

熱中性子炉の過渡応答を  
求めるための図表

調査報告 No. 6

1962年3月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

# 熱中性子炉の過渡応答を求めるための図表

## 要 旨

原子炉の設計に際しては、自動制御システムの検討および反応度事故に対する安全性の検討を十分に行う必要がある。そのために便利な資料として任意の時間関数で表わされる反応度変化が起った際の、原子炉中性子密度の変化を計算できる数表および図表〔1〕をすでに作製した。ここでは反応度変化を階段状の変化に限り、その際の中性子密度の変化を計算するのに便利な図表を提供する。

図表は2種類よりなる。第1は階段状の反応度変化  $\delta k$  を与えたときの中性子密度の時定数  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots, 7$ ) を与え、第2は係数  $N_i$  ( $i=1, 2, \dots, 7$ ) を与える。いずれの場合も中性子寿命  $l$  はパラメーターである。中性子密度  $n(t)$  は本文中の(6)式によって計算できる。

多くの場合反応度事故は反応度変化を階段状の変化とみなすことにより、かなりよい近似を与える。この意味でこれらの図表は原子炉の安全性検討の計算に際して有用であると思われる。

計 測 制 御 研 究 室

三井田純一・須田信英

## Useful Charts to Find Indicial Response of Thermal Reactors

### ABSTRACT

It is indispensable, as well known, to ascertain the safety of reactor in case of a reactivity accident, as well as to examine control system design. The authors have published the numerical tables and charts which enable us to calculate behavior of thermal reactors subject to an arbitrary change in reactivity\*. Here we present charts from which indicial response of thermal reactors is easily obtained.

Two kinds of charts are included. One gives time constants  $T_r$  ( $r=1\sim 7$ ) for a definite magnitude of reactivity step  $\delta k$  and the other gives coefficients  $N_r$  ( $r=1\sim 7$ ): in both cases neutron life time  $l$  is the parameter. The neutron density  $n(t)$  is computed by eq. (6) in the text.

In many cases, the reactivity accidents may be approximated by a step change in reactivity. So the charts are very useful for hazard evaluation of moderate accuracy.

JUNICHI MIDA, NOBUHIDE SUDA

Japan Atomic Energy Research Institute  
Control and Instrumentation Section

\* Numerical Tables and Charts Useful for the Study of the Dynamic Behavior of Thermal Reactors. JAERI 4005 (1959).

# 目 次

1	緒 言 .....	1
2	基 礎 式 .....	1
3	凡 例 .....	2
4	結 言 .....	2
	記 号 .....	2
	文 献 .....	2

## CONTENTS

1	INTRODUCTION .....	1
2	THEORY and EQUATIONS .....	1
3	APPLICATIONS of CHARTS .....	2
4	CONCLUSION .....	2
	LIST of SYMBOLS .....	2
	REFERENCES .....	2

## ATTACHED CHARTS

Fig. 1.1. A	$\delta k$ vs. $T$	Region [1]	..... 3
Fig. 1.1. B	$\delta k$ vs. $T$	Region [1]	..... 4
Fig. 1.1. C	$\delta k$ vs. $T$	Region [1]	..... 5
Fig. 1.2.	$\delta k$ vs. $T$	Region [2]	..... 6
Fig. 1.3.	$\delta k$ vs. $T$	Region [3]	..... 7
Fig. 1.4.	$\delta k$ vs. $T$	Region [4]	..... 8
Fig. 1.5.	$\delta k$ vs. $T$	Region [5]	..... 9
Fig. 1.6.	$\delta k$ vs. $T$	Region [6]	.....10
Fig. 1.7.	$\delta k$ vs. $T$	Region [7]	.....11
Fig. 1.8.	$\delta k$ vs. $T$	Region [8]	.....12
Fig. 2.1. A	$\delta k$ vs. $N$	Region [1]	.....13
Fig. 2.1. B	$\delta k$ vs. $N$	Region [1]	.....14
Fig. 2.2. A	$\delta k$ vs. $N$	Region [2]	.....15
Fig. 2.2. B	$\delta k$ vs. $N$	Region [2]	.....16
Fig. 2.3.	$\delta k$ vs. $N$	Region [3]	.....17
Fig. 2.4.	$\delta k$ vs. $N$	Region [4]	.....18
Fig. 2.5.	$\delta k$ vs. $N$	Region [5]	.....19
Fig. 2.6.	$\delta k$ vs. $N$	Region [6]	.....20
Fig. 2.7.	$\delta k$ vs. $N$	Region [7]	.....21
Fig. 2.8.	$\delta k$ vs. $N$	Region [8]	.....22

## 1. 緒 言

原子炉の設計に際しては、自動制御システムの検討および反応度事故に対する安全性の検討を十分に行う必要がある。そのために便利な資料として、任意の時間関数で表わされる反応度変化が起った際の、原子炉中性子密度の変化を計算できる数表および図表 [1] をすでに作製した。

ここでは反応度変化を階段状の変化に限り、その際の中性子密度の変化を計算するのに便利な図表を提供する。反応度事故に対する検討に際しては反応度変化を階段状変化と見なすことは多くの場合かなりよい近

似で、しかも危険側の近似であるから、この図表によって検討することは十分有意義であると思われる。

原子炉の中性子寿命  $l$  を実験的に求めるために人為的に階段状の反応度変化を与えて、中性子密度の変化を記録することが行われる。またアナログ計算機または原子炉シミュレータなどによって解をもとめることもしばしば行われる。これらの場合にも図表によってあらかじめ種々の  $l$  に対する過渡応答を求めておくことは実験結果の解析、あるいは解の精度の検討を容易にすると思われる。

## 2. 基礎式

原子炉の動特性は遅発中性子を考慮に入れた 1 組近似によってつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\delta k(t) - \beta}{l} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{l} n(t) - \lambda_i c_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$i=1, 2, \dots, 6$

ここで  $t < 0$  では原子炉は定常状態にあったとして  $t=0$  で反応度  $\delta k$  が階段状に変った場合の中性子密度の変化を求める。(1)式をラプラス変換して、

$$\left. \begin{aligned} sN(s) &= \frac{\delta k - \beta}{l} N(s) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(s) + n_0 \\ sC_i(s) &= \frac{\beta_i}{l} N(s) - \lambda_i C_i(s) + c_{i0} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$i=1, 2, \dots, 6$

この2式より  $C_i(s)$  を消去し、初期条件の間になりつつ関係、 $c_{i0} = \beta_i n_0 / \lambda_i l$  を用いて、

$$N(s) = \frac{\left\{ l + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{s + \lambda_i} \right\}}{\left\{ ls + \sum_{i=1}^6 \frac{s\beta_i}{s + \lambda_i} - \delta k \right\}} \cdot n_0 \quad (3)$$

中性子寿命  $l$  に関係しない、遅発中性子の性質だけによってきまる関数、

$$F(s) \equiv \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{s + \lambda_i} \quad (4)$$

を定義すると [1], (3)式はつぎのようになる。

$$N(s) = \frac{\{l + F(s)\}}{\{ls + sF(s) - \delta k\}} n_0 \quad (5)$$

(5)式にラプラスの逆変換定理を適用することにより次式をうる。

$$\frac{n(t)}{n_0} = \sum_{i=1}^7 N_i e^{t/T_i} \quad (6)$$

$$T_i = 1/S_i \quad (7)$$

ここに  $S_i$  は (5) 式の分母を 0 とする根である。すなわち

$$S_i(l + F(S_i)) = \delta k \quad i=1, 2, \dots, 7 \quad (8)$$

$N_i$  は次式であたえられる。

$$N_i = \frac{l + F(S_i)}{l + F(S_i) + S_i \frac{dF(S_i)}{ds}} \quad i=1, 2, \dots, 7 \quad (9)$$

(6)式で係数  $N_i$ , 指数  $T_i$  を求めてあればそれを用いて  $n(t)$  を計算することはきわめて容易である。この図表の特長はそのため  $N_i$ ,  $T_i$  をパラメータ  $l$  および  $\delta k$  に対してかんたんに求められることである。

$F(s)$  は前の報告 [1] に計算してあるので、(8), (9)式で  $l$  をパラメータとして計算し、 $\delta k$  対  $T_i$ , および  $\delta k$  対  $N_i$  をそれぞれ Fig. 1.1~1.8, および Fig. 2.1~2.8 に示した。図からわかるように  $\delta k > 0$  の場合は区間 [1]~[7] を用い、 $T_i$  は 1 つは正、このりの 6 つは負である。 $\delta k < 0$  の場合は区間 [2]~[8] を用い、 $T_i$  の 7 つの根は全部負である。

(8)式において  $S_i = 1/T_i$  とおいてえられる式

$$\delta k = \frac{l}{T_i} + \sum_{r=1}^6 \frac{\beta_r}{1 + \lambda_r T_i} \quad (10)$$

は炉周期と反応度を結びつける式で、いわゆる逆時間公式 (Inhour Equation) とよばれ、 $T_i > 0$  の場合はとくに有用である。Fig. 1.1 の図表はこの意味でも役にたつと思われる。

