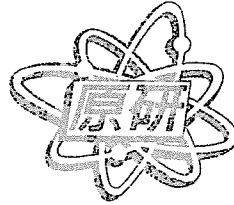


JAERI-Conf  
2000-011



JP0150028



第2回「極限条件におけるハドロン科学」  
研究会報告集

2000年1月24日～1月26日、東海研究所、東海村

2000年8月

(編) 千葉 敏

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

JAERI-2000

1195

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。  
入手の問い合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越し下さい。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布を行っております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 〒319-1195, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 2000

編集兼発行 日本原子力研究所

第2回「極限条件におけるハドロン科学」研究会  
報告集

2000年1月24日～1月26日、東海研究所、東海村

日本原子力研究所先端基礎研究センター

(編) 千葉 敏

(2000年7月3日受理)

第2回「極限条件におけるハドロン科学」研究会は、先端基礎研究センター第179回基礎科学セミナーとして極限ハドロン科学研究グループの主催で、2000年1月24日～26日にかけて、東海研究所先端基礎研究交流棟にて行われた。核子、ハドロン及びクォークから成る多体系の極限条件における様々な様相を理解する上で重要な核物質、高エネルギー核反応、中性子星、量子色力学及び超新星爆発・元素合成等のトピックスについての27件の発表が行われた。参加総数は約50名で、盛況のうちに全日程を終えた。本レポートはその報告集である。

---

本研究会の世話人は、日本原子力研究所先端基礎研究センター 千葉 敏、丸山 敏毅、竹本 宏輝  
筑波大学・原研物質科学研究部 近角 真平、京都大学 堀内 昶、初田 哲男(現東京大学)、  
北海道大学 大西 明、福岡教育大学 松崎 昌之、愛知淑徳大学 親松 和浩が担当した。

日本原子力研究所(東海駐在):〒319-1195 茨城県那珂郡東海村白方白根2-4

Proceedings of the Second Symposium on Science of Hadrons under  
Extreme Conditions

January 24 - 26, 2000, JAERI, Tokai, Japan

(Ed.) Satoshi CHIBA

Advanced Science Research Center

(Tokai Site)

Japan Atomic Energy Research Institute

Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received July 3, 2000)

The second symposium on Science of Hadrons under Extreme Conditions, organized by the Research Group for Hadron Science, Advanced Science Research Center, was held at Tokai Research Establishment of JAERI on January 24 to 26, 2000. The symposium was devoted for discussions and presentations of research results in wide variety of fields such as nuclear matter, high-energy nuclear reactions, quantum chromodynamics, supernovae and nucleosynthesis to understand various aspects of hadrons under extreme conditions. Twenty seven papers on these topics presented at the symposium aroused lively discussions among approximately 50 participants.

**Keywords:** Proceedings, Hadrons under Extreme Conditions, Neutron Stars, Nuclear Matter, Supernovae, Nucleosynthesis, High-energy Nuclear Reactions, Quantum Chromodynamics

---

Organizers : S. Chiba, T. Maruyama, H. Takemoto (Research Group for Hadron Science, Advanced Science Research Center, JAERI), S. Chikazumi (Tsukuba Univ./JAERI), H. Horiuchi (Kyoto University), T. Hatsuda (Kyoto University/Tokyo University), A. Ohnishi (Hokkaido University), M. Matsuzaki (Fukuoka University of Education), and K. Oyamatsu (Aichi-Shukutoku University)



## 目次

1. 第2回「極限条件におけるハドロン科学」研究会プログラム .....	1
2. イベント・ジェネレータ URASiMA による、高温・高密度ハドロンガスのバリオン拡散定数の計算 .....	3
佐々木 信雄 (廣大)	
3. 低密度状態におけるクラスター形成 .....	8
竹本 宏輝 (原研)	
4. QMDによる膨張する核物質 .....	13
近角 真平 (原研/筑波大)	
5. 重イオン衝突における状態方程式と中性子星 .....	19
Pradip K. Sahu (北大)	
6. 超流動ギャップ方程式に適用可能な相対論的核子間有効相互作用の構成 .....	26
谷川 知憲 (九大)	
7. 高密度系におけるストレンジ物質 .....	30
丸山 智幸 (日大)	
8. 相対論的な流体モデルに基づく collective flow への相転移の影響の解析 .....	39
野中 千穂 (廣大)	
9. 相対論的流体モデルに基づく SPS エネルギー領域の非中心衝突反応の解析 .....	44
平野 哲文 (早大)	
10. 12GeV 陽子入射反応におけるフラグメント生成 .....	48
平田 雄一 (北大/原研)	
11. RHIC におけるパートンカスケードモデルによる原子核衝突の記述 .....	55
奈良 寧 (理研/BNL センター)	
12. 原子核内における $S_{11}(1535)$ 共鳴状態の研究 .....	62
依田 哲彦 (阪大 RCNP)	
13. クォーク物質での強磁性とマグネター .....	79
巽 敏隆 (京大)	
14. 中性子星におけるメソン凝縮とハイペロンの共存可能性 .....	84
武藤 巧 (千葉工大)	
15. K 中間子凝縮の共存相と中性子星 .....	89
安平 正臣 (京大)	
16. ガンマ線バーストの起源としての Dirac 真空放電の可能性 .....	93
Guangjun Mao (原研)	
17. 原子核の磁化における殻効果 .....	99
Volodymyr N. Kondratyev (原研)	
18. カラー超伝導クォーク物質の相転移 .....	103
岩崎 正春 (高知大)	

19. 有限温度格子 QCD を用いたチャーモニウムの研究 .....	108
梅田 貴士 (広大)	
20. 格子 QCD におけるハドロンスペクトル関数 .....	112
浅川 正之 (名大)	
21. カラー分子動力学による高密度物質のシミュレーション .....	118
丸山 敏毅 (原研)	
22. 位相空間におけるクォーク多体系のダイナミクス .....	124
A. Bonasera (INFN/JAERI)	
23. クォーク・クーパー対の空間構造 .....	125
松崎 昌之 (福岡教育大)	
24. カラー超伝導における diquark ボソンの質量スペクトル .....	129
山口 圭治 (広大)	
25. 相対論的状態方程式テーブルを用いる超新星と r-過程シミュレーション .....	134
住吉 光介 (理研/沼津高専)	
26. 超新星爆発で生成される不安定核の半減期 .....	139
望月 優子 (理研)	
27. 超新星爆発元素合成における核物質の液相・気相相転移の役割 .....	142
大西 明 (北大)	
28. 原子カシステムと宇宙における核反応の比較 .....	144
大崎 敏郎 (東工大)	

## Contents

1. Program of the Second Symposium on Science of Hadrons under Extreme Conditions .....	1
2. A Calculation of Baryon Diffusion Constant in Hot and Dense Hadronic Matter Based on an Event Generator URASiMA .....	3
Nobuo Sasaki (Hiroshima Univ.)	
3. Cluster Formation in Low-density Condition .....	8
Hiroki Takemoto (JAERI)	
4. Expanding Nuclear Matter by QMD .....	13
Shinpei Chikazumi (JAERI/Tsukuba Univ.)	
5. Nuclear Equation of State in Heavy-ion Collisions and Application to The Neutron Stars .....	19
Pradip K. Sahu (Hokkaido Univ.)	
6. Phenomenological Construction of a Relativistic Effective Interaction for the Superfluid Gap Equation .....	26
Tomonori Tanigawa (Kyusyu Univ.)	
7. Strange Matter in Highly Dense System .....	30
Tomoyuki Maruyama (Nihon Univ.)	
8. Analysis of Collective Flow Based on a Relativistic Hydrodynamical Model with Phase Transition .....	39
Chiho Nonaka (Hiroshima Univ.)	
9. Hydrodynamic Description of Non-Central Collisions at SPS Energy .....	44
Tetsufumi Hirano (Waseda Univ.)	
10. Fragment Production in 12-GeV Proton-induced Reactions .....	48
Yuichi Hirata (Hokkaido Univ./JAERI)	
11. Parton Cascade Description of Nuclear Collisions at RHIC .....	55
Yasushi Nara (RIKEN/BNL Center)	
12. $S_{11}(1535)$ in Nuclei Studied in the $A(\gamma, \eta)$ Reaction .....	62
Tetsuhiko Yorita (RCNP, Osaka Univ.)	
13. Ferromagnetism in Quark Matter and Magnetars .....	79
Toshitaka Tatsumi (Kyoto Univ.)	
14. Possible Coexistence of Meson Condensation and Hyperons in Neutron Stars ....	84
Takumi Muto (Chiba Inst. Technol.)	
15. Mixed Phase of Kaon Condensation and Neutron Star .....	89
Masatomi Yasuhira (Kyoto Univ.)	
16. Vacuum Discharge as a Possible Source of Gamma-ray Bursts .....	93
Guangjun Mao (JAERI)	

17. <b>Shell Effects in Nuclear Magnetization</b> .....	99
Volodymyr N. Kondratyev (JAERI)	
18. <b>Phase Transition of Color-Superconducting Quark Matter</b> .....	103
Masaharu Iwasaki (Kochi Univ.)	
19. <b>Charmonium Physics in Finite Temperature Lattice QCD</b> .....	108
Takashi Umeda (Hiroshima Univ.)	
20. <b>Hadron Spectral Functions in Lattice QCD</b> .....	112
Masayuki Asakawa (Nagoya Univ.)	
21. <b>Color Molecular Dynamics for Dense Matter</b> .....	118
Toshiki Maruyama (JAERI)	
22. <b>Quark Dynamics on Phase-Space</b> .....	124
Aldo Bonasera (INFN/JAERI)	
23. <b>Spatial Structure of Quark Cooper Pairs</b> .....	125
Masayuki Matsuzaki (Fukuoka Univ. of Education)	
24. <b>The Mass Spectrum of Diquark Boson in the Color Superconductor</b> .....	129
Keiji Yamaguchi (Hiroshima Univ.)	
25. <b>Supernova and r-process Simulations with Relativistic EOS Table</b> .....	134
Kohsuke Sumiyoshi (RIKEN/Numazu)	
26. <b>Half-Lives of Unstable Nuclei Produced in Supernovae</b> .....	139
Yuko Mochizuki (RIKEN)	
27. <b>On a Possible Importance of Nuclear Liquid-Gas Phase Transition in Supernova Nucleosynthesis</b> .....	142
Akira Ohnishi (Hokkaido Univ.)	
28. <b>Comparison between Nuclear Reactions in Nuclear Power Systems and in the Cosmos</b> .....	144
Toshiro Ohsaki (Tokyo Inst. Technol.)	







## 2 A Calculation of Baryon Diffusion Constant in Hot and Dense Hadronic Matter Based on an Event Generator URASiMA

N. Sasaki, O. Miyamura, S. Muroya and C. Nonaka

*Department of Physics, Hiroshima University,*

*Higashi-Hiroshima 739-8526, Japan*

*\*Tokuyama Women's College, Tokuyama, 745-8511, Japan*

We evaluate thermodynamical quantities and transport coefficients of a dense and hot hadronic matter based on an event generator URASiMA (Ultra-Relativistic AA collision Simulator based on Multiple Scattering Algorithm). The statistical ensembles in equilibrium with fixed temperature and chemical potential are generated by imposing periodic boundary condition to the simulation of URASiMA, where energy density and baryon number density is conserved. Achievement of the thermal equilibrium and the chemical equilibrium are confirmed by the common value of slope parameter in the energy distributions and the saturation of the numbers of contained particles, respectively. By using the generated ensembles, we investigate the temperature dependence and the chemical potential dependence of the baryon diffusion constant of a dense and hot hadronic matter.

### I. INTRODUCTION

Physics of a high density and high temperature hadronic matter has been highly attracting in the context of both high energy nuclear collisions and cosmology as well as theoretical interest [1]. In the recent ultra-relativistic nuclear collisions, though the main purpose should be confirmation of Quark-Gluon Plasma(QGP) state, physics of hot and/or dense hadronic state dominates the system. Hence, thermodynamical properties and transport coefficients of a hadronic matter are essentially important for the phenomenological description of the space-time evolution of the produced exited region. In the cosmology, in addition to the global evolution of the early universe, baryon diffusion would play an important roll in the nucleosynthesis problem.

Because of the highly non-perturbative property of a hot and dense hadronic state, investigation on the thermodynamical properties and transport coefficients has been hardly investigated. Numerical simulation based on Lattice gauge theory is a very powerful tool for the analysis of finite temperature QCD. Recently, transport coefficient of hot gluonic matter has been investigated [2]. But even for the modern high-performance super-computer, lattice QCD evaluation of the transport coefficients of hadronic matter is very difficult, especially below  $T_c$ . Furthermore, at finite density, present numerical scheme of lattice QCD is almost useless since inclusion of chemical potential makes lattice action complex although there are several new approaches have been proposed [3] [4]. In this paper, we evaluate the transport coefficients by using statistical ensembles generated by Ultra-Relativistic A-A collision simulator based on Multiple Scattering Algorithm (URASiMA). Originally, URASiMA is an event generator for the nuclear collision experiments based on the Multi-Chain Model(MCM) of the hadrons [5].

Some of us(N. S and O. M) has already discussed thermodynamical properties of a hot-dense hadronic state based on a molecular dynamical simulations of URASiMA with periodic condition [6]. Recently, some groups have been performed similar calculation with use of the different type of event-generator UrQMD [7], where Hagedorn-type temperature saturation is reported. We improve URASiMA to recover detailed balance at temperature below two hundred MeV. As a result, Hagedorn-type behavior in the temperature disappears [8]. This is the first calculation of the transport coefficient of a hot and dense hadronic matter based on an event generator.

In section 2, we review URASiMA and explain how to make ensembles with finite density and finite temperature. Section 3 is devoted to the calculation for nucleon diffusion constant through the first-kind fluctuation dissipation theorem. Section 4 is concluding remarks.

### II. URASiMA FOR STATISTICAL ENSEMBLES

TABLE I. Baryons, mesons and their resonances included in the URASiMA.

nucleon	$N_{938}$	$N_{1440}$	$N_{1520}$	$N_{1535}$	$N_{1650}$	$N_{1675}$	$N_{1680}$	$N_{1720}$
$\Delta$	$\Delta_{1232}$	$\Delta_{1600}$	$\Delta_{1620}$	$\Delta_{1700}$	$\Delta_{1905}$	$\Delta_{1910}$	$\Delta_{1950}$	
meson	$\pi$	$\eta$	$\sigma_{800}$	$\rho_{770}$				

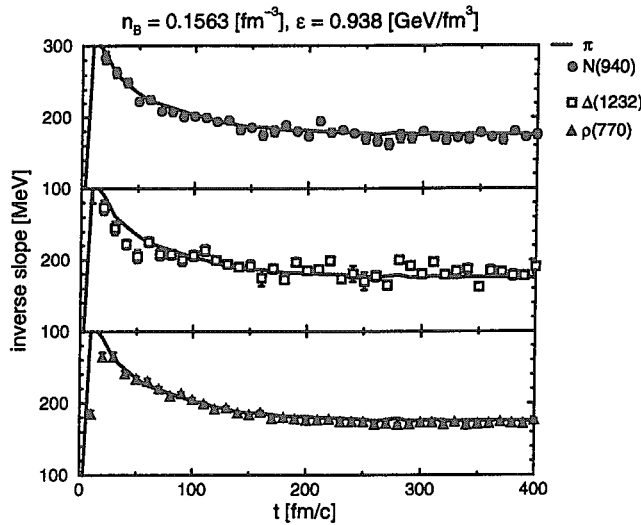


FIG. 1. The time evolution of the inverse slopes  $\beta^{-1}$  of  $N_{938}$ ,  $\Delta_{1232}$ ,  $\rho_{770}$  and  $\pi$  at  $n_B = 0.1563 \text{ fm}^{-3}$  and  $\epsilon_{tot} = 0.938 \text{ GeV/fm}^3$ .  $\beta^{-1}$  is obtained by the energy distributions,  $\frac{dN}{d^3p} = \frac{dN}{4\pi E p dE} = C \exp(-\beta E)$ . The dotted line stands for the  $\beta^{-1}$  of  $\pi$ .

ance between processes is essentially important. Lack of re-absorption process leads one-way conversion of energy into particle production rather than heat-up. As a result, artificial temperature saturation occurs.

