

沸騰軽水型炉における変量ゆらぎの源と  
伝達特性に関する研究

---

1981年3月

---

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

## JAERI レポート

この報告書は、日本原子力研究所で行われた研究および技術の成果を研究成果編集委員会の審査を経て、不定期に刊行しているものです。

### 研究成果編集委員会

委員長 森 茂 (理事)

委 員

朝岡 卓見 (原子炉工学部)	田中 茂也 (物理部)
安達 公道 (安全工学部)	田中 正俊 (核融合研究部)
伊藤 彰彦 (環境安全部)	田村 早苗 (大型トカマク開発部)
上野 馨 (原子炉化学部)	仲本秀四郎 (技術情報部)
岡本 次郎 (高崎研究所)	長崎 隆吉 (燃料工学部)
神原 忠則 (材料試験炉部)	沼宮内弼雄 (保健物理部)
栗山 将 (高崎研究所)	橋谷 博 (原子炉化学部)
小林 岩夫 (動力試験炉部)	浜口 由和 (物理部)
桜井 裕 (研究炉管理部)	原 昌雄 (動力炉開発・安全性研究管理部)
佐藤 一夫 (安全解析部)	更田豊次郎 (企画室)
佐野川好母 (高温工学部)	三井 光 (高崎研究所)
四方 英治 (製造部)	

入手 (資料交換による)、複製などの問合せは、日本原子力研究所技術情報部 (〒319-11 茨城県那珂郡東海村) にて、お申しつきください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター (茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内) で複写による実費頒布をおこなっております。

## JAERI Report

Published by the Japan Atomic Energy Research Institute

Board of Editors

Shigeru Mori (Chief Editor)

Hiromichi Adachi	Akihiko Ito	Hideshi Nakamoto	Eiji Shikata
Takumi Asaoka	Masanori Kanbara	Takao Numakunai	Sanae Tamura
Toyojiro Fuketa	Iwao Kobayashi	Jiro Okamoto	Masatoshi Tanaka
Yoshikazu Hamaguchi	Isamu Kuriyama	Hiroshi Sakurai	Shigeya Tanaka
Masao Hara	Hiroshi Mitsui	Konomo Sanokawa	Kaoru Ueno
Hiroshi Hashitani	Ryukichi Nagasaki	Kazuo Sato	

Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to the Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

## JAERI 1269 正 誤 表

頁	行, 式番号	誤	正
2	左, 上 16	Shottky	Schottky
9	左, 上 14	$g_{ji}$	$g_{ii}$
"	左, 上 15	$g_{jL}$	$g_{iL}$
11	右, 中段 (2.23) 式	$R$	$k$
17	左, 上段 (2.119) 式	$\phi_y, \phi_{yu}, \phi_{uy}, \phi_u$	$\phi_y, \phi_{yu}, \phi_{uy}, \phi_u$
22	左, 中段 (2.177) 式	$g_{ii}$	$g_{ij}$
23	左, 上段 (2.189) 式	不安定な要素	不定な要素
25	左, 下 8	2, 3	2, 3
52	左, 上段 (4.39) 式	$\cdots l)dl$	$\cdots l)dl \}$
"	左, 上 14	ここに一は	ここに一は
57	右, 上段 (4.71) 式	$\cdots \frac{\partial v_w}{\partial p}$	$\cdots \frac{\partial v_w}{\partial p}$
81	TABLE A・2, A(4) 右から 2 列目	$-.1565E+01$ $.2660E-01$	$.1565E-01$ $-.2660E-01$
83	左, 上段 (A.77) 式	$\cdots (A'-C')+D' \cdots$	$\cdots (A'-C'+D') \cdots$
83	TABLE A・4, 中央列 下から 1	$\cdots \frac{\cdots}{\tau_{01}s}$	$\cdots \frac{\cdots}{\tau_{01}s}$
84	TABLE A・4, 中央列 上から 7	$\cdots \underline{\overline{V}_{sub}}$ $\cdots$	$\cdots \underline{\overline{V}_{sub}}$ $\cdots$

## 沸騰軽水型炉における変量ゆらぎの源と伝達特性に関する研究

日本原子力研究所大洗研究所材料試験炉部

松 原 邦 彦

1980年7月25日受理

本論文の目的は、BWR システムにおける、(1)ノイズ源の配置状態と、(2)伝達特性パラメータの変化をプラントプロセス変量のゆらぎ信号観測によって確定できるかどうかを明らかにすることである。ゆらぎ信号の解析によって、伝達関数のパラメータを確定するためには、ノイズ源の統計的な特性を知る必要がある。したがって、BWR のよくわかっていないノイズ源は、ノイズ解析者の研究対象となっている。

この未知なノイズ源を推定し、評価するために、著者は BWR プラントシステムのゆらぎ信号に多変量自己回帰 (MAR) モデルをあてはめる方法を応用した。このモデル使用によって、ノイズ源の統計的な特性 (パワースペクトル) とシステムの周波数応答関数が分離して求められる。

実験は JPDR-II において行われた。取扱ったゆらぎ信号は中性子密度、圧力容器圧力、ポンプ流量、蒸気流量、給水流量、計装燃料集合体 (IFA) におけるチャンネル流量、燃料中心温度、炉心入口冷却材温度であった。

MAR モデルあてはめの結果、チャンネル流量、ポンプ流量、燃料中心温度、炉心入口温度、圧力などの独立性を有するノイズ源のパワースペクトルが推定された。プロセス変量間の周波数応答関数も MAR モデルより推定され、理論モデル（三井田・須田モデル）のカーブと比較された。これらの実験の結果、この手法は(1)理論ノイズモデルの評価、(2)異常ノイズ源、伝達関数のパラメータ監視への応用に潜在的な有用性をもっていることがわかった。

## Studies on Sources and Transmission Characteristics of Fluctuations of Variables in BWR

Kunihiko Matsubara

Division of JMTR Project, Oarai Research Establishment,  
Japan Atomic Energy Research Institute,  
Oarai-machi, Higashibaraki-gun, Ibaraki-ken

Received July 25, 1980

It is the purpose of this paper to clarify if one can determine some changes in (1) noise source distribution, and in (2) dynamic parameters of a BWR system by the observation of random fluctuations of the process variables. To determine parameters of the transfer functions by analysing the fluctuation signals, it requires the statistical characteristics about noise sources. Therefore, unknown noise sources in a BWR have been an object of investigation to the noise analysts.

To estimate unknown noise sources, the author applied multivariate autoregressive (MAR) model fitting to the fluctuation signals in a BWR plant system. With this model, statistical characteristics (power spectra) of the noise sources and the frequency response functions of the system were distinctively analysed.

The experiments were performed in the Japan Power Demonstration Reactor (JPDR)-II. Fluctuation signals dealt with were the neutron density, the vessel pressure, the pump flow, the steam flow, the feed-water flow, and the channel flows, the fuel center temperature and the coolant inlet temperature of the instrumented fuel assemblies (IFAs).

With the result of MAR model fitting, the power spectra of independent noise sources in the coolant channel flows, the pump flow, the fuel center temperature, the inlet temperature and the pressure were estimated. The frequency response functions among the process variables were also estimated with the MAR model, and compared with a theoretical model (Miida-Suda model).

It is concluded through the experiments that this method has potential usefulness for (1) evaluation of theoretical noise models, and for (2) monitoring abnormal noise sources and parameters of the transfer functions of a power reactor plant system.

KEYWORDS: Fluctuation Signals, Noise Sources, Transfer Functions, BWR Plant, MAR Model, Power Spectrum, Neutron Noise, Channel Flow Noise, Parameter Monitoring, Void Noise.

## 目 次

1. 序 論	1
1.1 本研究の目的と課題	1
1.2 関連研究の歴史的経緯	1
1.3 関連研究の現状と問題点	3
1.3.1 ノイズ解析手法	3
1.3.2 BWR におけるノイズ源の研究	4
1.3.3 ゆらぎ伝達経路の動特性の研究	6
1.4 本研究の位置づけと内容の要約	6
2. ノイズ解析手法に関する考察	9
2.1 相関およびスペクトル解析による従来の手法	9
2.1.1 システムの構造と解析の課題	9
2.1.2 従来の手法における限界	9
2.2 システム同定手法の適用	10
2.2.1 時系列解析のモデル構造	10
2.2.2 回帰, 自己回帰および移動平均モデル	11
2.2.3 最小2乗法によるパラメータの推定	16
2.3 MAR モデルの同定手法の適用	18
2.3.1 MAR モデル選定の理由	18
2.3.2 フィードバック系への適用性	19
2.3.3 次数の決定(赤池のMFPEC 法)	19
2.3.4 パワースペクトル推定	21
2.3.5 ノイズ寄与分, ノイズ寄与率	21
2.3.6 周波数応答, インパルス応答への変換	21
2.3.7 可同定性を満たすノイズ源の配置	22
2.3.8 ノイズ源欠落のチェック方法	23
2.3.9 モデルあてはめの精度	24
2.4 ノイズ解析手法のまとめ	25
3. 原子炉システムと実験条件	27
3.1 JPDR-II の概要	27
3.2 IFA, 核計装, プロセス計装の条件	28
3.3 実験条件と実験方法	30
3.4 データ処理系と計算コード	32
3.5 サンプリング条件の決定	34
4. ノイズ源に関する実験的考察	35
4.1 中性子ゆらぎの局所的要素と大域的要素	35
4.2 大域的中性子ノイズ源の解析	36
4.3 ボイド発生とともにうるさいノイズ源の考察	39
4.3.1 野村のボイド発生ノイズ源	39
4.3.2 野村のボイド発生ノイズ源検出の理論的根拠	40
4.3.3 実験結果と考察	42
4.4 流量ゆらぎの源に関する考察	44
4.4.1 中性子ノイズ源としての流量ゆらぎ	44
4.4.2 チャンネル流量ゆらぎの観測結果	45
4.4.3 チャンネル流量ゆらぎ源観測結果に関する理論的考察	50
4.4.4 圧力ゆらぎから流量ゆらぎへの寄与	52
4.5 燃料温度ゆらぎ源の考察	53

4.5.1 燃料温度ゆらぎのシステム	53
4.5.2 実験の結果と考察	54
4.6 炉心入口冷却材温度ゆらぎ源の考察	55
4.6.1 炉心入口冷却材温度ゆらぎのシステム	55
4.6.2 実験の結果と考察	56
4.7 圧力ゆらぎ源の考察	57
4.8 ノイズ源解析のまとめ	57
5. ゆらぎ伝達経路の動特性に関する実験的考察	60
5.1 BWR におけるゆらぎ伝達経路	60
5.2 流量、温度、圧力ゆらぎから中性子ゆらぎへの周波数応答	60
5.2.1 FCP 流量から中性子密度への周波数応答	60
5.2.2 燃料温度から中性子密度への周波数応答	61
5.2.3 圧力から中性子密度への周波数応答	61
5.2.4 炉心入口冷却材温度から中性子密度への周波数応答	62
5.2.5 中性子ゆらぎの動特性同定のまとめ	62
5.3 中性子ゆらぎから燃料温度、圧力ゆらぎへの周波数応答	63
5.3.1 中性子密度から燃料温度への周波数応答	63
5.3.2 中性子密度から圧力への周波数応答	63
5.4 FCP 流量ゆらぎから圧力ゆらぎへの周波数応答	64
5.5 飽和温度、流量ゆらぎから炉心入口冷却材温度ゆらぎへの周波数応答	65
5.5.1 飽和温度から炉心入口冷却材温度への周波数応答	65
5.5.2 FPC 流量から炉心入口冷却材温度への周波数応答	66
5.5.3 給水流量から炉心入口冷却材温度への周波数応答	66
5.5.4 炉心入口冷却材温度ゆらぎの動特性同定のまとめ	66
5.6 圧力ゆらぎから FCP 流量ゆらぎへの周波数応答	67
5.7 ゆらぎ伝達経路の動特性同定まとめ	68
6. 結 論	69
謝 辞	70
文 献	71
付録 1. スペクトル、コヒーレンス、条件付スペクトルおよび偏コヒーレンス	73
付録 2. FPE 関数の導出	75
付録 3. MAR 係数とインパルス応答および周波数応答との関係式の導出	77
付録 4. タービン流量計の構造と特性	78
付録 5. 同定された MAR 係数の例	80
付録 6. 三井田-須田モデルにおける伝達関数の表と記号	82

## Contents

1. Introduction .....	1
1.1 Purpose and subject of investigation .....	1
1.2 Historical survey .....	1
1.3 Related current problems .....	3
1.3.1 Noise analysis techniques .....	3
1.3.2 Noise sources in BWR .....	4
1.3.3 Dynamics of fluctuation transmission paths .....	6
1.4 Standing of the studies in this paper and summary of contents.....	6
2. Considerations on Noise Analysis Techniques.....	9
2.1 Conventional method by using correlation functions and spectral densities.....	9
2.1.1 System structure and problems to be solved.....	9
2.1.2 Limit of the conventional method .....	9
2.2 Application of system identification techniques.....	10
2.2.1 Model structure for time series analysis.....	10
2.2.2 Regression, autoregressive and moving-average model .....	11
2.2.3 Parameter estimation by the least squares method .....	16
2.3 Application of MAR model identification .....	18
2.3.1 Why MAR model is emloyed.....	18
2.3.2 Applicability of MAR model for feedback systems .....	19
2.3.3 Decision of model order (Akaike's MFPEC).....	19
2.3.4 Estimation of power spectral densities .....	21
2.3.5 Noise contribution, ratio of noise contribution .....	21
2.3.6 Conversions to frequency responses and impulse responses .....	21
2.3.7 Placement of noise sources satisfying identifiability .....	22
2.3.8 Checking for lack of noise sources .....	23
2.3.9 Accuracy of model fitting .....	24
2.4 Summary of noise analysis techniques .....	25
3. Reactor System and Conditions for Experiments .....	27
3.1 Outline of the JPDR-II .....	27
3.2 Conditions of instrumentation ; IFA, neutron detectors and other plant processes .....	28
3.3 Experimental conditions and method .....	30
3.4 Data processing and computer codes .....	32
3.5 Decision of sampling conditions .....	34
4. Experimental Studies on Noise Sources .....	35
4.1 Local and global component of neutron fluctuations .....	35
4.2 Analysis of global neutron noise sources .....	36
4.3 Detection of void generation noise source .....	39
4.3.1 Nomura's void generation noise source .....	39
4.3.2 Theoretical basis for detection of Nomura's void generation noise source .....	40
4.3.3 Experimehtal results and considerations .....	42
4.4 Analysis of noise sources of core flow.....	44
4.4.1 Core flow fluctuations as a neutron noise source.....	44
4.4.2 Observation of channel flow fluctuations .....	45

4.4.3	Theoretical considerations on the observed results of channel flow fluctuations .....	50
4.4.4	Contribution of pressure fluctuations to core flow fluctuations.....	52
4.5	Noise sources of fuel temperature .....	53
4.5.1	System of fuel temperature fluctuations.....	53
4.5.2	Experimental results and considerations .....	54
4.6	Noise sources of core inlet coolant temperature .....	55
4.6.1	System of core inlet coolant temperature fluctuations.....	55
4.6.2	Experimental results and considerations .....	56
4.7	Noise sources of pressure .....	57
4.8	Summary of noise source studies .....	57
5.	Experimental Studies on Dynamics of Noise Transmission Paths.....	60
5.1	Noise transmission paths in BWR .....	60
5.2	Frequency responses of neutron fluctuations to flow, temperature and pressure fluctuations .....	60
5.2.1	Frequency response of neutron density to FCP flow .....	60
5.2.2	Frequency response of neutron density to fuel temperature.....	61
5.2.3	Frequency response of neutron density to pressure .....	61
5.2.4	Frequency response of neutron density to core inlet coolant temperature .....	62
5.2.5	Summary of identification results for neutron fluctuation dynamics .....	62
5.3	Frequency responses of fuel temperature and pressure fluctuations to neutron fluctuations .....	63
5.3.1	Frequency response of fuel temperature to neutron density .....	63
5.3.2	Frequency response of pressure to neutron density.....	63
5.4	Frequency response of pressure fluctuations to FCP flow fluctuations .....	64
5.5	Frequency response of core inlet coolant temperature fluctuations to saturated water temperature and flow fluctuations.....	65
5.5.1	Frequency response of core inlet coolant temperature to saturaterd water temperature.....	65
5.5.2	Frequency response of core inlet coolant temperature to FCP flow .....	66
5.5.3	Frequency response of core inlet coolant temperature to feedwater flow .....	66
5.5.4	Summary of identification results for core inlet coolant temperature dynamics .....	66
5.6	Frequency response of FCP flow fluctuations to pressure fluctuations .....	67
5.7	Summary of dynamics identifications .....	68
6.	Conclusions .....	69
	Acknowledgments .....	70
	References .....	71
Appendix 1.	Spectrum, Coherence, Conditioned Spectrum and Partial Coherence.....	73
Appendix 2.	Derivation of FPE Function.....	75
Appendix 3.	Derivations of the Relations between MAR Coefficients and Impulse Response or Frequency Response .....	77
Appendix 4.	Structure and Characteristics of the Turbine Flow-Meters .....	78
Appendix 5.	Examples of Identified MAR Coefficients .....	80
Appendix 6.	Table of the Transfer Functions by Miida-Suda Model and Nomenclature .....	82

## 1. 序論

### 1.1 本研究の目的と課題

本研究は、原子力プラントの計測信号ゆらぎ成分の解析を行い、そのゆらぎ源とゆらぎ伝達の特性を明らかにすることによって、異常早期診断の技術へ応用することを目的とする。

原子力プラントの安全性確保は、よく知られた次の3つの段階において行われる。

(1) 設計・製作の段階

(安全設計概念、構造、材料、試験検査など)

(2) 運転・保守の段階

(確実な運転技術、監視技術、定期検査など)

(3) 不幸にして事故が発生した段階

(非常用機器の確実な作動、異常状態認識、拡大防止技術、方策など)

異常早期診断の技術は、この中で(2)の監視技術の中の1つとして位置づけることができる。もしもプラントに異常が発生したならば、できる限り早期に検知し、異常な事象について適確な判断を下すことが必要である。この技術は、(3)の段階における事故への発展を防ぐために重要な位置にある。この技術による異常の検出は、通常備わっているプラント計装の計器の指示値に誰が見ても異常と検知される前に、行わなければならぬ。いくつかの事例で、異常と検知された時、すでに事故への発展を防止できないことがあるからである。したがって通常の方法では読みとれない程度の信号の変動（ゆらぎの性質の変化）の中から異常の前徴についての情報を読みとらなければならない。これが「早期」の意味である。

原子炉の異常早期診断の方法を、著者は次の2つに分類している注1)。

(A) Innovation approach

(システムモデル比較法、逆システムモデル法など)

(B) Noise analysis approach

(パワースペクトル、コヒーレンス解析など)

(A)は原子炉システムのダイナミックスを表わすモデルを何らかの形で構成して、これに原子炉システムの操作信号と同じ信号を入力し、モデルの出力信号を実際の原子炉システムの出力信号と比較し、その差を監視する方法である。モデルへの入力を操作信号ではなく、実際のシステムの出力信号を入れて、モデル出力を操作信号と

比較すると逆システムモデル法となる。たとえば反応度バランス法は後者に属する。モデルとしてどのようなものを用いるかによって様々な手法がある。本論文ではこれに属する問題は直接には取扱わない。

(B)は原子炉システムの出力信号のゆらぎ成分のスペクトルを解析して、その特性変動から機器特性の変化や異常を読みとるものである。これにはオートパワースペクトル(APSD), クロスパワースペクトル(CPSD), コヒーレンス関数、周波数応答関数などが用いられる。これらの周波数軸上の分布に表われるピーク、その幅および局部部的パワーレベルなどを評価して、診断のための情報を読みとる方法が用いられている。

(A)の方法は異常の検出機能に優れているが、異常の内容を詳細に診断するには適していないことが多い。これに対して(B)の方法は異常の原因、場所、異常特性の内容などを診断するのに適しており、抽出し得る情報の多様さにおいて優れている。しかし、この方法は原子炉プラントにおける応用において完成しているわけではない。特殊なケースを除いて、多様な情報の分離抽出に多くの困難をともなっている。(B)の方法を成功させるために最も重要なことは、ノイズ源→ゆらぎの伝達特性→出力信号ゆらぎ、というゆらぎメカニズムについて十分な知識を手中に収めることである。われわれが測定できるのは出力信号ゆらぎだけであり、それからゆらぎ源とその伝達特性を推定し、その中の異常特性をプラントコンポーネントの異常特性に結びつけることができて、はじめて診断手法が確立する。

この目標に対して、理論的な面からも実験的な面からも追求が行われている。本論文は、実験的な面から追求する研究に属し、次の2つの課題をかけている。

(1) ゆらぎを引き起すノイズ源は原子炉システムのどこに、どのような特性をもって存在しているかを出力信号ゆらぎの観測データから解析すること。

(2) ゆらぎの伝達経路の動特性がどのようなものであるかを、出力信号ゆらぎの観測データから解析すること。

本論文の全章を通じてこれらの課題に対する研究の結果を報告する。

### 1.2 関連研究の歴史的経緯

原子炉のノイズ解析法において、このような異常診断に関する研究の歴史的経緯について述べ、現在どのような段階に至っているかを明らかにしておく。1958年、

注1) 従来、いろいろな手法が提案されてきたが、技術手法の考え方の差異から分類した適当な用語が見出せないので、著者が便宜上分類を与えた。“Innovation approach”は参考文献(94)によった。

Moore<sup>1)</sup> は、定常運転時の炉出力ゆらぎの周波数分析によって伝達関数を測定することを提唱した。これを応用して1959年、Cohn<sup>2)</sup> は零出力炉の中性子寿命の測定を行った。この報告以来、世界各国の零出力炉で動特性パラメータの測定や反応度測定、未臨界度の測定などに応用されてきた。わが国においては1961年、住田、他<sup>3)</sup>により JRR-1 の中性子寿命の測定が行われた。その他多くの研究炉で動特性パラメータなどの測定に応用してきた<sup>4)</sup>。

これらの応用においては、ノイズ源は白色であるか、そうでなければそのパワースペクトルが確定していることが必要である。零出力炉のノイズ源を理論的に確定する研究は1960年、Cohn<sup>5)</sup> によって行われた。そこでは中性子の発生・吸収は不規則確率事象であって、離散的に発生することおよび検出器に捕獲される中性子数もまた確率事象であることにもとづいて、Shottky ノイズとして取扱っている。核分裂に際しては、複数個の2次中性子や先行核が同時に放出される。これを分歧現象というが、これに起因したノイズ源成分は斎藤、田次<sup>6)</sup> により理論的考察が行われている。中性子密度の空間および速度依存を考慮した場合の零出力炉ノイズについても研究がなされており<sup>7), 8)</sup>、零出力炉に関する限り、理論・実験ともに1970年代中頃には体系化され、完成したものとみなされている<sup>9)</sup>。

次に研究されたのは、出力炉の安定性モニターとして中性子密度のゆらぎを観測することであった。ある特定の周波数領域で中性子密度のパワーが急激に大きくなると、そこで原子炉は共振をしていることを示す。いくつかの観測例をあげると、ナトリウム冷却炉(SRE)では燃料棒の温度上昇によって0.01Hz付近にパワースペクトルのピークが表われた。これは温度上昇によって燃料棒に曲りが発生し、配列変化によって正の反応度効果が発生しているものと解釈された<sup>10)</sup>。原子力船サバンナ号では、船の動揺とともに中性子密度のパワースペクトルにピークが表われ、その周波数は0.08Hzで船の動揺に対応しているものと解せられた<sup>11)</sup>。

ゆらぎの分散値  $\sigma^2$  を観測して、炉の安定性限界を判定することも行われた。例えば、HBWRでは出力レベルと分散値の逆数 ( $1/\sigma^2$ ) の関係が直線になることから、外挿によって  $1/\sigma^2 \approx 0$  となるような出力レベルを安定限界とした<sup>12)</sup>。

原子炉の異常診断への応用という明確な目標をかかげて行われたノイズ解析は、1967年 Fry and Robinson<sup>13), 14)</sup> によって報告されたものに始まる。彼等は、ORNLのRI 製造用高中性子束炉(HFIR)の中性子検出器信号のゆらぎのパワースペクトルを観測した。第4次燃料サイクル中に周波数5Hz付近に異常なピークを観測した。それ以前のサイクルにおいてはそのようなピークはなく制御棒駆動機構のベアリング故障修理後に再びそのピークが消えたことから、このピークがベアリング異常によ

る振動によって表われたものであることを突きとめた。これによってパワースペクトルの常時監視が炉心の異常検出に有効であることを説いた。同じく ORNL の溶融塩炉(MSRE)では、系の圧力検出器信号ゆらぎの観測によってオフガス系の詰りに起因するパワースペクトル分布の異常を発見した<sup>14)</sup>。系の詰りそのものは別の計測系によって確認されたものであるが、発見一週間前のゆらぎ観測データをチェックしてみると、異常はすでに現われていた。このことから、ノイズ解析による早期検出が有効であると説いた。

わが国では泉、飯田<sup>15)</sup>が、1973年材料試験炉(JMTR)の炉内テストループ、OWL-1を用いて冷却水の状態変化にともなう中性子束パワースペクトル変化を観測した。炉心部を貫通している内径39.7mmの管内を流れる水の流速を落とし、加熱器で沸騰させ(ポイド率65%)炉外中性子検出器のパワースペクトルを観測した。水炉における局部沸騰の検出は、加圧水型炉(PWR)や金属冷却高速増殖炉(LMFBR)での局部沸騰をノイズ解析によって検出する可能性を示すものとして注目される。

スペクトルパターンの分類・識別方法に関する研究も進められている。ノイズ解析によりスペクトル分布を得ても、未経験の異常に關しては検知後直ちに解釈を与えることはできない。まず、正常時のスペクトルパターンが十分に認識されていなければならない。さらに、異常時のスペクトルパターンの特徴と具体的な異常事象との関係がわかっていないなければならない。Kryter and Fry<sup>16)</sup> は1つのスペクトル分布(0~31Hz)を1Hz毎に分割し、各周波数に対応する値をもって32次元のベクトルを構成し、1つのスペクトル分布関数を32次元空間内の1点として認識して、異常判別する方法を試みた。そのほか、多変量系の異常診断の方法として、2つのパワースペクトル分布を上記のような抽象空間に考え、両者間の「距離」を定義するものがある<sup>17), 18)</sup>。このような距離を常時モニターとすることによって異常診断を行おうとする試みがある。

動力炉における診断への適用をねらいとしたノイズ解析は1970年代に入って急激に多くなり、BWR, PWR, LMFBRなど大型の動力炉のノイズ解析に関する多くの成果が表われた。これらは第1回原子炉ノイズに関する専門家会議(SMORN-I)<sup>19)</sup>に集積された。この会議は、1974年OECD核エネルギー局(NEA)主催によりローマで開かれたものである。さらに3年後の1977年、第2回会議(SMORN-II)<sup>20)</sup>が米国テネシー州、Gatlinburgで開かれ、日本も含めてさらに進展した成果が多数報告された。

次に、これらの時期を通して現われた動力炉の診断技術への応用例の傾向を述べる。

従来技法のほとんどは、APSDの分布形状の観測であったが、手法的に拡大してCPSDの分布形状やコヒーレンスを観測して、診断のための情報を得ようとする研究

が現われてきた。1972年、世古、他<sup>19)</sup>は福島1号炉(BWR)で中性子束、炉心流量、圧力の信号ゆらぎ相互間のコヒーレンスを観測した。

BWR-4 タイプの炉では、炉内計装管の水力振動を炉内中性子検出器信号のパワースペクトルより検知している。Behringer、他<sup>20)</sup>は APSD の 2.6 Hz を中心とした強いピークを観測し、これが計装管冷却のためにあけられた下部タイプレートの穴を改造した後には消えていることを確認した。穴の閉塞によって計装管の振動が防止されたためである。Mathis、他<sup>21)</sup>は、軸方向に相隣する2つの炉内中性子検出器の信号の CPSD やコヒーレンスを監視すればよいとし、3.5~6.0 Hz の周波数領域のレベル監視によって計装管振動の有無を検知できるとした。彼等はコヒーレンスによって冷却用孔の改造の結果を評価する手段とした。

PWR にとって、沸騰は異常事象であり、これを早期に検出する必要がある。ノイズ解析によって局部沸騰の有無を検知する方法は 1967 年頃から提案されている<sup>22)</sup><sup>23)</sup>。Saxe<sup>22)</sup>によれば 2 つの方法がある。1 つは沸騰時のランダムなボイド発生と消滅によってランダムな反応度変動が発生する。中性子ゆらぎの解析から、これを検知できるというものである。もう 1 つはボイドの消滅時に超音波が発生するので、これを検出すればよいというものである。Saxe、他<sup>23)</sup>はこれら 2 つの方法を試験して、超音波による検出の方法が感度において優れていると報告している。中性子ゆらぎの解析により検知する方法はナトリウム冷却高速炉においても応用されている<sup>23)</sup>。水中マイクロフォンにより検出する音響雑音法として炉外実験を行っているもの<sup>24)</sup>もある。

PWR における炉心バレルの振動を検出しようという研究は、すでに SMORN-I において報告がある<sup>26)</sup><sup>27)</sup>。最近に至って、これは大いに進展した<sup>25)</sup>。PWR の炉心は円筒状のバレルに入っており、バレルは上方の縁金で支えられている。これが振動すれば構造物に摩耗などの好ましくない影響を与える。炉外中性子検出器とバレルとの間隔にもたらされた振動は、検出器のパワースペクトルの上に特定のピークとなって現われる<sup>27)</sup><sup>28)</sup>。炉心の周囲にはいくつもの中性子検出器が配置されているのでそれら検出器信号間の位相差を調べることによって振動モードがわかる。振動の節の反対側にある検出器のゆらぎは、180 度の位相差を示す<sup>28)</sup>からである。その結果はバレルの力学的な振動モデルによって計算された固有振動数とも良く一致することが認められた。またバレルばかりでなく燃料集合体の振動も検出されている<sup>29)</sup>。

LMFBR における応用例としては、先に述べたようなナトリウム沸騰の検出のほか、温度ゆらぎの解析から炉心内の異常検出を行う方法も研究されている。角田<sup>30)</sup>は電気加熱、水冷却の模擬装置を用いて、出口温度ゆらぎの RMS (root mean squares) が流量や熱出力の変動に敏感に応答していることを実験し、ナトリウムでも流動異

常検出に応用できると主張している。Türkcan<sup>31)</sup>は電気加熱、ナトリウム冷却の模擬装置を用いて同様の実験を行った。彼も角田と同様の結論を得るとともに、ナトリウム沸騰によって温度ゆらぎの確率密度分布がガウス型からずれることを見出している。これを応用すればナトリウム沸騰の検出も可能と考えられる。

以上に述べてきたように、異常診断への応用をめざした原子炉ノイズの解析は非常に変化に富んだものである。解析の手法もまた、様々なものがある。このような経過においては、必ずしも本論文で設定したような 2 つの課題に沿った探求がなされてきたものではない。従来の研究で特徴的な点は出力炉の診断への応用において、パワースペクトルに表われるピークまたはその他の特徴から異常を検出しようということであった。しかし、ゆらぎ信号から抽出できる情報はもっと多いはずであり、多変量系で取扱うならば、異常なゆらぎの源がどのような変量に混入したものか、あるいはどのようなコンポーネントの特性変動に由來したものかを判別できるはずである。このような情報を分離抽出できる解析手法の確立が望まれる。

### 1.3 関連研究の現状と問題点

#### 1.3.1 ノイズ解析手法

前節では異常診断への応用を主体に概説したが、そこで採られてきたノイズ解析手法を整理すると、

- (1) RMS の値を監視し、異常な状態との関係を知って診断するもの。
- (2) APSD の分布に表われるピークを監視し、異常な事象との関係を知って診断するもの。
- (3) 2 つ以上の変量間の CPSD またはコヒーレンスの特定周波数領域を監視し、異常な事象との関係を知って診断するもの。
- (4) 確率密度分布の特性を監視し、異常な事象との関係を知って診断するもの。

に分類できる。これらのうち(1)、(4)はゆらぎの特性値を 1 つのパラメータに集約しているという簡単さがある反面、利用できる情報はきわめて限定されたものとなる。また、異常な事象とこのパラメータの値との関係は一般に非常にわかりにくい。(2)は多変量系において不都合な場合がある。1 つの周波数上に表われるピークに対し、ピーク形成のノイズ源は 1 つとは限らない。どのような変量に付随した異常によってピークが形成されているのかを 1 枚の APSD 分布図から判別することは難しい。(3)においても同じことがいえる。本来これらの関数は 1 入力 1 出力システムを前提として定義されたものであるから、多変量系で、フィードバックがある場合には、どの変量における異常なのか判別ができない。入力間に相関があると、異常入力と CPSD またはコヒー

レンスとの関係は全く判別できなくなる<sup>36)</sup>。このようなときは、「偏コヒーレンス」や「条件付スペクトル」(付録1.参照)を用いる必要がある<sup>44)</sup>。しかしながら、これらの解析には複雑な計算式を必要とするため、従来ほとんど用いられていなかった。

パワースペクトル密度関数、コヒーレンス関数、周波数応答関数などをノンパラメトリック表現と呼ぶが、これに対してパラメトリック表現と呼ばれるものがある。これは比較的小数のパラメータによってシステムの状態を記述するものである。このパラメータは、理論的に数値を与える特別な例を除いて、ほとんどが未知である。これらの数値を観測データから推定して決定することを同定といいう。近年、パラメトリック表現における同定の技術は非常に進歩し、化学工業、オートメーション機械の分野では非常に多くの応用例がある。これらは Åström and Eykhoff<sup>37)</sup> や Gustavsson<sup>38)</sup> のレビュー論文に詳しく述べられている。パラメトリック表現の具体的なモデルとして状態方程式モデル、自己回帰移動平均モデル (autoregressive moving average: ARMA モデル) などがあげられる。後者は線形系における統計的な時系列システムの一般的な表現形式として Åström and Bohlin<sup>39)</sup> によって制御の分野に導入されたものである。本論文ではこの表現の1形態を用いる。出力炉のノイズ理論モデルが体系化していない現状では、上記のようなパラメトリック表現式を同定によって得てからノイズ解析する手法は、必然的な過程であると考えられる。モデルは、ノイズ源特性を表わすパラメータと、伝達特性を表わすパラメータを分離して持つので、ノイズ源特性を解析して、診断技術への応用を研究することができる。

原子炉の分野では、パラメトリック時系列表現モデルを得るための試みは Gustavsson<sup>40)</sup> によって初めて行われた。そこでは最尤推定法を用いて、HBWR (Halden Boiling Water Reactor) のパルス伝達系列を求めている。Olsson<sup>41)</sup> は同じ HBWR で ARMA モデルの同定を行った。上記の2例は、入力信号としていずれも擬似ランダム 2 値信号 (pseudo-random binary sequence; PRBS) を用いている。しかし、従来のパラメトリック表現モデルの同定には1つの難点があった。モデルの次数 (パラメータ個数) をいくつにするべきかが一意的に定まらないことであった。適切な次数を探すためにパラメータ個数を変えては何度も試行錯誤を行うため、膨大な計算量が必要としていた。1970年、赤池<sup>42)</sup> は自己回帰 (AR) モデルの次数決定に関し、この難点を除くため有効な方法を発表した。MFPEC (minimum final prediction error criterion) または AIC (Akaike's an information criterion) と呼ばれる評価基準である。

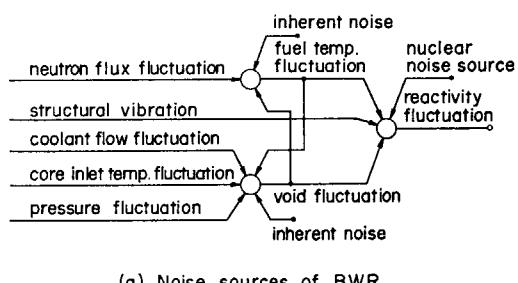
赤池の方法を適用した多変量系の自己回帰モデル同定を原子炉の分野で応用した例はわが国において初めて現われている。著者の知る限りでは、尾熊、他<sup>43)~45)</sup>によって JMTR 炉外テストループ OWL- $\phi$  の動特性同定に応用

したのが最初である。これによって複雑な多変量フィードバック系の動特性の次数を簡単に決定できることになり、出力炉への適用を可能にした。福西<sup>43)~45)</sup>は商用 BWR (460 MWe) のノイズ源解析に応用した。尾熊、北村および著者<sup>46)</sup>は、人工的ランダム 2 値信号を用いた JPDR-II 動特性同定実験のデータに応用した。あてはめの誤差の評価は、モデル出力と実測値との差 (残差) の白色性をチェックして行い、十分な結果を得た。

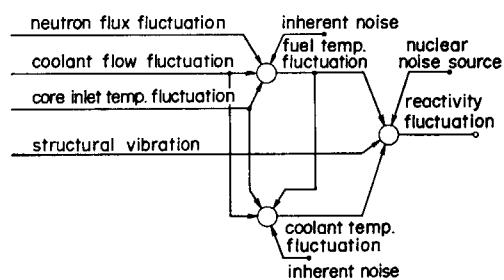
多変量系に拡張された自己回帰モデルを multivariate autoregressive (MAR) model という。この形式は自己回帰といつても変量間の伝達に関するパラメータを持っている。したがって MAR モデルが確立すると、そのパラメータ群より、各変量の APSD, CPSD はもとより、変量間の周波数応答関数、ステップ応答関数などのノンパラメトリック表現形式を推定することができる。そればかりでなく、システムに挿入されているゆらぎ源のスペクトルを推定することができるので、その応用は非常に広く考えられる。本論文では出力炉の観測データを MAR モデルへあてはめ、ノイズ源の特性を実験的に抽出すると共に、ゆらぎ伝達経路の周波数応答に関するデータを抽出する方法を採用する。

### 1.3.2 BWR におけるノイズ源の研究

沸騰水型炉におけるノイズ源の中で中心的な役割を果たすものは、(1) ボイドゆらぎ、(2) 燃料温度ゆらぎ、(3) 構造物の機械的振動の順になるであろう。加圧水型炉では、(1) 燃料温度ゆらぎ、(2) 冷却材温度ゆらぎ、(3) 構造物の機械的振動の順になるであろう。これらの各ゆらぎはさらに他の熱水力的ゆらぎ源、たとえば炉心流量、圧力、炉心入口冷却材温度などのゆらぎから引き起される。また、各変量にはそれぞれに固有のノイズ源



(a) Noise sources of BWR



(b) Noise sources of PWR

Fig. 1.1 Major noise sources and interactions in light water reactor.

が付加している。これらを模式図として示すと Fig. 1.1 のようになる。ここに nuclear noise source とは核反応分枝過程にもとづく等価ノイズ源であるが、高出力炉では上記のようなノイズ源が非常に大きいために核的なノイズ源の寄与は無視しうる程に小さい。

野村<sup>47)</sup>は、ボイドゆらぎに固有なノイズ源の理論を導入した。彼は、燃料棒表面から冷却材への熱伝達を気泡による1種のショットノイズプロセスとして与えた。安藤、他<sup>48)</sup>が同等のモデルを用いたほか、Gebureck、他<sup>49)</sup>も同等のモデルを用いて、このノイズ源の空間的な独立性を考察した。Kosály<sup>50)</sup>のレビュー論文に評価されていいるように、このモデルを適用して BWR でのノイズ実験の結果を解釈してみることは重要である。実験的に野村のボイド発生ノイズ源の検出を試みた報告はなく、本論文で初めて取扱われる。

ボイドの流動に起因する中性子ゆらぎの局所的要素の研究は、近年急速に進展してきた。1972年頃、Seifritz<sup>49)</sup> 安藤、他<sup>50)</sup>によって BWR の炉内中性子検出器信号のゆらぎが炉心軸方向依存の要素をもっていると指摘されていた。Wach and Kosály<sup>51)</sup>、Behringer、他<sup>52)</sup>は、これを理論的に考察し、ボイドが中性子検出器の近くを通過するときに発生するゆらぎとして理論づけた。これによれば局所的要素を利用してボイドの流れの速度を測定することができる<sup>50)51)</sup>。

流量ゆらぎを中性子ゆらぎの主要なノイズ源とみなしている研究者は多い<sup>19), 53~56)</sup>。Seifritz<sup>53)</sup>は、流量ゆらぎを1つのノイズ源として中性子ゆらぎの APSD を与える理論式を導いた。非沸騰水型炉では流量ゆらぎは冷却材温度ゆらぎの源となっているので、そのノイズ源としての役割は大きい。また、沸騰水型炉においては沸騰境界の移動を引き起し、ボイド量のゆらぎにつながる。このためやはり重要なノイズ源になる。温度上昇やボイド発生のない低出力の炉心では、流量による炉心構造材の機械的振動が主なノイズ源となる場合もある。

流量ゆらぎが重要な役割を果たすことは間違いないが、では、流量ゆらぎは何によって引き起されているのであるか。従来は、直感的に強制循環ポンプの振動によって与えられるとみなされた。たとえば、Seifritz<sup>53)</sup>は、ポンプの異常が炉心流量ゆらぎを引き起すため、中性子ゆらぎの監視によってその異常を診断できると提起した。また、Randall and Griffin<sup>54)</sup>は、中性子ゆらぎの低周波数部が流量のゆらぎによって引き起されており、これはポンプ駆動装置の電圧変動に関係していることを示した。研究炉 HTR における観測では、強制循環になると中性子ゆらぎのレベルが上昇した<sup>55)</sup>と報告されている。

一方、BWR におけるデータ解析において、ポンプ流量ゆらぎと中性子ゆらぎの相関関係が弱いことを示す例がある。福西<sup>43)</sup>の報告によれば、中性子ゆらぎに対するポンプ流量<sup>注1)</sup>ゆらぎからのノイズ寄与率を、MAR モ

デル同定を通して解析すると、比較的小さな寄与しかみられないことがわかった。

炉心流量ゆらぎを調べるには、直接にチャンネル入口または出口の流量を測定する必要がある。このような事例として Vallecitos (BWR) における Pluto<sup>58)</sup> の観測、および HBWR における Eurola<sup>12)</sup> の観測がある。Pluto の報告には、チャンネル流量と中性子ゆらぎの相互関係が全ての遅れ時間にわたって極めて小さいことを示すデータが掲載されている。Eurola の報告には、チャンネル入口流量の自己相関関数が掲載されているが、中性子ゆらぎが、圧力ゆらぎなど他の変量とともに共振的な振動を示しているにもかかわらず、チャンネル流量のみが白色性の自己相関関数を示している。しかし、上記のいずれの例においても、チャンネル流量ゆらぎの詳細な観測と考察は不足している。

燃料棒温度ゆらぎについての研究は数多く行われており、非沸騰の水冷却または液体金属冷却の場合については Seifritz<sup>53)</sup> が理論モデルを与えている。そのほか、齊藤<sup>59)</sup>、森島<sup>56)60)</sup>もそれぞれ独自に理論モデルをつくっている。沸騰水型炉の場合については野村<sup>47)</sup>が理論モデルを与えており、そこでは、燃料棒からの熱伝達をショットノイズプロセスで記述した場合の温度ゆらぎ方程式が与えられている。ガス冷却炉の場合については、英国の Greer<sup>61)</sup>が fuel can の温度とガス温度に関するランジュバン方程式を与えている。

これらの理論モデルは実測データによって評価されたものもあるが<sup>61)</sup>、大部分のものは、中性子ゆらぎの APSD を説明できるかどうかという、理論モデル全体を評価する形で比較されている。出力炉ノイズ理論の体系化にいたるには、燃料棒温度ゆらぎモデル、ボイドゆらぎモデル、流量ゆらぎモデルなど、サブシステムモデルを評価した上で、それらを連結した全体系の理論モデル確立へと進む必要がある。本論文では、この考えに沿って、可能な限りサブシステムに分割して論ずる。

炉心入口冷却材温度ゆらぎは出力炉のノイズ源として重要な量である<sup>62)</sup>。炉内における冷却材温度へ直接影響し、BWR においては沸騰境界の変動をもたらす。岡、他<sup>63)</sup>は KUR<sup>注2)</sup>における観測データから、炉出力の上限値附近では炉心入口温度ゆらぎが非沸騰水型炉における低周波領域の主要なノイズ源であると主張している。森島<sup>64)</sup>は炉心入口温度ゆらぎの理論的な取扱いをしており、ノイズ源をホワイトで与えたランジュバン方程式を与えている。

BWR においてはボイドの発生にともなうゆらぎが優勢なため、中性子ゆらぎに対する入口温度ゆらぎの寄与は小さい。このため、入口温度ゆらぎの性質を観測、あ

注 1) 原著では core flow という語を用いているが、計測点からといってジェットポンプの流量ゆらぎを観測しているものと考えられる。

注 2) 京都大学実験用原子炉(軽水減速冷却型、5MW-th)

るいは解析した例はほとんど見当らない。BWRにおける炉心入口温度ゆらぎがどの程度のものであるか、それがどのような診断上の情報を背負っているものかを解析し、関連する実験データを蓄積する必要がある。

### 1.3.3 ゆらぎ伝達経路の動特性の研究

従来の研究においては、伝達経路の動特性はノイズ理論のためではなく、系の制御あるいは安定性解析のためには研究されてきた。このため、性質のわからない自然ノイズ源を用いるよりも、人工的に正弦波を入れたり（パイルオシレータ）、矩形波を入れたりして動特性の測定を行ってきた。さらに広い周波数領域を一度に測定する能率のよい方法として人工的なランダムノイズを用いるようになった。Rajagopal<sup>65)</sup>は、小さな線源から出る放射線粒子のランダム性を応用して制御棒の駆動信号をつくり、零出力炉の伝達関数を測定した。原、他<sup>66)</sup>はMLBSによる反応度印加装置をつくり、JRR-3の10MW出力時の伝達関数を測定した。Robinson and Fry<sup>67)</sup>は、MSRE (Molten Salt Reactor Experiments, 米国)において系の圧力に鋸歯状パルス系列の信号を印加し、圧力-中性子束伝達関数を測定した。その他多数の実験が行われている。

動力炉における人工的ランダム信号 (PRBS) の使用例としては HBWR における実験<sup>40)41)</sup>, Oconee I における実験<sup>96)</sup>, JPDR-II における実験<sup>46)</sup>, Peach Bottom-2 における実験<sup>97)</sup>などがある。

自然ノイズを用いて伝達関数を測定する手法は、零出力炉においてはすでに確立している。しかし、出力炉においては、先に述べたようにノイズ源の性質が不明確なため困難に陥っている。観測データからノイズ源の性質を調べようすると、ノイズの伝達経路の動特性がわからなければ実験的に確定できない。動特性を実験的に求めようとすると、ノイズ源がわからないので確定できない、という悪循環に陥る。本研究では、これら2つの不確定要素を同時に推定するために、MAR モデル同定という統計的手法を適用することになる。

MAR モデル同定を通じた原子炉システムの動特性測定実験の事例としては次のものがある。Gustavsson<sup>40)</sup>およびOlsson<sup>41)</sup>は PRBS 入力を用いて HBWR で実験を行った。しかし、これらは炉の制御のためのモデル作りとして研究されており、ノイズメカニズムの究明のためではない。Olsson は多入力系の ARMA モデル同定結果と、モデル次数が予め与えられた状態方程式モデルの同定結果を評価したが、モデルによる推定誤差（残差）を中心とした同定手法上の評価であって、得られた動特性の物理的な側面の考察には至っていない。

福西<sup>43)~45)</sup>の実験では診断技術への反映を目的としてノイズ解析に応用したが、得られたパラメータから動特性の詳細な考察や評価はされなかった。MAR モデルのパラメータは、その数値自身から動特性の物理的意味を

読み取ることは困難であり、周波数応答、インパルス応答、ステップ応答、またはそれらから推定される伝達関数に表現を変えなければ物理的解釈ができない。尾熊、他<sup>95)</sup>の実験では、PRBS を挿入した炉外実験水ループの観測変量間のステップ応答表現を引き出して、物理的解釈を得ている。これによってプラントコンポーネントの機器性能評価を可能にしている。この応用のしかたは JPDR-II の動特性同定<sup>46)</sup>においても重要な役割をはたしている。

安藤、他<sup>90)</sup>は計算機シミュレーションにより、BWR プラントの出力信号ゆらぎを模擬した。反応度、水位、給水流量、蒸気流量に相当する信号に適切なノイズ源を付加することにより、実際の BWR のゆらぎスペクトルに近い出力信号を組立てて、観測変量に MAR モデル同定手法を用いて、動特性の推定や、ノイズ源特性推定を研究した。異常源として、(1)制御系のゲイン変化、(2)給水制御弁の異常振動、(3)制御系のデッドバンド発生、を設定して、これらを MAR 同定手法応用から診断できるかどうかを研究した。その結果、周波数応答の推定を通して、(1), (3)などの異常源の存在場所について決定できたことが報告されている。

実際の原子炉システムでは、ノイズ源がもっと多く、検出器ノイズのレベルも比較的大きい。そのような条件下ではたして同様の診断ができるかどうか、実炉を使った実験はきわめて不十分である。

### 1.4 本研究の位置づけと内容の要約

出力炉のノイズメカニズムの解明には、非常に多くの研究者が取組んできた。この状況は Kosály<sup>92)</sup>、あるいは斎藤<sup>33)</sup>のレビュー論文に詳しく述べられている。それにもかかわらず、出力炉のノイズメカニズムの理論は完成しておらず、その多彩な内容についてわれわれの知識はまだ不十分である。(Williams<sup>81)</sup>)

出力炉のノイズ理論の確立を困難にしている要因はいくつかある。その第1はノイズ源の種類の多様性である。斎藤<sup>33)</sup>によれば、15種類のノイズ源が数えられている。ここには大分類だけ掲げておくと、(1)核的なノイズ源、(2)熱的なノイズ源、(3)水力的なノイズ源、(4)機械振動的なノイズ源である。

第2の要因はゆらぎの伝播経路がきわめて複雑多岐なループを形成することである。多種類のノイズ源はそれぞれ独立に存在するのではなく、多くの場合、相互に干渉し合っている。BWR では熱的なゆらぎが核的なゆらぎ源になるし、核的なゆらぎが熱的なゆらぎ源となる。炉心のボイドゆらぎが重要なふるまいをするが、そのボイドゆらぎ源である圧力、さらに圧力のゆらぎ源である蒸気流量のゆらぎがノイズ源として重要となる。蒸気流量や圧力は制御系を通して相互に干渉し合っている。このため、ほとんどの系が1入力1出力系としての取扱い

を許さず、多変量系で、かつ、フィードバック系として取扱わなければならない。

さらに、もう1つの要因は、ゆらぎ特性が炉形、運転制御モード、出力レベルなどに強く依存していることがある。同一の炉であっても、圧力の制御方式を変更すれば、それだけでゆらぎ特性が変わってくることがある。

このような状態をさして Kosály は「きわめて数の多いゆらぎ源と、ゆらぎの特性パラメータについてはこの分野の科学者にとって主要な障害物となっている」<sup>32)</sup> といっている。

現在、原子炉のノイズメカニズムについて理論体系が確立されているのは、フィードバックのない原子炉（零出力炉）だけであることは、先に触れた通りである。多くの研究者が出力炉のノイズ理論を取扱っているが、低周波領域から高周波領域まで、スペクトル分布の構造を説明できる BWR ノイズ理論は確立されていない。本論文では、もし理論的な確立が困難であるならば、実験式を立て、これによって多変量間のゆらぎの干渉のメカニズムを解析することができるのではないか、という考え方にもとづいている。実験式として統計的時系列表現形式の1つ、MAR モデルを採用している。このようにしてつくられたモデルは、観測値をよく表現するが、そのモデルパラメータはそのままでは何の物理的な意味を表すものでもない。一方において、物理的な基本式から出発する理論モデルの構築があり、それらと対比することによって、実験式モデルのパラメータのもつ意味が明らかになってくる。それ故、このような研究は理論モデル構築の研究と対にならなければならない。したがって、本論文の第1の役割は、理論モデル構築の過程において実験的な情報を提供することにある。本論文でいくつかの理論式が表われるが、これは実験によって得られた応答曲線やパワースペクトルの推定値の物理的意味を探るためにあって、理論モデルの構築に至っているものではない。

原子炉システムの異常早期診断技術への応用をはかるという面から、本論文の果たす第2の役割は、異常なゆらぎ源、異常な伝達特性の監視に応用することである。パワースペクトルの上に、正常時とは異なるパターンが現われたとき、それがどの変量に固有なゆらぎ源の異常なのか、あるいはどの伝達特性の異常なのかを検知する必要がある。しかし、従来の相関解析、パワースペクトル、およびコヒーレンス解析では、複雑なフィードバックループのために因果関係が交錯してしまい、ゆらぎの源と伝達特性を分離することが難しかった。これが MAR モデルという1つの構造にあてはめることによって容易に分離推定できる。

MAR モデル適用の手法自体は特に新しいものではない、原子力以外の工業プラントシステムや環境システムにおいては広く応用されている。工業プラントでは主として適応制御の問題に、環境システムでは主として予測

の問題に応用されており、それぞれの分野で有効性を示している。しかしながら、原子力プラントにおける異常診断への応用については、その事例が少なく、始ったばかりであり、特に実炉における実験例の不足は 1.3.3 に指摘した通りである。実際に診断技術として適用するとき、

- (1) データ観測の条件はどうあればよいか
- (2) 原子炉システムの条件、主としてゆらぎ源の配置状態はどう影響するか、またゆらぎ源の配置状態をどのような方法で把握するか
- (3) どのような適用上の制限があるか
- (4) どのような表示（パラメータまたは関数）によって異常判別するのが適切か

などがほとんど明らかでない。このような応用の条件や形態について、実炉における実験データを提供する点に本論文の意義がある。

JPDR では、原子炉診断技術の研究の一環として、動特性同定実験が進められてきた。この実験の目的は、(I)原子炉プラントの異常診断として同定手法からのアプローチを試みること、(II)理論モデル解析コードの妥当性を評価して、制御性、安定性の解析精度向上に資すること、(III)出力領域の原子炉ノイズのメカニズムを実験的に研究すること、であった。これらのテーマは原子炉工学部、原子炉制御研究室と動力試験炉部、開発室と共同で進められてきたものであって、それらのねらいと主要な内容は尾熊、他<sup>96)</sup>によってすでに報告されている。実験には、(イ)擬似ランダムノイズ源を挿入して、原子炉システムに十分な励起を与えて行う動特性同定、(ロ)自然ノイズ源（システム固有のノイズ源をいう。以下、この呼び方を用いる）を利用して行う動特性同定、があった。本研究はこの一連の実験の中の1つであり、特に自然ノイズ源の性質の把握に焦点をしづってデータ解析したものである。

以下に2章以後における主要な内容とその意義について要約しておく。

2.においては解析手法のサーベイを与える。従来の相関法およびスペクトル解析法の持つ限界を明らかにし、それらが持つ困難をパラメトリック表現モデルによってさける方法を述べる。特に MAR モデルのシステム構造と、そのパラメータから計算されるシステムの伝達関数やノイズ源特性について、赤池、他<sup>84)</sup>の展開した方法に従って述べる。これらはすでに尾熊、他<sup>89)95)</sup>によって十分論じられている問題を整理して与えたもので、本論文の主要部分をなすものではない。

2.3.7にはノイズ源の配置と可同定性について論ずる。伝達経路の特性が自然ノイズによって同定できるかどうか、ノイズ源がどのように配置されているかに関連しており、診断技術の確立のためには非常に重要な問題である。この関連を「部分可同定の定理」として述べる。この理論の基礎は尾熊によって2変量系で与えられ、著者

によって一般的な多変量系に拡張されたものである。

**3.**では実験を行った原子炉システム (JPDR-II) の概要と実験条件を述べる。本実験における特徴は、計装燃料集合体 (IFA) を用いたことにあり、そこから得られた信号が中心的な役割を果たす。このため、その構造、特性、計装機器の動特性について記述する。どの計装もゆらぎ実験を考慮して装備されていないのが普通であるから、高い周波数領域のゆらぎ解析には多くの制限が加わることを指摘しておく。

**4.**はノイズ源に関する実験的考察で、本研究の主要部分をなすものである。**4.3**では、野村によって導入されたボイド発生ノイズを実験的に検出することを試みており、検出のための理論的根拠および実験結果を示した。BWR におけるノイズ源のほとんどがボイドノイズであり、これに対する単純でユニークな理論が野村のボイド発生ノイズモデルである。しかしながら、このモデルについて実験的に評価をした報告は見あたらず、是定も否定もされていない。本論文では、IFA 出入口の体積流量率の差を観測することによって、野村のボイド発生ノイズの存在を検証しようとするものである。この研究を発端に、ボイド発生ノイズを直接に検知し、その特性をさらに探求することが望まれる。

**4.4**では炉心チャンネル流量ゆらぎの観測と解析の結果を述べる。炉心流量のゆらぎについては **1.3.2** で述べたように、ポンプ流量のゆらぎと同一のものであるかどうかという疑問があり、この問題を実験的に追求する。本実験の特徴は、多数本 (4 本) の IFA チャンネル流量

を観測していることにある。

その他、中性子束、燃料温度、圧力などのノイズ源を解析する。従来、パワースペクトルが他の変量からどのような寄与を受けて構成されているかを明らかにしていく研究は、中性子束について解析した福西<sup>43)~45)</sup>の報告以外になかった。本論文では、燃料温度、圧力、冷却材温度などについても、パワースペクトルの寄与分を解析している。これによって、BWR ゆらぎシステムの各所に配置されているノイズ源について知識を得ることができます。

**5.**では、自然ノイズによって、伝達経路の動特性パラメータが監視できるかどうかを実験的に考察する。自然ノイズ源だけでは動特性パラメータ監視ができないものがあり、また、十分な精度が期待できないものがある。これらについても明示して、診断という観点から一定の限界があることも明確にする。

自然ノイズ源を用いて不可能な場合には、人工的ノイズ源挿入を積極的に用いるべきである。**5.5**では、炉心入口冷却材温度の動特性推定に関して、人工的ノイズ源(擬似ランダム 2 値信号)挿入実験のデータを用いている。診断のための人工的ノイズ源を挿入する方法については、信号入力条件と実際の運用に関して、まだ研究すべき多くのことがらが残されている。しかし、本論文では、自然ノイズの利用を主体としているため、人工的信号入力条件などについての詳細な研究は取扱っていない。