## 3. 凡 例

一例により図表の応用を示そう。いま  $l=1 \times 10^{-4}$  sec の原子炉に階段状の  $\delta k$  が加わったとしよう。まず Fig. 1.1~1.8 の縦軸上に与えられた  $\delta k$  をとり、そこから横軸に平行線をひき、曲線との交点の横座標から  $T_i$  が求められる。 $\delta k > 0$  の場合は Fig. 1.1~1.7 からそれぞれ1ケずつ、全部で7ケの  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots, 7$ ) が求められる。 $\delta k < 0$  の場合は Fig. 1.1 に該当する正の根がない代わりに Fig. 1.8 に1ケの根があるからやはり7ケの  $T_i$  が求められる。つぎにまったく同様な方法で  $N_i$  ( $i=1, 2, \dots, 7$ ) が求められる。

(6)式から直ちにわかるように

$$\frac{n(0)}{n_0} = 1 = \sum_{i=1}^7 N_i \quad (11)$$

であるから、求めた  $N_i$  の和は1でなければならない。このことは図表の精度を確かめるのに役立つ。いまたとえば  $l=1 \times 10^{-4}$  sec で  $\delta k = +0.3\%$  のときをとると、求めた  $N_i$  は TABLE 1.0 のようになり、よい

精度が得られる。

TABLE 1.0

$N_1$	2.360
$N_2$	-0.610
$N_3$	-0.068
$N_4$	-0.086
$N_5$	-0.196
$N_6$	-0.362
$N_7$	-0.039
計	0.999

以上のようにして求めた  $T_i$ ,  $N_i$  各7ケの数値を(6)式に入れて  $n(t)$  を  $t$  の関数として求めることができる。Fig. 1.2~1.7 から求められる  $T_i$  は必ず負で、絶対値が小さいからこれに相当する(6)式の項は過渡的な項と考えられ、十分時間がたてば省略できる項である。

使用例  $l=1 \times 10^{-4}$  sec,  $\delta k = +0.3\%$  の場合  $N_i$ ,  $T_i$  を図表から求め、(6)式により、次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{n(t)}{n_0} = & 2.36 e^{t/8.8} - 0.61 e^{-t/0.0212} - 0.068 e^{-t/0.076} \\ & - 0.086 e^{-t/0.731} - 0.196 e^{-t/3.645} - 0.362 e^{-t/18.7} \\ & - 0.039 e^{-t/76} \end{aligned}$$

## 4. 結 言

原子炉に階段状の反応変化がおこった際の中性子密度の変化を容易に求められる図表を作製した。

この図表では7とおりの中性子寿命  $l$  についてしか与えられていないが、その他の  $l$  について  $T_i$ ,  $N_i$  を求めたいときは図表を用いて内挿法によるか、または(8)(9)式を用いて計算すればよい。(8)(9)式で  $F(s)$  および  $dF(s)/ds$  は前の報告[1]のTABLE 1に与えられているから、 $l$  がわかっており  $\delta k$  の値も

与えられているような場合なら計算はそれほど手数を要しない。

これらの数表の作製にあたっては、有隣電気精機株式会社のリレー計算機 FACOM 128 を用いた。その際 同社の岡本、大久保両氏の協力を得た。また図表の整理には大和田氏に援助していただいた。以上の諸氏に感謝の意を表す。

## 〔記 号〕

$n(t)$  炉内の中性子密度,  $\text{cm}^{-3}$

(Neutron density)

$l$  中性子の平均有効寿命, sec

(Mean effective lifetime of a neutron)

$k(t)$  中性子の実効増倍係数

(Effective multiplication factor)

$\lambda_i$   $i$  番目の遅発中性子先行核の崩壊係数,  $\text{sec}^{-1}$

(Decay constant of the  $i$ -th group of delayed neutron precursor)

$c_i(t)$   $i$  番目の遅発中性子の先行核の密度,  $\text{cm}^{-3}$

(Concentration of the  $i$ -th group of delayed neutron precursor)

$\beta_i$   $i$  番目の遅発中性子の発生割合

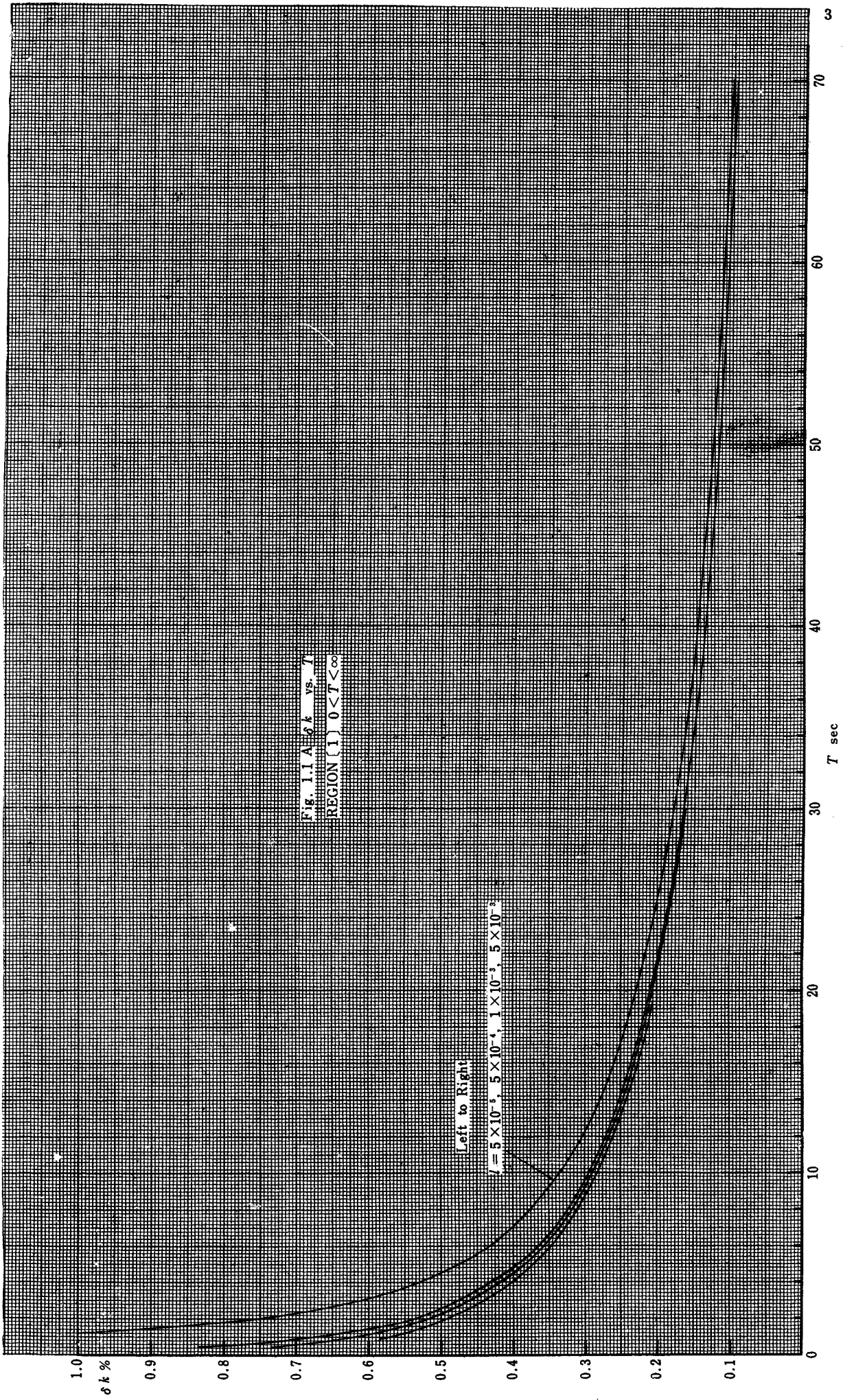
(Fraction of the  $i$ -th group delayed neutron)

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i = 0.00755$$

小文字は時間関数, 大文字はラプラス変換した関数を示す。添字  $0$  は初期値を示す。

## 文 献

[1] 三井田純一, 須田信英: 原研調査報告 JAERI 4005 (1959)