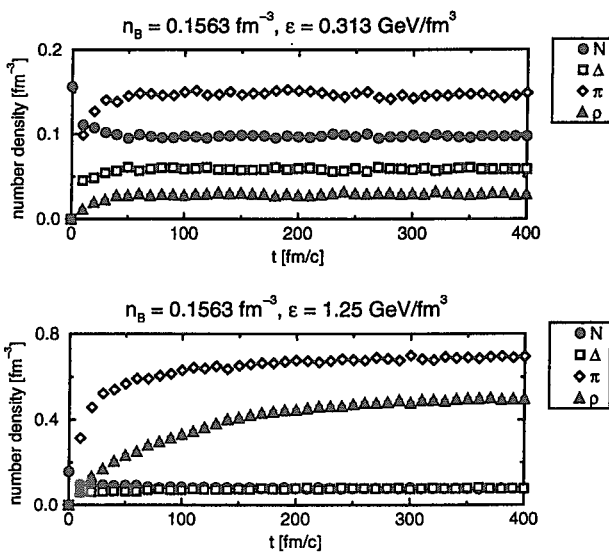


FIG. 2. The time evolution of number densities: (a)  $\epsilon_{tot} = 0.313 \text{ [GeV/fm}^3]$  and (b)  $\epsilon_{tot} = 1.25 \text{ [GeV/fm}^3]$ .

perature of the system is 100 MeV, occurrence of such process is suppressed by factor of  $\exp(-30)$  and thus time scale to detect violation of detailed balance is very much longer than hadronic scale.

URASiMA is a relativistic event generator based on hadronic multi-chain model, which aims at describing nuclear-nuclear collision by the superposition of hadronic collisions. Hadronic 2-body interactions are fundamental building blocks of interactions in the model, and all parameters are so designed to reproduce experimental data of hadron-hadron collisions. Originally, URASiMA contains 2-body process (2 incident particle and 2 out-going particles), decay process (1 incident particle and 2 out-going particles), resonance (2 incident particles and 1 out-going particle) and production process (2 incident particles and  $n (\geq 3)$  out going particles). The production process is very important for the description of the multiple production at high energies. On the other hand re-absorption processes ( $n (\geq 3)$  incident particles and 2 out-going particles) thought to be unimportant in the collisions since system quickly expands and they have not been included in the simulation. On the other hand, in the generation of statistical ensembles in equilibrium, detailed balance

Therefore, role of re-absorption processes is very important and we should take into account it. However exact inclusion of multi-particle re-absorption processes is very difficult. In order to treat them effectively, multi-particle productions and absorptions are treated as 2-body processes including resonances with succeeding decays and/or preceding formations of the resonances. Here two body decay and formation of resonances are assumed. For example,  $NN \rightarrow NN\pi$  is described as  $NN \rightarrow NR$  followed by decay of  $R \rightarrow N\pi$ , where  $R$  denotes resonance. The reverse process of it is easily taken into account. In this approach, all the known inelastic cross-sections for baryon-baryon interactions up to  $\sqrt{s} < 3\text{GeV}$ , are reproduced.

For the higher energy,  $\sqrt{s} > 3\text{GeV}$ , in order to give appropriate total cross section, we need to take direct production process into account. Only this point, detailed balance is broken in our simulation, nevertheless, if temperature is much smaller than 3 GeV, the influence is negligibly small. For example, if the tem-



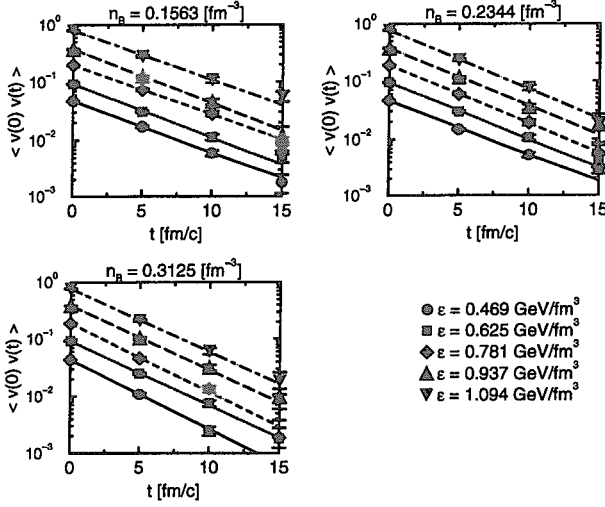


FIG. 3. Velocity correlation of the baryons as a function of time. Lines correspond to the fitted results by exponential function. Normalizations of the data are arbitrary.

ical potential).

By using the ensembles obtained through above mentioned manner, we can evaluate thermodynamical quantities and equation of states [8].

### III. DIFFUSION CONSTANT

According to the Kubo's Linear Response Theory, the correlation of the currents stands for admittance of the system (first fluctuation dissipation theorem) and equivalently, random-force correlation gives impedance (Second fluctuation dissipation theorem) [9]. As the simplest example, we here focus our discussion to the diffusion constant. First fluctuation dissipation theorem tells us that diffusion constant  $D$  is given by current (velocity) correlation,

$$D = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t+t') \rangle dt'. \quad (1)$$

Average  $\langle \dots \rangle$  is given by,

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{\text{number of ensembles}} \sum_{\text{ensemble}} \frac{1}{\text{number of particle}} \sum_{\text{particle}} \dots \quad (2)$$

If the correlation decrease exponentially, i.e.,

$$\langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t+t') \rangle \propto \exp\left(-\frac{t'}{\tau}\right), \quad (3)$$

with  $\tau$  being relaxation time, diffusion constant can be rewritten in the simple form,

$$D = \frac{1}{3} \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t) \rangle \tau. \quad (4)$$

Usually, diffusion equation is given as,

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, \mathbf{x}) = D \nabla^2 f(t, \mathbf{x}), \quad (5)$$

and diffusion constant  $D$  has dimension of  $[L^2/T]$ . Because of relativistic nature of our system, we should use  $\beta = \frac{v}{c} = \frac{p}{E}$  instead of  $v$  in eq.(1) and  $D$  is obtained by,

In order to obtain equilibrium state, we put the system in a box and impose periodic condition to URASiMA as the space-like boundary condition. Initial distributions of particles are given by uniform random distribution of baryons in a phase space. Total energy and baryon number in the box are fixed at initial time and conserved through-out simulation. Though initial particles are only baryons, many mesons are produced through interactions. After thermalization time-period about 100 fm/c, system seems to be stationary. In order to confirm the achievement of equilibrium, we calculate energy distributions and particle numbers. Slope parameters of energy distribution of all particles become the same value in the accuracy of statistics (Fig. 1). Thus, we may call this value as the temperature of the system. The fact that numbers of species saturate indicates the achievement of chemical equilibrium (Fig. 2). Running URASiMA many times with the same total energy and total baryons in the box and taking the stationary configuration later than  $t = 150$  fm/c, we obtain statistical ensemble with fixed temperature and fixed baryon number (chem-

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{3} \int_0^\infty \langle \beta(t) \cdot \beta(t+t') \rangle dt' c^2. \\
 &= \frac{1}{3} \langle \beta(t) \cdot \beta(t) \rangle c^2 \tau. \\
 &= \frac{1}{3} \left\langle \left( \frac{\mathbf{p}(t)}{E(t)} \right) \cdot \left( \frac{\mathbf{p}(t)}{E(t)} \right) \right\rangle c^2 \tau
 \end{aligned} \tag{6}$$

with  $c$  being the velocity of light. Figure 3 shows correlation function of the velocity of baryons. The figure indicates that exponential damping is very good approximation. Figure 4 displays the our results of baryon diffusion constant in a hot and dense hadronic matter. Our results show clearer dependence on the baryon number density while dependence on energy density is mild. This result means importance of baryon-baryon collision process for the random walk of the baryons and thus non-linear diffusion process of baryons occurs. In this sense, we can state that baryon number density in our system is still high. In the inhomogeneous big-bang nucleosynthesis scenario, baryon-diffusion plays an important roll. The leading part of the scenario is played by the difference between proton diffusion and neutron diffusion [10]. In our simulation, strong interaction dominates the system and we assume charge independence in the strong interaction, hence, we can not discuss difference between proton and neutron. However obtained diffusion constant of baryon in our simulation can give some kind of restriction to the

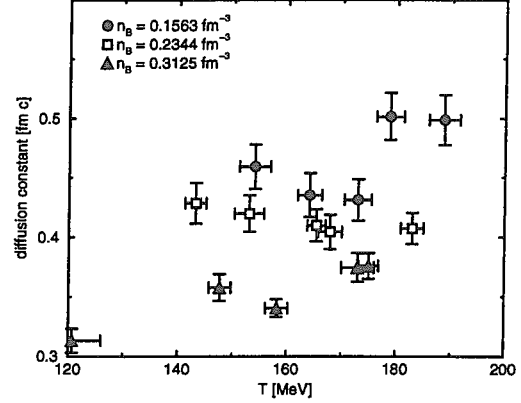


FIG. 4. Diffusion constant of baryons.

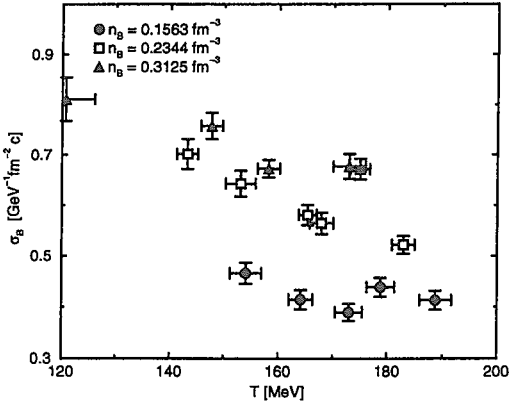


FIG. 5. Baryon charge conductivity.

diffusion constants of both proton and neutron.

From diffusion constant, we can calculate charge conductivity [11]. Figure 5 shows baryon number conductivity  $\sigma_B = \frac{n_B}{k_B T} D$ , where  $n_B$  is baryon number density,  $T$  is temperature and  $k_B$  is Boltzmann constant (put as unity through out this paper), respectively.

Therefore, if we want, we can discuss Joule heat and entropy production in the *Baryonic circuit* based on the above baryon number conductivity.

Because fundamental system in URASiMA is high energy hadronic collisions, we use relativistic notations usually. However, diffusion equation (5) is not Lorentz covariant and is available only on the special system i.e. local rest frame of the thermal medium. For the full-relativistic description of the space-time evolution of a hot and dense matter, we need to establish relativistic Navier-Stokes equation [12]. Taking correlation of appropriate currents, we can easily evaluate viscosities and heat conductivity in the same manner [13].

#### IV. CONCLUDING REMARKS

Making use of statistical ensembles obtained by an event generator URASiMA, we evaluate diffusion constants of baryons in the hot and dense hadronic matter. Our results show strong dependence on baryon number density and weak dependence on temperature. The temperature in our simulation is limited only small range, i.e., from 100 MeV to 200 MeV, and this fact can be one of the reasons why the change of diffusion constant of temperature is not clear. Strong

baryon number density dependence indicates that, for the baryon diffusion process, baryon plays more important role than light mesons. In this sense our simulation corresponds to high density region and non-linear diffusion process occurs. Calculation of the diffusion constants is the simplest examples of first fluctuation dissipation theorem. In principle, taking correlation of appropriate currents, i.e. energy flow, baryon number current, stress-tensor, etc., we can evaluate any kinds of transport coefficients. However, in relativistic transport theory, there exist several delicate points, e.g., relativistic property makes difference of mass and energy meaningless and, as a result, meaning of the "flow" of the fluid and "heat flow" become ambiguous [12] [14]. The choice of the current depends on the macroscopic phenomenological equations which contain transport coefficients. Once we establish phenomenological equations for the high temperature and high density hadronic matter, we can evaluate the appropriate transport coefficients in the same manner. Detailed discussion will be reported in our forthcoming paper [13].

- [1] For example, see the proceedings of Quark Matter '97, Nucl. Phys., **A638**(1998)1c.
- [2] S. Sakai, A. Nakamura and T. Saito, Nucl. Phys., **A638** (1997)535c.
- [3] A. Nakamura, Acta Phys. Pol., **B16**(1985)635; P. Harsenfratz, F. Kersch and I. O. Stamatescu, Phys. Lett. **133B**(1983) 221.
- [4] I. M. Barbour for UKQCD Collaboration, Nucl. Phys. **A642**(1998)251; J. Engels, O. Kaczmarek, F. Karsch, E. Laermann, in the proceedings of 17th International Symposium on Lattice Field Theory (LATTICE 99), hep-lat/9908046.
- [5] S. Daté, K. Kumagai, O. Miyamura and X. Z. Zhang, JPSJ **64**(1995)766.
- [6] N. Sasaki and O. Miyamura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **129** (1997)39.
- [7] S. A. Bass et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **41**(1998)225; M. Belkacem et al., Phys. Rev. **C58**(1998)1727.
- [8] N. Sasaki, in preparation.
- [9] R. Kubo, Reports on Progress in Physics **29**Part I (1966)255.
- [10] I.S. Suh and G. J. Mathews, Phys. Rev. **D58**(1998)3002.
- [11] M. Toda, R. Kubo and N. Saito, *Statistical Physics I*, (Springer-Verlag, Berlin, 1992); R. Kubo, M. Toda and N. Hashitsume, *Statistical Physics II*, (Springer-Verlag, Berlin, 1991).
- [12] M. Namiki and C. Iso, Prog. Theor. Phys. **18**(1957)591; C. Iso, K. Mori and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. **22** (1959)403.
- [13] N. Sasaki, O. Miyamura, S. Muroya and C. Nonaka, in preparation.
- [14] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, Pergamon Press., Oxford(1989); S. Weinberg, Astrophys. J. **168**(1971)175.



### 3 低密度状態におけるクラスター形成

#### Cluster formation in low-density condition

竹本 宏輝、千葉 敏、堀内 昶<sup>†</sup>、栖川 宜夫<sup>†</sup>、東崎 昭弘<sup>‡</sup>

日本原子力研究所 先端基礎研究センター 極限ハドロン科学グループ

<sup>†</sup>京都大学 理学部 原子核理論

<sup>‡</sup>信州大学 繊維学部 精密素材工学科

We study cluster formation in low-density condition by using antisymmetrized molecular dynamics (AMD). We use the frictional cooling method constraining a root-mean-square radius to make low-density situation. We apply this method to  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ca}$  and  $^{48}\text{Ca}$ . We find that  $\alpha$  cluster is the basic unit in any low density situation for  $^{40}\text{Ca}$  which is saturated by spin and isospin, and that the magic number  $n = 8$  plays an important role in cluster formation in low density situation in common with these three nuclei, and that the  $^{14}\text{C}$  cluster appears in case of  $^{44}\text{Ca}$  and  $^{48}\text{Ca}$  due to the neutron-rich property, and so on.

