

軽水減速型原子炉の核的設計

1962年3月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

軽水減速型原子炉の核的設計

要 旨

軽水減速冷却型原子炉の核的設計計算は、この炉の燃料格子間隔がせまいことと、水素原子を含む減速材のためその取扱がかなりむづかしい。ここでは熱外中性子による分裂を考慮に入れた3群理論および4群理論が扱われ、酸化ウラン燃料炉の4因子、増倍係数、フェルミ年令、およびバックリングなどの結果が示され、さらに制御棒の効果、ならびに長期反応度変化が述べられている。

昭和33年3月

弘 田 実 弥	高 橋 博
黒 柳 利 之	桂 木 学
井 上 和 彦	

Nuclear Calculation for Light Water Moderated Reactor

ABSTRACT

Nuclear calculation methods are prepared for light water moderated and cooled power reactor. These are rather difficult because of compactness of these lattice and hydrogenous moderator. Three group theory and four group theory were adopted in this paper, having taken the effect of epithermal fission into consideration. Some results such as four factor, multiplication factor, FERMI-age and buckling of UO_2 fueled reactor, including effectiveness of control rods and long term reactivity change are also shown.

March, 1958

JITSUYA HIROTA	HIROSHI TAKAHASHI
TOSHIYUKI KUROYANAGI	SATORU KATSURAGI
KAZUHIKO INOUE	

目 次

第 I 章 序 論	1
第 II 章 軽水炉における 4 因子	1
§ II-1 高速分裂因子 ϵ	1
§ II-2 熱中性子束の微細構造	5
§ II-3 共鳴吸収を逃れる確率 P	9
§ II-4 実効中性子放出数 η	13
第 III 章 無限増倍係数およびバックリング	13
§ III-1 無限増倍係数 k_{∞} ; バックリング B^2	13
第 IV 章 減速面積	21
§ IV-1 減速面積	21
第 V 章 3 群理論および熱外中性子核分裂	25
§ V-1 3 群理論	25
§ V-2 熱外中性子核分裂 (4 群理論)	25
§ V-3 3 群理論に使用する常数	35
第 VI 章 制御棒による反応度変化	36
§ VI-1 制御棒による反応度変化	36
第 VII 章 反応度の長期変化	40
§ VII-1 同位元素の生成	40
§ VII-2 反応度の長期変化	41
第 VIII 章 あとがき	44
文 献	44

CONTENTS

Chap. I Introduction	1
Chap. II Four Factor in Light Water Moderated Reactor	1
§ II-1 Fast Fission Factor ϵ	1
§ II-2 Fine-Structure of Thermal Neutron Flux	5
§ II-3 Resonance Escape Probability P	9
§ II-4 η	13
Chap. III Infinite Multiplication Factor and Buckling	13
§ III-1 Infinite Multiplication Factor and Buckling	13
Chap. IV Slowing Down Area	21
§ IV-1 Slowing down Area	21
Chap. V Three Group Theory and Fission of Epithermal Neutron	25
§ V-1 Three Group Theory	25
§ V-2 Fission of Epithermal Neutron (Four Group Theory)	25
§ V-3 Constants Used in Three Group Theory	35
Chap. VI Effectiveness of Control Rods	36
§ VI-1 Effectiveness of Control Rods	36
Chap. VII Long Term Reactivity Change	40
§ VII-1 Higher Isotope Build Up	40
§ VII-2 Long Term Reactivity Change	41
Chap. VIII Conclusion	44
Reference	44

第 I 章 序 論

現在動力炉として種々の型のものが開発されつつある。軽水減速非均質炉はその中で有望なものの一つとして考えられるが、黒鉛炉、重水炉に比べると別の複雑な問題がある。核的には格子間隔の狭さに起因する理論的計算の困難さがある。まず、ここでは実際の軽水炉の諸元の検討の基礎とするため設計計算に関する理論的問題点について述べこれらの諸元を用いての軽水炉の核的特性について検討をする。

軽水の減速材としての性質を考えると、減速能力はもっともすぐれているが、その半面、重水や黒鉛などに比べて、吸収断面積が大きいので減速比の点で劣っている。軽水は重水や黒鉛などの場合に比べて拡散距離および減速距離が著しく小さいので、燃料と減速材の体積が近い値になる。したがって軽水炉では燃料棒の間隔が狭い構造になる。このように軽水不均質炉においては無限の体系に対する倍率 k_{∞} を作る 4 因子公式

$$k_{\infty} = \eta \epsilon p f \quad (I.1)$$

の因子を計算するために黒鉛炉などに比べて取扱がかなり複雑になる。密な構造のために高速中性子分裂が著しく大きくなって、連鎖反応において重要な役割をする。これは一般に相互作用高速分裂効果と呼ばれる。また表面共鳴捕獲が隣接する燃料棒の遮蔽効果のために減少させられる。熱中性子利用率の計算のための、格子セル内の中性子分布も簡単な拡散理論では不十分であって、輸送方程式を正確に取扱わなければならない。実際にこれらの因子を計算するためには高速度の計算機械を必要とする。

原子炉計算に使用される理論の有効性は、理論と実際との一致という点からだけでなく、必要な精度およびその結果を求めるに要する時間と労力の多少という点からも判断されなければならない。ここでは酸化ウラン軽水格子の定数を計算するための理論をこのよう

な観点から述べる事にする。

さらに後節においては以上の 4 因子を用いて実際の炉に近い系を考えた。

§ II-1 から § II-4 までは 4 因子のそれぞれの因子について記述し、§ III-1 においてはこれら 4 因子を総合して無限増倍係数 k_{∞} 、およびバックリング B^2 を § IV-1 の減速面積を用いて計算し、このパラメーターを多くとったいわゆるパラメーター・スタディーより、炉の核的特性すなわちポイド係数と濃縮度、減速材対燃料体積比の関係を述べている。§ IV-1 においては軽水減速の場合とくに重要になる減速面積（フェルミ年令） τ の理論およびその計算結果を示している。§ V-1 においては軽水炉の場合には熱外領域の中性子が他の型の炉に比較して大きくなるため、この領域での分裂などを考慮しなければならなくなる。このためエネルギーを 3 群にわけた 3 群理論を展開している。§ V-2 においては、さらに 4 群理論によって、共鳴を逃れる確率 P の入り方をすっきりした形にして熱外中性子核分裂の効果を検討した。以上の節まではパラメーター・スタディーを計算においておこなっている。§ V-3 においては、3 群理論に使用する常数の計算法を述べ、一つの代表的な炉についてこれらの常数を計算している。全部についてパラメーター・スタディーをするのは非常な労力を必要とし、熱的問題とも組合せなければあまり意味もないので、この節以後においては一応沸騰水型原子炉を目標として、40 MW 熱出力程度の酸化ウラン燃料の濃縮度 2.2%，減速材体積対燃料体積比 (V_{H_2O}/V_{UO_2}) 2 を対象として計算をおこなった。§ VII-1 においては制御棒による反応度変化について述べている。§ VII-1 においては反応度の長期変化につき、熱外中性子を考慮した場合の理論を述べ、考慮しなかった場合も計算して両者の比較を行った。

第 II 章 軽水炉における 4 因子

§ II-1 高速分裂因子 ϵ

高速分裂因子とは熱中性子による分裂で生まれた 1

個の中性子の核分裂が ^{235}U の核分裂しきい値以下に減速されるまでに何個になるかを示す量である。濃縮

度が小さい燃料においては、この効果に対する ^{235}U からの寄与は小さい。軽水炉のように格子間隔のせまい場合にはこれまで用いられてきた方法¹⁾²⁾を用いることができない。 ϵ の値は核分裂当りの中性子の数 ν と捕獲断面積 σ_c 、分裂断面積 σ_f の比のエネルギー変化および非弾性衝突の断面積の値によってかなり変る。さらに酸化ウランのように酸素を含む物質ではその共鳴領域での断面積の変化にも依存する。KOURS らの実験^{4)~6)}では、濃縮度があまり高くない場合には ϵ を ^{235}U の分裂に対する ^{238}U の分裂比 F から求めた。 ϵ は次式で与えられている。

$$\epsilon - 1 = F \frac{\bar{\nu}_{238} - 1 - \bar{\alpha}_{238}}{\nu_{25}} \quad (\text{II.1})$$

ここで $\bar{\nu}_{238}$, $\bar{\alpha}_{238}$ はそれぞれ ν_{238} , α_{238} の平均で KOURS の実験では $\bar{\alpha}_{238} = 0.107$, $\nu_{238} = \nu_{25} = 2.5$ が用いられた。これらの値を用いると

$$\epsilon - 1 = 0.557F \quad (\text{II.2})$$

となる。WEINBERG¹⁾ らの方法によると 1.02 以上の値は期待できない。この近似法では燃料中での衝突の確率を孤立した燃料要素中での衝突の確率³⁾として求められている。その結果減速材に関する量が全く入っていない。 $\epsilon - 1$ に寄与する中性子は分裂スペクトルにわたって分布しているのであるがこれらを一括して 1 個の中性子と考えた。このためにこの 1 個の中性子の断面積としては荷重平均値¹⁾が用いられる。しかし軽水炉のように密な格子では、減速材中を通して再び燃料棒に入ってくる中性子の数はかなり多い。したがって隣の燃料棒による影響を含めて衝突確率を求めなければならない。さらにキセ金などの影響をも考慮する必要がある。体積比が小さい場合に酸素があると酸素の共鳴断面積の変化が、衝突確率に大きな影響を与える。このような場合には平均中性子の概念は悪い。上述の WEINBERG などの示している計算法で、0.6 in 直径の棒に対する値を TABLE 1 に示す。

TABLE 1

V_M/V_U	experimental value	calculated value
1	1.105 ± 0.002	1.080
2	1.061 ± 0.001	1.055
3	1.047 ± 0.001	1.043
4	1.043 ± 0.001	1.037

円柱の場合には近接効果を含めた衝突確率の計算は非常に複雑であるので、板状として計算する。体積比と燃料の表面積対体積が等しいものについては板と円柱でほとんど変わらないことが示されている⁷⁾⁸⁾。一様な中性子分布に対する衝突確率 P_0 は

$$P_0 = 1 - \int_1^{\infty} \frac{(1 - e^{-b_0 t})(1 - e^{-b_M t})}{(1 - e^{-b_0 t - b_M t})} \cdot \frac{dt}{b_0 t^3} \quad (\text{II.3})$$

となる。ここで b_M は減速材とキセ金の厚さを平均自由行路を単位として測った値の和である。また b_0 は燃料棒についてのものである。

熱中性子分裂においてエネルギー E を持って生れた中性子はしきい値以下に落ちるまでに $[\epsilon(E) - 1]$ 個の中性子を連れてくる。ところが衝突を行うと中性子の空間分布が変るために燃料中での衝突の確率が変わる。弾性衝突の後にエネルギー E をもつ中性子は $[\epsilon'(E) - 1]$ 個の中性子を連れてくる。熱中性子分裂で生れた中性子の燃料中での衝突確率を $P_{00}(E)$ とし、衝突を行った後の中性子の空間分布は一様であるとしてこの時の衝突確率を $P_0(E)$ とする。中性子が衝突によってエネルギー E から E' に弾性散乱される確率を $P_e(E, E')$ 、酸素によるものを $P_{Ox}(E, E')$ 、さらに分裂の確率を $P_f(E)$ 、捕獲される確率を $P_c(E)$ とすると、 $\epsilon(E)$, $\epsilon'(E)$ に対してそれぞれ次式が成立つ。

$$\begin{aligned} \epsilon(E) = & P_{00}(E) P_f(E) \nu_{238}(E) \int_0^{\infty} \epsilon'(E') N(E') dE' \\ & + P_{00}(E) \int_{\alpha_U E}^E P_e(E, E') \epsilon'(E') dE' + P_{00}(E) \\ & \times \int_{\alpha_{Ox} E}^E P_{Ox}(E, E') \epsilon'(E') dE' + P_{00}(E) P_i(E) \\ & + 1 - P_{00}(E) \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

$$\begin{aligned} \epsilon'(E) = & P_0(E) P_f(E) \nu_{238}(E) \int_0^{\infty} \epsilon'(E') N(E') dE' \\ & + P_0(E) \int_{\alpha_U E}^E P_e(E, E') \epsilon'(E') dE' + P_0(E) \cdot \\ & \times \int_{\alpha_{Ox} E}^E P_{Ox}(E, E') \epsilon'(E') dE' + P_0(E) P_i(E) \\ & + 1 - P_0(E) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

ただし、 $N(E)$ は中性子の分裂スペクトルである。弾性散乱によってはエネルギーの減少はないと仮定すると、 ϵ は

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{1}{1 - \int_0^{\infty} \frac{P_0 P_f \nu_{238} N}{1 - P_0(P_e + P_{Ox})} dE} \\ & \times \left[\left\{ 1 - \int_0^{\infty} \frac{P_0(P_f + P_c) N}{1 - P_0(P_e + P_{Ox})} dE \right\} \right. \\ & \times \int_0^{\infty} \frac{P_{00} P_f \nu_{238} N dE}{1 - P_0(P_e + P_{Ox})} \\ & \left. + \left\{ 1 - \int_0^{\infty} \frac{P_{00}(P_f + P_c) N}{1 - P_0(P_e + P_{Ox})} dE \right\} \right. \\ & \left. \times \left[1 - \int_0^{\infty} \frac{P_0 P_f \nu_{238} N dE}{1 - P_0(P_e + P_{Ox})} \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

で与えられる。一方分裂数の比 F に対しても似た関係が成立ち

$$F = \frac{\nu_{25}}{1 - \int_0^{\infty} \frac{P_0 P_f \nu_{25} N}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} dE} \times \left[\int_0^{\infty} \frac{P_{00} P_f N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} - \int_0^{\infty} \frac{P_{00} P_f N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} \right. \\ \times \int_0^{\infty} \frac{P_0 P_f \nu_{25} N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} + \int_0^{\infty} \frac{P_{00} P_f \nu_{25} N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} \\ \left. \times \int_0^{\infty} \frac{P_0 P_f N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})} \right] \quad (I.7)$$

となる。これらの求め方については後に述べる。 ϵ, F に対しては、なだれの影響は P_{00} を通じて入ってくるが、 P_{00}, P_0 の求め方から見ればわかるが P_{00} を P_0 で近似してもほとんど問題にする程にならない。

そこで $P_{00} = P_0$ と置くと

$$\epsilon - 1 = F \cdot \frac{\bar{\nu}_{25} - 1 - \bar{\alpha}}{\nu_{25}} \quad (I.8)$$

となる。 $\bar{\nu}_{25}, \bar{\alpha}$ は ν_{25}, α をそれぞれ $\frac{P_0 P_f N dE}{1 - P_0(P_e + P_{OX})}$ で平均したものである。

散乱されてさらに一たん減速材中へ出て再び燃料要素へもどってくる中性子の影響を考えてみよう。軽水炉における中性子の衝突確率を P_1 とする。減速材から再び燃料棒に入ってきた中性子の分布を一様と仮定すると減速材中でエネルギー E の中性子がしきい値以下に落ちるまでに連れてくる中性子の数は $[\epsilon_1(E) - 1]$ 個となる。

水素との弾性衝突および酸素とのそれをそれぞれ P_H, P_{IOX} とすると

$$\epsilon(E) = P_{00}(E) P_f(E) \nu_{25} \bar{\epsilon}' + P_{00}(E) P_e(E) \epsilon'(E) \\ + P_{00}(E) P_{OX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \int_0^E \epsilon'(E') dE' \\ + P_{00}(E) P_i(E) + \{1 - P_{00}(E)\} P_H(E) \frac{1}{E} \\ \times \int_{\alpha E}^E \epsilon_1(E') dE' + \{1 - P_{00}(E)\} P_{IOX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \\ \times \int_0^E \epsilon_1(E') dE' \quad (I.9)$$

$$\epsilon'(E) = P_0(E) P_f(E) \nu_{25} \bar{\epsilon}' + P_0(E) P_e(E) \epsilon'(E) \\ + P_0(E) P_{OX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \int_{\alpha E}^E \epsilon'(E') dE' \\ + P_0(E) P_i(E) + \{1 - P_0(E)\} P_H(E) \frac{1}{E} \int_0^E \epsilon_1(E') dE' \\ + \{1 - P_0(E)\} P_{IOX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \int_{\alpha E}^E \epsilon_1(E') dE' \quad (I.10)$$

$$\epsilon_1(E) = P_1(E) P_H(E) \frac{1}{E} \int_0^E \epsilon_1(E') dE' \\ + P_1(E) P_{IOX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \int_{\alpha E}^E \epsilon_1(E') dE' \\ - \{1 - P_1(E)\} \{P_e(E) \epsilon'(E) + P_f(E) \nu_{25} \bar{\epsilon}' + P_i(E)\} \\ + \{1 - P_1(E)\} P_{OX}(E) \frac{1}{E(1-\alpha)} \int_{\alpha E}^E \epsilon'(E') dE' \quad (I.11)$$

の関係が成立つ。これをとくと

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{1 - \int \frac{(P_0 + P_{M0}) P_f \nu_{25} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})}} \\ \left[\int \frac{(P_0 + P_{M0}) P_i + P_{M0}}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} N dE \right. \\ \times \left. \int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_f \nu_{25} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right. \\ \left. + \int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_i + (P_e + P_{OX})(P_{H0} - P_{H00}) + P_{H00} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right. \\ \left. - \int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_i + (P_e + P_{OX})(P_{H0} - P_{H00}) + P_{H00} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right. \\ \left. \times \int \frac{(P_0 + P_{M0}) P_f \nu_{25} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right] \quad (I.12)$$

となる。

F についても同様にして求めると次のようになる。

$$F = \frac{\nu_{25}}{1 - \int \frac{(P_0 + P_{M0}) P_f \nu_{25} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})}} \\ \times \left[\int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_f N dE}{1 - (P_0 + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right. \\ - \int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_f N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \\ \times \int \frac{(P_0 + P_{M0}) P_f \nu_{25}}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} N dE \\ \left. + \int \frac{(P_{00} + P_{M00}) P_f \nu_{25} N dE}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} \right. \\ \left. \times \int \frac{(P_{00} + P_{M0}) P_f}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} N dE \right] \quad (I.13)$$

$$P_{M0} = \frac{(1 - P_{00})(1 - P_1)}{1 - P_1 P_{IOX}} P_{IOX}, \quad P_{H0} = \frac{P_1 P_H (1 - P_0)}{1 - P_1 P_{IOX}}$$

で P_{M00}, P_{H00} は P_0 を P_{00} に置換えたものである。(I.8) で用いたと同様の仮定を用いて、結局

$$\epsilon - 1 = F \frac{\nu_{25}^* - 1 - \alpha^*}{\nu_{25}} \quad (I.14)$$

となる。ここで ν_{25}^*, α^* は ν_{25}, α をそれぞれ荷重

$$\frac{(P_0 + P_{M0}) P_f N}{1 - (P_e + P_{OX})(P_0 + P_{M0})} dE$$

でとった平均値である。

以上 ϵ の近似法について述べたが、ここでは実際の計算を行ってみよう。その結果体積比が小さくないときには、割合満足すべき結果がえられることがわかっ

た。以下では計算結果について述べたのち、今後の指針について述べることにする。

(I.3) 式により求めた P_0 の値を b_0 , b_M を変数として TABLE 2 に示す。直径 0.65 in の酸化ウラン棒に対する P_0 の値はその体積比を変数として Fig.1 に、 P_1 の値を Fig.2 に示した。また直径 0.60 in の金

属ウラン棒に対する P_0 , P_1 の値は Fig.3 に示してある。(I.8) 式により求めた酸化ウランに対する相互作用速分裂効果を TABLE 3 に示す。0.60 in の金属ウランに対する値を共に示した。最後に (I.14) 式を用いて求めた酸化ウランに対する ϵ の値を相互作用速分裂効果との差 $d\epsilon$ とともに TABLE 4 に示した。

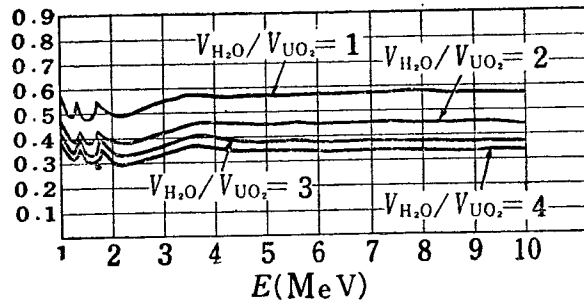


Fig.1 P_0 for UO_2 (diameter 0.65'')

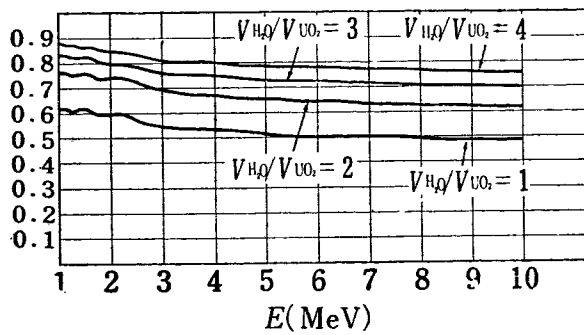


Fig.2 P_1 for UO_2 (diameter 0.65'')

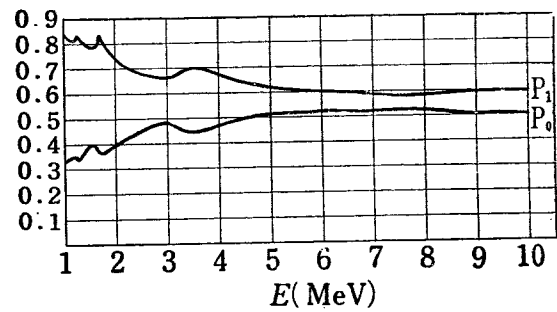


Fig.3 P_0 and P_1 for metallic uranium (diameter 0.60'')

TABLE 2 First flight collision probability P_0 for slab type cell

$b_0 \backslash b_M$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	.5205	.6856	.7670	.8152	.8471	.8698	.8867	.8997	.9101	.9189
0.2	.3713	.5466	.6393	.7038	.7492	.7829	.8088	.8293	.8456	.8597
0.3	.3009	.4589	.5599	.6300	.6797	.7209	.7519	.7766	.7976	.8149
0.4	.2609	.4076	.5067	.5808	.6326	.6750	.7088	.7369	.7601	.7798
0.5	.2357	.3731	.4661	.5407	.5979	.6393	.6759	.7055	.7305	.7518
0.6	.2187	.3486	.4418	.5125	.5671	.6134	.6502	.6811	.7072	.7297
0.7	.2066	.3397	.4212	.4904	.5462	.5919	.6289	.6606	.6876	.7109
0.8	.1978	.3172	.4043	.4783	.5289	.5747	.6121	.6442	.6718	.6957
0.9	.1911	.3052	.3928	.4603	.5150	.5608	.5983	.6308	.6588	.6831
1.0	.1891	.2986	.3829	.4494	.5037	.5494	.5870	.6196	.6479	.6726
1.1	.1873	.2921	.3749	.4406	.4944	.5400	.5776	.6104	.6388	.6638
1.2	.1841	.2868	.3684	.4334	.4868	.5322	.5697	.6039	.6312	.6563
1.3	.1815	.2826	.3631	.4274	.4804	.5257	.5631	.5960	.6247	.6500
1.4	.1794	.2790	.3586	.4244	.4771	.5220	.5576	.5905	.6192	.6446
1.5	.1776	.2761	.3550	.4212	.4740	.5185	.5528	.5857	.6146	.6400
1.6	.1762	.2737	.3519	.4177	.4706	.5140	.5488	.5817	.6105	.6360
1.7	.1750	.2716	.3493	.4147	.4676	.5100	.5444	.5782	.6071	.6326
1.8	.1740	.2699	.3471	.4117	.4646	.5060	.5400	.5732	.6021	.6276
1.9	.1731	.2685	.3452	.4093	.4625	.5030	.5370	.5700	.5989	.6244
2.0	.1724	.2672	.3436	.4082	.4615	.5020	.5360	.5690	.5979	.6234

TABLE 3 ϵ (cladding material thickness 0.02 in)

$\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	D			
	.35''UO ₂	.50''UO ₂	.65''UO ₂	.60''MU
1	1.0274	1.0301	1.0320	1.059
1.6	1.0209	1.0232	1.0247	
1.8	1.0196	1.0217	1.0232	
2	1.0184	1.0204	1.0219	1.042
2.4	1.0166	1.0185	1.0199	
3	1.0146	1.0164	1.0179	1.034
3.2	1.0141	1.0159	1.0174	
4	1.0125	1.0142	1.0158	1.030

TABLE 4 ϵ (cladding material thickness 0.02 in)

$\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	D			
	.35''UO ₂	.50''UO ₂	.65''UO ₂	$\Delta'\epsilon$
1	1.0350	1.0379	1.0399	0.0077
1.6	1.0269	1.0293	1.0308	0.0060
1.8	1.0252	1.0274	1.0289	0.0057
2	1.0237	1.0258	1.0272	0.0053
2.4	1.0212	1.0232	1.0246	0.0047
3	1.0186	1.0204	1.0219	0.0040
3.2	1.0179	1.0197	1.0212	0.0038
4	1.0157	1.0175	1.0190	0.0032

我々の計算した範囲では $\Delta'\epsilon$ の値は直径にはほとんど関係しないで体積比のみに依存する。この点はさらに検討の必要がある。

図から明かなように酸化ウラン系と金属ウラン系では酸化ウラン系の方が P の変化は小さい。

同じ程度の太さの金属ウラン棒と酸化ウラン棒を比べると、同じ体積比では P_0 は金属ウランの方が大きく、また P_1 の値は金属ウランの方が小さい。この事情は酸化ウラン棒は金属ウラン棒よりも稀釈されているために、全断面積が金属ウランよりも小さく結果においては体積比が約 2 倍位大きいのと同等の効果を示すことに起因する。この事情とウランの量が少いことが相重なって、酸化ウラン系では相互作用分裂効果は金属ウラン系に比べて約半分位小さく現われている。また金属ウランに比べて稀釈されていることのために減速材からもどった中性子の影響も小さいと考えられる。

これまでの近似法では水素による散乱でエネルギーの減少する過程を正しく扱っていないしまた酸素によるものも正しく考慮していない。これらの影響を考慮した場合の補正がどんな形で入ってくるのか、またその場合測定される F の値と ϵ の間の関係がどうなるのかは興味のある問題であるが簡単に扱えない。しか

しこれらの影響を考慮しても正しい ϵ の値は、表の値から高々 0.5% 程度上昇するに過ぎないと考えられる。これらの問題は今後検討の必要がある。

つぎに P_0, P_1 の値は前述したように板にして、空間分布を無視したが、これは正しく求めて見る必要がある。

§ II-2 熱中性子束の微細構造

天然ウラン-黒鉛あるいは天然ウラン-重水格子に於ては、熱中性子の分布は、燃料棒内の減少を修正することによって、簡単な拡散理論を用いて十分正確にあらわされる。黒鉛減速材の場合には fudge factor として黒鉛の吸収断面積がえられ、見かけ上増加した値が採用される²⁾。ところが軽水格子の場合にはやや事情が異なる。それは、水素が減速材として存在するために、簡単な拡散理論による取扱が不十分だからである¹⁾。さらに水とウランの体積比の変化による中性子温度の変動があることが考えられ、問題はより複雑になる⁵⁾⁹⁾。

ここでは熱中性子束を求めるために、1 組近似の BOLTZMANN の輸送方程式を考えることにする。輸送方程式を解くいろいろな方法があるが、これらの中で最も便利なのは球函数展開の方法であろう^{10)~13)}。この方法の特長は、中性子の角分布を球函数で展開し、これを適当な次数まで残して解くことである。すなわち、微積分方程式を微分方程式の組で置換えて解くことになる。なお、拡散理論はこの展開の第 2 項までを残した近値に他ならない。1 組近似の BOLTZMANN の輸送方程式は

$$\begin{aligned} \vec{r} \cdot \vec{\Omega} \frac{\partial \phi(\vec{r}, \vec{\Omega})}{\partial r} + N \sigma_t \omega(\vec{r}, \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ = Q(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \int N \sigma_s(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') d\Omega' \end{aligned} \quad (I.15)$$

となる。ここで、 ϕ は \vec{r} の位置で $\vec{\Omega}$ の方向に動く中性子束を表わし、 σ_t および $\sigma_s(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ はそれぞれ全断面積および $\vec{\Omega}'$ から $\vec{\Omega}$ への散乱断面積である。 N は単位体積中の標的核の数を示し、 Q は中性子の源を表わす。

低エネルギーの中性子の原子核による散乱は、重心系ではほとんど S 波の散乱だけが起ると考えてよい。したがって、標的核が中性子に比べて十分重いときは、実験室系においても散乱の角分布は等方とみなすことができる。ところが標的核が軽い場合には実験室系における散乱の非等方性を考慮しなければならない。

一様な媒質中では、 $\sigma_s(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ は $\vec{\Omega}'$ と $\vec{\Omega}$ の間の角 α のみの函数であって

$$\sigma_s(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \sigma_s(\cos \alpha) \quad (I.16)$$

と書くことができる。これを球函数で次のように展開する。

$$\sigma_s(\cos \alpha) = \sigma_s (4\pi)^{-1} \left\{ 1 + \sum_{l=1} a_l Y_{l,0}(\alpha) \right\} \quad (\text{I.17})$$

通常は、簡単のためにこの展開の定数項のみを残して、散乱断面積を輸送断面積に規格化し直す輸送近似が用いられる。ここでは、格子の単位セルを無限に長い等価円柱セルで置きかえて中性子束の分布を示す座標として Fig. 4 のような座標系をえらぶ。円柱の軸から考えている点までの距離を r 、 $\vec{\Omega}$ と軸との間の角を θ 、