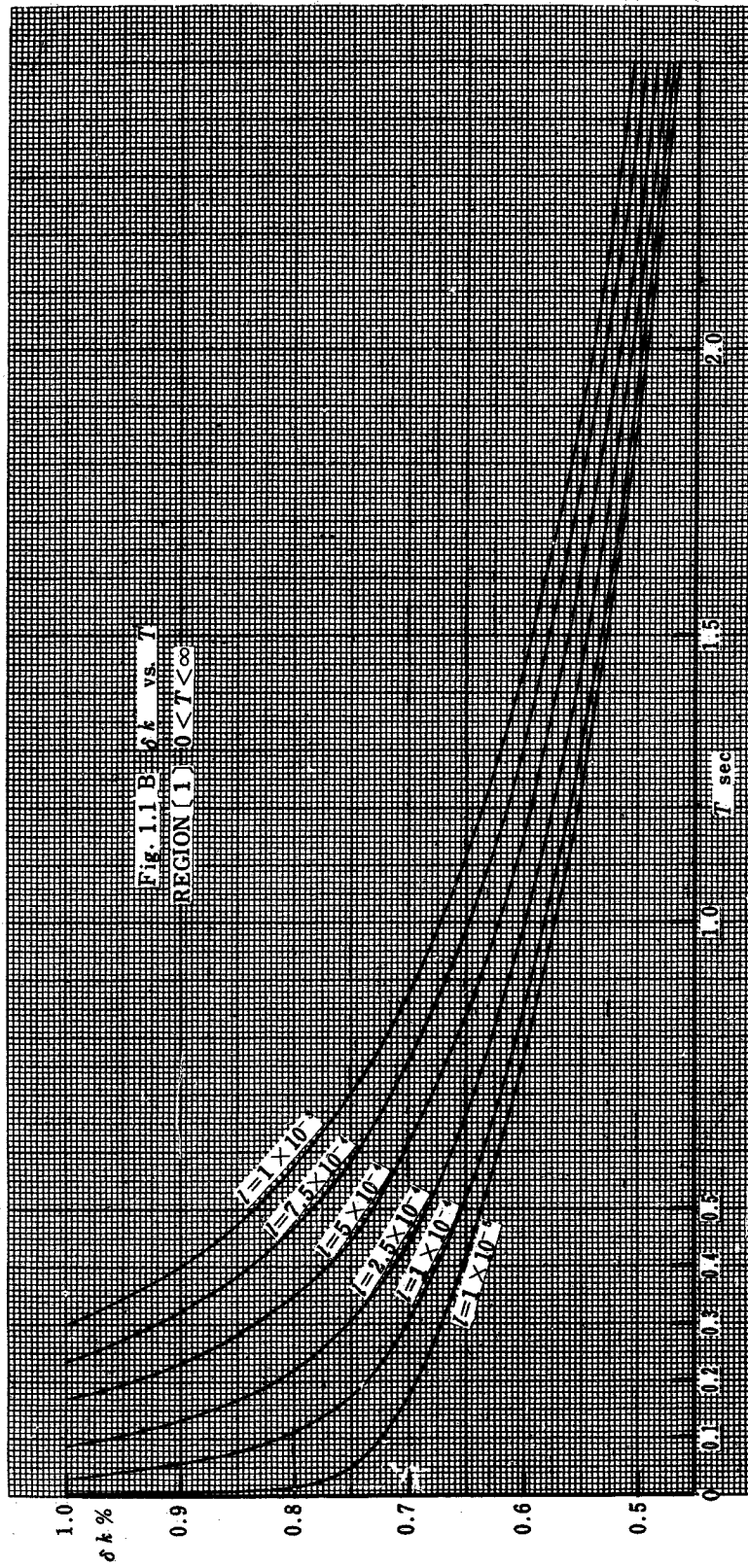


Fig. 1.1 B  $\delta k$  vs.  $T$   
REGION (I)  $0 < T < \infty$



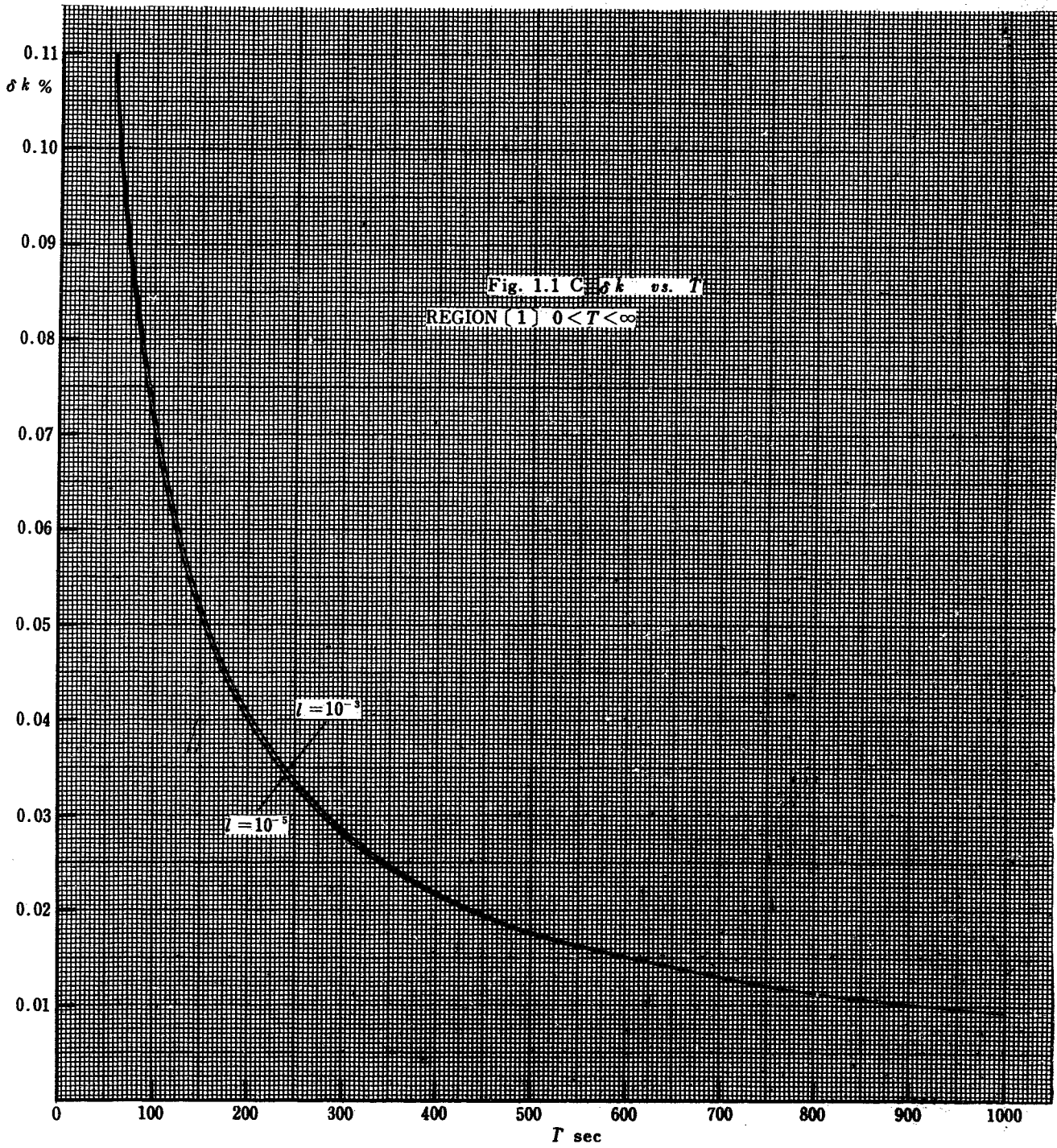
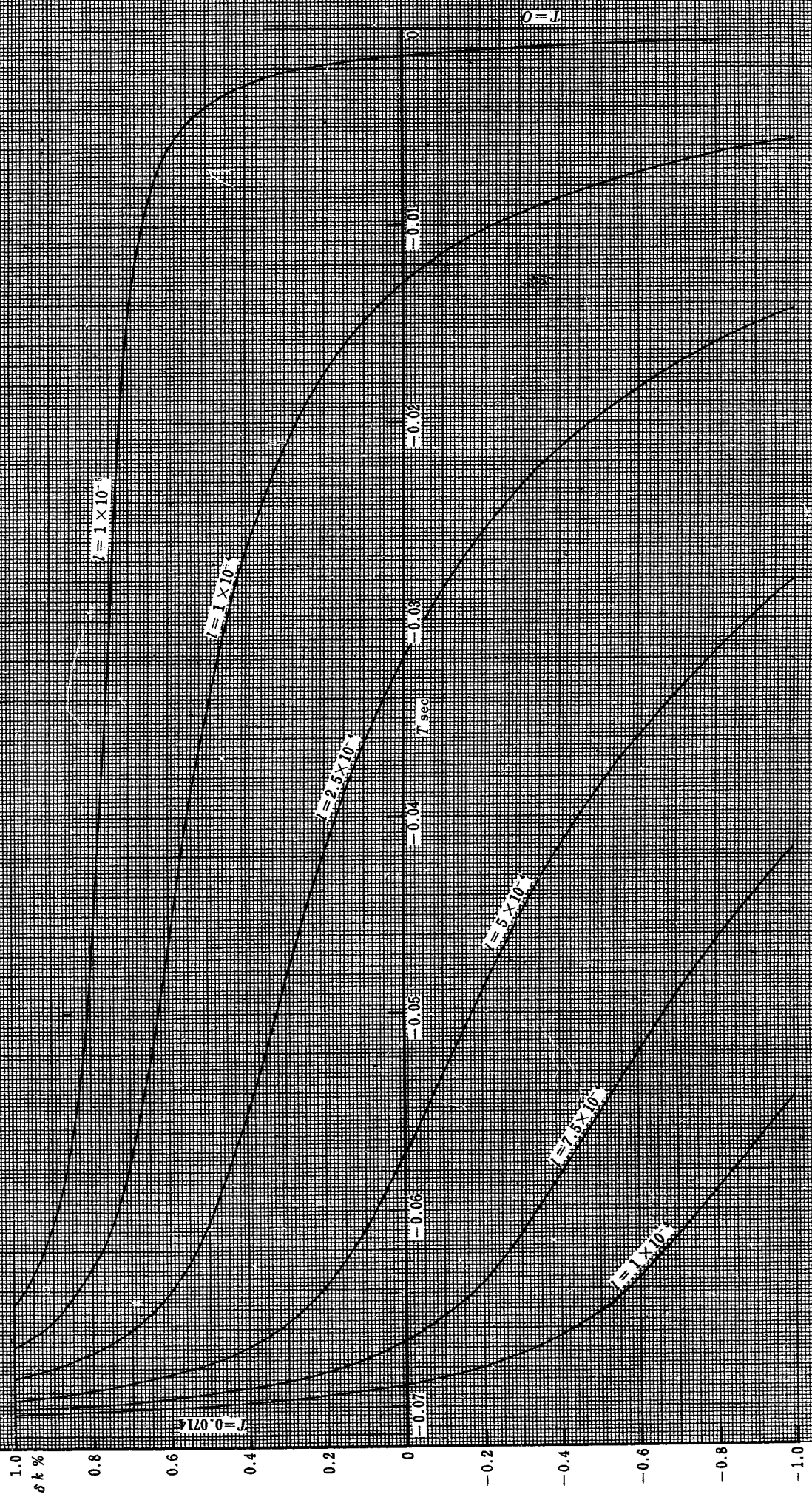




