648	33.06	1.476
V_{TE}^T	2.078	2.019	0.721	-40.50	1.407
V_{TO}^T	-0.493	2.649	-0.171	5.58	1.845

 s : Well depth parameter b : Intrinsic range

ギーと、この中性子と ^{48}Ca の芯との相互作用エネルギーの和) および $V_2 = \langle p_{3/2n} f_{7/2p} J=2 | V_{np} | p_{3/2n} f_{7/2p} J=2 \rangle$ の行列要素の 2 変数で表わしうることに注目し⁵⁾, $N=29$, $20 \leq Z \leq 28$ の領域にある 7 種の核の実験値から、この 2 変数を最小 2 乗法で決定した結果、 $\alpha_p = 4.818 \pm 0.018 \text{ MeV}$, $V_2 = 1.038 \pm 0.004 \text{ MeV}$ を得た。これらの値を用いて逆に $BE(Z, N=29) - BE(Z, N=28)$ の値を計算すると、0.1 MeV 以下の差で実験値とのよい一致が得られることを示した。

さらに $V_{np} = V_0[(1-\alpha) + \alpha(\sigma_n \cdot \sigma_p)]\delta(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|)$ を仮定して ($p_{3/2n}$, $f_{7/2p}$) 配位の核のエネルギー準位の実験値から、 α と F^0 (Slater 積分, V_0 に比例) とを最小 2 乗法により求めた結果、 $F^0 = 0.726 \text{ MeV}$, $\alpha = 0.083$ を得た。これらの値から前述の V_2 を計算すると $V_2 = 0.996 \text{ MeV}$ となり、これは最小 2 乗法で定めた 1.038 MeV と非常に近い値をもつ。

以上のことから $20 \leq Z \leq 28, N=29, 30$ の核は ($p_{3/2n}^k$, $f_{7/2p}^m$) の配位をもつという仮定の妥当性を示した。

2.3 PANDYA⁶⁾

ここでは

$$V_{np} = V_0 + V_1 \sigma_n \cdot \sigma_p \quad (1)$$

$$V_{np} = V_0 [1 + \alpha \sigma_n \cdot \sigma_p] \quad (2)$$

をとった。(1) から (2) への移行は、spin independent なポテンシャル V_0 と、dependent なポテンシャル V_1 が同じ動径依存性をもつ場合に可能である。彼は ^{92}Nb に対し ($d_{5/2n} g_{9/2p}$) 配位を仮定し、相互作用行列要素 $\langle d_{5/2n} g_{9/2p} J | V_{np} | d_{5/2n} g_{9/2p} J \rangle$ (ただし交換項は無視した) を 6 種の Slater 積分 $F_0^{(0)}$, $F_0^{(2)}$, $F_0^{(4)}$, $F_1^{(0)}$, $F_1^{(2)}$, $F_1^{(4)}$ で展開し (ここで $F_0^{(k)}$ および $F_1^{(k)}$ はそれぞれ V_0 および V_1 に比例するもの)、これらを $J=2 \sim 7$ の 6 本の準位エネルギーの実験値、すなわち 5 本の励起準位エネルギーと、SWEET ら⁷⁾ によって与えられた計算値 $\langle d_{5/2n} g_{9/2p} J=2 | V_{np} | d_{5/2n} g_{9/2p} J=2 \rangle = -1.00 \text{ MeV}$ とから

TABLE 2 The values of Slater integrals for ($d_{5/2n} g_{9/2p}$) configuration

$F_0^{(0)}$	$F_0^{(2)}$	$F_0^{(4)}$	$F_1^{(0)}$	$F_1^{(2)}$	$F_1^{(4)}$
-0.870	-1.337	-2.460	-0.121	-0.224	-0.387

決定した結果 TABLE 2 に示すような値を得た。

これより V_0 , V_1 は共に引力で、 $F_1^{(k)}/F_0^{(k)}$ の比は $k=0, 2$ および 4 でそれぞれ 0.14, 0.17, 0.16 となり、このことから V_0 と V_1 とは同じ動径依存性と force range とを有するであろうことを示した。また V_0 と V_1 の平均比から $\alpha=0.155$ の値を得た。

