

第2回ジュネーブ会議総合報告

原子炉編

調査報告 No. 10



1960年2月

日本原子力研究所

Japan Atomic Energy Research Institute

第2回ジュネーブ会議総合報告

原子炉編

まえがき

この総合報告は、第2回ジュネーブ原子力平和利用会議において報告された多くの論文を基礎にし、さらに入手しうる最近の資料を参照して日本原子力研究所が責任編集したものである。部門別分類および担当執筆はつぎのようにおこなわれた。

- 1 原子炉編（原子炉設計研究室，原子炉開発試験室）
- 2 物理編（固体物理研究室，原子核物理研究室）
- 3 原子力工学編（機械装置研究室，計測制御研究室，化学工学研究室）
- 4 金属編（金属研究室）
- 5 化学編（分析化学研究室，物理化学研究室，放射化学研究室）
- 6 保健物理編（保健物理部）

編集の方針としては論文の単なるよせ集めという形ではなく、それぞれの論文を十分消化し各部門の連関にも配慮を加え、一つのまとまった著作としての内容をもつように努力した。

原子力平和利用会議は1956年に開催された第1回の成功につづいて、今回も世界各国から約6,000人が参加し、発表された論文も2,400編の多きに達した。本報告に収めたこれらの論文は、過去2カ年間に各国が原子力平和利用にかたむけた努力の結晶であって、いずれも貴重な成果である。

これらの業績を十分にそしゃくすることこそ、つぎの発展の原動力であると信ずる。

本報告刊行の意義もまたまさにこの点につきるのである。

昭和35年1月30日

日本原子力研究所理事

杉 本 朝 雄

原子炉編の執筆者はつぎのとおりである。

非均質系の中性子輸送（高橋博）原子炉計算の数学的方法（中山隆・磯田和男・今井晴男）重水炉の核計算および含水素減速炉との比較（朝岡卓見）燃焼および燃料サイクルの物理（田村健一）中性子スペクトルの測定（古橋晃）水性均質炉（黒井英雄）高速中性子炉物理Ⅰ（野本昭二・中村知夫・富岡秀剛・飯泉仁）高速中性子炉物理Ⅱ（桂木学・野本昭二）

第2回ジュネーブ会議総合報告・原子炉編

目 次

非均質系の中性子輸送

1. 概 説	1	5. 中性子輸送の積分方程式による解法	7
2. Source Sink 法	1	6. BEHREN の方法の拡張	10
2. 1 規則的な配列の場合	1	6. 1 円柱状の軸方向の中性子の拡散	10
2. 2 不規則な配列の場合	3	6. 2 円柱状に直角方向の中性子の拡散	14
3. 一般化された WIGNER-SEITZ 法	5	文 献	14
4. Source Sink 法の一般化	6		

原子炉核計算の数学的方法

1. 概 説	15	4. 2次元多群計算	20
2. 輸送方程式の解法	15	4. 1 分 類	20
2. 1 輸送方程式の展望	15	4. 2 各種の反復法	20
2. 2 平面上の1群輸送方程式	15	4. 3 諸種の計算法の比較	22
2. 3 球対象の場合	17	5. 計算機プログラム及び計算法	22
2. 4 コードについて	18	5. 1 種々のコード	23
3. S_n 法	18	5. 2 2次元以上のコード	23
3. 1 S_n 法の準備	18	5. 3 輸 送 問 題	23
3. 2 S_n 変換	19	5. 4 小容量計算機向きの計算法	24
3. 3 S_n 差分方程式	19	6. モンテカルロ法の応用	25
3. 4 解 き 方	19	文 献	27
3. 5 一例	20		

重水炉の核計算および含水素減速炉との比較

1. 概 説	28	4. 炉の核的特性の算出方法	40
2. 裸の炉の臨界方程式	28	5. 理論と実験との関係	42
3. 反射体付き、あるいは制御棒のある炉の臨界方程式	37	後 記	51
		文 献	52

燃焼および燃料サイクルの物理

1. 概 説	62	2. 6 転換率: C・R	69
2. 燃焼に対する格子常数の基本的性質	62	2. 7 可能燃焼度	70
2. 1 理想化状態における燃焼	62	3. 燃料取換えおよび燃料移動	70
2. 2 Once through 照射をおこなう場合の燃焼	65	3. 1 連続的な取換え方式	70
——Th 系と U-238 系の比較——		3. 2 周期的な燃料取換え方式	71
2. 3 照射による燃料組成の変化	67	3. 3 [311] における燃料交換について	72
2. 4 反 応 度	68	3. 4 [1339] における取り扱い	74
2. 5 照射による反応度変化	69	文 献	79

中性子スペクトルの測定

1. 概 説.....	81	5. 積分反応量の測定.....	87
2. 中性子飛行時間法.....	82	6. 摂 動 法.....	89
3. 原子核乾板.....	85	7. あとがき.....	91
4. 反発陽子スペクトロメーター.....	86	文 献.....	91

水 性 均 質 炉

1. 概 説.....	93	3. 米国における現況.....	97
2. オランダにおける現況.....	93	4. その他の国の現況.....	99
2. 1 Subcritical Circulating Suspension Reactor	94	4. 1 フ ラ ン ス.....	99
2. 2 250 kW Aqueous Homogeneous Single Region Suspension Reactor.....	95	4. 2 ソ連の現状	100
		4. 3 η の 問 題	100
		文 献	100

高速中性子炉物理 I

1. 概 説	101	3. 英国における研究	108
2. 米国における研究	101	3. 1 ZEPHYR	108
2. 1 ZPR-III による EBR-I, EBR-II の臨界実験	101	3. 2 ZEUS.....	108
2. 2 ZPR-III による高速・熱中性子結 合型増殖炉の臨界実験	105	3. 3 両実験からの結論	110
2. 3 ZPR-V による高速-熱中性子結合 系の実験的理論的解析	106	4. ソ連における研究	111
2. 4 ロスアラモスにおける Godiva, Topsy, Popsy, Jezebel 等の実験	107	4. 1 BP-1 原子炉	111
		4. 2 BP-3 高速-熱中性子結合型原子炉.....	111
		4. 3 BP-2 原子炉の研究	112
		文 献	112

高速中性子炉物理 II

1. 解 析 法	113	3. 安 全 性	121
1. 1 多群拡散理論の応用について	113	3. 1 温度係数および事故に導く原因	121
1. 2 S_n 法	114	3. 2 Melt Down	122
1. 3 アルベド法	117	3. 3 Prompt Excursion	123
1. 4 結合型炉の理論	118	4. 動力炉	126
2. 多群常数とその実験的 Check	119	4. 1 EBR-II と Enrico Fermi	126
2. 1 群常数の決定	119	4. 2 ドーンレイ	127
2. 2 実験による Check	120	4. 3 EP-5	128

非均質系の中性子輸送

1. 概 説

第2回ジュネーブ会議において発表された非均質系の中性子輸送の理論に関する論文について紹介する。中性子輸送の問題は BOLTZMANN の輸送方程式を解くことであるが、この解法として拡散近似の中での非均質系の問題と、輸送方程式それ自身の非均質系への問題とにわけられる。前者については第1回ジュネーブ会議において FEINBERG らが Source-Sink 法を発表したがこれらは燃料棒の少ない炉、あるいは制御棒の効果を評価するのに有効である。後者の輸送方程式の問題は出発点として微積分方程式で表現される微小領域での中性子の平衡を数式化したものと、輸送核を用いた PEIRLES の式などに表現される積分形がある。この積分形は中性子一箇の履歴を追ってゆくことに対応しており、このような非均質系内の中性子輸送の問題をとりあつかうのに微分形よりもすぐれている。

第1回ジュネーブ会議において CHERNICK が first flight collision probability を板状格子系について求め

てこの系の取扱いに有力な方法をえてのち、CORNGOLD は同じ板状格子系に対する BOLTZMANN の輸送方程式を積分形に書きかえ、これから共鳴吸収を逃れる確率を計算した。それ以来、この積分形より解く努力が多くなされ、第2回ジュネーブ会議においても多くの論文が、この方向からの解法について論じている。ただこのように正確に積分形の数式化できるのは一次元の板状格子系に対するものだけで実際の格子系に対する数式化はできない。後者のような系に対しては積分方程式で解くことはできず、このために積分方程式と同様中性子の履歴を追う方法によってとりあつかっている。すなわちこれが BEHREN らの方法であって複雑な系にも適用できるがまだ BEHREN 方法ではその近似が粗いためこれをもっと厳密にする必要がある。

ここでは、これら前者の Source-Sink 法および後者の積分方程式および BEHREN の方法による三つに関連ある論文について記す。

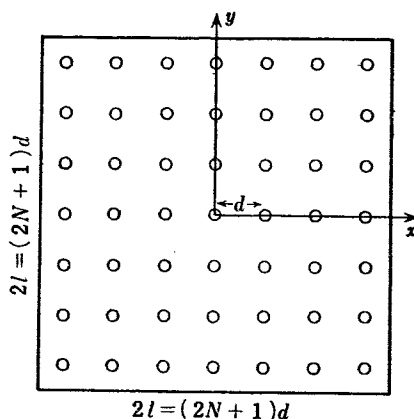
2. Source Sink 法

2.1 規則的な配列の場合

GALANIN は第1回会議で無限の減速材中に数少ない燃料棒が入った格子系に対する臨界方程式を求めている。この場合燃料棒は無限に細いものとして考えていた。実際の炉においては反射体はもちろん有限であり、正方形の炉に対しての臨界方程式および固有関数(中性子分布)が[968]で求められている。ここで中性子を支配する方程式は連続減速モデルで拡散方程式にしたがうと仮定している。[272]ではウラン燃料ガス冷却黒鉛減速型原子炉を対象として同じ方法を適用している。

いま、第1図のような燃料が正方格子状に配列された正方形の炉について考える。普通考えられているよ

うに燃料は高速中性子の発生源および熱中性子の吸収源として考え、これを source function とする年令減



第1図 炉心断面図 [968]

速拡散方程式を解く。すなわち減速核はフェルミの年令にしたがい、各格子点に point source があり、これが炉の表面で0になるようにとってある。この中性子から熱中性子束が求められ、この熱中性子に対する微分方程式から固有値問題を解き、これからその固有値が決定される。

すなわち解くべき微分方程式は

$$D_M \Delta \phi - \Sigma_M \phi + \pi a^2 \sum_{k=-N}^{+N} \sum_{m=-N}^N \phi^R(kd, md) \{ \gamma \Sigma_i^{\text{eff}} q_G(x, y; kd, md) - \Sigma_B^{\text{eff}} \delta(x - kd) \delta(y - md) \} = 0 \quad (1)$$

で表わされる。ここで q_G は減速核であり炉表面でゼロになるようにとってある。 Σ^{eff} はそれぞれ燃料棒の有限なことを考慮しての Σ の値である。さらに上付記号 R は

$$\phi^R(kd, md) \approx \frac{1}{4} \{ \phi(kd + a, md) + \phi(kd - a, md) + \phi(kd, md + a) + \phi(kd, md - a) \} \quad (2)$$

のように燃料棒 (半径 a) の表面の平均値を示している。

いま、熱中性子束 ϕ を

$$\phi(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \cos \frac{(2m+1)\pi x}{2L_1} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{2L_2} \quad (3)$$

のように展開し、これを上の微分方程式に代入して展開係数 C_{mn} に対する式がえられる。この時系は反射体の厚さが格子間隔の半分にとってあるために解析的に解けて、 $(N_0+1)^2$ 個の固有値と固有関数がえられる。

GALANIN の論文では原子炉は無限の大きさをもっていたが、ここでは有限の炉であるために GALANIN がえた熱中性子利用率に対してこの有限なことによるその補正が臨界方程式から決定されている。

まず臨界方程式は

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{L u_{N_0 r+k}^R(0) u_{N_0 s+m}^R(0)}{A_{N_0 r+k, N_0 s+m}(\gamma)} = 1 \\ = \phi^{R(k, m)}(0, 0) \quad (4)$$

$$k, m=0, \dots, N$$

これから求められた固有値 γ_{km} よりこの固有値に対する固有関数

$$\phi^{(k, m)}(x, y) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha_{N_0 r+k} x \cos \alpha_{N_0 s+m} y}{A_{N_0 r+k, N_0 s+m}(\gamma_{k, m})} \quad (5)$$

$$k, m=0, \dots, N$$

がえられる。ここで $A_{ij}(\gamma)$ は

$$A_{ij}(\gamma) = \frac{1 + (\alpha_i^2 + \alpha_j^2) L_M^2}{\gamma \Sigma_i \exp\{-(\alpha_i^2 + \alpha_j^2) \tau\} - \Sigma_B} \frac{d^2 \Sigma_M}{\pi a^2} \quad (6)$$

であり、 $\alpha_n = \frac{(2n+1)\pi}{2L}$ である。

これから固有値 γ_{km} が求められる。つぎに k, m に対する固有関数である中性子束 $\phi^{(k, m)}(x, y)$ はつぎのようになる。

$$\phi^{(k, m)}(x, y) = \frac{\pi a^2 \Sigma_i}{d^2 \Sigma_M} \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_{k, m} \exp\{-(\alpha_{N_0 r+k}^2 + \alpha_{N_0 s+m}^2) \tau\}}{1 + (\alpha_{N_0 r+k}^2 + \alpha_{N_0 s+m}^2) L_M^2} \times \cos \alpha_{N_0 r+k} x \cos \alpha_{N_0 s+m} y - \frac{\pi a^2 \Sigma_B}{d^2 \Sigma_M} \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha_{N_0 r+k} x \cos \alpha_{N_0 s+m} y}{1 + (\alpha_{N_0 r+k}^2 + \alpha_{N_0 s+m}^2) L_M^2} \quad (7)$$

$$k, m=0, \dots, N$$

この式の第1項の級数は急速に収束するが、第2項の級数は収束が遅い。つぎにこの第2項を評価するため

$$S^{(k, m)}(x, y) = \delta^2 \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(r + \gamma_k) \frac{2\pi x}{d} \cos(s + \gamma_m) \frac{2\pi y}{d}}{\delta^2 + (r + \gamma_k)^2 + (s + \gamma_m)^2} \quad (8)$$

$$\left[\text{ここで } \delta = \frac{d}{2\pi L_M}; \gamma_k = \frac{2k+1}{2N_0}; \gamma_m = \frac{2m+1}{2N_0} \right]$$

なる関数を考えると

$$S^{(k, m)}(x, y) = \pi \delta^2 \{ \cos(n+1) 2\pi \gamma_k H^{(k, m)}(x, y) + \cos n 2\pi \gamma_k H^{(k, m)}(d-x', y) \} \quad (9)$$

ここで $x = x' + nd$ で $0 \leq x' \leq d$; $nd \leq x \leq (n+1)d$, $-L \leq y \leq L$, $k, m=0, \dots, N$, および

$$H^{(k, m)}(x, y) \approx \frac{\cos \gamma_m \frac{2\pi y}{d}}{\sqrt{\delta^2 + \gamma_m^2}} \times \frac{\sin \sqrt{\delta^2 + \gamma_m^2} \frac{2\pi x'}{d}}{\cosh 2\pi \sqrt{\delta^2 + \gamma_m^2} - \cos 2\pi \gamma_k} - \exp(-2\pi \gamma_m) \frac{2 \cdot \cos \gamma_m \frac{2\pi y}{d} \sinh \gamma_m \frac{2\pi x'}{d}}{\gamma_m} + \sum_{r=0}^{N_0-1} \ln \frac{\cosh \frac{\pi(d-x')}{2L} + \cos \frac{\pi(y+\gamma d)}{2L}}{\cosh \frac{\pi(d-x')}{2L} - \cos \frac{\pi(y+\gamma d)}{2L}} \cos 2\pi \gamma_r m$$

$$- \sum_{r=0}^{N_0=1} \cos 2\pi r \gamma_m \ln \frac{\cosh \frac{\pi(d+x')}{2L} + \cos \frac{\pi(y+rd)}{2L}}{\cosh \frac{\pi(d+x')}{2L} - \cos \frac{\pi(y+rd)}{2L}} \quad (10)$$

となる。

さらに臨界方程式は

$$1 = \phi^{R(k,m)}(0,0) = \frac{\pi a^2}{d^2 \Sigma_M} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \times \frac{r_{km} \Sigma_f \exp\{-(r+r_k)^2 + (s+r_m)^2\} \tau - \Sigma_B}{1 + \{(r+r_k)^2 + (s+r_m)^2\} \frac{4\pi^2 L_M^2}{d^2}} \times \frac{1}{2} \left(\cos(r+r_k) \frac{2\pi a}{d} + \cos(s+r_m) \frac{2\pi a}{d} \right) \quad (11)$$

多くの場合 $4\pi^2 \tau / d^2 \gg 1$ が満たされており、この時には指数を含む級数は $r=0, s=0$ の項のみをのこせば十分である。このときの最低の固有値は

$$\frac{d^2 \Sigma_M}{\pi a^2} = \frac{r_{0,0} \Sigma_f \exp\{-(\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) \tau\}}{1 + (\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) L_M^2} \cos r_0 \frac{2\pi a}{d} - \Sigma_B S^{(0,0)}(a,0) \quad (12)$$

から決定される。いま熱中性子利用率 f を

$$\frac{1}{f} = 1 + \frac{1}{\cos r_0 \frac{2\pi a}{d}} \left(\frac{d^2 \Sigma_M}{\pi a^2 \Sigma_B} + S'^{(0,0)}(a,0) \right) \quad (13)$$

(ここで S' のダッシュは $r=0, s=0$ をのぞいたものを表わす)

と定義すると、臨界方程式は $\frac{4\pi^2 \tau}{d^2} \gg 1$ のとき

$$\frac{f \eta_{00} \exp\{-(\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) \tau\}}{1 + (\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) L^2} = 1 \quad (14)$$

(ここで $\eta_{00} = r_{0,0} \frac{\Sigma_f}{\Sigma_B}$; $L^2 = (1-f) L_M^2$ である)

となる。この熱中性子利用率 f は格子パラメーター a, b だけでなく r_0 すなわち炉の大きさにも関係し、GALANIN のえた結果は $r_0 \rightarrow 0$ としてえられる。

この固有値に対応する固有関数は

$$\phi^{(0,0)}(x,y) \approx \cos \frac{\pi x}{2L} \cos \frac{\pi y}{2L} \frac{\pi a^2}{d^2 \Sigma_M} \times \left\{ \frac{r_{00} \Sigma_f \exp\{-(\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) \tau\} - \Sigma_B}{1 + (\alpha_0^2 + \alpha_0'^2) L_M^2} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{r_{0,0} \Sigma_f \exp\left\{-(r^2 + s^2) \frac{4\pi^2 \tau}{d^2}\right\} - \Sigma_B}{1 + (r^2 + s^2) \frac{4\pi^2 L_M^2}{d^2}} \times \cos \frac{2\pi r x}{d} \cos \frac{2\pi s y}{d} \right\} \quad (15)$$

である。

この近似においては中性子束 $\phi^{00}(x,y)$ は巨視的な中性子束、すなわち全体を均一としたときの中性子束と微細構造を表わす中性子束との和として表わされて

いることに注意すべきであろう。

以上の例題として [968] では 2 つの例をとって比較をおこなっている。重水天然ウラン系格子で重水の拡散距離は $L_M = 100$ cm, フェルミ年令 120 cm², 天然ウランの断面積 $\Sigma_f = 0.189$ cm⁻¹, $\Sigma_B = 0.358$ cm⁻¹ で

第 1 の例は $a = 1.5$ cm であって、 $\Sigma_f^{\text{eff}} = 0.1666$ cm⁻¹, $\Sigma_B^{\text{eff}} = 0.3156$ cm⁻¹ であり $(2N+1) = 15$ で $d = 15$ cm

第 2 の例は $a = 1.6$ cm であって、 $\Sigma_f^{\text{eff}} = 0.1640$ cm⁻¹, $\Sigma_B^{\text{eff}} = 0.3107$ cm⁻¹, $(2N+1) = 3$, $d = 16.8$ cm の場合の固有関数および熱中性子利用率について他の方法との比較をおこなっている。その結果が第 1 表に示されている。この結果から例 1 においては WIGNER-SEITZ 法でもよい近似を与えており、 $4\pi^2 L_M^2 / d^2 \gg 1$ の条件をみたすために均質近似においてもよい結果を与えている。

第 1 表 [968]

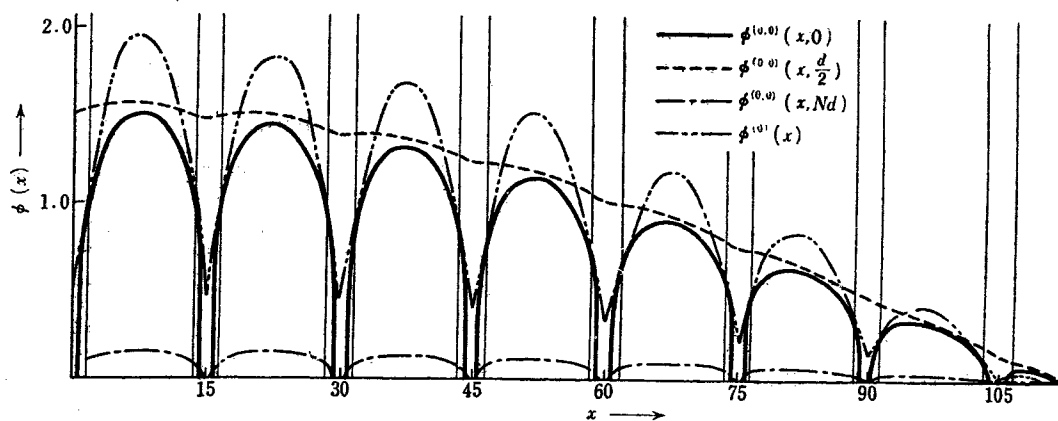
固 有 値			熱中性子利用率		
例 1		例 2	例 1		例 2
het 0,0	2.0987	10.144	f_{het}	0.98846	0.98613
W.S. 0,0	2.0986	10.082	$f_{\text{W.S.}}$	0.98850	0.98958
homo 0,0	2.0911	10.067	f_{homo}	0.99200	0.99105

第 2 例では $2L \gg d$ の条件をみたしていないため、WIGNER-SEITZ 法はよい結果を与えていない。しかし r_{ws} と r_{homo} は $4\pi^2 L_M^2 / d^2 \gg 1$ の条件をみたしているので、そうちがった結果を与えない。

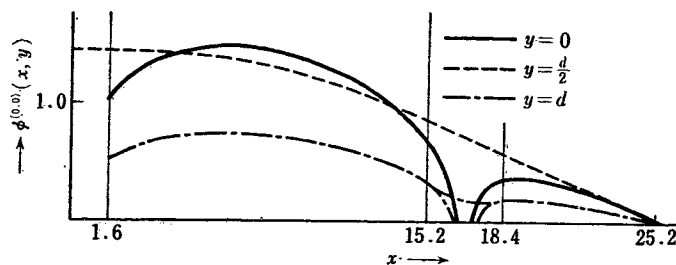
第 2 図に例 1 の $\phi^{00}(x,y)$ を $y=0, d/2, Nd$ の 3 つの値に対する x の関数として表わしている。図で燃料内の中性子束分布は正しくはない。比較のために第 2 図には $2a=3$ cm の厚さの $d=15$ cm の 1 次元炉に対応する中性子束も書いてある。第 3 図は例 2 のそれである。

2.2 不規則な配列の場合

以上規則的に配列された原子炉に対する臨界方程式などが論じられたが、この系では炉があまり小さくないかぎりかなり WIGNER-SEITZ 法で計算しても近似はそう悪くない。Source-Sink 法の利点はむしろ燃料棒がぬかれた場合および制御棒が入った不規則な配列をした場合に表われる。この場合には中性子束を偶関数だけでなく、奇関数によっても展開しなければならない。ここでは ρ によってその区別をもうけた。いまその一般論について述べると、



第2図 $(2N+1)^2=225$ 本の燃料棒からなる炉の中性子束分布 $\phi^{(0,0)}(x, y)$, $\phi^{(1)}(x)$ は1次元の場合の中性子束分布



第3図 $(2N+1)^2=9$ 本の燃料棒からなる炉の中性子束分布 $\phi^{(0,0)}(x, y)$

格子点 $\mathbf{r}_P$ における燃料要素が取り換えられ、その実効断面積が

$$\Sigma_{iP}^{\text{eff}} = \Sigma_i^{\text{eff}} + \Delta \Sigma_i, \quad \Sigma_{BP}^{\text{eff}} = \Sigma_B^{\text{eff}} + \Delta \Sigma_B$$

となると、このときには、 $-L < x, y < L$ の正方の境界で $n=0$ なるラプラス演算子の固有関数

$$u_n(\rho)(\mathbf{r}) = u_{n_1}(\rho_1)(x) u_{n_2}(\rho_2)(y)$$

$$n_1, n_2 = 0, 1, \dots, \infty \quad \rho_1, \rho_2 = 1, 2 \quad (16)$$

で展開する。ここで添字 n, ρ は二つの成分 (n_1, n_2) (ρ_1, ρ_2) をもつ。さらに

$$\mathbf{r}_k = (k_1 d, k_2 d)$$

を定義すると、この場合の臨界方程式は

$$1 = \sum_{\lambda} \sum_k \frac{d^2 u_k(\lambda)_2(\mathbf{r}_P) \varepsilon_L(\lambda) \sigma_k^*(\lambda)(\mathbf{r})}{1 - \sigma_k(\lambda)(\mathbf{r})} \quad (17)$$

これに対応する固有関数は

$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \frac{d^2}{L} \sum_{\lambda} \sum_k \varepsilon_k(\lambda) u_k(\lambda)(\mathbf{r}_P) \left\{ \phi_k^*(\lambda)(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + \frac{\sigma_k^*(\lambda)(\mathbf{r})}{1 - \sigma_k(\lambda)(\mathbf{r})} \phi_k(\lambda)(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right\} \frac{\pi a^2}{d^2 \Sigma_M} \quad (18)$$

となる。ここで規格化は $\phi^R(\mathbf{r}_P, \mathbf{r}) = 1$ になるように選ぶ。さらにここで $\varepsilon_L(\lambda)$, $\sigma_k(\lambda)$, $\sigma_k^*(\lambda)$ の記号はそれぞれ

$$\varepsilon_L(\lambda) = \varepsilon_{L_1}(\lambda_1) \cdot \varepsilon_{L_2}(\lambda_2)$$

$\varepsilon_{L_1}(\lambda_1)$ と $\varepsilon_{L_2}(\lambda_2)$ はそれぞれ $L_1=1, L_1=N$ の点では $1/2$ その他の L_1 では λ_1 にひとしい値をとる。さらに

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k^{(+)}(\mu) &= \sum_m \frac{\exp(-\alpha_{N_0 m+k}^{(\mu)^2} \tau)}{1 + \alpha_{N_0 m+k}^{(\mu)^2} L_M^2} w_{N_0 m+k}^{(\mu)} \\ \sigma_k^{(-)}(\mu) &= \sum_m \frac{w_{N_0 m+k}^{(\mu)}}{1 + \alpha_{N_0 m+k}^{(\mu)^2} L_M^2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \{w_n^{(\mu)} &= (\cos \alpha_{n_1}(\mu_1) x \cos \alpha_{n_2}(\mu_2) y) R_{010}\} \\ \alpha^2 \Sigma_M \sigma_k(\lambda) &= (\gamma \Sigma_i \sigma_k^+(\lambda) - \Sigma_B \sigma_k^-(\lambda)) \pi a^2 \\ \alpha^2 \Sigma_M \sigma_k^*(\lambda) &= (\gamma \Delta \Sigma_i \sigma_k^+(\lambda) - \Delta \Sigma_B \sigma_k^-(\lambda)) \pi a^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

であり、 $\phi_k(\lambda)$ と $\phi_k^*(\lambda)$ は

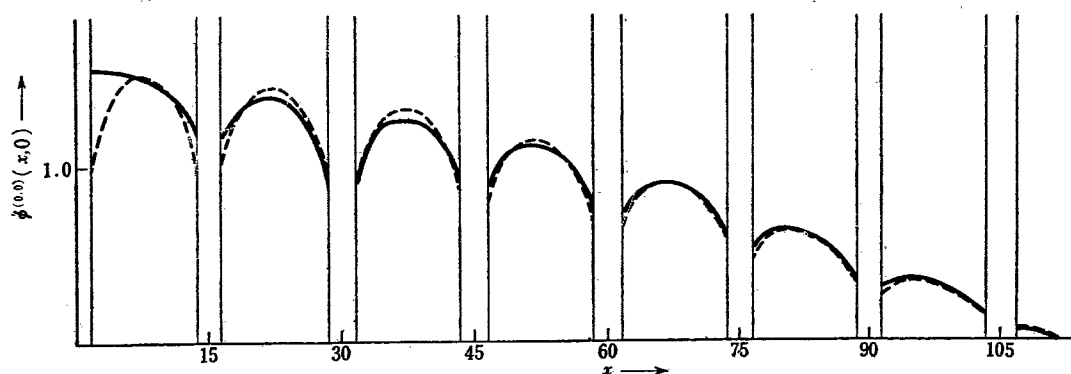
$$\left. \begin{aligned} \pi a^2 (\gamma \Sigma_i \mathbf{M}_+ - \Sigma_B \mathbf{M}_-) \phi_k(\lambda) &= d^2 \Sigma_M \sigma_k(\lambda) \phi_k(\lambda) \\ \pi a^2 (\gamma \Sigma_i \mathbf{M}_+ - \Sigma_B \mathbf{M}_-) \phi_k^*(\lambda) &= d^2 \Sigma_M \sigma_k^*(\lambda) \phi_k^*(\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

を満足する。ここで $\mathbf{M}_+$ および $\mathbf{M}_-$ はそれぞれ

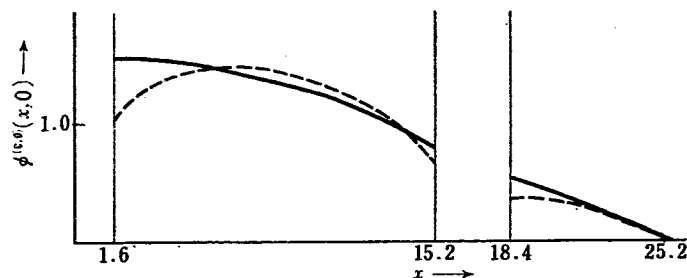
$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{M}_+)^{(\lambda \rho)}_{im} &= \frac{\exp\{-\alpha_i(\lambda)^2 \tau\} d^2 \sum_k u_i(\lambda)(\mathbf{r}_k) u_m^{R(\rho)}(\mathbf{r}_k)}{1 + \alpha_i(\lambda)^2 L_M^2} \\ (\mathbf{M}_-)^{(\lambda \rho)}_{im} &= \frac{d^2 \sum_k u_i(\lambda)(\mathbf{r}_k) u_m^{R(\rho)}(\mathbf{r}_k)}{1 + \alpha_i(\lambda)^2 L_M^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

で表わされる。

この例として前述の2例について、中心の棒をとりさった時には固有値は、第1の例では $r_{0,0}=2.0987$ から $r_{00}'=2.1015$ 第2例では $r_{0,0}=10.144$ から $r_{00}'=15.48$ に変わり、それぞれの中性子束分布が第4



第4図 $(2N+1)^2=229$ 本の燃料棒からなる原子炉から中心の棒をとった時の中性子束分布 $\phi^{(0,0)}(x,0)$



第5図 $(2N+1)^2=9$ 本の燃料棒からなる原子炉から中心の燃料棒をとった時の中性子束分布 $\phi^{(0,0)}(x,0)$

図, 第5図に記されている. [272] では, 制御棒に対する効果をこの Source-Sink 法によってといたものと super-cell 法および homogenized fuel-moderator 法によって解いた結果との比較をおこない, Source-Sink 法によってえた数値結果が homogenized fuel-moder-

ator 法によりえた結果よりも約 5% だけ効果が大きいことを示している.

このように制御棒の効果, 燃料棒の交換といった問題には Source-Sink 法はより正確な結果を与える点注意しなければならない.

3. 一般化された WIGNER-SEITZ 法

WIGNER-SEITZ 法は規則的に配列された無限の体系のときの近似がよいことについては前述したが, 炉の有限である場合にはそのままでは適用できない. このような有限の炉に対する中性子束は巨視的な, すなわち均質として取り扱ったときの中性子束と微細構造を考えた中性子束との積として与えられることが [272] の論文で示されている. この考えを用いて有限の原子炉に対して WIGNER-SEITZ 法を一般化している. すなわち, 上述のような中性子束を中性子の運動を支配する方程式に代入して, 微細構造を表わす中性子束はこの巨視的な中性子束に対する方程式の中の常数の中に含めることができる. いま多数の燃料棒の入った炉を考えたとき, 炉の表面から減速距離以上中に入ったところにおける減速材中の中性子束は次の基本方程式を満足する.

$$D_R \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + D_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \Sigma_m \phi + \sum_i \int_{-\infty}^{\infty} A_i \bar{\Sigma}_i^s (\epsilon \eta p_{\text{eff}})_i \phi_i W[|\underline{R} - \underline{R}_i|^2 + \alpha^2 (z - z')^2] dz' = 0 \quad (23)$$

ここで A_i はチャンネルの幾何学的断面積, $\bar{\Sigma}_i^s$ はウラン実効 (あるいは平均) 断面積, $\bar{\Sigma}_i^{sh}$ は sheath のそれであり, $\bar{\Sigma}_i^s = \bar{\Sigma}_i^u + \bar{\Sigma}_i^{sh}$ である.

$W[|\underline{R} - \underline{R}_i|^2 + \alpha^2 (z - z')^2]$ は i 番目のチャンネルの z' のところで発生した高速中性子が $(\underline{R}, z)$ の点で熱中性子になる確率で, この全空間での積分は 1 であり, 常数 α^2 は z および $\underline{R}$ 方向に減速距離が非等方であることを考慮して導入した. これら減速距離はつぎのように定義される.

$$\left. \begin{aligned} 4\tau_R &= \int_{\text{all space}} |\underline{R}-\underline{R}_i|^2 W[|\underline{R}-\underline{R}_i|^2 + \alpha^2(z-z')^2] dv \\ 2\tau_z &= \int (z-z')^2 W[|\underline{R}-\underline{R}_i|^2 + \alpha^2(z-z')^2] dv \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここで、単位セル内の中性子束の微細構造を与える式と一緒にして考慮され、炉の有限さの微細構造および熱中性子利用率への効果が研究されている。

いま、真の中性子束を巨視的中性子束 ϕ_s と局所的な周期セル中性子束 x との積と仮定する。この仮定が小さい炉においてもよい近似であることを [272] は示している。すなわち

$$\phi = \phi_s x \text{ とおき,}$$

これを (23) 式に代入して簡単な計算ののちに

$$\begin{aligned} & \left[1 + \frac{(\epsilon\eta p)_{\text{eff}} \tau_R A \bar{\Sigma}^t}{L_R^2 |x|_{\text{av}} A_m \Sigma_m} \right] \nabla_p^2 \phi_s \\ & + \left[\frac{D_z}{D_R} + \frac{(\epsilon\eta p)_{\text{eff}} \tau_z A \bar{\Sigma}^t}{L_R^2 |x|_{\text{av}} A_m \Sigma_m} \right] \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial z^2} \\ & + \left[\frac{(\epsilon\eta p)_{\text{eff}} A \bar{\Sigma}^t}{L_R^2 |x|_{\text{av}} A_m \Sigma_m} - \frac{1}{L_R^2} - \frac{\bar{\Sigma}^t A_m}{L_R^2 |x|_{\text{av}} \Sigma_m A_m} \right] \phi_s = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

4. Source-Sink 法の一般化

以上中性子は年令拡散方程式にしたがうと仮定して議論がなされてきたが、これをさらに輸送方程式に拡張しようとする試みが [1440] でなされている。さらにこの論文では WIGNER-SEITZ 法が格子セル境界を高い対称性をもつ境界でおきかえているため系の対称性が高いときにはよい近似を与えるが実際の炉ではこの対称性は低い。この論文では他の燃料棒との相互作用のため重要な一つの燃料棒によって発生した中性子の高い対称性のみならず、燃料要素の低い対称性および他の燃料棒によって発生した入射中性子束の角分布をも考慮した Source-Sink 法の一般化を考えている。すなわち、減速材中によく分離した燃料領域の配列を考え、それぞれの燃料棒の囲りに高次の対称性をもつ閉じた境界面を考え、それに沿って任意の中性子束を完全直交系で展開する。すなわち j 番目の境界面外にある中性子源による中性子束をつぎのように展開する。

$$\phi_r^{(j)}(\Omega_j, E) = \sum_k b_k^{(j)}(E) \Psi_k^{(j)}(\Omega_j) \quad (28)$$

ここで Ω_j は表面 (j) の上の座標を表わす。 $\Psi_k^{(j)}(\Omega_j)$ は完全直交関数系である。この入射中性子束に

がえられる。

ここで $\nabla_P = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$, $|x|_{\text{av}}$ は単位減速材セルに

わたっての平均を示す。さらに熱中性子利用率 f を下のように定義すると

$$\frac{1}{f} = \frac{\bar{\Sigma}^t}{\bar{\Sigma}^u} \left(1 + \frac{A_m \Sigma_m |x|_{\text{av}}}{A \bar{\Sigma}^t} \right) \quad (26)$$

上式は

$$\begin{aligned} & (L_R^2 \text{pile} + k\tau_R) \nabla_P^2 \phi_s + \left[\frac{D_z}{D_R} L_z^2 \text{pile} + k\tau_z \right] \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial z^2} \\ & + (k_\infty - 1) \phi_s = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

ここで $L_R^2 \text{pile} = L_R^2 (1 - f^*)$, $L_z^2 \text{pile} = L_z^2 (1 - f^*)$,

$$\frac{1}{f^*} = 1 + \frac{A_m \Sigma_m}{A \bar{\Sigma}^t} |x|_{\text{av}}, \quad k = \epsilon \eta p f$$

であり、(27) 式は GALANIN & FEINBERG がえた結果の拡張になっている。

さらに [272] においては矩形のチャンネルがあいているときの f の評価についてのべている。この計算には拡散方程式において吸収を考えないときの中性子束分布を等角写像論から求めている。

よる燃料棒の分裂および散乱によってこの境界面を出てくる反応中性子束は

$$\phi_R^{(j)}(\Omega_j, E) = \sum_k C_k^{(j)}(E) \Psi_k^{(j)}(\Omega_j) \quad (29)$$

となり、形式的には、係数 $C_k^{(j)}(E)$ は入射中性子束の係数 $b_k^{(j)}(E)$ に対する変換マトリックスによる結果であって

$$C_k^{(j)}(E) = \sum_{k'} \int \sigma_{k',k}^{(j)}(E') R_{k',k}^{(j)}(E', E) dE' \quad (30)$$

と表わすとき $R_{k',k}^{(j)}(E', E)$ は (j) の燃料棒の反応行列であり、これは実験および理論から求める。つぎに燃料棒相互作用の問題を等価な多重極法に帰すことを考えていま $i_n^{(j)}(E)$ を発生および吸収によってできた中性子束の n 位の多重極の強度とし $G_n^{(j)}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}; E', E)$ を定常時におけるそれぞれに対応する輸送核とすると、

$$\phi_R^{(j)}(\mathbf{r}, E) = \sum_n \int i_n^{(j)}(E') G_n^{(j)}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}; E', E) dE' \quad (31)$$

で表わされ、さらに輸送核を境界面上の完全直交系で展開し、その係数を $g_{nk}^{(j)}(\mathbf{r}_j; E', E)$ とすると、 (l) なる境界面上の中性子束は

$$\begin{aligned} \phi_l^{(j)}(\Omega_l, E) &= \sum_{(j) \neq (l)} \sum_k \sum_n \sum_{k'} \iiint b_{k'}^{(j)}(E') R_{k',k}^{(j)}(E', E'') \\ &\{g_{kn}^{(j)}(i)\}^{-1}(\mathbf{r}_j; E'', E''') G_n^{(j)}(\mathbf{r}_j, \Omega_l; E''', E) \\ &\times dE' dE'' dE''' \quad (32) \end{aligned}$$

となり、反応行列を吸収と分裂行列の和として

$$R_{k',k}^{(j)}(E', E) = A_{k',k}^{(j)}(E', E) + F_{k',k}^{(j)}(E', E) \quad (33)$$

とし、それぞれに対する輸送核を $g_{Ank''}^{(j)(l)}$, $g_{Fnk''}^{(j)(l)}$ とすると臨界方程式は

$$\begin{aligned} \text{Det}_{(j)k'} \left[\sum_n \sum_k \left\{ A_{k',k}^{(j)} g_{Ank''}^{(j)(l)-1} g_{Ank''}^{(j)(l)} \right. \right. \\ \left. \left. + F_{k',k}^{(j)} g_{Fnk''}^{(j)(l)-1} g_{Fnk''}^{(j)(l)} \right\} - \delta_{(j)(l)} \delta_{k'k''} \right] = 0 \quad (34) \end{aligned}$$

となる。さらに [1440] においては、これら $g_{Ank''}^{(j)(l)}$ および $g_{Fnk''}^{(j)(l)}$ の輸送核に対して、拡散方程式の場合に両者を、輸送方程式の場合に前者だけを与えているが、ここでは省略する。

以上のとり扱いは燃料棒囲りに境界面をもうけて一応燃料棒の有限性を考慮しているように思われるが、燃料棒が有限である場合には (32) 式でみられる境界面外側の解は多重極の展開では完全ではなく、燃料棒が無限に細いものであるときにしか成り立たない点、有限の大きさをもつ燃料が密接に配列されたような場合には適用されない。したがってここでの一般化された Source-Sink 法の意味は非等方性と輸送方程式の適用にあると考えられる。

5. 中性子輸送の積分方程式による解法

以上 Source-Sink 法は、その基本方程式を拡散方程式および BOLTZMANN の輸送方程式の微分形に基礎をおいているかぎり、燃料棒の有限性を中にとり入れることは燃料棒と減速材中の境界面での境界条件を考慮しなければむずかしいことがわかる。この点前述のように CHERNICK の first flight collision probability から出発した CORNGOLD の輸送方程式の積分形の概念は一個の中性子の履歴を追ってゆくために有限の燃料棒中で経験する過程が式の中に導入されて問題は簡単となる。ただこの過程を記述する積分方程式は計算の簡単さから一次元の問題に限られており、他の系における数式化は非常にむずかしい。この点でこれらの問題の完全な解法は一次元問題に限られて現在まで CORNGOLD が共鳴吸収を逃れる確率を、L. TRLIFAJ は拡散距離の非等方性の問題をこの系について扱ってきた。

これら積分方程式を解くのに種々の方法がある。たとえば変分法による方法 [627]、逐次発生法 [624] と名付けられた積分方程式の NEUMANN 展開などである。変分法においても SCHWINGER の変分法 [627] のような非斉次方程式に対するものと、斉次式をとりあつかう変分法があるが、[2102] で用いられているものはその後者に属し、積分方程式中に中性子の一世代の過程を全部数式化して斉次式とし、これから臨界方程式を求めている。

よく知られているように SCHWINGER 型の変分法は非斉次積分方程式の source function にある重みをか

けたものを求めたい場合に有効であり、このときにはもちろん中性子の 1 世代全体というよりも年代の途中で起る熱中性子吸収、共鳴吸収を逃れる確率といったその一部分の現象を表わす因子の計算に用いられる。すなわち

$$\int H(x, x') f(x') dx' = K(x) \quad (35)$$

{ここで $H(x, x')$ は対称核である} なる積分方程式があったときに $\int f(x) Q(x) dx$ なる量が求めたいときには、これに補助的な積分方程式

$$\int H(x, x') g(x') dx' = Q(x) \quad (36)$$

を用いて $\int g(x) K(x) dx$ の変分表式

$$J(f, g) = \frac{\int f(x) Q(x) dx \cdot \int g(x) K(x) dx}{\iint f(x) H(x, x') g(x') dx dx'} \quad (37)$$

が得られる。ここで H は対称であるために、この範囲関数は f と g の正しい解からの微小な偏位に対して定常になっている。この変分法の特徴は試験関数の規格化がいらず精度のよいことから広いパラメーターに対して用いられる。また source function を重荷関数として用いるときにはこの変分表式が定常であるのみならず極値をとることなどである。[627] においてはこの SCHWINGER の変分法により熱中性子スペクトルの問題および空間エネルギー分布の問題を論じているほか、拡散媒質中に入った孤立した板の自己遮蔽係数

を計算し散乱のない板状から中性子が逃げる確率 λ_0 に対して、全平均自由行路ではかった板の厚さを ξ とし $1/\nu$ を板の中の decay length として、

$$\lambda_0(\nu, \xi) = \frac{1-2E_3(\xi)}{2\xi} - \frac{1}{\xi\nu^2} \frac{Q^2(\nu, \xi)}{\tan^{-1}\nu - R(\nu, \xi)} \quad (38)$$

を得ている。ここで

$$\left. \begin{aligned} Q(\nu, \xi) &= \nu - \ln(1+\nu) + E_1(\xi) - \nu E_2(\xi) \\ &\quad - e^{\nu\xi} E_1[(1+\nu)\xi] \\ R(\nu, \xi) &= \ln(1+\nu) + E_1(\xi) - \frac{\nu}{1+\nu} e^{-\xi} \\ &\quad + (\nu\xi - 1) e^{\nu\xi} E_1[(1+\nu)\xi] \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

である。

さらに非等方散乱のある場合の補正および板状格子系に対する議論がなされている。

つぎに L. TRILIFAJ は [2102] において彼が前にえた結果をさらに発展させている。すなわち非均質系のうち中性子輸送の研究においてはその輸送の詳細な知識はあまり興味がなく、むしろその均質と近似したときの実効的な性質が問題となり、非均質系を特徴づける常数としての熱中性子利用率 f 、逆拡散距離 κ 、物質バックリング B^2 、共鳴吸収を逃れる確率 p 、炉周期、高速中性子分裂効果 ϵ を求める方法について論じており、以後の非均質系の研究はこの方向から進められると思われる点、興味ある論文である。無限遠方に中性子源のある系での中性子束 $\psi(\mathbf{r}, \theta, \varphi)$ は等方散乱の系を考えると、

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, \theta, \varphi) \\ = \int_0^\infty \{d|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \exp[-l(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \} \frac{\Sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \psi_0(\mathbf{r}') \end{aligned} \quad (40)$$

によって記述され、いま z 軸に直角な板状格子系では、中性子束を球調和関数で展開し、その第1のモード $\psi_0(\mathbf{r})$ に対して

$$\psi_0(\mathbf{r}) = \exp\{\kappa(\beta) \sin(\beta)\} g(z) \quad (41)$$

(ここで β は z 方向との角)

の形の解を仮定すると $g(z)$ に対する積分方程式として

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' K(z, z') g(z') \quad (42)$$

の形の積分方程式となる。

ここで

$$\begin{aligned} K(z, z') &= \frac{1}{2} \Sigma_s(z') \int_1^\infty \frac{dt}{t} I_0\{\kappa(\beta) \\ &\quad \times \sin \beta |z-z'|/\sqrt{t^2-1}\} \exp\{-t l(z, z')\} \end{aligned} \quad (43)$$

であり、この (42) 式から非均質格子系の定数をまと

めるために

$$\lambda = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dz g(z) \Sigma_s(z) \int_{-\infty}^{\infty} dz' K(z, z') g(z')}{\int_{-\infty}^{\infty} dz g^2(z) \Sigma_s(z)} \quad (44)$$

=極値 ($\lambda=1$ に対して)

なる変分法から求める。前に L. TRILIFAJ がおこなったと同様な方法により、逆拡散距離に対する式として

$$U(\beta) = \frac{1}{2\kappa\alpha} \ln \frac{\Sigma + \kappa}{\Sigma - \kappa} + V(\kappa, \beta) \quad (45)$$

がえられる。ここで $U(\beta)$ は κ によらず、 $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ のとき $U(\beta) = (\Sigma_{s1}\alpha_1 + \Sigma_{s2}\alpha_2)^{-1}$ に収束する。 $V(\kappa, \beta)$ は κ の関数で $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ のとき第一項に比べてゼロに近くなり、 κ は β によらないことになり非等方性もなくなる。

つぎに再生系においては、 Σ_s のかわりに $\Sigma_s + \nu\Sigma_f$ および $\kappa(\beta)$ のかわりに $iB(\beta)$ が置きかえられてとり扱われる。たとえばいま熱中性子利用率 f について考えると、 $B=0$ の無限の系を考えて、ここで臨界になる臨界方程式を求める。

さらにこの方法は核分裂のある再生系でも成り立ち、 Σ_s を $\Sigma_s + \nu\Sigma_f$ にて置きかえ、 $\kappa(\beta) \rightarrow iB(\beta)$ と置きかえ、この $B(\beta)$ より $\alpha(\beta) = \frac{\pi}{B(\beta)}$ なる炉の外挿距離を含めた厚さをうることができる。

つぎに熱中性子利用率は $B=0$ の無限の系、すなわち $k_\infty=1$ を考えて、減速材中に $S = p\epsilon\nu\Sigma_{f1} \int_0^{\alpha_1} dz \psi_0(z)$ なる中性子源があるときにはつぎの積分方程式を解かねばならない。

媒質1

$$\begin{aligned} \psi_0(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^{\alpha_1} dz' E_1(|\Sigma_1(z-z') + n\Sigma\alpha|) \right. \\ &\quad \times \frac{\Sigma_{s1}}{2} \psi_0(z') + \int_0^{\alpha_2} dz' E_1(|\Sigma_1 z - \Sigma_2 z' + n\Sigma\alpha \\ &\quad \left. - \Sigma_1 \alpha_1|) \frac{1}{2} \left[\Sigma_{s2} \psi_0(z' + \alpha_1) + \frac{S}{\alpha_2} \right] \right\} \end{aligned}$$

媒質2

$$\begin{aligned} \psi_0(z + \alpha_1) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^{\alpha_1} dz' E_1(|\Sigma_2 z - \Sigma_1 z' + n\Sigma\alpha \right. \\ &\quad \left. + \Sigma_1 \alpha_1|) \frac{\Sigma_{s1}}{z} \psi_0(z') + \int_0^{\alpha_2} dz' E_1(|\Sigma_2(z-z') \right. \\ &\quad \left. + n\Sigma\alpha|) \frac{1}{2} \left[\Sigma_{s2} \psi_0(z' + \alpha_1) + \frac{S}{\alpha_2} \right] \right\} \end{aligned}$$

(46)

ここで $E_m = \int_1^\infty \frac{dt}{t^m} \exp\{-zt\}$

たとえば $\phi_0(\text{媒質}=1)=1$, $\phi_1(\text{媒質}=2)=c$ として上式を解くと

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{a_1}\alpha_1 + \frac{\Sigma_{s_1}}{\Sigma_1} - \frac{\nu p \Sigma_{f_1}\alpha_1 A}{\Sigma_2 \alpha_2} - \frac{\Sigma_{s_2} A}{\Sigma_2} c &= 0 \\ -\frac{\Sigma_{s_1} A}{\Sigma_1} + \frac{\nu p \Sigma_{f_1}\alpha_1 A}{\Sigma_2 \alpha_2} - \nu \mu \Sigma_{f_1}\alpha_1 \\ + \left(\Sigma_{a_2}\alpha_2 + \frac{\Sigma_{s_2} A}{\Sigma_2} \right) c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

ここで

$$A = \int_1^\infty \frac{dt}{t^3} \frac{\{1 - \exp(-\Sigma_1 \alpha_1 t)\} \{1 - \exp(-\Sigma_2 \alpha_2 t)\}}{1 - \exp\{-\Sigma \alpha t\}} \quad (48)$$

となり、無限の体系が臨界になる $\epsilon \nu p$ の積の条件を求めると $k_\infty = 1$ である。反対にいえば、もし $k_\infty = 1$

$p \epsilon \nu = \frac{k_\infty \Sigma_{a_1}}{f \Sigma_{f_1}} = \frac{\Sigma_{a_1}}{f \Sigma_{f_1}}$ とすると、 $p \epsilon \nu$ が臨界になる f

の量から、熱中性子利用率に対する式として、

$$f = \frac{\Sigma_{a_1}\alpha_1}{\frac{\Sigma_{a_1}\alpha_1 \Sigma_{a_2}\alpha_2}{A} + \frac{\Sigma_{s_1}}{\Sigma_1} \Sigma_{a_2}\alpha_2 + \frac{\Sigma_{s_2}}{\Sigma_2} \Sigma_{a_1}\alpha_1} \quad (49)$$

を得る。 $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ の極限においては $A = \frac{\Sigma_{a_1}\Sigma_{a_2}}{\Sigma \alpha}$

となり、 $c=1$ となる。さらにこの式の炉の大きさによる式も同様にして簡単にできる。この計算結果を他の方法と比較すると第2表のようになる。

第2表

2次近似 (減速材に対して)	=0.9458
常数中性子束近似	=0.964
P ₃ 近似	=0.941
拡散近似	=0.951

共鳴吸収を逃れる確率についても考えているが、ここでは CORNGOLD の方法と全く同じであり、ただ $M \rightarrow 1$ の場合として、 ξ の補正を入れ、減速物質

$$P(u) = \left(\frac{\Sigma_{a_1}\alpha_1 A}{\Sigma_{a_1}\alpha_1 \Sigma_{a_2}\alpha_2 + \Sigma_{s_1}\alpha_1 A} \right)_{u=0} \times \exp\left\{ - \int_0^u \frac{\Sigma_{a_1}\alpha_1 \Sigma_{a_2}\alpha_2}{\xi_2 \Sigma_{a_2} (\Sigma_{a_1}\alpha_1 \Sigma_{a_2}\alpha_2 + \Sigma_{s_1}\alpha_1 A)} d\mu' \right\} \quad (50)$$

を与えている。ただここで A は炉が軸方向に有限の場合として B^2 をその形状バックリングとすると

$$A = \frac{1}{2} \int_1^\infty \frac{dt}{t^3} \{1 - \exp(-\Sigma_1 \alpha_1 t)\} \{1 - \exp(-\Sigma_2 \alpha_2 t)\} \times \{1 - \exp(-\Sigma \alpha t + i B \alpha)\}^{-1} + \text{compl. conj.} \quad (51)$$

で表わしている。

つぎに更生系の中での中性子スペクトルはいま単位

面積および時間中に単位エネルギー間隔中に発射する中性子密度を $\varphi(\mathbf{r}, t, E)$ とするとこれを支配する式は

$$\varphi(\mathbf{r}, t, E) = \iint d\mathbf{r}' dE' \Delta(E, E') \frac{\exp\{-l(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \times \varphi\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v(E')}, E'\right) \quad (52)$$

となる。ここで $\Delta(E, E')$ は核分裂による中性子発生、弾性散乱および非弾性散乱による減速などにより

$$\Delta(E, E') = \nu(E') \Sigma_f(E') s(E) + \Sigma_s(E') u(E, E') + \Sigma_i(E') W(E, E') \quad (53)$$

である。

いま、この系の材料バックリング B^2 を決定するために解として

$$\varphi(\mathbf{r}, t, E) = \exp\{+iB(\beta) x \sin \beta\} g(z, E) \quad (54)$$

とすると、この $g(z, E)$ に対する式は

$$g(z, E) = \frac{1}{2} \iint dz' dE' \Delta(E, E') \int_1^\infty \frac{dt}{t} \times J_0\{B(\beta) \sin \beta |z - z'| \sqrt{t^2 - 1}\} \times \exp\{-t l(z, z')\} g(z', E') \quad (55)$$

となる。

この $g(z, E)$ は k 番目の double layer に対して媒質1中で $g^{(1)}(z, E) \exp(iKB\alpha)$, $0 \leq z \leq \alpha_1$

媒質2中で $g^{(2)}(z, E) \exp(iKB\alpha)$, $0 \leq z \leq \alpha_2$

となり、この $g_0(z, E)$ に対して (21) 式の展開の0次モーメントをとりそれぞれ $g_0^{(1)}(E)$, $g_0^{(2)}(E)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} g_0^{(1)}(E) &= \int D_{11}(E, E', B) g_0^{(1)}(E') dE' \\ &+ \int D_{12}(E, E', B) g_0^{(2)}(E') dE' \\ g_0^{(2)}(E) &= \int D_{21}(E, E', B) g_0^{(1)}(E') dE' \\ &+ \int D_{22}(E, E', B) g_0^{(2)}(E') dE' \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

ここで

$$D_{11} = \frac{1}{2\alpha_1} \Delta_1(E, E') \left\{ \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' E_1(\Sigma_1 |z' - z|) + \sum_{n=1}^\infty \exp(-iBan) \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' E_1(\Sigma_1 |z' - z| + n\Sigma\alpha) + \sum_{n=1}^\infty \exp(iBan) \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' E_1(\Sigma_1 |z' - z| - n\Sigma\alpha) \right\} \quad (57)$$

他も同様に分得られる。いまつぎの関数を定義すると、

$$\bar{A} = \frac{1}{2} \int_1^\infty \frac{dt}{t^3} \{1 - \exp(-\Sigma_1 \alpha_1 t)\} \{1 - \exp(-\Sigma_2 \alpha_2 t)\}$$

$$\left. \begin{aligned} &+iB\alpha\}\{1-\exp(-\Sigma\alpha t+iB\alpha)\}^{-1}+\text{compl. conj.}\} \\ \bar{A} &= \frac{1}{2} \int_1^\infty \frac{dt}{t^3} \{1-\exp(-\Sigma_2\alpha_2 t)\}\{1-\exp(-\Sigma_1\alpha_1 t \\ &+iB\alpha)\}\{1-\exp(-\Sigma\alpha t+iB\alpha)\}^{-1}+\text{compl. conj.}\} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

$$\left. \begin{aligned} D_{11} &= A_1(E, E') \left\{ \frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_1^2 \alpha_1} \bar{A} \right\} \\ D_{12} &= A_2(E, E') \frac{A}{\Sigma_1 \Sigma_2 \alpha_2} \\ D_{21} &= A_1(E, E') \frac{A}{\Sigma_1 \Sigma_2 \alpha_1} \\ D_{22} &= A_2(E, E') \left\{ \frac{1}{\Sigma_2} - \frac{1}{\Sigma_2^2 \alpha_2} \bar{A} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

となる。

この方程式から材料バックリングを決定するために trivial でない解を得る条件として、エネルギーをいくつかの群にわけてその区間で積分した $\int_n g_0^{(i)}(E) dE = g_{0n}^{(i)}$, $i=1, 2; n=1, \dots, n$ に対する行列式より材料バックリングを求める。

z に対して角 β の方向の法線の境界面に対しては

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{1}{2\alpha_1} A_1(E, E') \left\{ \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' \int_1^\infty \frac{dt}{t} \right. \\ &\quad \times \exp\{-\Sigma_1|z'-z|t\} J_0(B|z'-z|\sqrt{t^2-1}) \} \\ &\quad + 2 \sum_{n=1}^\infty \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' \int_1^\infty \frac{dt}{t} \exp\{-|\Sigma_1(z'-z) \\ &\quad + n\Sigma\alpha|t\} J_0\{B|z'-z+n\alpha|\sqrt{t^2-1}\} \end{aligned} \quad (60)$$

となる。

さらに $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ に対してはこの非等方性はなくなり

$$\bar{\varphi}(E) = \int dE' \frac{A(E, E')}{B} \tan^{-1} \frac{B}{\Sigma(E')} \bar{\varphi}(E') \quad (61)$$

となる。ここで

$$A(E, E') = \alpha^{-1} \{ \alpha_1 A_1(E, E') + \alpha_2 A_2(E, E') \}$$

である。

最後に炉の周期 $T\left(=\frac{1}{r}\right)$ は

$$\varphi(r, t, E) = \exp(rt) g(z, E) \quad (62)$$

とおきこれを (52) 式に代入して

$$\begin{aligned} g(z, E) &= \frac{1}{2} \int dE' A(E, E') \int_{-\infty}^\infty dz' E_1 \left\{ \frac{r}{v(E')} |z-z'| \right. \\ &\quad \left. + l(z, z') \right\} g(z', E') \end{aligned} \quad (63)$$

を得る。

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{1}{2\alpha_1} A_1(E, E') \left\{ \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' E_1 \left[\left(\frac{r}{v(E')} + \Sigma_1 \right) \right. \right. \\ &\quad \times |z'-z| \left. \right] + 2 \sum_{n=1}^\infty \int_0^{\alpha_1} dz \int_0^{\alpha_1} dz' E_1 \left[\left(\frac{r}{v(E')} + \Sigma_1 \right) \right. \\ &\quad \left. \left. \times (z'-z) + \frac{r}{v(E')} n\alpha + n\Sigma\alpha \right] \right\} \end{aligned} \quad (64)$$

などを定義して前と同様にして r がえられる。

$\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ の極限においては

$$\bar{\varphi}(E) = \int dE' A(E, E') \left\{ \Sigma(E') + \frac{r}{v(E')} \right\}^{-1} \bar{\varphi}(E') \quad (65)$$

となる。

以上のように L. TRILFAJ はすべて原子炉理論に関係した量を積分方程式から出発して求めようとしている。ただここで問題となるのは、積分方程式が1次元の板状格子系に対してだけ数式化されているということである。実際の炉において多くみられる正方格子系などへのこの拡張は厳密にはいままでのところおこなわれておらず、この格子系に対しては積分方程式に入る前の段階として BEHREN が原子炉心に中空な柱が入ったときの拡散距離を求めた方法を拡張した理論が LALETIN によって発表された [2189]。

6. BEHREN の方法の拡張

まず吸収のない非均質系の中の中性子輸送についてとり扱い、円柱状(円筒状、板状など)からなる無限にひろがった格子系を考えると、この媒質系が $\Sigma(r, \theta, \varphi) = -\Sigma(r, \pi - \theta, \varphi)$, $\Sigma(r) = \Sigma(r + a)$ なる性質の断面積をもつ系とし、燃料体の $\Sigma(r, \theta, \varphi)$ を Z_2 , 減速材のそれを Z_1 とする。吸収のない系での PEIRLS の方程式より

$$\phi(r_0) = \int \frac{\Sigma(r) \phi(r) \exp\left\{-\int_{r_0}^r \Sigma(r') dr'\right\} dr}{4\pi |r-r_0|^2} \quad (66)$$

となる。

6.1 円柱状の軸方向の中性子の拡散

いま、 $z = -\infty$ の平面上に中性子源があるときには (66) 式の解は

$$\phi(z) = \phi_0 + z \left(\frac{d\phi}{dz} \right)_0 \quad (67)$$

となり、ここで ϕ_0 , $\left(\frac{d\phi}{dz} \right)_0$ は常数となる。

これから z 軸に平行な法線をもつ微小面積 ds をとおって流れる中性子流は

$$\begin{aligned} J ds &= \frac{\Sigma(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \cos \theta \exp \left\{ \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \Sigma(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2} \cdot ds \\ &= \left(\frac{d\phi}{dz} \right)_0 \cdot \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta \cos^2 \theta d\theta \int_0^\infty r \Sigma(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) \\ &\quad \cdot \exp \left\{ \int_0^{r+r_0} \Sigma(r') dr' \right\} dr ds \quad (68) \end{aligned}$$

であり、この値は ds の位置による。このためセルにわたって平均をとると

$$\begin{aligned} \bar{J} &= \left(\frac{d\phi}{dz} \right)_0 \cdot \int_{S_{\text{cell}}} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \cdot \int_\Omega \frac{d\Omega \cos^2 \theta}{4\pi} \int_0^\infty \Sigma(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) r \\ &\quad \times \exp \left\{ - \int_0^{r+r_0} \Sigma(r') dr' \right\} dr \quad (69) \end{aligned}$$

ここで S_{cell} は格子セルの断面を表わす。さらに

$D_{11} = \bar{J} / \left(\frac{d\phi}{dz} \right)_0$ より

$$D_{11} = \int_\Omega \frac{d\Omega}{4\pi} \cos^2 \theta I(\theta, \varphi) \quad (70)$$

ここで

$$\begin{aligned} I(\theta, \varphi) &= \int_{S_{\text{cell}}} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \cdot \int_0^\infty r \Sigma(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) \\ &\quad \cdot \exp \left\{ - \int_0^{r+r_0} \Sigma(r') dr' \right\} dr \quad (71) \end{aligned}$$

となる。

6.2 円柱状に直角方向の中性子の拡散

つぎに $x = -\infty$ のところの無限平面に中性子源があるときには (1) 式の解は

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_0 + \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0 x + \Delta\phi(x, y) \quad (72)$$

ここで ϕ_0 および $\left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0$ は常数、第3項は格子セルの中中性子束分布を与え、それは

$$\Delta\phi(x, y) = \Delta\phi(x + a_x, y), \quad \Delta\phi(x, y) = \Delta\phi(x, y + a_y)$$

(ここで a_x, a_y は x, y 方向の格子パラメーターである) さらに円柱状は1つの軸の周りに

$\Sigma(\mathbf{r}, \varphi, \theta) = \Sigma(\mathbf{r}, \varphi + \pi, \theta)$ であると仮定する。いま (1) 式の座標の軸をこの軸の上にとると、 $\Delta\phi(x, y)$ は x の奇関数となる。すなわち、 $\Delta\phi(x, y) = -\Delta\phi(-x, y)$ となる。こうして

$$\begin{aligned} \Delta\phi(x_0, y_0) &= \int \frac{\Delta\phi(x, y) \Sigma(\mathbf{r}) \exp \left\{ - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \Sigma(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r}}{4\pi (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2} \\ &\quad + \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0 \cdot \int \frac{(x - x_0) \Sigma(\mathbf{r}) \exp \left\{ - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \Sigma(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r}}{4\pi (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2} \quad (73) \end{aligned}$$

となり $\left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0 = 0$ のときは $\Delta\phi(x, y) = 0$ となる。

いま $\varphi(x, y) = \frac{\Delta\phi(x, y)}{\left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0}$ なる関数を定義すると、

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_0 + \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0 x \left[1 + \frac{\varphi(x, y)}{x} \right] \quad (74)$$

となり、これから x 軸に平行な方向を法線方向としてもつ微小面積 ds をとおる中性子流は

$$\begin{aligned} J ds &= \int \frac{\Sigma(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \sin \theta \cos \varphi \exp \left\{ - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \Sigma(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r}}{4\pi (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2} ds \\ &= \left\{ \int_\Omega \frac{d\Omega \sin \theta \cos \varphi}{4\pi} \int_{\mathbf{r}_0}^\infty \Sigma(\mathbf{r}) \phi_0 \exp \left\{ \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \Sigma(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} d\mathbf{r} \right. \\ &\quad \left. + \int_\Omega \frac{d\Omega \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{4\pi} \cdot \int_0^\infty r \Sigma(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) \right. \\ &\quad \times \exp \left\{ - \int_0^{r+r_0} \Sigma(r') dr' \right\} \left[1 + \frac{\varphi(x+x_0, y+y_0)}{x+x_0} \right] \\ &\quad \left. \times dr \left(\frac{d\phi}{dx} \right)_0 \right\} ds \quad (75) \end{aligned}$$

これより拡散係数 D_x は

$$D_x = \int_\Omega \frac{d\Omega \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{4\pi} [I(\theta, \varphi) + I_x(\theta, \varphi)] \quad (76)$$

ここで

$$\begin{aligned} I_x(\theta, \varphi) &= \int_{S_{\text{cell}}} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \int_0^\infty r \Sigma(\mathbf{r} + \mathbf{r}_0) \frac{\varphi(x+x_0, y+y_0)}{x+x_0} \\ &\quad \times \exp \left\{ - \int_0^{r+r_0} \Sigma(r') dr' \right\} dr \quad (77) \end{aligned}$$

である。以上 BEHREN によつてのべられた粗い近似のかわりにかなり厳密な数式化がおこなわれている。

つぎにこれら $I(\theta, \varphi)$, $I_x(\theta, \varphi)$ の計算であるが、この計算には DIRAC の Chord 法に似た操作がおこなわれている。

すなわち $I(\theta, \varphi)$ の計算において、 ds の積分を dr の積分よりさきにおこなうと考える。このセルにわたっての面積積分に対してその積分の範囲を減速材のある領域 S と燃料棒領域 S_r にわける。さらに S を 1) 中性子が燃料棒の中をとらない面積 S_1 , 2) 減速材中で発生したものが燃料棒の中をとるものに対

するものの面積 S_2 (このとき燃料棒の中を通過する距離を x とする) 3) 燃料棒中で発生するもの S_3 (ここで燃料棒中をとる距離を y とする) の3つに分け, さらに S_1 を 1) 減速材を発するベクトルを S_4 (ここで燃料棒中をとる距離を y とする), 2) 1つの燃料棒の中にあるベクトルに対するもの S_5 , 3) 1つの燃料棒中に発して他の燃料棒で終るものを S_6 とする. (このとき燃料中を通過する距離を y とする) の3つに分けると $I(\theta, \varphi)$ の積分は

$$\begin{aligned} I(\theta, \varphi) = & \int_0^\infty dr \int_{S_1} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_1 r \exp(-\Sigma_1 r) \} \\ & + \int_0^\infty dr \int_{S_2} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_1 r \exp\{-\Sigma_1(r-x) - \Sigma_2 x\} \} \\ & + \int_0^\infty dr \int_{S_3} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_2 r \exp\{-\Sigma_1(r-y) - \Sigma_2 y\} \} \\ & + \int_0^\infty dr \int_{S_4} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_1 r \exp\{-\Sigma_1(r-y) - \Sigma_2 y\} \} \\ & + \int_0^\infty dr \int_{S_5} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_2 r \exp(-\Sigma_2 r) \} \\ & + \int_0^\infty dr \int_{S_6} \frac{ds}{S_{\text{cell}}} \{ \Sigma_2 r \exp\{-\Sigma_1(r-y) - \Sigma_2 y\} \} \end{aligned} \quad (78)$$

この $S_1 \sim S_6$ は中性子の減速材の中での平均自由行路が1つの燃料以上を横切らないとき, すなわち $L/\Sigma_1 S \ll 1$ のときには (ここで L は燃料棒周りの曲線の周囲長) 簡単に求められる. すなわちいま $\phi(x, \varphi) dx$ をベクトル $\vec{r}(\theta, \varphi)$ が燃料の中で x と $x+dx$ にある確率とすると

$$\begin{aligned} 1) \quad S_1 = & S \left[1 - \frac{r}{S} \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta dx \right] \\ 2) \quad S_2 = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta (r-x) dx \\ & dS = \phi(x, \varphi) \sin \theta (r-x) \\ 3) \quad S_3 = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta dx \int_0^x dy \\ & dS = \phi(x, \varphi) \sin \theta dx dy \\ 4) \quad S_4 = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta dx \int_0^x dy \\ & dS = \phi(x, \varphi) \sin \theta dx dy \\ 5) \quad S_5 = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta (x-r) dx \\ & dS = \phi(x, \varphi) \sin \theta (x-r) dx \end{aligned} \quad (79)$$

$$6) \quad S_6 = 0$$

これを用いて

$$\begin{aligned} I(\theta, \varphi) = & \frac{1}{\Sigma_1(1+P)} + \frac{P}{\Sigma_2(1+P)} \\ & - \left(\frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right)^2 \frac{\sigma_0(\theta, \varphi) - \sigma(\theta, \varphi, \Sigma_2 R)}{S_{\text{cell}}} \end{aligned} \quad (80)$$

ここで

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, \varphi, \Sigma_2 R) = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta \exp(-\Sigma_2 x) dx \\ \sigma_0(\theta, \varphi) = & \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta dx \end{aligned} \quad (81)$$

R は燃料棒の代表的大きさ

$$P = \frac{S_r}{S}$$

これから

$$D_{\parallel} = \frac{\lambda_{av}}{3} \left\{ 1 - \frac{3\bar{\sigma}}{\lambda_{av} S_{\text{cell}}} \left(\frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right)^2 [1 - F(\Sigma_2 R)] \right\} \quad (82)$$

ここで

$$\begin{aligned} \lambda_{av} = & \frac{1}{\Sigma_1(1+P)} + \frac{P}{\Sigma_2(1+P)} \\ \bar{\sigma} = & \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{4\pi} \cos^2 \theta \sigma_0(\theta, \varphi) \\ F(t) = & \frac{1}{\bar{\sigma}} \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{4\pi} \cos^2 \theta \cdot \sigma(\theta, \varphi, t) \end{aligned} \quad (83)$$

これから厚さ h_2 をもった無限平板に対しては

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, \varphi, t) = & \frac{L}{2} \sin \theta \cos \varphi \exp\left(-\frac{t}{\sin \theta \cos \varphi}\right) \\ \bar{\sigma} = & \frac{L}{16} \end{aligned} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} F(t) = & t^4 E_5(-t) - t^2 E_3(-t) \\ E_n(-t) = & \int_{-\infty}^t \frac{\exp(-y) dy}{y^n} \quad t = \Sigma_2 h_2 \end{aligned} \quad (85)$$

半径 R の円筒棒に対しては

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} = & \frac{L}{\pi} \sin \theta \int_0^1 du \frac{u \exp(-2tu/\sin \theta)}{\sqrt{1-u^2}}, \quad \bar{\sigma} = \frac{L}{16} \\ F(t) = & \frac{4}{\pi} \int_1^\infty dv \int_0^1 du \frac{u v \sqrt{v^2-1} \exp(-2tuv)}{v^5 \sqrt{1-u^2}} \end{aligned} \quad (86)$$

($t = \Sigma_2 R$)

さらに $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{a} \rightarrow 0$ (a は格子のパラメーター) にな

るときには $D_{\parallel} = \frac{\lambda_{av}}{3}$ に近づくことを注意すべきである.