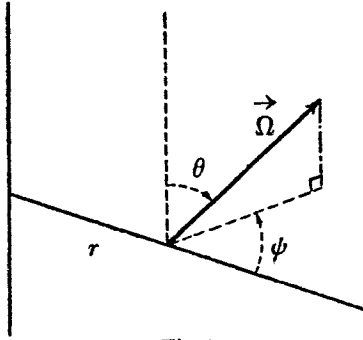


Fig. 4

軸に直角な平面に対する $\vec{\Omega}$ の射影と \vec{r} とのなす角を ϕ とする。

このように座標系をえらぶと、(I.15) 式は次のように書きかえられる。

$$\begin{aligned} & \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial \Phi(r, \theta, \varphi)}{\partial r} - \frac{\sin \theta \sin \varphi}{r} \frac{\partial \Phi(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi} \\ & + N_{\sigma t} \Phi(r, \theta, \varphi) = \frac{Q(r)}{4\pi} \\ & + \frac{N_{\sigma s}}{4\pi} \left\{ \Phi(r, \theta, \varphi) \left[1 + \sum_l \sum_{m=-l}^l a_l \left(\frac{4\pi}{2l+1} \right)^{\frac{1}{2}} \right. \right. \\ & \left. \left. \times Y_{l,m}^*(\theta, \varphi) Y_{l,m}(\theta, \varphi) \right] r dr d(\cos \theta) d\varphi \right\} \quad (\text{I.18}) \end{aligned}$$

ただし

$$Y_{l,m}^*(\theta, \varphi) = (-1)^m Y_{l,-m}(\theta, \varphi) \quad (\text{I.19})$$

である。中性子束の角分布を球函数で展開するわけであるが、円柱座標系の対称性のために、 $l+m$ = 偶数をみたす項だけがあらわれる。そこで中性子束は

$$\begin{aligned} \Phi(r, \theta, \varphi) &= \sum_{l=0}^{\infty} \left[\phi_{l,0}(r) Y_{l,0}(\theta) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=1}^l \phi_{l,m}(r) \{ Y_{l,m}(\theta, \varphi) + Y_{l,m}^*(\theta, \varphi) \} \right] \quad (\text{I.20}) \end{aligned}$$

と書ける。ただし $l+m$ = 偶数である。

(I.18)、(I.20) 式からモーメント $\phi_{l,m}(r)$ について次のような関係を得る。

$$\frac{1 + (\sqrt{2}-1)\delta_{m,1}}{2} \sqrt{\frac{(l-m+2)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\frac{d}{dr} - \frac{m-1}{r} \right) \phi_{l+1,m-1}(r) \\ & - \frac{1 + (\sqrt{2}-1)\delta_{m,1}}{2} \sqrt{\frac{(l+m-1)(l+m)}{(2l-1)(2l+1)}} \\ & \times \left(\frac{d}{dr} - \frac{m-1}{r} \right) \phi_{l-1,m-1}(r) \\ & + \frac{1 + (\sqrt{2}-1)\delta_{m,0}}{2} \sqrt{\frac{(l-m-1)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}} \\ & \times \left(\frac{d}{dr} + \frac{m+1}{r} \right) \phi_{l-1,m+1}(r) \\ & - \frac{1 + (\sqrt{2}-1)\delta_{m,0}}{2} \sqrt{\frac{(l+m+2)(l+m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} \\ & \times \left(\frac{d}{dr} + \frac{m+1}{r} \right) \phi_{l+1,m+1}(r) \\ & + N_{\sigma t} \phi_{l,m}(r) = (4\pi)^{-1/2} Q(r) \delta_{l,0} + N_{\sigma s} \phi_{0,0}(r) \delta_{l,0} \\ & + N_{\sigma s} (4\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{l'=1}^l \sum_{m'=-l'}^{l'} (2l'+1)^{-1/2} \\ & \times a_{l'} \phi_{l',m'}(r) \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \quad (\text{I.21}) \end{aligned}$$

なお、ここでは中性子源は減速材内で一様と仮定した。中性子束の球函数による展開を $l=1$ までとれば、いわゆる拡散理論となるわけであるが、ここでは $l=3$ まで考える。この場合は、必要なモーメントは ϕ_{00} , ϕ_{11} , ϕ_{20} , ϕ_{22} , ϕ_{31} , ϕ_{33} の 6 個になる。これらは修正された BESSEL 函数 $I_m(\kappa_i r)$, $K_m(\kappa_i r)$ の 1 次結合であらわされて

$$\begin{aligned} \phi_{l,m}(r) &= \sum_{i=1}^3 \alpha_{l,m}(\kappa_i) \{ A_i I_m(\kappa_i r) \\ & + (-1)^m B_i K_m(\kappa_i r) \} + \frac{Q}{\sqrt{4\pi N_{\sigma t}}} \delta_{l,0} \quad (\text{I.22}) \end{aligned}$$

となる。 κ_i は媒質の核物理的性質によって定められる量であって、輸送近似では次の式の正根で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{9}{245(N_{\sigma t})^4} \kappa^6 - \left(\frac{14}{35(N_{\sigma t})^2} + \frac{11N_{\sigma a}}{49(N_{\sigma t})^3} \right) \kappa^4 \\ & + \left(1 + 2 \frac{\sigma_a}{\sigma_t} \right) \kappa^2 - 3N^2 \sigma_a \sigma = 0 \quad (\text{I.23}) \end{aligned}$$

(I.22) 式中の A_i および B_i の 6 個の任意定数は物理的な境界条件から定められる。2 種類の異った媒質の境界においては、各モーメントは連続である。また、中性子束は有限でなければならないから、燃料棒の内部では

$$B_i = 0 \quad (\text{I.24})$$

となる。なお等価セルの境界においては中性子は完全反射をするという条件を課すればよい。これは次のように表現される。

$$\Phi(R, \theta, \varphi) = \Phi(R, \pi - \theta, \varphi + \pi) \quad (\text{I.25})$$

ただし R は等価セルの半径である。

ここでは、セルを燃料とキセ金と減速材の三つの領域に分けることにしよう。簡単のために、キセ金内で

は中性子束は一定とする。このようにすると、境界条件で定められるべき任意定数は9個となり、9行9列の行列方程式を解くことになる。 A_i, B_i が求めれば、燃料棒、キセ金及び減速材内の中性子束 $\phi_F(r), \phi_C(r), \phi_M(r)$ はそれぞれ次のように書くことができる。

$$\phi_F(r) = A_1 I_0(\kappa_1 r) + A_2 I_0(\kappa_2 r) \quad (I.26)$$

$$\phi_C(r) = \phi_C \quad (I.27)$$

$$\phi_M(r) = \bar{A}_1 I_0(\bar{\kappa}_1 r) + \bar{A}_2 I_0(\bar{\kappa}_2 r) + \bar{B}_1 K_0(\bar{\kappa}_1 r) + \bar{B}_2 K_0(\bar{\kappa}_2 r) + \frac{Q}{\sqrt{4\pi N_M \sigma_{tM}}} \quad (I.28)$$

したがって、熱中性子利用率 f は

$$f = \frac{f_F}{f_F + f_C + f_M} = \frac{f_F}{f_0} \quad (I.29)$$

となる。ここで

$$f_A = 2\pi N_A \sigma_{aA} \int_0^R \phi_A(r) r dr \quad (I.30)$$

である。

軽水格子において拡散面積 L^2 は各領域内の拡散面積の荷重平均で与えられる。荷重平均因子としては、各領域の中性子に対する吸収率を用いればよい。故に L^2 は

$$L^2 = \frac{f_F}{f_0} L_F^2 + \frac{f_C}{f_0} L_C^2 + \frac{f_M}{f_0} L_M^2 \quad (I.31)$$

で与えられる。

熱中性子束の微細構造を球函数展開法によって求める方法は、比較的大きな直径の燃料棒で体積比が小さくないときは、ほぼ満足すべき結果が得られる。ところが、実際の加圧水型炉に用いられるような細い燃料棒で体積比が小さいときは注意しなければならない。以下では、金属ウラン軽水格子について計算を行い、実験との比較および酸化ウランの場合について計算した結果を示す。なお細い密接した格子における球函数展開法の近似の収斂性を調べるための予備的な計算が行われた。重水または黒鉛格子などでは、散乱の角分布が実際には等方でないわけであるが、しばしば輸送近似が用いられている。軽水格子についてももう少し輸送理論を正しく扱うために、(I.17)式の初めの2項を残すことにしよう。 κ_i を与える式は(I.23)の代りに次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{9}{245(N\sigma_t)^4} \kappa^6 - \left(\frac{14}{35(N\sigma_t)^2} + \frac{4N\sigma_a}{35(N\sigma_t)^3} \right. \\ & \left. + \frac{27N^2\sigma_a\sigma'}{245(N\sigma_t)^4} \kappa^4 + \left(1 + \frac{4\sigma_a}{5\sigma_t} + \frac{6\sigma_a\sigma'}{5\sigma_t^2} \right) \kappa^2 \right. \\ & \left. - 3N^2\sigma_a\sigma' = 0 \right. \quad (I.25') \end{aligned}$$

ここで

$$\sigma' = \sigma_t - \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \frac{a_2}{3} \sigma_s$$

である。(I.23')式の3個の正根の中の1つは $\sqrt{7}N\sigma_t$ となり、これらの κ_i に対して(I.22)式の $\alpha_{lm}(\kappa_i)$ は次のようになる。

$$\kappa_i \neq \sqrt{7}N\sigma_t \text{ の場合} \\ \alpha_{00}(\kappa_i) = 1 \quad (I.32)$$

$$\alpha_{11}(\kappa_i) = \sqrt{3} \frac{a}{\nu} \quad (I.33)$$

$$\alpha_{20}(\kappa_i) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \alpha_{20} = \frac{\sqrt{5}}{4} \frac{\nu^2 - 3ab}{\nu^2} \quad (I.34)$$

$$\alpha_{31} = -\sqrt{\frac{3}{5}} \alpha_{33} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{6}} \frac{(5+4a)\nu^2 - 15ab}{\nu^3} \quad (I.35)$$

$\kappa_i = \sqrt{7}N\sigma_t$ の場合

$$\alpha_{00} = \alpha_{11} = 0 \quad (I.36)$$

$$\alpha_{20} = 1 \quad (I.37)$$

$$\alpha_{22} = 1/\sqrt{3} \quad (I.38)$$

$$\alpha_{31} = \sqrt{5/6} \quad (I.39)$$

$$\alpha_{33} = 1/\sqrt{2} \quad (I.40)$$

ただし $\nu_i = \kappa_i / N\sigma_t$

$$a = \sigma_a / \sigma_t, \quad b = \sigma' / \sigma_t$$

である。なお $\sigma_a / \sigma_t \ll 1$ の場合には、 κ_i の数値の最も小さい根 κ_1 に対しては、次の近似が用いられる。

$$\nu_1 = \sqrt{3ab} \left[1 - \frac{2}{5}a - \frac{54b-42}{175}a^2 \right] \quad (I.41)$$

$$\alpha_{00}(\kappa_1) = 1 \quad (I.42)$$

$$\alpha_{11}(\kappa_1) = \sqrt{\frac{a}{b}} \left[1 + \frac{2}{5}a \right] \quad (I.43)$$

$$\alpha_{20}(\kappa_1) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \alpha_{20} = -\frac{a}{\sqrt{5}} \left[1 + \frac{27}{35}ab \right] \quad (I.44)$$

$$\alpha_{31} = -\sqrt{\frac{3}{5}} \alpha_{33} = \frac{9}{35} \sqrt{\frac{7}{2}} a \sqrt{ab} \quad (I.45)$$

まず金属ウランの場合について計算を行う。重水あるいは黒鉛減速材の場合には、transient項のあるものが境界からはなれた所で省略できるので、適当な近似計算をすることができるが、軽水の場合には格子間隔がせまいので、このような近似を行うことが一般にはできない。

吸収のない媒質内においては、高速領域から減速された中性子の速度分布は最後にはMAXWELL分布を持つようになる。ところが吸収のある媒質内ではこの速度分布のhardeningが起る。1組近似の計算においては、この場合の分布は正しい分布の平均中性子速度を与えるMAXWELL分布を持つものと仮定して実効中性子温度を定義する。Koutsらの実験は、この実効中性子温度が減速材温度より相当高いことを示している。この傾向は燃料棒と減速材の体積比が小さくなる程大

きい。計算に用いられた各断面値の値は TABLE 5 の通りである。

体積比が4の場合の結果を Fig. 5 に示す。この場合の実効中性子温度は大体 0.03 eV に相当する。ここでは前にも述べたように、キセ金内の中性子束は一定と仮定して計算を行ったが燃料棒内の理論値と実験値の一致は満足すべきものである。減速材内においては、キセ金内の中性子束の変化を考慮すれば TABLE 6 の数値を用いた場合にも一致はさらに良好になると思われる。

TABLE 5

	fuel U(Metal) (1.027%)	moderator H ₂ O
Σ_a	0.4307	0.02
Σ_t	0.7930	5.01
Σ'		1.93

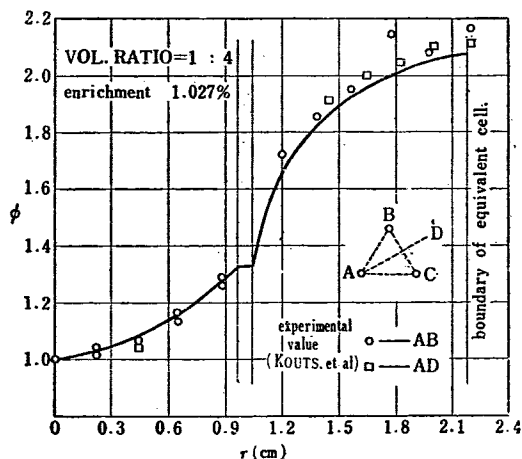


Fig. 5 Theoretical value and experimental value of thermal neutron flux.

酸化ウラン場合については、一応 TABLE 7 のような定数が用いられた。同一の格子配置においても実効中性子温度は、実際には濃縮度によって相当変化するはずであるが、ここでは一応この効果は考慮しないこととして常温の減速材に対して 0.03 eV と仮定した。各種の格子構造に対する熱中性子利用率を TABLE 8 に示す。

ここで用いられた理論の妥当性について少しばかり考察を行って見よう。

まず球函数展開の収斂性を調べることにする。l=5 までとって計算することは、円柱セルについてはかなりの労力を要するから、ここでは板状セルについて計算を行って、円柱セルの場合には次のようにして大体の目安をつけることにした。板状セルにおける結果は、燃料と減速材の体積が等しく、燃料要素の体積と面積の比が同一の円柱セルに一応適用できると考えら

TABLE 6

	U(metal)(1.027%)		
	κ_1	0.8028	1.972
α_{00}	1	1	0
α_{11}	0.9293	0.3783	0
α_{20}	-0.3297	0.4117	1
α_{22}	0.5711	-0.7131	0.5774
α_{31}	-0.2072	0.6858	0.9129
α_{33}	0.2675	-0.8208	0.7071

	H ₂ O		
	κ_1	0.3397	9.896
α_{00}	1	1	0
α_{11}	0.1020	3.501×10^{-3}	0
α_{20}	-1.787×10^{-3}	0.5584	1
α_{22}	3.096×10^{-3}	-0.9671	0.5774
α_{31}	-7.531×10^{-5}	0.6849	0.9129
α_{33}	9.727×10^{-5}	0.8842	0.7071

TABLE 7

	UO ₂		
	3%	5.5%	8%
Σ_a	0.325	0.590	0.855
Σ_t	0.585	0.850	0.115
Σ'	2.07	2.07	2.07

TABLE 8

diameter of fuel rod (in)	enrichment (%)	volume ratio	density of moderator (g/cm ³)	effective neutron temperature (eV)	thermal utilization
0.50	3	1	1.0	0.030	0.8419
0.50	3	2	1.0	0.030	0.7589
0.50	3	3	1.0	0.030	0.7518
0.50	3	4	1.0	0.030	0.7016
0.35	3	2	1.0	0.030	0.7756
0.65	3	2	1.0	0.030	0.8062
0.50	5.5	2	1.0	0.030	0.8665
0.50	8	2	1.0	0.030	0.8943
0.50	3	2	0.8	0.049	0.8119
0.50	3	2	0.6	0.056	0.8258
0.50	3	2	0.7	0.049	0.8137
0.50	3	2	0.6	0.049	0.8274

れる。したがってここでは直径 0.5in の燃料棒のセルに対応する板状セルについて計算を行って見た。燃料と減速材の体積比が1と3の場合について計算した結果を Fig. 6 に示す。なおここで用いられた核定数は TABLE 7 の濃縮度のものと同じである。

通常は、4角形あるいは6角形セルの計算において

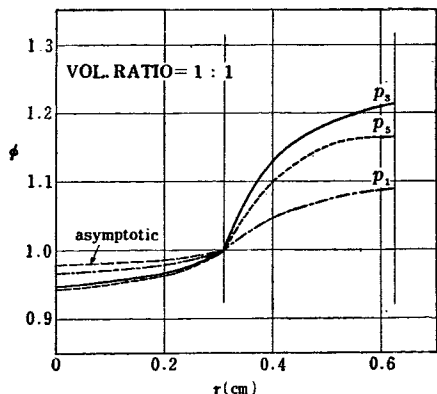


Fig. 6 Thermal neutron flux in the case of slab cell

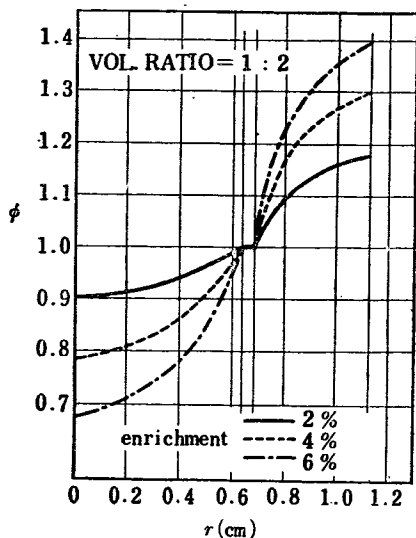


Fig. 8 Thermal neutron flux in the case of enrichment 2, 4 and 6% and cylindrical cell

は cylindricalization が行われる。燃料棒の直径がその間隔に比して小さいときは、この近似が良いことが示されているが、密接した格子に対しては、その妥当性は疑わしい。このことはセルの境界における中性子束が体積比が小さくなるほど平均な分布からはずれることによって示唆されている (Fig. 8, Fig. 9)。

熱中性子束の微細構造を正しく求めるために、種々の検討がなされねばならないが、特に理論の面では、中性子温度に関連した1組近似のパラメーターの取り方または等価セルの取扱いなど改良がなされなければならない。他方実験の方では、吸収の度合いが種々異った格子について中性子温度の変化を調べる事が望まれる。

§ II-3 共鳴吸収を逃れる確率 P

黒鉛、重水炉などの不均質系の共鳴吸収を逃れる確率 P は普通次の式で計算される。

$$P = e^{-1/T} \quad (I. 46)$$

$$T = (E-1) + \frac{FV_M(\xi\Sigma_s)_M}{V_U\Sigma_U} \quad (I. 47)$$

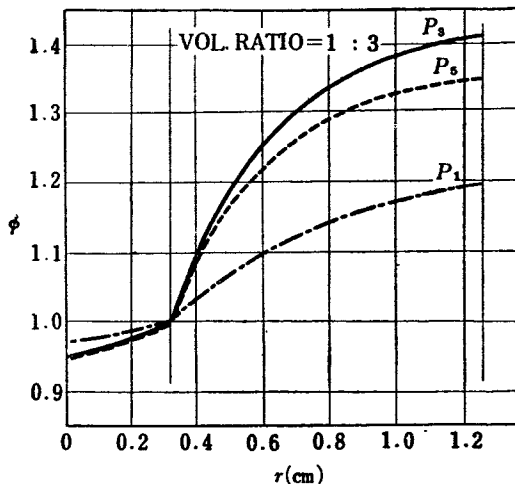


Fig. 7 Thermal neutron flux in slab cell

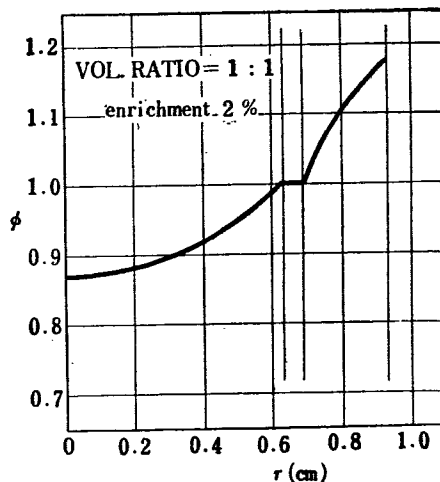


Fig. 9 Thermal neutron flux in cylindrical cell

ただし、F は燃料棒内の損失因子、(E-1) は減速材の余剰吸収率、V は体積、 $\xi\Sigma_s$ は減速能、 Σ_U は燃料の等価吸収断面積である。水素のみの減速材でしかも吸収がなく、燃料棒内で吸収がありさらに中性子源からの共鳴吸収への直接の寄与を無視すると、燃料棒内および減速材内での衝突密度 F_0, F_1 は⁷⁾、減速材が水素、燃料がウランである系において

$$F_0(E) = (1-P_1) \int_E^{E_0} F_1(E') \frac{dE'}{E'} + \frac{P_0}{1-\alpha_0} \times \int_E^{E/a_0} P_{s0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' \quad (I. 48)$$

$$F_1(E) = P_1 \int_E^{E_0} F_1(E') \frac{dE'}{E'} + \frac{1-P_0}{1-\alpha_0} \times \int_E^{E/a_0} P_{s0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' \quad (I. 49)$$

となる。ここで添数 0, 1 はそれぞれ燃料棒、減速材を示し、 $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$, $P_{s0} = \frac{\Sigma_{s0}}{\Sigma_{a0} + \Sigma_{s0}}$, E_0 は分裂

して生れた中性子のエネルギーをあらわす。ウランと衝突する場合にはエネルギーの減少はないものとする、共鳴吸収を逃れる確率は

$$P = \exp\left(-\int_E^{E_0} \frac{(1-P_1)(1-P_{s0})}{1-P_0P_{s0}} \frac{dE'}{E'}\right) \quad (\text{I.50})$$

となる。さらに (I.48), (I.49) 式より

$$\begin{aligned} \frac{dF_1(E)}{dE} &= -\gamma \frac{F_1(E)}{E} \\ &= -\left[1 - \frac{(1-P_1)(1-P_{s0})}{1-P_0P_{s0}}\right] \frac{F_1(E)}{E} \end{aligned} \quad (\text{I.51})$$

を得る。いま γ が定数であると仮定すると、 $F_1 = \frac{\text{定数}}{E^\gamma}$ になり、減速材のみの場合の $F_1 = \frac{\text{定数}}{E}$ に対して γ が補正になっている。燃料棒中において散乱がない場合、あるいは燃料棒中で散乱したものが、減速材中に出てこない場合には γ は P_1 に等しくなる。減速密度 q は

$$q = \frac{\text{定数}}{E^{\gamma-1}} \cdot \frac{1}{\gamma} = \frac{Q(1-P_0)\gamma}{\gamma} \left(\frac{E_0}{E}\right)^{\gamma-1} = F_1 E / \gamma \quad (\text{I.52})$$

となる。ここで Q は E_0 において生じた中性子源の強さを表わす。(I.47) 式は $q = F_1 E$ として導き出された式で、いまの場合前式よりわかるように γ の補正を入れなければならない。すなわち $\xi_H = 1$ の代りに $\frac{1}{\gamma}$ で置換えればよい。ここではこの γ に対する第 1 次近似として (I.47) 式と (I.50) 式との比較から

$$\frac{1}{T} = \int_E^{E_0} (1-\gamma) \frac{dE'}{E'}$$

となり簡単に γ を得ることができる。

さて軽水酸化ウラン系においては、上記の方法を一般化して酸素およびウランによる減速を考えて、衝突密度 F_0, F_1 に対して

$$\begin{aligned} F_0 &= (1-P_1) \left[\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_{1H}}{\Sigma_1} \frac{F_1(E')}{E'} dE' + \frac{1}{1-\alpha_{OX}} \right. \\ &\quad \left. \times \int_E^{E/\alpha_{OX}} \frac{\Sigma_{1OX}}{\Sigma_1} \frac{F_1(E')}{E'} dE' \right] \\ &+ P_0 \left[\frac{1}{1-\alpha_{OX}} \int_E^{E/\alpha_{OX}} \frac{\Sigma_{0OX}}{\Sigma_0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' + \frac{1}{1-\alpha_U} \right. \\ &\quad \left. \times \int_E^{E/\alpha_U} \frac{\Sigma_{0U}}{\Sigma_0} P_{s0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' \right] \quad (\text{I.53}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_1 &= P_1 \left[\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_{1H}}{\Sigma_1} \frac{F_1(E')}{E'} dE' + \frac{1}{1-\alpha_{OX}} \right. \\ &\quad \left. \times \int_E^{E/\alpha_{OX}} \frac{\Sigma_{1OX}}{\Sigma_1} \frac{F_1(E')}{E'} dE' \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (1-P_0) \left[\frac{1}{1-\alpha_{OX}} \int_E^{E/\alpha_{OX}} \frac{\Sigma_{0OX}}{\Sigma_0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1-\alpha_U} \int_E^{E/\alpha_U} \frac{\Sigma_{0U}}{\Sigma_0} P_{s0} \frac{F_0(E')}{E'} dE' \right] \quad (\text{I.54}) \end{aligned}$$

なる式を得る。添字 OX, U はそれぞれ酸素, ウランを表わす。(I.51) 式より、 F_0, F_1 については

$$F_0 = \frac{A}{E^\beta}, \quad F_1 = \frac{B}{E^\gamma} \quad (\text{I.55})$$

と仮定する。ここで A, B は定数であり、 β, γ は

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1-P_1}{\gamma} \left[\frac{\Sigma_{1H}}{\Sigma_1} + \frac{\Sigma_{1OX}}{\Sigma_1} \frac{(1-\alpha^{\gamma_{OX}})}{(1-\alpha_{OX})} \right], \right. \\ &\left[\frac{P_1}{\gamma} \left[\frac{\Sigma_{1H}}{\Sigma_1} + \frac{\Sigma_{1OX}}{\Sigma_1} \frac{(1-\alpha^{\gamma_{OX}})}{(1-\alpha_{OX})} \right] - 1, \right. \\ &\left. \frac{P_0}{\beta} \left[\frac{\Sigma_{0OX}}{\Sigma_0} \frac{(1-\alpha^{\beta_{OX}})}{(1-\alpha_{OX})} + P_{s0} \frac{\Sigma_{0U}}{\Sigma_0} \frac{(1-\alpha^{\beta_U})}{(1-\alpha_U)} \right] - 1 \right] = 0 \\ &\left. \frac{1-P_0}{\beta} \left[\frac{\Sigma_{0OX}}{\Sigma_0} \frac{(1-\alpha^{\beta_{OX}})}{(1-\alpha_{OX})} + P_{s0} \frac{\Sigma_{0U}}{\Sigma_0} \frac{(1-\alpha^{\beta_U})}{(1-\alpha_U)} \right] \right] \quad (\text{I.56}) \end{aligned}$$

の根で与えられる。ここでまた減速材中のみで減速があったと仮定した時の減速密度 q は

$$q = F_1 E \left\{ \frac{\Sigma_{1H}}{\Sigma_1} \frac{1}{\gamma} + \frac{\Sigma_{1OX}}{\Sigma_1} \xi' \right\} \quad (\text{I.57})$$

となる。ここで

$$\xi' = \left\{ \frac{(1-\alpha^{\gamma_{OX}})}{(1-\alpha_{OX})\gamma} - \frac{\alpha_{OX}(1-\alpha^{\gamma-1}_{OX})}{(1-\gamma)(1-\alpha_{OX})} \right\} > \xi \quad (\text{I.58})$$

である。一方 (I.53) 式, (I.54) 式より近似的に

$$P = \exp\left\{-\int_E^{E_0} (1-\gamma) \frac{dE'}{E'}\right\} \quad (\text{I.59})$$

が得られる。ここでも前と同様に (I.47) 式と (I.59) 式との比較から 1 次近似の γ の値を得ることができる。

以上共鳴吸収を逃れる確率 P に関して、近接効果による見かけの減速効果に対する影響について述べたが、この他に近接効果による P に対する影響として重要なものに、隣接燃料棒による遮蔽効果に基く表面吸収の減少がある。このことは WIGNER が示唆し、BNL におけるウラン金属棒直径 0.5 in の軽水減速系の一連の実験において 20% もの表面吸収の減少のあることが示された。この表面吸収は、燃料棒の共鳴吸収断面積が normal scattering の断面積に比較して大きく、吸収が表面近くで起るもので、その値は

$$\int b(E) \frac{dE}{E} = \frac{d}{4N_0} \int \frac{\sigma_a(\sigma_a + \sigma_{sr})}{(\sigma_a + \sigma_{sr} + \sigma_{sn})^2} \frac{dE}{E} \quad (\text{I.60})$$

で表わされる。ここで σ_a は吸収断面積、 σ_{sr} は共鳴散乱断面積、 σ_{sn} は normal scattering 断面積である。ここで $1/4$ は平面を通過して一方向に入ってくる中性子束がその場所の中性子束中の $1/4$ になるということから入ってくる因子である。これが燃料棒の近接

することによって違ってくる。

いま減速材の体積 V_1 の中で散乱を受けた中性子が次に燃料棒中で衝突を起す数は

$$\Sigma_{s1} V_1 \phi (1 - P_1) \quad (II.61)$$

で表わされる。ここで $1 - P_1$ は減速材で散乱を起した中性子が次に燃料棒中で衝突を起す確率である。また Σ_{s1} は減速材の巨視的散乱断面積、 ϕ は中性子束である。

一方 (II.60) 式を導出した近似においては燃料棒中で衝突を起す量は $1/4 \phi S_1$ 、ただし S_1 は燃料棒の表面積である。よって燃料棒の近接効果による表面吸収の減少を表わす表面吸収減少率 K は

$$K = \frac{\Sigma_{s1} V_1 \phi (1 - P_1)}{\frac{1}{4} \phi S_1} = \frac{4 V_1 \Sigma_{s1} (1 - P_1)}{S_1} \quad (II.62)$$

で与えられる。

この $1 - P_1$ の計算は、円筒状の燃料棒が減速材中に格子状に配列された場合には計算は面倒であるから、 e の計算と同じようにして、無限平板状の燃料層に置換えて計算すると

$$1 - P_1 = \frac{1}{\Sigma_{1a1}} \int_0^1 \mu \frac{(1 - e^{-\frac{\Sigma_0 a_0}{\mu}})(1 - e^{-\frac{\Sigma_1 a_1}{\mu}})}{[1 - e^{-(\Sigma_0 a_0 + \Sigma_1 a_1)/\mu}]} d\mu \quad (II.63)$$