#### § 1. 序論

原子核は核子からなる有限量子多体系であり、様々な興味深い様相を見せる。原子核の特徴的な二つの側面として、平均場に基づく殻模型的な様相とクラスター的な様相があげられる。原子核のクラスター様相としては、 $4n$ -核における  $\alpha$  クラスター構造が代表的な例である<sup>1)</sup>。また、近年、盛んに研究が行われている不安定核領域においても、中性子過剰な核においてクラスター構造が発現するなどの理論的研究も行われている<sup>2)-4)</sup>。これらの他に、低密度状態における密度の揺らぎによりクラスターが形成が考えられる。本報告では、反対称化分子動力学 (AMD) の枠組内で、平均二乗半径を拘束した摩擦冷却法により仮想的に低密度状態を作り出した。これを  $^{40}\text{Ca}$ 、 $^{44}\text{Ca}$ 、 $^{48}\text{Ca}$  に適用し、どのような構造変化が見られるか、また、その中性子数依存性を調べた。

#### § 2. 反対称化分子動力学 (AMD) の概略

反対称化分子動力学 (AMD) では、<sup>5)</sup>  $A$ -核子系の波動関数  $|\Phi\rangle$  は一つのスレーター行列式によって反対称化されている。

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det[\varphi_i(j)] \quad (1)$$

ここで、一粒子状態は

$$\varphi_i = \phi_{\mathbf{z}_i} \chi_{\alpha_i} \quad (\alpha_i = p \uparrow, p \downarrow, n \uparrow, n \downarrow) \quad (2)$$

$$\phi_{\mathbf{z}_i} = \left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{\frac{3}{4}} \exp\left[-\nu\left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_i}{\sqrt{\nu}}\right)^2 + \frac{1}{2}\mathbf{Z}_i^2\right] \quad (3)$$

で表される。このように  $A$ -体系の波動関数はガウス波束の中心  $\{Z\}$  により表現される。以下の拘束条件付き摩擦冷却方程式に従い系を時間発展させると、 $\mu < 0$  のとき  $dH/dt$  であるから、適当な配位  $\{Z\}$  から始めて、系を十分に時間発展させることにより、 $\mathcal{W}$  を拘束した元でのエネルギー最小状態を求める事が出来る。

$$i\hbar \frac{d}{dt} \mathbf{Z}_k = (\lambda + i\mu) \left( \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{Z}_k^*} + \eta \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mathbf{Z}_k^*} \right) \text{ and c.c.} \quad (4)$$

ここで、 $\eta$  は  $dW/dt = 0$  となる条件から決まる定数であり、本研究では、 $\mathcal{W}$  は平均二乗半径の期待値である。系のハミルトニアン $\mathcal{H}$ の期待値  $\mathcal{H}$  は

$$\mathcal{H}(Z, Z^*) = \frac{\langle \Phi(Z) | \hat{H} | \Phi(Z) \rangle}{\langle \Phi(Z) | \Phi(Z) \rangle} - \frac{3\hbar^2\nu}{2M} A + T_0(A - N_F). \quad (5)$$

である。右辺第二、第三項はクラスターが形成された際に余分に生じる重心運動の零点振動エネルギーの補正項であり、 $N_F$  は”クラスター数”である（詳しくは Ref. 5) を参照のこと。）。以下の計算ではガウス波束の幅を  $\nu = 0.16 \text{ fm}^{-2}$  とし、有効相互作用として Gogny 力を用いた。また、 $T_0$  は本来  $3\hbar^2\nu/2M$  であるが、広範な範囲での  $4n$ -核の束縛エネルギーを再現するように  $T_0 = 9.0 \text{ MeV}$  とした。

図 1 に摩擦冷却法により得られた  $4n$ -核および Ca アイソトープの基底状態の束縛エネルギーを実験値と比較したもの示した。 $4n$ -核については  $^{12}\text{C}$  が underbinding、 $^{16}\text{O}$  が overbinding であるものの、広範囲の質量数に渡って AMD の結果は実験値をよく再現している事がわかる。Ca アイソトープについては、中性子の増加に伴い、underbinding にある傾向があるが、これは、本研究では、ガウス波束の幅を全ガウス波束共通に  $\nu = 0.16 \text{ fm}^{-2}$  と一定値に保っていること、有効相互作用に LS 力が含まれていない事が原因だと考えられる。

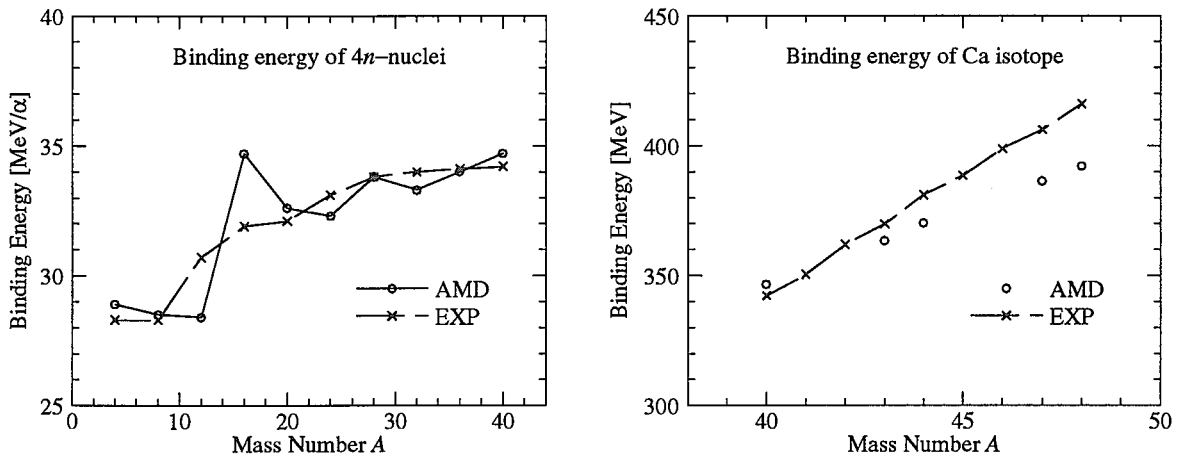


図 1. 摩擦冷却法により得られた  $4n$ -核の束縛エネルギー (左図) と Ca アイソトープの束縛エネルギー (右図) の実験値との比較。

### § 3. $^{40}\text{Ca}$ 、 $^{44}\text{Ca}$ 、 $^{48}\text{Ca}$ に対する結果

図 2 に  $^{40}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れる基底状態的な配位 (実線)、 $\alpha + ^{36}\text{Ar}$  的な配位 (一点鎖線)、 $2\alpha + ^{216}\text{O}$  的な配位 (破線) および  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  的な配位 (二点鎖線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係を示した。 $^{40}\text{Ca}$  の基底状態は体心立方的な配位を持ち、実験値と比べると、やや、overbinding であり、平均二乗半径は実験値より小さめに出ている。平均二乗半径が大きくなると、体心立方的な配位から三角形・五角形構造を持つようになる。平均二乗半径が  $3.55 \text{ fm}$  から  $2\alpha + ^{216}\text{O}$  的な配位が現れ始め、平均二乗半径が更に大きくなると、曲がった配位から直線的な配位へと移り変わっていく。これは、核力とクーロン

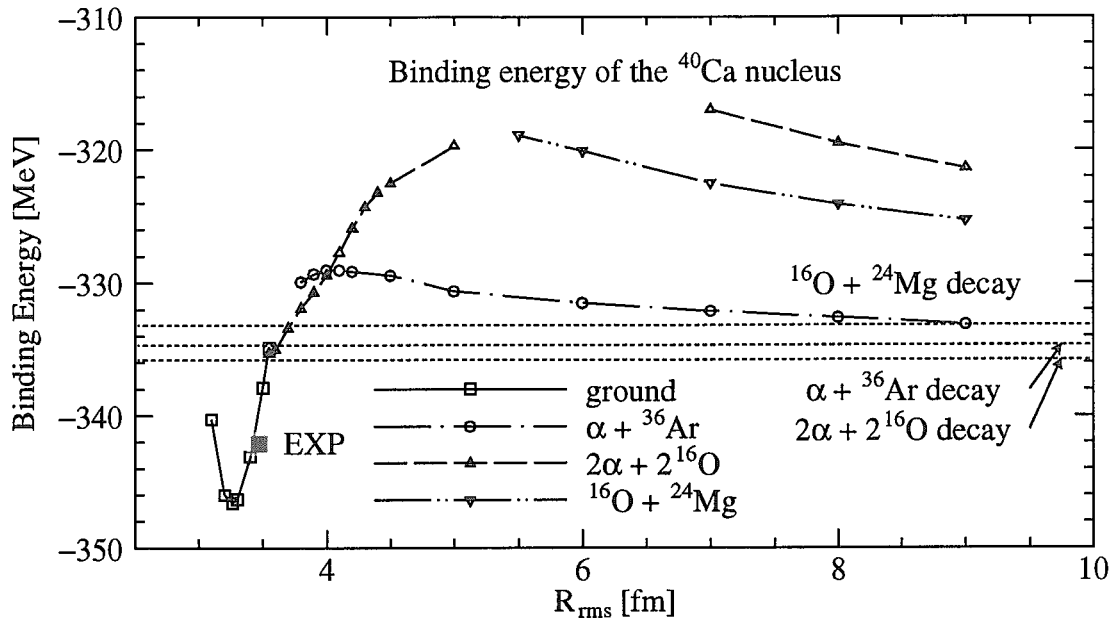


図 2.  $^{40}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れる基底状態的な配位 (実線)、 $\alpha + ^{36}\text{Ar}$  配位 (一点鎖線)、 $2\alpha + 2^{16}\text{O}$  的な配位 (破線) および  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  配位 (二点鎖線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係。

力の競合による構造変化であると考えられる。平均二乗半径が 5.0 fm より大きくなると、 $2\alpha + 2^{16}\text{O}$  的な配位は準安定に存在できなくなり、 $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  配位が現れるようになる。平均二乗半径が 7.0 fm より大きくなると、 $2\alpha + 2^{16}\text{O}$  的な配位が再び準安定な状態として存在する。スピン・アイソスピンが飽和した  $^{40}\text{Ca}$  におけるクラスター形成は、 $\alpha$  クラスターを単位としているおり、また、 $^{16}\text{O}$  の overbinding を反映して、 $^{16}\text{O}$  がクラスターの一つとして重要な働きをしている事がわかる。これは、 $n = 8$  の魔法数の現れともとれる。もう一つの重要な点は、クーロン力の果たす役割についてである。 $^{40}\text{Ca}$  の個々のクラスターに崩壊する際の閾値は、 $2\alpha + 2^{16}\text{O}$ 、 $\alpha + ^{36}\text{Ar}$ 、 $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  の順に高くなっているが、平均二乗半径が 9.0 fm の個々のクラスターが原子核として孤立して存在する領域では、 $\alpha + ^{36}\text{Ar}$ 、 $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ 、 $2\alpha + 2^{16}\text{O}$  の順に束縛エネルギーが小さくなり、逆転が起きている。これは、原子核が孤立して存在するような低密度領域では、クーロン力が原子核の配位を決める重要な要素になる事を示している。

次に、図 3 に  $^{44}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れる基底状態的な配位 (実線)、 $\alpha + ^{40}\text{Ar}$  的な配位 (一点鎖線)、 $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Mg}$  的な配位 (二点鎖線)、 $^{14}\text{C} + ^{30}\text{Si}$  的な配位 (点線) および  $^{16}\text{O} + ^{214}\text{C}$  的な配位 (破線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係、図 4 に  $^{48}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れるほぼ球対称な配位 (実線)、基底状態的 ( $^{16}\text{O} + ^{32}\text{Mg}$  的) な配位 (二点鎖線)、 $\alpha + ^{44}\text{Ar}$  的な配位 (一点鎖線)、 $^{14}\text{C} + ^{34}\text{Si}$  的な配位 (点線) および  $^{20}\text{O} + ^{214}\text{C}$  的な配位 (破線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係を示した。 $^{44}\text{Ca}$  の基底状態の配位は、ほぼ  $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Mg}$  的な配位と縮退しており、平均二乗半径の広がりに対して不安定となっている。更に中性子数が増加した  $^{48}\text{Ca}$  では球対称な配位は基底状態ではなく、 $^{16}\text{O} + ^{32}\text{Mg}$  的な配位が基底状態となっている。しかしながら、 $^{48}\text{Ca}$  は陽子数が 20 中性子数が 28 の二重魔法数の原子核であり、基底状態は球形である事が予想されるが、28 の魔法数は LS 力により下に降りてきた  $f_{7/2}$  による魔法数であり、LS 力の含まれていない本研究では、この点は再現できない。また、 $^{48}\text{Ca}$  の球対称な配位は再び平均二乗半径に対して安定化しており、これは、 $^{48}\text{Ca}$  は 28 個の中性子数を持っているので、14 個の中性子ペアが面心立方的な格子を組めるために現れた幾何学的な安定性だと考える事が出来る。特に、 $^{44}\text{Ca}$

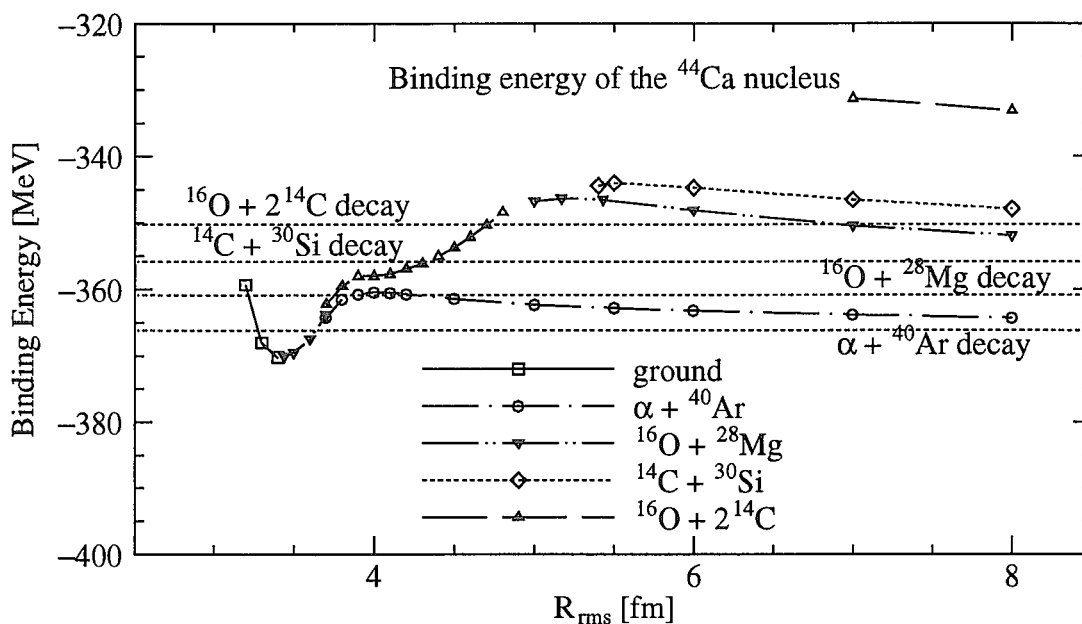


図 3.  $^{44}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れる基底状態的な配位 (実線)、 $\alpha + ^{40}\text{Ar}$  的な配位 (一点鎖線)、 $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$  的な配位 (二点鎖線)、 $^{14}\text{C} + ^{30}\text{Si}$  的な配位 (点線) および  $^{16}\text{O} + ^{24}\text{C}$  的な配位 (破線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係。

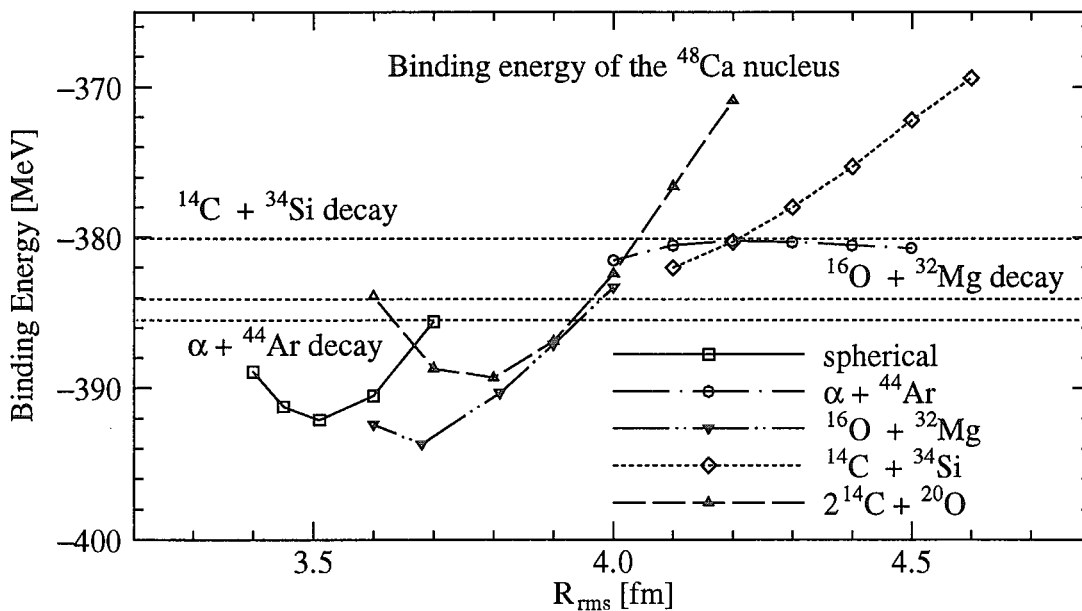


図 4.  $^{48}\text{Ca}$  における平均二乗半径を拘束した時に現れるほぼ球対称な配位 (実線)、基底状態的 ( $^{16}\text{O} + ^{32}\text{Mg}$  的) な配位 (二点鎖線)、 $\alpha + ^{44}\text{Ar}$  的な配位 (一点鎖線)、 $^{14}\text{C} + ^{34}\text{Si}$  的な配位 (点線) および  $^{20}\text{O} + ^{24}\text{C}$  的な配位 (破線) の束縛エネルギーと平均二乗半径の関係。

および  $^{48}\text{Ca}$  に現れるクラスター構造で特徴的な点は、新たに  $^{14}\text{C}$  クラスターが現れている点である。これは中性子に対しては  $n = 8$  の魔法数を保っているが、中性子過剰性により陽子の  $n = 8$  の魔法数が破れたためだと考えられる。