## 2. ノイズ解析手法に関する考察

### 2.1 相関およびスペクトル解析による従来の手法

#### 2.1.1 システムの構造と解析の課題との関係

本論文で対象とするシステムの一般的な構造と解析の課題との関係を明らかにしておく。最初にフィードバックループのない系、次にフィードバックループのある系について用いる記号を以下に定義しておく。

フィードバックループのない場合：この系は取扱いが簡単でまた明解である。出力炉ノイズのシステムにおいては通常フィードバック系を構成している。しかし、観測変量の選定とノイズ源の配置によってはしばしばこの系に持込むことができる。この系のブロック線図を Fig.2.1 に示す。ここで  $n_1, \dots, n_L, n_i$  はランダムノイズ源、  $u_1, \dots, u_L$  は操作変数である。  $x_1, \dots, x_L$  は入力変数、  $g_{nj}$  はシステム動特性で伝達関数またはインパルス応答関数表現したものである。  $y_i$  は出力変数である。  $u$  は既知とし、  $n_i$  と  $x_j$  とは無相関とする。

フィードバックループのある場合：ブロック線図を Fig. 2.2 に示す。この場合には、1つの変数  $y_i$  は入力に

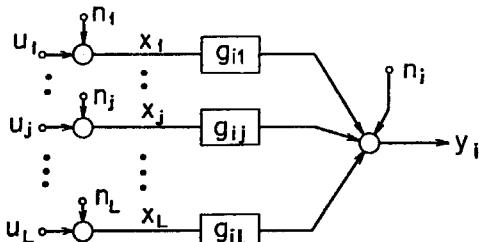


Fig. 2.1 Schematic block diagram of open loop system

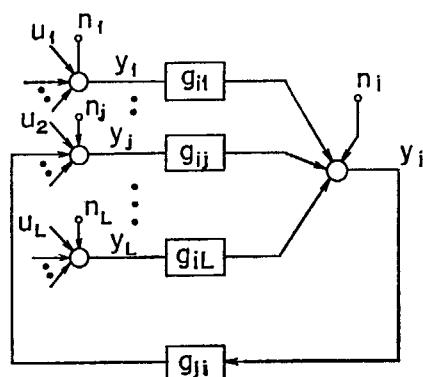


Fig. 2.2 Schematic block diagram of feed-back (closed loop) system

も出力にもなり得るため、入力変数、出力変数の区別はなくなる。 $g_{ij}$  は、  $y_j$  から  $y_i$  への伝達関数またはインパルス応答関数である。

序論の冒頭にかかげた解析の課題は、これらのシステムにおける次のような問題を解決することである。

$x_1, \dots, x_L$  または  $y_1, \dots, y_L, y_i$  を観測し、  $y_i$  の APSD を説明するために

- (1) ノイズ源  $n_1, \dots, n_L, n_i$  の統計的性質（独立性、白色性、有色性、APSD）を知ること。
- (2) システムの伝達特性  $g_{ij}(j=1, 2, \dots, L)$  を知ること。

上記の2つがわかれば、  $y_i$  の APSD がそれぞれのノイズ源からどのように寄与を受けているかがわかり、ゆらぎのメカニズムが明らかにされたこととなる。

#### 2.1.2 従来の手法における限界

相関、スペクトル解析を通して、前掲の2つの課題を解決するには、一定の限界があることを明らかにしておく。フィードバックループのない場合と、ある場合に分けて述べる。

フィードバックループのない場合：この場合には、ノイズ源の特性と、伝達経路の特性を分離して求めることができる。出力  $y_i$  をインパルス応答で記述する。

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^L \int_{-\infty}^{\infty} g_{ij}(\lambda) x_j(t-\lambda) d\lambda + n_i(t) \quad (2.1)$$

ここで、  $n_i(t)$  と  $x_j(t)$  は無相関であるという前提を必要とする。  $y_i(t)$  と  $x_j(t+\tau)$  との相関をとると、

$$\phi_{ij}(\tau) = E\{(y_i(t)x_j(t+\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g_{ir}(\lambda) \phi_{rj}(\tau-\lambda) d\lambda \quad (2.2)$$

となる。

ここに  $E\{ \}$  は期待値を表わし、  $\phi_{rj}(\tau)$  は  $x_r(t)$  と  $x_j(t+\tau)$  との相関関数である。(2.2)によれば  $\phi_{ij}(\tau)$  と  $\phi_{rj}(\tau)$  が観測データより与えられるならば、  $g_{ir}(\tau)$  を決定することができる。実際には、積分方程式を解くのではなく不連続数値モデル化して解を得る。入力  $x_1, \dots, x_L$  が互いに無相関の場合には、  $r=1, 2, \dots, L$  に関する和は不要となり、  $r=i$  の1項のみとなる。

周波数領域表現では

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{r=1}^L \int_{-\infty}^{\infty} g_{ir}(\lambda) \phi_{rj}(\tau-\lambda) \right\} e^{-j2\pi f \tau} d\tau \\ &= \sum_{r=1}^L g_{ir}(f) \Phi_{rj}(f) \end{aligned} \quad (2.3)$$

となる。ここに、  $g_{ir}(f)$  は  $x_r$  から  $y_i$  への周波数応答関数であり、  $\Phi_{rj}(f)$  は  $x_r$  と  $x_j$  の CPSD である。  $g_{ij}(f)$

について解くには、 $j=1, 2, \dots, L$  につき連立方程式を立ててその解を求める。

$$g_{ij}(f) = \sum_{r=1}^L \{\Phi^{-1}(f)\}_{rj} \Phi_{ir} \quad (2.4)$$

ここに、 $\Phi(f)$  は  $\Phi_{rj}$  を  $(r, j)$  要素とするマトリクスである。もし  $x_1, x_2, \dots, x_L$  が互いに無相関ならば

$$g_{ij}(f) = \Phi_{ij}(f) / \Phi_j(f) \quad (2.5)$$

となる。ここに  $\Phi_j(f)$  は入力  $x_j$  の APSD である。

次に、ノイズ源の特性分離は次のようにして得る。まず  $n_r(t)$  と  $n_j(t)$  の相関関数は

$$\begin{aligned} \phi_{rj}(\tau) &= E[\{n_r(t) + u_r(t)\} \{n_j(t+\tau) + u_j(t+\tau)\}] \\ &= \phi_{nrn_j}(\tau) + \phi_{uruj}(\tau) + \phi_{urn_j}(\tau) + \phi_{nruj}(\tau) \end{aligned} \quad (2.6)$$

と書くことができる。 $u_r$  と  $n_j$  は無相関であるという前提のもとに

$$\phi_{nrn_j}(\tau) = \phi_{rj}(\tau) - \phi_{uruj}(\tau) \quad (2.7)$$

となる。ここに  $u$  は既知の入力信号であり、 $\phi_{rj}(\tau)$  は観測データから得られる。これによってノイズ源  $n_r$  と  $n_j$  の相関関数を知ることができる。

次に、出力  $y_i$  のノイズ源の自己相関関数を観測データから推定する。まず、 $y_i(t)$  の自己相関関数を次のように表わす。

$$\begin{aligned} \phi_i(\tau) &= E[\{z_i(t) + n_i(t)\} \{z_i(t+\tau) + n_i(t+\tau)\}] \\ &= \phi_{zi}(\tau) + \phi_{zin_i}(\tau) + \phi_{n_iz_i}(\tau) + \phi_{n_i}(\tau) \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここに

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^L \int_{-\infty}^{\infty} g_{ij}(\lambda) x_j(t-\lambda) d\lambda \quad (2.9)$$

であって、 $g_{ij}(\lambda)$  は (2.2) の解として既知である。 $x_j$  も観測されている量であるから、 $z_i(t)$  も既知な変数となる。実際には適当な不連続数値系で、かつ十分に大きなデータ数を用いることによって積分を和におきかえて (2.9) の計算をする。 $n_i$  と  $n_j$  が無相関との前提に立っているので、 $n_i$  と  $x_j$  もまた無相関である。したがって、 $n_i$  と  $z_i$  もまた無相関となる。このため、 $n_i$  の自己相関関数は次のように書くことができる。

$$\phi_{n_i}(\tau) = \phi_i(\tau) - \phi_{zi}(\tau) \quad (2.10)$$

ここに  $\phi_{zi}$  は  $z_i(t)$  の自己相関関数である。これによつてノイズ源の自己相関関数が推定される。

出力変数  $y_i$  に加わっているノイズ  $n_i$  が入力に加わっているノイズ  $n_j (j=1, 2, \dots, L)$  と相関を持つならば、(2.10) は成立しなくなる。

ノイズ源の CPSD を求めるには

$$\Phi_{n_i n_j}(f) = \Phi_{rj}(f) - \Phi_{uruj}(f) \quad (2.11)$$

とすればよい。上式で  $r=j$  の場合をとれば APSD を表わす。出力変数  $y_i$  に加わるノイズ源  $n_i$  の APSD は

$$\Phi_{n_i}(f) = \Phi_i(f) - \Phi_{zi}(f) = \Phi_i(f) - \sum_{j=1}^L |g_{ij}(f)|^2 \Phi_j(f) \quad (2.12)$$

となる。

以上のようにして、ノイズ源と伝達経路の動特性を推定するという課題に解答を与えることができる。しかし

ながら、診断の対象となる原子炉システムの、ほとんどのケースがフィードバックを持ち、この系の対象とならない。

フィードバックループのある場合：システムの記述においてはフィードバックのない系の場合と同形式で書くことができる。(2.1)において  $x_j \rightarrow y_j$  (ただし  $j, r \neq i$ ) と置きかえれば、この式はそのまま成立する。ところが (2.2) 以後はこのままでは成立しない。フィードバックのない場合に成立し得た  $x_j$  と  $n_i$  との無相関性が、この場合には採用できないからである。フィードバックループがあると  $n_i$  は  $g_{ji}$  を通って  $y_j$  に加わり、 $y_j$  と  $n_i$  は相関を持つ。実際にデータを採取して処理しても、得た解は、もはや実際の伝達特性やノイズ源の特性に一致しない。かくして、相関関数またはスペクトルから解析しようという方法は破綻をきたす。

このようにフィードバック系におけるノイズ源が多変量間をめぐりつつ相互干渉している状態では、相関法またはスペクトル解析法は無効となってしまう。これを解決する手法として、次節以後に取扱うような、パラメトリックモデルの同定手法を応用する。

## 2.2 システム同定手法の適用

### 2.2.1 時系列解析のモデル構造

ダイナミックシステムの解析に統計的な同定手法を適用することは、まずシステムの表現モデルを与えることから始まる。たとえば

- (1) インパルス応答関数
- (2) 伝達関数モデル（周波数応答モデル）
- (3) 状態方程式モデル
- (4) 自己回帰移動平均モデル
- (5) 多次元自己回帰モデル
- ⋮

などである。(1)(2)はノンパラメトリックモデルの代表的なものであり、入出力関係を記述する特性はある関数で表わされている。(3)～(5)はパラメトリックモデルの例で、その特性は比較的小数のパラメータ群に集約されている。

多次元系の最も一般的な表現は(3)であり、次式で与えられる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + \mathbf{n} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + D\mathbf{u} + \mathbf{w} \quad (2.14)$$

ここに  $\mathbf{x}$  は  $P$  次元の状態ベクトル、 $\mathbf{u}$  は  $L$  次元の入力ベクトル、 $\mathbf{y}$  は  $R$  次元の出力ベクトルとする。 $A, B, H, D$  はそれぞれ  $(n \times n), (n \times L), (n \times R), (R \times L)$  次元の定数マトリクスである。 $\mathbf{n}, \mathbf{w}$  はランダムノイズ源を表わす。

伝達関数モデルと状態方程式モデルとの構造的関係は

Kalman<sup>71)</sup>により明らかにされている。伝達関数モデルは、状態方程式モデルで表わされたシステムのうち、可制御かつ可観測な部分に対応していることが知られている。インパルス応答関数モデルは伝達関数モデルの時間領域表現にすぎない。出力炉ノイズシステムにおいてはどのモデルを選定してもよいわけであるが、ここではパラメトリックモデルを選び、状態方程式から出発して、時系列解析モデルの一般形を導く。

線形な連続系の正準形：システムモデルの構造を簡単に論ずるため、ノイズ源  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{w}$  を省略しよう。線形変換によれば、マトリクス  $A$  が縮退していない固有値を持つとき、次の手順によって正準形が得られる。適当なマトリクス（特異性を持たないもの）を選んで、座標変換をほどこすことにより、 $A$  を次のような対角マトリクスに変換できる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1L} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nL} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + Du \quad (2.16)$$

たとえば、ある正則な  $(n \times n)$  マトリクス  $T$  を用いて、 $T^{-1}AT$ ,  $T^{-1}B$ ,  $HT$  としても入出力関係は変わらない。(Ref. B3, P17) 上式では変換後のマトリクスを再び  $b_{ij}$  ( $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, 2, \dots, L$ ),  $H$  と記した。この場合のパラメータ個数は

$$n+nL+nR+LR \text{ (個)} \quad (2.17)$$

である。システムは可制御かつ可観測であると仮定しているから、マトリクス  $B$  および  $H$  の各列には、少なくとも 1 つのゼロでないエレメントが存在する。(2.15), (2.16)をラプラス変換して伝達関数マトリクスを求める。対角マトリクスに変換後のものを再び  $A$  と記すと次のようになる。

$$G(s) = H[sI - A]^{-1}B + D \quad (2.18)$$

$I$  は単位マトリクスである。ここで  $H$  と  $B$  のパラメータのうち  $n$  個はスケーリングのとり方によって減らすことができる。たとえば

$$\max_j b_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

とし、入出力関係に変更のないように  $H$  の各エレメントをスケーリングしなおすことができる。このようにして冗長なパラメータを除けば、最小必要限度のパラメータ個数は

$$n(L+R)+LR \text{ (個)} \quad (2.20)$$

である。このように最小限のパラメータ個数を持つものを正準形 (canonical form) という。

正準形にはもう一つの形があり、次のように書くこともできる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1L} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nL} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.21)$$

ここでも  $H$  と  $B$  のパラメータのうち  $n$  個を減らすことができる。 $b_{ij}$  は、(2.17) のものとは異なるが、再び変換後に  $b_{ij}$  とおいた。われわれが用いるのは (2.21) に変換したものである。

(2.21)を多入力-1 出力系に書きこう。それには  $H'=[1, 0, \dots, 0]$ <sup>注1)</sup> ,  $D=[d_{11}, \dots, d_{1L}]$  とすればよく、それをラプラス変換して、1 出力  $y=(y_1)$  について書き下せば、

$$y(s) = \left\{ d_{11} + \frac{b_{11}s^{n-1} + b_{21}s^{n-2} + \cdots + b_{n1}}{s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_n} \right\} u_1(s) + \cdots + \left\{ d_{1L} + \frac{b_{1L}s^{n-1} + b_{2L}s^{n-2} + \cdots + b_{nL}}{s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_n} \right\} u_L(s) \quad (2.22)$$

統計的な離散値系の正準形：同様な表現形式はノイズ源を考慮した離散値系についても与えることができる。次のような状態方程式モデルを与える。

$$\mathbf{x}(R+1) = \Phi\mathbf{x}(k) + \Gamma\mathbf{u}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{y}(k) = H\mathbf{x}(k) + Du(k) + \mathbf{w}(k) \quad (2.24)$$

ここに  $k$  は整数である。状態ベクトル  $\mathbf{x}$ , 入力ベクトル  $\mathbf{u}$ , 出力ベクトル  $\mathbf{y}$  の次元をそれぞれ  $n$ ,  $L$ ,  $R$  とする。 $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{w}$  はそれが独立なランダム変数のベクトルで、平均値ゼロ、共分散がそれぞれ  $R_1$  ( $n \times n$  次元),  $R_2$  ( $R \times R$  次元) のマトリクスで表わされるものとする。共分散マトリクスは対称であるから、このモデルのパラメータ個数は

$$n^2 + nL + nR + LR + \frac{1}{2}n(n+1) + \frac{1}{2}R(R+1) \text{ (個)} \quad (2.25)$$

である。連続系の場合と同様にしてマトリクス  $\Phi$  を対角化し、 $\Gamma$ ,  $H$  のスケーリングのとり方によって、パラメータの数を減らすことができる。ノイズ源以外のパラメータ個数は結局 (2.20) と同じ個数にできる。しかし、ノイズ源の共分散には冗長なパラメータがある。

ノイズ源のパラメータを減らす 1 つの方法は、ノイズ項を白色ノイズ源からの生起過程の方程式の中に包含して組立てることである。このような手法は、Kalman<sup>72)</sup> のフィルター理論の中で取扱われており、推定問題の表現式のつ 1 である。Åström and Eykhoff<sup>37)</sup> は、この考え方沿って、対象とするシステムを推定のための表現式とみなして、次のように書き表わしている。

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \Phi\hat{\mathbf{x}}(k) + \Gamma\mathbf{u}(k) + C\mathbf{e}(k) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{y}(k) = H\hat{\mathbf{x}}(k) + Du(k) + \mathbf{e}(k) \quad (2.27)$$

注 1) マトリクスまたはベクトルのプライム ('') は転置を表わす。ここでは (2.17) でのマトリクス  $H$  → 転置ベクトル  $\rightarrow H'$  に置き換える。

ここに  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  は  $\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(k)$  を観測して与えられる最小 2 乗推定値である。系列  $\mathbf{e}(k)(k=1, 2, \dots)$  は、ガウス分布にしたがう白色ノイズであって

$$E\{\mathbf{e}(k)\}=0 \quad (2.28)$$

$$E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}'(k)\}=S \quad (2.29)$$

である。ここに  $E\{\cdot\}$  は期待値を表わし、 $\mathbf{e}'$  は  $\mathbf{e}$  の転置を表わす。 $S$  は共分散マトリクスで  $(R \times R)$  次元であるが、対称性を考慮すれば  $R(R+1)/2$  個の独立なエレメントしか持たない。

(2.26), (2.27)によって入力  $\mathbf{u}$  と出力  $\mathbf{y}$  の関係さえ正しく記述することができれば、 $\mathbf{x}$  の替わりに  $\hat{\mathbf{x}}$  を用いても何ら支障はない。 $C$  は  $(n \times R)$  次元のマトリクスであるから、パラメータ個数は結局

$$n(L+2R)+R\left(L+\frac{R+1}{2}\right) \text{ (個)} \quad (2.30)$$

となる。

多入力-1 出力に書きなおすため、 $H=[1, 0, \dots, 0]$ ;  
 $D=[d_{11}, \dots, d_{1L}]$  とする。ノイズ源は 1 つとし、 $\mathbf{e}=[e, 0, \dots, 0]'$  とする。 $\Phi$  は、(2.21)の形式を用いれば、

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) \\ = \{d_{11}u_1(k) + b_{11}'u_1(k-1) + \dots + b_{n1}'u_1(k-n)\} + \dots \\ + \{b_{1L}u_L(k) + b_{1L}'u_L(k-1) + \dots + b_{nL}'u_L(k-n)\} \\ + e(k) + c_1'e(k-1) + \dots + c_n'e(k-n) \end{aligned} \quad (2.31)$$

となる。ただし

$$b_{ij}'=a_i d_{ij} + b_{ij} \quad (2.32)$$

$$c_i'=a_i + c_{i1} \quad (2.33)$$

である。 $\text{Åström and Eykhoff}^{37}$  は、これを次のように表わして統計的な  $n$  次元離散値系の正準形と呼んでいる。

$$A^*(z^{-1})y(k)=\sum_{i=1}^L B_i^*(z^{-1})u_i(k) + C^*(z^{-1})e(k) \quad (2.34)$$

ここに

$$A^*(z^{-1}) \equiv 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \quad (2.35)$$

$$B_i^*(z^{-1}) \equiv d_{1i} + b_{1i}'z^{-1} + \dots + b_{ni}'z^{-n} \quad (i=1, \dots, L) \quad (2.36)$$

$$C^*(z^{-1}) \equiv 1 + c_{11}'z^{-1} + \dots + c_{n1}'z^{-n} \quad (2.37)$$

である。ここに  $z^{-1}$  はシフトオペレータで、次式によつて定義される。

$$z^{-1}y(k) \equiv y(k-1) \quad (2.38)$$

この場合のパラメータ個数は  $n(L+2)+(L+1)$  である。

## 2.2.2 回帰、自己回帰および移動平均モデル

(2.31)の正準形は、時系列データの解析に、従来から用いられていた統計的数学モデルの一般形となっているのを見ることができる。それらの対応関係を述べ、最後に MAR モデルとの対応関係を明らかにしておく。以下は、それぞれの時系列モデルを用いるときにそのシステムへの適用性をチェックするために必要なことがらである。

回帰モデル<sup>33)</sup>: 1 つの出力  $y$  を入力  $u_i$  の線形回帰式と、それに相関を持たないランダムノイズ項  $e$  で表わす。

$$y(k)=\sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^n b_i(m)u_i(k-m) + e(k) \quad (2.39)$$

これを  $L$  個の入力に対する  $n$  次の回帰モデル (regression model) という。 $b_i$  はインパルス重み系列とみなすことができ、このときはインパルス応答モデルと呼ばれる<sup>34)</sup>。 $b_i(0) \rightarrow d_{1i}$ ,  $b_i(m) \rightarrow b_{mi}'$  と記号を置きかえ、シフトオペレータ (2.38) を用いると

$$y(k)=\sum_{i=1}^L B_i^*(z^{-1})u_i(k) + e(k) \quad (2.40)$$

となり、正準形 (2.34) と比較すれば

$$A^*(z^{-1})=1, \quad C^*(z^{-1})=1 \quad (2.41) \quad (2.42)$$

に対応している。 $A^*(z^{-1})=1$  なる条件は状態方程式 (2.26) で

$$\Phi=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

に対応している。したがって、このモデルは特殊なシステムにしか適用することができない。

自己回帰モデル: 1 つの出力  $y(k)$  を自分自身の過去の値の  $M$  個の線形結合と、それに相関を持たないランダムノイズ項  $e$  で表わす。

$$y(k)=\sum_{m=1}^M a(m)y(k-m) + e(k) \quad (2.44)$$

これを  $M$  次の自己回帰モデル (autoregressive model, 略して AR モデル) という。ここに  $a(1), \dots, a(M)$  は自己回帰係数と呼ばれる。 $e(k)$  は次の条件を満たすものとする。

$$E\{\mathbf{e}(k)\}=0 \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{e}(k)\mathbf{e}(k-m)\}=0 & \quad (m \neq 0) \\ & =\sigma^2 \quad (m=0) \end{aligned} \quad (2.46)$$

ここに  $\sigma^2$  は  $e(k)$  の分散値を表わしている。 $a(m) \rightarrow -a_m$  と置換え、シフトオペレータを用いると (2.44) は

$$A^*(z^{-1})y(k)=e(k) \quad (2.47)$$

となる。AR モデルは、正準形と対比して

$$B_i^*(z^{-1})=0 \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (2.48)$$

$$C^*(z^{-1})=1 \quad (2.49)$$

の特別なケースとなっている。 $B_i^*=0$  なる条件は状態方程式モデル (2.26) (2.27) において  $\Gamma=0$  および  $D=0$  に対応する。また  $C^*=1$  は  $C=0$  に対応する。したがって AR モデルは

$$\mathbf{x}(k)=\Phi\mathbf{x}(k-1)+He(k) \quad (2.50)$$

$$y(k)=H'\mathbf{x}(k) \quad (2.51)$$

なるシステムの 1 表現である。ここに  $\mathbf{x}$  は  $M$  次元ベクトルであり、 $H'=[1, 0, \dots, 0]$  である。

ここに  $e(k)$  をシステムへの入力とみなすことができ、 $y(k)$  なる出力の生起過程を記述しているものと考えられる。このブロック線図を Fig. 2.3 に示す。

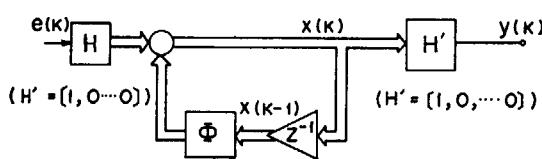


Fig. 2.3 Block diagram of a system describable by AR model

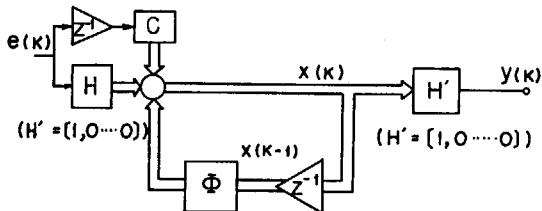


Fig. 2.4 Block diagram of a system describable by ARMA model

移動平均モデル：1つの出力をホワイトノイズの現時点の値および過去の  $Q$  個の値の線形結合で表わす。

$$y(k) = e(k) + \sum_{q=1}^Q c(q)e(k-q) \quad (2.52)$$

これを  $Q$  次の移動平均モデル (moving average model, 略して MA モデル) という。シフトオペレータを用いると次式のようになる。

$$y(k) = C^*(z^{-1})e(k) \quad (2.53)$$

正準形(2.34)と比較すると

$$A^*(z^{-1}) = 1, B_i^*(z^{-1}) = 0 \quad (i=1, \dots, L) \quad (2.54)$$

の特別なケースとなっている。 $A^*(z^{-1}) = 1$  なる条件は (2.43) と同じで、 $B_i^*(z^{-1}) = 0$  は AR モデルと同じく、入力からの寄与が考慮されない。 $\Phi$  に関する拘束条件は強く、適用できるシステムは限定される。

自己回帰移動平均モデル：自己回帰と移動平均を混合して次のようなモデルをつくる。

$$\begin{aligned} y(k) &= \sum_{m=1}^M a(m)y(k-m) + e(k) \\ &\quad + \sum_{q=1}^Q c(q)e(k-q) \end{aligned} \quad (2.55)$$

これを  $(M, Q)$  次の自己回帰移動平均 (autoregressive moving average; ARMA) モデルという。 $a(m) \rightarrow -a_m$  と置きかえ、シフトオペレータを用いると

$$A^*(z^{-1})y(k) = C^*(z^{-1})e(k) \quad (2.56)$$

となる。これを正準形(2.34)と比較すると、 $B_i^*(z^{-1}) = 0$  ( $i=1, \dots, L$ ) と置いたものに等しい。対応する状態方程式は

$$\mathbf{x}(k) = \Phi\mathbf{x}(k-1) + He(k) + Ce(k-1) \quad (2.57)$$

$$y(k) = H'\mathbf{x}(k) \quad (2.58)$$

となり、入力  $\mathbf{u}$  を持たない状態方程式モデルに対応している。このモデルにおいても  $e(k)$  をシステムへの入力として出力  $y$  の生起過程を記述しているものとみなせる。このシステムのブロック線図を Fig. 2.4 に示す。

多次元自己回帰モデル<sup>84)</sup>：自己回帰モデルを多次元系に拡張することによって得られるモデルである。

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{m=1}^M A(m)\mathbf{y}(k-m) + \mathbf{e}(k) \quad (2.59)$$

ここに  $\mathbf{y}$  は  $R$  次元の出力ベクトル、 $A$  は  $(R \times R)$  次元の係数マトリクスである。 $\mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_R]'$  で、(2.28) (2.29) と同じ条件を満たすものとする。これを  $M$  次の  $R$  次元自己回帰モデル (multivariate autoregressive model, 略して MAR モデル) という。次数、次元を示すときは AR( $M, R$ ) と略記する。

これに対応する状態方程式モデルは 1 次元の場合と同様にして得られる。ただし、スカラーをベクトルで書く。

$$\mathbf{z}(k) = \Phi\mathbf{z}(k-1) + He(k) \quad (2.60)$$

$$\mathbf{y}(k) = H'\mathbf{z}(k) \quad (2.61)$$

ただし、 $\mathbf{x}_i$  を  $R$  次元状態ベクトルとして

$$\mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M(k) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} A(1) & \mathbf{I} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & A(2) & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{I} \\ A(M-1) & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{I} \\ A(M) & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$H = [\mathbf{I} \ \mathbf{O} \ \cdots \ \mathbf{O}] \quad (2.64)$$

である。 $\mathbf{I}$  は  $R$  次元単位マトリクス、 $\mathbf{O}$  はゼロマトリクスである。(2.63) でわかるように  $\Phi$  は  $(RM \times RM)$  次元に拡大している。入力としてのノイズ源も複数であり、 $A$  もマトリクスであるから、変数  $y_1$  から  $y_L$  への伝達特性がこの中に織り込まれている。このため自己回帰の名こそ冠せられているが、異なる変数間の伝達特性を包含しているモデルである。

多入力系の自己回帰モデル：AR 表現は 1 出力系で書く限り、対象とすることのできるシステムが限定されている。Åström の正準形と比較すると、かなり一般性が失われ、積分要素のみからなるシステムにしか適用できないようにみえる。しかしながら、MAR モデルにおける出力ベクトルについて、以下のべるような解釈を加えると、Åström の正準形における  $B^*(z^{-1})$  がはたす役割を、自己回帰係数マトリクスの中に含んでいることがわかり、したがって微分要素を含んだ伝達特性にも適用することができる。

出力ベクトル  $\mathbf{y}$  の要素のうち  $L$  個は入力変数  $\mathbf{u}$  を直接観測したものであるとしてみよう。

$$\mathbf{y}^{(R+L)} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_R \\ u_1 \\ \vdots \\ u_L \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

$\mathbf{y}^{(R+L)}$  は  $(R+L)$  次元の出力ベクトルである。このようにすると MAR モデル(2.59)は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \frac{1}{L} \begin{bmatrix} R & L \\ A(m) & B(m) \\ * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k-m) \\ \mathbf{u}(k-m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ * \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

ここに \* は、 $\mathbf{u}(k)$  の生起過程を説明する必要がないために不要となるパラメータ部分を示している。 $\mathbf{y}$  について書けば次のようになる。

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{m=1}^M A(m) \mathbf{y}(k-m) + \sum_{m=1}^M B(m) \mathbf{u}(k-m) + \mathbf{e}(k) \quad (2.67)$$

ここに  $\mathbf{e}$  は  $R$  次元のランダム変数ベクトルで (2.28), (2.29) と同様の条件を満たすものとする。このようなモデルを AR( $M, R, L$ ) と記して自己回帰次数、出力次元数、入力次元数を指定する。

Åström の正準形と比較してみよう。 $\mathbf{y} \rightarrow y$  (スカラー) として、マトリクス  $A$  の要素  $a_{1j_i} \rightarrow a_j$  として (2.34) と対応させると

$$D=0 \quad (2.68)$$

$$C^*(z^{-1})=1 \quad (2.69)$$

と置いたものに等しい。正準形における  $B^*(z^{-1})$  の役割は係数マトリクス  $B$  が果たしている。ここで注意する必要があるのは、 $B^*(z^{-1})$  の中の即時応答<sup>注1)</sup> の伝達経路は  $d_{ij}$  によって表わされているが、(2.67) ではこれが欠けていることである。 $C^*(z^{-1})=1$  なる条件は、システムに印加されているノイズ源について AR 表現しか許されないとということを意味している。

このモデルがどのような状態方程式モデルに対応しているかを明らかにしておこう。

(2.62) で用いている状態ベクトル  $\mathbf{x}_i(k)$  のうち  $L$  個の要素は入力  $\mathbf{u}(k)$  と置き、残りを  $\mathbf{x}_i^{(R)}(k)$  と置く。

$$\mathbf{x}_i(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i^{(R)}(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

これによって (2.60) は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{(R)}(k) \\ \mathbf{u}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M^{(R)}(k) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(1) & B(1) & \mathbf{I} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ * & * & & & & \\ \vdots & & & & & \\ A(M) & B(M) & & & & \mathbf{O} \\ * & * & & & & \\ \mathbf{x}_1^{(R)}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M^{(R)}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix} + H' \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k) \\ * \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

注 1) 時間遅れなしに入力  $\mathbf{u}$  から出力  $y$  へ伝達する経路。通常の制御システムでは、このような伝達経路をもたないことが多い。

となる。ここで  $\mathbf{u}(k)$  の生起過程を記述している項を捨てて、 $\mathbf{x}_i^{(R)}(i=1, \dots, M)$  のみを集め

$$\mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{(R)}(k) \\ \mathbf{x}_2^{(R)}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M^{(R)}(k) \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

とすれば、次のような状態方程式に書くことができる。

$$\mathbf{z}(k) = \Phi \mathbf{z}(k-1) + \Gamma \mathbf{u}(k-1) + H \mathbf{e}(k) \quad (2.73)$$

$$\mathbf{y}(k) = H' \mathbf{z}(k) \quad (2.74)$$

ここに

$$\Phi = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} R & L & R & L & \cdots \\ A(1) & \mathbf{I} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ A(2) & \mathbf{O} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & & & & \\ A(M-1) & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{I} \\ A(M) & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} L \\ B(1) \\ B(2) \\ \vdots \\ B(M) \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$H$  は (2.64) と同じである。ただし  $\mathbf{I}$  は、 $(R \times R)$  次元の単位マトリクス、 $\mathbf{O}$  は  $(R \times R)$  次元のゼロマトリクスである。

統計的な離散値系の正準形 (2.26), (2.27) と比較すれば、その一般性について論ずることができる。多入力系 MAR モデルは、独立な入力変数  $\mathbf{u}$  およびシステムノイズ源  $\mathbf{e}$  を入力として、駆動される系の出力を観測したるもので、変数間の伝達特性は線形系の一般的な形を記述している。

さて、ここで入力  $\mathbf{u}$  から出力  $\mathbf{y}$  へ即時応答の伝達を含む場合に、拡張しておこう。この場合は  $B(0)$  を追加して次のように書く。

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{m=1}^M A(m) \mathbf{y}(k-m) + \sum_{m=0}^M B(m) \mathbf{u}(k-m) + \mathbf{e}(k) \quad (2.77)$$

これに対応する状態方程式は

$$\mathbf{z}(k) = \Phi \mathbf{z}(k-1) + \Gamma \mathbf{u}(k-1) + H \mathbf{e}(k) \quad (2.73)$$

$$\mathbf{y}(k) = H' \mathbf{z}(k) + D \mathbf{u}(k) \quad (2.78)$$

となる。ただし、

$$D = B(0) \quad (2.79)$$

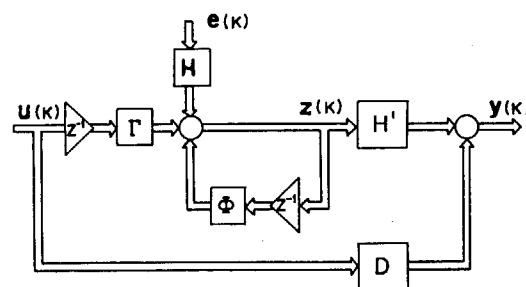


Fig. 2.5 Block diagram of multi-input/multi-output system describable by MAR model (Eq. (2.77))

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B(1) - A(1)B(0) \\ \vdots \\ B(M) - A(M)B(0) \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

このシステムをブロック図に示すと Fig. 2.5 となる。

### 2.2.3 最小2乗法によるパラメータの推定

モデル表現形式が与えられると、最小2乗法を用いてモデルパラメータを観測値  $y(k)$ ,  $k=1, \dots, N$  から推定することができる。以下に、それぞれのモデルを採用したときの推定式を与える。

(1) 回帰モデル（インパルス応答モデル）の場合：1入力1出力のケースを考える。評価関数を  $V$  として、

$$\begin{aligned} V &= \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 \\ &= \sum_{k=1}^N \left\{ y(k) - \sum_{m=0}^M \hat{b}(m)u(k-m) \right\}^2 \end{aligned} \quad (2.81)$$

を最小にするパラメータ  $\hat{b}(m)$  を定める。このためには

$$\frac{\partial V}{\partial \hat{b}(l)} = 0, \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.82)$$

を解けばよい。これは次の線形方程式となる。

$$\sum_{m=0}^M \sum_{k=1}^N \hat{b}(l)u(k-l)u(k-m) = \sum_{k=1}^N y(k)u(k-l) \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.83)$$

これをベクトル、マトリクス表示で次のように書くことができる。

$$R\hat{b} = s \quad (2.84)$$

ただし

$$R = \begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} \dots R_{0M} \\ R_{10} & R_{11} \dots R_{1M} \\ \vdots & \vdots \\ R_{M1} & R_{M2} \dots R_{MM} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$R_{lm} = \sum_{k=1}^N u(k-l)u(k-m) \quad (l, m=0, 1, \dots, M) \quad (2.86)$$

$$\hat{b} = [\hat{b}(0), \hat{b}(1), \dots, \hat{b}(M)]' \quad (2.87)$$

$$s = [s_{01}, s_{02}, \dots, s_{0M}]' \quad (2.88)$$

$$s_{0l} = \sum_{k=1}^N y(k)u(k-l) \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.89)$$

$R$  が正則ならば

$$\hat{b} = R^{-1}s \quad (2.90)$$

となる。モデルのあてはめ誤差を時系列としたものを残差系列といいう。すなわち

$$\hat{e}(k) = y(k) - \sum_{m=0}^M \hat{b}(m)u(k-m) \quad (2.91)$$

残差系列はまたモデル(2.39)のランダムノイズ源  $e(k)$  の推定値でもある。

多入力1出力系への拡張は簡単である。(2.81)において

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^M \hat{b}_i(m)u_i(k-m) \quad (2.92)$$

と置き、 $\hat{b}_i(m)$  について(2.82)と同様な偏微分をとればよい。結果を記すと次のようになる。

$$\sum_{i=1}^L R^{ji} \hat{b}^j = s^i \quad (i=1, 2, \dots, L) \quad (2.93)$$

ただし

$$R^{ji} = \begin{bmatrix} R_{00}^{ji} & R_{01}^{ji} \dots R_{0M}^{ji} \\ \vdots & \vdots \\ R_{M1}^{ji} & R_{M2}^{ji} \dots R_{MM}^{ji} \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

$$R_{lm}^{ji} = \sum_{k=1}^N u_j(k-l)u_i(k-m) \quad (l, m=0, 1, \dots, M) \quad (2.95)$$

$$\hat{b}^i = [\hat{b}_i(0), \hat{b}_i(1), \dots, \hat{b}_i(M)]' \quad (2.96)$$

$$s^i = [s_{01}^i, s_{02}^i, \dots, s_{0M}^i]' \quad (2.97)$$

$$s_{0l}^i = \sum_{k=1}^N y(k)u_i(k-l) \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.98)$$

このモデルの最小2乗法推定値は相関法におけるインパルス応答関数の推定値に漸近的に一致する。なぜならば、(2.83)に

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \{ \cdot \}$$

なる操作をほどこしたものは相関法の基本式(2.2)に一致するからである。この故に、回帰モデルによる解析は 2.1.2 でのべたように、フィードバックのある系に対して困難をともなう。Fig. 2.6 に、このモデルの推定のプロセスをブロック線図で示す。同図でわかるように、 $\hat{e}(k)$  は  $e(k)$  のよい推定値になっていなければならない。 $\hat{e}(k)$  は推定のプロセスでホワイト化されるのであるからこれに対応したシステムでも、 $e(k)$  はホワイトであることが要求される。

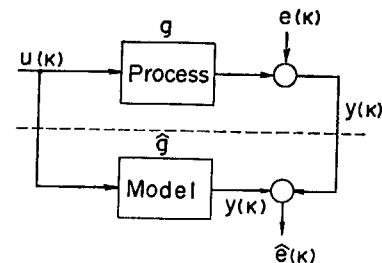


Fig. 2.6 Block diagram of regression (impulse response) parameter estimation process

(2) 自己回帰モデルの場合：1次元の場合を取り扱う。評価関数を

$$V = \sum_{k=1}^N \left\{ y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) \right\}^2 \quad (2.99)$$

とし、これを最小にする  $\hat{a}(m)$  を求める。 $\partial V / \partial \hat{a}(l) = 0$  なる条件から

$$\sum_{m=1}^M \phi_{lm} \hat{a}(m) = \phi_{l0} \quad (l=1, 2, \dots, M) \quad (2.100)$$

を得る。ここに  $\phi_{lm}$ ,  $\phi_{l0}$  は次のように定義される。

$$\phi_{lm} = \sum_{k=1}^N y(k-l)y(k-m) \quad (2.101)$$

$$\phi_{l0} = \sum_{k=1}^N y(k-l)y(k) \quad (2.102)$$

$y(k)$  が定常エルゴード過程であるという前提のもとに  $N$  を十分大きくとると、 $\phi_{lm}$ ,  $\phi_{l0}$  を  $N$  で除したものは自己相関関数  $\phi_y(l-m)$ ,  $\phi_y(l)$  に一致する。

$$\sum_{m=1}^M \phi_y(l-m) \hat{a}(m) = \phi_y(l) \quad (l=1, 2, \dots, M) \quad (2.103)$$

これを Yule-Walker 方程式といふ。自己回帰係数はこれを解いて求める。

MAR モデルを用いる場合も同様な方法によって、パラメータ推定を行うことができる。この場合の Yule-Walker 方程式は、 $R$  次元の  $M$  次 MAR モデルに対して

$$\sum_{h=1}^R \sum_{m=1}^M \hat{a}_{jh}(m) \phi_{hi}(l-m) = \phi_{ji}(l) \quad (i, j=1, 2, \dots, R) \quad (l=1, 2, \dots, M) \quad (2.104)$$

となる。ここに  $\phi_{ij}$  は  $y_i$  と  $y_j$  の相互相関関数を表わす。

AR モデルのパラメータ推定プロセスを Fig. 2.7 に示す。このプロセスはホワイトノイズ  $e(k)$  を入力として駆動されているシステムを、 $\hat{a}$  なるパラメータを用いたモデル  $\hat{A}^*(z^{-1})$  を通して残差系列

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m) y(k-m) \\ &= \hat{A}^*(z^{-1})y(k) \end{aligned} \quad (2.105)$$

をホワイト化する過程であるとみなせる。ここで、 $e(k)$  を実際の出力炉ノイズシステムにおける入力と考えると、そのようなホワイトノイズが装置に加わっていることはまれであり、多くの場合有色である。しかし、次数  $M$  に適切なものを選定したとすれば、その有色ノイズの生起過程をさらに自己回帰過程とみなし、Fig. 2.6 に示した “process” に含めているとみなすことができる。1 例をあげれば、人間の手による制御器の操作さえ、十分に長い時間にわたって続けられ、操作回数がひんぱんであれば、制御器出力信号をホワイトノイズからの生起過程に帰すこともしばしば可能である<sup>84)</sup>。

(3) 自己回帰移動平均モデルの場合：評価関数は、

$$V = \sum_{x=1}^N \left\{ y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m) y(k-m) - \sum_{q=1}^Q \hat{c}(q) e(k-q) \right\}^2 \quad (2.106)$$

を用いる。これを最小にする  $\hat{a}(m)$  は次式を満たす。

$$\sum_{m=1}^M \phi_{tm} \hat{a}(m) + \sum_{q=1}^Q \phi_{q1} \hat{c}(q) = \phi_{t0} \quad (l=1, 2, \dots, M) \quad (2.107)$$

ここで  $\phi_{tm}$  より  $\phi_{t0}$  は(2.101)および(2.102)の定義による。 $\phi_{q1}$  は次式で定義される。

$$\phi_{q1} = \sum_{k=1}^N e(k-q) y(k-l) \quad (2.108)$$

ここで  $N$  を十分大きくとると、 $\phi_{q1}$  を  $N$  で除したものは、 $e(k)$  と  $y(k+q-l)$  の相関関数  $\phi_{ey}(q-l)$  に一致する。

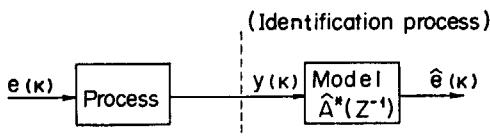


Fig. 2.7 Block diagram of AR model parameter estimation process

$e(k)$  はホワイトノイズプロセスであって(2.55)によれば  $y(k)$  は  $e(k-Q), \dots, e(k)$  までの入力にしか依存しないから  $\phi_{ey}(Q+l)$  ( $l=1, 2, \dots$ ) はゼロとなる。したがって(2.107)は Yule-Walker 方程式に書きかえて次のようになる。

$$\sum_{m=1}^M \phi_y(Q+l-m) \hat{a}(m) = \phi_y(Q-l) \quad (l=1, 2, \dots, M) \quad (2.109)$$

これから  $\hat{a}(m)$  について求めることができる。この  $\hat{a}(m)$  を用いて次のようにして  $\hat{c}(q)$  を求める。

$$\bar{y}(k) = y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m) y(k-m) \quad (2.110)$$

とおいて(2.55)を次のように書くと

$$\bar{y}(k) = e(k) + \sum_{q=1}^Q c(q) e(k-q) \quad (2.111)$$

形式的に MA モデルに変換される。これから  $c(q)$  を推定する。Yule-Walker 方程式は

$$\begin{aligned} \phi_y(l) &= \sigma^2 \sum_{q=0}^{Q-n} c(q) c(l+q) \quad l \leq 0 \\ &= 0 \quad l > 0 \end{aligned} \quad (2.112)$$

となる。ここに  $\sigma^2$  は  $e$  の分散値、 $c(0)=1$  である。 $\phi_y$  は先に求めた  $\hat{a}(m)$  を用いて次のように書ける。

$$\phi_y(l) = \sum_{m=0}^M \sum_{p=0}^M \hat{a}(m) a(p) \phi_y(l+m-p) \quad (2.113)$$

ただし  $\hat{a}(0)=1$  とする。(2.112)は  $c$  について非線形方程式となるので繰返し法または Newton-Raphson 法などを用いる<sup>75)</sup>。

このように ARMA は推定の計算が複雑になるため、多次元化したモデルはほとんど用いられていない。出力炉ノイズのように多次元フィードバックシステムに適用した場合には、その計算量は膨大なものになり、短時間にモデル同定を行うことが難しくなる。

(4) 多入力系自己回帰モデルの場合：まず 1 入力 1 出力系で説明する。入力変数が 2 つ以上の場合への拡張は簡単である。モデルは即時応答の経路 ( $b(0) \neq 0$ ) を有する場合を考える。

$$\hat{y}(k) = \sum_{m=1}^M \hat{a}(m) y(k-m) + \sum_{m=0}^M \hat{b}(m) u(k-m) \quad (2.114)$$

ここに  $\hat{y}$  はモデルの出力推定値であり、 $y$  と  $u$  が観測値である。評価関数はこの  $\hat{y}$  を用いて次のようになる。

$$V = \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 \quad (2.115)$$

$\partial V / \partial \hat{a}(l) = 0$ ,  $\partial V / \partial \hat{b}(l) = 0$  なる条件より次式を得る。

$$\sum_{m=1}^M \hat{a}(m) \phi_{tm} + \sum_{m=0}^M \hat{b}(m) S_{tm} = \phi_{t0} \quad (l=1, \dots, M) \quad (2.116)$$

$$\sum_{m=1}^M \hat{a}(m) S_{tm} + \sum_{m=0}^M \hat{b}(m) R_{tm} = S_{0t} \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.117)$$

ここで  $\phi_{tm}$ ,  $\phi_{t0}$ ,  $R_{tm}$ ,  $S_{0t}$  はそれぞれ(2.101), (2.102), (2.86), (2.89)の定義による。 $S_{tm}$  は次式の定義による。

$$S_{lm} = \sum_{k=1}^N y(k-l)u(k-m) \quad (2.118)$$

この場合も  $N$  が十分大きいとき、次の対応関係が成立する。

$$\begin{aligned} S_{lm}/N &\rightarrow \phi_{yu}(l-m), & S_{ml}/N &\rightarrow \phi_{uy}(l-m) \\ S_{0l}/N &\rightarrow \phi_{uy}(l), & R_{lm}/N &\rightarrow \phi_u(l-m) \end{aligned}$$

Yule-Walker 方程式は次式である。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & \overset{m}{\rightarrow} & M & 0, 1 & \overset{m}{\rightarrow} & M \\ l \downarrow & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l \downarrow & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}(1) \\ \vdots \\ \hat{a}(M) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \Phi_y(l-m) \\ \vdots \\ \Phi_y(l) \\ \vdots \\ \Phi_y(l-m) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \Phi_{yu}(l-m) & \Phi_{yu}(l-m) \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ \Phi_{uy}(l-m) & \Phi_{uy}(l-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{b}(0) \\ \vdots \\ \hat{b}(M) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \Phi_{uy}(l) \\ \vdots \\ \Phi_{uy}(l) \\ \vdots \\ \Phi_{uy}(l-m) \end{bmatrix} \quad (2.119) \end{aligned}$$

$\hat{a}(m)$ ,  $\hat{b}(m)$  はこの方程式の解として求められる。

このモデルのパラメータ推定のプロセスをブロック線図に表わすと Fig. 2.8 のようになる。ここに残差系列は

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) - \sum_{m=0}^M \hat{b}(m)u(k-m) \\ &= A^*(z^{-1})y(k) - B^*(z^{-1})u(k) \\ &= A^*(z^{-1})\{y(k) - \hat{y}(k)\} \quad (2.120) \end{aligned}$$

で表わされる。Fig. 2.8 によれば、このモデルの最小 2 乗法によるパラメータ推定とは、残差をホワイト化するように、モデル  $\hat{B}^*(z^{-1})/\hat{A}^*(z^{-1})$  と、ノイズモデル  $\hat{A}^*(z^{-1})$  を定めることと解することができる。 $\hat{e}(k)$  のホワイト化に成功すれば、モデル  $\hat{B}^*(z^{-1})/\hat{A}^*(z^{-1})$  は “process” に対応し、 $\hat{A}^*(z^{-1})$  は “noise process” に対応するものとなる。

多入力多出力系の場合には  $i$  番目の出力  $y_i$  について

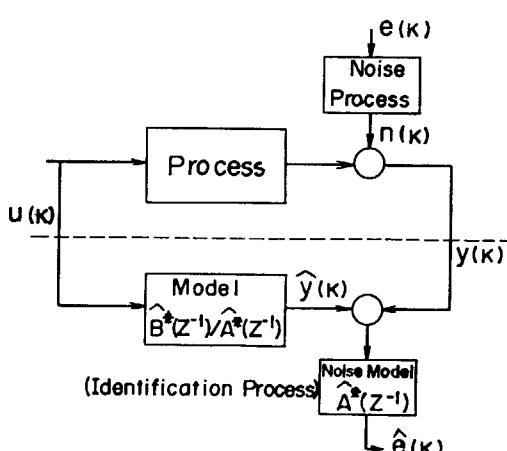


Fig. 2.8 Block diagram of model parameter estimation of Åström's canonical form (Eq. (2.114))

(2.115) と同様な形式の評価関数  $V_i$  をつくり、 $\partial V_i / \partial \hat{a}_{ij}$  ( $i=0, 1, \dots, M$ )、 $\partial V_i / \partial \hat{b}_{ij}$  ( $j=0, 1, \dots, M$ ) なる条件をとればよい。結果のみ書けば、 $\hat{A}(M)$ 、 $\hat{B}(M)$  を求める方程式は。

$$\begin{bmatrix} 1 & \overset{m}{\rightarrow} & M & 0, 1 & \overset{m}{\rightarrow} & M \\ l \downarrow & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l \downarrow & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ M & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}(1) \\ \vdots \\ \hat{A}(M) \\ \cdots \\ \hat{B}(0) \\ \vdots \\ \hat{B}(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_y(l) \\ \vdots \\ \Phi_y(l) \\ \vdots \\ \Phi_{uy}(l) \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

ここに  $\Phi_y$ ,  $\Phi_{yu}$ ,  $\Phi_{uy}$ ,  $\Phi_u$  はそれぞれの添字に示した変数ベクトルの、相関マトリクスである注<sup>1)</sup>。 $\mathbf{O}$  は  $(R \times R)$  次元のゼロマトリクスである。

(5) 最小 2 乗法における解の一貫性：最小 2 乗法により、結果が正しく得られるためには、いくつかの条件が満されていなければならない。それらをここでは解の一貫性 (consistency) として、まとめておく。

簡単のため、1 入力/1 出力システムについて取扱う。(多入力/多出力系への拡張は容易である)。パラメータ推定値は、(2.119) より次のように書ける。

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_y(l-m) & \phi_{yu}(l-m) \\ \cdots & \cdots \\ \phi_{uy}(l-m) & \phi_u(l-m) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_y(l) \\ \vdots \\ \phi_{uy}(l) \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

ただし  $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}(1), \dots, \hat{a}(M)]'$ ,  $\hat{\mathbf{b}} = [b(0), \dots, \hat{b}(M)]'$  である。

パラメータ推定誤差を評価しよう。(2.77) を一次元で考え、両辺に  $y(k-l)$  を乗じて平均操作を行う。これを  $a$ ,  $b$  について解いたものは真値を与えている。それらと推定値との差をとって

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_y & \phi_{yu} \\ \phi_{uy} & \phi_u \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_{ye}(l) \\ \phi_{ue}(l) \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

ここに

$$\phi_{ye}(l) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k-l)e(k) \quad (l=1, \dots, M) \quad (2.124)$$

$$\phi_{ue}(l) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k-l)e(k) \quad (l=0, 1, \dots, M) \quad (2.125)$$

定常エルゴード性を持つ、無限に長い観測データを想定する。このうち  $N$  個のデータを用いては推定操作を多数回、繰返したとする。パラメータも多数回推定される。したがって推定値も確率的変量と考えられ、推定誤差も確率的変量となる。採取を無限回行ったときの極限における平均値が存在する。

解の一貫性とはパラメータ推定誤差が確率的な極限の平均値においてゼロになることを言う<sup>76)</sup>。これを式で表わすと、

注 1) 次元数は  $\Phi_y$ ,  $\Phi_{uy}$  が  $\hat{A}$  と同じ  $(R \times R)$ ,  $\Phi_{yu}$ ,  $\Phi_u$  が  $\hat{B}$  と同じ  $(R \times L)$  である。ただし添字の示すベクトルの次元数がこれに満たない場合は残りのエレメントを 0 としておく。

$$E\left[\begin{bmatrix} \phi_{ye}(l) \\ \phi_{ue}(l) \end{bmatrix}\right] = \frac{1}{N} E\left\{\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N y(k-1)e(k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^N y(k-M)e(k) \\ \sum_{k=1}^N u(k)e(k) \\ \sum_{k=1}^N u(k-1)e(k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^N u(k-M) \end{bmatrix}\right\} = 0 \quad (2.126)$$

ここに (2.123) 右辺のマトリクスは正則であることを前提とする注<sup>1)</sup>。もし  $e$  が完全にホワイトであるならば、(2.126) の各要素の期待値は、次の 1 つを除いてゼロである。

$$\sum_{k=1}^N u(k)e(k) \quad (2.127)$$

この要素は  $u(k)$  が独立な入力信号であって  $e(k)$  と無相関であるときに限り、期待値がゼロになる。しかしながらフィードバック系において、 $u$  はもはやこの条件を満すことができない。出力炉のノイズ解析に適用する場合は、この点を十分考慮しなければならない。

もし  $u$  から  $y$  への既時応答（時間遅れのない伝達）経路が欠落している ( $b(0)=0$ ) ならば、(2.127) の要素が含まれない。したがって、再び解の一貫性が得られる。

(6) 即時応答の経路がある場合の取扱い：上に指摘したように、モデルパラメータ  $b(0)$  が無視し得ない場合には、フィードバック系では、そのままでは解の一貫性は得られない。このようなときの、1 つの取扱い方法を述べる。

変数に次のような変換をほどこす。

$$\tilde{u}(k) = u(k) - c_{uy}y(k) \quad (2.128)$$

ここに

$$c_{uy} = \frac{\sum_{k=1}^N u(k)y(k)}{\sum_{k=1}^N \{y(k)\}^2} \quad (2.129)$$

このような  $c_{uy}$  を用いると (2.128) をゼロにすることができる。すなわち

$$\sum_{k=1}^N \tilde{u}(k)y(k) = \sum_{k=1}^N u(k)y(k) - c_{uy} \sum_{k=1}^N \{y(k)\}^2 = 0 \quad (2.130)$$

したがって、 $u(k)$  のかわりに  $\tilde{u}(k)$  を用いればよい。

以上は入力変数を含む系について説明したが、MAR モデルを用いた場合にも、同様にしてあてはまる。ただしこの場合は  $y \rightarrow y_i$ ,  $u \rightarrow y$  と置きかえて考える。MAR モデル (2.59) は最初から即時応答の項を含まない。したがってこのような応答は、時系列データの段階で取除かれていかなければならない。この場合に用いる変換式は

$$\bar{y}_i(k) = y_i(k) - c_{iy}y_j(k) \quad (2.131)$$

$$c_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N y_i(k)y_j(k)}{\sum_{k=1}^N \{y_j(k)\}^2} \quad (2.132)$$

となる。

## 2.3 MAR モデルの同定手法の適用

### 2.3.1 MAR モデル選定の理由

前節で述べたように線形定常確率過程の表現モデルにはいくつかのものがある。モデル形式としては状態方程式モデルが最も一般的であって、システム構造を論ずる場合に都合がよい。しかしながら対象システムの構造がわからないとき困難を生じる。いわゆる次数の問題である。ここに取扱おうとする出力炉のノイズシステムでは、状態方程式で与えたモデルの次数を幾つにとればよいか全くわからない。したがって実際に適用するとき、観測データをあてはめる段階で行きづまってしまう。

次数の問題を避ける一つの方法はノンパラメトリックモデルを用いることである。インパルス応答モデル、周波数応答モデルがこれに相当する。しかしながらこれらの方法は、本論文で設定したような課題については、無力である。すなわちノイズ源の特性とシステム特性を分離して同定することができない。これが可能なのはフィードバックループがないときであって、出力炉ではこれは期待できないことは何度か指摘した通りである。

パラメトリックモデルで次数の問題を実際の応用面で解決しなければ、ノイズ源とシステムの特性分離という課題は達成できない。この問題を解決するものが時系列解析における次数決定法である。ここでは、モデルによる推定値と実際に観測された値との差（残差系列）を評価して次数を決める。赤池は 1970 年、MAR モデルの次数決定法に関して極めて有効な方法を提案した。この決定法にもとづいて構成されたモデルのフィッティングの妥当性は十分に検討されている<sup>77)~79), B4)</sup>。有効な次数決定法の存在が、MAR モデル選定の最大の理由となっている。