FIG. 1.2  $\delta k$  VS.  $T$   
REGION (2)  $-0.0714 < T < 0$



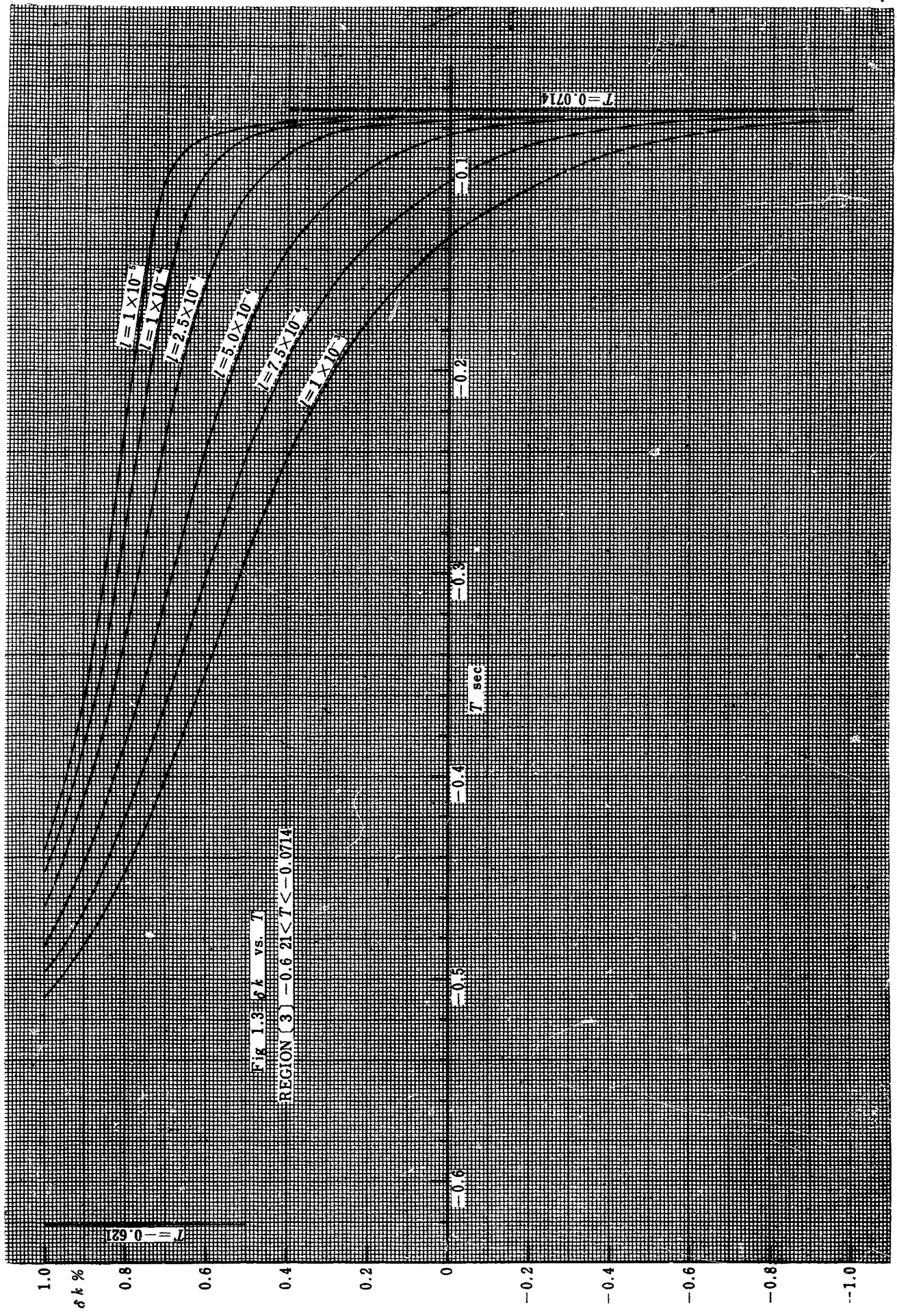
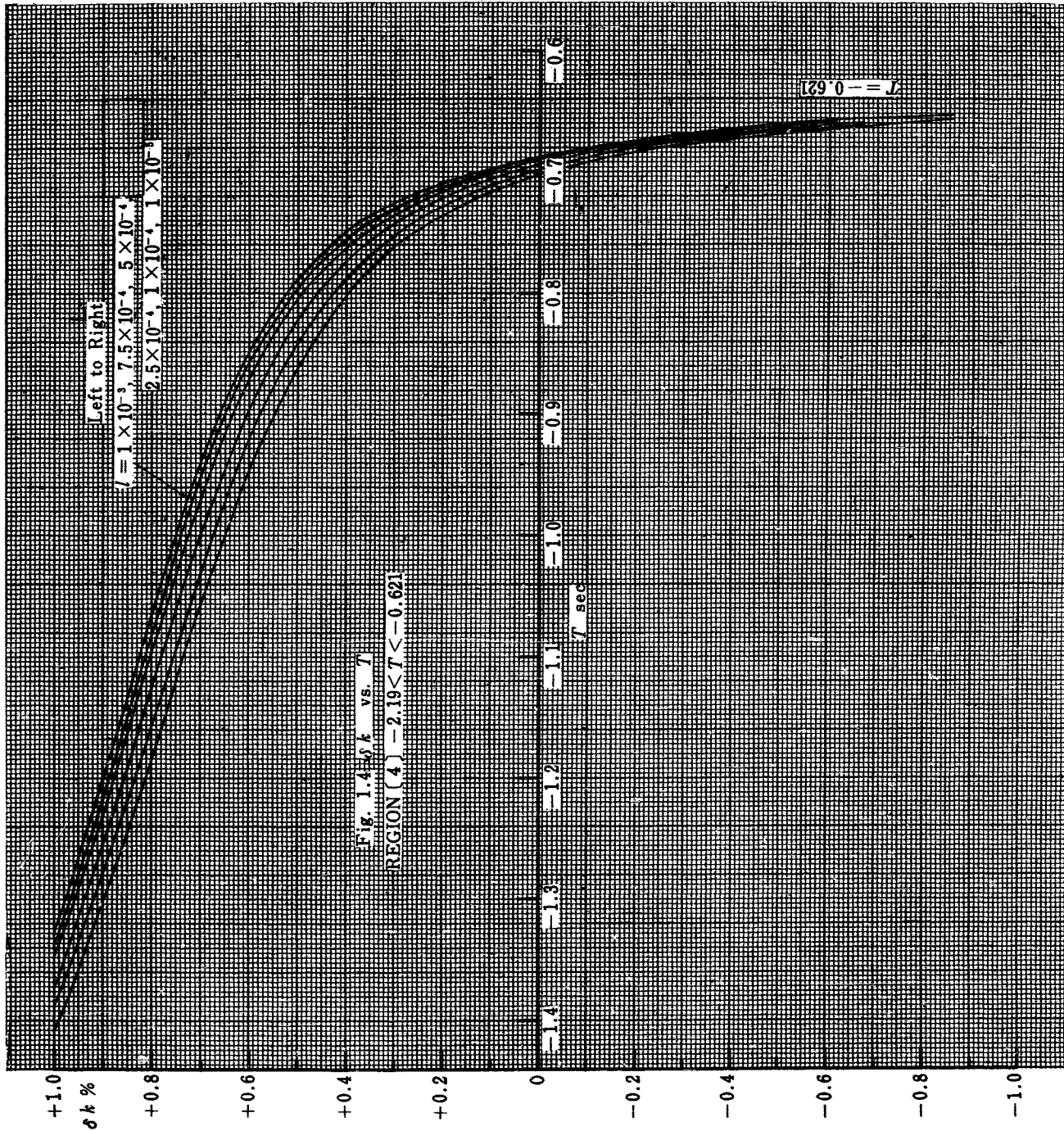