#### § 4. まとめと今後の展望

反対称化分子動力学 (AMD) を用いて、平均二乗半径を拘束した摩擦冷却法により、仮想的な低密度状態を作り出し、低密度条件化での密度揺らぎによるクラスター形成の研究を行った。 $^{40}\text{Ca}$ 、 $^{44}\text{Ca}$  および  $^{48}\text{Ca}$  に適用した結果、スピン・アイソスピンが飽和した原子核では  $\alpha$  クラスターを単位としたクラスター形成が見られ、 $^{40}\text{Ca}$ 、 $^{44}\text{Ca}$ 、 $^{48}\text{Ca}$  に共通して、 $n = 8$  の魔法数がクラスター形成にも現れる事を確かめた。これは、AMD が量子力学的な性格を持ち、殻効果やクラスターの自由度を表現できるためである。また、 $^{44}\text{Ca}$  や  $^{48}\text{Ca}$  では、中性子過剰性のために陽子の魔法数が破れ、 $^{14}\text{C}$  がクラスターの一つとして現れる事を確かめた。しかしながら、本研究で用いた有効相互作用は、LS 力が含まれておらず、28 の魔法数が表現できていない。特に  $^{44}\text{Ca}$ 、 $^{48}\text{Ca}$  核には大きな影響を与えられとされる。さらに、波動関数の点でも、ガウス波束の幅を  $\nu$  を一定に保っているため、十分な状態空間を覆っておらず、幅の自由度を取り入れる事により、基底状態および平均二乗半径に対する構造変化に大きな影響を与える事が期待される。

この手法は、簡便に原子核の励起状態を求めている事になるので、今後は、LS 力、幅の自由度取り入れ、原子核の励起状態の研究および集団運動の研究を行っていきたいと考えている。また、低密度状況化におけるクラスター形成という点では、強磁場中での魔法数の変化とクラスター形成に与える影響、無限系におけるクラスター形成の研究を行っていきたいと考えている。

#### 参考文献

- 1) K. Ikeda, H. Horiuchi, S. Saito, Y. Fujiwara, M. Kamimura, K. Kato, Y. Suzuki, E. Uegaki, H. Furutani, H. Kanada, T. Kaneko, S. Nagata, H. Nishioka, S. Okabe, T. Sakuda, M. Seya, Y. Abe, Y. Kondo, T. Matsuse, and A. Tohsaki-Suzuki, Prog. Theor. Phys. Suppl. **68** (1980).
- 2) M. Seya, M. Kohno, and S. Nagata, Prog. Theor. Phys. **65** (1981) 204.
- 3) Y. Kanada-En'yo and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C52** (1995) 647.
- 4) H. Takemoto, H. Horiuchi, and A. Ono, Prog. Theor. Phys. **101** (1999) 101.
- 5) A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama, and A. Ohnishi, Prog. Theor. Phys. **87** (1992) 1185.





## 4 QMDによる膨張する核物質 Expanding Nuclear Matter by QMD

近角真平 筑波大学物理学研究科物質科学研究科 (JAERI)  
丸山敏毅 先端基礎研究センター (JAERI)  
仁井田浩二 RIST  
千葉敏 先端基礎研究センター (JAERI)  
岩本昭 物質科学研究部 (JAERI)

### 概要

We study the properties of dynamically expanding nuclear matter. For this purpose, we apply quantum molecular dynamics (QMD) model to homogeneously expanding 3-dimensional system with periodic boundary condition. Simulation is performed for given initial temperatures and expanding velocities. The calculated fragment mass distribution for slow expansion obeys the power law predicted by Fisher's droplet model, while that for rapid expansion exhibits the exponential shape.

## 1 膨張する核物質とは何か

分子動力的に見た核物質とは核子が無限個集まった物質である。温度と密度を与えると核子は全系が安定になるように移動して特有の分布を作る。まず、飽和密度にある核物質を考える。高い温度  $T$  を持っているとする核子は激しく動き回ることになる。もし、表面があったらならば表面から飛び出して系全体の密度は下がりフラグメントができる。そうした系は重イオン反応の火の玉に対応しているが、我々が扱うのは無限系である。系の密度を下げるには全体を一様膨張させる必要があるが、これは全粒子にそれらの相対距離に比例した速度を与えることで実現される。その速度はパラメータ  $h$  (Hubble コンスタント) で記述される。飽和密度以下に膨張する核物質は途中で不安定になりフラグメントが生成される。そのフラグメント分布は初期温度  $T$  と膨張速度  $h$  に支配されるはずである。我々の目的はその関係を調べることである。

## 2 計算手順

温度  $T$ 、飽和密度  $\rho_0$  の核物質は周期的境界条件を用いた Metropolis 法で作ることができる。この段階で各粒子は  $T$  に応じた熱運動量を持っている。我々の枠組ではこのときの運動量は全系の膨張には関与できないことに注意が必要である。系を一様に膨張させるには各粒子に距離に比例した運動量を与えれば良い。位置  $\mathbf{R}_i$  にある粒子に与える運動量は以下のように表される。

$$\mathbf{P}_i^{\text{coll}} = h \frac{\mathbf{R}_i}{\rho_0^{1/3}} P_F \quad (1)$$

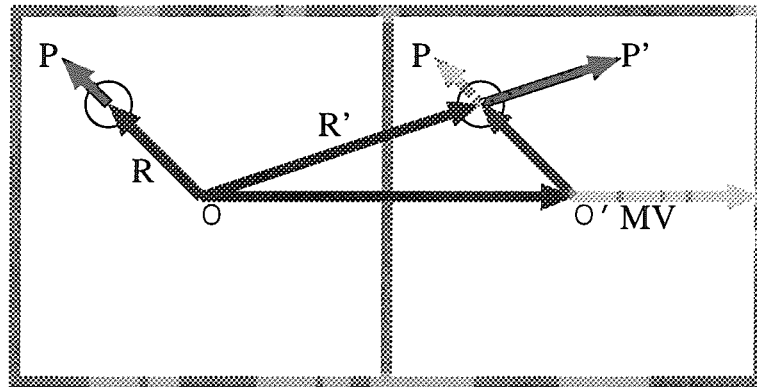


図 1: 左は基本セル、右はレプリカセルの 1 つを示している。レプリカセル内の鏡映粒子が持つ集団的運動量  $\mathbf{P}'$  はレプリカセルの運動と基本セル内粒子の運動量  $\mathbf{P}$  の和として表現できる。 $M\mathbf{V}$  はレプリカセル中心の速度に粒子質量を乗じたものである。

ここで  $\hbar$  が速度の大きさを決定するパラメータとして登場している。 $P_F$  は  $\rho_0$  における Fermi 運動量である。この定義の下では原点をどこにとるかにらず、全ての粒子同士の相対運動量がその相対距離に比例したものになる。この  $\mathbf{P}_i^{\text{coll}}$  は一様膨張がなりたつ限りにおいて  $\mathbf{R}_i$  と同じ扱いができる。このことは一様膨張に周期的境界条件を拡張して用いることを可能にする。膨張の過程はその拡張した周期的境界条件を課した QMD シミュレーションで計算される。平均密度が減少するにつれてマルチフラグメンテーションが起こるが、十分に低密度になるとその分布は一定になる。我々はそのような密度を  $\rho_0/20$  とした。 $\rho_0$  から  $\rho_0/20$  の膨張過程を 1 組の  $(\hbar, T)$  について 1000 回繰り返して、その終状態に得られたフラグメント分布を平均する。

### 3 拡張した周期的境界条件

周期的境界条件を無限膨張系に用いるためには、境界および基本セルの周囲を取り囲むレプリカセルを consistent に変化させる必要がある。これは一様膨張を仮定する限りにおいて可能である。一様膨張とはあらゆる 2 点について相対速度が相対距離に比例していることに他ならない。よって境界とレプリカセル内粒子についても同様の規則をあてはめてやればよい (図 1)。相対運動量が相対距離に比例しているのだから普通の周期的境界条件が粒子位置について無限系を模擬しているのと同じ程度に膨張無限系を模擬できるはずである。

気になるのは粒子が壁を越える場合 (図 2) だが、これも位置に対する通常の扱いを運動量にあてはめればよい。よって運動量は壁を越えて反対側から出てくるときに補正を受けることになる。これは非常に強い制約に思えるかもしれないが、位置がセルの大きさの分だけ移動するのと同じ程度の制約である。

実はこの膨張過程はエネルギーが保存していない。これはレプリカセルを一定速度で基本セルから引き離しているからである。しかし、境界付近がエネルギー収支の上で特別になるということはない。もしも系が完全一様であればエネルギー損失は全粒子について同じである。一般にはランダムな分布をしているが、この場合、その非一様性に基づくエネルギー収支が行われる。決して境界付近に空隙ができるようにはならない。

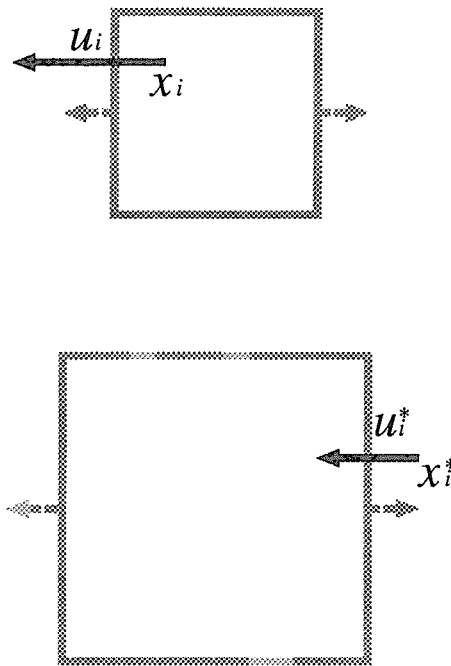


図 2: 基本セルの膨張中に粒子が境界を越える場合。最初  $x_i, u_i$  を持っていた粒子が境界を越えることによって  $x_i^*, u_i^*$  に変化している。 $x_i^* = x_i + L$  のとき  $u_i^* = u_i + \dot{L}$  が成り立つ。 $\dot{L}$  はセルの膨張速度である。

#### 4 圧力計算による系の安定性の検証

Virial 定理を用いることで系の圧力を計算できる。ここで言う圧力とは膨張時間発展における瞬間ごとの圧力であって時間平均したものではない。エルゴード仮設を必要とする Virial 定理の導出では時間平均しないといけないが、Virial 定理はエルゴード仮設を持ち出さずに導出することができる。瞬間的圧力とは運動量の流れであり、非平衡過程でも有効な定義である。しかし、膨張系では運動量をそのまま使うのは安定性を議論するのに適切ではない。我々の考える系は生成したフラグメントは依然、膨張速度を持っている。すなわち、それらの運動量はフラグメント生成の際に関与した運動量ではない。この余分な運動量成分は一樣膨張を仮定する上では粒子の位置から推測できる。圧力計算では以下のような熱的運動量  $\mathbf{P}_i^{\text{thermal}}$  を用いる。

$$\mathbf{P}_i^{\text{thermal}} \equiv \mathbf{P}_i - \mathbf{P}_i^{\text{coll}} \tag{2}$$

以上の定義による圧力と密度の関係を図 3 に示す。比較のために Metropolis 法で各密度で別々に計算した等温線も一緒に示した。膨張系の方は右から左へ時間発展している。ここでは膨張速度が一番遅いものを選んである ( $h=0.1$ ) が、上記の補正をするので結果はほとんど変わらない。つまりこの図は膨張速度に依存しない結果を示している。ただし、さらに遅い膨張速度を与えた場合は異なる結果が得られる可能性がある。

一般に負の値をもちかつ勾配が正の領域は準安定状態を意味していて、初期状態の一樣性を保っていると考えられる。膨張系の場合この領域が比較的低密度側まで広がっていることがわかる。圧力の極小値を与える密度から低密度側に向かって勾配が負になりフラグメント生成が始まる。ここで示す圧力はあくまで全系の平均であることに注意が必要である。全体としては準安定状態を保つ

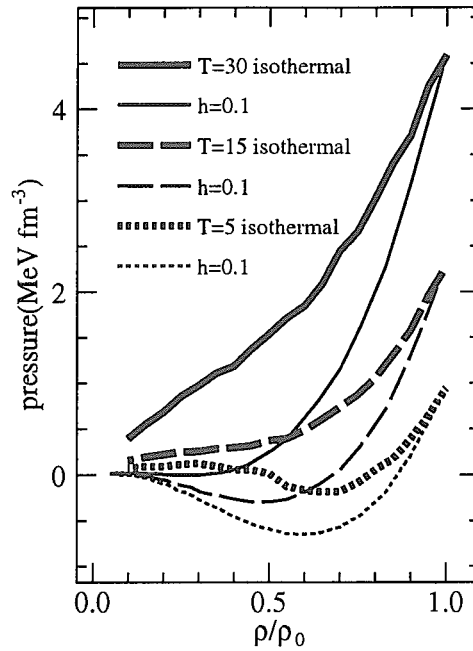


図 3: 一様膨張中の圧力変化。膨張速度パラメータ  $h = 0.1$  は共通。各等温曲線は膨張系の計算と初期状態で一致している。圧力極小を与える密度以下では全系は平均的に不安定状態にある。

ていても局所的にフラグメント生成が行われることがありうる。 $T = 30$  については圧力はずっと正であるが、それでもフラグメント生成は行われている。

## 5 フラグメント分布

フラグメント分布は系が臨界状態に達したかどうかを判断する一つの指標である。等温平衡状態では臨界領域でパワー則が得られることが知られている。我々はここで Fisher 指数  $\tau$  に注目する。Fisher 液滴モデルによればある臨界温度においてフラグメント質量分布が  $A^{-\tau}$  の依存性を示すことが予言されている。この臨界温度は等温圧力線を描くことで推定できる。このモデルでは大体 10MeV 前後が臨界温度である。よって 10MeV の低密度核物質を Metropolis で作った場合そのフラグメント分布はパワー則に従うはずで、実際そのようになっている (図 4 右)。明らかに臨界以下の温度で計算してみるとパワー則は得られない。(図 4 左)

膨張系の場合、与えられた温度と膨張速度に対してフラグメント分布がパワー則を示すかどうかに興味の対象である。膨張速度が極度に速い場合は初期の密度分布がそのまま拡大されたものが得られることになる。初期状態では飽和密度にあるので、その密度分布はつねに一様ランダム分布にある。すなわち終状態もランダム分布である。ランダム分布は指数型の分布をすることが知られ

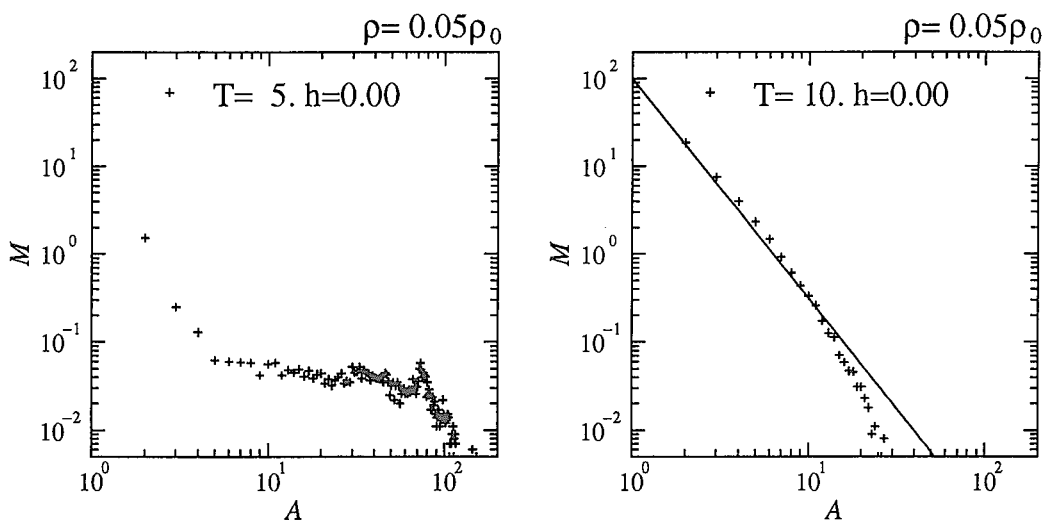


図 4: 等温平衡状態でのフラグメント分布。膨張系における終状態密度で熱平衡状態を作った。右図には Fisher 指数  $\tau = 2.5$  の直線が描かれている。