さらにもし V_{np} に対し δ 型の動径依存性を仮定すると $F^{(2)}/F^{(0)}=5$, $F^{(4)}/F^{(0)}=9$ となるが、TABLE 2 の値からこれらの比は $F_0^{(2)}/F_0^{(0)}=1.54$, $F_0^{(4)}/F_0^{(0)}=2.83$, $F_1^{(2)}/F_1^{(0)}=1.85$, $F_1^{(4)}/F_1^{(0)}=3.20$ となるが、このことは V_{np} が有限の force range をもつことを示唆していることを示した。

2.4 KIM-PANDYA-WONG⁸⁾

彼らの論文では

$$V_{np} = \{[(V_0 - V_c) + (V_\sigma - V_{\sigma c})\sigma_n \cdot \sigma_p] - 2(V_c - V_{\sigma c})\sigma_n \cdot \sigma_p\} MB f(r_{np}) \quad (3)$$

(M, B は Majorana, Bartlett operator)

を用い、 $f(r_{np})$ には Gauss 型を、また force range λ (2.6 を参照) には 1.0 を仮定して次のような解析を行った。

よく知られているように、奇-奇核の基底状態のスピンについては NORDHEIM 則がある。KIM らは最後の中性子および陽子が占める配位をそれぞれ $l_1 j_1$ および $l_2 j_2$ とすると $l_1 + l_2 + j_1 + j_2 = N$ を NORDHEIM number と名づけ、これが even のものと odd のものに分類した。

(a) Even NORDHEIM number の場合

この例としては $A \sim 40$ の領域で ($d_{3/2n} f_{7/2p}$) と ($p_{1/2n} d_{5/2p}$) 配位の核をとった。これらの配位ではス

ピンが反平行に結合する場合にエネルギーが最低となるが、これらの配合をもつ核の準位エネルギーの実験値から (3) 式における相互作用の強さを最小 2 乗法によって決定し、次のような値を得た。

$$\begin{aligned} V_0 - V_c &= -7.3 \pm 1.4 \text{ MeV} \\ 2V_c &= 9.0 \pm 0.9 \text{ MeV} \\ V_\sigma - V_{\sigma\sigma} &= -5.6 \pm 1.4 \text{ MeV} \\ 2V_{\sigma\sigma} &= 4.4 \pm 1.8 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (4)$$

(b) Odd Nordheim number の場合

この場合として $A \sim 90$ の領域にある ^{92}Nb をあげ、この核の配位を $(d_{5/2n} g_{9/2p})$ と考えた。この配位ではスピンの平行結合した時にエネルギー最低となるが (a) の場合と同様 ^{92}Nb の励起準位から

$$\begin{aligned} V_0 - V_c &= -6.5 \pm 2.2 \text{ MeV} \\ 2V_c &= 10.3 \pm 4.8 \text{ MeV} \\ V_\sigma - V_{\sigma\sigma} &= -0.3 \pm 0.6 \text{ MeV} \\ 2V_{\sigma\sigma} &= 0.3 \pm 4.1 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (5)$$

を導出した。

(4) 式と (5) 式とを比較してみると、 N が even か odd によって V_{np} の spin dependent term は非常に異なるが、spin independent term は配位が異なるにもかかわらずほぼ同値を有するというを示している。

2.5 AUERBACH-TALMI⁹⁾, VERVIER¹⁰⁾

これらの論文では中重核を取扱い、核の結合エネルギーの実験値から結合エネルギーを与える変数値を、励起準位のエネルギーの実験値から 2 核子相互作用の行列要素の値を最小 2 乗法により決定し、これらの値を用いて種々の核の励起準位を計算した結果、実験値との非常によい一致が得られることを示した。また VERVIER は二重極、四重極能率の計算も行なった。ただしここでの方法は簡単な配位のみをとるので、実験で得られたすべてのスピン、パリティ準位を再現することはできず、限られた配位での励起準位のみが計算される。またこの方法は V_{np} の具体的な形を設定することなく、行列要素を実験値でおきかえてしまうため、ポテンシャルの強さ、range 等についての知識を得ることは不可能である。