となる。ここで a_0 は燃料板の厚さで、これは円筒形の燃料棒としたときの半径に等しい、 a_1 は減速材の厚さ、 Σ_0 、 Σ_1 は燃料棒、減速材の巨視的断面積である。

前述のように表面吸収は共鳴吸収の大きい所で起るので $\Sigma_0 a_0 = \infty$ ととると

$$1 - P_1 = \frac{1}{2 \Sigma_{1a1}} \left\{ 1 - e^{-\Sigma_1 a_1} + \Sigma_{1a1} e^{-\Sigma_1 a_1} + (\Sigma_{1a1})^2 E_1(-\Sigma_1 a_1) \right\} \quad (II.64)$$

となる。

これより表面吸収減少率 K は

$$K = \frac{\Sigma_s}{\Sigma_1} \left\{ 1 - e^{-\Sigma_1 a_1} + \Sigma_{1a1} e^{-\Sigma_1 a_1} + (\Sigma_{1a1})^2 E_1(-\Sigma_1 a_1) \right\} \quad (II.65)$$

となり、減速材中の吸収を無視できる場合には

$$K = 1 - e^{-\Sigma_1 a_1} + \Sigma_{1a1} e^{-\Sigma_1 a_1} + (\Sigma_{1a1})^2 E_1(-\Sigma_1 a_1) \quad (II.66)$$

となる。これからわかるように、この近似では K は減速材のみの性質によってきまり、燃料棒の性質にはほとんどよらない。この K は Fig. 10 に示してある。軽水減速格子の場合については Fig. 11 のようになり、BNL の実験と同じ結果を得る。図からわかるように減速材の多い場合には $K=1$ となり、今までの方法で計算したものと同じになる。さらにこの方法は重

水減速材などにおいても燃料棒が CP-5 型またはナトリウム冷却の黒鉛炉などのようにクラスター状になっているときには、ここで示したような取扱をする必要がある。

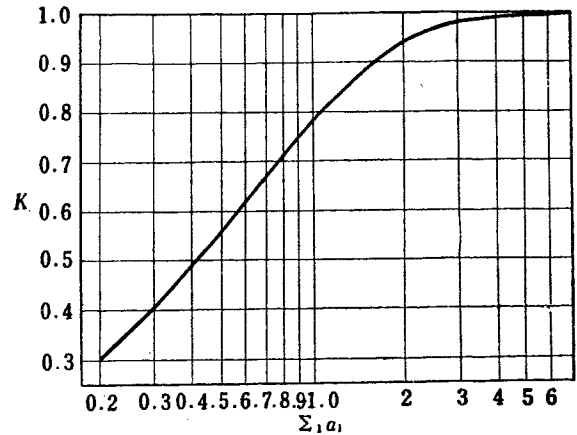


Fig. 10 Surface absorption decreasing factor K

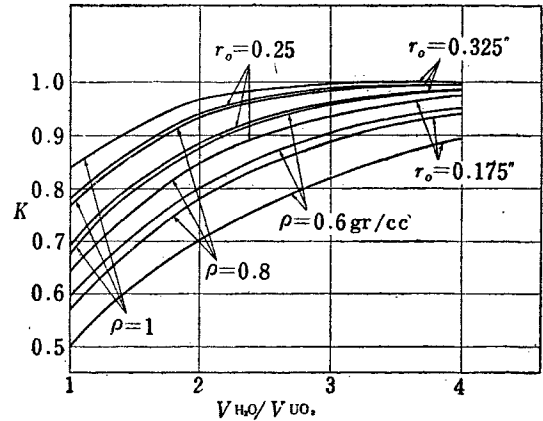


Fig. 11 Surface absorption decreasing factor in the case of light water moderated reactor

以上とりまとめて表面吸収減少率 K と、前述の見かけの減速効果に対する影響とを考慮して共鳴吸収を逃れる確率 P を計算するには、まず K を

$$\bar{\Sigma}U = A \left(1 + \mu K \frac{S}{M} \right) \quad (II.67)$$

に入れて $\bar{\Sigma}U$ を求め、(II.52) 式を用いて $1/T$ を計算する。この結果を

$$\bar{\tau} / \int_{res} \frac{dE}{E} = 1 - \frac{1}{T} \quad (II.68)$$

に入れて $\bar{\tau}$ を求め、(II.58) より ξ' を計算する。この見かけの減速効果を表わす ξ' をあらためて、(II.47) 式の ξ の代りに入れて $\frac{1}{T}$ を求めることによって、より補正された P が得られる。酸化ウランの場合には、 $\int_{res} \frac{dE}{E}$ の値として 7.6 を用いた。

以上の計算方法によって酸化ウラン軽水格子系の共鳴吸収を逃れる確率 P を計算した結果を TABLE 9 に示す。TABLE 9 において、I は (II.46)、(II.47) 式

TABLE 9 Resonance escape probability

C_1	I				II				III				
	V_1/V_0	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
ABC													
102	0.674	0.821	0.877	0.907	0.724	0.834	0.881	0.908	0.735	0.839	0.883	0.909	
103	0.677	0.823	0.878	0.908	0.728	0.836	0.892	0.909	0.739	0.844	0.885	0.910	
104	0.683	0.826	0.881	0.909	0.733	0.839	0.885	0.911	0.743	0.844	0.887	0.912	
122	0.713	0.845	0.893	0.919	0.738	0.849	0.894	0.919	0.748	0.852	0.896	0.920	
123	0.715	0.846	0.895	0.920	0.741	0.851	0.895	0.920	0.751	0.855	0.898	0.921	
124	0.720	0.849	0.897	0.922	0.745	0.854	0.897	0.922	0.754	0.857	0.899	0.923	
142	0.734	0.857	0.902	0.927	0.748	0.859	0.903	0.926	0.757	0.862	0.904	0.928	
143	0.737	0.859	0.904	0.928	0.751	0.861	0.904	0.927	0.760	0.864	0.906	0.928	
144	0.742	0.862	0.906	0.929	0.755	0.863	0.905	0.928	0.763	0.866	0.907	0.930	
202	0.641	0.800	0.862	0.895	0.700	0.819	0.869	0.897	0.713	0.823	0.871	0.899	
203	0.645	0.803	0.864	0.897	0.705	0.821	0.870	0.899	0.717	0.826	0.873	0.900	
204	0.651	0.807	0.867	0.899	0.710	0.825	0.873	0.901	0.722	0.829	0.875	0.902	
222	0.683	0.826	0.880	0.909	0.715	0.834	0.882	0.910	0.726	0.837	0.884	0.911	
223	0.687	0.829	0.883	0.910	0.718	0.836	0.884	0.911	0.730	0.839	0.886	0.912	
224	0.691	0.831	0.884	0.912	0.723	0.839	0.886	0.912	0.734	0.842	0.888	0.914	
242	0.706	0.840	0.891	0.917	0.724	0.844	0.891	0.917	0.735	0.847	0.893	0.918	
243	0.710	0.843	0.892	0.919	0.728	0.845	0.893	0.918	0.738	0.849	0.895	0.919	
244	0.714	0.845	0.894	0.920	0.732	0.848	0.894	0.920	0.742	0.851	0.897	0.921	
302	0.602	0.776	0.845	0.881	0.672	0.796	0.854	0.885	0.687	0.803	0.857	0.887	
303	0.606	0.778	0.846	0.883	0.676	0.799	0.856	0.886	0.691	0.805	0.859	0.889	
304	0.611	0.782	0.849	0.884	0.681	0.802	0.859	0.888	0.696	0.808	0.862	0.890	
322	0.647	0.804	0.865	0.898	0.686	0.814	0.868	0.898	0.700	0.820	0.870	0.899	
323	0.650	0.807	0.867	0.899	0.690	0.816	0.869	0.899	0.704	0.821	0.872	0.901	
324	0.655	0.809	0.868	0.900	0.695	0.819	0.871	0.901	0.708	0.824	0.875	0.903	
342	0.672	0.820	0.876	0.906	0.695	0.825	0.877	0.906	0.709	0.829	0.880	0.903	
343	0.676	0.822	0.878	0.908	0.699	0.827	0.878	0.907	0.712	0.831	0.881	0.908	
344	0.680	0.825	0.879	0.908	0.704	0.829	0.880	0.909	0.716	0.834	0.882	0.910	
402	0.553	0.744	0.821	0.862	0.636	0.774	0.835	0.869	0.655	0.782	0.839	0.872	
403	0.557	0.747	0.823	0.864	0.641	0.777	0.837	0.870	0.659	0.784	0.841	0.873	
404	0.564	0.751	0.826	0.867	0.647	0.781	0.840	0.873	0.664	0.788	0.845	0.875	
422	0.601	0.776	0.845	0.881	0.650	0.790	0.849	0.884	0.668	0.796	0.852	0.885	
423	0.605	0.778	0.846	0.883	0.655	0.792	0.851	0.886	0.671	0.799	0.854	0.886	
424	0.611	0.782	0.849	0.884	0.660	0.796	0.853	0.886	0.676	0.802	0.856	0.889	
442	0.629	0.793	0.857	0.891	0.642	0.801	0.859	0.891	0.676	0.807	0.862	0.893	
443	0.633	0.795	0.859	0.892	0.664	0.803	0.861	0.893	0.680	0.809	0.863	0.895	
444	0.638	0.799	0.862	0.894	0.670	0.806	0.863	0.895	0.685	0.812	0.866	0.897	

を用いて補正を行わない場合： II は表面吸収の減少を補正したもの： III は表面吸収の減少と見かけの減少および見かけの減速効果に及ぼす影響を考慮した場合について計算したものである。また V_1/V_0 は減速材体積/燃料体積、 A, B, C はそれぞれ

A	1	2	3	4
軽水密度	90%	80%	70%	60%

B	0	2	4
濃縮度	2%	4%	6%

C	2	3	4
燃料棒直径	0.35"	0.5"	0.65"

を表わす。また酸化ウランの密度は 100% である。

表からわかるように、I, II の比較より、減速材が少いときには、表面吸収減少率が小さくなり、実際燃料棒の直径が 0.35 in, 体積比 1, 減速材の密度が 90% のときには約 5%, 密度 60% のときには 8.3% も補正をしなければならない。また見かけの減速作用への影響は同じ場合について、1.1~1.9% 位の補正を必要とする。したがって沸騰水型原子炉の温度係数, void 係数の計算にはこれらの補正が重要である。

§ II-4 実効中性子放出数 η

η を求めるのには f の場合と同様にまず熱中性子のスペクトルが問題になり、軽水炉においては特に軽水の熱中性子吸収断面積の大きいことなどによって減速材の温度から中性子温度は高くなりいわゆる **hardening** を起す。

この評価については H. D. BROWN^{19)~20)} の論文があり (非均質系の中性子スペクトルについては現在研究

中である), ここでは使用した値について述べる。

この熱中性子スペクトルは厳密には MAXWELL 方程式によっては記述されないが、ここでその分布が実効温度 T_n であるような MAXWELL 分布になると仮定しての実効温度 T_n を TABLE 10 に示す。

TABLE 10

$kT_n(\text{eV})$ (for H ₂ O)					
kT_0	$\Sigma a(0.0257 \text{ eV})$				
	0.026	0.052	0.104	0.260	0.520
0.0257	0.0261	0.0266	0.0273	0.0296	0.0331
0.0304	0.0308	0.0312	0.0320	0.0341	0.0372
0.035	0.0367	0.0365	0.0385	0.0413
0.040	0.0407	0.0414	0.0432	0.0458

この表において T_0 は減速材の温度であり、 Σa は 0.0257 eV のエネルギーの中性子に対する吸収断面積である。

われわれの取扱っている範囲は TABLE 10 の範囲外に出てしまうため、ここではこのデータを外挿して使用する。

この中性子温度に対する f をきめるが、 f の計算で取扱う範囲が広いため、一応拡散理論によって解く。

次に η の温度変化については MARGULIE²¹⁾ のデータを使用して次の結果を得た。

$$\eta = 2.0777 \frac{(1 - 0.05801 \frac{T}{K})}{(1 - 0.05801 \frac{T}{K}) + 0.0038301 \frac{N_{25}}{N_{28}} (1 + 0.00759 \frac{T}{K})}$$

ここで T は中性子温度, K は 293°C である。

第 III 章 無限増倍係数およびバックリング

§ III-1 無限増倍係数 k_{∞} ; バックリング B^2

以上 4 因子について詳細に述べて来たが、これら 4 因子を用いて無限増倍係数 k_{∞} を計算する。ただし f については取扱いの範囲の大きいために普通の拡散理論を用いている。これは重水炉の場合には炉の臨界量は拡散距離に大きくきいてくる。そのため f に小さい誤差があっても炉心の拡散距離は $L_c^2 = L^2(1-f)$ にて表わされる故 L_c^2 は大きく変化し臨界量も大きく変る。しかるに軽水炉の場合には減速距離に大きく依存するためさして f の誤差はきいてこない。ただ無限増倍係数 k_{∞} にはきいてくるが、その傾向はさして拡散

理論を用いても変わらないと推論される。この無限増倍係数は核分裂が熱中性子領域のみには起ると考えた場合の値であって、軽水炉においては熱外中性子においておこる核分裂が大きいためこれを考慮しなければならない。この考慮については後述の 4 群理論の節でのべる。

次に無限増倍係数 k_{∞} を TABLE 11 に示す。またこれらの図表を Fig. 12~Fig. 19 に示してある。

Fig. 12, Fig. 13 の結果により、軽水密度が 1 gr/cc の時には、2% 程度の濃縮度においては、体積比 V_{H_2O}/V_{UO_2} が 2 程度のところに k_{∞} の最大値がある。

TABLE 11 Multiplication constant

moderator temperature=293°K				moderator temperature=547°K				moderator temperature=547°K						
enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod					
	0.35''	0.5''	0.65''		0.35''	0.5''	0.65''		0.35''	0.5''	0.65''			
2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	1.0867	1.1495	1.1919	2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	1.0189	1.0926	1.1385	2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	0.9520	1.0287	1.0773
		1.2893	1.3432	1.3811			1.2178	1.2859	1.3282			1.1347	1.2079	1.2521
		1.3805	1.4292	1.4629			1.3075	1.3714	1.4110			1.2189	1.2868	1.330
light water density 1 gr/cc	2	1.1729	1.2292	1.2556	light water density 1 gr/cc	2	1.1165	1.1855	1.2247	light water density 1 gr/cc	2	1.0865	1.162	1.1952
		1.4130	1.455	1.4783			1.3555	1.4183	1.4535			1.3109	1.3823	1.4245
		1.5193	1.5596	1.5728			1.4628	1.5214	1.5523			1.4118	1.4780	1.5179
1 gr/cc	3	1.1684	1.2146	1.2275	1 gr/cc	3	1.1254	1.1829	1.2102	0.8 gr/cc	3	1.1200	1.1867	1.2196
		1.4299	1.4652	1.4695			1.3883	1.4397	1.4628			1.3696	1.4304	1.4582
		1.5471	1.5758	1.5729			1.5073	1.5548	1.5725			1.4810	1.5376	1.5620
1 gr/cc	4	1.1444	1.1735	1.1793	1 gr/cc	4	1.1065	1.1550	1.1743	0.8 gr/cc	4	1.1210	1.179	1.2054
		1.425	1.4372	1.4318			1.2765	1.4275	1.4414			1.388	1.4395	1.4617
		1.5458	1.5543	1.5406			1.5166	1.5581	1.5607			1.5099	1.553	1.5737

				enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod					
					0.35''	0.5''	0.65''		0.35''	0.5''	0.65''			
2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	1.0053	1.0706	1.1138	2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	0.8680	0.9349	0.9824	2% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6% $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	1	0.9229	0.9790	1.0179
		1.2005	1.2585	1.2938			1.1097	1.1683	1.2106					
		1.2880	1.3418	1.3780			1.0365	1.1144	1.1639					
light water density 0.9 gr/cc	2	1.1115	1.1783	1.2193	light water density 0.9 gr/cc	2	1.0365	1.1144	1.1639	light water density 0.6 gr/cc	2	1.2423	1.3153	1.3622
		1.3446	1.4057	1.4415			1.3349	1.4045	1.4481					
		1.4481	1.5046	1.5384			1.0969	1.1726	1.2168					
0.9 gr/cc	3	1.1267	1.1879	1.2160	0.9 gr/cc	3	1.3270	1.3990	1.4386	0.6 gr/cc	3	1.4312	1.4983	1.5355
		1.3836	1.4395	1.4604			1.1201	1.1889	1.2261					
		1.5010	1.5511	1.5678			1.3696	1.4330	1.4664					
0.9 gr/cc	4	1.1179	1.1695	1.1914	0.9 gr/cc	4	1.4811	1.5405	1.5709	0.6 gr/cc	4			
		1.3933	1.4377	1.4533										
		1.5184	1.5578	1.5592										