時系列表現モデルの使用で最も一般的なものを選ぶとすれば、多次元 ARMA モデルということになる。ここでなぜそれを使用しないかという理由は次の点にある。次数決定からパラメータ同定までの計算量が飛躍的に増大することである。本研究では診断への適用をねらったもので、現場に据付けられたプロセス用計算機によって処理されるものでなければならない。計算機は多くの仕事を処理しなければならないので、何時間も同定計算に費することは許されない。MAR モデルにおいては赤池の手法により、パラメータ同定と次数評価が同時に織り込まれた逐次計算法<sup>B4)</sup>（3.4 参照）が存在し、大幅な計算時

注 1) この正則性の条件は可同定性の別の条件 (Uniqueness) と関連する。

間の短縮が実現でき、実用化に有利な条件となる。

MAR モデルでは、同定によって得られたパラメータの値から、ただちに物理的な意味を読み取るということはほとんどできない。これは時系列モデルの欠点である。

物理的なシステム構造についての情報を得るためにインパルス応答や周波数応答、またはパワースペクトルなどに変換し、これらの特性に表される物理的な意味を読み取らなければならない。MAR モデルからこれらの表現への変換は 2.3.4 に述べる。

### 2.3.2 フィードバックループ系への適用性

2.1.2 および 2.2.3 では相関法やインパルス応答法は、フィードバックループ系の実際のデータ処理にほとんど役に立たないことを強調した。MAR モデルの使用によってこの困難がどのように克服されるかについて述べる。

説明を簡単にするため、Fig. 2.9 のような 2 変量システムについて取扱う。結果は容易に 3 変量以上のシステムに拡張できる。1 つの観測量  $y_i(k)$  は、 $y_j(k)$  のインパルス応答とノイズ項の和で表わすことができる。

$$y_i(k) = \sum_{m=1}^P g_{ij}(m)y_j(k-m) + n_i(k) \quad (2.133)$$

ここに、 $n_i(k)$  はランダムノイズ系列であり、一般に有色で与えられる。このノイズ系列を、1 つの AR 表現で与える。

$$n_i(k) = \sum_{l=1}^L c_i(l)n_i(k-l) + e_i(k) \quad (2.134)$$

ここに、 $e_i(k)$  はホワイトノイズであって  $y_i(k-1)$ ,  $y_i(k-2)$ , … とは無相関である。これを(2.133)に代入すると 2 次元 AR 表現に帰結できる。

$$y_i(k) = \sum_{m=1}^P g_{ij}(m)y_j(k-m) + \sum_{l=1}^L c_i(l)n_i(k-l) + e_i(k) \quad (2.135)$$

右辺に  $\sum c_i(l)y_i(k-l)$  を加減すると、

$$\begin{aligned} y_i(k) &= \sum_{l=1}^L c_i(l)y_i(k-l) + \sum_{m=1}^P g_{ij}(m)y_j(k-m) \\ &\quad - \sum_{l=1}^L c_i(l)y_i(k-l) + \sum_{l=1}^L c_i(l)n_i(k-l) + e_i(k) \end{aligned} \quad (2.136)$$

右辺第 3 項の  $y_i(k-l)$  に(2.133)を使って

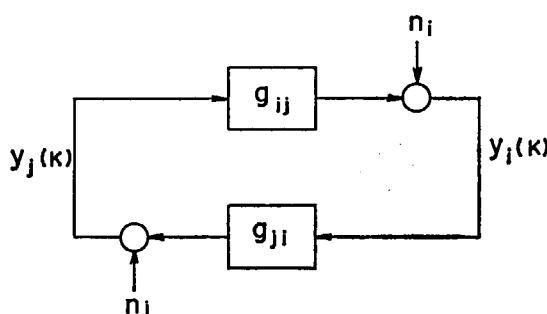


Fig. 2.9 Simplified block diagram of feedback system

$$y_i(k-l) = \sum_{m=1}^P g_{ij}(m)y_j(k-l-m) + n_i(k-l) \quad (2.137)$$

として代入すると、

$$\begin{aligned} y_i(k) &= \sum_{l=1}^L c_i(l)y_i(k-l) + \sum_{m=1}^P g_{ij}(m)y_j(k-m) \\ &\quad - \sum_{l=1}^L c_i(l) \sum_{m=1}^M g_{ij}(m)y_j(k-l-m) + e_i(k) \end{aligned} \quad (2.138)$$

となる。ここで次のように記号のおきかえを行う。

$$c_i(l) \equiv a_{ii}(l) \quad (l \leq L) \quad (2.139)$$

$$g_{ij}(1) \equiv a_{ij}(1) \quad (i \neq j) \quad (2.140)$$

$$g_{ij}(m) - \sum_{l=1}^{m-1} c_i(l)g_{ij}(m-l) \equiv a_{ij}(m) \quad (i \neq j, m=2, \dots, P+L) \quad (2.141)$$

$$P+L \equiv M \quad (2.142)$$

これによって(2.138)を書きかえると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} y_i(k) &= \sum_{m=1}^M a_{ii}(m)y_i(k-m) + \sum_{m=1}^M a_{ij}(m)y_j(k-m) \\ &\quad + e_i(k) \end{aligned} \quad (2.143)$$

$y_j(k)$  についても同様の表現ができる、

$$\begin{bmatrix} y_i(k) \\ y_j(k) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \begin{bmatrix} a_{ii}(m) & a_{ij}(m) \\ a_{ji}(m) & a_{jj}(m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i(k-m) \\ y_j(k-m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i(k) \\ e_j(k) \end{bmatrix} \quad (2.144)$$

となって 2 次元 AR 表現形式となる。

ここで  $i=1, 2, \dots, j, \dots, R$  に拡張すれば、ただちに一般的な MAR 表現になる。いったん MAR 表現に持ち込んだモデルでは、 $e_i(k)$  は独立なホワイトノイズとして定義されているから、 $y_i(k-1)$ ,  $y_i(k-2)$ , …, ( $i=1, 2, \dots, R$ ) 等と相関をもたない。

さて、前節に述べた解の一貫性について検討してみよう。前節では 1 入力 1 出力系で取扱ったが、MAR でも同じ方法で検討することができる。(2.122) における各要素を(2.121) で用いたような相関マトリクスでおきかえる。入力  $u$  はここでは無視する。結果として、(2.126) に相当する式として

$$E\{\Phi_{ey}(l)\} = \frac{1}{N} E\left\{ \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N \mathbf{e}(k) \mathbf{y}'(k-1) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^N \mathbf{e}(k) \mathbf{y}'(k-M) \end{bmatrix} \right\} \quad (2.145)$$

を得る。ここに、 $\mathbf{e}(k)$  および  $\mathbf{y}(k)$  は  $R$  次元ベクトルである。 $\mathbf{e}(k)$  と  $\mathbf{y}(k-1), \dots, \mathbf{y}(k-M)$  とは無相関であるから、上式の右辺はゼロとなり、解の一貫性が保障される。

以上のように、フィードバック系を MAR モデルによって表現し、最小 2 乗法を用いれば、偏りのない結果が期待できる。これはノイズ源が(2.134) の表現を通して白色化されていることによって可能になっている。

### 2.3.3 次数の決定 (赤池の MFPEC 法)<sup>42)</sup>

AR モデルの次数決定法として赤池により導入された手法を述べる。final prediction error (FPE) は次のよう

に定義される。

$$FPE = E \left[ y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) - \hat{a}_0 \right]^2 \quad (2.146)$$

ここに、 $\hat{a}(m)$  は最小 2 乗法により推定された AR 係数であり、 $\hat{a}_0$  は  $y(k)$  を平均値からの変動分として取扱うために生ずる定数項である（付録 2. 参照）。 $y(k)$  は  $\hat{a}(m)$  を求めたデータとは別のデータである。

$\hat{a}(m)$ ,  $\hat{a}_0$  の推定誤差を  $\Delta a(m)$ ,  $\Delta a_0$  とし、これらを確率変数とみなすと、次のような統計的性質がある<sup>42)</sup>。プロセス  $y(k)$ ,  $k=1, 2, \dots$ , がエルゴード過程であるとの仮定のもとで、

(1)  $\sqrt{N}\Delta a(m)$  は正規分布にしたがい、平均値はゼロ、分散値は  $\sigma^2/\phi_y(0)$  である。

(2)  $\sqrt{N}\Delta a_0$  についても同様である。ただし分散値は  $\sigma^2$  である。

(3)  $\Delta a(m)$  と  $\Delta a(l)$  ( $l \neq m$ ) は無相関である。 $\Delta a(m)$  と  $\Delta a_0$  についても同様である。

ここに  $N$  は採取データ数であり、 $\sigma^2$  は  $e(k)$  の分散値である。多変量では  $\sqrt{N}\Delta a_{ij}(m)$  と  $\sqrt{N}\Delta a_{ij}(l)$  の統計的極限値における共分散は

$$\sigma_{ij}^2 \phi_{ij}^{-1}(l-m) \quad (2.147)$$

となる<sup>注1)</sup>。この性質により FPE は次のように表わすことができる。計算は複雑なため、付録 2. に詳細を示す。

$$FPE = \left( 1 + \frac{M+1}{N} \right) \sigma^2 \quad (2.148)$$

ただし、一次元の場合を示した。

上式により、FPE を評価するには、 $\sigma^2$  を知らなければならない。しかし、観測データから知り得るのは

$$d_M = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) - \hat{a}_0 \right\}^2 \\ = \phi_y(0) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)\phi_y(m) \quad (2.149)$$

である。赤池によれば、上式を用いて、 $\sigma^2$  を次のように推定することができる（詳細は付録 2. 参照）。

$$\hat{\sigma}^2 = \left( 1 - \frac{M+1}{N} \right)^{-1} d_M \quad (2.150)$$

これは、AR 係数の推定誤差が、先に掲げた性質(1)～(3)によって、極限的に、 $\hat{\sigma}^2$  が  $\sigma^2$  に一致することを利用している。(2.150)を用いると

$$FPE = \left( 1 + \frac{M}{N} + \frac{1}{N} \right) \left( 1 - \frac{M}{N} - \frac{1}{N} \right)^{-1} d_M \quad (2.151)$$

となる。最初の( )内の第 1 項は推定不可能なランダム変量  $e$  による寄与であり、第 2 項は AR 係数の推定誤差に起因する項であり、第 3 項は  $a_0$  の推定誤差に起因する項である。2 番目の( )内は  $d_M$  から  $\sigma^2$  を推定するときの補正であり、その各項は同じく上記 3 種類の推定誤差に起因した補正量を意味している。

注 1)  $\phi_{ij}^{-1}(l)$  は  $\phi_{ij}(l)$  を要素とするマトリクスの逆マトリクスの  $(i, j)$  要素を表す。 $\phi_{ij}(l)$  は  $y_i$  と  $y_j$  の共分散関数である。 $(i, j=1, 2, \dots, R)$

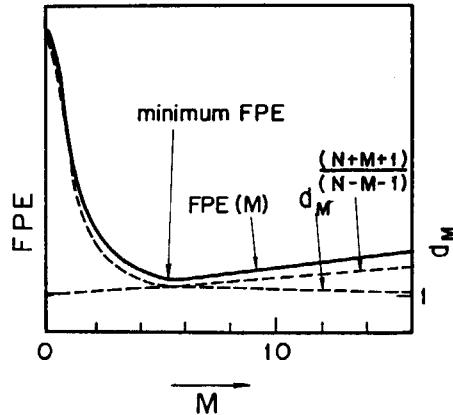


Fig. 2.10 Example of FPE (M) function

赤池の次数評価基準は、FPE を次数  $M$  の関数とみて、その最小値を与える  $M$  を選定するということである。一般に、残差  $d_M$  は  $M$  が増大するにつれて急激に減少する傾向がある。 $d_M$  のみに着目すれば、 $M$  が大きければ大きい程小さな残差を与える。ところが赤池の評価法によれば FPE はある大きさ以上の  $M$  によって逆に誤差が増大してくる。これはパラメータの推定が誤差をもつために、パラメータ数  $M$  の増大につれて、誤差も蓄積することを意味している。また推定に用いるデータ個数  $N$  が大きければ、それだけ推定誤差も少なくなる。限定された  $N$  個のデータによってあてはめを行うと、ある値の  $M$  以上に次数を上げると、ただ結果の不確実さを増すだけ、ということになる。以上の傾向を Fig. 2.10 に示す。

同様の手法を MAR モデルに対しても適用することができる。 $R$  次元の出力ベクトルを考える。 $i$  番目の変数  $y_i$  に関する、AR 係数  $a_{ij}(m)$  ( $j=1, 2, \dots, R$ ) の次数評価は

$$FPE_i(M) = \left( 1 + \frac{RM}{N} + \frac{1}{N} \right) \left( 1 - \frac{RM}{N} - \frac{1}{N} \right)^{-1} d_{Mi} \quad (2.152)$$

となる。ここで  $d_{Mi}$  は、 $i$  番目の変数について計算した  $d_M$  である。FPE はパラメータ  $RM$  によって評価されることになるので、次元数  $R$  が大きければ、それだけ  $M$  は小さく抑えられる。

変数が多い場合には 1 つ 1 つの  $y_i$  について  $FPE_i$  を評価するのは大変時間がかかる。そこで

$$MFPE(M) = \left( 1 + \frac{RM}{N} + \frac{1}{N} \right)^R \left( 1 - \frac{RM}{N} - \frac{1}{N} \right)^{-R} |d_M| \quad (2.153)$$

を定義し、これを最小にする  $M$  を選定する。ここに  $|d_M|$  は  $d_{Mi}$ ,  $i=1, 2, \dots, R$  を要素とするマトリクスの行列式である。

赤池<sup>77)78)</sup>はその後、これを一般的な最尤度推定の評価基準に拡大し、次のような AIC (an information criterion, または Akaike's information criterion ともいう) を提案している。

$$AIC(M) = -2 \ln(\text{maximized likelihood}) + 2M \quad (2.154)$$

これを最小にする  $M$  を、最適なパラメータ個数として選ぶというものである。

MAR モデルにおいて、推定誤差の統計的性質が正規性をもつ場合には

$$AIC(M) = N \ln |d_M| + 2M(1+RM) \quad (2.155)$$

となる。AIC を用いた MAR 次数評価の結果は、FPEC を用いた結果と同じ傾向を有する。両者は等価的であるとみなされている<sup>79)</sup>。

### 2.3.4 パワースペクトル推定

MAR モデル (2.59) に  $y'(k+l)$  をかけて、 $k$  について平均化操作を行うと次式を得る。

$$\Phi_y(l) = \sum_{m=1}^M \sum_{q=1}^M A(m) \Phi_y(l+q-m) A'(q) = S \quad (2.156)$$

ここに、 $\Phi_y(l)$  は  $y_i(k)$  と  $y_j(k+l)$  の相関関数を  $(i, j)$  要素とするマトリクスであり、 $S$  は  $e_i(k)$  と  $e_j(k)$  の共分散マトリクスである。フーリエ変換すれば、

$$A(f) \Phi(f) \bar{A}'(f) = S \quad (2.157)$$

となる。ただし、 $\bar{\phantom{x}}$  は複数共役を表わし、

$$A(f) = - \left( I - \sum_{m=1}^M A(m) \exp(-i2\pi f m) \right) \quad (2.158)$$

$$\Phi_y(f) = \sum_{l=1}^N \Phi_y(l) \exp(-i2\pi f l) \quad (2.159)$$

である。(2.157) からパワースペクトルマトリクスは次のように書ける。

$$\Phi_y(f) = [A(f)]^{-1} S \{ \bar{A}'(f) \}^{-1} \quad (2.160)$$

$\Phi_y(f)$  の  $(i, i)$  要素は、 $y_i(k)$  の APSD の推定値を表わし、 $(i, j)$  要素は、 $y_i(k)$  と  $y_j(k)$  の CPSD の推定値を表わす。 $S$  の推定値として、(2.149) による  $d_M$  を用いれば、MAR 係数からスペクトル推定ができる。

次に多入力系の MAR モデル (2.67) について結果を記す。導出は上の場合と同様な操作によっている。

$$\begin{aligned} \Phi_y(f) &= [A(f)]^{-1} B(f) \Phi_u(f) \bar{B}'(f) \{ \bar{A}'(f) \}^{-1} \\ &\quad + [A(f)]^{-1} S \{ \bar{A}'(f) \}^{-1} \end{aligned} \quad (2.161)$$

ここに、

$$B(f) = \sum_{m=0}^M B(m) \exp(-i2\pi f m) \quad (2.162)$$

$$\Phi_u(f) = \sum_{l=1}^N \Phi_u(l) \exp(-i2\pi f l) \quad (2.163)$$

$\Phi_u(l)$  は、 $u_i(k)$  と  $u_j(k+l)$  の相関関数を  $(i, j)$  要素とするマトリクスである。

### 2.3.5 ノイズ寄与分、ノイズ寄与率

MAR 表現では、係数マトリクス  $A(m)$  の対角要素  $a_{ii}(m)$  がノイズの生起過程に関するパラメータになっている (2.134), (2.139) 式参照)。これによってノイズ源  $n_i(k)$  の特性をシステムダイナミックスから分離して推定することができる。直接に観測されない有色ノイズ源の特性を、パラメータ  $a_{ii}(m)$  を通して推定することができる。

ノイズ源  $n_i$  の APSD は、(2.134) から導かれ、次式のように与えられる。

$$\Phi_{n_i}(f) = \frac{\sigma_i^2}{|a_{ii}(f)|^2} \quad (2.164)$$

ここに、 $\sigma_i^2$  は  $e_i(k)$  の分散値である。 $a_{ii}$  には (2.121) を解いて得た推定値を用い (ただし入力  $u$  がない場合は  $\Phi_{yu}, \Phi_{uu}$  等はゼロとする)、 $\sigma_i^2$  にはその推定値  $d_{Mi}$  (2.149) 式を  $y_i(k)$  について適用して得た  $d_M$  を用いる。

次に、変数  $y_i$  の APSD に占める、ノイズ源  $n_i$  からの寄与分を求める。ノイズ源が相互に独立であるとの仮定により、 $\sigma_{ij}^2 = 0$  ( $i \neq j$ ) とする。(2.160) による  $y_i$  の APSD は

$$\Phi_{y_i}(f) = \sum_{j=1}^R |A_{ij}^{-1}(f)|^2 \sigma_j^2 \quad (2.165)$$

となる。ここに、 $A_{ij}^{-1}(f)$  はマトリクス  $A(f)$  の逆マトリクスの  $(i, j)$  要素である。

次のような量を定義する。

$$p_{ij}(f) = |A_{ij}^{-1}(f)|^2 \sigma_j^2, \quad i, j = 1, 2, \dots, R \quad (2.166)$$

これを  $j = 1, 2, \dots, R$  まで加算すると、 $y_i$  の APSD 推定値 (2.165) になる。したがって  $p_{ij}(f)$  はノイズ源  $n_j$  から  $y_i$  へのパワー寄与分を表わしている。ノイズ寄与率は次式で与えられる。

$$\Gamma_{ij}(f) = p_{ij}(f) / \Phi_{y_i}(f) \quad (2.167)$$

次に、入力  $u_j$  からのパワー寄与分を求める。ノイズ源の場合と同様にして、(2.161) による  $y_i$  の APSD は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Phi_{y_i}(f) &= \sum_{j=1}^L |[A^{-1}(f)B(f)]_{ij}|^2 \Phi_{uj} \\ &\quad + \sum_{j=1}^R |A_{ij}^{-1}(f)|^2 \sigma_j^2 \end{aligned} \quad (2.168)$$

ここに、 $\{ \}_{ij}$  はカッコ内のマトリクスの  $(i, j)$  要素である。ここで

$$q_{ij}(f) = |[A^{-1}(f)B(f)]_{ij}|^2 \Phi_{uj} \quad (2.169)$$

を定義すれば、 $q_{ij}$  が入力  $u_j$  からのパワー寄与分を表わす。ノイズ寄与率は

$$\Gamma_{ij}(f) = q_{ij}(f) / \Phi_{y_i}(f) \quad (2.170)$$

ノイズ寄与分や入力寄与分の解析は原子炉診断技術への応用として、きわめて重要な意味をもつ。従来のパワースペクトル解析では、その構成要素を分解して示すことができなかった。しかし MAR モデルの同定を通してノイズ源解析を行うと、パワースペクトル変動があった場合、その源がどの変量にあるのかを判別することができる。

### 2.3.6 周波数応答、インパルス応答への変換

周波数応答：フィードバック系において、 $y_i$  から  $y_i$  への周波数応答は次式で求められる。この式の導出はやや複雑なため、付録 3. に詳しく取扱ってある。

$$G_{ij}(f) = -[\Phi_y^{-1}(f)]_{ij} / [\Phi_y^{-1}(f)]_{ii} \quad (2.171)$$

ここに、 $\Phi_y(f)$  は (2.160) で表わされるパワースペクトルマトリクスである。

独立な入力変数があるときの周波数応答は次のようにして導かれる。 $u_j$  から  $y_i$  への周波数応答を、 $H_{ij}(f)$  とする。これを  $(i, j)$  要素とするマトリクス  $H$  は

$$\Phi_{yu}(f) = H(f)\Phi_u(f) \quad (2.172)$$

を満たす。ここに  $\Phi_{yu}(f)$  はベクトル  $\mathbf{y}$  と  $\mathbf{u}$  のパワースペクトルマトリクスで、 $\Phi_u(f)$  はベクトル  $\mathbf{u}$  のパワースペクトルマトリクスである。一方、(2.67)に  $\mathbf{u}(k+l)$  をかけて平均操作をほどこすと

$$\phi_{yu}(l) - \sum_{m=1}^M A(m)\phi_{yu}(l-m) = \sum_{m=0}^M B(m)\phi_u(l-m) \quad (2.173)$$

ただし、 $\phi_{yu}(l)$  はベクトル  $\mathbf{y}$  と  $\mathbf{u}$  の相関マトリクスで、 $\phi_u(l)$  はベクトル  $\mathbf{u}$  の相関マトリクスである。フーリエ変換を行って次式のように表わす。

$$A(f)\Phi_{yu}(f) = B(f)\Phi_u(f) \quad (2.174)$$

上式と(2.172)から  $H(f)$  を求めれば

$$H(f) = A^{-1}(f)B(f) \quad (2.175)$$

となる。

インパルス応答：フィードバック系の  $y_j$  から  $y_i$  へのインパルス応答系列は(2.140)、(2.141)から明らかである。

$$g_{ij}(1) = a_{ij}(1) \quad (i \neq j) \quad (2.176)$$

$$\left. \begin{aligned} g_{ij}(m) &= \sum_{l=1}^{m-1} a_{ii}(l)g_{ii}(m-l) + a_{ij}(m) \\ &\quad (i \neq j, m=2, 3, \dots, M) \\ &= \sum_{l=1}^M a_{ii}(l)g_{ij}(m-l) \end{aligned} \right\} \quad (i \neq j, m > M) \quad (2.177)$$

多入力系の MAR モデルの場合を次に述べる。入力  $u_j$  から  $y_i$  へのインパルス応答系列を  $h_{ij}(m)$  とし、次式のように表わす。

$$y_i(k) = \sum_j \sum_{m=0}^P h_{ij}(m)u_j(k-m) + n_i(k) \quad (2.178)$$

$$n_i(k) = \sum_{m=1}^L a_{ii}(m)n_i(k-m) + e_i(k) \quad (2.179)$$

これを(2.67)の表現に持込むには

$$h_{ij}(m) = b_{ij}(m), \quad (m=0, 1) \quad (2.180)$$

$$\left. \begin{aligned} h_{ij}(m) &= \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{r=1}^R a_{ir}(l)h_{rj}(m-l) + b_{ij}(m) \\ &\quad (m=2, 3, \dots, M) \\ &= \sum_{l=1}^M \sum_{r=1}^R a_{ir}(l)h_{rj}(m-l) \end{aligned} \right\} \quad (m > M) \quad (2.181)$$

という変換式を用いればよい。この証明は付録 3. に掲げる。

得られた応答曲線を現象論的に解釈するには、ステップ応答曲線が適している。5. の解析例ではインパルス応答を積分してステップ応答を得ている。

### 2.3.7 可同定性を満たすノイズ源の配置

ゆらぎ伝達経路の動特性を同定するにあたって、どのようなノイズ源配置のもとで同定が可能か、という点を

十分に検討しておかなければならない。与えられたダイナミックスモデルのパラメータが偏りのないように同定される条件を、可同定性という。可同定性については、いくつかの研究があり<sup>76)93)</sup>、一般的に

(1) 十分大きいデータ個数に対して、パラメータ推定誤差が確率的な極限において、平均値ゼロになること (consistency).

(2) パラメータ推定値が一意的に決定されること (uniqueness).

をいう。このうち、(1)については、2.2.3-(5)に取扱った。ここでは(2)について検討し、これを満たすノイズ源配置がどのようなものでなければならないかを明らかにする。

フィードバックループがあることを前提として、システムの表現をインパルス応答で与えた式(2.133)から出発する。シフトオペレータ  $z^{-1}$ (2.38)を用いて、

$$g_{ij}^*(z^{-1}) = g_{ij}(1)z^{-1} + g_{ij}(2)z^{-2} + \dots + g_{ij}(p)z^{-p} \quad (2.182)$$

と置くと、(2.133)は、 $j=1, 2, \dots, R$  について書くと次のようになる。

$$y_i(k) = \sum_{j=1}^R g_{ij}^*(z^{-1})y_j(k) + n_i(k) \quad (2.183)$$

ベクトル方程式で与えると

$$\mathbf{y}(k) = G(z^{-1})\mathbf{y}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (2.184)$$

となる。ここに

$$G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & g_{12}^*(z^{-1}) & \dots & g_{1R}^*(z^{-1}) \\ g_{21}^*(z^{-1}) & 0 & \dots & g_{2R}^*(z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{R1}^*(z^{-1}) & g_{R2}^*(z^{-1}) & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.185)$$

である。 $\mathbf{y}$  について解くと

$$\mathbf{y}(k) = [\mathbf{I} - G(z^{-1})]^{-1}\mathbf{n}(k) \quad (2.186)$$

上式において、 $[\mathbf{I} - G(z^{-1})]^{-1}$  はパルス伝達関数である。その各要素が一意的に定まるためには  $\mathbf{n}$  の各エレメントがゼロでないことが必要である。しかしながら、原子炉のノイズシステムでは、この条件は一般に満たされず、実際の適用にあたって、いくつかのノイズ源が欠落することが多い。そのようなシステムは同定が全く不可能かといえば、そうではなく、部分的に可能である。

ここで、 $l$  番目のノイズ源  $n_l$  が欠落している場合を考えよう。このとき、どのような  $g_{ij}^*(z^{-1})$  が同定可能かを検討する。この条件を「部分可同定性」(partial identifiability : PAID) と呼ぶことにし<sup>69)</sup>、まず結論を定理の形で述べておく。

[PAID の定理] (2.184)で表わされるシステムにおいて、 $l$  番目のノイズ源  $n_l$  が欠落しているとき、 $y_j(k)$ ,  $j=1, 2, \dots, R$  から  $y_k(k)$  へのインパルス応答系列  $g_{ij}^*(z^{-1})$  ( $j \neq l$ ) は観測変数から一意的に定めることができる。

[証明] まずパルス伝達関数を

$$[\mathbf{I} - G(z^{-1})]^{-1} = D(z^{-1}) \quad (2.187)$$

と置く。これによって(2.186)は

$$\mathbf{y}(k)=D(z^{-1})\mathbf{n}(k) \quad (2.188)$$

$n_l(k)=0$  のとき、 $D(z^{-1})$  の  $l$  列の各要素は不定である。なぜならば、 $l$  列の各要素がどのような値を取ろうと、 $y(k)$  はそれと関係なく定まるからである。この不定な要素をもつマトリクスを書けば

$$D=\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \cdots (d_{1l}) \cdots d_{1R} \\ d_{21} & d_{22} \cdots (d_{2l}) \cdots d_{2R} \\ \vdots & \vdots \\ d_{R1} & d_{R2} \cdots (d_{Rl}) \cdots d_{RR} \end{bmatrix} \quad (2.189)$$

↑ 不安定な要素

ここで( )で示したものが不定な要素である。

このような不定な要素を用いて決定される  $g_{ij}^*(z^{-1})$  はやはり不定である。しかし、中には不定な要素と無関係に定められているものがある。(2.187)から  $G(z^{-1})$  について解けば

$$G(z^{-1})=\mathbf{I}-D^{-1}(z^{-1}) \quad (2.190)$$

となる。ここで

$$\{D^{-1}(z^{-1})\}_{ii}=\frac{\Delta_{ii}(z^{-1})}{\det D(z^{-1})}=1 \quad (2.191)$$

である。なぜなら、 $G(z^{-1})$  の  $(i, i)$  要素は(2.185)によってゼロにならなければならないからである。ここに、 $\{\cdot\}_{ii}$  はカッコ内の  $(i, i)$  要素を示し、 $\Delta_{ii}$  はマトリクス  $D$  の  $(i, j)$  に関する余因数を示す。(2.191)から次の関係式が得られる。

$$\det D(z^{-1})=\Delta_{ii}(z^{-1}) \quad (i=1, 2, \dots, R) \quad (2.192)$$

一方、 $G(z^{-1})$  の  $(i, j)$  要素は(2.190)から

$$g_{ij}^*(z^{-1})=\{G(z^{-1})\}_{ij}=\delta_{ij}-\frac{\Delta_{ji}(z^{-1})}{\det D(z^{-1})} \quad (2.193)$$

ここに  $\delta_{ij}$  はクロネッカーの記号である。(2.192)を用いて、 $\det D$  を消去すると

$$g_{ij}^*(z^{-1})=-\frac{\Delta_{ji}(z^{-1})}{\Delta_{ii}(z^{-1})} \quad (i \neq j) \quad (2.194)$$

ここで、余因数は  $i$  行、 $j$  列を除いて決定されるから、この中に  $l$  列が含まれていると、そのような余因数  $\Delta_{jl}$  または  $\Delta_{il}$  は不定な要素 ( $d_{il}$ ) を除いて決定される。したがって

$$g_{ij}^*(z^{-1})=-\frac{\Delta_{ji}(z^{-1})}{\Delta_{il}(z^{-1})} \quad (i=1, 2, \dots, R) \quad (j \neq l) \quad (2.195)$$

は一意的に定まる。(証明終り)

$i \neq l$  の場合には、余因数の中に必ず  $(d_{il})$  が含まれる。したがって、一意性のない要素を用いて決定されることになる。

以上によれば、固有ノイズ源をもつ変数から、固有ノイズ源をもたない変数への伝達特性は可同定であるが、その逆は可同定ではない。簡単な例を Fig. 2.11 に示す。同図のシステムでは、 $y_3$  に固有ノイズ源が欠落している。このとき、4変数系として取扱うと、 $g_{31}$  は可同定であるが、その他は保障されない。このような場合、 $y_3$  を無視して、 $(y_1, y_2, y_4)$  の3変数系として取扱うと、Fig.

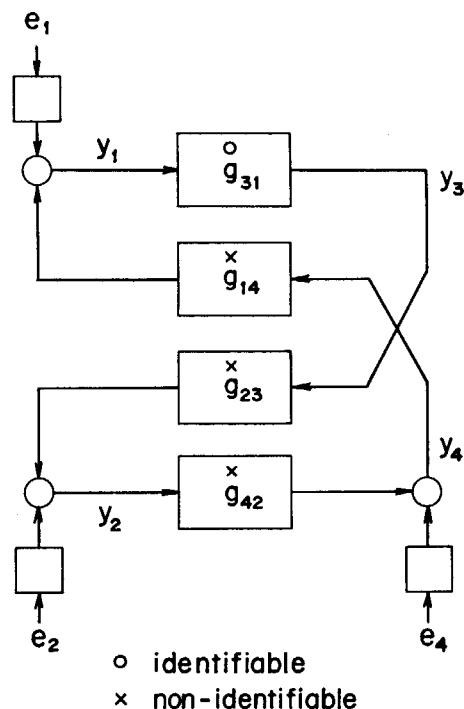


Fig. 2.11 4-dimensional feedback system with lack of the third noise source

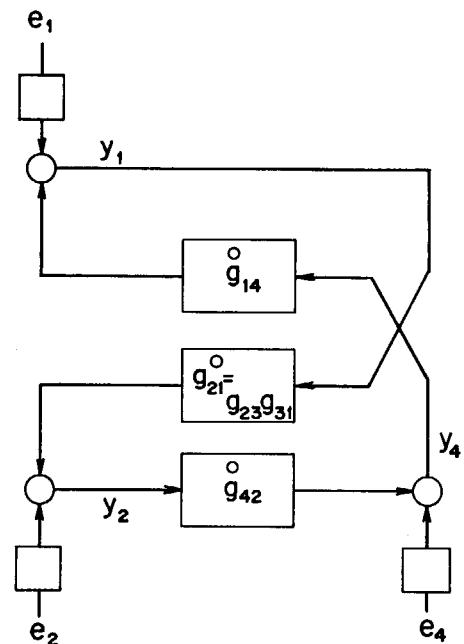


Fig. 2.12 3-dimensional feedback system with three noise sources

2.12 のように  $g_{14}$ 、 $g_{42}$  および  $g_{21}(=g_{23} \times g_{31})$  が可同定となる。

### 2.3.8 ノイズ源欠落のチェック方法

出力炉において、自然ノイズを使って動特性を同定しようとする場合、事前にノイズ源配置がわかっているケースは少ない。したがって、観測によってこれを把握しなければならない。北村、他<sup>69)</sup>は、MAR モデルをあてはめて得られる  $e_i(k)$  の推定分散値、 $\hat{\sigma}_i^2$  を用いてチェック

クする方法を提案している。

$$RRV_i \equiv \hat{\sigma}_i^2(M)/\sigma_{y_i}^2 \quad (2.196)$$

ここに  $\hat{\sigma}_i^2(M)$  は  $FPE$  評価法による最適次数  $M$  を採用したときの、推定誤差の分散値である。添字  $i$  は変数  $y_i$  に関するものを示す。 $\sigma_{y_i}^2$  は変数  $y_i$  の分散値である。このように定義した  $RRV_i$  は、変数  $y_i$  のゆらぎの大きさと、その固有ノイズ源  $e_i$  の大きさの比を表わし、 $i$  番目のノイズ源の相対的大きさの指標となる。

この定義によると、有色ノイズ源  $n_i(k)$  の大きさの評価にはならない。 $e_i(k)$  が小さくても  $n_i(k)$  は十分大きいこともある。この場合には、次式で定義される指標をチェックするのがよい。

$$RNV_i \equiv \hat{\sigma}_{n_i}^2/\sigma_{y_i}^2 \quad (2.197)$$

ここに、 $\hat{\sigma}_{n_i}^2$  は  $n_i$  の分散値の推定値で、(2.164)を用いて

$$\hat{\sigma}_{n_i}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{n_i}(f) df = \hat{\sigma}_i^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|\alpha_i(f)|^2} df \quad (2.198)$$

となる。

この方法においては、特定の周波数において生じている欠落をチェックすることができない。この場合には、 $\Phi_{n_i}(f)$  をチェックするのがよい。 $\Phi_{n_i}(f)$  は(2.164)によって計算される。一般に、 $\Phi_{n_i}$  が検出器およびデータ処理系によって持込まれるノイズのパワーレベルより十分大きければ、動特性推定に必要なノイズ源が確保されているとみてよい。

### 2.3.9 モデルあてはめの精度

あてはめの結果、得られたモデルがどの程度の精度を持つか、評価の方法について、常に議論を呼ぶところである。モデルの精度の評価方法には、いくつか異なるものがある、1つの方法で評価された結果が、他の方法での結果と必ずしも一致しないことがある<sup>33)</sup>。たとえば予測誤差が最小になるように作られたモデルを用いて、伝達関数を推定したとき、その誤差が最小になっているかと言えば、それは何ら保障されていない。また伝達関数の時間領域表現（インパルス応答）で、無視できるよう十分に小さなスパイクが誤差として混合している場合でも、周波数領域表現（周波数応答）で、高周波部の誤差を極度に悪化させる場合がある。いろいろな使用目的をもつモデルに対して、1つの評価方法によって議論することは不適当である<sup>33)</sup>。

次数が予め与えられていない MAR モデルあてはめでは、次数  $M$  とともに、係数  $a_M(m)$  を推定しなければならない。このときの精度評価は、現在のところ、厳密には与えられない<sup>34)</sup>。FPE 関数の形状によっては、次数を1つ増減しても、予測誤差には実質的な変化がないことがある。ところが、MAR 係数の数値は大きく変更を受けることが多い。同時にパワースペクトル推定値を調べると、再び実質的に大きな変化は表われない、という

ことがよく経験される。現状において論じられている、精度の評価に関する問題を以下に述べる。

(1) モデルパラメータの誤差：次数が確定しているシステムに、最小2乗法によってあてはめた場合には、2.3.3 に取扱ったように、 $\hat{a}_{ij}(m)$  の推定誤差  $\Delta a_{ij}(m)$  の分散値は

$$\frac{1}{N} \sigma_i^2 \phi_{ij}^{-1}(0) \quad (2.199)$$

で与えられると期待される。ただし、定常エルゴード過程であることを前提とする。上式によれば、 $N$  が十分大きいと誤差分散値はゼロに収束する。この式は誤差の構造を示しているものであって、現実にあてはめられたパラメータについて誤差を表わしているかどうかはわからない。数値的に評価するときには、 $\sigma_i^2$  は推定値しか与えられず、推定値に誤差を含むという事情があるからである。 $\Delta a_{ij}(m)$  が偏りをもたない点については、2.2.3 (5)に述べた解の一貫性が得られている限り、保障される。

(2) モデルの一意性のチェック：伝達特性をインパルス応答で与えた場合の同定結果の一意性は、すでに2.3.7に与えたように、ノイズ源の配置条件で決まる。MAR 係数の同定結果の一意性も同様にノイズ源の配置条件で決まるであろうか。これに対する明確な解答は難しい。現状で言えることは、モデル次数が確定しており、他の次数の選択の余地がないときには、ノイズ源配置条件できまるだろうということである。次数が予め与えられない場合には、次数の推定も行わなければならず、同定された係数の一意性を厳密にチェックする方法は現在のところ無いといってよい。

(3) モデルあてはめの良さの評価：あてはめの良さのめやすとなる数値を何らかの方法で示すことは必要である。中川<sup>34)</sup>は次のようなパラメータを用いることを提案している。

$$FPE_i(M)/FPE_i(0) \quad (2.200)$$

ここに、 $FPE_i(M)$  は次数  $M$  を採用したときの  $FPE_i$  である。 $FPE_i(0)$  は  $M=0$  としたときの  $FPE_i$  で、(2.152)によれば、 $y_i$  の分散値  $\phi_{yy}(0)$  にほぼ等しい。この比が小さいほど、あてはめの結果がよいと評価する。 $FPE_i(M)$  はノイズ源  $e_i$  の推定分散値に比例しており  $y_i$  に固有なノイズ源  $e_i$  が相対的に小さければ小さいほど、よいあてはめができるることを意味している。

このパラメータは、ノイズ源の相対的な大きさを反映しているという点で、 $RRV_i$  と似た意味合いをもっている。 $RRV_i$  が、伝達特性同定のためのノイズ源の大きさを評価するのに対して、(2.200)は伝達特性の決定に関係しない固有ノイズ源の大きさを評価する。両者の評価を結合すれば、大きい固有ノイズ源をもつ変量から、小

さい固有ノイズ源をもつ変量へのモデルあてはめは良好である, ということができる。

モデルあてはめの良さを, 残差成分から評価する方法がある。これは観測値  $y_i$  と, モデル推定された  $\hat{y}_i$  との誤差

$$E_i(k) = y_i(k) - \hat{y}_i(k) \quad (2.201)$$

を評価するものである。モデル推定式によって 2 種類の誤差が用いられる。

#### (a) 出力状態推定誤差

多入力システム MAR モデルに用いることができる。推定式を次式によって計算したときの誤差である。

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k) &= \sum_{j=1}^R \sum_{m=1}^M \hat{a}_{ij}(m) y_j(k-m) \\ &\quad + \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^M \hat{b}_{ij}(m) u_j(k-m) \end{aligned} \quad (2.202)$$

ここに,  $\hat{\cdot}$  は推定によって得た値であることを表わし,  $\hat{\cdot}$  印のつかない量は観測データを表わす。

#### (b) one step prediction 誤差

推定式として, 次式を用いたときの誤差である。

$$\begin{aligned} \hat{y}_i(k) &= \sum_{j=1}^R \sum_{m=1}^M \hat{a}_{ij}(m) y_j(k-m) \\ &\quad + \sum_{j=1}^L \sum_{m=1}^M \hat{b}_{ij}(m) u_j(k-m) \end{aligned} \quad (2.203)$$

これらの推定式を用いて(2.201)により残差系列  $E_i(k)$  を求め, その統計的性質をチェックすることによって, モデルあてはめの良さを評価する。一般に, この残差系列がまったくランダムであって, 平均値ゼロ, ホワイトな性質を示すとき, あてはめは成功しているとみなされる。

以上のように, 現段階において, 次数が予め与えられていない MAR モデルのあてはめ誤差をパワースペクトルや周波数応答関数上に定量的に示す方法は確立されていない。実際に与えられた実験データに関して, 行うことのできる評価はモデルの「あてはめの良さ」をチェックすることだけである。次数決定における判定基準として, 本論文では赤池の方法が最も好ましいものとして採用したのであるから, モデルの評価を行う基本的な考え方, 最終的に決定された  $M$  に対する FPE の具体的な数値で示されていると言うことである。この基本的な評価以外に, いくつかのモデルチェック方法が必要であって, それはモデルをどのような目的に用いようとしているかによって, 上記の各方法を使い分けるのがよい。**3.** 以後においては, **2.3** の方法を次の考え方によって使用している。出力状態推定誤差評価および one step prediction 誤差評価を MAR モデリング時に行う。これはデータサンプリングの条件を決めるときに適用し, 評価結果の良くないデータを捨てるようしている。モデルの応答関数のうち, 周波数応答に対しては RRV チェックを用いて評価する。この値が極度に低いものは結果を信用することができない。

## 2.4 ノイズ解析手法のまとめ

(1) ノイズ解析手法のサーベイを行った。その結果によれば, **1.1** に与えた本研究の目的と課題に対して MAR モデルあてはめの手法が次の点で適していることがわかった。

多変量系, フィードバック系への適用性:

原子炉システムでは, 出力が大きくなると, 例外なしにフィードバック効果が現われる。また熱出力を取り出したり冷却するためのループが存在し, その制御のためのシステムが有機的に関連し, 制約し合って複雑な体系を成しており, 多変量, フィードバック系としての取扱いをしなければ診断のためのノイズ解析を役立てることができない。しかしに従来の相関およびスペクトル解析法は, 白色でないノイズ源が加わっているこのようなシステムに適用しても, 因果関係が交錯してしまい, プラント機器性能のパラメータに関する情報の分離抽出に一定の限界がある。

MAR モデルにおいては, 高度の複雑化されたシステムに適用可能なモデル構造を有し, かつ一般に白色でないノイズ源の生起過程を包含しているため, ノイズ源に関する情報, システムの動特性に関する情報が分離抽出できる。

次数決定法の存在:

多次元系のモデルとして幾つもある中で, MAR モデルを選定する最大の理由は, 実用的かつ有効な赤池の方法が採用できるからである。この点については**2.3.1** に詳しく述べた通りである。これによって, 事前に生起構造のわからない有色ノイズ源についても, 解析の対象とすることができる。出力炉のノイズ理論が確立していないため, ほとんどの場合, 事前にノイズ源の構造を与えることができない現時点において, 最も有利となる点である。

次数決定が自動的に行われる点においても, 診断技術への応用の上で有利である。めんどうな次数評価を繰返していたのでは, 迅速な診断を要求される場合に不都合である。

任意の特性表現形式への変換:

ひとたび MAR モデルが得られると, 少数のパラメータからパワースペクトル, 周波数応答, インパルス応答ノイズ寄与率などが計算できる。

(2) しかし, いくつかの適用条件が存在する。これらは, a) データの統計的性質に関連するもの, b) あてはめモデルの性質に関連するもの, c) 対象システムの性質に関連するもの, にわけられる。a)については一般に論じられている他の文献<sup>B4)B5)</sup>にゆずり, ここでは, b), c)についてまとめる。

モデル表現形式に関連したもの:

MAR モデル表現上の 1 つの欠陥は, ノイズ源  $n_i$  の移

動平均項が考慮されないことである。したがって、システムに加わるノイズ源 (Fig. 2.9 参照) の性質として、その生起過程の中に微分要素をもつものは、一般に困難を生ずる。もし微分要素が含まれていると事前に分っている場合は、できる限り微分要素より前の変数について計測して、微分要素をシステム動特性の中に取り入れてしまうことである。

もう 1 つの欠陥は即時応答項を持たないことである。しかし、2.2.3(6) に述べた方法によって、時系列データに適当な処理を加えることによって対処することができる。

対象システムの性質に関連したもの：

本章ではノイズ源の欠落について取扱った。伝達経路

の動特性を同定する場合には、ノイズ源の強さを評価した上で、結果を採用するか捨てるかを決定する必要がある。可同定性を満たすノイズ源の配置について 2.3.7 に十分条件を示すと共に、2.3.8 には、ノイズ源欠落のチェック方法を与えた。この中で、RRV は最も簡単で便利な指標である。この数値は同定精度に関連した数値であることに間違いはないが、MAR モデルを通して得た伝達経路の動特性同定結果の精度に関して、十分な理論が存在しない現状では、RRV がどの程度ならよいという判定基準が理論的に明確にし得ない。著者の経験では 5 章で示すように、この数値が 10% 以上を示すときに同定に十分なノイズ源が確保されているとみなすことのできる場合が多い。

### 3. 原子炉システムと実験条件

#### 3.1 JPDR-II の概要

本研究における実験は、JPDR-IIにおいて行われた。原子炉は直接サイクルのBWRであり、定格出力は90MW(th)に設計されている。炉心はウラン235濃縮度2.7%を主体とした酸化ウラン燃料からなる。燃料集合体は燃料棒を $7 \times 7$ の正方形に49本配列して構成されている。49本のうち、7本は局部ピーキング係数を小さくするため、濃縮度を2.0%に低減したものを用いている。

燃料集合体はジルカロイ-4製のチャンネルボックスで囲まれている。これは燃料の冷却流路を形成すると共に、制御棒ガイドの役割も果している。

炉心には72体の燃料集合体が配置されている。その構成図をFig. 3.1に示す。IFAは4体挿入されており、炉心内の特性を把握できるよう対称点をさけて配置されている。炉心の高さは147cmである。

炉心冷却材は2台の強制循環ポンプ(forced circulation pump: FCP)で駆動され、圧力容器の下部プレナムへ導かれる。ポンプ配管からプレナムへの出口にはバッフルプレートが取付けられており、プレナム内で十分に攪拌が行われるようになっている。また、プレナムには制御

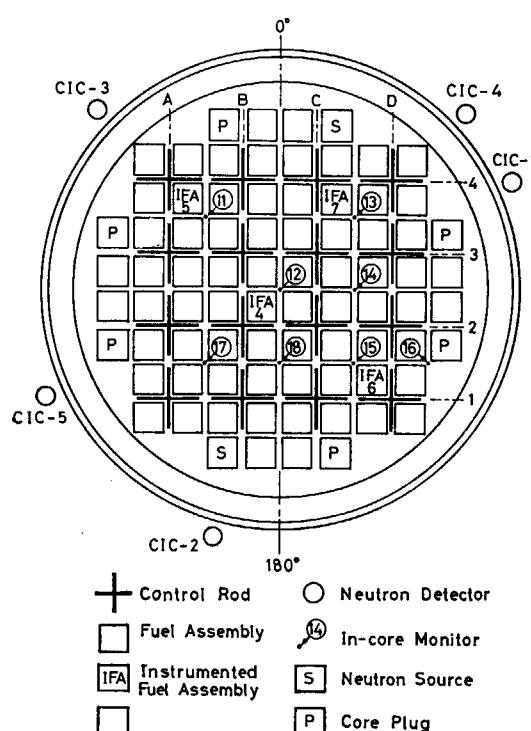


Fig. 3.1 JPDR-II core configurations

棒ガイドチューブが複数あり、冷却材入口流量ゆらぎの考察にあたって、重要視する必要がある。燃料チャンネル内を通って、核加熱された冷却水は気液2相流体となって炉心上部のライザーを上昇する。ライザーはJPDR-IIに改造前、自然循環型であったときの自然循環水頭を十分にとるために円筒で、強制循環に改造後もそのまま装備されている。ライザー上部には20台のサイクロン式気水分離器がある。分離された水は炉心シュラウド外側の環状流路(ダウンカマー)に下降する。途中に給水スパージャがあり、そこからサブクール水となる。給水は均一に再循環水と混合するように、リング状のヘッダーがあり、これに付けてある多数の噴出口より放出される。Fig. 3.2に原子炉断面図を示す。

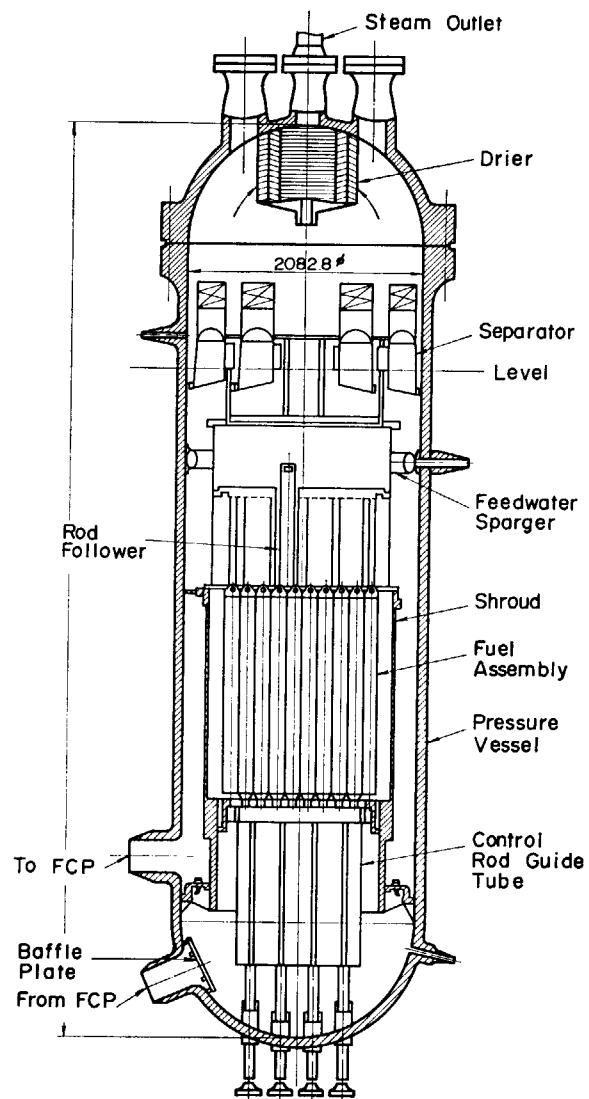


Fig. 3.2 JPDR-II reactor cross section

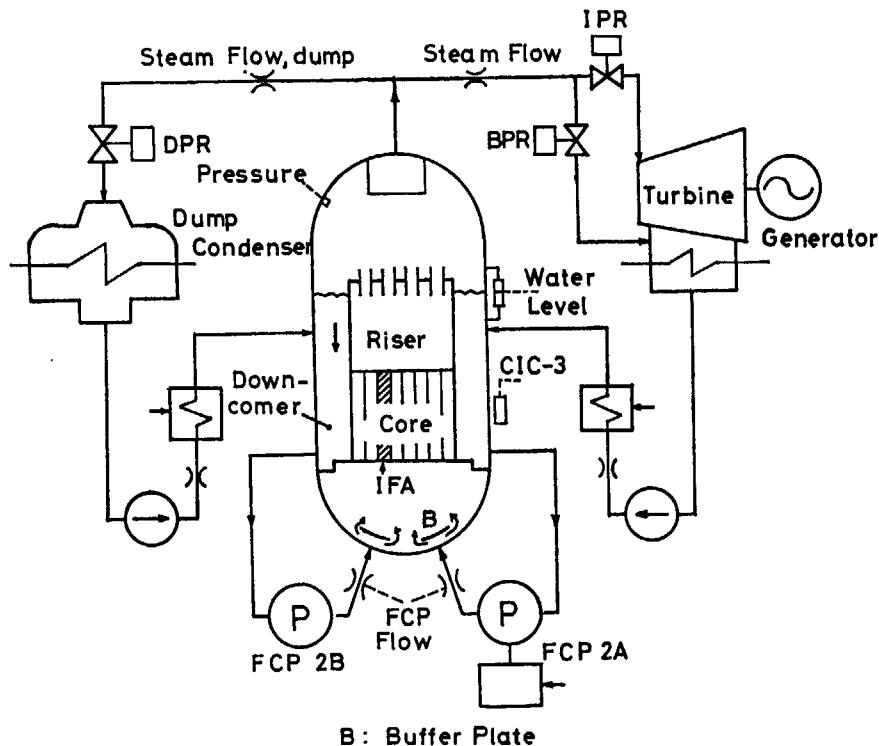


Fig. 3.3 Schematic diagram of the JPDR-II plant system. The plant has two load systems: turbine/generator and dump condenser.