Fig. 1.3  $\delta k$  vs.  $T$

REGION (3)  $-0.621 < T < -0.0714$





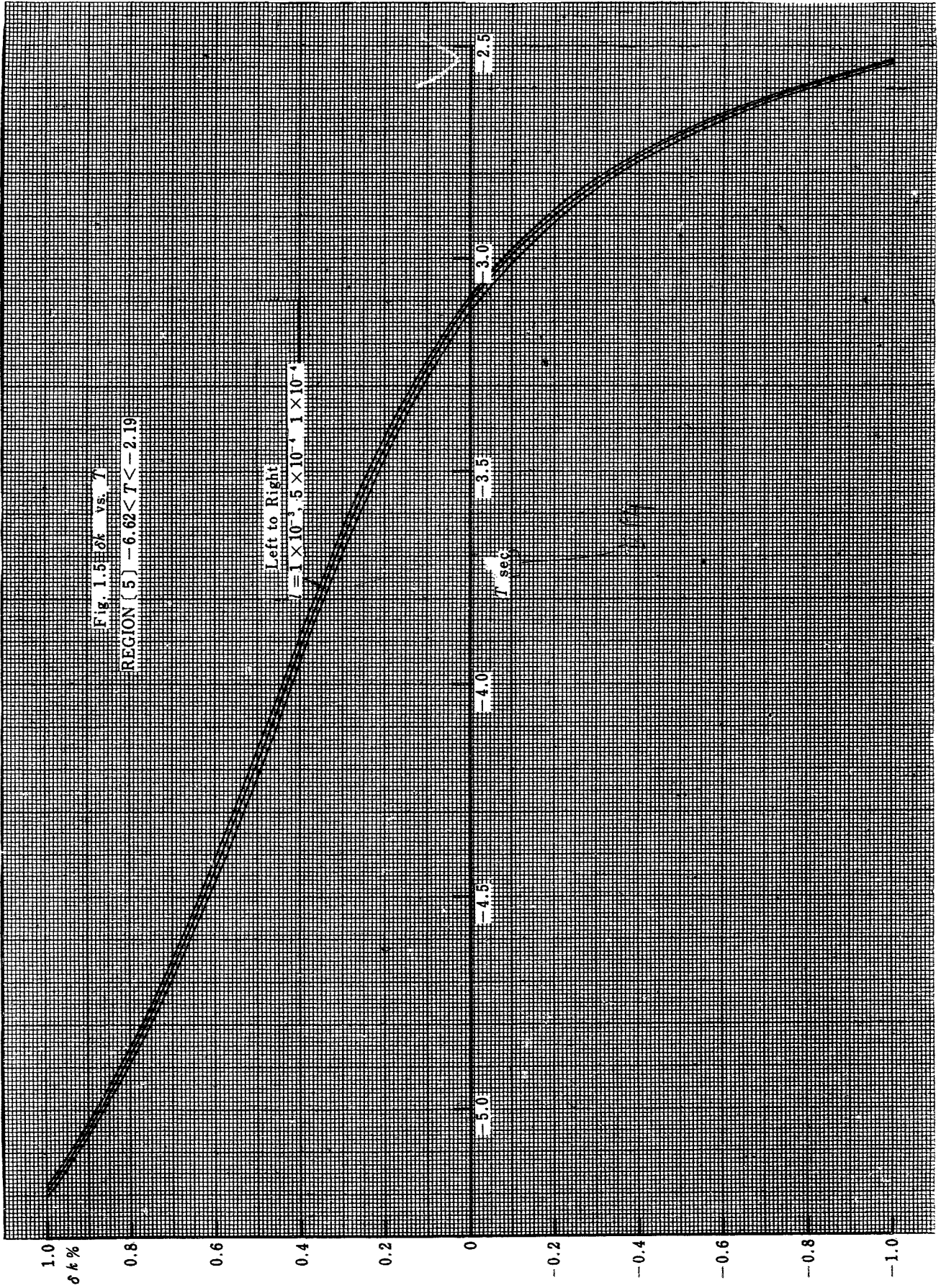
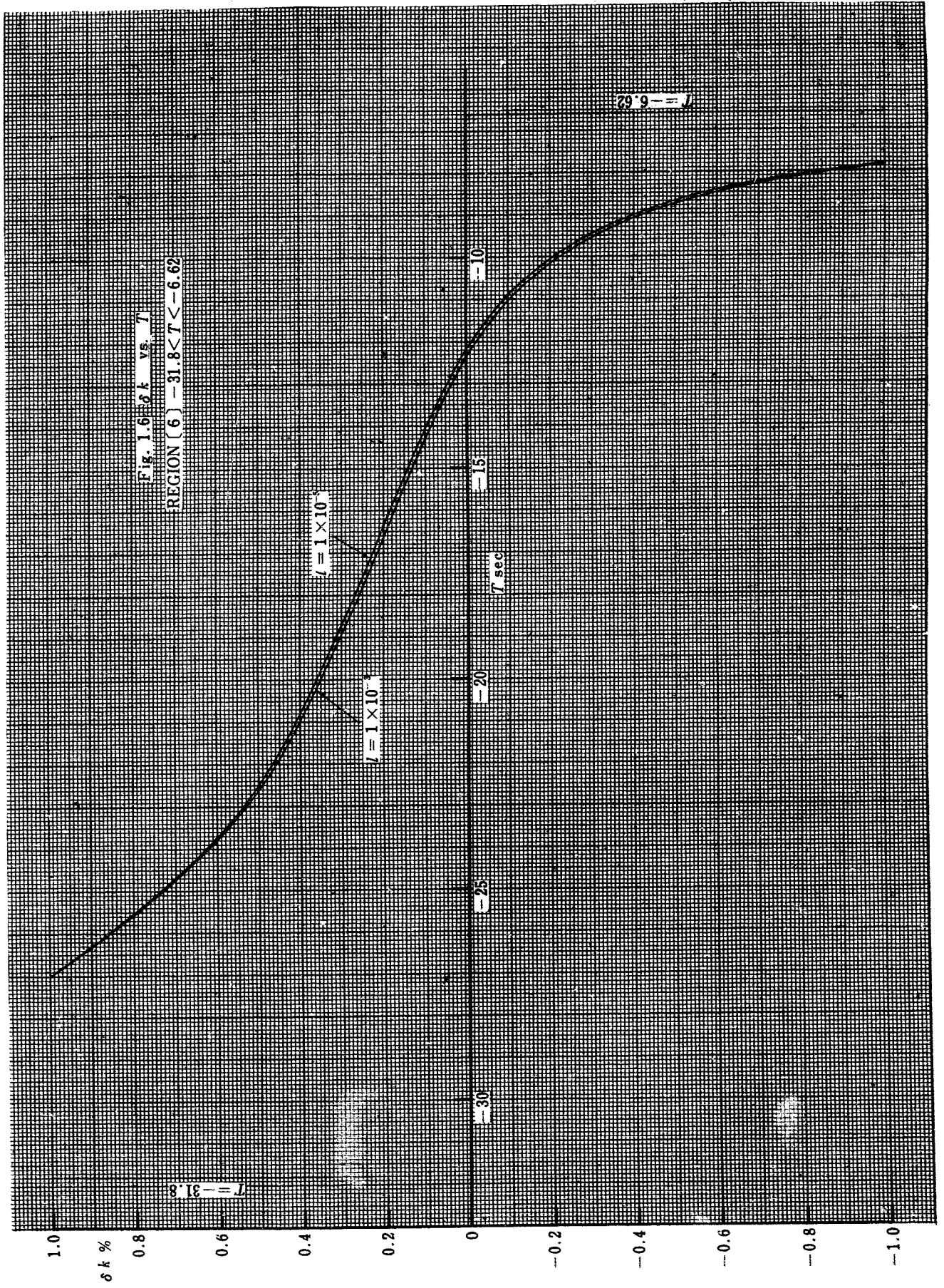
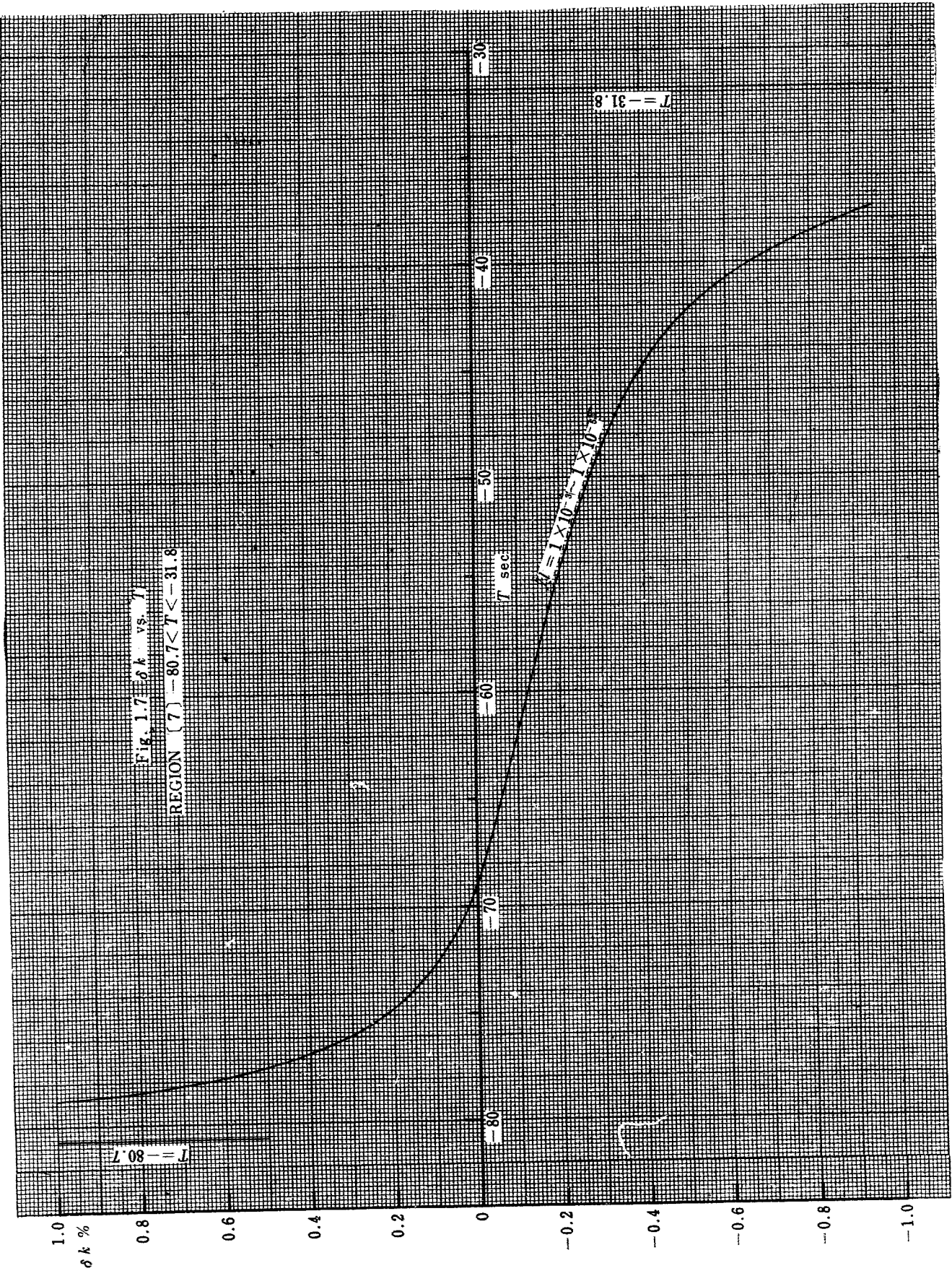