以上は中性子の径路を表わす一つのベクトルが1つ以上の燃料棒をとらないと仮定したものであるが, 密接した格子では2つ以上の燃料棒をとる確率は

きくなる。この場合にはつぎのような平均操作によって拡散係数を求めている。すなわち、

1) 燃料棒をとらず (θ, φ) の方向に r なる長さをもつ確率は

$$\frac{\xi}{S_{\text{cell}}} \exp\left(-\frac{r\sigma_0}{\xi}\right) = \frac{S_1}{S_{\text{cell}}} \quad (87)$$

2) 減速材中に発した中性子が、 n 箇の燃料棒をとる確率は

$$\exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{\xi}\right) \prod_{j=1}^n \frac{\rho\phi(x_j, \varphi) \sin \theta}{\xi} \cdot \frac{dx_j}{n!} \cdot \frac{\xi}{S_{\text{cell}}} \quad (88)$$

ここで $r-x=\rho$ と $x_1, \dots, x_n$ は燃料棒中のベクトルの長さで

$$x = \sum_{j=1}^n x_j$$

である。

3) 燃料棒中に発した中性子が $n-1$ 箇の燃料棒をとり減速材中で衝突する確率は次式で表わされる。

$$\exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{\xi}\right) \prod_{j=1}^n \frac{\rho\phi(x_j, \varphi) \sin \theta}{\xi} \cdot \frac{dx_j}{(n-1)!} \cdot \frac{\phi(x_n, \varphi) \sin \theta dy}{S_{\text{cell}}} \quad (89)$$

y は $0 \sim x_n$ まで変わる。

4) 燃料の中で発して $n-1$ 箇の燃料をとり n 番目の燃料棒中で終る確率は (3) の場合と同じであり、

5) 一つの燃料棒の中に含まれる確率は

$$\left. \begin{aligned} S_5 &= \int_0^\infty \phi(x, \varphi) \sin \theta (x-r) dx \\ dS &= \phi(x, \varphi) (x-r) \sin \theta dx \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

6) 燃料の中に発し $n-2$ 箇の燃料をとり、 N 番目の燃料棒で衝突する確率は

$$\exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{S}\right) \prod_{j=1}^n \frac{\rho\phi(x_j, \varphi) \sin \theta}{S} \cdot \frac{dx_j}{(n-2)!} \times \frac{\phi(x_{n-1}, \varphi) \sin \theta dy_1}{S} \cdot \frac{\phi(x_n, \varphi) \sin \theta dy_n}{S} \quad (91)$$

(y_1 は $0 \sim x_{n-1}$, y_n は $0 \sim x_n$ まで変わる)

これらを総合して $I(\theta, \varphi)$ はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} I(\theta, \varphi) &= \int_0^\infty dr \exp\left(-\Sigma_1 r - \frac{r\sigma_0}{V}\right) \Sigma_1 r \frac{S}{S} \\ &+ \int_0^\infty dX \frac{\phi(x, \theta, \varphi)}{S} \int_0^x (x-r) r \exp(-\Sigma_2 r) \Sigma_2 dr \\ &+ \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty d\rho \Sigma_1 \frac{S}{S} \exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{V} - \Sigma_1 \rho\right) \iint_0^\infty \dots \\ &\dots \left[\left(\rho + \sum_{j=1}^n x_j \right) \exp\left(-\Sigma_2 \sum_{j=1}^n x_j\right) \prod_{j=1}^n \frac{\rho\phi(x_j, \theta, \varphi)}{S} \frac{dx_j}{n!} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty d\rho \Sigma_2 \exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{V} - \Sigma_1 \rho\right) \iint_0^\infty \dots \\ &\dots \exp\left(-\Sigma_2 \sum_{j=1}^n x_j\right) \prod_{j=1}^{n-1} \frac{\rho\phi(x_j, \theta, \varphi)}{S} \frac{dx_j}{(n-1)!} \int_0^\infty dx_n \\ &\cdot \int_0^{x_n} \frac{\phi(x_n, \theta, \varphi)}{S} \left(\rho + \sum_{j=1}^{n-1} x_j + y \right) \exp(-\Sigma_2 y) dy \\ &+ \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty d\rho \Sigma_1 \exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{V} - \Sigma_1 \rho\right) \iint_0^\infty \dots \\ &\dots \exp\left(-\Sigma_2 \sum_{j=1}^{n-1} x_j\right) \prod_{j=1}^{n-1} \frac{\rho\phi(x_j, \theta, \varphi)}{S} \frac{dx_j}{(n-1)!} \int_0^\infty dx_n \\ &\cdot \int_0^{x_n} \frac{\phi(x_n, \theta, \varphi)}{S} \left(\rho + \sum_{j=1}^{n-1} x_j + y \right) \exp(-\Sigma_2 y) dy \\ &+ \sum_{n=2}^\infty \int_0^\infty d\rho \Sigma_2 \exp\left(-\frac{\rho\sigma_0}{V} - \Sigma_1 \rho\right) \iint_0^\infty \dots \\ &\dots \exp\left(-\Sigma_2 \sum_{j=1}^{n-1} x_j\right) \prod_{j=1}^{n-2} \frac{\rho\phi(x_j, \theta, \varphi)}{S} \frac{dx_j}{(n-2)!} \\ &\times \int_0^\infty dx_{n-1} \int_0^\infty dx_n \frac{\phi(x_{n-1}, \theta, \varphi) \phi(x_n, \theta, \varphi)}{S S} \int_0^{x_{n-1}} dy_1 \\ &\times \int_0^{x_n} dy_n \left[\exp\{-\Sigma_2(y_1 + y_n)\} \times \left(\rho + \sum_{j=1}^{n-2} x_j + y_1 + y_n \right) \right] \\ &= \lambda - \left(\frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right)^2 \frac{\sigma_0 - \sigma}{S \left(1 + \frac{\sigma_0 - \sigma}{\Sigma_1 V} \right)} \quad (92) \end{aligned}$$

ここで V は非常にうすい棒に対しては $\sigma \simeq \sigma_0 - \Sigma_2 PS$

となり $I(\theta, \varphi) = \frac{1}{\Sigma}$

($\Sigma = \frac{\Sigma_1 + P\Sigma_2}{1+P}$) となる。さらに $D_{\parallel} = \frac{1}{3\Sigma_{av}}$ となる。

6.3 直角方向の拡散

いま板状格子系に対する直角方向の中性子の拡張は前と同様にして

$$\begin{aligned} D_{\perp}' &= \int_{\Omega} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi I(\theta, \varphi) \frac{d\Omega}{4\pi} \\ &= \frac{\lambda}{3} \left\{ 1 - \frac{3\bar{\sigma}_0}{\lambda S} \left(\frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right)^2 [1 - F_1(\Sigma_1 h_1, \Sigma_2 h_2)] \right\} \quad (93) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{\perp} &= \int_{\Omega} \sigma_0(\theta, \varphi) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{L}{8} \\ F_{\perp}(x_1, x_2) &= 2 \int_0^1 u^3 \frac{\exp\left(-\frac{x_1}{u}\right) + \exp\left(-\frac{x_2}{u}\right) - 2 \exp\left(-\frac{x_1+x_2}{u}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{x_1+x_2}{u}\right)} du \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

である。

つぎに $D_{\perp}'' = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi I_1(\theta, \varphi)$ は、もし

$\Sigma_1 h_1, \Sigma_2 h_2 \gg 1$ なら

$$\varphi(x) = \left(\frac{\Sigma(r)}{\Sigma_{av}} - 1 \right) \left(x - i \frac{h_1 + h_2}{2} \right) \quad \left(\Sigma_{av} = \frac{\Sigma_1 h_1 + \Sigma_2 h_2}{h_1 + h_2} \right) \quad (95)$$

となり、

$$D_{\perp} = D_{\perp}' + D_{\perp}'' = \frac{1}{3\Sigma_{av}} \quad (96)$$

となる。すなわち、板状格子系のときの板に直角方向の拡散係数は、均質の場合と同じ値になることに注意すべきである。

つぎに円筒形のときには $L/\Sigma_1 S \ll 1$ であれば

$$D_{\perp}' = \frac{\lambda_{av}}{3} \left\{ 1 - \frac{3\bar{\sigma}_{\perp}}{\lambda_{av} S_{cell}} \left(\frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right)^2 [1 - F_{\perp}(\Sigma_2 R)] \right\} \quad (97)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{\perp} &= \frac{L}{8} = \frac{\pi R}{4} \\ F_{\perp}(x) &= \frac{4}{\pi} \int_1^{\infty} dv \int_0^1 du \frac{u \exp(-2xuv)}{v^2 \sqrt{1-u^2} \sqrt{v^2-1}} \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

さらにわずかな吸収のある場合についても計算している。この場合には中性子束は、1次関数では表わせず2次以上になるが、微小の吸収を仮定することにより前とほとんど同じように計算される。つぎにその結果をあげると、

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= \frac{\left(\frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^2} + P \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^2} \right)}{3(1+P)} + \left[\frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_2 \Sigma_1^2} + \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1 \Sigma_2^2} + \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2 \Sigma_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_1 \Sigma_2^2} - \frac{2\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^3} - \frac{2\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^3} \right] \frac{\xi}{S_{cell}} [1 - F(\Sigma_2 R)] \\ &\quad + \left[\frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^2} + \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^2} - \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1 \Sigma_2} - \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_1 \Sigma_2} \right] F_{\parallel}'(\Sigma_2 R) \end{aligned} \quad (99)$$

ここで

$$\begin{aligned} F_{\parallel}'(\Sigma_2 R) &= \frac{1}{S_{cell}} \int \frac{d\Omega}{4\pi} \cos^2 \theta \int_0^{\infty} x \psi(x, \theta, \varphi) \\ &\quad \times \exp(-\Sigma_2 x) dx \end{aligned} \quad (100)$$

文

第2回ジュネーブ会議報文

- [272] S.E. BARDEN D. BLACKBURN. *et al.*: Some methods of calculating nuclear parameters for heterogeneous systems.
- [624] G.W. STUART: Neutron multiple scattering methods.
- [627] N.C. FRANCIS, J.C. STEWART *et al.*: Variational solutions of the transport equation.
- [968] K. MEETZ: Exact treatment of heterogene-

板状系に対しては

$$F(t) = \frac{1}{4} [t^3 E_4(-t) - t E_2(-t)], \quad t = \Sigma_2 h_2 \quad (101)$$

円筒系に対しては

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{4}{\pi} \int_1^{\infty} dv \int_0^1 du \frac{u^2 \sqrt{v^2-1} - \exp(-2tuv)}{\sqrt{1-u^2} v^4} \Bigg\} \\ t &= \Sigma_2 R \end{aligned} \quad (102)$$

さらに直角方向に対するものとして

$$\begin{aligned} D_{\perp}' &= \frac{\left(\frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^2} + P \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^2} \right)}{3(1+P)} + \left[\frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_2 \Sigma_1^2} + \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1 \Sigma_2^2} + \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2 \Sigma_1^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_1 \Sigma_2^2} - \frac{2\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^3} - \frac{2\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^3} \right] \frac{\bar{\sigma}_{\perp}}{S_{cell}} [1 - F_{\perp}(\Sigma_2 R)] \\ &\quad + \left[\frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_2^2} + \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1^2} - \frac{\Sigma_{s1}}{\Sigma_1 \Sigma_2} - \frac{\Sigma_{s2}}{\Sigma_1 \Sigma_2} \right] F_{\perp}'(\Sigma_2 R) \end{aligned} \quad (103)$$

ここで

$$\begin{aligned} F_{\perp}'(\Sigma_2 R) &= \frac{1}{S_{cell}} \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{4\pi} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \int_0^{\infty} \phi(x, \theta, \varphi) x \\ &\quad \times \exp(-x \Sigma_2) dx \end{aligned} \quad (104)$$

板状系に対して

$$F_{\perp}'(t) = \frac{1}{2} t^3 \cdot E_4(-t), \quad t = \Sigma_2 h_2 \quad (105)$$

円筒形に対して

$$\begin{aligned} F_{\perp}'(t) &= \frac{2}{\pi} \int_1^{\infty} dv \int_0^1 du \frac{u_2 \exp(-2tuv)}{\sqrt{1-u^2} v^4 \cdot \sqrt{v^2-1}} \Bigg\} \\ t &= \Sigma_2 R \end{aligned} \quad (106)$$

をえている。

最後に増倍非均質系内での中性子束分布に対する式として

$$\begin{aligned} \phi(r_0) &= \frac{\Sigma_s(r) \phi(r) \exp \left\{ - \int \Sigma(r') dr' \right\} dr}{4\pi(r-r_0)^2} \\ &\quad + \frac{\Sigma_{UCT}(r) \phi'(r) \exp \left\{ - \int \Sigma(r') dr' \right\} dr}{4\pi|r-r_0|^2} \end{aligned} \quad (107)$$

ここで $\phi'(r)$ は熱外中性子束、 Σ_{UCT} は核分裂断面積であり、この系についての簡単な考慮がなされている。

献

ous core structures.

- [1100] L. SIMONS: A new calculating method for the fine structure in heterogeneous reactor.
- [1440] H. STIPPEL: Generalization of source-sink methods for heterogeneous reactor calculations.
- [2102] L. TRILIFAJ, J. CERMAK: Neutron transport theory in slab lattices.
- [2189] N.I. LALETIN: Passage of neutrons in a heterogeneous medium.

原子炉核計算の数学的方法

1. 概 説

核計算の定義はあまり明らかでないが、それに関連した解析的方法および計算機との関係を論じた論文を大別するとつぎのようになる。

- (1) Transport
- (2) Group diffusion
- (3) Monte Carlo
- (4) Computing

すなわち Fine Structure of Homogeneous and Heterogeneous Reactor, Burn up, Kinetics, Engineering の問題などの数学的解析は他にゆずってここではふれない。ここに紹介する論文はつぎのとおりである。

- (1) Transport

[639] [2386] [573] [2151]

- (2) Group diffusion
[1869] [1541] [633] [634]
- (3) Monte Carlo
[310] [1194]
- (4) Computing
[1843] [1378] [325]

これらを概観すると輸送方程式を解くいろいろの方法の関係、拡散近似で解く方法の改良、反復法の数学的理論などが主で、モンテカルロ法は核計算の一部分に適用されているにすぎない。複雑な核計算が近代的電子計算機を駆使して可能である状況を反映して、その数学的方法もつねに計算機を背景にして、評価されている。

2. 輸送方程式の解法

2.1 輸送方程式の展望

[639]で E.H. BAREISS がのべている multi-polynomial approximation の方法は P_n 近似, S_n 近似などを含むより一般的方法として興味あるものである。そこに用いられる記号は B. DAVISON の "Neutron Transport Theory" に用いられた記号と同一である。

さてわれわれの考える方程式はつぎの BOLTZMANN の方程式である。

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } N + \frac{vN}{l} = \int \int \int \frac{v'dv'}{l} N(\mathbf{r}, \mathbf{v}', \Omega', t-t') \times c_{\mathbf{r}} f(\mathbf{v}' \Omega' \rightarrow \mathbf{v} \Omega; t') dt' d\Omega' + S \quad (1)$$

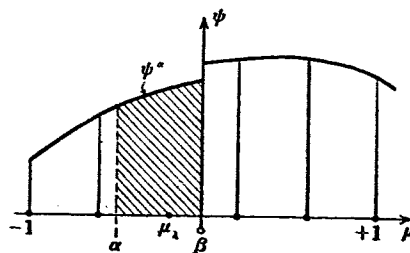
(1) 式を数値的に解くために、関数を適当な多項式で近似することは有用である。これが multi-polynomial 近似の基本的考えである。報告では最初 1 次元の BOLTZMANN の方程式について次節で高次元の場合におよんでいるが、ここで紹介するのは 1 次元の場合にのみ止める。

2.2 平面上の 1 群輸送方程式

平面上の 1 次元 1 群輸送方程式 (平面上, 非等方散乱) はつぎの (2) 式で示される。

$$\mu \frac{\partial \phi(x, \mu)}{\partial x} + \frac{\phi(x, \mu)}{l} = \frac{c}{l} \int_{-1}^{+1} f(\mu' \rightarrow \mu) \phi(x, \mu') d\mu' + S(x, \mu) \quad (2)$$

上の微積分方程式を x に関する連立常微分方程式に変換するために、 ϕ を第 1 図のように部分的に μ の多項式 ϕ^* で近似する。そして選ばれた区間 (α, β)



第1図 角度分布の重複多項式近似

に対し、適当な座標 μ_λ をえらぶ。このとき、区間 (α, β) に対して

$$\phi^\alpha = \sum_{(\lambda)} L_\lambda(\mu) \phi_\lambda \quad \mu \in (\alpha, \beta) : \phi^\alpha = 0 \quad \bar{\mu} \in (\alpha, \beta)$$

ここに $L_\lambda(\mu)$ は LAGRANGE の係数である。

μ_λ をいかにえらぶかの一つの基準は $\int_\alpha^\beta f \phi d\mu'$ の積分公式が high degree of precision になるようにすることである。

(積分公式 $\int_\alpha^\beta w(x) f(x) dx = \sum_{k=0}^n W_k f(x_k) + R$ において、 $w(x) \geq 0$ を weighting function と呼び、 $W_0, W_1, \dots, W_n$ を weighting coefficients という。 $f(x)$ が次数 N またはそれ以下の多項式るとき $R=0$, $f(x)$ が $(N+1)$ 次の多項式るとき $R \neq 0$ ならば、 N をこの積分公式の degree of precision という。) 散乱確率密度関数 $f(\mu)$ は負でないから、 $f(\mu)$ を weight function とする直交多項式 ϕ_K を作ることができる。すなわち

$$f \phi_K = \frac{d^K U_K}{d\mu^K}, \quad \frac{d^K}{d\mu^K} \left\{ \frac{1}{f(\mu)} \frac{d^K U_K}{d\mu^K} \right\} = K! \\ (K=1, 2, 3, \dots)$$

かつ、 (α, β) の端点で

$$U_K = dU_K/d\mu = d^2 U_K/d\mu^2 = \dots = d^{K-1} U_K/d\mu^{K-1} = 0$$

つぎに積分公式は GAUSS 型の積分公式で

$$\int_\alpha^\beta f \phi d\mu = \sum_{\lambda=1}^m W_\lambda \phi_\lambda + E, \quad W_\lambda = \int_\alpha^\beta f(\mu) L_\lambda(\mu) d\mu \\ (3)$$

ϕ_λ の $\mu = \mu_\lambda$ は $\phi_m(\mu) = 0$ のゼロ点を用いると precision $2m-1$ の積分公式をうることができる。

誤差 E は

$$|E| \leq \frac{1}{(2m)!} \int_\alpha^\beta f \phi_m^2 d\mu \cdot \left| \frac{\partial^{2m} \phi}{\partial \mu^{2m}} \right|_{\max}$$

となる。

等方散乱の仮定では $f=1$ であるから、このときの直交多項式系は LEGENDRE の多項式となる。

〔註〕以上のことがらの理解のためにつぎの定理を知っておくと都合がよい。

〔定理〕

m 次の多項式 $\pi(x)$ は区間 (a, b) の上でウェイト $w(x)$ に関して $(m-1)$ 次以下のすべての多項式と直交するとする。このときつぎの積分公式 (gauss) がなりたつ。

$$\int_a^b w(x) f(x) dx = \sum_{k=1}^m H_k f(x_k) + E$$

$$H_k = \int_a^b w(x) l_k(x) dx \quad (l_k(x) \text{ はラグランジュの係数})$$

$$E = \frac{f^{(2m)}(\eta)}{(2m)!} \int_a^b w(x) [\pi(x)]^2 dx$$

$$\pi(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_m)$$

かつ $x_1, \dots, x_m$ は $\pi(x)$ のゼロ点である。

さて以上の考えを基礎にして、ボルツマン方程式を連立常微分方程式になおす三つの方向が考えられる。

(a) ここでもう一度ボルツマン方程式をあげてみよう。

$$\mu \frac{\partial \phi(x, \mu)}{\partial x} + \frac{\phi(x, \mu)}{l} = \frac{c}{l} \int_{-1}^1 f(\mu' \rightarrow \mu) \phi(x, \mu') d\mu' \\ + S(x, \mu) \quad (4)$$

ϕ_m のゼロ点 μ_λ を導入して $\phi_\lambda = \phi(\mu_\lambda, x)$ とする。

上の (4) 式はつぎのような連立常微分方程式系となる。

$$\mu_\lambda \frac{\partial \phi_\lambda}{\partial x} + \frac{\phi_\lambda}{l} = \frac{c}{l} \sum_{\lambda'=1}^m w_{\lambda'} \phi_{\lambda'} + S_\lambda \quad (\lambda=1, 2, \dots, m) \\ (5)$$

すなわち (4) 式の積分項が (5) 式の gauss の数値積分公式によって $\sum$ にかわっている。これが discrete ordinates の基本的考えで David Taylor Model Basin Transport Codes はこの考えが用いられている。特異点をさけるために $\mu_\lambda \neq 0$ とする。

(b) 2 番目の方法は $\phi(\mu, x)$ をわれわれの選んだ直交多項式系で展開する方法である。

$$\phi(\mu, x) = \sum_{k=0}^{m-1} A_k(x) \phi_k(\mu) + E(x, \mu)$$

すべての直交多項式はつぎの一般的関係を満足する。

$$\mu \phi_k = a_k \phi_{k+1} + b_k \phi_k + c_k \phi_{k-1}$$

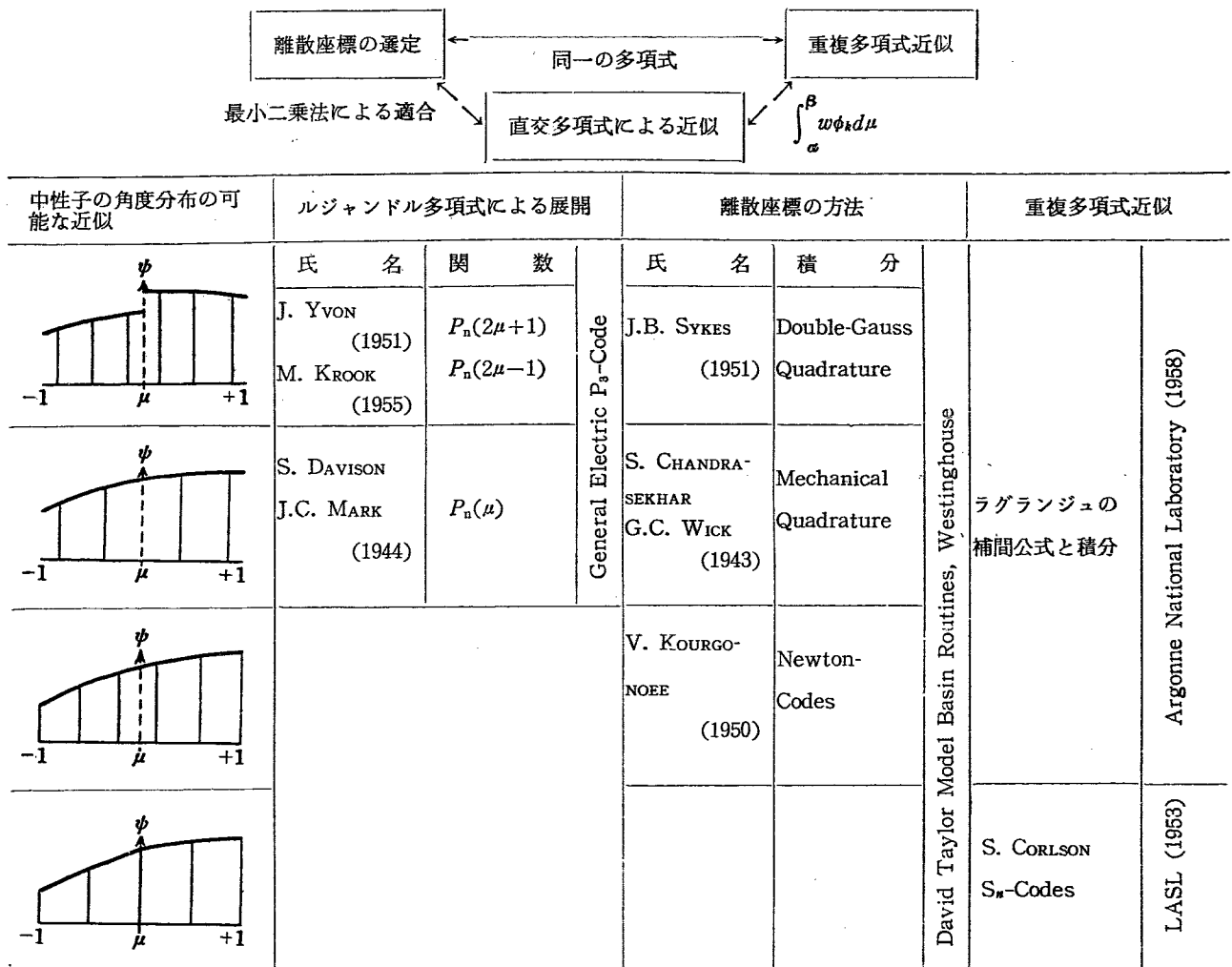
それゆえにこれを輸送方程式 (4) の左辺に代入して

$$\left(\text{ここで } \phi = \sum_{k=0}^{m-1} A_k \phi_k + E \right)$$

$$\mu \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\phi}{l} = \sum_{k=0}^{m-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} A_k (a_k \phi_{k+1} + b_k \phi_k + c_k \phi_{k-1}) \right. \\ \left. + \frac{A_k}{l} \phi_k \right\}$$

$$\text{右辺は } \left(S = \sum_{k=0}^{m-1} S_k \phi_k + E_s(x, \mu) \right)$$

$$\frac{c}{l} \int_{-1}^1 f \phi d\mu' + S = \frac{c}{l} A_0 + \sum_{k=0}^{m-1} S_k \phi_k$$



第2図 現在の1次元輸送理論ルーティンの分類

ここで同じ多項式 ϕ_k の係数を等しいとおいて, x に関する連立常微分方程式をうる. 等方散乱の場合

$f = \frac{1}{2}$ であり $\left(\int_{-1}^1 f(\mu' \rightarrow \mu) d\mu = 1 \right)$, P_{m-1} 近似となる.

(c) Multi-polynomial approximation

第3の方法はボルツマン方程式の両辺に任意の関数 $w(x, \mu)$ を乗じて, 区間 (α, β) で μ について積分することによって μ を消去する方法である. もっとも簡単な場合 $w \equiv 1$ である. このとき (α, β) 上の任意の近似多項式 $\phi^a = \sum C_i \mu^i$ は

$$\left. \begin{aligned} \int_{\alpha}^{\beta} \phi d\mu &= \sum \frac{C_i}{i+1} \mu^{i+1} \Big|_{\alpha}^{\beta} \\ \frac{d}{dx} \int_{\alpha}^{\beta} \mu \phi^a d\mu &= \sum \frac{d}{dx} \frac{C_i}{i+2} \mu^{i+2} \Big|_{\alpha}^{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

また $\int_{\alpha}^{\beta} \int_{-1}^{+1} f \phi^a d\mu' d\mu$ も C_i , α , β であらわせるから, C_i に関する連立常微分方程式がえられる. ϕ^a の

近似多項式として1次多項式 (すなわち直線) をとったものがいわゆる S_1 近似である.

直交多項式系に対応するウェイト関数 $w(\mu)$ をえらぶことによって, multi-polynomial 近似から得られる連立常微分方程式系は (b) の方法で得られるそれと同じである. また (6) 式で用いられる多項式近似を discrete ordinates と同じ多項式を用いることができる. それゆえに multi-polynomial 近似はもっとも一般的方法である. 第2図は上の3つの方法を図示したものである.

これらをまとめるとボルツマン方程式の積分項は散乱確率密度 f をウェイトとする直交関数系で ϕ を展開したとき, highest precision で近似される. 等方散乱に対してはこの直交関数系は LEGENDRE 多項式となる. $\phi(\mu)$ が連続ならば $P_m(\mu)$ となり, $\mu=0$ で $\phi(\mu)$ が不連続ならば $(-1, 0)$ と $(0, 1)$ の各区間においてそれぞれ $P_m(2\mu+1)$, $P_m(2\mu-1)$ となる.

2.3 球対称の場合

球対称の場合、輸送方程式は

$$\mu \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} + \frac{\phi}{l} = \frac{C}{l} \int_{-1}^1 f(\mu' \rightarrow \mu) \phi(r, \mu') d\mu' + S \quad (7)$$

$w(x, \mu) = 1$ のとき (7) 式はつぎようになる。

($w(x, \mu)$ を両辺に乗じて $[\alpha, \beta]$ の上で μ について積分する)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \int_{\alpha}^{\beta} \mu d\phi d\mu + \left[\frac{1-\mu^2}{r} \phi \right]_{\alpha}^{\beta} + \frac{2}{r} \int_{\alpha}^{\beta} \mu \phi d\mu + \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\phi}{l} d\mu \\ = \frac{C}{l} \int_{\alpha}^{\beta} \int_{-1}^1 f \phi d\mu' d\mu \end{aligned}$$

3. S_n 法

さきにのべた multi-polynomial 近似の一つに S_n 法がある。炉設計で通常用いられる拡散近似より以上の精度が要求される場合に、おもに P_n 近似、最近ではこの S_n 近似が発展している。[2386] は S_n 近似に関する総合報告である。 S_n 近似 (S_n method) に関しては B.G. CARLSON の論文¹⁾ がその最初である。

S_n 法は基本的には定差法であり、定差法は計算機の速度の発達が予想される以上、その重要性を増しつづけるであろう。[2386] の論文の内容は 3 部にわかれ、第1部で S_n 法の解析をのべ、第2部で簡単なテストの問題をあげ、第3部でいろいろの問題への応用をのべている。

3.1 S_n 法の準備

問題をまず、球対称、等方散乱、多群の場合について考えよう。

以下の記号は 2. と多少異なるので記述しよう。

$N_g(r)$: 中性子束, r は原点からの距離 (cm).

$g=1, 2, \dots, G$ はエネルギーグループ。

V_g (cm/sec) は g とともに増加する。

$J_g(r)$: 中性子流

$S_g(r)$: 中性子源

$N_g(r)$ および $J_g(r)$ と角中性子束 (angular neutron flux) $N_g(r, \mu)$ との関係は

$$N_g(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 N_g(r, \mu) d\mu$$

平面上の場合と同じように右辺の emission integral が highest precision の積分公式で得られるのであれば、3つの方法は数学的には同等である。

2.4 コードについて

平面上におけるもっとも一般的なルーチンは RDR5 である。これは discrete ordinates の方法にもとづいている。RDR 4 は RDR 5 の 1 群の場合である。RDR コードによって従来の解析的式の誤りを 2 回発見したことは面白い。

Multi-polynomial 近似の有用なことはさらに CARLSON による S_n コードによって証明された (次章参照)。

このほかに D. SCHIFF の⁵⁾ Voterra 型の積分方程式を解く Integral Network Method や P_n 方法のコードが種々ある。

$$J_g(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu N_g(r, \mu) d\mu \quad (8)$$

ここに μ は正の r 方向とのなす角の方向余弦である。つぎに輸送方程式は

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial}{\partial \mu} + \sigma_g \right) N_g(r, \mu) = S_g(r) \quad (9)$$

ここに σ_g (1/cm) は全輸送断面積ある。また

$$S_g(r) = Q_g(r) + x_g F(r) + \Sigma_{g'g} \sigma_{gg'} N_{g'}(r) \quad (10)$$

$Q_g(r)$: 独立な中性子源

x_g : 分裂スペクトル

$F(r) = \Sigma_{g'} \nu \bar{\sigma}_{g'} N_{g'}(r)$, $\sigma_{g'}$: 分裂断面積

$\sigma_{gg'}$: 逃げ (transfer) 断面積 (g' から g へおちるもの)

以下では Σ は総和の意味に用い、断面積は σ を用いる。

(10) 式で $Q_g(r) \equiv 0$ のとき homogeneous な問題、 $Q_g(r) \neq 0$ のとき inhomogeneous の問題という。

中性子バランスの式はつぎのようにして求められる。まず (9) 式を μ について積分すると

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{2}{r} \right) J_g(r) + \sigma_g N_g(r) = S_g(r) \quad (11)$$

つぎに (11) 式の両辺に r^2 を乗じて r について a から b まで積分すれば、

$$b^2 J_g(b) - a^2 J_g(a) = \int_a^b r^2 (S_g(r) - \sigma_g N_g(r)) dr \quad (12)$$

3.2 S_n 変換

S_n 法では μ 区間 $(-1, 1)$ を n (偶数) 個の等間隔にわけける。

$N_g(r, \mu)$ は各区間 (μ_j, μ_{j+1}) でつぎのように直線と仮定する。(以下簡単のために添字 g を略す)

$$N_g(r, \mu) = (n/2)[(\mu - \mu_{j-1})N(r, \mu_j) + (\mu_j - \mu)N(r, \mu_{j-1})] \quad (13)$$

$$\mu_0 = -1, \quad \mu_j = -1 + \left(\frac{2}{n}\right)j, \quad \mu_n = 1$$

いま (13) を (9) に代入し, μ について μ_{j-1} から μ_j まで積分して, n 個の連立常微分方程式をうる。(これを S_n 方程式と呼ぶ)

$$\left(a_j \frac{d}{dr} + \frac{b_j}{r} + \sigma\right)N(r, \mu_j) + \left(\bar{a}_j \frac{d}{dr} - \frac{b_j}{r} + \sigma\right)N(r, \mu_{j-1}) = 2S(r) \quad (14)$$

および

$$\left(-\frac{d}{dr} + \sigma\right)N(r_1 - 1) = S(r) \quad (15)$$

a_j, b_j および $\bar{a}_j$ は μ_j, μ_{j-1} の関数

3.3 S_n 差分方程式

S_n 法のつぎの段階は (14) 式を差分方程式になおすことである。このために $0 \leq r \leq a$ の範囲を I 個の区間にわけける。 $(r_0=0, r_I=a)$ 。そのわけかたは任意であるが, 異なった物質の領域の境界が入るように注意する。断面積などの定数は各区間で一定とする。区間 (r_{i-1}, r_i) で $\sigma(r)$ を σ_i , $S(r)$ を S_i , $N(r)$ を N_i などでおきかえる。 $1/r$ は $1/\bar{r}_i$ でおきかえる。

$$N_{ij} = N(r_i, \mu_j)$$

つぎのように標準的な central differencing method にしたがって, (14) 式を r について積分する。たとえば

$$\int d(N(r, \mu_j)) = N_{ij} - N_{i-1,j}$$

$$\int N(r, \mu_j) dr = \Delta_i (N_{ij} + N_{i-1,j}), \quad \Delta_i = \frac{1}{2}(r_i - r_{i-1})$$

結局 (14) 式は (16) 式のような差分方程式になる。

$$(a_j + h_i + b_j S_i) N_{ij} + (-a_j + h_i + b_j S_i') N_{i-1,j} + (\bar{a}_j + h_i - b_j S_i) N_{i,j-1} + (-\bar{a}_j + h_i - b_j S_i') N_{i-1,j-1} = 4\Delta_i S_i \quad (16)$$

ここに $h_i = \Delta_i \sigma_i$, $S_i = \Delta_i / \bar{r}_i$, $S_i' = \Delta_i / \bar{r}_i'$, $i=1, 2, \dots, I$

$$S_i = (r_i^2 - \bar{r}_i^2) / 2\bar{r}_i^2, \quad S_i' = (\bar{r}_i^2 - r_{i-1}^2) / 2\bar{r}_i^2 \quad (17)$$

ここに $\bar{r}_i^2 = (r_i^3 - r_{i-1}^3) / 6\Delta_i$

($\bar{r}_i$ と $\bar{r}_i'$ とは正確には等しくない)

3.4 解法

つぎに source term S_i を与えて (16) 式を解くことを考える。(15) 式を (14) 式と一緒に表わすために $j=0$ に対して, $\mu_j = \mu_{j-1} = -1$ とする。それゆえに (16) 式は $j=0$ から n まで $(n+1)$ 個ある。

(a) 境界条件により $N_{I,0}$ を与えて, 式 (16) を $j=0, i=I-1$ で始めて, まず $N_{I-1,0}$ を求める。つぎに $N_{I-2,0}, N_{I-3,0}, \dots$ というように順々に求め, $N_{0,0}$ までいってやめる。

(b) つぎに $j=1, 2, \dots, n/2$ に対して同様にして, 境界条件と与えられた S_i と求められた $N_{i,j-1}$ とから, N_{ij} を求める。 $(\mu_{n/2}=0)$

(c) $j > n/2$ に対しては, $i=1$ から出発する。原点における条件から N_{0j} を与えて N_{1j} を求め, つぎに $N_{2j}, N_{3j}, \dots$ という順序で i の増加する方向に進む。

以上から明らかなように S_n 方程式は source term S_n を最初 trial に与えて, source iteration によって解くことができる。

衝突によって中性子のエネルギーは減少するから, われわれは高速領域 $g=G$ からはじめる。そして漸次低エネルギーにうつってゆく。このとき $S_g(r)$ を計算するために, つねにもっとも新しい $N_{g'}(r)$ ($g' > g$) の推定値を用いる。しかし, $F(r) = \Sigma_{g' \rightarrow g} \sigma_{g'} N_{g'}(r)$ は普通一回の iteration が終るまで計算しなおすことはしない。

一般にくりかえしの回数は各エネルギーグループについてことなってもよい。(inner iteration) 高速領域に対する 20 回のくりかえしから, 低速領域に対する 200 回のくりかえしというように大きく変わる。

計算はある一定の収束テストに適合したときに止める。 S_4 の場合の計算時間は一点, 1 エネルギーグループ, 1 回のくりかえし当り 0.02 秒であって, ほぼ n について線型である。(IBM 704)

Plane および cylindrical geometry への拡張については省略する。

なお, 計算機との関連事項を二, 三あげておく。たとえば円筒形原子炉の計算を考えると, S_n 法の所要時間は

$$T = CG \ln(n+1) t_c$$

t_c : 一つの $N(r, z, \theta, r)$ の値を計算する時間

C : くりかえしの回数

G : エネルギーグループの数

I : 格子点の数

$n(n+1)$: 中性子束方向の数

このとき必要な storage の数 S はほぼ

$$S = I(10 + G + n)$$

である。

3.5 1 例

次表に簡単な例題の結果をあげよう。

ここで c = 衝突当りの 2 次中性子の数

c のいろいろな値に対する反射体のない一様な球の臨界半径を S_n 法と SERBER-WILSON 法とで計算した。

ϵ は正確な解との差の % である。

第 1 表

c	SW	ϵ	S_2	ϵ	S_4	ϵ	S_8	P_3	ϵ	P_5	ϵ	Exact
1.02	11.809	-1.8	11.978	-0.4	12.012	-0.1	12.020	12.045	0.1	12.034	0.1	12.027
1.05	7.0930	-2.5	7.2084	-0.9	7.2591	-0.2	7.2699	7.2961	0.3	7.2842	0.1	7.2772
1.1	4.7213	-3.1	4.7960	-1.6	4.8535	-0.4	4.8659	4.8953	0.5	4.8505	0.2	4.8727
1.2	3.0570	-3.6	3.0963	-2.4	3.1530	-0.6	3.1659	3.2041	1.0	3.1813	0.3	3.1720
1.4	1.9059	-4.0	1.9198	-3.3	1.9685	-0.9	1.9801	2.0394	2.7	1.9994	0.7	1.9854
1.6	1.4152	-4.1	1.4197	-3.8	1.4613	-1.0	1.4716	1.5502	5.0	1.4969	1.4	1.4761
1.8	1.1338	-4.2	1.1340	-4.2	1.1702	-1.1	1.1794	1.2735	7.6	1.2117	2.4	1.1833
2.0	0.9490	-4.2	0.9469	-4.4	0.9789	-1.2	0.9871	1.0934	10.4	1.0266	3.6	0.9906

4. 2 次元多群計算

2 次元における多群拡散方程式を格子点を用いた差分方程式になおして、これを反復法で解く数学的技術をまとめたものに [633] がある。本章ではこの論文の紹介をする。

4.1 分類

多群計算はつぎの二つの部分に分けることができる。

- 1) 中性子束群は仮定された fission-source から計算される。
- 2) 中性子束と consist なる fission source が計算される。

ここで consistency の意味は中性子束から計算された fission source 分布が仮定された fission source (この仮定された source から中性子束は計算された) と各点で比例する (pointwise proportional) ということである。この比例定数が炉の実効倍率 K_{eff} である。

多群計算にあらわれる方程式は連立楕円型差分方程式である。1 次元計算と 2 次元計算の差異は前者は direct に仮定された source から中性子束が決定されるに対し、後者は反復法によって解かれる点である。

連立楕円型差分方程式は多くの方法によって解かれているが、機械計算向きの反復法は 3 つの種類に大別される。すなわち、

1. Successive over-relaxation (SOR)
2. Polynomial residual generation (RPG)
3. Alternating-direction-implicit iteration (ADI)

結論をさきにいうと、第 1 の方法がその単純性のゆえにひろく用いられている。第 2 の方法は第 1 の方法より (第 1 の方法と結合して用いる) 複雑になるので、相当の時間の節約がえられる場合にだけ価値がある。第 3 の方法が現在有望である。しかし ADI のおもな欠点は解析に厳密性がないことと、もっと多くの経験が積まれるまでこの方法をとるのを嫌う傾向がある。差分方程式の解法にはまだ改良の余地が十分ある。

4.2 各種の反復法

方法の名の適当な訳語が見当たらないので、原語のまま掲げることにする。

さて、基本方程式は

$$-a_{ij}\phi_{i-1,j} - c_{ij}\phi_{i+1,j} - d_{ij}\phi_{i,j-1} - e_{ij}\phi_{i,j+1} + (a+c+d+e+k)_{i,j}\phi_{i,j} = S_{ij} \quad (18)$$

ϕ = 中性子束

S = 中性子源

a, c, d, e, k は正の定数

i, j は $I \times J$ 個 ($i=1, 2, \dots, I; j=1, 2, \dots, J$) の格子点

Simultaneous-Point-Relaxation (SR) 収束を

決定する基本的指標はつぎの iteration 行列の最大固有値の大きさである。

$$\phi_{ij}^{(n)} = \left(\frac{1}{a+c+d+e+k} \right)_{ij} \left[a\phi_{i-1,j}^{(n-1)} + c\phi_{i+1,j}^{(n-1)} + d\phi_{i,j-1}^{(n-1)} + e\phi_{i,j+1}^{(n-1)} + S_{ij} \right] \quad (19)$$

行列の形に書いて

$$\phi^{(n)} = M\phi^{(n-1)} + FS \quad f_{ij} = \left(\frac{1}{a+c+d+e+k} \right)_{ij}$$

ϕ の真の値 ϕ^{exact} と $\phi^{(n)}$ との差を $E^{(n)}$ であらわす。

$$E^{(n)} = \phi^{(n)} - \phi^{\text{exact}} = ME^{(n-1)}$$

行列 M の最大固有値を λ_M であらわすと $\lambda_M < 1$ で、誤差は $(\lambda_M)^n$ の割合で減少する。

Simultaneous-Line-Relaxation (SLR) (19) 式で $\phi_{i-1,j}$ と $\phi_{i+1,j}$ の肩の添字 $(n-1)$ を (n) でおきかえたもの。この方法の行列の最大固有値 λ_T は $0 < \lambda_T \leq \lambda_M$ 。

Successive-Point-Over-Relaxation (SOR)

$$\phi_{ij}^{(n)} = \phi_{ij}^{(n-1)}(1-\alpha) + \frac{\alpha}{f} \left[a\phi_{i-1,j}^{(n)} + c\phi_{i+1,j}^{(n)} + d\phi_{i,j-1}^{(n)} + e\phi_{i,j+1}^{(n)} + S_{ij} \right] \quad (20)$$

$\alpha = 2/(1 + \sqrt{1 - (\lambda_M)^2})$ のときもっとも早い収束が得られる。誤差は $n(\alpha-1)^{n-1}$ の割合で減少する。

Successive-Line-Over-Relaxation (SLOR) (20) 式の $\phi_{i+1,j}$ の肩の $(n-1)$ を (n) でおきかえたもの。最適の α は

$$\alpha = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - (\lambda_T)^2}}$$

前にものべたように、この SLOR と SOR が一般にひろく用いられている。これらはまた accelerated LIEBMANN 法ともいわれる。これが 4.1 で分類した第 1 の分類の代表的なものである。

Residual Polynomial Generation (RPG and LRPG) 反復行列 (iteration matrix) の固有値が実数の場合、この RPG 法をさらに付加することによって収束を早めることができる。

$$\phi^{(n)*} = R\phi^{(n-1)} + FS \quad (21. a)$$

$$\phi^{(n)} = \phi^{(n-1)} + W_n(\phi^{(n)*} - \phi^{(n-1)}) \quad (21. b)$$

ここに W_n は n に関係するパラメータである。さて誤差項を固有ベクトルで展開して、その一項を $\bar{E}_k^{(n)}$ とすれば、

$$\bar{E}_k^{(n)} = \bar{E}_k^{(n-1)} + W_n(\lambda_k - 1)\bar{E}_k^{(n-1)}$$

$$\text{ここに } R\bar{E}_k = \lambda_k \bar{E}_k$$

ゆえに一般に

$$\bar{E}_k^{(n)} = \left\{ \prod_{m=1}^n [1 + W_m(\lambda_k - 1)] \right\} \bar{E}_k^{(0)}$$

$$\{ \} \text{ の中は } \lambda = \frac{W_m - 1}{W_m} \quad m=1, 2, \dots, n$$

ならば 0 になる。それゆえに λ についても n つぎの多項式であり、 $\lambda=1$ のとき $f(\lambda)=1$ となるものである。

このために多項式として JACOBI の多項式 (固有値の分布の既知の場合)、または CHEBYSHEV の多項式 (固有値の分布のわからない場合) が用いられる。

数値計算上の (丸め誤差) 不安定性を除くために (21. b) のかわりにつぎの (21. c) を用いることができる。

$$\phi^{(n)} = \phi^{(n-1)} + \alpha_n(\phi^{(n)*} - \phi^{(n-1)}) + \beta_n(\phi^{(n-1)} - \phi^{(n-2)}) \quad (21. c)$$

(ここの議論の詳細については参考文献を参照されたい)。

Combined Over-Relaxation and Polynomial Generation (SORPG SLORPG) SOR と SLOR の方法では固有値が複素数になることがあるので、実数を前提とする RPG 法はそれにつけて用いることができない場合もある。SOR, SLOR における mesh-sweep を往復型 (forward-backward) にすることによって、すべての固有値を実根とすることができる。それゆえに RPG の方法を適用できる。たとえば SLOR に RPG を適用した SLORPG の式は

$$\phi_{ij}^{7n} = \phi_{ij}^{(n-1)}(1-\alpha) + \frac{\alpha}{f} \left[a\phi_{i-1,j}^{7n} + c\phi_{i+1,j}^{7n} + d\phi_{i,j-1}^{7n} + e\phi_{i,j+1}^{(n-1)} + S_{ij} \right] \quad (22. a)$$

$$\phi_{ij}^{(n)} = \phi_{ij}^{7n}(1-\alpha) + \frac{\alpha}{f} \left[a\phi_{i-1,j}^{n*} + c\phi_{i+1,j}^{n*} + d\phi_{i,j-1}^{7n} + e\phi_{i,j+1}^{n*} + S_{ij} \right] \quad (22. b)$$

$$\phi^{(n)} = \phi^{(n-1)} + \alpha_n(\phi^{(n)*} - \phi^{(n-1)}) + \beta_n(\phi^{(n-1)} - \phi^{(n-2)}) \quad (22. c)$$

上の (22. a) (22. b) 上の固有値は $0 < \lambda \leq \lambda_{\max} \approx \alpha - 1 < 1$ の範囲にある。

SORPG と SLORPG の方法は前の分類の第 2 番目にあたり、少し複雑になるのが欠点であり、実際計算機の経験を積む必要があろう。

Alternating-Direction Implicit (or Peaceman-Rachford Iteration) (略称 ADI) 第 3 の方法に当る ADI という方法は 1955 年 PEACEMANN, RACHFORD の 2 人によって考案された方法で、これを WACHSPRESS が拡張した。マトリックス形式で書くと

$$\left. \begin{aligned} [H+W_n I+K]\phi^{7n} &= -[V-W_n I]\phi^{(n-1)}+S \\ [V+W_n I+K]\phi^{(n)} &= -[H-W_n I]\phi^{7n}+S \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

それゆえに誤差の式は

$$E^{(n)}=[V+W_n I+K]^{-1}[H-W_n I][H+W_n I+K]^{-1} \times [V-W_n I]E^{(n-1)}$$

行列 H と V が交換可能 ($HV=VH$) で, $K=0$ のときは誤差の減少は

$$R_n(\lambda, r) = \prod_{k=1}^n \left(\frac{\lambda - W_k}{\lambda + W_k} \right) \left(\frac{r - W_k}{r + W_k} \right) : \lambda \text{ と } r \text{ は } H$$

と V の固有値

この式の最大値は近似的に

$$R_n(\lambda, r)_{\max} = \left[\frac{1-x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}} \exp\left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{1-x}\right) \right]^4 \quad (24)$$

ここに

$$(a) \quad \alpha \leq \lambda, \quad r \leq \beta$$

$$(b) \quad W_k = \beta x^{k-1}, \quad k=1, 2, \dots, n \text{ および } 0 < x < 1$$

$$(c) \quad W_n \leq \alpha$$

パラメーター x は所要の R をうるように選ばれる。

ADI による行列方程式の解法は厳密性を欠くにもかかわらず、収束が早いという点でよく用いられる。

4.3 諸種の計算法の比較

さて mesh を sweep する回数 (すなわち, くりかえし回数 n) の比較表は次表のようである。ここで R を誤差の減少率, $R=E^{(n)}/E^{(0)}$, $1-\lambda_M=\epsilon$, $\epsilon \ll 1$ とする。

第2表 Sweep の回数 n の比較

	SR	SLR	SOR	SLOR	RPG	LRPG	SLORPG	*ADI
式	$-\frac{\ln R}{\epsilon}$	$-\frac{\ln R}{2\epsilon}$	$-\frac{\ln\left(\frac{R}{n}\right)}{\sqrt{8\epsilon}}$	$-\frac{\ln\left(\frac{R}{n}\right)}{\sqrt{16\epsilon}}$	$-\frac{\ln\left(\frac{R}{2}\right)}{\sqrt{2\epsilon}}$	$-\frac{\ln\left(\frac{R}{2}\right)}{\sqrt{4\epsilon}}$	$-\frac{\ln\left(\frac{R}{2}\right)}{4\sqrt{32\epsilon}}$	$2 + \frac{2\ln \epsilon}{\ln x}$
$R=0.02$ $\epsilon=0.01$	390	195	26	17	33	24	8	($x=0.175$) 8
$R=0.02$ $\epsilon=0.0001$	39,000	19,500	350	210	330	240	20	($x=0.175$) 14
$R=0.002$ $\epsilon=0.01$	620	310	35	24	49	35	10	($x=0.32$) 10
$R=0.002$ $\epsilon=0.0001$	62,000	31,000	430	300	490	350	32	($x=0.32$) 18

* x は (24) 式から R に関係する。

つぎに mesh sweep の時間は ADI 以外はほとんど同じで, ADI 法は SOR よりも 1 点あたりの演算時間は 50% の増となる。SOR 法では各点で, 5 回の乗算と 6 回の加算を要するに対し, ADI 法では 6 回の乗算と 9 回の加算プラス逆行列演算がある。

一般に誤差をあらわすのに各点における中性子束の

補正の和が用いられる。すなわち

$$\begin{aligned} \epsilon^{(n)} &= \sum_{ij} |(\phi_{ij}^{(n)} - \phi_{ij}^{(n-1)})| = \sum_{ij} |(E_{ij}^{(n)} - E_{ij}^{(n-1)})| \\ &= (1-\lambda) \sum_{ij} |E_{ij}^{(n-1)}| \end{aligned}$$

以上の議論のほかには source iteration の議論があるが, ここでは省略する。

5. 計算機プログラムおよび計算方法

4 までの解析的方法とこの章の計算方法との内容の区別はそう明確なものではない。大半は 1 に属していて, プログラムおよび計算方法に関するものは [1378] [1843] [325] などである。ここでは [1843] の“軽水減速型炉の設計のための計算機の役割”としていろいろの reactor code の分類をおこなっているものを紹介

する。

原子炉核計算における高速計算機の使用はいまでは常識であって, 計算機を用いることによって炉設計の技術は非常な進歩をとげた。しかし断面積のデータの不適から, また計算機が臨界試験の全部を代行する能力のないことから, まだわれわれのうる情報は完全で

はないが、終局的には臨界試験などをほとんどすることなしに計算機だけによって、新しく炉を設計することが可能になるであろう。3次元の depletion code

(臨界の大きさや中性子束のみでなく、燃料の燃焼の過程を計算によって出すコード) が進歩すれば、炉を全出力で運転するときの予測がえられるわけである。

炉設計の第1段階では、いろいろのパラメータの範囲を推定するのに、one-dimensional codes を用いる。life history (depletion) codes からえられる情報によって、パラメータの範囲はさらにせばめられる。つぎに第2段階では two-dimensional codes, three-dimensional codes を用いる。

[1843] の section 2 では小数群コード (few-group codes) に用いられるパラメータの準備のコードを、section 3 と 4 では一次元、二次元、三次元コードを (少数群拡散理論) 説明する。Section 5 では輸送問題を、section 6 では結論がのべられている。

5.1 種々のコード

微視的断面積は近似的スペクトルの上で平均される。このような計算をするコードは diffusion code 自身の中にあることもあり、補助コードを用いることもある。IBM 704 MUFT-IV はその補助コードの1例である。このほかに IBM-704 SOFOCATE (1843-10) がある。ここは WIGNER-WILKINS スペクトルと対応する thermal group に対する巨視パラメータを計算する。

つぎに1次元コード (one-dimensional codes) には、非常に多くのコードはいろいろのタイプの計算機用にあるが、IBM-704 code WANDA (1843-12) はそのもっとも代表的なものである。エネルギーグループの幅は $\Delta u_i \gg 1$ という条件があるので、熱外中性子および高速領域を3群以上にわけすることはできない。WANDA の中で用いられる差分方程式は3点方式でつぎの形である。

$$-a_{ni}\varphi_{n+1,i} + b_{ni}\varphi_{n,i} - c_{ni}\varphi_{n-1,i} - e_{ni}\varphi_{n,i-1} = d_{ni} \quad (25)$$

ここに i はグループの番号、 n は mesh の番号をあらわす。上の方程式は反復法で解かれる。

WANDA コードのほかに、depletion code として IBM 704 CANDLE (1843-13) がある。CANDLE は Bettis の Atomic Division で作られたものであるが、これと似た3群コードに IBM 704-BOX code がある。(これは Knolls Atomic Power Laboratory で作られた)。

5.2 2次元以上のコード

つぎに2次元コード (two-dimensional codes) の代表的なものに IBM-704 CURE (1843-17) および PDQ (1843-18) コードがある。これはいずれも差分方程式を5点方式でとくが、機械時間を最小にするために新しい方法をとっている。(1843-19)[633]

Source iteration (outer iteration という) は CHEBYCHEV 多項式を用いることによって加速されているが、CURE と PDQ の2つのコードの効率にほとんど差はない。しかし group iteration (inner iteration という) には本質的な相違があって、PDQ は YOUNG-FRANKEL successive over-relaxation method を、CURE では The Alternating Direction Implicit Method (ADI) を用いている。ADI 法は mesh の幅が小さいとき (拡散距離ではかった) はとくに有効であるように思えるが、YOUNG の方法にくらべて複雑であり、mesh 一つの演算回数が多くかかる。PDQ, CURE コードの depleting コードとしての使用には下記のように1次元コードと連絡する。

(TURBO) PDQ ← CANDLE (PDQ を depletion コードになおしたものが TURBO)

CURE ← BOX

3次元の中性子束の形を計算することは1または2次元の depletion code によって flux-weighted synthesis を用いて計算できる。(1843-24) 3次元コードには TKO, TRIXY (1843-26) FLAME などがある。

5.3 輸送問題

輸送方程式を解くコードにまず IBM-704 S_nG コード (1843-27) がある (S_n 近似)。これは高速炉計算にはとくによい。しかし大容量の軽水減速炉には広く用いられない。

One-velocity transport code に RDR (1843-29) がある。これは discrete ordinate code である。(1 参照)

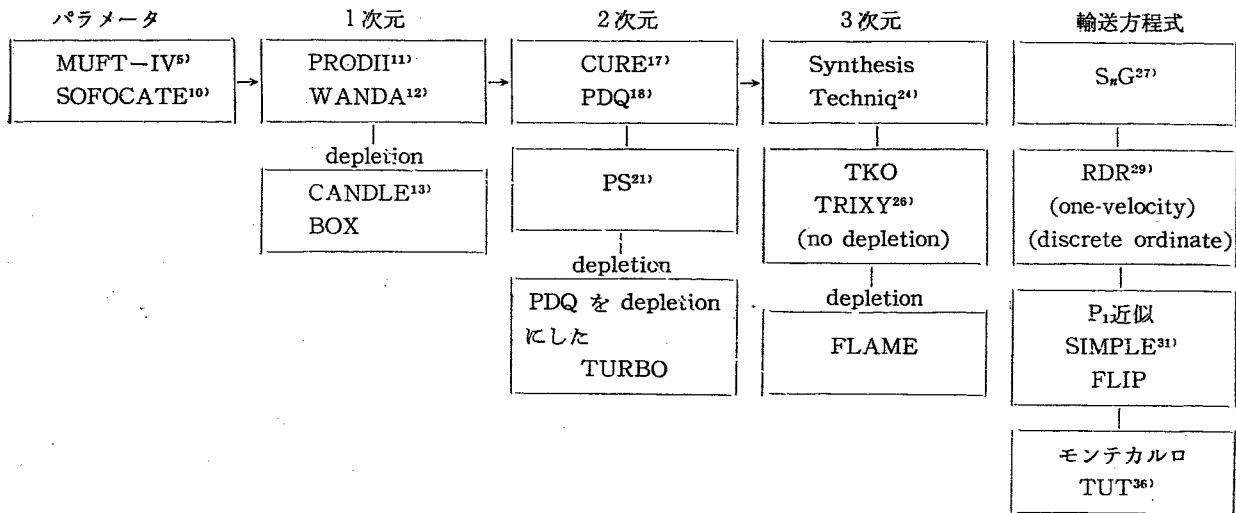
P_1 近似を用いたものに 704 SIMPLE (1843-31) FLIP コードがある。適当な1階の微分方程式群を2階の方程式群になおす。これは拡散方程式に似ているから、プログラミングによって few-group diffusion code は one velocity transport code になおせるのである。

2次元の輸送問題の計算をモンテカルロ法でおこなうものに IBM-704 TUT (1843-36) コードがある。制御棒のモンテカルロによる研究はさらに前進するで

あろうと思われる。

る番号は [1843] の参考文献の番号を示す。

以上のべた諸コードの表を下にまとめる。(ついでい



5.4 小容量計算機向きの計算方法

記憶容量も少なく、計算速度もおそい計算機のための2群多領域の計算方法についての議論が [1378] でなされている。

数学的方法是 SCHMID の方法 (1378-1) を用いていて、記憶容量の制限からセルの数は 6 を越えられない。考える微分方程式は

$$\left. \begin{aligned} D_f \nabla^2 \phi_f - \Sigma_f \phi_f + \frac{k}{p} \Sigma_t \phi_t &= 0 \\ D_t \nabla^2 \phi_t - \Sigma_t \phi_t + p \Sigma_f \phi_f &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

であって、拡散係数は領域ごとに異なってよい。

境界条件は ϕ_f , ϕ_t は炉内で連続で、外部境界で 0, セルの境界面で中性子流 $D_f \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_f$, $D_t \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_t$ は連続とする。

球型炉では

$$\left. \begin{aligned} \phi_f(r) &= r \phi_f \\ \phi_t(r) &= r \phi_t \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

とおくと (26) 式は

$$\left. \begin{aligned} \phi_f'' - \kappa_f^2 \phi_f + k C_f^2 \phi_t &= 0 \\ \phi_t'' - \kappa_t^2 \phi_t + C_t^2 \phi_f &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。ここで

$$\kappa_f^2 = \frac{\Sigma_f}{D_f}, \quad C_f^2 = \frac{\Sigma_t}{p D_f} = \frac{\kappa_t^2 D_t}{p D_f} \quad (29. a)$$

$$\kappa_t^2 = \frac{\Sigma_t}{D_t}, \quad C_t^2 = \frac{p \Sigma_f}{D_t} = \frac{p \kappa_f^2 D_f}{D_t} \quad (29. b)$$

さて (28) 式をベクトル形式に書いて

$$\frac{d}{dr} \mathbf{v}(r) = \mathbf{M} \mathbf{v}(r) \quad (30)$$

ここに

$$\mathbf{v}^T(r) = [\phi_f \phi_f' \phi_t \phi_t'] \quad (31)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \kappa_f^2 & 0 & -\kappa_f^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -C_t^2 & 0 & \kappa_t^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

原点における中性子束の連続条件と外部境界で中性子束が 0 になることを式で書くと

$$\mathbf{v}^T(0) = [0, \phi_f(0), 0, \phi_t(0)] \quad (33. a)$$

$$\mathbf{v}^T(r_n) = [0, \phi_f'(r_n), 0, \phi_t'(r_n)] \quad (33. b)$$

以上を準備して、まず微分方程式の理論から

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}(r) &= \exp\{(r-r_i)\mathbf{M}\} \mathbf{v}(r_i) \\ (r_i \leq r \leq r_{i+1}; r_0 &= 0) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

上の式で $r=r_{i+1}$ とおけば

$$\mathbf{v}(r_{i+1}) = \exp(d_i \mathbf{M}) \mathbf{v}(r_i) \quad (35)$$

ここに $d_i = r_{i+1} - r_i$ は i 番目のセルの厚さである。

行列 $T(d_i) = \exp(d_i \mathbf{M})$ を transfer matrix と名づける。

つぎに中性子束と中性子流の連続条件から

$$\mathbf{v}(r_{i+1}) = U_{i,i-1} \mathbf{v}(r_i) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (36)$$

結局 $\mathbf{v}(r_n)$ と $\mathbf{v}(0)$ との関係は

$$\mathbf{v}(r_n) = \mathbf{W} \mathbf{v}(0) \quad (37)$$

ここに

$$\mathbf{W} = T(d_n) U_{n,n-1} T(d_{n-1}) \dots U_{21} T(d_1) \quad (38)$$

(37) 式を書く

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \phi_f'(r_n) \\ 0 \\ \phi_t'(r_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_f(0) \\ 0 \\ \phi_t(0) \end{pmatrix}$$

$$0 = w_{12} \phi_f(0) + w_{14} \phi_t(0)$$

$$0 = w_{32} \phi_f(0) + w_{34} \phi_t(0)$$

$$\therefore \begin{vmatrix} w_{12} & w_{14} \\ w_{32} & w_{34} \end{vmatrix} = 0 = \Delta(\lambda)$$

$$\text{かつ } \frac{\phi_f(0)}{\phi_t(0)} = -\frac{w_{14}}{w_{12}}$$

$\phi_t(0)=1$ なるように標準化しておけば,

$$\phi_f(0) = -\frac{w_{14}}{w_{12}}$$

$T(d)$ の評価

$T(d)$ の計算には

$$T(d) = C_0 M^3 + C_1 M^2 + C_2 M + C_3 I \quad (I \text{ は単位行列}) \quad (39)$$

とおいて係数を求める。いま M の固有方程式を考える。

$$\det |M - \mu I| = \mu^4 - (\kappa_f^2 + \kappa_t^2) \mu^2 - (k-1) \kappa_f^2 \kappa_t^2 = \mu^4 - p \mu^2 - q = 0$$

$$p = (\kappa_f^2 + \kappa_t^2), \quad q = (k-1) \kappa_f^2 \kappa_t^2$$

$$D^2 = (p^2 + 4q)^{\frac{1}{2}} > 0 \quad (40)$$

M の固有値は

$$\pm \mu_1 = \pm \left[\frac{p + D^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \pm \mu_2 = \pm \left[\frac{p - D^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

もし $q \rightarrow 0$ ならば $\mu_2 \rightarrow 0$, しかし $\mu_1 \neq 0$ である。

$k \leq 1$ のときはすべての固有値は実根となる。

$k > 1$ のときは2根は実根で、2根は虚根となる。

以後は $q \neq 0$ とする。

さて M ((31)式) の固有値 $\pm \mu_1, \pm \mu_2$ を用いて $T(d) = \exp(dM)$ をあらわそうとする。そのために SYLVESTER の定理を用いて,

$$T(d) = -\frac{(\mu_2^2 I - M^2)}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \left[I \cosh \mu_1 d + M \frac{\sinh \mu_1 d}{\mu_1} \right] + \frac{(\mu_1^2 I - M^2)}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \left[I \cosh \mu_2 d + M \frac{\sinh \mu_2 d}{\mu_2} \right] \quad (41)$$

それゆえに (39) 式の係数 C_0, C_1, C_2, C_3 は

$$C_0 = \frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \left[\frac{\sinh \mu_1 d}{\mu_1} - \frac{\sinh \mu_2 d}{\mu_2} \right]$$

$$C_1 = \frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} [\cosh \mu_1 d - \cosh \mu_2 d]$$

$$C_2 = \frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \left[-\mu_2^2 \frac{\sinh \mu_1 d}{\mu_1} + \mu_1^2 \frac{\sinh \mu_2 d}{\mu_2} \right]$$

$$C_3 = \frac{1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} [-\mu_2^2 \cosh \mu_1 d + \mu_1^2 \cosh \mu_2 d]$$

以上は $q = (k-1) \kappa_f^2 \kappa_t^2 \neq 0$ の場合であったが $q=0$ のときの $T(d)$ は $q \rightarrow 0$ とすることによってえられる。

$$(30) \text{ 式 } \frac{d}{dr} \mathbf{v}(r) = M \mathbf{v}(r) \text{ を初期条件}$$

$\mathbf{v}^T(0) = [0 - w_{14}/w_{12} 0 1]$ で解いて $\mathbf{v}(r)$ がえられる。

また $\phi = r \phi$ の関係から中性子束ベクトル

$$\mathbf{u}(r) = [\phi_f \phi_f' \phi_t \phi_t'] \text{ がえられる。}$$

6. モンテカルロ法の応用

モンテカルロ法は従来のような方程式をたてて解を求めるという方法とまったく異なって、現象そのもののシュミレーションを電子計算機上で再現しようとするものである。近來原子炉の遮蔽の問題、共鳴積分の計算などその他原子炉に関するいろいろの計算に用いられるようになった。

モンテカルロ法は確率論の大数の法則に基づいていて、確率的事象を乱数 (random number) を用いて再現する。よく用いられる乱数は0と1との間の一様乱数であって、それは0と1との間から無作為にとり出した数列からなっている。計算機上でまったく random な乱数を発生することは不可能であるが、実用上差支えない程度の randomness をもつ乱数を作ることにはできる。またその他の方法で作成され、randomness の検定された乱数表もできている。

原子炉へのモンテカルロ法の応用は、まず1個の中性子の歴史を乱数をもって作ることである。そして多

数の中性子の歴史の集積から、巨視的現象のある映像を作ることができて、試行回数を多くすればするほど精度のよい結果をうることができる。

このジュネーブ論文では [1194] がモンテ・カルロ法の基本的な方法を知るのにもっとも適している。

この論文の方法で軽水中の中性子の trajectory をしらべてみよう。

衝突1回ごとに4個の乱数 $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ を用意する。

第1回目の衝突はあとでのべることにして一般に i 番目の衝突をしらべてみる。

まず乱数 ξ_1 によって $i-1$ 番目の衝突から i 番目の衝突までの距離を

$$r_i = -\frac{1}{\Sigma_T^{(i-1)}} \log \xi_1 \quad (42)$$

によって求める。ここに $\Sigma_T^{(i-1)}$ は全実効断面積 (cm^{-1}) をあらわす。

さて σ_0 , σ_H をそれぞれ酸素, 水素の全実効断面積とし, またエネルギー E_{i-1} ($i-1$ 番目の衝突後のエネルギー) における酸素の弾性散乱断面積を σ_0' として

$$\alpha = \frac{\sigma_0}{\sigma_0 + 2\sigma_H} \quad (43)$$

$$\beta = \frac{\sigma_0'}{\sigma_0 + 2\sigma_H} \quad (44)$$

第2の乱数 ξ_2 は i 番目の衝突の性質を決定する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 > \alpha & \text{ ならば 酸素との衝突} \\ \alpha > \xi_2 > \beta & \text{ ならば 吸収} \\ \xi_2 < \beta & \text{ ならば 水素との衝突} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

ときめる。

最後に ξ_3 , ξ_4 は方向余弦をきめるのに用いられる。そのため i 番目の衝突のまえの方向を α_{i-1} , β_{i-1} , γ_{i-1} とし衝突後の方向を α_i , β_i , γ_i とする。誤差をなるべくさけるために $\gamma_{i-1} < 0.5$ のときと $\gamma_{i-1} > 0.5$ のときとをわける。

a) $\gamma_{i-1} < 0.5$ のとき

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \cdot \frac{\beta_{i-1} \sin 2\pi\xi_4 - \alpha_{i-1}\gamma_{i-1} \cos 2\pi\xi_4}{\sqrt{\alpha_{i-1}^2 + \beta_{i-1}^2}} \\ &\quad + \alpha_{i-1}f(\xi_3) \\ \beta_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \cdot \frac{-\alpha_{i-1} \sin 2\pi\xi_4 - \beta_{i-1}\gamma_{i-1} \cos 2\pi\xi_4}{\sqrt{\alpha_{i-1}^2 + \beta_{i-1}^2}} \\ &\quad + \beta_{i-1}f(\xi_3) \\ \gamma_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \sqrt{\alpha_{i-1}^2 + \beta_{i-1}^2} \cos 2\pi\xi_4 + \gamma_{i-1}f(\xi_3) \end{aligned}$$

b) $\gamma_{i-1} > 0.5$ のとき

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \cdot \frac{-\gamma_{i-1} \sin 2\pi\xi_4 - \alpha_{i-1}\beta_{i-1} \sin 2\pi\xi_4}{\sqrt{\gamma_{i-1}^2 + \alpha_{i-1}^2}} \\ &\quad + \alpha_{i-1}f(\xi_3) \\ \beta_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \sqrt{\gamma_{i-1}^2 + \alpha_{i-1}^2} \cos 2\pi\xi_4 + \beta_{i-1}f(\xi_3) \\ \gamma_i &= \sqrt{1-f^2(\xi_3)} \cdot \frac{\alpha_{i-1} \sin 2\pi\xi_4 - \beta_{i-1}\gamma_{i-1} \cos 2\pi\xi_4}{\sqrt{\gamma_{i-1}^2 + \alpha_{i-1}^2}} \\ &\quad + \gamma_{i-1}f(\xi_3) \end{aligned}$$

これによって中性子のパスの方向 $\vec{Q}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ が求まる。ところで $f(\xi_3)$ は衝突の種類によってことなっておりつぎのようにして与えられる。

〔I〕 水素と衝突したとき

$$E_i = \xi_3 E_{i-1}$$

$$f(\xi_3) = \sqrt{\xi_3}$$

とする。

〔II〕 酸素と衝突したとき

$$E_i = E_{i-1}$$

とする。 $f(\xi_3)$ の計算はつぎの3つのばあいにかけて

考える。

a) $E \geq 0.897 \text{ MeV}$ のとき LA 2016 の表を利用して二重補間法によって $f(\xi_3)$ をさだめる。 E_i は一般に表の値 E_n , E_{n+1} の間にあるからまず E_n に対応する表のところで

$$P_{11} < \xi_3 < P_{21}$$

となる P_{11} , P_{21} を求め, また $\cos \theta_{11}$, $\cos \theta_{21}$ も求めておく。

(B) E_{n+1} の表で

$$P_{12} < \xi_3 < P_{22}$$

となる P_{12} , P_{22} を求め, また $\cos \theta_{12}$, $\cos \theta_{22}$ も求めておく。そして

$$\begin{aligned} f(\xi_3) &= \frac{E_i - E_n}{E_{n+1} - E_n} \left[\frac{\xi_3 - P_{22}}{P_{12} - P_{22}} \cos \theta_{12} + \frac{\xi_3 - P_{12}}{P_{22} - P_{12}} \cos \theta_{22} \right] \\ &\quad + \frac{E_i - E_{n+1}}{E_n - E_{n+1}} \left[\frac{\xi_3 - P_{21}}{P_{11} - P_{21}} \cos \theta_{11} + \frac{\xi_3 - P_{11}}{P_{21} - P_{11}} \cos \theta_{21} \right] \end{aligned}$$

b) $347 \text{ keV} < E < 544 \text{ keV}$ のとき, 同じ文献の表で $f(\xi)$ を求める。

$\xi = \times \times \times \times \times 0 0 0 0 0$ の形を $0 0 0 0 0 \times \times \times \times$ とし

$$P_i \leq \xi_3 \leq P_{i+1}$$

となる P_i , P_{i+1} をとり, まえと同じく $\cos \theta_i$, $\cos \theta_{i+1}$ をも求めて

$$\begin{aligned} f(\xi_3) &= 1 - 2 \left[\frac{2\xi_3 + \cos \theta_{i+1} - 1}{\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i} P_i \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\xi_3 + \cos \theta_i - 1}{\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1}} P_{i+1} \right] \end{aligned}$$

とする。

c) $E < 0.897 \text{ MeV}$ のとき

$$f(\xi_3) = 2\xi_3 - 1$$

したがって i 番目の衝突の後の中性子の位置 (x , y , z) は

$$x_i = x_{i-1} + r_i \alpha_{i-1}$$

$$y_i = y_{i-1} + r_i \beta_{i-1}$$

$$z_i = z_{i-1} + r_i \gamma_{i-1}$$

として求められる。

さて第1番目の衝突はつぎのようにして定める。

$$\xi_1 = 0 \text{ とする。したがって } r_1 = 0, \alpha_0 = 1, \beta_0 = \gamma_0 = 0$$

出発のとき, 同じエネルギーをもつ中性子の数を N , 中性子の番号を $k(\text{mod. } N)$, また

$$N_H = \left[N \left(1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_0 + 2\sigma_H} \right) \right]$$

$$N_0 = \left[N \frac{\sigma_0'}{\sigma_0 + 2\sigma_H} \right]$$

と置く。ここに $[]$ はガウスの記号すなわち $[x]$ は x の整数部分をあらわすものとする。

また

$k < N_H$ のとき水素との衝突

$N_H < k < N_0 + N_H$ のとき酸素との衝突

$k > N_0 + N_H$ のとき吸収

とする.

η を乱数として, ξ_3 を次式で定める.

$$\xi_3 = \begin{cases} (k-1+\eta)/N_H & (\text{水素との衝突}) \\ (k-1-N_H+\eta)/N_0 & (\text{酸素との衝突}) \end{cases}$$

最後に乱数 ξ_4 を定めればよい.

またこの中性子の life はエネルギーが 1 eV 以下になったとき, または原点からの直線距離が 10 m 以上になったときまでとする.

実際の計算に当っては衝突の分布 $\exp(-\Sigma_E r) \Sigma_E dr$ を $\exp\left(-\frac{\Sigma_E}{N} r'\right) \cdot \frac{\Sigma_E}{N} dr'$ でおきかえると (N は任意の正数), 同等な拡散法則がえられる. これは中性子に荷重

$$N \exp\left\{-\Sigma_E \left(1 - \frac{1}{N}\right) r'\right\}$$

を考えたことになるから i 番目の衝突では, 荷重

$$(N)^i \exp\left\{-\left(1 - \frac{1}{N}\right) \sum_i (\Sigma_{E_{i-1}} r_i)\right\}$$

となり, r_i を与える式 $-(\log \xi_2)/\Sigma_T^{(i-1)}$ を代入して荷重

$$(N)^i \left[\prod_i \xi_1^{(i)} \right]^{(1 - \frac{1}{N})}$$

がえられる. $\xi_1^{(i)}$ は i 番目の衝突のときの ξ_1 である. この中性子の life を利用して平行平面源の軽水中の中性子スペクトル, 軽水との反射, アルベド, 軽水の年令の計算がおこなわれる. IBM 650 のためのフローチャートは原論文 [1194] を参照されたい.

この他モンテカルロ法はシールドの計算にも用いられている [1194]. モンテカルロ法一般についてのくわしい文献は

H. A. MEYER (ed.): Symposium on Monte Carlo Methods (1956)

で知ることができる.

文

献

第2回ジュネーブ会議報文

- [633] E.L. WACHSPRESS, P.M. STONE, C.E. LEE: Mathematical techniques in two-space-dimension multigroup calculations.
- [639] E.H. BAREISS: A survey and classification of transport theory calculation techniques.
- [1194] PIERRE LAFORE, ROBERT LATTES, JEAN-PAUL MILLOT: Étude de la propagation des neutrons rapides dans l'eau par des méthodes de Monte-Carlo.
- [1378] S. ALBERTONI, G. BORTONE, B. FALESCHINI, C. TAMAGNINI: A one-dimensional saving code for

parametric studies on a slow digital computer based on matrix scheme.

- [1843] R. EHRLICH, E.M. GELBARD, G.J. HABETLER, E.L. WACHSPRESS: Nuclear design with large digital computers.
- [2386] B.G. CARLSON, G.I. BELL: Solution of the transport equation by the S_n method.

その他

- 1) B.G. CARLSON: Solution of the transport equation by S_n approximation, LA 1891 (1955).