Fig. 3.3 にはプラントの流れ図を示す。タービン負荷システムは 45 MW(th) の容量を有し、発電機は 12.5 MW(e)まで発電できる。ダンプコンデンサーは 45 MW(th) まで処理でき、海水中に放熱される。

原子炉出力の制御は、(1)制御棒位置、(2)強制循環流量の 2 種類があるが、本実験においてはこのどちらも一定値に設定し、フィードバック制御は行われない。

定常時のプロセス制御系は(1)圧力制御系、(2)給水制御系がある。圧力制御系には 2 種類の調整器が使われる。1 つは initial pressure regulator (IPR) で、タービン蒸気流量を加減することによって圧力を一定値に保つ。もう 1 つは bypass pressure regulator (BPR) で、主蒸気配管からコンデンサーへのバイパス蒸気流量を加減することによって圧力を制御する。これらは 2 つを同時に操作することはない。これらの制御特性は、圧力ゆらぎの特性を支配するので重要である。圧力制御には、このほかにダンプコンデンサー主蒸気流量調節器 (DPR) によるものもあるが、本実験では使用されないので省略する。

給水制御系にも 2 種類あり、1 つはタービン系からの給水を制御する。タービン系蒸気流量、炉水位の信号を取り入れて制御するので、3 要素制御系と呼ばれる。もう 1 つはダンプコンデンサー系からの給水を制御するもので、ダンプコンデンサー蒸気流量信号を取り入れており、2 要素制御系と呼ばれる。

FCP の回転数は、マスターコントローラによって 2 台共同一の設定値に制御される。流量は急激な変化が与えられないよう約 30%/min 以内の変化率に制限されて

いる。本実験ではシステムノイズ測定時には一定値に固定されたが、外乱信号印加実験時にはマスターコントローラにバイナリ信号が加えられた。この場合には、変化率制限器の効果により入力波形が多少歪んでいる。

JPDR-II は、一般商用 BWR に比較して小型であり、熱出力も小さい。しかしながら、炉心の核熱水力の性能は商用 BWR と同程度のものとなっている。主要性能について、一般的な商用炉に関するものと比較し、TABLE 3.1 に示す。

### 3.2 IFA, 核計装, プロセス計装の条件

本論文において取扱われる信号ゆらぎの中には、IFA から得られたものがあり、重要な役割をはたしている。IFA の主要構造とその特性について以下に述べる。IFA は他の燃料集合体よりも燃料 1 本分だけ少ない。これは中央の 1 本をリード線のガイドチューブにしたためである。IFA 1 体あたりに取付けられている計装は、

- (1) タービン流量計（入口、出口に各 1） 2 個
- (2) 燃料中心温度測定用熱電対 2 本
- (3) 冷却材温度測定用熱電対（入口、出口に各 2） 4 本
- (4) インピーダンス型ボイド計（出口） 1 個
- (5) 自己出力型中性子検出器（中央ガイドチューブ内） 2 本

である。上記以外の構造や燃料仕様は他の集合体と同様である。

TABLE 3.1 Comparison of the JPDR-II design parameters with a commercial BWR

	JPDR-II	Commercial BWR*
Reactor power (MWth)	90	2381
Core dimensions:		
Equivalent dia. (cm)	127	403
Height (cm)	147	366
Fuel rod dia. (mm)	12.23	12.5
Number of rods per assembly	(7×7)	(8×8)
Number of assemblies	72	548
Thermal neutron flux, ( $10^{13}$ n/cm <sup>2</sup> ·s)	3.8	4.2
Core power density (kW/l)	46.5	51.1
Inlet coolant velocity (m/s)	1.8	2.0
Pressure (kg/cm <sup>2</sup> g)	61.5	70.7

\* BWR-4 (fuel: BWR-6)

ターピン流量計の動作原理と過渡応答特性については付録4に詳述する。流量計の圧力損失を検討しておくことは重要である。もし圧力損失が大きいものであれば、他のチャンネルとは異った流量特性を示す可能性がある。炉外実験装置を用いて、いくつかの実験が行われており<sup>85)</sup>、それによると、IFA全体の圧力損失として、 $\Delta P = 1.03 F^2 \text{ cm-aq}$ なる実験式が得られている。ここに  $F$  は  $l/s$  で表わした流量である。一方、計装のない燃料集合体（標準燃料集合体と呼ぶ）に関する流動実験<sup>87)</sup>のデータを整理すると、 $\Delta P = 0.936 F^2 \text{ cm-aq}$  が得られる。

しかしながら、炉心に装荷後のIFAの流量計の読みと核熱水力計算コード、STEADY-ACEによる同一条件下の計算値による流量の比較<sup>88)</sup>では、標準燃料の約6割しか流量が確保されていない。ターピン流量計の圧力損失は静特性的には無視し得ないと考えられる。

動特性、特に流量ゆらぎの特性に関して、両者を比較できるデータは無いが、ターピン流量計のゆらぎに対する効果は、IFA流量観測データをもとに、4.4.2(4)に論ずることにし、問題として指摘しておく。

IFAの発熱量に関して、標準燃料集合体との差異を比較検討すれば、IFAにおいて燃料ピン1本はガイドチューブであることにより発熱がない。また2本には中心温度測定用の熱電対を中途まで通すために、ペレットに1.2 mm $\phi$ の孔がある。1本のIFAにおいて、これら空隙が全燃料ペレット体積に占める割合は2.1%以下であり、発熱量に対する影響はほとんど無視できる。IFAの構造をFig. 3.4に示す。

ターピン流量計はターピン翼の回転数を計数するもので、体積流量率( $l/s$ )を計測する。ハウジングに取付けたピックアップコイルの近傍を翼の先端が通過すると、コイル内に埋込まれた磁石から出る磁力線を切る。このとき発生する磁力変化をコイルがとらえ、電気パルスを発生する。これを計数して回転数を測定する。構造の詳細は付録4に掲げる。

ターピン流量計の回転数は定常流において、次のように

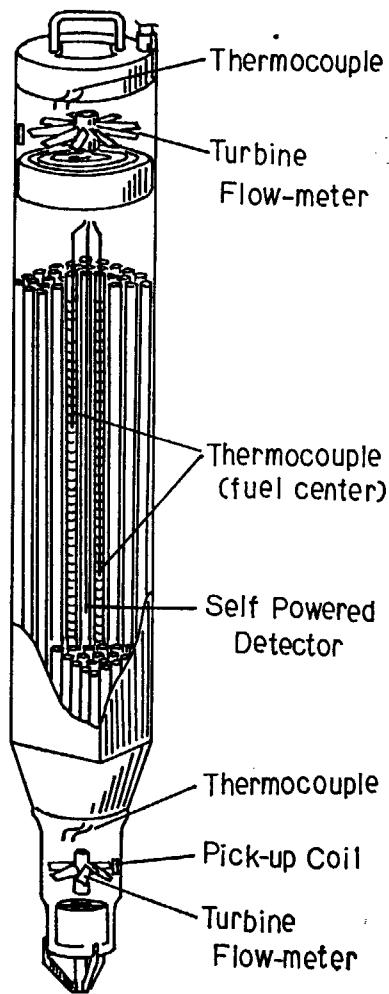


Fig. 3.4 JPDR-II instrumentation fuel assembly

な流速に比例している。

$$\bar{V} = \frac{V_w^2 \rho_w (1-f) + V_s^2 \rho_s f}{V_w \rho_w (1-f) + V_s \rho_s f} \quad (3.1)$$

ここに  $V$  は速度、 $\rho$  は密度、 $f$  はボイド体積率である。添字  $w, s$  はそれぞれ液相、気相を表わす。これによれば、ターピン翼回転数は液相、気相の速度に質量流速で重みをつけて、平均した流速を測定している。単相の場合、またはスリップ比が1の場合には  $\bar{V} = V$  となる。

ターピン流量計の過渡応答特性 ( $\bar{V}$  に対する回転数の応答) は

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + (I/k\rho\bar{V}^*)} \quad (3.2)$$

ここに、 $\mu, k$  は構造に依存した定数で、 $I$  はローターの慣性モーメントである。また、

$$\bar{V}^* = V_w \rho_w (1-f) + V_s \rho_s f \quad (3.3)$$

である。単相流の場合には上式で  $f=0$  とすればよい。炉外実験装置を使って、単相流について実験した結果<sup>85)</sup>によれば、時定数は流量に依存しており、TABLE 3.2に示すような実験式が得られている。同表( )内に示した値は本実験での流量条件における値である。

燃料中心温度測定用熱電対は100%タンクステン線および74%タンクステン26%レニウム線(W/W26%Re)

TABLE 3.2 Time constants of turbine flow-meters

Flow-meter	Inlet flow-meter	Outlet flow-meter
Time constant $I/k\rho V^*$ (sec)	$2/F$ (0.244)	$1.67/F$ (0.113)
F : Flow rate (l/s)		

を素線とし、絶縁材ベリリア (BeO)、被覆材タンタル (Ta) を使用しており、外径は  $1\text{ mm}\phi$  である。1本は燃料上端から 565 mm、もう1本は 1073 mm の位置に取付けられており、スタックの約 3 分の 1 の長さを間隔としている。本実験で使用したものは上端から 565 mm に置かれたものであり、IFA 横断面の中心部に配置されている。

冷却材温度測定用熱電対は、クロメルとアルメル (C/A) を素線とし、インコネルの被覆材を使用しており、外径は 1.0 mm である。

熱電対の応答の時定数は、メーカー注<sup>1)</sup>の実験によれば

$$\tau = 60d^{3/2} \text{ (ms)} \quad (3.4)$$

程度である。ここに  $d$  は被覆材外径 (mm) である。しかし、補償導線出力端における応答の時定数はいろいろな因子によって影響される。測温点の取付状態、補償導線の長さなどが影響をもつため、正確な時定数はわかつていいない。

ボイド計と自己出力型中性子検出器は本実験で使用していない注<sup>2)</sup>。

核計装には制御用中性子計測系と、炉内監視用中性子計測系がある。前者は CIC-1~5, B10 の記号で Fig. 3.1 に配置が示されている。後者は in-core monitor 11~18 である。本実験で使用したのは CIC-3 と、in-core monitor 14 である。これらを中心以下に述べる。

CIC-3 は炉中心から半径 1,549 mm の円周上にある。炉心の等価半径は 635 mm であるから、炉心外周から 915 mm 離れたところにある。軸方向の炉心中心線付近に置かれる。この位置での熱中性子束は定格出力時で  $5 \times 10^8 \text{ n/cm}^2 \cdot \text{s}$  程度である。検出器感度は  $6.2 \times 10^{-14} \text{ A/nv}$  である。CIC の出力はピコアンペーラーに導かれる。アンプの時定数は 2 ms (ただし  $10^{-9} \text{ A}$  以上のレンジ) である。

In-core monitor は  $8.34 \text{ mm} \times 5.8 \text{ mm}\phi$  の小型の核分裂電離箱である。炉心を上下に貫くガイドチューブに 3 点配置されたもの 6 本、2 点配置されたもの 2 本がある。本実験で使用したものは 2 点式である。炉心水平面上の配置は Fig. 3.1 に、軸方向の配置は Fig. 3.5 に示す。感度は  $2 \sim 10^{-17} \text{ A/nv}$  である。較正は同じガイドチューブに入っている較正用ワイヤーによって行われる。ピコアンペーラーの時定数は 5 ms である。

タービン蒸気流量、タービン給水流量は動特性実験専

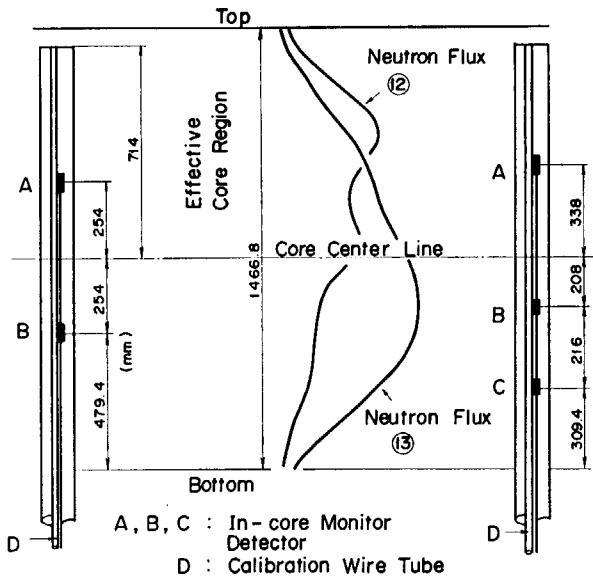


Fig. 3.5 Axial locations of in-core monitors of the JPDR-II

用の計測系をもっている。フローオリフィスからの圧力を differential pressure transmitter で検出し、square root converter を通して流量信号を得る。較正は原子炉プロセス計装の流量計を用いて行った。これらの測定系の過渡応答時定数は 20 ms 以内である。

圧力、ダンプコンデンサ系蒸気流量および給水流量、FCP 流量、水位などに原子炉プロセス計装の信号を用いている。圧力は圧力容器上部ドーム部の圧力を検出しておらず、FCP 流量はポンプ出口配管の流量をフローオリフィス差圧より検出している。

### 3.3 実験条件と実験方法

ノイズ実験は次の 3 種類が行われた。

#### (I) 自然ノイズ源によるゆらぎの測定実験

原子炉を定常状態とし、信号ゆらぎを観測した。炉の運転条件は TABLE 3.3 に示す通りである。圧力の制御は IPR 制御と、BPR 制御の 2 種類について行われた。負荷はタービンと、ダンプコンデンサーに各 1/2 ずつ配分されており、これにともなって給水制御は 3 要素 / 2 要素制御となっている。出力は 45 MW(th) であった注<sup>1)</sup>。

#### (II) Cold core における炉心流量ゆらぎ測定実験

上記の実験においてみられた炉心チャンネル流量ゆらぎ間の無相関性をさらに追求するために、IFA 4 体全部と FCP 流量のゆらぎを測定した。ボイドの効果を除外し、単相流におけるゆらぎをみるために、炉停止時に観測を行った。FCP 流量を 40~100% の範囲で変えた。この

注 1) SODERN 社 (フランス)

注 2) ボイド計は性能劣下のため使用せず。自己出力型検出器は過渡応答性が悪いため利用せず。

注 1) 実験計画は 45, 67.5, 90 MW(th) の各出力上昇試験ステップで予定されていたが、炉トラブルのため 67.5 MW 以上は中止となった。

TABLE 3.3 Experimental conditions

	At-power experiment (I)	Cold core experiment (III)	Cold core experiment (II)
Reactor power (MW)	45	(Shutdown)	
FCP flow (t/hr)	3,230	3,260~1,324	
Reactor pressure (kg/cm <sup>2</sup> )	61.5	1	
Coolant temperature (°C)			
Inlet	269	80	
Outlet	275	80	
Steam flow (t/hr)			
To turbine	25.9	—	
To dump condenser	23.0	—	
Control mode			
Control rod	Fixed	—	
Reactor pressure	{IPR BPR}	Manual	—
Feedwater	{3-ele./ 2-ele.}	Manual	Manual
Core flow	Const.	Manual	Const.

IPR: Turbine initial pressure regulator

BPR: Turbine bypass pressure regulator

3-ele./2-ele.: 3-element control for turbine feedwater and 2-element control for dump condenser feedwater

ときの実験条件は Table 3.3 に示されている。

### (III) 擬似ランダムノイズ源印加によるゆらぎ測定実験

動特性同定実験として行われたもので、タービンバイパス流量調節弁開度、および FCP マスター コントローラー 設定点に擬似ランダム 2 値系列を印加した。互いに独立な 2 つの maximum length binary sequence (MLBS) を上記の 2 点に印加した。その特性パラメータを TABLE 3.4 に示す。圧力制御系と給水制御系は、自動をはずし、手動モードとした。これは動特性の中に制御系のフィードバック特性が含まれることをさけるためである。実験条件は、これらの点以外は、(I) と同じである。

観測変量の選択：選択した変量は 17 で、その内容は TABLE 3.5 に示されている。本実験では、プラント全体の変量を対象にしており、炉心内空間分布に着目した観測は行わなかった。(I), (III) の実験では IFA 4 と IFA 6 を観測したが、解析は IFA 4 の信号について行った。

(II) の実験では IFA 4 体の入口、出口流量、FCP 流量の 2 系統を観測し、これら全部の信号について解析を行った。

データ測定系：実験(I)～(III)を通して設定された測定系を Fig. 3.6 に示す。核計装系、原子炉プロセス計装系の各観測信号はバッファアンプ（アナログ計算機のアンプを使用）に導いた。アンプで定常値除去およびロー

TABLE 3.4 Parameters of input signals (MLBS)

Input terminal	Manipulated variable	Parameter		
		Period	Bit interval	Amplitude
BPR valve position	Steam flow to turbine	635 s	5 s	±1.5% of steady value
FCP master controller	FCP flow	504 s	8 s	±1.5% of steady value

TABLE 3.5 Observed outputs and their steady state values

Number	Variable Name	Steady state value
1	Neutron Density (CIC-3)	49.1%
2	Reactor Pressure	61.5 kg/cm <sup>2</sup>
3	Steam Flow to Turbine	25.9 t/h
4	Incore Monitor, No. 14 B*	51.9%
5	Outlet Flow of IFA #6	15.9 l/s
6	Outlet Temperature of IFA #6	273.2°C
7	Inlet Flow of IFA #4	8.1 l/s
8	Outlet Flow of IFA #4	14.8 l/s
9	Inlet Temperature of IFA #4	269.3°C
10	Outlet Temperature of IFA #4	274.8°C
11	Forced Circulation Pump Flow (total)	95.9%
12	BPR Valve Position	4.72%
13	Master Controller Set Point	94.6%
14	Reactor Water Level	29.1 cm
15	Steam Flow to Dump Condenser	23.0 t/h
16	Feedwater Flow from Turbine	38.1 t/h
17	Feedwater Flow from Dump Condenser	27.0 t/h

\*) B indicates the position of the detector in the axial direction: 52.5 cm from the core bottom.

パスフィルターをかけて誘導ノイズの除去を行った。IFA からの信号のうち、熱電対信号は高性能 differential amp. (Hewlett packard 8875 A) により定常値を除去するとともに増幅して、バッファアンプに導いた。

バッファアンプの出力はアナログデータレコーダとペンレコーダアンプに入力された。データレコーダは FM 変調により磁気テープに録音され、保存された。Honeywell 社製の 14 チャンネル用および 7 チャンネル用の 2 台を連動して、17 変量を収録した。

プラント計装系のゆらぎ信号測定で、最も過酷な問題は信号ラインに混入する誘導ノイズである。検出端からデータレコーダ入力までの信号ラインの長さは 100 m を越えている。その上、プラント内およびデータ採取をする制御室まわりには、電流の大きな商用電源ラインが迷走しており、いかにシールドをとっても、誘導ノイズを解析に支障のないレベルまで下げるることはできなかつた。このため、商用電源周波数以上の高周波成分は切捨てるため、プロセス計装関係の信号ラインは、ローパスフィルターを通した。特設のデータ測定系では、誘導ノ

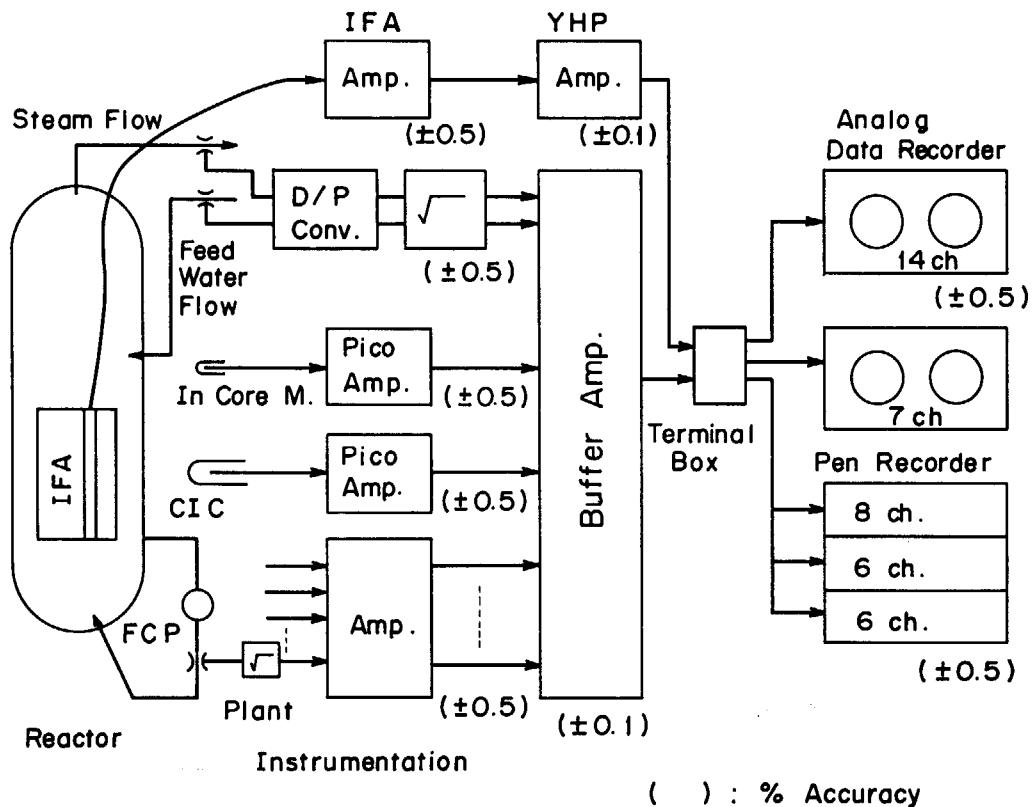


Fig. 3.6 Block diagram of data measurements

イズの問題は軽減された。

測定精度は、プロセス計装の計器出力が±0.5%以内、バッファアンプが±0.1%以内、データレコーダーが±0.5%以内である。総合精度は±1.1%以内となる。

実験の方法：実験(I), (II)では、指定の運転条件において定常状態を確認した後、プラント計装の計器読みを記録して、データ採録を行い、最後にアンプ等のゲインを確認した。

実験(III)では次のような手順に従った。

- 原子炉の自動制御を手動に切換える。
- 圧力が定常とみなせるまで BPR を手動で調整する。
- 所定の入力点へ MLBS 印加を行う。信号振幅の調整を行って各変量のゆらぎが規定の振幅制限内に入るようとする。
- 定常性の保持状態をチェックする。このステップまでを予備試験とした。
- 最終的に決定された信号振幅をもつ MLBS を印加する。
- 印加時間が目標値(～25分間)に達したところで印加をやめ、BPR を自動に戻す。

この実験を行うにあたって、系の安全を期するため、予めバックアップ条件を定め、所定の制限値を超えた時にるべき操作手順がきめられた。MLBS 印加の方法は、“0”状態、“1”状態の切換え時刻を示す音信号を予

めテープに音信号で録音しておき、それを聞きながら操作員が手動で操作器にバイナリーシーケンスを加えるという方法をとった。自動制御をはずしたことにより、原子炉が無制御状態になることを避けるためであり、予期しない外乱があったとき、いつでも操作員が適切な操作を行えるようにしたためである。

### 3.4 データ処理系と計算コード

磁気テープに録音されたアナログデータはハイブリッド計算機 (EAI-PACER 600)<sup>注1)</sup> の AD 変換器を用いてデジタル化された。データはすべて電圧値で採取され、予め作成してある変換表によりプロセス量に変換され、データファイルに収められた。これら一連のデータ処理はハイブリッド計算機用プログラム FILEMK<sup>注2)</sup> によって行われた。

データを MAR モデルにあてはめる前に、各変量の時系列について通常の方法による相関解析、スペクトル解析を行ってデータの統計的性質についてチェックした。この結果を解析変量の組合せの選択に参照している。相関解析、スペクトル解析の計算には尾熊、他による計算コード MLCOSP<sup>注3)</sup> を使用した。

MAR モデリング、ノイズ源解析、伝達特性解析、パワースペクトル解析はコード DYSAC<sup>注4)</sup> によって行われ

注 1) 原子炉制御研究室管理

た。このコードは、次の5つの項目を取扱う。

(1) MAR モデル同定

ディスクメモリに収められているデータの中から、必要な変量を選択し、相関マトリックスを計算して、(2.121)を解き、係数マトリクスを求める。ここで用いていいる計算手法のオリジナルは TIMSAC パッケージ<sup>84)</sup>であって、一連の繁雑な計算を一気に処理する逐次式を用いている。次数評価計算も同時に進められる。

(2) インパルス応答、ステップ応答計算

MAR 係数からインパルス応答(2.176~177)を計算する。多入力系のインパルス応答(2.180~181)を計算し、インパルス応答を積分してステップ応答を計算する。結果をディスプレイ面にプロットする。

(3) スペクトル計算

観測変量  $y$  のスペクトルマトリクス(2.160)を計算する。多入力系のスペクトルマトリクス(2.161)を計算することもできる。入力  $u_i$  からの寄与(2.169)やノイズ源  $n_i$  のパワースペクトル(2.164)を計算する。

周波数応答(2.171), (2.175)を計算する。計算結果をディスプレイにプロットする。

(4) ノイズ源解析計算(ノイズ寄与分)

MAR 係数とホワイトノイズ源の分散値推定  $d_{Mi}$ (2.149)から、ノイズパワー寄与分(2.166)を計算する。各ノイズパワー寄与分の累積(2.165)をグラフにプロットする。

(5) モデルフィットネスチェック

同定された MAR モデルを用いて、そのモデルのフィ

ッティングの良さをチェックする。2つのチェック方法が可能で、1つは出力状態推定誤差のチェック、もう1つは one step prediction 誤差のチェックである。内容は 2.3.9 に述べてある。

以上の構成を Fig. 3.7 に示す。これら一連の解析プログラムの操作手順はディスプレイ面に逐次表示され、それに従って計算機との対話形式で作業が進められる。モデルフィットネスチェックの結果、残差成分が十分白色化されていない場合には、サンプリング条件を変えたり、変量組合せを変えたりしながら、ケーススタディを繰返して解析を進めることができる。

MAR モデル同定計算：逐次式を用いる手順について述べる。

(i) 平均値除去をしたデータについて、相関関数を計算する。 $R \times R$  次元の相関マトリクス  $C(l)$ ,  $l=0, 1, \dots, 20$  を構成する。以下の演算はすべて  $R \times R$  マトリクスに関するものである。

$$(ii) A_0(m)=\mathbf{0}, B_0(m)=\mathbf{0} (m=1, 2, \dots, 20) \text{ とする。}$$

(iii)  $A_M(m) (m=1, 2, \dots, M)$ ,  $d_M$  を  $M=0, 1, \dots, 20$  に対して次の逐次式を用いて計算する。

$$d_M = C(0) - \sum_{m=1}^M A_m(m) C'(m) \quad (3.5)$$

$$e_M = C(M+1) - \sum_{m=1}^M A_m(m) C(M+1-m) \quad (3.6)$$

$$f_M = C(0) - \sum_{m=1}^M B_m(m) C(m) \quad (3.7)$$

$$D_M = e_M f_M^{-1} \quad (3.8)$$

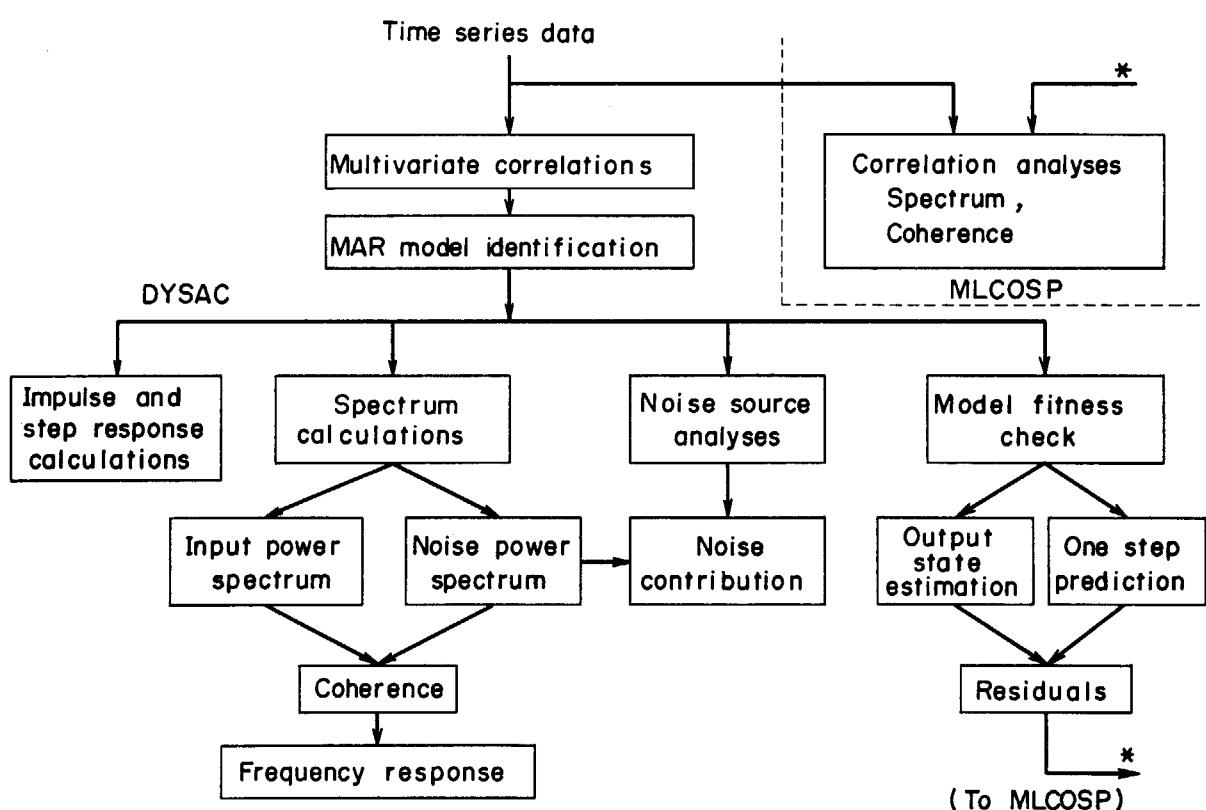


Fig. 3.7 Block diagram of DYSAC computer code

$$E_M = e'_M d_M^{-1} \quad (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{M+1}(m) &= A_M(m) - D_M B_M(M+1-m) \\ &= D_M \quad (m=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{M+1}(m) &= B_M(m) - E_M A_M(M+1-m) \\ &= E_M \quad (m=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

(iv) 同時に次式を計算する。

$$MFPE(M) = \left(1 + \frac{MR+1}{N}\right)^R \left(1 - \frac{MR+1}{N}\right)^{-R} |d_M| \quad (2.153)$$

(v)  $M=0, 1, \dots, 20$  の中で最小の  $MFPE$  を与える  $M$  を採用する。20までの間に  $MFPE$  が下がる一方である場合は、もっと大きな  $M$  まで計算を必要とする。決定された  $M$  のときの  $d_M$  をホワイトノイズの共分散の推定値とする。

### 3.5 サンプリング条件の決定

サンプリング間隔や、サンプリング総数の選択は、MAR モデルのあてはめの良さに重大な影響をもつていて、サンプリング間隔が小さすぎると、時間領域でのモデルが悪化する。サンプリング間隔が大きすぎると、ノイズ源  $e_i$  と  $e_j$  ( $i \neq j$ ) の共分散推定値が十分小さくなかったり、即時応答項が表われたりする。サンプリング総数が小さすぎると残差成分に偏りが現われる。データは、アナログデータから何度もサンプリングして MAR 同定計算を繰返して、パラメータサーベイを行った。サンプリング条件の適否は、モデルフィットネスチェックによって判定した。残差系列を求め、これをデータファイルに収めたあと、相関解析コード MLCOSP によって、残差の白色性、無相関性についてチェックを繰返し、この結果によってサンプリング条件を決定した。

自然ノイズ源による測定実験データでは、0.1~0.3sec 程度が適当であった。ただし、変数の組合せ方や解析対象とする周波数領域によって、これらは変わる。PRBS 印加による測定実験データでは 0.5sec が最もよい結果を与えた。サンプリング総数は、1500~2000 点以上採取しないと、偏った結果を与えることがわかった。なお、

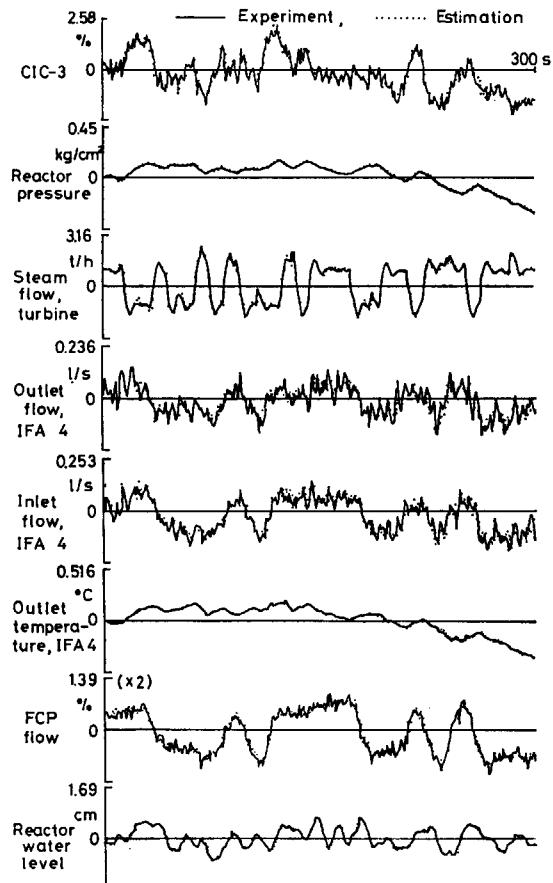


Fig. 3.8 Example of model fitness check by one step prediction of Eq. (2.203)

それ以上の個数を与えて、モデルフィットネスチェックの結果には、あまり著しい改善はみられなかった。

One step prediction によって、モデルフィットネスチェックを行った一例を Fig. 3.8 に示す。用いたデータは PRBS 印加による測定実験のものである。実線で与えたデータは観測値で、点で与えたデータはモデル推定値である。このときのモデル次数は、 $M=12$  であった。モデル同定のときのサンプリング条件は  $\Delta T=0.5 \text{ sec}$ ,  $N=2000$  である。残差系列は十分な白色性、無相関性を示した注<sup>1)</sup>。

注 1) 残差系列の相関関数の事例は Ref. 46 に詳しい。

## 4. ノイズ源に関する実験的考察

### 4.1 中性子ゆらぎの局所的要素と大域的要素

BWR のノイズ源の考察にあたり、中性子ゆらぎの局所的要素と大域的要素を区別しておく。この 2 つの要素の概念は近年になって確立したもので、その概要を述べると共に、本研究で取扱うノイズ源が大域的要素を論ずるものである点を明らかにしておく。

炉心軸方向の数個所に配置された炉内中性子検出器 (LPRM または TIP)<sup>注1)</sup> の、出力信号ゆらぎの観測例は数多く報告されている<sup>44), 49)~51), 81)</sup>。これらの結果、次のような傾向が明らかになってきた。周波数 1 Hz 付近を境にして、それより高い領域での、ゆらぎのパワースペクトル密度は検出器の軸方向位置に依存している。炉心上部では下部よりパワーが大きいという一般的な傾向がある。一方、1 Hz より低い領域では、ほとんど位置に依存しないパワーが得られる。

Wack and Kosály<sup>51)</sup> はこれらの観測結果に対して、次のような概念を与えた。BWR の中性子ゆらぎは 2 つの構成要素からなり、1 つは、検出器近傍の蒸気泡の流動によって出力信号がゆらぐものであり、高い周波数領域において支配的となる要素である。もう 1 つは、炉心全体の中性子場のふるまいに結びついたゆらぎ源にもとづくもので、低い周波数領域で支配的となる要素である。前者を局所的要素 (local component) と呼び、後者を大域的要素 (global component) と呼んでいる。

Behringer, 他<sup>52)</sup> は、2 群の拡散方程式を用いて、局所的要素と大域的要素の理論的な解釈を行った。彼等は、熱中性子束のゆらぎ源として拡散係数、吸収断面積、移動断面積、核分裂断面積のゆらぎを考えて、これらをノイズ源とした。中性子束ゆらぎに関するランジュバン方程式を構成した。彼等はフーリエ変換による方程式の解を 2 つの項に分けた。この 2 项は Wack and Kosály の概念にしたがって分けたもので、局所的要素と大域的要素の存在を理論的に示したものである。

これによれば、局所的要素とは、中性子拡散距離に強く依存すると共に、中性子拡散距離に比べ、遠く離れた場所の吸収断面積などのゆらぎの寄与をもたない項として定義される。一方、大域的要素とは、一点近似炉の伝達関数を通して応答する、吸収断面積や移動断面積などのゆらぎの寄与を表わす項として定義される。

局所的要素と大域的要素の存在を実験的に検証しようとする試みは Fuge, 他<sup>80)</sup> によって行われた。ここで

注1) LPRM: local power range monitor  
TIP: Traversing in-core probe

は、PWR 炉心の構成を持つ試験用零出力炉を用いて、炉心下部より空気泡をパルス状に注入し、2 個所に中性子検出器をおいて、それぞれの応答を観測している。その結果によれば、空気泡の通過にともなって、パルス状の応答があり、局所的要素の応答として識別される。一方、反射体領域におかれた検出器には、パルス状の応答はなく、ゆっくりした、炉内の検出器と共に通な応答があり、大域的要素をとらえていると解釈される。しかし、炉内に置かれた 2 つの検出器信号を比較すると、大域的要素であっても、ある程度の空間依存性を有すると考えなければならない。

局所的要素の応答を利用して、チャンネル内の蒸気泡速度を測定しようという試みは Kosály, 他<sup>68)</sup> によって行われている。その中で、蒸気泡が 2 つの検出器 (LPRM) 間を移動する時間が測定されているが、この例は、BWR における局所的要素の存在を如実に示していると共に、局所的要素の優勢な周波数帯域をよく示している。

Kosály, 他によると、炉心軸方向  $z$  の位置にある検出器信号ゆらぎ  $\delta\phi$  を

$$\delta\phi(t, z) = \delta L(t, z) + \delta G(t, z) \quad (4.1)$$

とする。ここに、 $\delta L$  は局所的要素、 $\delta G$  は大域的要素を表わす。 $z_2$  における検出器信号の局所的要素は、それより下方の位置  $z_1$  における局所的要素からの影響を受ける。ボイドの流動にともなったものであるとすれば、

$$\delta L(t, z_2) = C \delta L(t - \tau, z_1) + (\cdots) \quad (4.2)$$

となる。ここに、 $C$  は定数で、 $\tau$  はボイドが  $z_2 - z_1$  を移動する時間である。右辺第 1 項は  $z_1$  における検出器の局所的要素からの寄与で、 $(\cdots)$  はそれ以外の、無相関なノイズ源からの寄与を表わしている。周波数領域で表わせば

$$\delta L(\omega, z_2) = C e^{-i\omega\tau} \delta L(\omega, z_1) + (\cdots) \quad (4.3)$$

となる。 $\delta L(\omega, z_2)$  と  $\delta L(\omega, z_1)$  との間の、相関をもつ部分の位相差  $\varphi$  は、 $\omega$  に対して直線的な関係

$$\varphi = -\omega\tau \quad (4.4)$$

になるはずである。

**Fig. 4.1** は Kosály, 他によって測定された結果である。Mühleberg BWR (スイス) において観測された LPRM 信号のゆらぎ成分について、CPSD を計算し、その位相差を周波数に対してプロットしたものである。

**Fig. 4.1(a)** は検出器の軸方向配置を示している。直線によく載っている部分が、局所的要素の支配的な領域で、~1.5 Hz 以上の周波数領域に現われる<sup>68)</sup>。~1.5 Hz 以下では直線関係が崩れて、位相差ゼロに近づく。これは、炉心全体が一体となってゆらぐ傾向に近づくことを意味し、大域的要素の優勢な領域を示している。

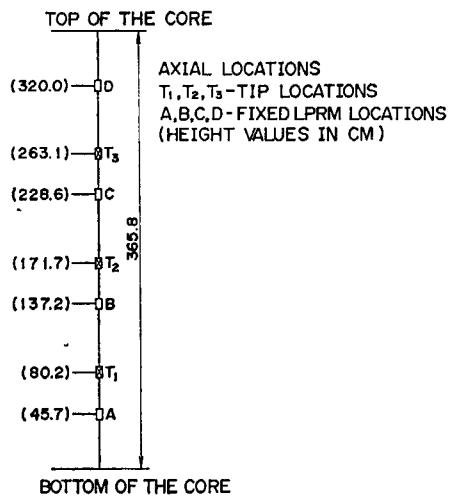


Fig. 4.1 (a) Axial locations of neutron detectors of the Mühleberg BWR(reproduced from Ref. 68).

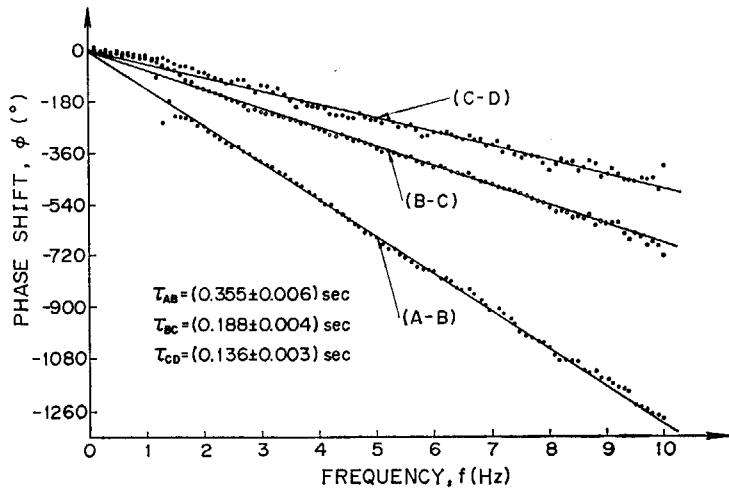


Fig. 4.1 (b) Measured phase shift versus frequency.  
A, B, C and D indicate axial positions  
of detectors (reproduced from Ref. 68),

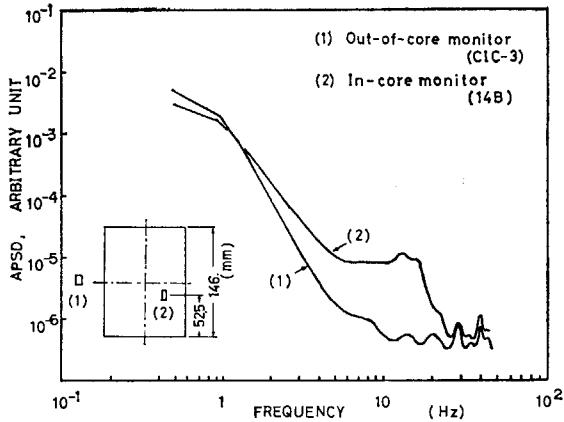


Fig. 4.2 Autopower spectra of neutron detector signals in the JPDR-II at half power level. The detector positions are indicated in the left hand side. Refer also to Fig. 3.1 for radial locations. Spectra are estimated by the use of AR model fitting.

JPDR-II における観測において、局所的要素の依存を示す解析データが得られた。炉外中性子検出器出力ゆらぎの APSD と炉内中性子検出器出力ゆらぎの APSD を Fig. 4.2 に示す。~1.2 Hz から ~20 Hz の領域で、両者は大きな差を示している。検出器(1)は、炉心外周から 91.5 cm 離れた生体遮蔽コンクリートの中にあるので、ボイドの局所的な効果を受けることはないと考えられる。Fig. 3.5 によれば、検出器(2)は炉心下端から 52.5 cm の位置にある。炉心核熱水力計算<sup>87)</sup>によれば、沸騰境界は炉心下端から 20~30 cm の間にがあるので、検出器(2)は明らかに沸騰領域にある。したがって、図中の曲線(2)の ~1.2 から ~20 Hz の APSD では、局所的要素が支配的であると、解釈される。曲線(1)は、CIC-3 の信号ゆらぎで、大域的要素をとらえていると解釈される。

## 4.2 大域的中性子ノイズ源の解析

JPDR-II における中性子検出器信号ゆらぎのノイズ源の解析を行う。用いる検出器は炉外中性子検出器(CIC-3)で、前節の考察により、大域的要素の観測を行っているものとみなす。

ノイズ源として次の変量を考える。(Fig. 1.1 参照)

- (1) チャンネル入口流量ゆらぎ(IF A 4),  $\delta F_0$  (l/s)
- (2) 圧力容器圧力ゆらぎ,  $\delta P$  (kg/cm<sup>2</sup>)
- (3) 燃料中心温度ゆらぎ(IF A 4),  $\delta T_f$  (°C)
- (4) 炉心入口冷却材温度ゆらぎ(IF A 4),  $\delta T_o$  (°C)

これらのうち(1), (2), (4)はチャンネル内ボイドに強い影響をもつ変量である、との予想から取入れたものである。これらの変量を入力として、中性子ゆらぎのシステムをブロックダイヤグラムに表わし、Fig. 4.3 に示す。

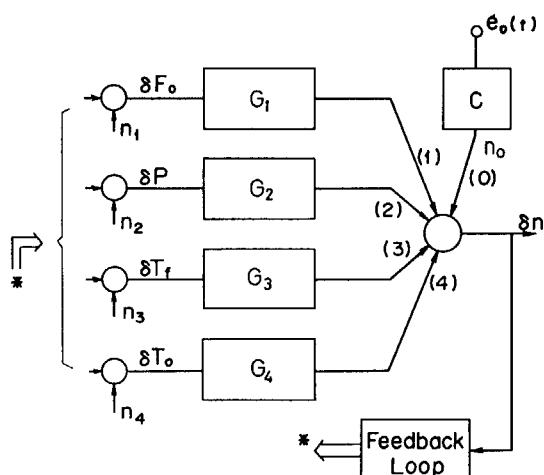


Fig. 4.3 Block diagram of neutron density fluctuation system of BWR,

(0)で示した分枝は、上記のどの変量にも相関を持たないノイズ源からの寄与分を表わす。この中には、中性子ゆらぎに固有なランダムノイズ源ばかりでなく、観測されない変量に付随している、固有なノイズ源からの寄与も包含する。Cはこのようなノイズの生起過程を表わす。系は、勿論フィードバック系をなし、各変量は中性子ゆらぎから伝達されてくる変動分と、それぞれに固有なノイズ源  $n_1 \sim n_4$  との和である。ここでは伝達関数の内容は、さしあたり問題とせず、図中のそれぞれの記号で示されるような、伝達経路の存在を示すに止める。

MAR モデルへのあてはめに用いた観測データを Fig. 4.4 に示す。データに特徴的なことは、中性子ゆらぎが定常値に対して 1% 程度、チャンネル入口流量ゆらぎが 2% 程度、と大きなゆらぎ振幅を示すのに対し、圧力が 0.05% 程度、冷却材温度が 0.02% 程度、と非常に小さいゆらぎを示していることである。これらのデータに対して、MAR モデルあてはめを行い、同時に次数の決定を行った。赤池の方法による評価の結果は、 $M=4$  であった。このときのFPE 関数を Fig. 4.5 に示す。また  $e(k)$  のノイズ共分散マトリクスの推定値  $d_M$  を TABLE 4.1 に示す。これで、ノイズプロセスは、 $(5 \times 5) \times 4 = 100$  個の MAR 係数と、15 個の共分散値で表現されたことになる。MAR 係数の数値は付録 5. に掲げた。この数値の中に、ノイズ生起過程と伝達経路の動特性が織り込まれているが、数値そのものからは物理的な意味を解釈することはできない。各ノイズ源からの寄与分を推定するため、2.3.5 に取扱った方法により解析する。

このようにして得た各変量から中性子ゆらぎへのノイ

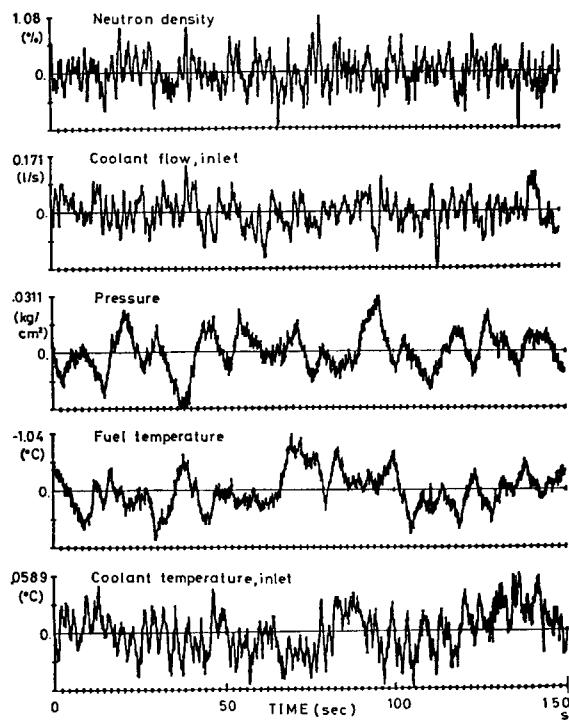


Fig. 4.4 Time series data observed at 45MWth power level in the JPDR-II under bypass pressure control

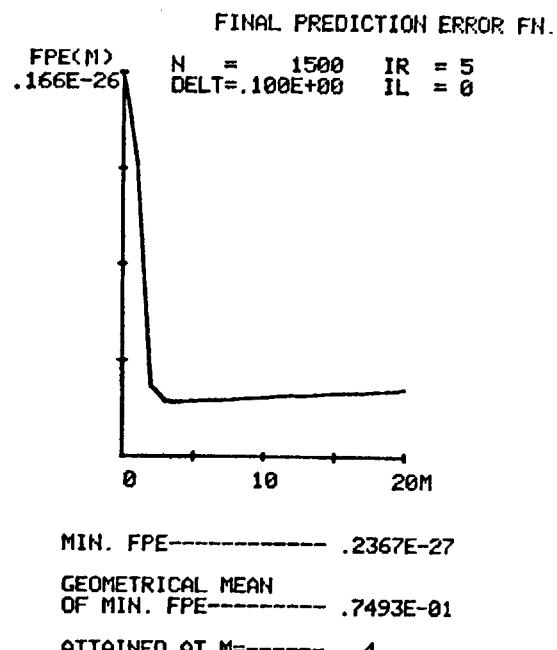


Fig. 4.5 FPE function for evaluating MAR model of neutron noise processes shown in Fig. 4.4 and 4.6

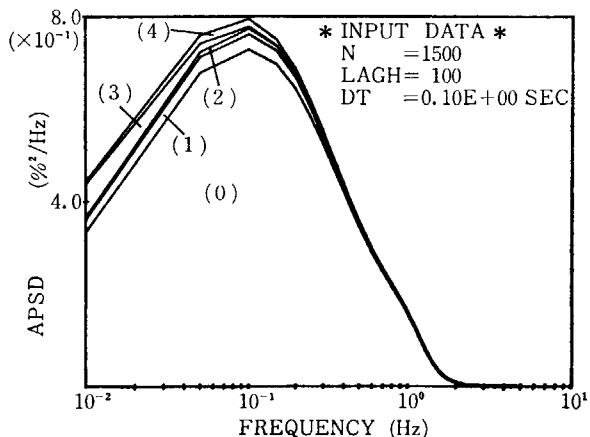


Fig. 4.6 Integrated APSD of neutron noise contributions are: (0) intrinsic, (1) coolant inlet flow, (2) pressure, (3) fuel temperature, and (4) coolant inlet temperature.

ズパワー寄与分を Fig. 4.6 に示す。グラフは累積の形(2.165)で示してある。(0)～(3)で示した領域は Fig. 4.3 の、同記号の分枝の寄与に対応しており、次のような特徴を示している。

(0): (中性子に固有なランダムノイズ源)+(観測されない変量に固有なノイズ源)からの寄与分を示す。この部分が中性子ゆらぎのパワースペクトルの大部分を占めている。

(1): チャンネル入口流量ゆらぎからの寄与分を表わす。そのパワー寄与分は比較的小さく現われている。観測された時系列データ (Fig. 4.4) ではゆらぎ振幅は定常値に対して 2% 程度を示している。

(2): 炉心入口冷却材温度ゆらぎからの寄与を表わ

TABLE 4.1 Estimated 2nd moment and normalized covariance of noise source

		2nd moment, $\delta_{ij}$				
		j				
		1	2	3	4	5
i	1	$6.260 \times 10^{-5}$				
	2	$1.377 \times 10^{-7}$	$1.207 \times 10^{-6}$			
	3	$-2.236 \times 10^{-7}$	$-9.075 \times 10^{-9}$	$8.637 \times 10^{-8}$		
	4	$-6.997 \times 10^{-7}$	$-3.067 \times 10^{-7}$	$-2.139 \times 10^{-8}$	$7.439 \times 10^{-5}$	
	5	$2.021 \times 10^{-8}$	$-4.264 \times 10^{-8}$	$1.404 \times 10^{-9}$	$2.475 \times 10^{-6}$	$5.122 \times 10^{-7}$
		Normalized covariance, $\bar{\sigma}_{ij}$				
i	1	1.0				
	2	0.01584	1.0			
	3	-0.09617	-0.02811	1.0		
	4	-0.01025	-0.03287	-0.00843	1.0	
	5	0.00357	-0.05424	0.00668	0.401	1.0

1: Neutron density, 2: Coolant flow, inlet, 3: Pressure, 4: Fuel temperature,  
5: Coolant temperature, inlet

す。この場合も非常に小さい寄与を示している。

(3): 燃料中心温度ゆらぎからの寄与分を表わす。ここに観測量として取入れた変量の中では最も大きい寄与を示している。しかし $\sim 0.2\text{ Hz}$ 以上の高周波領域では、その寄与が消失している。

(4): 圧力ゆらぎからの寄与を表わす。寄与は全周波数領域にわたって小さく、これに対応した時系列データ(Fig. 4.4)では、ゆらぎの振幅も最大  $0.031\text{ kg/cm}^2$  程度で、圧力ゆらぎそのものが非常に小さい。

以上の解析データに対する考察を加える。まず(0)について、最も妥当な解釈は、その大きな寄与分のノイズ源をボイドの固有ゆらぎに求めることであろう。この節での解析では、実験データに取込んだ観測量の中に、ボイドゆらぎを直接に表わす変量は何もない。この解釈は全く憶測にすぎない。この実験では中性子ゆらぎに対するボイド固有のゆらぎの寄与を分離することはできなかったが、その理由は炉心全体のボイド量ゆらぎを観測する手段を持っていなかったことによる。ボイドゆらぎを何らかの方法で観測することはBWRのノイズ解析に最重要のことであり、4.3にその1つの試みを行うこととする。

(1)を解釈するにあたって考慮しなければならないことは、ここでは1本のチャンネルしか観測していない点である。1本のチャンネルでの観測が、炉心全体のチャンネルの代表として取扱えるかどうかを考察しなければならない。この課題については別項(4.4節)に詳しい実験と考察を行うこととする。

(2)に関しては、冷却材温度検出器が局所的なゆらぎをとらえているか否かを考察しておく必要がある。別のチャンネル(IFAP 6)における入口冷却材温度の時系列データ、相関関数、スペクトルなどを解析し、IFAP 4 のものと比較した結果、ほとんど同位相、同振幅でゆらい

でいることみなされる。したがって、(2)における炉心入口冷却材温度は局部的なものでないということができる。Fig. 4.4によれば、入口冷却材温度ゆらぎの振幅は $\sim 0.6^\circ\text{C}$ と非常に小さく、中性子のゆらぎ源として挿入されている温度ゆらぎ源が相対的に小さいことから、パワー寄与分も小さくなっているとみられる。

(3)における燃料棒温度ゆらぎの寄与分が高周波領域で消失しているのは、燃料棒温度時定数と関係しており、発熱割合のゆらぎが高周波領域にも低周波領域にも存在していたと仮定しても、温度ゆらぎとしては時定数のためにフィルターがかかり、高周波領域の成分が減ずる。このため、温度ゆらぎの高周波成分が欠除していると考えれば説明がつく。この予測を実験的に検証するために4.5に詳しいデータ解析をする。

(4)における圧力ゆらぎの寄与が小さいという傾向は常時固定されたものとみなされない。このデータを採取したときの圧力制御系の条件はBPR制御であり、ゆらぎの振幅の程度からいって、非常に良く制御された状態にある。圧力制御の状態が悪いと、この傾向は変わると考えられる。

上記の考察で、圧力からの寄与について指摘した点をさらに追求するため、別の時点の観測データを解析する。Fig. 4.7は、圧力制御がIPRによって行われている時の観測データの一部である。この場合は、やや制御性が悪く、圧力がドリフトしているのが見られる。実際の運転中にもこの程度( $\sim 0.1\text{ kg/cm}^2$ )のゆっくりした変動はしばしば見られ、特に有害ではない。同図下段には、FCP流量(2台ポンプ流量の和)のゆらぎを示した。JPDR-IIの観測では、この流量ゆらぎは安定しており、そのパワースペクトルもほとんど一定している。これらに対する中性子ゆらぎの応答は、振れ幅が $\sim 2\%$ とやや増大しているが、全体的にはBPR制御時(Fig. 4.4)

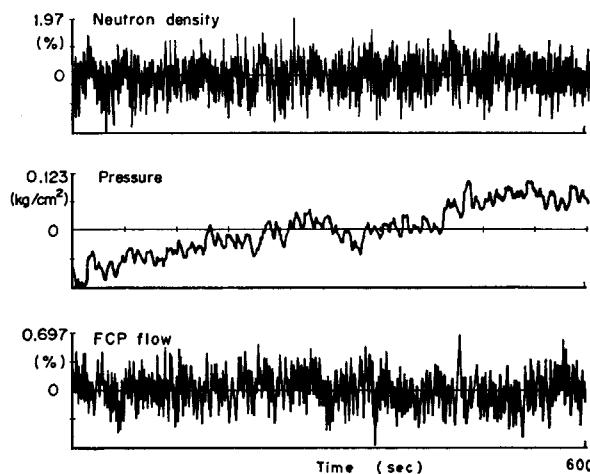


Fig. 4.7 Time series data observed at 45MWth power level in the JPDR-II under IPR control

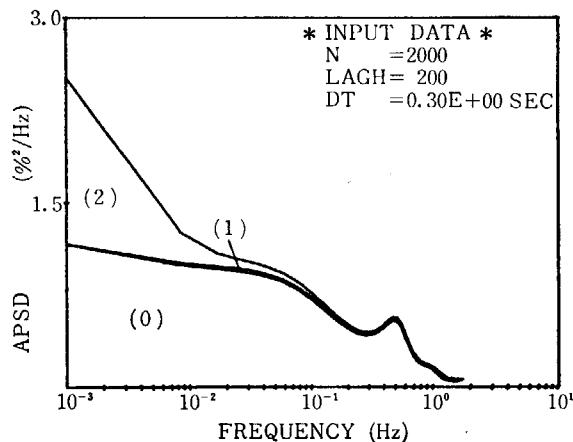


Fig. 4.8 Integrated APSD of neutron. Noise contributions are: (0) intrinsic, (1) FCP flow and (2) pressure.

の trace と大差ないように見える。しかし、ノイズ源解析を行ってみると大きな相違が現われる。

この3変数系について MAR モデルあてはめを行った後、中性子ゆらぎへのノイズパワー寄与分を解析してみると Fig. 4.8 の結果が得られた。(0)で示した部分は前例 (Fig. 4.6) と同じ内容を示している。(1)の部分は FCP 流量ゆらぎからの寄与で、非常に小さい。この性質については 4.4 で取扱う。(2)は圧力ゆらぎからの寄与で、低周波領域 ( $\sim 0.02$  Hz 以下) において大きく、中性子ゆらぎの低周波領域における、APSD 増大の原因になっているのが、はっきりわかる。

これらの解析結果から、圧力の寄与が固定したものではなく、圧力制御系の特性と関連して変動していることがわかる。

### 4.3 ポイド発生にともなうノイズ源の考察

#### 4.3.1 野村<sup>47)</sup>のポイド発生ノイズ源

野村はポイドノイズ源として、1つの簡単なモデルを導入した。それによれば、燃料棒表面から熱が冷却材に

与えられるとき、あたかも配列された銃から弾丸が発射されるように、蒸気泡が放射される。したがって熱の伝達が discrete に行われる。ただ弾丸と違って、蒸気泡は大きさが画一的でなく、大小さまざまの気泡からなるので、1個の蒸気泡による伝熱量も画一的ではない。放射される1個の蒸気泡の熱量を  $\delta Q$  とし、これを放射時刻  $t_i$  および燃料軸方向位置  $z$  の関数として、その期待値を次式で与える。

$$Q^*(z) = \frac{1}{T(N)} \int_0^{T(N)} \sum_{j=1}^N \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) dt \quad (4.5)$$

ここに  $Q^*(z)$  は燃料棒表面からのポイド伝熱量の期待値（燃料棒単位長さ当たりをとり、kcal/s·cm で与える）である。 $T(N)$  は  $N$  個のポイド発生パルスを数える時間であり、 $\delta(t)$  はディラックのデルタ関数である。十分大きい  $N$  をとり、 $Q^*(z)$  は燃料棒の  $z$  点における熱出力に等しいものとする。系列  $\sum_j \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i)$  は Fig. 4.9 に示すような変量で、ホワイトノイズプロセスであると仮定する。

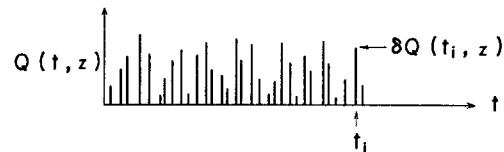
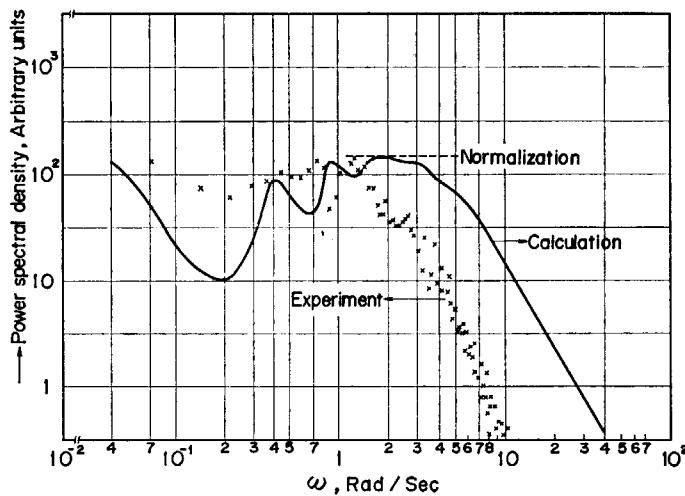


Fig. 4.9 Time series of Nomura's void generation noise

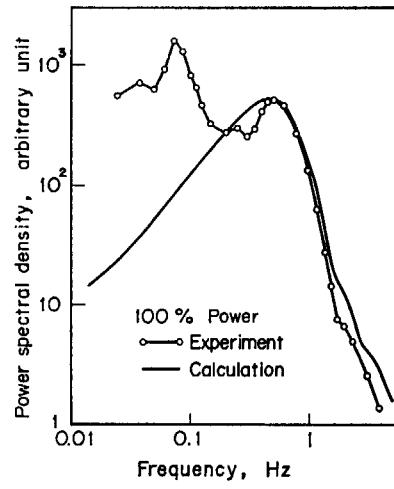
野村はこのポイドノイズを源として、中性子密度ゆらぎへ伝播する経路の動特性を計算した。BWR フィードバックシステムとして、三井田-須田モデル<sup>70)</sup>を用いた。中性子ゆらぎの APSD の計算例として、JPDR<sup>注1)</sup>について取扱い、観測値と比較した。その結果によれば中間周波および高周波領域 ( $\sim 0.2$  Hz 以上) の APSD のパターンをよく説明しているように見える。この傾向を Fig. 4.10(a) に示す。ここで、実測値は炉外中性子検出器を用いたもので、局所的要素は観測されていないとみられる。理論では、ポイドノイズ源の分散値を与えていないので、理論曲線は、ある点で実験値に normalize しなければならない。したがってどの点でこれを与えるかによって、よく一致する周波数帯はやや異ってくる。同図で、normalization を、むしろ  $\omega = 2.0 \text{ rad/s}$  ( $f = 0.31 \text{ Hz}$ ) 付近で与えた方がよいように思われる。

この点は安藤、他<sup>82)</sup>によって行われた、もう1つの類似な計算例を引用すれば、さらに明らかになる。Fig. 4.10(b) は福島 1号炉 (BWR) について計算された中性子ゆらぎ APSD と、実測された値との比較である。この場合の計算では、蒸気泡の放射ノイズが各  $z$  点毎に独立なホワイトノイズプロセスというのではなく（空間的相互依存性）、炉心全体の総和において1つの独立なホワイトノイズプロセスである、という考え方をとってい

注1) 改造前の自然循環方式のもの



(a) Calculations on the JPDR by Nomura  
(reproduced from Ref. 47)



(b) Calculations on Fukushima-I BWR by  
Ando et al. (reproduced from Ref. 82)

Fig. 4.10 Comparisons of theoretical calculations of neutron APSD with experimental results of two BWRs

る。しかし野村の、空間的非依存性をもつノイズ源も、やはり炉心総和において1つの独立なホワイトノイズ源を形成するので、大域的要素としてみるとかぎり、両者は本質的に同等である<sup>82)</sup>。安藤、他の例では、Jones モデル<sup>83)</sup>が用いられた。この結果によれば中間周波および高周波領域で実験値とよく一致し、低周波領域で、計算は低めの値を与えており、野村の結果で normalization を  $\omega=2.0$  で与えた場合と類似な傾向となる。

Gebureck, 他<sup>91)</sup>は野村や安藤、他と同等な、伝熱のホワイトノイズプロセスを仮定した。そのノイズ源の性質として

(a) 空間的に離れた2点のノイズ源は相関を持つか否か（空間的相互依存性/非依存性）。

(b) 冷却材の流速ゆらぎを考慮すべきか否か。

を設定して、上記の組合せ（4通り）の各ケースについて、ボイドのゆらぎの APSD、および CPSD を解析的に求めた。その考察から、彼等は、もし、ノイズ源が空間的に相関をもってゆらいでいるならば、局部の蒸気泡の移動時間をノイズ解析によって決定することは困難である、と結論した。実際には蒸気泡の移動時間を CPSD の位相差から測定できるので、空間的に離れた2点のボイドノイズ源は相互に独立なプロセスを含んでいる、と考えるのが妥当である。

以上は、ボイド発生ノイズに関する先駆的な研究者たちの論文における結論である。これらに対する著者の意見を整理しておく。以下に述べる見解は結論ではなく、いくつかの疑問を発して、次節以後の詳細なノイズ源解析を展開しようとする方向を示しておくこととする。

(1) BWR の中性子ノイズ源に関して、中間周波領域（0.2~2 Hz）では、野村の導入したボイド発生ノイズ源が最も優勢であるのではないだろうか。

(2) 高周波領域（>2 Hz）でも、野村のボイド発生ノイズ源が存在しているのではないだろうか。ただしフ

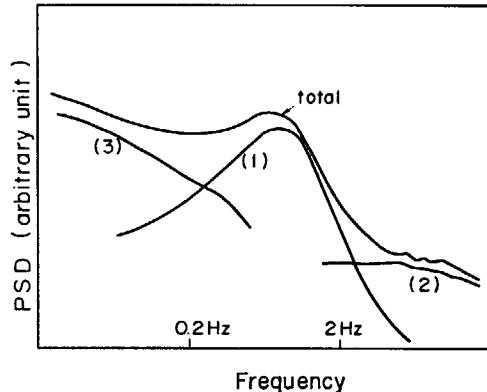


Fig. 4.11 Three noise components of BWR neutron PSD: (1) contributed from void generation noise, (2) local component related to void transfer, and (3) global component contributed from pressure, coolant flow, etc.