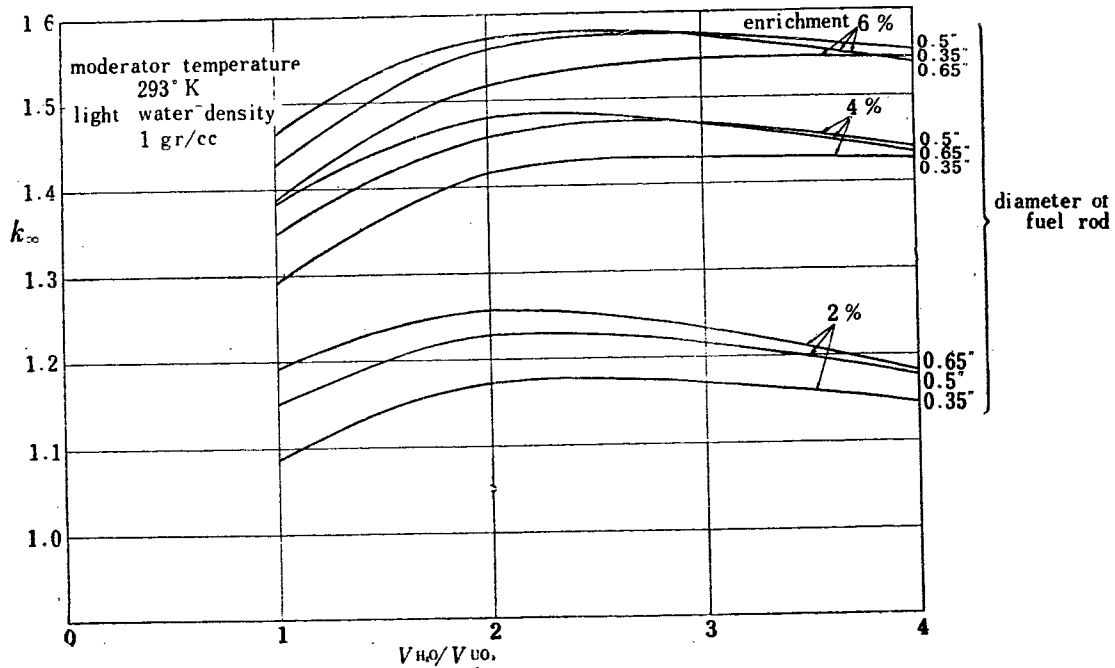


Fig. 12

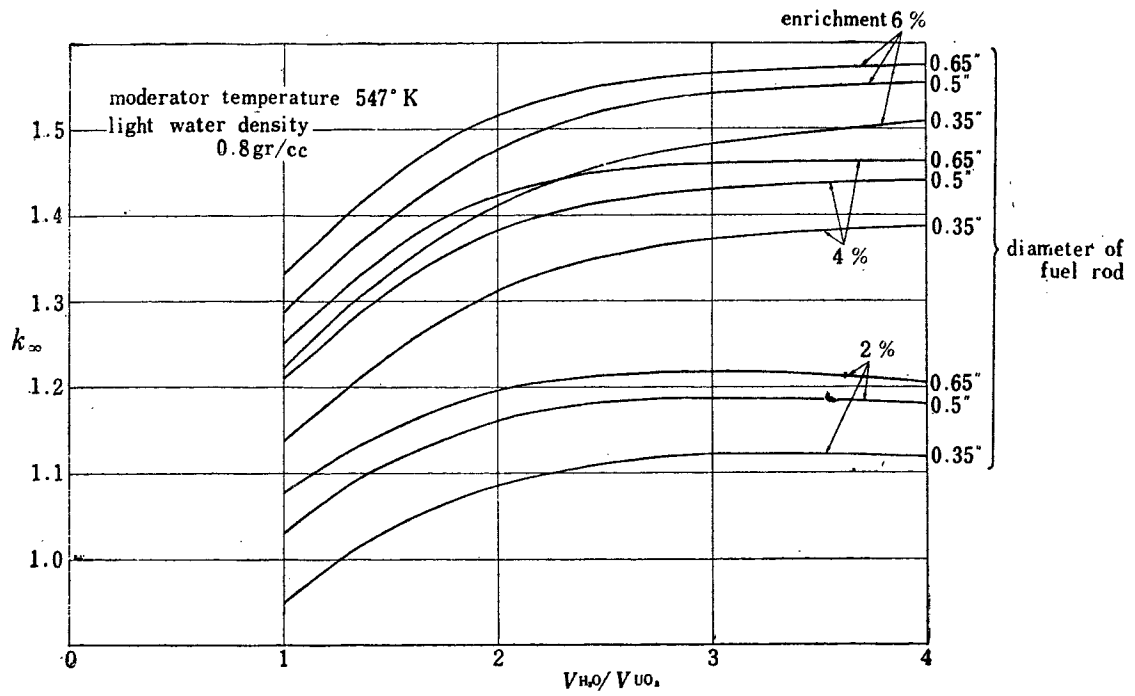


Fig. 13

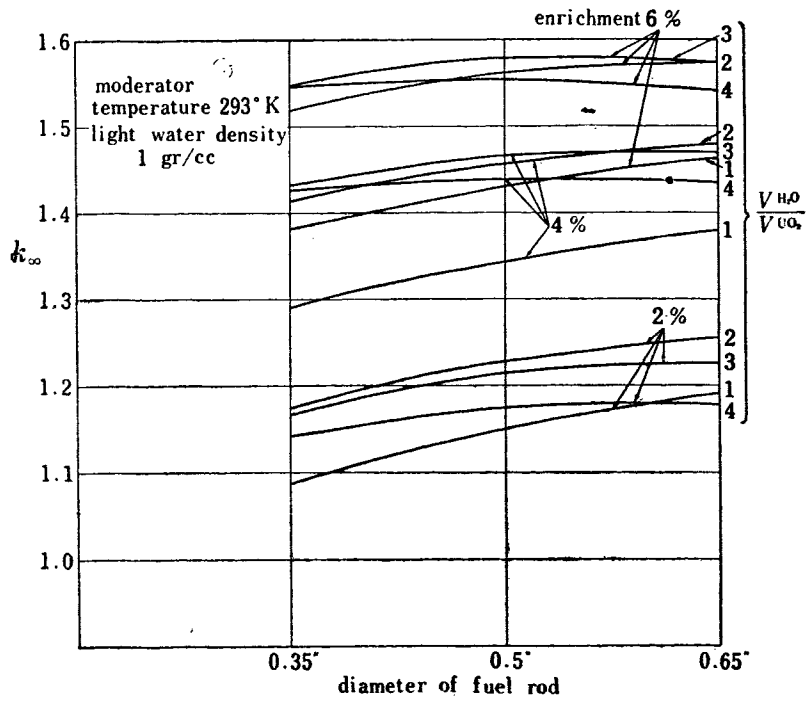


Fig. 14

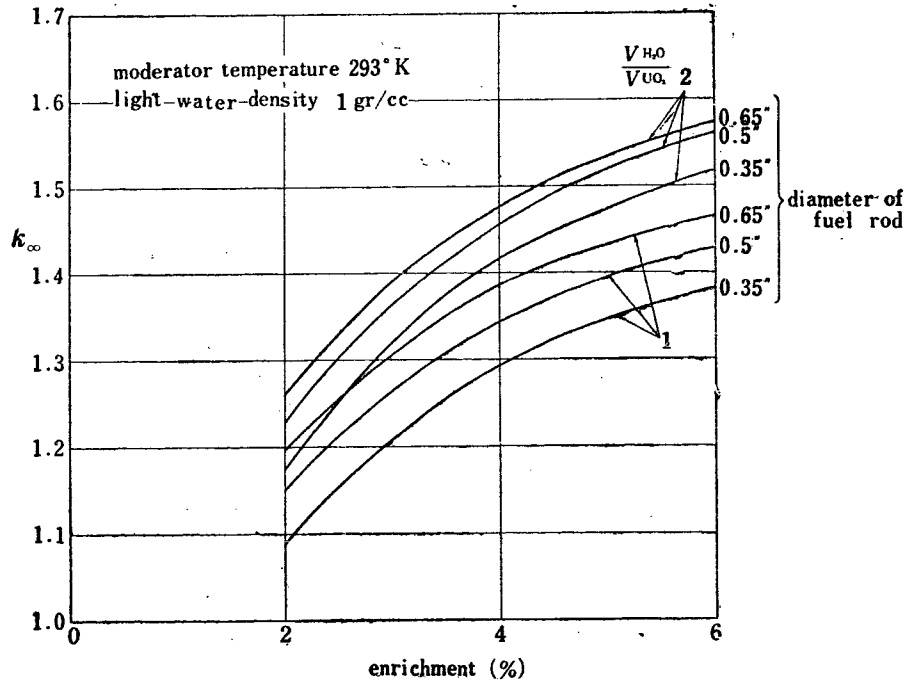


Fig. 15

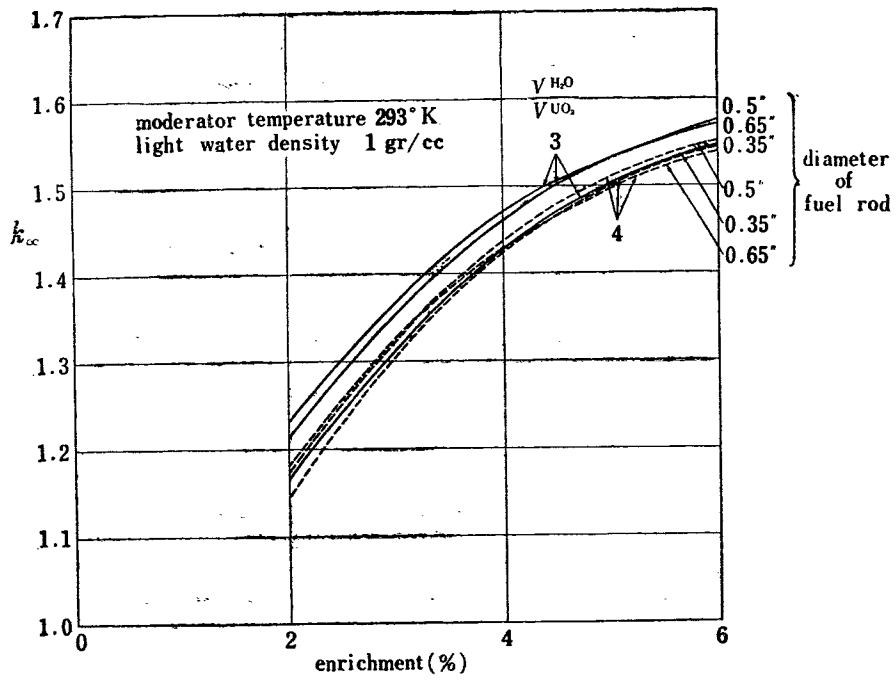


Fig. 16

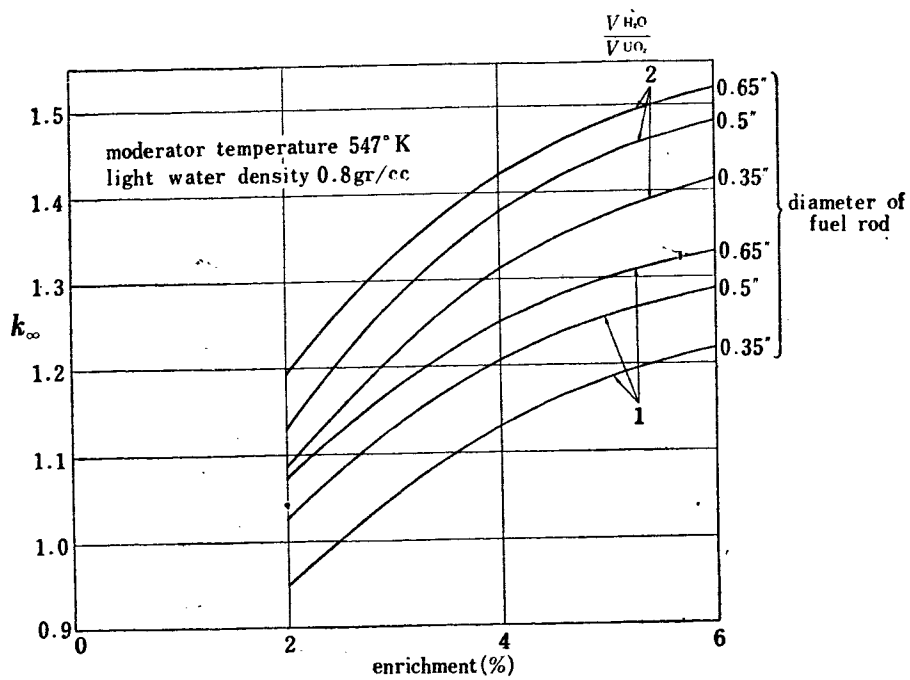


Fig. 17

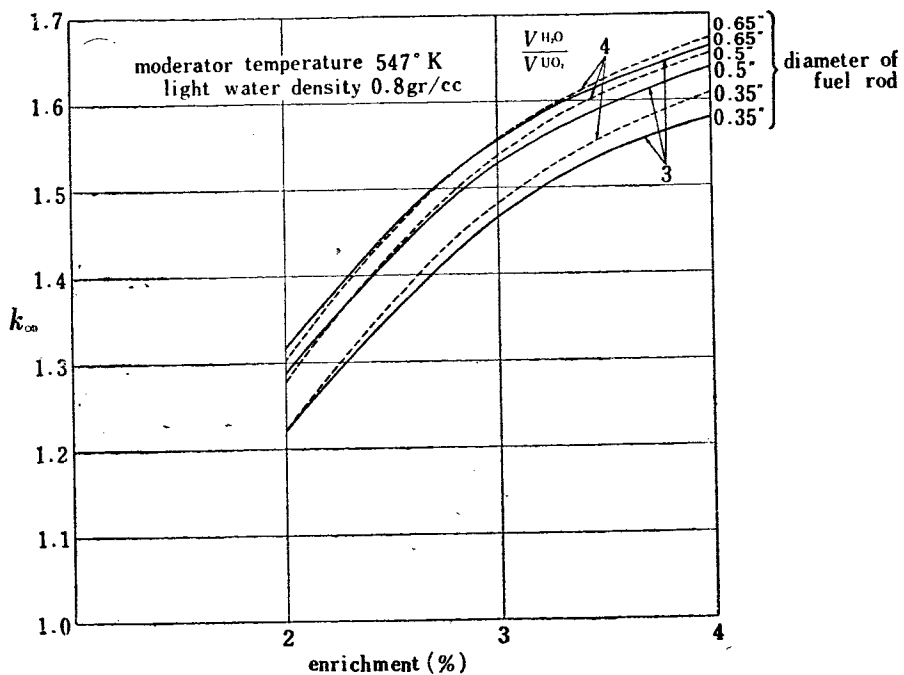


Fig. 18

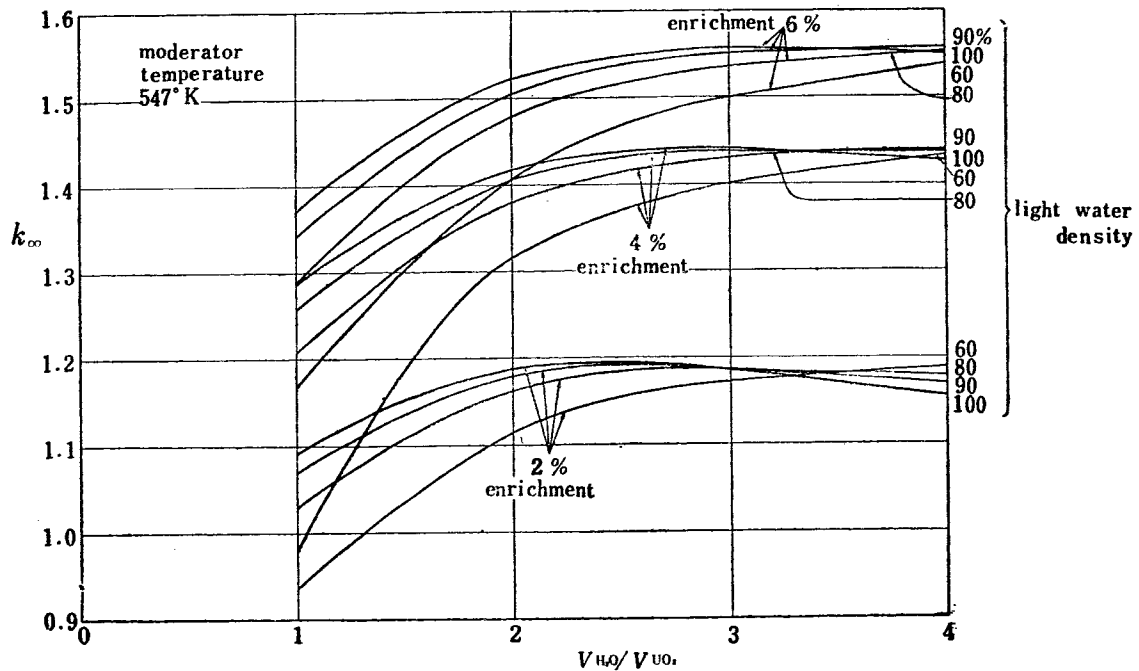


Fig. 19

TABLE 12 Buckling

moderator temperature=293°K				moderator temperature=547°K				moderator temperature=547°K							
enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod						
	a=0.35''	0.5''	0.65''		a=0.35''	0.5''	0.65''		a=0.35''	0.5''	0.65''				
light water density 1 gr/cc	2 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6 %	1	0.002589	0.004464	0.005730	2 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6 %	1	0.0005463	0.002671	0.003991	2 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6 %	1	0.003139	0.004841	0.005867
			0.008970	0.01063	0.01181			0.006615	0.008679	0.009955			0.005189	0.006795	0.007815
			0.01197	0.01351	0.01457			0.009539	0.01152	0.01373			0.005189	0.006795	0.007815
	2	0.006156	0.008149	0.009068	light water density 1 gr/cc	2	0.003951	0.003270	0.007567	light water density 0.8 gr/cc	2	0.002193	0.004094	0.004916	
		0.01541	0.01696	0.01778			0.01286	0.01511	0.01633			0.008316	0.01021	0.01132	
		0.01978	0.02129	0.02173			0.01723	0.01932	0.02048			0.01127	0.01307	0.01414	
	3	0.006428	0.008166	0.008623	3	0.004505	0.006532	0.007465	3	0.003157	0.004886	0.005720			
		0.01729	0.01865	0.01874		0.01502	0.01694	0.01773		0.01034	0.01201	0.01273			
		0.02255	0.02365	0.02340		0.02030	0.02211	0.02268		0.01384	0.01543	0.01606			
	4	0.005580	0.006672	0.006863	4	0.003839	0.005547	0.003190	4	0.003167	0.004636	0.005315			
		0.01737	0.01776	0.01743		0.01072	0.01657	0.01696		0.01082	0.01219	0.01274			
		0.02288	0.02309	0.02236		0.02090	0.02217	0.02234		0.01467	0.01589	0.01632			

enrichment, volume ratio	diameter of fuel rod			
	a=0.35''	0.5''	0.65''	
2 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 4 % $\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$ 6 %	1		0.002980	
		0.001854	0.002842	0.003554
		0.0006548	0.002045	0.002923
light water density 0.6 gr/cc	2	0.004541	0.005896	0.006764
		0.006395	0.007709	0.008530
		0.001711	0.003034	0.003799
3	0.003070	0.007386	0.008101	
	0.008183	0.009433	0.01011	
	0.002071	0.003238	0.003857	
4	0.006737	0.007858	0.008428	
	0.008990	0.01006	0.02906	

これは、濃縮度の増加とともに体積比の大きい方へずれる。さらに軽水密度が0.8になるとこの最高値は体積比の大きい方向へずれ、2%濃縮の時には体積比が3に近くなる。

Fig. 14 には燃料棒直径を変数とした時の k_{∞} の変化を示している。これより、体積比の小さい所ではその影響があり、 k_{∞} は燃料棒直径の小さい方で小さくなっているが、その数は体積比2では小さい。つぎに濃縮度による k_{∞} の変化を Fig. 15~Fig. 18 に示してある。

Fig. 19 には、直径 0.5" の時に軽水の密度が変化した場合の k_{∞} の変化を示している。

これよりわかるように、体積比 V_{H_2O}/V_{UO_2} の値によってその傾斜は正負の符号をとる。

すなわち、体積比3以上においては、密度係数は負に、3以下においては正となる。さらに濃縮度の低い方においては、体積比の小さい値で正の密度係数を持つことに注意されたい。

この密度係数は図からわかるように、体積比の小さい方は大きい値をもつ。また、軽水密度60%以下になると密度係数は大きい値を示し、これは沸騰水型原子炉の動特性上重要な因子となる。

最近の EBWR 炉に対するデータ(22)によると常温状態 (68°F) の炉においてはこの密度係数が負にな

っている。ただし運転温度 (486°F) においては正の値をとる。このような問題があるため、安全性の問題には注意深い解析を必要とするであろう。

つぎにこのバックリングを考えると、これには、減速距離および拡散距離が関係してくる。この減速距離については、後に詳細に報告をするのでここではその結果のみを用いて計算を行う。つぎに拡散距離については、これもまた中性子温度によって非常に大きく変わるため、それぞれの構成に対して中性子温度を求め、これと吸収断面積とから拡散距離を求めた。

この値よりバックリングを求めた値を TABLE 12, Fig. 20, Fig. 21 に示す。

バックリングの体積比に対する傾向は無増倍係数 k_{∞} に対する傾向と一致している。軽水密度に対するバックリングの変化は Fig. 22 に示した。小型の炉において、 k_{∞} のポイド係数が正であってもたとえば減速距離、拡散距離がポイドのため大きくなる事によって炉から中性子の漏洩が大きくなる場合には、 k_{eff} は負のポイド係数をもつ事になり、大型の炉、あるいは中性子の漏洩が小さい構造の炉においては k_{∞} のポイド係数がなまにきいてきて、安全性は悪くなり、さきの結論より、低濃縮大型炉においては、体積比のとりかたが大いに炉の安全性に影響するため、なお詳細な検討が必要となる。

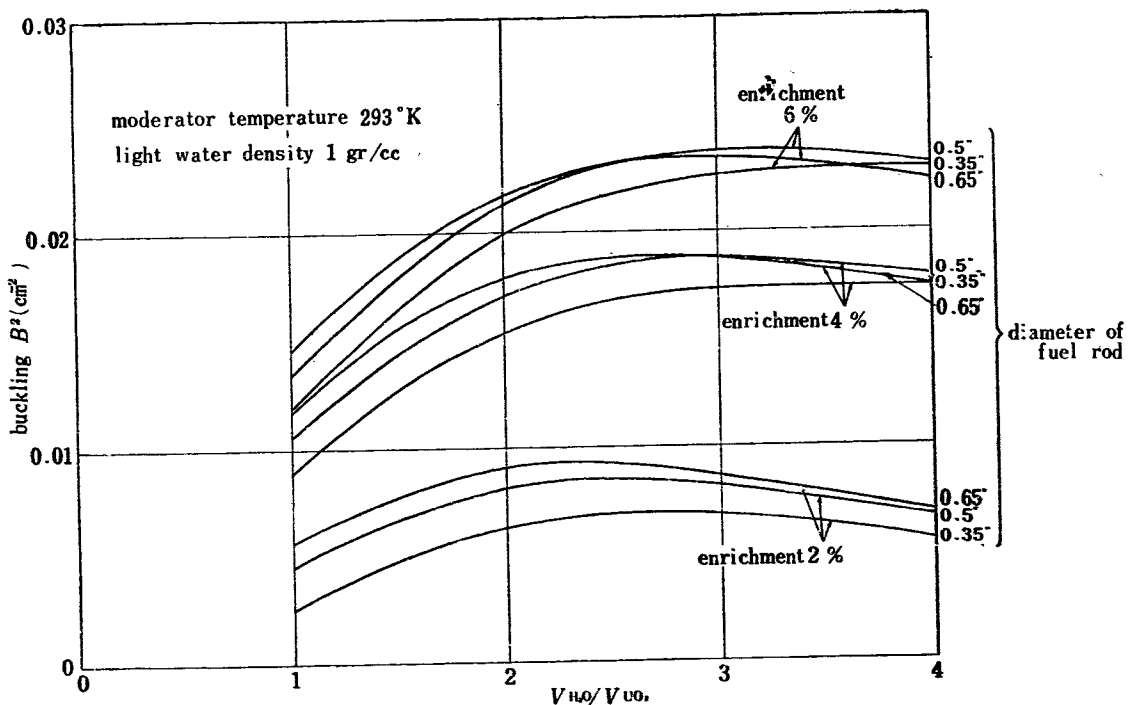


Fig. 20

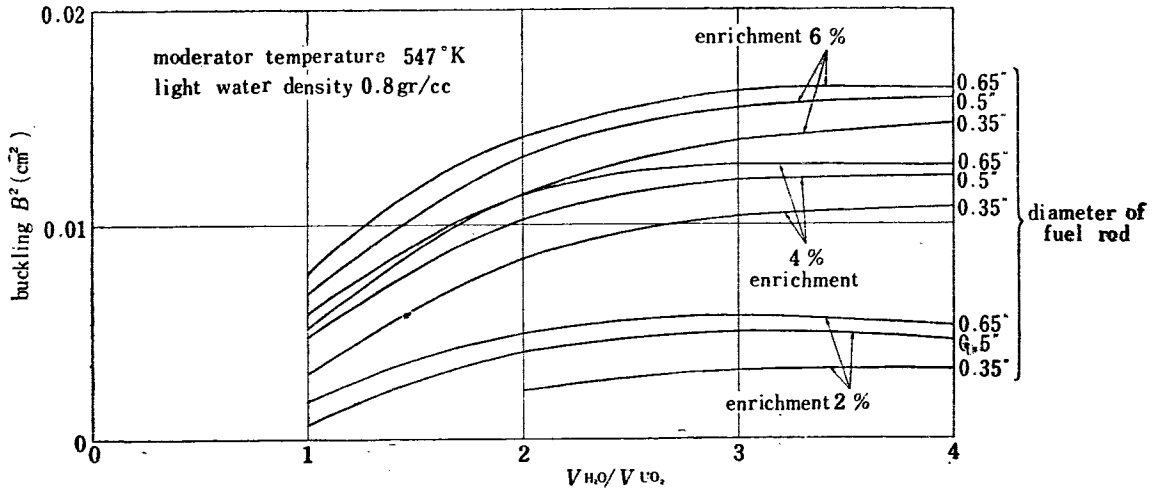


Fig. 21

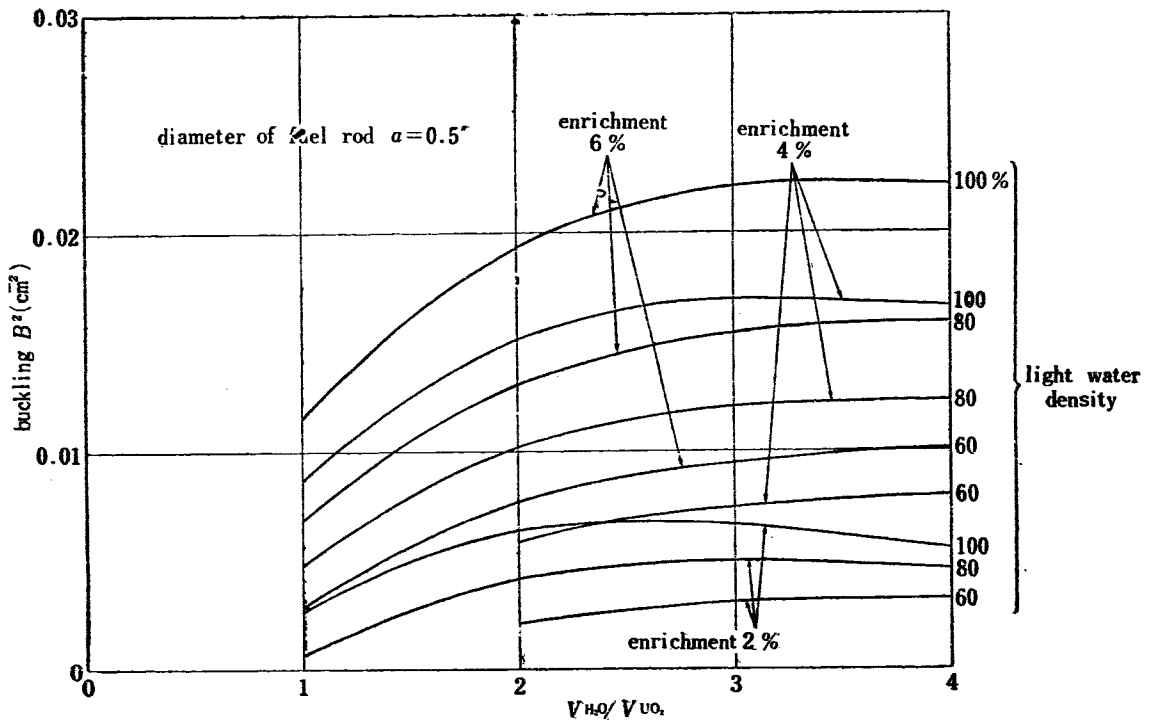


Fig. 22

第IV章 減速面積

§ IV-1 減速面積

減速面積は直接炉の漏洩にきいてくるため、その厳密な評価は重要である。しかし軽水すなわち水素原子の多量に入った場合にはその取扱が複雑であることはよく知られている。

すなわち、水素原子による中性子の減速が大きい事によっていわゆる連続減速モデルのフェルミ年令方程式がつかえない。この減速面積を求めるのに次の三つの方法

- 1) P_L 近似法
- 2) B_L 近似法
- 3) GOERTZEL-SELENGUT 法

がある。

簡単のために一次元の場合をとりあつかい、この場合ボルツマンの輸送方程式は

$$\begin{aligned} & \mu \frac{d\phi(\mu, x, u)}{dx} + \sigma_T \phi(\mu, x, u) \\ &= \sum_r \eta \int_{u-\Delta r}^u d\Omega'_0 \int_{u-\Delta r}^u \sigma^0(\mu_0, u', U) \phi(\mu', x, u') du \\ & \quad + S(u, \mu) \end{aligned} \quad (IV.1)$$

ここで

$\phi(x, u, \mu)$ は中性子束、 $S(u, \mu)$ は中性子源、 σ_T は全断面積、 η は減速材中の単位体積中の原子数、 Δr は最大対数エネルギー損失 $= \ln(1 - \gamma/1 + \gamma)^2$ 、 σ^0 は実験室系における散乱断面積である。

1) P_L 近似

P_L 近似式は中性子分布 ϕ の角分布を球函数展開してその係数 ϕ_j に対する関係式を求める。これには (IV.1) 式に $P_j(\mu)$ を掛け角で積分すると ϕ_j に対する連立方程式になる。

$$\begin{aligned} \sigma_T \phi_j(k, u) - \frac{ik}{2j+1} \left[(j+1)\phi_{j+1}(k, u) + j\phi_{j-1}(k, u) \right] \\ = \sum_r J_{jr}(k, u) + S(u)\delta_{j0} \end{aligned} \quad (IV.2)$$

$$J_{jr}(u) = \int_{u-\Delta r}^u \phi_j(k, u') B_j^{0r}(u, u-u') du' \quad (IV.3)$$

ここで中性子源は等方と考えている。 P_L 近似では $\phi_{L+1}=0$ ととってある。

2) B_L 近似

B_L 近似を得るために、(IV.1) 式を $(1 - ik\mu/\sigma_T)$ で割り、 $P_j(\mu)$ をかけて角で積分する。 ϕ_j に対する連

立積分方程式は

$$\begin{aligned} \sigma_T(u)\phi_j(k, u) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_{lj}(k, u) \left[\sum_r J_{jr}(k, u) \right. \\ \left. + S(u)\delta_{l0} \right] \end{aligned} \quad (IV.4)$$

ここで

$$A_{lj}(k, u) = A_{jl}(k, u) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu \frac{P_j(\mu)P_l(\mu)}{1 - \eta(u)\mu} \quad (IV.5)$$

$$\text{ここで } \eta(u) = iy(u) = \frac{ik}{\sigma_T(u)}$$

B_L 近似は $l > L$ に対して $J_l = 0$ と仮定してある。

3) GOERTZEL-SELENGUT 法

以上の方程式より P_L 近似の式において P_1 近似までとり、 J_0 の展開では第二項まで取り、 J_1 は第一項のみとると

$$\begin{aligned} \left[\sigma_a(u) + D(u)k^2 \right] \phi_0(k, u) = - \sum_r \frac{\partial}{\partial u} \left(\xi_r \sigma_{sr}(u) \phi_0(u) \right) \\ + S(u) \end{aligned} \quad (IV.6)$$

となる。

ここで

$$D(u) = [3\sigma_{tr}(u)]^{-1} \quad (IV.7)$$

$$\sigma_{tr}(u) = \sigma_T(u) - \sum_r \sigma_{sr} \langle \cos \theta^r \rangle_{\text{avg}} \quad (IV.8)$$

等方散乱では

$$\langle \cos \theta^r \rangle_{\text{avg}} = -\frac{2r}{3} \quad (IV.9)$$

$$\xi_r = 1 - \frac{\alpha_r}{1 - \alpha_r} \ln \frac{1}{\alpha_r} \quad (IV.10)$$

$$\alpha_r = \left(\frac{r-1}{r+1} \right)^2 \quad (IV.11)$$

である。

(IV.6) がいわゆるフェルミの年令方程式である。

この近似で減速密度 $q(k, u)$ は

$$q(k, u) = \sum_r i \xi_r \sigma_{sr}(u) \phi_0(k, u) \quad (IV.12)$$

である。

さらに GOERTZEL-SELENGUT 近似においては水素原子による減速項を特別に取扱い、(IV.3) の J を J_0^H を除いた J_0^r 全部と J_1^r をレサジーで TAYLOR 展開する。そうして J_1^r では一項のみ J_0^r では第二項までをとり、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left[\sigma_a(u) + \sigma_s^H(u) + k^2 D(u) \right] \phi_0(k, u) = J_0^H(u) \\ - \sum_{r=1} \frac{\partial}{\partial u} \left[\xi_r \sigma_{sr} \phi_0(k, u) \right] + S(u) \end{aligned} \quad (IV.13)$$

上式で水素原子のみによって減速されるとした場合
には容易にとけて減速密度を

$$q(k, u) = J_0^H(k, u) = \int_0^u \exp\{- (u-u')\sigma_s^H(u')\} \\ \times \phi_0(k, u') du' \quad (IV.14)$$

すなわち

$$q(k, u) + \frac{\partial q(k, u)}{\partial u} = \sigma_s^H(u) \phi_0(k, u) \quad (IV.15)$$

の方程式の解であり、これより

$$q(k, u) = \int_0^u S(u') (1 - \rho(u')) \exp\left[- \int_{u'}^u \rho(u'') du''\right] du' \quad (IV.16)$$

ここで

$$\rho(u) = \frac{\sigma_a(u) + k^2 D(u)}{\sigma_a(u) + k^2 D(u) + \sigma_s^H(u)} \quad (IV.17)$$

である。

この(IV.13)式が GOERTZEL-SELENGUT 近似である。
中性子年令 (τ)

中性子束 $\phi_0(k, u)$ を k で展開する事より

$$\bar{\tau}^2 = 6\tau\phi = \frac{3\phi_0^{(2)}(u)}{\phi_0^{(0)}(u)} \quad (IV.18)$$

となり

$\tau\phi$ は中性子束に対する減速面積である。

一方、減速密度に対する減速面積は、水素原子によ
つてのみ減速がある時には

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \frac{J_0^H(0)(u)}{J_0^H(0)(u)} \quad (IV.19)$$

ここで

$$J_0^H(0)(u) = \int_0^u e^{-(u-u')\sigma_s^H(u')} \phi_0^{(0)}(u') du' \quad (IV.20)$$

であり、

この τ_0 を GOERTZEL-SELENGUT 近似で求めると

$$\tau_{0GS} = \frac{1}{3} \int_0^u \frac{du'}{\sigma_{tr}(u')\sigma_s^H(u')} + \frac{1}{3} \left[\sigma_{tr}(u)\sigma_s^H(u) \right]_{(u=0)}^{-1} \\ = \tau_{AD} + \frac{1}{3} \left[\sigma_{tr}(u)\sigma_s^H(u) \right]_{(u=0)}^{-1} \quad (IV.21)$$

一方、 P_1 近似によって、断面積がエネルギーに対
して常数であり、単一エネルギーの中性子源の場合に
は

$$\tau\phi = \tau_{AD} + \frac{1}{3} (\sigma'_{tr}\sigma_s^H)^{-1} \left[2 + e^{-\frac{(u-u_0)}{2}} \right] \quad (IV.22)$$

となる。

ここで

$$\sigma_{tr}' = \frac{\sigma_{tr}}{\lambda} = \sigma_{tr} + \frac{2}{3} \sigma_s^H = \sigma_s^H$$

であり $\tau\phi = \tau_{AD} + \text{F.F.C.} + \text{L.F.C.}$ (ここで F.F.C.:

First flight correction, L.F.C.: Last flight corre-
ction) より $\text{F.F.C.} = 1/3(\sigma_{tr}\sigma_s^H)^{-1}$ となり、F.F.C.
が前の GOERTZEL-SELENGUT の近似と違っている。

この物理的解釈は次のようなものである。この F.
F.C. は中性子源からの中性子が減速し始めるまでに
動いた平均距離と解釈されている。

吸収のない水素原子のみで減速される場合の簡単な
場合を例にとって P_1 近似を行うと

$$ik\phi_1 + \Sigma\phi_0 = \int_E^\infty \Sigma \frac{dE'}{E'} \phi_0 + S_0 \quad (IV.23)$$

$$\frac{ik}{3} \phi_0 + \Sigma\phi_1 = \int_E^\infty \frac{dE'}{E'} \sqrt{\frac{E}{E'}} \phi_1 \quad (IV.24)$$

となり、これより

$$\phi_0 \left(\Sigma + \frac{k^2}{3\Sigma} \right) = \int_E^\infty \frac{dE'}{E'} (\Sigma\phi_0) \\ \times \left(1 - \sqrt{\frac{E}{E'}} \frac{k^2}{3\Sigma(E)\Sigma(E')} \right) + S_0 \quad (IV.25)$$

一方 GOERTZEL-SELENGUT 近似では

$$(\Sigma + D\nabla^2)\phi_0 = \int_E^\infty \frac{dE'}{E'} (\Sigma\phi_0) \quad (IV.26)$$

となる。

この両者を比べると

i)

$$- \int_E^\infty \frac{dE'}{E'} \left(\phi_0 \sqrt{\frac{E}{E'}} \frac{k^2}{3\Sigma(E)} \right) \quad (IV.27)$$

が GOERTZEL-SELENGUT ではかけており、

ii) GOERTZEL-SELENGUT の方では拡散係数に Σ_{tr} が
含まれている。しかるに P_1 においては $\Sigma = 3\Sigma_{tr}$ が
拡散係数に入っている。

この結果より F.F.C. は中性子源から生れた中性子
が減速し始めるまでに動いた距離であると解釈される。

GOERTZEL-SELENGUT においては拡散係数に Σ_{tr} を
用いており、減速するまでに $\lambda_{tr} = 1/\Sigma_{tr}$ だけ動くと仮
定していることに相当し、 P_1 近似においては拡散係
数に Σ を用いていることより、原子核と衝突すると
すぐ減速を始めると仮定することに相当すると解釈さ
れ、この結果より GOERTZEL-SELENGUT 法の方が P_1 近
似よりも長い first flight correction を持つ。この
first flight correction は軽水においては非常に大き
いためにこの相違が大きくなり、この考慮が重要にな
ってくる。ここで軽水について HURWITZ-ZWEIFEL¹⁴⁾
の行った計算値と実験値を、比較のために TABLE 13
に記しておく。

この表からわかるように GOERTZEL-SELENGUT 法
の方が実験値に近い値をしめしている。

TABLE 13 τ_N for 1.44eV neutrons in water

	exact value (cm ²)	G-S(cm ²)	AD(cm ²)
a	25.3	30.9	
b	23.6	28.8	
c	26.8	32.8	17.5
d	25.3		
experimental value		30.5 cm ²	

a: (No approximations)
 b: (Oxygen scattering assumed isotropic)
 c: (Oxygen assumed not to slow down)
 d: (Approximations b and c both made)
 AD: τ_{AD} , G-S: GOERTZEL-SELENGUT

正確な値と実験値の間の不一致については HURWITZ-ZWEIFEL は中性子源のスペクトルの誤差, および first flight correction に対する酸素の断面積の小さい事による window 効果がかいてくるのかも知れないと述べていて未だはっきりした結論は得られていない。

以上減速面積を求める三つの近似法: 1) P_L 近似 2) B_L 近似 3) GOERTZEL-SELENGUT 法についてのべ, その比較を行ってきたが, つぎにわれわれが実際の炉について, 酸化ウラン燃料棒の入った時の減速面積を計算するのに用いる方法が, 軽水の場合の時実験とよい結果を与えることがのぞましいので, まずフェルミ年令を計算する方法をのべよう。

上に述べたように GOERTZEL-SELENGUT 法に比べ正確な P_1 近似による τ_N の計算値が実験値より小さい値を示しており, さらに P_1 による計算は非常に面倒であることから, ここでは (IV.21) 式のように GOERTZEL-SELENGUT 法の τ に対する first flight correction をさらに検討して使用する。

すなわち

$$\tau_q = \int \frac{dE}{3\Sigma_{trH}\Sigma_{SH}E} + \frac{\lambda_H}{3\Sigma_{trH}\Sigma_{SH}} \quad (IV.28)$$

で (IV.22) 式の [] の第二項は $u-u_0$ が大きいとして省略する。酸素による減速があると考えた場合の τ_q はこの減速の入れ方がむずかしい。すなわち

$$\tau_q = \tau_{AD} + F.F.C. \quad (IV.29)$$

として, τ_{AD} は普通のフェルミの年令方程式より

$$\tau_{AD} = \int_{E_0}^E \frac{dE}{3 \sum_{\tau} \Sigma_{trr}(E) \xi_{\tau} \Sigma_{S\tau}(E)} \quad (IV.30)$$

と求められている。

F.F.C. は HURWITZ-ZWEIFEL の論文においては水素原子による減速のみしか取扱っていないため変形さ

れた GOERTZEL-SELENGUT 近似においては

$$F.F.C. = \frac{\lambda_H}{3\Sigma_{trH}(E)\Sigma_{SH}(E)} \quad (IV.31)$$

なる値を得, 中性子源のスペクトルより

$$F.F.C. = \int_{E_0}^E \frac{\lambda_H}{3\Sigma_{trH}(E)\Sigma_{SH}(E)} f(E) dE \quad (IV.32)$$

が得られる。

減速が水素原子のみでなく, 酸素などの重い原子核によっても起ると考えた場合には, その取扱は非常に複雑になってくる。

ここではそのため, 水素原子による減速と酸素原子による減速とを独立に起ると考える。すなわち, 水素原子のみあるいは酸素原子のみが存在した場合における F.F.C. を求める。