ており、この場合は片対数グラフで直線を描くことになる (図 5 右側)。膨張速度を遅くしていくと、だんだん相互作用の影響があらわれてくる。比較的速い膨張の部分では片対数グラフにおける直線の勾配の変化として表れる。この傾向は radial flow が強く表れる重イオン衝突から得られるフラグメント分布と非常に似ている。さらに膨張速度を遅くしていくとパワー則が表れる。この場合、両対数グラフで直線を描く (図 5 左側)。臨界指数  $\tau$  の値はほぼ 2.0 である。ここでパワー則が初期温度が非常に低い場合  $T = 5$  (MeV) でも表れていることは重要である (図 5 左下)。なぜならば metropolis で低温度の分布を作ると決してパワー則は得られないからである (図 reffig3 左参照)。Fisher 液滴モデルなどの熱平衡を仮定した理論では膨張系から表れたパワー則は説明できない。何らかの動力学的効果が分布を与えていることになる。この点については今後研究していく予定である。

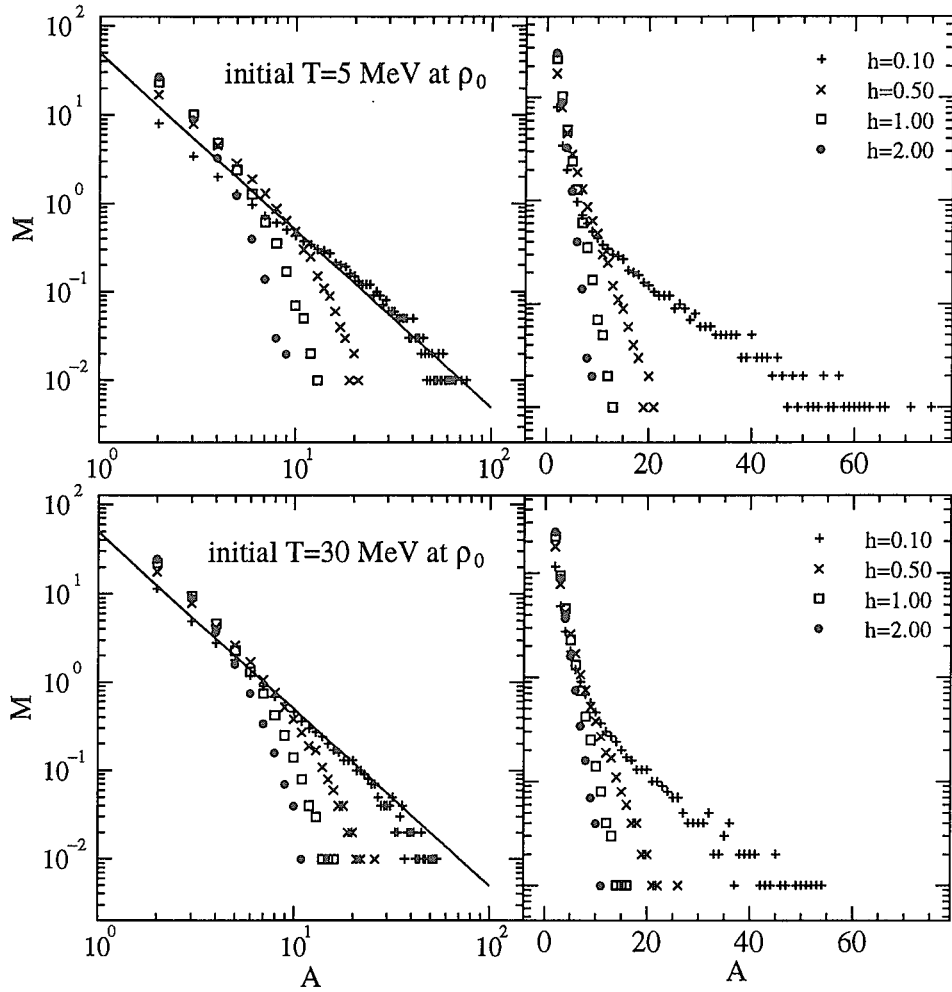


図 5: 初期温度と膨張速度に対するフラグメント分布の変化。上の2つは初期温度  $T = 5(\text{MeV})$ 、下の2つは初期温度  $T = 30(\text{MeV})$  の場合。それぞれ同じデータを左は両対数、右は片対数グラフで表している。両対数グラフでは Fisher 指数  $\tau = 2.0$  を持つ直線が描かれている。初期温度が明らかに臨界温度よりも低い  $T = 5(\text{MeV})$  の場合ですらパワー則が見られることに注意。



## 5 Nuclear equation of state in heavy-ion collisions and application to the neutron stars

P. K. Sahu\* and A. Ohnishi  
Division of Physics, Graduate School of Science  
Hokkaido University, Sapporo 060-0810  
JAPAN

### Abstract

From the baryon flow for  $Au + Au$  systems at SIS to AGS energies and above we find that the strength of the vector potential has to be reduced moderately at high density or at high relative momenta to describe the flow data at 1-10 A GeV. We use the same dynamical model to calculate the nuclear equation of state (EOS) and then employ this to calculate the maximum mass and radius of the neutron star considering the core to be composed of neutrons with an admixture of protons, electrons, muons, sigmas and lambdas at zero temperature. We then compare our results in contrast to the observational values.

### 1 Introduction

The nuclear equation of state (EOS) at high density is still an unresolved issue though many theoretical and experimental efforts have been made in the last two decades. Theoretically, in astrophysics, the density of the core inside the compact objects like neutron star is few times the nuclear matter density, composed of many non-strange and strange degrees of freedom. One of the most important characteristic feature of a neutron star is its maximum mass. The determination of maximum mass and radius of neutron star are prominent factor of the interactions between particles at high density and its EOS. There are two approaches available in the literature to deal with maximum masses of neutron stars. These are non-relativistic [1, 2] and relativistic [3, 4, 5, 6, 7] approaches. In both conventional approaches in the neutron star matter, the estimated maximum masses of neutron star are above  $2M_{\odot}$ . Recently from several calculations, it has been pointed out [8, 9, 10] that the nuclear EOS should be soft at high density. This is due to fact that all the measured neutron star masses are less than  $1.5M_{\odot}$  [11]. Various scenarios including the reduced strength of vector field, the presence of hyperons and possibility of kaon condensation, have been proposed to be soften the EOS.

Regarding the composition of neutron star matter, there are calculations [12], which include kaons as the strange particles along with neutrons and protons e.g., the possibility of kaon condensation. Also there are models [5, 6] in the neutron star matter where the composition of particles are sigmas and lambdas as strange particles besides neutrons, protons and electrons as non-strange particles. Both these proposed models in the neutron star matter lead to a soft EOS at high density. In this paper we consider the existence of hyperons in the neutron star matter with the recent compiled information of nuclear interaction from heavy-ion collisions.

Experimentally, the nuclear EOS is very important to understand the non-equilibrium complicated heavy-ion collisions data at very high energies. Very recently [13, 14], the heavy-ion collisions data such as the sideward and elliptic flow have been measured at AGS energies. The sideward flow data are mainly determined by the nature of the nuclear force in the nuclear EOS. Moreover, the nuclear EOS can be understood better from the elliptic flow than sideward flow, because the elliptical flow plays less uncertainties role in the opposing stream of matter moving past each other within the reaction plane in the heavy-ion collisions. Recent energy dependence flow data [13, 14] indicate that the nuclear EOS is rather soft at high density because the strength of the repulsive vector potential must be low to describe these data in the heavy-ion collisions.

In the present discussion, we use an extended version of relativistic mean field model [15] including the momenta dependent forces, which are taken into account phenomenologically in the relativistic transport model in heavy-ion collisions. We calculate the nuclear EOS by using the same dynamic

---

\*JSPS fellow .

momentum dependence constraints in the vector potential and then employ to the neutron star structure calculations. As far as the strange particles are concerned, we take minimum strange particles ( $\Sigma$  and  $\Lambda$ ) in the neutron star matter calculation at high densities.

The paper is organized as follows: In section 2 we briefly describe the relativistic nuclear EOS and its derivation from heavy- ion reactions. In section 3 we employ the same nuclear EOS to the neutron star structure with the systematic results. The conclusion and summary are presented in section 4.

## 2 Relativistic nuclear equation of state

The relativistic mean- field theory is very successful model in the relativistic transport model in heavy- ion collisions as well as in nuclear structure physics. Originally, Walecka [3] had proposed the relativistic mean- field model and later the modified version of the this has been used widely to calculate nuclear structure and nuclear matter properties. The extended version of the Walecka model, so called non- linear relativistic mean- field model [4, 6] has the interaction of Dirac nucleons with scalar and vector mesons as well as non- linear self- interaction of the scalar field. The extra non- linear self- interaction scalar field helps to get the empirical values of bulk properties of nuclear matter at saturation density, e.g., the nuclear incompressibility and the value of effective nucleon mass in the desirable range. The physics behind this phenomenological successful model is that the nucleon- nucleon interaction in the mean- field theory contains strong attractive Lorentz scalar and repulsive Lorentz vector components, which almost cancel for low momenta, but produce a strong spin- orbit force consistent with the observed single- particle spectra. In the original Walecka model [3], the vector potential increases linearly with density, whereas the scalar potential changes non- linearly. This is because the vector and scalar potentials have linear and non- linear function of density respectively. However, from the heavy- ion collisions data, we find that the vector potential also should have non- linear function of baryon density, i.e., the strength of the vector potential should be low at high density [15] compared to the original model [3]. Recently, this fact has been taken by adding the non- linear vector meson terms in the original Lagrangian density and applied to the nuclear matter, neutron star matter [10] and nuclear structure [16] calculations. In our calculation, we take the non- linear effect in the vector meson with density by employing the phenomenological momentum dependent cut- off to the vector potential term. We adopt this method keeping in mind to describe the heavy- ion reactions data at high energies, which generates the nuclear matter (few times the nuclear saturation density) like situation in the laboratory. We recall that the mean-field energy density for nuclear matter in the relativistic mean-field model can be written as [4]

$$\begin{aligned} \varepsilon(m^*, n_b) = & g_v V_0 n_b - \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 + \frac{m_s^2}{2g_s^2} (m - m^*)^2 + \frac{B}{3g_s^3} (m - m^*)^3 \\ & + \frac{C}{4g_s^4} (m - m^*)^4 + \gamma \int_0^{k_f} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sqrt{p^2 + m^*}, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $m^* = m - g_s S_0$  is the effective nucleon mass,  $n_b$  is the baryon density and the spin and isospin degeneracy is  $\gamma = 4$ .  $S_0$  and  $V_0$  are the scalar and vector fields with mass  $m_s$  and  $m_v$ , which couple to nucleons with coupling constants  $g_s$  and  $g_v$ , respectively.  $B$  and  $C$  are constant parameters describing the scalar field self-interactions and  $p$  is the nucleon momentum integrated up to the Fermi momentum  $k_f$ . In (1), the vector and scalar potentials depend on density, however, the vector potential increases linearly with density ( $n_B$ ).

In our present calculation, we have extended (1) to include a non-linear dependence of the vector potential on the baryon density by implementing the momentum ( $p$ ) dependent form factor at the vertices and can be written as [15]

$$V_0(p) = V_0 \frac{p^2 - \frac{1}{6} \Lambda_v^2}{p^2 + \Lambda_v^2}, \quad (2)$$

where the cut- off parameter  $\Lambda_v = 0.9$  GeV and  $V_0$  is vector potential. The parameters  $g_v$ ,  $g_s$ ,  $B$  and  $C$  in (1) are determined by fitting the saturation density, binding energy, effective nucleon mass and the compression modulus at nuclear matter density (cf. NL3 parameters set from Table I in Ref. [4]). The EOS versus baryon density are shown in Fig. 1 for extended momentum dependent model (NLE) as well as the original non- linear model (NL3). NLE has the momentum dependent form factor in the vector and scalar potentials. The other nuclear EOS has been discussed more details in the Ref. [6] by varying the nuclear incompressibility from low (soft) 250 MeV to high (stiff) 350 MeV values.



We do not elaborate on that issue here, because we would like to emphasize more on the momentum dependent force in the nuclear EOS along the line of heavy-ion reaction data. We see in Fig. 1 that NLE nuclear EOS is softer than NL3 at density  $\geq \rho_0$ . The incompressibility is close ( $\sim 340$  MeV) to NL3 value at saturation density. In a different way, the thermodynamic pressure in the extended model NLE is lower as compared to the NL3 model due to less repulsive force at AGS energy regime. We thus get reduced repulsive force because of the strong cut-off parameters eq. (2) in the vector potential. Also this cut-off makes the vector potential non-linear function of baryon density.

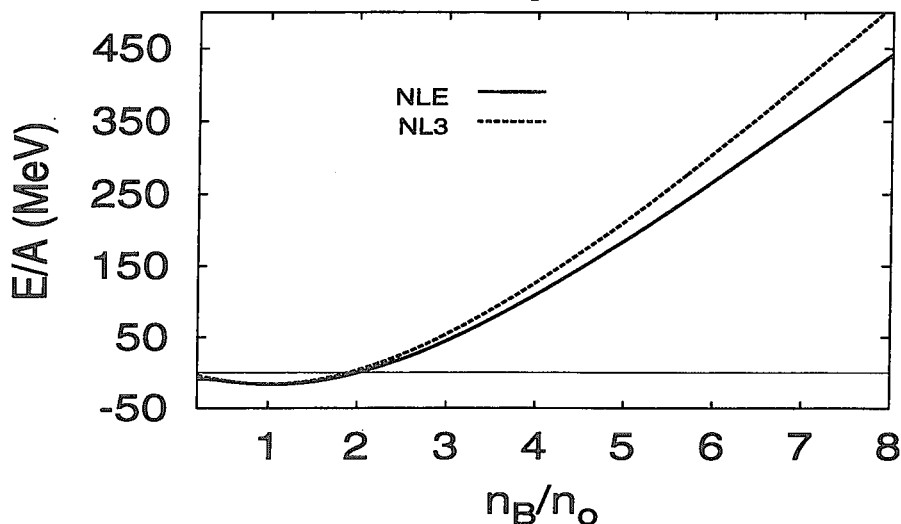


Fig.1 Energy per nucleon vs baryon density in units of  $n_0$ . The solid lines (NLE) are momentum dependent potentials and the dashed lines (NL3) are without momentum dependent potentials (see the text).

### 3 Neutron star matter and properties of neutron star

#### 3.1 Neutron star matter

The core of the neutron star plays a significant role to determine the gross structural properties like maximum mass and radius of the neutron star. The density of the core inside the neutron star is around few times the normal nuclear matter density and hence the nuclear interactions are important to construct the neutron star matter EOS around that density. Moreover, in such a high density, the strange particles are expected to be present along with usual neutron matters like neutrons, protons and electrons. So, in our neutron star matter calculation we assume that the core of the neutron star matter is composed of neutrons with an admixture of protons, electrons, muons and hyperons ( $\Lambda$  and  $\Sigma^-$ ) [6]. The concentrations of each particle can be determined by using the condition of equilibrium under the weak interactions (assuming that neutrinos are not degenerate) and the electric charge neutrality:

$$\begin{aligned}\mu_p &= \mu_n - \mu_e, & \mu_\Lambda &= \mu_n, \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_n + \mu_e, & \mu_\mu &= \mu_e; \\ n_p &= n_e + n_\mu + n_{\Sigma^-}.\end{aligned}\tag{3}$$

In addition, the total baryon density is  $n_B = n_n + n_p + n_\Lambda + n_{\Sigma^-}$  and the baryon chemical potential is  $\mu_B = \mu_n$ , where  $n_i$  and  $\mu_i$  stand for number density and chemical potential for  $i$ -th particle respectively.

Since the nuclear force is known to favor isospin symmetry and the symmetry energy arising solely from the Fermi energy is known to be inadequate to account for the empirical value of the symmetry energy ( $\sim 32$  MeV), we include the interaction due to isospin triplet  $\rho$ -meson in the relativistic non-linear mean field model for the purpose of describing the neutron-rich matter [7]. It is noted that the  $\rho$ -meson will contribute a term  $= \frac{g_\rho^2}{8m_\rho^2} (n_p - n_n)^2$  to the energy density and pressure. We fix the coupling constant  $g_\rho$  by requiring that the symmetric energy coefficient correspond to the empirical

value 32 MeV. Then the neutron star matter EOS is calculated from energy density  $\varepsilon$  and pressure  $P$  are given as follow [6]:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{1}{2}m_v^2V_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 + \frac{1}{2}m_s^2S_0^2 + \frac{B}{3}S_0^3 + \frac{C}{4}S_0^4 + \sum_i \varepsilon_{FG} + \sum_l \varepsilon_{FG} \\ P &= \frac{1}{2}m_v^2V_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_0^2 - \frac{1}{2}m_s^2S_0^2 - \frac{B}{3}S_0^3 - \frac{C}{4}S_0^4 + \sum_i P_{FG} + \sum_l P_{FG}\end{aligned}\quad (4)$$

where  $\rho_0$  is the third component in isospin space. In the above equations  $\varepsilon_{FG}$  and  $P_{FG}$  are the relativistic non-interacting energy density and pressure of the baryons ( $i$ ) and leptons ( $l$ ) respectively.