重水炉の核計算および含水素減速炉との比較

1. 概 説

本報ではB-18の会議での論文を中心に紹介する。ここでは重水ウラン系と、水素と重水素の減速系の原子炉物理が扱われており、結局重水炉の核設計計算と、これに必要な実験資料が主になっており、これに含水素減速材炉が加わった形になっている。

全体的にみて、核設計計算の大枠は、いろいろ批判はされているが、結局従来の2組拡散近似と4因子公式が使われている。しかしその扱い方、あるいはその見方は相当変わってきている。第1回のジュネーブ会議でもすでにこの傾向はみられたが、まだ2組拡散近似と4因子公式の改良に努力が払われてきた。しかし今回は、それらを実験資料の解析に使い、それを土台にして進んでゆく方針がとられている。したがって、もちろん2組近似、4因子公式の適用性について議論はしているが、これの改良への努力よりもむしろこれを使って実験を満足に解析してゆくことへ努力が払われている。すなわち実験を足がかりにして、簡単な計算式で広範囲にわたる設計計算を進めようというわけ

である。このため各因子の算出方法については詳細な検討がなされており、各段階で実験との比較検討をしている。したがって、いきおい広範囲にわたる多くの実験資料が要求される。この点が今回の特徴でもあり、簡単な過程で非常に多くの実験資料を蓄積し、その信用度について十分議論している。以上のような観点のため、炉内の実験孔とか、温度の影響、あるいは炉の長期変化について詳細に扱った論文はほとんどみあたらなかった。

本報では第1節で裸の炉の臨界方程式を扱い、各因子の算出方法について比較検討する。第2節では反射体付き、あるいは制御棒をもっている複雑な炉の臨界方程式を扱い、第3節では実験孔とか温度の影響、あるいは炉の長期変化などの炉の核的特性の算出方法を調べる。実験との比較検討は、それぞれについて各節でしてゆくが、最後の第4節で理論と実験との関係を考え、実験資料をまとめる。

2. 裸の炉の臨界方程式

裸の炉の臨界方程式としては、今回も第1表に示してあるように、よく知られている4因子公式と2組近似が一般に使われている。しかし大略の傾向を求めた[245]の場合を除いては、それぞれ臨界方程式の適用にくふうがなされている。すなわち、あとで詳細にのべるように、 η を実験と合わせるパラメーターとしたり[151][335][336][1841]、 ρ をそのパラメーターと

とったりしている[212][336][590]。[2387]では M^2 の測定のために使われているが、[1336]では B^2 を実験に合うように補正している。もちろん、4因子公式と2組近似の扱いでは、熱外中性子領域に困難な問題が出てくるが、この問題についての考察もなされている。[336]には問題点として、中性子スペクトルがMAXWELLと $1/E$ の形からずれること、減速の法則

第1表 裸の炉の臨界方程式

文 献	臨 界 方 程 式
[151]	$\eta \epsilon \rho f = (1 + L^2 B^2) \exp(\tau B^2)$ (1)
[212][245][335][336][1336][1841][2387]	$\eta \epsilon \rho f = (1 + L^2 B^2)(1 + \tau B^2)$ (2)
[590]	$\eta \epsilon \rho f = (1 + L^2 B^2)(1 + \tau_1 B^2) \exp(\tau_2 B^2)$ ($\tau_1 = 0.378$, $\tau_2 = 0.622$) (3)
[1841]	$\eta \epsilon \rho f = 1 + M^2 B^2$ (4)
[2036]	$\eta \epsilon \rho f (1 + \zeta) = (1 + L^2 B^2) \exp(\tau B^2)$ ($\zeta = W[\delta(1 + L^2 B^2) - 1]$) (5)

に核の熱運動の影響を入れなくてはならないこと、および吸収ともれが平衡状態になる前にあることの3点をあげている。これらの問題の解決法として、1つにはスペクトルの転移するエネルギーを高くとり、それ以下のスペクトルを仮想的な中性子温度で表わすこと、第2には、これに対し、減速材温度での MAXWELL 分布の上に減速によるものを重ねるとともに、吸収を考慮して $1/E$ スペクトルの仮想的な境界をきめることが考えられる。結局熱外中性子の吸収ともれの評価に寄せられるわけで、前者は η と f に影響し、後者は熱中性子スペクトルのずれより L^2 と τ に影響する。さらに減速中の吸収の影響と、熱外中性子による核分裂の影響を新しく考慮しなければならない。これについて [1336] では、有効熱中性子温度の概念で η , f および L^2 に対する影響を算出し、またスペクトルの転移エネルギーを高くとって、減速中の吸収を考慮した τ を求めている。そしてさらに共鳴吸収のおこるエネルギー領域の核分裂の影響を、近似的に多数組近似で評価している。[1841] でも、(4) 式は大略の傾向をみるために使われたのだが、(2) 式の導出には前述の問題が考慮されている。すなわち熱中性子群の境界を、散乱によってその群より飛出さないようなエネルギーをとり、 P_1 近似での m 組近似の減速拡散方程式より、

$$1 = \frac{(\eta f)_1(1-p_1)}{1+\tau B^2} + \frac{(\eta f)_2 p_1}{(1+L^2 B^2)(1+\tau B^2)} \quad (6)$$

なる2組近似の臨界方程式をまず導出している。ここで

$$\left. \begin{aligned} (\eta f) &= \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}, & p_1 &= \frac{\Sigma_{r1}}{\Sigma_{r1} + \Sigma_{a1}} \\ \tau &= \frac{D_1}{\Sigma_{r1} + \Sigma_{a1}}, & L^2 &= \frac{D_2}{\Sigma_{a2}} \\ \Sigma_{a,i}(B) &= \int du' \Sigma_{a,i}(u') \phi(u', B) / \int du' \phi(u', B) \\ \Sigma_{r1}(B) &= \int_0^{u_T} du' \Sigma_{s0}(u', u_T) \phi(u', B) / \int_0^{u_T} du' \phi(u', B) \\ D(B) &= \int du' J(B, u') / \int du' \phi(u', B) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となっている。この(6)式でさらに速中性子群を ^{238}U の核分裂のしきい値、 0.8 MeV で二分し、かつ 0.8 MeV 以下の速中性子群の吸収を ^{235}U の核分裂に比例する部分と、その残り Σ_{a1}^{2R} に分割する。これより減速拡散方程式は

$$\left. \begin{aligned} [D_1 B^2 + \Sigma_1] \phi_1 &= \frac{\eta f \Sigma_{a2} \phi_2}{p_1} \\ [D_2 B^2 + \Sigma_{a2}] \phi_2 &= p_1 \phi_1 \Sigma_1 \phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

と書け、臨界方程式は(2)式の形になるわけである。したがってこの形の臨界方程式は、 ^{235}U の核分裂に比例する中速中性子の吸収、

$$p_1 = \frac{\Sigma_{r1}}{\Sigma_{r1} + \frac{\nu \Sigma_{f1}^2}{\eta f}} \quad (9)$$

には無関係となり、また中速中性子による核分裂のきちんとした記載もなくなってしまふ。これに対し [2036] では、スペクトルの転移エネルギーを約 0.22 eV にとり、減速拡散方程式¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 q - \frac{1}{L^2(\tau)} q &= \frac{\partial q}{\partial \tau} \\ \nabla^2 N - \frac{1}{L_T^2} N &= -\frac{1}{L_T^2} q(\tau_T) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

より臨界方程式として

$$\begin{aligned} (1 + L_T^2 B^2) \left[1 - \int_0^{\tau_T} \frac{k_\infty(\tau)}{L^2(\tau)} \exp\{-W(\tau) - \tau B^2\} d\tau \right] \\ = k_{\infty T} \exp\{-W(\tau_T) - \tau_T B^2\} \end{aligned} \quad (11)$$

が導出され、これより(5)式の形の臨界方程式を求めている。ここで W と δ が中速中性子の吸収、および核分裂の影響を表わしており、それぞれ以下のようにになっている。

$$\left. \begin{aligned} W(\tau_T) &= \int_0^{\tau_T} \frac{1}{L^2(\tau)} d\tau \\ \delta &= \int_0^{\tau_T} \frac{(\eta f)_T \exp\{-W(\tau)\}}{L^2(\tau)} d\tau \\ &\quad \times \left[(\eta f)_T \int_0^{\tau_T} \frac{\exp\{-W(\tau)\}}{L^2(\tau)} d\tau \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

さて以下に順を追って、上記の臨界方程式中に出てきた各因子の計算方法をみてゆこう。まず η の求めかた、およびその値を第2表にまとめる。普通の定義式を使っているのは [212][245][590][1336] である

第2表 η の計算方法とその値

文 献	計算方法	天然ウラン の 値	天然ウラン酸化 物(UO_2)の値
[151]	B^2 の測定	1.303	1.290
[212]	$\eta = \nu_s \hat{\Sigma}_{fs} (\hat{\Sigma}_{as} + \hat{\Sigma}_{as})^{-1}$	1.326	
[245]	定 義	1.337	
[335]	採 用	1.291	
[336]	B^2 の測定	1.294	1.294
[590]	定 義	1.327	
[1336]	$\eta = \nu_s \Sigma_{fU} \Sigma_{aU}^{-1}$	1.322(1.318)	
[1841]	採 用	1.309	

が、さきにのべたように [245] 以外はそれぞれにくふうがなされている。すなわち [212] においては、中速中性子の影響も考慮に入れた断面積²⁾

$$\hat{\sigma} = \sigma_0(g + rs) \quad (13)$$

を使っている。これは MAXWELL 分布に、 $5kT$ より $1/E$ 分布を付加した熱中性子スペクトル

$$f(E)dE \propto \left(\frac{E^2}{(kT)^2} \exp(-E/kT) + \beta A \right) \frac{dE}{E} \quad (14)$$

に対して、反応速度が $nv_0\hat{\sigma}$ で与えられるような断面積を表わしている。 g は MAXWELL 分布に対する因子で、これらはそれぞれ以下のように書き表わせる。

$$\left. \begin{aligned} g &= f(kT) \frac{\sigma(kT)}{\sigma_0} \sqrt{\frac{T}{T_0}} & r &= \frac{\beta}{1 + 1.01\beta} \\ s &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{\Sigma}{\sigma_0} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここで、下付記号の 0 は 2,200 m/sec に対する量を示しており、 Σ は $5kT$ 以上の余剰共鳴積分である。

[590] においては前述のように ρ にしわ寄せをしているので、第2表の値を使っているが、本当の値は 0.2 eV 以下で 1.31 から 1.29 の間にあることをのべている。[1336] では前述のように中性子温度の概念で扱い 1.318 の値を求めている。その他、[151] では 105 個の B^2 の測定値より (1) 式を使い、臨界実験

と指数炉実験、ウラン格子と酸化ウラン格子というふうに分類して η を求めている。第2表の値は臨界実験によるものだが、指数炉実験によるものとしては、ウランに対して 1.316 と 1.320、酸化ウランに対して 1.302 と相当大きい値になっている。もちろんこれらの値は他の因子の計算方法に依存するわけで、[151] でもウランと酸化ウランの η の差は、共鳴吸収の取り扱いかたによっているだろうとのべている。

[336] では $\eta\rho$ 、すなわち η と有効共鳴積分をパラメーターにとり、前者はすべての格子に共通であり、後者は同じ燃料棒のすべての格子に共通であるとして B^2 の測定から η を求めている。[335] も [336] と同様と思われ、[336] 中に書かれている、 ε に普通の計算式を適用したときに出てくる値を使っている。

[1841] では (6), (8) 式の際のべたように ηf と熱中性子の効果を1つにして考えている。しかし η を濃縮度以外のすべての格子パラメーターに無関係な量として分離するのも一応よい近似であるとのべている。ここで扱っているのは軽水炉であるが、WIGNER-WILKINS のスペクトル硬化を使って η を算出し、天然ウランに対しては MAXWELL 分布のとき 1.328 であるのが、1.310 まで減少することを示し、天然ウランの η が 1.309 であることを基礎にすれば、4 因子式で

第3表 ε の算出式

$$[151] \quad \varepsilon - 1 = \left[\nu_f - 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_f} - y \left(\nu_2 + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_f} \right) \right] \frac{R}{\nu_{th}} - \frac{\nu_2 y P_2'}{P_2'} \quad R = \nu_{th} \frac{\nu_1}{\nu_f} \frac{\sigma_f}{\sigma_t} \frac{P_1}{1 - \frac{\sigma_{11} + \nu_1 \sigma_f}{\sigma_t} P_1'} \quad y = \frac{\sigma_{2c}}{\sigma_2} \frac{P_2'}{1 - \frac{\sigma_{22} P_2'}{\sigma_2}} \quad (16)$$

$$[212] \quad \varepsilon - 1 = 0.485 R \frac{1 - \left(1.0243 \frac{\sigma_i}{\sigma_f} - 0.322 \right) R}{1 - \left(0.7245 \frac{\sigma_i}{\sigma_f} - 0.429 \right) R} \quad R = f_A \nu_{th} \frac{\sigma_f}{\sigma_t} \frac{P_c(\Sigma_i a)}{1 - \frac{\sigma_e + \nu_f f_A \sigma_f}{\sigma_t} P_c(\Sigma_i a)} \quad (17)$$

$$[245]^{3)} \quad \varepsilon - 1 = \left(1 + \nu_f F_A \frac{1 - f_A}{1 - E_B} + \frac{I_A}{1 - E_C} \right) \left[f_A \nu_f - \left(1 + \frac{I_A + C_A}{F_A} \right) \right] \frac{R}{\nu_{th}} - (C_B - \nu_f f_A F_A) \frac{1 - f_A}{1 - E_B} + f_A \frac{I_A}{1 - E_C} \\ R = f_A \nu_{th} \frac{F_A}{1 - (\nu_f f_A F_A + E_A)} \quad (18)$$

$$[336] \quad \varepsilon - 1 = \left\{ \nu_f - 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_f} - y \left[(1 - f_A) \nu_f + \frac{\sigma_i}{\sigma_f} \right] \right\} \frac{\nu_f - 1}{\nu_f - 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_f}} \frac{R}{\nu_{th}} - (1 - f_A) y \\ R = f_A \nu_{th} \frac{(\nu_f - 1) \frac{\sigma_f}{\sigma_t} - \frac{\sigma_c}{\sigma_f}}{\nu_f - 1} \frac{P(\Sigma_i a)}{1 - \frac{\sigma_e + f_A \nu_f \sigma_f}{\sigma_t} P(\Sigma_i a)} \quad y = \frac{\sigma_{2c}}{\sigma_2} \frac{P(\Sigma_2 a)}{1 - \left(1 - \frac{\sigma_{2c}}{\sigma_2} \right) P(\Sigma_2 a)} \quad (19)$$

$$[590] \quad \varepsilon - 1 = \frac{\nu_i - 1}{\nu_{th}} R \quad (20)$$

$$[1336] \quad \varepsilon - 1 = \frac{\left[\nu_f - 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_f} \right] \frac{\sigma_f}{\sigma_t} P'}{(1 - P') Q + (1 - Z) P'} + \frac{P' - P}{(1 - P') Q + (1 - Z) P'} \left\{ \left[(1 - Z) Q - \frac{\sigma_i}{\sigma} \right] + \frac{(1 - Z)(1 - Q)}{1 - P' Z} \left[(1 - P) Q + P \frac{\sigma_i}{\sigma} \right] \right\} \\ Z = \frac{\nu_f \sigma_f + \sigma_e}{\sigma_t} \quad 1 - Q = n \frac{a}{\pi b} \{ 1 - \Sigma_D a \exp(\Sigma_D a) [E_1(-\Sigma_D b) - E_1(-\Sigma_D a)] \} \quad (21)$$

$$[1841] \quad \varepsilon - 1 = \frac{(\nu \Sigma_{f1}^{(1)} - \Sigma_{a1}^{(1)}) \phi_1}{\nu (\Sigma_{f2}^{(2)} \phi_2 + \Sigma_{f1}^{(2)} \phi_1)} \quad (22)$$

も一応うまく解析できるとのべている。

つぎに ϵ は第 3 表に示したように大部分 SPINRAD³⁾ の式によっている。すなわちよく知られている GLASSSTONE の教科書中の式は細い中実棒の際にはよいが、その他では ^{238}U の核分裂のしきい値以下のウランによる吸収を考慮しなくてはならなくなる。

[245] では SPINRAD の式をそのまま使っているが、この (18) 式ではしきい値以上と以下の核分裂スペクトルと、しきい値以下の非弾性散乱によるスペクトルの 3 つを考え、これらに関するものをそれぞれ A, B, C を付けて表わしている。これによると天然ウランに対しては³⁾

$$\epsilon - 1 = 0.485R \frac{1 - 3.726R}{1 - 2.431R} \quad (23)$$

となっているが、[212] は

$$\epsilon - 1 = 0.485R \frac{1 - 3.791R}{1 - 2.481R} \quad (24)$$

を与える。[151][336] ではしきい値以下を 1 つにして扱っており、(16), (19) 式はわずかな差はあるが同じ表式になっている。すなわち γ がしきい値以下の吸収を示しており、これをゼロとおけば (20) 式となる。[336] では (19) 式と GLASSSTONE との比較をしており、直径 2.6 cm のときは前者が 1.024 で後者が 1.029 となっているが、直径 4.4 cm では 1.036 に対し 1.046 と差が大きくなっている。[590] では ρ にしわ寄せをするので (20) 式を使っているが、SPINRAD の表式による値も算出し比較している。高速中性子核分裂比 R の値は実験と一応合っているが [151][212][590], [151] にはまだ σ_{12} , σ_{in} , および非弾性散乱によるスペクトルに不確定さがあることを指摘している。房状燃料などの R の計算は、一般に均質化しておこなっている [151][212][336][590]。しかし燃料棒間隔が広いときには、中性子の最初の衝突が燃料中で起る確率が、均質のときより大きいことの補正をしてやらなければならない。これの第 1 次近似としては、1 本の燃料棒に対する R と、その燃料棒を含む均質化した単位セルの R との差だけ増してやればよい [151][212]。

$$R = R_h + (R_s - R_h/n) \quad (25)$$

[336] にはさらに均質化する範囲を、上記の単位セルの概念と、すべての燃料棒を含む最小の曲線をとる考えの 2 つをとり比較している。後者においてはさらに被覆を含む場合と含まない場合にわけている。結局一番最後のとり方が、近似的に非均質の取り扱いをした結果に近いことをのべている。そのほか均質化したと

き重水素の σ_e と σ_{in} の取り方も問題になっている。

[1336] では細い燃料棒のときのみ考えているので普通の式を使っているが、最隣接の燃料棒の影響を近似的に考慮している。なお (21) 式を近似的に R を使って書くと以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon - 1 &= \left(\nu_f - 1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_f} \right) \frac{\sigma_f/\sigma_t}{\sigma_f/\sigma_t + (1-Z)(1-Q)R/\nu_{th}} \frac{R}{\nu_{th}} \\ R &= \nu_{th} \frac{\sigma_f}{\sigma_t} \frac{P'}{1 - ZP'} \frac{1}{Q} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

[1841] の (22) 式は (8) 式の際導出される形で、(7) 式、あるいは ^{238}U の核分裂しきい値までの積分

$$\Sigma_{a,f_1} \phi_1 = \int_0^{u_1} du' \Sigma_{a,f}(u') \phi(u', B) \quad (27)$$

などにより求められる。(22)式においては核分裂しきい値以下の吸収は、あとでのべるように ρ_R に含まれている。

つぎの ρ の計算式としては、第 4 表に示したように大部分 CRITOPH⁴⁾ の考えが適用されている [151][160][212][245][336][590]。すなわち格子間隔が広く、燃料棒が太くなると、減速密度のセル中での空間分布を考慮しなくてはならなくなる。(32)式がこの補正のない普通の表式で、(29)式の $f_1(x)$, $f_2(y, \beta)$ がそれぞれ格子間隔、燃料棒寸法に対する補正である。そして [151][160] では $\psi(y)$, $\phi(x)$ でもってそれぞれ、核分裂により発生した中性子が、その燃料棒中、あるいは他の燃料棒に吸収されることを表わしている。したがって $\phi(x)$ は格子配列によるわけで、(28)式中のはそこに示してあるような平行四辺形の格子に対するものである。これに対し CRITOPH の表式は (30), (31) 式のように、 $(1 - \rho_0)$ でそれ自身の燃料棒に吸収される確率を示し、ほかの燃料棒の影響はそれにかかる因子で表わしている。この方法では共鳴吸収が E_R で起こるとしており、したがって前にのべたようにこれが実験と合せるための臨界方程式のパラメーターとなっている [212][590]。[245] では燃料不利因子 $G_0(\kappa a)$ の計算方法を、のちの f のところでのべる方法に改良しただけで E_R を 100 eV とし CRITOPH の表式をそのまま使っているが、[212] では $G_0(\kappa a)$ のほかに、他の燃料棒の影響を過大評価していた点を z によって改良している。なお (30) 式は、間隔 s の三角格子に対する表式で、実験との比較の結果、 E_R を 25 eV にえらんでいる。[590] では 30 eV をえらんでいるが、ここでも格子間隔が狭い際には ρ の値が E_R によらないことをのべている。[336] でも (32)

第4表 p の算出式

$$[151] \quad -\ln p = \frac{N_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M} \left[\frac{V_0}{V_M} \phi(x) + \psi(y) \right] \quad x = \frac{A_M}{4\pi \tau_M} \quad y = \frac{A_0}{4\pi \tau_M}$$

$$\psi(y) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\exp(-u^2/4y)}{J_1^2(u) + Y_1^2(u)} \frac{du}{u}$$

$$\phi(x) = -x + x \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{a}{b} m^2 + \frac{b}{a} n^2 + 2mn \cos \theta \right) \frac{\pi x}{\sin \theta} \right]$$

$$RI = A + B \sqrt{\frac{S_{\text{eff}}}{M}} \quad S_{\text{eff}} = S_e + \alpha(S_0 - S_e)$$

$$\alpha = 2 \Sigma_s d P_0(\Sigma_s d) \quad \alpha_{\text{cyl}} = 1 - \int_0^{\pi/2} du \int_0^1 \frac{h^2 \cos u - \sin^2 v}{h^3} K i_3(\Sigma d' h) dv \quad (28)$$

$$[160] \quad -\ln p = \frac{N_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M} \left[\frac{V_0}{V_M} \phi(x) + \frac{V_0}{V_a} \psi(y, \beta) \right] = \frac{N_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M} \left\{ \frac{V_0}{V_M} [1 + \underbrace{(\phi(x) + x - 1)}_{f_1(x)}] - \frac{V_0}{V_a} [\underbrace{y - \psi(y, \beta)}_{f_2(y, \beta)}] \right\}$$

$$x = \frac{V_M}{4\pi \tau_M} \quad y = \frac{V_a}{4\pi \tau_M} \quad \beta = \frac{(\xi \Sigma_s)_a}{(\xi \Sigma_s)_M} \quad (29)$$

$$[212] \quad 1 - p = \frac{1}{\alpha_1 + \lambda \alpha_2} F(u^2) (1 - p_0) \quad \alpha_1 = 0.677 \quad \alpha_2 = 0.323 \quad \lambda = \frac{121 - 4\tau}{55.6 - 4\tau} \quad 4\tau = 7.2 \ln \frac{E_R}{1.44}$$

$$F(u^2) = \sum_{i=1}^{12} n_i [\alpha_1 \exp(-\beta_i u^2) + \lambda \alpha_2 \exp(-\beta_i \lambda u^2)] \quad u^2 = \frac{s^2}{4\tau_1} \quad \tau_1' = (121 - 4\tau) \frac{\tau_L}{\tau_M}$$

$$1 - p_0 = (1 - p_{0\infty}) (1 - y) \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_M}{\tau_L} \right) z \right] \quad 1 - p_{0\infty} = \left[\frac{\alpha_1}{4\pi \tau_1} + \frac{\alpha_2}{4\pi \tau_2} \right] \frac{N_0 V_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M} \left(1 - \frac{x\beta}{1 - x(1 - \beta')} \right)$$

$$\tau_1 = 121 - 4\tau \quad \tau_2 = 55.6 - 4\tau$$

$$x = \frac{c}{1 - \kappa_M^2 l^2} \left[1 - \frac{\lambda_B(a \Sigma_{tM}) + \frac{l K_0(a/l)}{K_1(a/l)}}{\lambda_B(a \Sigma_{tM}) + \frac{K_0(\kappa_M a)}{\kappa_M K_1(\kappa_M a)}} \right] \quad \beta = \frac{(1 - c) P_1(a \Sigma_{tR})}{1 - c P_c(a \Sigma_{tR})} \frac{N_0 V_0 R I}{N_0 V_0 R I + V_R (\xi \Sigma_s)_R}$$

$$1 - \beta' = 1 - \frac{(1 - c) P_1(a \Sigma_{tR})}{1 - c P_c(a \Sigma_{tR})} \quad y = \frac{3}{\pi a} \frac{c \kappa_M^2}{(1 - c)(1/l^2 - \kappa_M^2)} \frac{\frac{K_0(a/l) + \lambda_B(a \Sigma_{tM})}{K_1(a/l)} + \frac{l}{l}}{K_0(\kappa_M a) + \kappa_M \lambda_B K_1(\kappa_M a)} \frac{V_0 N_0 R I}{\ln(E_1/E_2)} K_0(\kappa_M s)$$

$$z = \begin{cases} 0 & s > 2\sqrt{\tau(E_R)} \\ 1 & s < \sqrt{2\tau(E_R)} \\ \frac{s - \sqrt{2\tau(E_R)}}{2\sqrt{\tau(E_R)} - \sqrt{2\tau(E_R)}} & \sqrt{2\tau(E_R)} < s < 2\sqrt{\tau(E_R)} \end{cases} \quad \tau(E_R) = \alpha_1 \tau_1 + \alpha_2 \tau_2$$

$$RI = \frac{A}{G_0(\kappa a)} + B \frac{S_{\text{eff}}}{M} \quad S_{\text{eff}} = S_e + \frac{1 - 2E_3(\Sigma_{sc} d)}{G_0(\kappa a)} (S_0 - S_e) \quad (30)$$

$$[245]^{(4)} \quad 1 - p = \frac{1}{\alpha_1 + \lambda \alpha_2} F(r_i^2) (1 - p_0)$$

$$F(r_i^2) = \sum_i n(r_i) \left[\alpha_1 \exp \left(-\frac{r_i^2}{4\tau_1'} \right) + \lambda \alpha_2 \exp \left(-\lambda \frac{r_i^2}{4\tau_1'} \right) \right] \quad 1 - p_0 = (1 - p_{0\infty}) \left(\frac{\tau_M}{\tau_L} - \gamma \right)$$

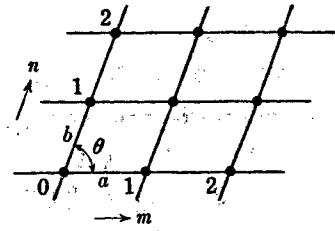
$$1 - p_{0\infty} = \frac{q_M(0, E_R)}{2\pi \int_0^\infty r q_M(r, E_R) dr} \left[\frac{N_0 V_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M G_0(\kappa a)} \right] = \left[\frac{\alpha_1}{4\pi \tau_1} + \frac{\alpha_2}{4\pi \tau_2} \right] \left[\frac{N_0 V_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M G_0(\kappa a)} \right]$$

$$r = 6(1 - p_{0\infty}) \frac{4\tau(E_R)}{d\tau_R} \exp \left(-\frac{s^2}{d\tau_R} \right)$$

$$RI = a \left(1 + \mu \frac{S_{\text{eff}}}{M} \right) \quad S_{\text{eff}} = S_e + \sum_\lambda \alpha_\lambda (S_i)_\lambda \quad \alpha_\lambda = \left(\frac{A_i}{A_e} \right)_\lambda$$

$$A_e = \frac{q}{4\Sigma(E_R)} \left[1 - \frac{1}{\pi S} \sum_v \int_{S_v} \frac{\exp \{ -\Sigma(E_R) R v \}}{R v^2} (\vec{\varrho}_v \cdot \vec{n}) (\vec{\varrho}_v \cdot \vec{n}_v) dS dS_v \right] \quad A_i = q \frac{V_i}{S_i} P(E_R) \quad (31)$$

$$[335] \quad -\ln p = \frac{N_0 V_0 R I}{(\xi \Sigma_s)_M V_M} \quad (32)$$



$$[336] \quad -\ln p = w \frac{N_0 V_0 R I}{(\xi S_0)_M V_M} \quad w = \frac{b^2}{\lambda} \frac{\sum_i \varphi(r_i)}{\int_0^\infty \varphi(r) r dr}$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi r} \exp(-r^2/4\tau) \quad \tau \sim 69.4$$

$$\varphi_2 = \frac{0.677}{4\pi r_1} \exp(-r^2/4\tau_1) + \frac{0.323}{4\pi r_2} \exp(-r^2/4\tau_2) \quad \tau_1 = 90.5 \quad \tau_2 = 25.1$$

$$\varphi_3 = A \left[2K_0 \left(\frac{r}{\sqrt{\tau_2}} \right) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right)^m E_{m+1} \left(\frac{x^2}{4\tau_3} \right) \right] \quad A = 7.76 \times 10^{-3} \quad \tau_1 = 41.3 \quad \tau_2 = 34.2$$

$$RI = A + B \frac{S_{\text{eff}}}{M} \quad \frac{A}{G_0} + \mu B \frac{S_{\text{eff}}}{M} \quad A + B \sqrt{\frac{S_{\text{eff}}}{M}}$$

$$S_{\text{eff}} = S_0 + \alpha(S_0 - S_e) \quad \alpha_{\text{plate}} = 1 - 2E_3(S_0 d) \quad (33)$$

$$[590]^{(4)} \quad RI = \frac{A}{G_0} + B \frac{S_{\text{eff}}}{M} + C \left(\frac{S_{\text{eff}}}{M} \right)^2 \quad S_{\text{eff}} = S_0 + \frac{1}{G_0} (S_0 - S_e)_{\text{eff}} \quad (34)$$

$$[1336] \quad -\ln p = \frac{1}{1/f_r - 1}$$

$$\frac{1}{f_r} - 1 = \left\{ 1 + \sum_{j=1}^N (R_j + \sum_{k < j} B_{kj} + S_j) + \left(R_M + \sum_{j=1}^N B_{jM} + S_M \right) \right\} \left\{ 1 + \sum_{K_j} q_{Kj} \frac{V_{Kj}}{V_M} \sum_{k > K_j}^M \left(\frac{1}{2} B_{Kj,k} + \sum_{j > k}^M B_{kj} + S_k \right) \right\}^{-1} \quad (35)$$

$$[1841] \quad \dot{p}_R = \frac{S_1 - S_{a1}^{2R}}{S_1} \quad S_{a1}^{2R} = S_{a1}^2 - \frac{\nu S_{11}^2}{\eta f} \quad S_1 = S_{r1} + S_{a1}^2 \quad (36)$$

$$[2036]^{(1)} \quad -\ln p = \frac{b}{S_M} [\sqrt{a_1} \sqrt{a_1^2 - a_2^2} F + A(a_1^2 - a_2^2)]$$

$$b = \pi \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{N_0}}{(\xi S_0)_M} \sum_i \frac{\sqrt{\sigma_{ar,i} \Gamma_i^2}}{E_{ri}} \quad A = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{N_0} \int \sigma_a(E) dE}{\sum_i \frac{\sqrt{\sigma_{ar,i} \Gamma_i^2}}{E_{ri}}} \quad (37)$$

式に対して共鳴中性子束の空間分布による補正を考えている。ここではまず共鳴中性子束の源は一樣であるとして吸収による効果を考え、つぎに源が一樣でない効果を考えている。前者の取り扱い方として WIGNER-WEINBERG の補正法と、CRITOPH の方法があるが、前者は単なる近似にすぎず、後者には不正確さがあるので、有効共鳴積分を実験と合わせるパラメーターととっている関係上 [336] ではこの補正をやめている。源の空間分布の補正として (33) 式のように w を導入している。そして E_R としては一応 100 eV をとっているが、 $\varphi(r)$ としては (33) 式に示したような 3 つの形を考えて比較している。ここの φ_2 は CRITOPH の使った (31) 式中の $q_M(r, E_R)$ であるが、このような取り方は物理的意味がないとして φ_3 を採用している。なお φ_2 を使用したときには w が大きくなりすぎることもあつて、有効共鳴積分の形としては、近似的なものとして [245] で使っている S_{eff}/M に線型な形があるが、[336] の第二の形のように本当は燃料の大きさに対する補正 G_0 と、燃料が小さいときにこの積分 RI が発散しないための補正 μ が必要となってくる。また $\sqrt{S_{\text{eff}}/M}$ に線型な形も最近よく使われている [151][336]。[336] ではこれら 3 つの形について考察しているが、実験と合わせるパラメーター

であるから、中実燃料棒の際には一番簡単な S_{eff}/M に線型な形でよいが、房状燃料棒などの広い範囲に適用するにはあとの 2 つの形が必要となってくる。そして G_0 、 μ の補正の考え方は物理的ではあるが適用が困難なので $\sqrt{S_{\text{eff}}/M}$ の形を採用している。 S_{eff} 中の自己遮蔽係数としては一般に (28) 式中の α の表式が使われている。ここで P_0 は平均のもれの確率で⁵⁾,

$$P_0 = \frac{1}{4\pi V} \iiint_0^{R_s} \exp(-\Sigma R) dR (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i) d\Omega dS \\ = \frac{1}{R} \int (1 - \exp(-\Sigma R)) \phi(R) dR \quad (38)$$

で表わされ、板状の際には (30)、(33) 式中の形になる。(28) 式中には円筒燃料棒の際の自己遮蔽係数の形が出ているが、[245] ではさらに隣りの燃料要素の影響まで入れて計算している。(31) 式中の A_i のかつこ中の第 2 項がそれであるが、この項を無視すると

$$\alpha = 4\Sigma(E_R) \frac{V_i}{S_i} P(E_R) \quad (39)$$

となり、(28) 式中の α の形と一致する。[336] では S_0 の取り方について議論しており、板状燃料の際には

$$S_0 = 2(L + nl) + 2(n-1)e \left(1 - \frac{e}{2L} \right) \quad (40)$$

第5表 共鳴吸収積分の値 (barns)

文 献	天 然 ウ ラ ン	天然ウラン酸化物 (UO ₂)	備 考
[212]	$\frac{7.8}{G_0} + 30.2 \frac{S_{eff}}{M}$	$\frac{10.1}{G_0} + 30.0 \frac{S_{eff}}{M}$	使用値
[245]	$7.6 + 24.3 \frac{S_{eff}}{M}$		"
[336]	$2.13 + 9.16 \sqrt{\frac{S_{eff}}{M}}$ $4.3 + 36.9 \frac{S_{eff}}{M}$	$5.18 + 13.5 \sqrt{\frac{S_{eff}}{M}}$	測定値
[590]	$\frac{A}{G_0} + 47 \frac{S_{eff}}{M} - 70 \left(\frac{S_{eff}}{M} \right)^2$ $\begin{cases} \text{円筒棒} & A=6.0 \\ \text{板} & A=6.2 \end{cases}$	$\frac{12.9}{G_0} + 15.3 \frac{S_{eff}}{M}$	"
[1336]	$9.25 + 24.7 \frac{S}{M}$		使用値

第6表 f の算出式

[151] $F; S_4$ 近似 $FF_m = \frac{3a}{2} \lambda \Sigma_{tr} \Sigma_{a_0} + \frac{\Sigma_{a_0} a^2}{\Sigma_{a_1} (b^2 - a^2)} X$ $\lambda \Sigma_{tr} = \frac{4}{3\beta} - H(a \Sigma_{tr})$

$$\beta = 2 \Sigma_{a_0} a \frac{1 - P_c(\Sigma_{tr} a)}{1 - \frac{\Sigma_A}{\Sigma_{tr}} P_c(\Sigma_{tr} a)} \quad X = \frac{3}{2} \Sigma_{a_1} \Sigma_{tr} b^2 \left[\frac{b^2}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a} - \frac{3}{4} + \frac{a^2}{4b^2} \right] \quad (43)$$

[212]^{a)} $F = \frac{2-\beta}{\beta} \frac{a}{l_{tr}}$ $FF_m = \frac{3}{2} \frac{\Sigma_{aR} V_R \lambda(a) \Sigma_{trM} + \frac{\Sigma_{aR} V_R}{\Sigma_{aM} V_M} X(\kappa_M b, \kappa_M a)}{\pi a} = F + \frac{\Sigma_{aR} V_R}{\pi a} \left[\frac{3\lambda_B(a)}{2l_{trM}} - 1 \right] + \frac{\Sigma_{aR} V_R}{\Sigma_{aM} V_M} X(\kappa_M b, \kappa_M a)$

$$\beta = \frac{(1-c)P_1(a/l_{tr})}{1 - cP_c(a/l_{tr})} \quad \lambda(a) \Sigma_{trM} = \frac{\lambda_B(a)}{l_{trM}} + \frac{4}{3\beta} - \frac{4}{3} \quad F' = F + \frac{1}{2} \kappa_c^2 t_c^2 \frac{\Sigma_{aR} V_R}{\Sigma_{aC} V_C} \quad (44)$$

[245]^{b), c)} $F = 1 + \frac{\Sigma_{aU}}{\Sigma_{tU}} A \left[1 + \alpha \frac{\Sigma_{aU}}{\Sigma_{tU}} + \beta \left(\frac{\Sigma_{aU}}{\Sigma_{tU}} \right)^2 \right]$ $FF_m = F + \frac{\Sigma_{aU} V_U}{V_M} \frac{r_M^2 - c^2}{c} \left(\frac{3}{2} \lambda_B - 1 \right) + \frac{\Sigma_{aU} V_U}{\Sigma_{aM} V_M} X$

$$A = \frac{P_c}{1 - P_c} - a \Sigma_{tU} \quad \alpha = \frac{P_c}{(1 - P_c)^2} \frac{L}{A} \quad \beta = \frac{P_c}{1 - P_c} \frac{L}{A}$$

$$L = \frac{2a^2 \Sigma_{tU}^2}{P_c} \int_0^1 \left[\int_{a \Sigma_{tU}}^{\infty} \frac{dt}{t} K_1(t) \left\{ I_0(t\rho) - \frac{2I_1(t)}{t} \right\} \right]^2 \rho d\rho \quad (45)$$

[335]^{a)} F ; 実験値

[336]^{a)} $FF_m = F + N + a \Sigma_{aU} (1 + R) \left[\frac{3a \Sigma_{tM}}{\kappa_M^2 (b^2 - c^2)} X + \frac{a}{c} \left(\frac{3}{2} \lambda_B - 1 \right) \right]$ $F' = F + \frac{N}{2}$ $R = \frac{V_C \Sigma_{aC}}{V_U \Sigma_{aU}} F'$ $N = a \Sigma_{aU} \left(1 - \frac{a}{c} \right)$ (46)

[590] P_3 近似[630] 燃料板; S_8 近似

$$FF_m = 2a \Sigma_{aF} \left[\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} + \frac{\kappa_M (b - a) \coth \kappa_M (b - a) - 1}{2 \Sigma_{aM} (b - a)} \right] \quad \alpha = 2E_3(2a \Sigma_{aF}) \quad (47)$$

円筒状燃料要素; P_3 近似

[1336] P_3 近似 $F = \left[1 - \frac{F(r_2^U x_U)}{F(r_1^U x_U)} \right] \Sigma_{aU} V_U I_0(r_1^U x_U) A_1^U + F(r_2^U x_U)$

$$\frac{1}{f} - 1 \cong \sum_{j=1}^N (R_j + \sum_{k < j} B_{kj} + S_j) + \left(R_M + \sum_{j=1}^N B_{jM} + S_M + S_M' + S_M'' \right) - \sum_{Kj} q_{Kj} \frac{V_{Kj}}{V_M} \left[S_{Kj}'' + \sum_{j > Kj} (S_j + S_j'') \right] \quad (48)$$

[1841] $(\eta f)_2 = \frac{\nu \Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}} \quad (49)$

[2036] $\frac{1}{f} - 1 = \sum_i q_i$ $q_i = \frac{\Sigma_{a i} V_i}{\Sigma_{aU} V_U} F$ $q_M = q_{M0} + q_{M1}$ $q_{M0} = \frac{\Sigma_{aM} V_M}{\Sigma_{aU} V_U} F$

$$q_{M1} = \frac{1}{2} (\kappa_M r_M)^2 \left[\frac{r_M^2}{r_M^2 - a^2} \ln \frac{r_M}{a} + \frac{1}{4} \frac{a^2}{r_M^2} - 0.735 + \delta \right] \quad (49)$$

[2387] 自己しゃ蔽係数; PLACZEK, WACHSPRESS, HURWITZ-SMITH

を使い、中実円筒棒の三角形配列の房のときには

$$S_e = 2\pi a - 12ma \sin^{-1} \frac{a}{d'} \quad (41)$$

を使っている。なお後者の際には α として

(0.23 + 0.037d) を用いている。[590] では RI として (34) 式の形を使っており、前述の E_R と共に、この常数も実験と合わせるパラメーターとしている。これらの常数値を第5表にまとめておく。[1336] では

細い中実燃料棒のみ考えているので普通の表式を一般化した (35) 式を使い、また RI も簡単な $(A+B\frac{S}{M})$ の形を採用している。[1841] では (8) 式の際のべたように、 ^{238}U の核分裂しきい値以下の吸収のうち、 ^{235}U の核分裂に比例する部分を除いた過程に対して (36) 式により計算している。なお普通の p を自己遮蔽係数より $\exp[-L(RI)]$ により求め、 p_R との差が大体 ^{238}U の $1/v$ の寄与に等しいことをのべている。[2036] では¹⁾

$$-\ln p = \frac{1}{(\xi\Sigma_s)_M V_M} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{4} S \sqrt{l} \sqrt{N_U} \sum_i \frac{\sqrt{\sigma_{a,i} \Gamma_i^2}}{E_{i1}} + V N_U \int \sigma_a(E) \frac{dE}{E} \right) \quad (42)$$

を使っているが、(37) 式は中空円筒棒に対する表式で、ここでは燃料棒内の減速材の影響を F で示している。

つぎの f の計算方法としては、第 6 表に示してあるように、 S_N 、あるいは P_N 近似とともに、AMOUYAL らの理論⁶⁾⁷⁾ がよく使われている[245][335][336]。そこでは燃料棒中に一様に分布している中性子源に対するもれの確率 P_0 、および S_1 の完全吸収体周りの減速材中で生じた中性子が、その減速材を去る確率 P_1' を使って

$$\left. \begin{aligned} FF_m &= \frac{1}{P_0} - \frac{4V_0\Sigma_{a0}}{S_1} + \frac{V_0\Sigma_{a0}}{V_1\Sigma_{a1}} \frac{1-P_1'}{P_1'} \\ F &= \frac{1}{P_0} - a\Sigma_{a0} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

を導出している。これより求められたのが (45) 式であって、これが実験とよく一致することも調べられている。(45) 式の FF_m においては、その第 2 項が補正項になっている。[335] でも FF_m は (45) 式中の表式によっているが、 F は P_3 近似で求めた値が実験より 8.5% 程度小さいので実験値をそのまま使っている。[336] の (46) 式は燃料棒の被覆を考慮した場合であるが、 N の表式をみるとわかるように被覆を真空とした中性子束分布を使っている。しかしこの方が普通の拡散理論によるものよりよいとのべている。房状燃料などは均質化して考えるわけだが、このとき燃料要素中の減速材の影響と、燃料要素中と燃料棒中の中性子束の差の影響は大体打消すようになる。なお均質化する範囲としては、周りの被覆された燃料棒の共通接線内をとっている。[151][212] も AMOUYAL と同様な方法を使っている。[151] では F は S_4 近似で求めているが、 FF_m は輸送理論による燃料棒表面の境界条件を使って、減速材中を拡散理論で扱った(43)

式を使っている。これは [212] で用いている KUSHNERIUK⁸⁾ の表式と同一である。[151] ではこれらによる結果を実験と比較し、燃料中の中性子温度が減速材温度より約 60°C 高いとすればよく一致するとのべている。なお [212] では燃料棒の被覆は、KUSHNERIUK によらず、普通の拡散理論によって扱っている。[590] [630][1336] ではいずれも P_3 近似によっているが、[590] ではこれによる結果は実験誤差内で実験と一致したとのべている。[1336] では P_3 近似を一般化した (35) 式を使っているが、これによる F の値はまだ実験値より数 % 小さくなっている。[630] は板状燃料の集合体を扱っているが、燃料板間の中性子束分布は S_8 近似と、(47) 式を使っている。(47) 式は減速材中を拡散理論、燃料板を輸送理論による透過確率で扱っているが、燃料板に入る中性子の角度分布を等方としているため S_8 近似より大きい値を与えている。しかしこれは燃料要素間の中性子束分布より重要でないので、そのまま (47) 式を使っている。燃料要素間には円筒系についての P_3 近似によっているが、断面積は WIGNER-WILKINS のスペクトルで平均した値を使い、また燃料要素周りの鋼鉄の部分は拡散理論の中性子の流れに対する透過型の境界条件でおきかえている。[1841] では ηf と積の形で、(7) 式の積分により求めているが、[2036] では格子配列の形も考慮している⁹⁾。すなわち (49) 式中の q_{M1} は、(43) 式中の X に対応するが、この q_{M1} は間隔 $\sqrt{\pi} r_M$ の正方格子に対する表式で、一般には⁹⁾

$$q_{M1} = \frac{\sin^2 w}{4\pi^2 L_M^2} \sum_{\substack{\nu_1, \nu_2 \\ (\nu_1 = \nu_2 \neq 0)}} \frac{\cos 2\pi \left(\frac{\nu_1 x}{r_1} + \frac{\nu_2 y}{r_2} \right)}{\left(\frac{\nu_1}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{\nu_2}{r_2} \right)^2 - 2 \frac{\nu_1 \nu_2}{r_1 r_2} \cos w} \quad (50')$$

により求められる。なお (49) 式中の q_{M1} の中の δ は拡散理論からのずれの補正を示している。[2387] では自己遮蔽係数を第 6 表に示した 3 方法で計算し実験と比較している。計算はいずれも硬化したスペクトルについて平均した断面積を使っているが、しかし実験との比較は、このように熱中性子と熱外中性子の効果を一緒にして扱うのはよくないことを示している。

つぎの L^2 は (51) 式により求められるわけだが、この体積と熱中性子束についての平均の方法により、第 7 表に示したようないろいろの表式が出てくる。しかし [151] でのとべているように、これらの表式間の差は小さく、また中空管などがなければ非等方的拡散の効果は無視できる。[1841] では (7) 式の積分を使っているが、[336] では L_c の平均にウランに対しては

第7表 L^2 の算出式

$$[151][1841] \quad L^2 = \overline{D}/\overline{\Sigma}_a \quad (51)$$

$$[212] \quad L^2 = l_{tr} \sum_i \frac{L_i^2}{l_{tri}} f_i \quad l_{tr} = \sum_i V_i / \sum_i \frac{V_i}{l_{tri}} \quad (52)$$

$$[245][1336] \quad L^2 = \sum_i f_i L_i^2 \quad (53)$$

$$[336] \quad L^2 = \sum_i f_i L_i^2 = \overline{l}_{tr} / 3\overline{\Sigma}_a = -\frac{f\overline{l}_{tr}}{3\Sigma_{a0}} \left(1 + \frac{V_c}{V_U} F' + \frac{V_M}{V_U} FF_m\right) \quad \overline{l}_{tr} = \frac{V_t}{(V_U + V_M)(V_U + V_M FF_m)} \left[\frac{V_U}{\Sigma_{tu}} + \frac{V_M FF_m}{\Sigma_{tm}} \right] \quad (54)$$

$$[590] \quad L^2 = (3\overline{\Sigma}_a \overline{\Sigma}_{tr})^{-1} \quad (55)$$

$$[595] \quad L^2 = \left\{ 3\Sigma_a \Sigma_t \left(1 - \mu - \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t}\right) \left[1 - \frac{\Sigma_a}{\Sigma_t} \left(\frac{4}{5} + \mu - \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t}\right)\right] \right\}^{-1} \quad (56)$$

$$[2036] \quad L^2 = \frac{q_M}{1 + \sum_i q_i} L_M^2 \quad (57)$$

第8表 τ の算出式

$$[151] \quad \tau = \left[100(1-P) + 59P + 7.1 \ln \frac{1.44}{16kT} + 3.6 \ln p \right] \frac{V_t}{V_M} \quad (59)$$

$$[212] \quad \tau = [125(1-P) + 103P] \frac{(\xi \Sigma_s)_M \Sigma_{trM}}{(\xi \Sigma_s)_t \Sigma_{trt}} \quad P = \frac{\Sigma_i}{\Sigma_t} \frac{P_c(\Sigma_t a)}{1 - \frac{\Sigma_s}{\Sigma_t} P_c(\Sigma_t a)} \quad (60)$$

$$[335] \quad \tau_M = [125(1-P) + 100.5P] \quad (61)$$

$$[336] \quad \tau = [120(1-P) + 72P] \frac{V_t^2}{V_M(V_U + V_M)} \quad P = (1-y) \frac{f_A \frac{\sigma_i}{\sigma_t} P(\Sigma_t a)}{1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_t} P(\Sigma_t a)} \quad (62)$$

$$[590] \quad \tau \sim 120 \left(1 + \frac{V_U}{V_t}\right) \left(1 + 2 \frac{V_{Al}}{V_t}\right) \quad (63)$$

$$[630] \quad \tau = \tau_M \left[\frac{1 + V_m/V_M}{\rho_M/\rho_{M0} + \beta V_m/V_M} \right]^2 \quad (64)$$

$$[1336] \quad \tau = \left[100 + 4.94 \ln \frac{1.44}{E_{eff}} \right] \frac{(1-P')Q + \frac{231}{364} P' \frac{\sigma_i}{\sigma_t}}{(1-P')Q + P' \frac{\sigma_i}{\sigma_t}} \frac{(\xi \Sigma_s \Sigma_{tr})_M}{(\xi \Sigma_s \Sigma_{tr})_t} \quad (65)$$

$$[1841] \quad \tau = \frac{D_t}{\Sigma_{t1} + \Sigma_{a1}} \quad (66)$$

$$[2387] \quad \tau = \tau_{H_2O} \left[\frac{1 + V_{Al}/V_{H_2O}}{\rho_{H_2O} + 0.33 V_{Al}/V_{H_2O}} \right]^2 \quad \tau = \tau_{CH_2} \left[\frac{0.92 + V_{Al}/V_{CH_2}}{\rho + 0.29 V_{Al}/V_{CH_2}} \right]^2 \quad (67)$$

その吸収の大きいことを考慮して Σ_t を使い、アルミに対しては拡散の弱いことを考え、これを真空とした(54)式を用いている。[590][1336]は MAXWELL 分布で平均した断面積を使って、 P_3 近似による熱中性子束で平均している。[595]は有機材減速炉を扱っているが、そこでの実験の解析に、輸送理論による(56)式を使っている。この式では $(\Sigma_a/\Sigma_t)^2$ 以上は無視している。同じく有機材減速炉を扱っている[630]では、分子中の水素の輸送断面積を

$$\sigma_{tr} = \frac{\sigma_s}{3} \left(5 - 2 \frac{1+A}{A}\right) \quad (58)$$

により求め、これを $10kT$ で切った WIGNER-WILKINS スペクトル、および MAXWELL スペクトルで平均して L を算出しており、実験値と大体一致することを示し

ている。なお[2036]で使っている(57)式は燃料が格子間隔に比して小さい場合の表式で、これに燃料の大きさを考慮して補正し L を求めている。

最後に τ であるが、これは一般には減速材のみの τ に、他の物質が存在することと、ウランの非弾性散乱の効果を考慮して求められる[212][245][336][2036]。[212]ではすべての物質の減速を考え、 $\xi \Sigma_s$ と Σ_{tr} の体積平均を使っているが、[336]では重水のみ減速を考え、アルミは真空として扱っている。また前者では重水の τ として 125 cm^2 を使っているが、[336]では最初にのべたように減速領域の下限には問題があるので、下限を平均熱エネルギーとした 125 cm^2 を使うのは根拠がないとしている。そこでは(62)式に示したように減速材温度を使って 120 cm^2 ととっ

ているが、[335] では [212] と同じく 125 cm^2 を、また [590] では [336] と同じく 120 cm^2 を使っている。[335] の (61) 式はウランの非弾性散乱の補正をした重水の τ を示しており、また [590] では非弾性散乱の効果をウランが重水の半分の減速効果をもっていると考えることに置換し、アルミは減速効果なしとして (63) 式を使っている。(60)~(62)式をみてもわかるが、非弾性散乱をした中性子の τ の値もまちまちである。しかし [336] でのとっているように、非弾性散乱の影響は小さいので、この値を厳密に知る必要もない。[1841] は (7) 式の積分で求めているが、[151] [1336] では COHEN¹⁰⁾ にしたがって吸収を考慮した表式によっている。すなわち減速領域の下限を $16kT$ 、あるいは E_{eff} にとり、 In 共鳴エネルギーでわけて扱っている。[151] ではさらに共鳴吸収の効果も考え、弾性散乱による減速は重水のみによるとして (59) 式を

導出している。[630][2387] はいずれも有機材減速炉を扱っているが、前者ではジフェニルのみの τ を MARSHAK の方法で、ジフェニルと鋼鉄の混合体の (64) 式で求めて実験値と比較している。その結果は前者については一応一致がみられるが、あとの混合体では計算は低い値を与えている。またジフェニルについて B^1 近似と、SELENGUT-GOERTZEL 近似でも求めているが、ここでも軽水の際と同様な困難があるとのべている。[2387] では P_3 近似で計算しており、この値は実験値より低くなっているが、SELENGUT-GOERTZEL 近似よりよいとのべている。また水素のみの減速を考え、炭素は等方散乱として “moments method” でも計算している。アルミとポリエチレンの混合体に対しては、(67) 式に示したようにアルミと軽水の混合体の際のものを拡張した表式を示している。

3. 反射体付き、あるいは制御棒のある炉の臨界方程式

反射体のついた炉の臨界計算も裸の炉に対すると同様、一般に均質化した炉についての 2 組拡散近似が使われている [335][596/Add.1][630][636][1336][1461][2036][2376]。しかし水素減速の炉に対しては 2 組近似とともに、3 組、あるいは 4 組近似がよく使われており、この方がよりよい近似を与えている [630][1461][2105][2376]。重水炉を扱っているのは [335][1336][2036] の 3 つだが、これらについてのべる前に、まず一般的に 2 組近似を扱っている [636] についてのべる。ここでは 3 次元の (71) 式を、 z 方向に制御棒が途中

まで挿入されているような一般的な系に適用している。中性子束をまず

$$\phi(x, y, z) = Z(z)\theta(x, y, z) \approx Z(z)[\theta(x, y)]_i \quad (75)$$

$$Z(z) = \frac{1}{A} \int_A \phi(x, y, z) dA$$

とおく。ここで A は (x, y) の平面上の燃料部分の断面積を示しており、 $\theta(x, y, z)$ は z 方向に連続であるが、これを z 方向にいくつかの領域をとり、その 1 つの領域中では z によらない $[\theta(x, y)]_i$ で近似している。これより z 方向の方程式は (71) 式より、

第 9 表 反射体付きの炉の臨界方程式

$$[596/\text{Add. 1}] \quad -D_1 \nabla^2 \phi_1 + \Sigma_{11} \phi_1 = \frac{\nu_1 \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu_2 \Sigma_{f2} \phi_2}{\lambda} \quad -D_2 \nabla^2 \phi_2 + \Sigma_{22} \phi_2 = \Sigma_{r1} \phi_1 \quad (68)$$

$$[630] \quad D_1 \nabla^2 \phi_1 - \Sigma_{r1} \phi_1 + k_{\infty} \Sigma_{a2} \phi_2 = 0 \quad D_2 \nabla^2 \phi_2 - \Sigma_{a2} \phi_2 + \Sigma_{r1} \phi_1 = 0 \quad (69)$$

$$D_1 \nabla^2 \phi_1 - \Sigma_{r1} \phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \phi_2 + \nu \Sigma_{f3} \phi_3 = 0 \quad D_2 \nabla^2 \phi_2 - (\Sigma_{a2} + \Sigma_{r2}) \phi_2 + \Sigma_{r1} \phi_1 = 0 \quad D_3 \nabla^2 \phi_3 - \Sigma_{a3} \phi_3 + \Sigma_{r2} \phi_2 = 0 \quad (70)$$

$$[636] \quad \nabla D_1 \nabla \phi_1 - (\Sigma_{r1} + \Sigma_{a1}) \phi_1 + \frac{\nu \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \phi_2}{\lambda} = 0 \quad \nabla D_2 \nabla \phi_2 - \Sigma_{a2} \phi_2 + \Sigma_{r1} \phi_1 = 0 \quad (71)$$

$$[2036]^{11)} \quad \nabla^2 n_i - \frac{n_i}{\tau_{i\text{eff}}} = -\frac{P_{0i} L_0^2 k_{i\text{eff}} N_i}{L_i^2 \tau_{i\text{eff}} B_i} \quad \nabla^2 N_i - \frac{N_i}{L_i^2} = -\frac{B_i}{P_{0i} L_0^2} n_i \quad (72)$$

$$n_i = n_{i+1} \quad n_i' = S_{i, i+1} n_{i+1}' \quad N_i = N_{i+1} \quad N_i' = P_{i, i+1} N_{i+1}' \quad (73)$$

$$k_{\infty\text{eff}} = \frac{k_{\infty} \exp(-W)}{1 - k_{\infty} (1 - \exp(-W)) \delta} \quad \tau_{\text{eff}} = \frac{\tau}{1 - k_{\infty} (1 - \exp(-W)) \delta} \quad P_{ij} = \frac{D_j}{D_i} \quad S_{ij} = \frac{D_{ij}}{D_{ii}}$$

$$B_i = \frac{\tau_0}{\tau_i} S_{0i} \exp[\chi_0(E) - \chi_i(E)] \quad \exp(-\chi_i(E)) = \exp(-W_i) (0.28 + 0.72p + 0.12W_i)$$

$$[2376] \quad \frac{d}{dx} D^i(x) \frac{d}{dx} \phi^i(x) - [\Sigma_r^i(x) + \Sigma_a^i(x) + B_r^2 D^i(x)] \phi^i(x) + \Sigma_r^{i-1}(x) \phi^{i-1}(x) + \frac{X_i}{\lambda} \sum_{j=1}^i \nu \Sigma_f^j(x) \phi^j(x) = 0 \quad (74)$$

各領域について

$$\left. \begin{aligned} \overline{D_1} Z_1'' - (\overline{\Sigma_{r1}} + \overline{\Sigma_{a1}} + \overline{D_1} B_{r1}^2) Z_1 + \frac{\nu \overline{\Sigma_{f1}} Z_1 + \nu \overline{\Sigma_{f2}} Z_2}{\lambda_z} \\ = 0 \\ \overline{D_2} Z_2'' - (\overline{\Sigma_{a2}} + \overline{D_2} B_{r2}^2) Z_2 + \overline{\Sigma_{r1}} Z_1 = 0 \\ \overline{D} = \frac{1}{A} \int_A D \theta dA \quad \nu \overline{\Sigma_f} = \frac{1}{A} \int_A \nu \Sigma_f \theta dA \quad \dots\dots \\ B_r^2 = -\frac{1}{AD} \int \nabla_r D \nabla_r \theta dA \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

となる。また (x, y) 方向については同様に

$$\left. \begin{aligned} \nabla_r D_1 \nabla_r (F_r \theta_1) - (\Sigma_{r1} + \Sigma_{a1} + D_1 B_{r1}^2) (F_r \theta_1) \\ + \frac{\nu \Sigma_{f1} (F_r \theta_1) + \nu \Sigma_{f2} \theta_2}{\lambda_r} = 0 \\ \nabla_r D_2 \Delta_r \theta_2 - (\Sigma_{a2} + D_2 B_{r2}^2) \theta_2 + \Sigma_{r1} (F_r \theta_1) = 0 \\ B_z^2 = -Z''/Z \quad F_r = Z_1/Z_2 \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

となる。結局 (76), (77) 式を交互に解き、このくり返しによって、たとえば臨界になる制御棒の位置を求めたいならば、制御棒を含む領域の境界の位置 z を調整してやればよいわけである。これによる結果を、厳密な方法、および実験結果との比較をしているが、固有値も中性子束の形も、大きな不連続のある炉心に対して、予期していたよりよい結果を与えていると述べている。さてもとに戻って、[335] は単に2組近似で扱い、反射体の角の部分には1組近似を使ったと述べているだけだが、[1336] では裸の炉の B_z^2 , B_r^2 をそのまま反射体付きの炉にも近似的に適用して、多領域の臨界方程式を近似的に解析的方法で解いている。すなわち実際には1組近似で計算し、この結果を2組近似へ拡張している。[2036] では (10) 式にさらに減速中の共鳴吸収も考慮した

$$\nabla^2 q - \alpha(\tau) q - \frac{1}{L^2(\tau)} q = -\frac{\partial q}{\partial \tau} \quad (78)$$

を使って (72) 式を導出している¹⁾。その W , δ は (12) 式で与えられるが、 $x(E)$ は

$$x(\tau) = \int_{\tau}^{\tau_T} \alpha(\tau) d\tau + W(\tau_T) - W(\tau) \quad (79)$$

を示しており、これより

$$\begin{aligned} \exp[-x(E)] \\ \cong \left\{ \exp(-W) \left[\int_{E_c}^{E_r} \exp\left(W \sqrt{\frac{E_c}{E}}\right) \frac{dE}{E} \right. \right. \\ \left. \left. + p \int_{E_r}^{E_0} \exp\left(W \sqrt{\frac{E_c}{E}}\right) \frac{dE}{E} \right] \right\} / \ln(E_0/E_c) \end{aligned} \quad (80)$$

となり、 $E_c = 0.2 \text{ eV}$, $E_r = 7 \text{ eV}$, $\ln(E_0/E_c) = 16$ を使

えば第9表に示したような値が出てくる。なお厚さ d の薄い吸収のある媒質層がある場合には、(73)式の境界条件の最後の式は以下のように変えられる。

$$N_i' = P_{i,i+1} N_{i+1}' - t N_i \quad t = 3d \Sigma_a / l_{tr} \quad (81)$$

結局 [2036] では (72) 式を z , および r 方向にわけて、この1次元の式を交互にくり返して解き、臨界の B_z^2 , B_r^2 を求めている。そしてさらにこの結果に以下のようにして非均質の補正をしている⁹⁾¹¹⁾。すなわち半径 a の細い燃料棒の格子系において、いま共鳴吸収は無視すると、減速材中の熱中性子密度は、

$$\begin{aligned} D \nabla^2 N(r) - \Sigma_a N(r) + \eta \Sigma_a \frac{\pi a^2}{F} \sum_k W(r, r_k) N(r_k) \\ - \Sigma_a \frac{\pi a^2}{F} \sum_k \delta(r - r_k) N(r_k) \end{aligned} \quad (81)$$

で表わされる。これに年令理論を使って書き変えると

$$q_{MO} N(r) = \sum_k H(|r - r_k|) N(r_k) \quad (82)$$

となる。ここで q_{MO} は (49) 式の形であり、 H は $\tau \ll L^2$ のときには以下のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} H(k) &= \frac{r_M^2}{2L^2} \left[(\eta \exp(\tau/L^2) - 1) K_0\left(\frac{\sqrt{\pi} r_M k}{L}\right) \right. \\ &\quad \left. - \eta \exp(\tau/L^2) F(k) \right] \\ F(k) &= -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\pi r_M^2 k^2}{4L^2} \right) E_i\left(-\frac{\pi r_M^2 k^2}{4\tau}\right) \\ &\quad - \frac{\tau}{2L^2} \exp\left(-\frac{\pi r_M^2 k^2}{4\tau}\right) \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

また τ_r に弱い共鳴吸収がある場合には、(82) 式は

$$\left. \begin{aligned} q_{MO} N(r) &= \sum_k H(|r - r_k|) N(r_k) \\ &\quad - (1 - p) \sum_k H_p(r, r_k) N(r_k) \\ H_p(k, k') &= \frac{r_M^2}{4\tau_r} \eta \exp\{(\tau - \tau_r)/L^2\} \frac{r_M^2}{2L^2} \\ &\quad \times \sum_k \left[K_0\left(\frac{\sqrt{\pi} r_M |k - k'|}{L}\right) \right. \\ &\quad \left. - F_1(k - k') \right] \exp\left[-\frac{\pi r_M^2 (k' - k'')^2}{4\tau_r}\right] \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

となる。ここで F_1 は (83) 式の F において、 τ を $(\tau - \tau_r)$ におき変えたものである。燃料棒の多い炉に対しては、(84) 式は (82) 式において η を ηp と変えたことになっており、また高さ方向の有限なことは、 H , あるいは H_p 中の η , および $1/L^2$ を、それぞれ $\eta \exp(-B_z^2 \tau)$, $1/L^2 + B_z^2$ と変えることにより考慮できる。ただし H , H_p 中の $r_M^2/2L^2$ はそのまま使ってゆく。この (82), あるいは (84) 式の不均質の取り扱いに対応するような均質炉を考え、この均質炉の臨界半径を非均質の取扱いによるものと比較し、この差を

第 10 表 制御棒のある炉の臨界方程式

$$[160] \quad S_1 \frac{X/X' - d_2}{X/X' - d_1} = S_2 \frac{Y/Y' - d_2}{Y/Y' - d_1} \quad X = J_0(\mu a) - \frac{J_0(\mu R)}{Y_0(\mu R)} Y_0(\mu a) \quad Y = K_0(\nu a) - \frac{K_0(\nu R)}{I_0(\nu R)} I_0(\nu a) \approx K_0(\nu a) \quad (85)$$

$$[596/\text{Add. 1}] \quad (68)$$

$$[636] \quad (71)$$

$$[1336] \quad \frac{Y_0(\mu a) + d_2 \mu Y_1(\mu a) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{J_k^2(\mu c) Y_k(\mu R)}{J_k(\mu R)}}{K_0(\nu a) + d_2 \nu K_1(\nu a) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{I_k^2(\nu c) K_k(\nu R)}{I_k(\nu R)}} = \frac{S_2}{S_1} \frac{\mu Y_1(\mu a)}{\nu K_1(\nu a)} \quad (86)$$

$$[2376] \quad (74)$$

$$D\Sigma_a = \langle \alpha \rangle \langle \beta \rangle \quad \Sigma_a = \sqrt{\langle \alpha \rangle \langle \beta \rangle} \tanh^{-1} \left(\frac{1+y}{1-y} \right) \quad y = \sqrt{\frac{\langle \alpha \rangle}{\langle \beta \rangle}} \quad (87)$$

$$\langle \alpha \rangle = \int \alpha(u) [\phi^+(u) + \phi^-(u)] du / \int [\phi^+(u) + \phi^-(u)] du \quad \langle \beta \rangle = \int \beta(u) [\phi^+(u) - \phi^-(u)] du / \int [\phi^+(u) - \phi^-(u)] du$$

$$\frac{\alpha(u)}{\beta(u)} \Big\} = \frac{J^+ \pm J^-}{\phi^+ \pm \phi^-} = \frac{1 \pm 2E_2(2\Sigma_a f)}{2[1 \pm 3E_4(2\Sigma_a f)]} \quad \phi^+ + \phi^- = \frac{Q^+ + Q^-}{(\xi \Sigma_s)_M} \frac{1}{1 + C\alpha} \quad \phi^+ - \phi^- = \frac{Q^+ - Q^-}{(\xi \Sigma_s)_M} \frac{1}{1 + C\beta}$$

$$C = \sqrt{3} \coth \sqrt{3} \Sigma_{sM} x_M$$

補正としている。[2036]での例では、この補正により臨界質量が約 10% 増加し、これにより実験値との一致が非常によくなっている。

つぎに水素減速の炉であるが、[596/Add. 1] では十字形の制御棒の速中性子群に対する断面積の解析を [636] と同様にしてやっている。そこでは 0.625 eV でエネルギーを区切り、速中性子群の常数は多数組の P_1 近似によるエネルギー分布で平均し、熱中性子に対しては減速材温度の MAXWELL 分布で平均している。そして (68) 式を z 方向と (x, y) 方向に分離して、例のように数値的に解いている。これによる制御棒のない炉の有効倍率を実験値と比較しているが、非常によい一致がみられている。[630] は有機材減速炉を扱っているが、(69)式の 2 組近似ではいろいろの温度に対する有効倍率を求め、(70)式の 3 組近似では臨界質量を計算している。しかし 3 組近似でも臨界質量は実際より 26% も低くなっている。この原因の大部分は速中性子のもれの過小評価であり、このほかに反射体による節約の計算に入ってくる不確定さがあげられるとよい。[1461]は直方体の軽水炉を 2 組、および 3 組近似で扱っている。ここではまず円筒型炉について、[1336] と同じく z 、および r 方向を別々に反射体による節約を求め、つぎに B_g^2 を等しいとおき、裸の円筒型炉をそれと同じ高さの直方体の裸の炉にし、これに上述の反射体による節約を適用して求むべき臨界の大きさを出している。なお臨界質量の 2 組と 3 組近似の差はほとんど出ておらず、これらは一応実験値と一致している。[2105]は裸で均質の重水、および軽水減速の球型炉を扱っているが、非常に多く

のパラメーターをとっている。重水炉に対しては 1 組近似、軽水炉に対しては 3 組近似で大体の傾向を調べている。軽水炉の際の常数値は、熱中性子は MAXWELL 分布、熱外中性子は $1/E$ 分布、速中性子は核分裂スペクトルの中性子源が水素により減速した漸近分布によりそれぞれ平均して求められている。最後の軽水炉を 1 次元の (74) 式で扱っている [2376] は、これを 2 組と 4 組の場合について計算している。前者では 0.625 eV が区切りになっており、後者ではこのほかに 5.53 keV, 0.821 MeV が境界になっている。断面積は熱中性子に対しては硬化した WIGNER-WILKINS 分布、速中性子に対しては P_1 近似で水素による減速を扱い、年令理論でその他の減速を扱ったスペクトルにより平均して求めている。これらによる炉の有効倍率を実験と比較しているが、4 組近似の結果は 2 組近似より相当小さく、そして実験とよりよく一致している。なお 4 組以上に組数を増しても計算しているが、大して結果は改良されていない。また 4 組近似による中性子束分布を実験と比較しているが、熱中性子束のピークが過小評価されているのを除いて全体としてよい一致がみられている。

制御棒の挿入されている炉の臨界計算も結局上記の反射体のついた炉の場合と同様で、[596/Add. 1][636][2376] では第 9 表の表式をそのまま使っている。[596/Add. 1] では先述のように (68) 式でもって制御棒の速中性子群に対する断面積の解析をやっている。すなわち制御棒のない炉の有効倍率の計算が実験と合うことを確かめ、つぎには制御棒のある炉について、制御棒の Σ_1 を仮定して有効倍率を計算し、これ

を実験と比較することにより Σ_1 を求めている。

[2376] では (74) 式を使うために仮想的な制御棒の D , および Σ_a を (87) 式により求めている。 t は制御板の厚さの半分を示しており, $\langle \alpha \rangle \ll 1$ のときには以下のように近似できる。

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_a &\sim \frac{\langle \alpha \rangle}{t} [1 + \langle \alpha \rangle^2] \\ D &\sim t \langle \beta \rangle [1 - \langle \alpha \rangle^2] \sim \frac{t}{3 \langle \alpha \rangle} [1 - \langle \alpha \rangle^2] \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

これらは

$$\left. \begin{aligned} \phi^+(\mu) &= \phi^-(\mu) \exp\left(-\frac{2\Sigma_a t}{\mu}\right) \quad (0 < \mu \leq 1) \\ \phi^-(\mu) &= \phi^+(\mu) \exp\left(\frac{2\Sigma_a t}{\mu}\right) \quad (-1 \leq \mu < 0) \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

を P_1 近似の ϕ で解析した境界条件を使っており, これが α, β の定義式を与えている。そして制御板表面の中性子束 $\phi(0, u)$ は水素減速材中の P_1 方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial x} + \Sigma_s \phi &= Q(u_0) \exp(-u) \\ &+ \Sigma_s \int_{u_0}^u \exp(u' - u) \phi(x, u') du' \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} + 3\Sigma_s J &= 3\Sigma_s \int_{u_0}^u \exp\left\{\frac{3}{2}(u' - u)\right\} J(x, u') du' \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

を近似的に以下の境界条件のもとで解いて求めている。

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x=x_M} = 0 \quad -\frac{J(0, u)}{\phi(0, u)} = \alpha(u) \quad (91)$$

第10表に示した形は1つの狭い共鳴のみで吸収がおこる際の表式であるが, 一般には (90) 式より

$$\left. \begin{aligned} \phi(0, u) &= \frac{Q}{\Sigma_s} - \int_{d-i\infty}^{d+i\infty} \sqrt{3\alpha} \frac{Q}{\Sigma_s} \left\{ p \sqrt{\frac{p(p+3/2)}{(p+1)(p+1/2)}} \right. \\ &\quad \times \tanh \Sigma_s x_M \sqrt{3P} + \sqrt{3\alpha} \left. \right\}^{-1} \exp(up) dp \\ P &= \frac{p(p+1/2)}{(p+1)(p+3/2)} \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

が求められる。なお熱中性子に対する $\langle \alpha \rangle$ は硬化した WIGNER-WILKINS のスペクトルで平均して求めて

いる。またここでは $\phi(x, u)$ を $F(x)G(u)$ のように空間とエネルギーに分離していることによる誤差を, 中性子の熱中性子化の割合について計算している。それによるとこの誤差を除去断面積で補正するならば, 熱外中性子領域のその断面積を

$\left\{ 1 + \frac{\langle \alpha \rangle}{1 + C \langle \alpha \rangle} \left[\frac{1 - u \exp(u_r - u)}{\Sigma_{sM} x_M} \right] \right\}$ 倍程度にしなくてはならない。この例では誤差の最大のところ, すなわち $u = u_r$ で 0.9 程度になるが, u がこれより離れると指数関数的にずれば減少する。(74)式に出てくるその他の常数值についても同様で, u について早く変化しない量ならば, これによるずれは非常に少なくなる。結局このような議論, および実験との比較より, P_1 近似で記述できる媒質中に強い吸収体がある場合, この吸収体の炉の反応度への影響は, 上述の狭い共鳴の近似と4組拡散近似とを使って正確に計算できると結論している。

[160] では制御棒の効果を指数炉実験により求めているが, その解析に (85) 式を使っている。これは裸の円筒型炉の中央に1本の制御棒が完全に挿入されているときの普通に使われている2組近似の臨界方程式であるが, ここでは単に指数炉実験の結果を炉の状態に変換するだけなので, さらに $d_1 = d_2$ とした1組近似の式を第一次近似として使っている。

$$d_2 = X/X' \quad (93)$$

[630] では円筒型炉内の2円周上に配列された制御棒について, 最初は2組近似の NORDHEIM-SCALETTER の方法で計算しているが, のちには3組近似のセルの取り扱いをしている。前者では熱中性子に対する常数は MAXWELL 分布で平均しているが, 後者では WIGNER-WILKINS を使っており, 各制御棒を有効吸収断面積でおきかえて扱っている。これらによる結果を実験と比較しているが, よい一致がみられている。[1336] でも円筒型炉内に1本の制御棒が任意の位置に挿入されている場合, および1円周上, あるいは2円周上に配列されている場合について2組近似で扱っている。(86) 式は1本の制御棒が中心より c の位置に挿入されたときの臨界方程式で, ここでは d_1 は無限大ととっている。

4. 炉の核的特性の算出方法

まず炉内にある実験孔の影響の算出方法であるが,

これについては[335][1336]などで扱っている。[335]

の方は中央実験孔のみであるが、これを1つの付加された領域として2組近似で扱っている。この際 DAVISON の理論による外挿距離を使っているが、これに非均質の影響と、半径方向の中性子束の彎曲を考慮して補正をしている。また実験孔周りのセルについては減速比が変えられるので、これもまた別の領域として扱っている。[1336]では炉内に非常に多くの実験孔があるので、臨界方程式、(2)式に出てくる各因子の変化を近似的に算出し、これより有効倍率の変化を求めている。たとえば f の変化は、実験孔挿入により加わった媒質を l で示せば (94) 式のようになり、また L^2 の変化は f の変化による部分と、実験孔内の空間による部分との和で示される。後者は近似的に BEHRENS の方法を適用している。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta f}{f} &= - \sum_{j=1}^M \left\{ R_j \frac{\Delta(V_j/V_U)}{V_j/V_U} + \sum_{k < j} B_{kj} \frac{\Delta(V_j/V_k)}{V_j/V_k} \right\} f \\ &\quad - \sum_l \frac{\Sigma_l \phi_l}{\Sigma_U \phi_U} \Delta \left(\frac{V_l}{V_U} \right) f \\ \frac{\Delta L^2}{L^2} &= \frac{\Delta L^2}{L^2} + \frac{\Delta L \phi^2}{L^2} \quad \frac{\Delta L \phi^2}{L^2} \cong \left(2 + \frac{4}{3} \Sigma_a \right) \phi \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

なお B_g^2 の変化は PERSHAGEN の方法を利用して近似的に求めている。[2036]も同様であるが、ここでは最初から実験孔の影響を入れて各因子の値を算出し、これより (5) 式を使って臨界の大きさを求めている。[336]では実験孔ではないが、燃料要素に付随する管とか空気層を同様に扱っている。まず管による吸収は、その熱中性子束を AMOUYAL らの理論を使って、(45) 式にみられるように

$$\frac{\Sigma_{aU} V_U}{\pi a} \left(\frac{3}{2} \lambda_B - 1 \right) \left[1 - \frac{K_0(0.785c)}{K_0(0.785a)} \right]$$

だけ拡散理論による表式に加えて補正し求めている。これによる F' をいろいろの方法、および実験と比較しており、実験との一致をみている。つぎにこの管内に空気が入って重水が除かれたことによる影響を各因子について計算している。ここでも L^2 、および τ の D の変化は BEHRENS の方法を異方性も考慮して使っている。これによる計算値も実験と比較し、満足すべき結果がえられているとのべている。

つぎに温度効果であるが、重水炉については [590] [1336]、軽水炉については [1461]、そして有機材減速炉については [630] が扱っている。[590]ではまず炉全体の温度が 20°C から 95°C の間にあるときについて、バックリングの温度係数を求め、これを実験と比較している。 η については BNL-325 から

$-4.7 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ を求め、 f 、および L^2 については、いろいろの温度について P_3 近似の中性子束を求め、これより算出しており、 k については Σ_{aM} の変化と、 $1.2 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ と仮定した共鳴積分のドップラー係数より、 τ は GLASSTONE の教科書中の表式を使ってそれぞれ算出している。この結果は実験とよく合っていることが示されている。つぎには運転状態の炉の温度係数を調べているが、このさいにはとくに ^{239}Pu の 0.3eV の共鳴の η への影響を考慮しなければならないとのべている。その計算例では 1000 MWD/ton くらい以上で正の η の温度係数が出ている。[1336]では最初にのべたように有効熱中性子温度と減速材温度の効果をわけて考慮している。前者については熱中性子温度と減速材温度との関係を COVEYOU らに従い

$$\frac{T_n}{T_M} = 1 + 1.11A \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{293}{T_M}} \frac{\Sigma_a}{\Sigma_s} \quad (95)$$

ととり、実験孔の際と同様に各因子の変化を近似的に求めている。たとえば η については

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = -0.0724 \left(1 + 1.184 \frac{N^5}{N^8} \frac{\sigma_f^5 f'}{\sigma_a^8} \right)^{-1} \frac{\Delta T_n}{T_n} \quad (96)$$