この問題については R. E. MARSHAK がラプラス変換を用いて解いている。

(IV.2) 式の内 P_1 近似を用いて

$$\begin{aligned} \phi_0(k, u) - ikl(u)\phi_1(k, u) \\ = \int_0^u du' \phi_0(k, u') f_0(u-u') + \delta(u) \\ \phi_j(k, u) - \frac{ikl(u)}{(2j+1)} \left[(j+1)\phi_{j+1}(k, u) \right. \\ \left. + j\phi_{j-1}(k, u) \right] = \int_0^u du' \phi_j(k, u') f_j(u-u') \end{aligned} \quad (IV.33)$$

ここで $l(u) = 1/\Sigma(u)$ である。

$j \geq 2$ $\phi_j = 0$ である時

上式のラプラス変換をとると

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\tau}_0(\eta) \tilde{\phi}_0(k, \eta) - ik \tilde{\phi}_1(k, \eta) &= 1 \\ \tilde{\tau}_1(\eta) \tilde{\phi}_1(k, \eta) - (ik/3) \tilde{\phi}_0(k, \eta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (IV.34)$$

ただし

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{0,1}(k, \eta) &= L[\phi_{0,1}(ku)] \\ \tilde{\phi}_{0,1}(k, \eta) &= L[l(u)\phi_{0,1}(k, u)] \\ \tilde{\tau}_{0,1}(\eta) &= 1 - g_{0,1}(\eta) \end{aligned} \quad (IV.35)$$

$$g_0(\eta) = L[f_0(u)] = 1 - \frac{\alpha}{\eta+1} \left\{ 1 - \exp[-q\tau(\eta+1)] \right\}$$

$$\begin{aligned} g_1(\eta) = L[f_1(u)] &= 1 - \frac{\alpha(\tau+1)}{(2\eta+1)} \\ &\times \left\{ 1 - \exp\left[-q\tau\left(\eta + \frac{3}{2}\right)\right] \right\} + \frac{\alpha(\tau-1)}{2\eta+1} \\ &\times \left\{ 1 - \exp\left[-q\tau\left(\eta + \frac{1}{2}\right)\right] \right\} \end{aligned} \quad (IV.36)$$

さらに j が奇数の時は k^j から始まる奇数巾, j が偶数の時には偶数から始まる偶数巾であり, 次のように展開される。

$$\tilde{\phi}_j(k, u) = \sum_{m=j, j+2, j+4}^{\infty} i^m \tilde{\phi}_j^{(m)}(u) k^m / m! \quad (IV.37)$$

こうして減速面積 $\tau\phi$ は

$$\tau\phi(u) = \frac{1}{2} \frac{\phi_0^{(2)}(u)}{\phi_0^{(0)}(u)} \quad (\text{IV. 38})$$

であり

上式より

$$2\tau\phi(u) = \frac{L^{-1}[\tilde{\phi}_0^{(2)}(\eta)]}{L^{-1}[\tilde{\phi}_0^{(0)}(\eta)]} \quad (\text{IV. 39})$$

を求めるのに (IV. 37) 式を (IV. 34) 式に代入して k^0 , k^1 , k^2 の係数を等しいとおいて

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_0^{(0)}(\eta) &= 1/\tilde{\gamma}_0(\eta) \\ \tilde{\phi}_1^{(1)}(\eta) &= [1/3\tilde{\gamma}_1(\eta)]\tilde{\phi}_0^{(0)}(\eta) \\ \tilde{\phi}_0^{(2)}(\eta) &= [2/\tilde{\gamma}_0(\eta)]\tilde{\phi}_1^{(1)}(\eta) \end{aligned} \quad (\text{IV. 40})$$

を得る。

$1/\tilde{\gamma}_{0,1}$ のラプラスの逆変換を $\tilde{\gamma}_{0,1}$ と表わし, Com-
bination 定理を用いることによって, $l(u)$ が u に関係
がなく, 常数であったとき

$$l(u) = \frac{1}{\Sigma_s} \quad (\text{IV. 41})$$

とすると

$$\begin{aligned} \tau\phi(u) &= \frac{u}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}} + \frac{2}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}} \\ &= \int_{E_0}^E \frac{dE}{3\xi\Sigma_s(E)\Sigma_{tr}(E)E} + \frac{2}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}} \\ &= \tau_{AD} + \text{F. F. C.} + \text{L. F. C.} \end{aligned} \quad (\text{IV. 42})$$

となる。

ここでは $\tau\phi$ についてとってあるので last flight
correction が入ってきて F. F. C. = L. F. C. である
として

$$\text{F. F. C.} = \frac{1}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}} \quad (\text{IV. 43})$$

となり, これが重い元素に対する場合の first flight
correction となる。

よって, ここでは近似として, 水素原子による減速
の τ とを一緒にして

$$\begin{aligned} \tau_q &= \tau_{AD} + \text{F. F. C.} \\ &= \int_{E_0}^{E_{th}} \frac{dE}{3(\xi_H\Sigma_{sH} + \xi_0\Sigma_{s0})(\Sigma_{trH} + \Sigma_{tr0})E} \\ &\quad + \frac{1}{3(\Sigma_{sH} + \xi_0\Sigma_{s0})(\Sigma_{trH} + \Sigma_{tr0})} \end{aligned} \quad (\text{IV. 45})$$

であるとする。

さらに分裂のスペクトルが $f(E)$ である時には

$$\begin{aligned} \tau_q &= \int_{E_0}^{E_{th}} \frac{\int_{E_0}^E f(E')dE'}{3(\xi_H\Sigma_{sH} + \xi_0\Sigma_{s0})(\Sigma_{trH} + \Sigma_{tr0})E} dE \\ &\quad + \int_{E_0}^{E_{th}} \frac{f(E)}{3(\xi_H\Sigma_{sH} + \xi_0\Sigma_{s0})(\Sigma_{trH} + \Sigma_{tr0})E} dE \end{aligned} \quad (\text{IV. 46})$$

となる。

これより, 軽水の減速面積を求めると

$$\begin{aligned} \tau_{1.44eV} &= \tau_{AD1.44eV} + \text{F. F. C.} \\ &= 11.91 + 11.78 \\ &= 29.69(\text{cm}^2) \\ \text{L. F. C.} &= \frac{1}{3\xi\Sigma_s\Sigma_{tr}} \end{aligned}$$

より計算をして

L. F. C. は水素の実効質量を 1 とした時の値では

$$\text{L. F. C.}_{1.44eV} = 0.39(\text{cm}^2)$$

又は 1.8 とおいた時には

$$\text{L. F. C.} = 0.50(\text{cm}^2)$$

であるから

$$\tau_{\phi 1.44eV} = 30.08(\text{cm}^2)$$

であって, 実測値は 31.4 cm^2 でありこの計算法による
値で 1.4 cm^2 の差はあるが, この計算法によって
酸化ウラン燃料棒の入った時の減速面積を求めること
にする。

ここで問題になるのは, 非弾性散乱による減速が
first flight correction にどのようにきいてくるかが
問題となるが, ここでは非弾性散乱に対する $\xi_1\gamma$ を用
いて $\xi\Sigma_s$ と同様に $\xi_1\Sigma_i$ を用いてある。

すなわち

$$\tau_q = \int_{E_0}^{Ec} \frac{\int_{E_0}^{E'} f(E'')dE'' + f(E')}{3 \sum_T (\xi_T \Sigma_{sT} + \xi_{tr} \Sigma_{tr}) \sum_T (\Sigma_{trT}) E'} dE' \quad (\text{IV. 47})$$

ただし, first flight correction に対する項 $f(E')$
の方の積分での水素の輸送断面積は, 散乱断面積で置
きかえている。

この結果を TABLE 14~16 に示す。TABLE 14 は常
温までの値であり, TABLE 16 は 3 群理論にて述べる
高速中性子領域 180 keV までの分裂スペクトルの
大きい部分までの値を示している。TABLE 16 は熱中
性子領域の境界である熱中性子切断エネルギーまでの

TABLE 14

$\frac{VH_2O}{VCO_2}$	light water density	τ_{AD}	F. F. C.	τ_q
1	1	29.74	0.98	30.72
	0.8	39.40	1.16	40.56
	0.6	55.90	1.47	57.37
2	1	23.55	1.44	24.99
	0.8	32.52	1.91	34.43
	0.6	47.23	2.70	49.93
3	1	21.4	1.39	22.79
	0.8	30.3	1.92	32.22
	0.6	46.8	2.85	49.65
4	1	20.79	1.38	22.17
	0.8	29.83	1.97	31.80
	0.6	46.88	3.01	49.89

(ここでの減速面積は常温までの値である)

減速面積を示しており first flight correction をも与えてある。この表からわかるように、酸化ウランの入った場合の first flight correction は軽水のみ

TABLE 15

$\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	light water density	τ_{AD} 180 keV	F. F. C. 180 keV	τ 180 keV
2	1	11.49	1.44	12.92
	0.8	15.35	1.91	17.36
	0.6	21.76	2.70	24.46

場合の時に 10 cm 程度で τ_{AD} の 1/2 程の値になるのに比べてずっと小さくなる。

TABLE 16

$\frac{V_{H_2O}}{V_{UO_2}}$	light water density	$\tau_{AD} T_c$	F. F. C T_c	τT_c
2	1	23.05	1.44	24.49
	0.8	31.68	1.91	33.59
	0.6	45.85	2.70	48.55

第 7 章 3 群理論および熱外中性子核分裂

§ V-1 3 群理論

軽水炉においては熱外中性子領域の中性子束が大きくなるためこの領域での核分裂を考慮しなければならない。今までの取扱いにおいては ^{235}U の熱外中性子領域における核分裂などを無視してきた。また共鳴吸収を逃れる確率を求める場合においても ^{238}U の共鳴吸収のみを考えてきた。何故なら ^{235}U の場合には核分裂を共鳴吸収領域にておこすので ただの吸収だけを考えて、共鳴吸収を逃れる確率に ^{235}U の共鳴吸収を入れたのでは意味がなく、この核分裂によってかえって落ちてくる中性子の数の増加することも考えられるからである。

^{235}U の共鳴吸収および分裂による中性子の増減を求めるには、共鳴吸収の項でのべた減速密度に対する方程式 (II. 53), (II. 54) を変えて分裂による効果も入れて高速分裂因子を求めたと同様にして取扱うことができるが、この場合には ^{235}U の共鳴吸収があり、それらの重なりあう事による遮蔽効果のため、 ^{238}U 燃料の共鳴吸収 P を求めた時のように ^{235}U の実効共鳴積分といった形で求める事は困難であり、また濃縮度によっても違ってくるので意味がなくなる。しかし ^{235}U の共鳴吸収および分裂は軽水炉においては大きくなるため、より正確な値を得るために、今後研究されるべき課題であろう。

ここでは ^{235}U の共鳴領域における中性子の増減については、以上の理由のために ^{238}U の共鳴吸収のみを考えて、その領域以下のエネルギーの熱外中性子領域の吸収および分裂を考慮してゆく。

この問題を解くため、ここでは 3 群理論によって解く。ここでは 3 群理論において使用する核データについても問題があるがこれについては後述する。

3 群理論で炉心中性子束を支配する方程式は

$$\begin{aligned} -D_{1c} \nabla^2 \phi_{1c} + \Sigma_{S1c} \phi_{1c} &= \nu (\Sigma_{f2c} \phi_{2c} + \Sigma_{f3c} \phi_{3c}) \\ -D_{2c} \nabla^2 \phi_{2c} + (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{S12}) \phi_{2c} &= \Sigma_{S1c} \phi_{1c} \\ -D_{3c} \nabla^2 \phi_{3c} + \Sigma_{a3c} \phi_{3c} &= \Sigma_{S12c} \phi_{2c} \end{aligned} \quad (V. 1)$$

となる。ここで添字 1, 2, 3 は三つの群、すなわち高速、熱外中性子(共鳴も含む)、熱エネルギー領域の群を表わす。

上式は均質の原子炉に対しての式であって非均質炉の場合にはそれぞれ常数を適当に置換え平均の Σ および ϕ をとる事によって均質炉の取扱いにする。

この場合には

$$\begin{aligned} -D_{1c} \nabla^2 \phi_{1c} + \Sigma_{S1c} \phi_{1c} &= \frac{1}{P} [k_3 \Sigma_{a3c} \phi_{3c} \\ &\quad + P k_2 (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{S12c}) \phi_{2c}] \\ -D_{2c} \nabla^2 \phi_{2c} + (P \Sigma_{a2c} + \Sigma_{S12c}) \phi_{2c} &= \Sigma_{S1c} \phi_{1c} \\ -D_{3c} \nabla^2 \phi_{3c} + \Sigma_{a3c} \phi_{3c} &= P \left(\frac{\Sigma_{S12c}}{\Sigma_{a2c} + \Sigma_{S12c}} \right) \\ &\quad \times (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{S12c}) \phi_{2c} \end{aligned} \quad (V. 2)$$

となる。

ここで P の入れ方は共鳴吸収よりエネルギーの低い所に吸収 (Σ_{a2}) があると考えた場合と、共鳴吸収エネルギーより高い所にある場合とで違ってきて、ここでは ^{235}U の吸収は ^{238}U の共鳴吸収よりエネルギーの低い所に多くあるため、前者を用いている。ただし第 2 式の $(P \Sigma_{a2} + \Sigma_{S12})$ なる部分の Σ_{S12} なる取扱いに不備な点があるのは 3 群理論にしてあるため、これについては後述する。

ここで k_3 は高速中性子による核分裂をのぞいた他の領域では熱中性子領域のみにて核分裂をおこすと考え、熱外中性子領域にては核分裂はおこさないとした場合のそのサイクルの無限増倍係数であって、ここでは熱外中性子領域での ^{235}U の吸収等も前述の事情か

ら無視してある。 k_2 はこの効果を入れるために入れた定数であって、この定数は k_3 と同様に高速中性子領域の核分裂のほかには熱外中性子領域の核分裂のみを考えたサイクルでの無限増倍係数である。これを図示すると Fig. 23 のようなサイクルに対する無限増倍係数を表わす。

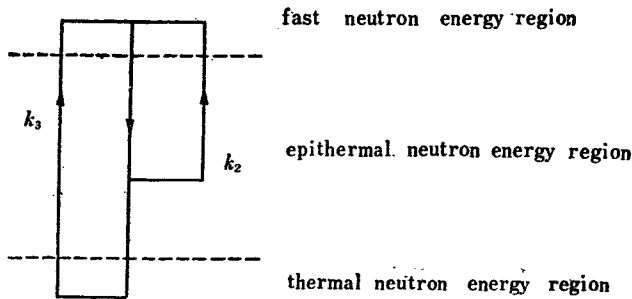


Fig. 23

ここで便宜のため k_3 を熱中性子無限増倍係数、 k_2 を熱外中性子無限増倍係数と呼ぶことにしておく。

熱外中性子無限増倍係数 k_2 の方は、次のように定義してある。

(V.1) 式より

$\nu \Sigma_{f2} \phi_2$ に高速中性子領域の分裂を ϵ として入れると

$$\begin{aligned} \nu \epsilon \Sigma_{f2} \phi_2 \text{fuel} &= \nu \epsilon \frac{\Sigma_{f2} \phi_2 \text{fuel}}{\Sigma_{a2} \phi_2 \text{fuel}} \frac{\Sigma_{a2} \phi_2 \text{fuel}}{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2} \frac{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2}{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2} \\ &= \epsilon \eta_2 f_2 \frac{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2}{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2} \quad (\text{V.3}) \end{aligned}$$

ただし減速材のみで中性子の減速があるとして

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{\Sigma_{a2} \text{fuel} \phi_2 \text{fuel}}{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12})_{\text{Mod}} \phi_2 \text{Mod} + \Sigma_{a2} \epsilon \tau_{a2} \phi_2 \epsilon \tau_{a2} + \Sigma_{a2} \text{fuel} \phi_2 \text{fuel}} \\ &= \frac{\Sigma_{a2} \text{fuel} \phi_2 \text{fuel}}{(\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2} \quad (\text{V.4}) \end{aligned}$$

である。

さらにここでの ϕ_2 はこの吸収のおこる前に共鳴吸収がある場合には P なる因子だけ小さくなるため

$$\epsilon \eta_2 f_2 P (\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2 = k_2 (\Sigma_{a2} + \Sigma_{s12}) \phi_2 \quad (\text{I.5})$$

となる。

$\nu \epsilon \Sigma_{f2} \phi_2 \text{fuel}$ は非均質の場合

$$\begin{aligned} \nu \epsilon \Sigma_{f2} \phi_2 \text{fuel} &= \nu \epsilon \left(\frac{\Sigma_{f2} \phi_2 \text{fuel}}{\Sigma_{a2} \phi_2 \text{fuel}} \right) \frac{\Sigma_{a2} \phi_2 \text{fuel}}{\Sigma_{a2} \phi_2'} \frac{\Sigma_{a2} \phi_2'}{\Sigma_{a2} \phi_2'} \\ &= \epsilon \eta_2 f_2' \Sigma_{a2} \phi_2 \quad (\text{V.6}) \end{aligned}$$

としてもよいようであるが、これは非均質の場合の中性子束 ϕ の定義の仕方が問題となってきた、ここでは一応熱外中性子領域の中性子束 ϕ_2 として

$$\phi_2 = \frac{\sum_i \phi_i (\Sigma_a + \Sigma_{st})_i V_i}{\sum_i (\Sigma_a + \Sigma_{st})_i V_i} \quad (\text{V.7})$$

を用いている。

これによって k_2 の定義も前述のような意味づけができることになる。(V.2)の第3式では、

$$P \left(\frac{\Sigma_{s12c}}{\Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}} \right) (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}) \phi_{2c}$$

と書いたが、これは近似的に $P \Sigma_{s12c} \phi_{2c}$ として計算を進める。以後の4群理論においても同様である。

よって(V.3)、(V.4)式の f_2 および k_2 を用いる。

この式を解く時、2群理論と同様に

$$\nabla^2 \phi_{ic} \text{ に対して } -B_c^2 \phi_{ic} \quad i=1, 2, 3$$

と取り

$$\begin{pmatrix} -(D_{1c} B_c^2 + \Sigma_{s11c}), & k_2 (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}), & \frac{1}{P} k_3 \Sigma_{a3c} \\ \Sigma_{s11c}, & -(D_{2c} B_c^2 + P \Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}), & 0 \\ 0, & P \Sigma_{s12c}, & -(D_{3c} B_c^2 + \Sigma_{a3c}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \phi_{1c} \\ \phi_{2c} \\ \phi_{3c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{V.8})$$

となり、 ϕ_{1c} 、 ϕ_{2c} 、 ϕ_{3c} が値を持つために

$$\begin{vmatrix} -(D_{1c} B_c^2 + \Sigma_{s11c}), & k_2 (\Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}), & \frac{1}{P} k_3 \Sigma_{a3c} \\ \Sigma_{s11c}, & -(D_{2c} B_c^2 + P \Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}), & 0 \\ 0, & P \Sigma_{s12c}, & -(D_{3c} B_c^2 + \Sigma_{a3c}) \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{V.9})$$

なるように B^2 を定める。

これを解くと

$$\begin{aligned} &-(L_{1c}^2 B_c^2 + 1)(L_{2c}^2 B_c^2 + 1 + R_2 P)(L_{3c}^2 B_c^2 + 1) \\ &+ k_2 (L_{3c}^2 B_c^2 + 1)(1 + R_2 P) + k_3 = 0 \quad (\text{V.10}) \end{aligned}$$

となり

(V.7)式の B^2 の三次式の根を B_1^2 、 B_2^2 、 B_3^2 とすると

$$\begin{aligned} \phi_{1c} &= A_1 X + C_1 Y + E_1 Z \\ \phi_{2c} &= A_2 X + C_2 Y + E_2 Z \\ \phi_{3c} &= A_3 X + C_3 Y + E_3 Z \quad (\text{V.11}) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} X \text{ は } \nabla^2 X + B_1^2 X &= 0 \\ Y \text{ は } \nabla^2 Y + B_2^2 Y &= 0 \\ Z \text{ は } \nabla^2 Z + B_3^2 Z &= 0 \quad (\text{V.12}) \end{aligned}$$

の解であり、

A_1 、 A_2 、 A_3 などの間にはつぎの関係がある。

$$\begin{aligned} A_1 : A_2 : A_3 &= \begin{vmatrix} (D_{2c} B_{1c}^2 + \Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}), & 0 \\ -P \Sigma_{s11c} & (D_{3c} B_{1c}^2 + \Sigma_{a3c}) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -\Sigma_{s11c} & 0 \\ 0 & (D_{3c} B_{1c}^2 + \Sigma_{a3c}) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -\Sigma_{s11c}, & (D_{2c} B_{1c}^2 + \Sigma_{a2c} + \Sigma_{s12c}) \\ 0 & -P \Sigma_{s12c} \end{vmatrix} \quad (\text{V.13}) \end{aligned}$$

これから結合定数は

$$S_{1A} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\Sigma S_{11c}}{(D_{2c}B_{1c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c})}$$

$$S_{2A} = \frac{A_3}{A_1} = \frac{P\Sigma S_{11c}\Sigma S_{12c}}{(D_{2c}B_{1c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c})(D_{3c}B_{1c}^2 + \Sigma a_{3c})} \quad (V.14)$$

同様にして

$$S_{1c} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\Sigma S_{11c}}{(D_{2c}B_{2c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c})}$$

$$S_{2c} = \frac{C_3}{C_1} = \frac{P\Sigma S_{11c}\Sigma S_{12c}}{(D_{2c}B_{2c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c})(D_{3c}B_{2c}^2 + \Sigma a_{3c})} \quad (V.15)$$

$$S_{1E} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\Sigma S_{11c}}{D_{2c}B_{3c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c}}$$

$$S_{2E} = \frac{E_3}{E_1} = \frac{P\Sigma S_{11c}\Sigma S_{12c}}{(D_{2c}B_{3c}^2 + \Sigma a_{2c} + \Sigma S_{12c})(D_{3c}B_{3c}^2 + \Sigma a_{3c})} \quad (V.16)$$

となる。

これより

$$\phi_{1c} = A_1X + C_1Y + E_1Z$$

$$\phi_{2c} = A_1S_{1A} + C_1S_{1c}Y + E_1S_{1E}Z$$

$$\phi_{3c} = A_1S_{1A}X + C_1S_{2c}Y + E_1S_{2E}Z \quad (V.17)$$

となる。

ここで取り上げた炉においては B^2 に対する三次式の根として一つは実根、二つは共軛な複素数になる。

この二つを B_2, B_3 とすれば、 Y, Z なる函数は共軛な函数になる。

B^2 が複素数になるという事は一見奇妙に思われるかも知れないが、このような事あり得る証明として一例をあげよう。3群の臨界方程式として次式のような場合

$$(L_1^2B^2 + 1)(L_2^2B^2 + 1)(L_3^2B^2 + 1) = k \quad (V.18)$$

$L_1 = L_2 = L_3 = L$ なる特別の場合について考えると

$$y = (L^2B^2 + 1)^3 - k \quad (V.19)$$

なる函数 y は

$\frac{dy}{dB^2} = 0$ なる根 B^2 で等根になり、極大値、極小値は一致する。よって、 $y=0$ の根は一つは実根、二つは共軛な複素根になる。

次に反射体内においては中性子を支配する方程式は

$$-D_{1r}F^2\phi_{1r} + \Sigma S_{11r}\phi_{1r} = 0$$

$$-D_{2r}F^2\phi_{2r} + (\Sigma a_{2r} + \Sigma S_{12r})\phi_{2r} = \Sigma S_{11r}\phi_{1r}$$

$$-D_{3r}F^2\phi_{3r} + \Sigma a_{3r}\phi_{3r} = \Sigma S_{12r}\phi_{2r} \quad (V.20)$$

であり、炉心中の場合と同様にして

$$F^2\phi_r + B^2\phi_r = 0 \quad (V.21)$$

として

$$\begin{bmatrix} (L_{1r}^2B^2 + 1), & 0 & , & 0 \\ -1 & , & (L_{2r}^2B^2 + 1 + R_{2r}), & 0 \\ 0 & , & -1 & , & (L_{3r}^2B^2 + 1) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} \phi_{1r} \\ \phi_{2r} \\ \phi_{3r} \end{bmatrix} = 0 \quad (V.22)$$

ここで

$$L_{1r}^2 = \frac{D_{1r}}{\Sigma S_{11r}}$$

$$L_{2r}^2 = \frac{D_{2r}}{\Sigma S_{12r}} \quad R_{2r} = \frac{\Sigma a_{2r}}{\Sigma S_{12r}}$$

$$L_{3r}^2 = \frac{D_{3r}}{\Sigma S_{13r}}$$

である。

行列式 =

$$(L_{1r}^2B^2 + 1)(L_{2r}^2B^2 + 1 + R_{2r})(L_{3r}^2B^2 + 1) = 0 \quad (V.23)$$

B^2 は

$$B_{1r}^2 = -\frac{1}{L_{1r}^2} = -\kappa_{1r}^2$$

$$B_{2r}^2 = -\frac{(1 + R_{2r})}{L_{2r}^2} = -\kappa_{2r}^2$$

$$B_{3r}^2 = -\frac{1}{L_{3r}^2} = -\kappa_{3r}^2 \quad (V.24)$$

の3根がある。

これより

$$\phi_{1r} = FU$$

$$\phi_{2r} = GV + S_{1r}\phi_{1r}$$

$$\phi_{3r} = HW + S_{2r}\phi_{2r} \quad (V.25)$$

となる。

ここで U, V, W は

$$F^2U - \frac{1}{L_{1r}^2}U = 0$$

$$F^2V - \frac{1}{L_{2r}^2}(1 + R_{2r})V = 0$$

$$F^2W - \frac{1}{L_{3r}^2}W = 0 \quad (V.26)$$

の解である。

さらに結合定数は

$$S_{1r} = \frac{\Sigma S_{11r}}{D_{2r}} \frac{1}{(\kappa_{2r}^2 - \kappa_{1r}^2)}$$

$$S_{2r} = \frac{\Sigma S_{12r}}{D_{3r}} \frac{1}{(\kappa_{3r}^2 - \kappa_{2r}^2)} \quad (V.27)$$

である。

以上一般的に述べたものを円筒型原子炉に対するものについて具体的に書くと、 B_c^2 の根が実数である場合には、2群理論の単なる拡張になるのでここでは省略し、共軛の複素根のある場合について考える。

まず半径方向について考える。ここで取扱っている炉心においては B_{1c}^2 はこのとき正の実数、 B_{2c}^2 と B_{3c}^2 は共軛の複素数であり実部は負であるので、軸方向の彎曲を α^2 とすると、半径方向の彎曲は、

$$\begin{aligned}\beta_1^2 &= B_{1c}^2 - \alpha^2 \\ \beta_2^2 &= -B_{2c}^2 + \alpha^2 \\ \bar{\beta}_3^2 &= \beta_2^2\end{aligned}\quad (\text{V. 28})$$

となり

$$\begin{aligned}\phi_{1c} &= A_1 J_0(\beta_1 r) + C_1 J_0(\beta_2 r) + E_1 J_0(\bar{\beta}_2 r) \\ \phi_{2c} &= A_1 S_{1A} J_0(\beta_1 r) + C_1 S_{1c} J_0(\beta_2 r) + E_1 S_{1E} J_0(\bar{\beta}_2 r) \\ \phi_{3c} &= A_1 S_{2A} J_0(\beta_1 r) + C_1 S_{2c} J_0(\beta_2 r) + E_1 S_{2E} J_0(\bar{\beta}_2 r)\end{aligned}\quad (\text{V. 29})$$

となるが

$$J_0(\bar{\beta}_2 r) = \overline{J_0(\beta_2 r)}$$

であり、 $\beta_3^2 = \bar{\beta}_2^2$ より

$$S_{1c} = \bar{S}_{1E} \quad (\text{V. 30})$$

$$S_{2c} = \bar{S}_{2E} \quad (\text{V. 31})$$

さらに中性子束 ϕ が実数になるため、未定係数 C_1 と E_1 は共軛の複素数になる

$C_1 = C e^{i\theta}$ とすると

$$\begin{aligned}\phi_{1c} &= A_1 J_0(\beta_1 r) + C e^{i\theta} J_0(\beta_2 r) + C e^{-i\theta} \overline{J_0(\beta_2 r)} \\ \phi_{2c} &= A_1 S_{1A} J_0(\beta_1 r) + C e^{i\theta} S_{1c} J_0(\beta_2 r) + C e^{-i\theta} \overline{S_{1c} J_0(\beta_2 r)} \\ \phi_{3c} &= A_1 S_{2A} J_0(\beta_1 r) + C e^{i\theta} S_{2c} J_0(\beta_2 r) + C e^{-i\theta} \overline{S_{2c} J_0(\beta_2 r)}\end{aligned}\quad (\text{V. 32})$$

となり、ここで変数が複素数である場合の BESSEL 関数は

$$J_p(Z) = \frac{\left(\frac{1}{2}Z\right)^p}{0! p!} - \frac{\left(\frac{1}{2}Z\right)^{p+2}}{1! (p+1)!} + \frac{\left(\frac{1}{2}Z\right)^{p+4}}{2! (p+2)!} - \frac{\left(\frac{1}{2}Z\right)^{p+6}}{3! (p+3)!} + \dots \quad (\text{V. 33})$$

であり、 $Z = r e^{i\theta}$ とおくと、 $|Z| = r \rightarrow \infty$ においては、

$-\frac{1}{2}\pi < \theta < \frac{\pi}{2}$ の場合は

$$J_p(Z) \xrightarrow{Z \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{\pi Z}} \cos\left(Z - \frac{\pi}{2}\left(p + \frac{1}{2}\right)\right) \quad (\text{V. 34})$$

である。

よって

$$\begin{aligned}J_0 &\rightarrow \sqrt{\frac{1}{2\pi r}} \exp\left[rs \sin\theta - i\left(r \cos\theta + \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \\ J_1 &\rightarrow \sqrt{\frac{1}{2\pi r}} \exp\left[rs \sin\theta - i\left(r \cos\theta + \frac{\theta}{2} - \frac{3\pi}{4}\right)\right]\end{aligned}\quad (\text{V. 35})$$