2.6 SASAKI¹¹⁾, OHNUMA-SASAKI¹²⁾

ここでは Ca, Ni 領域の奇-奇核の分析を行なった。奇-奇核の最後の中性子および陽子がそれぞれ j_n, j_p 配位をもつときに

$$(a) \quad j_n \neq j_p \text{ の場合には} \\ V_{np} = -V_0[(1-\alpha) + \alpha(\sigma_n \cdot \sigma_p)]f(r_{np}) \quad (6)$$

(b) $j_n = j_p$ の場合にはアイソスピンが良い量子数として存在するので $(\tau_n \cdot \tau_p)$ の因子をも考慮して

$$V_{np} = -V_0(\tau_n \cdot \tau_p)[(1-\alpha) + \alpha(\sigma_n \cdot \sigma_p)]f(r_{np}) \quad (7)$$

の形の相互作用を仮定した。ここで α は核力の混合変数、 $f(r_{np})$ には Gauss 型を仮定した時に、 V_0, α および non-dimensional force range $\lambda (=r_0 \sqrt{\nu/2}, r_0 = \text{force range}, \nu = \frac{m\omega}{\hbar})$ を変数として励起準位のエネルギーに最も合うようにこれらの変数を求めた結果、次のような系統的な値を得た。

(a) の場合

$$V_0 \sim 20 \text{ MeV}, \alpha \sim 0.1, \lambda \sim 1.0 (r_0 \sim 2.5 f_m)$$

(b) の場合

$$V_0 \sim 20 \text{ MeV}, \alpha \sim 0.8, \lambda \sim 0.6 (r_0 \sim 1.7 f_m)$$

3. $^{90}\text{Y}, ^{92}\text{Nb}$ における中性子-陽子相互作用

次いでわれわれは Zr 領域の奇-奇核に対する分析を殻模型に基づいて行なった。最後の中性子および陽子の配位が簡単と思われ、かつ励起状態の性質が実験的によく知られている $^{90}\text{Y}, ^{92}\text{Nb}$ についての分析結果を以下に与える。

まず ^{90}Y の実験値は HAMBURGER-HAMBURGER¹³⁾ および BLACK-DARCEY-ISLAM¹⁴⁾ による実験で得られたものを用いた。彼らは角分布の形、その大きさに対する $(2J+1)$ 則の適用から $2^-(\text{gnd}), 3^-(1\text{st})$ は $(d_{5/2n}, p_{1/2p})$, $7^+(2\text{nd}), 2^+(3\text{rd})$ は $(d_{5/2n}, g_{9/2p})$, $0^-(4\text{th}), 1^-(5\text{th})$ は $(s_{1/2n}, p_{1/2p})$, $2^-(6\text{th}), 1^-(7\text{th})$ は $(d_{3/2n}, p_{1/2p})$, $4^-(8\text{th}), 3^-(9\text{th})$ は $(g_{7/2n}, p_{1/2p})$ の各中性子、陽子の配位によるスピン平行、反平行の doublet で生ずると定めた。

われわれはこの配位をもちい、中性子および陽子の単一粒子準位はそれぞれ ^{90}Sr と ^{91}Zr 、および ^{90}Y の励起準位より $\epsilon_n(s_{1/2} - d_{5/2}) = 1.138 \text{ MeV}$, $\epsilon_n(d_{3/2} - d_{5/2}) = 2.045$, $\epsilon_n(g_{7/2} - d_{5/2}) = 2.205 \text{ MeV}$ ¹⁵⁾, $\epsilon_p(g_{9/2} - p_{1/2}) = 0.908 \text{ MeV}$ ¹⁶⁾ をとった。

一方 ^{92}Nb は $7^+, 2^+, 3^+, 5^+, 4^+, 6^+$ の準位が得られていたが¹⁷⁾、最近 $^{91}\text{Zr}(^3\text{He}, d)$ の実験¹⁸⁾により $2^-, 3^-$ の状態が見出された。これらのプラスパリティ状態は $(d_{5/2n}, g_{9/2p})$ 配位によるスピン結合のすべてで、 $2^-, 3^-$ は ^{90}Y と同様 $(d_{5/2n}, p_{1/2p})$ 配位の doublet により生ずるものであるとした。