ィードバック付きの原子炉の伝達関数の特性により、高周波領域での中性子ゆらぎのパワーは急激に小さくなるので、検出器ノイズに比較してその寄与は小さくなるのではないだろうか。炉内中性子検出器では、検出器近傍のボイドの移動による局所的要素が支配的となるのではないだろうか。

(3) 低周波領域（<0.2 Hz）では、ボイド発生ノイズの他に圧力ゆらぎ、流量ゆらぎなどに固有なノイズ源があり、これらが主要な役割を演ずるのではないだろうか。

Fig. 4.11はこの見解を概念的に、中性子ゆらぎのAPSD グラフ上に示してみたものである。低周波領域における APSD の盛り上りを圧力ゆらぎ源だけで説明するのは 4.2 の解析によても無理である。もう1つのノイズ源としての流量ゆらぎの性質の究明が期待される。

#### 4.3.2 野村のボイド発生ノイズ源検出の理論的根拠

従来、我々は野村のボイド発生ノイズ源の検出方法を

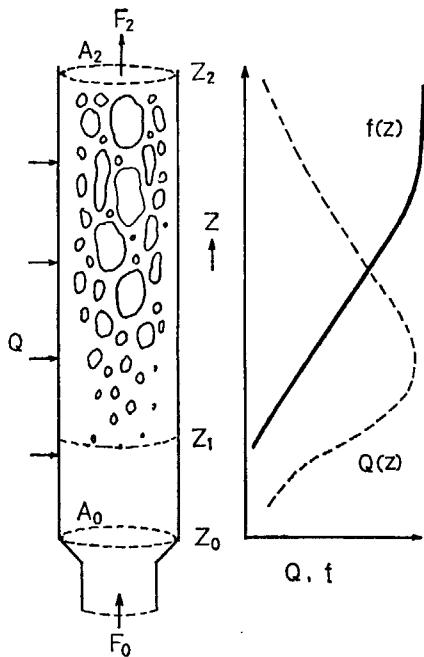


Fig. 4.12 Boiling channel model

有していなかった。これが野村のボイド発生ノイズを実験的に検証できなかった主な理由であった。ここでは、IFA の出口および入口の体積流量差を観測することによって、そのチャンネルのボイド発生ノイズの軸方向積分量を検出できることを示し、野村のボイド発生ノイズの検出が可能であるという理論的根拠を与える、次節の実験の基礎を与える。Fig. 4.12 に示すように、1 本の沸騰チャンネルを想定する。2 相流に関して質量保存、およびエネルギー保存の式は次のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_s f + \rho_w (1-f) \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_s V_s f \\ + \rho_w V_w (1-f) \} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ i_s \rho_s f + i_w \rho_w (1-f) \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ i_s \rho_s V_s f \\ + i_w \rho_w V_w (1-f) \} = Q(t, z) \quad (4.7)$$

ここに、保存式はチャンネル単位長さ当たりについて考える。 $\rho_s, \rho_w$  はそれぞれ飽和蒸気および飽和水の単位長さ当たりの密度、 $V_s, V_w$  はそれぞれ蒸気および水の速度、 $i_s, i_w$  はそれぞれ蒸気および水のエンタルピー、 $f$  はボイド率、 $Q$  は単位長さ当たりの熱流束である。

$\rho$  および  $i$  は圧力に依存するが、最初に圧力一定として取扱い、物理的な意味を明確にする。後に圧力変動の効果を付加する。方程式(4.6)、(4.7)を次のような演算操作により変形する。 $\{i_s \times (4.6) - (4.7)\}/(\rho_w \Delta i)$  および  $\{(4.7) - i_w \times (4.6)\}/(\rho_s \Delta i)$  により

$$\frac{\partial}{\partial t} (1-f) + \frac{\partial}{\partial z} V_w (1-f) = - \frac{1}{\rho_w \Delta i} Q(t, z) \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f + \frac{\partial}{\partial z} V_s f = \frac{1}{\rho_s \Delta i} Q(t, z) \quad (4.9)$$

ここに、 $\Delta i = i_s - i_w$  である。簡単のため、蒸気と水の

間のスリップを無視する ( $V_w = V_s = V$ )。 (4.9) に (4.8) を加えると次式を得る。

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\Delta v}{\Delta i} Q(t, z) \quad (4.10)$$

ここに、 $\Delta v = 1/\rho_s - 1/\rho_w$  である。この方程式の意味するところは、燃料棒表面からの伝熱によって蒸気泡が発生し、それによって体積膨張が発生する。この単位時間当たりの割合が、2 相流速度の  $z$  方向単位長さ当たりの増加分を与える、ということである。

$V(t, z), Q(t, z)$  は、それぞれ平均値のまわりにゆらいでいるものとして次式で表わす。

$$V(t, z) = V^*(z) + \delta V(t, z) \quad (4.11)$$

$$Q(t, z) = Q^*(z) + \{ \sum_i \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) - Q^*(z) \} \quad (4.12)$$

ゆらぎ分について、(4.10)から次式が成立する。

$$\frac{\partial \delta V}{\partial z} = \frac{\Delta v}{\Delta i} \{ \sum_i \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) - Q^*(z) \} \quad (4.13)$$

チャンネル入口から出口まで積分して

$$\int_{z_0}^{z_2} \frac{\partial \delta V}{\partial z} dz = \delta V(t, z_2) - \delta V(t, z_0) \\ = \frac{\Delta v}{\Delta i} \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) dz \\ - \frac{\Delta v}{\Delta i} \sum_i \delta Q(t_i, z_1) \delta(t - t_i) \delta z_1 - C \quad (4.14)$$

を得る。ここに、 $z_1$  は沸騰境界の時間的平均値で、 $\delta z_1$  は平均値からの変動分である。 $C$  は定数で<sup>注1)</sup>、次式による。

$$C = \frac{\Delta v}{\Delta i} \int_{z_1}^{z_2} Q^*(z) dz \quad (4.15)$$

チャンネルの出口と入口の流速の差を測れば、野村のボイドノイズと沸騰境界のゆらぎに関係した、体積膨張率を得ることができる。

次に圧力変動がある場合を取り扱う。(4.8)～(4.10)を導いた時と同様な方法で変形する。ただし  $\rho$  および  $i$  に関する時間微分は省略しない。この結果、次式を得る。

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\Delta v}{\Delta i} Q - \frac{\Delta v}{\Delta i} R \frac{dp}{dt} \quad (4.16)$$

ここに

$$R = \left\{ \rho_s f \frac{di_s}{dp} + \rho_w (1-f) \frac{di_w}{dp} \right\} \\ + \frac{\Delta i}{\Delta v} \left\{ \frac{f}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{dp} + \frac{1-f}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dp} \right\} \quad (4.17)$$

新たに加わった項は次のような事象に対応している。

(1) 圧力変動により、変化をする飽和蒸気および飽和水のエンタルピーにもとづき発生する蒸発（凝縮）によって引き起される体積膨張（収縮）の割合、(2) 圧力変動により、変化する蒸気および水の密度にもとづく体積膨張（圧縮）の割合。(4.17) までは、野村<sup>47)</sup>が流速のボ

注1) この定数は(4.14)右辺、2 項が含む平均値を差引く役目をはたしている。

イド発生に対する応答を導出したときに用いた式である。本論文での着眼点は、これをボイド発生ノイズの検出の基礎式に応用する点にある。

出入口の流速ゆらぎの差は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta V(t, z_2) - \delta V(t, z_0) &= \frac{\Delta v}{\Delta i} \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) dz \\ &- \frac{\Delta v}{\Delta i} \sum_i \delta Q(t_i, z) \delta(t - t_i) \delta z_1 - C \\ &+ \frac{d}{dp} \left( \frac{\Delta v}{\Delta i} \right) \delta p \int_{z_1}^{z_2} Q^*(z) dz - \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{dp}{dt} \int_{z_1}^{z_2} R^* dz \end{aligned} \quad (4.18)$$

ここに、サブクール水の密度変化は無視している。この式で新たに追加された項は第4, 5項で、圧力変動によってもたらされた項である。

ターピン流量計によってチャンネル出入口の体積流量を測定すれば、流速に流路断面積をかけたものであるから、(4.18)に流路断面積（定数とする）をかけた変量が得られる。この体積流量差から、沸騰境界のゆらぎ寄与分（第2項）と圧力ゆらぎ寄与分を分けなければならぬ。圧力ゆらぎ寄与については、圧力を観測に取入れることによって分離できる。しかし沸騰境界については直接に観測手段をもたない。そこで沸騰境界を支配する変量として、チャンネル入口冷却材温度と入口流量を取りれる。

以上により、測定の対象となるシステムは Fig. 4.13 のようになる。同図において、 $\delta(F_2 - F_0)$  をチャンネル出入口流量差のゆらぎとし、これに対する圧力ゆらぎ  $\delta p$ 、入口流量ゆらぎ  $\delta F_0$ 、入口温度ゆらぎ  $\delta T_0$  の寄与をブロック図に表す。上記の寄与分を分離することができれば、残りが第1項の野村のボイド発生ノイズ源に対応する。ただし第1項の平均値は除かれている。

以上の理論的根拠において注意すべき点は、スリップ比が1と仮定されていることである。実際には、スリップ比1ではないので、流量差がそのまま(4.18)右辺には結びつかない。したがってここで取り扱いは近似理論

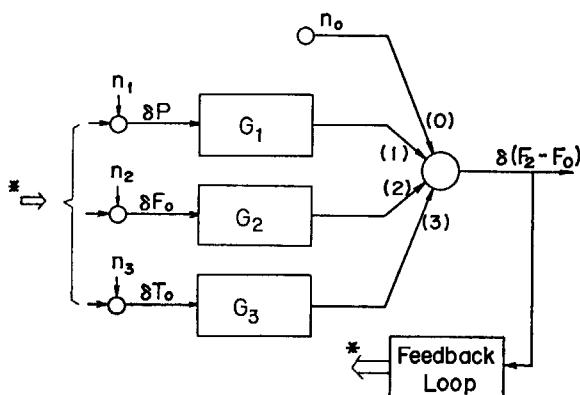


Fig. 4.13 Block diagram of void generation noise system.  $\delta p$ : pressure,  $\delta F_0$ : inlet flow,  $\delta T_0$ : inlet temperature,  $\delta(F_2 - F_0)$ : volumetric expansion rate.

である。近似理論ではあっても、体積流量差がボイド発生割合の変動について情報を与えることに変わりはない。

観測システムが定まれば、各変量からの寄与は MAR モデルあてはめによって、分離が行われる。その解析の方法は 2.3.5 による。

#### 4.3.3 実験結果と考察

観測によって得たデータを Fig. 4.14 に示す。下段のデータは出入口流量差である。圧力、温度については Fig. 4.4 に示したものと同じなので、省略した。MAR モデルあてはめの前に、各変量の自己および相互相關関数をチェックした。その結果によると、 $\delta F_0$  と  $\delta(F_2 - F_0)$  の間には即時応答の項があり、これは(2.131)の変換式により除去した。FPE による次数評価の結果、最適次数として  $M=8$  が与えられた。各変量のパワースペクトル、周波数応答、ノイズ寄与などの解析を DYSAC コードによって行った。

ノイズ寄与分の累積をパワースペクトル上に表示した

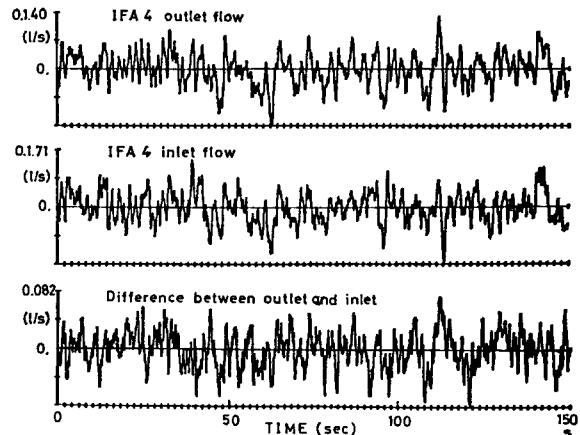


Fig. 4.14 Time series data of IFA 4 outlet flow, inlet flow and difference between them, used for Nomura's noise source identification.

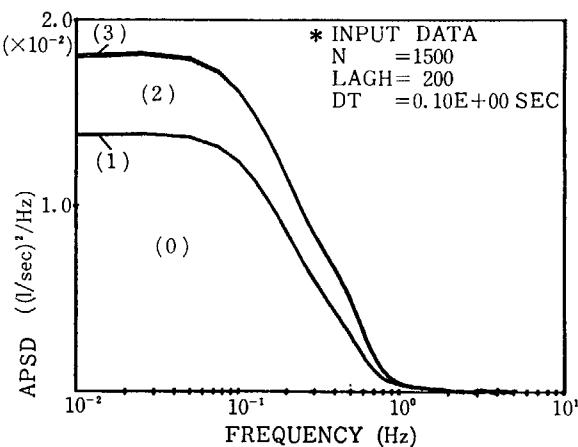


Fig. 4.15 Integrated APSD of volumetric expansion rate. Noise contributions are: (0) intrinsic, (1) pressure, (2) inlet flow, and (3) inlet temperature.

のが Fig. 4.15 である。この結果によれば、圧力ゆらぎからの寄与はほとんど無視できる程度に小さい。これは前節で指摘したように、圧力ゆらぎが非常に小さく抑制された運転条件のデータを使用したためである。入口冷却材温度ゆらぎの寄与も小さい。これも、温度ゆらぎ源が小さいことに起因している。

これらに反して、入口流量の寄与は大きい値を示している。即時応答の成分を除去したにもかかわらず、全域にわたって  $\sim 25\%$  のパワーを占めている。入口流量ゆらぎ自身も大きく、伝熱面の熱伝達係数のゆらぎを引き起し、サブクール水の温度ゆらぎを経て、沸騰境界ゆらぎを引き起しているものと考えられる。

Fig. 4.15 で(0)で示した部分は、野村のボイドノイズに相当する部分である。APSD は高い周波数において急激に落ちている。

流量計の周波数特性は Fig. 4.16 に点線で示されている。厳密には出口用と入口用ではカットオフ周波数に若干の違いがあるが、ここでは入口流量計の場合をもって代表する。高い周波数領域でカットオフが生じており、補正の必要が生ずる。

$$\Phi_n'(f) = \frac{1}{|H(f)|^2} \Phi_n(f) \quad (4.19)$$

ここに、 $\Phi_n(f)$  は Fig. 4.15 に示した(0)の部分、すなわち、野村のボイドノイズの APSD である。 $H(f)$  は流量計の周波数応答である。Fig. 4.16 における一点鎖線は上式によって補正された曲線である。

補正後の曲線  $\Phi_n'(f)$  は、 $\sim 0.6\text{Hz}$  以下では十分に平坦とみなせる。しかし、それ以上の周波数においては、完全な白色性を示すことはできなかった。

補正後の曲線はまだ折点をもっており、その周波数は流量計の周波数応答の折点 ( $0.65\text{Hz}$ ) 付近にあり、補正が不十分である可能性が強い。しかしながら、この実験においては流量計が高い周波数領域まで測定できるよう

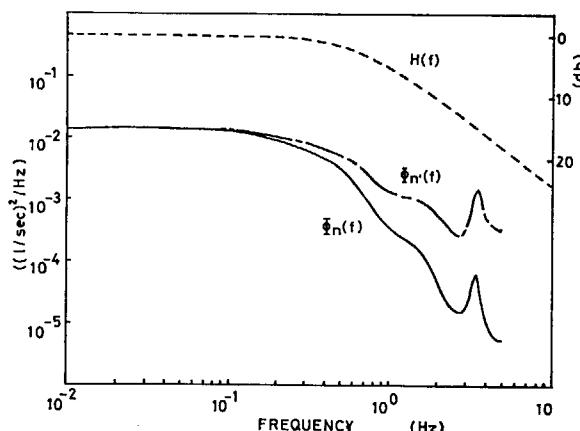


Fig. 4.16 APSDs of channel void generation noise, and frequency response function of turbine flow-meter (inlet).  $\Phi_n(f)$ : measured APSD,  $\Phi_n'(f)$ : compensated with  $H(f)$ ,  $H(f)$ : frequency response function of inlet turbine flow-meter.

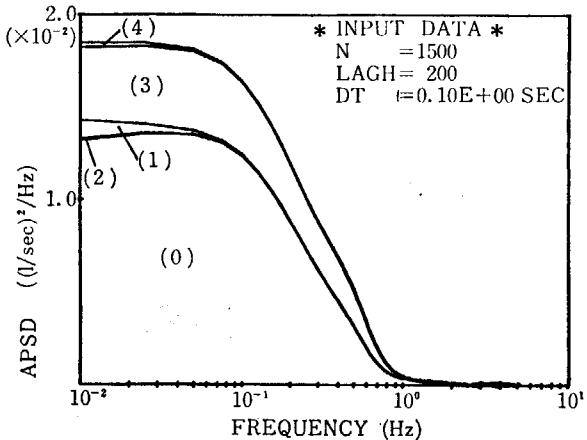


Fig. 4.17 Integrated APSD of volumetric expansion rate. Noise contributions are: (0) intrinsic, (1) fuel center temperature, (2) pressure, (3) inlet flow, and (4) inlet temperature.

に設計されていない上に、出入口流量計の周波数特性に若干の差があるため、これ以上の高い周波数領域の測定には無理がある。

考察すべきもう 1 つの問題は、フィードバック効果である。(4.5)においては、蒸気泡の放射による熱伝達の期待値は時間に依存しない形で書かれている。しかし、実際には、次のようなループをもって帰還している。ボイド発生—反応度ゆらぎ—中性子ゆらぎ—熱発生ゆらぎ—燃料温度ゆらぎ—熱伝達ゆらぎ—ボイド発生ゆらぎ、という閉ループである。したがって熱伝達は燃料温度ゆらぎに依存する。そうすると(4.5)における  $Q^*$  は、もはや  $\omega$  だけの関数ではなく、燃料温度に依存する。したがって、 $\delta(F_2 - F_0)$  は燃料温度ゆらぎからの寄与も受ける。(4.18)における  $C$  は、もはや定数ではなく、燃料温度ゆらぎに依存する。そうすると、もう 1 つの変数として、燃料棒温度を加えるべきである。測定に用いた IFA チャンネルには、燃料中心温度測定用の熱電対があり、この出力信号ゆらぎから情報を得ることができる。そこで、これを Fig. 4.13 の 4 変数システムに追加して、5 変数システムを構成し、これに、MAR モデルあてはめを行った。

あてはめの結果は、やはり  $M=8$  で最適次数となつた。DYSAC コードによるノイズ寄与分の解析結果は、Fig. 4.17 に示す通りである。ここに、(1)で示す部分は燃料中心温度のノイズパワー寄与分であり、(2)は圧力、(3)は入口流量、(4)は入口冷却材温度である。

これによると燃料中心温度からの寄与分は低周波領域 ( $\sim 0.1\text{Hz}$  以下) に見られるが、あまり大きなものではない。したがって、先に求めた野村のボイドノイズの APSD 曲線の傾向に、あまり大きな変化を持込むものではないことがわかった。

#### 4.4 流量ゆらぎの源に関する考察

##### 4.4.1 中性子ノイズ源としての流量ゆらぎ

流量ゆらぎは PWR, BWR を問わず、中性子ゆらぎの源として重要な変量である。Seifritz<sup>53)</sup> は非沸騰の水または液体金属冷却の炉において、次のような理論的取扱いをした。

- (1) 流量ゆらぎは強制循環ポンプによって生ずる。
- (2) 流量ゆらぎは燃料棒表面の熱伝達係数のゆらぎをもたらす。
- (3) 熱伝達係数のゆらぎは熱流束のゆらぎをもたらし、燃料温度と冷却材温度のゆらぎを引き起す。
- (4) 燃料および冷却材の温度ゆらぎは反応度ゆらぎをもたらす。

BWR の場合も、サブクール領域の温度が同様のゆらぎを受け、沸騰境界のゆらぎを引き起すので、やはり重要なゆらぎ源である。

Seifritz は、ポンプによるゆらぎ源の性質については何も述べなかった。しかし熱伝達係数ゆらぎについては次のような関係式を導入した。水炉の場合の熱伝達係数を  $k$  とすれば

$$k = \infty V^{0.8} \quad (4.20)$$

ここに  $V$  は流速である。 $k$  および  $V$  がそれぞれの平均値のまわりに小さくゆらいでいるとして、変動分について展開し、高次の項を省略すれば

$$\frac{\delta k(t)}{k^*} \approx 0.8 \frac{\delta V}{V^*} \quad (4.21)$$

ここに  $\delta$ をつけた量は平均値からの変動分、 $*$ は平均値を示す。

森島<sup>56)</sup>は流量ゆらぎの源について取扱った。彼は、流量ゆらぎを発生する要因は、流路における乱流の統計的な本質に帰するとして次のような Langevin 方程式を導入した。

$$\frac{d}{dt} \delta V(t) = -A \delta V(t) + F(t) \quad (4.22)$$

ここに  $A$  は緩和定数、 $F$  は外部ノイズ源で

$$\langle F(t+\tau)F(t) \rangle = 2D\delta(\tau) \quad (4.23)$$

を仮定し、 $2D = 2A \langle \delta V^2 \rangle$  (インシュタインの関係式) から、その大きさを定め、 $\langle \delta V^2 \rangle$  に関して次のパラメータ表示を与えた。

$$\frac{\sqrt{\langle \delta V^2 \rangle}}{V^*} \times 100\% = \alpha \quad (4.24)$$

こうすると、流速ゆらぎのモデルを 2 つのパラメータ、 $A$  と  $\alpha$  で与えることができる。森島はこの 2 つのパラメータはポンプ特性により定まるとした。

Seifritz の場合は、流速ゆらぎが直接にポンプ流量ゆらぎに結びついているのに対し、森島の場合はパラメータ  $A, \alpha$  を通して結びついている。これらはいずれも流量ゆらぎがポンプにより特徴づけられるという考えにも

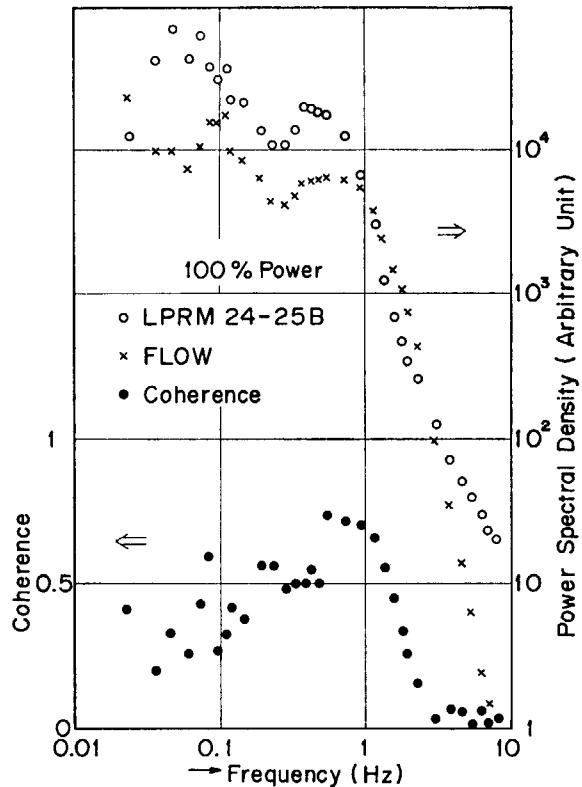


Fig. 4.18 APSDs of Fukushima-I BWR neutron flux and core flow, and coherence function between them. (reproduced from Ref. 19)

とづいている。

BWR における、流量ゆらぎに関する実験例をいくつか検討する。世古、他<sup>19)</sup>は福島 1 号炉において中性子ゆらぎと強制循環ポンプ（ジェットポンプ）流量ゆらぎを観測し、コヒーレンス関数を計算した。これによると  $\sim 0.6\text{ Hz}$  付近を中心に、強いコヒーレンシイが認められる (Fig. 4.18)。ただし常コヒーレンシイであって、2.1.2 で指摘したように、多変数フィードバック系であるから、そのまま、強い線形関係をもつものと解釈することはできない。

Blomberg and Akerhielm<sup>81)</sup> は Oskarshamn-I (BWR) の観測において、8 個の炉内中性子検出器信号の和のゆらぎと、強制循環ポンプ流量ゆらぎの、それぞれの APSD を解析している。両者の  $\sim 0.6\text{ Hz}$  付近に、ピークが認められることから、ポンプ流量ゆらぎが原因して、中性子ゆらぎのピークを形成するとみなしている。

もう 1 つの、興味ある観測例は福西<sup>43), 44)</sup>によって報告されている。460 MWe の BWR において、炉内中性子検出器 (LPRM) 信号ゆらぎ、ジェットポンプ流量ゆらぎ、圧力ゆらぎ、給水流量ゆらぎ、炉水位ゆらぎが観測されている。これらに MAR モデルあてはめを行って、パワースペクトルマトリクス (2.160) を計算し、コヒーレンス関数および偏コヒーレンス関数を解析している。Fig. 4.19(a), (b) にその一部を掲げる。これによれば、中性子ゆらぎとポンプ流量ゆらぎの線形関係（偏コヒーレンス）は  $0.1\text{ Hz}$  以下でほとんど消失している。

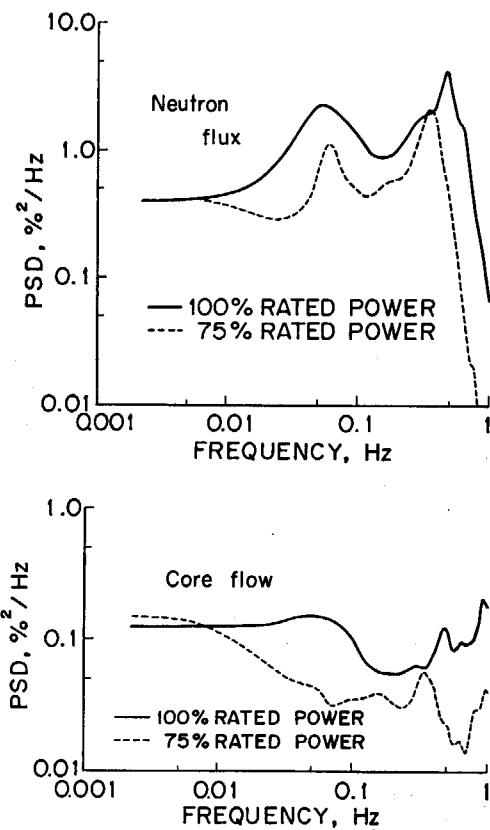


Fig. 4.19(a) APDSs of neutron flux and core flow of a 460 MWe BWR(reproduced from Ref. 44)

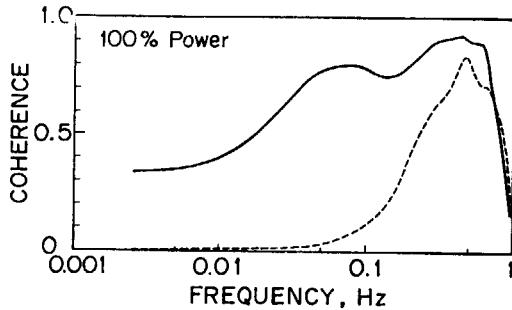


Fig. 4.19(b) Coherence function of a 460MWe BWR (reproduced from Ref. 44). ———: Coherence function between neutron flux and core flow. .....: Partial coherence function conditioned by vessel pressure, feedwater, water level and recirculation flow.

さらに、ノイズ寄与率の解析<sup>45)</sup>でも、流量ゆらぎからの寄与が小さいことが示されている。しかしこの事例においても、~0.6 Hzを中心とした~1 デカードの周波数帯には、ある程度の線形な因果関係があることが認められる。

上記の事例の中で、幾人かの報告者は 0.6~1 Hz付近のコヒーレンスから、この周波数帯にみられる中性子ゆらぎの APSD のピークが流量ゆらぎの特性から形成されるとみなしているが、著者の見解によれば、この周波数帯はボイドフィードバックループをもつ水型炉の伝達関数の特性の弱い共振点に符号しており、ゆらぎ源が流量ゆらぎであれ、入口温度ゆらぎであれ、またはボイド発生ノイズであれ、ある程度の広帯域スペクトルをもつゆらぎ源であれば、どれでもこのピークを形成することができると考えている。一方、低周波領域における中性子束の大きなパワーは伝達特性に根拠を求めることができず、ノイズ源の特性に求めなければならない。

#### 4.4.2 チャンネル流量ゆらぎの観測結果

JPDR-IIにおける実験では、前節に述べたような問題点を追求するために、IFAを用いて、炉心チャンネル流量ゆらぎを観測した。

##### (1) at-power における流量ゆらぎ観測

Fig. 4.20 の上段に、中性子ゆらぎと強制循環ポンプ(FCP) 流量ゆらぎの APSD を示す。○, △等の記号で示

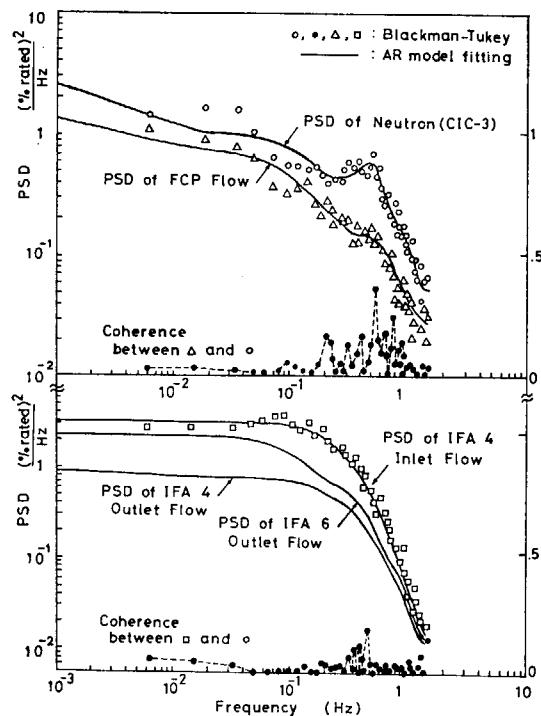


Fig. 4.20 APSDs of neutron density, FCP flow and IFA channel flow, and coherence functions of the JPDR-II at 45MWth power level under IPR control

TABLE 4.2 The mean values, the scalings and the variances of the time series in Fig. 4.21

Variable name	Unit	Mean value	Scaling	Variance
Neutron density, CIC-3	%	48.4	0.801	$0.846 \times 10^{-1}$
Ditto, Incore M. 14 B	%	52.0	0.861	$0.796 \times 10^{-1}$
Inlet flow, IFA #4	ltr/s	8.10	0.156	$0.227 \times 10^{-2}$
Outlet flow, IFA #4	ltr/s	15.0	0.119	$0.229 \times 10^{-2}$
Outlet flow, IFA #6	ltr/s	15.8	0.167	$0.319 \times 10^{-2}$
FCP flow, total	% rated	95.9	0.862	$0.380 \times 10^{-1}$

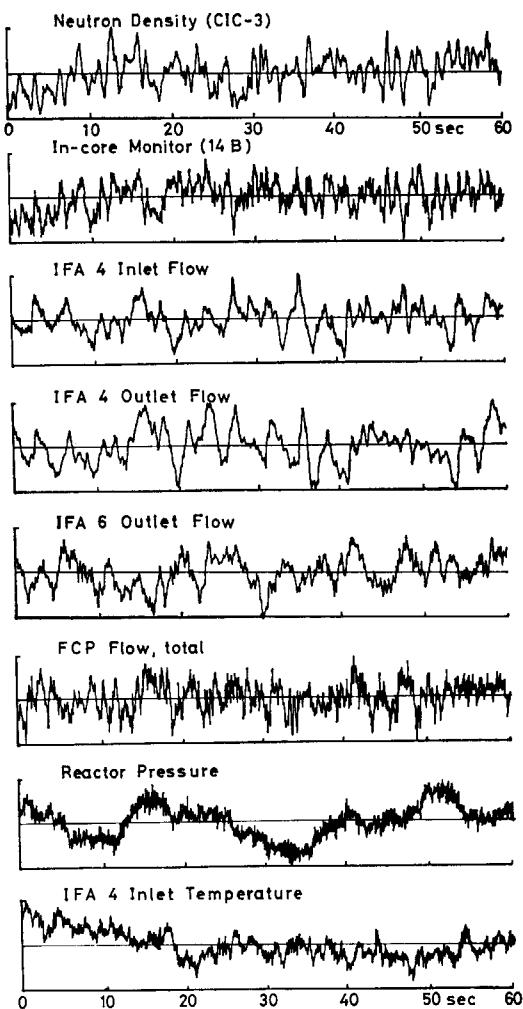


Fig. 4.21 Neutron density and flow fluctuations of the JPDR-II

した点は Blackman-Tukey 法<sup>注1)</sup>による解析値であり、実線は MAR (6,3) モデル同定を通して推定した値である。MAR モデルによる推定値は前者の Smoothing curve になっており、このような性質は小数パラメータをもつモデルの特徴として、以後の APSD 解析に共通して表われる。Blackman-Tukey 法による APSD の表示は、以後省略する。

流量ゆらぎの APSD は、中性子ゆらぎと同程度の大きさであるにもかかわらず、両者間のコヒーレンスは強くない。Fig. 4.18, 4.19 に掲げた、どの事例よりも弱くない。

注1) Ref. B 4 の p. 45 参照。

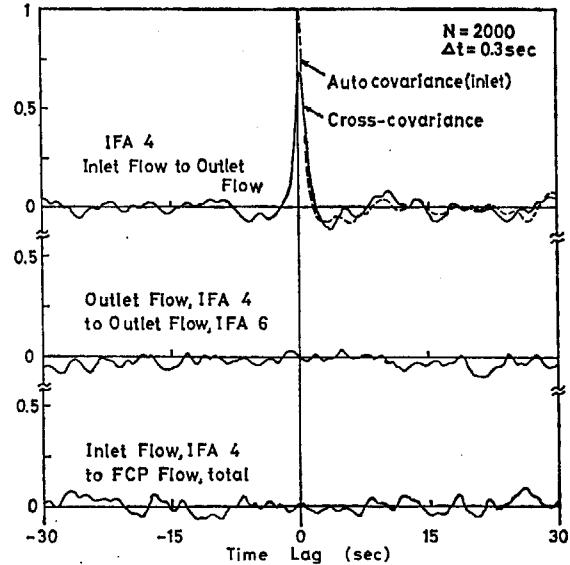


Fig. 4.22 Normalized auto- and cross-covariance functions of inlet and outlet flow rates of IFA, and FCP flow rate

いものである。しかし、~0.6 Hz を中心とした 1 デカード内に集中して表われる点は共通している。

IFA チャンネル流量ゆらぎの APSD を、同図下段に示す。チャンネル流量とポンプ流量は同じようなゆらぎをするだろう、という予想に反して、観測結果はかなり違った APSD の形状を示している。この点を以下に詳細に調べる。観測データの時間系列を Fig. 4.21 に、その平均値、スケーリング、分散値を TABLE 4.2 に示す。また各変量間の共分散関数を Fig. 4.22 に示す。これらの図から、次の点が明らかである。

- (i) 1 つのチャンネル (IFA 4) において、入口と出口の流量はほとんど同位相でゆらいでいる。
- (ii) 異なるチャンネル (IFA 4 と IFA 6) の流量は同位相でなく、ほとんど無相関なゆらぎをしている。
- (iii) チャンネル流量と FCP 流量ゆらぎも、ほとんど無相関な傾向を示している。

Fig. 4.22 上段によれば、IFA の入口と出口の流量ゆらぎの相互共分散関数は、入口流量の自己共分散関数と大差なく、出入口がほぼ一体となってゆらいでいることを示している。ただし、遅れ時間ゼロにおける値（共分散値  $\sigma_{xy}^2$  に相当する）が ~30% 異っている。

同図によれば、IFA 4 と IFA 6 の出口流量がほとん

ど無相関を示し、FCP 流量と IFA 4 入口流量との間も無相関性を示している。FCP 流量と IFA 6 出口流量も同様であった。IFA 4 入口流量の分散値を、TABLE 4.2 の値から、定格に対する%に換算した流量で求めてみると、次のような。

$$\text{IFA 4 入口流量ゆらぎの分散値 } 3.18 \times 10^{-1} (\%)^2$$

$$\text{FCP 流量ゆらぎの分散値 } 3.80 \times 10^{-2} (\%)^2$$

明らかに、IFA チャンネルの流量ゆらぎの方が大きい。ポンプ流量ゆらぎとチャンネル入口流量ゆらぎの相関が現われない、ということは常に成立するはずはないのであって、ポンプ流量ゆらぎの大きさに依存しているはずである。これを確認するため、PRBS 印加によるゆらぎ測定実験(III)のデータについて解析する。M 系列による PRBS を、ポンプ流量制御器 (master controller) に印加したときの観測データを Fig. 4.23 に示す。master controller の設定点外乱は定格に対して  $\pm 2.4\%$  程度の振れ幅を与えている。これによると、ポンプ流量と IFA 入口流量との間には明らかに伝達があり、相関を示している。Fig. 4.24 に両者間の相互共分散関数を示す。コヒーレンス関数を Fig. 4.25 に示す。厳密な議論は多変

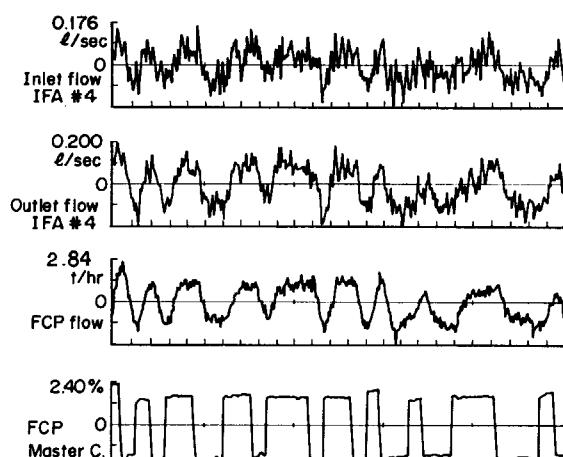


Fig. 4.23 Responses of IFA flow and FCP flow to PRBS added to FCP master controller set point.

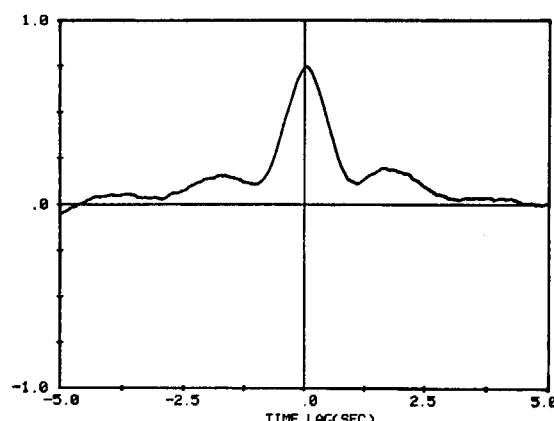


Fig. 4.24 Cross-covariance function between IFA 4 inlet flow and FCP flow. Corresponding time traces are shown in Fig. 4.23.

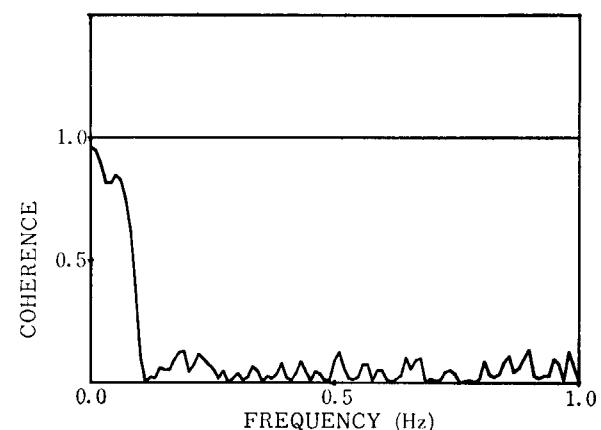


Fig. 4.25 Coherence function between IFA 4 inlet flow and FCP flow (time traces: Fig. 4.23)

量系解析に待たなければならないが、ここでは、ある大きさ以上のポンプ流量ゆらぎに対して、チャンネル流量ゆらぎが明確な相関関係をもっていることを確認するに止める。

#### (2) cold core における流量ゆらぎ観測

at-power での観測では、2 つの IFA 間に相関がみられなかった。4 体の IFA について同様のことが確認されるであろうか。この問題を検討するために、IFA の全チャンネルについて観測を行った。実験条件は 3.3 にのべた通りである。

Fig. 4.26 は観測データの 1 部で、どのチャンネルも出入口がほとんど同位相でゆらいでいるのがみられる。

Fig. 4.27 には IFA 4 体の入口流量について、自己共分散関数を示す。いずれも類似のパターンをしており、ゆらぎの発生機構は 4 体とも同一のものであるとみられる。

Fig. 4.27 下段には IFA 4 体の入口流量の和と、出口流量の和について相互共分散関数を示す。各々 1 体ずつについて、出口と入口の流量ゆらぎとも、ほとんど同様の性質を示すのであるが、ここでは便宜のため、4 体の和を用いた。これは、4 つのチャンネルの特性を代表して示している。これによれば、ゆらぎの分散値で約 90% の成分が、出入口一体となってゆらいでいることを示している。at-power のときには、分散値の約 70% が出入口一体となったゆらぎであった。したがってその差、約 20% はボイドの存在によるものと考えられる。これによってチャンネル出入口流量ゆらぎの一体性は単相流で、より強いものであることが確認された。

チャンネル相互間の無相関性については、相互共分散関数によって検討を行った。Fig. 4.28 に解析結果を示す。4 つの IFA チャンネル間には、いずれの組合せをとっても明確な相関関係が見出せない。したがって、単相流においても、4 体ともにばらばらにゆらぎを発生している傾向が確認された。

FCP 流量ゆらぎとの相関関係を Fig. 4.29 に示す。これによると、4 体とも FCP 流量ゆらぎとの間に明確な

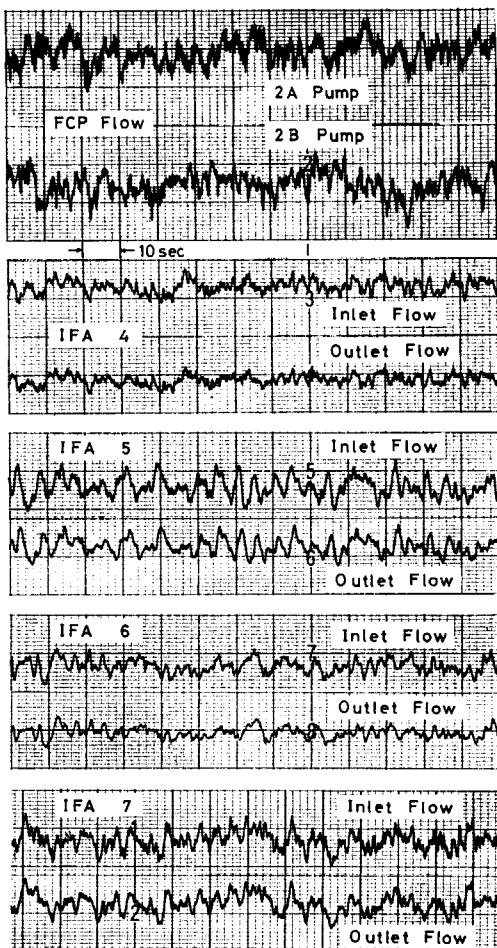


Fig. 4.26 Time traces of FCP flow rates and IFA channel flow rates at "cold core flow fluctuation measurement"

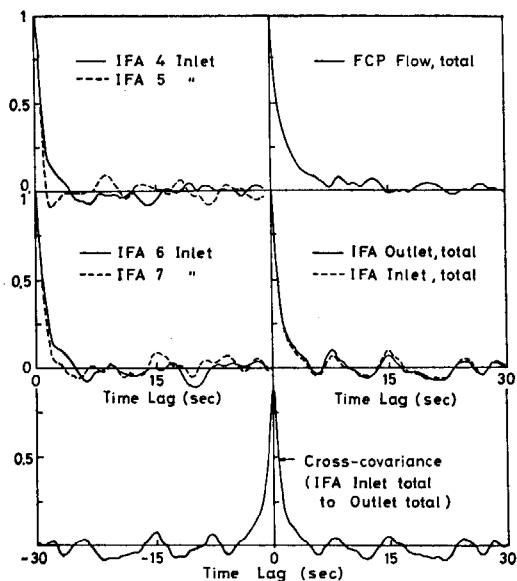


Fig. 4.27 Normalized autocovariance functions of individual and total of four IFA flow rates, and cross-covariance function between IFA total inlet and outlet flow rate

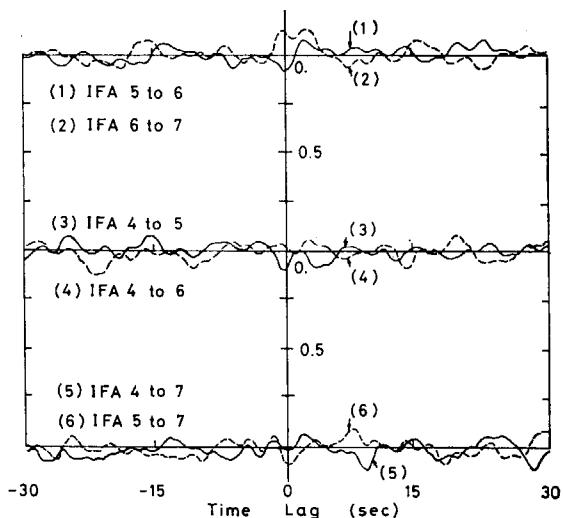


Fig. 4.28 Normalized cross-covariance functions among four IFA inlet flow rates

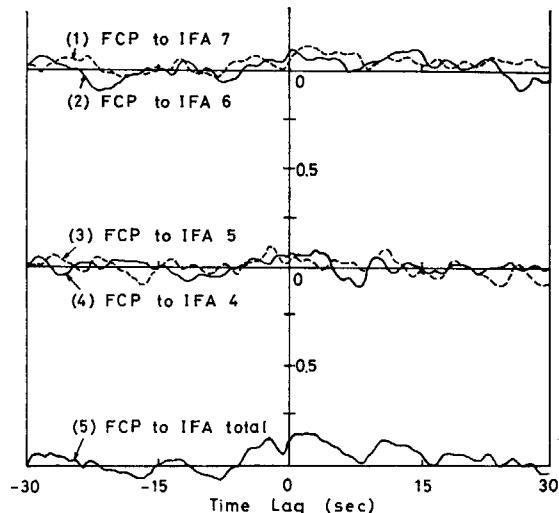


Fig. 4.29 Normalized cross-covariance functions between FCP flow rate and each of four IFA inlet flow rates

相関関係が見出せない。そこで4体の流量ゆらぎの和とFCP流量ゆらぎ(これも2台のポンプ流量ゆらぎ信号の和である)との相互共分散関数を解析した。Fig. 4.29下段に結果を示す。これによれば、わずかながら相関が現われているようにみえる。しかし明確なものではない。

### (3) MAR モデルあてはめによるチャンネル相互干渉効果の解析

cold core での流量ゆらぎには、チャンネル相互間に全く干渉がないのであろうか。すべてのチャンネルは下部プレナムにおいて共通の空間に開口している。上部では、ライザーとの間のせまい共通空間を通過した後、ライザーに入る。もし、下部プレナムとライザー間に差圧変動があったとすれば、4体のチャンネルに共通の変動成分があるはずである。また1つのチャンネルに流量の変動があれば、その動圧にもとづき、出入口の圧力差に

変動がともなうはずである。これは共通の開口部を通して他のチャンネル流量に干渉すると考えられる。このような流体力学的な考察によれば、チャンネル間にいくらかの干渉があるてもよい。

この点を確認するために、IFA 4 体の流量と FCP 流量で構成されるシステムに MAR モデルあてはめを行った。まず、FCP 流量を入力変数とし、IFA 入口流量（4 体）を出力変数に選定し、出力変数間にはフィードバックループが存在すると仮定した。このようなシステムは（2.67）の、入力変数のある MAR モデルあてはめることができる。解析の項目は、（1）入力および他の出力変量からのノイズ寄与分、（2）ゆらぎ変量間のステップ応答である（計算方法は 2.3.6 参照）。

チャンネル入口流量の各々につき、ノイズ寄与分の推定結果を Fig. 4.30 に示す。図中の c 曲線は FCP 流量からのノイズパワー寄与分である。チャンネルによって違いはあるが、いずれも量的に非常に少ない。b 曲線はそのチャンネルに固有なノイズ源からの寄与分である。固有といっても、他の 3 つの IFA 流量ゆらぎと、FCP 流量ゆらぎに相関をもたないノイズ源という意味であって、観測されていないチャンネルからの寄与も含んでいる。a 曲線は全パワーである。したがって、a-b は他の 3 本の IFA チャンネル流量ゆらぎからの寄与分を表わす。これが MAR モデルから解析したチャンネル間相互干渉の部分である。いずれもパワーにして数%のオーダーである。

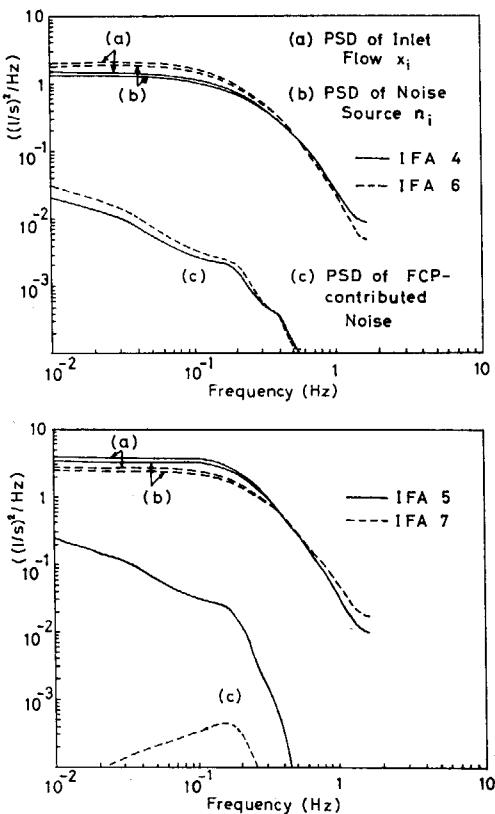


Fig. 4.30 APSDs of IFA inlet flow rates decomposed to contributions from noise sources, estimated through MAR model fitting

ダーアであって、非常に少ない。

ゆらぎ変量間ステップ応答は Fig. 4.31 に示される。各曲線は、( )内に示したチャンネルの入口流量ゆらぎからの、単位ステップ入力に対する応答を表わしている。（FCP）で示した曲線は、FCP 流量単位ステップ入力に対する応答である。この結果によれば、応答のゲインはさまざまであるが、大きさは 0.1～0.02 程度である。また符号は正負まちまちで、統一していない。ただし、FCP 流量からの応答はすべて正である。

cold core における流量ゆらぎ実験とその解析の結果を要約すると次のようになる。

(iv) 4 体の IFA を用いた観測の限りでは、各チャンネルの流量ゆらぎの大部分は他の 3 体の IFA チャンネル流量ゆらぎに無相関なゆらぎによって占められている。

(v) しかしながら、非常に小さな部分は他の IFA チャンネルと動特性的に線形結合している。その結合の符号は正負まちまちである。

(vi) IFA チャンネル流量ゆらぎのパターンやチャンネル間の相関関係、ポンプ流量との相関関係は、単相流の状態（cold core）においても 2 相流の状態（at-power）においても同様の傾向を示してい

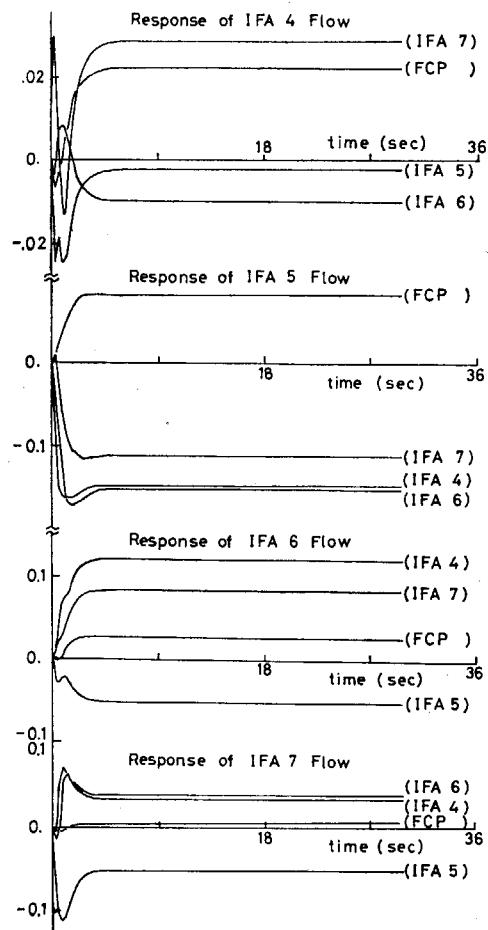


Fig. 4.31 Step response functions of channel to channel and FCP to channel flow fluctuation interactions, estimated through MAR model fitting

る。したがって、これら IFA 流量ゆらぎの性質は 2 相流、加熱チャンネル特有のものではない。

#### (4) IFA 特有のゆらぎか否か

IFA の構造から、特に流れが乱されていることはないであろうか。IFA の構造は、流量計を除いて標準燃料集合体と全く同じ形状をもっている。集合体中央の 1 本の燃料棒は、IFAにおいては 2 酸化ウランペレットを除いて計測線のガイドチューブになっているので、発熱量には 49 分の 1 程度の差があるが、cold core 実験においては全く関係がない。IFA の炉心への取付け状態も構造上、標準燃料と全く同じである。したがって、流量計自身以外には、流动状態に異なる影響を持つ因子は存在しないと考えてよい。