となる。つぎの減速材温度については、運転状態の炉の各媒質の平均温度を考えて同様に導出しており、したがって η の変化の表式は、 $\Delta T_n/T_n \cong \Delta T_M/T_M$ より (96) 式で与えられる。軽水炉についての [1461] は、燃料と減速材の影響をわけて扱っている。前者の実験値として $0 \pm 0.16 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ を示しているが、この方は影響が小さく計算が困難だとのべている。減速材温度係数は2組拡散近似の摂動論で計算しており、これの実験値との比較もしている。有機材減速炉の [630] は

$$\frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial T} = \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T} - \frac{B_g^2}{1 + M^2 B_g^2} \frac{\partial M^2}{\partial T} - \frac{M^2}{1 + M^2 B_g^2} \frac{\partial B_g^2}{\partial T} \quad (97)$$

で温度係数を求め実験と比較している。 f については幾何学的形状の複雑さのため、密度と中性子温度の影響を分離して考慮してゆく方法は不成功に終わっている。この値は正になっているが、 B_g^2 の項も、反射体による節約が大体減速材の密度に反比例するので小さい正の値を与えており、これは負の効果である M^2 の項の 25% 程度になっている。全体として $+2.0 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}(95^\circ\text{C})$ から $-3.2 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}(370^\circ\text{C})$ の値となっており、有機材減速炉では軽水炉と異なり格子間隔が広いので f の変化がよくきき正の温度係数も与えている。

つぎの反応度の長期変化については [590] [1336] [2105] が扱っている。[590] ではすべての重い同位元素の共鳴核分裂、および共鳴吸収も考慮して η , ρ , f の変化より k の曝射に対する変化を求めており、 ^{239}Pu が飽和状態になるまで k は上昇し、その後は単調に減少してゆく結果を出している。[1336] では ^{238}U 以外は熱外中性子領域の寄与を無視し、核分裂生成物も一緒にして η , f , L^2 , および τ の変化より反応度変化を求めている。ここでも、割合低い曝射を扱っているので、核分裂生成物の影響を除いた反応度変化は正の値を与えている。なお燃料転換比は以下の式により計算している。

$$CR = \frac{\sigma_a^8 \text{eff} N^8}{\sigma_a^5 N^5} \left(1 - \frac{4N^5}{N^5} + \frac{4\sigma_a^8 \text{eff}}{\sigma_a^8 \text{eff}} + \frac{4N^8}{N^8} - \frac{\sigma_a^9}{\sigma_a^5} \frac{4N^9}{N^5} \right) + \frac{\sigma_a^0}{\sigma_a^8 \text{eff}} \frac{4N^0}{N^8} - \frac{\sigma_a^1}{\sigma_a^5} \frac{4N^1}{N^5} \left. \vphantom{\frac{\sigma_a^8 \text{eff} N^8}{\sigma_a^5 N^5}} \right\} \times \frac{\nu^5 \sigma_f^5 N^5}{N^8} \left(\frac{1-p}{1+\tau B^2} + \frac{\frac{\sigma_c P'}{\sigma_t}}{(1-p')Q + \frac{\sigma_i P'}{\sigma_t}} \right) \quad (98)$$

[2105] も同様であるが、[590] のように重水炉に対しては共鳴中性子も考慮し、核分裂、および吸収断面積としては

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma + \rho \exp(-B^2 \tau) \frac{RI}{(\xi \sigma_s)_M} \times \frac{\nu^5 \sigma_f^5 N^5 + \nu^9 \sigma_f^9 N^9 + \nu^1 \sigma_f^1 N^1}{N_M} \quad (99)$$

を使っており、 ^{238}U に対しては (98) 式と同様以下の表式を使っている。

$$\sigma_a^8 \text{eff} = \sigma_a^8 + (1-p) \exp(-B^2 \tau) \times \frac{\nu^5 \sigma_f^5 N^5 + \nu^9 \sigma_f^9 N^9 + \nu^1 \sigma_f^1 N^1}{N^8} \quad (100)$$

軽水炉に対しては、共鳴中性子の影響は小さいので無視しているが、核分裂生成物については、その連続的除去も考慮して反応度変化を算出している。ここでは燃料転換比は以下の式を用いている。

$$CR = \frac{N^9 + N^1}{4N^5} \quad (101)$$

その他、[212] では初期燃料転換比を (102) 式で求めており、これの実験値との比較はよい一致をみている。

$$ICR = \frac{\Sigma_a^8}{\Sigma_a^5} + \frac{\eta^5 \epsilon (1-p)}{1+\tau B^2} + \eta^5 \left[(1-\epsilon) + \frac{\nu_t - 1}{\nu_{th}} R \right] \quad (102)$$

また [1841] では

$$ICR = \frac{\Sigma_a^8 (R_c^8 + 1)}{\Sigma_a^5 \left[1 + R_f^5 \frac{1 + \alpha_e^5}{1 + \alpha_{th}^5} \right]} \quad (103)$$

によっている。ここで R_c^8 は ^{238}U の熱外中性子捕獲の熱中性子のそれに対する比であり、 R_f^5 は同じく ^{235}U の核分裂に対する比を示している。この2つの量は測定もおこなっており、これに熱外中性子の ^{235}U に対する α , $\alpha_e^5 = 0.4$, 熱中性子に対しては $\alpha_{th}^5 = 0.18$ を使って ICR を出している。計算はモンテカルロ法によっているが、熱外中性子に対する断面積の資料に不確定さがあり、これによる誤差が理論の不確定さによるものと同程度になっていると述べている。

その他 [590] では減速材中の軽水の影響とか、燃料の取りかえかたと炉の寿命との関係とか、あるいは Xe による炉の出力の振動などを扱っている。

5. 理論と実験との関係

原子炉の核設計の基礎として常に実験が存在し、これにより計算の正確さなどをチェックしてゆかなければならない。しかしここで実験について詳細にのべるのは本報の範囲外であるので、簡単に実験資料を整理し比較検討しておく。この際いつものことながら基礎となる核常数值が問題になるわけで、まずいろいろの論文で使われている値を第11~13表にまとめておく。第11表の熱中性子に対する常数は、ジフェニルを除いてはすべて 20°C における MAXWELL 分布で平均した値であり、大体同じ値が使われている。

重水に関しては第11表の最上段に示した重水の純度にしたがいいろいろの値が出てきている。速中性子に対する常数值にはいろいろの不確定さがあるが、第12表には ρ の計算の際使われる常数值を書いておいた。この値と2組近似の速中性子群に対する値との関係は自明ではないが、 Σ_a および $\xi \Sigma_s$ については一般に同じ値が使われているので一緒に書いておいた。 Σ_{tr} の方は共鳴中性子の κ に関係し、[212] にみられるようにこの両者にいくらか差がみられる。それゆえ速中性子群に対する値にはかっこをつけておいた。また共鳴領

第 11 表 熱中性子に対する核常数值

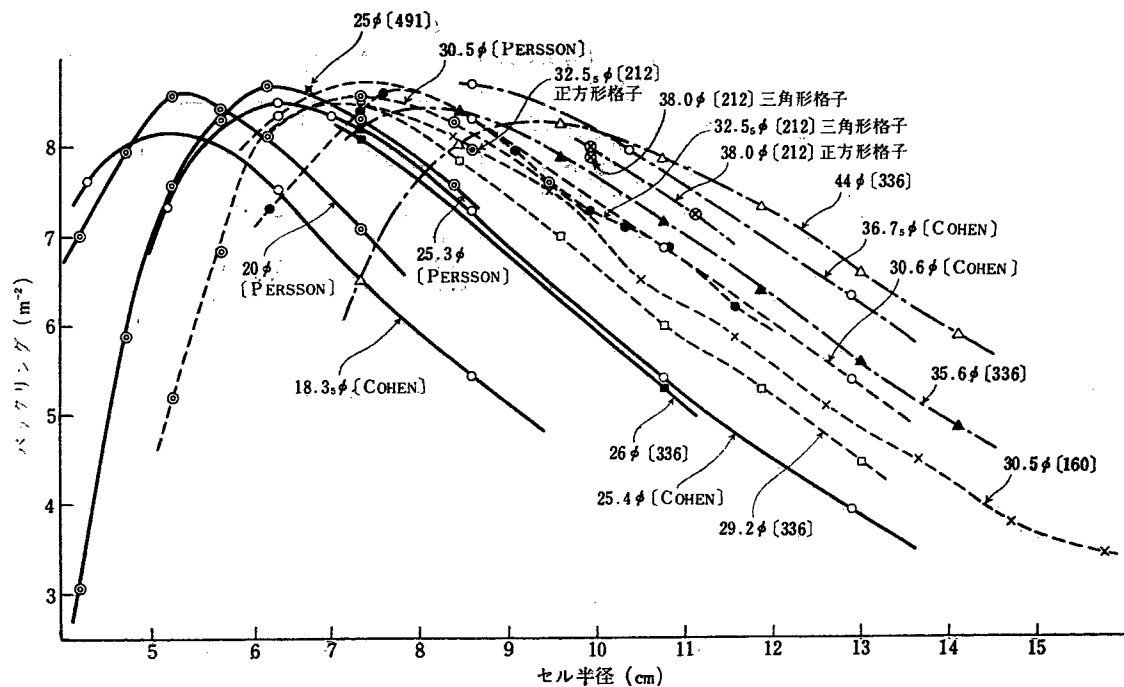
	天然ウラン	重 水	天然ウラン酸化物 (UO ₂)	ア ル ミ	軽 水	ジフェニル (C ₁₂ H ₁₀) (85°C)
密度 (g/cm ³) 重水に対して は D ₂ O の純 度 (%)	18.9[212][336] 18.86[1336]	99.8[212][336] 100.0[590] 99.75[1336] 99.25[2036]	9.4[160][575] 10[212] 9.52[336] 10.1[590]	2.70 _s [1336]		
Σ_a (cm ⁻¹)	0.321[212][336] 0.318 _s [245][1336] 0.322[590]	0.00068[212] 0.00071[336] 0.00034[590] 0.00078 _s [1336] 0.000201[2036]	0.150[212]	0.0122[212] 0.0137[336] 0.0129[1336] 0.0123[1461] 0.0143[2036]	0.0197[590] [1461]	
Σ_s (cm ⁻¹)	0.393[212][245] 0.399[336] 0.391[1336]	0.466[212][336] 0.50 _s [1336]	0.370[212]	0.084[212][336] 0.086[1336]		2.21[595]
Σ_{tr} (cm ⁻¹)	0.392[212] 0.390[1336]	0.401 _s [160] 0.392[212] 0.405[335] 0.401[336] 0.42[1336] 0.361[2036]	0.362[212]	0.091[160][2036] 0.074[212] 0.083 _s [1336]		1.27±0.05[595]
L (cm)	1.18[212] 1.50 _s [1336]	98~90±6[160](測定値) (H ₂ O 0.25~0.35%) 112[212] 105[335] 157[590] 100 _s [1336] 71[2036]	1.9[212]	19.3[212] 17.2 _s [1336] 18.1[1461]	2.85[590] [1461]	4.82±0.07[595] 4.88±0.05[630]

第 12 表 共鳴中性子に対する核常数值

	天然ウラン	重 水	天然ウラン酸化物(UO ₂)	ア ル ミ	軽 水
Σ_s (cm ⁻¹)	0.39[1336]	0.35[212][1336] 0.36[336]		0.082 _s [1336]	1.480[212]
$\xi \Sigma_s$ (cm ⁻¹)	0.0033[1336]	0.1756[212] 0.178[335] 0.177[336][590] 0.176[1336]		0.0064[212] 0.0059 _s [1336]	1.213[590]
Σ_{tr} (cm ⁻¹)	0.428[212](0.427) (0.39[1336])	(0.270[160]) 0.271[212] (0.286) (0.29[1336])	0.361[212] (0.370)	0.083[212](0.074) (0.080 _s [1336]) (0.082 _s [1461])	0.579[212]

第 13 表 高速中性子に対する核常数值

		天然ウラン	重水	天然ウラン酸化物(UO ₂)	アルミ
ν_{th}		2.484[212] 2.46[1336][2105] 2.47[2376]	—	2.484[212]	—
ν_f		2.51[212][336] 2.55[1336]	—	2.51[212]	—
高速中性子 (1.4 MeV 以上)	$\Sigma_t(\text{cm}^{-1})$ ($\sigma_t(\text{barns})$)	0.349[212][336] 0.205[1336] (7.30[336])	0.266[212] 0.226[336] 0.19[1336]	0.260[212]	0.151[212] 0.150[336]
	$\Sigma_s(\text{cm}^{-1})$ ($\sigma_s(\text{barns})$)	0.221[212] (4.62[336]) (1.5[1336])	0.138[212][336]	0.191[212]	0.151[212]
	$\Sigma_f(\text{cm}^{-1})$ ($\sigma_f(\text{barns})$)	0.0254[212] (0.532[336]) (0.29[1336])	—	0.0118[212]	—
	$\Sigma_i(\text{cm}^{-1})$ ($\sigma_i(\text{barns})$)	0.102[212] (2.10[336]) (2.47[1336])	0.088[212][336]	0.057[212]	—
高速中性子 (1.4 MeV 以下)	$\Sigma_{2t}(\text{cm}^{-1})$ ($\sigma_{2t}(\text{barns})$)	0.380[336] (7.95[336])	0.337[336]		0.216[336]
	($\sigma_{2c}(\text{barns})$)	(0.14[336])			



	文献	天然ウラン棒		アルミ被覆		重水純度 (モル%)	格子形	実験方法
		直径 (mm)	密度 (g/cm³)	内径 (mm)	厚さ (mm)			
×	160	30.5	18.75	31.5	1.5	~99.7	三角	指数炉
●	212	32.57	18.95	32.94	1.02	99.76	正方	臨界
●		"	"	"	"	99.77	三角	"
⊗		38.02	18.88	38.10	1.02	99.72	正方	"
⊗		"	"	"	"	"	三角	"
■	336	26	18.9	27	1.0	99.80	正方	"
□		29.2	"	30	1.0	"	"	"
▲		35.6	"	36.8	0.8	"	"	"
△		44	"	45	1.0	"	"	"
■	491	25	?	?	1.0	?	"	"

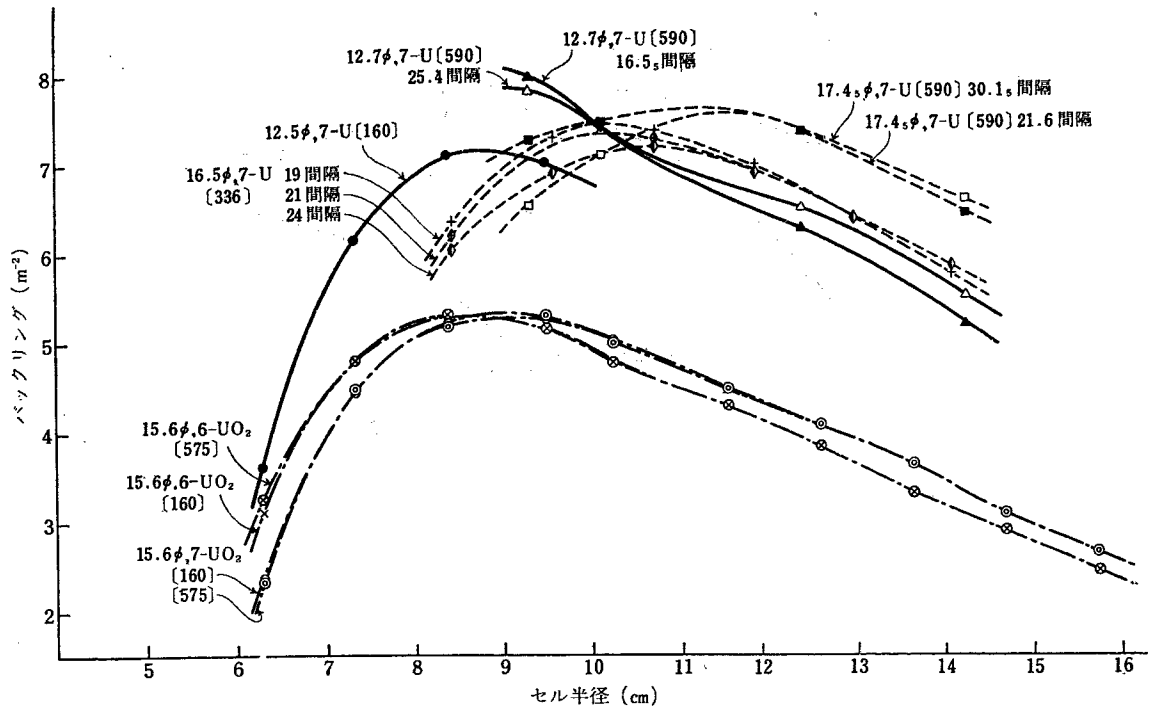
	文献	天然ウラン棒		アルミ被覆		重水純度 (モル%)	格子形 (指数炉実験)
		直径 (mm)	密度 (g/cm³)	内径 (mm)	厚さ (mm)		
○	COHEN	18.37 _s	18.88	?	1.0	99.7	正方
		25.4	"	"	"	"	"
		30.6	"	"	"	"	"
		36.7 _s	"	"	"	"	"
◎	PERSSON	20.0	18.70	20.6	1.0	99.75	三角
		25.3	18.73	26.1	1.2 _s	"	"
		30.5	18.76	31.3	1.5	"	"

第1図 天然ウラン中実棒格子のバックリング測定値

域のエネルギー対数幅として、一般に天然ウランには 5.6, 酸化ウランには 7.3 が用いられているが、[212] ではそれぞれ 2.6 と 3.5 が使われている。また τ の値としては、重水についてはすでにのべたので省略するが、軽水に対しては 31 cm^2 [630], 33 cm^2 [1461], 32 cm^2 [2387] の値が出ており、ジフェニルについては $\ln$ 共鳴までの値として 54 cm^2 [595], 54.2 cm^2 [630], また熱エネルギーまでとして 55.7 cm^2 [630] が求められている。その他軽水の速中性子群に対する D として 0.901 cm の値も使われている[1461]。第13表は ϵ の計算のさいに使われる常数値であるが、これも第3表のところでのべたように SPINRAD の方法を使う際と[212][336], 従来の GLASSTONE 中の表式を使う場合[1336]とで常数値は異なってくる。す

なわち後者の際には、前者の値に核分裂スペクトルの 1.4 MeV 以上の割合, f_A を掛けて使っているわけである。

実験資料としてはバックリングとか、高速中性子核分裂比、あるいは燃料不利因子、その他温度係数とか制御棒の効果など非常に多くの測定値が発表されている。まず天然ウラン、あるいは酸化ウランと重水の系であるが、これのバックリングの測定には今回は臨界実験が多くなされている[212][336][590]。そして指数炉実験でも同様であるが、炉全体に配列した格子での測定は、ある基準の格子についてのみおこない、その他の格子については、この基準の格子の中央部のみを目的とする格子におきかえて測定している[160][336][575][590]。すなわち[590]以外は、中央部の



	文 献	天然ウラン, あるいは 酸化物の棒			アルミ被覆		燃料棒房		アルミ外管		文 献	重水純度 (モル%)
		物 質	直 径 (mm)	密 度 (g/cm³)	内 径 (mm)	厚 さ (mm)	本 数	棒間距離 (mm)	内 径 (mm)	厚 さ (mm)		
●	[160]	U	12.5	18.5	12.7	0.75	7	18.5	56	1.0	[160]	~99.7
×		UO ₂	15.6	9.4	15.6	0.80	6	23.75	72	"	[336]	99.80
○		"	"	"	"	"	7	"	"	"	[575]	99.64 _s
+	[336]	U	16.5	18.9	17	1.0	"	19	—	—	[590]	99.75
◇		"	"	"	"	"	"	21	"	"		
◆		"	"	"	"	"	"	24	"	"		
⊗	[575]	UO ₂	15.6	9.4	16.4	0.4	6	47.5	72	1.0		
◎		"	"	"	"	"	7	"	"	"		
▲	[590]	U	12.7	?	—	—	"	16.5 _s	—	—		
△		"	"	"	"	"	"	25.4	"	"		
■		"	17.4 _s	"	"	"	"	21.6 _s	"	"		
□		"	"	"	"	"	"	30.1 _s	"	"		

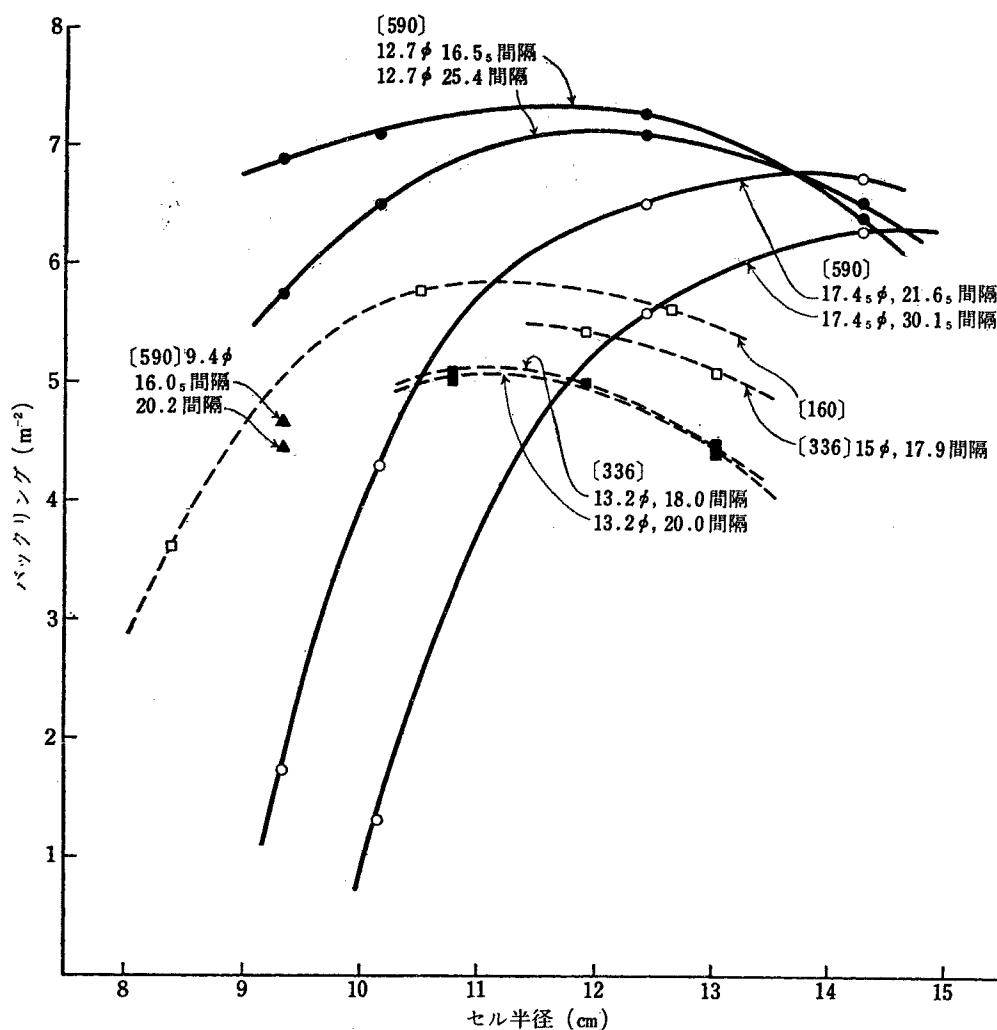
第 2 図 6 本, および 7 本の中実燃料棒房の格子のバックリング測定値

燃料本数を少しずつ増してゆき, 以下の関係式から外挿して求めるべき B_c^2 を出している。

$$\frac{\overline{B}^2 - B_p^2}{W} = (B_c^2 - B_p^2) - [(B_c^2 - B_p^2)(R - R_1) - (B_i^2 - B_p^2)(R_2 - R_1)] \frac{W'}{W} \quad (104)$$

しかしこの方法によるバックリングの誤差は, 臨界実験では数 % 程度となっているが, 指数炉実験では系統的誤差のため大きくなっている。[160] ではこの原因として移動面積の異方性をあげ, 臨界実験より 0.3 m^{-2} 程度高くなっている不一致は, M^2 の燃料要素と平行な方向の値が, 直角方向より 2% 程度大きいとす

れば除かれるとのべている。[160] [575] は ZEBRA と呼ばれる直径 1 m の指数炉での実験であるが, 前者では天然ウラン棒の 1, 2, 7 本の房, および二酸化ウラン棒の 6, 7, 13, 19, 27 本の房についての B_m^2 を求めている。これらの値は第 1~4 図に書いておいたが, この他に B_m^2 の温度係数, L^2 , 制御棒の効果などを測定しているが, 信用度は確かでないとのべている。[575] では二酸化ウラン棒の 6 本と 7 本の房についてのみ, その格子の B_m^2 と L^2 を測定している。 B_m^2 の値は第 2 図に書いておいたが, [160] と少し違っているだけである。[212] は ZEEP での臨界実験をのべているが, 初期におこなった指数炉実験によ

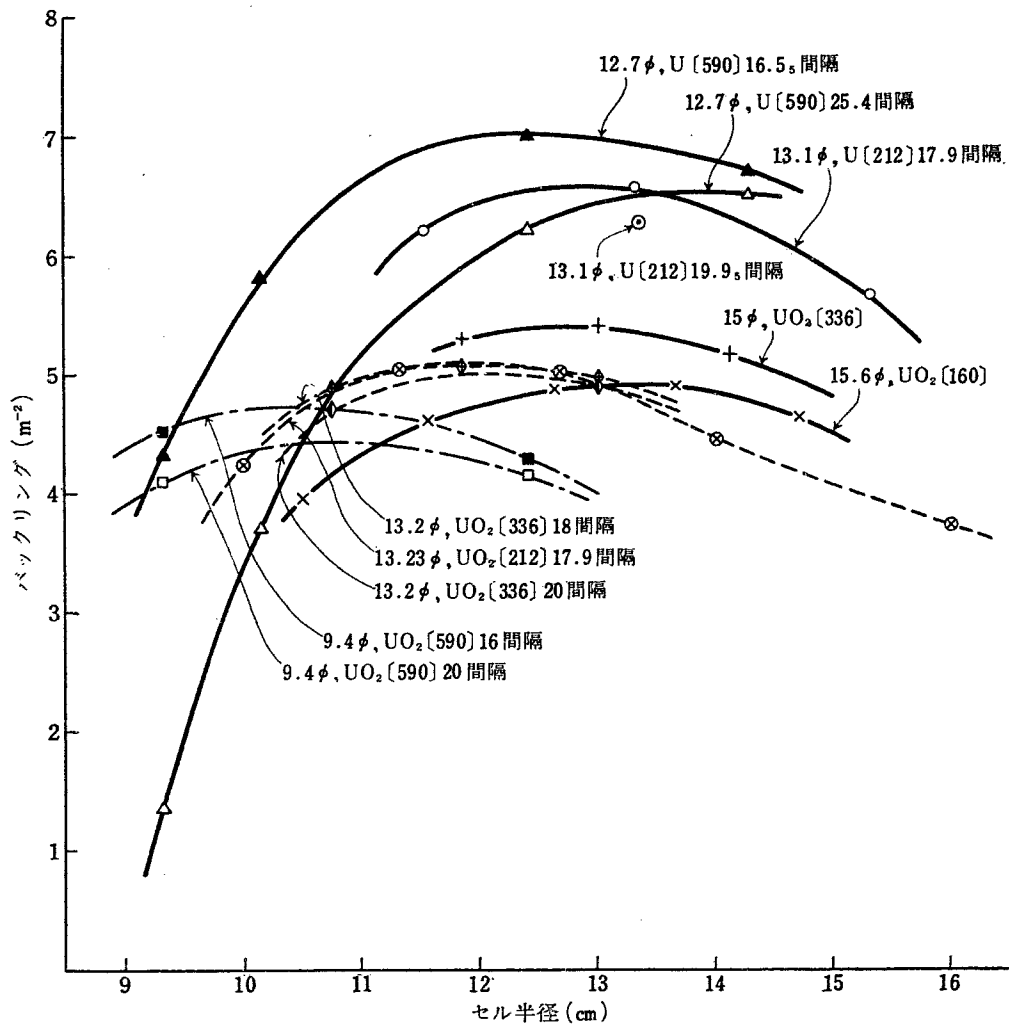


	文 献	天然ウラン, あるいは 酸化物の棒			アルミ被覆		燃料棒房 内棒間距 離(mm)	文 献	重水純度 (モル%)
		物 質	直 径 (mm)	密 度 (g/cm³)	内 径 (mm)	厚 さ (mm)			
□	160	UO ₂	15.6	9.4	15.6	0.8	18.5	160	~99.7
□	336	"	15.0	?	15.3	"	17.9	336	99.80
■		"	13.2	9.52	14.0	1.0	18.0	590	99.75
■		"	"	"	"	"	20.0		
●	590	U	12.7	?	—	—	16.5s		
●		"	"	"	"	"	25.4		
○		"	17.4s	"	"	"	21.6s		
○		"	"	"	"	"	30.1s		
▲		UO ₂	9.4	10.1	10.2	1.24s	16.0s		
▲		"	"	"	"	"	20.2		

第3図 13本の中実燃料棒房の格子のバックリング測定値

る B_m^2 の値もまとめている。ZEEP については付録に書いておいたが、燃料要素としては天然ウランの中実棒 (ZEEP 型, NAA 型), 3本の房, 19本の房 (NPD-I 型, NPD-II 型), 中空棒 (HIPPO 型), 5枚の燃料板の束 (NRU 型), および二酸化ウラン棒の19本の房を使っている。これらの B_m^2 の測定値は第1

図, および第4, 5図に示したが, その誤差は大体 $\pm 5\%$ 以下になっている。このほかに熱中性子束の微細構造, 高速中性子核分裂比も測定している。前者についてはそれより求められた燃料不利因子の値を第7図に, また後者の値は第8図に示す。燃料不利因子の誤差は $\pm 2\%$ となっている。[336]は付録に書いてあ

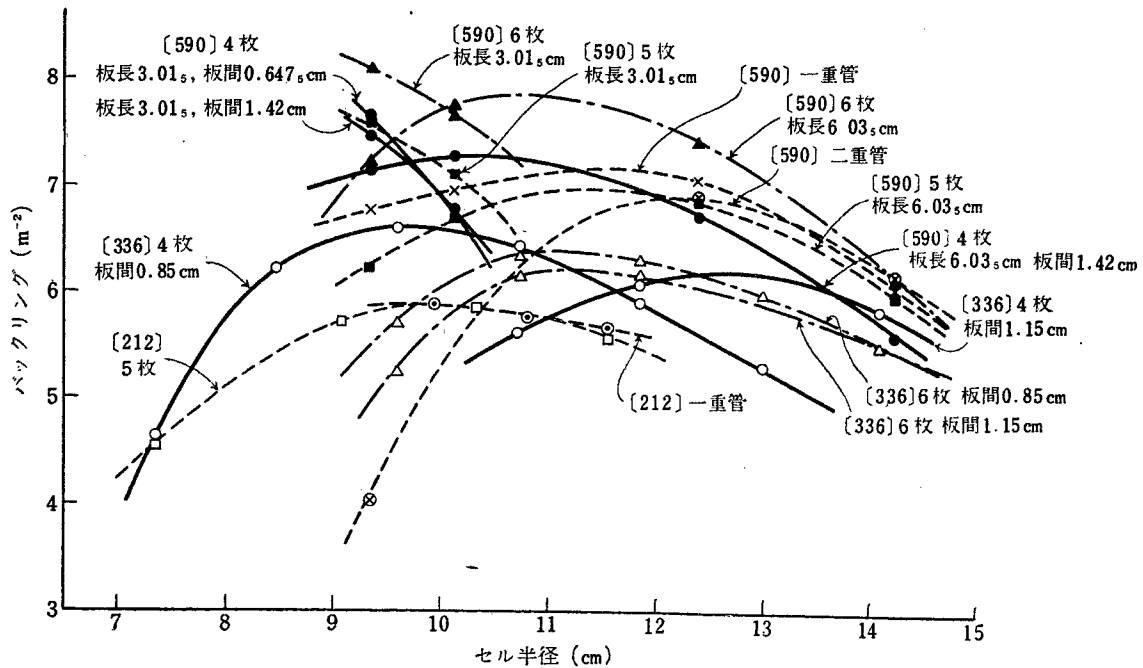


	文献	天然ウラン, あるいは 酸化物の棒			アルミ被覆		燃料棒房 内棒間距離 (mm)	アルミ外管		文献	重水純度 (モル%)
		物質	直径 (mm)	密度 (g/cm ³)	内径 (mm)	厚さ (mm)		内径 (mm)	厚さ (mm)		
×	160	UO ₂	15.6	9.4	15.6	0.8	18.5	96.4	1.8	160	~99.7
○	212	U	13.1	18.93	13.85	1.02	17.91	—	—	212	U 99.63
●		"	"	"	"	"	19.94	"	"		UO ₂ 99.60
⊗		UO ₂	13.23	9.53	"	"	17.91	"	"		
◇	336	"	13.2	9.52	14	1.0	18	"	"	336	99.80
◆		"	"	"	"	"	20	"	"	590	99.75
+		"	15	?	15.3	0.8	17.9	"	"		
▲	590	U	12.7	?	—	—	16.5 _s	"	"		
△		"	"	"	"	"	25.4	"	"		
■		UO ₂	9.4	10.1	10.2	1.2 _s	16.0 _s	"	"		
□		"	"	"	"	"	20.2	"	"		

第4図 19本の中実燃料棒房の格子のバックリング測定値

る“*Aquilon*”で非常に多くの燃料要素について B^2 の測定をおこなっている。すなわち天然ウランに関しては中実棒, 7本の房, 4, 6, 8 板の束, 酸化ウランについては 7, 12, 13, 19 本の房を扱っている。こ

れらの値は第1~5図に示しておいたが, このほかにアルミ外管の影響とか, ガス冷却になったときの変化とか, または熱中性子束の微細構造, 温度係数, 重水のレベル変動の効果なども測定している。燃料不利因



	文献	天然ウラン中空棒		アルミ被覆厚さ (mm)	アルミ外管寸法 (cm)	備考
		寸法 (cm)	密度 (g/cm ³)			
●	212	内径 4.54 _s 外径 5.71 _s	18.9	1.0	内径 7.30 厚さ 0.16	ウラン内 外は空気
×	590	内径 6.75 _s 外径 7.69 _s	?	—	—	ウラン内 重水
⊗		内径 6.75 _s 外径 7.69 _s (内径 4.77 _s 外径 5.87)	?	—	—	ウラン内 外重水

*1) 天然ウラン板

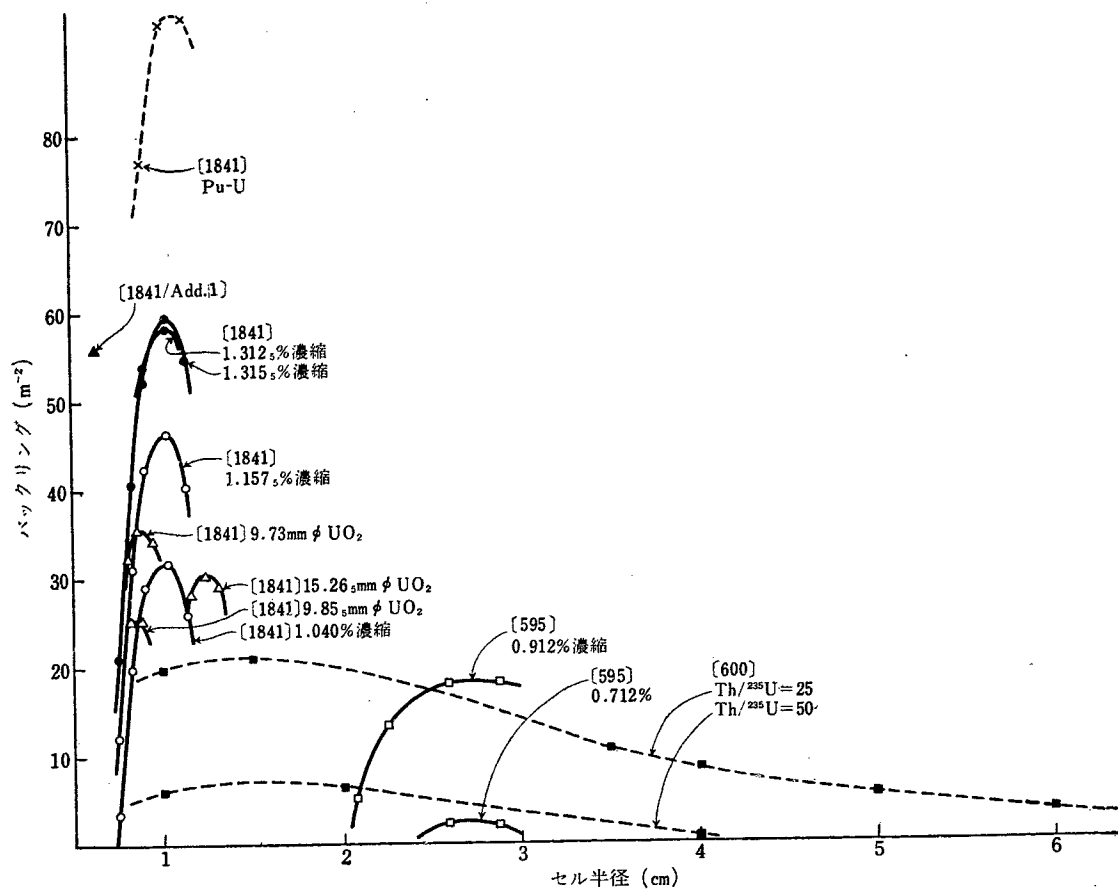
文献	重水純度 (モル%)	中央板 3.96mm×5.78cm 中間板 " ×5.31cm 端の板 4.50mm×3.40cm アルミ外管 6.03cm ID, 1.24mm 厚
212	99.74	
336	99.80	
590	99.75	

	文献	天然ウラン板			アルミ被覆厚さ (mm)	燃料板束	
		厚さ (mm)	長さ (cm)	密度 (g/cm ³)		枚数	板間距離 (mm)
●	590	4.57	3.01 _s	?	—	4	6.47 _s
●		"	"	"	"	"	14.22
●		"	6.03 _s	"	"	"	"
■		"	3.01 _s	"	"	5	"
■		"	6.03 _s	"	"	"	"
▲		"	3.01 _s	"	"	6	6.47 _s
▲		"	6.03 _s	"	"	"	"
□	212*	~4	~5	18.94	1.0	5	~7
○	336	4.5	5.55	18.9	"	4	8.5
○		"	"	"	"	"	11.5
△		"	"	"	"	6	8.5
△		"	"	"	"	"	11.5

第5図 天然ウラン板の束、および天然ウラン中空棒格子のバックリング測定値

子の値は第7図に書いた。ここでも B^2 の測定値を他の実験値と比較しているが、NAA の指数炉実験結果は大きい値を与えているとのべている。ZEEP の実験との比較は、ZEEP 型の中実棒と NRU 型の板状燃料および 19 本の酸化ウラン棒の房については一致をみているが、19 本の天然ウラン棒の房については ZEEP の実験値のほうが大きくなっている。また同じウラン量の燃料要素について、その分割の影響、および酸化ウランにしたときの変化も調べており、分割を進めてゆけば、狭い格子間隔の方に大きく影響し、 B^2 の極大が広い格子間隔の方へずれてゆくことを示している。また同じ型の燃料要素について、ウラン量が増えたときの影響も調べており、たとえば中実単一棒の

ときは直径が減少すると B^2 の極大が V_M/V_U の大きいほうにずれることを示している。[590] では先述のように 2 領域の臨界実験を 2 組近似で解析し、中央部の格子の B_m^2 を求めている。ここでも非常に多くの燃料要素の型を扱っており、天然ウランについては中実棒の房、板の束、および中空棒、酸化ウランは中実棒の房、さらにガス冷却の天然ウラン板の束も扱っている。これらの結果は第2~5図にあげてあり、それらの値の標準偏差は $\pm 0.25 \text{ m}^{-2}$ となっている。ここでは、天然ウラン格子では B^2 の極大が $V_M/V_U=20 \sim 30$ にあるが、酸化ウランでは 50 くらいになるなどの議論をしている。この際、後者の方にはアルミ被覆があるので、このままでは直接比較できないが、同

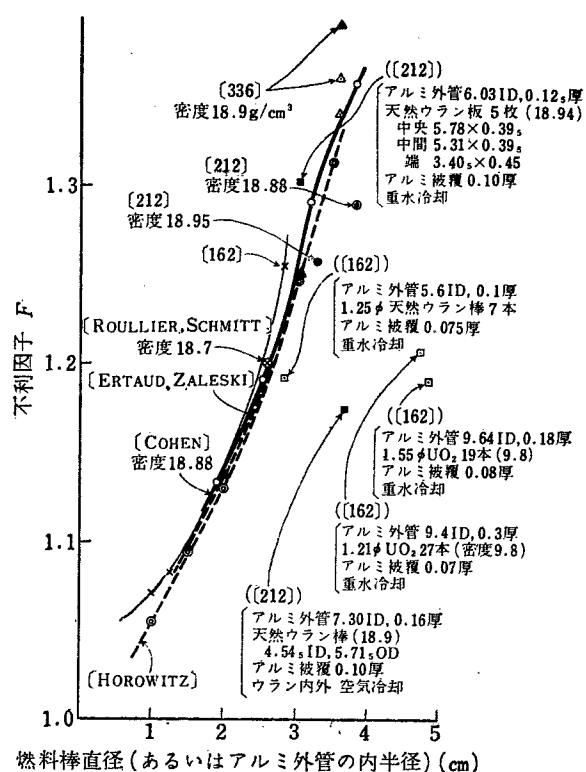


	文 献	燃 料 棒				被 覆		減束材
		物 質	²³⁵ U(原子数%)	直 径 (mm)	密 度 (g/cm³)	物 質	厚 さ (mm)	
□	595	U	0.712	25.4	?	Al	1.0	ジフェニル (85°C)
□		"	0.912	"	"	"	"	
■	600	ThO ₂ -UO ₂	Th/ ²³⁵ U=50	5.94 _s	~8.4	"	0.86 _s	重 水
■		"	Th/ ²³⁵ U=25	"	"	"	"	
○	1841	U	1.040	9.83	18.9	"	0.71	軽 水
○		"	1.157 _s	"	"	"	"	
●		"	1.312 _s	"	"	"	"	
●		"	1.315 _s	"	"	"	"	
△		UO ₂	1.327 _s	9.73	10.53	"	"	
△		"	"	9.85 _s	7.52	"	"	
△		"	"	15.26 _s	7.53	"	"	
×		Pu-U	1.0Pu, 0.3 ²³⁵ U	9.83	?	"	"	
▲	1841/Add.1	UO ₂	2.73 _s	7.62	10.7	304不銹鋼	0.40 _s	軽 水

第 6 図 含水素減速材格子, およびトリウム重水系のバックリング測定値

じ板状燃料要素についての比較もしている。酸化ウランになると V_M/V_U の低い方では B^2 が増し, 高い方では減っており, 20~25 付近ではあまり変っていない。[590]ではこの他に指数炉実験で, 高速核分裂比, 温度係数, 重水中の軽水の効果などについて測定している。高速核分裂比の値は第 8 図に書いておいた。な

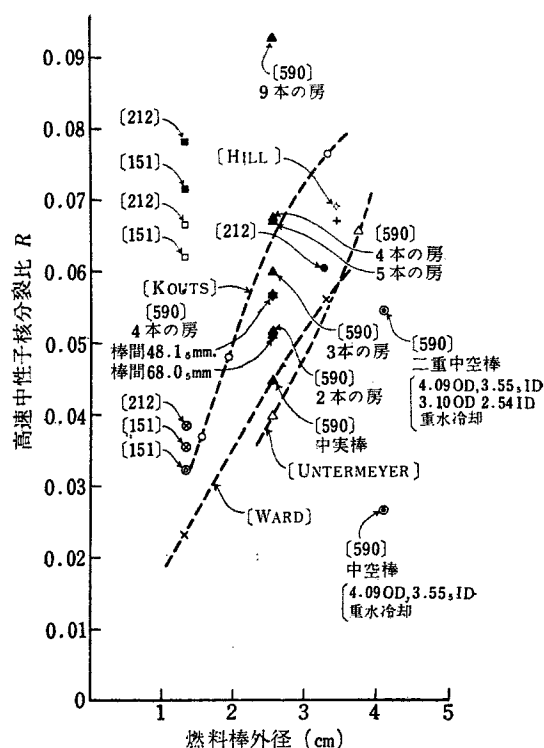
お [491] でも付録に書いてある臨界集合体の B_m^2 として, $8.618 \pm 0.014 \text{ m}^{-2}$ を求めている。これも第 1 図に並記しておいた。また [162] では炉の熱中性子柱内で 7 本の燃料要素を使い, 天然ウランの中実棒, および 7 本の房, さらに酸化ウランの 19 本と 27 本の房について熱中性子束の微細構造を測定している。こ



第7図 天然ウラン、および酸化ウランの
燃料不利因子の測定値

れも第7図に書いてあるが、この結果と COHEN¹²⁾との比較は第7図からもわかるように、COHEN のが少し低くなっている。これは[162]では分子に燃料表面の熱中性子束ではなく、アルミ被覆中の平均熱中性子束をとっているためである。また[151]では高速中性子核分裂比の計算結果をチェックするため、天然ウラン中実棒に対しては WARD, HILL, KOUTS, UNTERMEYER の実験結果を、また 19 本の房状燃料に対しては WARD のを引用しているの、これらの値も第8図に並記しておいた。また燃料不利因子についても COHEN²¹⁾, ERTAUD と ZALESKI, および ROULLIER と SCHMITT のが引用されているので、これらも第7図に書いておいた。なお第7図には[245]で引用している HOROWITZ の実験値も並記してある。その他よく引用される実験値として COHEN¹²⁾と PERSSON¹³⁾の指数炉実験の B_m^2 がある。これも参考のため第1図に並記しておいた。その他[335][2036]でも臨界質量の測定をおこなっており、計算結果と比較検討している。

つぎに同じく重水炉であるが、燃料が酸化トリウムと高濃縮酸化ウランの混合体である系を扱っている[600]に移る。ここでは付録の ZPR-VII での臨界実験と、直径 0.9 m, および 1.5 m のタンクでの指数



中実燃料棒房の仕様 (重水冷却)

	文献	燃料棒		燃料棒房	
		物質	直径 (mm)	棒本数	棒間 (mm)
■	151	U	13.1 _s	19	17.9
□		"	"	"	19.9 _s
⊗		UO ₂	13.2 _s	"	17.9
◎		"	"	"	19.9 _s
■	212	U	13.1	"	17.9
□		"	"	"	19.9 _s
⊗		UO ₂	13.2 _s	"	17.9
▲	590	U	25.4	2~9	33.8
★		"	"	4	48.1 _s , 68.0 _s

第8図 天然ウラン、および酸化ウラン燃料体の
高速中性子核分裂比の測定値

炉実験をのべている。後者では第6図に示した B_m^2 の測定を $\pm 0.3 \text{ m}^{-2}$ の正確さでおこなっているほか、 $\text{Th}/^{235}\text{U}=50$ の燃料棒について格子間隔の異なった2領域より成っている系の B_m^2 , さらに L^2 とか、温度係数, ボイド係数を測定している。ZPR-VII では B^2 , 反射体による節約, k , τ , 不利因子, ボイド係数, 制御棒の効果を測定しており、第6図の $\text{Th}/^{235}\text{U}=25$ の曲線上の左端の2点がこれによる B^2 の値である。

つぎに含水素減速材の系についてであるが、[595]では付録に書いてあるような液体ジフェニルを減速材とした指数炉で種々の実験をおこなっている。すなわち第11表のところでのべた減速材の熱中性子対

する Σ_{tr} および L , さらに τ を測定しているほか、第 6 図に示した B_m^2 を求めている。この際指数炉中に、これに対する中性子源として使っている湯わかし型原子炉より余分の中性子が入ってくるため、誤差は $\pm 1.0 \text{ m}^{-2}$ にもなっており、したがって天然ウランで正の B_m^2 が出ているのはまぐれにすぎないとのべている。このほか有機材減速炉については [630][2387] で扱っており、前者では付録にある OMRE で、同じく L , τ を測定している他、温度係数、ボイド係数、制御棒の効果なども求めている。[2387]では付録に書いてある BMI, FPR, FCE に加えて PMA, PPA という臨界集合体を使って非常に多くの実験をおこなっている。すなわち任意の減速材の反応度を予言できるように PPA, PMA で水素、炭素、酸素の反応度係数を求めており、また FCE では有効倍率、中性子束分布、カドミウム比を、FPR では B^2 , 反射体による節約、さらに M^2 , および燃料板の自己遮蔽係数を測定している。また、BMI では発電用原子炉の反射体制御の可能性を調べるため、反射体の効果を種々の角度から測定している。

軽水炉は [1841] で詳細に扱っている。BNL では直径 30 cm のタンクを使って、熱中性子束の微細構造、カドミウム比、(103) 式の R_f^5 , R_c^8 , および ^{238}U の核分裂の割合の ^{235}U のそれに対する比を測定しており、また臨界集合体でもって臨界質量、 B^2 , 反射体による節約、中性子温度、 M^2 などを求めている。また 2 領域格子の B^2 の測定より、中央部の Pu 濃縮の系の B^2 も求めている。一方 Bettis でも臨界集合体により、微細構造、 R_f^5 , R_c^8 , ^{238}U の核分裂比、 B^2 , 反射体による節約、温度係数、バックリング係数、異方性も考慮した M^2 などを測定している。 B^2 の結果を第 6 図にまとめておいた。このほか、[1841/Add. 1] では付録に書いてある CRX で臨界実験をしている。このさいには制御棒の挿入される管などがあるので、結局外挿して臨界質量を求めており、そのときの B^2 として $56.1 \pm 1.0 \text{ m}^{-2}$ を求めている。この値も第 6 図に並記しておいたが、このほか反射体による節約、制御棒の効果なども測定している。そのほか [596] では付録に示しているように、その性質を変えた 3 種の臨界集合体で 30°C から 90°C までの温度係数を測定しており、もれの増加は温度係数をより負にするが、あまりもれが大きいときには反射体の影響のため温度

係数が正になってくるとのべている。また熱中性子吸収体を炉内に分布したときは、温度係数がより正になるが、制御棒のように局所的なときはほとんど影響しないことも結論している。[1461] にも付録の Merlin での臨界質量、制御棒効果、温度係数の測定が書かれており、その他、[596/Add. 1][2376] には臨界質量とか制御棒効果の測定が出ている。

後 記

重水炉、および含水素減速材炉の核設計計算の方法を一とおりみて、これと関連した実験結果をあげてきた。核計算に関係する論文は非常に広範囲にわたり、非常に数も多い。したがって限られた紙面で十分比較検討することは困難で、たとえば第 1 表の臨界方程式と第 1~6 図のバックリング測定値との比較などは十分にできていない。[135] には (1) 式による B^2 の計算は、 k に $\pm 1\%$ の幅をもたせなくてはならないとのべている。そしてこれにさらに炉の長期変化も考慮するならば、全体としての幅は燃焼率にして $\pm 1000 \text{ MWD/ton}$ となるとのべている。[336] には、これは前にもふれたが、結局 ρ と有効共鳴積分の関係式に大きな欠陥があるか、あるいは 2 組近似と 4 因子公式が不適当であるかのどちらかであると結んでいる。軽水炉を扱っている [1841] では、セルの効果と、もれの効果の間に相互関係があるので、(2) 式、あるいは (4) 式のように、この両者を分離してしまうことは不可能であるといっている。

そのほか炉の型についても、たとえば [246] では、天然ウランより酸化ウランの方がより高い燃焼率が得られるであろうとか、将来は酸化ウランが使われるとか、減速材として重水を使う際には、温度とともに臨界質量が急速に増加するのをさけるため、熱絶縁をして減速材温度を低くしておかなくてはならないとか、いろいろ議論がなされている。[610] にも金属ウランと酸化ウランについて同様の比較がなされており、また [2105] では炉の長期変化について重水炉と軽水炉の比較がされている。[600] でも炉の型についていろいろと比較検討がおこなわれているが、本報ではこれらの詳細は省略することとし、最後に調査した論文に出てくる炉を付録としてまとめておく。付録 1 の方は重水炉であり、付録 2 の方が含水素減速材炉で、いずれも核的性質を主として書いておいた。

文

献

第2回ジュネーブ会議報文

- [135] P.H. MARGEN, *et al.*: R3-A natural uranium fuel heavy water moderated reactor for combined electricity production and district heating
- [151] B. PERSHAGEN, *et al.*: Calculation of lattice parameters for uranium rod clusters in heavy water and correlation with experiments.
- [160] R. PERSSON, *et al.*: Exponential experiments on heavy water-natural uranium metal and oxide lattices.
- [162] C.F. WIKDAHL, F. ÅKERHJELM: Measurements on disadvantage factors in a small mock up.
- [208] H.A. SMITH, *et al.*: A study of a full-scale, uranium and heavy water nuclear power plant.
- [209] I.N. MACKAY: The Canadian NPD-2 Nuclear Power Station.
- [210] M.J. MCNELLY: A heavy-water-moderated power reactor employing an organic coolant.
- [211] W. BOYD, *et al.*: The NRU reactor.
- [212] D.W. HONE, *et al.*: Natural-uranium heavy-water lattices, experiment and theory.
- [231] H. ALBERS, B. WALTER: Simulation of the dynamic behaviour of the Swiss D₂O Reactor DIO-RIT.
- [245] P. LEHMANN, *et al.*: Les propriétés physiques de quelques éléments composés, dans des réacteurs du type U-D₂O.
- [246] P. HALLER, A. F. FRITZSCHE: Sulzer project for a prototype heavy water power reactor for location in an underground cavern.
- [335] J. ROBERT, *et al.*: The EL-3 reactor.
- [336] Y. GIRARD, *et al.*: Natural uranium-heavy water lattices.
- [417] T.J. THOMPSON: MIT Research Reactor.
- [447] R.M. FRYAR: The design of the experimental reactor for the plutonium recycle program.
- [491] D. POPOVIC: The bare critical assembly of natural uranium and heavy water.
- [559] N. HIDDLE, O. DAHL: The Halden Boiling Heavy Water Reactor.
- [575] E. ANDERSEN, O. ASPELUND: Exponential experiments with uranium oxide clusters in heavy water.
- [590] G. DESSAUER: Physics of natural uranium lattices in heavy water.
- [595] W.W. BROWN: Exponential experiments with organic moderated uranium lattices.
- [596] S.H. LEVINE: Temperature coefficient measurements of light-water moderated heterogeneous critical assemblies.
- [596/Add. 1] R.J. BREEN: Confirmation on nuclear design methods through the analysis of a heterogeneous critical assembly.
- [600] W.C. REDMAN, J.A. THIE: Properties of exponential and critical systems of thorium-uranium and heavy water, and their application to reactor design.
- [610] D.F. BABCOCK: Heavy water moderated and cooled power reactors.
- [630] R. O. WILLIAMS, *et al.*: Reactor analysis of the organic moderated reactor experiment and comparison of experimental results.
- [636] J.E. MEYER: Synthesis of three-dimensional power shapes-A flux-weighting synthesis technique.
- [1336] A. SUGIMOTO, *et al.*: Design calculation of the Japan-made Reactor No. 1 (JRR-3) (natural uranium heavy-water research reactor).
- [1383] S. BARABASCHI, *et al.*: The Research Reactor of the Nuclear Laboratory at Ispra.
- [1461] K. FIRTH, *et al.*: The physics of a medium flux research reactor.
- [1704] R.D. SAGE, *et al.*: Canada-India Reactor.
- [1841] H. KOUTS, *et al.*: Physics of slightly enriched, normal water lattices (theory and experiment).
- [1841/Add. 1] P. W. DAVISON: Measurements on a lattice of stainless steel clad slightly enriched uranium dioxide fuel rods in light water.
- [1949] M. G. BHIDE: Studies of multi-zone U-D₂O lattices.
- [2036] A. D. GALANIN, *et al.*: Critical test conducted on a heavy-water experimental reactor.
- [2105] J. ROČEK, V. BARTOŠEK: Physical data for design of H₂O and D₂O moderated homogeneous reactors.
- [2185] V.V. GONCHAROV, *et al.*: Some new and reconstructed research thermal reactor.
- [2376] M. GOLDSMITH, *et al.*: Theoretical analysis of highly enriched light water moderated critical assemblies.
- [2387] F. J. JANKOWSKI: Research experience with plastic-moderated critical assemblies.

その他

- 1) A. D. GALANIN: Theory of Nuclear Reactors of Thermal Neutrons, Atomizdat (1957)
- 2) C.H. WESTCOTT: CRRP-680 (AECL-407) (1957)
- 3) B. I. SPINRAD: *Nuclear Sci. Engng.*, 1, 455 (1956)

- 4) E. CRITOPH: CRRP-655 (1956)
- 5) K.M. CASE, *et al.*: Introduction to the theory of neutron diffusion, Vol. 1 (1953)
- 6) A. AMOUYAL, P. BENOIST: CEA-571 (1956)
- 7) A. AMOUYAL, *et al.*: *J. Nuclear Energy*, **6**, 79 (1957)
- 8) S.A. KUSHNERIUK: CRT-712 (AECL-462) (1957)
- 9) A.D. GALANIN: *Proc. Geneva Conf.*, Vol. **5**, 477 (1956)
- 10) R.A. LAUBENSTEIN: NAA-SR-1102 (1955)
- 11) A.D. GALANIN: *Proc. Geneva Conf.*, Vol. **5**, 462 (1956)
- 12) E. R. COHEN: *Proc. Geneva Conf.*, Vol. **5**, 268 (1956)
- 13) R. PERSSON, *et al.*: *J. Nuclear Energy*, **3**, 188 (1956)

附録 3.1 重水炉一覽表

	[135] R-3 (スエーデン)	[208] (加)	[209] NPD-2 (加)	[210] (加)	[211] NRU (加)
出力 (MW)	熱 65(→125), 電気 10(→45)	熱 794, 電気 200	熱~90, 電気 20	熱, 電気 150	熱 200, 電気 —
熱中性子束 (n/cm ² sec)		中心燃料中 1.7×10^{14}		中心燃料中平均 1.5×10^{14}	最高 3×10^{14}
寸法 重水タンク	内径 4.5, 高さ 5.9, 圧力容器	Al	直径 4.4s (中心) ~ 3.8s 長さ 3.8s Al	直径 4.7, 高さ 4.2 Al	内径 3.5, 高さ 3.6s Al 合金
炉心	直径 3.6, 高さ 3.0	直径 5.5, 長さ 5.0s			
燃料要素	17 mm ϕ UO ₂ 0.7 mm Zr-2 被覆 22 mm 間隔 19 本の房 Zr-2 外管 重水冷却	1.4s cm ϕ UO ₂ } 31 本の房 0.5 mm Zr-2 } 11.3s cm ID, 6 mm 厚さ Zr-2 圧力管 1.5 mm 厚さ外管 } この間 He 重水冷却 (加圧)	UO ₂ 2.54 cm OD, 0.63s mm Zr-2 } 2.66 cm 間隔, 7 本の房 (中心には 19 本の房) 8.25 cm ID, 4 mm Zr-2 } 10.25 cm ID, 1.32s mm Al } この間空気 重水冷却 (加圧)	26.5 cm ² UO ₂ 同心環 } 0.78 mm Al } 2.03 mm 冷却材 } 74 mm ϕ Al 合金 } この間 CO ₂ 90 mm ϕ 外管 } アルフェ (オルソ) 20 ~ 30% } 冷却 ニル (メタ 80 ~ 70%) }	天然ウラン板 0.4s cm 厚さ } 5枚 0.53 mm Al 被覆 } Al 管 6.0s cm ID, 1.2s mm 厚 さ } 重水冷却
燃料配列	140 本を 27 cm 間隔	252 本を 31 cm 間隔 正格子	132 本を 27 cm 間隔 正格子	337 本を 24.5 cm 間隔 三角格子	199 本を 19.7 cm 間隔 三角格子
燃料量 (ton)	天然ウラン 15	酸化ウラン 62		酸化ウラン 37	天然ウラン 11
重水量 (ton)	44 (反放射材を含む)	120		70	38
実験孔					3 ループ 2 水平貫通孔
制御	3 調整棒 (炉心周辺) 粗調整・安全棒	減速材体積	減速材体積と温度 濃縮ウラン棒	減速材 レベル	8.0 cm ϕ 13 本 Cd, 3 本 Co (4 本 3.6%, 4 本 3.6%, 8 本 7.4%) (全部 12%)
反射体	30 cm 重水	軽水	55 cm (最大) 重水 34 cm 軽水	61 cm 黒鉛	30 cm 軽水 上下 30 cm 重水
遮蔽	2.1 m 重コンクリート (3.5 g/cm ³) 上 軽水, 重コンクリート	1.2 m コンクリート			30 cm 鋼鉄 2.9 m コンクリート (3.5 g/cm ³) 上 軽水と鋼鉄, 鋼鉄板 下 軽水と鋼鉄, 鋼鉄とマンナ イト
核的特性	(燃料を二分して燃焼率を約 33 % 上昇さす) $B_g^2 = 1.96 \text{ m}^{-2}$	80°C, 平衡放射 ($\sim 1.5 \times 10^3$ MWd/t) $\eta = 1.18s$, $\epsilon = 1.02$, $p = 0.917s$ $f = 0.935$, $L^2 = 244 \text{ cm}^2$, $\tau = 140 \text{ cm}^2$, $B^2 = 1.02 \text{ m}^{-2}$ $ICR = 0.77$	$\eta = 1.23$, $\epsilon = 1.02$, $p = 0.893$ $f = 0.968$, $L^2 = 170 \text{ cm}^2$ $\tau = 133 \text{ cm}^2$ $6 \times 10^3 \text{ MWd/t}$	$\eta = 1.32s$, $\epsilon = 1.01s$, $p = 0.912$ $f = 0.955$, $L^2 = 147 \text{ cm}^2$ $\tau = 127 \text{ cm}^2$ 温度 0.9%, Sm 0.6%, Xe 2.9%, その他 4.6% } [213] [HURST]	

	[212] ZEEP (加)	[231] Diorit (スイス)	[246] (スイス)	[335] EL-3 (仏)	[336] Aquilon (仏)
出力(MW)	熱 ~10W, 電気 —	熱 20, 電気 —	熱 30, 電気 5.9 (最高)	熱 ~13, 電気 —	熱 1 W (瞬間的 100W)
熱中性子束 ($\gamma/\text{cm}^2\text{sec}$)	(最高 10^7)			中心 10^{14}	中心 10^7 (1 W)
寸法	内径 2.0s, 高さ 2.5s AI	内径 2.3, 高さ 2.4 AI	直径 1.2, 高さ 2.1 AI	直径 2.5s, 高さ 4.0s A-5 AI	直径 2.0, 高さ 2.8 AI
(m)				直径 1.83, 高さ 1.35	
炉心					
燃料要素	3.25cm ϕ 天然ウラン棒 3.29cm ID, 1.0mm AI 被覆 その他 —	3.0cm ϕ 天然ウラン棒 1.5mm 厚さ 2S-AI 被覆 1 mm 厚さ AI 合金管 1 mm 厚さ外管 重水冷却 (二重通路を上下)	天然ウラン中空円筒棒 (炉心周辺には 1% ²³⁵ U 濃縮) 内側 Zr 圧力管 (1.3cm ID) 8本の房 外側 Zr 0.5mm) この間黒鉛粉 熱絶縁体の環 9 cm OD 外管 (AI 1.5mm) 重水冷却材(ウラン棒内)(加圧)	1.35% ²³⁵ U 濃縮ウラン中空円筒棒 (内径 22mm, 外径 29mm) 1 mm A-5 AI 被覆 内径 40, 外径 43mm 外管 重水冷却	天然ウラン {中実棒, 7本の房 4, 6, 8 枚の板 天然ウラン酸化物 (UO ₂) 7, 12, 13, 19 本の房 重水冷却
燃料配列	15.2cm 間隔正方格子, その他	243 本, 12.3cm 間隔正方格子	88 本, 正方格子	最大 97 本, 17.5cm 間隔三角格子	正方格子
燃料量 (ton)		天然ウラン 5.9	天然ウラン 5		
重水量 (ton)	10 (最大)	9.6 (最大)	減速材 13		
実験孔				18.2cm 有効内径中央孔 2 セル 2 速中性子転換孔	
制御	4 運転停止棒 2 組 (中央) 4 制御棒 (タンク外) (1 微調整, 3 粗調整) (Cd)		9 本制御棒	4 cm ϕ B ₂ C 2 調整棒 (各 0.5%) (80cm ϕ) 6 粗調整棒 (各 3%) (1.4m ϕ) 3 安全棒 (各 3%) (90cm ϕ)	4 Cd 板 (タンク外) 2 Cd 板 (下の黒鉛中) 2 Cd 棒 (中央 3.6cm ϕ)
反射体	側面 93cm 黒鉛 下 76cm 黒鉛		黒鉛	側面, 下 40cm 重水 60cm 黒鉛	重水 黒鉛
遮蔽	90cm 軽水		側面, 下 鉄, 普通コンクリート 上 鉄と軽水, 鋳鋼	19cm 鋳鉄 コンクリート	1 m コンクリート 上, パラフィン, B, Cd
核的特性	[HURST]		[245]	40 本で臨界, 2.4×10^3 MWD/ton Xe (平衡) 2.5% 温度 0.5% (減速材 $27 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$) (燃料 $1.25 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$) その他 3%	

	[417] MIT (USA)	[447] PRTR (USA)	[491] (ユーゴ)	[559] (ノールウェー)	[600] ZPR-VII (USA)
出力 (MW)	熱 1, 電気 一	熱 70, 電気 一	熱 一, 電気 一	熱 10, 電気 一	熱 一, 電気 一
熱中性子束 ($n/cm^2 \cdot sec$)		平均 7×10^{13}			
寸法 重水タンク	直径 1.2, 高さ 2.1	直径 2.1, 高さ 3.0, 鋼鉄	内径 2.0, Al	直径 2.7 鋼鉄	内径 2.0
(m)	直径 0.84, 高さ 0.60		高さ 2.1		
炉心	^{235}U 高濃縮板 16 枚 (0.5mm 厚さ, 0.5mm 被覆) Al 外板 (MTR 型) 重水冷却	Al あるいは Al-Si 合金中に Pu(同心環, あるいは 19 本の 房) UO_2 同心環 Zr-2, あるいは Zr-3 8.2cm ϕ , 3.9mm Zr-2 管 10.8cm OD, 1.5cm Al 外管) 重水冷却 (加圧)	2.5cm ϕ 天然ウラン棒 1 mm Al 被覆	2.5cm ϕ 天然ウラン棒 2S-Al 被覆 (150°C では濃縮 UO_2 の房, 18/8 鋼鉄管を使用) 外管 重水冷却 (沸騰)	ThO_2 と高濃縮 UO_2 5.9mm ϕ ($Th^{232}U=25/1$, あるいは 50/1) 6.1mm ID, 7.8mm OD Al 1.9cm 間隔, 28 本の房, その他 10cm 正方 重水冷却
炉心	円筒状に 1, 6, 12 本, 計 19 本	85 本を 20cm 間隔に三角格子	12cm 間隔	325 本を 13cm 間隔三角格子	36 本を 10cm 間隔正方格子 (3 $\times$ 3 本が制御板の管で填され る)
燃料配列					
燃料量 (ton)	^{235}U 2.0kg				
重水量 (ton)				16 (全量)	
実験孔		13 計測孔			
制御	6 相調整・安全棒 (Cd 中空) 1 相調整棒 (Al 円筒間に Cd, $\sim 0.55\%$)	減速材レベル 18 相調整棒	重水レベル 1.5%/cm 2 Cd 安全棒	19 Cd 棒 (5 cm ϕ)	25.5cm 拡がりの十字 Cd 板
反射体	側面 20cm 重水, 60cm 黒鉛 上下 60cm 重水	側面 重水あるいは軽水 上下 重水	—		重水 下 30cm Al と重水
遮蔽	側面 ポラール, 鋼鉄, 鉛 1.8m 重コンクリート (4.6g/cm 3) 下 3 Bi 板 上下部プラグと回転プラグ	側面 15cm 鋼鉄, 1.8m 重コ ンクリート 上下 1 m 鉄と軽水 (4.5g/cm 3) 上 回転遮蔽 70cm 鋼鉄とリモナイト (5.1g/cm 3)	—	上 3 鋼鉄板	
核的特性			1.77m 重水レベルで臨界 (22°C) $B^2 = 8.62m^{-2}$	中性子寿命 $5 \times 10^{-4} sec$ ボイド係数 0.19%/Void [581]	

	[600] (USA)	[610] (USA)	[610] (USA)	[1336] JRR-3 (日)	[1383] Ispra-1 (伊)
出力 (MW)	熱 60, 電気 15	熱 435, 電気 100	熱 433, 電気 100	熱 10, 電気 一	熱 5, 電気 一
熱中性子束 (n/cm^2sec)		最高 1.2×10^{14}	最高 1.45×10^{14}	最高 2×10^{13}	最高 8×10^3
寸法 重水タンク		内径 4.0 鋳鋼压力容器	内径 3.9 不銹鋼	内径 2.8 Al	直径 1.2 Al
炉心 (m)	直径 1.0, 高さ 1.5	直径 3.2, 高さ 4.5	直径 3.1, 高さ 4.5	直径 2.6, 高さ 2.7	
燃料要素	ThO_2 と高濃縮 UO_2 } 28本の房 $(Th^{235}U = 20/1)$ Al-Ni 合金 6 cmφ Al-Ni 合金外管 重水冷却 (沸騰, 蒸気 30%)	天然ウラン, 2%Zr 合金中空円 筒 (内径 3.8, 外径 5.1cm) 被覆, 内側 3.6 ₅ ID, 外側 5.2 ₅ OD, Zr, あるいは Zr-2 0.38mm 7.5cm OD, 0.76mm 外管 (Zr) 重水冷却	天然ウラン, 2%Zr 合金中空円 筒 (内径 3.8, 外径 5.1cm) 被覆, 内側 3.6 ₅ ID, 外側 5.2 ₅ OD, Zr あるいは Zr-2, 0.38 mm 7.5cm OD, 0.76mm 外管 } 8.5cm OD, 2.54mm Zr } あるいは Zr-2 圧力管 重水冷却 (加圧)	2.5cmφ 天然ウラン棒 2 mm Al 被覆 1.9cm ID, 1.5mm 厚さ Al 外管 重水冷却	20% 濃縮ウラン板 17 枚 (MTR 型) 重水冷却
燃料配列	66 本	340 本, 16.5cm 間隔	225 本, 19.8cm 間隔	240 本, 15cm 間隔三角格子	円周上 1, 6, 12 本, 計 19 本
燃料量 (ton)		天然ウラン 29	天然ウラン 19.3	天然ウラン 6	^{235}U 2 kg
重水量 (ton)		131 (全量)	117 (全量)	15	
実験孔				20cmφ 中央孔 13cmφ, 5cmφ 各 3 本, 垂直孔 2 ニューマチック水平孔	中央孔可能
制御				5.6cmφ, Cd 中空棒 2 微調整棒 0.6% 12 粗調整・安全棒 (6 本 6.7%, 6 本 3.4%)	Cd 中空棒 微調整棒 0.4% 6 粗調整棒, 各 4.2%
反射体	側面 57cm 上下 30cm	30cm 重水	30cm 重水	側面 10cm 重水, 90cm 黒鉛 上下 20cm 重水 25cm 重水, 70cm 黒鉛	60cm 黒鉛
遮蔽				側面 ボラル, 10cm 鉛, 2.0m 重コンクリート (3.9 ₅ g/cm ³) 上 7cm 鉛, 0.9m 重モルタル ル (3.5 ₅) 0.7m 重モルタル 10cm 鉛, 鋳鋼	1.8m コンクリート (4.7g/cm ³) 上 下部遮蔽と回転ブラグ
核的特性	250°C $\eta = 1.69$, $p = 0.833$, $k_{\infty} = 1.36$ $L^2 = 45cm^2$, $\tau = 236cm^2$ 長期変化 3.8%	3.2 ₅ × 10 ³ MWD/ton 臨界 $B^2 = 6.92m^{-2}$ 高温 $B^2 = 2.43m^{-2}$ 余剰 1.04% 減速材温度 207°C	3.5 × 10 ³ MWD/ton 臨界 $B^2 = 5.75m^{-2}$ 高温 $B^2 = 4.03m^{-2}$ 余剰 5.68% 減速材温度 50°C	6.7 × 10 ³ MWD/ton 臨界 $\eta = 1.32$, $\epsilon = 1.03$, $p = 0.924$, $f = 0.938$, $L^2 = 188cm^2$, $\tau = 107cm^2$ 速度 0.89%, 長期変化 2.6% その他 1.5% $ICR = 0.73$	^{235}U 平均 14% 燃焼 (最高 23%) ^{235}U 114g → 1.5% $\Delta k/k$

	[1704] NRX (加)	[1704] CIR (インド)	[1949] Zerlina (インド)	[2036] (USSR)	[2185] TR (USSR)
出力 (MW)	熱 40, 電気 —	熱 40, 電気 —	熱 —, 電気 —	熱, 電気 —	熱 2.5, 電気 —
熱中性子束 ($w/cm^2 \cdot sec$)	最高 7×10^{13}				中心 2.5×10^{13}
寸法 重水タンク	直径 2.6m, 高さ 3.2 Al	Al	直径 2.3, 高さ ~3.0 Al	Al	直径 1.75, Al
炉心 (m)				直径 0.86, 高さ 1.24	直径 1.10, 高さ 1.22
燃料要素	3.4cm ϕ 天然ウラン 2mm ($\rightarrow$ 1mm) Al 被覆 1.8mm 冷却材 Al 管 1mm 厚さ) この間空気 5.7cm ID Al 外管) この間空気 軽水冷却	天然ウラン Al 被覆 (NRX 型) 軽水冷却	2 領域格子 あるいは環状炉心 その他	2% ^{235}U 濃縮中空円筒棒 (3.5cm OD, 0.167cm 厚さ) Al 被覆 4.3cm OD Al 外管 3.1mm 厚さ 重水冷却	2% ^{235}U 濃縮中空円筒棒 (2.9cm ID, 3.7cm OD) Al 被覆 4.4cm ID 外管 重水冷却 (燃料の内と外)
炉心 燃料配列	143 本, 17.3cm 間隔三角格子			~33 本, 13cm 間隔正方格子 (臨界状態)	64 本, 13cm 間隔正方格子
燃料量 (ton)	天然ウラン 10.5				^{235}U 5.0kg
重水量 (ton)	18				4.5
実験孔	6 ループ, 1 ニューマチック棒 12 トレイロッド, 4 相調整棒 (RI 製造) 4 速中性子転換棒 (中空ウラン)	15cm ϕ 中央孔 10cm ϕ 垂直孔		10cm ϕ 中央孔	28 垂直孔 (5~10cm ϕ)
制御	1 調整棒, 6 安全棒 (~6%) 22 相調整棒 (^{235}U , あるいは ^{239}Pu Al 合金) 4 相調整棒 (主に Co)	6 ボロン運転停止棒	Cd シャッター (タンク外)	2 本 (3.9cm ϕ)	Cd 棒 2 制御棒 各 1.2% 2 安全棒 各 3.2% 8 運転停止棒 11.2%
反射体	85cm 黒鉛	黒鉛	88cm 黒鉛	側面 44cm 重水, 1m 黒鉛 上 10cm 重水 下 30cm 重水, 0.9m 黒鉛	側面, 下 30cm 重水 1m 黒鉛
遮蔽	側面 15cm 鉛鉄, 2 枚 上 3 鉛鉄板 下 4 鉛鉄板 コンクリート ~2.3m	側面 鉛鉄, コンクリート 上 Al, 鋼鉄, コンクリート 下 Al, 鋼鉄			上 ボロン, 砂, 鉛, 55cm 鉄板 1m 軽水, 2.5m コンクリート
核的特性	[213] [HURST]		{ 中央領域 1.6m ϕ ($k_{\infty}=1.05$, $L^2=55cm^2$, $\tau=135cm^2$, $B^2=2.63m^{-2}$) 外部領域 2.0m OD ($k_{\infty}=1.25$, $L^2=250cm^2$, $\tau=105cm^2$, $B^2=7.04m^{-2}$) で臨界, その他	$\eta=1.73$, $\epsilon=1.01$, $p=0.950$ $k_{\infty}=1.52$ $L^2=156cm^2$, $\tau=128.scm^2$ (臨界状態)	1 年間運転 温度 0.8%, 核分裂物 4.4% 照射試験 1%, その他 初期 ($^{52} \sim ^{56}$ 燃料棒 燃料 1 本 0.3% 重水レベル 1.8m +3%