である。

一方反射体中においては

B_{1r}^2 , B_{2r}^2 , B_{3r}^2 は実数であるため簡単になり $\kappa_1 r'^2 = \kappa_1 r^2 + \alpha^2$, また R_T を反射体の外半径とすると

$$\begin{aligned}\phi_{1r} &= F\left(I_0(\kappa_{1r}' r) - \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{F_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_0(\kappa_{1r}' r)\right) \\ \phi_{2r} &= F S_{1r}\left(I_0(\kappa_{1r}' r) - \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{K_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_0(\kappa_{1r}' r)\right) \\ &\quad + G\left(I_0(\kappa_{2r}' r) - \frac{I_0(\kappa_{2r}' R_T)}{K_0(\kappa_{2r}' R_T)} K_0(\kappa_{2r}' r)\right) \\ \phi_{3r} &= G S_{2r}\left(I_0(\kappa_{2r}' r) - \frac{I_0(\kappa_{2r}' R_T)}{K_0(\kappa_{2r}' R_T)} K_0(\kappa_{2r}' r)\right) \\ &\quad + H\left(I_0(\kappa_{3r}' r) - \frac{I_0(\kappa_{3r}' R_T)}{K_0(\kappa_{3r}' R_T)} K_0(\kappa_{3r}' r)\right)\end{aligned}\quad (\text{V. 36})$$

となる。

これより、炉心と反射体の境界面 $r = R_c$ における境界条件として

$$\begin{aligned}\phi_{1c}(R_c) &= \phi_{1r}(R_c) \\ \phi_{2c}(R_c) &= \phi_{2r}(R_c) \\ \phi_{3c}(R_c) &= \phi_{3r}(R_c) \\ -D_{1c}\phi_{1c}'(R_c) &= -D_{1r}\phi_{1r}'(R_c) \\ -D_{2c}\phi_{2c}'(R_c) &= -D_{2r}\phi_{2r}'(R_c) \\ -D_{3c}\phi_{3c}'(R_c) &= -D_{3r}\phi_{3r}'(R_c)\end{aligned}\quad (\text{V. 37})$$

ここで ' は r による微分を表わす。

これより

$$\begin{aligned}A_1 J_0(\beta_1 R_c) + C e^{i\theta} J_0(\beta_2 R_c) + C e^{-i\theta} \overline{J_0(\beta_2 R_c)} &= F\left(I_0(\kappa_{1r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{K_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_0(\kappa_{1r}' R_c)\right) \\ A_1 S_{1A} J_0(\beta_1 R_c) + C e^{i\theta} S_{1c} J_0(\beta_2 R_c) + C e^{-i\theta} \overline{S_{1c} J_0(\beta_2 R_c)} &= F S_{1r}\left(I_0(\kappa_{1r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{K_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_0(\kappa_{1r}' R_c)\right) \\ &\quad + G\left(I_0(\kappa_{2r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{2r}' R_T)}{K_0(\kappa_{2r}' R_T)} K_0(\kappa_{2r}' R_c)\right) \\ A_1 S_{2A} J_0(\beta_1 R_c) + C e^{i\theta} S_{2c} J_0(\beta_2 R_c) + C e^{-i\theta} \overline{S_{2c} J_0(\beta_2 R_c)} &= G S_{2r}\left(I_0(\kappa_{2r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{2r}' R_T)}{K_0(\kappa_{2r}' R_T)} K_0(\kappa_{2r}' R_c)\right) \\ &\quad + H\left(I_0(\kappa_{3r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{3r}' R_T)}{K_0(\kappa_{3r}' R_T)} K_0(\kappa_{3r}' R_c)\right) \\ -D_{1c}[A_1 \beta_1 J_1(\beta_1 R_c) + C e^{i\theta} \beta_2 J_1(\beta_2 R_c) + C e^{-i\theta} \overline{\beta_2 J_1(\beta_2 R_c)}] &= D_{1r}\left\{F \kappa_{1r}' \left(I_1(\kappa_{1r}' R_c) + \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{K_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_1(\kappa_{1r}' R_c)\right)\right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -D_{2c}[A_1S_{1A}\beta_1J_1(\beta_1R_c) + Ce^{i\theta}S_{1c}\beta_2J_1(\beta_2R_c) + Ce^{-i\theta}\overline{S_{1c}\beta_2J_1(\beta_2R_c)}] = D_{2r}\left\{FS_{1r\kappa_1r'}\left(I_1(\kappa_1r'R_c)\right.\right. \\
 & \quad \left.\left. + \frac{I_0(\kappa_1r'R_T)}{K_0(\kappa_1r'R_T)}K_1(\kappa_2r'R_c)\right) + G\kappa_2r'\left(I_1(\kappa_2r'R_c) + \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_1(\kappa_2r'R_c)\right)\right\} \\
 & -D_{3c}[A_1S_{2A}\beta_1J_1(\beta_1R_c) + Ce^{i\theta}S_{2c}\beta_2J_1(\beta_2R_c) + Ce^{-i\theta}\overline{S_{2c}\beta_2J_1(\beta_2R_c)}] = D_{3r}\left\{GS_{2r\kappa_2r'}\left(I_{1r}(\kappa_2r'R_c)\right.\right. \\
 & \quad \left.\left. + \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_1(\kappa_2r'R_c)\right) + H\kappa_3r'\left(I_1(\kappa_3r'R_c) + \frac{I_0(\kappa_3r'R_T)}{K_0(\kappa_3r'R_T)}K_1r'(\kappa_3r'R_c)\right)\right\} \quad (\text{V. 38})
 \end{aligned}$$

なる臨界方程式を得る.

この臨界方程式より臨界になる R_c を求めることは面倒である.

上式を書きかえると

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ S_{1A} & S_{1c} & \overline{S_{1c}} & S_{1r} & 1 & 0 \\ S_{2A} & S_{2c} & \overline{S_{2c}} & 0 & S_{2r} & 1 \\ -D_{1c}P & -D_{1c}Q & -D_{1c}\overline{Q} & D_{1r}U & 0 & 0 \\ -D_{2c}S_{1c}P & -D_{2c}S_{1c}Q & -D_{2c}\overline{S_{1c}Q} & D_{2r}S_{1r}U & D_{2r}V & 0 \\ -D_{3c}S_{2c}P & -D_{3c}S_{2c}Q & -D_{3c}\overline{S_{2c}Q} & 0 & D_{3r}S_{2r}V & D_{3r}W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1J_0(\beta_1R_c) \\ Ce^{i\theta}J_0(\beta_2R_c) \\ Ce^{-i\theta}\overline{J_0(\beta_2R_c)} \\ -F\left(I_0(\kappa_1r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_1r'R_T)}{K_0(\kappa_1r'R_T)}K_0(\kappa_1r'R_c)\right) \\ -G\left(I_0(\kappa_2r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_0(\kappa_2r'R_c)\right) \\ -H\left(I_0(\kappa_3r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_3r'R_T)}{K_0(\kappa_3r'R_T)}K_0(\kappa_3r'R_c)\right) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 39})$$

さらに

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_{1A} & \text{Re}S_{1c} & -\text{Im}S_{1c} & S_{1r} & 1 & 0 \\ S_{2A} & \text{Re}S_{2c} & -\text{Im}S_{2c} & 0 & S_{2r} & 1 \\ -D_{1c}P & -D_{1c}\text{Re}Q & +D_{1c}\text{Im}Q & D_{1r}U & 0 & 0 \\ -D_{2c}S_{1A}P & -D_{2c}\text{Re}(S_{1c}Q) & +D_{2c}\text{Im}(S_{1c}Q) & D_{2r}S_{1r}U & D_{2r}V & 0 \\ -D_{3c}S_{2A}P & -D_{3c}\text{Re}(S_{2c}Q) & +D_{3c}\text{Im}(S_{2c}Q) & 0 & D_{3r}S_{2r}V & D_{3r}W \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1J_0(\beta_1R_c) \\ 2\text{Re}[C_1J_0(\beta_2R_c)] \\ 2\text{Im}[C_1J_0(\beta_2R_c)] \\ -F\left[I_0(\kappa_1r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_1r'R_T)}{K_0(\kappa_1r'R_T)}K_0(\kappa_1r'R_c)\right] \\ -G\left[I_0(\kappa_2r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_0(\kappa_2r'R_c)\right] \\ -H\left[I_0(\kappa_3r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_3r'R_T)}{K_0(\kappa_3r'R_T)}K_0(\kappa_3r'R_c)\right] \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 40})$$

ここで

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{\beta_1J_1(\beta_1R_c)}{J_0(\beta_1R_c)} \\
 Q &= \frac{\beta_2J_1(\beta_2R_c)}{J_0(\beta_2R_c)} \\
 U &= \frac{\kappa_1r'\left[I_1(\kappa_1r'R_c) + \frac{I_0(\kappa_1r'R_T)}{K_0(\kappa_1r'R_T)}K_1(\kappa_1r'R_c)\right]}{\left[I_0(\kappa_1r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_1r'R_T)}{K_0(\kappa_1r'R_T)}K_0(\kappa_1r'R_c)\right]} \\
 V &= \frac{\kappa_2r'\left[I_1(\kappa_2r'R_c) + \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_1(\kappa_2r'R_c)\right]}{\left[I_0(\kappa_2r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_2r'R_T)}{K_0(\kappa_2r'R_T)}K_0(\kappa_2r'R_c)\right]} \\
 W &= \frac{\kappa_3r'\left[I_1(\kappa_3r'R_c) + \frac{I_0(\kappa_3r'R_T)}{K_0(\kappa_3r'R_T)}K_1(\kappa_3r'R_c)\right]}{\left[I_0(\kappa_3r'R_c) - \frac{I_0(\kappa_3r'R_T)}{K_0(\kappa_3r'R_T)}K_0(\kappa_3r'R_c)\right]} \quad (\text{V. 41})
 \end{aligned}$$

であり

$\beta_2 R_c$ は大きく, (3.4) 式を用いて

$$Q = \frac{\beta_2 J_1(\beta_2 R_c)}{J_0(\beta_2 R_c)} = \frac{\exp\left\{-i\left(r \cos \theta + \frac{\phi}{2} - \frac{3\pi}{4}\right)\right\}}{\exp\left\{-i\left(r \cos \theta + \frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right\}} \\ \times |\beta_2| e^{i\phi} = |\beta_2| e^{i\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (\text{V. 42})$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ S_{1A} & \text{Re}S_{1c} & -\text{Im}S_{1c} & S_{1r} \\ S_{2A} & \text{Re}S_{2c} & -\text{Im}S_{2c} & 0 \\ -D_{1c}P & -D_{1c}|\beta_2|\text{Re}(e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & +D_{1c}|\beta_2|\text{Im}(e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & -D_{1r}\kappa_{1r}' \coth \kappa_{1r}' T \\ -D_{2c}S_{1c}P & -D_{2c}|\beta_2|\text{Re}(S_{1c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & +D_{2c}|\beta_2|\text{Im}(S_{1c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & -D_{2r}S_{1r}\kappa_{1r}' \coth \kappa_{1r}' T \\ -D_{3c}S_{2c}P & -D_{3c}|\beta_2|\text{Re}(S_{2c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & +D_{3c}|\beta_2|\text{Im}(S_{2c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & 0 \\ 0 & 0 & A_1 J_0(\beta_1 R_c) & \\ 1 & 0 & 2\text{Re}[C_1 J_0(\beta_2 R_c)] & \\ S_{2r} & 1 & 2\text{Im}[C_1 J_0(\beta_2 R_c)] & \\ 0 & 0 & -F\left[I_0(\kappa_{1r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{1r}' R_T)}{K_0(\kappa_{1r}' R_T)} K_0(\kappa_{1r}' R_c)\right] & \\ -D_{2r}\kappa_{2r}' \coth \kappa_{2r}' T & 0 & -G\left[I_0(\kappa_{2r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{2r}' R_T)}{K_0(\kappa_{2r}' R_T)} K_0(\kappa_{2r}' R_c)\right] & \\ -D_{3r}S_{2r}\kappa_{2r}' \coth \kappa_{2r}' T & -D_{3r}\kappa_{3r}' \coth \kappa_{3r}' T & -H\left[I_0(\kappa_{3r}' R_c) - \frac{I_0(\kappa_{3r}' R_T)}{K_0(\kappa_{3r}' R_T)} K_0(\kappa_{3r}' R_c)\right] & \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 44})$$

ここで P のみが R_c の函数であるから, 行列式は P の一次式になるため, 行列式が 0 になるように P を定めることは容易になる. これより R_c を定めて, さらに A, C, F, G, H が求まり中性子束分布が簡単にもとまる.

同様に軸方向に対しては, 簡単のため, 原子炉が軸方向で対称のときを考えて, いま

$$\alpha_1^2 = B_{1c}^2 - \beta^2 \\ \alpha_2^2 = -B_{2c}^2 + \beta^2 \\ \kappa_{1r}''^2 = \kappa_{1r}'^2 + \beta^2 \quad (\text{V. 45})$$

Z_T を原子炉が軸方向において対称であるときの対称点から反射体の上面までの高さとする

となり R_c によらない数となる.

また, 炉が大きいことにより一般に $\kappa_{1r}' R_c$ は大きく

$$U = -\kappa_{1r}' \coth \kappa_{1r}' (R_T - R_c) \\ V = -\kappa_{2r}' \coth \kappa_{2r}' (R_T - R_c) \\ W = -\kappa_{3r}' \coth \kappa_{3r}' (R_T - R_c) \quad (\text{V. 43})$$

で近似され, $R_T - R_c = T$, 反射体の厚さを定めておけばこれまた R_c によらない函数になる.

$$\phi_{1c} = A_1' \cos(\alpha_1 Z) + C_1' \cos(\alpha_2 Z) + E_1' \cos(\bar{\alpha}_2 Z) \\ \phi_{2c} = A_1' S_{1A} \cos(\alpha_1 Z) + C_1' S_{1c} \cos(\alpha_2 Z) \\ + E_1' S_{1E} \cos(\bar{\alpha}_2 Z) \\ \phi_{3c} = A_1' S_{2A} \cos(\alpha_1 Z) + C_1' S_{2c} \cos(\alpha_2 Z) \\ + E_1' S_{1E} \cos(\bar{\alpha}_2 Z) \\ \phi_{1r} = F' \sinh \kappa_{1r}'' (Z_T - Z) \\ \phi_{2r} = F' S_{1r} \sinh \kappa_{1r}'' (Z_T - Z) + G' \sinh \kappa_{2r}'' (Z_T - Z) \\ \phi_{3r} = G' S_{2r} \sinh \kappa_{2r}'' (Z_T - Z) + H' \sinh \kappa_{3r}'' (Z_T - Z) \quad (\text{V. 46})$$

ここで $E' = \bar{C}'$ になり

臨界方程式は

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ S_{1A} & \text{Re}S_{1c} & -\text{Im}S_{1c} & S_{1r} \\ S_{2A} & \text{Re}S_{2c} & -\text{Im}S_{2c} & 0 \\ -D_{1c}P' & -D_{1c}|\alpha_2|\text{Re}(e^{i(\phi - \frac{\pi}{2})}) & +D_{1c}|\alpha_2|\text{Im}(e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & -D_{1r}\kappa_{1r}'' \coth \kappa_{1r}'' T \\ -D_{2c}S_{1c}P' & -D_{2c}|\alpha_2|\text{Re}(S_{1c}e^{i(\phi - \frac{\pi}{2})}) & +D_{2c}|\alpha_2|\text{Im}(S_{1c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & -D_{2r}S_{1r}\kappa_{1r}'' \coth \kappa_{1r}'' T \\ -D_{3c}S_{2c}P' & -D_{3c}|\alpha_2|\text{Re}(S_{2c}e^{i(\phi - \frac{\pi}{2})}) & +D_{3c}|\alpha_2|\text{Im}(S_{2c}e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})}) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ S_{2r} & 1 \\ 0 & 0 \\ -D_{2r} \kappa_{2r}'' \coth \kappa_{2r}'' T & 0 \\ -D_{3r} S_{2r} \kappa_{2r}'' \coth \kappa_{2r}'' T, -D_{3r} \kappa_{3r}'' \coth \kappa_{3r}'' T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1' \cos(\alpha_1 Z_c) \\ 2\text{Re}[C_1' \cos(\alpha_2 Z_c)] \\ 2\text{Im}[C_1' \cos(\alpha_2 Z_c)] \\ -F' \sinh \kappa_{1r}''(Z_T - Z_c) \\ -G' \sinh \kappa_{2r}''(Z_T - Z_c) \\ -H' \sinh \kappa_{3r}''(Z_T - Z_c) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 47})$$

となる。

§ V-2 熱外中性子核分裂 (4群理論)

つぎに熱外中性子核分裂の効果についてみるため4群理論について考える。前述のとおり、3群理論においては共鳴吸収を逃れる確率 P の入り方がすっきりしないため、この領域を別にして4群理論にした方がよい。

ここでべている熱外中性子としては、前述のものより小さい範囲のものであって、共鳴領域をのぞいて切断エネルギー E_c (これは熱中性子の MAXWELL 分布と熱外中性子領域の $1/E$ の交差する所のエネルギー) と ^{238}U の一番下の共鳴の立上りの始まる 5eV をとっており、共鳴領域としては $5\text{eV} \sim 180\text{keV}$ までをとっている。

ここではまた共鳴領域における核分裂については考

$$\begin{bmatrix} (D_1 B^2 + \Sigma_{S1}) & 0 & -\frac{k_3}{P}(\Sigma_{a3} + \Sigma_{S13}) & -\frac{k_4}{P}\Sigma_{a4} \\ -\Sigma_{S1} & (D_2 B^2 + \Sigma_{S12}) & 0 & 0 \\ 0 & -P\Sigma_{I2} & (D_3 B^2 + \Sigma_{a3} + \Sigma_{S13}) & 0 \\ 0 & 0 & -\Sigma_{S13} & (D_4 B^2 + \Sigma_{a4}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V. 48})$$

を得る。

$$\begin{aligned} & \text{ここで } B^2 \text{ に対する方程式として行列式} = 0 \text{ より} \\ & (D_1 B^2 + \Sigma_{S1})(D_2 B^2 + \Sigma_{S12})(D_3 B^2 + \Sigma_{a3} + \Sigma_{S13}) \\ & \times (D_4 B^2 + \Sigma_{a4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -k_3(\Sigma_{a3} + \Sigma_{S13})\Sigma_{S1}\Sigma_{S12}(D_4 B^2 + \Sigma_{a4}) \\ & -k_4\Sigma_{a4}\Sigma_{S1}\Sigma_{S12}\Sigma_{S13} = 0 \end{aligned} \quad (\text{V. 49})$$

さらに B^2 の0次の項が0になる事より

$$1 - k_3 - k_4 \left(\frac{\Sigma_{S13}}{\Sigma_{S13} + \Sigma_{a3}} \right) = 0 \quad (\text{V. 50})$$

を得る。

したがって

$$k_4 \left(\frac{\Sigma_{S13}}{\Sigma_{S13} + \Sigma_{a3}} \right) + k_3 = 1 \quad (\text{V. 51})$$

になった時、無限大の原子炉の動く事から、等価な

$$\frac{\Sigma_{S13}}{\Sigma_{S13} + \Sigma_{a3}} = \frac{\Sigma_{S13} \phi_{3\text{H}_2\text{O}}}{(\Sigma_{S13} \phi_{3\text{H}_2\text{O}} + \Sigma_{a3} \phi_{3\text{H}_2\text{O}}) V_{\text{H}_2\text{O}} + \Sigma_{a3} \phi_{3\text{SS}} V_{\text{SS}} + \Sigma_{a3} \phi_{3\text{UO}_2} V_{\text{UO}_2}} = [f(R_1 + S_1 + B_1)]_3 \left(\frac{\Sigma_{S13} \phi_{3\text{H}_2\text{O}}}{\Sigma_{S13} \phi_{3\text{H}_2\text{O}} + \Sigma_{a3} \phi_{3\text{H}_2\text{O}}} \right) \quad (\text{V. 54})$$

えずに、熱外中性子領域での核分裂の効果について述べる。この共鳴領域の核分裂効果については長期変化の所においてのべる。

4群理論のときには中性子束を支配する方程式は炉中心で

$$\begin{aligned} -D_1 \nabla^2 \phi_1 + \Sigma_{S11} \phi_1 &= + \frac{k_3}{P} (\Sigma_{a3} + \Sigma_{S13}) \phi_3 + \frac{k_4}{P} \Sigma_{a4} \phi_4 \\ -D_2 \nabla^2 \phi_2 + \Sigma_{S12} \phi_2 &= \Sigma_{S11} \phi_1 \\ -D_3 \nabla^2 \phi_3 + (\Sigma_{a3} + \Sigma_{S13}) \phi_3 &= P \Sigma_{S12} \phi_2 \\ -D_4 \nabla^2 \phi_4 + \Sigma_{a4} \phi_4 &= \Sigma_{S13} \phi_3 \end{aligned}$$

である。

ここで下つき記号 1, 2, 3, 4 はそれぞれ高速、共鳴、熱外中性子、熱中性子エネルギー領域を表わす。また k についての定義は前述と同じものを用いる。

いま、 $\nabla^2 \phi = B^2 \phi$ とすると上式は、

k_∞ として

$$k_\infty = k_4 \left(\frac{\Sigma_{S13}}{\Sigma_{S13} + \Sigma_{a3}} \right) + k_3 \quad (\text{V. 52})$$

と定義すれば、これが熱中性子領域および熱外中性領域の核分裂をあわせ考えた場合の無限増倍係数 k_∞ に相当する。ここで $\Sigma_a = 0$ の時には k_3 はもちろん0になり

$$k_\infty = k_4 \quad (\text{V. 53})$$

で、熱外中性子の領域の中性子の発生がない時になる。

しかるにここでは非均質炉について述べてあるので非均質系においては Σ_a などに平均のものをとっている。

ここでは UO_2 又 SS (不銹鋼) による減速はないとして

よって

$$k_{\infty} = k_4 f_3 (R_1 + S_1 + B_1) \left(\frac{\Sigma s_{13} \text{H}_2\text{O}}{\Sigma s_{13} \text{H}_2\text{O} + \Sigma a_3 \text{H}_2\text{O}} \right) + k_3 \quad (\text{V.55})$$

である。

ただし、ここで $R_1 + S_1 + B_1$ は Fig. 24 において

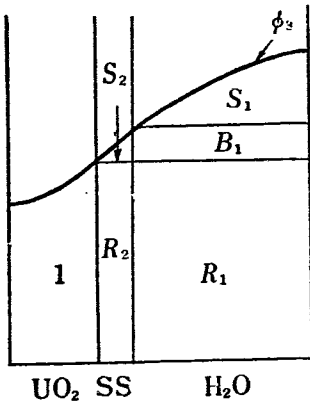


Fig. 24

UO_2 の燃料中での吸収を 1 と考えた場合の減速材中における部分の吸収を表わす²³⁾。

f_3 は熱外中性子領域での熱外中性子利用率である。

k_{∞} の (V.52) 式の第 1 項は熱中性子領域の無限増倍係数 k_4 の実効的なものでここで $k_{\text{coeff}4}$ と書くことにする。

式よりわかるように、熱エネルギー実効無限増倍係

数 $k_{\text{coeff}4}$ は熱外中性子領域に分裂などの吸収があるため、中性子束が吸収のない場合に比較して $\Sigma s_{13} / (\Sigma s_{13} + \Sigma a)$ だけ減る。このため $k_{\text{coeff}4}$ はそれだけ減少することになる。

第 2 項は熱外中性子領域の無限増倍係数 k_3 である。これを Fig. 25 に示す。

これを見て判る様に、体積比 $V_{\text{H}_2\text{O}} / V_{\text{UO}_2}$ が減少する程、濃縮度が大きくなる程、熱外中性子領域での分裂は多くなり k_3 は大きくなる。併しその反面、熱領域に減速してくる中性子の数は減少するため $k_{\text{coeff}4}$ は小さくなっていく。この $k_{\text{coeff}4}$ を Fig. 26 に示す。

この両者を加えた k_{∞} は Fig. 27 のようになり、熱外中性子領域での分裂を加えたことによる k_{∞} の増加分を Fig. 28 に示す。ここで注意しておかねばならぬのは実効中性子放出数 η である。ここでは熱外中性子領域における η の値を熱中性子領域の η の値と等しいと置いて計算を行っている。実際には η はエネルギーの関数で BNL 325 のデータにもみられるようにここでは $\alpha + 1 = \Sigma a / \Sigma r$ を示してあるが α の変化は大きい。この α すなわち η のちがいでこの増加分は大きく変り α の値によっては負になる事もある。後に長期変化の所では共鳴吸収の所の ^{235}U の役割を入れているために、かえて増倍係数は少し減少する。これは熱外領域の所では α は小さく、共鳴領域で α