The three coupling constant parameters of hyperon-meson interaction are not well known. Therefore, we fix the ratio of hyperon-meson and nucleon-meson couplings for  $\sigma$ ,  $\omega$  and  $\rho$  mesons respectively (i) by choosing very close to the quark counting rule [6] e.g., the potentials seen by  $\Lambda$  and  $\Sigma$  in nuclear matter are  $\sim -30$  MeV [17] and (ii) assuming the attractive potential seen by  $\Lambda$  and repulsive potential seen by  $\Sigma$  to be  $\sim -30$  MeV [17] and  $\sim +10$  MeV [9, 18, 19] respectively, at nuclear matter density. The analysis of various experimental data on hypernuclei [17, 18, 19, 20] indicate that the strength of  $\Sigma$  potential may be either repulsive or attractive at nuclear matter density. This point will be cleared further after analysis of more hypernuclei data in near future and the general discussions are given in recent Ref. [21]. Due to this fact, we consider the two possibility of strength on  $\Sigma^-$  potential as discussed above.

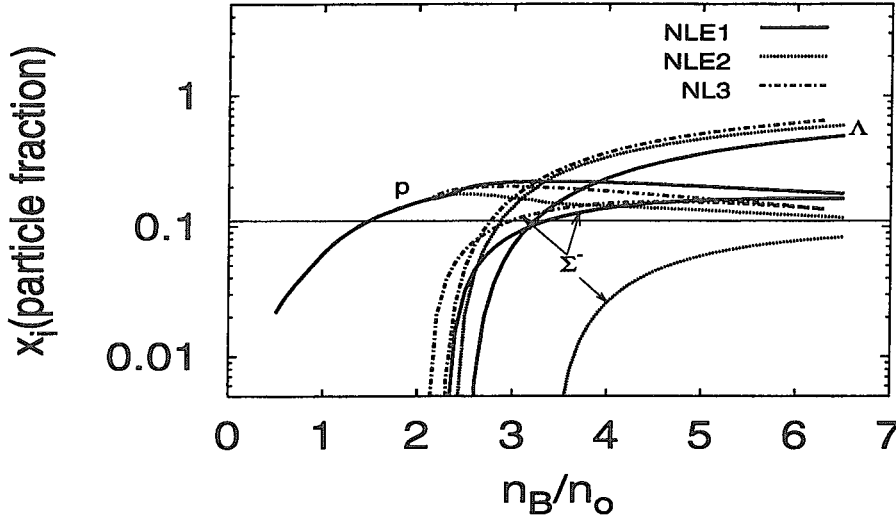


Fig.2 The concentration of each particle ( $x_i = n_i/n_B$ ) vs baryon density in units of  $n_0$ . The momentum dependent potentials have been incorporated in NLE1 (solid line) and NLE2 (dashed line). The dashed-dot lines (NL3) are without momentum dependent potentials. The potential are seen by  $\Lambda$  and  $\Sigma$  are same in NLE1, NL3 (dashed-dot line) and are different in NLE2 (see text).

Taking all these parameters into the equations (3), we show the concentration of particles ( $x_i = n_i/n_B$ ,  $i=p, \Sigma$  and  $\Lambda$ ) versus baryon density for NLE1, NLE2 and NL3 models in Fig. 2. We display  $p$ ,  $\Sigma$  and  $\Lambda$  particles in this figure due to practical importance in neutron stars, for example,  $p$  fraction plays role for cooling process of neutron stars and the order of appearance of strange particles with density may influence the EOS of the neutron star matter. In NLE1 and NL3 models, the potentials for  $\Lambda$  and  $\Sigma$  are taken to be equal to  $\sim -30$  MeV, where the potentials for  $\Lambda$  and  $\Sigma$  are chosen to be  $\sim -30$  MeV and  $\sim +10$  MeV respectively in NLE2 model. However, the momentum dependent cut-off to the vector potential are incorporated in NLE1 and NLE2 models. We notice in Fig. 2 that the concentration of particles like  $\Sigma^-$  and  $\Lambda$  start appearing after 2 times nuclear matter density for all models. In NLE1 and NL3 models, the order of appearance of strange particles (first  $\Sigma$  and then  $\Lambda$ ) are same due to equal strength of potential felt by strange particles. Where the situation is quite different in case of NLE2 model, here  $\Lambda$  appears first around  $> 2.4$  time nuclear matter density and  $\Sigma^-$  starts coming much later [9] around 3.5 times nuclear matter density. This is due to fact that  $\Sigma$  sees extra strength  $+40$  MeV potential than  $\Lambda$  potential, which is repulsive. In both NLE1 and NLE2 models, the strange particles start coming slightly later than NL3, due to reduction of vector potential by momentum dependent cut-off as given in equation (2). However, the change of proton concentration is not very significant with density for all models, except the slight decreasing tendency

at high density was shown by NLE2. At around 1.5 times nuclear matter density, the value of protons concentration crosses the threshold value 0.11 (horizontal line in Fig. 2), which shows that the direct URCA process is possible to lead for cooling of the neutron stars in all models [22].

### 3.2 Maximum mass and radius of neutron star

The gross structure of the neutron stars such as mass and radius are calculated from the equations that describe the hydrostatic equilibrium of degenerate stars without rotation in general relativity is called Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations [7]. From the dynamics and transport properties of pulsars, the additional structure parameters of neutron stars like the moment of inertia  $I$  and the surface red shift  $z$  are important and are given more elaborately in Ref. [7].

We solve the TOV equations by constructing the EOS for the entire density region starting from the higher density at the center to the surface density. The composite EOS for the entire neutron star density span was constructed by joining the NLE and NL3 neutron star matter EOS to that EOS of the density range (i)  $10^{14}$  to  $5 \times 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$  [23], (ii)  $5 \times 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$  to  $10^3 \text{ g cm}^{-3}$  [24] and (iii) less than  $10^3 \text{ g cm}^{-3}$  [25]. The composite neutron star matter EOS are plotted in Fig. 3 for NLE1, NLE2 and NL3 models, which are used to calculate the neutron star structures as discussed above. From this figure we find that the pressure is low at high density for NLE1, NLE2 EOS and hence the soft EOS compare to NL3 EOS. If we look at the Fig. 2, the order of appearance of  $\Lambda$  particles with density reflect in the same order of the nature of EOS. That is, NL3 is stiffer than NLE1 and NLE2 EOS, because the momentum dependent form factor has reduced the vector potential at high density. So, NLE2 is similar to NLE1 EOS, except a slight stiffer than NLE1 due to the strong repulsive potential present on  $\Sigma$  particles as can be seen in Fig. 3. We also notice in Fig.3 that the NLE2 EOS does not change significantly on the choice of repulsive  $\Sigma$  potential in contrast to NLE1 EOS.

The predicted maximum neutron star masses are very close to the observational values for NLE1 and NLE2 EOS. The results for the neutron star structure parameters such as the central density vs mass are plotted in Fig 4. From Fig. 4, we observe that the maximum masses of the stable neutron stars are  $2.18M_{\odot}$ ,  $1.75M_{\odot}$  and  $1.76M_{\odot}$  and corresponding radii are  $11.9\text{km}$ ,  $9.8\text{km}$  and  $10.1\text{km}$  for NL3, NLE1 and NLE2 EOS respectively. The corresponding central densities are  $2.0 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$ ,  $3.0 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  and  $2.5 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  for NL3, NLE1 and NLE2 respectively at the maximum neutron star masses. These maximum masses calculate in our models are in the range of recent observations [26, 27, 28, 29], where the observational consequence are discussed below. Very recently, it has been observed that the best determined neutron star masses [11] are found in binary pulsars and are all lie in the range  $1.35 \pm 0.04M_{\odot}$  except for the non-relativistic pulsars PSR J1012+5307 of mass  $M = (2.1 \pm 0.8)M_{\odot}$  [26]. There are several X-ray binary masses have been measured, the heaviest among them are Vela X-1 with  $M = (1.9 \pm 0.2)M_{\odot}$  [27] and Cygnus X-2 with  $M = (1.8 \pm 0.4)M_{\odot}$  [28]. From recent discovery of high-frequency brightness oscillations in low-mass X-ray binaries, the large masses of the neutron star in  $QPO4U1820 - 30 (M = 2.3)M_{\odot}$  [29] is confirmed and this provides a new method to determine the masses and radii of the neutron stars.

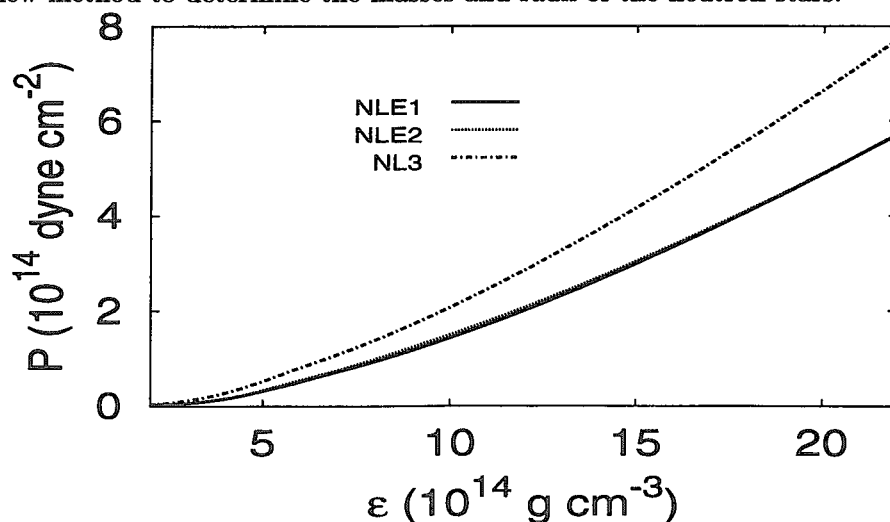


Fig.3 The neutron star matter pressure vs the energy density. The models are same as Fig. 2.

## 4 Summary

We have described the nuclear EOS in the frame work of relativistic mean field theory using a relativistic transport model in the heavy-ion collisions. From the heavy-ion collisions data, more specifically, the baryon flow for  $Au + Au$  systems at SIS to AGS energies and above we noticed that the strength of the vector potential has to be reduced substantially at high density and high relative momenta to describe the experimentally observed flow data at 1-10 A GeV. In a different way, the vector potential should be non-linear function of the baryon density. We took this effect by introducing the momentum dependent cut-off into the vector potential in contrast to the heavy-ion collision data. We use the same dynamic treatment in our relativistic mean field model to calculate the nuclear EOS. It is found that the derived nuclear EOS is moderately soft at density  $\geq \rho_0$  than the original considered nuclear EOS without momentum dependent potentials. This due to the reduction of repulsive nuclear interaction in the nuclear EOS at high density. We then employ the same nuclear EOS to the neutron star structure calculation.

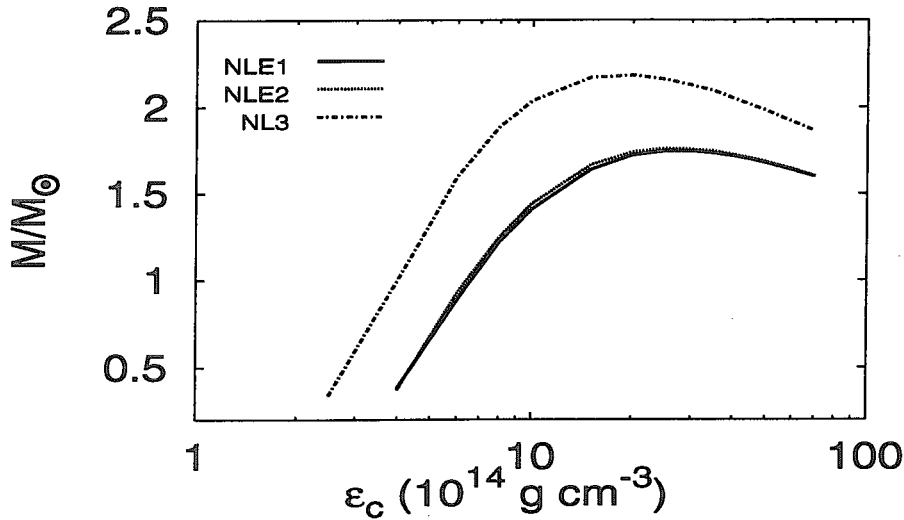


Fig.4 The neutron star mass vs radius. The models are same as Fig. 2.

In the neutron star matter, the core of the neutron stars are considered to be composed of neutrons along with an admixture of protons, electrons, muons and hyperons at zero temperature. The resulting maximum mass of stable neutron stars are  $2.18M_{\odot}$ ,  $1.75M_{\odot}$  and  $1.76M_{\odot}$  for the NL3, NLE1 and NLE2 models, respectively. We observed that the maximum mass of the neutron star for NLE1 and NLE2 are lower than that for NL3 due to a reduction of the vector field at higher densities. Also, we noticed that the potential felt by  $\Sigma^{-}$  particles is not so relevant to neutron star structure calculation. The corresponding neutron star radii are  $11.9\text{ km}$ ,  $9.8\text{ km}$  and  $10.1\text{ km}$  for NL3, NLE1 and NLE2, respectively, whereas the corresponding central densities are  $2.0 \times 10^{15}\text{ g cm}^{-3}$ ,  $3.0 \times 10^{15}\text{ g cm}^{-3}$  and  $2.5 \times 10^{15}\text{ g cm}^{-3}$  respectively for NL3, NLE1 and NLE2 at the maximum neutron star mass. We found that the maximum mass for NLE1 and NLE2 are in the observable region [26, 27, 28, 29],  $1.4M_{\odot} < M_{max} < 2.2M_{\odot}$  and the corresponding radius is in between  $8\text{--}12\text{ km}$ .

The authors like to thank W. Cassing and Y. Akaishi for fruitful discussions. PKS likes to acknowledge the support from the Japan Society for the Promotion of Science (ID No. P 98357), Japan. Also PKS likes to dedicate this work in memory of Prof. Bhaskar Datta.

## References

- [1] A. Akmal, V. R. Pandharipande and D. G. Ravenhall, *Phys. Rev.* **C58** (1998) 1804.
- [2] R. B. Wiringa, V. Fiks and A. Fabrocini, *Phys. Rev.* **C38** (1988) 1010.
- [3] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* **16** (1986) 1;
- [4] A. Lang, B. Blättel, W. Cassing, V. Koch, U. Mosel and K. Weber, *Z. Phys.* **A340** (1991) 207;

- [5] N. K. Glendenning, F. Weber and S. A. Moszkowski, *Phys. Rev.* **C45** (1992) 844.
- [6] S. K. Ghosh, S. C. Phatak and P. K. Sahu, *Z. Phys.* **A352** (1995) 457;
- [7] P. K. Sahu, R. Basu and B. Datta, *Astrophys. J.* **416** (1993) 267;
- [8] H. Heiselberg and M. Hjorth-Jensen *Astrophys. Jour.* **525** (1999) L45.
- [9] S. Balberg and A. Gal, *Nucl. Phys.* **A625** (1997) 435.
- [10] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, *Nucl. Phys.* **A637** (1998) 435.
- [11] S. E. Thorsett and D. Chakrabarty, *Astrophys. J.* **512** (1999) 288.
- [12] G. Brown, C. Lee, M. Rho and V. Thorsson, *Nucl. Phys.* **A572** (1994) 693; T. Waas, M. Rho and W. Weise, *Nucl. Phys.* **A617** (1997) 449.
- [13] H. Liu et al., E895 Collaboration, *Nucl. Phys. A* **638** (1998) 451c.
- [14] C. Pinkenburg et al., E895 Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1295.
- [15] P.K. Sahu, A. Hombach, W. Cassing, M. Effenberger and U. Mosel, *Nucl. Phys. A* **640** (1998) 493; P.K. Sahu, W. Cassing, U. Mosel and A. Ohnishi, nucl-th/9907002, *Nucl. Phys. A* (2000) in press.
- [16] Y. Sugahara and H. Toki, *Nucl. Phys.* **A579** (1994) 557.
- [17] R. E. Chrien and C. B. Dover *Ann. Rev. Part. Sci.* **39** (1989) 227.
- [18] Y. Yamamoto, S. Nishizaki and T. Takatsuka, in preparation.
- [19] J. Dabrowski, *Phys. Rev.* **C60** (1999), 025205-1.
- [20] T. Harada and Y. Akaishi, *Phys. Lett.* **B262** (1991), 205.
- [21] T.A. Rijken, V.G.J. Stoks, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev.* **C59** (1999), 21.
- [22] J. Boguta, *Phys. Lett. B* **106** (1981) 255; C. J. Pethick, *Rev. Mod. Phys.* **64** (1992) 1133.
- [23] J. W. Negle and D. Vautherin, *Nucl. Phys.* **A207** (1973) 298.
- [24] G. Baym, C. J. Pethick and P. G. Sutherland, *Astrophys. J.* **170** (1971) 299.
- [25] R. P. Feynmann, N. Metropolis and E. Teller, *Phys. Rev.* **75** (1949) 308.
- [26] J. van Paradijs, (1998), astro-ph/9802177; The many faces of neutron stars, ed. R. Buccheri, J. van Paradijs and M. A. Alpar, in press.
- [27] O. Barziv, in preparation; M. H. van Kerkwijk, J. van Paradijs and E. J. Zuiderwijk, *Astron. & Astrophys.* **303** (1995) 497 (have larger uncertainties).
- [28] J. A. Orosz and E. Kuulkers, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, (1999) in press.
- [29] M. C. Miller, F. K. Lamb and P. Psaltis, *Astrophys. J.*, **508** (1998) 791.