附録 3.2 含水素減速材炉一覽表

	[595] (USA)	[596] (USA)	[596/Add.1] (USA)	[630] OMRE (USA)	[1461] Merlin (UK)
出力 (MW)	熱一, 電気一	熱一, 電気一	熱一, 電気一	熱, 電気一	熱5 (最高), 電気一
熱中性子束 ($n/cm^2 \cdot sec$)					平均 4×10^{13}
寸法	内径 0.70, 高さ 1.8 Al			内径 1.1s (熱しや蔽圧力容器)	
炉心 (m)				0.57 正方 (25 燃料要素)	
燃料要素	2.54cm ϕ 天然および 0.91% 濃縮ウラン 棒 1mm Al 被覆	高濃縮ウラン Zr 合金板, Zr 正 天然ウラン Nb 合金板 } 方形 Zr 板 } 箱 Al-B 板 4 つが 1 要素	Zr 板周囲に 0.5mm 厚さ 高濃縮ウラン板, あるいは } 0.25mm B ₄ C 板 } 4 枚が Zr 箱中 25Zr 箱が Al 箱中	0.5mm 厚さ高濃縮 UO ₂ -不銹 鋼板 0.13mm 厚さ不銹鋼被覆 16 枚が矩形箱中 (7.1 $\times$ 7.4cm) ポリフェニル冷却 (3.4mm 幅)	0.45mm 93% ²³⁵ U-Al 合金 } 0.5mm Al 被覆 } 14 板が Al 箱中 } 軽水冷却 (3.3mm 幅)
炉心 燃料配列	正方格子	板状, 正方, 中核とブランケット	~18 要素が正方格子	25~31 要素を 11.4cm 間隔正 方格子	49 要素 (最大) を 7.6cm 間 隔正方
燃料		²³⁵ U	²³⁵ U		²³⁵ U 3.6kg (軽水反射体付)
減速材	液体ジフェニル (C ₁₂ H ₁₀)	軽水	軽水	ポリフェニル (C ₁₂ H ₁₀ +テラルフェ ニル)	軽水
実験孔				12 格子点	(中央孔)
制御		拡がり 12cm の十字 (Cd-Ag 合金 1 燃料要素中に 1 本)	Al 箱の間に十字 Hf 棒	3.2cm OD 不銹鋼管中に B ₄ C 4 本と 8 本	不銹鋼中に十字 Cd 調整 0.5% 粗調整 各 5.5% 安全 各 5.5%
反射体		軽水	軽水		(7.5cm BeO) 軽水 (プール)
遮蔽					50cm 軽水, 10cm 鉛 1.8m パライトコンクリート (3.5g/cm ³) 2cm 鋼鉄
核的特性		板状炉心 (1 $\times$ 4 要素) 12.9kg ²³⁵ U, 2.2% k 正方炉心 (3 $\times$ 3 要素) 10.2kg ²³⁵ U, 13.6% k 中核とブランケット (1 $\times$ 5 要素 両側に 2 $\times$ 5) 中核 ²³⁵ U 12.9kg	臨界 (制御棒なし) 10.1kg ²³⁵ U, 0 g B あるいは 35.2kg ²³⁵ U, 700g B その他	臨界 16.5kg (20 燃料要素, 120°C) 温度係数 +2.0 $\times$ 10 ⁻⁴ /°C (95°C) -3.2 $\times$ 10 ⁻⁴ /°C (370°C) ポイド係数 -3.6 $\times$ 10 ⁻⁴ /ポイド (95°C)	臨界 (軽水反射体) ²³⁵ U 2.8kg Xe 3%, Sm 0.1%, 温度 0.04 %, 長期変化 0.76%, 実験 1.5 %, ポイド係数 -0.21 $\frac{dk}{k} / \frac{dV_M}{V_M}$

	[1827] (オランダ)	[1841/Add.1] CRX (USA)	[2376] (USA)	[2387] ZPR-1 (USA)	[2387] BMI (USA)
出力 (MW)	熱一, 電気一	熱一, 電気一	熱一, 電気一	熱一, 電気一	熱一, 電気一
熱中性子束 ($\gamma/\text{cm}^2\text{-sec}$)					
寸法 炉心タンク	直径 0.28 不銹鋼	直径 1.8, 高さ 2.1 不銹鋼			—
炉心 (m)		直径 0.54, 高さ 1.22			直径 0.53, 高さ 0.61
燃料要素	13~5 μ の UO_2 粒子を軽水中に懸濁 (天然ウラン, あるいは 20%濃縮ウラン)	7.6mm ϕ 2.7% 濃縮 UO_2 棒 0.41mm 不銹鋼被覆	93.37% 濃縮 U_3O_8 をポリエチレン中に散布 周囲に 2.8mm 厚さ Zr 板 5枚 2.3cm 正方	ポリスチレン中に UO_2 粉散布	0.1mm 高濃縮ウラン板 Al 被覆 ポリエチレン Al 管 3.8cm 正方
炉心 燃料配列		~1850 本, 1.02cm 間隔正方格子	2.54cm 間隔正方格子		
燃料	UO_2 全量 6 kg	UO_2 1.0 $\pm$ t (^{235}U 25kg)			
減速材	軽水	軽水	軽水	プラスチック	ポリエチレン
実験孔					
制御	3 安全棒 10% (反射体中) UO_2 濃度	拡がり 20cm の十字 Ag-Cd 合金 全部で 9 本 中心のもの 7.3%	2Cd 正方形の管 (下に 4 燃料要素付)	中性子吸収棒 炉を 2 部分に分離	4Cd 制御板 B_4C カーテン 3% (側面反射体中) 側面反射体の高さ 外部側面反射体 4%
反射体	BeO 黒鉛	軽水	金属と軽水の混合体, あるいは 軽水のみ (全厚 50cm)		ポリエチレン 上部 30cm, 下部 15cm 側面 30cm (2分)
遮蔽					
核的特性	k は流速 (10m ³ /hr 以下で) の関数	臨界 $B^2=56\text{m}^{-2}$	臨界 $15\times 69\times 102\text{cm}$ (50cm 軽水反射体)		

		[2387] FPR (USA)	[2387] FCE (USA)
出	力 (MW)	熱, 電気	熱, 電気
熱中性子束 (w/cm^2sec)			
寸法 (m)	炉心タンク		
	炉心	0.43×0.53×0.91	0.35×0.35×0.60
炉心	燃料要素	0.028mm 93% 濃縮ウラン板 0.013mm テフロン被覆 0.5mm Al 板 0.56mm ポリエチレン板 その他	0.05mm 93.15% 濃縮ウラン板 フッ化炭素被覆 ポリエチレン中にB散布板 (0.25mm厚さ) Zr 板 Al 管 2.5cm 正方
	燃料配列		196×2 要素, 正方格子
	燃料		
	減速材	ポリエチレン	ポリエチレンプラスチック
	実験孔		
制	御	中性子吸収棒 炉を2部分に分離	微調整 Al 管中に B ₄ C とポリエチレン 制御棒 (炉外) 2 安全棒 (炉外) 炉を2部分に分離
反	射 体	15cm ポリエチレン (このうち Al 体積 9.8%, ボイド 10.6%)	ポリエチレン 側面 15cm, 上下 30cm
遮	蔽		
核	的 特 性		臨界 ²³⁵ U 23.5kg, B 0.12kg ポリエチレン 21.5kg, Al 25.5kg Zr 215kg その他

燃焼および燃料サイクルの物理

1. 概 説

第2回ジュネーブ会議では約 20 篇の燃料サイクルに関する文献が発表されているが、ここではコストに関する問題は除き、燃料サイクルの物理についてのべよう。取扱われている問題を大別するとつぎのとおりである。

1. モデルを単純化し、定常状態の場合について燃

焼に対する基本的性質を調べる。[2145]

2. Once-through 照射の場合について燃焼に対する基本的性質を調べる。[1016][1380]

3. Th 系と Pu 系の比較。[1380][2405]

4. 炉内燃料移動、燃料取換え。[2145][311]

5. プルトニウムリサイクル。[2167][1016]

2. 燃焼に対する格子常数の基本的性質

燃焼の基本的性質としてつぎの因子が考察されている。

- 1) 反応度、燃焼度におよぼす濃縮度の影響。
- 2) 反応度、燃焼度におよぼす燃料対減速材の体積比の影響。

- 3) 照射による反応度変化。
- 4) 燃焼による燃料同位元素濃度の変化。
- 5) Th 系と ^{238}U 系の比較。
- 6) その他格子常数の燃焼による変化。

またこれらの因子を解析する方法としてつぎの2種類の方法がとられている。

1. 原子炉運転上理想化された定常状態。[2145]
2. Once-through 方式。[1016][2405]

以下に解析方法によってわけて紹介する。

2.1 理想化状態における燃焼

[2145]では低濃縮ウランを用いた軽水型原子炉について炉内燃料移動をおこなう場合の燃焼などを論じているが、この計算には多くの因子が関連しあって複雑となる。そのため第一段階として計算の比較的容易な理想化された定常状態について燃焼に関する基本的性質を調べ、この理想化状態との比較として炉内燃料移動をおこなう場合の燃焼を論じている。

まず [2145] でいう理想化状態とは、

一様な炉内構造をもつ原子炉を1セットの cell 群か

らなるブロックにわけ、1セットの cell 群は 0 から ρ_w^k の燃焼分布をもつ cell からなり、かつこの分布を時間的に定常に保ち、また炉内のどのブロックも同一の燃焼分布をもつ。これを理想化状態と名付ける。

つぎに理想化状態における臨界条件を導く。

拡散方程式：

$$4J + \frac{k_\infty - 1}{M^2} J = 0 \quad (1)$$

$$J|_{R_p} = 0 \quad (2)$$

J ：減速密度。

R_p ：原子炉半径。

拡散方程式より出発し、 $J = A\phi_0\phi_1$ とおく。

ϕ_0 ： J の炉内での巨視的变化。

ϕ_1 ：1セットの cell 群内での J の変化（微視的变化）。

1セットの cell 群の占める体積にわたって積分し、臨界条件として

$$K_\infty^{\text{critical}} = \bar{K}_\infty = \frac{\int_V K_\infty \phi_1 dv}{\int_V \phi_1 dv} \quad (3)$$

をうる。

さらに燃焼についての cell 分布： $dn = n(\rho_{\text{gen}}) d\rho_{\text{gen}}$ (ρ_{gen} は燃焼量を表わす) をもちい、結果として

$$K_{\infty}^{\text{critical}} = \bar{K}_{\infty} = \mu \varphi \frac{\bar{\Sigma}^{\nu}}{\bar{\Sigma}^c}$$

をうる。ここで

$$\bar{\Sigma}^{\nu} = \frac{1}{X_K} \int_0^{X_K} \Sigma^{\nu} dX, \quad \bar{\Sigma}^c = \frac{1}{X_K} \int_0^{X_K} \Sigma^c dX$$

$$\Sigma^{\nu} = \Sigma_i (\Sigma_i f \nu_i f)$$

$\Sigma_i f$: i 番同位元素の巨視的核分裂断面積

Σ^c : 巨視的吸収断面積

$dX = \phi(t) dt$, X_K : 照射の maximum

μ : 高速中性子の核分裂効果

φ : 共鳴を逃れる確率

$\bar{\Sigma}^{\nu}$, $\bar{\Sigma}^c$ は 1 セットの cell 群について中性子束

$\phi(t)$ の重みをかけて平均した Σ^{ν} , Σ^c の値を示す。

2.1.1 理想化状態での燃焼に対する格子常数の基本的性質 初期濃縮度および燃料対減速材の体積比の燃焼におよぼす影響を考察するにさき立って、つぎの因子の増倍率、同位元素濃度への影響をおよぼす度合、すなわち安定性を調べる。

安定性

1) cut of energy; E_P , 実効中性子温度; T_0 の安定性。

燃焼が進むにつれて E_P , T_0 の変化が考えられる。 E_P , T_0 の変化に対する k_{∞} , ρ_i (同位元素濃度) の影響を考察する。 E_P ; 0.1~0.3 eV, T_0 ; 533~633°K の範囲にある 5 箇の場合について調べ、 k_{∞} については 0.1% 以下、プルトニウム同位元素濃度については 10% 程度、中性子スペクトルの硬化の度合を示す α については約 6% の変化がみられた。

2) 有効プルトニウム断面積および νf の変化に対する安定性。

νf については $\nu_9 f = 2.88$, 2.91 ; $\nu_1 f = 2.90$, 3.0 の変化、プルトニウム断面積については共鳴レベルの interlocking factor を考慮する場合と考慮しない場合について k_{∞} , ρ_i への影響を調べている。結論としてはこれらの影響は小さく、ここで燃焼に対する一般的概念をうるには、これらについてさらに詳しく調べる必要はない。

3) スペクトル硬化のパラメータ α の安定性の解析をおこない、 α の大きい変化 (30%) に対しても結果がかなり安定であることを示している。

計算の簡単化のために以下の計算では $E_P = 0.2 \text{ eV}$, $T_0 = 533^\circ \text{K}$ および $\nu_9 f = 2.91$, $\nu_1 f = 3.0$ の場合について、また ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu の共鳴領域での resonance level の interlocking factor を考慮して計算をす

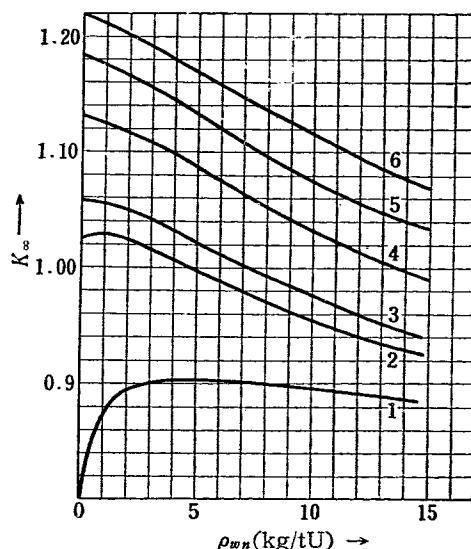
すめている。

(イ) 初期濃縮度および体積比の燃焼におよぼす影響。

第 1 表に示す 10 個の場合について考察する。第 1

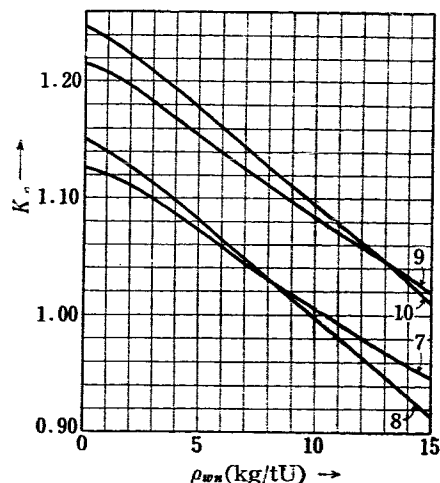
第 1 表 [2145]

Lattice No.	ρ_s kg/ton U	N (水対 UO_2 の体積比)
1	7.14	1.28
2	13.5	"
3	15.0	"
4	20.0	"
5	25.0	"
6	30.0	"
7	15.0	1.9
8	"	2.5
9	20.0	1.9
10	"	2.5



第 1 図 [2145]

lattice 1~6 における $K_{\infty} = K_{\infty}(\rho_w)$



第 2 図 [2145]

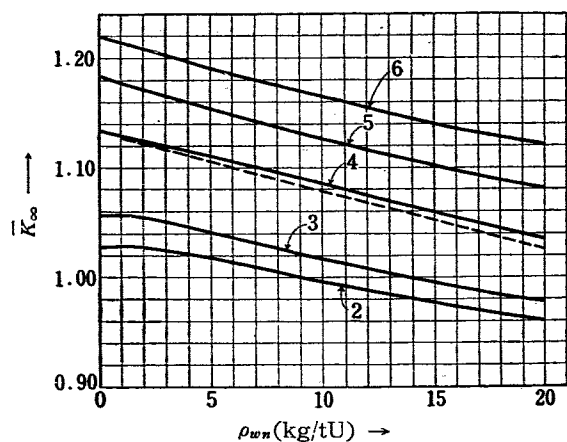
lattice 7~10 に対する $K_{\infty} = K_{\infty}(\rho_w)$

第2表 [2145]

Lattice No.	$\rho_w=5.0$		$\rho_w=10.0$			$\rho_w=15.0$			
	ρ_5	ρ_9	ρ_5	ρ_9	ρ_0	ρ_5	ρ_9	ρ_0	ρ_1
1	3.97	3.35	2.60	4.60	1.24	1.74	5.25	1.74	1.04
2	9.4	3.06	6.8	4.50	0.94	5.0	5.4	1.43	0.89
3	10.7	2.95	7.6	4.5	0.89	6.0	5.4	1.38	0.79
4	15.7	2.88	12.2	4.5	0.79	9.7	5.55	1.17	0.69
5	20.4	2.63	16.7	4.4	0.59	13.7	5.45	1.07	0.63
6	25.0	2.60	21.0	4.35	0.57	17.8	5.62	0.97	0.58
7	10.6	2.40	7.35	3.4	0.79	5.0	3.95	1.28	0.64
8	10.4	2.0	7.0	2.9	0.79	4.55	3.2	1.23	0.45
9	15.2	2.2	11.6	3.35	0.66	8.6	3.9	1.08	0.57
10	15.15	1.9	11.2	2.8	0.59	8.1	3.3	1.03	0.39

第3表 [2145]

Lattice No.	ρ_5^0	N	K_{∞}^0	ρ_w^K	T	ρ_{Pu}^K	$\frac{\rho_0}{\rho_9 + \rho_0 + \rho_1}$	ρ_5^K	K_{∞}^K	$\frac{dG_U}{dt}$	$\frac{dG_{Pu}}{dt}$
	kg/tU	—	—	kg/tU	year	kg/tU	%	kg/tU	—	t/year	kg/year
3	15.0	1.28	1.057	8.0	1.47	5.2	14.3	8.85	0.991	36.2	187
4	20.0	"	1.135	22.0	4.05	9.6	19.4	6.75	0.945	13.1	126
5	25.0	"	1.185	31.0	5.70	11.6	20.0	7.05	0.938	9.35	108
6	30.0	"	1.220	37.5	6.90	13.0	20.3	7.75	0.941	7.71	100
7	15.0	1.9	1.128	16.25	2.35	6.2	23.8	4.45	0.933	18.2	113
8	"	2.5	1.150	16.25	1.97	5.2	26.4	3.90	0.898	18.3	95
9	20.0	1.9	1.215	30.4	4.40	7.85	26.2	2.85	0.864	9.72	76
10	"	2.5	1.250	29.0	3.53	6.45	29.6	2.25	0.810	10.2	66



第3図 [2145]

lattice 2~6 に対する $\bar{K}_{\infty} = \bar{K}_{\infty}(\rho_w)$

図、第2図に燃焼に対する K_{∞} の変化を示す。また第2表に燃焼に対する燃料同位元素濃度の変化を示し、第3図には1セットの cell 群について平均した増倍率: $\bar{K}_{\infty}(\rho_w)$ を示す。ここで $\bar{K}_{\infty}(\rho_w)$ は次式で表わされる。

$$\bar{K}_{\infty}(\rho_w) = \frac{1}{\rho_w} \int_0^{\rho_w} K_{\infty}(\rho_w) d\rho_w \quad (4)$$

可能燃焼量など燃焼に対して特性を示すいろいろの量を第3表に示す。ここで

ρ_5^0 : fresh fuel の持つ ^{235}U の量。

ρ_w^K : 核分裂生成物の量を用いて、最大燃焼量を示す。燃料は最大燃焼量: ρ_w^K に達したのち新しい燃料と取り換えられる。

ρ_t^K : spent fuel のもつ同位元素濃度。

K_{∞}^K : spent fuel と同じ燃料組成をもつ格子の無限増倍率。

$\frac{dG_U}{dt}$: fresh fuel の年間消費量。

$\frac{dG_{Pu}}{dt}$: プルトニウムの年間生産量。

K_{∞}^0 : fresh fuel よりなる格子のもつ無限増倍率。

解析の結果いえることは、

(1) ここで取り扱った軽水型原子炉では、非常に高い可能燃焼量 ($10 \times 10^3 \sim 30 \times 10^3 \text{ MWD/ton}$) が得られ、燃焼量 ρ_w^K は fresh fuel のもつ ^{235}U の量: ρ_5^0 を越えている。

(2) 可能燃焼量は $K_{\infty}^0 - K_{\infty}^{\text{critical}}$ の増加 (初期濃度の増加) とともに増加する。

(3) 燃焼量の増加は年間 Pu 生産量の減少、および Pu の劣化——Pu 同位元素のうち核分裂性物質 ^{239}Pu , ^{241}Pu の割合の減少——をきたす。

第 4 表 [2145]

Lattice No.	d	N	ρ	ρ_5^0	ρ_9^0	ρ_0^0	ρ_1^0	K_∞^0	$\left \frac{dK_\infty}{d\rho_w} \right $
	cm	—	—	kg/ton	kg/ton	kg/ton	kg/ton		$10^{-3}(\text{kg/ton})^{-1}$
12	0.90	1.78	0.45	7.1	8.45	2.6	1.95	1.134	10
13	0.82	2.38	0.52	7.1	8.45	2.6	1.95	1.183	14
14	0.90	1.78	0.45	7.05	11.7	3.6	2.7	1.148	8
15	0.82	2.38	0.52	7.05	11.7	3.6	2.7	1.215	11

Lattice No.	ρ_w^K	T	ρ_{Pu}^K	$\frac{\rho^0}{\rho_9 + \rho_0 + \rho_1}$	ρ_S^K	K_∞^μ	$\frac{dG_U}{dt}$	$\frac{dG_{Pu}}{dt}$
	kg/ton	year	kg/ton	%	kg/ton	—	ton/year	kg/year
12	19.7	2.62	11.0	30.0	2.9	0.945	15.0	165
13	20.8	2.29	9.2	33.6	2.2	0.906	14.3	131
14	28.0	3.73	12.8	31.3	2.4	0.920	10.6	136
15	28.5	3.14	10.0	35.0	2.0	0.885	10.4	104

第 5 表 [2145]

Lattice No.	ρ_5^0	d_{UO_2}	$N = \frac{w_{H_2O}}{w_{UO_2}}$	$S_{Fe} \frac{w_{Fe}}{w_{UO_2}}$	$S_{Zr} \frac{w_{Zr}}{w_{UO_2}}$	K_∞^0	$\left \frac{dK_\infty}{d\rho_w} \right $
	kg/tonU	cm	—				$10^{-3}(\text{kg/ton})^{-1}$
16	30.0	1.02	1.21	0.163	0.133	1.141	8
17	20.0	0.90	1.88	0.186	0.170	1.082	10

Lattice No.	ρ_w^K	T	ρ_{Pu}^K	$\frac{\rho_0}{\rho_9 + \rho_0 + \rho_1}$	ρ_S^K	K_∞^K	$\frac{dG_U}{dt}$	$\frac{dG_{Pu}}{dt}$
	kg/tonU	year	kg/tonU	%	kg/tonU	—	ton/year	kg/year
16	24.0	4.15	10.2	16.6	13.5	0.947	12.3	126
17	12.3	1.64	5.3	17.4	10.0	0.965	24.1	127

(4) $\bar{k}_\infty$ の変化の割合: $\left| \frac{d\bar{k}_\infty}{d\rho_w} \right|$

第 1 図, 第 2 図をみると, lattice 3~10 では, $0 \leq \rho_w \leq \rho_w^K$ における $K_\infty(\rho_w)$ はかなりの正確さにおいて直線で近似できる。

いま水対酸化ウランの体積比がひとしく, 初期 ^{235}U の量 ρ_5^0 が異なる格子についてこの直線の勾配を表わす $\left| \frac{d\bar{k}_\infty}{d\rho_w} \right|$ を調べると, 実際等しいことがわかる。この性質は炉内燃料移動の計算にもちいられる。

(ロ) $\text{PuO}_2 + \text{UO}_2$ 燃料。

20% ^{240}Pu を含んだ PuO_2 を enrichment として UO_2 に加えて作った燃料は同じ濃縮度をもつ燃料に比べて核的性質は劣っていることを第 4 表に示す。

(ハ) ジルカロイとステンレス

構造材としてジルカロイの一部をステンレスにかえた場合の燃焼に対する影響を考察し, 燃焼に対してステンレスはジルカロイよりも良好な構造材となることを第 5 表は示している。

2.2 once through 照射をおこなう場合の燃焼

—Th 系と ^{238}U 系の比較—

Once through 照射すなわち初期装填した燃料の炉内移動はおこなわず, 燃料は固定のまま臨界を保つ範囲で燃焼し続ける場合を取り扱う。

まず解析方法を PWR 型の燃焼を取り扱っている [1016][2405]についてのべつぎに解析結果……燃焼に対する格子常数の基本的性質……を ^{238}U 系と Th 系の比較を進めながらのべる。

2.2.1 [1016] の場合 [1016] では解析を容易にするためまず炉内燃料同位元素の空間的分布が一樣な場合についておこない, ついで分布が一樣でない場合および炉内燃料移動をおこなった場合について結果を示し比較している。また [1016] で取り扱う原子炉タイプにおいて軽水型はウエスチングで開発された PWR であり, 重水型はデュボンで設計された天然ウラン燃料をもちいた PWR である。またもちいる燃料タイプ (^{235}U -トリウム系, ^{235}U , ^{238}U) により合計 4 種の原子炉について取り扱っている。4 種の原子炉の主要な設計パラメーターを第 6 表に示す。

2.2.2 反応度 燃料組成が空間的に一樣な原子炉での臨界方程式は $B_m^2 - B_g^2 = 0$ で表わされる。この

第 6 表

Moderator Fuel Material	H ₂ O UO ₂	H ₂ O ThO ₂ + ²³⁵ UO ₂	D ₂ O U	D ₂ O Th+ ²³⁵ U
Fuel				
atom % ²³⁵ U	2.6	2.74	0.7205	1.666
Inside dia., inches	—	—	1.498	1.498
Outside dia., inches	0.301	0.301	2.010	2.360
Spacing, inches	0.420	0.420	6.522	6.522
Lattice	square	square	triangle	triangle
Core radius, feet	3.1125	3.1125	5.52	5.52
kg ²³⁸ U or Th	23.715	21.800	29.011	32.887
kg ²³⁵ U	622	621	212	564
Coolant, Moderator and Reflector				
Mean pressure, psia	2000	2000	547	547
Density, g/cm ³	0.789	0.789	0.9465	0.9465
Reflector thick, feet	∞	∞	1.0	1.0
Power, MW				
Thermal	480	480	480	480
Net electric	134	134	110	110

臨界方程式は local excess neutron production と呼ばれる無次元関数 ν を導入すると便利である。

$$\nu = \frac{D(B_m^2 - B_g^2)}{N_{25}^* \bar{\sigma}_{25}} \quad (5)$$

ここで ²³⁵U の濃縮度を表わす N_{25}^* は原子炉内の燃料が様に分布されかつ照射がすすんで断面積の大きい核分裂生成物の濃度が一定に保たれた状態において、原子炉をちょうど臨界にする濃縮度である。 DB_m^2 はフェルミの減速拡散モデルをもちい、熱中性子の生成の local rate と吸収の local rate の差として表わされる。したがって ν は

$$\nu = \left[\sum_i N_i \bar{\sigma}_i \eta_i \epsilon P \exp(-B_g^2 \epsilon) - \sum_K N_K \bar{\sigma}_K - \sum_X N_X \bar{\sigma}_X - \sum_P N_P \bar{\sigma}_P - DB_g^2 \right] \times \frac{1}{N_{25}^* \bar{\sigma}_{25}} \quad (6)$$

分子の第1項は単位中性子束あたり、単位体積あたり熱中性子の生成の割合、 $\sum$ は核分裂性物質について合計したものである。分子の第2項： $\sum_K N_K \bar{\sigma}_K$ は単位中性子束、単位体積あたり燃料のすべての成分およびまだ定常状態に達していない小さい断面積の核分裂生成物によって吸収された熱中性子の吸収の割合、第3項、 $\sum_X N_X \bar{\sigma}_X$ は ¹³⁵Xe, ¹⁴⁹Sm および原子炉スタートののちすぐに定常状態に達する断面積の高い他の核分裂生成物、第4項、 $\sum_P N_P \bar{\sigma}_P$ は燃料以外のすべての物質、被覆材、減速材、および冷却材による熱中性子の吸収の割合、 ν をもちいると、一様な燃料分布をもつ原子炉での臨界条件は $\nu=0$ で表わされる。

また燃料組成が空間的に変る場合には、1次の摂動をもちいて

$$\frac{\int [B_m^2(r) - B_g^2] [\phi(r)]^2 dr}{\int [\phi(r)]^2 dr} = 0 \quad (7)$$

ν で表わすと

$$\frac{\int \nu(r) [\phi(r)]^2 dr}{\int [\phi(r)]^2 dr} = 0 \quad (8)$$

となる。

2.2.3 [2405] の場合 [2405] はトリウム原子炉の燃焼度を論じ Th 系と ²³⁸U 系との比較をおこなっている。まず core parameter を示す。

炉心	半径	100 cm
	高さ	250 cm
燃料 (ThO ₂)	半径 (tube)	0.8 cm
被覆材		ジルカロイ
出力		500 MW
平均の減速材温度		260°C
減速材対燃料の体積比		1.74

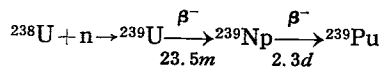
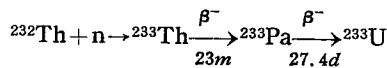
2.2.4 トリウム原子炉での無限増倍率の取扱い

超過反応度を求めるために2群の計算をおこない、無限増倍率 K_∞ は熱中性子増倍率 K_2 と高速中性子増倍率 K_1 の和すなわち $K_\infty = K_1 + K_2$ として表わされる。ここで高速中性子増倍率は高速中性子の吸収によって単位時間および単位体積当たり作られる高速中性子の数を $K_1 \Sigma_1 \phi_1$ とおくことによって与えられる。すなわち

$$K_1 = \frac{\int_{E_0}^{\infty} \nu \Sigma_f(E) \phi(E) dE}{\Sigma_a \phi_1} \quad E_0: \text{cut of energy} \quad (9)$$

ここで $\Sigma_a \phi_1$ は共鳴吸収のない場合の熱中性子に落ちる減速密度である。中性子スペクトル $\phi(E)$ および K_1 はウラン、トリウムの共鳴構造、格子構造を詳細に考慮して計算をおこなうが、しかしトリウム中での共鳴吸収のほとんどすべてが ^{235}U の共鳴が起る領域よりも高いエネルギーで起るということに注目して K_1 に対して簡単な近似をおこなうことができる。また熱中性子増倍率は熱中性子スペクトルの硬化を考慮して普通の取り扱いをおこなっている。

2.2.5 Th, Pu の核的性質[1380] 燃料サイクルを大別すると Th- ^{233}U 系と ^{238}U -Pu 系にわけられるが、これらの系の特徴は親物質である ^{232}Th , ^{238}U および核分裂性物質の ^{233}U , ^{239}Pu の核的性質に依存する。それぞれの転換の過程はつぎのとおり。



Th 系において Pa の崩壊の半減期が長いことが燃料サイクル上重要でこのため ^{239}Pu に比べて ^{232}Th の build up は遅い。親物質および核分裂性物質の核定数を第 7, 8 表に示すがこれからいえることは、

1) Th は ^{238}U に比べて吸収断面積が大きいので、転換率は Th 系が大きい。また炉内への分裂性物質の注入量が多い。

2) 核分裂性物質の η の値は熱中性子領域では ^{233}U が高速中性子領域では ^{239}Pu がすぐれている。

これらのことから熱中性子サイクルでは Th- ^{233}U , 高速中性子サイクルでは ^{238}U - ^{239}Pu , Th- ^{239}Pu 系がよい。

^{233}U は天然には存在しないため、Th 系は最初 ^{235}U -Th 系、または ^{239}Pu -Th 系で出発する必要がある。 ^{235}U と ^{239}Pu の η の値を比べると第 8 表のように室温では両者はほぼ一致するが、実際の原子炉では運転温度は高く第 8 表はそのままでは使えない。中性子温度 300°C では Pu の η の値は 2.03 から 1.8 に下り、 ^{235}U ではほとんど変わらない [208]。この点から現在では Th 系のスタートとしては ^{235}U -Th 系がすぐれている。しかし将来 ^{235}U に比べて安価な ^{239}Pu がえられれば Pu-Th 系は有望だろう。

2.3 照射による燃料組成の変化[1016]

第 7 表 親物質に対する核定数

	Microscopic Cross section (barns) for thermal neutrons			Macroscopic Cross section (cm^{-1}) for thermal neutrons		
	σ_a	σ_s	σ_t	Σ_a	Σ_s	Σ_t
Uranium 238	2.8	8.3	11.1	0.134	0.398	0.532
Thorium	7	12.5	19.5	0.205	0.366	0.571

第 8 表 核分裂性質に対する核定数

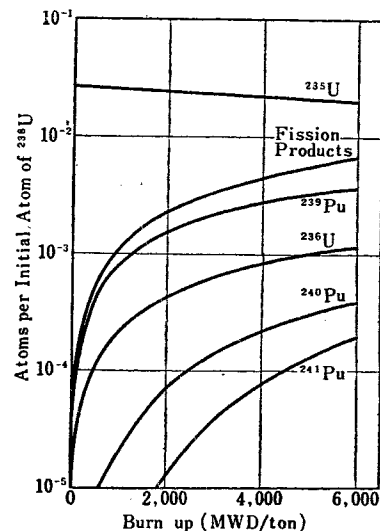
	^{233}U	^{239}Pu	^{235}U
ν (thermal)	2.54 (2.51)	2.88 (2.90)	2.46 (2.47)
η (thermal)	2.31 (2.28)	2.03 (2.10)	2.08 (2.07)
η (fast)	2.31	2.62	2.24

註 カッコ内の値は BNL-325 2nd edition による。

照射による燃料組成の変化を ^{238}U 系, Th 系および減速材 H_2O , D_2O によって分類したつぎの 4 個の系についてのべ比較をおこなう。(第 6 表参照)

1) H_2O , ^{238}U 系

第 4 図に燃焼による燃料組成変化を示す。

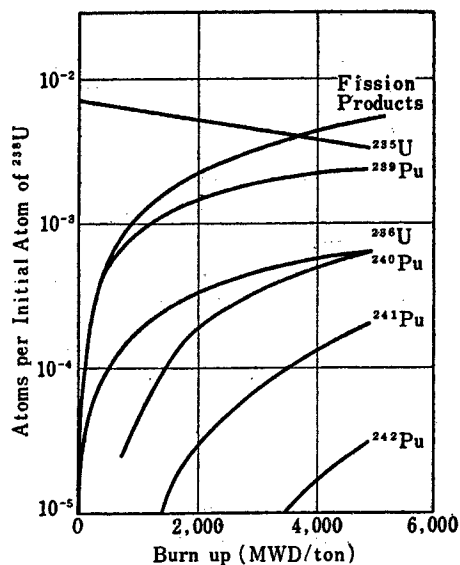


第 4 図 [1016]

ウラン燃料軽水型原子炉の once through, uniform flux の場合の燃焼による燃料組成の変化

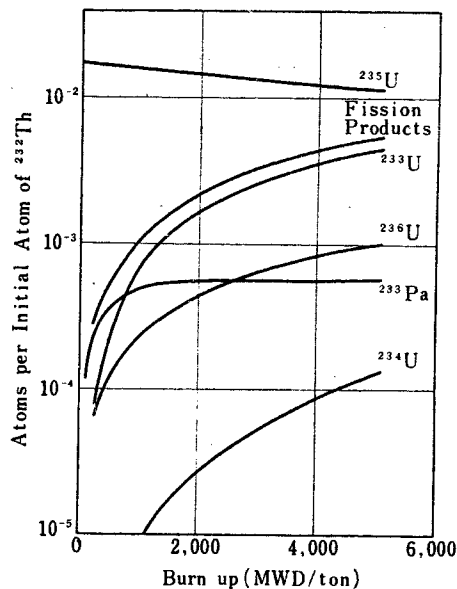
ロ) D_2O , ^{238}U 系

燃料組成におよぼす照射の効果は質的には軽水の場合と似ているが量的には重水炉の中性子経済がよいので若干異なる。第 5 図に示す。軽水炉の場合と比較してわかることは、重水炉では燃料として天然ウランを使用しているため 4,850 MWD/ton の燃焼量における ^{235}U の量は十分小さいが ^{239}Pu の量はほとんど同じである。しかし燃料中の ^{240}Pu , ^{241}Pu の量は多くなっている。これはこれらの核の共鳴捕獲が小さいためである。



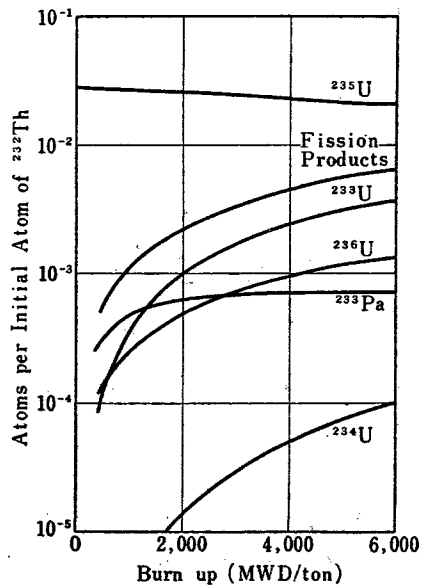
第5図 [1016]

天然ウラン燃料重水型原子炉の once through, uniform flux の場合の燃焼に対する燃料組成の変化



第7図 [1016]

トリウム燃料重水型原子炉の once through, uniform flux の場合の燃焼に対する燃料組成の変化

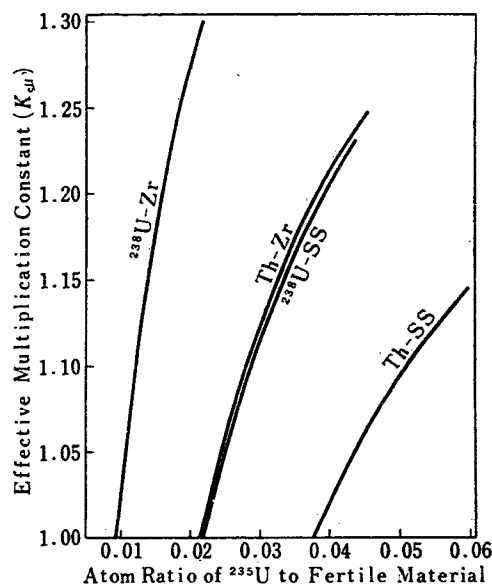


第6図 [1016]

トリウム燃料軽水型原子炉の once through, uniform flux の場合の燃焼に対する燃料組成の変化

ハ) H_2O , Th 系

燃料組成の変化を第6図に示す。 H_2O , ^{238}U 系第4図に比べて ^{235}U 濃縮度はほぼ同じあるので ^{235}U の変化はほとんど変らない。また ^{233}U の生成の時間的の遅れは図に表われ、かつ図から ^{240}Pu の生成に比べて ^{234}U の生成が少ないのは、 ^{239}Pu に比べて ^{233}U の核分裂を起さない捕獲断面積が小さいためである。Th 系で高い可能燃焼量がえられる理由の一つとして Th の番号の高い同位元素の生成率が小さいことと、またこれらの中性子吸収断面積が少ないことがあげられ



第8図 [2405]

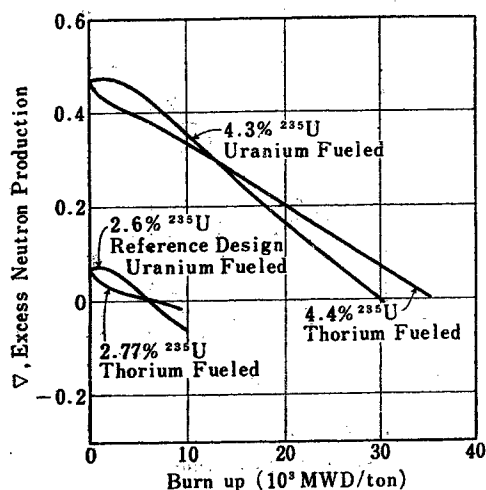
る。

ニ) Th, D_2O 系

組成変化を第7図に示す。初期濃縮度は ^{238}U , D_2O 系と等しい燃焼を与えるように選ばれた。Th, H_2O 系などの場合と同じように、 ^{233}U の生成は遅い。

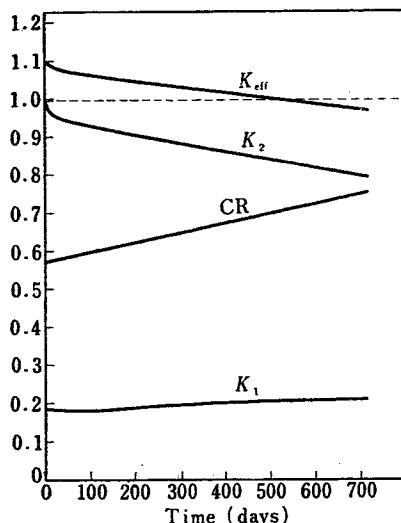
2.4 反応度

[2405] では PWR 型の原子炉で、燃料として UO_2 , ThO_2 を、被覆材としてステンレススチール、Zr をもちいた場合、反応度および可能燃焼度におよぼす炉内常数の影響は考察している。まず第8図に初期(装填)濃縮度と有効増倍率との関係を示す。Th の吸収断面積



第 9 図 [1016]

軽水型原子炉における燃焼による超過反応度の変化
(1st Cycle)



第 10 図 [2405]

積は ^{238}U に比べて大きいので、同一の k_{eff} をうるのに Th 系は ^{238}U 系に比べて 1.5% 程度の濃縮度を上げる必要があることを示している。

2.5 照射による反応度変化

減速材に軽水をもちいた場合の照射による反応度変化を第 9 図に示す[1016]。下部のグラフは ^{235}U - ^{238}U 系については濃縮度 2.6% の場合、 ^{235}U -Th 系については ^{235}U - ^{238}U 系と同一の初期超過反応度をもつ濃縮度 2.77% の場合の反応度変化を示している。上部のグラフは ^{238}U 系では濃縮度を 4.3%, Th 系では 4.4% に変えた場合について示している。この図から濃縮度 2.6% の ^{235}U - ^{238}U 系では燃焼量 6,000 MWD/ton で超過反応度は 0 となり、これが maximum の燃焼度、すなわち可能燃焼度を与える。なおここでは一様な中性子束の仮定が入っている。

Th 燃料, Zr 被覆 3.2% 濃縮の場合の反応度の照射による変化を第 10 図に示す [2405]。ここで K_1 は non-thermal 領域, K_2 は thermal 領域での無限増倍率である。 K_2 の減少は核分裂性物質の減少および核分裂生成物の生成による。 K_1 の増加の原因は核分裂性物質の減少にもかかわらず、共鳴領域での η の平均の値と共鳴積分の積が、 ^{235}U に比べて新しく生成する ^{233}U の場合大きくなるためである。初期の k_{eff} は Xe, Sm の生成および ^{233}U の生成の遅れのため最初急速に減少するが、 ^{233}Pa が平衡に達した後は Th の転換率が大なるため、あまり急速には減少せずほぼ直線的に減少する。第 9 図において Pu の初期反応度の上昇は ^{239}Pu の生成のため、続いての反応度の減少は ^{235}U の消耗および核分裂生成物の生成による。

Core life の計算は多くの不確定な因子を含んでいる。代表的なものをあげると、

1. 共鳴吸収
2. 共鳴領域における核分裂性物質の η の値
3. 核分裂生成物の熱および共鳴断面積

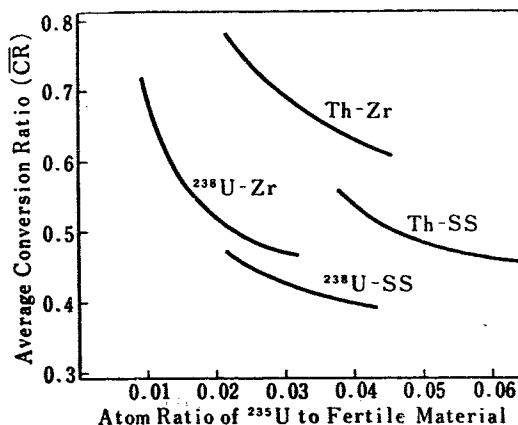
これら不確定な因子のため、たとえば Th の k_{eff} の計算において、 k_{eff} の減少の割合が小さいことから core life の終り近くでは k_{eff} の 1% の誤差が core life では 10~15% の誤差を導くことがわかる。

2.6 転換率: CR

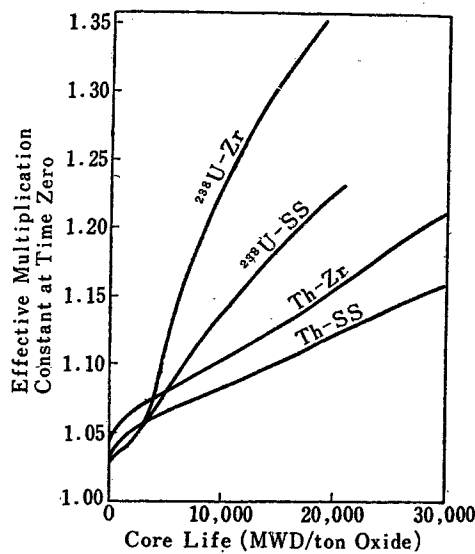
平均の転換率はつぎのように定義される。[2405]

$$\overline{CR} = \frac{\text{Core life の間生成する核分裂性物質の Mass}}{\text{Core life の間消耗する核分裂性物質の Mass}}$$

$\overline{CR}$ の初期 ^{235}U 濃縮度による変化を第 11 図に示す。 ^{235}U 濃縮度の増加による転換率の減少は、反応度の増加とともに control system への中性子の損失が多くなることを示している。 ^{238}U に比べて Th の熱中性子吸収断面積が大きいこと、および ^{239}Pu に比



第 11 図 [2405]



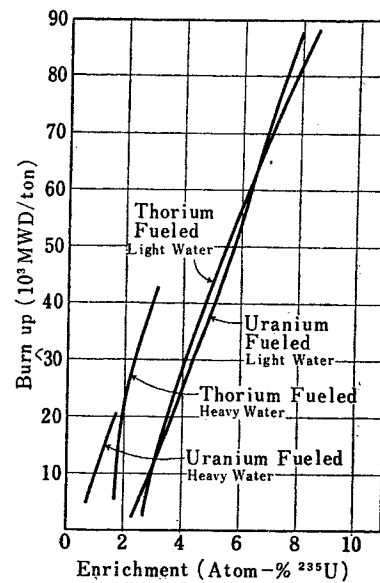
第12図 [2405]

べて ^{238}U の η の平均が大きいことから Th 系は ^{238}U 系よりも転換率は大きくなる。Th 系は転換率が大きいから、初期燃料が有効に利用できることを示し、可能燃焼度の増大を期待できる。転換率の照射による変化を第10図に示す。転換率の増加は超過反応度の減少のために control system へ失なわれる中性子の減少のためである。被覆材の転換率への影響が Th において大きいのは、ステンレススチールが多くの熱中性子を吸収するためである。

2.7 可能燃焼度

可能燃焼度は反応度が0に下るまでうけた照射量として表わされる。Th 系は ^{238}U 系に比べて可能燃焼度は大きい。その理由は、

- 1) 原子炉で制御できる超過反応度には限界がある。この点から Th 系は ^{238}U 系に比べて多量の ^{235}U を注入できる。
- 2) 転換率が大きい。



第13図 [1016]

Once through, 一様な中性子束の場合の濃縮度に対する燃焼度

第12図に初期に同一の反応度を与えた場合の可能燃焼度を示す。いま考えている4個の原子炉系について制御しうる初期反応度がどの系についても等しいとするとトリウム原子炉はそれに対応する ^{238}U 原子炉よりもかなり長い core life をうることができる。いいかえれば、同一の core life をうるためには ^{238}U 系は Th 系に比べてより大きい反応度が制御されねばならない。この図で反応度が小さい領域では UO_2 が ThO_2 に比べて有利である。しかしこれは ^{233}Pa がいまだ平衡に達していない運転領域であって、可能燃焼度が小さいことから実用性にはとぼしい。第13図に初期濃縮度と可能燃焼度との関係を示す[1016]。この図に示す初期濃縮度の増加による可能燃焼度のいちじるしい増加は注目値する。ただ注意すべきことはここでは放射性損傷については何の考慮も払われていず、核的見地からのみしらべられている。

3. 燃料取換えおよび燃料移動

燃料取換えおよび炉内燃料移動の燃焼度におよぼす影響が文献[2145]、[311]に取り扱われている。

まず[2145]における取り扱いについてのべよう。

解析の方法としては、この文献の Part 1 でのべられた理想化状態での燃焼および熱出力分布を基準とし、2個の因子、burn up disadvantage factor; K_b , および uniform factor; K_u , をもちいて比較する方法を

とっている。 K_b は理想条件下の燃焼度に対する与えられた条件下の燃焼度の逆比であり、 K_u は理想条件下の炉心の熱出力分布の不均一性に対する与えられた条件下でのそれとの逆比である。

3.1 連続的な取換え方式 [2145]

連続的に燃料を取り換える方式について、つぎのい

ろいろのモデルについて考察する。

方式 1a; 有限円筒, 燃料は半径方向混合し, 軸方向混合せず。

方式 2a; 無限円筒, 中心に fresh fuel をおき, 半径方向に漸次外へ移動。

方式 2b; 無限円筒, 2a とは逆に中心に向って移動。

方式 3a; 中性子束の半径方向成分に比例する速度で半径方向に中心から外へ移動。

方式 3b; 熱出力に比例する速度で半径方向に外から中心へ移動。

おのおの場合について, 拡散方程式をおのおの境界条件のもとで解き, K_∞ , K_q を求めている。

解析の結果いえることは, 炉の中心近くで高い増倍率をもつ取換方式は理想化状態に比べて可能燃焼量が大きくなる (2a, 3a の場合)。しかしながら可能燃焼量の増加は 15~20% にとどまる。またそのとき熱出力の不均性の傾向が強くなっている。

(またこの可能燃焼量の増加は burn up supply $K_0^{\text{necessary}}$ / $K^{\text{necessary}}$ に依存する。)

2a, 3a 以外の他の取換方式の場合はいずれも理想化状態に比べて可能燃焼度は低い。

方式 4

燃料の炉内移動はおこなわず, 燃料取換えの割合が位置の関数として与えられる場合。増倍率の変化は ρ_w (核分裂生成物の量) に対して linear で表わせることをもちい, 増倍率は場所の関数として次式で与えられる。

$$K_\infty(\mathbf{r}) = K_\infty(0) - \frac{\beta}{2} \frac{K_\infty(\mathbf{r}) J(\mathbf{r})}{q(\mathbf{r})} A \quad (10)$$

ここで

$J(\mathbf{r})$; 中性子吸収密度

$q(\mathbf{r})$; 点 $\mathbf{r}$ における燃料供給の割合

β ; 比例定数

$J(\mathbf{r})$ は false source の原理をもちいたつぎの積分方程式から決定される。

$$J(\mathbf{r}) = \int J(\mathbf{r}') K_\infty(\mathbf{r}') S(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad J(\mathbf{R}) = 0 \quad (11)$$

$S(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$; influence function

また最適の運転方式は原子炉の出力に対して供給する燃料の割合を最小にするとして,

$$\frac{\int q(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}}{\int k_\infty(\mathbf{r}) J(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} = \min \quad (12)$$

で与えられる。これらの式は $k_\infty(\mathbf{r})$, $J(\mathbf{r})$, $q(\mathbf{r})$

を, 次式を満足する固有関数に展開することによって求められる。

$$\Delta \Psi + \mathfrak{M}^2 \Psi = 0, \quad \Psi(\mathbf{R}) = 0$$

Ψ_n は直交で, かつ, 次式を満足する。

$$\Psi_n(\mathbf{r}) - \lambda_n \int \Psi_n(\mathbf{r}') S(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 0 \quad (13)$$

ここで

$$\lambda_n = 1 + \epsilon [k_\infty^{(0)} - 1] \frac{\mathfrak{M}_n^2}{\mathfrak{M}_0^2}, \quad \lambda_c = \bar{k}_\infty^{\text{necessary}}$$

$$\epsilon = \frac{\bar{K}_\infty^{\text{necessary}} - 1}{k_\infty^{(0)} - 1}$$

$\bar{k}_\infty^{\text{necessary}}$ は炉を critical にするのに必要な, 炉全体を平均した増倍率。さらに境界条件を入れ燃焼の観点からの最適方式を決定する。結果としては方式 1a と比べて plate の場合, 2~3%, cylinder の場合, 5~6% の利得がえられる。

方式 5; 2 領域原子炉における燃料取換え。

これは 2 領域の原子炉で内部のみに新しい燃料が注入され, ある程度燃焼したのち外部に移し最終的には燃料取り出しは外部からのみおこなわれる。また燃料はその場所の熱出力に対する割合で連続的に出し入れされる。燃料バランスの条件より $\int_{\text{I 領域}} q(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{\text{II 領域}} q(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$

が要求される。

摂動論をもちいて I 領域と II 領域の境界面の中心からの距離 d , およびこの場合の K_c を求めている。結果としては, plate では $d_{\text{opt}} = 0.41 \sim 0.43$, $K_c^{\text{opt}} = 0.885$, cylinder では $d_{\text{opt}} = 0.5 \sim 0.52$, $K_c^{\text{opt}} = 0.793$, K_c の利得は理想化状態に比べて plate では 11.5%, cylinder では 20.7% である。これは有望な取換え方式として期待できる。

3.2 周期的な燃料取換え方式 [2145]

周期的な燃料取換え方式をつぎの 4 個の場合について論じている。

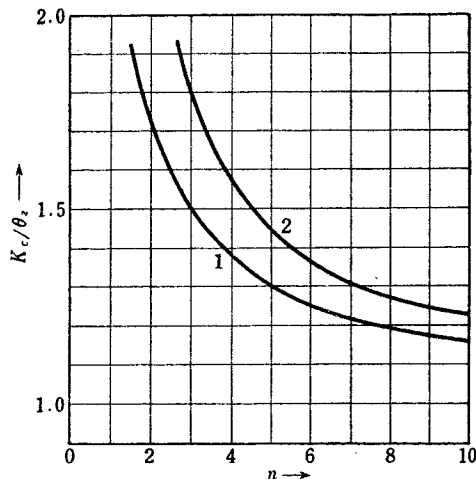
A 方式 燃料の炉内混合をおこなわない場合

炉内の各 section は n 個の cell を含み各 cell は照射 T を受けたのち新しい燃料ととり換える。このとき燃料交換の回数はまた n である。炉内では混合はおこなわない。

B 方式 燃料の炉内混合をおこなう場合

1 サイクルあたり n 回燃料交換をおこない, 相続く燃料交換の間で高さおよび半径方向にわたって m 回混合をおこなう。

C 方式



第14図 [2145]

燃料とりかえのヒン度, 対 (1a) 方式に対する disadvantage factor

1: C 方式

2: D 方式

(θ_2 は (1a) 方式の disadvantage factor を示す)

炉心の高さ方向には燃料混合はおこなわれないが, 半径方向には k_{∞} が半径全体にわたって平らとなるよう燃料混合および周期的な燃料交換がおこなわれる。

D 方式

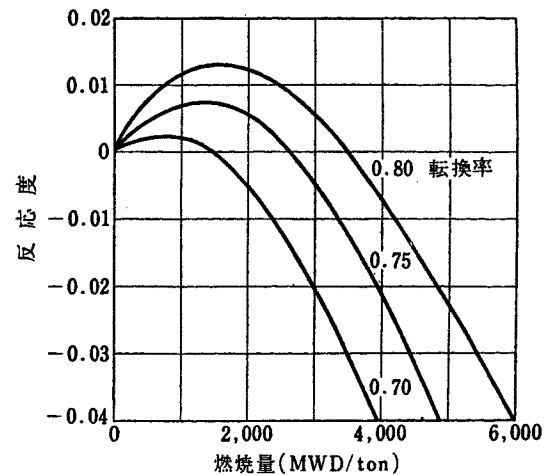
周期的な燃料交換の割合は半径方向にわたって, その場所での熱出力に比例するようにとり, また燃料混合がおこなわれる。

AB 方式については取り扱いが複雑であるので極限の場合 ($k_{\infty}^0 \rightarrow k_{\infty}^{\text{necessary}}$) についてのみ可能燃焼量が求められている。たとえば A 方式で円筒形原子炉の場合には可能燃焼量の減少は理想化状態に比べてせいぜい 4, 5 倍であることが示される。したがって A 方式は $K_{\infty}^0 - K_{\infty}^{\text{necessary}}$ の大きな値をもつ時, すなわち反応度の大きい余裕をもつとき, 適当となることがわかる。

B 方式については $m \rightarrow \infty$ で $K_c = 1 + \frac{1}{n}$ となり (かなりよい) C, D 方式については, 燃料取換えのヒン度と burn up depth の関係が解析されている。ヒン度を n とし, burn up depth は (1a) 方式の burn up depth との比として求められ第 14 図にこれを示す。

つぎに実際の原子炉でおこなう燃料取換え方式について, それと燃焼との関係をしらべている。

原子炉の運転条件より燃料取換えのための原子炉停止はせいぜい年 2, 3 回にすべきである。このため取り換え回数が原子炉の characteristic を制限する。C 方式について解析をおこないその結果, この方式と理想化方式との characteristic の差異は $k_{\infty}^0 - K_{\infty}^{\text{necessary}}$



第15図 [311]

照射および転換率に対する反応度の変化

が大きくなればなるほど小さくなる。また初期濃縮度 ρ_5^0 については燃料要素の構造上の強度が強いほど, また単位体積当りの出力が高いほど, 格子のもちうる ρ_5^0 の値は大きくなり, また可能燃焼度も大きくなる。

3.3 [311] における燃料交換について

[311] ではコールドホール型原子炉での燃料サイクルの理論的な取り扱いをおこないこの中で平衡状態という概念を導入している。平衡状態は燃料を連続的に交換して維持され, またこのとき overall reactivity は照射によって変化しない。

この論文ではつぎの問題が議論される。

- (1) 基礎理論として平衡状態および start から平衡状態になるまでの過渡状態の反応度変化
- (2) 燃焼および炉内燃料移動によって起される反応度の場所的変化の中性子束におよぼす影響
- (3) 最適の delay 方式の条件, および反応度への影響

(1) 基礎理論

基礎理論として point reactivity の照射による変化および過渡状態と平衡状態における反応度の照射による変化, ならびに相互の関連を調べる。第 15 図に point reactivity の照射による変化を示す。これは燃料交換および炉内燃料移動はおこなわず新しい燃料で装荷した原子炉のもつ反応度の照射による変化を示している。

つぎに連続的に燃料交換をおこなう場合を考える。中性子束の空間分布は一定と仮定し, 燃料が t 時間照射, すなわち照射量 M を受けたのち取り出され, 新しい燃料で置き換える。単位時間に取り出す割合は ϕ/M である。いま新しい燃料で装荷した原子炉は単

位時間 ϕ/M の割合で燃料交換をおこない start-up の
のち、照射 X を受けたところでの原子炉の反応度
を y_{Σ} で表わすと

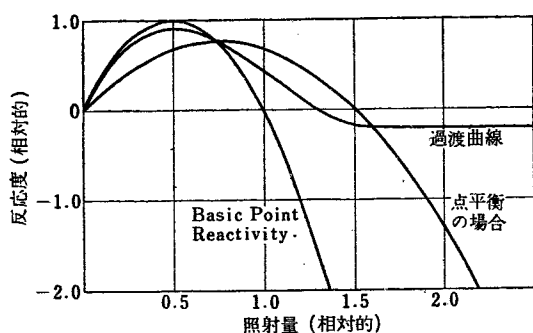
$$y_{\Sigma}(X) = \left(1 - \frac{X}{M}\right)y(X) + \int_0^X y(X-X) \frac{dX}{M} \quad (14)$$

for $X \leq M$

$y(X)$; point reactivity X ; 照射量 (ϕt)
 $X \rightarrow M$ のとき y_{Σ} は一定の位 y_{Ω} (point equilibrium)
に近づき

$$y_{\Omega}(M) = \frac{1}{M} \int_0^M y \cdot dX \quad (15)$$

照射量 M を受けたのちにおいては割合 ϕ/M で連続
的に燃料交換をおこなえば、平衡状態は維持される。
 y_{Σ} , y_{Ω} を第 16 図に示す。この図からわかることは
 y , y_{Σ} , y_{Ω} は同一の点で交わる。またこの点で y_{Ω}
は最大となる。



第 16 図 [311]
過渡および平衡曲線

経済的見地からすれば単位時間にとり出される燃料
の量を小さくすることが望ましい。この見地からは領
域の equilibrium irradiation M はその領域の中性子
束 ϕ の平方根に逆比例をとるとよい。しかし各点で
一定の M をとる場合と比べてあまり利得は大きくない。
しかし M が ϕ に比例したとした場合に比べると
大きい。

つぎにいろいろの計画での照射に対する反応度の変
化を求めている。Point reactivity y を $y = aX - bX^2$
(X ; 照射量) で表わし、原子炉の軸方向の中性子束分
布を $\phi_0 \sin \theta$ とするとチャンネル反応度は

$$\frac{\int \{a\phi_0 t \sin \theta - b(\phi_0 t \sin \theta)^2\} \sin \theta d\theta}{\int \sin^2 \theta d\theta}$$

で表わせる。

ここでチャンネルの平均照射量を X_m とすると

$$y_{\text{channel}} = \frac{4}{3}aX_m - \frac{3\pi^2}{16}bX_m^2 \quad (16)$$

$$X_m = \phi_0 t \int \sin \theta d\theta / \int d\theta$$

y_{channel} を basic channel curve と名づける。

Channel ごとに連続的に新しい燃料と交換されてい
る場合、channel equilibrium curve (y_{Ω})_{channel} は

$$(y_{\Omega})_{\text{channel}} = \frac{2}{3}aX_m - \frac{\pi^2}{16}bX_m^2 \quad (17)$$

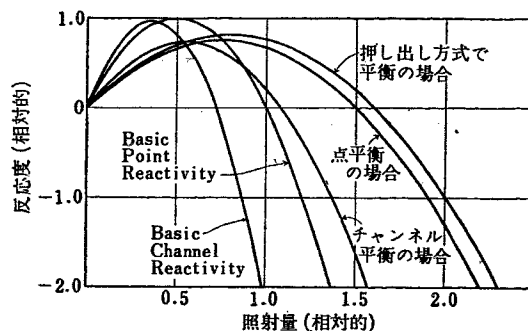
(X_m ; equilibrium irradiation)

一方 point equilibrium の場合

$$(y_{\Omega})_{\text{point}} = \frac{1}{2}aX - \frac{1}{3}bX^2 \quad (18)$$

また軸方向に連続的に押し出す方式 (push-through
system) では

$$y = \frac{1}{2}aX - \frac{5}{16}bX^2 \quad (19)$$



第 17 図 [311]

種々の燃料サイクルに対する照射量対反応度

上のおおのの計画の式を第 17 図にプロットす
る。たとえば channel ごとに連続的に燃料取換えがお
こなわれている方式は、燃料交換がおこなわれない場合
(point reactivity) に比べて反応度 0 で取り出すとす
ると 1.49 の利得がある。

また basic point の場合と push-through system の
場合は大体似ている。

(2) つぎに燃焼の非均一性による反応度の場所的
変化に対する中性子束分布の変化を軸方向の変化につ
いて調べ第 18 図に示す。

これは中性子束を軸方向と半径方向に変数分離でき
るとし、軸方向の拡散方程式を

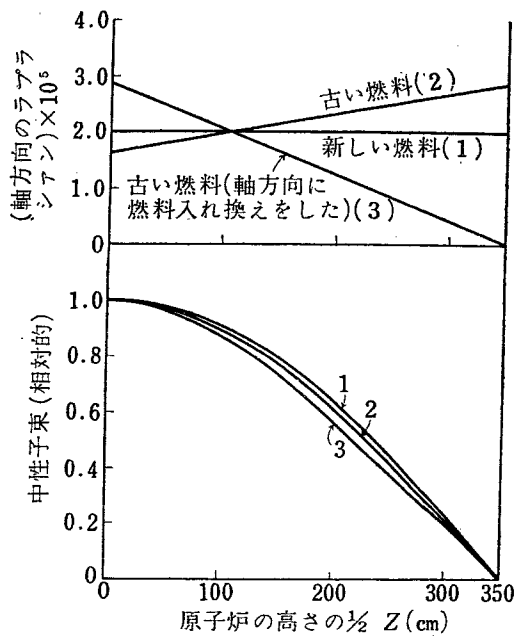
$$\frac{d^2\phi}{dz^2} + \alpha_0^2(1 + hz)\phi = 0 \quad (20)$$

とおき n が正, 0, 負の場合について解く。第 18 図
において

0(case 1); 新しい燃料で装荷した通常の cosine 分
布

正(case 2); 中心が端より低い。燃料取り扱いをお
こなわない一般的な場合

負(case 3); 中心が端より高い。これは軸方向の燃



第18図 [311]

燃料照射に対する軸方向の中性子束の摂動

料取換えがおこなわれた直後の状態。

(3) 新しい燃料で装荷した原子炉の運転開始後すぐには燃料交換はおこなわず、ある時間経過後連続的な燃料交換をはじめ（このとき初期燃料の濃縮度も高くとる）、経済的観点からもっとも有利な delay time を求める。start から x MWD/ton 経過したのち、単位照射に対して $1/M$ の割合で燃料交換をおこない、平衡状態に達したあとは $1/M_1$ の割合で燃料交換をおこなう。過度状態での反応度は (14) 式と同じく

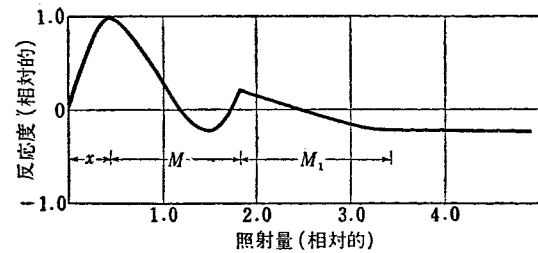
$$y_F(X) = \left(1 - \frac{X-x}{M}\right) y(X) = \frac{1}{M} \int_0^{X-x} y(X) \cdot dX \quad (21)$$

で表わせる。 y_F の最低値が $X=X_m$ で生じ、その値を K とすると（この値は burn up に対してもちいられる original reactivity となる）

$$\left(1 - \frac{X_m-x}{M}\right) y(X_m) + \frac{1}{M} \int_0^{X_m-x} y \cdot dX = K \quad (22)$$

$$\left(\frac{dy_F}{dX}\right)_{X=X_m} = \left(1 - \frac{X_m-x}{M}\right) y'(X_m) - \frac{1}{M} y(X_m) + \frac{1}{M} y(X_m-x) = 0 \quad (23)$$

ここで問題は (22) (23) 式が満足される maximum



第19図 [311]

最適遅れの場合の反応度の過渡曲線

の $(M+x)$ を求めることとなる。このためまず $(M+x)$ が maximum となる点で関係 $y(X_m-x)=K$ が成立することを導く。したがって K が与えられれば (X_m-x) の値、したがって x の値が定まる。最適の $(M+x)$ の値は (1) (2) 式より

$$M+x = X_m + \frac{y(X_m) - K}{y'(X_m)} \quad (24)$$

で表わされ、 $y'(X_m)$ がほぼ一定の領域では逐次近似によって簡単に解くことができる。

第19図に最適の delay 方式がもちいられる場合の過渡状態から平衡状態にいたるまでの反応度の曲線を示す。

3.4 [1339] における取り扱い

英国型原子炉について、つぎの運転計画について計算している。

- 1) 適当な時期に炉内燃料移動および燃料取換えをおこない取り出した燃料の平均燃焼度が 3,000 MWD/ton 以上となるよう運転する。
- 2) 燃料移動および燃料取換えをおこなわないすなわち once through での計算。
- 3) 中性子平坦化のため挿入した吸収棒の一部を抜き出した場合。

以上の場合について、有限円筒原子炉に対する原子炉の反応度、炉内中性子束、熱出力分布、取出した燃料の組成、燃焼度などを計算している。計算モデルについていえば、原子炉の core parameter は上の運転様式では場所の関数となっているため、場所によって異なる係数をもつ拡散方程式を解かなければならない。ここで解析的な方法は適用できず、拡散方程式を差分方程式に書きなおしてリレータイプの計数型電子計算機をもちいて解いている。

5. プルトニウム・リサイクル

原子炉内で生成した核分裂性物質を含むプルトニウム同位元素を分離し、ふたたび原子炉にもどして燃料としてもちい原子炉の寿命をのばすことによって、コストを安くする可能性がある。またこの場合燃料サイクルコストにおよぼすプルトニウムリサイクルの効果は capital cost が安い原子炉において顕著となる。

[2167]ではこの観点から軽水型で密な格子配置をもつ原子炉をとりあげ解析をおこなっている。この場合密な格子配置をもつため共鳴効果が重要な因子となり、計算モデルとしては幾何学的遮蔽効果、エネルギー遮蔽効果、および燃料の同位元素濃度の変化にともなう熱中性子スペクトルの移動を詳細に考慮して、照射による同位元素濃度の変化、および反応度の変化を考察している。まず [2167] におけるプルトニウムリサイクルの様式についてのべよう。

4.1 [2167] の場合

計算をおこなった Pu リサイクルの様式はつぎのとおり。

- 1) もっとも高い中性子束に照射される炉心の部分; 1/5 が平均照射 T_c MWD/ton になるまで運転を続ける。
- 2) この 1/5 の燃料が新しい燃料と取り換えられ、炉内燃料を均質にするようならび換える。
- 3) 取り出された燃料は化学処理し、Pu, U, FP を分離し、分離された Pu を天然ウランまたは低濃縮ウランと混ぜて新しい燃料とする。この時分離した U は捨てる。
- 4) 炉はふたたび運転され、step 1 をおこなう。
- 5) 照射量の累計が 1 MWD/ton になるまで (1)～(3) を繰り返す。

反応度 K_s をつぎのように定める。

$$K_s = \bar{K} - 0.2(\bar{K} - K_b) \quad (25)$$

$\bar{K}$: 連続的な燃料取り換えおよび一様な燃料分布の場合の有効反応度。

K_b : 燃料取り換えをおこなわない場合のサイクル終端の有効反応度。

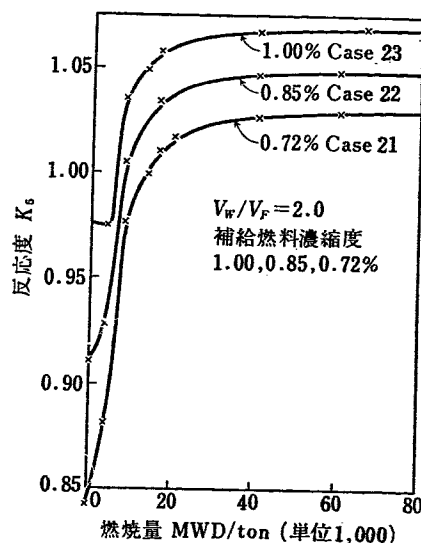
Xe, Sm の毒作用など反応度を減少される因子のため、臨界であるためには K_s は 1.03～1.05 必要である。

上記の計算モデルをもちいて、つぎの範囲について計算がおこなわれた。

- 1) 水対燃料の体積比 1.5～2.3
- 2) 初期濃縮度 0.72～1.5%
- 3) 補給濃縮度 0.72～1.15%
- 4) サイクル燃焼度 4,000, 6,000, 8,000 (10,000) MWD/ton

a) まず燃料対減速材の体積比と反応度の関係を調べ最適体積比として 2.0 を得、体積比 2.0 の場合について解析をすすめる。

b) 補給濃縮度を parameter として照射と反応度の関係を第 20 図に示す。この図に示すように補給濃縮

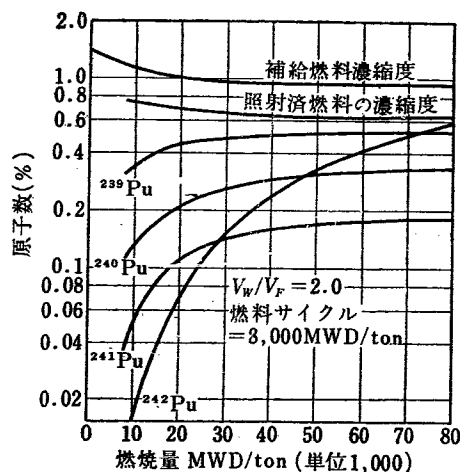


第 20 図 [2167]

1 サイクル当り 4,000 MWD/ton 燃焼し、一定の濃縮度をもつ燃料を補給した場合の、サイクル終端での反応度

度と初期濃縮度が等しい場合、初期から 20,000 MWD/ton の間で過渡特性が表われ、一部では反応度低下のため運転できない。このため反応度低下を起すサイクル初期での濃縮度を高める必要がある。第 21 図は過渡状態でサイクル終端の反応度を一定に保つために必要な補給濃縮度の変化を示している。また解析の結果定常状態の反応度は補給濃縮度のみによって決定され初期濃縮度は定常状態に対しては重要な意味をもたないことが指適されている。

c) 定常状態の反応度が 1.03～1.05 になるような補給濃縮度とサイクル燃料度との関係が求められた。



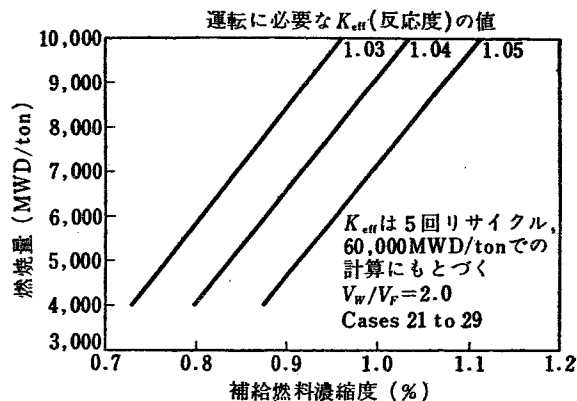
第21図 [2167]

サイクル終端で一定の反応度 $K_s = 1.040$ をもつ場合の補給燃料濃縮度, 照射済み燃料濃縮度, および照射済燃料の組成

第22図に示す。

4.2 [1016] の場合

[1016] では $^{238}\text{U}-\text{H}_2\text{O}$ 系, $^{238}\text{U}-\text{D}_2\text{O}$ 系, $\text{Th}-\text{H}_2\text{O}$



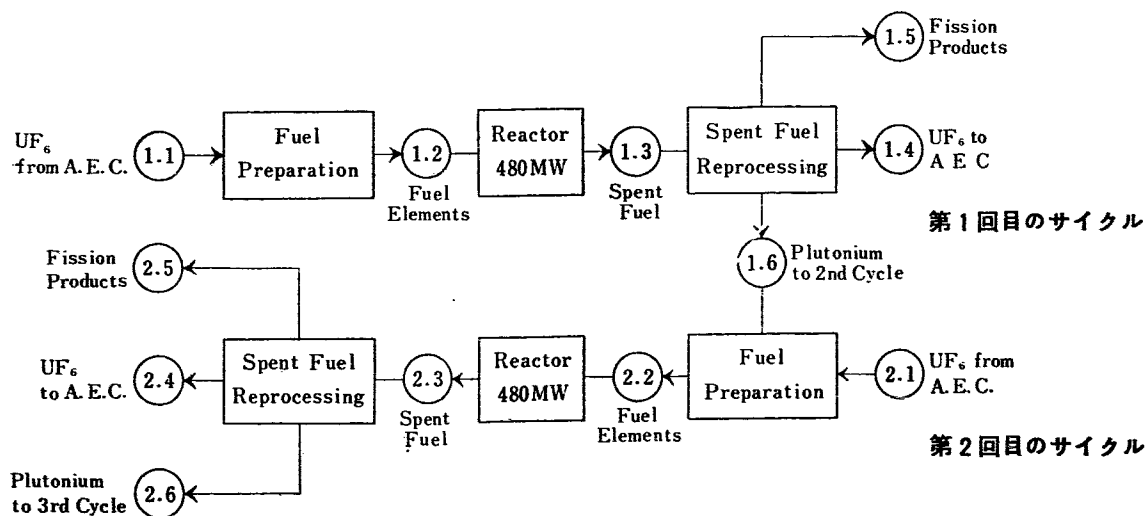
第22図 [2167]

補給燃料濃縮度および反応度: K_{eff} に対する可能燃焼量

系, $\text{Th}-\text{D}_2\text{O}$ 系についてリサイクルによる燃料同位元素濃度の変化およびサイクル燃焼量との関係を求めている。

$^{238}\text{U}-\text{H}_2\text{O}$ 系

2.6% ^{235}U を含むウラン燃料を初期燃料にもちいたとき 6,000 MWD/ton の燃焼度がえられた。このとき



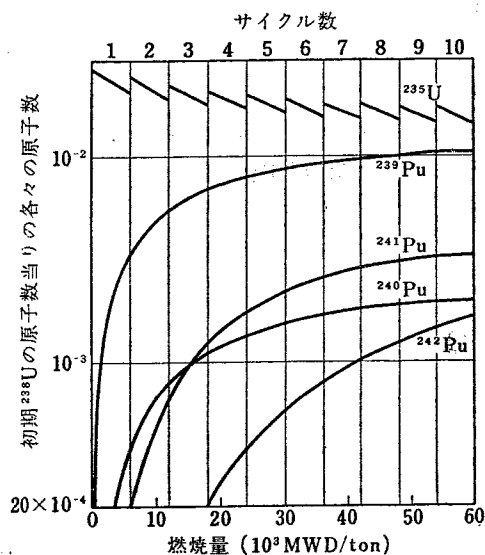
第1回目のサイクル

第2回目のサイクル

ISOTOPE	POINT IN CYCLE											
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
^{235}U	635	622	475	470	0	0	576	564	451	446	0	0
^{236}U	0	0	28	28	0	0	0	0	21	21	0	0
^{238}U	24,196	23,715	23,577	23,341	0	0	24,196	23,715	23,578	23,342	0	0
^{239}Pu	0	0	87	0	0	86	0	86	134	0	0	133
^{240}Pu	0	0	9	0	0	9	0	9	20	0	0	20
^{241}Pu	0	0	5	0	0	5	0	5	17	0	0	17
^{242}Pu	0	0	0.3	0	0	0.3	0	0.3	2	0	0	2
FISSION PRODUCTS	0	0	156	0	155	0	0	0	156	0	155	0
TOTAL	24,831	24,337	24,337	23,839	155	100	24,772	24,379	24,379	23,809	155	172
ATOM-% ^{235}U INU	2.60	2.60	2.00	2.00			2.36	2.36	1.91	1.91		