流量計の構造は Fig. 3.4 に示すように、タービン羽根とその上流側に取付けられた整流板が主要構成をなす。整流板は、流れが乱れないようにする役目をはたし、タービン羽根に整流が当るようにしてある。したがって整流板がゆらぎを引き起しきことはなく、その性能は炉外試験<sup>85)</sup>で十分にテストされた上、炉内に装着されている。タービン羽根に当って回転力を与える水流には特別のゆらぎを与えるものは考えられない。しかし羽根通過後には渦流が増幅されている可能性がある。入口流量計のタービン羽根は通常運転状態で、30 回転/秒程度である。出口のタービン羽根の回転数は低くおさえてあり、通常運転状態で 12.5 回転/秒程度である。タービン自身が流量に与えるゆらぎの効果をテストしたデータは残念ながら採られていない。したがってその存在を定量的に論ずることは不可能である。

この実験を通じて、観測されたゆらぎがタービン流量計自身によって発生したものでない、とみなされる根拠は次の事実によっている。Fig. 4.26 にみられるように出口側と入口側の流量計のゆらぎがほとんど一致している。両者の相互相関関数は Fig. 4.27 下段のように、ほとんど時間遅れのないゆらぎである。タービン羽根の後方に渦流が発生していると、羽根の振動の原因となり得る。しかしそのような渦は小さなものであって、入口側から約 2m も離れた出口側タービンの羽根を時間遅れなしに、同位相で駆動するような大きな渦ではあり得ない。Fig. 4.26, 4.27 の示すように、実験によって測定されているゆらぎは、1 本のチャンネルの流れを一体でゆるがすような駆動源によるものである。

もちろん検出器まわりの局部的なゆらぎの存在を否定するものではない。事実、Fig. 4.27 下段の相互共分散関数が示すように分散値で ~10% は一方の流量ゆらぎ信号に相関のない要素であって、これは局部的なゆらぎに、検出器自身のノイズ分が加わった成分を表わしていると考えられる。しかし、その成分の分散値は十分小さい。

もう 1 つの問題は、流量計の圧力損失が大きい点である。流路抵抗の大きいチャンネルが固有のゆらぎをする

ことを証明するデータもないが、否定もできない。もし、流路抵抗が大きいために発生した固有のゆらぎであった場合には、観測された流量ゆらぎが他のチャンネルのゆらぎとは異なる可能性がある。しかし、この場合には周辺チャンネルとの相互干渉はさらに重要なファクターになり、そのような固有のゆらぎがなぜ生ずるかについて解析することがますます重要になってくる。

#### (5) JPDR-II の構造上特有の問題について

FCP 流量ゆらぎとチャンネル流量ゆらぎの相関が小さい点について、流路の構造上の要因を検討する。3.1 に指摘したように、ポンプから炉心入口に至るまでには、いくつかの構造物が障害物として介在する。流れのゆらぎに変化をもたらす、最も大きな障害物と考えられるのは、下部プレナムのバッフルプレートである (Fig. 3.2 参照)。流れに直角におかれたプレートに衝突した水流はプレナム内に拡がる。これによって、ポンプ流量のゆらぎは緩和される効果がある。次に、下部プレナムに林立した制御棒ガイドチューブがある。これは、チャンネル入口から下部に向って垂直に取付けられているので、むしろ整流板の役目をはたす。これらの構造から、ポンプ流量における小さなゆらぎが下部プレナム内で緩和され、チャンネル入口にそのまま表われない、ということは十分考えられる。

#### 4.4.3 チャンネル流量ゆらぎ源観測結果に関する理論的考察

IFA を用いた流量ゆらぎ実験では、チャンネル間相互の相関が消失していることが示された。前節の考察にもとづき、この観測された事実をどのようなゆらぎメカニズムを仮定したならば、説明づけることができるかについて、理論的考察を行う。

まず次のような仮定から出発する。

- (I) 各チャンネルは乱流にもとづく、弱いランダムノイズ源によって駆動されている。それぞれのノイズ源は独立である。
- (II) 1 つのチャンネルの流量ゆらぎは、周囲の複数本のチャンネルに一定の干渉作用を持つ。干渉は次々と隣接チャンネルに拡がる。
- (III) チャンネル流量間干渉は炉心全体で統計的な平衡状態にある。

(I) は、流れが乱流領域にあり、チャンネル入口の構造物が障害となって局部的な乱れが発生する可能性から、このようなゆらぎ源を導入する。しかしこのゆらぎ源単独では（相互干渉なしには）、観測されたような大きなゆらぎを実現することはできない。(II) は IFA 流量ゆらぎの観測データについての、MAR モデル解析の結果にもとづいている。干渉は非常に小さいが、どんなに小さな効果でも、隣接の多数本のチャンネルからの寄与が累積すれば大きなゆらぎとなる。さらに一般的に取扱って、ポンプ流量からの影響も考慮に入れる。しかし

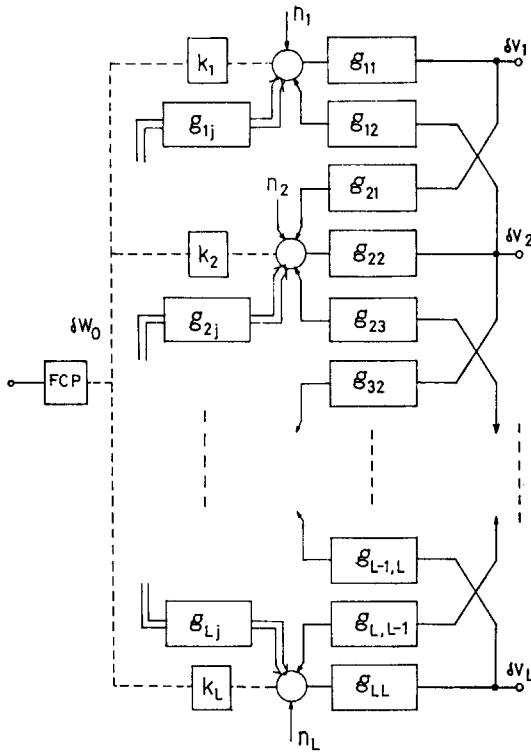


Fig. 4.32 Inter-channel fluctuation transmission network

このゆらぎ源も単独では弱小で、観測にかかったゆらぎ程度の大きな変動は与えられない。この考えにもとづき、流量ゆらぎのメカニズムについて、Fig. 4.32 のように1つのネットワークを組むことができる。ここに  $n_i$  は仮定(I)にもとづく独立なノイズ源、 $\delta W_0$  はポンプ流量ゆらぎ、 $K_i$  は結合係数、 $\delta V_i$  は  $i$  チャンネルの流速ゆらぎ、 $g_{ij}$  は  $j$  チャンネルから  $i$  チャンネルへのインパルス応答関数、 $g_{ii}$  は  $i$  チャンネルのノイズ源に対する流量ゆらぎのインパルス応答関数、 $L$  はチャンネル総数である。

$g_{ii}$  を決定するため、次のようなチャンネル流量ゆらぎのモデルを導入する。

$$M \frac{dV_i}{dt} = -\lambda_i V_i^* + F_i(t) \quad (4.25)$$

ここに、 $M$  は1本のチャンネル内の流体の質量、 $\lambda_i$  は流れの摩擦圧力損失係数、 $F_i(t)$  は外部駆動源である。 $V_i$  は平均値のまわりにゆらいでいるとして

$$V_i = V_i^* + \delta V_i \quad (4.26)$$

とする。ここに  $V_i^*$  は平均値、 $\delta V_i$  は平均値からの変動分である。 $F_i(t)$  は平均値ゼロのランダムノイズ源とし、 $\delta V_i$  の高次の項を省略して

$$M \frac{d\delta V_i}{dt} = -2\lambda_i V_i^* \delta V_i + F_i \quad (4.27)$$

となる。この式をラプラス変換し、入力  $F_i$  に対する伝達関数を求め、さらに逆ラプラス変換によってインパルス応答関数を求めれば

$$g_{ii}(\tau) = 2\lambda_i V_i^* \exp\left(-\frac{2\lambda_i V_i^*}{M}\tau\right) \quad (4.28)$$

となる。

ノイズ源  $F_i$  は仮定(II)、(III)に従って、他の全てのチャンネル流量ゆらぎの、小さな寄与分が累積したものと考える。また  $n_i$  や  $K_i \delta W_0$  も、その成分であるから

$$\begin{aligned} F_i(t) &= \sum_{k=1}^{L-1} \int_{-\infty}^{\infty} g_{ik}(\tau) \delta V_k(t-\tau) d\tau \\ &\quad + K_i \delta W_0(t) + n_i(t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

と書ける。(4.29)を(4.27)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} M \frac{d\delta V_i}{dt} + 2\lambda_i V_i^* \delta V_i &= \\ &\quad \sum_{k=1}^{L-1} \int_{-\infty}^{\infty} g_{ik}(\tau) \delta V_k(t-\tau) d\tau + K_i \delta W_0 + n_i \end{aligned} \quad (4.30)$$

これは、Fig. 4.32 に示したシステムを表わす方程式である。取扱いやすい形式にするため、ラプラス変換して整理すると、

$$\delta V_i(s) = \sum_{k=1}^{L-1} h_{ik}(s) \delta V_k(s) + u_i(s) \quad (4.31)$$

ここで

$$h_{ik}(s) = \frac{g_{ik}(s)}{Ms + 2\lambda_i V_i^*} \quad (4.32)$$

$$u_i(s) = \frac{K_i \delta W_0(s) + n_i(s)}{Ms + 2\lambda_i V_i^*} \quad (4.33)$$

(4.31)は、さらに簡単にまとめることができ、左辺の  $\delta V_i(s)$  を右辺第1項に含めて書くと

$$\sum_{k=1}^L h_{ik}(s) \delta V_k(s) + u_i(s) = 0 \quad (4.34)$$

となる。ただし、 $h_{ii} = -1$  とする。 $\delta V_i(s)$ について解くと

$$\delta V_i(s) = - \sum_{k=1}^L H^{-1}_{ik}(s) n_k(s) \quad (4.35)$$

ここで  $H^{-1}_{ik}(s)$  は、 $h_{ik}(s)$  ( $i, k = 1, 2, \dots, L$ ) を要素とするマトリクス  $H$  の、逆マトリクスの  $(i, k)$  要素を表わす。(4.35)を再び逆ラプラス変換すれば、次のような時間領域の表現が得られる。

$$\delta V_i(t) = - \sum_{k=1}^L \int_{-\infty}^{\infty} h'_{ik}(\tau) u_k(t-\tau) d\tau \quad (4.36)$$

ここで

$$h'_{ik}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ H^{-1}_{ik}(s) \right] \quad (4.37)$$

$$u_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_{kk}(\tau) \{ K_k \delta W_0(t-\tau) + n_k(t-\tau) \} d\tau \quad (4.38)$$

である。

$\delta V_i$  と  $\delta V_j$  の相互相関関数を計算しよう。(4.36)において、 $n_k$  の独立性を用いると次のように計算できる。

$$\begin{aligned}
\phi_{ij}(\tau) &= E\{\delta V_i(t)\delta V_j(t+\tau)\} \\
&= E\left\{\sum_{k=1}^L \int_{-\infty}^{+\infty} h'_{ik}(m) u_k(t-m) dm \cdot \right. \\
&\quad \sum_{k=1}^L \int_{-\infty}^{+\infty} h'_{jk}(l) u_k(t+\tau-l) dl \\
&= \sum_{k=1}^L \int_{-\infty}^{+\infty} h'_{ik}(m) h'_{jk}(l) g_{kk}(p) g_{kk}(q) \{\phi_k(\tau-l \\
&\quad + m - q + p) + K_k^2 \phi_0(\tau - l + m - q \\
&\quad + p)\} dm dl dp dq \quad (4.39)
\end{aligned}$$

ここに  $\phi_k(\tau)$  はノイズ源  $n_k(t)$  の自己相関関数であり、  $\phi_0(\tau)$  は  $\delta W_0(t)$  の自己相関関数である。

次に  $\delta V_i$  と  $\delta V_j$  の CPSD および APSD を計算する。  $\phi_{ij}(\tau)$  のフーリエ変換によって次式を得る。

$$\Phi_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^L \bar{H}^{-1}_{ik}(\omega) H^{-1}_{jk}(\omega) \left| \frac{1}{2\lambda_k V_k^* + j\omega M} \right|^2 \cdot \{\Phi_k(\omega) + K_k^2 \Phi_0(\omega)\} \quad (4.40)$$

$$\Phi_i(\omega) = \sum_{k=1}^L \left| \frac{H^{-1}_{ik}(\omega)}{2\lambda_k V_k^* + j\omega M} \right|^2 \cdot \{\Phi_k(\omega) + K_k^2 \Phi_0(\omega)\} \quad (4.41)$$

ここに  $-$  は複素共役を表わす。  $\Phi_k(\omega)$ ,  $\Phi_0(\omega)$  はそれぞれ  $n_k(t)$ ,  $\delta W_0(t)$  の APSD である。また,

$$H^{-1}_{ik}(\omega) = \frac{\Delta_{ik}(\omega)}{\det H(\omega)} \quad (4.42)$$

である。ここに,  $\Delta_{ik}$  は  $H$  の余因数である。

Fig. 4.22 および Fig. 4.28 に示された実験結果によれば、相互相関はほとんどゼロである。このことを (4.39) から説明するには、どのような条件が必要であろうか。  $\phi_k(\tau)$  および  $\phi_0(\tau)$  は自己相関関数であるから、  $\tau=0$  の近傍でゼロになることも負符号になることもない。  $g_{kk}(\tau)$  についても、(4.28) から同様のことがいえる。このような量をまとめて、  $N_k(\tau, l, m, p, q)$  と記すと、実験結果が示すことは

$$\sum_{k=1}^L \int_{-\infty}^{+\infty} h'_{ik}(m) h'_{jk}(l) N_k(\tau, l, m, p, q) \cdot dm dl dp dq \simeq 0 \quad (4.43)$$

これに対応した周波数領域の表現は

$$\sum_{k=1}^L \bar{H}^{-1}_{ik}(\omega) H^{-1}_{jk}(\omega) N_k(\omega) \simeq 0 \quad (4.44)$$

Fig. 4.20 の下段に、チャンネル流量ゆらぎのスペクトルが示されている。このように大きな APSD を (4.41) によって説明するには、  $H^{-1}_{ik}(\omega)$  がゼロであってはならない。一方、(4.44) では、そのような  $H^{-1}_{ik}(\omega)$  を用いて  $\simeq 0$  にならなければならないから、同式の中で  $k$  に関する重ね合わせの段階でゼロ付近に落ちていることになる。

このような検討の結果、チャンネル流量ゆらぎの CPSD (または相互共分散関数) の消失は次のような条件を想定すれば十分である。

- (1) ランダムノイズ  $n_k$  およびポンプ流量ゆらぎの結合係数が各チャンネルについて等しい大きさであること。

(2)  $\bar{H}^{-1}_{ik}(\omega) H^{-1}_{jk}(\omega)$  は  $k=1, 2, \dots, L$  ( $i \neq j$ ) について平均値がゼロであるようなヒストグラムにしたがって分布すること。

もしこのような性質があれば、大きな APSD をもち、しかも相互相関関数が消失したチャンネル流量ゆらぎの特性が理解できる。

#### 4.4.4 圧力ゆらぎから流量ゆらぎへの寄与

強制循環方式の BWR では、流量ゆらぎの源がポンプから発生する、という考え方を探っていたため、ポンプ以外の寄与は無視されてきた。しかしながら JPDR-II の観測実験によると、圧力からの寄与が少くないことが見出された。これは MAR モデルあてはめを行うことによってわかったことである。

自然循環方式の BWR の理論的動特性モデルには、圧力からの寄与を取扱ったものがある。三井田、須田<sup>70)</sup>は再循環流路の自然水頭の動特性を導くために、流路の流体に関して運動方程式をたてた。微少変動を考えて、方程式を線形化し、最終的に次の動特性を導いた。

$$\begin{aligned}
G_V(s)\delta V_0 &= G_V(s)\delta \bar{V} + G_q(s) \frac{\delta Q}{Q^*} + G_{z_1}(s)\delta z_1 \\
&\quad + G_p(s)\delta p
\end{aligned} \quad (4.45)$$

ここに  $\delta V_0$  は炉心入口流速、  $\delta \bar{V}$  は炉心ボイド量、  $\delta Q$  は炉心熱出力、  $\delta z_1$  は沸騰境界移動、  $\delta p$  は圧力、  $G_V$ ,  $G_q$ , …, は伝達関数である。詳細な記号説明は付録 6. にゆずる。このモデルによれば、圧力変動は伝達関数  $G_p(s)/G_V(s)$  を通して炉心入口流速に変動を与える。詳細なモデル構造の説明は Ref. 70 にゆずり、この効果が、主として圧力による流体密度変化にもとづくものであることを指摘しておく。

観測データとして、2つのケースを選択して解析する。

- (1) ケース A: ポンプ流量ゆらぎに対する圧力ゆらぎの寄与を調べる。3変数系 (FCP 流量、圧力、中性子密度) を選んだ。(4.45) のモデルを参照すれば、  $\delta Q$  を変量として取り入れるべきであるが、中性子密度で置きかえた。ボイド量、沸騰境界移動などは計測されないので、これらの寄与は固有ノイズの寄与に含まれる。
  - (2) ケース B: 炉心チャンネル流量ゆらぎに対する圧力ゆらぎの寄与を調べる。このため、5変数系 (IFA 4 入口流量、圧力、燃料温度、炉心入口温度、中性子密度) を用いた。燃料温度は (4.45) の変量には含まれないが、ボイド量変動に最も強く結びついた変量として燃料温度を取り入れてみた。(結果としてその効果はなかった。) 炉心入口温度は沸騰境界の移動に直結した変量の1つとなっている。
- これらの観測データの MAR モデルあてはめは、すでに 4.2 で取扱った2つの解析のケースの中で行われている。すべてのシステムをフィードバック系として取扱っ

ているので、ここにあげた2ケースは4.2で取扱った2つのケースのそれぞれフィードバックループの特性の1つである。したがって、モデル次数は4.2において決定したものと同じである。

ノイズ寄与の解析結果は次の通りである。

(1) ケースAの結果: Fig. 4.33 はFCP 流量ゆらぎのAPSDである。各ゆらぎ源からの寄与の累積を表わしている。 $\sim 0.03\text{Hz}$ 以下の低周波領域に圧力ゆらぎの寄与が見られる。その占める割合は大きく、低周波における流量ゆらぎの約半分は、圧力ゆらぎからの寄与で占められている。ここでは、圧力変動が大きい場合の観測データを用いたので、この寄与が必ずしも固定しているわけではない。しかしこれによって、圧力ゆらぎは、流量ゆらぎの源として無視できないものであることがわかる。

(2) ケースBの結果: Fig. 4.34 はIFA チャンネル入口流量ゆらぎのAPSDであり、各ゆらぎ源からの寄与の累積を示している。この場合も低周波領域に圧力ゆらぎの寄与がみられる。この解析に使用した観測データ (Fig. 4.4) では圧力変動は非常に小さく抑えられてい

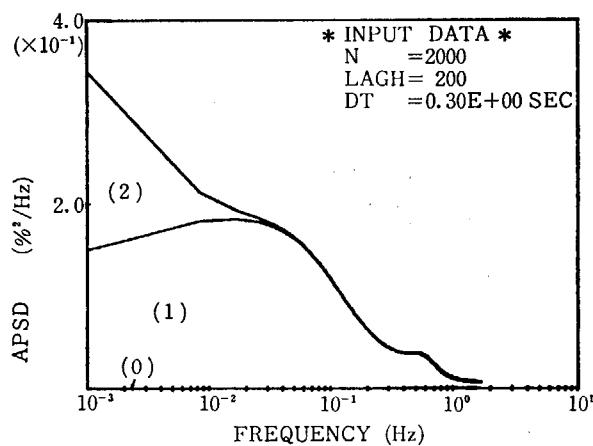


Fig. 4.33 Integrated APSD of FCP flow fluctuations. Contributions are: (1) intrinsic, (2) pressure, and (0) neutron density.

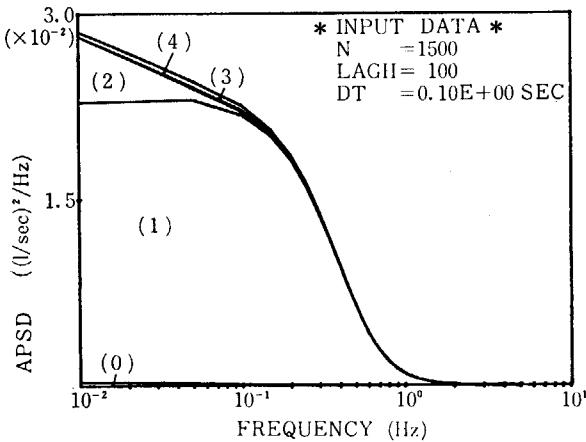


Fig. 4.34 Integrated APSD of IFA 4 inlet flow fluctuations. Contributions are: (1) intrinsic, (2) pressure, (3) fuel temperature, (4) coolant inlet temperature, and (0) neutron density.

るにもかかわらず、低周波において $\sim 20\%$ の寄与分がみられる。一方、その他の变量、中性子密度や入口温度などはほとんど寄与をしていないことが示されている。

#### 4.5 燃料温度ゆらぎ源の考察

##### 4.5.1 燃料温度ゆらぎのシステム

ゆらぎ源の実験的考察に先立って、燃料温度ゆらぎのシステムが、どのような变量と関連して構成されるか、を明らかにしておかなければならない。これにもとづいて、観測すべき变量を選択する。以下に、そのシステム構造を与えておく。これは、必要な变量選択の際の事前知識の1つであって、MAR モデル同定は、この理論モデルとは独立に行われることを指摘しておく。

燃料棒の温度は半径方向に分布するが、これを平均温度で代表して与えると次式のように表わせる。

$$C_f \frac{dT_f(t, z)}{dt} = q(t, z) - k \{ T_f(t, z) - T_c(t, z) \} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} C_c \frac{\partial T_c(t, z)}{\partial t} &= R \{ T_f(t, z) - T_c(t, z) \} \\ &- C_c V \frac{\partial T_c(t, z)}{\partial z} \quad (\text{非沸騰領域}) \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$T_c(t, z) = T_{sat}(p) \quad (\text{沸騰領域}) \quad (4.47)$$

ここに、 $T_f$  は燃料温度、 $T_c$  は冷却材温度、 $C_f$  は燃料棒単位長さ当たり熱容量、 $C_c$  は冷却材流路単位長さ当たり熱容量、 $q$  は燃料棒単位長さ当たり熱発生割合、 $k$  は燃料棒表面の $z$  方向単位長さ当たり熱伝達係数、 $V$  は冷却材流速、 $T_{sat}(p)$  は圧力 $p$ における冷却材飽和温度である。

燃料温度ゆらぎ源の1つは、熱発生割合のゆらぎであって、中性子密度のゆらぎに比例する。もう1つのゆらぎ源は冷却材への伝熱量ゆらぎである。これには熱伝達係数のゆらぎと、冷却材温度ゆらぎがある。これらの変量を、平均値とそのまわりにゆらいでいる小さな変動分、として表わす。

$$q(t, z) = q^*(z) + \delta q(t, z) \quad (4.48)$$

$$k(t) = k^* + \delta k(t) \quad (4.49)$$

$$V(t) = V^* + \delta V(t) \quad (4.50)$$

非沸騰領域での熱伝達係数は(4.21)により、流速ゆらぎに変換することができる。

$$\delta k = 0.8 \frac{k^*}{V^*} \delta V \quad (4.51)$$

沸騰領域での熱伝達係数は、野村<sup>[49]</sup>のモデルにしたがい、蒸気泡発生による熱伝達とし、

$$k(t) \{ T_f(t, z) - T_{sat}(p(t)) \} = \sum_i \delta Q_i \delta(t - t_i) \quad (4.52)$$

とする。これを成立させるためには

$$k(t) \equiv \sum_i k_i \delta(t - t_i) \quad (4.53)$$

$$k_i \equiv \frac{\delta Q_i}{T_f(t, z) - T_{sat}(p(t_i))} \quad (4.54)$$

とおけばよい。ただし微少変動では(4.54)で  $T_f \rightarrow T_f^*, T_{sat} \rightarrow T_{sat}^*$  とする。

非沸騰領域の冷却材温度は2つのゆらぎ源を持つ。1つは熱伝達係数ゆらぎ、もう1つは輸送される熱量ゆらぎである。前者は流速ゆらぎにもとづき、後者は流速と当該領域へ出入りする流体温度にもとづく。以上を考慮して基本式を微少変動分について線形化すると

(非沸騰領域)

$$\begin{aligned} \frac{d\delta T_f}{dt} &= -\frac{1}{\tau_f}(\delta T_f - \delta T_c) - 0.8 \frac{T_f^* - T_c^*}{\tau_f V^*} \delta V \\ &\quad + \frac{1}{C_f} \delta q + n_f \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta T_c}{\partial t} + V^* \frac{\partial \delta T_c}{\partial z} &= -\frac{1}{\tau_c}(\delta T_c - \delta T_f) \\ &\quad + \left(0.8 \frac{T_f^* - T_c^*}{\tau_c V^*} - \frac{\partial T_c^*}{\partial z}\right) \delta V + n_c \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\delta T_c(t, z_0) = \delta T_0(t) \quad (4.57)$$

(沸騰領域)

$$\begin{aligned} \frac{d\delta T_f}{dt} &= -\frac{1}{\tau_f}(\delta T_f - \delta T_{sat}) - \frac{T_f^* - T_{sat}^*}{C_f} \delta k \\ &\quad + \frac{1}{C_f} \delta q + n_f \end{aligned} \quad (4.58)$$

ここに、\*は平均値を表わし、

$$\delta k = \sum_i k_i \delta(t - t_i) - k^* \quad (4.59)$$

$$k^* = E \left\{ \sum_i k_i \delta(t - t_i) \right\} \quad (4.60)$$

$$\tau_f = C_f / k^* \quad (4.61)$$

$$\tau_c = C_c / k^* \quad (4.62)$$

ここで、 $n_f, n_c$  を未知なノイズ源として付加した。パラメータ  $C_f, C_c$  などのゆらぎは考慮されていない上に、まだ理論にのらないノイズ源も考慮すると、このような付加項が必要となる。

さて以上により、燃料温度ゆらぎシステムの概略的な構造が明らかになったので、ノイズ源同定に必要な変量を選ぶ。燃料温度は、IFA 4 の燃料中心温度用熱電対の信号を用いる。これは沸騰領域に取付けられている。(4.58)によれば

沸騰領域の燃料温度ゆらぎ源は

$$\delta T_{sat}, \delta k, \delta q (\propto \delta n), n_f$$

である。野村のモデルで与えられた  $\delta k$  ((4.59), (4.54)) の、他変量への依存の形が不明なので、ここでは流速(IFA 入口流量)を考慮しておく。(結果的には不要であった)  $\delta q$  は中性子ゆらぎ  $\delta n$  で置きかえ、in-core monitor 14B の出力信号を用いた。以上のシステムをブロック図にして Fig. 4.35 に示す。

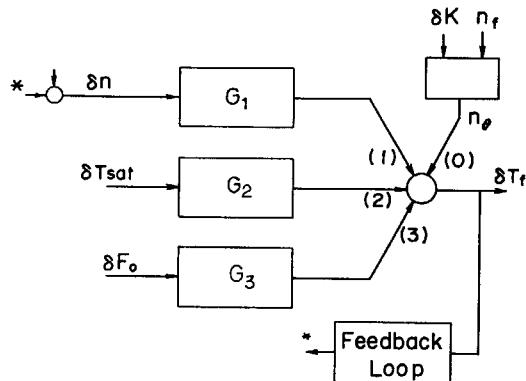


Fig. 4.35 Block diagram of fuel temperature fluctuation system.  $\delta n$ : neutron density,  $\delta T_{sat}$ : coolant outlet temperature (saturated),  $\delta F_0$ : coolant inlet flow,  $\delta T_f$ : fuel temperature.

#### 4.5.2 実験の結果と考察

燃料温度ゆらぎ源の同定のために観測されたデータを Fig. 4.36 に示す。飽和領域の温度は IFA 4 出口温度を計測したものである。IFA 4 入口流量は Fig. 4.4 に掲げたので、ここでは省略した。

MAR モデルへあてはめの結果、FPE 評価法による最適次数として、 $M=5$ を得た。(MAR 係数は付録 5. 参照) 各ゆらぎ源からの寄与分を解析し、その結果をパワー寄与分の累積の形で Fig. 4.37 に示す。解析の結果、次のことが明らかになった。

(1): 中性子ゆらぎからの寄与を示す部分。燃料温度ゆらぎのパワーのうち、低周波領域( $< 0.1 \text{ Hz}$ )で～60%を占めている。中間周波領域( $0.1 \sim 1 \text{ Hz}$ )に入ると～50%になり、さらに高い周波数になるにつれて寄与の割合が減じ、 $1 \text{ Hz}$ 以上ではほとんど消失している。

(2): 冷却材温度(飽和温度)からの寄与を示す部分。低周波領域で～10%を占めている。周波数が高くなるにつれ、やはり消失してゆく。

(3): 入口流量からの寄与を示す部分。解析範囲の全周波数にわたってほとんどゼロである。

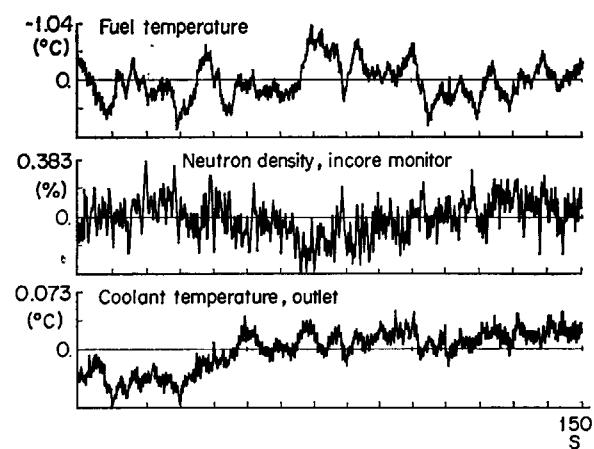


Fig. 4.36 Time traces of fuel temperature, neutron density, and coolant outlet temperature. Refer coolant inlet flow to Fig. 4.14

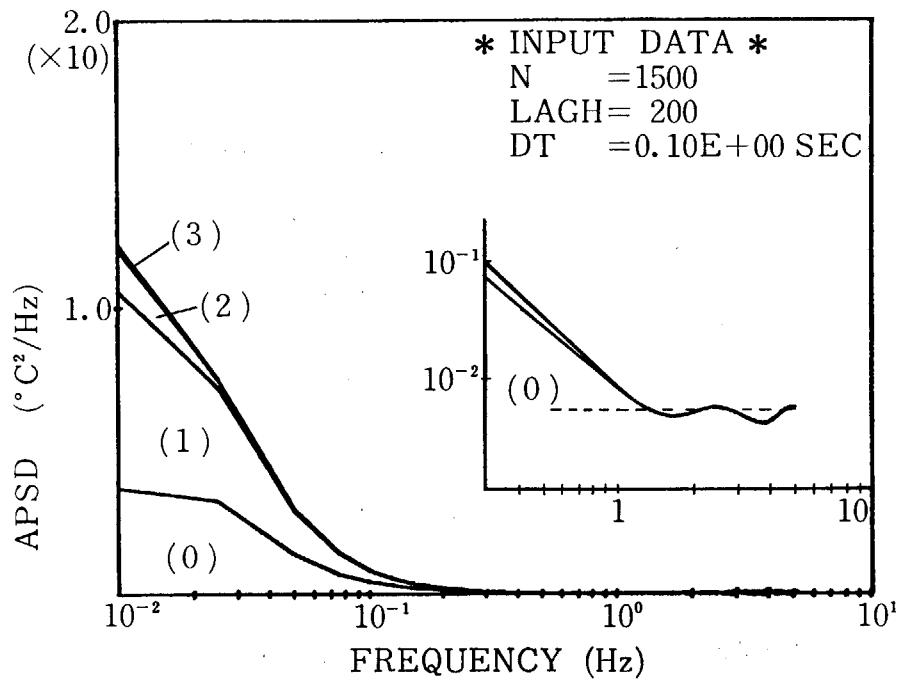


Fig. 4.37 Integrated APSD of fuel temperature fluctuations. Noise contributions are: (0) intrinsic, (1) neutron density, (2) coolant outlet temperature, and (3) coolant inlet flow.

(0): その他のノイズ源からの寄与を示す部分。周波領域と中間周波領域において大きい。高周波領域(>1 Hz)では、パワーは小さいが、全パワーに占める割合はほぼ 100% に達する。

以上の解析結果に対する著者の考察を記述する。燃料棒温度動特性によれば、熱源（この場合中性子束）から温度への伝達関数は 1 次で良い近似を与えることができる。このときの時定数として (4.61) を用いてもよいが、 $k^*, C_f$  のパラメータ計算に不正確な点があるため、ハングル変換を用いて解いた動特性<sup>36)</sup>の第 1 モードの時定数をもって考察する。計算の結果は 5.7 sec であり、その折点周波数 0.0296 Hz 以上ではカットオフが起る。したがって中性子ゆらぎからの寄与分が高周波領域で消失する傾向は燃料棒動特性から十分理解できる。燃料棒温度動特性の評価の結果は 5.3 に詳述する。

冷却材飽和温度からの寄与は、従来の BWR ノイズ解析において無視されることが多かった。飽和温度は圧力によって定まるから、圧力ゆらぎが飽和温度ゆらぎを引き起し、飽和温度が燃料棒温度ゆらぎに寄与する。実験データの解析結果によれば、燃料温度のゆらぎ源として、圧力ゆらぎを無視することはできないということができる。

入口流量からの寄与がゼロであることは次のように解釈することができる。流量自身は十分大きな振幅をもってゆらいでいるから、伝達要素の欠除に帰結する。つまり (4.58) で  $\delta k$  は流速に依存していないことがわかる。野村の熱伝達のモデルにしたがって書き表わした式

(4.52) によれば、 $k$  は流速に依存せず、この性質が裏付けられている。

(0) で表わされるその他のノイズ源は一般に固有ノイズ項と呼ばれ、これは [未知ノイズ源( $n_f$ ) + 観測されない変量ゆらぎ + 検出器ノイズ] からなる。このうち検出器ノイズは、仮にホワイトノイズとすれば、Fig. 4.37 の右端部に示した点線のレベル程度とみられる。沸騰領域の熱伝達係数  $\delta k$  が野村の熱伝達モデルにしたがって、ランダムなボイド発生によって起るとすれば、Fig. 4.35 のブロック図中のどの観測変量にも依存しないので、ノイズ源としては当然固有ノイズ項に含まれることになる。しかし Fig. 4.37 の(0)領域のうち、どれだけを野村のボイド発生ノイズにともなう温度ゆらぎ源が占めているかについて何もいうことができない。

#### 4.6 炉心入口冷却材温度ゆらぎ源の考察

##### 4.6.1 炉心入口冷却材温度ゆらぎのシステム

ゆらぎのシステムがどのような変量と関連しているかを検討しておく。ゆらぎ源の 1 つは給水温度である。給水はスパージャから噴出し、上部プレナムから下降する再循環水流に混入する。もう 1 つのゆらぎ源は、この再循環水温度（飽和温度）である。ダウンカマーを下降した循環水は、FCP によって下部プレナムに送り込まれる。このときのポンプ流量の変動も、ゆらぎ源となる。このシステムの方程式は

$$\tau_m \frac{dT_0}{dt} = -T_0 + T_m(t - \tau_d) \quad (4.63)$$

$$T_m(t) = \frac{W_R T_{sat} + W_F T_F}{W_0} \quad (4.64)$$

ここに  $T_0$  は炉心入口温度,  $T_F$  は給水温度,  $W_F$  は給水流量,  $W_R$  は再循環流量,  $\tau_m$  は下部プレナムにおける攪拌時間で、プレナム体積  $V_p$  の水がポンプ流量  $W_0$  によって入れ替わるに要する時間とする。 $\tau_d$  はダウンカーメーと FCP 配管の輸送時間で、次式で定義される。

$$W_R = W_0 - W_F \quad (4.65)$$

$$\tau_d = V_p \rho_{sub} / W_0 \quad (4.66)$$

$$\tau_d = (\sum_i A_i L_i) \rho_{sub} / W_0 \quad (4.67)$$

ここに  $\rho_{sub}$  は冷却水密度,  $A_i, L_i$  は輸送路の  $i$  番目のセクションにおける、流路断面積および管路長さである。

$T_{sat}, T_F, W_0, W_F$  について各々を平均値および微少変動に分ける。 $T_m$  については、各変量の偏微係数で展開し、微係数 2 次以上の項を省略すると

$$\delta T_m = \frac{\partial T_m}{\partial W_0} \delta W_0 + \frac{\partial T_m}{\partial T_{sat}} \delta T_{sat} + \frac{\partial T_m}{\partial W_F} \delta W_F + \frac{\partial T_m}{\partial T_F} \delta T_F \quad (4.68)$$

各偏微分を (4.64) から求め、(4.63) に代入して、次式を得る。

$$\begin{aligned} \tau_m \frac{d\delta T_0}{dt} + \delta T_0 &= \frac{W_0^* - W_F^*}{W_0^*} \delta T_{sat}(t - \tau_d) \\ &+ \frac{W_F^*}{W_0^*} \delta T_F(t - \tau_d) + (T_{sat}^* - T_F^*) \frac{W_F^*}{(W_0^*)^2} \delta W_0(t - \tau_d) - \frac{T_{sat}^* - T_F^*}{W_0^*} \delta W_F(t - \tau_d) + n_0(t) \end{aligned} \quad (4.69)$$

ここに、 $n_0(t)$  は考慮したゆらぎ源以外の源を表わす。

このシステムによると、ゆらぎ源は

$$\delta T_{sat}, \delta T_F, \delta W_0, \delta W_F, n_0$$

となる。本実験においては、炉心入口冷却材温度として、IFA 4 入口温度を用いた。 $\delta T_{sat}$  として IFA 4 出口温度（飽和温度）、 $\delta W_0$  として FCP 流量、 $\delta W_F$  としてタービンおよびダンプコンデンサー給水流量を観測した。給水温度  $\delta T_F$  は計測されていない。

#### 4.6.2 実験の結果と考察

この実験では、次の 2 つの実験データが用いられた。

- (I) 自然ノイズ源によるゆらぎの実験データ
- (III) 擬似ランダムノイズ源印加によるゆらぎの実験データ

最初に(I)のデータを用いて、ゆらぎ源の解析を行ったが、固有ノイズ源以外に、各観測変量からの寄与がみられなかった。そこで(III)のデータを使用して、解析し、各変量が大きくゆらいだときの寄与を検討した。

まず(I)のケースについて述べる。このケースでの炉心入口冷却材温度の観測データは非常に小さいゆらぎを

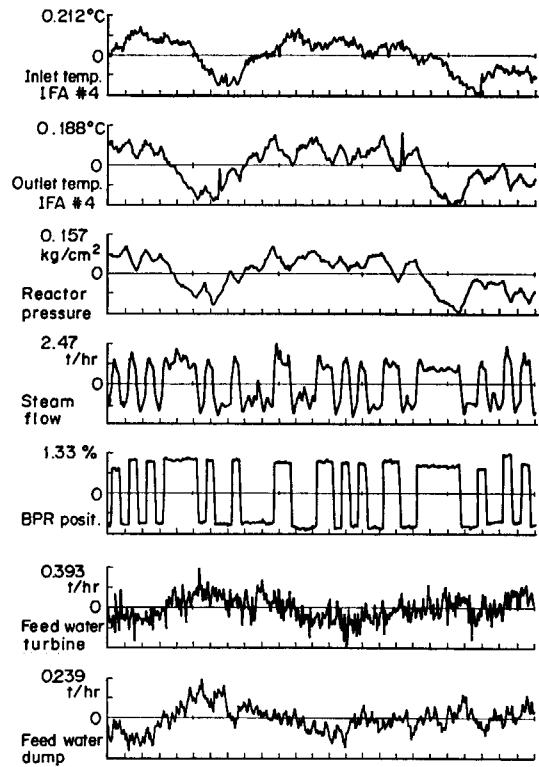


Fig. 4.38 Responses of plant variables to PRBS added to BPR set point and FCP master controller set point.

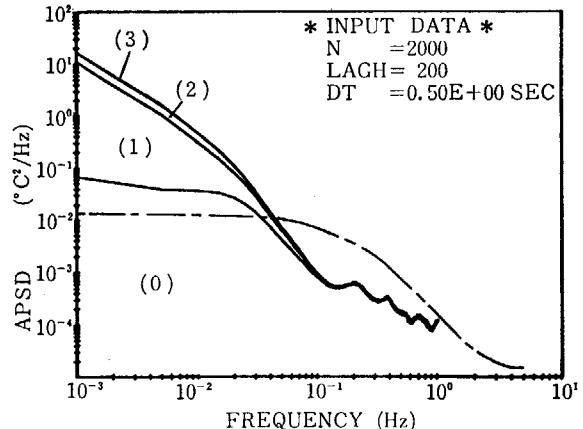


Fig. 4.39 Integrated APSD of coolant inlet temperature perturbed by PRBS (—), and perturbed by natural noise (---), (0) intrinsic, (1) saturated temperature, (2) FCP flow, and (3) feedwater flow.

示し、(たとえば Fig. 4.4 の最下段)その RMS は 0.0214 °C という小さな値を示した。(I)のデータの 1 組について MAR モデルあてはめを行って、APSD を解析した結果、Fig. 4.39 の一点鎖線に示すような曲線を得た。しかし  $\delta T_{sat}$  など、他の変量からのノイズ寄与は数%にすぎず、ほとんどが固有ノイズによって占められていたため、これ以上の検討は行わなかった。

(III)の実験における観測データ (Fig. 4.38) では入口温度が大きくゆらいでいる。このデータを用いてノイズ源の解析を行った結果を Fig. 4.39 に実線で示す。解析の

結果を整理すると、

(1)：飽和温度ゆらぎからの寄与を表わす部分。全パワースペクトルの 60% 以上を占めている。

(2)：FCP 流量ゆらぎからの寄与を表わす部分。残る 30% のほとんどを占めている。

(3)：給水流量ゆらぎからの寄与を表わす部分。タービンおよびダンプコンデンサーの給水流量ゆらぎの寄与の和を表わす。寄与分は、図示が困難なほど小さく、事実上無視できる。ただし、この実験では給水制御弁開度を一定に保っているので、入力としての給水流量ゆらぎ成分は Fig. 4.38 に見られるように非常に小さい。

(4)：固有ノイズ項からの寄与を表わす部分。ただし観測されない変量として、給水温度ゆらぎがあり、その寄与を包含している。全パワースペクトルに占める割合は中間周波領域以上 ( $>0.1\text{ Hz}$ ) でほぼ 100% に達する。

以上の結果に対する考察を述べる。飽和温度ゆらぎからの寄与が大きいことは、入口温度動特性(4.69)から明らかなことであり、この伝達経路のゲイン( $W_0^* - W_F^*$ )/ $W_0^*$  の値が  $\approx 1$  で、他の変量からの伝達経路のゲインに比べ非常に大きいことによる。またこの実験では蒸気流量に外乱を印加し、圧力ゆらぎを励起させたことにより、入口温度に対する入力ノイズ源としての飽和温度ゆらぎが大きなものとなっていることも原因している。

FCP 流量ゆらぎからの寄与が大きいことについても同様の理由を掲げることができる。この変量からの伝達経路のゲインは  $(T_{\text{sat}}^* - T_F^*)/W_0^*$  で 2 番目に大きく、これら数値的な評価は 5.5 に詳細に記述される。以上の結果により、炉心入口温度は飽和温度(圧力)および FCP 流量のゆらぎに強く依存していることがわかる。

#### 4.7 圧力ゆらぎ源の考察

圧力のゆらぎは、今まで考察してきたように、BWR のノイズ機構において重要な役割をはたしている。諸変量の APSD の、大きな部分が圧力ゆらぎと関連していることがわかってきた。

圧力ゆらぎのシステムは、従来研究されてきた動特性によれば、特に未知な性質をもっているものではない。圧力ゆらぎの特徴は低周波領域にのみ、大きなゆらぎが現われることで、動特性はほとんど積分的要素で支配されている点にある。その時定数は圧力容器の体積容量、および蓄えられた飽和水の量によって支配されている。また圧力制御系の特性に強く影響される。圧力の動特性を三井田-須田モデル<sup>70)</sup>にもとづいて表わせば次のように書ける。

$$(A_{pr} + B_{pr})\delta p = v_w \delta W_F - v_s \delta W_L + V_0^*(y_2 - 1) \frac{\partial Q}{Q^*} - Q^* \frac{\Delta v}{\Delta i} \delta z_i + n_p \quad (4.70)$$

ここに

$$\begin{aligned} A_{pr} &= M_w^* \left( \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{\partial i_w}{\partial p} - \frac{\partial v_w}{\partial p} \right) + M_s^* \left[ \frac{\Delta v}{\Delta i} \left( \frac{\partial \Delta i}{\partial p} + \frac{\partial i_w}{\partial p} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{\partial \Delta v}{\partial p} + \frac{\partial v_w}{\partial p} \right) \right] - \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{V_{\text{sat}}}{J} - V_0^* \left( \frac{1}{\Delta v} \frac{\partial \Delta v}{\partial p} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\Delta i} \frac{\partial \Delta i}{\partial p} \right) \left\{ \frac{\Delta i}{Q^* \Delta v} (y_2 - 1) + \tau_{23} y_2 \right\} \\ &\quad + V_0^* E(\tau_{23} - \tau_{12}) \end{aligned} \quad (4.71)$$

$$B_{pr} = \frac{1}{\Delta i} \frac{\partial \Delta i}{\partial p} V_0^* (y_2 - 1) \quad (4.72)$$

ここに、 $\delta p$  は圧力、 $\delta W_L$  は蒸気流量、 $\delta Q$  は炉心熱流束、 $\delta z_i$  は沸騰境界移動である。 $A_{pr}$ ,  $B_{pr}$  は定数で、これらの計算式の記号については付録 6. に一覧表にして説明してある。 $n_p$  は固有ゆらぎ源である。

(4.70) によれば、給水流量、蒸気流量、熱流束、沸騰境界、がゆらぎ源となる。本実験においては、タービン蒸気流量、燃料中心温度(熱流束)を計測しているが、給水流量のゆらぎは小さいため無視した。沸騰境界については観測手段をもたないので取り入れられていない。観測された圧力、蒸気流量の時系列データを Fig. 4.40 に示す。この観測を行ったときの圧力制御モードは BPR 制御である。蒸気流量のゆらぎが大きいのは、バイパス弁により頻繁に加減されているためである。(燃料温度の時系列は Fig. 4.36 参照)

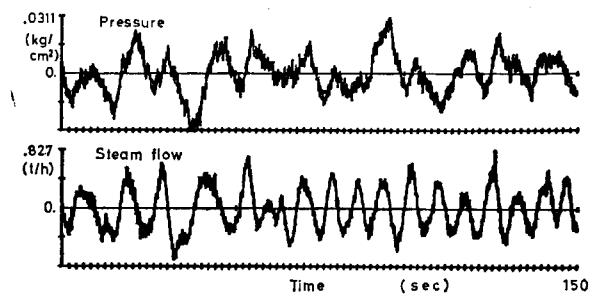


Fig. 4.40 Time traces of pressure and steam flow fluctuations for noise analysis of Fig. 4.41. Refer fuel temperature to Fig. 4.36.

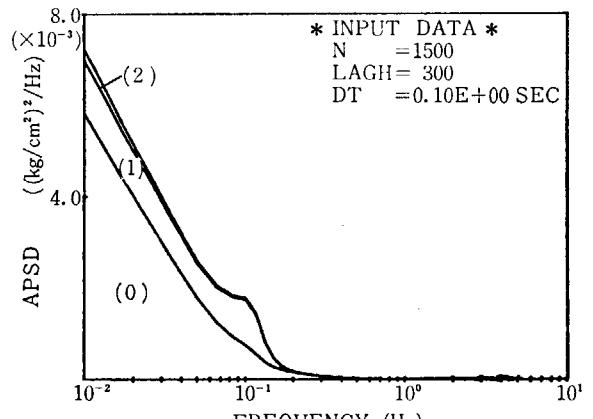


Fig. 4.41 Integrated APSD of pressure fluctuations. Contributions are: (0) intrinsic, (1) steam flow, and (2) fuel temperature

MAR モデルあてはめは、 $M=11$  で最適次数となつた。ノイズ寄与の解析結果を Fig. 4.41 に示す。

(1)：蒸気流量からの寄与を表わす。~0.2 Hz以下の領域で一様なノイズパワー寄与を示す。0.1 Hz付近にあるパワーの盛り上りは、蒸気流量ゆらぎから与えられたものであることがわかる。

(2)：燃料温度からの寄与を表わす。熱流束の計測が不可能なため、燃料温度によって与えたものである。燃料温度ゆらぎは炉内のボイド発生量にゆらぎを与える、圧力ゆらぎに反映するはずであるが、実験結果によれば小さな寄与しか与えていない。

(3)：固有ノイズ項の寄与を表わす。0.02 Hz付近で約 80% ものパワーをしめている。給水流量ゆらぎからの寄与、沸騰境界ゆらぎからの寄与はこの中に含まれる。

#### 4.8 ノイズ源解析のまとめ

(1) BWRにおいては、中性子ゆらぎを引き起している最大のノイズ源はボイドのゆらぎである、ということが定性的に理解されている。ボイド移動に起因する検出器まわりの局所的な要素については、4.1 に述べたように、実験的にも進展しており、いまや応用の段階に至った。しかし大域的な要素については、定量的に確定する実験はきわめて不十分である。4.2 では、JPDR-II の中性子ゆらぎの APSD のうち、圧力、チャンネル流量(ただし IFA)、炉心入口冷却材温度、燃料棒温度からの寄与を解析した。これら変量からの寄与分を除いた残りがボイドゆらぎ固有のものと仮定すれば、70~80% がこれに当る。しかし、まだ観測にかかる変量や、検出器ノイズの寄与があることを考えると、残りがすべてボイドゆらぎの寄与であるということはできない。

このような確定のための困難性は、ボイドゆらぎを直接に測定する手段をもたないことに起因している。現状の計装においては、間接的な手段に頼らざるを得ない。

(2) ボイド発生とともに固有のノイズ源を、IFA のタービン流量計を用いて検出できないかという試みが 4.3 の実験である。野村のボイド発生ノイズの理論をもとに、実験の根拠を与えた。

野村の提起する、ボイド発生ノイズの白色性が得られるかどうか、MAR モデルあてはめの手法を用いてノイズ源の APSD を推定した結果、中間周波数領域以下(<1 Hz)では白色に近い曲線を示した。しかし高周波領域(>1 Hz)では十分な白色性を示すことはできなかつた。これは検出器(流量計)の過渡応答特性が障害となっており、もし、十分に高い周波数領域まで測定できる流量計が用意できれば、ボイド発生ノイズ源の白色性について検証できること、著者は確信している。

(3) タービン流量計を用いたボイド発生ノイズ源確定の実験では、チャンネル内の冷却材の体積膨張の変化

率を直接に観測している(4.14 式)。この量自体は重要な中性子ゆらぎ源である。なぜなら冷却材体積変化率が中性子減速材の巨視的な密度変化率を与えているからである。実験の結果によれば、この体積変化率ゆらぎパワーのうち、~25% はチャンネル入口流量ゆらぎからの寄与で占められている。このような寄与が与えられる伝達経路として考えられるものは次のようなものである。入口流量ゆらぎ → サブクール水領域の熱伝達係数ゆらぎ → サブクール水温度ゆらぎ → 沸騰境界ゆらぎ → 冷却材体積膨張率ゆらぎ。野村のボイド発生ノイズモデルには、このような機構を含んでいない。この実験結果は、BWR のノイズモデル構築において、沸騰境界ゆらぎのモデル導入が重要な位置を占める事を示唆している。

(4) IFA を用いたチャンネル流量ゆらぎの観測では、ポンプ流量ゆらぎとの間に相関の弱いゆらぎ成分が優勢であるという結果が得られ、従来の考え方(炉心流量ゆらぎがポンプによって持込まれる)と対立する結果を示した。この結果を解釈するに当って考慮しなければならない事項として、JPDR-II 特有の構造としてのバッフルプレートの効果がある。ポンプ配管からの流れが直接炉心に当らないように取付けられたもので、下部プレナム内の水を十分攪拌するとともに、ポンプ流量の乱れを緩和する役目を果している。またポンプ流量ゆらぎの振幅の大きさも関係であろう。

(5) さらに明らかにされたもう 1 つの特性は、IFA チャンネル流量ゆらぎ間の相関がほとんど消失していることであった。この特性が、計装のつかない標準燃料集合体にもあてはまると言えば、ゆらぎメカニズムとしてどのように説明することができるであろうか。4.4.3 に試みた方法は、ノイズ源の起因を、みかけの無相関性とは逆の、チャンネル相互間の干渉の性質に求めたものである。このことは一見、矛盾するが、隣接するチャンネル相互間に干渉を認めないとすることは水力学的な法則に反する。そこで、流量ゆらぎの観測値に MAR モデルあてはめを通して、小さいながらも干渉効果があることを確認した後、相互干渉するチャンネルの流量ゆらぎモデルを導入した。このモデルは、チャンネル間の相関の消失を多チャンネル間の結合の度合のバラツキという空間的な結合の統計的性質によって説明しようとするものである。したがって、少数チャンネルの系では、この効果は期待できない。

もし、何らかの実験で、標準燃料チャンネルが IFA と全く異なるゆらぎの特性を示すものであると証明された場合には、ここに展開した理論は IFA チャンネル固有のゆらぎを説明する理論として解釈しなおす必要がある。理論の形式を特に変える必要はないが、一般チャンネルへの普遍性は失われる。

(6) 燃料温度ゆらぎ、炉心入口冷却材温度ゆらぎ、圧力ゆらぎなどの源についての解析では、観測された他の変量からの寄与分を実験的に推定した。これらの解析

が持つ意義は次の点にある。i) すでに提起されているゆらぎ理論モデルにおけるノイズ源の大きさを評価し、正確な理論の構築に参考となるデータを得ること。モデル構築は直接のテーマではないため、モデルの問題には立入らなかつたが、どのような形態でデータ提供できるかを示した。ii) 診断技術への応用の形態を示すこと。圧力ゆらぎ源の解析では、APSD に表われた異常ピークでは、それがどの変量に固有なノイズ源から寄与しているものか診断できることを示した。

(7) BWR のノイズ源の中には、流動的な性格のものがある。流動的とは、固定した強さとスペクトルを持たないという意味である。たとえば、圧力ゆらぎや炉心入口冷却材温度をあげることができる。これらは測定時点によって異なるパターンを示すことが多い。圧力ゆらぎは制御系の動作特性に左右されており、あるときは中性子ゆらぎに大きな寄与を持っており、あるときはほとん

ど寄与していない。この差異により、中性子ゆらぎの低周波領域の APSD は大きい影響を受ける。このようなノイズ源を固定したノイズ源であるかのように見えると、出力炉のノイズはますます難解なものとなる。

MAR モデルあてはめを通して、このような流動的なノイズの寄与を分離した。4.2 には、圧力ゆらぎの寄与がいかに流動的なものであるかを示した。圧力ゆらぎは、単にそれだけに止まらず、飽和温度、炉心入口温度などのゆらぎにも寄与し、相互に複雑な作用をしている。

これに対して、チャンネル流量ゆらぎ、燃料温度ゆらぎなどは比較的安定しており、流動的なゆらぎ源から一部の影響を受けるものの、ある出力レベルでは、ほぼ一定の強度とスペクトルの形態をもっている。これらを固定的なノイズ源と呼ぶことができ、圧力などのゆらぎ源と性質を異にしている面がある。

## 5. ゆらぎ伝達経路の動特性に関する実験的考察

### 5.1 BWR におけるゆらぎ伝達経路

この章における目的は、MAR モデルあてはめによつて、ゆらぎ伝達経路の動特性を推定することである。その結果を理論的な動特性モデルと比較する。

本実験で観測された変量は限られており、大域的なノイズ源とその伝達に限定すれば、7つの観測変数がある。それら相互間の伝達のネットワークを Fig. 5.1 に示す。ネットワークは三井田・須田モデルの構造にもとづいて整理したものである。観測変量は  $\delta n/n^*$ ,  $\delta T_f$ ,  $\delta V_0/V_0^*$ ,  $\delta P$ ,  $\delta i_o$ ,  $\delta W_L$ ,  $\delta W_f$  である。観測されない変量は熱流束、沸騰境界移動、炉心ボイド量、給水温度である。図中の  $n_v$  はボイド発生に固有なノイズ源で、 $n_\theta$  は燃料温度ゆらぎに固有なノイズ源、 $n_k$  はチャンネル流量ゆらぎに固有なノイズ源、 $n_{FCP}$  はFCP 流量ゆらぎに固有なノイズ源、 $n_p$  は圧力ゆらぎに固有なノイズ源、 $n_o$  は炉心入口冷却材温度ゆらぎに固有なノイズ源である。その他の変数、伝達関数の記号については、すべて付録 6. に説明されている。

ノイズメカニズムについて、理論的なシステムが確立されていない現状では、ここに示したような伝達経路の動特性の理論値が正しいものかどうか、必ずしも評価されていない。ノイズ源の解析のときに採用したと同じく、伝達ループの概略的なネットワークについての事前知識として、Fig. 5.1 を示したものである。

実験による動特性推定は、これら理論モデルとは独立に行われているものであつて、その結果の評価は、ノイズ源の大きさと、その配置状態のチェックによって行われる。2.3.9 の検討によれば、推定結果が信頼できるものかどうかは、十分なノイズ源が配置されているかどうかにかかっている注<sup>1)</sup>。MAR モデルから得られた周波数応答の形状から、直ちに、伝達特性の物理的内容を読み取ることはできない。これは、理論モデルの応答と比較することによって行わなければならない。本論文で理論モデルと比較した目的は、これをふまえて次の 2 点にしほっている。

- (1) 実験によって得られた周波数応答のピーク、折点などが、物理的な事象や、機器特性のパラメータと、どのように対応するかを考察する。
- (2) 自然ノイズ監視によって、理論的動特性のパラメータ変動を監視できるかどうかを考察する。

### 5.2 流量、温度、圧力ゆらぎから中性子ゆらぎへの周波数応答

#### 5.2.1 FCP 流量から中性子密度への周波数応答

3 变数系（中性子密度、FCP 流量、圧力）について、MAR モデルあてはめを行う。用いた観測データは Fig. 4.7 に示したものである。周波数応答の計算は、2.3.6 に取扱った方法による。

比較のために用いた理論モデルは 3 变数系に対応させ

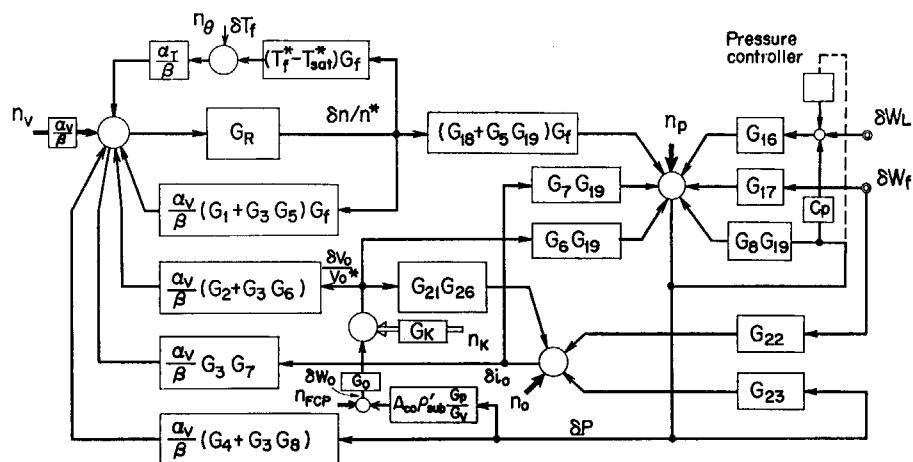


Fig. 5.1 Transfer functions of BWR. Unobserved variables are eliminated from the network.