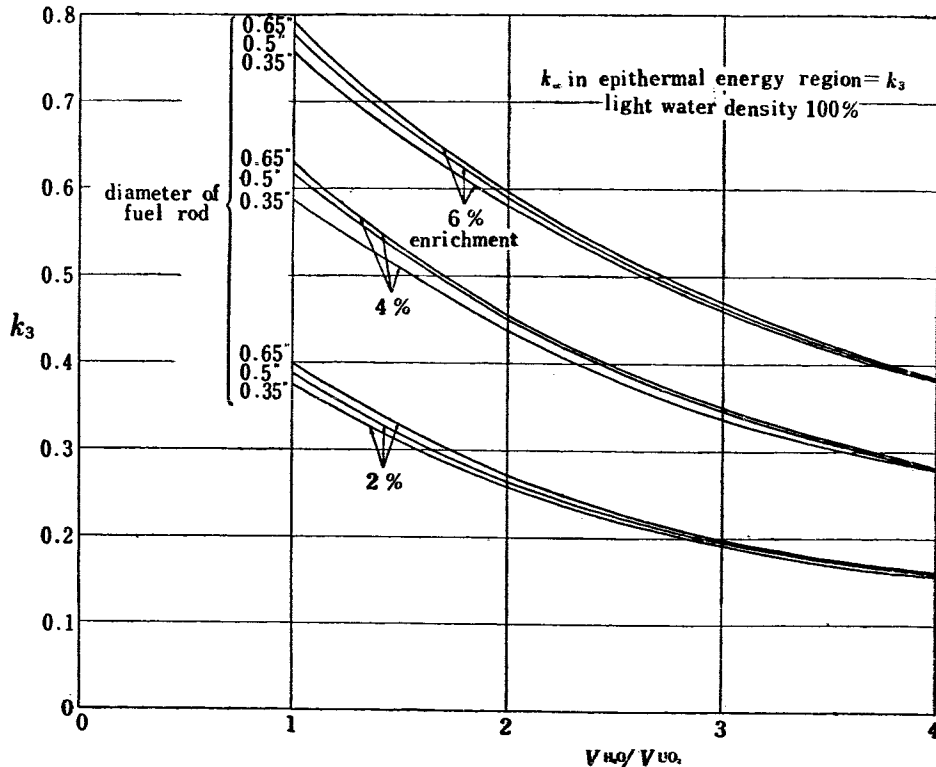


Fig. 25

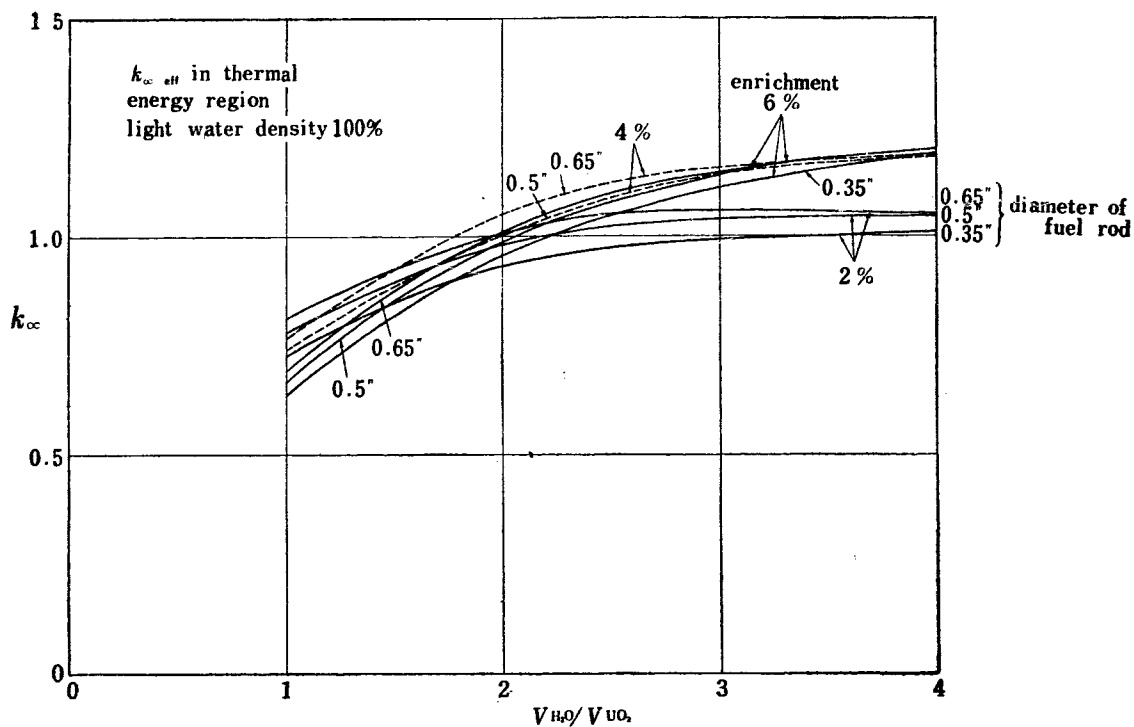


Fig. 26

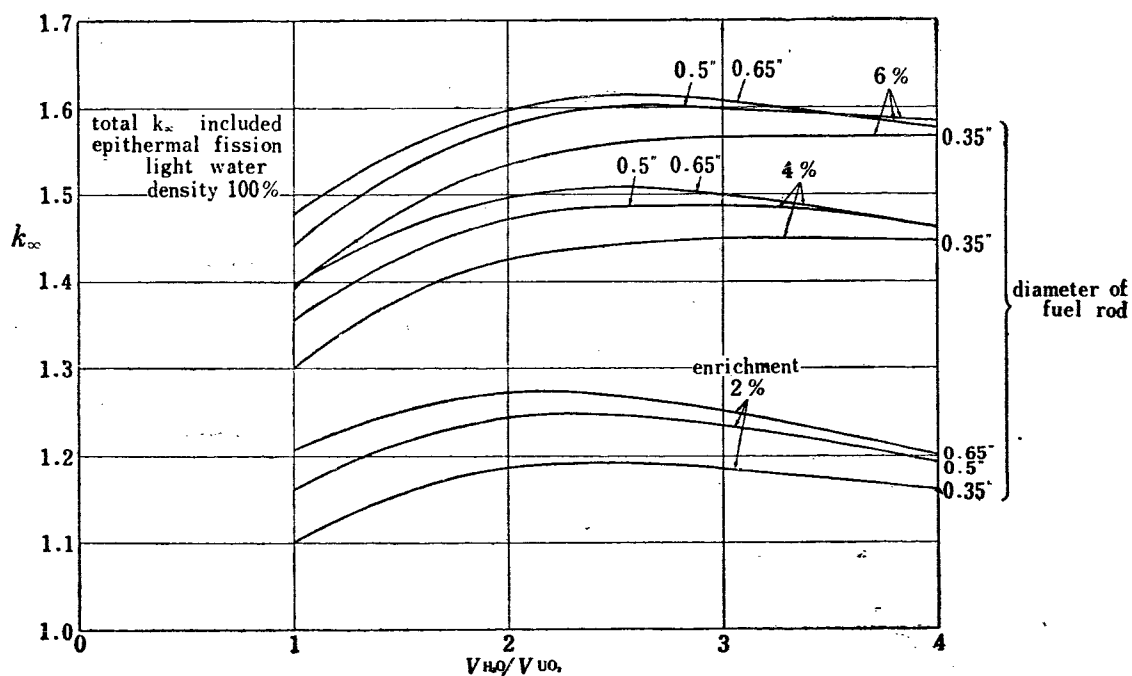


Fig. 27

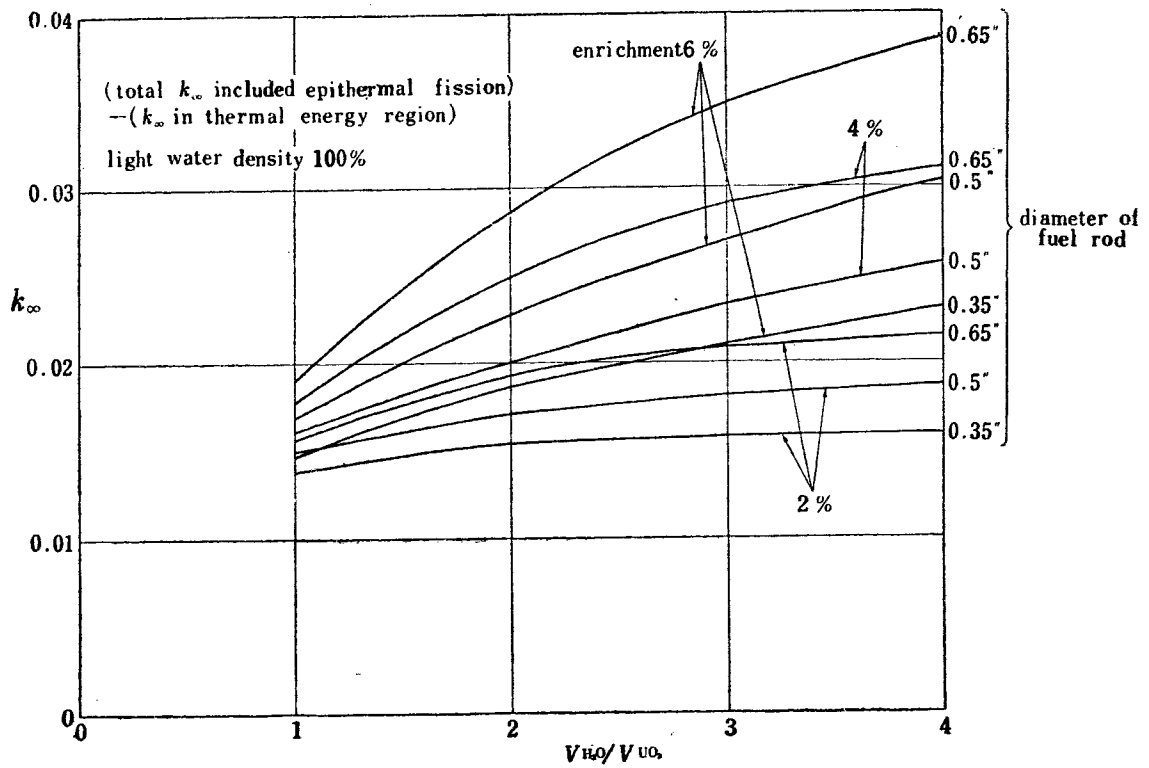


Fig. 28

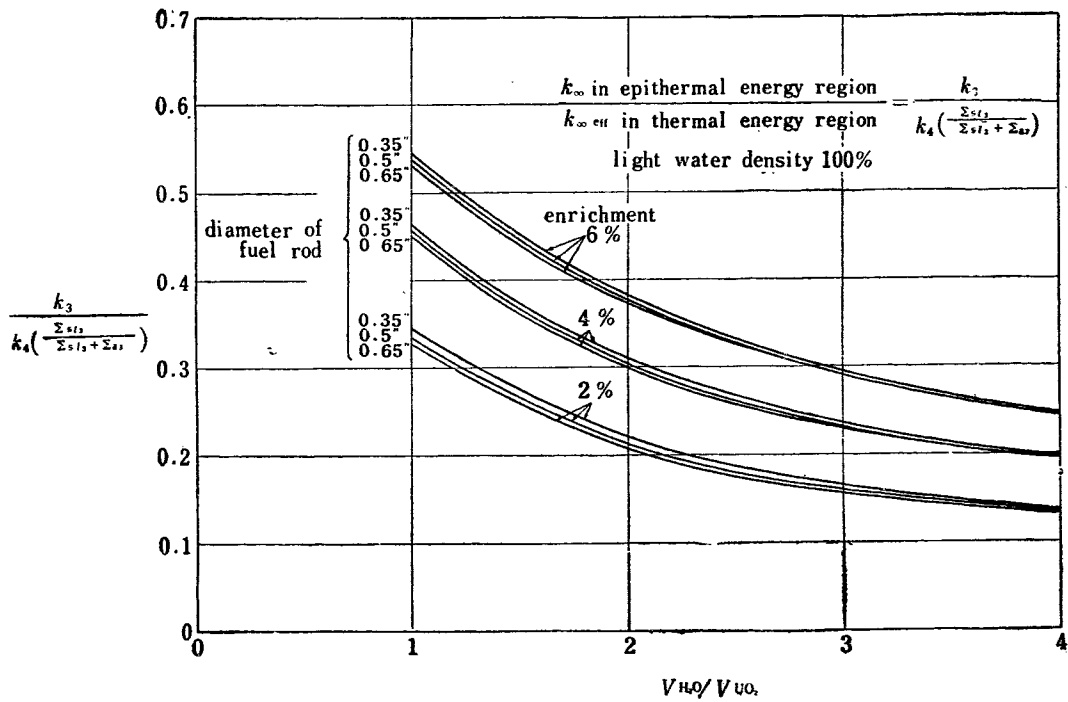


Fig. 29

が大きくなっている事実から理解されるところである。これより実験により α の詳細な実験結果がのぞまれるものである。

さらに k_{∞} への熱外中性子領域からの寄与と熱中性子領域からの寄与との比を Fig. 29 に示す。

§ V-3 3群理論に使用する常数

前に3群理論について述べたがつきにここで使用する核データの計算法と結果を与えよう。

熱中性子領域

熱中性子の領域の上限を決定するには、中性子の保存から熱中性子エネルギー以上の領域で $1/E$ のスペクトルをもち、熱エネルギー領域で MAXWELL 分布であると仮定すると

$$\left(\frac{E_0}{T_{eff}}\right)^2 \exp\left(-\frac{E_0}{T_{eff}}\right) = \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s} \quad (V.56)$$

の E_0 より決定される。熱中性子領域における計算法はよく述べられているのでここでは省略する。

高エネルギー領域

高エネルギー領域は高速中性子領域と熱外中性子領域との二つに分けられる。後者のスペクトルは $1/E$ でほぼ近似してよい。そしてこの最低限界は E_0 であるがこれは炉の構成によって違ってくる。高速中性子領域は分裂スペクトルの大きい所の範囲であってその下限を 180 keV にとっている。

減速面積

高速中性子および熱外中性子領域の減速断面積 Σ_{s1} , Σ_{s2} なる値を得るために減速面積を求めなければならない。これについては前述したが、 τ は次式で表わされる。

$$\tau(u) = \int_0^u \frac{\left\{ \int_0^{u'} f(u'') du'' + f(u') \right\}}{3\xi \Sigma_s(u') \Sigma_{tr}(u')} du' = \tau_{AD} + \text{F. F. C.} \quad (V.57)$$

ただし、 $f(u)$ は分裂スペクトルである。

ここで { } の第2項は first flight correction であって、first flight correction の計算の場合、分母の水素の Σ_{tr} に対して補正を加えて Σ_H にしてある。体積比 $V_{H_2O}/V_{UO_2}=2$ 酸化ウラン密度 90% の場合、高速中性子領域における減速面積 τ_1 , τ_2 の値を TABLE 17 に示す。

TABLE 17

light water density	τ_{AD}	F. F. C.	τ_1	τ_2
1	11.75	5.22	16.97	11.83
0.8	15.6	6.89	22.49	16.61
0.6	20.8	9.47	30.27	24.65

ここで τ_2 は炉心中の熱エネルギー上限 E_0 と同じ値にとってあるが、反射体中においては E_0 の値はもっと下になると考えられ反射体におけるスペクトルを評価する必要がある。

拡散係数

拡散係数 D は $1/3(\Sigma_{tr})$ で定義されており、このため $1/(3\sigma_{tr})$ の中性子束スペクトルによる平均をとらなければならないのであるが、それには炉の対象によって一つ一つ計算しなければならない。ここでは σ_{tr} の平均をとることとする。この σ_{tr} を中性子束によって平均するのであるが、これもまた、燃料と減速材の体積比によって中性子束のスペクトルも違ってくる。さらに、ここでは簡単のため水素による減速が支配的であり水素のみによって減速があると考え、中性子束スペクトルは

$$\phi(u) = \left[f(u) + \int_u^{\infty} f(u') du' \right] / \sigma_H(u)$$

とする。

第1項の $f(u)$ は first flight correction によるものであって、軽水炉においては、大きくきいてくる項である。これにより σ_{tr} の平均値は、

$$\overline{\sigma_{tr}} = \frac{\int \frac{\sigma_{tr}(u')}{\sigma_H(u')} \left[f(u') + \int_{u'}^{\infty} f(u'') du'' \right] du'}{\int \frac{1}{\sigma_H(u')} \left[f(u') + \int_{u'}^{\infty} f(u'') du'' \right] du'}$$

であり、

これによって求めた $\overline{\sigma_{tr1}}$ の値を表にすると TABLE 18 のようになる。

TABLE 18

The values of σ_{tr1}		
	σ_{tr1}	$\sigma_{tr1}(\text{DEUTSCH})$
H ₂ O	6.273	6.03
H	4.673	
Fe	3.007	2.85
U	5.593	
O	3.280	3.09

右の列に比較のために DEUTSCH²⁴⁾ の求めた値を示している。

さらに

$$\Sigma_{tr} = \sum_{i=1} \alpha_i \Sigma_{tri}, \quad \alpha_i = \frac{V_i}{V_{total}}$$

$$D_1 = \left(\frac{1}{3 \Sigma_{tr1}} \right)$$

$$\Sigma_{s1} = \frac{D_1}{\tau_1}$$

より巨視的減速断面積 Σ_{s1} の値を求める。

熱外中性子領域

熱外中性子領域での中性子束スペクトルは $1/E$ であると仮定して $1/v$ 吸収に対しては

$$\sigma_{1/v \text{ avg2}} = \frac{\int_{E_c}^{180\text{keV}} \sigma_{1/v}(T_{eff}) \sqrt{T_{eff}} dE | E^2}{\int_{E_c}^{180\text{keV}} \frac{dE}{E}}$$

$$= 2 \sqrt{T_{eff} | E} \sigma_{1/v \text{ avg3}}(T_{eff}) | \gamma \Delta u$$

ただし $\Delta u = u_c - 4$, u_c は E_c に対するレサジーである。

ここでは ^{235}U の共鳴については考えていない。 σ_{tr2} については DEUTSCH の値

	σ_{tr2}
H ₂ O	16.44
Fe	8.93
²³⁸ U	8.3
O	3.64

を用いている。ここで ^{238}U の値は $\sigma_{S\text{U}238}$ である。

これより

$$\Sigma_{tr2} = \sum_{i=1}^N a_i \Sigma_{tr2i}$$

$$D = 1 / (3 \Sigma_{tr2})$$

$$\Sigma_{s12} = D_2 / \tau_2$$

$$\Sigma_{a2} = 2 (T_{eff} | E_c)^{1/2} \Sigma_{a3} | \gamma \Delta u$$

を使用している。 Σ_{a2} に対する式は、 ^{235}U が正確には $1/v$ から少しずれるので少し雑になる。

以上より、つぎの中性子束分布に使用している常数をまとめると、炉心中においては TABLE 19 のように

なる。

TABLE 19
fast neutron

light water density	Σ_{tr1}	D_1	Σ_{s1}
1.0	0.2364	1.410	0.106625

epithermal neutron

light water density	Σ_{tr2}	D_2	Σ_{s12}	Σ_{a2}
1.0	0.4966	0.6712	0.05673	0.01469
0.8	0.4184	0.7967	0.04797	
0.6	0.3471	0.9603	0.03896	

thermal neutron

light water density	Σ_{a3}	D_3
1.0	0.2068	0.6487

また、軽水中における値を TABLE 20 に示す。

TABLE 20
fast neutron

light water density	Σ_{tr1}	D_1	Σ_{s1}
1.0	0.2093	1.593	0.06602
0.8	0.1674	1.991	0.05283
0.6	0.1256	2.654	0.03960

epithermal neutron

light water density	Σ_{tr2}	D_2	Σ_{s12}
1.0	0.5484	0.6073	0.08353
0.8	0.4387	0.7598	0.06684
0.6	0.3291	1.0128	0.05011

thermal neutron

light water density	κ_3	D_3
1.0	0.3505	0.1792

第 VII 章 制御棒による反応度変化

§ VI-1 制御棒による反応度変化

軽水炉においては制御すべき反応度も大きいさらに減速面積が小さいため多数の制御棒を入れなければならない。そのため表面積を大きくした十字型の断面をもった制御棒を用いている。またこの時にも水孔効果があるために制御棒に例えばジルコニウム製の fol-

lower がついている。ここでは十字型の断面を持つ制御棒の代りにそれに等価な円筒棒を考えてゆく事にする。

まづ Fig. 30 のように裸の原子炉の中心及び環状に制御棒が配置された場合を 2 群理論で解く。

境界条件は高速中性子束に対しては、(I) 制御棒

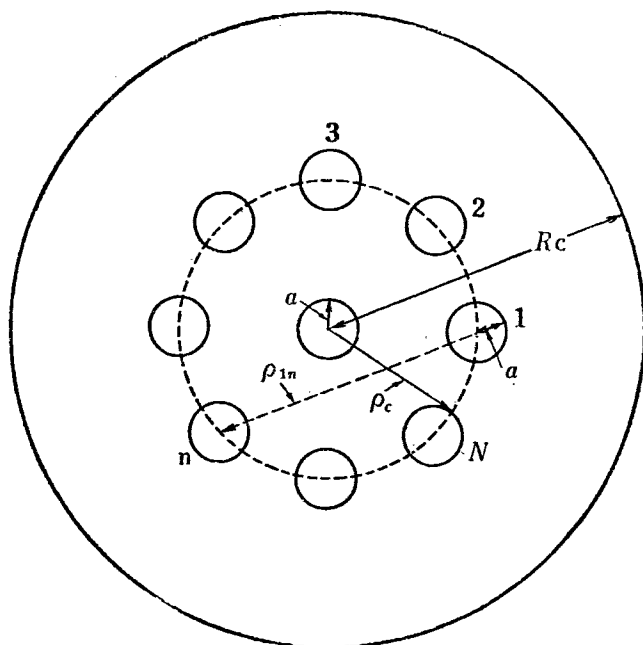


Fig. 30

中心において有限，および（Ⅱ）制御棒表面において中性子束の流れが0であるという二つの条件をとり，また熱中性子束に対するものとしては熱中性子束が制御棒の内挿距離の所で0になるとしている。

Fig. 30 のように N 個の同一半径の円筒制御棒が二重環として対称に入り，中心にも同一半径の円筒制御棒が入った時の臨界方程式は（Ⅰ）の境界条件の時には

$$\left\{ S_1 \left[Y_0(\mu R c') - \frac{J_0(\mu R c') Y_0(\mu R c)}{J_0(\mu R c)} \right] J_0(\mu a) + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu R c') - \frac{I_0(\nu R c') K_0(\nu R c)}{I_0(\nu R c)} \right] I_0(\nu a) \right\} \\ - \frac{S_1}{N} \left\{ Y_0(\mu a) + \left[L_{00} - N \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k \frac{J_{kN}^2(\mu R c') Y_{kN}(\mu R)}{J_{kN}(\mu R)} \right. \right. \\ \left. \left. \times J_{kN}(\mu_1 R c') \right] J_0(\mu a) \right\} + \frac{2}{\pi} \frac{S_2}{N} \left\{ K_0(\nu a) + \left[H_{00} - N \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k \frac{I_{kN}^2(\nu R c') K_{kN}(\nu R)}{I_{kN}(\nu R)} I_{kN}(\nu R c') \right] I_0(\nu a) \right\} \\ \left\{ S_1 \left[Y_0(\mu a) - \frac{Y_0(\mu R)}{J_0(\mu R)} J_0(\mu a) \right] + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu a) - \frac{K_0(\nu R)}{I_0(\nu R)} I_0(\nu a) \right] \right\} \\ \left\{ S_1 \left[Y_0(\mu R c') - \frac{J_0(\mu R c') Y_0(\mu R c')}{J_0(\mu R)} \right] J_0(\mu a) + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu R c') - \frac{I_0(\nu R c') K_0(\nu R c)}{I_0(\nu R c)} \right] I_0(\nu a) \right\} \\ = 0 \quad (\text{Ⅶ.1})$$

ただし $L_{00} = \sum_{n=2}^N Y_0(\mu \rho_{1n})$, $H_{00} = \sum_{n=2}^N K_0(\nu \rho_{1n})$

$$\begin{matrix} \delta_k = 1 & k = 0 \\ & k \neq 0 \\ = 2 & \end{matrix}$$

である。

（Ⅱ）の場合には S_2 の前の $2/\pi$ が近似を行う事によって

$$-\frac{\mu Y_1(\mu a)}{\nu K_1(\nu a)} \quad (\text{Ⅶ.2})$$

に代わるのみである。

ここで 40 MW 程の熱出力の原子炉の制御棒について考える。体積比 $V_{H_2O}/V_{UO_2} = 2$ ，濃縮 2% の燃料棒を径 0.5 インチとして取扱ってきた今までの炉で $k_{\infty} = 1.30$ である時，これが反射利得迄を入れた裸の原子炉半径 $R_c = 63.53$ cm になるまでに（すなわち 22.64% の余剰増倍率を制御する）必要な制御棒数を求める。ここでは中心に制御棒が入り同一の制御棒 8 個が円環状に対称的に入っていると考える。

しかし最近の Yankee Atomics 134 MW の PWR においては，制御棒のみによって k_{ex} 全体を制御するのではなく，温度上昇等に必要となる k_{ex} は軽水減速材にボロン化合物を入れる事によって制御棒の負担を軽減している。このようにして制御棒によって制御する k_{ex} は長期運転のための余剰反応度等である。制御棒半径に対する制御棒内挿半径は，この格子構造においては 25) TABLE 21 のようになる。

以上のデータを使用して計算した結果を十字形の制御棒のときに置き換えねばならない。

これには ROE など 26-28) の論文によると 1 群理論において中性子束に対する境界条件が制御棒表面にお

TABLE 21

radius of control rod (cm)	interporated length (cm)	interporated radius (cm)
2	1.81	0.19
3	1.71	1.29
4	1.63	2.37
5	1.58	3.42
6	1.56	4.44
7	1.54	5.46
8	1.53	6.47

いて0になり原子炉の半径 [R_{0B}は拡散距離と制御棒半径との比を取ってあるが、これは彎曲と制御棒の半径の積(すなわち炉の半径と制御棒半径の比)に相当するものである] に比して制御棒半径が小さい場合には十字形の腕の巾を a' とすれば、これは

$$a = d/\sqrt{2} \quad (\text{VI.3})$$

なる半径の円筒形の制御棒に等価である。

しかるに、十字形の制御棒に対する境界条件として制御棒表面で中性子束が0とおくことは The Reactor Handbook vol 2, Engineering の103頁の図にみるように複雑な(これはあまりにも微細になっており拡散方程式が使用出来ない範囲である)境界条件になっているため、境界条件を詳細に検討しなければならない。さらに2群理論の場合には制御棒半径が炉の半径に比較して小さい場合にも過渡項のバックリングに相当するような ν が大きいため上述のように $a = d/\sqrt{2}$ なる半径の円筒に等価とはいえなくなる²⁷⁾。

ここでは一応十字形の巾として仮定した制御棒の内挿半径でなく、制御棒半径の $\sqrt{2}$ 倍のものをとる。

このようにして、上述の炉について計算した結果を TABLE 22 に示す。

この表で高速中性子束に対する境界条件として

Iは、制御棒中心で中性子束有限。

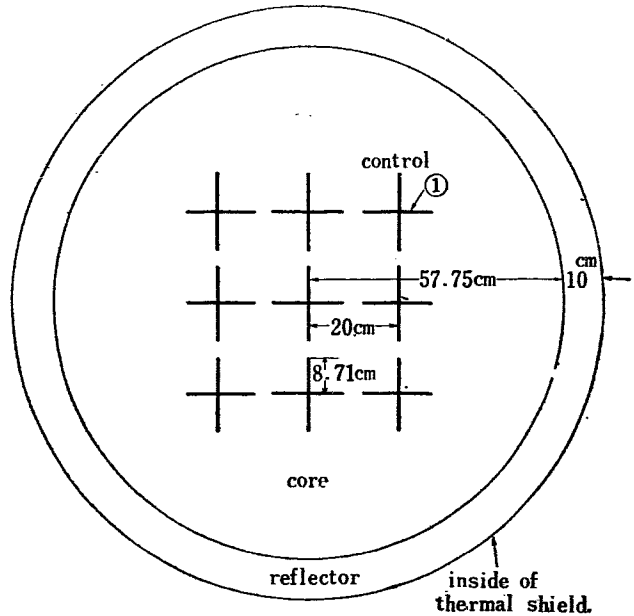
IIは、制御棒表面で中性子の流れ無し。

とした場合であり、MURRAY²⁵⁾が述べているように、I, IIの境界条件によって大きな差がこの炉においてはなく、どちらの境界条件でもそう変りがない事を示

している。

しかし、これは軽水炉全体にいえるとは限らず、その炉の構成によって違ってくるものである。

このように軽水炉においては重水あるいは黒鉛炉などに較べて多数の制御棒によって制御しなければならない。



ig. 31

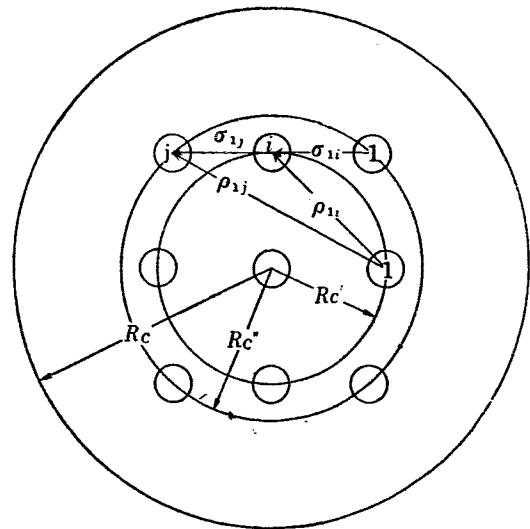


Fig. 32

TABLE 22

	reactor radius R0(cm)	ring radius (R0' cm)	equivalent control rod interporated radius a(cm)	control rod radius A cm	half width of cross typed rod, a' cm	number of control rods
I	63.53	20	4.6	6.16	8.710	9本
		25	7.4	8.91	12.60	内中心1本
II	63.53	20	4.525	6.08	3.60	"
		25	7.57	9.08	12.84	

Fig. 31 には、 $Rc' = 20 \text{ cm}$ の所に十字形の巾 8.71 cm の制御棒を入れた図を示す。以上の計算においては①の制御棒はもう少しなかに入るはずであるが、かえって制御棒の相互作用によって遮蔽されてしまう結果になると考えられるので図の如く配列する。このような4本（しかし N 本が Fig. 32 のように制御棒の二重環（中心にもあり）の場合の臨界方程式は、(Ⅶ.4) 式で与えられるがここで数値計算は省略する。

(I) の境界条件の場合。

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 \left[Y_0(\mu Rc') - \frac{J_0(\mu Rc') Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} \right] J_0(\mu a) \\ + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu R'c) - \frac{I_0(\nu R'c) K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} \right] I_0(\nu a) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} S_1 \left[Y_0(\mu Rc'') - \frac{J_0(\mu Rc'') Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} \right] J_0(\mu a) \\ + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu R''c) - \frac{I_0(\nu R''c) K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} \right] I_0(\nu a) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{N} \left[\left[Y_0(\mu a) + J_0(\mu a) L_{00}^{(1)} \right] - N \frac{J_0^2(\mu Rc') Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} \right] \\ \times J_0(\mu a) \left\} + \frac{2}{\pi} \frac{S_2}{N} \left[\left[K_0(\nu a) + I_0(\nu a) H_{00}^{(1)} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - N \frac{I_0^2(\nu R'c) K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu a) \right\} + \alpha_1 \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{N} \left[\left[L_{00}^{(2)} - N \frac{J_0(\mu Rc'') Y_0(\mu Rc)}{J_0(\nu R)} J_0(\mu R'c) \right] J_0(\mu a) \right\} \\ + \frac{2}{\pi} \frac{S_2}{N} \left[\left[H_{00}^{(2)} - N \frac{I_0(\nu Rc'') K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu R'c) \right] \right. \\ \left. \times I_0(\nu a) \right\} + \beta_1 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{N} \left\{ J_0(\mu a) G_{00}^{(2)} - N \frac{J_0(\mu R'c) Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} \right. \\ \left. \times J_0(\mu a) J_0(\mu Rc') \right\} + \frac{2}{\pi} \frac{S_2}{N} \left\{ I_0(\nu a) F_{00}^{(2)} \right. \\ \left. - N \frac{I_0(\nu R'c) K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu a) I_0(\nu Rc') \right\} + \alpha_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{N} \left\{ Y_0(\mu a) + J_0(\mu a) G_{00}^{(1)} - N \frac{J_0(\mu R''c) Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} \right. \\ \left. \times J_0(\mu Rc'') J_0(\mu a) \right\} + \frac{2}{\pi} \frac{S_2}{N} \left\{ K_0(\nu a) + I_0(\nu a) F_{00}^{(1)} \right. \\ \left. - N \frac{I_0^2(\nu Rc'') K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu a) \right\} + \beta_2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 \left[Y_0(\mu a) - \frac{Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} J_0(\mu a) \right] \\ + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu a) - \frac{K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu a) \right] \end{array} \right\} = 0 \quad (\text{Ⅶ.4})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 \left[Y_0(\mu Rc) - \frac{Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} J_0(\mu R'c) \right] \\ + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu R'c) - \frac{K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu R'c) \right] \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 \left[Y_0(\mu Rc'') - \frac{Y_0(\mu Rc)}{J_0(\mu Rc)} J_0(\mu Rc'') \right] J_0(\mu a) \\ + \frac{2}{\pi} S_2 \left[K_0(\nu Rc'') - \frac{K_0(\nu Rc)}{I_0(\nu Rc)} I_0(\nu Rc'') \right] I_0(\nu a) \end{array} \right\}$$

ここで

$$\alpha_1 = -2 \left[S_1 J_0(\mu a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{kN}^2(\mu R'c) Y_{kN}(\mu Rc)}{J_{kN}(\mu Rc)} + \frac{2}{\pi} S_2 I_0(\nu a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_{kN}^2(\nu R'c) K_{kN}(\nu Rc)}{I_{kN}(\nu Rc)} \right]$$

α_2 は Rc' の代わりに Rc'' とおいたもの。

$$\beta_1 = \beta_2 = -2 \left[S_1 J_0(\mu a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_{kN}(\mu Rc') J_{kN}(\mu Rc'') Y_{kN}(\mu Rc)}{J_{kN}(\mu Rc)} + \frac{2}{\pi} S_2 I_0(\nu a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_{kN}(\nu Rc') I_{kN}(\nu Rc'') K_{kN}(\nu Rc)}{I_{kN}(\nu Rc)} \right]$$

$$L_{00}^{(1)} = \sum_{i=2}^N Y_0(\mu \rho_{1i})$$

$$L_{00}^{(2)} = \sum_{i=1}^N Y_0(\mu \rho_{1i})$$

$$H_{00}^{(1)} = \sum_{i=2}^N K_0(\nu \rho_{1i})$$

$$H_{00}^{(2)} = \sum_{i=1}^N K_0(\nu \rho_{1i})$$

$$G_{00}^{(1)} = \sum_{i=2}^N Y_0(\mu \sigma_{1i})$$

$$G_{00}^{(2)} = \sum_{i=1}^N Y_0(\mu \sigma_{1i})$$

$$F_{00}^{(1)} = \sum_{i=2}^N K_0(\nu \sigma_{1i})$$

$$F_{00}^{(2)} = \sum_{i=1}^N K_0(\nu \sigma_{1i})$$

さらに a は制御棒半径、 Rc' は制御棒内環の半径、 Rc'' は外環の半径である。

I) の境界条件の場合には、 S_2 の前の $\frac{2}{\pi}$ が $-\frac{\mu Y_1(\mu a)}{\nu K_1(\nu a)}$ に代わるだけである。

第VII章 反応度の長期変化

§ VII-1 同位元素の生成

軽水炉においては熱中性子に比し高速中性子が多くなり、減速過程における共鳴吸収および熱外中性子領域での吸収が大きくなるため、この点を考慮することが必要となる²⁹⁾。