## 6 超流動ギャップ方程式に適用可能な 相対論的核子間有効相互作用の構成

谷川 知憲 (九大理)

松崎 昌之 (福岡教育大)

### Abstract

We construct phenomenologically a relativistic particle-particle channel interaction which suits the gap equation for nuclear matter. This is done by introducing a density-independent momentum-cutoff parameter to the relativistic mean field model so as to reproduce the pairing properties obtained by the Bonn-B potential and not to change the saturation property.

### 1 序

原子核構造を記述する枠組みとして相対論的ハドロン多体論が注目されるようになり、約30年がたとうとしている。今でいうWalecka模型で対称核物質の飽和性を再現するところから始まったこの有効理論は、様々な拡張と洗練ののちに、伝統的な非相対論的核子多体論に比肩する力をもつに至った。また、相対論的場の理論に立脚するという特色を活かし、QCDの重要な対称性を考慮した研究も行われており、大きな成果をあげている。

しかしながら、その両方で異なる結果を導く場面がないわけではない。核子系の超流動がその一つである。核物質の超流動性は原子核構造論の基礎をなし、中性子星の物理と密接に関連することから、古くより熱心に研究が行われてきた。最近では中性子-陽子間の対相関への関心も再興している。核物質の超流動性を相対論的枠組みで扱う研究は1991年にKucharekとRingによってなされた[1]。それ以前にも相対論的研究はあったが[2]、彼らは有限核で大きな成功を収めつつあった相対論的平均場(RMF)模型をこの現象に適用した。結果は最も簡単な $\sigma$ - $\omega$ 模型で、ギャップ値が非相対論的研究におけるコンセンサスである約3 MeVのおよそ3倍であった。RMF模型で対称核物質の飽和性を再現するように決められたパラメータセットから、粒子-粒子(p-p)チャンネルの相互作用に用いる一中間子交換(OBE)相互作用を導くこのアプローチでは、その他の中間子を含むセットによっても大同小異の結果に終わった。

その後、同じ研究グループのRummelとRingが粒子-空孔(p-h)チャンネルにRMF模型、p-pチャンネル相互作用として裸の核力であるBonn-Bポテンシャルを用いて計算し、約3 MeVの結果が得られることを示した[3]。この種の相互作用を採用した動機には、それ以前に非相対論的手法で同様の研究が行われていたことがある。その一方で、文献[1]において、「前述のように決められたパラメータから導出される相互作用の高運動量成分は物理的裏付けを持たない。それが過大ギャップの原因である」と指摘されていたことは看過できない。つまりこれは、核子散乱データを再現する相互作用を用いれば、過大ギャップは避けられるという主張であり、実際にそのような結果が得られたわけである。しかし、これから述べるように、高運動

量での振る舞いを改善する処方せんとして別のアプローチをここでは模索する。 $\mathcal{L}_{\text{RMF}}$  で p-h チャンネル、 $\mathcal{L}_{\text{Bonn}}$  で p-p チャンネルを記述するのではなく、単一の RMF Lagrangian に運動量カットオフ  $\Lambda$  を導入して、RMF 模型の成功と経済性を損なわずに両チャンネルを統一的に記述することを主目的とする。

## 2 ハドロン多体論による対相関の記述

相対論的枠組みで核物質の超流動性を扱う手法は p-h チャンネルと p-p チャンネルの型により次の 3 種類に分類できる。まず第 1 種として Kucharek と Ring の手法に代表される、核物質の飽和性を再現するよう p-h チャンネルを決め、それと同じパラメータから得られる OBE 相互作用を p-p チャンネルに用いるものがある [1]。Dirac sea を陽に扱うものもこれに含まれる [4]。第 2 種として Rummel と Ring による、RMF を p-h チャンネルに、p-p チャンネルには裸の、すなわち媒質効果を何ら考慮しない現実的核力を用いるものが挙げられる [3]。中間子の質量減少を現実的核力に考慮した研究もこれに属する [5]。第 3 種として、p-h チャンネルに相対論的  $G$  行列、p-p チャンネルには裸の現実的核力をとるものがある [6]。媒質偏極効果を p-p チャンネルで考慮しない範囲では、これが最も第一原理的な手法である。以上に照らせば、本研究は第 1 種に分類される。これらのアプローチは相補的であるとして、それぞれを適宜採用しながら対相関の研究を進めるのが、我々の立場である。

核物質の超流動性を扱う一連の研究において、我々は量子ハドロン力学 (QHD) [7] を用いている。よく知られているように、QHD はハドロン自由度で記述される有効場の理論である。この模型でのラグランジアン密度は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M)\psi + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)(\partial^{\mu}\sigma) - \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2 \\ & - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\omega}^2\omega_{\mu}\omega^{\mu} - g_{\sigma}\bar{\psi}\sigma\psi - g_{\omega}\bar{\psi}\gamma_{\mu}\omega^{\mu}\psi, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\omega_{\nu} - \partial_{\nu}\omega_{\mu}.$$

ここで  $\psi$  は核子場、 $\sigma, \omega$  はそれぞれ  $\sigma$  中間子場、 $\omega$  中間子場である。

この Lagrangian に対して、Hartree 近似及び Dirac sea を無視する No-sea 近似を施したのが RMF 模型である。これは核物質の飽和性だけでなく、球形核・変形核・回転核など原子核の様々な性質を記述できる、単純な近似ながら適用範囲の広い模型である。RMF 模型による有限核の計算においては、p-p チャンネルに非相対論起源の力、例えば Gogny force などを用いることがその実際である。現在では中性子過剰核にも適用されるなど、この手法は非常に大きな成功を収めている。しかしながら、p-p チャンネル相互作用を RMF 模型を元に導出・構成することは、RMF 模型で自己完結した形式によって原子核を記述できるか否かという命題に答えるための重要な一段階である。

さて、p-p チャンネル相互作用の構成において重要になるのは、前節後半で述べたように高運動量成分の様相である。核子系の超流動ではコヒーレンス長が粒子間距離と同程度になることが知られている。これは Fermi 運動量よりはるかに高い運動量状態まで対相関に関与することを意味する。従って、Fermi 運動量までの情報を提供する核物質の飽和性に加え、別の適当な情報源がなければ、p-p チャンネル相互作用の高運動量領域が正しい物理を反映したものであるかどうかは保障されない。

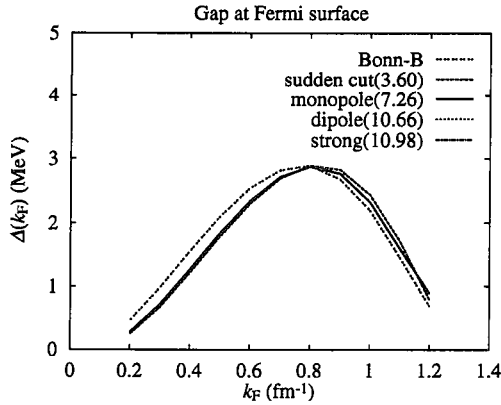


図1 Bonn-B ポテンシャルと各種カットオフで修正した相互作用を用いて計算された対ギャップ。括弧内の数値はカットオフの値。

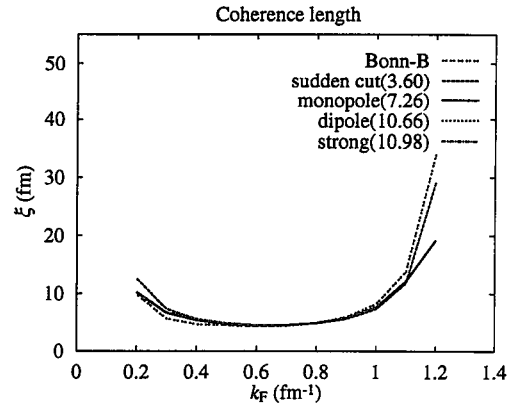


図2 Bonn-B ポテンシャルと各種カットオフで修正した相互作用を用いて計算されたコヒーレンス長。括弧内の数値はカットオフの値。

### 3 形状因子による現象論的相互作用の構成

前節の分類における第2種と第3種とはほぼ同じ結果を与える。そこで本研究では前者の結果をできる限り忠実に再現するべく、第1種の p-p チャネル相互作用の修正を行う。これにより、RMF 模型の経済性を最大限に活かすことができる。ただし、闇雲にパラメータを増やすのではなく、RMF 模型のパラメータセットにただ一つ追加する最小限の変更に留める。追加されるパラメータは既存の RMF パラメータがそうであるように、密度に依らないとする。

具体的に構成の指針を述べる。パラメータ導入は、相互作用のうち単一粒子状態を決める運動量移行  $q = 0$  の部分を変えることなく、 $q \neq 0$  の部分に手を加えるものとする。今回は、形状因子を用いずに運動量空間の積分上限を  $\Lambda$  で止める簡単な Sudden cutoff [8] と、 $\Lambda$  が運動量移行に適用される以下のような3つの型の形状因子を導入する計算を行った [9]。

$$\begin{aligned}
 \text{monopole: } f(q^2) &= \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2}, \\
 \text{dipole: } f(q^2) &= \left( \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \right)^2, \\
 \text{strong: } f(q^2) &= \frac{\Lambda^2 - q^2}{\Lambda^2 + q^2}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

このように導入される  $\Lambda$  の値は、第2種の計算から求まる対波動関数、

$$\phi(k) = \frac{1}{2} \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} \tag{3}$$

と、コヒーレンス長、

$$\xi = \left( \frac{\int_0^{\Lambda \text{ or } \infty} \left| \frac{d\phi}{dk} \right|^2 k^2 dk}{\int_0^{\Lambda \text{ or } \infty} |\phi|^2 k^2 dk} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

と関連するその微分  $d\phi(k)/dk$  を再現するように決定した。ここで、 $E_k$  は核子の単一粒子エネルギーである。

Bonn-B ポテンシャルとこれらのカットオフを導入した相互作用を用いて計算した結果を上を示す。図1は Fermi 面上の対ギャップ、図2はコヒーレンス長である。これからわかるよう



に、今回対象とした密度領域  $k_F = 0.2-1.2 \text{ fm}^{-1}$  で、Bonn-B ポテンシャルの結果をほぼ再現することができた。コヒーレンス長については、粒子間距離と同程度の値であり、核子系に妥当な結果を得た。有限核及び中性子星内殻の密度範囲内で得られたこの結果は、それらの研究への応用の可能性が十分であることを示している。密度の高低両端にあるずれば、相互作用を作る際の情報が有限密度のもの (RMF) か、自由空間のもの (Bonn) かという違いに由来すると考えられる。ただし、媒質偏極効果を考慮するなどの改良点はまだ残っている。

最低次での結果ではあるが、p-p チャネル相互作用を本節のように構成することで、一つの Lagrangian から物理的なギャップの得られる相互作用を導出できることが示された。RMF 模型の簡便さを失っていないことがこのアプローチの強みであり、現実的核力を用いるものとは一線を画することを強調しておく。

## 4 まとめ

本研究で我々は RMF 模型に基づき、それを尊重する形式で相対論的 p-p チャネル相互作用を構成した。原理的に高運動量が関与する物理である核物質の超流動をオリジナルの RMF Lagrangian で記述するのは不適當である。その部分を制御するため、密度に依らない運動量カットオフを形状因子を通じて導入した。その値は超流動に重要な物理量である対ギャップとコヒーレンス長とを再現するように決めた。数種の形状因子を試したところ、 $\Lambda$  の最良値はその形に依存し、monopole 型で  $7.26 \text{ fm}^{-1}$  であった。これは重イオン衝突の解析から示唆される値や Bonn ポテンシャルのカットオフ質量と定性的に近い値である。そして、どの型もほぼ同等の再現が可能なることを見いだした。なお割愛したが、strong 型は座標空間に変換した量に非物理的な振動が現れるので、形状因子は monopole か dipole 型が望ましい。

今回の成果を単一の Lagrangian から超流動核物質・有限核を記述する試みの出発点として、前者については偏極効果の検討、後者については局所密度近似による非一様核物質への拡張を行うことが次の課題である。

## 参考文献

- [1] H. Kucharek and P. Ring, *Z. Phys.* **A339**, 23 (1991).
- [2] D. Bailin and A. Love, *Phys. Rep.* **107**, 325 (1984).
- [3] A. Rummel and P. Ring, preprint (1996, unpublished);  
P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37**, 193 (1996).
- [4] F. B. Guimaraes *et al.*, *Phys. Rev.* **C54**, 2385 (1996);  
M. Matsuzaki, *Phys. Rev.* **C58**, 3407 (1998).
- [5] M. Matsuzaki and T. Tanigawa, *Phys. Lett.* **B445**, 254 (1999).
- [6] Ø. Elgarøy *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1428 (1996).
- [7] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* **16**, 1 (1986).
- [8] T. Tanigawa and M. Matsuzaki, *Prog. Theor. Phys.* **102**, 897 (1999).
- [9] M. Matsuzaki and T. Tanigawa, Submitted to *Nucl. Phys. A*,  
[LANL e-Print nucl-th/9911042].



## 7 Strange Matter in Highly Dense System

Tomoyuki Maruyama<sup>a</sup> and Toshitaka Tatsumi<sup>b</sup>

<sup>a</sup>College of Bioresource Science, Nihon University, Fujisawa 252-8510, Japan,

<sup>b</sup>Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-01, JAPAN

### Abstract

Properties of dense hadronic matter including strange particles are studied within the relativistic mean-field theory (RMFT). The possibility of kaon condensation is reexamined, and a simple condition is found for the parameters included in RMFT.

In relativistic heavy-ion collisions, it is expected that the hot and dense zone includes many species of hadrons, where a lot of strange particles should be produced. Recent studies have shown that kaon dispersion relation would be much changed in nuclear medium, which gives rise to kaon condensation in neutron star matter [1] on one hand and modification of kaon production in heavy-ion collisions [2], change of the dilepton production rate from RBUU [3] or the fire ball [4] on the other hand. For the former subject, the hyperon degrees of freedom has been extensively studied by way of the relativistic mean-field theory (RMFT) [5, 6]. In this paper we consider strange hadronic matter by extending RMFT to incorporate nucleon,  $\Lambda$  hyperon and  $K$  meson, which are essential degrees of freedom in strange hadronic matter. First preliminary report on this subject was given in Ref.[7]. Here we examine the relevance of the parameters included in RMFT in more detail and present a relation between them to give a condition for kaon condensation in high-density matter.

Some years ago a possibility of strange hadronic matter produced in relativistic heavy-ion collisions was indicated in RMFT, where abundance of lambda or other hyperons overwhelms that of nucleons [8]. They, however, considered only baryons. On the other hand kaons, the lightest strange mesons, may also carry strangeness and they are much modified in the medium. So it needs to take kaons into account properly as well as hyperons to explore strange hadronic matter.