注 1) サンプリング条件についての評価は 3.5 にのべた。これが十分にサーベイされており、定常エルゴード仮定が満されているとして、である。

るため、Fig. 5.1 より、 $\delta T_f$ ,  $\delta i_{10}$  を消去して、次式により計算する。

$$\frac{\delta n/n^*}{\delta V_0/V_0^*} = \frac{\alpha_V}{\beta} (G_2 + G_3 G_6 + G_3 G_7 G_{21} G_{26}) \frac{G_R}{1 - G_R H} \quad \text{注1)} \quad (5.1)$$

ただし

$$H = \left[ \frac{\alpha_V}{\beta} (G_1 + G_3 G_5) + \frac{\alpha_T}{\beta} (T_f^* - T_{sat}) G_f \right] \quad (5.2)$$

同定結果を Fig. 5.2 に示す。点線は上式による理論モデルである。この比較によれば

- (1) 0.6 Hz 付近のピークは理論値にも表われている。
- (2) ゲインは一致しない。しかし周波数依存の傾向はよく一致する。
- (3) 位相は理論モデルにおいて  $\sim \pi/6$  ラジアン進んでいる。

理論モデルにおいて、ピークの形成が何によってなされているかをたどってみると、 $G_R/(1-G_R H)$  の周波数応答であることがわかる。フィードバック伝達関数  $H$  はボイドおよび燃料温度フィードバックより構成されている。しかし、 $\sim 1 \text{ Hz}$  以上におけるゲインの落ち込みは(5.1)右辺 ( ) 内の  $G_2, G_3, G_6$  の周波数特性によって生じている。このことから、ピークの形成はボイドフィードバックと零出力炉動特性  $G_R$  の結合によって現われたものであることがわかる。

### 5.2.2 燃料温度から中性子密度への周波数応答

5 変数系（中性子密度、燃料温度、圧力、炉心入口冷却材温度（IFA 4）、チャンネル入口流量（IFA 4）の観測データに MAR モデルあてはめを行う。用いたデータは Fig. 4.4 に掲げたものである。このシステムはすで

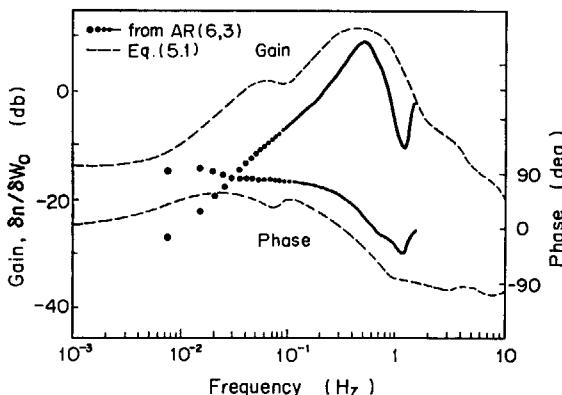


Fig. 5.2 Frequency response function of neutron density to FCP flow estimated through AR (6, 3) model, compared with theoretical calculations

注 1) グラフにおけるプロットは観測系の単位に換算している。例えば、 $\delta n(\%)$  [グラフ] =  $(\delta n/n^*) \times 49.5\%$ ,  $\delta W_0(\%)$  =  $(\delta V_0/V_0^*) \times 100\%$  など。

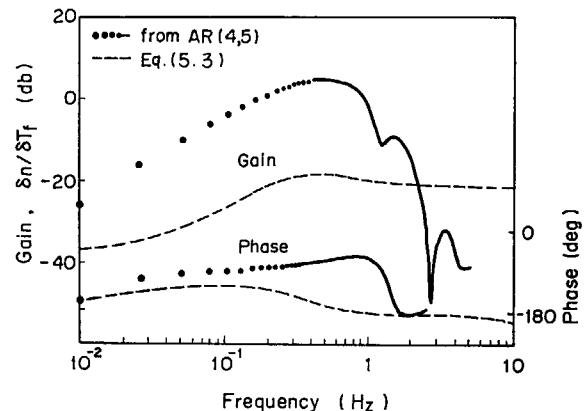


Fig. 5.3 Frequency response function of neutron density to fuel temperature estimated through AR (4, 5) model, compared with theoretical calculations

に Fig. 4.3 に説明した。

これに対応した伝達関数を Fig. 5.1 から求めると次の理論モデルが対応する。

$$\frac{\delta n/n^*}{\delta T_f} = \frac{\alpha_T}{\beta} \frac{G_R}{1 - G_R H_V} \quad (5.3)$$

ここに

$$H_V = \frac{\alpha_V}{\beta} (G_1 + G_3 G_5) G_f \quad (5.4)$$

同定結果を Fig. 5.3 に示す。点線は上式による理論モデルの周波数応答である。この比較によれば

- (1) 0.6 Hz 付近のゆるやかなピークは両者に見られる。
- (2) ゲインは理論モデルの方が  $\sim 20 \text{ dB}$  低い。
- (3) 同定結果においては、 $\sim 1 \text{ Hz}$  以上の高周波領域で、ゲイン減衰が著しい。

理論値におけるピークの形成は、前節と同様、 $H_V$  にもとづいている。(2)に関しては、次の計算条件を考慮する必要がある。理論モデルでは、燃料温度の炉心平均値のまわりの変動に対して計算されている。しかるに観測は、燃料棒温度の局所的なレベルでのデータである。炉心平均値は  $\sim 800^\circ\text{C}$ 、観測点の平均値は  $580^\circ\text{C}$  である。局所的な燃料温度ゆらぎと、大域的な燃料温度ゆらぎ（大域的中性子ゆらぎの源となる温度ゆらぎ）とが、どのように対応するか、明らかでない。

(3)について考察する。可同定の条件を満たすに十分なノイズ源が高周波領域において得られているだろうか。燃料温度ゆらぎの中で占める固有ノイズ源の APSD の程度は、Fig. 4.37 の(0)の領域で示されている。これによると  $\sim 1 \text{ Hz}$  以上では、検出器ノイズレベル程度に落ちており、ノイズ源欠落が生じている。このため、この領域では、応答関数が正しく求められていないとみてさしつかえない。

### 5.2.3 圧力から中性子密度への周波数応答

前節と同じ 5 変数系について同定を行う。この伝達経

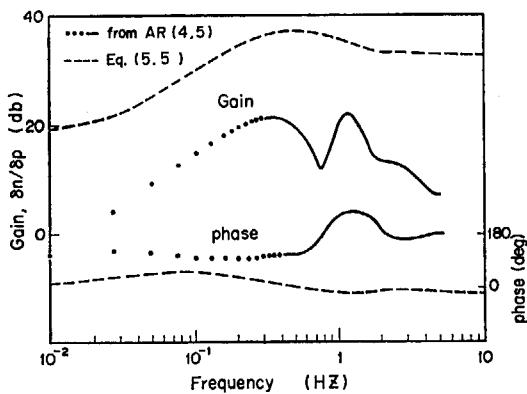


Fig. 5.4 Frequency response function of neutron density to pressure estimated through AR (4, 5) model, compared with theoretical calculations

路の動特性に対応した理論モデルは次式で表わされる。

$$\frac{\delta n}{\delta p} = \frac{\alpha_v}{\beta} (G_4 + G_3 G_5) \frac{G_R}{1 - G_R H_v} \quad (5.5)$$

同定結果を Fig. 5.4 に示す。点線は上式による周波数応答である。両者の比較によれば

- (1) 同定結果には 2 つのピーク (0.32 および 1.2 Hz) があり、理論値のピーク ( $\sim 0.6$  Hz) に一致しない。
- (2) ゲインは理論モデルにおいて 10 db 以上大きい。
- (3) 位相は  $\sim 1$  Hz 以上での差が著しい。

もう 1 組のデータ (Fig. 4.7) を用いて解析したが、圧力変動が大きかったにもかかわらず、上記の傾向(1)～(3)は変わらなかった。

圧力ゆらぎは(4.70)に示したような構造をもっており、定数  $B_{pr}$  は  $A_{pr}$  に比べて非常に小さく、ほとんど積分型に近い動特性を示す。このため、圧力ゆらぎは中間周波数以上 ( $\sim 0.1$  Hz 以上) で減衰してしまう。この領域では、同定のためのノイズ源の確保は非常に困難である。

#### 5.2.4 炉心入口冷却材温度から中性子密度への周波数応答

自然ノイズ源によるゆらぎ実験のデータを用いた解析と、PRBS 印加によるゆらぎ実験のデータを用いた解析の 2 ケースを取扱う。同じく 5 変数系を選んで同定を行う。5 変数系のブロック図は Fig. 4.3 と同じである。これに対応する理論モデルは次式で与えられる。

$$\frac{\delta n/n^*}{\delta i_0} = \frac{\alpha_v}{\beta} G_3 G_7 \frac{G_R}{1 - G_R H_v} \quad (5.6)$$

同定結果を Fig. 5.5 に示す。黒丸印は自然ノイズによる結果であり、白丸印は PRBS 印加による結果である。理論モデルとの比較を要約すれば、

- (1) 理論モデルにおけるピーク ( $\sim 0.6$  Hz) に対応するピークは同定結果には表われていない。
- (2) 同定結果のゲインは周波数の全域にわたって低

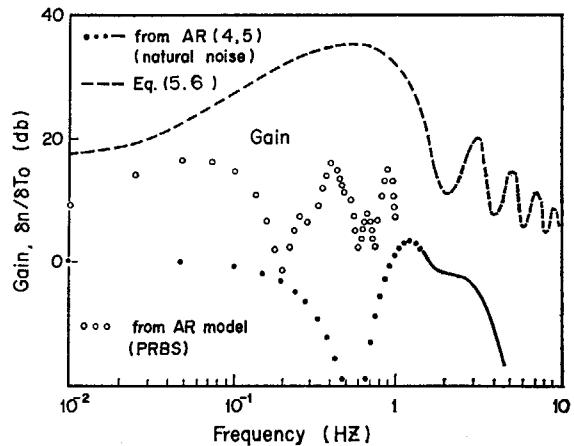


Fig. 5.5 Frequency response function of neutron density to coolant inlet temperature estimated through AR (4, 5) model, compared with theoretical calculations

い。自然ノイズによる同定結果においては、理論値より  $\sim 20$  db も低い。

- (3) 位相関係には、ほとんど一致した傾向がみられない。(図示省略)

PRBS 印加による実験では、Fig. 4.38 に示したように、十分大きなノイズ源が与えられているにもかかわらず、固有ノイズ源 (Fig. 4.39, (0) の部分) は小さい。特に  $\sim 0.1$  Hz 以上では減衰しており、同定のためのノイズ源確保は困難になっている。

#### 5.2.5 中性子ゆらぎの動特性同定結果の考察

以上の同定結果をまとめると、

- (1) FCP 流量ゆらぎからの伝達特性は、MAR モデル同定結果から導かれるものと理論モデルと概略一致する。ただし、ゲインと位相には定数分の差がある。
- (2) 燃料温度ゆらぎからの伝達、圧力ゆらぎからの伝達については、ピークの形成について、理論モデルと一致する。しかし、ゲイン、位相とも大きな差がある。
- (3) 入口冷却材温度ゆらぎからの伝達は、理論モデルと一致する傾向はみられない。

それぞれの変量についてのノイズ源のチェックを行った結果を TABLE 5.1 に示す。チェックに用いた RRV に

TABLE 5.1 RRV for neutron noise source evaluation

Variable name	Symbol	RRV (%)		Noise source for identification
		Case 1*	Case 2**	
FCP flow	$\delta W_0$	60.5		○
Pressure	$\delta p$	0.4	8.2	×
Fuel temperature	$\delta T_f$		6.8	×
Inlet temperature	$\delta T_0$		11.1	△

\* used for the identification shown in Fig. 5.2

\*\* used for the identification shown in Fig. 5.3~5.5

については 2.3.8 に定義されたものである。FCP 流量での値は比較的高く、固有ノイズ源の存在を示している。ただし、それが十分に炉心内まで到達しているかどうかは別であり、4.4 に考察したように、大部分は下部プレナムで減衰していると考えられる。上記(1)のように、不十分ではあっても、物理的に説明のできるピークの同定がなされていることからいって、流量ゆらぎのうち、ある有意な部分は、確実に炉心内のノイズ源として作用しているといふことができる。

燃料温度、圧力などのゆらぎ源は RRV のチェックにおいても弱い。ノイズ源が欠落しているとはいえないが、10% 以下の RRV を示しており、他の変量に比較して十分な大きさとはいえない。入口冷却材温度は 10% 以上の RRV を示した。同表中○印は十分な強さのノイズ源をもつと考えられるもの、×印は不十分、△印はやや不十分と考えられるものを示している。

ここに示したノイズ源の配置状態は重要な意味をもっている。炉心の特性パラメータ変動について、自然ノイズの観測から、はたして、情報が得られるかどうかの鍵を握っているからである。本実験における自然ノイズ観測の限りでは、燃料温度、圧力から中性子への伝達特性に含まれている特有のパラメータや伝達関数、 $\alpha_T/\beta$ 、 $G_4, G_8$  などは監視が困難である。

### 5.3 中性子ゆらぎから燃料温度、圧力ゆらぎへの周波数応答

#### 5.3.1 中性子密度から燃料温度への周波数応答

4 变数系（燃料温度、中性子密度、炉心入口冷却材温度、チャンネル入口流量（IFA 4））の観測データを用いる。このシステムはすでに Fig. 4.35 に掲げた。

これに対応した理論モデルの伝達関数は(4.58)から

$$\frac{\delta T_f}{\delta q/q^*} = \frac{T_f^* - T_{sat}^*}{1 + \tau_{fs}} \quad (5.7)$$

となる。ただし、

$$q^* = \frac{C_f}{\tau_f} (T_f^* - T_{sat}^*) \quad (5.8)$$

であり、 $\delta q/q^* = \delta n/n^*$  である<sup>注1)</sup>。

同定結果を Fig. 5.6 に示す。点線は上式による理論モデルである。この比較によれば

- (1) ゲインは比較的よく一致している。
- (2) 位相は  $\sim 0.1 \text{ Hz}$  以下でよく一致している。
- (3) 実験値の  $\sim 0.2 \text{ Hz}$  以下のゲインから推定される時定数（折点周波数  $0.027 \text{ Hz}$  から計算される）は 5.9 秒である。理論値は 5.37 秒である。

理論値における時定数は(4.61)によって定められる

注 1) このモデルは三井田・須田モデルに等しい。Fig. 5.1 では  $G_f = 1/(1 + \tau_{fs})$  としてブロック図を構成している。

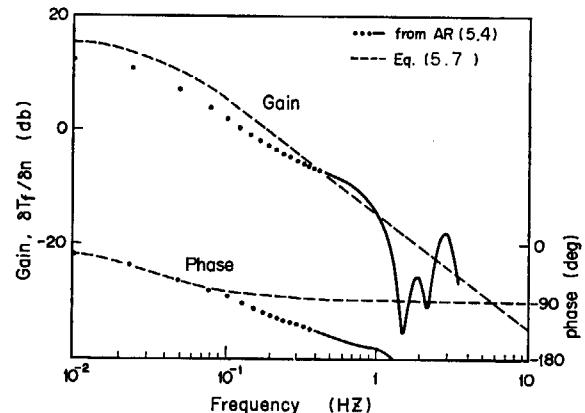


Fig. 5.6 Frequency response function of fuel temperature to neutron density estimated through AR (5, 4) model, compared with theoretical calculations

TABLE 5.2 RRV for fuel temperature noise source evaluation

Variable name	Symbol	RRV value, %
Fuel temperature, IFA 4	$\delta T_f$	6.9
Neutron density	$\delta n$	20.3
Coolant inlet temperature, IFA 4	$\delta T_{sat}$	6.9
Inlet flow, IFA 4	$\delta F_0$	6.1

が、これは燃料棒内の温度分布を無視した、集中定数系であるから、温度依存である  $C_f$  や  $k^*$  をどのように選ぶのが最適か、判然としない。そこで、Fig. 5.6 に示した理論値では、温度分布を考慮したときの伝達関数<sup>86)</sup>のうち、第 1 モード<sup>注1)</sup>（最も大きな時定数をもつもの）の時定数をもって  $\tau_f$  とした点は 4.5.2 の取扱いと同じである。

同定結果が信頼できるか否かを、ノイズ源の大きさから検討してみよう。TABLE 5.2 に RRV を示す。中性子ゆらぎは非常に大きく、20.3% を示しているので、ノイズ源は十分に大きい。中性子ゆらぎの中で占める固有ノイズ源の APSD は Fig. 4.8 に(0)で示してある。このように大きなノイズ源 APSD は、同定のためのノイズ源として十分期待できる。

この実験によれば、燃料棒の熱伝達の時定数は、自然ノイズによって監視することができる、といえる。

#### 5.3.2 中性子密度から圧力への周波数応答

4 变数系（圧力、中性子密度、炉心流量、蒸気流量）を用いて同定を行う。圧力動特性の理論モデルは(4.70)で与えられている。熱流束は観測されないので、熱出力に比例した量として中性子ゆらぎを用いる。沸騰境界（観測不可）を消去した後、この伝達経路の理論モデルを求める、次式のように書ける。

注 1)  $\tau_i = \rho_i C_f / (K_f \alpha_i^2)$  における  $i=1$  の場合。詳しくは Ref. 94、または Ref. B6, P109 参照

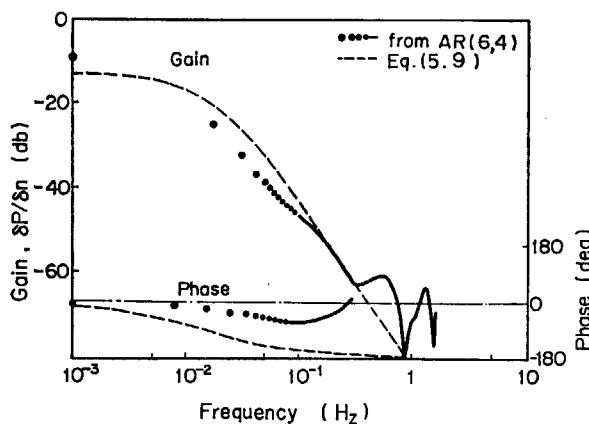


Fig. 5.7 Frequency response function of pressure to neutron density estimated through AR (6,4) model, compared with theoretical calculations

$$\frac{\delta p}{\delta n/n^*} = (G_{18} + G_5 G_{19}) G_f \frac{1}{1 - G_8 G_{19}} \quad (5.9)$$

ここで、 $G_{18}$  は、熱出力から圧力への伝達関数で、沸騰領域の熱出力がボイドとなり、それによって圧力に寄与する経路の特性を表わしている。 $G_5 \cdot G_{19}$  は、非沸騰領域の熱出力が、沸騰境界の移動を引き起し、圧力に寄与する経路の特性を表わしている。 $G_8 \cdot G_{19}$  は、圧力から沸騰境界をへて再び圧力へ寄与するネガティブなフィードバックグループの伝達関数である。

同定結果を Fig. 5.7 に示す。点線は(5.9)による理論モデルである。この比に較よれば、

- (1)  $\sim 0.3$  Hz 以下のゲインは比較的よく一致する。ただし、同定結果による折点周波数は  $\sim 0.006$  Hz であるのに対し、理論値は  $0.012$  Hz とずれがある。
- (2) 位相は  $\sim 0.01$  Hz 以上において、90 度以上のずれがある。

実験におけるノイズ源の評価では、RRV が 62.6% と大きな値を示しており、入力としての中性子ゆらぎの固有ノイズ源は十分なパワーが確保されているので、同定された結果は十分信頼できる。折点周波数に関する両者の不一致の原因が理論モデルにあるとみなして、検討を加えると次のようになる。(5.9)の伝達関数の要素について付録 6. の Table A.4 を参照すると、 $G_5$  と  $G_8$  は問題とする折点周波数付近 ( $< 0.1$  Hz) では定数とみなすことができる。これによって、(5.9)右辺を計算した結果は次のようになる。

$$(G_{18} + G_5 G_{19}) G_f \frac{1}{1 - G_8 G_{19}} = \frac{\{V_0^*(y_2 - 1) - K_5/\tau_e\} (B_{pr} + K_8/\tau_e)}{(1 + j\omega\tau_f) \left(1 + j\omega \frac{A_{pr}}{B_{pr} + K_8/\tau_e}\right)} \quad (\omega < 0.6 \text{ rad/s}) \quad (5.9 \text{ a})$$

ここに、 $K_8, K_5$  はそれぞれ  $G_8, G_5$  を定数とみなしたときの値である。上式のうち最も低い折点周波数は

$$f_b = \frac{1}{2\pi} \frac{B_{pr} + K_8/\tau_e}{A_{pr}} \quad (5.10)$$

であり、これが先に掲げた理論値 ( $0.012$  Hz) を与えている。同定結果とのずれは、パラメータ  $A_{pr}, B_{pr}, K_8/\tau_e$  が与えていることがわかる。

#### 5.4 FCP 流量ゆらぎから圧力ゆらぎへの周波数応答

5.3.2 に取扱ったと同様の 4 変数系を用いて同定を行う。対応する理論モデルは

$$\frac{\delta p}{\delta V_0/V_0^*} = G_6 G_{19} \frac{1}{1 - G_8 G_{19}} \quad (5.11)$$

となる。ここに、 $G_6$  は炉心入口流速から沸騰境界への伝達関数、 $G_{19}$  は、沸騰境界の変動から炉内ボイド量の変動を経て、圧力に影響を与える経路の伝達関数である。

同定結果を Fig. 5.8 に示す。点線は(5.11)による理論モデルである。この比較によれば

- (1) ゲインの周波数依存の傾向は一致する。しかし理論値のゲインは  $\sim 10$  dB 低い。
- (2) 同定結果による折点周波数は  $\sim 0.006$  Hz であるのに対し、理論値は  $0.012$  Hz である。
- (3) 位相は  $\sim 0.01$  Hz 以上において、90° 以上のがある。

ノイズ源の大きさの評価を TABLE 5.3 に示す。FCP 流量の固有ノイズ源は、RRV では十分な大きさを示し

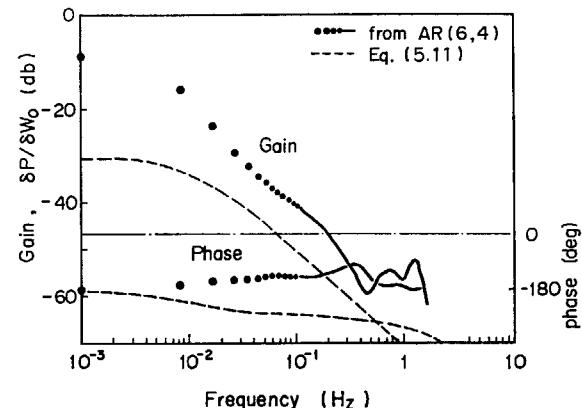


Fig. 5.8 Frequency response function of pressure to FCP flow estimated through AR (6,4) model, compared with theoretical calculations

TABLE 5.3 RRV for pressure noise source evaluation

Variable name	Symbol	RRV value, %
Pressure	$\delta p$	0.4
Neutron density	$\delta n$	62.6
FCP flow	$\delta W_0$	60.3

ているが、これが、すべて炉内の流量ゆらぎの源になっていないことは、4.4に考察した通りである。

折点周波数については、前節と同様に Table A.4 の伝達関数を用いて(5.11)から計算をすると、折点は1つで、その周波数は(5.10)と同じになる注<sup>1)</sup>。同定結果との比較によってパラメータ  $A_{pr}, B_{pr}, K_8/\tau_e$  を評価することができる。

## 5.5 飽和温度、流量ゆらぎから炉心入口冷却材温度ゆらぎへの周波数応答

### 5.5.1 飽和温度から炉心入口冷却材温度への周波数応答

炉心入口冷却材温度の動特性同定には、自然ノイズ源によるゆらぎ実験のデータは全く使用不可能であった。4.6に述べたように、各変量の固有ノイズ源からの寄与がほとんどなく、同定に必要なノイズ源が確保されなかつたからである。そこで、PRBS印加によるゆらぎ実験のデータを用いた。観測変数は5変数系(炉心入口冷却材温度(IF4), 飽和温度(IF4), FCP流量, ターピンおよびダンプコンデンサー給水流量)である。MARモデル同定は4.6におけるノイズ源解析で、すでに得られている。このモデルから周波数応答を解析する。

比較のために用いる理論モデルは(4.69)にもとづいて次のように計算される。

$$\frac{\delta T_0(s)}{\delta T_{sat}(s)} = \frac{W_0^* - W_F^*}{W_0^*} \frac{e^{-\tau_d s}}{1 + \tau_m s} \quad (5.12)$$

同定結果をFig. 5.9に示す。点線は上式による理論モデルの周波数応答である。 $\times$ 印は自然ノイズを用いた場合のゲインである。これらの比較によれば、

(1) 自然ノイズを用いたものは理論値と一致点が全

くない。

(2) PRBS印加によるものでは、ゲインは  $10^{-2}$  Hz 以下でよく一致する。

(3) 位相も、 $10^{-2}$  Hz 以下でよく一致する。

(4) 実験値の折点周波数は  $\sim 0.022$  Hz, 理論値では  $0.0468$  Hz であり、約2倍の差がある。

自然ノイズによる同定結果が全くずれているのは、飽和温度ゆらぎの RRV が 7.01% と低く、同定に十分なノイズ源が確保されていないためと考えられる。

実験値によるゲインが、 $10^{-2}$  Hz 以上で理論値と異なるのは、折点周波数を支配している時定数、 $\tau_m$  が異なるためである。理論値における折点周波数は(5.12)より

$$f_b = \frac{1}{2\pi\tau_m} = \frac{1}{2\pi V_p \rho_{sub}} \quad (5.13)$$

によって、パラメータ、 $V_p, W_0^*, \rho_{sub}$  と関係している。実験値との比較によって、これらの評価ができる。この場合、 $\tau_m$  を(4.66)によって計算しているのは、1つの近似モデルにすぎないから、 $V_p$  は幾何学的な体積、というよりは、水混合モデルの1つのパラメータとしての意味をもち、下部プレナムにおける水混合状態についての情報を背負っているとみなすことができる。

もう1つの時定数は  $\tau_d$  で、これは位相曲線と次式で関係づけられる。

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \omega \tau_d + \omega \tau_m \cos \omega \tau_d}{\cos \omega \tau_d + \omega \tau_m \sin \omega \tau_d} \right) \quad (5.14)$$

ここに  $\omega = 2\pi f$  である。いま周波数が  $\tau_m$  による折点周波数  $f_b = 1/2\pi\tau_m$  より低いところに注目すると、

$$\phi \approx -\omega \tau_d \quad (5.15)$$

となる。このような周波数領域の位相では、実験値と理論値がよく一致しているので、理論値における  $\tau_d = 8.1$  sec は、正しいものと評価される。

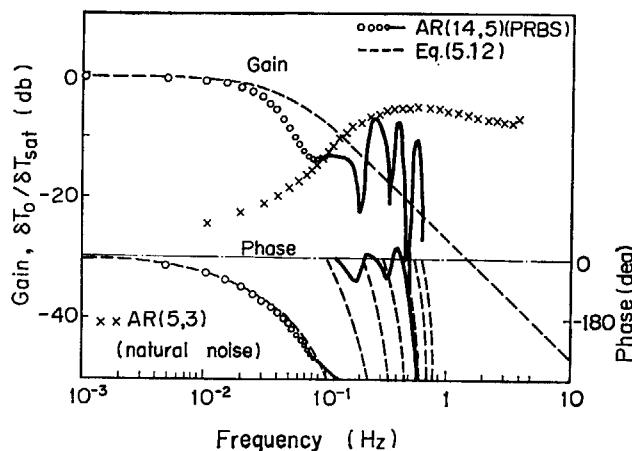


Fig. 5.9 Frequency response function of coolant inlet temperature to saturated temperature estimated through AR(14,5) model, compared with theoretical calculations. AR(14,5) model was obtained by the use of PRBS insertion test data, and AR(5,3) model by the use of natural noise data. The latter failed in the identification.

注 1)  $G_6 = -G_5$  であることに注意。

### 5.5.2 FCP 流量から炉心入口冷却材温度への周波数応答

前節と同じく、PRBS 印加によるゆらぎ実験のデータを用いて同定を行う。5 変数系とし、MAR モデルも前節のケースにおいて、すでに得られたものを使う。

比較のための理論モデルは(4.69)から

$$\frac{\delta T_0(s)}{\delta W_0(s)} = \frac{(T_{sat}^* - T_F^*) W_F^*}{(W_0^*)^2} \frac{e^{-\tau_d s}}{1 + \tau_m s} \quad (5.16)$$

となる。

同定結果を Fig. 5.10 に示す。点線は上式の理論モデルによる周波数応答である。比較を要約すれば、

- (1) 理論値におけるゲインは、実験値よりも 4.2 dB 高い。
- (2) 位相は  $\sim 0.022 \text{ Hz}$  ( $\tau_m$  による折点周波数) 以下で、両者よく一致する。
- (3) 折点周波数の実験値と理論値との差は前節と同様な値を示している。
- (4) 実験値における、 $10^{-1} \text{ Hz}$  以上のゲイン、位相とともに小さなピークが多数あり、理論値とは対応しない。

(5.16)によると、実験値のゲインが理論値より低いことは、 $T_{sat}^*$ ,  $T_F^*$ ,  $W_F^*$ ,  $W_0^*$  などのパラメータを再評価する必要があることを示している。

低周波領域における位相の一致がよいことは前節と同様、 $\tau_d$  の値が一致していることを示している。 $\tau_m$  の評価についても前節と同様の結論が得られる。

周波数の高い領域における実験値の乱れは、このケースばかりでなく、他の伝達経路の同定にも表われている。この点については 5.5.4 で検討する。

### 5.5.3 給水流量から炉心入口冷却材温度への周波数応答

5.5.1 に用いたと同様の観測データ（5 変数系）により同定を行う。比較のための理論モデルは(4.69)から

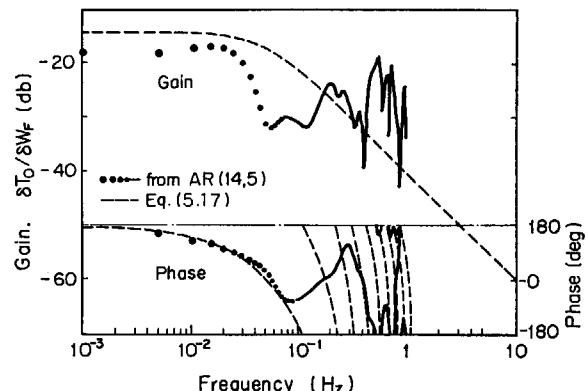


Fig. 5.11 Frequency response function of coolant inlet temperature to feedwater flow estimated through AR (14, 5) model, compared with theoretical calculations

$$\frac{\delta T_0(s)}{\delta W_F(s)} = \frac{T_{sat}^* - T_F^*}{W_0^*} \frac{e^{-\tau_d s}}{1 + \tau_m s} \quad (5.17)$$

同定結果を Fig. 5.11 に示す。点線は上式のモデルによる周波数応答である。比較を要約すれば、

- (1) 理論値におけるゲインは、実験値よりも 3.3 dB 高い。
- (2) 位相は、 $\sim 0.022 \text{ Hz}$  以下で両者よく一致する。
- (3) 折点周波数の実験値と理論値の差は 5.3.1 と同様な値を示している。

給水流量には何ら人工的ノイズが挿入されていないから、自然ノイズによってゆらいでいる。それにもかかわらず、輸送時間  $\tau_d$  に対応する位相や、混合時間  $\tau_m$  に対応する折点周波数が表われている。タービン給水流量の RRV を計算すれば、31.0% となり、この伝達特性を同定するのに十分なノイズ源が存在している。

### 5.5.4 炉心入口冷却材温度ゆらぎの動特性同定結果の考察

自然ノイズによる動特性同定は、給水流量からの伝達経路を除いて、ほとんど不可能であった。PRBS 印加に

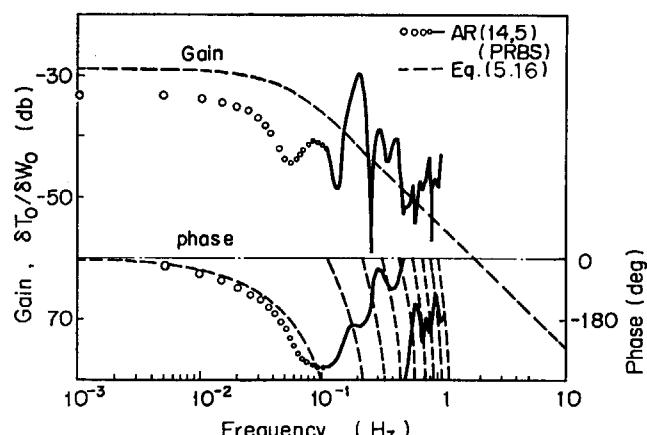


Fig. 5.10 Frequency response function of coolant inlet temperature to FCP flow estimated through AR (14, 5) model, compared with theoretical calculations.

より実験データから、その概略的な動特性が、理論モデルに一致していることがわかった。いくつかのパラメータは、実験結果から評価することができる。

$\tau_d$  については 5.5.1 に評価した。 $\tau_m$  については (5.13) によって、実験値の折点周波数に合うようにパラメータを与えることができる。計算の結果は

$$\tau_m = \sim 7.23 \text{ sec} \quad (5.18)$$

となる。このような数値を与えるためには、(4.66) の水混合モデルでは、 $V_p = 8.2 \text{ m}^3$  を与えなければならない。これは下部プレナムの体積では足りない。そこで、攪拌の行われる領域をダウンカマーまで拡げる必要がある。上記の  $V_p$  を確保するには、ポンプ配管とダウンカマーのうち  $4.4 \text{ m}^3$  程度を攪拌の行われる領域とすればよい。このようにして、理論モデルにおける不確定要素について有益なデータを与えることができた。

周波数領域表現で強く表われている高周波領域での乱れを時間領域表現でチェックしてみよう。Fig. 5.12 は飽和温度から炉心入口冷却材温度への伝達を、ステップ応答関数で表わしたものである。点線は  $\tau_m = 3.34 \text{ sec}$  とした理論曲線である。さて理論値と実験値との違いは、(1) 0~8 sec 間の小さなゆらぎと、(2) 8~28 sec 間の過渡曲線である。後者については、 $\tau_m$  として (5.18) をとることによって、理論曲線は、ほとんど一致し、解決する。(1) の小さなゆらぎは、周波数応答曲線の高周波領域に現われる複雑なピーク群に対応しているものと考えられる。これは (5.12) のような、むだ時間要素を MAR モデルで表現するとき、常につきまとう問題である。むだ時間要素は、Padé 近似<sup>注1)</sup>で表わしてみればわかるように、むだ時間が大きければ大きいほど大きな次数を用いて表現する必要がある。これに対応した MAR モデル表現も、当然、大きな次数を必要とする<sup>注2)</sup>。本実験の例でも、Fig. 5.12 のケースでは  $M=14$  という次数が採用されている。FPE 関数評価法によれば、次数を

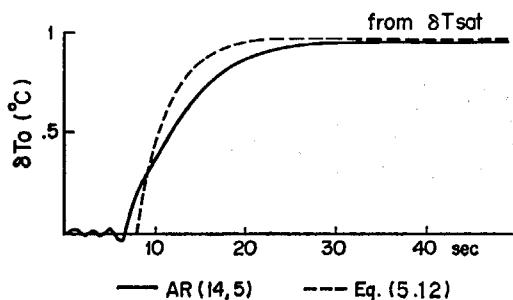


Fig. 5.12 Step response function of coolant inlet temperature to saturated temperature estimated through AR (14, 5) model, compared with theoretical calculations

注 1)  $e^{-\tau_s} = \frac{1+a_1 s + a_2 s^2 + \dots}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots}$ ,  $a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, \dots$  は  $\tau$  に依存した定数、詳しくは Ref. B7. P 266 参照。

注 2) AR モデル次数との対応は、注 1) の式と (2.22) 式との対応から自明である。

過大にとることは禁じられるので、ある次数で打ち切られる。したがって同定された動特性においても、ちょうど Padé 近似をしたむだ時間要素と同様な応答特性が現われる。このようにして MAR モデルを通して得た動特性同定は、むだ時間要素についても、よい近似を与える。高い周波数領域に表われる複雑なピークは決して悪い近似度を与えるものではない。同定結果の精度が、モデルの表現形式（時間領域か、周波数領域か）によって異った様相を示すことは、2.3.9 に指摘した通りである。

## 5.6 圧力ゆらぎから FCP 流量ゆらぎへの周波数応答

4.4.4 に取扱ったノイズ源解析では、ポンプ流量ゆらぎの中に、圧力ゆらぎをノイズ源とする APSD の寄与があり、その影響が大きいことが確認された。この節では、その伝達経路がどのようなものかをデータ解析する。

3 变数系 (FCP 流量、圧力、中性子密度) の観測データを用いる。MAR モデルはすでに 4.4.4、ケース A において得られている。このモデルから周波数応答を計算する。

これに対応した理論モデルを、三井田・須田モデル<sup>70)</sup>によって与える。

$$\frac{\delta V_0(s)/V_0^*}{\delta p} = \frac{K_p'}{K_v'} \left( 1 + \frac{\xi}{T_v} s \right) \quad (5.19)$$

ここに、 $K_p'$ ,  $K_v'$ ,  $T_v$  および  $\xi$  は定数で、これらの計算式および数値は付録 6. に示してある。この理論モデルの原式は、自然循環水頭に関する運動方程式で、厳密形は非常に複雑な形式で与えられている<sup>70)</sup>。ここではその簡略形（近似式）<sup>70)</sup>を用いた。上式によれば、伝達は微分要素 + 比例要素の形をしている。この微分要素がどのような物理的事象によって持込まれているかは、原式の複雑さのために、必ずしも明解に指摘できない。しかし (5.19) のパラメータ  $\xi$  をきめている主要な因子は

$$A' - C', B' - C', E$$

であって、これらは水および蒸気のエンタルピーおよび密度の、圧力に対する変化割合である。このことから、微分要素は圧力に対する水、蒸気の圧縮、それによって発生する自然循環水頭の過渡的変動にもとづいていると考えられる。

同定結果を Fig. 5.13 に示す。点線は (5.19) による理論モデルの曲線である。この比較によれば、

- (1) ゲインの周波数依存性は微分要素型を示している。ただし、低周波では  $\sim 9 \text{ bd}$  の差がある。
- (2) 実験値における位相は、 $10^{-1} \text{ Hz}$  以上で、ずれが大きくなる。
- (3) 折点周波数は、実験値では  $\sim 0.021 \text{ Hz}$ 、理論

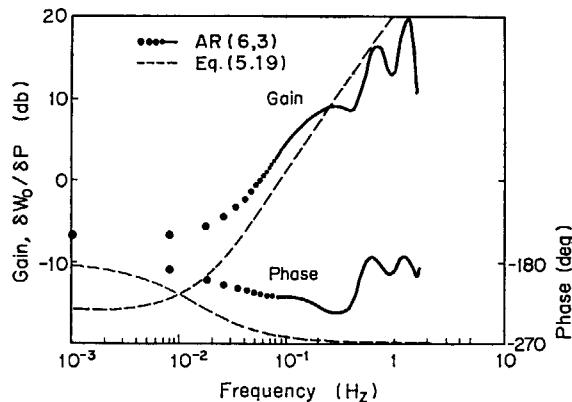


Fig. 5.13 Frequency response function of FCP flow to pressure estimated through AR (6, 3) model, compared with theoretical calculations

値では  $0.0143\text{ Hz}$  である。

上記によれば、自然循環の場合に導入された圧力一流量間の伝達特性が、強制循環方式の炉においても存在していることがわかる。

4.4.4 には、この伝達経路による、流量ゆらぎへのパワー寄与を解析した。そこでは、低周波領域に大きな寄与が現われている。同定した伝達特性では、微分特性を持つにもかかわらず、低周波領域に大きな寄与があるのは、ノイズ源としての圧力ゆらぎのパワースペクトルが低周波領域にしか存在しないからである。

### 5.7 ゆらぎ伝達経路の動特性同定まとめ

(1)  $RRV$  の値によりノイズ源評価を行いながら、

ゆらぎ信号間の動特性同定を行った。その結果、中性子ゆらぎから他の変量ゆらぎへの周波数応答は理論モデルと概略一致し、また、同定のためのノイズ源も十分な大きさが確保されていることを示した。中性子と燃料棒中心温度を測定することができるならば、自然ノイズ源によって、燃料棒熱伝達の時定数を評価できることがわかった。また中性子ゆらぎから圧力ゆらぎへの周波数応答を同定することによって、圧力動特性を支配しているパラメータを監視することができる。(5.3.2)

(2) 上記のパラメータ監視ができるのは、中性子に大きな固有ノイズ源があるためである(このノイズ源はボイドノイズに起因していると考えられるものである)。

しかるに、このノイズ源は、逆に、フィードバック方向の伝達経路、たとえば圧力から中性子へ、燃料温度から中性子へ、炉心入口温度から中性子へなどの動特性の同定に困難をもたらしている。出力変数に加わる大きなノイズ源が、逆に推定精度を悪くするとともに、入力側のノイズ源を相対的に小さくするからである(2.3.9-(3) 参照)。これらの同定結果は理論値ともよく一致しない。

(4) 炉心入口冷却材温度の動特性を PRBS 印加による実験データを用いて同定した。自然ノイズがあまりにも小さく、同定が困難である場合には、人工的なノイズ源を用いる必要があり、その一例として取扱った。動特性パラメータの監視への応用をめざし、再循環水の輸送時間  $\tau_d$ 、給水混合の時定数  $\tau_m$  を評価した。

(5) 圧力ゆらぎからポンプ流量ゆらぎへの伝達が存在することを示した。ポンプ流量ゆらぎの源として圧力ゆらぎを考慮する必要があり、その効果は無視し得ない。

## 6. 結 論

本研究において掲げた2つの課題、(1)ノイズ源の特性の解析、(2)ゆらぎ伝達経路の動特性の同定、を達成するために、まず解析手法のサーベイを行った。その結果、MAR モデルあてはめの手法が有利であることを明らかにした。その主要な論点は 2.3 にまとめられている。

実験は JPDR-II において行われた。

課題(1)に関する実験データの解析および考察の結果は 4.8 にまとめた通りである。本研究で取扱った一連の解析の中で、MAR モデルの解析能力を最も発揮したのはノイズ源寄与計算であった。動力炉における多数の連けいし合っているノイズ源を、従来の相関関数やパワースペクトルの解析でとらえようとしても、確実な結論を引き出すに到らない場合が多い。しかしここに用いた方法によれば、1つのパワースペクトルがどのようなノイズ源からの寄与で成立っているか、確かな情報を与えてくれる。この結果、実験データ解析の結果を、理論的ノイズモデルにおけるノイズ源の評価に使用できる。また、もし、観測されたスペクトルに異常なピークが現われた場合には、どのようなノイズ源からの寄与でそのピークが与えられているかを判別することができる。本研究においては、燃料棒温度、ポンプ流量、炉心入口冷却材温度、圧力、および中性子密度などのゆらぎについてノイズ源寄与の解析を行った。その結果、各変量に付随した固有のノイズ源がどのようなものであるかがわかった。

しかし、BWR のノイズ源として中心的な役割を果たしているボイドノイズについては、全てを明らかにすることはできなかった。1本のチャンネルについて、ボイド発生ノイズの検出を試み、一定の成果を得たが(4.3)、これは局部的なボイドノイズ源の特性であって、沸騰開始点ゆらぎを含む全炉心のボイドノイズの特性がどのよ

うなものであるかについては、以前として明らかでない。この困難性は解析方法や実験方法にあるのではなく、検出器の問題である。この問題の解決は、炉心全体のボイドゆらぎをどのような手段によって検出するかという課題に対する答を待つ以外にない。

課題(2)に関する実験データの解析と考察の結果は 5.7 に整理して示した通りである。原子炉システムにおいて、自然ノイズを利用して、伝達特性を同定することができるかどうかは、十分なノイズ源が確保されているかどうかにかかっている。従来、自然ノイズを利用した動力炉の伝達関数測定が行われなかつたのは、ノイズ源の特性や配置状態がわからなかつたからである。しかし、本論で示したノイズ源解析によれば、各変量に固有なノイズ源特性や、配置状態がわかる。

本課題の追求において、BWR のシステムでわかつたことは、中性子ゆらぎに大きな固有ノイズ源があり<sup>注1)</sup>、中性子からみて、相対的に小さいノイズ源を持つ変量への動特性を同定することができるということである。しかし、その逆は困難である。このようにノイズ源の配置状態によって制約を受けるが、ノイズ源の評価を行うことができれば、それをを利用して、原子炉運転中に動特性を監視できる。5.3, 5.5 に示したように、動特性から動特性パラメータがわかり、機器の性能や特性変化を常時監視することができる。

自然ノイズ源が小さいために、動特性の監視ができない個所には、人工的なノイズ源、たとえば PRBS などを挿入する方法がある。本研究においても、その一例を 5.5 に示した。このような PRBS を診断のためのノイズ源として積極的にシステム内に取り入れてゆくことによって、異常診断への応用に格段の進歩が期待できよう。動力炉における人工ノイズ源の挿入方法、信号の大きさの選定などに関する今後の研究が期待される。

---

注 1) ここでいう固有ノイズ源の意味は、計測にかられない変量のゆらぎ、という意味であり、そのような変量としてボイドゆらぎが最も有力である。

## 謝　　辞

本論文について、終始、御指導と御鞭撻を賜わった東京大学、都甲泰正教授に深く感謝の意を表します。また、本研究の遂行にあたり、絶えず激励と御指導をいただいた日本原子力研究所 原昌雄氏に心から感謝の意を表します。

原子炉制御研究室 尾熊律雄氏には MAR モデル同定手法の検討、MAR モデル同定計算コード（ノイズ寄与計算部分を除く）の使用、JPDR-II における PRBS によるゆらぎ実験の立案を通じて多大の御協力をいただきました。東北大学 北村正晴氏には MAR モデル同定手法の検討、ノイズ源チェック方法、流量ゆらぎモデルなどの討論を通じて多大の御協力をいただきました。両氏に対して心から感謝の意を表します。

同研究室 藤井義雄氏には原子炉プラントからの実験データ採取装置の取付、操作に関し、多大の御助力をいただきました。同研究室 渡辺光一氏、白井甫積氏には

ハイブリッド計算機 (EAI-PACER 600) によるデータ処理に関し、多大の御助力をいただきました。本研究で用いた実験データは原子炉制御研究室と JPDR と共同で行った動特性同定実験において採取されたものであります。

梅田実氏、出井義雄氏、山下修氏をはじめ動力試験炉部、プラント総合特性試験グループの各メンバーには、JPDR-II における実験遂行に関し、多大の御協力をいただきました。また、同部 原子炉 1 課長（当時）川崎稔氏をはじめ、原子炉 1 課（運転担当）の各メンバーには、原子炉への特殊な外乱 (PRBS) 印加にあたり、非常な苦労をいとわず、遂行していただきました。また、同部 横田光雄氏をはじめ、IFA 開発にたずさわっておられたメンバーには、IFA 信号採取に関し、御助力をいただきました。

以上の方々に心から感謝いたします。

# 文 献

- 1) Moore M. N.: "The Determination of Reactor Transfer Functions from Measurements at Steady Operation", NAA-SR-1972, Atomic International (1957), *also* Nucl. Sci. Eng., **3**, 387 (1958)
- 2) Cohn C. E.: Nucl. Sci. Eng., **5**, 331 (1959)
- 3) 住田健二, 山田周治, 他: 第2回原子力研究総合発表会, B64 (1961)
- 4) 廉雜音解析研究専門委員会: 廉雜音解析研究専門委員会の活動(II), 原子力誌, **9**, 455 (1967)
- 5) Cohn C. E.: Nucl. Sci. Eng., **7**, 472 (1960)
- 6) Saito K. and Taji Y.: Nucl. Sci. Eng., **30**, 54 (1967)
- 7) Matthes W.: Nukleonik, **4-5**, 213 (1962)
- 8) Saito K. and Otsuka M.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **2**(8), 304 (1965)
- 9) Farinelli U.: P **4**, Ann. Nucl. Energy, **2**, 2/5, 49 (1975)
- 10) Griffin C. W. and Randall R. L.: Nucl. Sci. Eng., **15**, 131 (1963)
- 11) Ball R. M. and Batch M. L.: P **1**, USAEC Symp. Ser. No. 4, TID-7679, 387 (1964)
- 12) Eurola T.: P **1**, USAEC Symp. Ser. No. 4, TID-7679, 449 (1964)
- 13) Fry D. N. and Robinson J. C.: P **2**, CONF-671011, 89 (1967)
- 14) Fry D. N.: Nucl. Technol., **10**, 273 (1971)
- 15) Izumi M. and Iida H.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **10**(4), 277 (1973)
- 16) Kryter R. C. and Fry D. N.: Trans. Am. Nucl. Soc., **17**, 379 (1973)
- 17) Piety K. R. and Robinson J. C.: Nucl. Sci. Eng., **59**, 369 (1976)
- 18) Piety K. R.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 781 (1977)
- 19) 世古隆哉, 安藤泰正, 他: 日本原子力学会, 昭47, 廉物理・廉工分科会予稿集, D36 (1972)
- 20) Behringer K., Kostic Lj. and Seifritz W.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 183 (1977)
- 21) Mathis M. V., Smith C. M., Fry D. N. and Dailey M. L.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 175 (1977)
- 22) Saxe R. F.: P **2**, CONF-671011, 41 (1967)
- 23) Rajagopal V.: P **2**, CONF-671011, 87 (1967)
- 24) 西原英晃: 日本原子力学会, 秋の分科会予稿集, B56 (1973)
- 25) Saxe R. F., Sides, Jr., W. H. and Foster, Jr., R. G.: J. Nucl. Energy, **25**, 139 (1971)
- 26) Thie J. A.: P **4**, Ann. Nucl. Energy, **2**, 253 (1975)
- 27) Fry D. N., Kryter R. C. and Robinson J. C., P **4**, Ann. Nucl. Energy, **2**, 341 (1975)
- 28) Dragt J. B. and Türkcan E.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 293 (1977)
- 29) Wack D. and Sunder R.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 309 (1977)
- 30) Tsunoda T.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **13**(3), 103 (1976)
- 31) Türkcan E.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 497 (1977)
- 32) Kosály G.: J. Inst. Nucl. Eng., **14**-3, 67 (1973)
- 33) Saito K.: Ann. Nucl. Sci. Eng., **1**, 31 (1974)
- 34) Saito K.: *ibid*, **1**, 107 (1974)
- 35) Saito K.: *ibid*, **1**, 209 (1974)
- 36) 山口正男, 黒田義輝: 日本原子力学会, 昭和50年年会, 廉物理・廉工学, D10 (1975)
- 37) Åström K. J. and Eykhoff P.: Proc. Int. Federation of Automatic Control Symp., Identification and Process Parameter Estimation, Prague, (1970), *See also* Automatica, **7**, 123 (1971)
- 38) Gustavsson I.: Automatica, **11**, 3 (1975)
- 39) Åström K. J. and Bohlin T.: Proc. IFAC Symp. Theory of Self-Adaptive Control Systems, Teddington, England, Plenum Press, New York (1966)
- 40) Gustavsson I.: Automatica, **8**, 2 (1972)
- 41) Olsson G.: 3rd IFAC Symp. Identification and System Parameter Estimation, Hague, June 12-15, International Federation of Automatic Control, 375 (1973)
- 42) Akaike H.: Proc. IFAC Kyoto Symp. System Engineering Approach to Computer Control, Kyoto, Aug. 11-14, International Federation of Automatic Control, 485 (1970)
- 43) Fukunishi K.: Nucl. Sci. Eng., **62**, 215 (1977)
- 44) Fukunishi K.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **14**(5), 351 (1977)
- 45) Fukunishi K.: Nucl. Sci. Eng., **67**, 296 (1978)
- 46) Matsubara K., Oguma R. and Kitamura M.: Nucl. Sci. Eng., **65**, 1 (1978)
- 47) Nomura T.: P **3**, Preprints Japan-U.S. Seminar on Nuclear Reactor Noise Analysis, 197 (1968)
- 48) Nomura T.: P **4**, Ann. Nucl. Energy, **2**, 379 (1975)
- 49) Seifritz W.: Atomkernenergie, **19**-4, 271 (1972)
- 50) Ando Y., Naito N., Tanabe A. and Kitamura N.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo) **12**(9), 597 (1975)
- 51) Wack D. and Kosály G.: Atomkernenergie, **23**-4, 244 (1974)
- 52) Behringer K., Kosály G. and Kostic Lj.: Nucl. Sci. Eng., **63**, 306 (1977)
- 53) Seifritz W.: Atomkernenergie, **16**-5, 29 (1970)
- 54) Randall R. L. and Griffin C. W.: P **1**, USAEC Symp. Ser. No. 4, TID-7679, 107 (1964)
- 55) Yamada S. and Kage H.: USAEC Symp. Ser. No. 9, 455 (1967)
- 56) Morishima N.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **10**(1), 29 (1973)
- 57) Matsubara K., Oguma R. and Kitamura M.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 137 (1978)
- 58) Pluta P. R.: P **1**, TID-7679, 405 (1964)
- 59) Saito K.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo) **10**(6), 348 (1973)
- 60) Morishima N.: *ibid*, **10**(9), 533 (1973)
- 61) Greef C.: Appeared in B **1**, P 87 (1974)
- 62) Robinson J. C.: Analysis of Neutron Fluctuation Spectra in the Oak Ridge Research and the High Flux Isotope Reactor, ORNL-4149 (1967)
- 63) Oka Y., An S., Kimura Y. and Kimura I.: J. Nucl.