Fig. 1.5  $\delta k$  vs.  $T$   
REGION (5)  $-6.6 < T < -2.19$

Left to Right  
 $1 \times 10^{-3}$ ,  $5 \times 10^{-4}$ ,  $1 \times 10^{-4}$







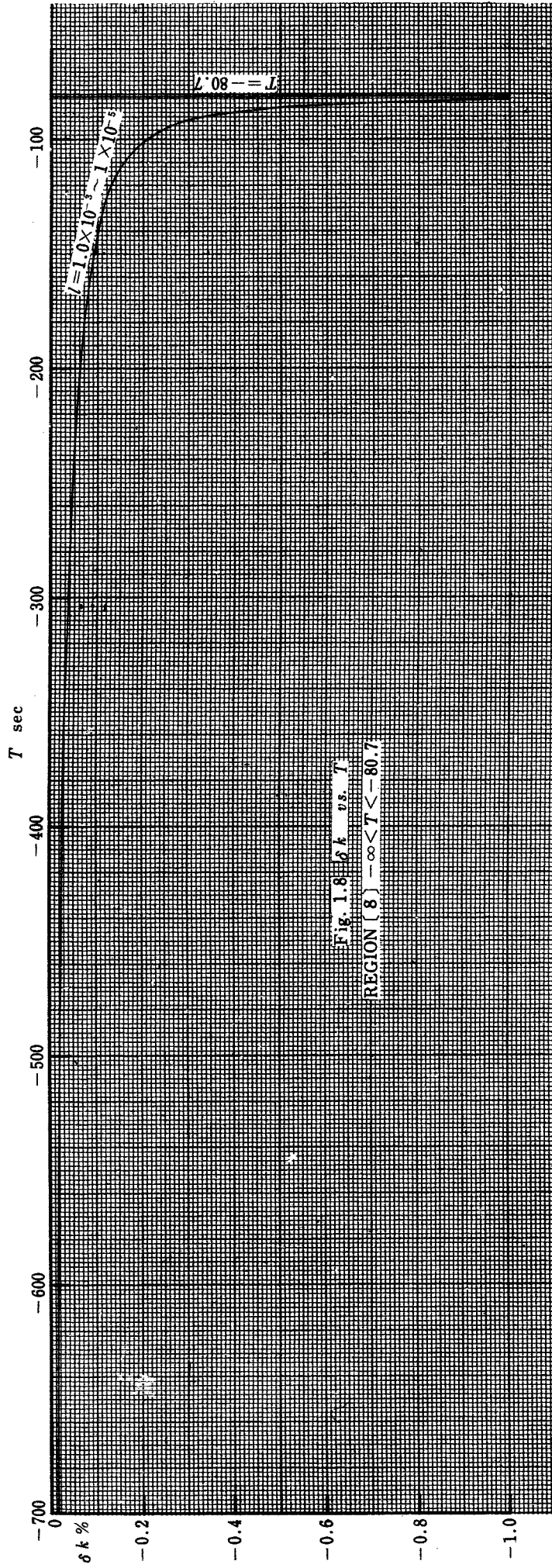
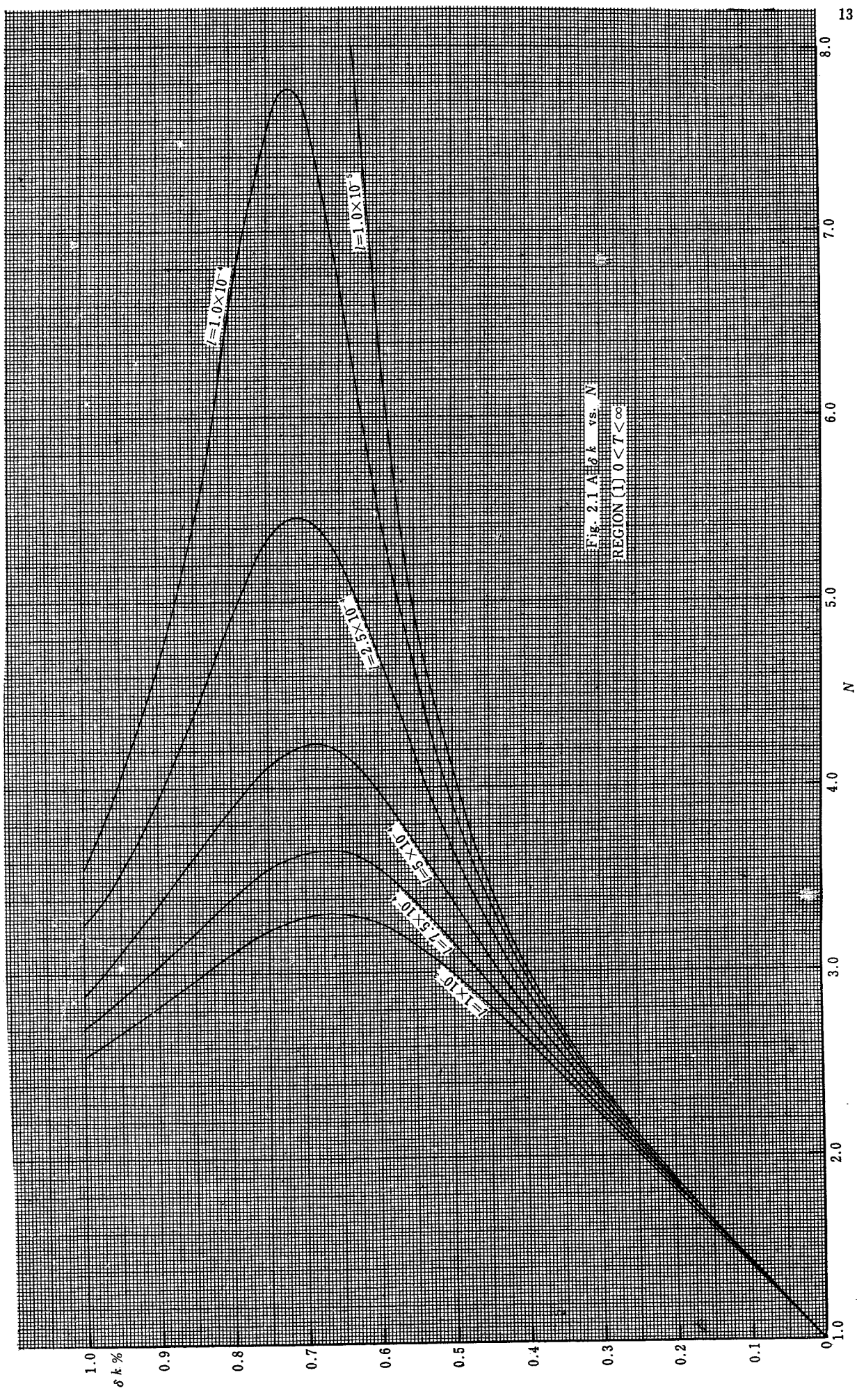
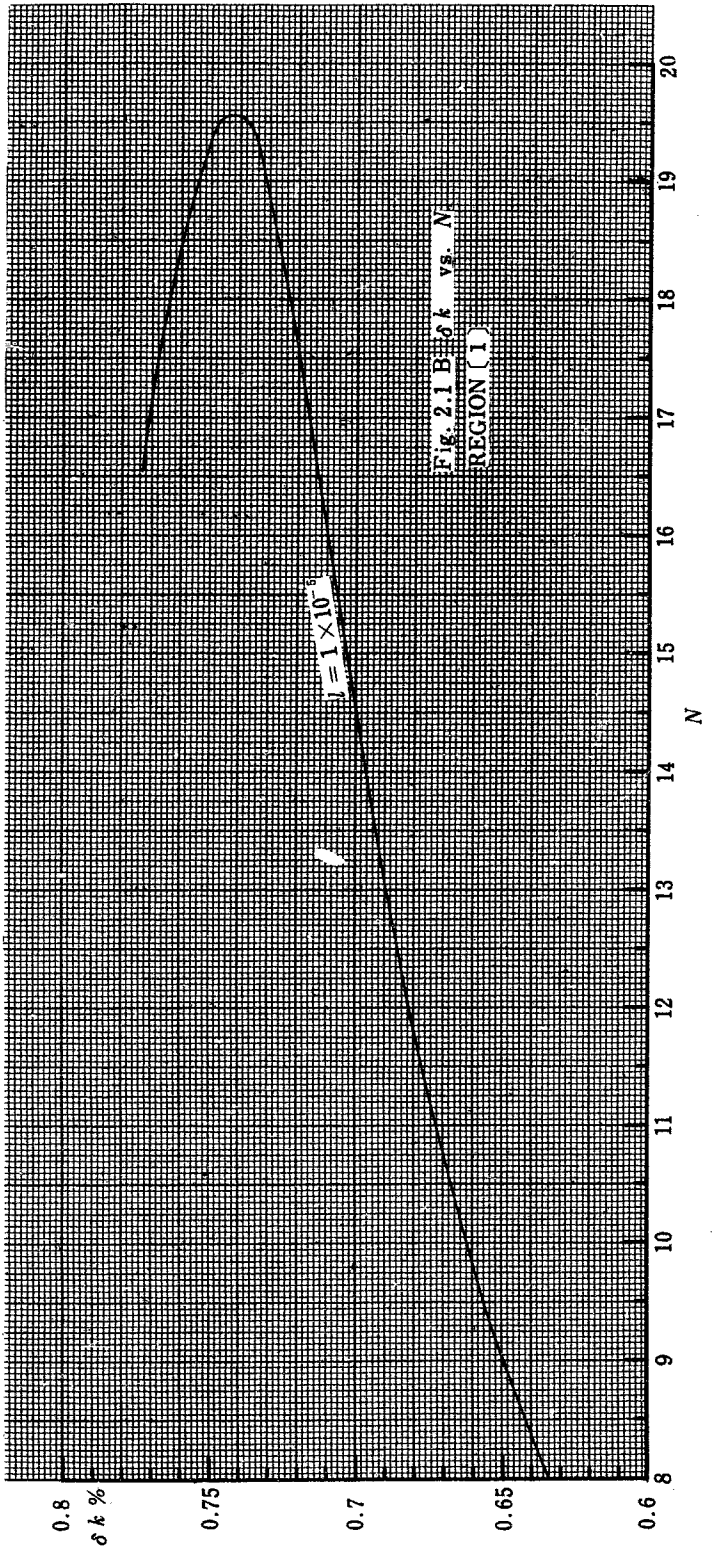