さて解析に当っては中心力

$$V_{np}^c = (V_{TE}^c + V_{TO}^c + V_{SE}^c + V_{SO}^c)f^c(r_{np}) \quad (8)$$

の外に、テンソル力

$$V_{np}^T = (V_{TE}^T + V_{TO}^T)^T(r_{np}) \quad (9)$$

をも考慮して、中心力に対するテンソル力の効果をしらべた。また $f(r_{np})$ は両者とも Gauss 型をもつものとした。

中心力のみの場合では、中心力の range λ^c を 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 ととり、それぞれの λ^c の場合に

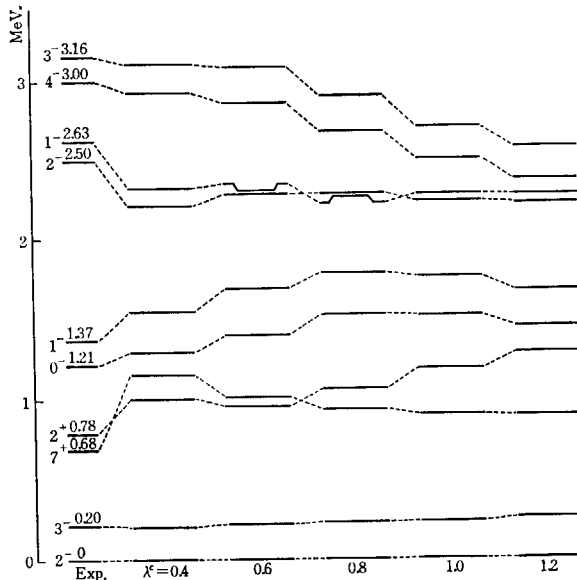


Fig. 1 The experimental and calculated energy levels of ^{90}Y . The case of central force.

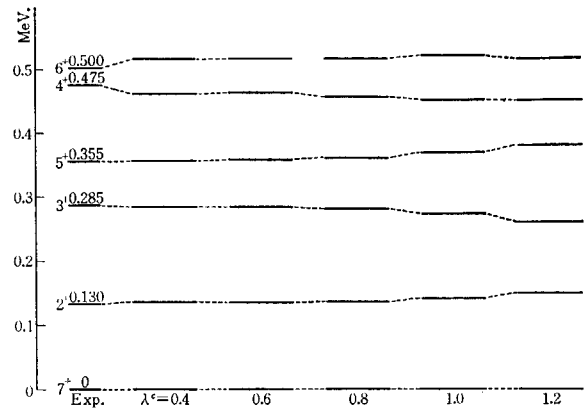


Fig. 2 The experimental and calculated energy levels of ^{92}Nb . The case of central force.

TABLE 3 Potential parameters for ^{90}Y and ^{92}Nb . In the case of ^{92}Nb , the values of only positive parity states are taken into account of.

λ^c $r_0(f_m)$	0.4 ~1.2	0.6 ~1.8	0.8 ~2.4	1.0 ~3.0	1.2 ~3.7
^{90}Y $V_{TE}^c(\text{MeV})$	-175.636	-65.338	-29.889	-12.924	-6.947
$V_{TO}^c(")$	-267.059	-106.899	-49.728	-23.777	-12.416
$V_{SE}^c(")$	-168.445	-70.676	-32.912	-14.351	-4.859
$V_{SO}^c(")$	6.693	-7.747	-5.504	-2.878	-1.019
r. m. s.	0.706	0.678	0.872	1.063	1.177
^{92}Nb $V_{TE}^c(\text{MeV})$	-53.955	-29.326	-22.088	-17.832	-14.192
$V_{TO}^c(")$	-182.892	-16.948	2.809	4.659	1.637
$V_{SE}^c(")$	-38.283	-2.850	1.545	3.352	7.434
$V_{SO}^c(")$	42.308	-18.708	-16.639	-15.070	-18.073
r. m. s.	0.023	0.021	0.027	0.039	0.050