- Sci. Technol. (Tokyo), **14**(12), 869 (1977)
- 64) Morishima N.: *ibid*, **10**(8), 478 (1973)
- 65) Rajagopal V.: Nucl. Sci. Eng., **12**, 218 (1962)
- 66) Hara M., Usui H., Fujii Y. and Suda N.: J. Nucl. Sci. Technol. (Tokyo), **5**(2), 79 (1968)
- 67) Robinson J. C. and Fry D. N.: Nucl. Sci. Eng., **42**, 397 (1970)
- 68) Kosály G., Kostic Lj., Miteff L., Varadi G. and Behringer K.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 99 (1977)
- 69) Kitamura M., Matsubara K. and Oguma R.: Nucl. Sci. Eng., **70**, 106 (1979)
- 70) Miida J. and Suda N.: JAERI 1044, "Derivation of Transfer Functions of Natural Circulation Boiling Water Reactor" (1963)
- 71) Kalman R. E.: SIAM J. Control, **1**, 152 (1963)
- 72) Kalman R. E.: and Bucy R. S.: Trans. ASME J. Basic Engineering, March 1961, 95 (1961)
- 73) Frogner B., Friedlander B. and Rao H. S.: Nucl. Sci. Eng., **64**, 644 (1977)
- 74) 鈴木胖, 藤井克彦: 計測と制御, **10**, 563 (1971)
- 75) 中溝高好: 計測と制御, **14**, 114 (1975)
- 76) Wellstead P. E. and Edmunds J. M.: Int. J. Control, **21**, 689 (1975)
- 77) Akaike H.: Proc. 5th Hawaii Int. Conf. System Sciences, 249 (1972)
- 78) Akaike H.: IEEE Trans. Auto. Cont., **AC-19**, 716 (1976)
- 79) Jones R. H.: *ibid*, **AC-19**, 894 (1974)
- 80) Fuge R., Valko J., Czibók T., Kätzmel D. and Vasilescu M.: Ann. Nucl. Energy, **4**, 161 (1977)
- 81) Blomberg P. E. and Akerhielm F.: Ann. Nucl. Energy, **2**, 271 (1975)
- 82) Ando Y. et al: Appeared in Ref. 48
- 83) Jones A. B.: "Reactivity Stability of a Boiling Reactor", KAPL-3093 (1965)
- 84) 中川東一郎: 計測と制御, **16**, 241 (1977)
- 85) 横田光雄, 山田政治, 本間隆: JAERI-M 4974 (1972)
- 86) 森島淳好, 原山泰雄, 他: JAERI-memo 3548 (公開) (1969)
- 87) JPDR-II プロジェクト炉心設計グループ: JAERI-memo 4346 (公開) (1971)
- 88) 尾熊律雄, 藤井義雄, 曽井甫積, 渡辺光一: JAERI-M 6252 (1975)
- 89) 尾熊律雄, 藤井義雄, 渡辺光一: JAERI-M 6897 (1977)
- 90) Ando Y., Kanemoto S., Takigawa Y., and Tanabe A.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 163 (1977)
- 91) Gebureck P., Singh O. P., Stegemann D.: P **5**, Progress in Nuclear Energy, **1**, 187 (1977)
- 92) 尾熊律雄, 渡辺光一: 私信メモ
- 93) Gustavsson I., Ljung L. and Söderström T.: Survey Paper, Automatica, **13**, 59 (1977)
- 94) Mehra R. K. and Peschon J.: Automatica, **7**, 637 (1971)
- 95) 尾熊律雄, 藤井義雄, 堀長, 米川出: JAERI-M 6801 (1976)
- 96) Chang S. I. and Kerlin T. W.: Nucl. Sci. Eng., **64**, 673 (1977)
- 97) Carmichael L. A. and Niemi R. O.: EPRI-NP-564, Electric Power Research Institute (1978)
- 98) Naito Y., Abe K., Maekawa M.: JAERI-1264 (1980)
- (国際会議論文集)
- (P1) Noise Analysis in Nuclear Systems, USAEC Symposium Series, No. 4, TID-7679 (1964)
- (P2) Proc. US Atomic Energy Commission National Conf. Incipient Failure Diagnosis for Assuring Safety and Availability of Nuclear Power Plants, Nov. 30, 1967, CONF-671011 (1967)
- (P3) Preprints Japan-United States Seminar on Nuclear Reactor Noise Analysis, 2nd-7th Sept. Tokyo and Kyoto (1968)
- (P4) Proc. European-American Committee on Reactor Physics Specialist Meeting on Reactor Noise, Rome, 21-25 Oct. 1974 (SMORN-I), Ann. Nucl. Energy, **2**, No. 2-5, Pergamon Press, Oxford (1975)
- (P5) Proc. OECD (NEA) CSNI/NEACRP Second Specialists Meeting on Reactor Noise, Gatlinburg, 19-23, Sept. 1977 (SMORN-II), Progress in Nuclear Energy, **1**, No. 2-4, Pergamon Press, Oxford (1977)
- (成書)
- (B1) Williams, M. M. R.: "Random Process in Nuclear Reactors", Pergamon Press, Oxford (1974)
- (B2) Uhrig, R. E.: "Random Noise Techniques in Nuclear Reactor Systems", Ronald Press (1970)
- (B3) Weaver, L. E.: "Reactor Dynamics and Control", American Elsevier, New York (1968)
- (B4) 赤池弘次, 中川東一郎: "ダイナミックシステムの統計的解析と制御", サイエンス社, 東京 (1972)
- (B5) Box, G. E. P. and Jenkins, G. M.: "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Holden-Day, San Francisco (1970)
- (B6) 須田信英: "原子炉の動特性と制御" 同文書院, 東京 (1969)
- (B7) 高橋利衛: "自動制御の数学" オーム社, 東京 (1965)

## 付録 1. スペクトル, コヒーレンス, 条件付スペクトル および偏コヒーレンス

スペクトル, コヒーレンスは, 本質的に 1 入力 1 出力系を前提にしたものであり, 条件付スペクトル, 偏コヒーレンスは, 多入力 1 出力系に拡張されたものである。ここにはそれぞれの定義式を与えておく。

### (1) パワースペクトル密度 (APSD)

$$\Phi_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |F_x(\omega)|^2 \quad (\text{A.1})$$

ここで  $F_x(\omega)$  は次のような関数である。不規則な時間的変動をする変数  $x(t)$  から

$$\left. \begin{aligned} x_T(t) &= x(t) \quad (|t| \leq T) \\ &= 0 \quad (|t| > T) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2})$$

なる関数をつくり, これをフーリエ変換して

$$F_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.3})$$

実際の計算では, Weiner-Khinchin の関係式により, 自己相関々数をフーリエ変換して求める。

### (2) クロススペクトル密度 (CPSD)

$$\Phi_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \{ \bar{F}_x(\omega) F_y(\omega) \} \quad (\text{A.4})$$

ここで  $\bar{F}_x(\omega)$  は  $F_x(\omega)$  の複素共役関数である。 $F_y(\omega)$  は  $y(t)$  について(A.2), (A.3)と同様にして定義される関数である。実際の計算では, 相互相関々数をフーリエ変換して求める。

$\Phi_{xy}$  と  $\Phi_x, \Phi_y$  との間には次式が成立している。

$$\Phi_x(\omega) \Phi_y(\omega) \geq |\Phi_{xy}(\omega)|^2 \quad (\text{A.5})$$

### (3) コヒーレンス

$$\gamma_{xy}^2 = \frac{|\Phi_{xy}(\omega)|^2}{\Phi_x(\omega) \Phi_y(\omega)} \quad (\text{A.6})$$

(A.5)の性質により,  $\gamma_{xy}^2 \leq 1$  である。

コヒーレンスはダイナミックシステムに関して, 次のような性質を有する。1 入力 1 出力システムの伝達関数は

$$\Phi_y(\omega) = |G_a(\omega)|^2 \Phi_x(\omega) \quad (\text{A.7})$$

$$\Phi_{xy}(\omega) = G_c(\omega) \Phi_x(\omega) \quad (\text{A.8})$$

なる関係で, スペクトルと結ばれている。ここで  $G_a(\omega)$  は出力信号の APSD から得られる伝達関数,  $G_c(\omega)$  は CPSD から得られる伝達関数である。両者は理想的な状態では一致するはずであるが, 実際のデータ採取を行い, APSD, CPSD を得て, 上式から求めてみると, 一

致しないことがある。両者の 2 乗の比をとると,

$$\frac{|G_c(\omega)|^2}{|G_a(\omega)|^2} = \frac{|\Phi_{xy}(\omega)|^2}{\Phi_x(\omega) \Phi_y(\omega)} = \gamma_{xy}^2(\omega) \quad (\text{A.9})$$

となる。コヒーレンスはこのような意味をもっている。コヒーレンスが 1 より小さくなる原因として,

(i) 出力信号に有色ノイズが加わっている。

(ii) システム内に非線形効果がある。

が挙げられる。入力信号が出力信号からのフィードバックを受けていると, やはり  $\gamma_{xy}^2 \neq 1$  となることがある。

### (4) 条件付スペクトル

$$\Phi_{ij,1, \dots, L}(\omega) = \sum_{r=1}^L C_{rj}(\omega) \Phi_{ir}(\omega) \quad (\text{A.10})$$

ここで  $C_{rj}(\omega)$  は入力変数  $x_r$  と  $x_j$  の CPSD,  $\Phi_{rj}(\omega)$  を  $(r, j)$  要素とするマトリクスの余因数である。 $\Phi_{ij,1, \dots, L}(\omega)$  は多変量系において定義され, 入力としての  $x_r$  ( $r=1, 2, \dots, L$ ) と出力としての  $x_j$  との間の CPSD のうち,  $r=i$  番目の変量からの寄与を残し, 他の変量からの影響を除いたものである。

この定義によるスペクトルが, 多変量ダイナミックシステムで, どのような意味をもっているか調べる。本文 2.1.2 で取扱ったシステム(2.3)を考える。ベクトル方程式に表現するため,

$$\Phi_c(\omega) = [\Phi_{i1}(\omega), \Phi_{i2}(\omega), \dots, \Phi_{iL}(\omega)]' \quad (\text{A.11})$$

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(\omega) & \Phi_{12}(\omega) & \dots & \Phi_{1L}(\omega) \\ \Phi_{21}(\omega) & \Phi_{22}(\omega) & \dots & \Phi_{2L}(\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Phi_{L1}(\omega) & \Phi_{L2}(\omega) & \dots & \Phi_{LL}(\omega) \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{G}(\omega) = [g_{i1}(\omega), g_{i2}(\omega), \dots, g_{iL}(\omega)]' \quad (\text{A.13})$$

を定義すると(2.3)は

$$\Phi_c(\omega) = \Phi(\omega) \mathbf{G}(\omega) \quad (\text{A.14})$$

$\mathbf{G}(\omega)$  について解くと

$$\mathbf{G}(\omega) = \Phi^{-1}(\omega) \Phi_c(\omega) \quad (\text{A.15})$$

ここで  $C_{rj}(\omega)$  を  $\Phi(\omega)$  の余因数とすれば

$$g_{ij}(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^L C_{rj}(\omega) \Phi_{ir}(\omega)}{\det \Phi(\omega)} \quad (\text{A.16})$$

となる。これを 1 入力 1 出力の場合にならって

$$g_{ij}(\omega) = \frac{\Phi_{ij,1,\dots,L}(\omega)}{\Phi_{ii,1,\dots,L}(\omega)} \quad (i \neq j) \quad (\text{A.17})$$

とおく。ここに

$$\Phi_{ii,1,\dots,L}(\omega) = \det \Phi(\omega) \quad (\text{A.18})$$

すなわち、条件付スペクトルは、多変量システムにおける伝達関数  $g_{ij}(\omega)$  を 2 つのスペクトルの比として求められるように定義したものである。

### (5) 偏コーヒーレンス

$$\gamma_{ij,1,\dots,L^2}(\omega) = \frac{|\Phi_{ij,1,\dots,L}(\omega)|^2}{\Phi_{ii,1,\dots,L}(\omega) \Phi_{jj,1,\dots,L}(\omega)} \quad (\text{A.19})$$

偏コーヒーレンスは  $x_i$  と  $x_j$  との間の線形関係を表しており、(3)に述べたと同様の原因により、 $\leq 1$  となる。

## 付録 2. FPE 関数の導出<sup>42)</sup>

### 1. FPE の定義

FPE (Final Prediction Error) は遂時推定の誤差の 2 乗平均として次のように定義される。

$$FPE \equiv E\{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 \quad (A.20)$$

ここに  $\hat{y}(k)$  は one step prediction であり、 $\Delta t$  時刻前の実現値から推定される  $y(k)$  の値である。 $y(k)$  には、推定モデルの同定を行った時系列とは別の、観測データをあてはめる。つまり、ある方法で得られた推定モデルを使って、任意の時点で推定を行い、それらの各時点での実現値との誤差の分散値をとったものである。

EPE は、得られた推定モデルの良さを最終的な適用段階において、評価するものである。

### 2. FPE 関数の導出

AR モデルには、 $M$  個のパラメータがあるとする。いろいろな  $M$  に対してパラメータを定め、FPE を求めたとすると、それは  $M$  によって変化するであろう。この関数形を見出すのが目的である。

システムは次式で表現されるものとする。

$$y(k) - y_0 = \sum_{m=1}^M a(m) \{y(k-m) - y_0\} + e(k) \quad (A.21)$$

ここに、 $y_0$  は  $y(k)$  の定常値であり、定常値からの変動分について、自己回帰過程が成立しているものとする。観測値  $y(k)$  について書くと次のようになる。

$$y(k) = \sum_{m=1}^M a(m)y(k-m) + a_0 + e(k) \quad (A.22)$$

ここに、 $a_0$  は定数で

$$a_0 = \left\{ 1 - \sum_{m=1}^M a(m) \right\} y_0 \quad (A.23)$$

一方、推定モデルは次式で表わされる。

$$\hat{y}(k) = \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) + \hat{a}_0 \quad (A.24)$$

(A.20) に (A.22), (A.24) を用いると

$$\begin{aligned} FPE(M) &= E \left\{ \sum_{m=1}^M a(m)y(k-m) + a_0 + e(k) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) - \hat{a}_0 \right\}^2 \\ &= E \left\{ \sum_{m=1}^M \Delta a(m)y(k-m) + \Delta a_0 + e(k) \right\}^2 \end{aligned} \quad (A.25)$$

となる。ここに、 $e(k)$  は推定不可能なランダム変量、

$\Delta a(m)$ ,  $\Delta a_0$  はそれぞれのパラメータの推定誤差で、次式で定義される。

$$\Delta a(m) \equiv a(m) - \hat{a}(m) \quad (A.26)$$

$$\Delta a_0 \equiv a_0 - \hat{a}_0 \quad (A.27)$$

$\Delta a(m)$  および  $\Delta a_0$  の統計的な性質について、本文 2.3.3 に述べた(1)～(3)が成立する。これを用いて(A.25)を計算すると、

$$\begin{aligned} FPE(M) &= \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M E\{\Delta a(m)\Delta a(l)\} C_{lm} \\ &\quad + E\{\Delta a_0\}^2 + \sigma^2 \\ &= \frac{M}{N}\sigma^2 + \frac{\sigma^2}{N} + \sigma^2 \end{aligned} \quad (A.28)$$

(A.28) によって FPE を評価するには  $\sigma^2$  を知らなければならない。しかし、われわれが知り得るのは次式によって表わされる量だけである。これを  $d_M$  と定義しておく。 $y(k)$  をモデル同定に用いた観測データとすれば

$$d_M \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ y(k) - \sum_{m=1}^M \hat{a}(m)y(k-m) - \hat{a}_0 \right\}^2 \quad (A.29)$$

である。これから  $\sigma^2$  を推定しよう。

以下の計算において、 $l, m, k$  に関する加算操作が多重して表われ、計算式を複雑にするので、次のような記号上の約束を用いて簡明に記す。

演算の約束：系列番号  $m, l, k$  は添字で記し、積の中に同一の添字が 2 回表われたら、その系列添字に関して和をとるものとする。 $l, m$  については 1 から  $M$  まで、 $k$  については 1 から  $N$  までの加算操作をするものとする注<sup>1)</sup>。

この演算の約束によれば、 $y(k)$  の平均値は、 $y_k I_k / N$  で表わされる。ただし  $I_k = 1$  ( $k = 1, \dots, N$ ) とする。

(A.29) の右辺 { } 内は (A.26), (A.27) を考慮して次のように書ける。

$$y_k - a_m y_{k-m} - a_0 + \Delta a_m y_{k-m} + \Delta a_0 \quad (A.30)$$

第 1 ～ 3 項は (A.22) によれば  $e_k$  に等しく、

$$e_k + \Delta a_m y_{k-m} + \Delta a_0 \quad (A.31)$$

となる。したがって  $R_M$  を計算すれば

$$\begin{aligned} e_k e_k / N + 2(\Delta a_m y_{k-m} e_k + \Delta a_0 \Delta a_m y_{k-m} I_k + \Delta a_0 e_k I_k) / N \\ + \Delta a_m \Delta a_l y_{k-m} y_{k-l} / N + \Delta a_0^2 / N \end{aligned} \quad (A.32)$$

ここで ( ) 内の  $e_k$  について

$$e_k = y_k - a_m y_{k-m} - a_0 \quad (A.33)$$

と戻すと

注 1) テンソル演算で、同様の約束を用いるが、ここではテンソルとは関係がない。

$$\begin{aligned} d_M = & \sigma^2 + \Delta a_1^2/N + \Delta a_1 \Delta a_m \phi_{lm}/N + 2(\Delta a_1 \phi_{l0} \\ & - \Delta a_1 \Delta a_m \phi_{lm} - a_0 \Delta a_m y_{k-m} I_k + \Delta a_0 \Delta a_l y_{k-l} I_k \\ & + \Delta a_0 y_k I_k - \Delta a_0 a_l y_{k-l} I_k - \Delta a_0 a_0)/N \quad (\text{A. 34}) \end{aligned}$$

ここに,  $\phi_{lm}, \phi_{l0}$  は本文(2.101), (2.102)の定義に従う.  $d_M$  の計算に表われる  $y_k$  は, モデル同定に用いられたデータであることに注意すれば, 次式が成立する.

$$\phi_{l0} = (a_m - \Delta a_m) \phi_{lm} + (a_0 - \Delta a_0) y_{k-l} I_k \quad (\text{A. 35})$$

$$y_k I_k = (a_m - \Delta a_m) y_{k-m} I_k + (a_0 - \Delta a_0) \quad (\text{A. 36})$$

(A. 35), (A. 36)を(A. 34)の第4, 8項の  $\phi_{l0}, y_k I_k$  にそれぞれ代入すると

$$d_M = \sigma^2 - (\Delta a_1^2 + \Delta a_1 \Delta a_m \phi_{lm} + 2 \Delta a_0 \Delta a_m y_{k-m} I_k)/N \quad (\text{A. 37})$$

が得られる.

ここで  $d_M$  の統計的性質を検討する.  $d_M$  の期待値をとると,  $\Delta a_m, \Delta a_0$  に関して本文 2.3.3 の(1)~(3)が成立するため

$$E\{d_M\} = \sigma^2 - \frac{\sigma^2}{M} - \frac{M}{N} \sigma^2 = \left(1 - \frac{M+1}{N}\right) \sigma^2 \quad (\text{A. 38})$$

となる. そこで,  $\sigma^2$  の推定値として

$$\hat{\sigma}^2 = \left(1 - \frac{M+1}{N}\right)^{-1} d_M \quad (\text{A. 39})$$

を採用する. これによって本文(2.151)を得る.

### 3. FPE 関数の意味するもの

FPE のもつ意味は, 導出の過程から明らかである. すなわち, 推定モデルが実現値との間にもつ誤差を,  $N, M$  をパラメータとして表わしたものである. もし  $\sigma^2$  がわかっている場合は, (A. 28)によってそのパラメータ依存がわかる. これによれば,  $N$  が大きければ大きい程 FPE は小さくなる. しかし次元数  $M$  が大きくなれば, それだけ同定すべきパラメータの数が増えるので, 誤差の程度も増大する. これは  $\sigma^2$  が確定していて, 変えようがない場合である.

ところが, もし,  $\sigma^2$  がわからないときはどうすればよいであろうか. 最も確からしい推定値を用いる以外に方法がない. この確からしい値というのは, 推定に用いた手段に依存していて, どのような  $M$  を用いたかによって影響を受ける. これが(A. 39)である. この式を用いることによって,  $M$  に対する誤差の依存の様子がわかる. (A. 39)の導入により FPE 関数は最小点をもつようになる. もし  $M$  が小さすぎると  $\sigma^2$  の推定値が大きくなって EPE も大きく見積られる.

### 付録 3. MAR 係数とインパルス応答および周波数応答との関係式の導出

#### 1. インパルス応答系列—多入力 MAR 係数の変換 (本文(2.180), (2.181)式)

インパルス応答モデルに、ノイズ項を付加したものは次のように書ける。添字に関する加算は付録 2. に述べた演算規則によるものとする。

$$y_{i,k} = h_{ij,m} u_{j,k-m} + n_{i,k} \quad (\text{A.43})$$

$n_{i,k}$  に自己回帰過程を採用して

$$y_{i,k} = h_{ij,m} u_{j,k-m} + a_{ii,l} n_{i,k-l} + e_{i,k} \quad (\text{A.44})$$

と書く。右辺に  $a_{ij,l} y_{j,k-l}$  を加減すれば次式のようになる。

$$\begin{aligned} y_{i,k} &= a_{ij,l} y_{j,k-l} + h_{ij,m} u_{j,k-m} - a_{ij,l} y_{j,k-l} \\ &\quad + a_{ii,l} n_{i,k-l} + e_{i,k} \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

ここで、右辺第 3 項の  $y_{j,k-l}$  に(A.43)で  $k$  を  $k-l$  とおいた式を代入すると

$$\begin{aligned} y_{i,k} &= a_{ij,l} y_{j,k-l} + h_{ij,m} u_{j,k-m} \\ &\quad - a_{ii,l} h_{ij,m} u_{j,k-m} + e_{i,k} \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

となる。右辺第 3 項の  $m$  をあらためて  $m-l$  とおくと

$$\begin{aligned} y_{i,k} &= a_{ij,l} y_{j,k-l} + (h_{ij,m} - a_{ii,l} h_{ij,m-l}) u_{j,k-m} \\ &\quad + e_{i,k} \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

となる。ここで

$$b_{ij,m} = h_{ij,m} - a_{ii,l} h_{ij,m-l} \quad (\text{A.48})$$

とおけば、多入力系の MAR モデル(2.67)となる。(A.48)から、 $h$  についての递次式を導いて、本文(2.180), (2.181)を得る。

#### 2. 周波数応答関数—MAR 係数の変換式 (本文(2.171)式)

本文の(2.133)および(2.134)の右辺に  $y_j$  を乗じて、その平均値をとると次のようになる。

$$\phi_{ij,l} = g_{ih,m} \phi_{hj,l-m} + N_{ij,l} \quad (\text{A.49})$$

$$N_{ij,l} = a_{ii,m} N_{ij,l-m} + \sigma^2_{ij,l} \quad (\text{A.50})$$

ここに、 $\phi_{n_i y_j}(l)$  を  $N_{ij,l}$  で記した。また  $g_{ii,m} \equiv 0$  と定義する。(A.49), (A.50)を  $l$  に関してフーリエ変換

して、

$$\Phi_{ij}(f) = G_{ih}(f) \Phi_{hj}(f) + N_{ij}(f) \quad (\text{A.51})$$

$$A_{ii}(f) N_{ij}(f) = \sigma_{ij}^2 \quad (\text{A.52})$$

ただし、 $G_{ii}(f) \equiv 0$  である。 $N_{ij}(f)$  を消去して

$$\Phi_{ij}(f) = G_{ih}(f) \Phi_{hj}(f) + \sigma_{ij}^2 / A_{ii}(f) \quad (\text{A.53})$$

とする。ここで  $\Phi_{ij}, G_{ih}, \sigma_{ij}^2 / A_{ii}$  をマトリクス表示すれば

$$\Phi(f) = G(f) \Phi(f) + \Sigma' \quad (\text{A.54})$$

となる。添字のない量はマトリクスである。 $\Sigma'$  はその  $(i, j)$  要素を  $\sigma_{ij}^2 / A_{ii}$  とするマトリクスである。 $G(f)$  について解けば次式を得る。

$$G(f) = I - \Sigma' \Phi^{-1}(f) \quad (\text{A.55})$$

関与するノイズ源が、いずれも独立の場合を仮定する。

このとき、 $\sigma_{ij}^2 = 0$  ( $i \neq j$ ) である。したがって

$$\Sigma' = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{11}^2}{A_{11}} & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots \\ \mathbf{0} & \frac{\sigma_{rr}^2}{A_{rr}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.56})$$

$G_{ii}(f) = 0$  を考慮して、(A.55)の  $(i, i)$  要素は

$$1 - \frac{\sigma_{ii}^2}{A_{ii}(f)} \Phi_{ii}^{-1} = 0 \quad (\text{A.57})$$

となる。これを、 $\sigma_{ii}^2 / A_{ii}$  について解いて、(A.56)に代入すると

$$\Sigma' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Phi_{11}^{-1}} & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots \\ \mathbf{0} & \frac{1}{\Phi_{rr}^{-1}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.58})$$

これを(A.55)に用いると

$$G_{ij}(f) = -\frac{\Phi_{ij}^{-1}(f)}{\Phi_{ii}^{-1}(f)} \quad (i \neq j) \quad (\text{A.59})$$

を得る。ここに  $\Phi_{ij}^{-1}(f)$  は  $\Phi(f)$  の逆マトリクスの  $(i, j)$  要素を表わす。

## 付録 4. ターピン流量計の構造と特性

### 1. 構 造

流量計はターピン翼、ピックアップコイル、ペアリングシャフト、整流板およびハウジングからなる。ターピン翼は出口用、入口用で、構造がやや異なる。出口は2相流を測定するためである。出口用流量計の構造は Fig. A.1 (a) に、入口用は Fig. A.1 (b) に示す。出口用の整流板はボイド計と兼用になっている。ピックアップコイルは1つの流量計に2組あり、1つは予備である。

### 2. 測定原理と過渡応答特性

流体がターピン翼の間を通過するとき、翼のねじり角度により回転が与えられる。角速度は次式で与えられる<sup>85)</sup>。

$$I \frac{d\omega}{dt} = k \{ V_w (\mu V_w - \omega) \rho_w (1-f) + V_s (\mu V_s - \omega) \rho_s f \} \quad (A.60)$$

ここに、 $I$  はロータの慣性モーメント、 $\omega$  は回転角速度、 $V_w, V_s$  はそれぞれ水および蒸気の流速、 $\rho_w, \rho_s$  はそれぞれ水および蒸気の密度、 $f$  はボイド体積率、 $k$  は翼の枚数、長さ、ねじり角度に依存する定数である。 $\mu$  は翼のねじり角度  $\theta$ 、中心軸から翼の外周方向への距離  $r$  から定まる値で

$$\mu = \frac{\tan \theta}{r} \quad (A.61)$$

である。 $r$  の値にかかわらず  $\mu = \text{const.}$  となるように設計されている。

流れが定常の場合は

$$\omega = \mu \frac{V_w^2 \rho_w (1-f) + V_s^2 \rho_s f}{V_w \rho_w (1-f) + V_s \rho_s f} \quad (A.62)$$

となる。この式によれば、ターピン流量計は2相混合流体において、それぞれの速度に、質量流束で重みをつけて平均した流速を測定している。

過渡応答特性は、流量ゆらぎの観測データの解析において重要なものであるため詳述する。流量計が計測して

いる流体の速度は、(A.62)右辺に表わされているような平均値であることから

$$\bar{V} = \frac{V_w^2 \rho_w (1-f) + V_s^2 \rho_s f}{V_w \rho_w (1-f) + V_s \rho_s f} \quad (A.63)$$

で平均流速を定義する。これを用いて(A.60)を書きかえると

$$I \frac{d\omega}{dt} = k \rho \bar{V} (\mu \bar{V} - \omega) \quad (A.64)$$

となる。ここに

$$\rho \bar{V} = V_w \rho_w (1-f) + V_s \rho_s f \quad (A.65)$$

$\bar{V}$  に関して線形化するため、定常値まわりの微少変動分を考えて

$$\bar{V} = \bar{V}^* + \delta \bar{V} \quad (A.66)$$

$$\omega = \omega^* + \delta \omega \quad (A.67)$$

$$\rho \bar{V} = \rho \bar{V}^* + \delta \rho \bar{V} \quad (A.68)$$

とし、2次の微少量を無視すれば、

$$I \frac{d\delta\omega}{dt} = k \rho \bar{V}^* (\mu \delta \bar{V} - \delta \omega) + k (\mu \bar{V}^* - \omega^*) \delta \rho \bar{V} \quad (A.69)$$

ラプラス変換して  $\delta \omega(s)$  の応答を求める

$$\delta \omega(s) = \frac{k \rho \bar{V}^* \mu}{Is - k \rho \bar{V}^*} \delta \bar{V}(s) + \frac{k (\mu \bar{V}^* - \omega^*)}{Is - k \rho \bar{V}^*} \delta \rho \bar{V}(s) \quad (A.70)$$

ここで  $\omega^*$  として(A.62)を用いれば、右辺第2項はゼロであることがわかる。

$$G(s) = \frac{\delta \omega(s)}{\delta \bar{V}(s)} = \frac{\mu}{1 + (I/k \rho \bar{V}^*) s} \quad (A.71)$$

伝達関数は時定数  $I/k \rho \bar{V}^*$  をもつ。

単相流の場合には  $\bar{V} \rightarrow V$ 、 $\rho \bar{V}^* \rightarrow \rho V^*$  とすればよい。1つのチャンネルの中では、 $f$  の値にかかわらず  $\rho \bar{V}^*$  は一定である。

炉外実験装置で時定数測定が行われており、その結果は TABLE 3.2 に示されている。このときの測定方法は、一定の流れの中でターピンをブロックしておき、一気にブロックを解き、出力信号のオシログラフを写真によって観測したものである。

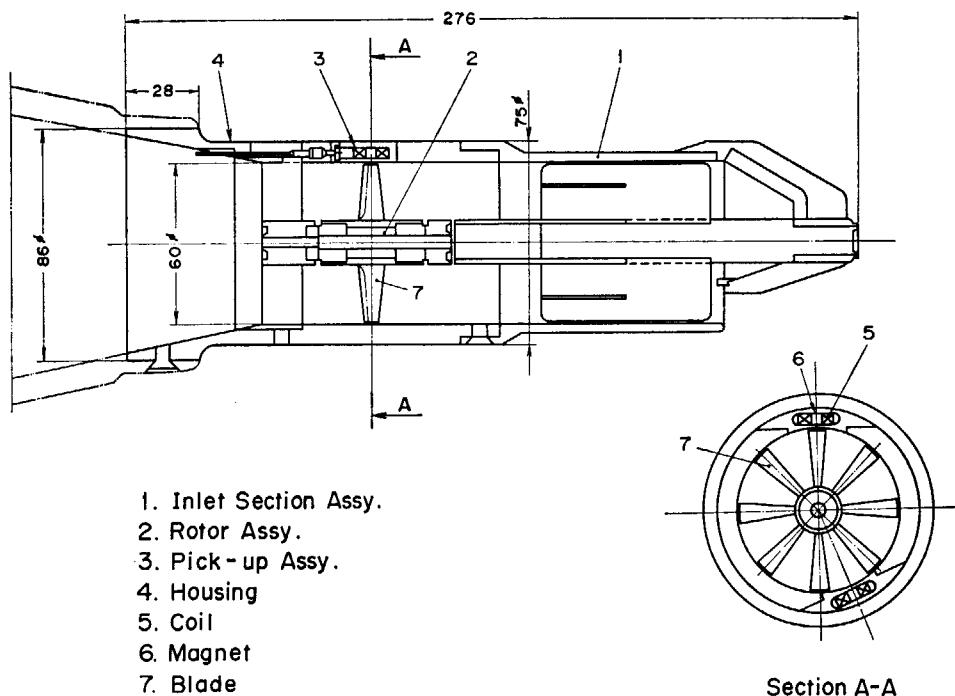
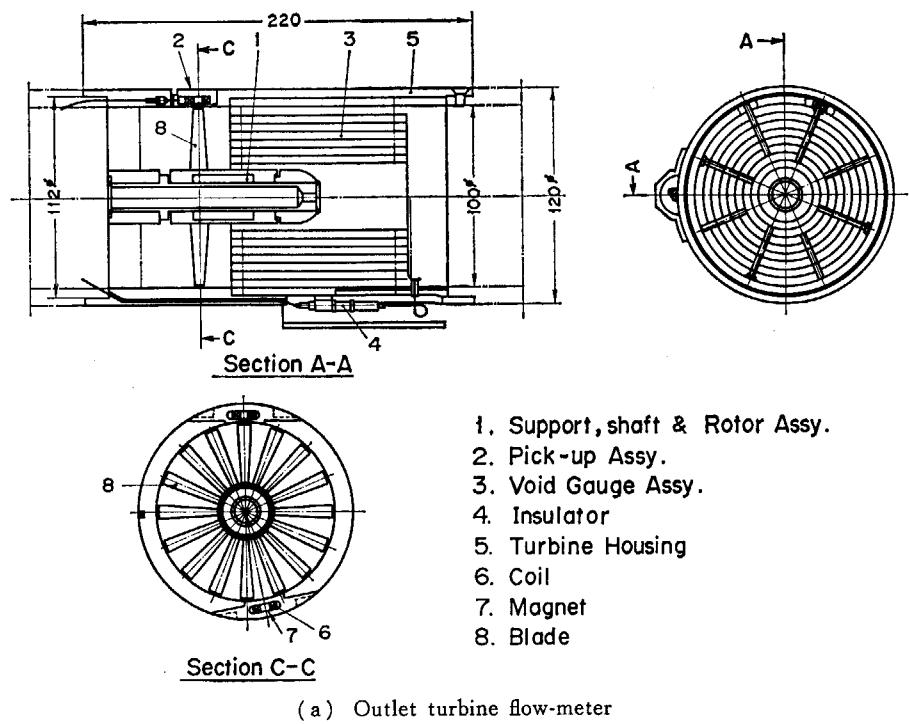


Fig. A.1 Outlet and inlet turbine flow-meters mounted in the JPDR-II IFA

## 付録 5. 同定された MAR 係数の例

本文中における解析で用いられた、MAR モデルの係数の事例を示しておく。また、ノイズ項  $e_i(k)$  の分散マトリクス  $d_M$  も示す。

### 1. 5変数系(中性子密度, チャンネル入口流量, 圧力, 燃料温度<sup>注1)</sup>, 炉心入口冷却材温度<sup>注1)</sup>) MAR モデル

このモデルは 4.2, 5.3 の各節に用いられたものである。観測データは Fig. 4.4 に示した。このモデルの次数評価を行った FPE 関数は Fig. 4.5、ノイズ項の分散マトリクス推定値  $d_M$  は Table A.1 に、すでに掲げた。MAR 係数マトリクス A を TABLE A.1 に示す。

### 2. 4変数系(燃料温度<sup>注1)</sup>, 中性子密度, 飽和水温度<sup>注1)</sup>, チャンネル入口流量) MAR モデル

このモデルは 4.5, 5.3 の各節に用いられたものであ

TABLE A.1 Coefficient matrix A(m) for AR (4,5) model

A (1)

1	.1825E+01	-.5951E-01	.4619E+01	.2441E-01	.6521E+00
2	.2640E-02	.1509E+01	-.1892E+00	.1966E-01	-.2158E-01
3	.9962E-03	.8663E-02	.4813E+00	-.1949E-02	.1745E-02
4	-.6598E-01	-.1481E+00	-.6775E+00	.4441E+00	-.6971E+00
5	-.2438E-02	.4159E-02	-.3618E-01	-.1913E-01	.9897E+00

A (2)

1	-.1266E+01	.7609E-01	-.3011E+01	.3130E-01	-.7417E+00
2	-.2177E-02	-.6497E+00	.1267E+00	-.2496E-01	.6893E-02
3	-.8830E-03	-.2199E-01	.2317E+00	.6372E-03	-.4656E-02
4	.5171E-02	.1065E+00	-.5745E+00	.2461E+00	.9552E+00
5	.1978E-02	.3339E-02	.6801E-02	.1144E-01	.7492E-02

A (3)

1	.3348E+00	.1525E+00	-.1546E+01	-.1684E-01	.9896E-01
2	-.2291E-02	.1223E+00	-.7905E-01	.8032E-02	.5507E-01
3	.1159E-04	.1650E-01	.1469E+00	.6030E-03	-.3009E-02
4	.4401E-01	.1418E+00	.9912E+00	.1819E+00	-.4049E+00
5	-.6563E-03	.5509E-01	.8177E-01	.1064E-02	-.5260E-02

A (4)

1	.1652E-01	-.2951E+00	-.1194E+00	-.2700E-01	.1366E+00
2	.2311E-02	-.5449E-01	.1010E+00	-.2332E-02	-.2364E-01
3	.8599E-03	-.1615E-02	.1175E+00	.7684E-03	.6828E-02
4	-.7646E-01	-.1555E+00	.5370E-01	.1048E+00	.9316E-01
5	-.1201E-02	-.5919E-01	-.6165E-01	.5853E-02	-.5519E-01

1: Neutron density, 2: Coolant flow, inlet, 3: Pressure, 4: Fuel temperature, 5: Coolant temperature, inlet

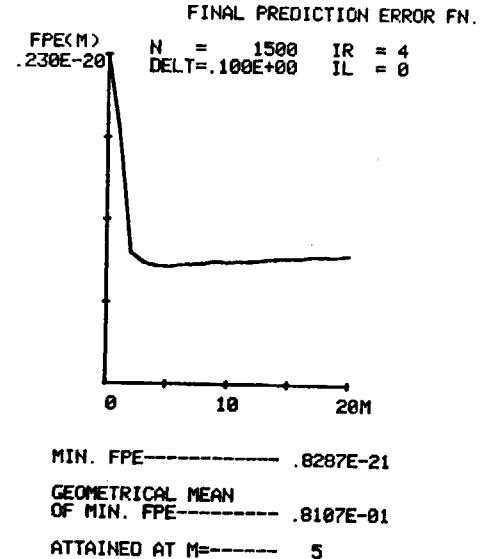


Fig. A.2 FPE function for evaluating MAR model of 4-variable system

注 1) 観測データにおいて正負逆符号で採取されたことから、温度信号はいずれも -1 をかけて解釈しなければならない。

る。同定に用いた観測データは Fig. 4.36, Fig. 4.14(入口流量のみ)に示されている。モデル次数評価を行った FPE 関数は Fig. A. 2 に示す。MAR 係数は TABLE A. 2

TABLE A.2 Coefficient matrix A(m) for AR (5, 4) model

A (1)				
1	.4769 E +00	.1173 E -02	-.1183 E +01	.3100 E -02
2	.8306 E -02	.1011 E +01	.1727 E +00	-.1614 E -01
4	-.1047 E -01	-.2290 E -02	.5965 E +00	.2835 E -01
5	.1467 E -01	.1137 E -02	.1174 E +00	.1513 E +01

A (2)				
1	.2636 E +00	-.4830 E -01	.7663 E -01	-.6841 E -01
2	.4071 E -01	-.7081 E -01	-.5613 E +00	.2240 E +00
3	.2552 E -02	.5858 E -03	.1236 E +00	-.6175 E -01
4	-.1995 E -01	.5015 E -02	-.1110 E +00	-.6644 E +00

A (3)				
1	.1338 E +00	-.6558 E -01	.3578 E +00	.3298 E +00
2	-.1253 E -01	-.1617 E +00	-.6125 E -01	-.3971 E +00
3	.5274 E -02	-.3482 E -02	.1172 E +00	.7093 E -01
4	.6698 E -02	-.9455 E -02	.4300 E -01	.1508 E +00

A (4)				
1	.1177 E +00	.7196 E -02	-.7379 E +00	-.4821 E +00
2	.7053 E -02	.3255 E -01	.4794 E -01	.1739 E +00
3	.5177 E -02	.3462 E -02	-.1565 E +01	-.4611 E -01
4	-.6258 E -02	.9336 E -02	.2660 E -01	-.9394 E -01

A (5)				
1	-.3507 E -01	-.9486 E -01	.1504 E +01	.2380 E +00
2	-.4656 E -01	.7521 E -01	.3375 E +00	-.1411 E -01
3	-.3769 E -02	-.3508 E -02	.1328 E +00	.1253 E -01
4	.6383 E -02	-.3167 E -02	-.4149 E -01	.2335 E -01

TABLE A.3 Estimated 2nd moment and normalized covariance of noise source for AR (5, 4) model  
\*ESTIMATED NOISE 2-ND MOMENT\*\*\*

1	.7463 E -04			
2	.3029 E -05	.3084 E -04		
3	.3127 E -05	.1169 E -06	.3996 E -06	
4	-.2007 E -06	-.4258 E -07	-.2872 E -08	.1204 E -05

## \*\*\*NORMALIZED NOISE COVARIANCE

1	.1000 E +01			
2	.6313 E -01	.1000 E +01		
3	.5725 E +00	.3329 E -01	.1000 E +01	
4	-.2117 E -01	-.6988 E -02	-.4140 E -02	.1000 E +01

1: Fuel temperature, 2: Neutron density, 3: Coolant temperature, saturated, 4: Channel inlet coolant flow

## 付録6. 三井田-須田モデルによる伝達関数の表と記号

## 1. はじめに

本文に用いた理論モデル（三井田・須田モデル）の概要と、伝達関数を記す。使用されている記号およびパラメータ数値も、同時に示す。

三井田 - 須田モデル<sup>70)</sup>は自然循環型 BWR について作られた、線形動特性モデルである。ここでは、強制循環型に適用するため、炉心流量はポンプ水頭によって与えられるとし、自然循環水頭に関する部分を省略した。ただし、本実験で存在が明らかになった圧力ゆらぎから炉心流量ゆらぎへの伝達関数については、復活させて 5.6 に用いている。

このモデルの特徴は、

- (1) チャンネル軸方向に沿った熱流束を均一と仮定する.
  - (2) 蒸気泡と水のスリップ比を 1 と仮定する.
  - (3) チャンネル熱水力動特性パラメータの炉心半径方向依存は無視する.

これらの仮定は、非現実的なものであるが、しかしこのために、モデルが理論的に、かつ解析的に成立している。各部の伝達関数のパラメータ（ゲイン、時定数）が、理論計算によって与えられる。したがって、伝達関数

数の形がどのような物理事象と結びついているか、明確である。一方、実測データを用いたり、繰返し計算など、数値計算によって得た解を用いている動特性モデルでは、同定結果と比較して、物理事象との対応を論ずるときに不便な点が多い。このため、上記のような仮定にもかかわらず、三井田-須田モデルを用いた。

Fig. A.3 にこのモデルの主要なブロック構成を示す。

## 2. 圧力からポンプ流量への伝達関数のパラメータ

この伝達関数のパラメータは、複雑な計算式をもつので、本文中に示さなかった。ここに、その計算式を示しておこう。

$$K_V' = (y_2 - 1) \left( 1 + \mu \frac{\tau_{23} g}{y_2 V_0^*} + \frac{[FPD]'}{\rho_w V_0^* / A_{co}} \right) \quad (A.72)$$

$$K_p' = \alpha_{01} + \alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{34} + \alpha_{45} \quad (\text{A.73})$$

$$\xi = \frac{1}{K_p} (\xi'_{12} + \xi'_{23} + \xi'_{34}) \quad (\text{A.74})$$

$$T_V = \frac{1}{K_V}, \{ \tau_{01} + \tau_{12} + \mu^2(\tau_{23} + \tau_{34}) + \mu d^2 \tau_{45} + \tau_{50} \} \quad (\text{A.75})$$

ここに  $a_{01} \sim a_{45}$ ,  $\xi_{12}' \sim \xi_{34}'$  は定数である。その計算式は

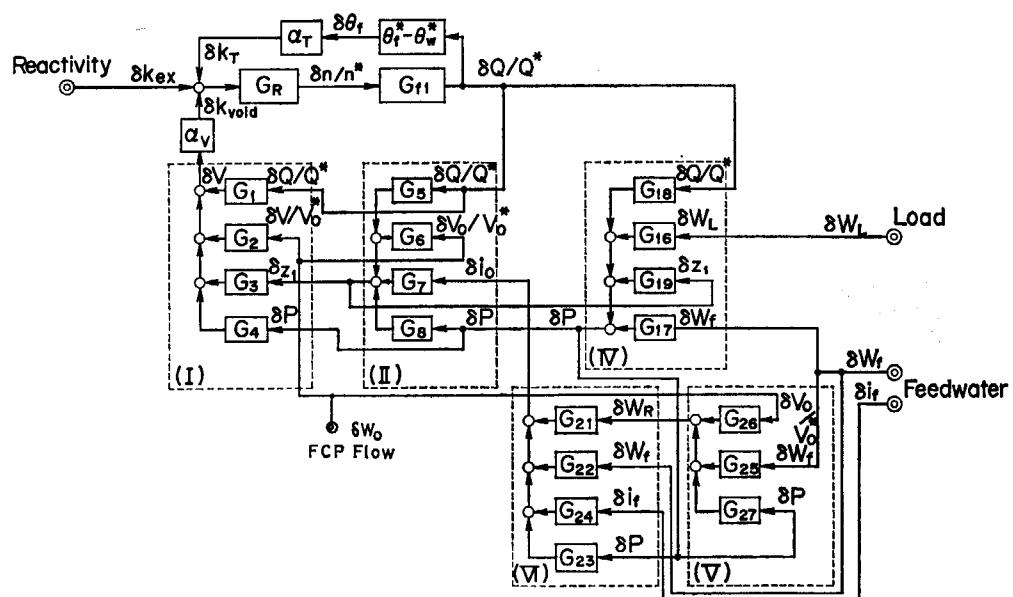


Fig. A.3 Transfer functions of BWR represented by Miida and Suda (Ref. 70)

- (I) Core Void Transfer Function
  - (II) Boiling Boundary Transfer Function
  - (III) Vessel Pressure Transfer Function
  - (IV) Recirculation Flow Transfer Function
  - (V) Inlet Water Enthalpy Transfer Function

次の通りである。

$$\alpha_{01} = D' \tau_{01} \frac{g}{V_0^*} \quad (\text{A.76})$$

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= (y_2 - 1)(A' - C') + D' - \frac{\tau_e g}{V_0^*} \frac{v_w}{v_s} \\ &\quad \left\{ (D' - C')(y_2 - 1) - \left( \frac{v_s + v_w}{v_w} D' - C' \right) \frac{\tau_{12}}{\tau_e} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.77})$$

$$\alpha_{23} = \mu \frac{\tau_{23} g}{y_2 V_0^*} \{(A' - C') - y_2(A' - C' - D')\} \quad (\text{A.78})$$

$$\begin{aligned} \alpha_{34} &= \mu \left[ \left( \frac{g \tau_r}{y_2 V_0^*} - 2\mu \right) (A' - C')(y_2 - 1) + \mu^2 k v_w y_2^2 \right. \\ &\quad \left. + \mu(y_2 - 1) \left[ \frac{v_w}{v_s} y_2 (C' - D') + A' - C' \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{A.79})$$

$$\alpha_{45} = -\mu_d D' \frac{\tau_{45} g}{V_0^*} \quad (\text{A.80})$$

$$\xi_{12} = (A' - C')(y_2 - 1 - \ln y_2) \tau_e^2 - \frac{E}{2} \tau_{12}^2 \quad (\text{A.81})$$

$$\begin{aligned} \xi_{23} &= \mu^2 \tau_{23} \left[ (A' - C')(y_2 - 1) \tau_e - E \tau_{12} + \frac{\tau_{23}}{2} \right. \\ &\quad \left. \{(A' - C')(y_2 - 1) + B' - D'\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

$$\xi_{34} = \mu^2 \tau_{34} [(A' - C') \{(y_2 - 1) \tau_e + y_2 \tau_{23}\}]$$

$$-(\tau_{12} + \tau_{23}) E] \quad (\text{A.83})$$

これらの数値は、JPDR-II, 45 MWth, 炉心流量 95.9%, 炉圧力 61.5 kg/cm<sup>2</sup>g のとき、次の数値をとる。

$$\alpha_{01} = 0.00242 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$\alpha_{12} = 0.0144 \text{ "}$$

$$\alpha_{23} = -0.00628 \text{ "}$$

$$\alpha_{34} = -0.000413 \text{ "}$$

$$\alpha_{45} = -0.0236 \text{ "}$$

$$\xi_{12}' = 0.00825 \text{ cm}^2\text{s}/\text{kg}$$

$$\xi_{23}' = 0.0170 \text{ "}$$

$$\xi_{34}' = 0.0152 \text{ "}$$

### 3. 伝達関数表

TABLE A. 4 に伝達関数を示す。数値は、JPDR-II, 45 MWth, 炉心流量 95.9%, 炉圧力 61.5 kg/cm<sup>2</sup>g のときの値である。

### 4. 記号表

三井田須田モデルの伝達関数およびブロック図に用いられている記号を TABLE A. 5

TABLE A. 4 Transfer functions

Symbol	Output Input	Transfer function	Numerical value
$G_R$	$\frac{\delta n/n^*}{\delta k/\beta}$	$1/s \left( \frac{l}{\beta} + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i/\beta}{s+\lambda_i} \right)$	(see $\beta_i$ , $\beta$ , $l$ , $\lambda_i$ in Nomenclature)
$G_f$	$\frac{\delta Q/Q^*}{\delta n/n^*}$	$\frac{1}{1+\tau_f s}$	$\frac{1}{1+5.37s}$
$G_1$	$\frac{\delta \bar{V}}{\delta Q/Q^*}$	$\left( \frac{v_s}{\Delta v} \frac{\tau_{12} V_0^* A_{co}}{\tau_e s - 1} \right) \left( Y - \frac{1-e^{-\tau_{12}s}}{\tau_{12}s} \right)$	$\frac{5.42 \times 10^5}{s-1} \left( 0.805 - \frac{1-e^{-0.453s}}{0.453s} \right)$
$G_2$	$\frac{\delta \bar{V}}{\delta \bar{V}_0/V_0^*}$	$= -G_1$	$= -G_1$
$G_3$	$\frac{\delta \bar{V}}{\delta z_1}$	$\left( \frac{v_s A_{co}}{\Delta v y_2} \right) \frac{1+y_2 e^{-\tau_{12}s}}{\tau_e s - 1}$	$3.99 \times 10^3 \frac{-1+1.57e^{-0.453s}}{s-1}$
$G_4$	$\frac{\delta \bar{V}}{\delta p}$	$\begin{aligned} \frac{v_s}{\Delta v} \tau_{12} V_0^* A_{co} &\left[ D' + (A' - C') Y - \frac{E}{y_2} + (A' \right. \\ &\left. - C' - D') \frac{1-y_2 e^{-\tau_{12}s}}{\tau_{12}s} + \frac{1}{\tau_e s - 1} \right. \\ &\times \left( F \frac{1-y_2 e^{-\tau_{12}s}}{y_2 \ln y_2} - \frac{E}{y_2} \right) \\ &+ \frac{E}{(\tau_e s - 1)^2} \frac{1-y_2 e^{-\tau_{12}s}}{y_2 \ln y_2} \left. \right] \end{aligned}$	$5.42 \times 10^5 \left[ 5.44 \times 10^{-2} + 1.16 \right. \\ \times 10^{-2} \frac{1-1.57e^{-0.453s}}{0.453s} + \frac{1}{s-1} \\ \left. \left( \frac{1-1.57e^{-0.453s}}{-7.7} + 0.0407 \right) \right. \\ \left. - \frac{0.0639}{(s-1)^2} \frac{1-1.57e^{-0.453s}}{0.708} \right]$
$G_5$	$\frac{\delta z_1}{\delta Q/Q^*}$	$-(z_1 - z_0) \frac{1-e^{-\tau_{01}s}}{\tau_{01}s}$	$-37.3 \frac{1-e^{-0.195s}}{0.195s}$
$G_6$	$\frac{\delta z_1}{\delta \bar{V}_0/V_0^*}$	$= G_5$	$= G_5$
$G_7$	$\frac{\delta z_1}{\delta i_0}$	$-(z_1 - z_0) \frac{\rho_w}{\tau_{01} Q^*} e^{-\tau_{01}s}$	$-11.8 e^{-0.195s}$
$G_8$	$\frac{\delta z_1}{\delta p}$	$(z_1 - z_0) \left( \frac{\tau_e}{\tau_{01}} B' - \frac{D}{v_w} \frac{1-e^{-\tau_{01}s}}{\tau_{01}} \right)$	$15.4 - 0.0898 \frac{1-e^{-0.195s}}{0.195s}$

(continued)

Symbol	$\frac{\text{Output}}{\text{Input}}$	Transfer function	Nemrical value
$G_{16}$	$\frac{\delta p}{\delta W_L}$	$-v_w \frac{1}{A_{pr}s + B_{pr}}$	$\frac{-5.29}{196s - 0.457}$
$G_{17}$	$\frac{\delta p}{\delta W_F}$	$v_w \frac{1}{A_{pr}s + B_{pr}}$	$\frac{0.221}{196s - 0.457}$
$G_{18}$	$\frac{\delta p}{\delta Q/Q^*}$	$V_0^*(y_2 - 1) \frac{1}{A_{pr}s + B_{pr}}$	$\frac{109}{196s - 0.457}$
$G_{19}$	$\frac{\delta p}{\delta z_1}$	$-\frac{1}{\tau_e} \frac{1}{A_{pr}s + B_{pr}}$	$\frac{-1}{196s - 0.457}$
$G_{21}$	$\frac{\delta i_0}{\delta W_R}$	$\frac{W_F^*}{W_0^{*2}} (i_w - i_f) \frac{e^{-\tau ds}}{1 + \tau_m s}$	$4.52 \times 10^{-3} \frac{e^{-8.1s}}{1 + 3.34s}$
$G_{22}$	$\frac{\delta i_0}{\delta W_R}$	$-\frac{i_w - i_f}{W_0^*} \frac{e^{-\tau ds}}{1 + \tau_m s} \left( = \frac{\delta T_0}{\delta W_F} \frac{\partial i_0}{\partial T_0} \right)$	$-0.198 \frac{e^{-8.1s}}{1 + 3.34s}$
$G_{23}$	$\frac{\delta i_0}{\delta p}$	$\frac{W_R^*}{W_0^*} B e^{-\tau ds} + \frac{\bar{V}_{tbu}}{W_0^* J} s$	$1.28 e^{-8.1s} + 0.314s$
$G_{26}$	$\frac{\delta W_R}{\delta V_0/V_0^*}$	$\frac{V_0^*}{v_w}$	865
$G_p/G_V$	$\frac{\delta V_0}{\delta p}$	$\frac{V_0^* K_p'}{K_V'} \left( 1 + \frac{\xi}{T_V} s \right)$	$-0.307(1 - 11.1s)$

TABLE A.5 Nomenclature

Symbol	Description	Numerical value	Unit
$A_{co}$	flow area of core	6,000	$\text{cm}^2$
$A'$	$= (\partial \Delta i / \partial p) / \Delta i$	-0.0042	$\text{cm}^2/\text{kg}$
$A_{pr}$	defined in Eq. (4.71)	196.0	"
$A_r$	flow area of riser	12,700	$\text{cm}^2$
$A_d$	flow area of downcomer	13,500	"
$B$	$= \partial i_w / \partial p$	1.31	$\frac{\text{kcal}}{(\text{kg})} / \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
$B'$	$= B \Delta v / (\Delta i v_w)$	0.0804	$\text{cm}^2/\text{kg}$
$B_{pr}$	defined in Eq. (4.72)	-0.457	$\text{cm}^3/(\text{kg} \cdot \text{s})$
$C'$	$= (\partial \Delta v / \partial p) / \Delta v$	-0.0182	$\text{cm}^2/\text{kg}$
$D$	$= \partial v_w / \partial p$	$5.32 \times 10^{-4}$	$\frac{\text{cm}}{(\text{kg})} / \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
$D'$	$= D / v_w$	$2.41 \times 10^{-3}$	$\text{cm}^2/\text{kg}$
$E$	$= A' - B' - C' + D'$	-0.0639	"
$F$	$= -A' - B' + C' + D'$	-0.0920	"
$g$	acceleration of gravity	980	$\text{cm}/\text{s}^2$
$h$	reflector height above riser	80	$\text{cm}$
$i_0$	inlet water enthalpy	288	$\text{kcal}/(\text{kg})$
$i_f$	feedwater enthalpy	121	"
$\Delta i$	$= i_f - i_w$	373	"
$i_s$	saturated steam enthalpy	665	"
$i_w$	saturated water enthalpy	292	"
$J$	mechanical equivalent of heat	$4.27 \times 10^4$	$\text{kg} \cdot \text{cm}/\text{kcal}$
$\delta k$	reactivity change	(-)	(-)
$K_p'$	defined in Eq. (A. 73)	-0.0134	$\text{cm}^2/\text{kg}$
$K_V'$	defined in Eq. (A. 72)	8.35	(-)
$l$	average neutron life time	$4.16 \times 10^{-5}$	s
$M_s$	saturated steam mass in vessel (excluding core and riser)	$3.34 \times 10^2$	(kg)
$M_w$	saturated water mass in vessel (excluding core and riser)	$3.01 \times 10^3$	(kg)
$n$	neutron density	$\text{cm}^{-3}$	$\text{kg}/\text{cm}^3$
$p$	pressure		$\text{kcal}/\text{s} \cdot \text{cm}^2$
$Q$	heat flux per unit length	$Q^* = 73.3$	$\text{kg}/\text{cm}^2$
$T_f$	fuel average temperature		$^\circ\text{C}$
$T_v$	defined in Eq. (A. 75)	0.270	s
$\delta \bar{V}$	void volume change in core		$\text{cm}^3$
$V_0$	inlet water velocity	$V_0^* = 191$	$\text{cm}/\text{s}$

Symbol	Description	Numerical value	Unit
$\bar{V}_{sat}$	saturated steam and water volume in vessel (excluding core and riser)	$1.46 \times 10^7$	cm <sup>3</sup>
$\bar{V}_{sub}$	subcooled water volume in vessel (excluding core and riser)	$1.16 \times 10^7$	"
$v_s$	$=1/\rho_s$	5.29	cm/(kg)
$v_w$	$=1/\rho_w$	0.221	"
$\Delta v$	$=v_s - v_w$	5.07	"
$W_0$	water flow at core inlet	$W_0^*=866$	(kg)/s
$W_F$	feedwater flow	$W_F^*=19.8$	"
$W_R$	recirculation flow	$W_R^*=846$	(kg)/s
$W_L$	steam flow to load	$W_L^*=19.8$	"
$Y$	$=\left(1-\frac{1}{y_2}\right)/\ln y_2$	0.805	(-)
$y_2$	$=\left(V_0^* + \frac{z_2-z_1}{\tau_e}\right)/V_0^*$	1.57	"
$z$	position in axial direction		cm
$z_{LP}$	equivalent flow length in lower plenum and pipe	80	"
$\alpha_T$	temperature coefficient of reactivity	$-1.30 \times 10^{-5}$	°C <sup>-1</sup>
$\alpha_v$	void coefficient of reactivity	$-2.54 \times 10^{-7}$	cm <sup>-3</sup>
$\beta$	$=\gamma \sum_{i=1}^6 \beta_i$	$7.57 \times 10^{-3}$	(-)
$\beta_i$	delayed neutron fraction of i-th group	0.000215, 0.001424, 0.001274, 0.002568, 0.000748, 0.000273	"
$\gamma$		1.17	(-)
$\lambda_i$	delayed neutron decay constant of i-th group	0.0124, 0.0305, 0.111 0.301, 1.14, 3.01	s <sup>-1</sup> "
$\mu$	$=A_{co}/A_r$	0.472	(-)
$\mu_d$	$=A_{co}/A_d$	0.444	"
$\xi$	defined in Eq. (A. 74)	-3.01	s <sup>2</sup>
$\rho_s$	density per unit length of saturated steam	0.189	(kg)/cm
$\rho_{sub}'$	density of subcooled water	$7.62 \times 10^{-4}$	(kg)/cm <sup>3</sup>
$\rho_w$	density per unit length of saturated water	4.53	(kg)/cm
$\tau_{01}$	$=(z_1-z_0)/V_0^*$	0.195	s
$\tau_{12}$	$=\tau_e \ln y_2$ : void transit time in boiling region	0.453	"
$\tau_{23}$	$=(z_3-z_2)/(\mu V_2^*)$	0.968	"
$\tau_{34}$	$=h/(\mu V_2^*)$	0.564	"
$\tau_{45}$	$=(z_3-z_0+h)/(\mu_d V_0^*)$	4.29	"
$\tau_{50}$	$=z_{LP}/V_0^*$	0.419	"
$\tau_d$	transit time from feedwater sparger to core inlet	8.1	"
$\tau_e$	$=\Delta t(Q^* \Delta V)$ : steam rising time	1.00	"
$\tau_f$	fuel time constant	5.37	"
$\tau_m$	mixing time constant	3.34	"
Subscript			
0	: core inlet		
1	: boiling boundary		
2	: top of core		
3	: top of riser		
Superscript			
*	: steady state value		