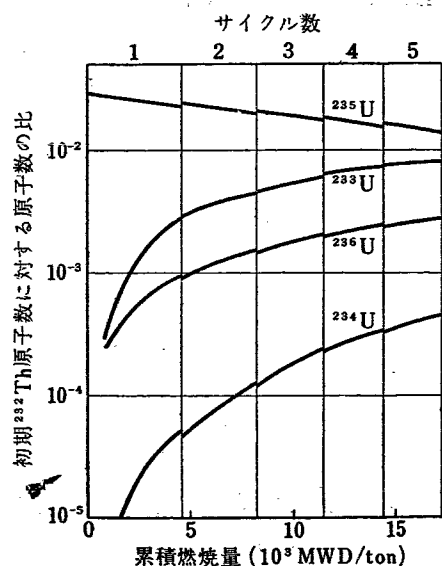
第23図 [1016]

ウラン燃料, 軽水炉の場合の燃料フローシート……第1回および第2回のサイクル, 燃焼量=6,000 MWD/ton, 負荷率=80%, サイクルタイム=380日(キログラムで表示)



第 24 図 [1016]

ウラン燃料，軽水炉，サイクル当りの燃焼量=6,000 MWD/ton プルトニウムサイクルをおこなう場合の燃焼量に対する燃料組成の変化



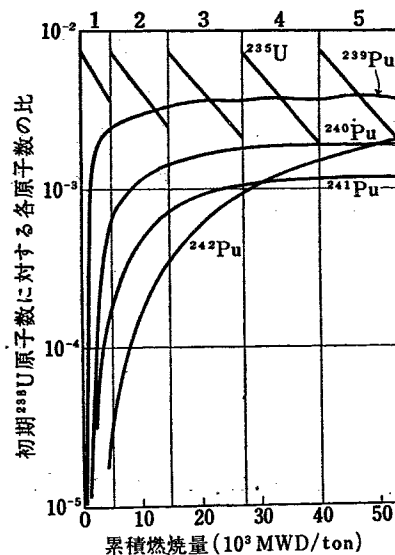
第 26 図 [1016]

トリウム燃料，軽水炉の場合の燃焼量に対する燃料組成の変化

build up した Pu 同位元素を分離し，これと適当量の S.E.U を混ぜて新しい燃料とし，これが再び 6,000 MWD/ton の燃焼量がえられるように S.E.U の濃縮度を定め，運転を続ける．燃料のフローシートを第 23 図に示す．また多数回サイクルをおこなった場合の組成の変化を第 24 図に示す．10 回サイクルをくり返したあとの ^{235}U の濃度は 1.5% となり，Pu 濃度は 1% を越す．

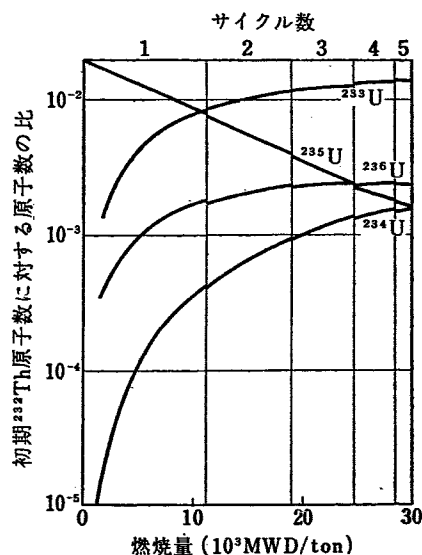
^{238}U - D_2O 系

^{235}U の初期濃度の増加の結果燃焼度は増加するが経済的な考察より天然ウランを燃料にもちいた．燃焼方



第 25 図 [1016]

天然ウラン—重水炉でプルトニウムリサイクルをおこなう場合の燃焼量に対する燃料組成の変化



第 27 図 [1016]

トリウム燃料，重水炉でウランリサイクルをおこなう場合の燃焼量に対する燃料組成の変化

法は生じた Pu を分離し，これを天然ウランに混ぜて新しい燃料とし，運転を続けた．燃料同位元素濃度の変化，および燃焼度対サイクルを第 25 図に示す，1st cycle の燃焼度は 4,850 MWD/ton，5th cycle の図からわかるように 5th cycle の終りでは Pu は高次同位元素によって非常に汚されている．燃焼度は 12,900 MWD/ton である．

Th- H_2O 系

^{238}U 系と比較して多くの場合可能燃焼度が高い．その理由の一つとして Th 系の中性子吸収によって生じた高次同位元素の濃度，断面積が比較的低いことがあげられる．リサイクルの方法は各サイクルの start

における超過反応度がすべて等しくなるように補充の ^{235}U を加える。燃料同位元素の濃度の変化を第26図に示す。この図では、リサイクルの回数が進むと、サイクル当りの燃焼量がかなり急速に減少するため、各サイクルに先だってさらに ^{235}U を付加して反応度を増す運転がよい経済的であろう。

5. その他

5.1 不均質な燃料組成をもつ原子炉の厳密な取り扱い[2145]

燃焼が進むにつれて炉内での不均一な出力分布のため、燃料組成の空間的な不均質性 (large scale heterogeneity) が現われる。また初期燃料としていろいろ異なる濃縮度をもった燃料を炉内に装填すれば、燃焼量の増大が大いに期待できる。しかし燃料組成の不均質性のため lattice parameter は空間的に異なり取り扱いは複雑となる。[2145]第3部ではこの不均質性の厳密な理論的取り扱いをおこなっている。簡単に筋道だけのべると、いま高濃縮ウランをもつクラスターが regular lattice の中に装入されたときの中性子束分布は、このクラスターが装入されていないときの中性子束分布と singularity をもつ形の和として表わせる。もしこの高濃縮ウランをもつクラスター相互間の距離が十分離れている場合には、任意のクラスターの範囲内での singularity の性格は他のクラスターの性質およびこれらクラスター間の距離に関係なく与えられる。つぎにおのおののクラスターがもつ singularity の量の相互関係をしらべている。これは heterogeneity

Th-D₂O 系

最初の ^{235}U の濃縮度として、可能燃焼度が 11,060 MWD/ton になるような値を選び、以下生じた高次同位元素と ^{232}Th を混ぜて燃料とし、運転する燃料同位元素の濃度変化を第27図に示す。

method の特性を表わす一連の式を解くことによって与えられる。またクラスターの性質とそれのもつ singularity の間の関係が議論され、最後に原子の平均の増倍率および平均の移動断面積を求めるための平均の法則を求めている。

5.2 均質系天然ウラン原子炉 [2296]

均質系では非均質系に比べて chemical process, したがってプルトニウムリサイクルが容易におこなわれ、新しく生成したプルトニウムの有効利用が期待できる。燃料としては天然ウランをもちいるため核的見地から減速材には重水をもちい、また運転初期には低濃縮ウランをもちい、プルトニウムの必要量の生成のものは天然ウランのみで補給する。ここで燃料組成の変化、反応度の時間的変化、燃焼度を求めている。

計算の結果いえることは、いま一カ月 2, 3 回の割合で天然ウランの一定量で補給すれば一年後には定常状態に達し、このとき燃焼量は 9,000 MWD/ton となる。また one campaign (7~8 年) の間に消費される燃料は天然ウラン約 300 トンに対して低濃縮ウラン (0.8~0.9 の ^{235}U) は 40~50 ton に過ぎない。

付

核定数 可能燃焼量などを計算で正確に求めることを困難にしている1つの大きな原因は断面積データの望ましい精度の値が得られていないためである。実際断面積データのわずかの差異が計算結果に大きな影響をおよぼすため、これらのデータと中性子スペクトル——これは燃料同位元素の濃度および燃料の配置に依存する——から核定数を定めるには十分注意を

録 I

要する。

核定数を定めるためにつぎの方法がもちいられている。

- 1) WESTCOTT の方法 [1016] [2405]
- 2) 減速理論により中性子スペクトラムを求め、これから核定数を定める方法 [2167] [1339]
- 3) 常数 α を導入し、エピソード領域および高

速領域での断面積を含んだ有効断面積, σ_i をつぎのように定める方法[2145]

$$\sigma_i = \sigma_i^T + \alpha \sigma_i^{\rightarrow}$$

$$\sigma_i^{\rightarrow} = \int_{E_c}^{\infty} \sigma_i(E) \frac{dE}{E}$$

$$\alpha = \frac{1 - \varphi^{\rightarrow}}{\varphi^{\rightarrow}} \frac{\Sigma^{\text{CT}}}{\Sigma^{\text{C} \rightarrow}}$$

$$\varphi^{\rightarrow} = \exp\left(-\frac{\Sigma^{\text{C} \rightarrow}}{\xi \Sigma_s}\right)$$

T ; thermal, E ; non-thermal, C ; 吸収

E_c ; 熱領域とエピサーマル領域の境界のエネルギー

Σ ; 巨視的断面積

(2) の方法で共鳴効果が重要となる密な格子配置をもつ原子炉に対しては, 有効断面積をかなり変化させる因子として遮蔽効果および燃料同位元素濃度にもなっている熱中性スペクトルの移動が考慮される。

付

照射による燃料組成の変化を表わす式 照射による燃料組成の時間的変化を表わす式は多少の変更および簡略化がおこなわれているが [1016] での例をつぎに示す。

$$^{232}\text{Th}; \frac{dN_{02}}{dt} = -[N_{02}\bar{\sigma}_{02} + \sum_i N_i \bar{\sigma}_i \eta_i \varepsilon P_{02}'(1 - P_{02})]\phi$$

($i = 23, 25, 49, 41$)

$$\text{Pa}; \frac{dN_{13}}{dt} = \left[-\frac{dN_{02}}{dt}\right] - N_{13}(\bar{\sigma}_{13}\phi + \lambda_{13})$$

$$^{233}\text{U}; \frac{dN_{23}}{dt} = N_{13}\lambda_{13} - N_{23}\bar{\sigma}_{23}\phi$$

$$^{234}\text{U}; \frac{dN_{24}}{dt} = N_{23}\bar{\sigma}_{23} \frac{\alpha_{23}}{1 + \alpha_{23}} + N_{13}\bar{\sigma}_{13} - N_{24}\bar{\sigma}_{24}$$

$$^{235}\text{U}; \frac{dN_{25}}{dt} = [N_{24}\bar{\sigma}_{24} - N_{25}\bar{\sigma}_{25}]\phi$$

$$^{236}\text{U}; \frac{dN_{26}}{dt} = \left[N_{25}\bar{\sigma}_{25} \frac{\alpha_{25}}{1 + \alpha_{25}} - N_{26}\bar{\sigma}_{26}\right]\phi$$

$$^{238}\text{U}; \frac{dN_{28}}{dt} = -[N_{28}\bar{\sigma}_{28} + \sum_i N_i \bar{\sigma}_i \eta_i P_{28}' P_{02}(1 - P_{28})]\phi$$

録 II

$$^{238}\text{Pu}; \frac{dN_{49}}{dt} = \left[-\frac{dN_{28}}{dt}\right] - N_{49}\bar{\sigma}_{49}\phi$$

$$^{240}\text{Pu}; \frac{dN_{40}}{dt} = \left[N_{49}\bar{\sigma}_{49} \frac{\alpha_{49}}{1 + \alpha_{49}} - N_{40}\bar{\sigma}_{40}\right]\phi$$

$$^{241}\text{Pu}; \frac{dN_{41}}{dt} = [N_{40}\bar{\sigma}_{40} - N_{41}\bar{\sigma}_{41}]\phi$$

$$^{242}\text{Pu}; \frac{dN_{42}}{dt} = \left[N_{41}\bar{\sigma}_{41} \frac{\alpha_{41}}{1 + \alpha_{41}} - N_{42}\bar{\sigma}_{42}\right]\phi$$

$\bar{\sigma}$; WESTCOTT の方法による有効 (吸収) 断面積

P' ; 核分裂エネルギーから共鳴エネルギーまでの減速過程の間洩れない確率

η_i ; 核分裂性物質 i に吸収された中性子に対して生れる中性子の個数

P_i ; 核 i に対する共鳴を逃れる確率

λ ; 崩壊常数

上式においてとり扱う元素の種類は原子炉タイプによって定まるが, そのほか [2167] では ^{241}Pu の放射性崩壊を, [2296] では Np の影響を考慮している。

文

献

第2回ジュネーブ会議報文

- [37] R.R. GALLIE, H.H. GOTT, F.C.W. COLMER: Problem of fuelling in industrial calder hall type reactors.
- [54] N.L. FRANKLIN, J.M. HILL, C.A. RENNIE, J.C. C. SLEWART: Economics of enrichment and of the use of plutonium and U-233.
- [155] D. JUNGNELL LUNDQUIST: Suitable types of reactors for the development of nuclear power supply based on natural uranium as fuel.

- [311] S.E. LEWIS, C.S. LOWTHIAN: Theoretical aspects of fuel cycling in industrial calder hall type reactors.
- [961] H. WUNDT: Breeding and conversion processes in high temperature reactors.
- [1016] THOMAS H. PIGFORD, M. BENEDICT, *et al.*: Fuel cycle in single region thermal power reactors.
- [1044] D.P. HERRON, D.R. MASH, J.W. WEBSTER,: Fuel cycles for nuclear power reactors.
- [1068] E. A. ESCHBACH, D. P. GRANQUIST, MILTON

- LEWIS: The comparative economics of plutonium fuel utilization and U-235 fuel utilization in thermal power reactors.
- [1078] C. STARR: Fuel enrichment and reactor performance. (U.S.A.)
- [1339] M. GOTO, T. YOSHIOKA, T. YAMADA *et al.*: Burn-up calculation of natural-uranium graphite-moderated power reactor by using digital computer.
- [1379] D. BARONCINI *et al.*: A study on a two cores converter reactor (Italy).
- [1642] M. DAYAL *et al.*: Study of fuel cycles with reference to a power programme.
- [1727] ANDRAS LEUAI *et al.*: Analytical and economic investigation of plutonium production in nuclear power reactors.
- [2028] O. D. KAZACHKOUSKY: The economics of fast power reactor nuclear fuel.
- [2145] S.M. FEINBERG *et al.*: Burnup of fuel in water-moderated water-cooled power reactors and uranium-water lattice experiments.
- [2167] P. GREEBLER, W. H. HARKES *et al.*: Recycle of plutonium in low-enrichment light water reactors.
- [2296] V.M. BYAKOU, B.L. IOFFE: A homogeneous natural-uranium.
- [2405] M.C. EDLUNDR, D.B. WEHMEYER *et al.*: Physics of water moderated thorium reactors.

中性子スペクトルの測定

1. 概

説

原子炉の設計およびその核的動作特性の解析にあたってもっとも重要なことは炉内における各物質の核反応量を正確に知ることであるが、そのためには各物質の反応断面積の値とともに中性子のエネルギー・スペクトルについての知識が必要である。高速炉や組合せ炉のように重要なエネルギーの範囲が広く、また個々の炉についての差異が大きい体系についてはもちろん、1群や2群近似の簡略計算の比較的良好な熱中性子炉においても、臨界計算の精度を高め、あるいはその温度変化、長期間変化を考察しようとする場合などは実効断面積のとり方が結果に大きく響いてくる。ことに熱外領域あるいは熱と熱外との遷移領域に断面積の重要な部分をもつような物質を含む体系や、ドブラ温度効果が動特性に大きな影響をもつような体系ではスペクトルについての知識は必須のものとなる。

しかしてスペクトルに関する理論は無限均質媒質の場合についてある程度解析的にすすめられるとはいえず、媒質粒子の分子結合や結晶構造の影響、中性子の非弾性散乱、非均質系における中性子輸送などを満足すべき精度でとり扱える段階にきていない。したがっ

て実験的にスペクトルを決定することが実際の用途からも理論のチェックという意味からも重要な課題となってくる。

中性子スペクトルの測定法は原理的にいって中性子の個々についてエネルギー別に微分的に分析する方法と、あるエネルギー範囲の中性子群の積分的寄与を検出して、それからスペクトルについて推論する方法とがある。前者はスペクトルの型が直接求められる利点があるが、概して多種の精巧な装置を必要とし、その調整やいろいろの補正もうるさいことが多く、どんな場合にも使えるというわけにいかない。後者、ことにある物質の積分反応量を直接測定する方式の場合は比較的簡便な手法ですむことが多く、また重要な物質の反応量の相互比を直接測定することができる点有利であるが、一方スペクトルの型については十分な知識をうることができず、たとえば熱中性子の平均エネルギーとか、熱と熱外領域の中性子密度の存在比といったものがスペクトルの型を仮定した上で求められるにすぎない。

第1表にスペクトル測定法の分類および該当するジ

第1表 中性子スペクトル測定法の分類

微分的方法	中性子飛行時間法	パルス源によるもの.....[10], (2041)
		チョッパーによるもの.....[1636], [2152], (686)
	結晶回析法	
	荷電粒子のエネルギーに変換して測定する方法	霧箱 原子核乾板.....[478], [597], [1680], (105), (1483) 反発陽子比例計数管.....[597] ³ He 比例計数管 中性子シンチレータ.....(1281), (1685)
積分的方法	積分反応量の直接的測定	ハク.....[10], [39], (2038 その他)
		計数管.....[10], [39], (2038 その他)
		遮蔽体.....[1635], [1673]
振動法	パルスの減衰をはかるもの	[1372]
		危険係数法.....[39], (598 その他)
	パイルオシレーター	[159]*

[] は本文中で引用したジュネーブ論文の番号

() は本文中で引用していないジュネーブ論文の番号

* はとり下げられたものを示す

ジュネーブ論文の番号を示す。ただしこの種の論文はジュネーブ会議のような機会を待って新しいものや、総合報告的なものがとくに出されるわけのものではないので、ここで取り上げたものだけがこの種技術の現状を示すもので、これ以外によい論文がないというのではもちろんない。むしろ月々の雑誌、ことに R.S.I. のようなものに装置の説明などが詳しくのることが多い。しかしここではジュネーブ論文についてのみ解説する。

ジュネーブ論文にあらわれた傾向について以下に略述する。まず中性子飛行時間法については装置の分解能の向上により、スペクトルの微細構造までとられるようになったこと[1636][2152]、燃料棒中のスペクトルも測定され始めたこと[10][2152]などがあげられ、原子核乾板についてはできるだけ低エネルギー領域まで測定範囲を拡張しようとする努力がなされていること[597][1680]、また従来は乾板と違って反発陽子の方向わけができなかった反発陽子型比例計数管がその

点を改良されて、エネルギー微分的な解析に力を増したこと[597]などがあげられる。つぎにハクや計数管などによる積分反応量測定の方法では、従来熱中性子デテクター、熱外中性子デテクターとわけておのの測定解析していたのが、各デテクターの熱および熱外の重畳スペクトルに対する反応を求めて、スペクトルの両部分の定数を相互関連的に取り扱って同時に決定しようとする方法がとられるようになったこと[10][1673]、エネルギー積分的な測定にもパルス源テクニックがもちいられるようになったこと[1372]などが目立っている。

一方期待される ^3He 比例計数管や中性子シンチレータをスペクトロメーターとして実際のデータをとるのに使ったという論文は出なかったようで、高速炉においてはハクや計数管による積分測定、同じく積分的な危険係数法などがまだ広くおこなわれている[39 その他]。なお結晶回折や霧箱などによるスペクトル測定の論文は目につかなかった。

2. 中性子飛行時間法

低速チョッパーによるスペクトル分析はソ連においてウラン・軽水格子について[2152]、インドにおいて減速材より出る中性子ビームについて[1636]それぞれおこなわれている。分析したエネルギー範囲は前者で 0.01~10 eV、後者で 0.005~0.4 eV である。

ソ連のものは直径 35 mm の天然ウランを軽水中に三角格子に組んだ臨界未満の体系で、これを WWR 炉の熱中性子柱間に設置して中性子を供給し、体系の中心付近のウラン棒中および水中からビームを引き出している。これをパラフィンと炭化ホウ素中にカドミウム被覆の鋼板製のスリットをおいたコリメーターとおしたのち、ニッケル製の平行板スリットをもつ直径 150 mm の回転子によって速度選別をしている。

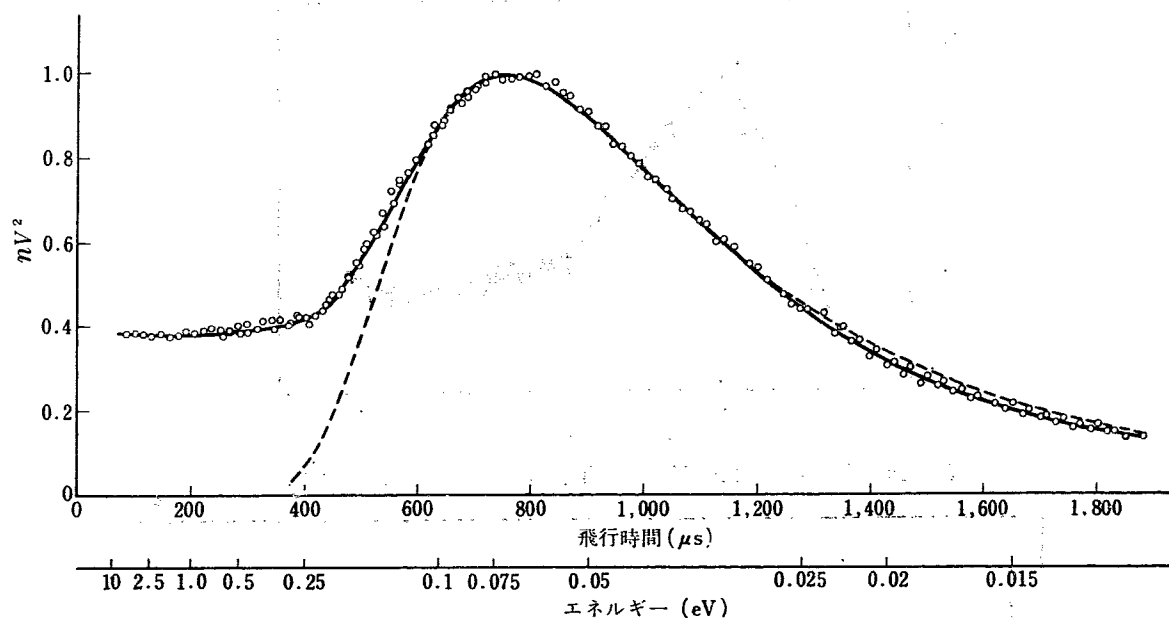
飛行距離は 279~292 cm にとり、 BF_3 計数管で検出し、64 チャンネルの時間分析器で分析して最高分解能 4 $\mu\text{s}/\text{m}$ をえている。測定は格子間隔 50 mm と 60 mm の2種類についてなされているが、50 mm の場合の結果を第1図、第2図に示す。減速材中のスペクトルは図にみられるように 0.1 eV 以下ではマクスウェル分布に、0.5 eV 以上ではフェルミ型分布によく合っている。これに対して燃料棒中のスペクトル(ビームは軸に平行にひきだしている)はマクスウェ

ル分布からかなりズレており、減速領域においても ^{235}U 、 ^{238}U の共鳴吸収にともない、スペクトルに数箇の谷が現われている。測定結果にもっともよくあわせたマクスウェル分布から導かれる中性子温度 T は第2表のようで、 $1/v$ 検出器による測定や GAST の実験結果¹⁾とも大体よく合い、均質化した系に対する理論式²⁾

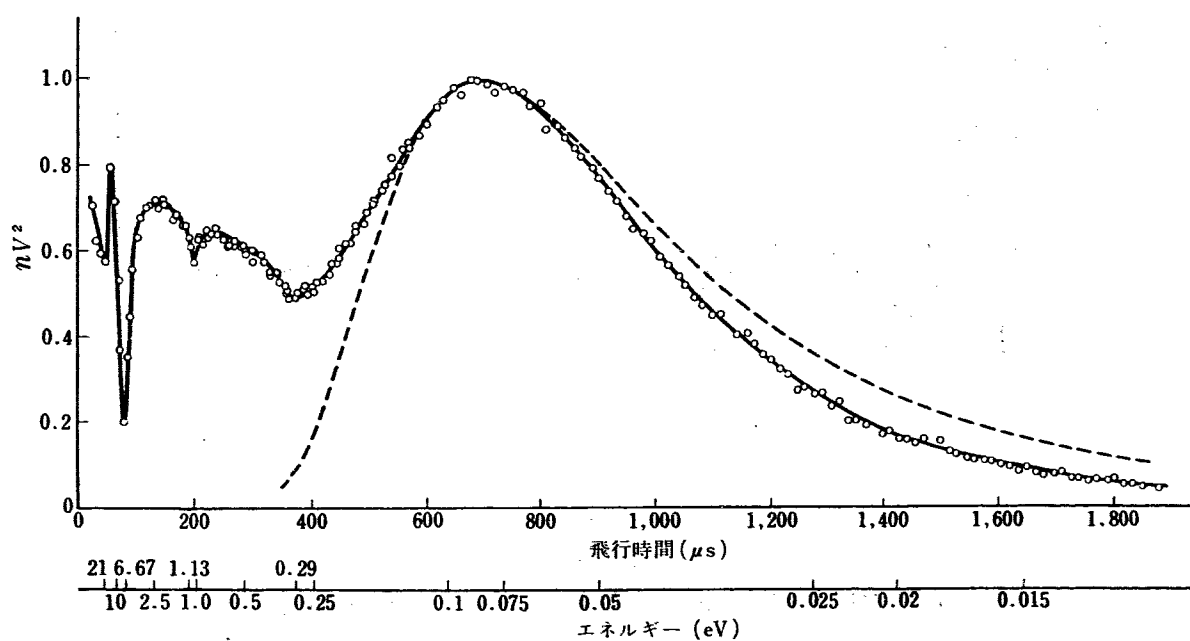
$$T - T_P = T_P \cdot 1.4 \frac{\sum_i \sigma_i}{\xi \sum_i \sigma_i}$$

の結果とも大体合う。また物理的温度 T_P の変化量とスペクトル・ピークの移動とが比例することも実験でたしかめられた。

インドのものは Apsara 炉(水泳プール型)の遮蔽材部に測定する減速材の塊をおき、遮蔽材中にカドミウム被覆のアルミニウム製筒による $6''\phi$ のコリメーターを設け、それを通じて出てくる中性子ビームをさらにスリットをとおしてのち低速チョッパーにかけている。チョッパーの回転数は 5220 rpm、飛行距離は 3.27 m、検出器はビームに垂直におかれた9本の BF_3 計数管で外側にパラフィンの遮蔽を施してある。時間分析器は 19 チャンネルでチャンネル幅は 5~250 μs 可変である。測定は $60\text{ cm}\phi \times 1\text{ m}$ の不銹鋼製タ



第 1 図 天然ウラン・軽水格子における減速材中の中性子スペクトル [2152]



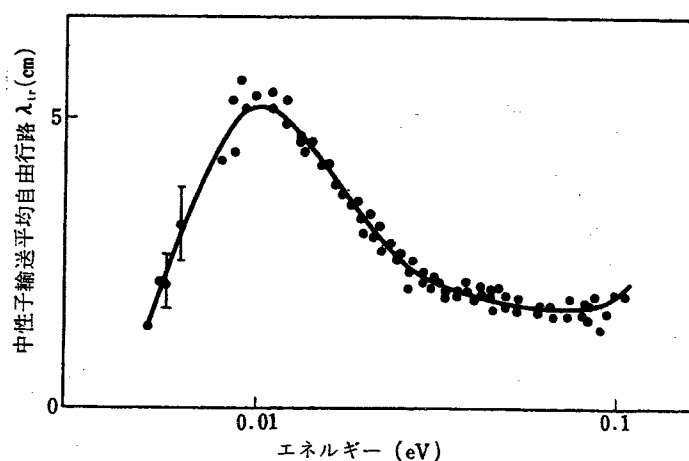
第 2 図 天然ウラン・軽水格子における燃料棒中の中性子スペクトル [2152]

第 2 表 天然ウラン・軽水格子における中性子温度 [2152]

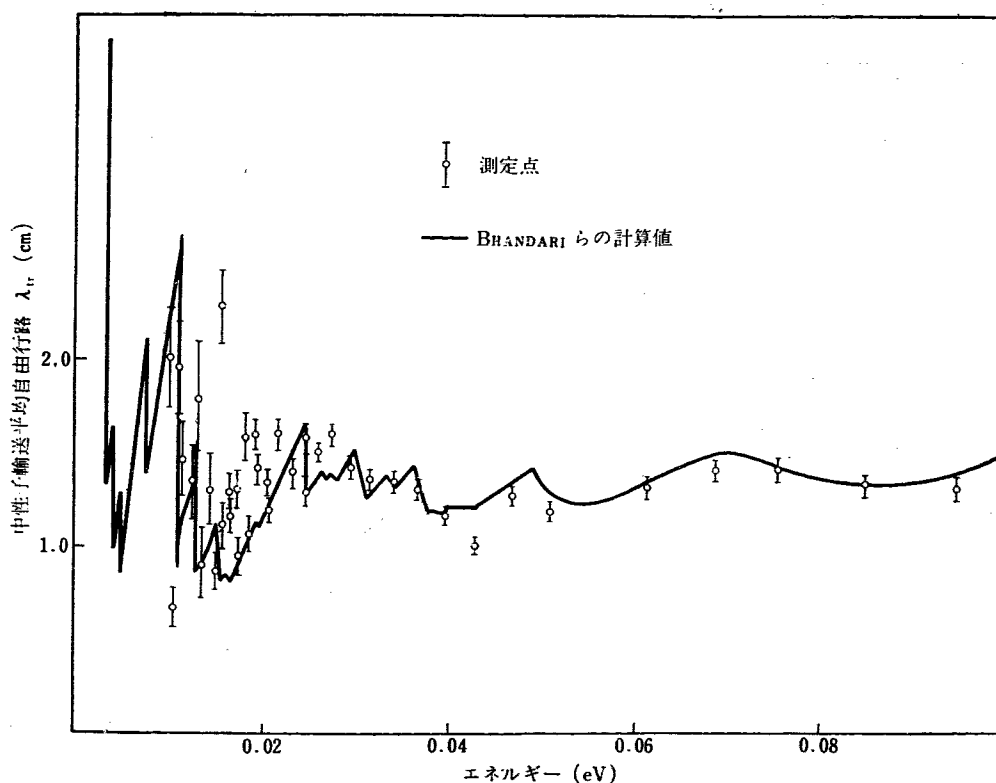
格子間隔 (mm)	水		ウラン中	
	物理的温度 (°K)	中性子温度 (°K)	物理的温度 (°K)	中性子温度 (°K)
50	315	410	335	490
60	310	340	320	400

ンクに入れた重水と 40 cm 立方の酸化ベリリウムとについておこなわれた。ただし酸化ベリリウムの場合はそのままでは熱中性子が完全でないので前に多量の

重水をおいた。減速材表面から出てくるビームのスペクトルを物理的温度と同一の中性子温度のマクスウェル分布 $\times \frac{1}{3} \lambda_{tr} v$ と考えて、測定結果のマクスウェル分布からのズレによって中性子輸送不均自由行路 λ_{tr} のエネルギー変化を求めた。結果を第 3 図、第 4 図に示す。これにより重水は 0.012 eV において共鳴を示すことがわかったが、これは coherent 散乱によるものと考えられ、この点の中性子波長からみて重水分子



第3図 重水中の中性子輸送平均自由行路のエネルギー変化 [1636]



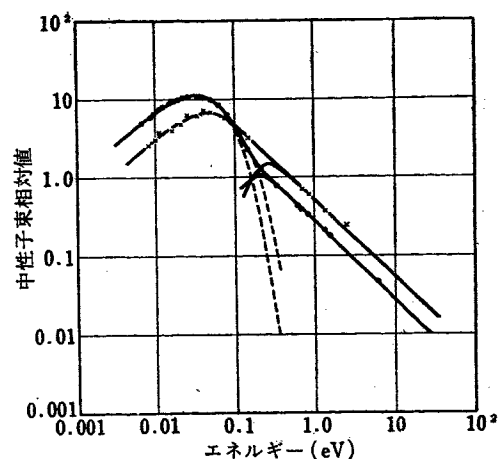
第4図 酸化ベリリウム中の中性子輸送平均自由行路のエネルギー変化 [1636]

における原子間距離が $1.3\text{\AA}$ と求められた。この値は気相および固相での測定値からみて妥当なものである。酸化ベリリウムも同様に 0.03 eV 以下で coherent 散乱の効果があらわれているが、これは BHANDARI らの計算結果³⁾とわりによく合っている。

パルス源を使ったものはハーウェルで臨界未満のウラン・水格子、ウラン・黒鉛格子について広い範囲にわたっておこなわれ、積分測定法の結果と比較されている [10]。中性子源は Linac より得、系の中心から中性子ビームを取り出しているが、チョッパーと違って系内の中性子パルスの減衰時間 ($\sim 200\text{ }\mu\text{s}$) が問題となるので、飛行距離を 12 m と大きくとり、検出の

ゲイト幅も $400\text{ }\mu\text{s}$ としている。結果によれば減速材位置、および燃料棒位置で棒に垂直に引き出した場合の両者は、物理的温度より少し高い中性子温度のマクスウェル成分と $1/E$ 成分およびその間を結ぶスムーズな関数との和によって十分あらわされるが、燃料棒からその軸にそって引き出した場合はマクスウェル型に合わせることは实际的でない。測定結果の一例を第5図に示す。なおホウ酸溶液を対象として予備測定をおこなったときの結果では単原子水素に対する WIGNER-WILKINS の計算とかなりよく合った⁴⁾。ただしこの結果から、 $1/v$ 検出器に対する積分反応量を実際のスペクトルと等しくとる条件の下に $1/E$ 成分を

$E=\mu kT$ で急に 0 に落ちるものとする近似スペクトルをとる場合における μ の値を求めたところ、仮定した値 2.81⁵⁾ に比してやや大きく 4.2 前後となることがわかった。積分測定法との比較では中性子温度については誤差の範囲内で合っている。熱外成分存在比は減速材中では合っているが、燃料棒中ではあまり合わなかった。(しかしこれは一つのケースしか比較データがない。)



格子間隔 1.5"

燃料棒直径 1.2"

濃縮度 1.14%

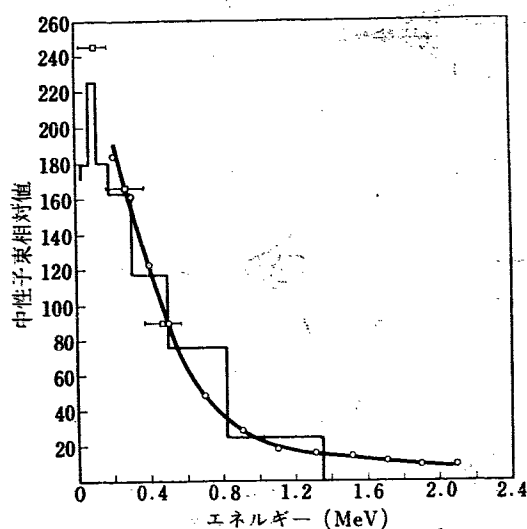
× 燃料棒の軸に平行にビームをとり出した場合

○ 燃料棒の軸に垂直にビームをとり出した場合

第5図 ウラン・軽水格子における燃料棒中の中性子スペクトル [10]

3. 原子核乾板

原子核乾板については数多く論文がでている。主として高速中性子のスペクトル分析用であるが、反発陽子のエネルギーが低くなると、トラック中の粒子の数が少ないのでその長さおよび方向の決定やガンマ線によるバックとの見わけが困難となり、この点から低エネルギーの測定限界は従来 0.5 MeV 程度におさえられていた。このため測定可能範囲はほとんど分裂スペクトル領域となり、あまり面白い結果はえられなかつ

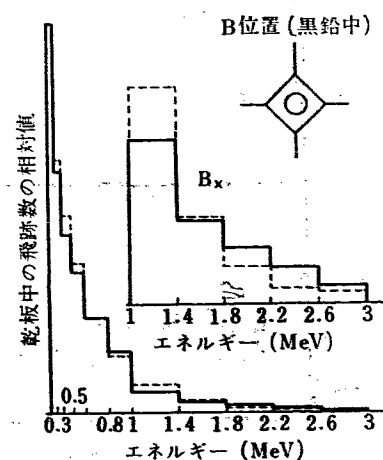
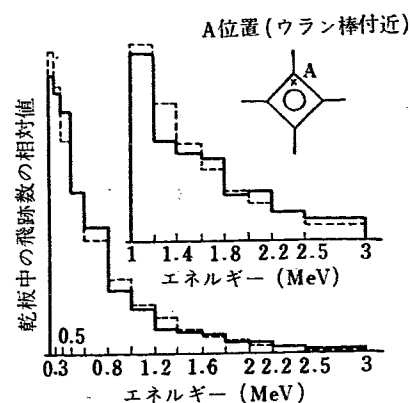


○ 陽子反発型原子核乾板での測定結果

□ ^6Li 型原子核乾板での測定結果

— 拡散理論による計算結果

第6図 ZPR-V 炉心における中性子スペクトル [597]



— 測定値
..... 理論値

第7図 原子核乾板による BR-1 炉の中性子スペクトルの測定結果 [1680]

たのであるが、アルゴンヌの高速炉実験で微粒子乾板
 やリチウムを含む乾板を使って測定範囲を拡張したと
 いう報告が出ている[597]。ZPR-Vの炉中心における
 スペクトルを Ilford の C-2 乾板で 0.4 MeV まで、
 微粒子の L-2 乾板で 0.2 MeV まで測定したところ重
 畳部分の一致は大体良好で、L-2 乾板によって 0.2
 MeV まで測定範囲を拡張しうることがたしかめられ
 た。また濃縮した ${}^6\text{Li}$ を含むガラスを平均直径 3μ の
 粒子として Ilford の E-1 乾板に入れ、 ${}^6\text{Li}(n, \alpha){}^3\text{H}$
 を利用して 0.1~0.5 MeV の間を測定する試みがなされ
 た。この反応は 250 keV に幅の広い共鳴があり、
 また高エネルギーでは断面積が落ちるなどの困難があ
 るが、ZPR-V の炉心での測定結果は第 6 図に示すよ
 うで、陽子反発型乾板による結果、多群拡散理論によ

る計算結果との一致は良好であった。

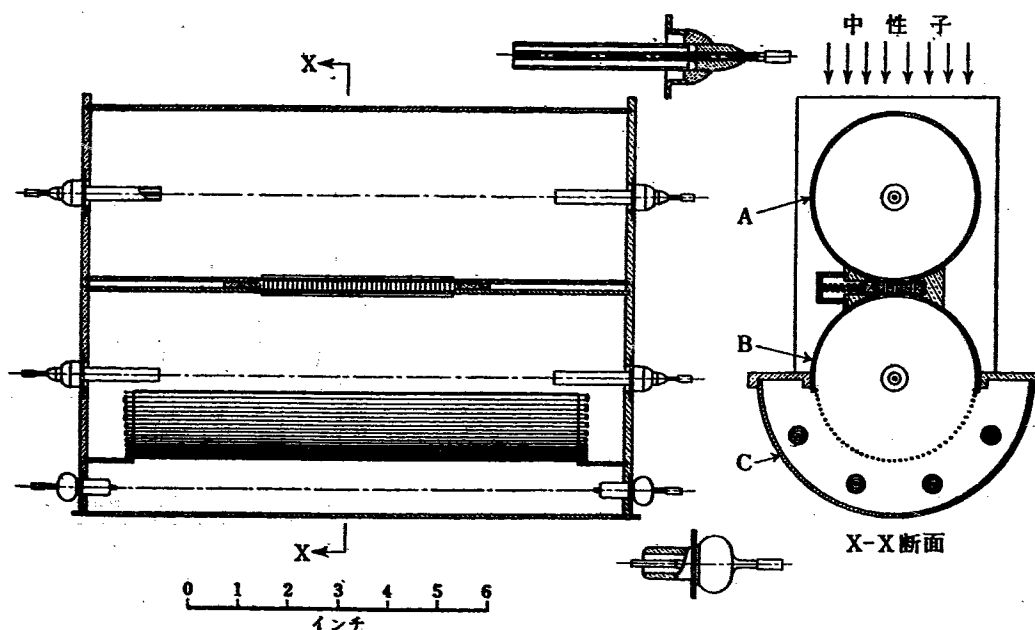
ベルギーで乾板の顕微鏡写真をとってつなぎ合わせ
 てトラックの長さをしらべる方法がおこなわれた
 [1680]。またこのときトラックの長さに応じて顕微鏡
 の倍率を数段階にわけて撮影したり、撮影したフィル
 ムの現像液の pH をやや下げてバックを消すなどのく
 ふうもなされた。BR-1 炉（天然ウラン・黒鉛型）の
 スペクトルを 0.3~3 MeV の範囲で測定した結果、第
 7 図に示すように減速材中よりも燃料棒付近の方が低
 エネルギー領域成分が落ちており、これは分裂生成物
 による吸収効果と考えられた。

このほか、ユーゴでウランを含む乾板を作って熱中
 性子の測定に使おうという試みがある[478]が、スペ
 クトル分析用のものではないようである。

4. 反発陽子スペクトロメーター

反発陽子型の比例計数管は通常のものではあらゆる
 方向に反発される陽子がすべてパルスを作るので、入
 射中性子のエネルギーとえられるパルスの高さとは 1
 対 1 の対応とならず、実験でえられた波高分布曲線を
 微分せねば中性子スペクトルがえられなかったので不
 便であった。アルゴンヌでこの点を改良して作ったス
 ペクトロメーター [597] を第 8 図⁶⁾に示す。主要
 部は一つの容器におさめた (A)、(B)、(C) の三つの
 メタン入り比例計数管で、(A) と (B) は円筒形で同
 一構造をもち、両者の間は黄銅板に多数の小穴をあけ

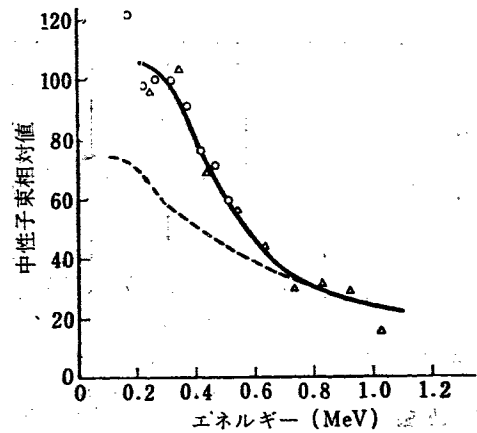
たコリメーターで仕切られている。(C) は (B) と同
 心型の形状をとり、不銹鋼製の細い針金よりなるグリ
 ッドで仕切られている。(A)、(B) の両中心を結ぶ線
 上に中性子ビームを入射させ、(A) で生じた反発陽子
 のうち入射中性子と同一方向に反発されてコリメータ
 ーをとって (B) にいたり同時計数を生ずる場合のみ
 を数え、両部分のパルスの和をとって分析する。こ
 れによって中性子のエネルギーとパルスの高さとは 1
 対 1 の対応をえて解析が容易となる。なお (C) は (A)
 (B) と逆同時計数回路を形成している。(A) と (B)、



第 8 図 反発陽子スペクトロメーター⁶⁾

内のみで飛程の終らなかった高エネルギーのパルスを落すことにしている。内圧 4.76cmHg と 13.70cmHg との2種類を作り、 ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$ による中性子とロングカウンターによるモニターとをもちいて計数効率のエネルギー変化を測定したところ、反発陽子の飛程 R が一つの計数管の直径 D より小さいときは計数効率は散乱断面積と飛程との積に比例するという簡単な理論がよく合った。したがって計数効率は $R < D$ の範囲では中性子のエネルギーがのぼるにつれて増し、 $R > D$ では減少して $R = 2D$ で0になる。このため高エネルギーの測定限界は $R = 2D$ によってきまり、一方低エネルギーの限界はコリメーターの厚さとパルスの累積を切るための回路のバイアスによってきまる。

このスペクトロメーターをもちいて EBR-I を模擬した ZPR-III の炉心から取り出したビームを 10 チャンネルで分析して 0.1~1.1 MeV の間のスペクトルをとった。このとき偶発同時計数を低くおさえるために炉の出力をあまり上げられないのが欠点で、1W の炉出力で同時計数は 10 cpm、そのうち 10% は偶発同時計数である。測定結果は第 9 図に実際の EBR-I 炉心からのビームを乾板と霧箱で分析した結果と合わせ



— 反発陽子スペクトロメーターによる測定結果
○ $P=4.76\text{cmHg}$, $\Delta E=49\text{keV}$
△ $P=13.07\text{cmHg}$, $\Delta E=98\text{keV}$
..... 実際の EBR-I における霧箱および原子核乾板による測定結果

第 9 図 ZPR-III による EBR-I モックアップ炉心中の中性子スペクトル[597]

て示してある。図において明らかなように ZPR-III におけるスペクトロメーターの測定結果の方がスペクトルの軟成分が増しているが、これはビーム取り出しのコリメーターの不備によってビームのスペクトルがゆがんだためと考えられ、この点の改良が必要である。

5. 積分反応量の測定

ハクの放射性化や核分裂計数管などによっていろいろの物質のエネルギー積分的な反応量を直接測定する方法は高速炉でもひろく利用されている [39 その他] が、この場合は計算によってえたスペクトルでの各種物質の反応量の相互比が実験結果と矛盾しないことをたしかめたり、炉心内と炉外にとり出したビームとでスペクトルがどう変化したかを定性的にしらべるのに使ったりする程度にとどまっており、この方法がとくに有力なのは、スペクトルをある仮定した型にあてはめてその定数を決定しようとする場合であって、熱中性子炉または組合わせ炉の外殻部でのマクスウェル型の熱中性子群と $1/E$ 型の熱外中性子群との重畳スペクトルの解析にしばしば利用される。

従来おこなわれてきた方法は $1/v$ 吸収体による中性子温度の測定⁷⁾とか、共鳴ハクによる熱外中性子の測定⁸⁾とかいうように、熱中性子と熱外中性子とをわけておのおのを測定しようとするものが多かったが、両部分のスペクトル定数を同時に決定しようとする正統的な方法がハーウェルでおこなわれている [10]。この方法の骨子はつぎに示すように中性子密度のスペクトル

をマクスウェル成分 $N_M n_M(v) dv$ と熱外成分 $N_e n_e(v) dv$ との和と考え、

$$N(v) dv = N_M n_M(v) dv + N_e n_e(v) dv$$

$$n_M(v) dv = \frac{4v^2}{\sqrt{\pi} v_T^3} \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right) dv$$

$$n_e(v) dv = 0 \quad (\text{for } 0 \leq v \leq v_T)$$

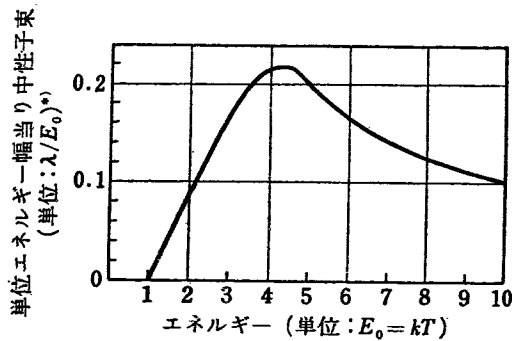
= 第 10 図⁹⁾に示す結合関数

$$(\text{for } v_T < v < \sqrt{5} v_T)$$

$$= \frac{\mu^{1/2} v_T}{v^2} dv \quad (\text{for } v \geq \sqrt{5} v_T)$$

v_T = 最大確率速度 (エネルギー kT に対応)

このスペクトルに対する ${}^{233}\text{U}$, ${}^{235}\text{U}$, ${}^{239}\text{Pu}$ の積分反応量の相互比およびおのおののカドミウム比が実験値ともっともよく合うように中性子温度 T と熱外成分存在比 $\beta' = N_e/N_M$ との組み合わせを決定しようとするものである。熱外成分はエネルギー $5kT$ 以上では $1/E$ 型で、 kT より $5kT$ にいたる間で第 10 図に示される関数形で 0 におちるものと近似している。ここで μ は $1/v$ 物質に対する積分反応量をここでとったスペクトルとひとしくするという条件の下に熱外成



* λ はマクスウェル成分中性子束に対する単位レサジー幅当りの $1/E$ 成分中性子束の値の比

第10図 ハーウェルでもちいている熱外成分スペクトルの型⁹⁾

分をエネルギー μkT における急な切断で近似する場合の仮想的エネルギー下限を与える値であって、 $1/E$ 成分の単位レサジー幅あたりの存在量に関係した量となる。この μ の値はここでは CAMPBELL らにしたがって 2.81 にとっている⁵⁾。

このスペクトルの下での単位体積あたりの毎秒核反応量は

$$W = v_0(N_M + N_c)$$

$$v_0 = 2200 \text{ m/sec}$$

で定義される便宜的な中性子束 W をもちいて

$$\Sigma_0(g + rs)W$$

$$\Sigma_0 = 2200 \text{ m/sec に対する巨視的断面積}$$

$$g = \int_0^\infty \Sigma(v) v n_M(v) dv / \Sigma_0 v_0$$

$$s = b \int_0^\infty \Sigma(v) v n_c(v) dv / \Sigma_0 v_0 - bg$$

$$r = \frac{\beta'}{1 + \beta'}$$

$$b = \frac{\pi}{\sqrt{4\mu}}$$

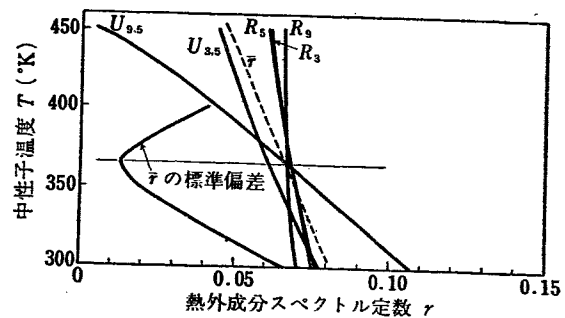
とあらわされるから、 i 物質の j 物質に対する反応量の比 U_{ij} ^{*)} をもちいて

$$r = \frac{g_i U_{ij} - g_j}{S_i - S_j U_{ij}}$$

が成立する。ただしこの式のみでは r, T は同時にきまらず可能な r, T の組み合わせを与えるのみである。つぎに各物質のカドミウム比 R_i を測定すると中性子密度の熱外成分のカドミウム切断エネルギー以上の割合を z としたとき

$$r = \frac{g_i}{zbW_i R_i - S_i}$$

* この U_{ij} は 2200m/sec の単色中性子束に対する値を 1 に規格化したもので規格化は中性子温度既知の純粋な熱中性子スペクトルでの反応量の比較によっておこなう。



..... 平均的な (r, T) 曲線

$$T = 365 \pm 7^\circ \text{K}$$

$$r = 0.0664 \pm 0.013$$

$$T_P = 290.4^\circ \text{K}$$

天然ウラン・黒鉛格子

格子間隔 7.875"

燃料棒直径 1.2"

測定点: 減速材中

第11図 積分反応量の測定によるスペクトル定数の決定例 [10]

$$z = \int_{V_c}^\infty n_c(v) dv = \frac{\mu^{\frac{1}{2}} v_T}{v_c}$$

$$w = \int_{V_c}^\infty \Sigma(v) v n_c(v) dv / \Sigma_0 v_0 z$$

なる関係をうるので、これをさきの式と合わせて第11図に例示するような r, T 曲線を書く。これらの曲線は理想的には一点 (r, T) に会して求める結果を与えるわけであるが、実際には図に示すように平均的な r, T 曲線を書いてその上で偏差が最少となる点をとって解とするわけである。なおカドミウム切断速度 v_c は Au (v_c 以下で $1/v$) と B (全領域で $1/v$) のカドミウム比をそれぞれ測定して

$$v_c = \frac{\mu^{\frac{1}{2}} v_T}{z} = \frac{\mu^{\frac{1}{2}} v_T (R_B - R_G)}{S_G (R_G - 1)}$$

によって実験的に決定する手段をとる**).

この実験では ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu は $\frac{1}{4}$ " ϕ 、長さ 2 cm の小型の核分裂計数管で、Au はハクで、B は電離箱のかたちでそれぞれもちい、臨界未満のウラン・水格子、ウラン・黒鉛格子のいろいろの格子定数の系および若干のウラン・黒鉛炉など計 52 種の系について手広く実験をおこなった。実験結果によればカドミウム切断エネルギー以上での積分反応量の比 w_i/w_j は減速材の種類、燃料存在比、濃縮度などによらず一定で、この領域でのスペクトルを $1/E$ 型と仮定したことのうらづけがえられた。カドミウム切断エネルギーは

** ここで S_G がまた T の関数であるが、 v_T と S_G とは T による変化が同様なので、ある特定の T_0 に対する値 v_{T_0} , S_{G_0} をもちいて計算すればよい。

0.04" 厚さのものについて上述のような方法でえた実験値 0.533 eV をもちいた。多数の系での測定結果をまとめてみると β' と T の関係は黒鉛減速の系では

$$T = T_P \left\{ 1 + 2.21\beta' \sqrt{\frac{T}{T_P}} - 2.55(\beta')^2 \frac{T}{T_P} \right\}$$

T_P = 系の物理的温度

なる線に大体のり、とくに $\beta' \sqrt{T/T_P} < 0.3$ の範囲では $1/v$ 吸収物質を含む無限均質系における経験式¹⁰⁾

$$T = T_P \left(1 + 0.76 A \xi \beta' \sqrt{\frac{T}{T_P}} \right)$$

とも大体よく合って、黒鉛格子ではマクスウェル分布からのゆがみはほとんどないことがわかった。水減速の系では実験誤差の範囲内で上の経験式に合うものとも

$$T = T_P$$

がなり立つものともすることができた。

ある物質の積分反応量を直接でなく、遮蔽効果として測定する方法がある。 $1/v$ 吸収体による中性子温度の測定などはこの例であるが、ベルギーで中性子温度と熱外成分存在比との同時測定をやっている[1673]。中性子はビーム状にして解析を容易にし、検出器には BF_3 計数管、遮蔽板には金をもちいている。スペクトルをマクスウェル成分とエネルギー μkT において急に 0 におちる熱外成分との和と仮定し、 $1/v$ 検出器のカドミウム比と、カドミウム切断エネルギー以下の中性子に対する遮蔽板透過率との 2 式を立て、前者よりカドミウム比の実験値を満足する β' と T の組み合わせを出し、そのおのおのを後者に入れて透過率の理論値と実験値の偏差を求める。こうして遮蔽板の厚さをいろいろ変えて最小自乗法によってもっとも適合する β' と T の組を決定するわけである。実験は天然ウラン・黒鉛型の BR-1 炉の中央実験孔からのビームをコリメートして解析し、 μ は 2.81、カドミウム切断エネルギーは 0.48 eV として計算した。実験孔内に黒鉛ブロックをおき、その温度と位置をいろいろ変えて測定し

$$T = T_P \left\{ 1 + (1.48 \pm 0.15) A \xi \beta' \sqrt{\frac{T}{T_P}} \right\}$$

$A \xi = 1.896$ (黒鉛に対する値)

$T_0 = 293^\circ\text{K}$

がなり立つことを知った。またこの式は

$$\frac{\phi_M}{\phi_e} (T - T_P) = (980 \pm 100)^\circ\text{K}$$

ϕ_M = マクスウェル成分の中性子束

ϕ_e = 熱外成分の単位レサジー当りの中性子束と変形されるが、G-1 炉についての実験結果¹¹⁾

$$\frac{\phi_M}{\phi_e} (T - T_P) = (806 \pm 66)^\circ\text{K}$$

や、黒鉛についての KÜCHLE の実験結果⁷⁾

$$\frac{\phi_M}{\phi_e} (T - T_P) = (1400 \pm 500)^\circ\text{K}$$

とも合う。なお BR-1 炉の中心のスペクトルは

$T_P = 293^\circ\text{K}$ において $\phi_M/\phi_e = 14.4$, $T - T_P = 68 \pm 10^\circ\text{K}$ である。

インドで BF_3 計数管に銀およびカドミウムの遮蔽を着脱して計数率の違いから中性子の平均エネルギーを求める方法をおこなった [1635]。Apsara 炉からの中性子ビームを NaCl の結晶で回折させて 0.09 eV (温度 1000°K に相当) の単一エネルギー・ビームとし、これを各種の減速材に入射させて、その減速にともなう平均エネルギーの距離変化を測定した。この場合、各点の中性子束は物理的温度と同一の 300°K におけるマクスウェル分布と 0.09 eV の単一エネルギー群との和という粗い近似で解析した。また入射後各点に中性子のいたるまでの平均時間を計算し、この時間をもちいて平均エネルギーの距離変化を時間変化でおきかえて考え、減速弛緩時間の測定に供した。測定は黒鉛、酸化ベリリウム、鉛、軽水についておこなった。黒鉛については入射後距離 15cm でなお平衡に達しないこと、無限媒質のときの減速弛緩時間は $280 \pm 100 \mu\text{s}$ でパルス源実験での結果とよく合うことなどがわかった。酸化ベリリウムでは同じく $140 \mu\text{s}$ で、10cm くらいで平衡に達する。また鉛はほとんど減速効果がないこと、軽水では距離 2cm くらいで平衡に達してしまうことなどが知られた。

6. 振 動 法

特定の物質をある体系に混入した際、その体系に起る変化を測定し、混入物質のききかたからスペクトル

を推定する振動法はいわば積分反応量の間接的な測定によるものといえるが、系の反応度という振動に対し

て敏感な量を測定対象にとれば相当な威力を示すものである。臨界またはそれ以上の体系では較正された制御棒の移動距離やペリオドの測定による危険係数の方法が考えられ、臨界未満の系では中性子パルスを入射させたのちの減衰の模様をしらべる方法が考えられる。なお、臨界系においてはパイルオシレーター方式によって感度を上昇させるという考えもあり、実際スエーデンで試みられたようであるが[159]、なぜかこの論文は取り下げられてしまった。

危険係数の方法はかつて中性子温度の測定にもちいられた例もあるが¹²⁾、最近では高速中性子炉でしばしば利用されている[39 その他]。しかしこの場合はスペクトルを解析的にあらわしてその定数をきめるといったことはできないので、各種物質の摂動断面積の相互比が計算されたスペクトルで期待される値と矛盾しないことをたしかめたり、核反応定数のよく知られていない物質の炉内実効断面積を他物質との比較によって求めているといった程度である。

臨界未満の体系に入射させた中性子パルスの減衰をしらべる方法は中性子増倍系に限らず応用できるので、イタリアで軽水中の中性子温度の測定にもちいている[1372]。中性子束の時間変化はパルス入射後十分な時間を経過したのちは $e^{-\lambda t}$ であらわされる基本モードのみ残る。この減衰定数 λ は平衡スペクトルにおける中性子平均寿命の逆数に相当する量であるから近似的に

$$\lambda = \bar{D}\bar{v}B^2 + N_1\bar{\sigma}_1\bar{v} + N_2\bar{\sigma}_2\bar{v}$$

$\bar{D}$ = 拡散係数のスペクトル平均値

$\bar{v}$ = 中性子平均速度

B^2 = バックリング

N_1 = $1/v$ 物質の単位体積当り原子数

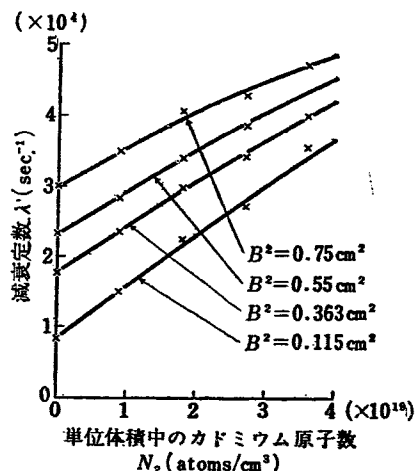
$\bar{\sigma}_1$ = $1/v$ 物質のスペクトル平均吸収断面積

N_2 = 非 $1/v$ 物質の単位体積当り原子数

$\bar{\sigma}_2$ = 非 $1/v$ 物質のスペクトル平均吸収断面積

とあらわすことができる。スペクトルがマクスウェル分布であると $\bar{\sigma}_1\bar{v}$ は中性子温度によらず一定であるが、 $\bar{\sigma}_2\bar{v}$ は中性子温度によって変わってくるので、系内に非 $1/v$ 物質を適度に混入してゆき、 λ と N_2 との関係のグラフをかいて、その傾斜から $\bar{\sigma}_2\bar{v}_2$ の値を読みとり、別に計算しておいた中性子温度と $\bar{\sigma}_2\bar{v}_2$ の間の関係のグラフから中性子温度を求めればよい。非

$1/v$ 物質としては $1/v$ からのズレの大きい、断面積のよく知られたものがよく、この実験ではカドミウムをもちいている。15.4cm ϕ ×28cm の円筒形のアルミニウム製容器に軽水を入れ、炭化ホウ素とホウ酸で周囲を遮蔽している。中性子源はベータトロンからの 31 MeV の X 線を利用した Pb(γ , n) による速中性子で、熱中性子化されたものを液の表面に接しておいた ZnS+BN の中性子シンチレーション・カウンタで検出している。中性子源パルスの継続時間は 9 μ s で、100~250 μ s の時間において高次のモードが減衰したのちに測りはじめ、チャンネル幅を熱中性子寿命の半分くらいの時間にとって 5 チャンネルの時間分析をおこなっている。パルスの繰返しは $2 \times 10^4 \mu$ s ごととして重畳を防いでいる。カドミウムは 3 CdSO₄ · 8H₂O のかたちで約 15 g/l まで 4 段階にわけて混入し、そのおのおのについて溶液レベルも 4 段階変えてバックリングによる変化を測定した。第 12 図に示す結果か



第 12 図 非 $1/v$ 物質の混入に伴う中性子パルス減衰定数の変化[1372]

ら明らかなようにグラフの勾配はバックリングが大きくなるほどゆるやかとなり、拡散冷却効果によるカドミウム平均断面積の低下を示している。ここでグラフが直線からズレているのは固有値 λ に含まれる高次の項がきいてきているもので、ここでは λ を N の 2 次式として最小自乗法によってその 1 次の係数を求めて $\bar{\sigma}_2\bar{v}$ とした。こうして 19°C の軽水中の中性子温度をバックリングの関数として

$$kT(\text{eV}) = -(0.00645 \pm 0.00071)B^2(\text{cm}^{-2}) + (0.02531 \pm 0.00049)$$

と決定することができた。

7. あとがき

以上第2回ジュネーブ会議の論文中、中性子スペクトルの測定に関するものをレビューしたが、つぎのようなことがいえるであろう。いろいろの測定方法は個々にいろいろと改良がなされてきており、その巧みな並用によってスペクトルに関する知識はしだいに増してきている。しかしスペクトルの型を望みの範囲にわたって直接測定することはいまなお難しいことである。ことに高速炉における 0.1 MeV 以下の領域については問題が多く、 ^3He 比例計数管によるスペクトロメーターが実用化されて、よいデータを出してくれることを期待したい。また熱と熱外との遷移領域におけるスペクトルの型についてもさらに知識を増す必要がある。熱中性子炉において燃料棒中のスペクトルが測定されはじめたのは注目に値するが、ビームの取り出し方などにまだ問題が多い。これがさらに進んでスペクトルの角度分布や空間的微小構造まで測定されるようになれば理論面からの興味も倍加するであろう。測定技術に関していえることは、中性子をビームとして取り出す場合に共通して問題となるのがコリメーターによってひきおこされるスペクトルのゆがみであっ

て、理想的なコリメーター系の開発研究が望まれる。ハクや計数管による方法ではハーウェルの方法が正統的な良法であるが、熱と熱外の両スペクトルの結合関数としてここでとった型のものがどんな場合についても妥当なものであるか否か、この点もう少し改良された取り扱いを必要とするのではないかと考えられる。また各物質の核的定数がより正確に知られることが望まれ、とくに共鳴ハクやしきい検出器などを使う場合にこの点が重要である。パルス中性子源、時間分析といった技術がますます広くもちいられるようになってきたことも注目すべきである。時間的な測定というのは本質的に高度の技術であるが、それだけに有効で応用も広いものであるから、この方面に力を入れることは重要である。なお各論文に共通していえる不満は理論との対比が十分でないことで、この意味からも簡単な体系について厳密な測定をおこなって理論、実験方法のいずれをも相互にチェックしてゆく努力が有用なものと考えられる。この点イタリーの実験などはいろいろの意味でわが国にとって参考となる要素を含んでいるのではなかろうか。

文 献

第2回ジュネーブ会議報文

- [10] C.G. CAMPBELL, *et al.*: Measurements of reactor spectra by time-of-flight and integral methods.
- [39] R. D. SMITH & J. E. SANDERS: Experimental work with zero energy fast reactors.
- [159] G. ODENAM, R. PERSSON: Measurements on neutron temperature by means of the pile oscillating technique.
- [478] M. JURIĆ, I. PETROVIĆ, S. POPOV, O. ADAMOVIĆ: Photonuclear emulsions loaded with uranium as detector of thermal neutron flux.
- [597] W.C. REDMAN & J.H. ROBERTS: Some current techniques of fast neutron spectrum measurements.
- [1372] E. SANTANDREA, *et al.*: Neutron temperature measurements with pulsed neutron sources.
- [1635] V. A. GOKHALE, *et al.*: The slowing down

- of neutrons in the region of 0.09 to 0.038 eV in various moderators using a monochromatic beam.
- [1636] R. RAMANNA, *et al.*: On the spectrum of neutrons emerging from moderators.
- [1673] M. NEVE de MEVERGNIES, *et al.*: The BR-1 pile.
- [1680] C. BEETS, *et al.*: Analyse spectrale des neutrons rapides a l'interieur de BR-1.
- [2152] V. I. MOSTOVOY, *et al.*: Measurement of neutron spectrum in uranium water lattices.