$$\text{r. m. s.} = \sqrt{\sum_j \{E(J)_{\text{exp}} - E(J)_{\text{cal}}\}^2}$$

^{90}Y , ^{92}Nb で任意の 4 本の励起準位の組をとり、最小 2 乗法により $V_{TE}^c, V_{TO}^c, V_{SE}^c, V_{SO}^c$ の 4 つの変数値を決定した。その結果 ^{90}Y の場合には Fig. 1 に示すごとく λ^c による励起準位の変動は大きく、最小 2 乗値も異なる。一方 ^{92}Nb ではプラスパリティ準位のみを考慮して計算した結果を Fig. 2 に示した。TABLE 3 にはこのようにして決定した各 range でのポテンシャル変数値と最小 2 乗値をあげておく。最小 2 乗値が ^{90}Y の場合に ^{92}Nb に比べて大きいのは、前者では 9 本の励起準位があり、後者では 5 本だけで、 $V_{TE}^c, V_{TO}^c, V_{SE}^c, V_{SO}^c$ の 4 変数値ですべての準位を合わせることは ^{92}Nb に比べ ^{90}Y の方が困難である

ためと思われる。

次に中心力のみで得られた結果に対するテンソル力の影響をしらべるため、両者の核で $\lambda^c=0.6$ の場合に ^{90}Y では λ^T を 1.0, ^{92}Nb では λ^T を 0.8 とし、たとえば $V_{TE}^c=-10\text{ MeV}$, $V_{TO}^c=10, 5, 3\text{ MeV}$ および $V_{TE}^c=-20\text{ MeV}$, $V_{TO}^c=20, 10, 5, 3\text{ MeV}$ ととった時の各ポテンシャル値での準位の変化を Fig. 3, 4, 5, 6 に示した。

さらに ^{92}Nb のプラスパリティ準位に加え、 $2^-, 3^-$ 準位を考慮すると 6 本の励起準位 ($2^-, 3^-$ の配位はプラスパリティ準位の配位と異なるので $\Delta E_{\text{exp}}(3^- - 2^-)$ を一つの実験値とする) を実験値として使用できるので、これ

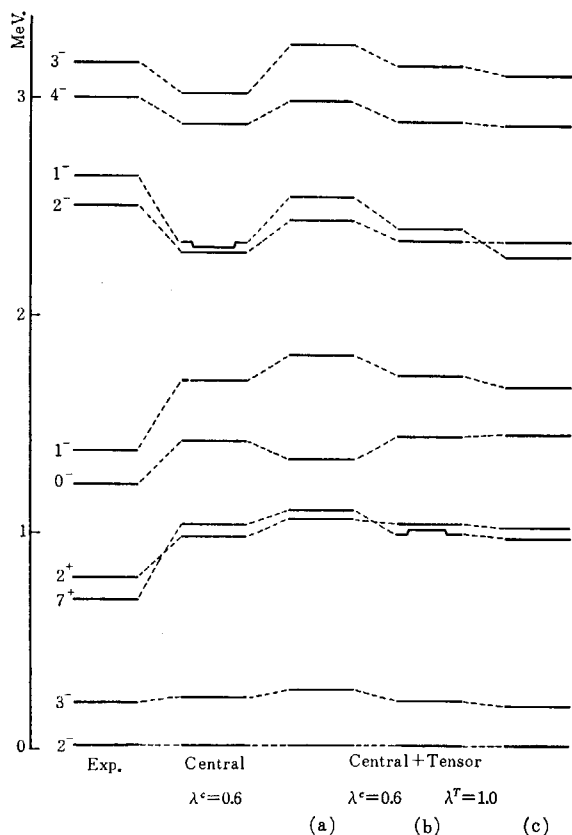


Fig. 3 The experimental and calculated energy levels of ^{90}Y . The case of central and tensor forces.