Fig. 1.8  $\delta k$  vs.  $T$   
REGION (8)  $-\infty < T < -80.7$







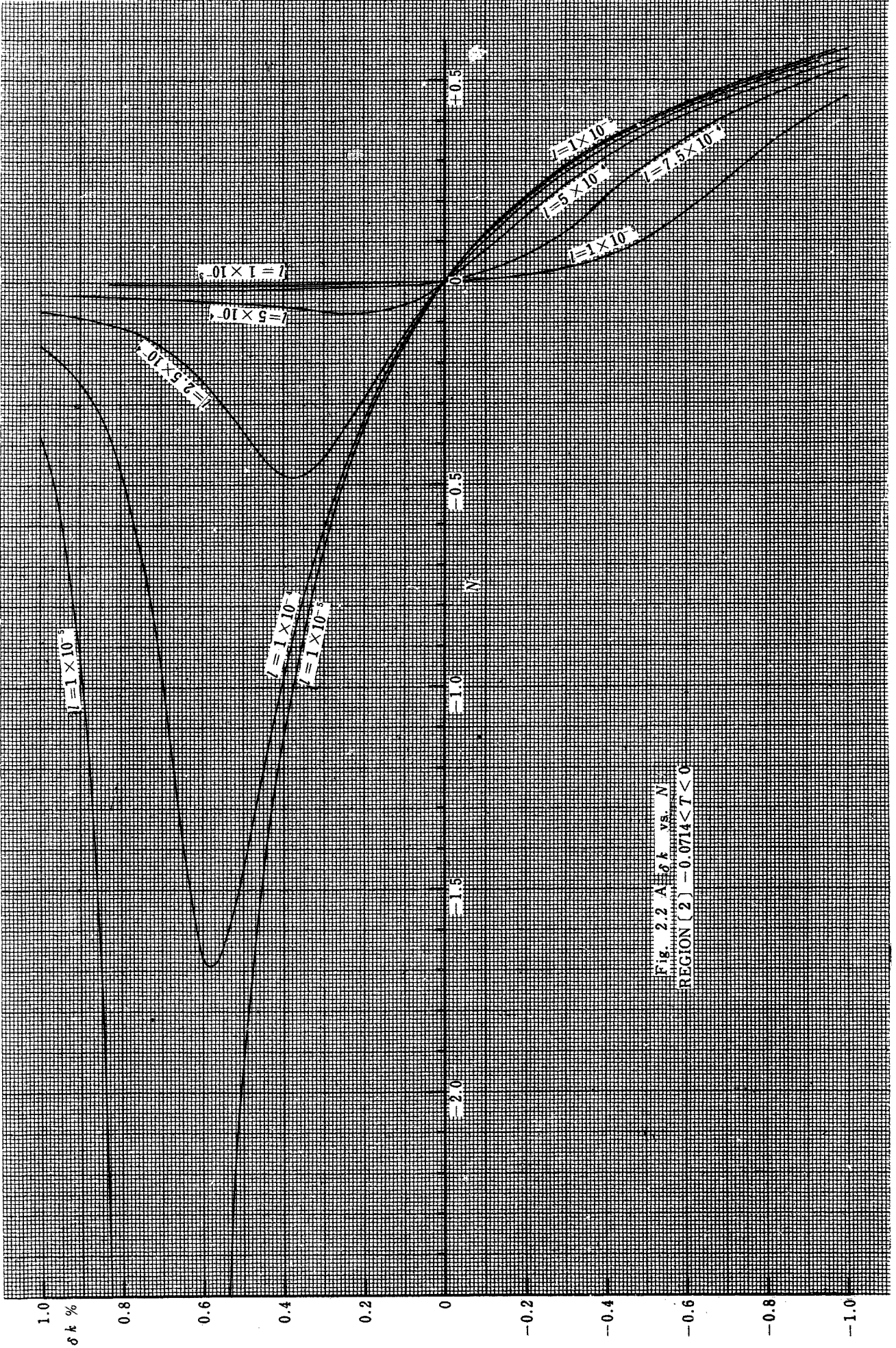
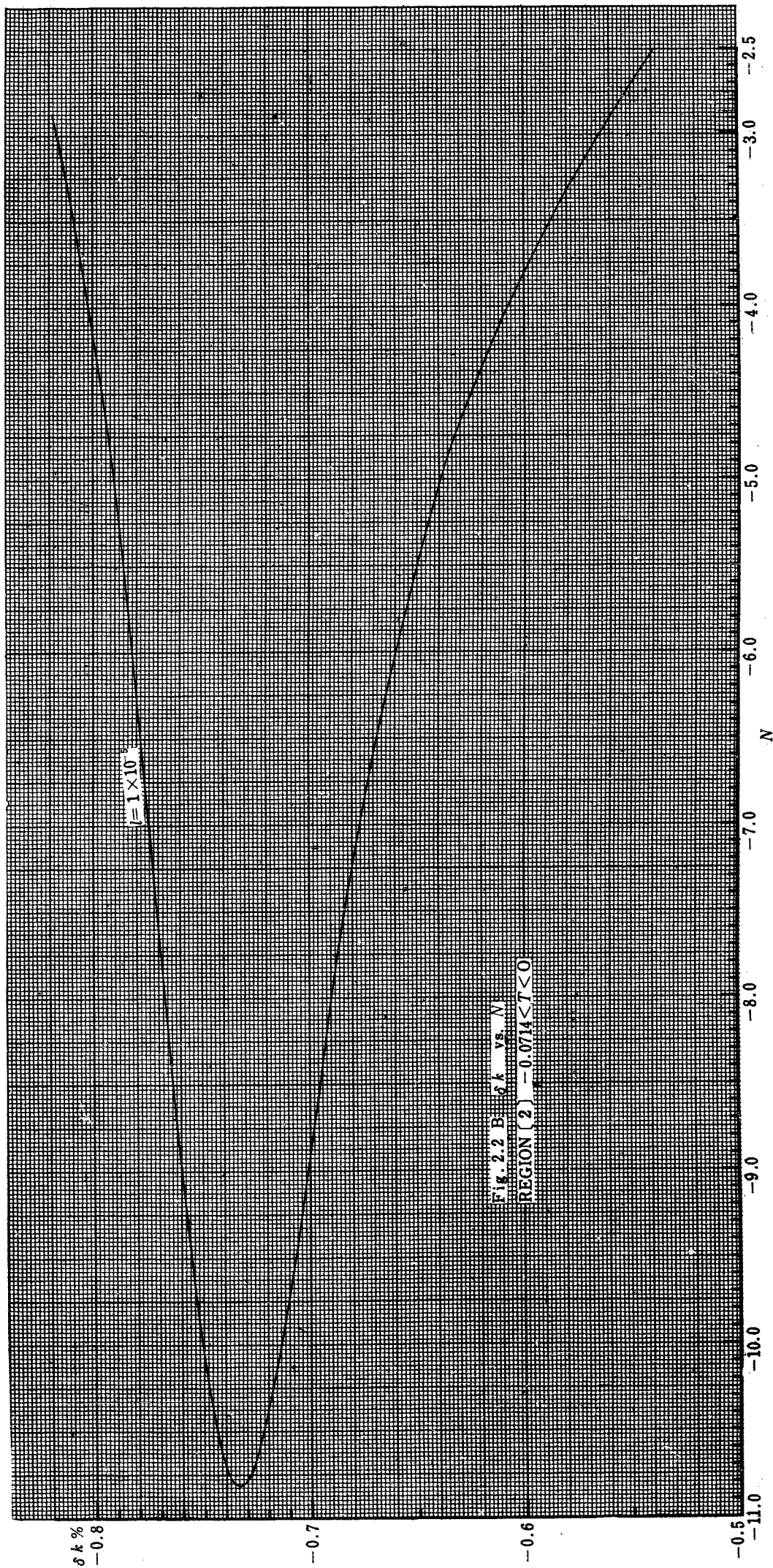
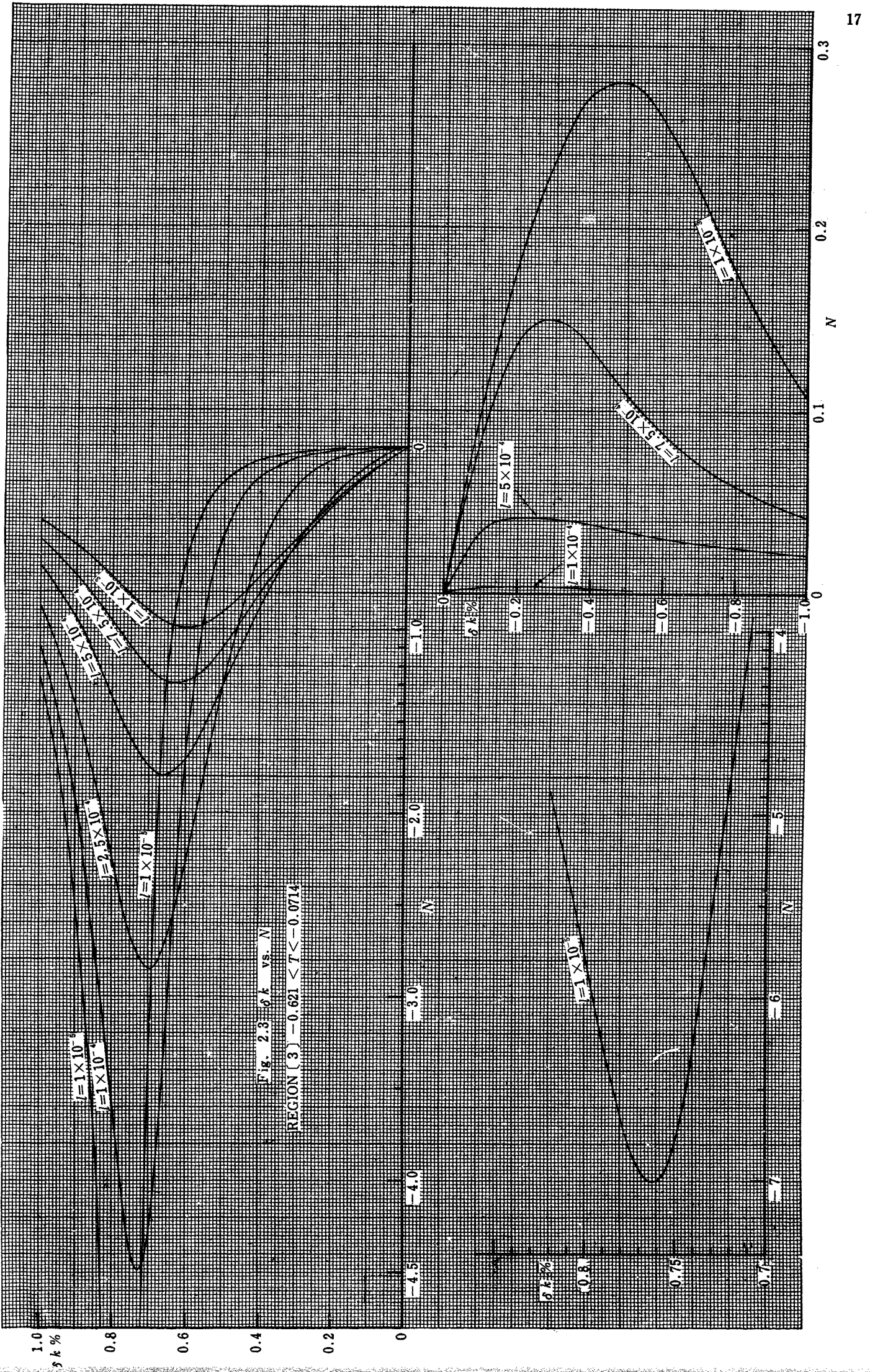