その他

- 1) P.E. GAST: 1st Geneva Conf. 288 (1955)
- 2) Y. CHERNICK: 1st Geneva Conf. 215 (1955)
- 3) R.C. BHANDARI, *et al.*: *J. Nuclear Energy*, (in press)
- 4) H.J. AMSTER: *Nuclear Sci. Engng.*, 2, 394 (1957)

- 5) C.G. CAMPBELL & R.G. FREEMANTLE: A.E.R.E. RP/R 2031 and Supplement 1 (1957)
- 6) G.J. PERLOW: *Rev. Sci. Instrum.*, **27**, 460(1956)
- 7) M. KÜCHLE: *Nuclear Sci. Engng.*, **2**, 87(1957)
- 8) G.E. HANSEN. W.H. ROACH: Proc. of Brookhaven Conf., BNL-433 (C-24) (1956)
- 9) D.J. HUCHES, editor: Progress in Nuclear Energy, Series 1, **2**, 133, Pergamon Press, London (1958)
- 10) R.R. COVEYOU, *et al.*: *J. Nuclear Energy*, **2**, 153 (1956)
- 11) V. RAJEVSKI & B. SAUTIEZ: CEA-670-K
- 12) G.B. GAVIN: *Nuclear Sci. Engng.*, **2**, 1 (1957)

水性均質炉

1. 概 説

水性均質炉は核的にみて、熱中性子増殖炉の中でもっとも可能性のある炉であり、中性子経済の点からみても、燃料コストの点からみても他の炉に比べて非常に有利である。一方燃料の形式からみれば液体燃料に属する。液体燃料は固形燃料に比べて非常に有利であり、さらに多くの発展の可能性を有していることは、石炭と石油と比べてみてもわかるように周知の事実である。しかし液体燃料の使用技術は固形燃料のそれに比べてより高度の技術を要することも、これまた常識である。核燃料においても、この例外でなく、各国において水性均質炉の燃料の取り扱い、その使用技術の点で相当苦勞しており、未解決の問題も多い。これらの使用技術で現在問題になっている点は、

- 1) 腐食、浸食、ケーキングなどの問題
- 2) スラリー流動に対する問題
- 3) 水の放射線分解ガス処理の問題
- 4) 燃料処理の簡素化の問題

5) 配管バルブ系統の問題

6) 保守上の問題

などである。しかしこれらは一般に化学プラント、金属加工プラントなどでつねに問題になっている事項と共通なものが多く、漸次解決しうる問題である。

つぎにこれらの使用技術以外の問題としては——どの炉の場合でも問題になっていることであるが——核常数の不正確さ、とくに増殖率に直接きいてくる η の値が最近問題になっている。また高温高圧下における水性均質炉の運転特性中、出力の微小振動、および他の出力変動については、現在のところ、まだその原因がわかっておらず、1つの問題点として残されている。

水性均質炉に関するこれらの問題については、外国でもいろいろ研究がなされ、新しい方向に発展しつつあるので、第2回ジュネーブ会議報告を主として、諸外国の情勢を以下に要約する。

2. オランダにおける現況

オランダは米国について水性均質炉の開発を強力に進めている国である。現在考えている型は一領域型、ベリリウム黒鉛反射体で、核燃料としては20%濃縮ウラン UO_2 で粒子径 $4\sim 14\mu$ 程度のものを軽水に懸濁させたものを考えている。なお現段階としては増殖の点は度外視して、主として水均質炉の流動燃料系の特質を高度に利用するための技術の開発に全力をあげているが、その開発方法および着想の点に関しわが国でもいろいろ参考になる点が多い。これらの開発は Aqueous Homogeneous Suspension Reactor 開発計画と呼ばれ、オランダでは三つの段階にわけてすすめら

れている。

第1段階

小さな Subcritical Circulating Suspension Reactor の建設をおこない、懸濁スラリーの循環系での動作、およびその動作の反応度と与える動特性の調査をおこなう。

第2段階

250 kW 程度の実験炉を建設し、懸濁スラリーの化学的、機械的性質の調査、水の放射線分解の調査、核分裂生成物質の連続除去法の開発、などをおこなう。

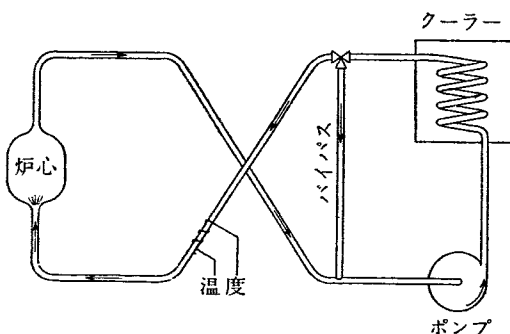
第3段階

原型原子炉の建設をおこない、重要な原子炉各部およびその補器の開発ならびにその保守、遠隔操作機構の開発をおこなう。

第2回ジュネーブ会議で第1段階に関するものとして[1827]、第2段階に関するものとして[1828]が発表されているので以下その概略についてのべる。

2.1 Subcritical Circulating Suspension Reactor [1827]

オランダにおける上記原子炉開発のための第1段階として、懸濁スラリーの流れの行動、およびその流れの行動が反応度に与える影響を調査するために Suspension Subcritical Reactor が建設され、いろいろ実験がおこなわれた。その結果についての報告は、装置および実験についても非常に簡単な報告で、装置の正確な配置および寸法、実験の定量的な結果に関することはわからないが、全体としての動向およびその定性的な結果については興味ある報告がなされている。



第1図 装置のフローシートの概略

まず実験にもちいられた装置のフローシートの略図を第1図に示す。炉心部は直径約28cmのステンレス製のタンクで、酸化ベリリウム黒鉛の反射体を有し、この中に安全棒、中性子検出器などが押入されている。クーラーは懸濁スラリーをある程度加熱または冷却し、温度を設定値 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ に保つために設けられたものである。中性子源としては加速器(500kV)をもちいパルス化された中性子を与えることができるようにしてあるが、とくにこれに関連した具体的な実験はおこなわれていないようである。このフローシート以外にポンプのベアリングが UO_2 の粒子で摩耗することを防ぐため、ベアリングのところに純水を吹き込むための装置およびそれに関連した装置、ならびに懸濁スラリーの濃度調節のため、ハイドロクロンをもちいて UO_2 と軽水を分離させる装置とがある。

UO_2 懸濁スラリー循環の行動を決定するもっとも大きい要素として UO_2 の粒経、形状および表面状態が

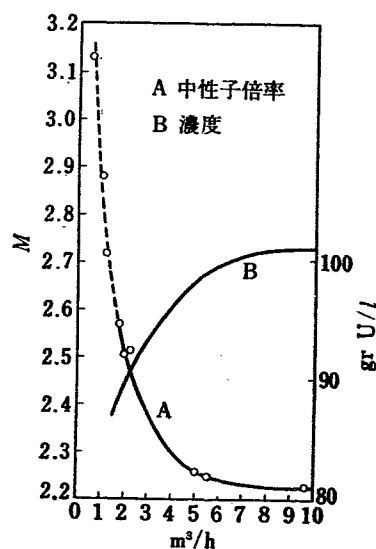
考えられる。この実験では粒経については 4μ から 13μ までの粒子に制限している。この制限は懸濁スラリー燃料の準備およびその処理の方からきたものである。

上記の 13μ の制限は、将来燃料再処理の方法として、核分裂生成物の反跳過程を利用して UO_2 粒子の中から核分裂生成物を水中に飛び出させて UO_2 と分離する方法¹⁾を考えているため、その反跳エネルギーから計算して分裂生成物の90%が水中に飛び出すための条件から決定されたものである。その形状に関しては球型がもっとも望ましいが、これらの処理についてはHERMANSが報告している[552]。以上が大略装置の説明である。つぎにおこなわれた実験について記す。

まず最初に上記のような装置について天然ウランをもちい流動状態の調査をおこなっている。その結果は

- 1) Caking はみられなかった。
- 2) ステンレス鋼の表面の浸食はみられなかった。
- 3) ハイドロクロンによる懸濁スラリーの濃度調節には非常に満足すべき結果をえた。
- 4) 貯蔵タンクに1カ月放置し UO_2 が完全に沈着した懸濁スラリーよりふたたび UO_2 を分散させることは困難ではない。
- 5) 500時間の運転後、 UO_2 の粒径分布を調べたがまったく変化はみられなかった。6kgの UO_2 に対し粒砕された UO_2 は1mgの程度である。

以上の結果は試験条件、運転条件に非常に支配されるものであるが、これに関する記述がなされていないのはまことに残念である。



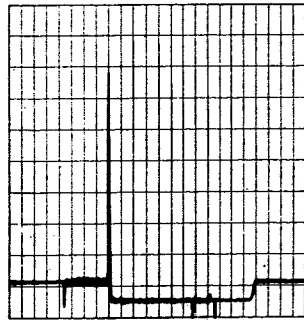
第2図 流速と、濃度および中性子倍率の関係

つぎに懸濁スラリー循環回路の流量と炉心タンク内の UO_2 の濃度との関係を測定しており、その結果

を第2図に示す。この結果にある流量以上では炉心タンク中の UO_2 の濃度は変化しないが、流量が減少してくると循環回路中の UO_2 が順次炉心タンクにたまってゆくことを示している。炉心タンク以外の回路は一般に流れの断面が小さく流速が早いので UO_2 の沈降は問題にはならないが、炉心タンクでは流路の断面が大きいため UO_2 の沈降がきいてくる。とくに流量が小さいときにこの傾向が大きい。この結果、炉心タンク内での流速が UO_2 の沈降速度より小さいような流量のところでは炉心タンク内に UO_2 が蓄積するようになる。したがってこのような流量のところでは反応度が急激な変化を示しきわめて危険な状態となる。



第3図 中性子束の記録



第4図 反応度の記録

つぎにポンプが停止した場合、系の中性子束変化の記録が第3図に示されている。ポンプ停止時にみられる中性子束のわずかな増加はポンプを止めたときに流量は階段状には0にならず、流量が0になるためにはある時間を要する。この間に前述の危険速度を通過するため、わずかであるが炉心タンク中の濃度が増加し、一時的に中性子束が増加する。それ以後の中性子束の降下は UO_2 の沈殿によるものである。さらにポンプ停止後ふたたびポンプを運転したときの中性子束の変化を第4図に示す。この場合には相当中性子束が増加する。これは沈降していた UO_2 が炉心内で均一に分散するまでの過渡的な現象で反応度の増加するおもな原因は2つ考えられる。そのうちの1つは、沈降 UO_2 が均一に分散するために生ずる反応度の増加によるもので、これは運転停止前の反応度をこえることはまずない。他の1つは循環再始時、炉心タンク下部より流れ込んでくる液は UO_2 を含んでいるのに対し、出てゆく液は UO_2 を含んでいないことによる炉心タンク内の UO_2 の量の増加によるものである。

大体以上が Subcritical Circulating Reactor についての報告である。

2.2 250 kW Aqueous Homog. Single Region Suspension Reactor[1828]

つぎにオランダの Aqueous Homog. Suspension Reactor の第2段階に相当する 250 kW の実験炉について、その概要のうち、とくに燃料循環、再処理系を中心に説明をおこなう。

まずこの炉が建設される目的は

- 1) このような系の炉でのエネルギー放出およびその安定性の調査
- 2) 核分裂生成物質、腐食生成物および浸食生成物の連続除去法に対する資料の収集
- 3) 水の分解ガスの調査
- 4) 核分裂下における UO_2 粒子の動向の調査
- 5) 放射線下における腐食、浸食の調査
- 6) 原子炉各部分の開発、その保守の確立などである。

炉の型としては一領域型で、水素で冷却された酸化ベリリウム、黒鉛反射体をもち、使用燃料は軽水、濃縮ウラン UO_2 懸濁スラリーで前述の Sub-Critical の場合と同じである。熱出力は 250 kW 運転圧力は、60 気圧（水素加圧）、入口温度 230°C、出口温度 250°C、燃料循環速度 12 m³/hr などである。

つぎにフローシートを第5図に示す。このフローシートはその機能上 UO_2 サスペンション回路、ガス分離、処理回路、液体処理回路の三つにわけて考えることができる。

1) UO_2 サスペンション回路

フローシートの中央に相当するもので、燃料液の主循環回路であり、炉心タンク、ガス噴入器、ガス分離器、スラリーポンプ、主熱交換器などを有している。ガス噴入器では 2.5 m³/hr の水素ガスを噴入している。ここで水素ガスが選ばれたのは

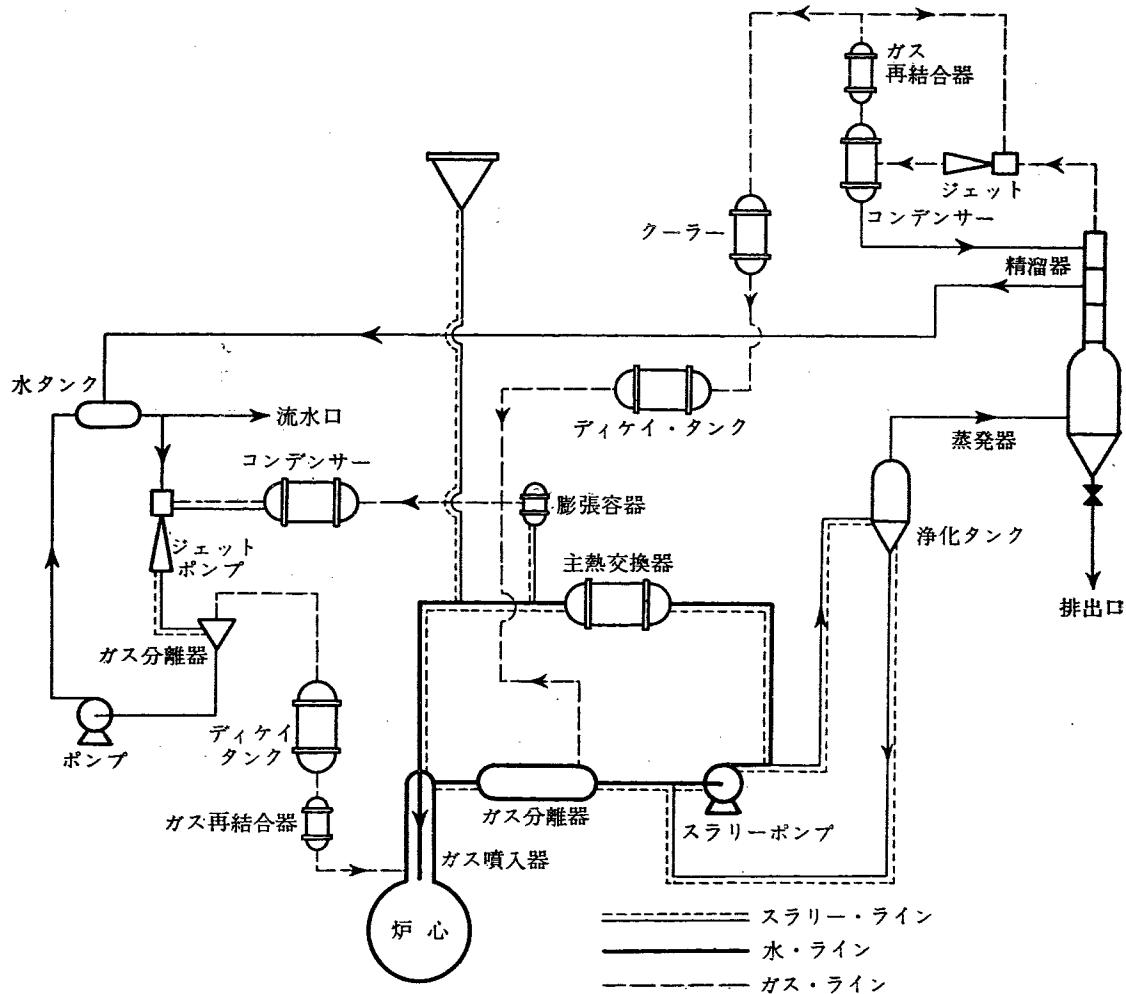
- 1) UO_2 が酸化することをおさえるため
- 2) 水の分解ガスの発生をおさえるため
- 3) 核分裂生成物のヨウ素が酸化して IO_3 、 IO_4 、イオンを作ることをおさえるため
- 4) ステンレス鋼の応力腐食をおさえるため

の理由によるものである。

2) ガス分離、処理回路

この回路はフローシートの左半に記されているもので炉心部の燃料液より核分裂生成物である Xe、および水の分解ガスを除き処理するための装置で、以下に記すような設計方針ですすめられた。

- a) 連続操作とすること。
- b) 処理方法を簡単にするため、複雑な化学的操作によらず、できるだけ簡単な物理的操作によりおこなう。



第5図 プロセス・フロースート

c) バルブ feed pump などの機器を省略するため炉心部と同じ圧力で設計すること。

d) 将来、原型原子炉または実用動力炉へ拡大できるように型とすること。

この回路ではまず燃料液中にある Xe はガス噴入器より $2.5 \text{ m}^3/\text{hr}$ の割合で吹き込まれる水素の中に集められ、ガス分離器で水素、水蒸気、水の分解ガスとともに燃料液より分離される。分離されたガスは冷却器の中に入り約 60°C に冷却され、水蒸気を除きガス再結合器に入り、水の分解ガスを処理したのち、ふたたび炉心タンクにもどされる。したがって Xe の処理は自然崩壊による減少をまつ以外はないが、循環回路部分の体積を大きくして炉心タンクの中の Xe の割合を少なくすることはできる。このために 38l の decay tank をもちいたが、これはちょうど炉心タンク内に存在する Xe の量が、処理をおこなわない場合の 0.05 倍になるようにすることから決定されたものである。

3) 液体処理回路

フローシートの右半にあるもので、設計方針はガス

処理系と同じである。燃料液はスラリーポンプのところで分岐し一部 $0.2 \text{ m}^3/\text{hr}$ が浄化タンクに入る。ここで沈降により、その速度差から正常の UO_2 と 4μ 以下にこわれた UO_2 、不溶性核分裂生成物、腐食生成物および浸食生成物が分離され、後者が蒸発器に入る。蒸発器で濃縮された不溶性生成物は 100 時間に一度の割合で外に排出される。蒸発器の上部には精溜器が設備され水蒸気に含まれているヨードが洗い落とされてふたたび蒸発器にもどる。このような操作の間にヨードの約 80% が蒸発器のところで自然崩壊する。

上記のような操作によれば、ヨードより生成される ^{135}Xe の炉心タンク中の濃度は、上の操作をおこなわない場合の 0.27 倍程度に下る。一方このようにしてできた Xe はただちにガス処理系で除去されるから、ガス、液体、両処理系を並用したときには、液体処理系の Xe に対する効果に約 0.04 倍となる。

以上の推論は核分裂生成物質がすべて UO_2 の外へ飛び出すと仮定しておこなったものであるが、実際は分裂生成物の約 10% が UO_2 の内部に残るから、こ

の点を考えれば Xe 除去の効率は約 0.11 程度となる。

以上はすべて計算値であるが、実際に処理回路を働かせた場合と止めた場合の炉心における Xe の濃度の違いを反応度におきかえ、さらに反応度の変化を、温度系の大きいことを利用して運転温度におきかえて、これを実測しようと計画している。

この炉の建設については大体以下の 3 つの段階で進めているようである。

第 1 段階 モデル実験

第 2 段階 ループテスト

第 3 段階 炉の建設

現在は第 1 段階としての、炉心タンク、サスペンションバルブ、サスペンションスラリーの濃度測定などのモデル実験が終ったところである。第 2 段階はサスペンションスラリーの流動試験を高圧高温でおこなうが、これは 1958 年の終りまでの完了する予定である。

3. 米国における現況

米国における水性均質炉開発計画は国立研究所と民間会社の二本立てでおこなわれていた。

国立研究所の方は ORNL が担当し、本格的な実験がはじまったのは 1949 年 HRE-1 の計画が開始されてからであり、この HRE-1 は 1954 年実験を完了し、ただちに解体され、HRE-2 の建設がはじまった。現在ではその建設が完了し実験を開始しており、いろいろの貴重な経験が得られている。

民間会社の方は PAR 計画と呼ばれ Pennsylvania Power & Light Co. と Westinghouse Electric Corp. の共同で 1955 年より計画され、完全な自己資金で運営されていた。しかし 1958 年に入り資金難のため AEC に申し込んだ資金的援助がえられず、民間企業の立場として一時計画を中断せざるをえなくなったと発表している²⁾。しかし水性均質炉の優秀性は十分認めており、資金面の解決がつけばふたたび活動を開始する予定である。以下 HRE-2 (HRT) について記す [449]。

HRE-2 の概要などはすでに第 1 回ジュネーブ会議でもくわしく報告³⁾されているので、ここではその運転実績および実験結果の要約のみにとどめる。

HRE-2 は計画されてから約 4 年間を費し 1957 年 4 月に完成して 5 月より 12 月までいろいろの臨界前試験がおこなわれた。この間のもっとも大きな事故は配管回路の塩素の含有量が非常に増加したことである。その結果高温部のフランジ全部と底温部のフランジの約 25% をとりかえた。

上記臨界前試験ののち 1957 年 12 月 27 日、温度 29°C, ^{235}U , 2.06 kg で臨界になった。その後ただちに 30°C~280°C の間で温度の測定をしながら 6 日間で出力 1.5 MW まで上げた。この運転を RUN-13 と

呼んでいる。この RUN-13 で 2 つの重要なことを発見した。

- 1) 出力増加による反応度の減少
- 2) 非常に高いステンレス鋼の腐食率

がそれである。

したがって RUN-13 ではこれらの現象の調査がおこなわれた。なお RUN-13 の初期には CuSO_4 を加えていない。

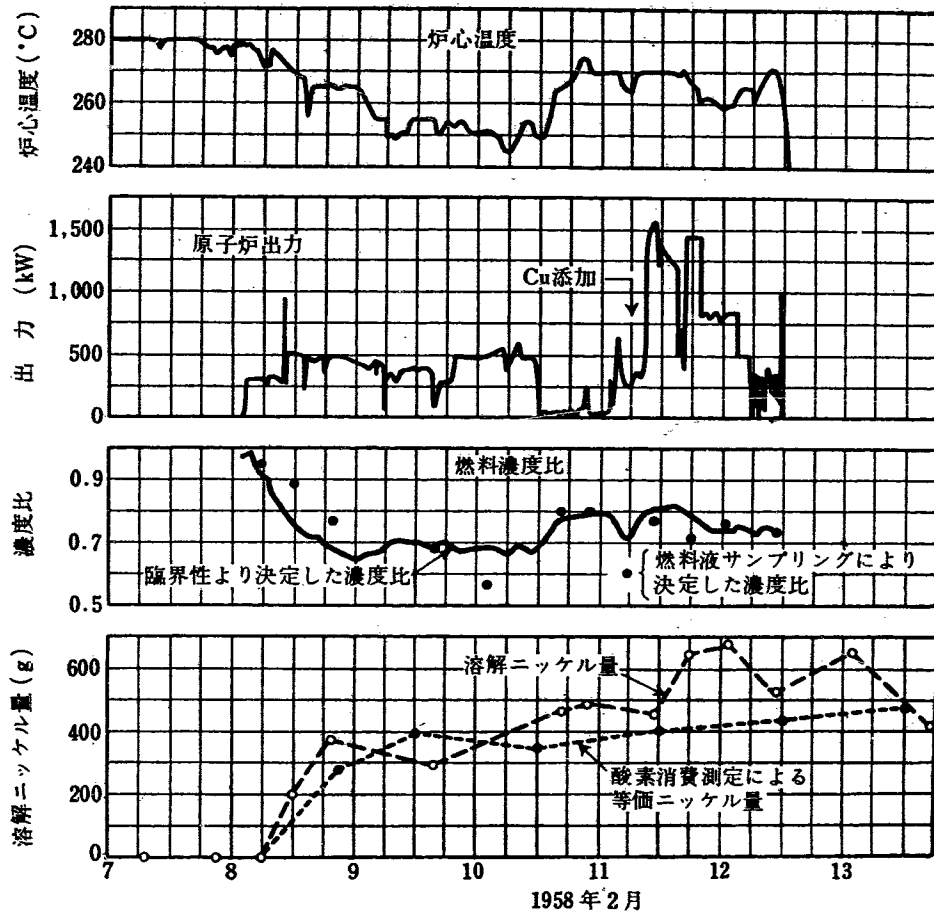
温度係数の非常に大きな炉では、炉の温度が非常に感度のよい反応度の尺度となることを利用して、反応度と出力の関係のかわりに、まず炉心温度と出力の関係が測定された。この結果を第 6 図に記す。

この原因を調査するためにいろいろの実験がおこなわれた結果出力増加にともないウランの損失が生ずることが反応度減少の原因であることがわかった。つぎに炉心部に CuSO_4 を加えたところ、(この実験ではじめて CuSO_4 が加えられた) ウランの損失が回復し、炉心温度が上昇した。これらの結果、出力増加にともない水の放射線分解が増加し、このためにウランの損失がおこり、反応度すなわち炉心温度が下がる、ということが推論された。

つぎにステンレス鋼の腐食については RUN-13 の初期において 11 mpy の大きな値を示した。これは RUN-13 の初期においては CuSO_4 を加えてなかったために、水の分解ガスが増加したことが原因であると考えられたがくわしいことはわかっていない。

以上のような結果をえて RUN-13 は 50 MW-hr の出力を出し無事運転を終了し、原子炉各部検査にはいった。

まず燃料循環系の配管のところに水をはり under water survey をおこなった。各部の γ 線強度は



第6図 初期出力運転中の各種パラメータの変化

配管近辺 15~30 r/hr

sediment pot 1100 r/hr

炉心と加圧器の中面 500 r/hr 程度である。

外観検査ののち periscope で炉心タンクおよび加圧器の内部検査をおこなった結果、小さな斑点ができていたことがわかり、これを取り出して調べた結果、ウランを 0.3~0.4% 含む α - Fe_2O_3 であることがわかった。またこの斑点のところの壁厚を超音波をもちいて計ったが、別に顕著な腐食は検出されなかった。以上の検査の結果 RUN-14 の運転に入った。

この運転では 5 MW の運転に対しても分解ガスが完全に再結合されるように CuSO_4 0.03 モルを加えておこなっている。この運転ではそれほど顕著なウランの損失はみられなかった。しかし CuSO_4 の効果を調べるために出力を相当なところへ上げようとしたときに、ときどき損失の傾向が出ることが感知された。RUN-14 の初期においてステンレス鋼の腐食率は 2~4 mpy に下がったが、これでも設計のときに考えていた値より少し大きい。しかしこれは RUN-13 で CuSO_4 を加えずにおこなった実験により保護被膜が荒らされていたためと推論されている。つぎに腐食率が出力上

昇によってどのように変化するかを調査するために 0 出力より 6.3 MW にまで徐々に上げて 160 時間運転をおこない腐食率を調査したが、出力増加にともなう腐食率の増加はみられなかった。

これらの実験が終りつぎの運転に入ったとき、加圧器の水位の異常性およびブランケット液の試料により、炉心液がブランケットにもれていることがわかり、ただちに炉の運転を中止し炉心タンクの漏洩を調査した結果、炉心タンクの溶接線のところに約 1.5 in² の穴のあいていることを発見した。このためしばらく運転を休止したが、炉心タンクが新しく作りなおされるまで一領域として運転をつづける方針がきまり、一領域として運転を経続するためにどの点を改造すればよいか、の調査を Sub-Critical でおこなった結果、特別な改造の必要のないことがわかった。

したがって、そのままの形で一領域として運転をおこない 1958 年 7 月 1 日までに、約 30 日間 5 MW 程度で連続運転をおこなっている。その結果ステンレス鋼の corrosion rate は 1 mpy に減少したと報告している。

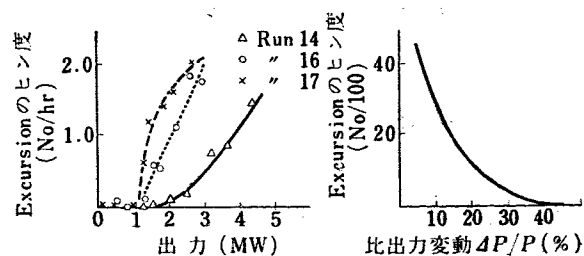
以上の実験において炉心タンクの失敗以外はすべて

満足に働いている。

以上は主として [449] の要約であり RUN-14 以前の話であるが、筆者らが最近 ORNL, よりえた資料⁴⁾によれば、現在 RUN-18 の運転がおこなわれており、RUN-14~18 の間に新しく問題になっていることを下に記す。

1) 炉の出力振動 炉の出力を 2 MW 以上にあげると、出力が約 2% 以下の振動を生ずる。その振動数は大略 20/min の程度であるが、これは出力の増大とともに増してくる。原因は目下のところ不明である。

2) 炉出力の excursion 1 MW 以上の運転において、ときどき 7% 以上もの出力変動を生ずることがある。これを excursion と呼んでいる。



第7図

第8図

Excursion には正と負の二種があり、そのヒン度を第7図と第8図に記す。

なお、RUN 14, 16, 17 の運転において、このような正 excursion は 800 回、負 excursion は 70 回、起っておりこのうち最大のものを以下の表に記す。

Run No.	+ Largest Excursion %	(initial power) MW	- Largest Excursion %	(initial power) MW
14	20	(2.5)	3	(2.0)
16	50	(5.4)	15	(5.0)
17	575	(3.5)	17	(2.6)

4. その他の国の現状

4.1 フランス[1203]

フランスでは Proserpine と呼ばれる、Pu 燃料の水性均質炉の臨界集合体実験をおこなっている。しかし Pu 水性均質炉の大規模な、具体的な開発計画はいまだみられない。Proserpine が作られた目的は

- 1) 燃料再処理工場に必要な照射燃料の臨界性の調査
- 2) 将来水性均質動力炉のための臨界集合体実験をおこなうときに必要な水性均質炉の特殊な技術の開発

などであり、したがって実験も、最小臨界質量の決定および Pu の毒性による傷害の防止の2点に重点がおかれている。本装置の炉心タンクは、直径 25 cm、高さ 30 cm の円柱型で、外部に BeO₂ の反射体を有している。燃料は Pu の硫酸塩の軽水溶液で、その毒性のため、燃料液操作はすべてグローブボックスの中でおこない、燃料回路などは漏洩ないようにくに注意して設計がおこなってある。Proserpine でおこなわれた実験は以下の3つに大別できる。

- 1) Power surge による炉心タンク内の圧力上昇の調査

Power surge により発生した水の分解ガスによる炉心タンク内の圧力上昇を、水の分解ガスのかわりに LiAlH₄ と水の反応の際に発生するガスでおきかえて実験をおこなっている。その結果 Proserpine の炉心タンクは 9% 以下の反応度上昇に対する power surge には耐えうることを確かめている。

- 2) 円柱型の体系における最小臨界質量の決定

円柱型の体系における最小臨界質量の決定には、タンクの直径、液の高さ、液の濃度が関係するか、ここでは直径を計算で算出し、実験は、液の高さ、液の濃度の2つを変えておこなっている。その結果 32°C において濃度 27.67 g/l の時最小臨界質量がえられ、

$$M_c = 291 \pm 1.0 \text{ gr}$$

であると報告されている。

- 3) 温度係数の測定

反射体付きの炉の温度係数は炉心液の温度変化によるものと、反射体の温度変化によるものとが考えられる。ここでは炉心液の温度変化によるものとして

$$-11 \pm 1 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

をえている。

4.2 ソ連の現状[2296]

ソ連では現在のところ、水性均質炉開発のための具体的な実験計画はみられないが、微濃縮ウランを火つけ役とした天然ウランの水性均質沸騰型の計算をおこない検討をすすめている。沸騰型にすることにより、水性均質炉の難点の1つである配管系統の単純化をねらっているようである。現在のところ、増殖の点にはこだわらず、連続燃料処理をおこなうことにより天然ウランの燃焼率を上げることを考えており、天然ウランの燃焼率を 7,900 MWD/ton 程度まで上げうると報告している。

4.3 η の問題

η は原子炉設計上もっとも重要な核常数の1つであり、とくに増殖率は直接ひびいてくる重要な値にかかわらずまだ正確な測定がおこなわれていない。

^{233}U を例にとれば、従来 BNL-325 の 2.28 の値がよくもちいられていたが、最近ハーヴェルの測定では $2.19^{5)}[14]$ の値を出している。もし 2.19 が確かであれば、トリウム増殖炉は絶望視される。また一方 ORNL では⁶⁾独立な2つの実験により 2.268 ± 0.042 , 2.31 ± 0.06 の値をえている。このような状態ではどれが本当かわからない、したがって米国では最近誤差 1% 以内で η を測定すべく努力が払われている。

文 献

第2回ジュネーブ会議報文

- [14] H. ROSE *et al.*: The use of the pile oscillator in thermal reactor problems.
- [252] Energy Nucleaire S. A. Corporation: The Energie Nucleaire S. A. experimental power plant.
- [449] Members of HRP.: The homogeneous experiment No. 2 Oak Ridge N.L.
- [552] M.E.A. HERMANS: The preparation of uranium dioxide fuel for a suspension reactor.
- [1203] J. BERTRAND *et al.*: "Proserpine" A homogeneous critical experiment with plutonium.
- [1827] J.J. WENT *et al.*: A subcritical circulating suspension reactor.

[1828] J.J. WENT *et al.*: Development of a 250 kW aqueous homogeneous single region suspension reactor.

[2296] V.M. BYAKOV *et al.*: A homogeneous natural uranium.

その他

- 1) M.E.A. HERMANS, *et al.*: *Nuclear Sci. and Eng.* **2**, 224 (1957).
- 2) W.E. JOHNSON, *et al.*: *Nucleonics* **17**, 61 (1959).
- 3) [498] 1st Geneva Conf.
- 4) ORNL よりの私信による.
- 5) *Nucleonics* **17**, 92 (1959).
- 6) " " " "

高 速 中 性 子 炉 物 理 - I

1. 概 説

高速中性子による増殖炉の開発は、増殖比が他の炉型と比較して非常に高いので

- (1) 高出力密度が要求される。
- (2) ナトリウム技術の開発。
- (3) 燃料所要量が大きく再処理回数が多い。
- (4) 安全性について。

などの困難性があるにもかかわらず、これらの問題点を解析検討しながら将来の炉型として各国とも非常な努力を払って開発中である。米国における EBR-I を基礎とした EBR-II, EFFBR 英国における Dounreay Fast Reactor, およびソ連で計画中の BH-50, BH-250 などは代表的な高速中性子による発電炉であるが、ここではこれらの発電炉建設などについてはふれないでそれ以前の臨界予備実験および純粋な高速炉物理に問題を限定して第2回ジュネーブ会議の結果についての概況を要約して報告する。

第1表は高速炉開発の目的のもとに建設された高速中性子臨界集合体および建設中の発電炉を開発順にまとめたものである。

この表から各国の高速炉開発計画をおよそ推測することができる。EBR-I は 1951 年世界にさきがけて発電に成功した最初の炉であるが、melt down の事故以来 Mark-II 炉心および Mark-III で検討をおこない、現在はプルトニウム炉心による Mark-IV で検討中である。

ZPR-III は EBR-II, EFFBR の核的データをうるために建設されたゼロ出力臨界集合体であるが高速一熱中性子結合系の核的性質を調べるためにももちいられている。ZPR-V は高速系の高い増殖利得と熱中性子系の制御の利点を結合させた高速一熱結合型増殖

炉のためのゼロ出力臨界集合体である。このほか ZPR-IV という指数実験装置によって、1955 年以前に高速中性子炉心の指数実験がおこなわれている。以上はアルゴンヌ国立研究所 (ANL) を中心とした計画であるがこれに対してロスアラモス国立研究所 (LASL) では Godiva を出発点とした Topsy, Popsy, Jezebel などの一連の臨界実験での高速中性子炉の制御や安全性に重点をおいた動特性の研究が ANL の計画とは別個に基礎的な立場より早くからおこなわれてきた。また燃料再処理に関連して Pu と Fe, Bi などの溶融金属による可能性が LAMPRE で調べられつつある。

英国では Zephyr が 1954 年より活躍しているが最近高速一熱結合系に改装されたのは注目に値する。Zeus では Dounreay の炉心の実物大試験をおこなっている。

特記すべきことはソ連の高速炉開発計画と実験内容がある程度発表されたことである。すなわち英国の Zephyr に似た BP-1 をはじめ BP-2 などによって核的データがえられ BP-3 が高速一熱結合型として作られている。これらはいずれも Hg を冷却材としてもちいているが、BP-5 により Na 冷却材に切換えられ、さらに BH-50 を経て酸化プルトニウム燃料による BH-250 が建設される予定であるが運転の時期については不詳である。

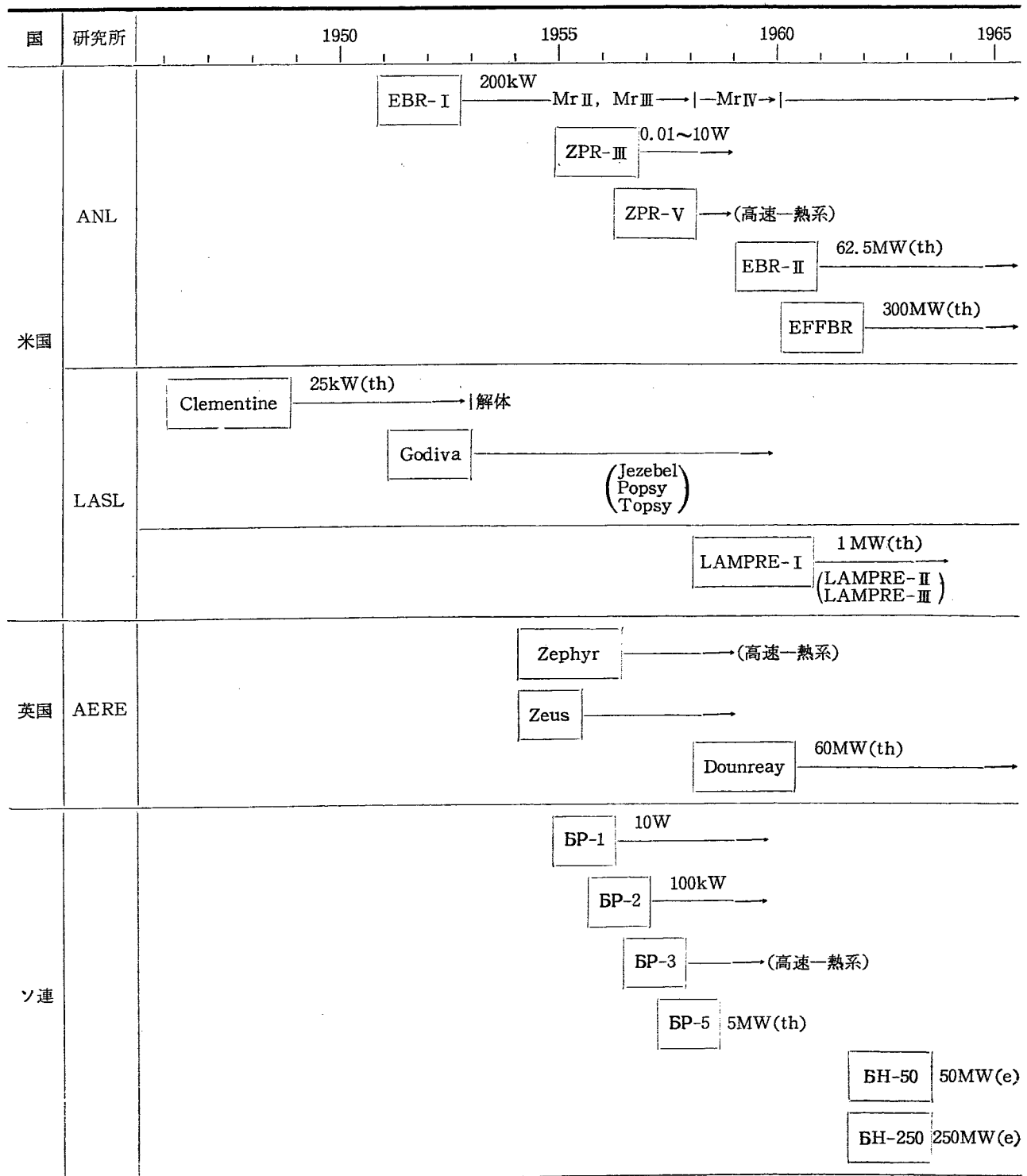
以上簡単に米国・英国・ソ連における高速炉開発計画に関連のある実験装置の建設状況をのべたが以下の項で最近これらの臨界実験装置でどのような実験がおこなわれ、どのような結果が示されているかを炉物理的な観点より国別にまとめてみる。

2. 米国における研究

2.1 ZPR-III による EBR-I, EBR-II の臨界実験 [598]

ZPR-III は高速中性子ゼロ出力臨界実験装置でその構造はいままで考えられた高速中性子増殖炉の大部分

第1表 各国の高速炉および臨界集合体一覧（建設中および計画中を含む）



のものの核的なデータ(組成, 形状, スペクトルなど)をえられるような柔軟性をもって設計されている。第1図に ZPR-III の外観を示す。第2図はドロウアーに炉心部とブランケット部(上)の燃料要素を装てんしたときの外形である。

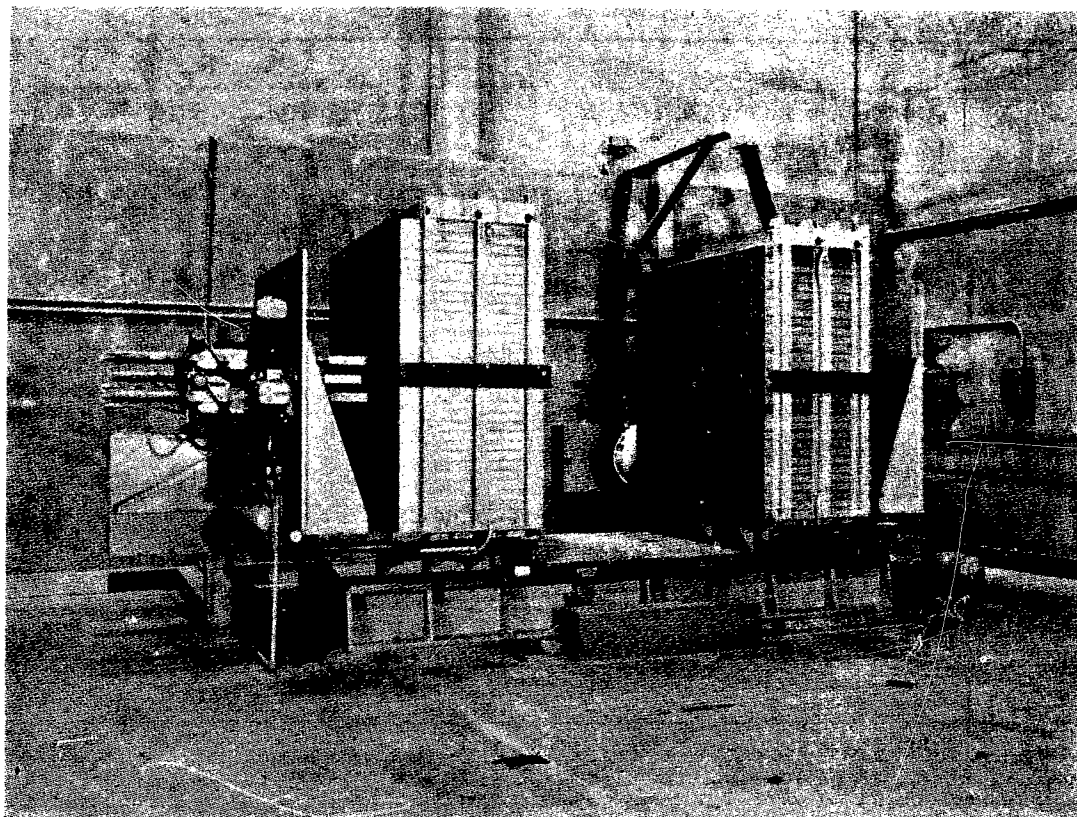
ZPR-III での実験は二つの面にわけることができる。一つは形状, 組成, 中性子スペクトルなどを似せた特定の炉型についての実験で, 他の一つは理論解析

と実験結果を比較するためのもので, 解析に容易なような簡単な幾何学的形状をもたせてある。これらの実験により必要なデータや理論計算法の改良の基礎をうることができる。以下 ZPR-III を使っておこなわれた実験結果と理論解析の結果をまとめてみる。

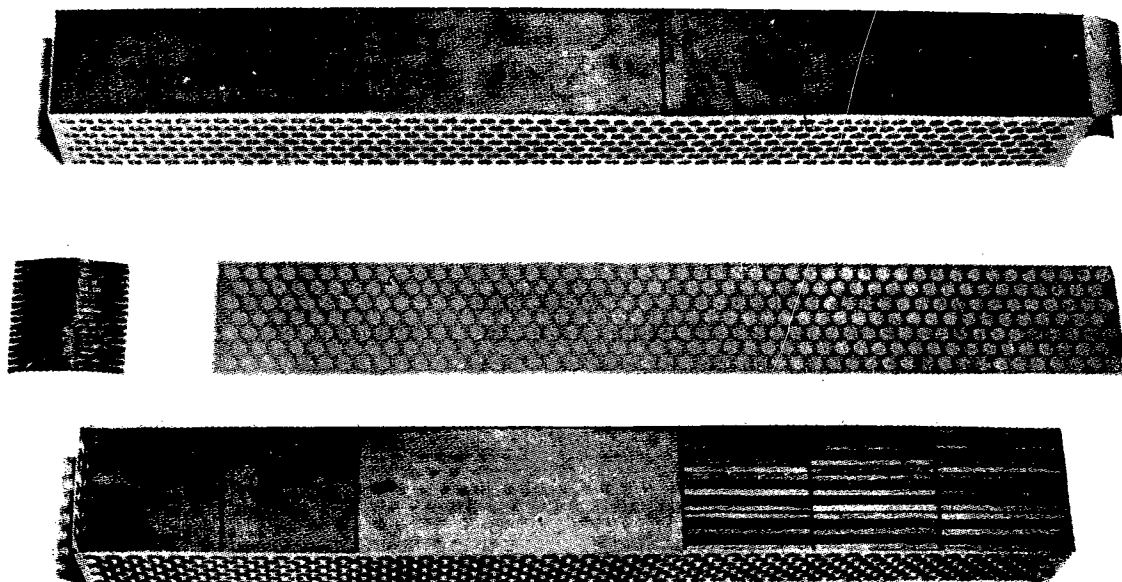
1) 研究された炉型

- i) 形状……円筒形 ($L/D=0.23\sim 2.13$)

直方体, 球形



第 1 図 臨界集合体装置外形で固定部と可動部の 2 部分に分かれている[598]



第 2 図 ZPR-III の燃料要素を装てんするためのアルミニウムドロウアー [598]

- ii) 炉心組成……ウラン濃縮度 12%~93%
希釈材, 不銹鋼, アルミニウムおよび黒鉛
- iii) 臨界量…… ^{235}U 47kg~240kg
- iv) 炉型……EBR-I, EBR-II

2) 実験結果

第 2 表にまとめたとおりである。

3) 理論解析

- i) 組分け定数

実験の結果を理論的に解析するため多群の定数が数組もちいられたがこれらの定数はまだ不確かな点が多く、とくに ^{239}Pu の捕獲一分裂比 α および重い原子核の非弾性散乱断面積、散乱中性子スペクトルなどはよくわかっていない。これらの定数を基にした多群の理論計算の結果と実験結果を比較してみると定数の一組ですべての種類の炉の特性を正確に表わすことはできないがおおのの相対的な値はかなりよく示されて

第2表 ZPR-III でおこなわれた実験

実験内容	測定方法	実験結果									
非均質性	燃料および希釈材の薄板を配列しなおして非均質性を変化させる。(598 Fig. 8)	非均質性の増加により反応度が2%増加した。理論的解析をおこなう。									
形状の近似度	配列を改良して調べた。	円筒形または球形は1.3~2.5cmの範囲で円筒または球として十分扱える。									
接触面の補正	接触面のギャップに補正を評価する。	EBR-IIのモックアップについて約0.8%の臨界質量が減少した。									
ストリーミングの効果	燃料および希釈材の薄板の配列をかえて、反応度の変化を測定した。	炉型によっていろいろの結果がでるが、この効果はあまり重要でない。その他の効果と識別不能。									
反応度の測定	原子炉周期を測定して反応度を求めた。	β_{eff} の値は HUGHES および KEEPIN の値を使用した誤差の範囲で一致。									
中性子スペクトル	スペクトルの全領域を直接測定する方法はないので0.5~3.5MeVの範囲は原子核乾板を、低エネルギー領域は分裂比の間接測定によった。	結果は理論的解析と比較された。									
反応度係数	いろいろの物質を炉心中央に入れて反応度の変化を調べた。	B ₄ C の場合の -440inh/kg から CH ₄ の場合の +3400inh/kg までいろいろの値がえられた。 (598 表 IV)									
即発中性子寿命	ROSSI α の測定と β_{eff} より求めた。 $l = \beta/\alpha$	$l = 4 \sim 20 \times 10^{-8} \text{ sec}$ (598 表 VII)									
核分裂の分布	²³⁵ U, ²³⁸ U をもちいた核分裂計数管をもちいて測定した。	理論計算と比較してよい結果を示す。 (598 Fig 11, 12)									
転換比の測定	²³⁸ U の捕獲の分布は ²³⁸ U のハク, ²³⁵ U の核分裂の分布は ²³⁵ U の核分裂計数管をもちいて測定した $\sigma_c/\sigma_f = 0.2$ と仮定。	一つの集合体 (6F) に対する値は 1.25 をえた。									
EBR-I の実験	EBR-I の Mark-II および Mark-III が ZPR-III で似せられ諸種の実験がおこなわれ臨界装置による結果と実際の高速炉のデータとの間で比較された。	<table border="1"> <thead> <tr> <th>臨界質量</th> <th>ZPR-IIIの実験</th> <th>実際の炉</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mark-II</td> <td>46.9kg ²³⁵U</td> <td>48.2kg</td> </tr> <tr> <td>Mark-III</td> <td>47.2</td> <td>47.5</td> </tr> </tbody> </table>	臨界質量	ZPR-IIIの実験	実際の炉	Mark-II	46.9kg ²³⁵ U	48.2kg	Mark-III	47.2	47.5
臨界質量	ZPR-IIIの実験	実際の炉									
Mark-II	46.9kg ²³⁵ U	48.2kg									
Mark-III	47.2	47.5									
EBR-II の実験	ZPR-III に EBR-II の詳細なモックアップが組込まれ、制御棒、燃料要素、およびいろいろな燃料合金の元素の反応度に対する効果が調べられた。Al と Na との等価性、Mo, Ru, Rh etc. の評価がおこなわれた。	常温における Na は 53% Al と等価である。									

いるように考えられる。

ii) 非均質性の効果

非均質性の解析は ZPR-III の一つの組成要素について適当な境界条件のもとに輸送方程式を S_4 近似で計算した。この結果はかなりよい一致を示した。

iii) 自己矛盾のない1次元の解析

ZPR-III に組込まれた(円筒形炉心)モックアップの臨界質量を自己矛盾のない拡散理論によって計算し実験と比較した。その結果はかなりよい一致を示している。

iv) 臨界質量の決定

臨界質量の計算の不確かさは他の解析の場合より大きい。

多群定数を低エネルギーの非弾性散乱の断面積の最近の測定値に合わせたも臨界量を決定する上にはほとんど影響がない。

v) 2次元の計算

多くの原子炉および原子炉のモックアップは1次元の多領域計算法で解析することは適切でないが2次元の計算と比較したときの固有の誤差を求めておくと、問題によってはより簡単な方法で十分で、計算時間の節約になる。与えられた組成に対する炉心の形について臨界質量の変化を知るためには1次元の方法で十分である。EBR-II の臨界質量に対する1次元の解析結果は2次元の計算結果より10%ほど大きくでた。さらに炉心の高さの直径の比を変えたときの臨界質量に

およぼす影響を2次元2群理論で解析したがよい結果をえた。

vi) 断面積の比

炉心の中心部における断面積の比をいろいろの中性子スペクトルに対して多群理論をもちいて計算し実験と比較した。 $\sigma_f(^{238}\text{U})/\sigma_f(^{235}\text{U})$, $\sigma_c(^{238}\text{U})/\sigma_f(^{235}\text{U})$ および $\sigma_f(^{233}\text{U})/\sigma_f(^{235}\text{U})$ の値は理論と実験の間にかんりのくいちがいがみられる。

vii) 遅発中性子

遅発中性子の実効収量が計算から求められた。

viii) 核分裂の分布

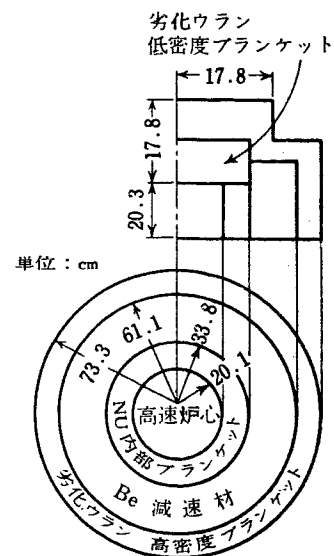
一次元の多領域の球形炉および板状炉について核分裂の空間分布を多群拡散理論および S_4 近似によって計算し実験と比較した。中性子束の分離が妥当でない場所では2次元の拡散理論は中性子スペクトルの空間分布を予測するのに適切でないことが実験結果との比較からわかった。

ix) 反応度の温度係数

出力係数を予測するために必要なので原子炉系の密度変化について一連の実験をおこなった。

2.2 ZPR-III による高速—熱中性子結合型増殖炉の臨界実験 [2160]

ANL では EBR-I, EBR-II の臨界実験に引き続いて同じ装置 ZPR-III をもちいて高速—熱中性子結合型増殖炉の可能性が調べられた。高速—熱中性子結合系は核分裂が高速中性子で起る系と、熱中性子で起る系がそれぞれ自体では臨界未満でありながら互に中性子をやりとりして臨界を維持するよう結合したものである。この結合型のねらいは高速中性子のみではわずかに臨界未満であるような系によって (1) 高速炉の特長である高い増殖利得と (2) 熱中性子炉の特長で



第3図 [2160]

ある長い中性子寿命を得ることである。(2)の目的からは高速炉をある程度まで臨界未満におさえ、(1)の目的である高い増殖比を得るためには熱中性子系から高速中性子系への結合を大きくする必要がある。このため第3図のような形状の系が選ばれた。各部の構成成分の比は第3表のようになっている。

第3表 ZPR-III による結合型臨界集合体の各部分の構成成分比 (体積比)

物質	高速炉心	天然ウラン 内部ブラン ケット	ベリリウム 減速材	劣化ウラン 低密度ブラ ンケット	劣化ウラン 高密度ブラ ンケット
^{235}U	0.140	0.003	—	0.0008	0.0019
^{238}U	0.159	0.394	—	0.397	0.833
Al	0.414	0.311	0.073	0.316	0.073
Be	—	—	0.835	—	—

おこなわれた主要な実験は中性子寿命の測定、二つの系の出力比、および高速中性子系の臨界未満の度合である。

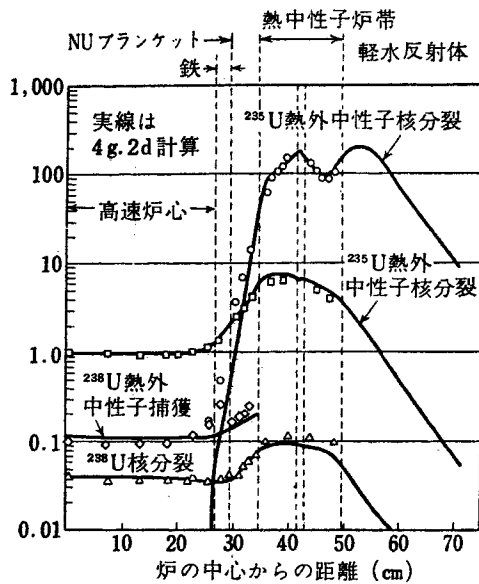
実験方法および純高速系 (ZPR-III の実験) と比較

第4表 ZPR-III における結合型臨界集合体の実験方法、結果、純高速系との比較 [2160]

実 験 項 目	実 験 方 法	結 果	純高速系
臨界量 ^{235}U		137kg	155
即発中性子寿命	(1) $1/\nu$ 吸収体を均一に挿入することによる反応度の損失の測定 (2) ROSSI α の測定	$1.3 \times 10^{-5}\text{sec}$	1×10^{-7}
高速系だけによる増倍率	内部ブランケットと減速材との間に Cd 板を挿入して熱中性子核分裂を起さぬようにする反応度の損失の測定	0.96	1
熱中性子核分裂による出力の割合	測定された核分裂の積分	0.12	0
半径方向出力分布の最高値/平均値	核分裂分布の測定	1.1	1.3
増殖比	計算	1.324* 1.20**	1.38

* 劣化ウラン中の ^{235}U の吸収を無視した場合

** すべての ^{235}U の吸収を考慮に入れた場合



第4図 炉体の各箇所における分裂と捕獲

した結果を第4表に示す。その他反応度の両系への分割の割合、危険係数などの測定がおこなわれた。理論的解析は13群1次元、4群1次元、4群2次元でおこなわれ、実験との比較は良好である。

2.3 ZPR-V による高速—熱中性子結合系の実験的理論的解析 [599]

1) 装置

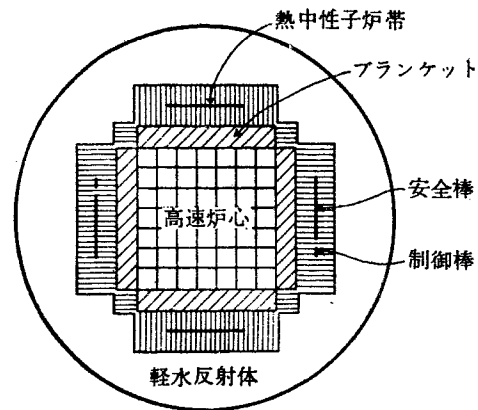
ZPR-V は第5図に概観を示すような構造で高速炉心、外側をとりかこむ軽水減速熱中性子炉帯、高速中性子系と熱中性子系との間にあって、高速炉心周辺での低エネルギー中性子による核分裂を少なくするためのブランケットよりなる。高速—熱中性子結合系ではあるが、反応度は主として熱中性子系になっているのがZPR-Vの特長である。

2) 臨界量

第5表に示す。

3) 中性子束分布

ZPR-V の興味ある特色である中性子束の空間分布



第5図 ZPR-V 平面 [599]

およびエネルギー分布の測定が小型フィッションチェンバーおよび金属ハクをもちいておこなわれた。高速炉心の中心から炉心壁に垂直にとった方向での分布を第4図に示す。4群2次元による計算結果は測定値とよく一致している。これは群数の少ない組分け計算法が高速—熱中性子結合系に対して有用であることを示している。ただしブランケットを通しての拡散については4群の計算結果はあまり正しくないことが実験結果および28群板状セル計算より示される。各反応の割合の間の較正は高速炉心の中心で ^{235}U と ^{238}U の核分裂比、 ^{238}U の r 線捕獲対核分裂比をフィッションチェンバーおよび放射化学的方法によっておこなわれた。 $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}=5.00$ の場合 $\sigma_f(^{235}\text{U})/\sigma_f(^{238}\text{U})=24$ 、 $\sigma_{(n,\gamma)}(^{238}\text{U})/\sigma_f(^{238}\text{U})=2.35$ の値がえられた。ブランケットの近傍での中速エネルギー中性子の拡散についてはBフィルターで覆われた ^{235}U 核分裂ハクやInおよびAuの共鳴放射化ハクをもちいてさらにくわしくしらべられた。

4) スペクトル

原子核乾板をもちいて高速炉心中の中性子エネルギースペクトルの測定がおこなわれた。陽子反跳法がもちいられ、測定範囲は0.2 MeVまで下げられた。

5) 反応度の分布

第5表 臨 界 質 量

高 速 炉 心					ブランケット	熱中性子炉帯臨 界量 (kg ^{235}U)	計 算 (kg ^{235}U)
U(Vol%)	Al(Vol%)	Fe(Vol%)	$^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$	^{238}U (kg)			
25	14	10.6	N.U.		2"	2.9(1面充てん)	
35	14	10.6	5.00	140	2"	2.7(")	
						9.0(4面充てん)	5.9(4群—1次元)
					1"	7.7(")	9.0(4群—2次元)
							4.3(4群—1次元)
							7.7(4群—2次元)
35	14	10.6	3.13		1"	5.64(")	

熱中性子炉帯に $1/v$ 吸収体である H_3BO_4 をとかしこむことによる反応度の損失の測定から熱中性子系の反応度の割合がえられる。結果を計算値と比較して第6表に示す。

第6表 反応度の分布 (2" ブランケット)

	実 験	計 算
熱中性子炉帯	<0.76	0.715
中速中性子		0.033
熱中性子		0.672
ブランケット		0.138
高速中性子		0.067
中速中性子		0.019
熱中性子		0.052
高速炉心	0.19	0.159
高速中性子		0.150
中速中性子		0.009
熱中性子		
計		1.012

6) 即発中性子寿命

高速—熱結合炉の大きな特長の一つは即発中性子寿命が高速炉に比べて長く熱中性子炉に近づくことである。即発中性子寿命の測定は熱中性子系における $1/v$ 吸収体の反応度への効果による方法、Luckow および COHN による中性子統計の方法、Rossi α の方法などで測定された。 $1/v$ 吸収体による方法では $^{238}\text{U}/^{235}\text{U} = 5.00$ の高速炉心、2" 厚さのブランケットの場合に $43 \mu\text{sec}$ の値がえられた。この外危険係数の測定などもおこなわれた。

2.4 ロスアラモスにおける Godiva, Topsy, Popsy, Jezebel などの実験 [592]

ロスアラモスでははじめにのべたように、Godiva (反射体なく、球状 Oy 93.7%)；Topsy (天然ウラン反射体つき球状 Oy 94.1%) を中心として一連の数多くの基礎的な高速中性子臨界集合体が製作されてこれらの系についての動特性、スペクトルや摂動論的な諸性質が詳しく研究されてきた。これらのデータはさらに複雑な系の振舞を予見するための基礎的なデータとして役に立つが、以下3節にわたって研究の概略が述べられている。

第1節および第2節では臨界集合体の特長を端的にあらわすものとして臨界集合体の形状や組成が臨界質量におよぼす影響についてのべられ、第3節ではその中のウランとプルトニウムの球状の集合体に限定してスペクトルの性質が論じられている。

1) 形状が臨界質量におよぼす影響

臨界状態における均質な反射体なしの媒質、の内部の中性子束に対する臨界条件は、球状および円筒形の体系に対してで、次式のように書ける。

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R+\lambda} \right)^2 = \left(\frac{\beta}{r+\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{h+2\lambda} \right)^2$$

B^2 : バックリング

λ : 外挿距離

R : 球の半径

r : 円筒の半径

h : 円筒の高さ

β : $\beta \approx 2.4$

したがって上式において球形のバックリング B^2 と外挿距離 λ を知れば円筒形の臨界の大きさを定めることができる。外挿距離 λ は形状によって影響しないとして半無限媒質に対する外挿距離 λ_0 を使用した。

反射体つきの場合には反射体節約 δ_r を使って外挿距離を $\lambda_0 + \delta_r$ とすればこれらの系にも拡張することができる。実効外挿距離が形状と反射体によって、どれほど影響をうけるかというデータを 93.5% オーロイ (Oy) の球と円筒に対する結果で示してある。これによれば外挿距離は反射体の有無や減速材の有無によらないで決まることが示される。

2) 組成が臨界質量におよぼす影響

炉心をある物質で一樣に薄めて組成を変化させた場合、臨界条件より臨界質量の変化を測定可能な反応度と組成の変化量の関数として表わすことができる。臨界条件の式を変形して物質 X で薄めた場合最初の臨界質量 M_{c0} に対して変化後の臨界質量 M_c は希釈度 F に対してつぎのような指数法則で表わされる。

$$M_c = M_{c0} F^{-n(X)}$$

Topsy では反応度の変化を実測してこのべき関数 $n(X)$ をボイド、 ^{238}U 、鉄、水などの物質について求めている。

組成変化の特別な場合として、炉心物質の外側の一部を薄い反射体で置換えた場合について変化する炉心物質の量を、反射体の厚さと反応度を用いて関数関係にまとめている。ここでの炉心物質 X の変化量は反射体節約 $\delta_r(X)$ を表わす。この関係を式で示すと

$$\delta_r(X) = \delta_r(U) \frac{K(X, r_c) \rho(X)}{K(U, r_c) \rho(U)}$$

ここで反射体の厚さはウランの場合と物質 X の場合と等しいとおいてある。したがって任意の物質 X からなる反射体節約 $\delta_r(X)$ を同じ厚さのウラン反射体の反射体節約 $\delta_r(U)$ と反応度を実測すれば計算に

第7表 各種臨界集合体の実験結果 [592]

集合体	臨界質量 (kg)	中心部でのスペクトル			遅発中性子臨界時 の Rossi α	実効遅発中性子収量 β_{eff}	即発中性子寿命 $\tau_0 = -\frac{\beta_{eff}}{\alpha}$
		$\frac{\sigma_f(^{235}\text{U})}{\sigma_f(^{238}\text{U})}$	$\frac{\sigma_f(^{237}\text{Np})}{\sigma_f(^{238}\text{U})}$	$\frac{\sigma_c(\text{Au})}{\sigma_f(^{235}\text{U})}$			
Jezebel	16.45Pu	5.0	4.6	0.077	-0.65×10^6	0.0020	0.31×10^{-8}
Popsy	5.79Pu	5.7	—	—	-0.20×10^6	—	—
Godiva	52.04Oy	6.5	5.1	0.094	-1.10×10^6	0.0068	0.62×10^{-8}
Topsy	17.41Oy	7.3	5.2	0.107	-0.37×10^6	0.0073	2.0×10^{-8}

よって求めることができる。また二つの物質に対する反応度の比と巨視的断面積の比は等しいことが理論的に推測されるので Oy と Pu について実測すれば両者の反射体節約の比も一定になるはずである。これらのことを Oy の反射体節約をパラメーターとして実測し検討を加えている。

3) オーラロイおよびプルトニウム金属集合体のスペクトル的性質

この節では各集合体によるスペクトル的諸性質の結果についてのべられている。6群で計算した S_4 法と輸送近似を使った S_n 法との実験値との比較が第7表にまとめられている。

さらに Godiva に対する漏洩スペクトルを6群で計算した結果と実測値との比較もなされている。これによれば 2 MeV 以上での実測スペクトルは ^{235}U の分裂スペクトルと一致していることが示されている。また 2 MeV 以上での分裂スペクトルの形状はオーラロイ金属集合体に対しては共通の特長と思われる。スペクトルインデックスの計算値と実測値がもっとも一致しないのは遅発臨界における6つの臨界集合体に対する Rossi α であるが、この 10% からのずれは断面積の不確かさのためと思われる。最後に最近測定された反射体つき ^{233}U 金属集合体の臨界質量の実測値が S_4 法による計算値と比較してのせられている。

3. 英国における研究 [39]

ハーウェルにある高速中性子実験炉は Zephyr と Zeus である。前者は 1954 年 12 月に最初に臨界となった Pu 15kg を燃料とした基礎研究用の炉で 1957 年に天然ウランの外套部を黒鉛に代えて熱-高速結合系とした結果についてここに報告する。後者はドーンレイの発電炉心を模したもので ^{235}U を 190~210 kg をもちい、1955 年 12 月以降いろいろの炉心構造について調べている。

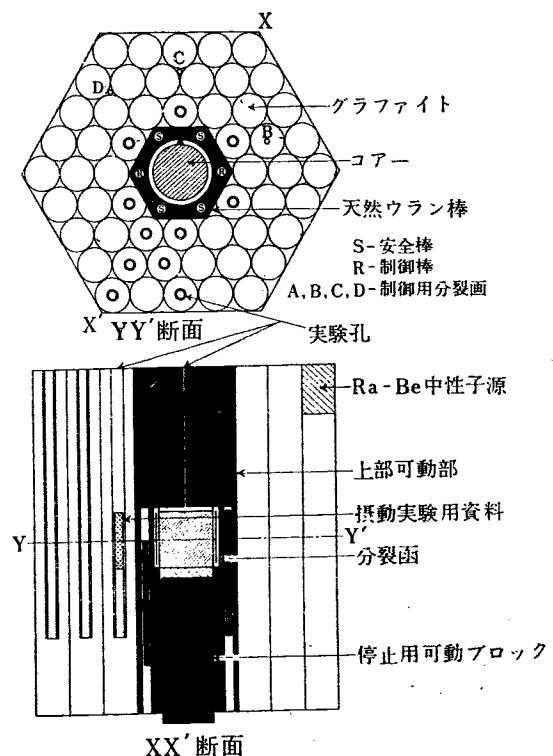
3.1 Zephyr

熱-高速結合系としてまず黒鉛外套のものをとりあげたわけであるが、これはつぎに親物質と減速物質との混合物をもちいて金属よりも安価に製造・処理のできる外套部を開発しようという考えからである。黒鉛外套部を持った Zephyr の概略は第6図に示すとおりである。この炉についてなされたおもな実験と主要な結果は第8表のようである。

3.2 Zeus

Zeus は Na 冷却材が核的に等価な Mg と Al の混合物でおきかえられている以外は、組成、寸法ともに

ドーンレイの炉心と同一であって、この種の炉の中性



第6図 黒鉛外套部をつけた Zephyr の断面図 [39]

第 8 表 Zephyr での測定結果

実 験 内 容	方 法	お も な 結 果
1. 制御安全装置・燃料棒の等価反応度	ペリオド測定 (β の値は仮定)	
2. 熱中性子によって制御される反応度	天然ウラン柱部分をカドミウムで遮蔽	$1.2 \pm 0.1\%$
3. 各種物質の反応率の空間分布変化	^{231}Pa , ^{232}Th , ^{233}U , ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu の各核分裂計数管, Na, Mn, ^{238}U の各ハクによるカドミウム比も含む	10 群拡散理論による計算結果とよく一致
4. 炉中心における各種物質の反応率の相互比	断面積の既知のエネルギーでの反応率の相互比により計数管相互を校正	炉心スペクトルは天然ウラン外套のときとほとんど変わらず 10 群拡散理論, 8 群 S_n 計算の結果とよく一致
5. 中性子バランス, 増殖比	上の二実験の結果を体積々分	核分裂の 19% は ^{238}U , 10% は ^{235}U , 増殖比 0.95, リーク 40%
6. 黒鉛外套部スペクトルの $F(E)dE = [E^2/(kT)^2] \times \exp(-E/kT) + \lambda] dE/E$ へのあてはめ	^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu 各反応率の相互比およびカドミウム比より最適の λ を出す (中性子温度は物理的溫度 $+20^\circ\text{C}$ と仮定)	λ の値は $0.37 \sim 0.67$ でかなり高く, 左の式にあてはめ得るか疑問, 計算との比較はグループ分けが粗いため困難
7. 摂動実験	炉の各所に試料を入れ反応度変化を測定 (外套部にてはカドミウム遮蔽を付した場合もおこなう)	炉心での結果は 10 群計算でえたスペクトルでの 1 群摂動論の結果とよく合う. これより炉心スペクトルに対する各物質の σ_f , σ_c , ν の値をえた. 外套部での結果も定性的に予想と合う. [39 表 9.1]
8. 分裂中性子の低速中性子に対する有効性	外套部における ^{235}U の摂動断面積より σ_a を仮定して算出	外套部内で一定で 0.81
9. 遅発中性子の実効収量	中性子計数率の統計的変動のポアソン分布からのズレによる	$\beta_{\text{eff}} = 0.29\%$ で計算値 0.30% とよく合う
10. 即発中性子平均寿命	$1/\rho$ 吸収体を外套部に入れてその摂動による. また反応度の正弦波状変化に対する応答によっても測定	前者が $l = 4.9 \sim 5.7 \mu\text{sec}$ 後者が $l = 6.0 \mu\text{sec}$

子物理についての知識をえ, また炉心の可能な変型をしらべようとするものである. 炉心は対角線長 50.8 cm, 高さ 53.3 cm の六角柱で約 200 kg の ^{235}U を含み, 外套部は直径 2 m で 65 トンの天然ウランから成っている. その外側に厚さ 46 cm の黒鉛による遮蔽があり, 全体がコンクリート遮蔽の中に埋っている.

(第 7 図)

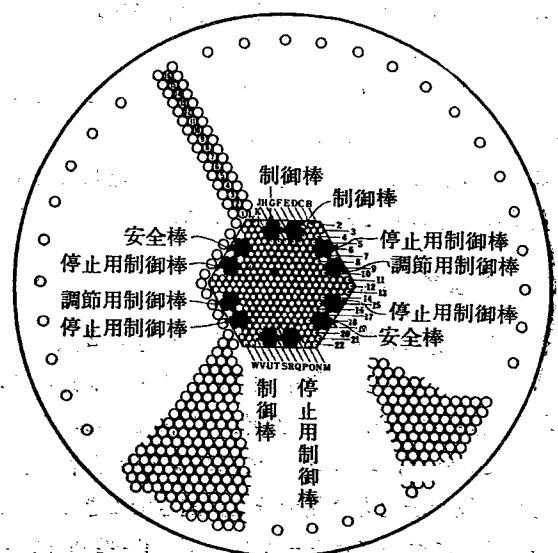
炉心はつぎのような数種の型について研究された.

炉心 1. ドーンレイの初期の設計に対応するもので炉心組成は均一 (平均濃縮度 24.8%).

炉心 2. セラミック燃料炉を模したもので, 希釈材としての天然ウラン素片を黒鉛でおきかえ ($U/C=2/3$) 酸化燃料やカーバイドによる希釈材を使用した高速炉についての情報を得るためのものである.

炉心 3. ドーンレイの設計変更にとまなるもので, 炉心が内側, 外側の二領域に分れ, 外側の領域は制御

機構 (Fe) の占める割合が大きい.



第 7 図 Zeus の炉心とブランケット部の断面図[39]

第9表 Zeusにおける測定結果

実験内容	方 法	おもな結果
1. 臨界質量	計算による結果が炉心 1, 2, 3 について示されている	多群計算はよく合う, 一群計算でも大体合う
2. 炉内での核分裂断面積の測定	^{239}Pu の σ_f を仮定して, 核分裂計数管の計数率の比により算出	
3. 炉内での吸収断面積の測定	10 数種の物質につき誘導放射能を絶対測定して σ_a を求めた	炉心別の差異よりスペクトルが 3B>1, 3A>2 また (分裂スペクトル) >Zephyr>Zeus 1 の順で高速にズレていることがわかった
4. 中性子バランス, 増殖比	中性子バランスをうるため核反応率が上の結果を体積々分して求めた	核分裂の 21% は ^{238}U , リーク 9%, 増殖比 1.2 (炉心 1)
5. 中性子束分布	^{239}Pu の反応率の空間分布による	炉心内および $r>50\text{cm}$ の外套部で一群理論が成立, 二群計算はよく合う, 外套部 (天然ウラン 63.8%) で $L=13.6\text{cm}$
6. 摂動実験	炉の各所に試料を入れ, 反応度変化を測定	いろいろの物質の σ_a , σ_{tr} を各炉心について測定, σ_s についても概略値を求めた
7. ドップラー効果	炉中心のウランを 600°C に熱して振動させて反応度変化をみる	熱膨張による試料の移動効果が大きく誤差が大きいがややマイナスである $\frac{d\rho}{dT} = -(3\pm 4) \times 10^{-7}/^\circ\text{C}$
8. 遅発中性子の実効収量	ステップ状の負の反応度の投入にともなう中性子束の減衰から ρ/β を出し, ρ の絶対値は Pu による摂動から求める. また, 既知エネルギー中性子源の挿入にともなう中性子束変化から中性子の有効性をしらべ, これと核分裂分布の結果から実効的な β を算出する	両測定は大体よく一致 $\beta \approx 0.7\%$
9 中性子スペクトル	エネルギーを 7 群にわけ 0.5MeV 以上は乾板 (Ilford 2C) での測定結果を, また 0.2MeV 以下は多群計算の結果を基礎として, 多種の核種の実効断面積が合うように修正して求める	炉心 1 で 0.1~1MeV の間にピークがある
10. 即発中性子平均寿命	Rossi α 法と β による摂動の両者による	両測定は大体よく一致 $l_0 = 7 \times 10^{-8}\text{sec}$

3A 外側領域の平均濃縮度を上げ, ^{235}U としては炉心内均一分布としたもの.

3B ウランの平均濃縮度は均一で ^{235}U としては外側領域の方が希薄となるもの.

これら 3 種の炉心の組成についておこなわれた実験の主要な結果は第 9 表のようである.

3.3 両実験からの結論

ゼロ出力原子炉実験の目的であるつぎの 2 点

- 1) 原子炉系における中性子物理の理解を進める.
- 2) 特定の型の炉の核的特性の詳細を知る.

についていえば, 1) については高速炉の理解が進み, 動力炉の設計研究も今後十分な正確さでできることがわかり 2) についてはドーンレイ炉の詳細設計に必要で計算では困難な諸点が明らかにされたものといえ

る. その他経験を通じてわかったことは,

1. 必要な知識を得るためにおこなった実験技術は大体適当である.
2. しかし, スペクトルの直接測定はいまなお困難である.
3. 全高速系については大体の目的には 1 群ないし 2 群計算でよく, 多群計算なら実験の誤差内でまず合うといえる.
4. 低速—高速の結合系では, 10 群程度の多群計算が必要である.
5. 外套部に減速材を含む系は今後研究する価値がある.
6. 高速炉心における各種物質の各種断面積についての知識が増し, ある核種については公表されている値を修正する必要性が生じた.

4. ソ連における研究 [2038]

1949 年に A. I. LEIPUNSKY は高速中性子炉がその高い増殖性によって核物質の有効な利用にふさわしい諸特性をもっていることを指摘した。高速炉についての調査研究が 1950 年以来始められ 1955 年から 1957 年の間に 3 基の実験用高速中性子炉 BP-1, BP-2 および BP-3 が建設されて運転に入った。

4.1 BP-1 原子炉

1) 装置の概要

炉心……円筒形 高さ 13cm×直径 13cm

燃料……棒状プルトニウム 直径 1 cm

冷却材……なし

出力……50W (最大出力)

ブランケット……円筒形部高さ 70cm×直径 70cm
直角プリズム部高さ 70cm×厚さ 60cm~100cm, 劣化ウランないしは銅

制御系……ブランケットの一部を出し入れしておこなう

安全系……安全装置および実験孔がついている

2) BP-1 での実験

i) 中性子の空間エネルギー分布

a) 間接測定法……いろいろの核反応の反応度密度分布を測定して間接的に中性子分布を推定する。またこれらの核反応断面積の比が示されている。

利用した核反応

1. 核分裂: $^{239}\text{Pu}(n, f)$, $^{235}\text{U}(n, f)$, $^{233}\text{U}(n, f)$, $^{238}\text{U}(n, f)$, $^{240}\text{Pu}(n, f)$, $^{237}\text{Np}(n, f)$

2. 放射性捕獲: $^{238}\text{U}(n, \gamma)$, $^{63}\text{Cu}(n, \gamma)$, $^{65}\text{Cu}(n, \gamma)$, $^{197}\text{Au}(n, \gamma)$, $^{115}\text{In}(n, \gamma)$

3. その他: $^{27}\text{Al}(n, p)$, $^{238}\text{U}(n, 2n)$

測定機器

金属ハク, 小型フィッシュンチェンバー

測定はウランブランケットの場合と, 銅ブランケットの場合とについておのおのおこなわれた。測定の結果は英国における Zephyr の結果とよい一致を示した。

b) 直接測定法……ウランブランケットの場合にそこからでてくるビームの中性子スペクトルを測定する

測定器: 原子核乾板 (高エネルギー領域)

霧箱 (低エネルギー領域)

測定の結果は高エネルギー領域では核分裂スペクト

ルに似ているが全体としてかなり軟化していてピークは 100 keV の領域にある。

ii) 燃料の増殖

ウランブランケットのついた場合 BP-1 における ^{239}Pu , ^{238}U , ^{235}U の (n, f) 反応および, ^{239}Pu , ^{238}U の (n, γ) 反応の反応密度分布を測定し, それらの値と ^{239}Pu の捕獲/分裂比 α とから増殖比を評価した。その結果は 2.4~2.5 の範囲にあることが示された。ブランケットを銅にかえて同様の実験をおこない ^{238}U の核分裂がない場合の増殖比を求めた結果は ~2 であった。実験値は 9 群の S_4 近似によって求めた計算値と比較したがよい結果が示されている。

iii) ウラン中における中性子の拡がり

劣化ウラン中における平衡スペクトル, 漸近スペクトルの 2 つの中性子スペクトルに対する反応の実効断面積を測定し, その測定値と理論値とを比較した。漸近スペクトルについては漸近拡散距離が求められている ($L \sim 9.1 \pm 0.1 \text{ cm}$)。さらに銅のブランケットの場合 Sb-Be 中性子源からの 24 keV の中性子に対して銅のサンプルの厚さを 0.5 mm から 30 mm まで変えて総断面積を測定した結果はおおむね 3 倍の変化が見られた。これは共鳴の影響が自己遮蔽効果と関連して現われる結果捕獲断面積の阻害が起り実効捕獲断面積の減少を招くためと考えられる。

iv) 摂動および原子炉の動特性

原子炉内にいろいろな物質を入れた場合の中性子の増倍係数の変化を調べた。銅のサンプルについての実験結果によると炉心部で負の効果をもつことが示されている。これはおもに炉心内での中性子スペクトルの非弾性散乱による効き方のためと思われる。また遅発中性子の実効収量 β_{eff} を測定してある。銅ブランケットの場合 ^{239}Pu の β_{eff} は 0.2% であった。またウランブランケットの場合 ^{238}U に対しする β_{eff} は 0.28% であることが示された。

4.2 BP-3 高速一熱中性子結合型原子炉

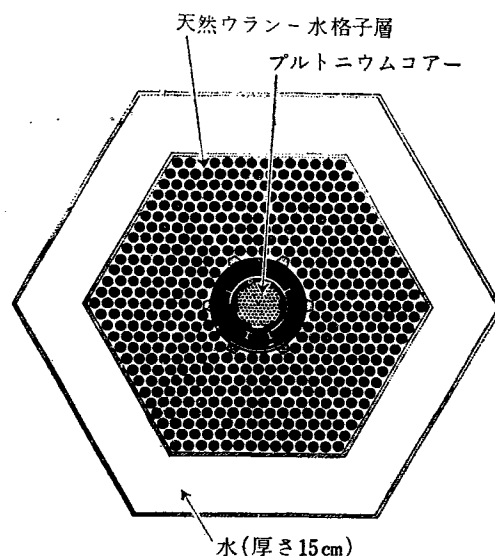
BP-3 は BP-1 高速中性子炉のウランブランケットの主要部を直径 35 mm のウラン棒をピッチ 40 mm で一辺の長さ 57 cm の正六角形領域に配列した体積比 0.35 のウラン-水格子でおきかえ, その外側を厚

さ 15 cm の水の反射体で囲んだものである。(第 8 図)

ウランブランケットをウラン-水格子系にかえたときに起るおもな変化は (1) 増殖比が 2.45 ± 0.10 から 1.7 ± 0.2 に落ちる。(2) ある一定出力に対する核燃料の増加は 35% で新しい Pu の蓄積の割合は 1.8 倍増加する。(3) 炉心の出力を一定にした場合、原子炉の総出力は 2.2 倍増加する。(4) 即発中性子の寿命が長くなるので安全性が増加することなどである。

4.3 BP-2 原子炉の研究

BP-2 原子炉は高い高速中性子束を必要とする物理的研究をおこなうためおよびそれ自身の物理的性質を調べて理論解析と比較検討するために設計製作された。構造は BP-1 と大体同じであるが (1) 炉心の 17% を熱除去装置で占められている。(2) 制御要素は Cu と Ni の合金である。(3) 厚さ 25 cm のウランブランケットはウランブリックでつくられ、その外側を厚さ 15 cm の銅の層で囲んであり炉心は水銀冷却で最大出力 200 kW である。この原子炉内の中性子スペクトルは BP-1 にくらべて軟化しており増殖比は 1.6 ± 0.2 に減少している。これはブランケットにウランが十分ないために中性子の漏洩が効いているためと思



第8図 BP-3 原子炉の断面図 [2038]

炉心はプルトニウム棒でつくられ、炉心の周囲はウランニウム制御棒および天然ウラン-水格子により取りまかれ、外周に 15cm 厚さの水の層がついている

われる。その他 (1) 中性子束分布, (2) 臨界質量, (3) 遅発中性子の実効収量, (4) 反応度などが 2 群理論により計算され実験値と比較されている。さらに高速炉の設計に必要な (1) 捕獲断面積, (2) 核分裂 2 次中性子数, (3) 散乱中性子の角分布, (4) 捕獲一分裂比 α などが測定された。

文 献

第2回ジュネーブ会議報文

- [39] R. D. SMITH, J. E. SANDERS: Experimental work with zero energy fast reactors.
- [592] L. B. ENGLE *et al.*: Properties of elementary fast-neutron critical assemblies.
- [598] C. E. BRANYAN *et al.*: Fast neutron power reactor studies with ZPR-III.
- [599] H. H. HUMMEL *et al.*: Experimental and theoretical studies of the coupled fast-thermal system ZPR-V.
- [2038] A. I. LEIPUNSKY *et al.*: Studies in the physics of fast neutron reactors.
- [2160] R. AVERY *et al.*: Coupled fast-thermal power breeder critical experiment.

その他

- J. CODD, L. R. SHEPHERD, J. H. TAIT: The physics of Fast Reactors, Progress in Nuclear Energy, ser. I. Phys. & math. 1, 251 (1956).
- B. C. CERUTTI, H. V. LICHTENBERGER, D. OKRENT,

- R. E. RICE, F. W. THALGATT: ZPR-III, Argonne's Fast Critical Facility. *J. Nuclear Sci. Eng.*, 1, 126-134 (1956).
- C. EGGELER, C. M. HUDDLESTON, V. E. KROHN, G. R. RIGNO: Measurement of the Neutron Spectra of the Experimental Breeder Reactor. *J. Nuclear Sci. Eng.*, 1, 193-203 (1956).
- R. E. PETERSON, G. A. NEWBY: An Unreflected ^{235}U Critical Assembly, *Nuclear Sci. Eng.*, 1, 2, 112-25 (1956).
- D. OKRENT, A Survey of the Theoretical and Experimental Aspects of Fast Reactor Physics. Geneva 1955, P/609.
- J. E. R. HOLMES *et al.*: Operation Features in Zephyr. *J. Nuclear Energy* 1, 47, (1954).
- J. E. R. HOLMES *et al.*: Experimental Studies on Fast Neutron Reactors at AERE Geneva 1955, P/404.
- W. Y. KATO, D. K. BUTLER: Measurement of the Doppler Temperature Effect in an EBR-1 Type Assembly, ANL 5809.