- (a) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 10 \text{ MeV}$
 (b) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 5 \text{ MeV}$
 (c) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 3 \text{ MeV}$

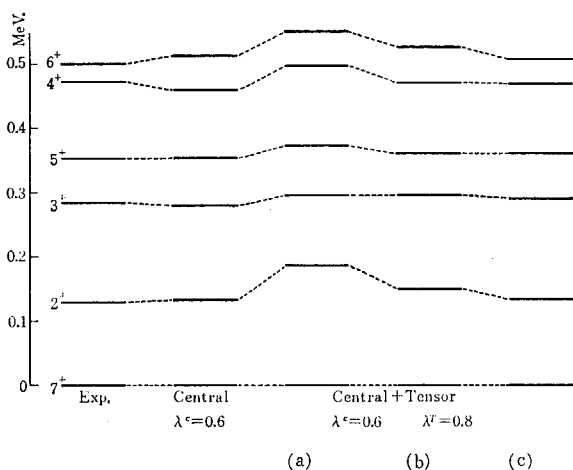


Fig. 5 The experimental and calculated energy levels of ^{92}Nb . The case of central and tensor forces.

- (a) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 10 \text{ MeV}$
 (b) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 5 \text{ MeV}$
 (c) $V_{TE}^T = -10 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 3 \text{ MeV}$

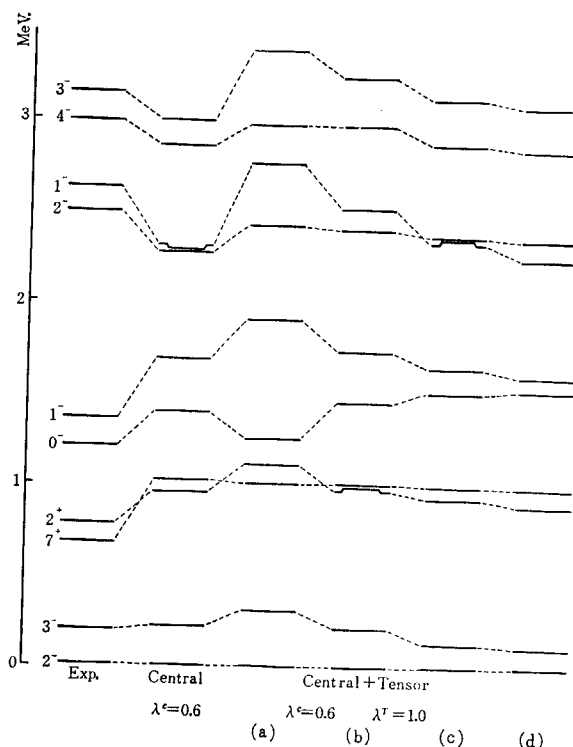


Fig. 4 The experimental and calculated energy levels of ^{90}Y . The case of central and tensor forces.

- (a) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 20 \text{ MeV}$
 (b) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 10 \text{ MeV}$
 (c) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 5 \text{ MeV}$
 (d) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 3 \text{ MeV}$

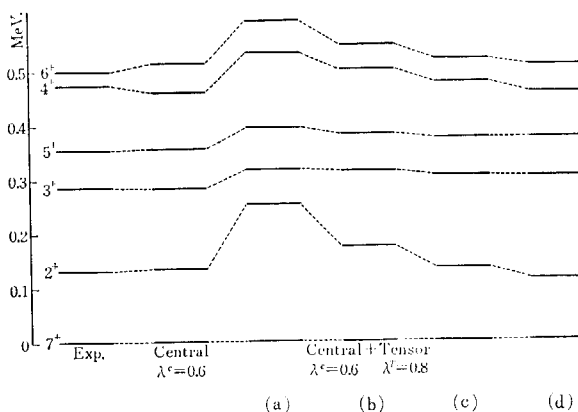


Fig. 6 The experimental and calculated energy levels of ^{92}Nb . The case of central and tensor forces.

- (a) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 20 \text{ MeV}$
 (b) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 10 \text{ MeV}$
 (c) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 5 \text{ MeV}$
 (d) $V_{TE}^T = -20 \text{ MeV}$, $V_{TO}^T = 3 \text{ MeV}$

TABLE 4 Potential parameters for ^{92}Nb . In this case, the values of both positive and negative parity states are taken into account of.