Fig. 2.2 A:  $\delta k$  vs.  $N$   
REGION (2)  $-0.0714 < T < 0$









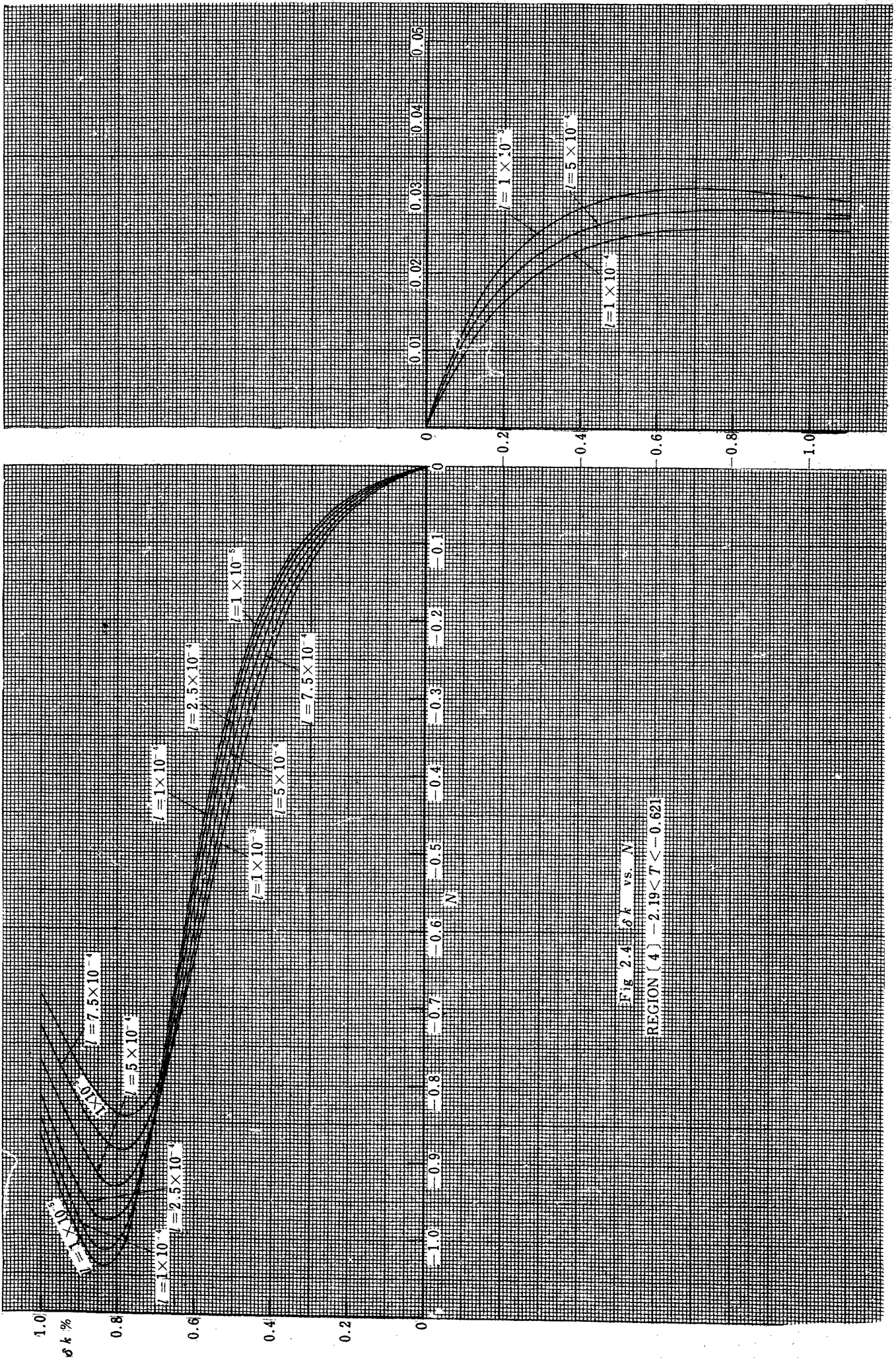


Fig 2.4  $\delta k$  vs.  $N$   
 REGION (4)  $-2.19 < T < -0.621$