高速中性子炉物理-II

1. 解析法

1.1 多群拡散理論の応用について

多群拡散理論の取扱い方についてはすでに何回も与えられており、その数値解法も作用素 D (拡散係数), σ (断面積) などが各領域ごとに常数である場合、および連続的に位置の関数として変化する場合について解析された。前者の実際の数値解法の手順については数学的方法に概括されているのでここではふれない。ここでは高速炉への拡散理論の適用についてふれることにする。

1.1.1 一次元拡散理論 大型の低濃縮高速炉の計算にもっともよく用いられているが、反射体付きの円筒形、または板状原子炉に対しては球形に引き直して計算する方法が採用される。この場合、球形から円筒または板状への引き直しは2次元拡散理論の結果にたよることになる。またあとでのべる SCDT を用いる方法もある。これは実質的には1次元拡散である。この際の問題点はいっといふ厳密な S_4 近似との差はどの程度かということである。前者についてはその比較が与えられている。

第1表から S_4 と拡散理論の差はおもに炉心の大きさに依存することが示される。また、5と6Fは同じ炉心組成であるが、5の方では炉心に近い反射体の密度が6Fより低い。したがって反射体の密度にも依存することが示される。すなわち炉心からのもれの大きさ、およびその非等方性によるといえよう。

1.1.2 SCDT 一様な高密度の反射体で完全に包まれた球形以外の体系に対しては厳密には解はそれぞれの座標にだけ依存した成分に分解できない。しかし近似的には成立つと考えられる。円筒形原子炉に対して、とくに裸の場合には

$$\phi(r, Z) = R(r)Z(Z)$$

が成立つ。さらにこれが臨界にある場合には、材料バックリング K^2 に対して

$$K^2 = b_r^2 + b_z^2 \quad (b_r^2, b_z^2 \text{ は } R(r), Z(Z) \text{ のラプラスアン})$$

第1表 S_4 と拡散理論による増倍係数の比較

ZPR-III Assembly No.	炉心体積 (Liters)	$\frac{K(D.T.) - K(S_4)^a}{K(S_4)}$
2A	56	-0.025
6F	50	-0.024
5	61	-0.033
9A	67	-0.018
10	70	-0.015
11	135	-0.009
12	100	-0.015
14	77	-0.020
15	125	-0.011

^a $K(D.T.)$ は拡散理論による増倍係数 $K(S_4)$ は S_4 近似による増倍係数 [637]

S_4 と拡散理論による臨界半径の比較

Reactor ^a No.	炉心体積 (Liters)	炉心組成	$\frac{R(D.T.) - R(S_4)^b}{R(S_4)}$
1	400	Metal	0.016
12	400	Oxide	0.019
2	800	Metal	0.010
4	800	Oxide	0.013
6	800	Carbide	0.014
—	800	Oxide (Oxide Blanket)	0.020

^b $R(D.T.)$ 拡散理論による臨界半径

$R(S_4)$ S_4 による臨界半径 [637]

が成立つ。

S.C.D.T はまず r (または Z) 方向では裸であるものに対してその方向のもれを $D b_r^2$ (または $D b_z^2$) とし、材料バックリング K^2 を定める。逆に $K^2 - b_r^2 = b_z^2$ とし、この b_z^2 をもちいて、 Z 方向は裸で r 方向で反射体がついた系の材料バックリング K^2 を求め、 K^2 が一致するまで交互に繰返す方向で本質的には1次元計算のもれをそれぞれ矛盾なく取入れようとする立場である。実際には axial buckling b_z^2 が異なるいくつかの系について炉心半径、反射体、炉心の燃料以外の組成はかえないで、円筒として臨界計算をおこなうことによって炉心の燃料組成と axial buckling の関係が得られる。

第2表 拡散理論による計算結果（1次元と2次元拡散の比較）[637]

アセンブリー	U の 体 積 比					炉心長さ (cm)	反射体厚 (cm)				燃料濃縮度 (計算値) (C)		$\frac{C^{1D}-C^{2D}}{C^{2D}}$
	炉心	反射体(半径方向)		反射体 (上下)			(半径)		(軸)		1 次元 (1 D)	2 次元 (2 D)	
		内 側	外 側	内 側	外 側		内側	外側	内側	外側			
ZPR-Ⅲ-2	0.30	0.84	0.84	0.84	0.84	40.8	(30)		(30)		0.509	0.522	-0.025
ZPR-Ⅲ-5	0.30	0.40	0.84	0.40	0.84	40.8	18	18	18	18	0.523	0.492	+0.063
ZPR-Ⅲ-3 ^b	0.30	0.40	0.84	0.84	0.84	40.8	18	18	(30)		0.515	0.525	-0.019
ZPR-Ⅲ-4 ^b	0.30	0.40	0.84	0.40	0.84	40.8	18	18	18	18	0.542	0.497	+0.091
ZPR-Ⅲ-2	0.30	0.84	0.84	— ^c	0.84	40.8	(30)		5.1	24.9	0.546	0.531	+0.028
EBR-Ⅱ-A	0.32	0.55	0.70	— ^c	0.32	36.2	11	44	10	45	0.561	0.504	+0.113
EBR-Ⅱ-A'	0.32	0.55	0.70	0.32	0.32	36.2	11	44	(55)		0.511	0.488	+0.047
EBR-Ⅱ-B	0.32	0.60	0.60	— ^c	0.32	36.2	(55)		10	45	0.531	0.480	+0.106
EBR-Ⅱ-B'	0.32	0.60	0.60	0.32	0.32	36.2	(55)		(55)		0.484	0.468	+0.034

ついで radial buckling b_r^2 をかえて、板として臨界計算をおこなう。一般に材料バックリング, axial バックリング, radial バックリングに対してそれぞれ

$$B^2 = \alpha c + \beta$$

の関係がみだされる。(c は燃料組成 $N^{235}/(N^{235} + N^{238})$)
これと

$$b_r^2 + b_z^2 - K^2 = 0$$

より c の値が定まり、したがって b_r^2 , b_z^2 が定まる。この結果が2次元計算と比較して第2表に示される。

第2表で EBR II-A と B は誤差が大きい、これは親物質を含まない構造材料が上下にあるためで SCDT では横方向のものを強調しすぎるためと判断される。また、表よりみられるように、反射体の ^{238}U 密度が一様でない場合にも大きい誤差がみられる。これらの場合およびもっと複雑な配列に対しては2次元拡散理論が有用である。

1.1.3 2次元拡散の有用な場合

a) 球型から円筒形へ引き直す形状因子 M_s/M_c を求める場合。(簡単な形状に対して)

b) 中性子束の空間分布を比較する場合。(簡単な形状に対して)

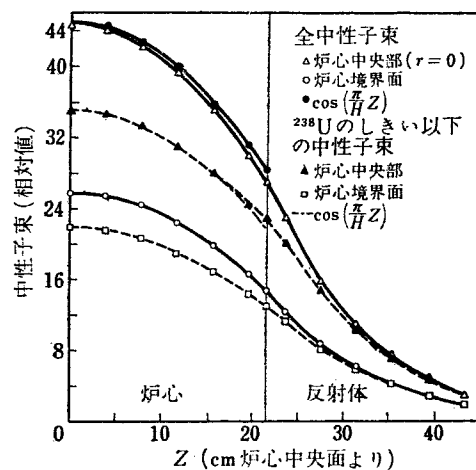
c) 複雑な構造に対する場合。たとえば事故時の解析など。

円筒形で長さ対直径の比の変化に対しては同程度の精度で臨界質量が求められる。

空間分布に関しては1次元動径分布と2次元の $Z=0$ での分布, 1次元軸方向分布と2次元の $r=0$ での分布を比較することによって1次元拡散の精度を確かめるに役立つ。これらは第1図にみられる。

1.2 S_n 法

S_n 法では輸送方程式で方向余弦 μ の変域 $(-1, 1)$ を等間隔に n (偶数個) に分割し, (μ_j, μ_{j-1}) の区間



第1図 ZPR-III-2 の中性子束分布 (軸方向)

で

$$N_0(r, \mu) = \frac{n}{2} [(\mu - \mu_{j-1}) N(r, \mu_j) + (\mu_j - \mu) N(r, \mu_{j-1})] \quad (1)$$

と仮定する。すなわち $N(r, \mu)$ が折線によって近似されるとする。ついで (1) を輸送方程式に代入して、区間 (μ_{j-1}, μ_j) で積分し n 倍にすることによって n 個の連立微分方程式がえられる。すなわち球形の場合には

$$\left(a_j \frac{d}{dr} + \frac{b_j}{r} + \sigma \right) N(r, \mu_j) + \left(\bar{a}_j - \frac{b_j}{r} + \sigma \right) N(r, \mu_{j-1}) = 2S(r) \quad (2)$$

$$a_j = (2\mu_j + \mu_{j-1})/3, \quad \bar{a}_j = (\mu_j + 2\mu_{j-1})/3$$

$$b_j = n(3 - \mu_j^2 - \mu_j\mu_{j-1} - \mu_{j-1}^2)/3$$

$j \leq \frac{n}{2}$ である場合には (2) 式は r については外側から積分しなければならない。また、 $j > \frac{n}{2}$ に対しては同式を r の小さい方から積分してこなければならない。境界条件は体系の外側の境界で与えられているから、まず内側に積分してこなければならないが、この

ために (2) 式に補助方程式として $\mu = -1$ の場合の

$$\left(-\frac{d}{dr} + \sigma\right)N(r, -1) = S(r) \quad (3)$$

をつけ加えることによって $n+1$ 個の未知 $N(r, \mu_j)$ に対しての方程式がえられる。これは SERBER WILSON 法でおこなう中心で輸送方程式が満たされねばならないとする条件に対応するものである。また (3) は SW 法の保存則の一般化と解釈できる。(2) (3) を解くためには、数値積分に頼ることを常識とする。このために (2) と (3) を r について (r_i, r_{i+1}) 区間で積分して階差方程式におきかえがおこなわれる。(数学的方法参照)

Discrete S_n

S_n 法では保存則、低次の S_n では拡散理論で成立つ一般的な性質が満たされている。 S_n 方程式は満たされているがその係数は未定であるとし、これらの係数を上述の性質が満たされるように定める方法がある。(2) を出す際に成立った中性子の釣合は無視する。また、 $N(r, \mu)$ は折線、多項式のような解析的な形与えられるとするが、解析的な形を使わなくても大して変りはない。 (μ_j, μ_{j+1}) は必ずしも等間隔と固執しない。(2) の代りに次のような形の式を考える。

$$\left(\bar{\mu}_j \frac{d}{dr} + \frac{1}{r} b_j + \sigma\right)N(r, \bar{\mu}_j) - \frac{b_j}{r} N(r, \mu_{j+1}) = S(r) \quad (4)$$

b_j はのちに定める。 $\bar{\mu}_j$ は (μ_j, μ_{j+1}) の間の適当な点でのちに定められる。これは $\bar{\mu}_0 = -1, b_0 = 0$ で (3) を含むことができる。

$j > 0$ であるときは一つ前の $N(r, \mu_{j-1})$ が必要であり、 $j=1$ に対しては $N(r, \mu_{j-1}) = N(r, -1)$ ととることができる。また、一般の $N(r, \mu_j)$ に対しては次のように外挿公式を使う。

$$N(r, \mu_j) = \alpha_j N(r, \bar{\mu}_j) - (\alpha_j - 1) N(r, \mu_{j-1}) \quad (5)$$

$$\alpha_j = 2W_j / (\bar{\mu}_j - \mu_{j-1})$$

また、 $N(r)$, $J(r)$ は和によって表わされたとする。

$$N(r) = \sum_j W_j N(r, \bar{\mu}_j), \quad J(r) = \sum_j W_j \bar{\mu}_j N(r, \bar{\mu}_j) \quad (6)$$

b_j は (4) の和が $\left(-\frac{d}{dr} + \frac{2}{r}\right)J(r) + \sigma N(r) = S$ に一致するように定めればよい。すなわち

$$b_j = 2[\bar{\mu}_j - (\alpha_j / W_j) \sum_{k=1}^j W_k \bar{\mu}_k] \quad (7)$$

これは特に $\bar{\mu}_j$ が LEGENDRE の根で W が GAUSS の weight であるときは discrete ordinates と一致する。Slab geometry に対しては $b_i \equiv 0$ とおくことによ

て、また cylindrical geometry に対して、2つの異なった座標系のえらび方があることは周知のとおりである。

S_n 法の結果が他の方法でえられる結果および正確な値と比較された。また、斉次 (源なし) および非斉次 (源あり) の場合についても調べられた。実際の炉の問題の場合よりもせまい区間と高次 S_n が必要である場合を例題とした。

1) 斉次方程式の場合

臨界半径; one velocity system [球, 円筒, 板に対して]

一般に 2 次中性子放出数 c が大きくなると、体系の大きさが小さくなるために境界の影響が大きくなる。したがって c が小さいときは拡散近似も正しいが、大きいと半径 R を正しくきめるには S_n の高次成分まで入れる必要がある。

3つの形状に対し 1 から 2 の間にある c の値に対して臨界半径 R の値を決定してみた。 $R > 1.5l$ では end point method の値が正確であるとし、また、 $R < 1.5l$ では trial として quadratic な関数をもちいた変分法が正しいとした (l は平均自由行路)。End point の正しさは P_5 近似と MARK の境界条件をもちい、第 1 に end point の仮定を P_5 近似につかった場合 (P_5)*, 第 2 に end point の仮定を使わないで P_5 近似をした場合について P_5 と P_5^* の差が exact と E.P. の値の差を示していると判断してその正当性を裏づけた。

さらに球形では quadratic な関数をもちいた変分法と 4 次の項までを加えてえた結果と比較したが結果は小数以下 4 桁目まで正しいとしてよい。円筒では差はしらべなかった。また、球形の場合には SERBER-WILSON 法によるものも S_2 と比較するために求めた。球形に対する S_n の精度および、 S_n の収束性が第 3, 4 表に示される。

n または $I(\text{mesh})$ の数を固定して I または n を増すときは誤差は収束するが、正確な値には収束しない。正確な値がえたいときは n と I を多少なりとも比例させて増加させる必要がある。 $n \rightarrow 2n, I \rightarrow 2I$ にすると球の場合には誤差は $1/4$ になることが表から明らかである。

板の場合は球の場合ほど規則性はないが収束する。円筒の場合はさらに不規則であるが、この場合は正確な値そのものが少し異なっている可能性もある。

板に対する中性子束 $N_1(r)$ (S_4, S_6, S_{16}) は境界から 1 平均自由行路の間をのぞいた ($0 < r < R/l$) では 1

第3表 S_n と SW の臨界半径の比較

c-1	SW	ϵ	S_2	ϵ	S_4	ϵ	S_8	S_{16}	Exact
0.02	11.809	-1.8	11.978	-0.4	12.012	-0.1	12.020	12.021	12.027
0.05	7.0930	-2.5	7.2084	-0.9	7.2591	-0.2	7.2699	7.2723	7.2772
0.1	4.7213	-3.1	4.7960	-1.6	4.8535	-0.4	4.8659	4.8688	4.8727
0.2	3.0570	-3.6	3.0963	-2.4	3.1530	-0.6	3.1659	3.1690	3.1720
0.4	1.9059	-4.0	1.9198	-3.3	1.9685	-0.9	1.9801	1.9830	1.9854
0.6	1.4152	-4.1	1.4197	-3.8	1.4613	-1.0	1.4716	1.4742	1.4761
0.8	1.1338	-4.2	1.1340	-4.2	1.1702	-1.1	1.1794	1.1816	1.1833
1.0	0.9490	-4.2	0.9469	-4.4	0.9789	-1.2	0.9871	0.9892	0.9906

第4表 S_n の収束性 {正確な値からの差 (%) } (I は mesh の数)

I	球			板			円筒		
	S_4	S_8	S_{16}	S_4	S_8	S_{16}	S_4	S_8	S_{16}
$c=1.1$									
4	-1.14	-0.89	-0.83	1.01	0.82	0.77	0.12	0.17	0.20
8	-0.57	-0.31	-0.25	0.44	0.24	0.20	-0.11	-0.06	-0.02
16	-0.40	-0.14	-0.08	0.30	0.10	0.06	-0.16	-0.11	-0.07
32	-0.35	-0.09	-0.03	0.27	0.06	0.02	-0.17	-0.12	-0.08
$c=1.6$									
4	-1.93	-1.27	-1.10	2.39	0.71	0.45	0.23	-0.14	-0.13
8	-1.21	-0.51	-0.34	2.09	0.42	0.16	0.21	-0.15	-0.15
16	-1.00	-0.30	-0.13	2.01	0.35	0.09	0.20	-0.16	-0.15
32	-0.95	-0.25	-0.08	2.00	0.33	0.08	0.20	-0.16	-0.15

% の範囲で拡散近似の $\cos kr (k=\sqrt{3(c-1)})$ と合う。
 $c-1$ が 0 に近いときは $N(r, \mu)$ の分布は μ の関数として振動するが、MILNE 問題の slope 0.954 と S_n 分布の slope が比較できる。 $c=1.02$ に対してはこの値は S_4, S_8, S_{16} に対してそれぞれ 1.18, 1.01, 0.94 である。

2) 非斉次方程式の場合

臨界未満集合体に中性子源がある場合を扱うが、使える正確な解があれば完全な吸収媒質として扱う。

$c>0$ の場合は解は正確に与えられるが、 $c=0$ の場合は境界、中性子束の勾配および非等方性をもっともきいてくると考えられる。源は

- 一様分布の場合
- 小さい源が中心にある場合
- 球殻状の源の場合

の3種について扱う。

- 一様分布の場合

脱出確率 P_e を比べる。1 平均自由行路の長さの半径の球に対して正確な値は 0.52725 で与えられる。

この値に対する S_n での値の比が第5表に示される。衝突確率 (脱出確率も) は半径が増すと精度が増大する傾向にある。これは第6表に示される。

- 中心に小さい源がある場合

完全な吸収媒質中では点源は完全に方向づけられた中性子束を与え、 S_n 法が適用できない。源から遠い

第5表 単位球面上の一樣な源による S_n 脱出確率と正確な値の比 (I は equal intervals の数)

I	S_2	S_4	S_8	S_{16}
2	0.9575	0.9660	0.9702	0.9711
4	0.9835	0.9900	0.9927	0.9935
8	0.9891	0.9949	0.9975	0.9982
16	0.9904	0.9961	0.9986	0.9994

第6表 S_8 脱出確率と正確な値の比

$R(D)$	球	板	円筒
0.5	0.9967	1.0050	1.0001
1.0	0.9978	1.0042	0.9999
2.0	0.9989	1.0040	1.0006
4.0	0.9999	1.0035	1.0017

(R は半径, D 板厚)

ところでは源と類似の中性子束分布があらわれる。 S_n 法でこのように非等方性の大きい中性子束を扱うときの困難はつぎの例で示される。0.1 平均自由行路の球形の源に対する解を求めた結果から判断すると (第7表), n と I を非常に大きくするとよい結果がえられる。 S_n の保存則によって正味の流れ密度と volume absorption はかなり正確に与えられる。空間の mesh が少なすぎると中性子束は振動しはじめ負の値になることもある。また n が小さいと中性子束は不正確になる。 $r=1.0, 5.0$ で密度が初めの 10^{-3} および 10^{-6} におちるためにおこると考えられるがこれは点源を1次衝突分布でおきかえればさけられよう。円筒形板状

第7表 完全な吸収体中で半径 1 mfp の球型の源から作られる流れ密度。半径 r での S_n 流れ密度と正確な値の比を示す。 M は mfp 当り含まれる区間の数。

M	r	S_2	S_4	S_8	S_{16}
4	0.1	0.9717	0.9803	0.9813	0.9816
8	0.1	0.9930	0.9955	0.9961	0.9961
4	1.0	0.301	0.679 n	0.727 n	0.788 n
8	1.0	0.444	0.636	0.711 f	0.752 f
16	1.0	0.595	0.793	0.879 f	0.918 f
50	1.0	0.648	0.848	0.933	0.970
4	5.0	0.031	0.187	0.350	1.389 n
8	5.0	0.057	0.276	0.489	0.627
16	5.0	0.080	0.354	0.608	0.768

n は r 付近で全中性子束が負になることを示す。

f は r 付近で全中性子束がかなり変動することを示す。

の source に対しては非等方性はそれほどきつくない。

c) 球殻状の源

点源または線源よりは n , I が少なくてもよい。 S_8 で 1% 以内の精度であり、熱中性子利用率の計算に対しても同様で S_8 で 0.2% 以下、 S_4 で 0.1% 以下の精度が期待できる。

物理的な問題への応用は二つの種類に大別される。第1は斉次輸送方程式の解をみつける問題で、たとえば臨界半径、固有値 α (Period), 固有値 ν/k , または k 。第2は非斉次の問題で、熱中性子利用率、セルの計算、アルベド、中性子のエネルギーおよび空間分布に使用されている。固有値の計算は S_4 をもちい、1群で 1% 以内の精度で求められる。あるいは臨界半径が十分な mesh をとって正確な値の 1% 以内で求められる。反射体がついた系では境界の影響の重要度が減るから精度はもっと高いと考えられる。 k は臨界半径と同程度かそれより精度がよい。 α の誤差は仮想的な吸収率 $\alpha/v_g\sigma_g$ の大きさに依存するこの値が小さいとかなり精度がよい (v_g は g 群中の平均速度, σ_g は全断面積)。多群近似では群中のスペクトル, したがって v_g が α の関数であるため, v_g の値をきめる方法 v_g に対する α を求めることより困難である。しかしながら, preliminary calculation は高精度を必要としない。また, ほとんどの断面積が 1% の精度でわかっていないために, 通常は S_4 の精度で十分であろう。高精度を期待するには十分の mesh をとる必要があるが, 計算時間が多くなるために, 一方では mesh をできるだけ少なくする必要がある。簡単な rule としてつぎのものをとるのが便利である。

$$\beta_{gi} = 2n |N_{gi} - N_{gi-1}| / (N_{gi} + N_{gi-1})$$

N_{gi} : (r_i, r_{i-1}) の中性子密度

$\beta_{gi} \gg 1$ space point を多くする必要がある。

~1 計算はこのまますすめてよい。

《1 space point を少なくしてもよい。

S_4 計算によると 12 個の簡単な速中性子炉の臨界半径を 1% まで再現できた。これらは

Bare (93.7% ^{235}U)	Godiva
Reflected NU	Topsy
Bare Pu	Jezebel
Reflected NU core (pu)	Poksy
Bare cylinder ^{235}U (various conc)	Jemima

などであった。さらに $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ などの fission ratio, small sample の反応度への影響, adjoint S_n を求めている摂動計算, Roosi α の計算にもちいられた。実験との不一致はおもに断面積の値に帰せられる。

1.3 アルベド法

Fast と thermal の 2 群の近似で反射体中では減速があり分裂はないが, 炉心では速中性子だけがある。分裂は fast で起るとする。また, 炉心と反射体の間に shell (thermal に対して black) を考える。この shell では吸収した熱中性子あたり η 個の速中性子がでる。そのうち半分が炉心に, 半分が反射体に入る。 f は速中性子, t は熱中性子を表わし, c は炉心, r は反射体, また流れ密度で r が増加する方向を J^+ , 減少する方向を J^- とすると炉心に対するアルベドは J_{fc}^-/J_{fc}^+ 。Shell と反射体に対する effective albedo A^* を $A^* = J_{fu}^-/J_{fu}^+$ で定義する。ただし, J_{fu}^- は shell と反射体から炉心にもどる量, J_{fu}^+ は shell と反射体に炉心から入る量を示すとする。Reflector 中に入った速中性子に対し速中性子として shell にもどる確率は $\mu = J_{fr}^-/J_{fr}^+$ で与えられる。また, 熱中性子としてもどる確率は $\mu^* = J_{tr}^-/J_{tr}^+$ で与えられる。さらに, $J_{tr}^+ = 0$ が成立つ。Shell から反射体に出る流れ密度は $J_{tr}^+ = J_{fu}^+ + \frac{1}{2}\eta J_{tr}^-$, shell から内へ入る流れ密度は $J_{fu}^- = J_{tr}^- + \frac{1}{2}\eta J_{tr}^+$ で与えられるから, A^* は次式で与えられる。

$$A^* = \left(\mu + \frac{1}{2}\eta\mu^* \right) / \left(1 - \frac{1}{2}\eta\mu^* \right)$$

したがって臨界条件は次式で与えられる。

$$A = A^*$$

J を求めるには拡散理論が使えるが, 炉心が大きい体系では通常のを, 小さい体系では修正された拡散理論を使う。 $1/\alpha$ を炉心の平均自由行程, また, d_{or} を拡散係数とする。反射体の平均自由行程を l , 拡散

第8表 高性能計算機による多群コード

名 称	機 械	次 元	形 状	群の最大数	非弾性散乱の最大数	固 有 値	繰返し当り所要時間 (分)	必要な繰返しの数
RE-6, 7, 8	UNIVAC	One	Sphere cylinder slab	20	6	K_{eff} and/or critical composition	$\sim 5^b$	~ 5
RE-26, 27, 28 (adjoint)	UNIVAC	One	Sphere cylinder slab	20	6	K_{eff} and/or critical composition	$\sim 5^b$	~ 5
SNG	IBM 704	One	Sphere cylinder slab	Depends on other problem parameters	Depends on other problem parameters	$1/K_{eff}$ 2/critical radius 3/prompt period	$\sim 0.2^b$	~ 125
MUG-II	UNIVAC	Two	r, z r, θ	100	1	K_{eff}	45 ^c	7
NICK-II	IBM 704	Two	r, z	32	5	K_{eff}	90 ^c	~ 7
PDO	IBM 704	Two	r, z x, y	4	1	K_{eff}	2 $\sim$ 4 ^c	~ 10
CURE	IBM 704	Two	r, z x, y r, θ	3	1	K_{eff}	3 $\sim$ 6 ^c	~ 10
PROD-II	IBM 650	One	Sphere cylinder slab	50	9	K_{eff}		
HOBO	IBM 650	One region fundamental mode analysis		20	19	Material buckling	3 $\sim$ 5 (total)	

係数を d とし、半径または板の半幅を a とすると

$$\begin{cases} r_1 = l_i/3d_i \\ r_2 = l_i/3d_i \end{cases} \text{反射体} \\ r_3 = \frac{1}{3}ad_{0f} \text{ 炉心}$$

によって d が定められる。 r の値のえらび方としてつぎの3つが考えられる。

I BEHRENS, $r_1 = 2/(3 \times 0.71) = r_2$ $r_3 = 1$

II Elementary diffusion, $r_1 = r_2 = r_3 = 1$

III ACKROYD and BOLL, $r_1 = r_3 = 1, r_2 = 2/(3 \times 0.71)$

このうち、臨界半径を安全側にみつめる必要があるときは III がよい。

変分原理の応用

$A=A^*$ の境界条件の下に炉心に対する中性子束分布のみたす式

$$\nabla^2 \psi_0 + \lambda^2 \psi_0 = 0$$

を解く場合を考える。 $\psi_0 = \sum_i a_i \phi_{0i}$, ϕ_{0i} は炉心で直交関数系をつくるものとする

$$\delta \{ \lambda^2 (\phi_0 \psi_0) \} + \delta (\phi_0 \nabla^2 \psi_0) = 0$$

より a_i および λ^2 が定まり、中性子束も定まる。この方法ではラプラシアン λ^2 は正しい値に対し 0.1% 以上は違わない。中性子束は 1% 以内で合う。この方法は分裂物質および照射された燃料の貯蔵の問題に対して有用であろう。高速炉の計算に用いられるこれ

ら解析法を計算機でおこなうようにされたものがある。現在まで開発されているもののうち重要なものは第8表に示される。

1.4 結合型炉の理論

系が炉の結合によって成立っている炉に対してつぎのような取扱い方が考えられている。

k_{ij} を j 番目の炉の分裂中性子が i 番目の炉でつぎの世代の分裂中性子を出す確率とし、 l_{ij} をこの過程の平均の即発中性子寿命とする。ただし、 $k_{ji} \neq k_{ij}$ 、また S_i を i 番目の炉中の全分裂中性子とする。また S_{ij} を j から i にきた中性子によって出される分裂中性子とすると N 個の炉の結合によって成立つ系に対してはつぎの臨界方程式が成立つ。

$$|k_{ij} - \delta_{ij}| = 0 \quad (8)$$

また、 S_i に対しては

$$\sum_{j=1}^N k_{ij} S_j = S_i$$

S_i は行列式 $(k_{ij} - \delta_{ij})$ の il (l は任意) 要素の余因子により求められる。また反応度 ρ は

$$\rho \cong \sum_{i=1}^N \alpha_i \frac{\delta \nu_i}{\nu_i}, \quad \alpha_i = \frac{1}{4_i} / \sum_{j=1}^N \frac{1}{4_j} \quad (9)$$

によって与えられる。 ν_i は i 番目の炉で放出される中性子の仮想的な数を表わす。

Kinetics equation は次式で与えられる。

$$l_{jk} \frac{dS_{jk}}{dt} = k_{jk}(1-\beta) \sum_{m=1}^N S_{km} - S_{jk} + k_{jk} \sum_{i=1}^D \lambda_i c_{ki} \quad (10)$$

$$\frac{dc_{ki}}{dt} = \beta_i \sum_{m=1}^N s_{km} - \lambda_i c_{ki}$$

c_{ki} は k 番目の炉中の i 番目の遅発中性子 emitter の濃度である。 D は emitter の種類の数を示す。 または $S_{jk} = l_{jk} n_{jk}$, n は中性子密度に類似の量。

これを解く場合、 k_{jk} は時間に依存するとし、 l_{jk} は依存しないとするのが普通である。 k_{jk} は n_{jk} を通じて t に依存することは通常の理論と同様である。

Adjoint による表式

すべての中性子が即発中性子とすると (10) 式は

$$\frac{dN_{jk}}{dt} = k_{jk} \sum_{m=1}^N \frac{N_{km}}{l_{km}} - \frac{N_{jk}}{l_{jk}} \quad (10')$$

これに対する adjoint 方程式は

$$\frac{dN_{jk}^+}{dt} = \sum_{m=1}^N k_{mj} \frac{N_{mj}^+}{l_{jk}} - \frac{N_{jk}^+}{l_{jk}} \quad (11)$$

定常状態では比 N_{jk}^+ は k に依存せず N_j^+ で与えられる。一方摂動の計算の場合の i 番目の炉による反応度変化に対する式

$$\rho \approx \frac{\delta \nu_i}{\nu_i} \times \frac{\int_{\text{reactor}_i} \chi(v') \phi^+(r, v') \nu \sigma_f(r, v) \phi(r, v) dr dv dv'}{\int_{\text{entire system}} \chi(v') \phi^+(r, v') \nu \sigma_f(r, v) \phi(r, v) dr dv dv'} \quad (12)$$

と $N=2$ に対する結果

$$\alpha_i = N_i^+ S_i / (N_1^+ S_1 + N_2^+ S_2)$$

から N_i^+ は i 番目の炉中に生れた分裂中性子の平均の重要度と解釈される。 k_{jk} を δk_{jk} だけ大きくし、そのかわり分裂当り出る中性子数を $\delta \nu$ だけ小さくして臨界を維持するすると次式が与えられる。

$$(k_{jk} + \delta k_{jk})(1-\rho) \sum_{m=1}^N \left\{ \frac{N_{km} + \delta N_{km}}{l_{km}} \right\} - \frac{N_{jk} + \delta N_{jk}}{l_{jk}} = 0 \quad (13)$$

これと (13) 式より ρ に対して

$$\rho = \sum_{j,k} \delta k_{jk} N_j^+ S_k / \sum_{j,k} k_{jk} N_j^+ S_k \quad (14)$$

が与えられる。

すなわち中性子寿命は ν に小さい摂動 $\delta \nu$ を与えたとする。すべての中性子が即発性であるとする系の時間変化は $e^{\omega t}$ で与えられる。したがって寿命は

$$l = \lim_{\delta \nu, \omega \rightarrow 0} \left| \frac{\frac{d\nu}{\nu}}{\omega} \right| = \frac{\rho}{\omega}$$

で与えられる。(10') 式で k_{jk} を δk_{jk} だけ増加し、時間変化を考えると

$$(k_{jk} + \delta k_{jk}) \sum_{m=1}^N \left\{ \frac{N_{km} + \delta N_{km}}{l_{km}} \right\} - \frac{N_{jk} + \delta N_{jk}}{l_{jk}} = \omega (N_{jk} + \delta N_{jk}) \quad (15)$$

が成立つ。これより一次の項を取り出し、 ρ に対する (14) 式と組合わせると

$$l = \frac{\rho}{\omega} = \frac{\sum_{j,k} N_j^+ S_{jk} l_{jk}}{\sum_{j,k} k_{jk} N_j^+ S_k} \quad (16)$$

で与えられ、これは通常の解釈と一致する。

Fast thermal system への応用があげられているが、fast thermal に限らず応用範囲は広いと思われる。

2. 多群常数とその実験的 check

2.1 群常数の決定

群の決定にはまだ任意性がある。しかし、現在提案されている組は 11 群の組でこれらは共鳴域および熱領域の消息を求めるのでなければ一応十分である。これらの組の大部分はほとんど特別の reactor での測定に頼らず現在のもっともよい微視断面積に基づいて決定された。

しかし高速増殖炉に重要な ^{239}Pu , ^{238}U には不確かさがある。 ^{239}Pu に対しては $\alpha(E)$ の値に 3 種の値を与えた。第 1 は標準の値で SAMPSON と MOLINO の測定による。第 2 は EBR-I の測定から考えられたい

くぶん大きい値 (high α)。第 3 は低い値である。

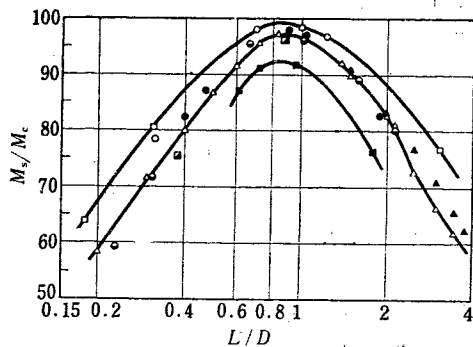
全断面積 σ_t は通常 BNL-325 に基づくがここでは輸送近似をもちいて調整した。散乱された中性子の角度分布に関しては実験値がもちいられた。あるエネルギーの上から下へ散乱された分裂中性子の角度分布が ^{238}U の threshold σ_{tr} を求めるのに使われた。

分裂断面積 σ_f は BNL-325 に報告された値に基づいている。分裂当りの中性子の生成 ν のエネルギー変化はひかえめにとった。TERRELL, DIVEN, HEMMENDINGER の値より小さいが、実験と比べるとまだ大きすぎると思われる。

捕獲断面積または親および分裂物質以外の σ_c は

第10表 臨界実験の結果

ZPR-III Assembly Number	Nominal $N^{235\text{U}}$ $N^{238\text{U}}$	L/D	炉 心 組 成					臨界質量 (^{235}U) kg			材料バック リング $K(\text{cm}^{-1})$
			^{235}U	^{238}U	Fe	Al	C	Measured	Corrected	Calculated	
2A	0	0.97	0.1397	0.01	0.2752	0.3144	0	147.7	150.3	135	0.085
6F	1	Sphere	0.14	0.159	0.123	0.314	0	131.1	133.3	125	0.084
2		1.02						136.0	138.5	131	
9A	3	Sphere	0.117	0.38	0.15	0.216	0	146.2	150.6	149	0.081
9		0.88						151.9	156.5	155	
15	3	0.89	0.094	0.315	0.117	0.194	0	220.4	226.5	224	
10	5	1.04	0.1185	0.579	0.193	0	0	155.8	163.0	168	0.088
11	7	0.88	0.095	0.717	0.0915	0	0	240.6	267.0	292	0.072
16	5	0.92	0.094	0.501	0.0915	0	0.182	204.8	212.8	211	0.077
12	3.5	0.87	0.094	0.354	0.0915	0	0.318	176.8	180.7	171	0.080
17	2	0.93	0.094	0.206	0.0915	0	0.454	156.5	158.9	142	0.082
14	0	0.99	0.095	0.01	0.0915	0	0.734	136.0	137.4	124	0.080
5	1	0.94	0.14	0.159	0.122	0.315	0	159.5	162.8	153	0.084



- ZPR-III 11 ■ ZPR-III 31
 ○ Pu (Tu-5cm) ● Pu (Tu-2cm)
 □ Oy (Tu-20.3cm) ■ Oy (Tu-none)
 △ Oy (Tu-2.8cm) ▲ Oy (Tu-4.7cm)
 ● Oy (Tu-5cm)

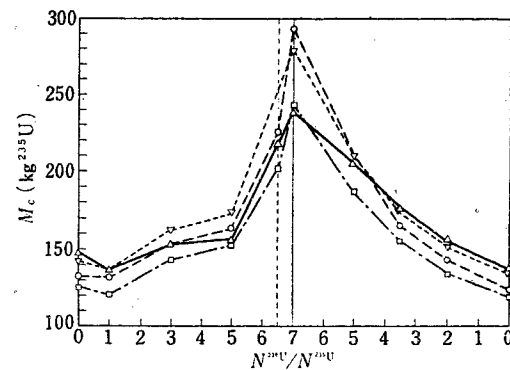
第2図 形状因子

BNL-325 と DIVEN の実験からとったが、値がない場合は material 置換の実験によっておぎなった。分裂物質の σ_c は EBR-I の $\alpha(E)$ の測定と DIVEN の結果から求められた。

非弾性散乱はもっとも不確かで ^{235}U の非弾性散乱には統計モデルを適用して求め、群2への散乱はロス・アデモスの実験から決定した。Pu の σ_{in} に対しては ^{235}U と似ているとした。 ^{233}U の断面積は分裂のパラメータ以外は material 置換で定めた。 ^{238}U および Th の非弾性散乱に関してはよくわかっていない。また捕獲断面積もよく知られていない。 ^{238}U に対しては σ_{nr} は BNL-325 の値よりも小さいと予想されている。

2.2 実験による check

核断面積の信頼度のテストとしていろいろの臨界集合体をどの程度まで予言できるか調べられた。円筒形の集合体の解析は球形とするのが便利であるので、そ



- △ 測定値 ○ 計算値(A)
 □ 計算値(B) ▽ 計算値(C)
 多群常数
 A 表 (P/637 table 1)
 B ^{238}U の値を SNELL 実験より改良
 C B の輸送断面積を高エネルギーで小さくする

第3図 稀釈度に対する臨界質量

の引き直しのために形状因子 M_s/M_c を実験的にもちいた。形状因子を理論的に求めるには2次元拡散理論が適当であると考えられる(第2図)。

いくつかの臨界計算の結果が第10表に示されているが、炉心に黒鉛を多く含む系では計算値の方が実験値より reactive である。これは ^{238}U の threshold 以上の非弾性散乱が正しくないためと解釈される。おもに threshold 付近の中性子束の threshold 以上の全中性子束に対する比が黒鉛系では多群常数を定めるにもちいたものと異なるためで、おそらく threshold 以上でより多くの群をもちいると解決されると思われる。この効果は oxide をもちいた場合には現われると思われる。

S₄ 近似による計算結果が第3図に示されているが、現在の常数ではすべてのスペクトル領域にわたって臨

第 11 表 中心部での置換実験結果

ZPR-III ⁽¹⁾ Assembly No.	Nominal $\sigma_f^{238}\text{U}/\sigma_f^{235}\text{U}$	材料	試料 重量 (gm)	反応度 (測定値) ($\delta k/kg$)	反応度 (計算値) ($\delta k/kg$)
5	0.07	Pu	186	0.0120	0.0128
12	0.044			0.0112	0.0110
11	0.036			0.0103	0.0105
5	0.07	²³⁵ U	267.8	0.0067	0.00736
12	0.044			0.00669	0.00680
11	0.036			0.00610	0.00639
12	0.044	²³³ U	221.2	0.0127	0.0117
11	0.036			0.0113	0.0108
5	0.07	Gra- phite	196.6	0.0021	0.0022
14	0.055			0.0035	
12	0.044			0.0008	0.00122
11	0.036			-0.00078	+0.000102

界集合体を予言できないことである。

スペクトル

臨界質量が一致してもスペクトルは一致するとは限らない。理論と実験間の不一致は $\sigma_{nr}^{238}\text{U}/\sigma_f^{235}\text{U}$ にあらわれるが、実験誤差が 10% 程度見込まれるとしても違いが大きい。最近の測定では $\sigma_{nr}^{238}\text{U}$ は BNL-325

の測定値より小さい。

また、1.4 MeV 以上のエネルギーで二つの群を作ることによってスペクトルを軟化できると思われる。

$\sigma_{nr}^{238}\text{U}/\sigma_f^{235}\text{U}$ は臨界質量の決定および増殖比に大きくくいてくる。

Material replacement

Pu をもちいた系に対する知識は ²³⁵U をもちいた系に Pu を入れてえられる。²³³U に対しても同様である。これらの replacement は多群常数のチェックに応役立つ。

黒鉛に対する実験では臨界質量の項でのべたスペクトルの効果が現われる。Assembly 11 では void を黒鉛におきかえたために負の反応度が出た。このことは非均質性による反応度変化を示している(第 11 表)。

臨界実験とその中性子物理的問題については「高速中性子臨界実験」にのべられているので省略する。

上述の常数をもとにしてえられた performance の評価についてつぎに示す。このうち oxide 燃料をもちいた場合は耐熱性から ²³²Th を親物質としてもちいた場合は燃料サイクル上興味あるものといわれている(第 12 表)。

3. 安 全 性

3.1 温度係数および事故に導く原因

a) 温度係数

純粋な核的温度係数はドップラー係数をのぞいては小さい。密度および geometry の効果は大きい。

b) 密度および geometry の効果

温度効果の計算は簡単でないので一般には求めるものの以外は一定として温度の影響を決定する。たとえば Na の密度だけをかえて Na による影響を求める方法がおこなわれている。また、計算には球型模型をもちいるのが便利とされている。

c) Power coefficients

運転条件が定められたのち平均の power coefficients を計算する過程は

1) 個々の成分の平均温度を fuel power operation で求める。

2) Zero power level からの平均の温度上昇を各成分に対して求める。この温度上昇を反応度変化にかえて求められる。

d) Non-uniform geometric expansion

燃料要素その他の bowing および buckling は一様な温度の下では起らない。しかしこれらは反応度に大きい影響をもつから起らないような構造にしておくことが必要である。

e) ドプラ係数

²³⁵U のドプラ係数が正で ²³⁸U の係数が負であるとする結論は変らない。²³⁸N/²³⁵N の critical ratio は使われるレベル幅の分布則に依存し、0.8(LANE *et al.*, 1.0 (BETHE) がえられている。ドプラ効果は正であるが値が小さく、super prompt critical でないかぎり安全と考えられる。

事故に導く原因としてはつぎのものがあげられる。

1) 設計で許された以上の割合で反応度が加わる場合

(a) スペクトルおよびもれがかわる場合

冷却材を通して散乱断面積が冷却材と異常に違う物質が入る場合、たとえば水素が入るときは反応度が上昇する。

第12表 ^{235}U および ^{239}Pu を燃料とする炉の静特性

炉番号 燃料心体積 (l) 燃料の原子比 臨界質量	1 ^{239}Pu 400		2 ^{239}Pu 800		3 ^{239}Pu & ^{240}Pu 800		4 ^{239}Pu -Oxide Core 800		5 ^{239}Pu -Oxide Core 800	
	0.178 288		0.140 468		0.136 456		0.426 378		0.199 419	
	Core	Blanket	Core	Blanket	Core	Blanket	Core	Blanket	Core	Blanket
Fuel Fissions	0.297	0.0	0.294	0.0	0.284	0.0	0.321	0.0	0.302	0.0
Fuel Captures	0.0576	0.0	0.0609	0.0	0.0588	0.0	0.0825	0.0	0.0742	0.0
Diluent Fissions	0.0459	0.0208	0.0502	0.0152	0.0625	0.0151	0.0194	0.0246	0.0422	0.02185
Diluent Captures	0.192	0.389	0.253	0.319	0.256	0.316	0.103	0.448	0.2031	0.3689
Coolant (Na) Captures	0.00104	0.000303	0.00133	0.000247	0.00132	0.000245	0.00205	0.00036	0.00119	0.000285
Structural Captures	0.0159	0.00897	0.0198	0.00729	0.0197	0.00723	0.0275	0.00989	0.01424	0.00822
Internal Breeding Ratio	0.540		0.713		0.748		0.256		0.540	
Total Breeding Ratio	1.64		1.61		1.63		1.37		1.52	
Ratio Fuel Captures to Fuel Fissions	0.194		0.207		0.207		0.257		0.246	
Escape from Blanket	0.0254		0.0183		0.0181		0.0239		0.0199	
Median Fission Energy (MeV) for all Core Fissions	0.367		0.334		0.365		0.181		0.234	

炉番号 燃料心体積 (l) 燃料の原子比 臨界質量	6 ^{239}Pu -Carbide Core 800		7 ^{239}Pu -Carbide Core 800		8 ^{235}U -Th-Core 800		9 ^{239}Pu -Th-Core 800	
	0.334 390		0.165 444		0.236 475		0.256 524	
	Core	Blanket	Core	Blanket	Core	Blanket	Core	Blanket
Fuel Fissions	0.310	0	0.296	0.0	0.386	0	0.331	0
Fuel Captures	0.0822	0	0.0744	0.0	0.0326	0	0.0641	0
Diluent Fissions	0.0242	0.0224	0.0477	0.0184	0.00836	0.00346	0.00823	0.00338
Diluent Captures	0.131	0.420	0.2416	0.329	0.171	0.310	0.184	0.319
Coolant (Na) Captures	0.00198	0.0261	0.00112	0.000256	0.00116	0.000304	0.00127	0.00031
Structural Captures	0.000326	0.00926	0.01305	0.00731	0.0178	0.00896	0.191	0.0092
Internal Breeding Ratio	0.328		0.652		0.408		0.465	
Total Breeding Ratio	1.38		1.54		1.15		1.27	
Ratio Fuel Captures to Fuel Fissions	0.259		0.251		0.0845		0.194	
Escape from Blanket	0.0225		0.0180		0.069		0.068	
Median Fission Energy (MeV) for all Core Fissions	0.197		0.260		0.251			

(b) 冷却材入口温度が急に減少する場合

このときは負の温度係数を通じて反応度の上昇がおこる。

(c) Loading の際に fuel subassembly をおとしたとき

この場合は炉心はおそらく使えないほどこわれてしまうと考えられる。燃料の handling 機構の設計に十分考慮する必要がある。

2) 設計上許された割合で反応度が変わる場合。いわゆる start up accident である。

3) 冷却の失敗によって起る事故

炉心の損傷および melt down の直接の原因となる。

3.2 Melt Down

Melt down ときの reassembly

Melt down したのちの reassembly の計算は2次元拡散を使っておこなわれた。EBR-II では k_{eff} は1になるように定めたのち、つぎの reassembly が仮定された。

1) 炉心の材料は底部の Na 冷却材を炉心上部へ押し上げて下へたまる。このとき k_{eff} 1.10 と見つめられる。

2) 炉心材料が底部 blanket 中に一様に分布し、Na は blanket から追い出される。炉心は Na でみたまされる。 $k_{\text{eff}}=0.95$ 。

3) 炉心材料は底部 blanket の上 44.39cm に一様に分布され、Na は全部 blanket から追い出され、炉心は Na でみたまされる。 $k_{\text{eff}}=1.003$ 。

4) 炉心内側の半分が外側の半分の中に分布されて、内側半分は Na でみたされる。 $k_{\text{eff}}=0.92$

5) 外半分が内半分の中につぶれてうしろが Na でみたされる。 $k_{\text{eff}}=1.20$.

6) Na が全部なくなって他は変らない。 $k_{\text{eff}}=0.978$.

7) 炉心が底部に 18.06 cm の厚さにたまって残りは Na になる。 $k_{\text{eff}}=1.12$.

8) 同じく 24.5 cm の厚さにたまる場合。
 $k_{\text{eff}}=1.06$.

9) 同じく 30.96 cm の厚さにたまる場合。
 $k_{\text{eff}}=1.01$.

でブランケットにたまるときは安全であるが他は全部危険である。

フェルミ炉に対しては

1) 炉心の U および炉心の鉄の半分が底部ブランケットに入って、完全にみだし残りは炉心底部にたまっている。炉心の残りは Na でみたされる。

$k_{\text{eff}}=1.01$.

2) 炉心の U と炉心の鉄の半分が炉心底部にたまり残りは Na でみたされる。 $k_{\text{eff}}=1.15$.

3) 炉心の内半分の鉄と U が全部この部分の底にたまり、上は Na でみたされる。 $k_{\text{eff}}=1.08$.

4) 炉心の中心をとる水平面から下がとけて、底部にたまり Na が全部なくなる。

とける割合 0 0.2 0.4 0.6 0.8

k_{eff} 0.99 0.98 1.06 1.10 1.13

Reassembly の割合の上限

反応度の加えられる割合は explosion に非常にきいてくるので、この割合を知ることが必要である。

1) BETHE and TAIT の仮定

冷却材がなくなり炉心は重力の作用で一様に密度を増加しながらたまる。上にはすき間が残ると仮定した。insertion rate は $0.44k/k/\text{sec}$ と求められた。

2) フェルミ炉では出力が急上昇して、Na が沸騰し追出されてしまう。燃料要素が過熱されやわらかくなったところへ急に Na がもどり、炉心がかためられる。この過程が 30 ft/sec でおこるとして insertion rate は $9.4k/k/\text{sec}$ が考えられている。

3) EBR-II では Na が炉の中心から蒸発する。炉心の中心から U が順次重力でおちて炉心底部にたまる。上部に大きいすき間を残す。もっとも悪い場合は炉心上部が一度におちてしまうこともありうるが、このモデルで insertion rate は $4.54k/k/\text{sec}$ がえられた。

3.3 Prompt excursion

1) 解析的なとり扱い

反応度挿入の割合を $\left(\frac{dk}{dt}\right)$ とし反応度を減少させる機構が働かないとすると prompt critical になってのちの出力に対して

$$n(t) = n(0) \exp \frac{1}{2} l^{-1} \left(\frac{dk}{dt} \right) t^2 \quad (17)$$

が成立つ。ただし l は中性子寿命。したがって発生する熱量 Q は

$$Q(t) = n(0) \int_0^t dt \exp \left[\frac{1}{2} l^{-1} \left(\frac{dk}{dt} \right) t^2 \right] \quad (18)$$

で与えられる。これから熱量が Q_1 になるまでの時間 t_1 は上式より求められる。このときまでに加えられる反応度は

$$k_{\text{max}} = t_1 \frac{dk}{dt}$$

で与えられる。

高速炉では反応度は炉の膨張によって減少する。炉に対して 1 群のモデルが使えたとすると、

$$\vec{r} \cdot D \vec{r} \phi + [(\nu_0 - 1) \Sigma_f - \Sigma_c] \phi = 0$$

反応度の変化は一次の摂動では次式により与えられる。

$$k - k_{\text{max}} = \int \{ -\delta D (\vec{r} \phi)^2 + [(\nu_0 - 1) \delta \Sigma_f - \delta \Sigma_c] \phi^2 \} dV \\ \int \nu_0 \Sigma_f \phi^2 dV \quad (19)$$

断面積は物質の密度に比例するから連続の方程式もちいると

$$\delta \Sigma_f = -\vec{r} \cdot (\Sigma_f \vec{u}) \quad \vec{u} \text{ は変位を示す}$$

$$\delta \Sigma_c = -\vec{r} \cdot (\Sigma_c \vec{u})$$

$$\delta D = \vec{r} \cdot (D \vec{u}) - 2 \vec{u} \cdot \vec{r} D$$

で表わされる。 (20)

$$k - k_{\text{max}} = \frac{\int 2 \vec{u} \cdot [\vec{r} \phi \times \vec{r} \times D \vec{r} \phi] dV}{\int \nu_0 \Sigma_f \phi^2 dV}$$

とくに球型の炉でかつ炉心での核分裂の割合を F とする。また炉心半径を b として $\phi = 1 - qr^2/b^2$ とすると

$$k - k_{\text{max}} = \frac{16q^2 F}{\Sigma_{tr} \nu_0 \Sigma_f b^7 (1 - 0.6q) \rho_c} \int \rho u r^3 dr \quad (21)$$

で表わされる。

$$\rho \ddot{u} = -\frac{\partial P}{\partial r} \text{ で圧力を定義すると}$$

$$\ddot{K} = -\frac{48q^2F}{\Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f b^7(1-0.6q)\rho_c} \int P r^2 dr \quad (22)$$

実際問題としては圧力 P または変位 u を知ることが困難である。出力が e 倍になる時間 $l/k_{\max}$ が音波が炉心を出る時間より非常に大きいときは圧力は無視できると考えられる。この場合には(21)式より δk が求められる。逆の場合には膨張はほとんどおこらない。この場合は r 点で放出される熱量 $E(r, t)$ を $E(r, t) = Q(t)N(r)$ とおき

$$N = 1 - qr^2/b^2 \quad r < b$$

$$N = 0 \quad r > b$$

とすると

$$\ddot{k} = -\frac{24\sqrt{q}F}{\Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f(1-0.6q)b^2 \cdot b^2\rho_c} \times \int_{1-q}^1 P(NQ)\sqrt{1-NdN} \quad (23)$$

で与えられ、 P を NQ の関数として知ることができれば $\ddot{k}$ が求められる。

$$P(E, \rho_c) = 0 \quad E < Q^*$$

$$P(E, \rho_c) = (r-1)\rho_c(E-Q^*) \text{ for } E > Q^* \text{ とすると}$$

$$\ddot{k} = 0 \text{ for } Q < Q^*$$

$$k = -\left(\frac{32}{5} \frac{\sqrt{q}F}{\Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f(1-0.6q)b^2}\right)(r-1) \frac{Q^*}{b^2} \frac{Q}{Q^*} \times \left(1 - \frac{Q^*}{Q}\right)^{5/2} \text{ for } Q^* < Q < Q^*(1-q)^{-1} \quad (24)$$

$$k = -\left(\frac{32}{5} \frac{\sqrt{q}F}{\Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f(1-0.6q)b^2}\right)(r-1) \frac{Q}{b^2} \cdot \frac{5}{2} q^{\frac{3}{2}} \times \left[(1-0.6q) \frac{Q}{Q^*} - 1\right]$$

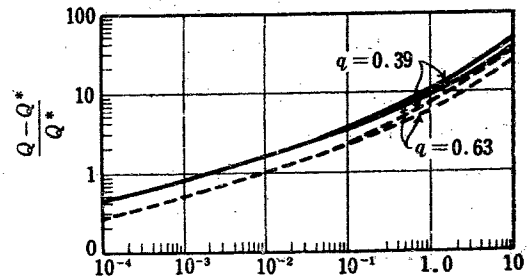
これと $k = l \frac{d}{dt} \ln \dot{Q}$ および境界条件 $k(0) = k_{\max}$,

$\dot{k}(0) = 0$, $\dot{Q}(0) = (k_{\max}/l)Q(0)$ によって積分し、 Q が求められる。

(24) より求められる最終のエネルギーが第4, 5図に示される。またこの近似値は次式により与えられる。

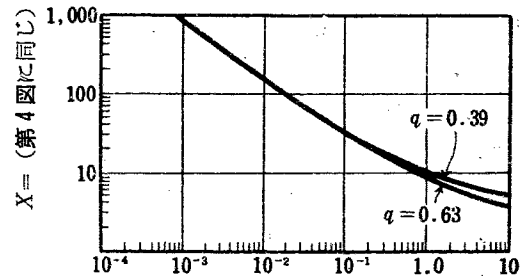
$$\left. \begin{aligned} Q/Q^* - 1 &= (15.75X)^{2/9} + 0.5707(15.75X)^{4/9} & X \ll 1 \\ Q/Q^* - 1 &= \frac{2}{5} q^{-\frac{3}{2}} \frac{X}{1-0.6q} & \\ &+ \frac{1}{2} \frac{1}{1-0.6q} \left[\ln \frac{2}{5} q^{-\frac{3}{2}} \frac{X}{1-0.6q} \right]^2 & X \gg 1 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

エネルギーの発生する割合は第4図および第5図の横軸 x , すなわち炉心が大きくなるほど増加する。したがって大きな炉ほど単位体積当りのエネルギー発生は大きくなる。また $X \propto k_{\max}^3 l^{-2} \propto \left(\frac{dk}{dt}\right) \left[\frac{1}{l} \frac{dk}{dt}\right]^{\frac{1}{2}}$ であるから $l^{\frac{1}{2}}$ でかわる点も注意すべきである。



$$X = \left(\frac{5 \Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f(1-0.6q)b^2}{\sqrt{q}F} \right) \frac{b^2}{(r-1)Q^*} \frac{k_{\max}^3}{l^2}$$

第4図 最大反応度に対する超過エネルギーと Threshold エネルギー (Q^*) の比



$$\frac{32}{5} \frac{\sqrt{q}F}{\Sigma_{tr}\nu_0\Sigma_f(1-0.6q)b^2} \frac{l^2}{b^2 k_{\max}^3} (r-1)(Q-Q^*)$$

第5図 Threshold エネルギー密度 (Q^*) に対する超過エネルギー密度

Q^* に対する Q の変化は (25) 式より、 Q^* が大きいと Q は Q^* で増し $Q-Q^* \propto Q^{*7/9}$, Q^* が小さくなると $Q-Q^*$ は一定値に近づくことが明らかである。(図参照) また Q は $r-1$ が増加すると減少するが圧力は減少する。 Q^* と $(r-1)$ が explosion を支配するが Q^* と $(r-1)$ または炉材料の状態方程式を知ることが重要なことである。これらの取り扱いはこの点に一つの困難があり、また実際の炉が円筒形である点に第2の困難がある。

2) 数値解法

一方 Godiva での実験を対象にして digital computer で計算がおこなわれた。

状態方程式としては

$$P = a + b\theta + c\rho$$

$$P: \text{megabar}$$

$$a = -0.545649$$

$$\theta: \text{volts}$$

$$b = 0.27846$$

$$\rho: \text{gram/cm}^3$$

$$c = 0.02873$$

が用いられた。 t 秒後の i 番目の mesh point の位置

$R_i(t)$ 速度 $\dot{R}_i(t - \frac{dt}{2})$, 加速度 $\ddot{R}_i(t)$, 中性子束

$\phi_{i-\frac{1}{2}}(t - \frac{dt}{2})$, 温度 $\theta_{i-\frac{1}{2}}(t)$ が知られているとし、 dt 秒後の状態を求める。

$$R_i(t+dt) = R_i(t) + \dot{R}_i(t + \frac{dt}{2}) dt$$

$$= R_i(t) + \dot{R}_i\left(t - \frac{dt}{2}\right)dt + \ddot{R}_i(t)dt^2$$

$$\phi_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) = \phi_{i-\frac{1}{2}}\left(t - \frac{dt}{2}\right)\exp\{\alpha(t)dt\}$$

$\alpha(t)$ は新しい flux 分布によって S_n または SW 法で求める。分裂エネルギーに対しては

$$E_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) = E \Sigma_{fi-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) \phi_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) V_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right)$$

E は分裂エネルギー, V は体積
温度に対して

$$\begin{aligned} \theta_{i-\frac{1}{2}}(t+dt) &= \theta_{i-\frac{1}{2}}(t) \theta_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) dt \\ \theta_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) &= \frac{1}{C_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right)} \left[E_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \theta_{i-\frac{1}{2}}(t) \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_{i-\frac{1}{2}}(t) V_{i-\frac{1}{2}}\left(t + \frac{dt}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

C : 熱容量 P : 圧力

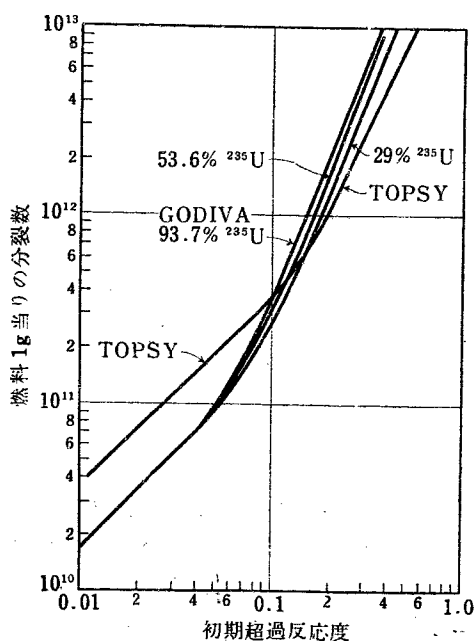
$$\begin{aligned} \ddot{R}_i\left(t + \frac{dt}{2}\right) &= \frac{2\pi R_i^2(t+dt)}{M_i} [P_{i-\frac{1}{2}}(t+dt) \\ &\quad - P_{i+\frac{1}{2}}(t+dt)] \end{aligned}$$

M_i は半径 R_i の shell の質量

これをくり返し求めるが, α の計算は数サイクルごとに 1 回おこない途中では外挿をする。

燃料の g 当りの全発生エネルギーで第 6 図に示される。

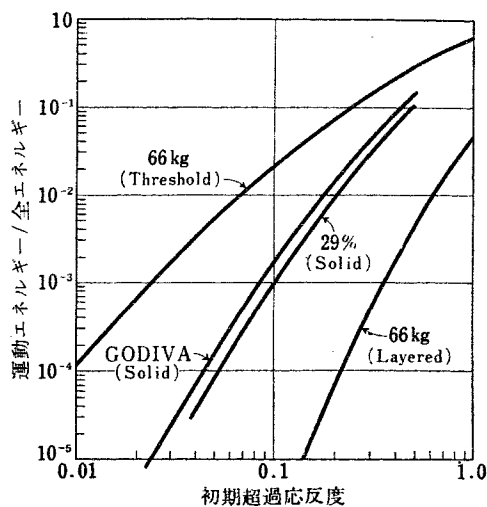
4 cent 付近までは linear であるが linearity がこの付近でやぶれる。これは分裂エネルギーの上昇に



第 6 図 分裂数と初期超過反応度

膨張がついてゆけないためと解釈される。一連の計算の結果は濃縮度が下ると break の点が高い反応度の方へ移る。これらは ^{235}U の濃縮度を変え, 反射体の厚さによって幾分影響を受ける。これらは同じく第 6 図に示されるが, Godiva, Topsy で示された limits の間に厚さ T の 1 次よりは変り方のおそい smooth sequence がつくられる。厚さを一定にして濃縮度をかえるときは反射体をあつくすると, break は高い k_{ex} でこり分裂エネルギーは多くなる。濃縮度を少なくすると break は高い k_{ex} にうつり, 核分裂のエネルギーは幾分小さくなる。

Assembly 内圧を relief するために膨張するときの運動エネルギー (moving metal 中に含まれる) は controlled excursion のあとには 0 であるが, 金属が破損するような場合にはエネルギーは運動エネルギーの形ででてくる。一般にこの値は max まで上り, fission rate が低くなると落ちるが max. kinetic energy を求めてみる。Godiva では 1.2×10^{17} fission であったと想像されるからこれからは 20 cent または 5 μsec の period が要求される。第 7 図からは 1.4% が kinetic energy になったと考えられる。中心温度は U の融点より 50°C 少ないからエネルギーの大部分は熱としてたまったと考えられる。



第 7 図 運動エネルギーの全発生エネルギーに対する割合と初期超過反応度

実際の炉に対してはつぎのどちらかで spherical analogue をつくり上げる。

1) mass を一様に分布させて密度を低くし, 非均質性は non linear な状態方程式で近似する。

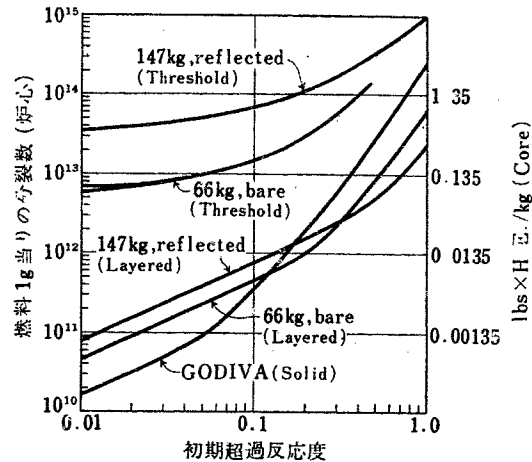
(threshold model)

2) mass は球殻の上に層として分布しているとする 2 つの立場が考えられる (layered model)。

結果は第8図に示され, layered assembly は Godiva より強い条件にたえることができる. また fission yield が少なく shell は膨張して圧力を relief できる. Layered assembly では SW と S_n の違いがあらわれる. α の値の変化の様相は同様であるが S_n の $\Delta\alpha$ の方が2ないし4倍小さい. しかし threshold と layered の定性的な差をかえるほどではない. また状態方程式での ρ の係数が実際の値より約2倍小さいが, burst calculation は3~4倍は小さくはない. この計算は melt down 時の危険の解析にももちいられた.

反応度が与えられた割合で加えられる場合には burst は最大反応度のところから始まる. 半径は負の速度をもち (collapse) α は初め0とする.

最初速度 0.32, 3.2, 10, 32 ft/sec, 出力レベル 1 MW とし, 最大反応度に対して発生エネルギーをプロットすると第8図とほとんど同様である. 出力レベ



第8図 初期超過反応度に対する分裂エネルギー密度

ルを下げると (10^6 だけ) 炉心はさらに collapse でき, α はさらに上る. yield は因子 2.7 だけ増加する.

4. Power 炉

4.1 EBR-II と Enrico Fermi

炉心設計 熱除去を最大にすることによって breeding property を維持し出力密度を最大にしようとする意図されている. したがって両者共炉心の半分はほとんど Na 冷却材が占めている. また, 材料は pin 状で最高温度が 1100°F 以上にならないように考慮が払われている. Cladding と bond 間には thermal resistance が少ないように考慮された. 個々の軸方向の熱膨張は制限しないが横方向のふれをさまたげるように support をおき, 両端には attachment をつけた. これらは bowing および buckling をさけるためである. EBR-II と Fermi reactor は炉心を pin の subassembly にわけることによって特徴づけられているが, これは便宜上からである. EBR-II, Enrico Fermi は平行な flow channel の群からなるといってよい. 半径方向の熱の伝達は envelope wall を通しておこなわれる. これら炉心の外側を N.U または D.U の外套部がつつんでいる.

上向きの coolant flow がつくる圧にたえるためどちらも下向きに引張ることが必要であり, 下部で支持するようにされた. また上部はとなりの subassembly と接触しないように拘束してある.

制御法 安全系の rapid response がとくに要求され

るが, 核分裂生成物による poison が少ない, high initial critical mass と ^{238}U の internal conversion のため critical mass の減少が少ない, temperature coefficient の order が小さいため flexible な反応度は小さくてもよい. 反応度を変える方法としてはつぎの3つが考えられる.

1. Poison を動かす
2. 燃料を動かす
3. 反射体を動かす

Fast core では中性子のもれがかなり高いので反射体に考慮が払われたが機械的熱的な問題がむずかしい. 残りの2つの方法がもちいられ, EBR-II では燃料を, Fermi では poison を動かしている. EBR-II では modified fuel assembly を炉心の周辺に一様に分布させてある. 全体で $0.6\Delta k/k$ で重力をもちいて反応度を減少させるようにしている. 他に2個 (おのおの $0.01\Delta k/k$) が loading and unloading 時の安全のために用意されている. Fermi 炉では2本の ^{10}B が炉心の中心付近におかれる. Worth はそれぞれ $\sim 0.006\Delta k/k$ 停止時の scram には8本の ^{10}B の safety rod が炉心におかれている. これら8本は $-0.6\Delta k/k$ の worth (全部で) で運転時は上部におかれる.

Fermi 炉の philosophy は flexible な反応度をおさえることで $0.006\Delta k/k$ のうち $0.0013\Delta k/k$ は温度,

0.0020 $\Delta k/k$ は ^{235}U の burn up と ^{239}Pu の production による net の reactivity, 0.0007 $\Delta k/k$ fuel growth' fission product poisoning および balance に 0.0020 $\Delta k/k$ control margin によりあてられている. EBR-II は実験にもちいるため flexible reactivity をもっと余分にもってくる.

0.024 $\Delta k/k$ net burn up and fuel growth for 2% burn up of the core 0.003 $\Delta k/k$ temperature overside 残りが control margin と scram とされている.

Fuel loading 燃料の放射線損傷に対する制限があるため, 炉心は定期的に新しくする必要があるが高出力密度のためこの周期は短かくされる. Fermi 炉では 7% が 1 週間ごとにとりかえられる.

つぎに EBR-II と Enrico Fermi の主要設計データを掲げる. (第 13 表)

第 13 表 設計値の比較

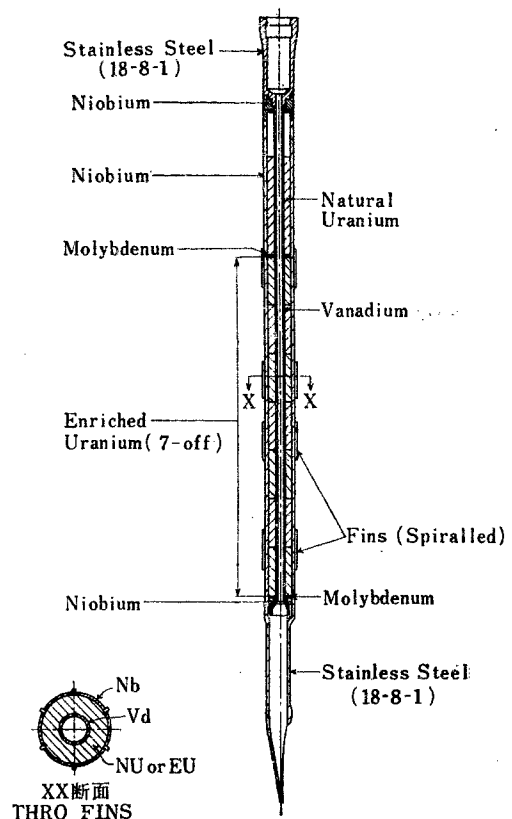
	EBR-II	Fermi
全発生熱量 MW	625	300
炉心発生熱量 MW	535	265
炉心直径 インチ	19	305
炉心高さ インチ	142	305
炉心体積 l	663	330
燃料ピン外径 インチ	174	158
炉心組成	318	279
燃料 Vol. %	195	249
S.S と Zr Vol. %	487	472
Na Vol. %	91	144
Subassembly 当りのピンの数	61	91
炉心中の subassembly の数	89	8
平均の出力密度 MW/l	137	139
最大出力密度 MW/l	270	1,378
燃料ピンの全表面積 sq.ft	103×10^6	1.2×10^6
最大 heat flux Btu/hr.ft ²	124	0.092
Na 冷却材循環速度 ft/sec	26	32
Average core film coefficient Btu/hr.ft ² F	18,000	27,000
Coolant time constant sec	0.017	0.020
外套部出力 MW	9	35
外套部ピン外径 インチ	493	443
炉内入口温度 F	770	550
出口温度 F	900	800

制御安全要素を含む

4.2 ドーンレイ

この炉は prototype ではないが設計上主要な問題を理解するのを目的とし, 安全性の確保, 改良の余地を残す, 炉心で研究および開発のための実験ができることを原則とした.

1) 炉心



第 9 図 0.752" DIA 燃料要素

第 9 図に示すような燃料要素をいれる subassembly が 367 個集って炉心を形成する. このような形にした理由は,

1. 100 W/g の熱出力をうるためには表面積と体積の比を大きくしなければならない.
2. Fuel assembly を pin や plate 型の要素にも使えるようにする.
3. Loading しやすいこと.
4. 操作上の考慮

からである. また一つのアセンブリの反応度は 0.7 % 以下に押えることを基本的な設計条件とした. Melt down の危険を考えて vanadium と niobium をそれぞれ内と外に can した. これは内部の vanadium がとけて niobium が fuel element の melt down を control するガイドとなり燃料が core の中心に集ることを防ぐものでいろいろの金属の組に対する研究の結果 vanadium と niobium に決まった. 過熱による事故時の安全対策として上部で燃料要素を保持することが望ましいが, この際は loading の困難と, loading のため空隙が大きくなり燃料要素の振動の可能性が実験で確かめられた. 適当な方法がないので下部で支持することにしたが, この場合は

1. 燃料要素のきせ金同志が接触しない.

2. 燃料要素の上にホットスポットができない。
などの利点があるのでこの方式が採用された。EBR-Iの事故にかんがみ 1957 年に検討した結果[1462]、このままでは中位の出力でも燃料要素が中央にむかってまがることが示された。この危険をさけるために空隙の少しあるネストをいくつもつけてこの中に燃料要素をおすことにした。

2) 制御系

炉心周辺の 12 個の燃料要素を移動させる方法が採用された。しかし ^{10}B も値段は安くないが、

1. ^{10}B はあまりスペースをとらない。
2. 冷却の点も悪くない。
3. 燃料要素に比べて取換回数が少ない。

などの点から考慮する余地はあるとされている。

12 個の燃料要素はつぎのとおりである。

1. Safety rod 2 本
2. Control rod 6 本
3. Shut off rod 4 本 である。

Shut down 中にも誤操作や loading の事故による万一の危険性を考えて常時 1% の反応度をもたせてある。

3) 一次冷却系

Na が性質や価格の上で適当であるが常温で固体のために NaK が採用された。はじめは NaK で出発してしだいに Na に切りかえていくというやり方も考えられている。

Dounreay Fast Reactor の coolant の流れは core, blanket とともに下向きの流れが採用されたがこれにはつぎの利点

1. Reactor vessel の top では control system mechanism と流れの入口と一致するので熱的条件がない。

2. 事故時に element を下方より取り出しやすい。および欠点

1. 流れと自然環流とが一致しない。
2. 原子炉容器頂上で圧力が大きいので roter shield の上に seal する必要がある。が考えられている。

高速炉開発の可能性はおもに液体金属系の開発、炉心内外の諸困難をさけるに当たっての designer の熟練に負うところが大きいと考えられている。

4.3 BP-5

ソ連での研究の方向はつぎの 2 つに大きく分けられた。

1) 高速炉を作るためのいろいろの工業的規模の原子力発電の設計研究

2) 物理的常数の測定と高速物理の研究

このため高速炉の設計研究 (500,000 kW の熱出力まで) が 1950, 1951 年中に Na, NaK, Pb-Bi, He などの冷却材についてそれぞれおこなわれたが、熔融金属の可能性が一番強いことがわかった。高速炉の理論計算方法の検討もはじめられ拡散近似、多群近似法、摂動理論、および動特性などが研究された。これらの高速炉についての基礎データをうるために高速実験炉 BP-1 (数 W), BP-2 (~100 kW) が建設されて 1955 年, 1956 年にそれぞれ運転に入った。BP-1, BP-2 でおこなわれた実験についてはジュネーブ論文[2038]に詳しく「高速中性子臨界実験」に解説されているが、主要項目をあげるとおおよそつぎのようである。

1) 分裂による捕獲および分裂あたりの二次中性子数

2) 捕獲断面積

3) 放射能および化学分析による同位元素の測定

4) 平衡スペクトルの研究

5) 増殖比の測定

増殖比は BP-1, BP-2 でそれぞれ $BR=2.5 \pm 0.2$, $BR=2.1 \pm 0.3$ であることが示されたが実際には構造材料および直接的な中性子捕獲や σ_{in} , σ_{el} によるスペクトルの軟化のためにもっと B.R. は下るはずである。

さらに BP-3 が高速熱中性子結合型増殖炉として作動している。また BH-50, BH-250 建設計画が立てられているがこれらはつぎの組成をもっと報告されている。

	組 成	Mc	BR
BH-50	$^{239}\text{Pu} + ^{238}\text{U}$	200kg	1.9
"	$^{239}\text{Pu} + \text{Ba}$	230	1.8
BH-250	$^{239}\text{Pu} + ^{238}\text{U}$	580	1.9
"	$^{239}\text{Pu} + \text{Ba}$	530	1.6

BP-5 は BP-2 より BH-50 に一足飛びにいけないという理由から中規模の BP-5 が建設されたものでつぎの目的をもっている。

1. BH-50 の燃料と遮蔽のテスト

2. 発電炉のための装置一般の体験と液体金属とり扱いの技術をうるため

3. 速中性子下の核的および材料テストの研究

4. PuO_2 燃料の可能性

また、BP-5 は別の目的として物理実験、工学試験ができるように考えられている。すなわち炉心と外套

部の要素はとりのぞいて別の実験用要素と取換えられる点, ループ・テスト用の装置, 4本の channel をもっている点である。

BP-5 の制御系は BP-1 と BP-2 と同じ方法で Ni-遮蔽の内部の層を動かして反応度を変えると同時に D.U., Cu からなるつぎの control system によっても

おこなわれる。

- 1) 50 mm 厚さの円筒状反射体層 (187.4kg) ...ku
- 2) 100 mm の shield compensator ($\sim 705\text{kg}$)...9k
- 3) automatic regulator (断面 $140 \times 30\text{mm}$)...A ρ

Reactivity	ku	9k	A ρ
[K $\times 1000$]	63	28	0.9]

文 献

第 2 回ジュネーブ会議報文

[637] W. B. LOEWENSTEIN, D. OKRENT: The physics of fast power reactors-A status report.

[1462] R. T. ACKROYD, G. H. KINCHIN, J. E. MANN,

J. D. McCULLEN: Stability considerations in the design of fast reactors.