	$\lambda^C=0.6$		$r_0^C(f_m)\sim 1.8$
	$\lambda^T=0.8$ $r_0^T(f_m)\sim 2.4$	1.0 ~ 3.0	1.2 ~ 3.7
$V_{TE}^C(\text{MeV})$	8.932	8.898	8.824
$V_{TO}^C(\text{ " })$	-13.837	-13.747	-13.619
$V_{SE}^C(\text{ " })$	-13.971	-13.927	-13.794
$V_{SO}^C(\text{ " })$	25.601	25.610	25.575
$V_{TE}^T(\text{ " })$	0.415	0.196	0.121
$V_{TO}^T(\text{ " })$	-0.704	-0.458	-0.382

らを用いると中心力での4変数、テンソル力での2変数を一意的に決定しうる。TABLE 4 には $\lambda^C=0.6$, $\lambda^T=0.8$, 1.0, 1.2* とした場合にこのようにして求めた値をあげた。

以上に得たポテンシャル変数値は励起準位のエネルギーの実験値から導出したものであるが、果してこれらの値が、核の結合エネルギーをどのように与えるかを次に検討する。

(A) ^{90}Y の場合

この核の中性子-陽子の結合エネルギー $\Delta(BE)$ は次式により求める。

$$\begin{aligned} \Delta(BE) = & BE(^{90}\text{Y}) - BE(^{88}\text{Sr}) - [BE(^{89}\text{Y}) \\ & - BE(^{88}\text{Sr})] - [BE(^{89}\text{Sr}) - BE(^{88}\text{Sr})] \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $BE(^A\text{X})$ は核 ^AX の総結合エネルギーで、MATTACH-THIELE-WAPSTRA¹⁹⁾ により与えられた質量表より計算した。その結果 $\Delta(BE)_{\text{exp}} = -(0.548 \pm 0.105)$ MeV を得た。一方理論値は、中心力のみを仮定して $\lambda^C=0.6$ の場合に TABLE 3 に示されたポテンシャル変数値を用いて $\langle d_{5/2n} p_{1/2p} J=2^- | V_{np} | d_{5/2n} p_{1/2p} J=2^- \rangle$ を計算した結果は $\Delta(BE)_{\text{cal}} = -2.281$ MeV となり、実験値と比べ約4倍ほど大きな値となった。

(B) ^{92}Nb の場合

^{90}Y の場合と同様結合エネルギーは

$$\begin{aligned} \Delta(BE) = & BE(^{92}\text{Nb}) - BE(^{90}\text{Zr}) - [BE(^{91}\text{Nb}) \\ & - BE(^{90}\text{Zr})] - [BE(^{91}\text{Zr}) - BE(^{90}\text{Zr})] \end{aligned} \quad (11)$$

より求める。 $\Delta(BE)_{\text{exp}} = -(0.548 \pm 0.105)$ MeV となり、 $\lambda^C=0.6$ での $\langle d_{5/2n} g_{9/2p} J=7^+ | V_{np} | d_{5/2n} g_{9/2p} J=7^+ \rangle$ の値から $\Delta(BE)_{\text{cal}} = -0.703$ MeV となり、ほぼ実験値に近い値が得られた。

4. 討 論

2ではいくつかの論文を紹介したが、この外にも数種の論文があるにしても、核内の中性子-陽子間力を定量的に分析したものは少なく、この力についての概念的な記述あるいは相互作用の表式化を行なったもの等が多い。したがって1に述べた如くまだまだこの力の分析は初期の段階で、今後多くの課題を抱えている。

2, 3で述べた奇-奇核についての分析結果をもとにここではいくつかの結論を引き出してみよう。

まず中心力のみについてみると2.2, 2.3, 2.6等で示されたように(2)式または(6)式の形の V_{np} を仮定すると、 α は ~ 0.1 の値が系統的に得られているが、こうした場合には spin dependent なポテンシャルは余り重要ではないといえる。しかしながらアイソスピン部分をも考慮するとこの事情は逆になり、2.4, 2.6でみられるように spin dependent term はかなり大きな役割を果たすことになる。中性子-陽子間力では $T=0$ と1とが存在するので、アイソスピン部分を無視する近似は本来妥当ではなく、恐らく後者の結論が実際の力を反映しているのではないと思われる。