特に ^{239}Pu に 0.3 MeV おける共鳴吸収が ^{239}Pu の生成に大きく影響する。また ^{239}Pu は大きな共鳴吸収をもつため、この点も重要な因子になり、これら熱外中性子領域の吸収を考慮しない場合の長期変化と大変異なった結果となる。この点から長期変化の問題などにおいては、各同位元素の詳細な断面積のデータが必要となり、また中性子スペクトルについても詳細な検討が必要となろう。

以上軽水炉においては減速中の熱外中性子などによる核分裂を考慮する必要があるが、この場合の i の同位元素濃度 ρ_i に対する時間的変化の式は

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\phi_T \sigma_{iT} \rho_i - \phi_T \frac{\epsilon P \sum_j \eta_j \sigma_{jT} \rho_j}{1 - \int_0^{\tau'} k(\tau) \frac{d\tau}{L^2(\tau)} e^{-\int_0^{\tau} \frac{d\tau'}{L^2(\tau')} - B^2 \tau}} \times \rho_i \int_{E_c}^{E_0} \frac{\sigma_i(E)}{\xi \Sigma_s E} f(E) e^{-\int_0^{\tau} \frac{d\tau'}{L^2(\tau')} - B^2 \tau} dE + Q - \lambda_i \rho_i \quad (\text{VII.1})$$

である。

下附記号 T はそれぞれの熱中性子に対する値を示しており、 $f(E)$ は分裂のスペクトル、 E_0 は分裂スペクトルの上限エネルギー、 E_c は切断エネルギー、 Q は生成の割合を示しており、 λ は崩壊定数を示す。

$$\int_0^{\tau'} \frac{d\tau}{L^2(\tau)} = \int_{E'}^{E_0} \frac{\Sigma_c}{\xi \Sigma_s} \frac{dE}{E} \quad \text{の小さい炉においては}$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\phi_T \sigma_{iT} \rho_i - N_T v \tau \epsilon P \sum_j \eta_j \sigma_{jT} \rho_j \int_{E_c}^{E_0} \frac{\sigma_i(E)}{\xi \Sigma_s} \times e^{-\tau B^2} \frac{dE}{E} + Q - \lambda_i \rho_i \quad (\text{VII.2})$$

と簡単化される。この一般式を $^{235}\text{U} \sim ^{238}\text{U}$ 系の炉に適用すると、

この共鳴領域を考慮した各同位元素の生成、消滅を支配する方程式は次式のようになる。

$$\frac{d\rho_5}{ds} = -\rho_5 - \phi_5 f(s) P_{5e} e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_{NP}}{ds} = C_8 + (1 - P_8) \epsilon e^{-\tau B^2} f(s) - \frac{\lambda_{NP} \rho_{NP}}{\phi_T \sigma_{5T}} - \bar{\sigma}_{NP} T \rho_{NP}$$

$$\frac{d\rho_9}{ds} = \frac{\lambda_{NP}}{\phi_T \sigma_{5T}} \rho_{NP} - \bar{\sigma}_9 T \rho_9 - \phi_9 f(s) P_{8e} e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_0}{ds} = \bar{\sigma}_{NP} T \rho_{NP} + \bar{\sigma}_9 T \rho_9 + \phi_9 f(s) P_{8e} e^{-\tau B^2} - \bar{\sigma}_0 T \rho_0 + \phi_0 f(s) P_{8e} e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_1}{ds} = \bar{\sigma}_0 T \rho_0 + \phi_0 f(s) P_{8e} e^{-\tau B^2} - \sigma_1 T \rho_1 \quad (\text{VII.3})$$

$$f(s) = \eta_5 \rho_5 + \eta_9 \bar{\sigma}_9 T \rho_9 + \eta_1 \bar{\sigma}_1 T \rho_1 \quad (\text{VII.4})$$

ここで $\bar{\sigma}_i T = \sigma_i T / \sigma_{5T}$, $C_8 = \sigma_{8T} \rho_8 / \sigma_{5T} \rho_5^0$

$$ds = \phi_T \sigma_{5T} dt$$

ϕ_5 , ϕ_9 , ϕ_0 と $1 - P_8$ は中性子の減速過程に ^{235}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu と ^{238}U による吸収の確率を表わす。

また添字 r は radiative capture を表わす。

式において $\lambda_{NP} / \phi_T \sigma_{5T} \gg 1$ なる事実より ρ_{NP} は消去して

$$\frac{d\rho_5}{ds} = -\rho_5 - \phi_5 f(s) P_{8e} e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_9}{ds} = C_8 + (1 - P_8) \epsilon f(s) e^{-\tau B^2}$$

$$- [C_8 + (1 - P_8) \epsilon f(0)] e^{-\frac{\lambda_{NP}}{\phi_T \sigma_{5T}} s}$$

$$- \bar{\sigma}_9 T \rho_9 - \phi_9 \epsilon P_8 f(s) e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_0}{ds} = \frac{\phi_T \sigma_{5T}}{\lambda} \bar{\sigma}_{NP} T [C_8 + (1 - P_8) \epsilon f(s) e^{-\tau B^2}$$

$$+ \bar{\sigma}_9 T \rho_9 + \phi_9 \epsilon P_8 f(s) e^{-\tau B^2}$$

$$- \bar{\sigma}_0 T \rho_0 - \phi_0 \epsilon P_8 f(s) e^{-\tau B^2}$$

$$\frac{d\rho_1}{ds} = \bar{\sigma}_0 T \rho_0 + \phi_0 \epsilon P_8 f(s) e^{-\tau B^2} - \sigma_1 T \rho_1 \quad (\text{VII.5})$$

となる。

^{239}Pu は 0.3 eV に共鳴吸収をもつがこの点においても吸収の平均自由距離は燃料棒の大きさより大きいので自己遮蔽は小さいと考え、また ^{235}U に対しても同じであって

$$\phi_9 = \frac{n_5 \rho_5 I_9}{\xi \Sigma_s} \frac{V_{fuel}}{V_{mod}}$$

$$\phi_5 = \frac{n_5 \rho_5 I_5}{\xi \Sigma_s} \frac{V_{fuel}}{V_{mod}} \quad (\text{VII.6})$$

ここで V_{fuel} V_{mod} は燃料と減速材の体積 (単位セル中の), $\xi \Sigma_s$ は減速材に関するものである。

n_5 は燃料棒の外側の単位体積当りの ^{235}U の数、

$I_t = \int_{E'}^{E_0} \sigma_t(E) \frac{dE}{E}$ は共鳴積分である。

^{240}Pu については 1.07 eV に顕著な共鳴準位があり、これは系の増倍係数に大きな影響を与える。この時には自己遮蔽があり、これを考慮しなければならない。すなわち、この場合には近似的に

$$\phi = \frac{1}{\xi \Sigma_S} \frac{\pi^2}{2} \frac{\Gamma}{E_r} \frac{V_{fuel}}{V_{mod}} \Sigma_{er} e^{-\Sigma_{er} R} [I_0(\Sigma_{er} R) + I_1(\Sigma_{er} R)] \quad (\text{VII.7})$$

ここで、 R は燃料棒半径、 Σ_{er} は共鳴のピークにおける巨視的吸収断面積、 Γ は準位巾を表わす。 ^{239}Pu の自己遮蔽性については熱中性子に対するもの、共鳴中性子の二つがあり、これを考えなければならないがここでは計算が複雑になるため省略する。また ^{240}Pu に対する自己遮蔽性も上式を解いたのでは、数値計算を行うに際して計算機的能力以上であるから、ここではこれを省略して計算を行う。かくすることにより ^{240}Pu の共鳴吸収は大きくなり、この ^{240}Pu 生成消滅に大きく影響をしてくる。このように近似しても式は非線型の微分方程式であって、この数値解法は計算機的能力以上である。

したがって、(VII.4) 式において $f(s)$ の変化は無視して

$$f(s) = \eta_{sp_0} \quad (\text{VII.8})$$

によって置き換える。また、 $\lambda_{NP} / \phi \sigma_{5T} \gg 1$ なることより、さらに簡単にして

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_5}{ds} &= -\rho_5 - \phi_5 P_8 \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_5 \rho_5 \\ \frac{d\rho_9}{ds} &= \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_9 [1 - P_8(1 + \phi_9)] \rho_5 \\ &\quad - \sigma_{9T} \{ \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_9 [1 - P_8(1 + \phi_9)] - 1 \} \rho_9 \\ &\quad + \frac{\sigma_{8T} \rho_8}{\sigma_{5T} \rho_5^0} \\ \frac{d\rho_0}{ds} &= \frac{\phi_T \sigma_{5T}}{\lambda_{NP}} \bar{\sigma}_{NPT} \frac{\sigma_{8T}}{\sigma_{5T} \rho_5^0} \rho_8 \\ &\quad + \eta_5 \epsilon e^{-\tau B^2} P_8 (\phi_9 - \phi_0) \rho_5 \\ &\quad + \bar{\sigma}_{9T} \{ \eta_9 \epsilon e^{-\tau B^2} P_8 (\phi_9 - \phi_0) - 1 \} \rho_9 - \bar{\sigma}_{0T} \rho_0 \\ \frac{d\rho_1}{ds} &= \bar{\sigma}_{0T} \rho_0 + \phi_0 \epsilon P_8 e^{-\tau B^2} \eta_5 P_5 + \phi_0 \epsilon P_8 e^{-\tau B^2} \eta_9 \sigma_{9T} \rho_9 \\ &\quad + \bar{\sigma}_{1T} [\phi_0 \epsilon P_8 e^{-\tau B^2} \eta_1 - 1] \rho_1 \end{aligned} \quad (\text{VII.9})$$

となる。

さらにこの他 ^{236}U および分裂生成物に対するバーンアップの方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_3}{ds} &= (\bar{\sigma}_{5T} - 1 - \phi_5 P_8 \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_5) \rho_5 - \bar{\sigma}_{6T} \rho_6 \\ \frac{d\rho_{FP}}{ds} &= (1 + \phi_5 P_8 \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_5) \rho_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \bar{\sigma}_{9T} (1 + \phi_9 P_8 \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_9) \rho_9 \\ &+ \bar{\sigma}_{1T} (1 + \phi_1 P_8 \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_1) \rho_1 \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

であって、 ^{236}U の共鳴領域は考えておらない場合である。またこの計算においては核分裂生成物の毒作用についても共鳴領域の吸収は無視して Xe, Sm をのぞいた毒物の 1 核分裂当たり 80 バーンの吸収があるとの仮定を行って計算する。さらに熱外中性子領域を考えに入れられない場合には、高質量数同位元素の生成に対する式は

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_5}{ds} &= -\rho_5 \\ \frac{d\rho_3}{ds} &= \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_3 [1 - P_8] \rho_5 \\ &\quad - \bar{\sigma}_{9T} \{ \epsilon e^{-\tau B^2} \eta_9 [1 - P_8] - 1 \} \rho_9 + \frac{\sigma_{8T} \rho_8}{\sigma_{5T} \rho_5^0} \\ \frac{d\rho_0}{ds} &= \bar{\sigma}_{9T} \rho_9 - \bar{\sigma}_{0T} \rho_0 \\ \frac{d\rho_1}{ds} &= \bar{\sigma}_{0T} \rho_0 - \bar{\sigma}_{1T} \rho_1 \\ \frac{d\rho_6}{ds} &= \bar{\sigma}_{6T} (\rho_5 - 1) \rho_6 - \sigma_{6T} \rho_6 \\ \frac{d\rho_{FP}}{ds} &= \rho_5 + \bar{\sigma}_{9T} \rho_9 + \bar{\sigma}_{1T} \rho_1 \end{aligned} \quad (\text{VII.10})$$

となる。

§ VII-2 反応度の長期変化

系の反応度の変化は、実効増倍係数によって決定される。この小さい変化はバックリングの小さい変化に比例し、

$$1 + \kappa^2 L_T^2 = \tilde{k} e^{-\kappa^2 t'} \quad (\text{VII.11})$$

ここで

$$\tilde{k} = k_I \{ 1 - (1 - \delta)(1 - e^{-w}) + \delta(1 - e^{-w}) \kappa^2 L_T^2 \} \quad (\text{VII.12})$$

$$w = \int_0^{t'} \frac{d\tau}{L^2(\tau)} \quad (\text{VII.13})$$

$$\delta = \frac{\int_0^{t'} k(\tau) \frac{d\tau}{L^2(\tau)} e^{-\int_0^\tau \frac{d\tau}{L^2(\tau)}}}{k_T \int_0^{t'} \frac{d\tau}{L^2(\tau)} e^{-\int_0^\tau \frac{d\tau}{L^2(\tau)}}} \quad (\text{VII.14})$$

ここで $\int_0^{t'} \frac{d\tau}{L^2(\tau)} \ll 1$ なる仮定を用いると

$$\delta = \frac{\int_0^{t'} k(\tau) \frac{d\tau}{L^2(\tau)}}{k_T \int_0^{t'} \frac{d\tau}{L^2(\tau)}} \quad (\text{VII.15})$$

$$k_T = \epsilon P_8 P_0 P_9 \frac{\eta_5 \sigma_{5T} \rho_5 + \eta_9 \sigma_{9T} \rho_9 + \eta_1 \sigma_{1T} \rho_1}{[\sigma_{8T} \rho_8 + \sigma_{5T} \rho_5 + \sigma_{9T} \rho_9 + \sigma_{0T} \rho_0 + \sum \sigma_{TP} + (\sigma_{TP})_P]} \quad (\text{VII.16})$$

ここで $P_0 = e^{-\phi_0}$, $(\sigma_T \rho)_P$ は分裂生成物の吸収, $P_P = e^{-\phi_P}$ は毒物質による共鳴吸収を逃れる確率である. ^{135}Xe , ^{133}Xe , ^{149}Sm は $(\sigma_T \rho)_P$ よりむしろ, 減速材および構造物質の吸収 $\sum \sigma_T \rho$ に入れた方がよい.

さらに

$$\frac{k_T(s)}{k_T(0)} = \frac{f(s)}{\eta_5} \frac{1}{1-A(s)} P_0(s) P_P(s) \times \frac{1}{1 + \frac{C_P}{(1+C_8)(1+\sum C)(1-A)}} \quad (\text{VII. 17})$$

ここで

$$A(s) = \frac{(1 - \rho_5 - \bar{\sigma}_5 T \rho_9 - \bar{\sigma}_0 T \rho_0 - \bar{\sigma}_1 T \rho_1)}{(1+C_8)(1+\sum C)} \quad \sum C = \frac{\sum \sigma_T \rho}{\sigma_5 T \rho_5^0 + \sigma_8 T \rho_8} ; C_P = \frac{(\sigma_T \rho)_P}{\sigma_5 T \rho_5^0} \quad (\text{VII. 18})$$

である.

さらに w, δ は

$$w = \psi_5 + \psi_9 + \frac{V_{fuel}}{\xi \Sigma_s V_{mod}} \sigma_5 \rho_5^0 2 \left(\frac{T_{eff}}{E'} \right)^{\frac{1}{2}} \times [C_8(1+\sum C) + \sum C] \quad (\text{VII. 19})$$

$$\delta = \frac{(1+C_8)(1+\sum C)(1-A)}{w} \times \frac{\eta_5 \left(\frac{\sigma_5 T}{\sigma_5 T^f} \right) \frac{I_5^f}{I_5} \psi_5 + \eta_9 \left(\frac{\sigma_9 T}{\sigma_9 T^f} \right) \frac{I_9^f}{I_9} \psi_9}{f(s)} \quad (\text{VII. 20})$$

となり, さらに拡散距離 L_T は

$$L_T^2(s) = \frac{L_T^2(0)}{1-A(s)} \quad (\text{VII. 21})$$

と変るから

$$\frac{k_{eff}(s)}{k_{eff}(0)} = \frac{\tilde{k}(s)}{\tilde{k}(0)} \left(1 - \frac{\kappa^2 L_T^2(0) A(s)}{1-A(s) + \kappa^2 L_T^2(0)} \right) \quad (\text{VII. 22})$$

となる.

ここでは以上の理論を用いて軽水炉の場合に対する長期変化の計算を行ってゆく. ここで使用されるデーターは先きに計算の対象とした炉, すなわち, 酸化ウラン燃料, 不銹鋼被覆, 軽水減速材の炉で軽水減速材対燃料の体積比を2としたものに対して計算を行う. ここではもちろん運転中を考慮して軽水密度は0.8としてある.

この場合には TABLE 23 のようなデーターがあげられる.

さらにここで使用した分裂性物質 ^{235}U , ^{239}Pu に対する共鳴積分のデーターを TABLE 24 に示す.

以上の数値を代入して得た結果を Fig. 33, Fig. 34 に示す. Fig. 33 は共鳴吸収領域を考えた場合の長期変化, Fig. 34 は共鳴吸収領域を考えに入れない場合の長期変化を示しており, この二つを比較してみても

TABLE 23

ϵ	= 1.029	σ_{AFP}	= 80	barns
P_8	= 0.799	I_5	= 453.3	"
τ	= 34.43 cm ²	I_{5f}	= 319.1	"
B^2	= 0.2017 × 10 cm ⁻²	I_9	= 1252.7	"
η_5	= 2.007	I_{9f}	= 690.2	"
η_9	= 1.811	ψ_5	= 0.09188 ρ_5	
η_1	= 2.155	ψ_9	= 0.2539 ρ_9	
σ_{5T}	= 359.2	barns	ψ_0	= 2.971 ρ_0
σ_{8T}	= 1.721	"	ψ_{9f}	= 0.1399 ρ_9
σ_{9T}	= 1271.7	"	ψ_{5f}	= 0.06467 ρ_5
σ_{0T}	= 337.9	"	ψ_{9T}	= 0.1140 ρ_9
σ_{1T}	= 926.0	"	ψ_{5T}	= 0.02720 ρ_5
σ_{5fT}	= 283.8	"	ρ_5^0	= 1
σ_{9fT}	= 845.8	"	ρ_8^0	= 45.45
σ_{1fT}	= 688.0	"	C_8	= 0.2178
σ_{6T}	= 6	"		

註 ψ_0 は 2.971 ρ_0 あるいは 0.2238 $\sqrt{\rho_0}$ (自己遮蔽を考慮した時の近似式もあるがこれを入れると非線型になり解くのに困難がある)

TABLE 24

cut off energy	0.13eV	0.20	0.30	0.40	0.48
^{235}U I barn	660	565	470	423	400
^{235}U I _f "	494	404	334	292	272
^{239}Pu I "	3200	2750	1550	715	605
^{239}Pu I _f "	1950	1710	860	383	315

かるように増倍定数 k の変化が大きく変っている. 熱外中性子を考えに入れない場合には増倍定数 k は照射によって初期値よりも大きくなり, それからまた減少してゆく. ただし共鳴吸収を考慮した場合には, 照射によって初期値より減少してくる. これは ^{240}Pu の共鳴吸収が大きいためこれが η に影響して減少するからである. この吸収により Σ_0 および Σ_1 の曲線も変っている. 共鳴吸収を考慮した時の ^{240}Pu はその吸収のために小さくなっている. しかし, ここでは前にも述べたとうり ^{240}Pu の共鳴吸収の自己遮蔽効果を見無視している事より, この影響を大きく評価している.

つぎに共鳴吸収を考慮した場合にはこの時には増倍定数がこれを考慮しない場合より小さくなっている. これは, 前にも述べたように TABLE 24 のデーターよりわかるように, 共鳴吸収領域における α_{res} が熱中性子領域の α_{th} より大きくなっているためであって, 前に報告した4群理論での k が共鳴吸収領域の核分裂を考えた場合に k_{th} より大きくなっているのは $\alpha_{res} < \alpha_{th}$ として計算しているためである. この η のエネ

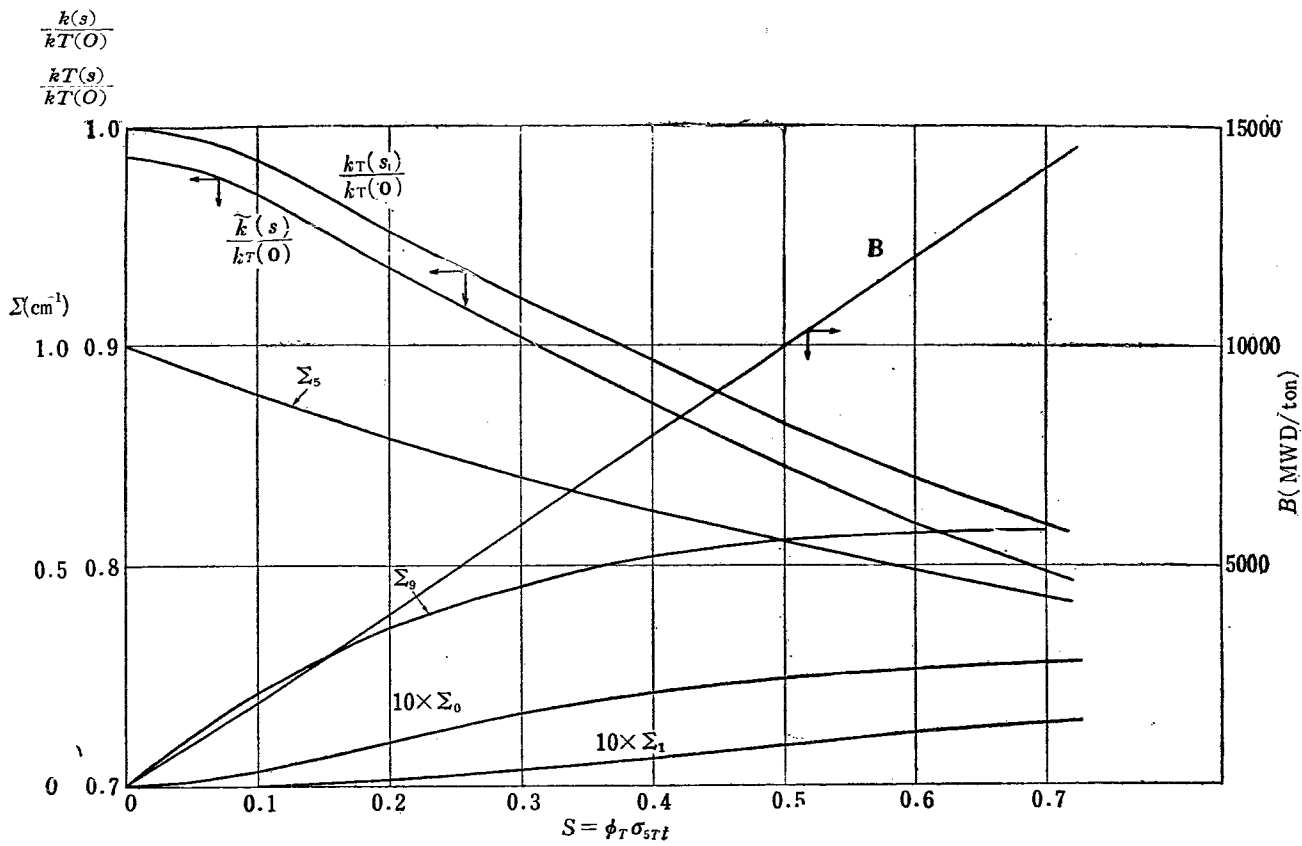


Fig. 33

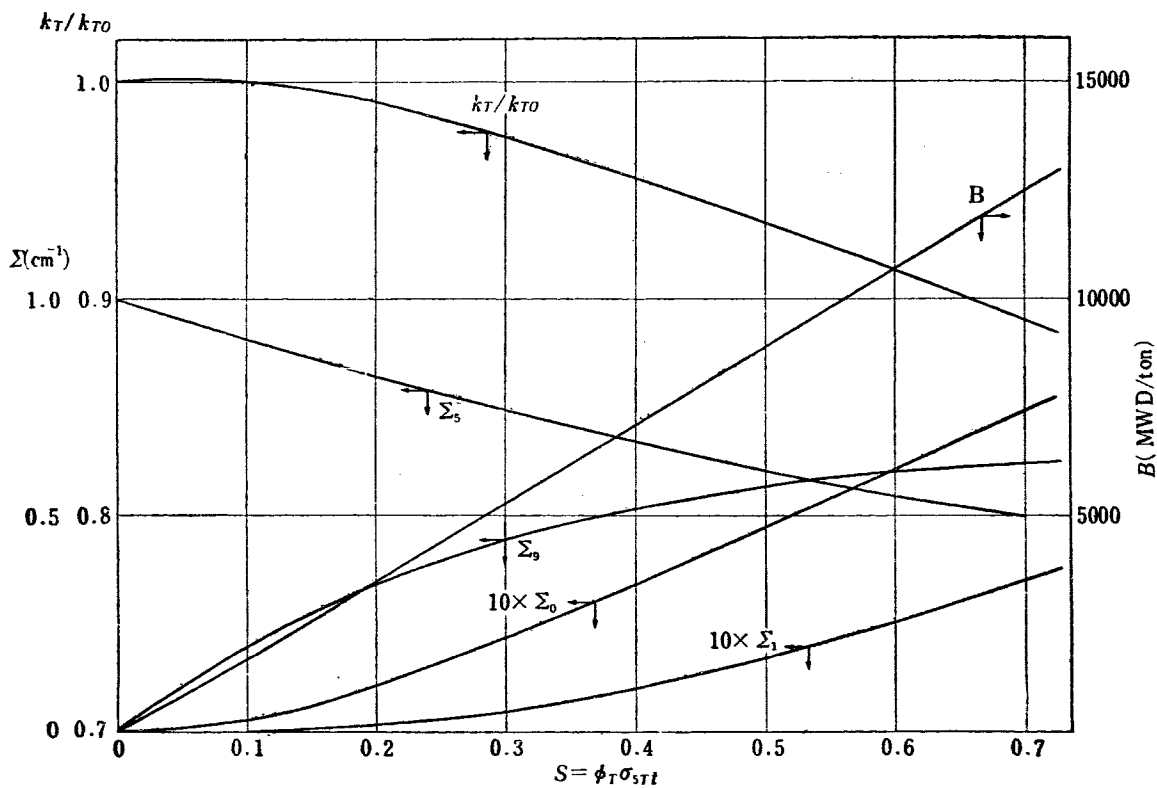


Fig. 34

ルギー・スペクトルのデータ³¹⁾が不足している現状ではこの点について今後詳細な検討が動特性の研究の点より見ても必要であろう。

ここでは ϕ_5 , ϕ_9 として (VII.6) 式を用いて一応計算したが、3群理論の節でのべたようにこれらの共鳴領域での吸収および分裂は ^{238}U の共鳴のために遮蔽効果をうけてかなり違った結果を与えることが推測され長期変化もこの影響を入れなければならないことを注意すべきである。

また、中性子のスペクトルの研究がこれら長期変化の問題に対して重要である。バーンアップ B MWD/ton の曲線が Fig. 33, Fig. 34 で差があるのは、Fig. 33 においては共鳴吸収による核分裂を考えたためである。

第七章 あとがき

以上軽水炉の核的問題について述べてきたが、実際の設計にあたっては熱的設計との関連において各値を決定せねばならないのはもちろんのことである。たとえば炉の大きさについても熱除去の制限によって決定されよう。ここでは核的問題に限ったが、本文中にてものべているように、さらに検討すべき点は多々ある。たとえば ^{235}U の共鳴吸収、分裂、中性子スペクトル、減速距離の理論と実験の不一致、反応度長期変化においてもさらに ^{235}U などの共鳴を考慮したとりあつかいなど、また、この報告においては述べなかったが、このほかに中性子束分布のバーンアップへの影響、および燃料の取換え方式、沸騰水型の場合には熱的問題と関連してボイドによる中性子束分布の変化など数えきれないほどの問題がある。これらについては以後計算してゆく予定である。

この報告の一部はすでに第一回原子力シンポジウムに発表したものであり、昭和31年9月より昭和32年10月頃までの調査、研究の結果をまとめたものである。

文 献

- 1) Reactor Handbook
- 2) I. KAPLAN & J. CHERNICK: BNL-152 (1952)
- 3) K. M. CASE *et al*: Introduction to the theory of neutron diffusion.
- 4) H. KOUTS: BNL-1812 (1953)
- 5) H. KOUTS: A. conf., p/600 (1955)
- 6) A. Z. KRANZ: WAPD-134 (1956)
- 7) J. CHERNICK, A. conf., p/603 (1955)
- 8) J. CHERNICK, BNL-2465 (1953)
- 9) J. CHERNICK, BNL-1797 (1954)
- 10) W. FEURZEING & B. I. SINRAD: ANL-5049 (1953)
- 11) S. W. KASK & E. MARTIN: NAA-SR-MEMO-553 (1952)
- 12) J. H. TAIT, A. conf., p/433 (1955)
- 13) J. CHERNICK: BNL-1795 (1954)
- 14) H. HURWITZ & P. F. ZWEIFEL: *J. Appl. Phys.*, **26**, 923, (1955)
- 15) 同上
- 16) H. KOUTS, G. PRICE, K. DOWNES, R. SHER, V. WALSH: BNL-2119 (1954)
- 17) H. J. KOUTS, K. DOWNES, G. PRICE, V. WALSH R. SHER: BNL-1796 (1954)
- 18) J. E. FAULKNER: CF-54-8-97 (1954)
- 19) H. D. BROWN: DP-33
- 20) " : DP-64
- 21) R. S. MARGULIES: BNL-1779 (1953)
- 22) J. R. DIETRICH: *Br. Appl. Phys. Supplement*, No. 5
- 23) E. A. GUGGENHEIM & M. H. L. PRICE: *Nucleonics*, **11**, 50 (1953)
- 24) DEUTSCH: *Nucleonics*, **15**, 47 (1957)
- 25) MURRAY & NIESTLIE: *Nucleonics*, **13** No 2, 18 (1955)
- 26) G. M. ROE, KAPL
- 27) 長谷川和その他: 第一回原子力シンポジウム報文集「板状および楕円形制御棒の理論」
- 28) 高橋 博: 第一回原子力シンポジウム報文集「板状制御棒の理論」
- 29) B. L. LOFFE & L. B. OKUN: *J. Nuclear Energy*, **4** 371 (1957)
- 30) J. R. SMITH & E. H. MAGLEBY: IDO-16269