次にテンソル力の中心力に対する影響は、2.1および3におけるわれわれの仕事にみられる如く余り大きくない。これはテンソル力の行列要素は中心力のそれに比べ、一桁小さいことから自明である。

2および3での結果を一望して、各質量数領域でポテンシャルの強さと range についての値の系統性はみられず、種々の値をもつことは、核子の配位とか、ポテンシャルの形とかの現象論的仮定にかなり依存するので、厳密な意味での結論を抽出することは不可能で、変数値はすべて模型依存性をもつものと解釈すべきであるが、一つの模型のみを用いて各質量数領域での変数値を探すことも現象論の初期段階として必要である。

3での ^{90}Y , ^{92}Nb の分析では、後者においては $(d_{5/2n} g_{9/2p})$ 配位のみを仮定すると、実験値とのよい一致が得られるが、前者ではこの一致が悪い。これは ^{90}Y においては、その励起状態の計算で5種の異なる配位を仮定し、これらの配位にある中性子-陽子間力には共通のポテンシャルを用いたために生じたものではないか、換言すればポテンシャルは状態依存性をもつにも拘らず、この依存性を無視したためのものと思われる。

最近 (p, n), (^3He , t) 反応等の実験から奇-奇核の実験データが集積されつつあり、これらのデータからさらに多くの中性子-陽子間力についての知識が得られるものと期待できる。

* テンソル力の強さおよび force range の値については種々の議論があるが、まだ定量的なものは得られていない。ただ中心力の強さよりも弱く、range は大体中心力の1.5~2倍程度であることが定性的にいられている。我々がここでとった値はその一例としての意味をもつ。

文 献

- 1) KIM Y. E. : *Phys. Rev.*, **131** 1712 (1963)
- 2) KIM Y. E. and RASMUSSEN J. O. : *Nucl. Phys.*, **47** 184 (1963)
- 3) BRUEKNER K. A. and GAMMEL J. L. : *Phys. Rev.*, **109** 1023 (1958)
- 4) VERVIER J. : *Phys. Lett.*, **7** 200 (1963)
- 5) GOLDSTEIN S. and TALMI I. : *Phys. Rev.*, **102** 589 (1956)
- 6) PANDYA S. P. : *Phys. Lett.*, **10** 178 (1964)
- 7) SWEET R. F., BHATT K. H. and BALL J. B. : *Phys. Lett.*, **8** 131 (1964)
- 8) KIM C. H., PANDYA S. P. and WONG S. S. M. : *Nucl. Phys.*, **A99** 161 (1967)
- 9) AUERBACH N. and TALMI I. : *Nucl. Phys.*, **64** 458 (1965)
- 10) VERVIER J. : *Nucl. Phys.*, **75** 17 (1966)
- 11) SASAKI K. : *Nucl. Phys.*, **71** 95 (1965)
- 12) OHNUMA H. and SASAKI K. : *Phys. Lett.*, **17** 126 (1965)
- 13) HAMBURGER A. I. and HAMBURGER E. W. : *Phys. Lett.*, **4** 223 (1963)
- 14) BLACK J. L., DARCEY W. and ISLAM M. M. : *Nucl. Phys.*, **79** 65 (1966)
- 15) COHEN B. L. : *Phys. Rev.*, **125** 1358 (1962)
PRESTON R. L., MARTIN JR. H. J. and SAMPSON M. B. : *Phys. Rev.*, **121** 1741 (1961)
- 16) SHAFROTH M., TREHAN P. N. and VAN PATTTER D. M. : *Phys. Rev.*, **129** 704 (1963)
- 17) SHELIN R. K., WATSON C. and HAMBURGER W. E. : *Phys. Lett.*, **8** 121 (1964) および 7)
- 18) BALL J. B. and CATES M. R. : *Phys. Lett.*, **25B** 126 (1967)
- 19) MATTAUCH J. H. E., THIELE W. and WAPSTRA A. H. : *Nucl. Phys.*, **67** 1 (1965)