Nelson and Kaplan [9] have suggested  $K^+K^-(K^0\bar{K}^0)$ -pair condensation in relativistic heavy-ion collisions. As increasing density the lowest energy of  $K^+(K^0)$  is reduced by the  $KN$  s-wave interaction (mainly by the  $KN$ -sigma term  $\Sigma_{KN}$ ), and eventually becomes equal to the strangeness chemical potential  $\mu_s(= \mu_K)$ , where the one for  $K^-(\bar{K}^0)$  reaches  $-\mu_K$  simultaneously and  $K^+K^-(K^0\bar{K}^0)$ -pair condensation occurs with totally zero energy. Their idea is very interesting, but they considered only nucleon matter and did not take into account any hyperon degrees of freedom. Moreover, their result seems unlikely in light of the subsequent studies about

kaon in medium; the  $K^+$  excitation energy receives a repulsive effect instead of an attractive one [1].

In relativistic heavy-ion collisions hyperons and kaons are produced in pairs; this possibility is more favorable than that of the kaon-antikaon pair production due to the different threshold energy. In previous papers [10, 11], furthermore, it has been shown that the relativistic effects moderate kaon condensation by the *self-suppression* mechanism in neutron-star matter. This self-suppression effects should also appear in symmetric nuclear matter; the effect caused by the  $KN$ -sigma term  $\Sigma_{KN}$  is weakened by the small nucleon effective mass.

Here we study strange hadronic matter at high-density but rather low temperature ( $T < m_\pi$ ) by dealing hyperon and kaon equally within RMFT. In particular we pay attention to the abundance of  $K^+(K^0)$  which is measured by the strangeness chemical potential  $\mu_s (= \mu_K)$ , and discuss the possibility of  $K^+(K^0)$  condensation. We, hereafter, restrict ourselves to hadron matter in thermal equilibrium, and treat it at *zero* temperature for simplicity because the nuclear properties such as the nucleon and meson effective masses are not largely changed below  $T \sim m_\pi$  [12], and thermal-pion effects hardly modify our conclusion with the present hadronic model. We shall give some comments on this matter at the end of this paper, where we also briefly discuss the observability of kaon condensation in the realistic situation of heavy-ion collisions.

First we briefly explain our basic formulation. The lagrangian density with nucleon, lambda and kaon is given as follows:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \bar{\psi}_N(i\not{\partial} - M_N)\psi_N + g_\sigma\bar{\psi}_N\psi_N\sigma + g_\omega\bar{\psi}_N\gamma_\mu\psi_N\omega^\mu \\
 & + \bar{\psi}_\Lambda(i\not{\partial} - M_\Lambda)\psi_\Lambda + g_\sigma^\Lambda\bar{\psi}_\Lambda\psi_\Lambda\sigma + g_\omega^\Lambda\bar{\psi}_\Lambda\gamma_\mu\psi_\Lambda\omega^\mu - \tilde{U}[\sigma] + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \\
 & + \{(\partial_\mu - \frac{3i}{8f^2}\bar{\psi}_N\gamma_\mu\psi_N)K^\dagger\}\{(\partial^\mu + \frac{3i}{8f^2}\bar{\psi}_N\gamma^\mu\psi_N)K\} \\
 & - m_K^2K^\dagger K + \frac{\Sigma_{KN}}{f^2}\bar{\psi}_N\psi_NK^\dagger K, \tag{1}
 \end{aligned}$$

where  $\psi_N$ ,  $\psi_\Lambda$  and  $K$  are the nucleon, lambda and kaon fields, respectively, and  $\tilde{U}[\sigma]$  is the self-energy potential of the scalar mean-field, whose expression is given in Ref. [11, 13]. In the above interaction the isospin-dependent terms are omitted because only the isospin saturation system is treated here. Furthermore we also omit the interaction between kaon and  $\Lambda$  because we intend to discuss the phase transition and treat only the strangeness-poor system.

In the above expression the interaction between nucleon and kaon is given by the  $KN$  sigma term  $\Sigma_{KN}$  and the Tomozawa-Weinberg (TW) type vector interaction. The latter interaction is introduced by the “minimal” coupling as in the usual chiral perturbation theory. It gives the different density-dependence from the standard one for the single-particle energy of kaons in matter (see arguments below Eq.(7)). Since we are mainly interested in effects of the baryonic mean-fields, however, this choice should not modify our conclusion at least qualitatively.

From the Euler-Lagrange equations the nucleon, lambda and kaon effective masses are given

as

$$\begin{aligned}
 M_N^* &= M_N - U_s(N), \\
 M_\Lambda^* &= M_\Lambda - U_s(\Lambda), \\
 m_K^* &= \sqrt{m_K^2 - \frac{\Sigma_{KN}}{f^2} \rho_s(N)},
 \end{aligned} \tag{2}$$

with the scalar potentials:

$$\begin{aligned}
 U_s(N) &= g_\sigma \langle \sigma \rangle + \frac{\Sigma_{KN}}{f^2 m_K^*} \rho_s(K), \\
 U_s(\Lambda) &= g_s^\Lambda \langle \sigma \rangle.
 \end{aligned} \tag{3}$$

The kaon scalar density  $\rho_s(K)$  is equal to the kaon number density  $\rho_K$  at zero temperature, and other scalar densities  $\rho_s(\alpha)$  ( $\alpha = N, \Lambda$ ) are defined by

$$\rho_s(\alpha) = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} f_\alpha(\mathbf{p}) \frac{M_\alpha^*}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + M_\alpha^{*2}}}, \tag{4}$$

with the spin-isospin degeneracy factor,  $\gamma = 4$  for nucleon and  $\gamma = 2$  for lambda, and the Fermi momentum-distribution  $f_\alpha(\mathbf{p})$ . The scalar mean-field  $\langle \sigma \rangle$  is given by

$$\frac{\partial}{\partial \langle \sigma \rangle} \tilde{U}[\langle \sigma \rangle] = g_\sigma \rho_s(N) + g_s^\Lambda \rho_s(\Lambda). \tag{5}$$

Then the baryon single-particle energy is written as  $\varepsilon_\alpha(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M_\alpha^{*2}} + U_0(\alpha)$ , where time components of the vector potentials  $U_0$  are given as

$$\begin{aligned}
 U_0(N) &= \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_N + \frac{g_\omega g_\omega^\Lambda}{m_\omega^2} \rho_\Lambda + \frac{9}{32 f^4 m_K^*} \rho_s(K) \rho_N, \\
 U_0(\Lambda) &= \frac{g_\omega g_\omega^\Lambda}{m_\omega^2} \rho_N + \frac{g_\omega^{\Lambda 2}}{m_\omega^2} \rho_\Lambda.
 \end{aligned} \tag{6}$$

with the nucleon density  $\rho_N$  and the lambda density  $\rho_\Lambda$ . Finally, the excitation energy of kaons ( $K^+, K^0$ )  $\omega_K(\mathbf{p})$  can be written as

$$\omega_K(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_K^{*2}} + U_0(K) \tag{7}$$

with the TW vector potential,  $U_0(K) = 3\rho_N/8f^2$

If the nucleon Fermi energy  $\varepsilon_F(N)$  becomes larger than  $M_\Lambda^* + U_0(\Lambda) + m_K^* + U_0(K)$ , the  $\Lambda$  and kaon appear in matter, namely  $K^+(K^0)$  condensation occurs. Since the situation strongly depends on the values of the  $\Lambda$  coupling constants  $g_\sigma^\Lambda$  and  $g_\omega^\Lambda$ , we first need to examine it in detail.

Naive  $SU(3)$  symmetry relation suggests that the values of  $\Lambda$  coupling constants are two-third of nucleon ones:  $g_\sigma^\Lambda = 2g_\sigma/3$  and  $g_\omega^\Lambda = 2g_\omega/3$ . However, the coupling constants in RMFT should be different from the bare ones because they represent the effective strength of the mean-fields including many-body effects and higher-order correlations. The  $\sigma$  and  $\omega$  fields are brought

about by not only the Hartree contribution but also Fock and higher-order contributions. For the short-range interaction such as nuclear force the non-locality of the Fock part is very small, and the Hartree and Fock contributions cannot be distinguished in the spin-isospin saturated system at the low-energy limit. Furthermore we have not had enough information about the interaction between nucleon and lambda. At present, then, we cannot determine the effective coupling constant  $g_\sigma^\Lambda$  and  $g_\omega^\Lambda$  sufficiently.

Studies of hypernuclei have indicated that depth of the  $\Lambda$  potential is about 28–30 MeV, and that its  $LS$ -splitting is very small. Boguta and Bohrmann [14] have given  $g_\sigma^\Lambda/g_\sigma = g_\omega^\Lambda/g_\omega = 0.33$  by fitting the  $\Lambda$  single-particle level under the restriction,  $g_\sigma^\Lambda/g_\sigma = g_\omega^\Lambda/g_\omega$ . Rufa et al. [8], however, have shown that the parameters allow more ambiguities for the case without the restriction. These results imply that the *Lambda* fields are weaker than those in the  $SU(3)$  relation <sup>1</sup>.

Here we would like to suggest one more important hint for the  $\Lambda$  mean-field from the optical potential analysis in proton-nucleus elastic scatterings [16, 17]. In order to reproduce the proton-nucleus optical potential observed experimentally, the strength of the vector mean-field must be inversely proportional to the incident energy [16, 17] around 1 GeV of proton incident energy. In general only the Hartree (local) parts contribute to the nucleon field at the high-energy limit because the Pauli blocking does not influence nucleon with momentum far from Fermi sea. From the optical potential analysis, thus, we have noticed that the Hartree contribution to the vector mean-field is very small [16]. Since lambda is not affected by the Pauli effects, we can suppose that the mean-field for  $\Lambda$  does not receive so strong many-body effects, and consequently the Hartree contribution should be dominant. Hence the  $\Lambda$  potential  $U_0(\Lambda)$  is estimated to be very small.

According to the above considerations we prepare two sets of parameters for the coupling of  $\Lambda$  to the nucleon mean-fields. One set (L1) is that  $g_\sigma^\Lambda = 2g_\sigma/3, g_\omega^\Lambda = 2g_\omega/3$  with the  $SU(3)$  symmetry relation, and the other set (L2) is that  $g_\omega^\Lambda = 0.17g_\omega$  (which is the minimum value given by Ref. [8]) and  $g_\sigma^\Lambda$  obtained by the following condition,

$$U_s(\Lambda) - U_0(\Lambda) = \frac{2}{3}(U_s(N) - U_0(N)). \quad (8)$$

In addition we use two kinds of parameter-sets for nucleon, PM1 ( $K = 200\text{MeV}, M_N^*/M_N = 0.7$  at  $\rho = \rho_0$ ) and PM4 ( $K = 200\text{MeV}, M_N^*/M_N = 0.55$  at  $\rho = \rho_0$ ), and  $\Sigma_{KN} = 300$  MeV for kaons. The depth of the  $\Lambda$  potential given by Eq. (8) is a little larger than the experimental value 30 MeV. However we have not known the value in the infinite-matter limit without the surface contribution, and the small difference does not affect a rather qualitative study in this paper.

Now we calculate the density-dependence of

$$\Delta\mu = \varepsilon_F(N) - M_\Lambda^* - U_0(\Lambda) - m_K^* - U_0(K) \quad (9)$$

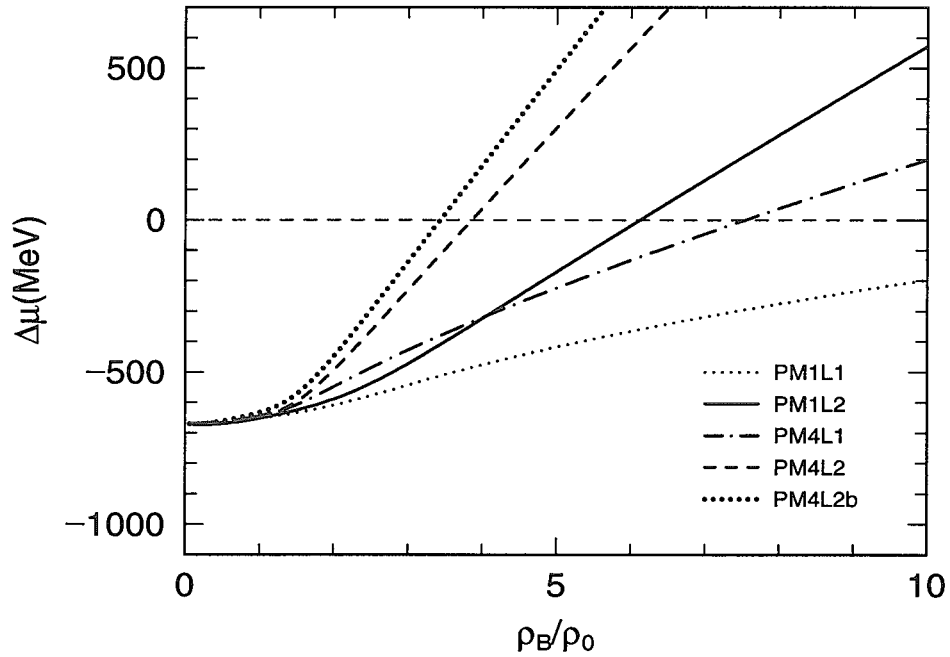
---

<sup>1</sup>For other discussions about hypernuclei and RMFT, see Ref. [15] and references cited therein.

in the no-strangeness system:  $\rho_\Lambda = \rho_K = 0$ . At the critical density where  $\Delta\mu = 0$ , a pair of  $\Lambda$  and  $K^+(K^0)$  appears in the ground state, namely  $K^+(K^0)$ -condensation occurs. Above the critical density chemical equilibrium among nucleon, lambda and kaon ever holds,

$$\varepsilon_F(N) = \varepsilon_F(\Lambda) + \mu_K \quad (10)$$

with the nucleon and lambda Fermi energies,  $\varepsilon_F(\alpha)$ ,  $\alpha = N, \Lambda$ , and the kaon chemical potential  $\mu_K = m_K^* + U_0(K)$ , which is identical to the strangeness chemical potential  $\mu_s$ .



**Fig.1:** Density-dependence of  $\Delta\mu$ . The dotted, solid, chain-dotted, dashed and thick dotted lines indicate the results in PM1-L1, PM1-L2, PM4-L1, PM4-L2 and PM4-L2b respectively.

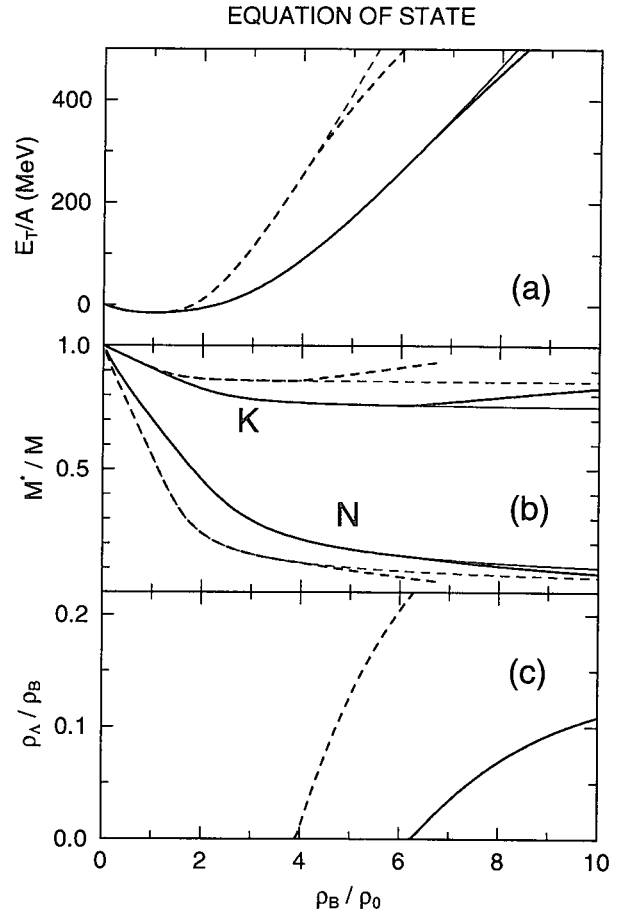
Fig. 1 shows the results with PM1-L1, PM1-L2, PM4-L1 and PM4-L2. We add that of free kaon with PM4-L2 (PM4-L2b) for comparison. In all cases kaon condensation occurs, while the critical density is different. In the parameter-sets with L1 the critical density is very high:  $\rho_c = 16\rho_0$  for PM1-L1 and  $\rho_c = 7.6\rho_0$  for PM4-L1. The former critical density is too high to be attained in relativistic heavy-ion collisions. It should be noted that these densities may lie far beyond the applicability of our model, especially for the one in PM1-L1. In the parameter-sets with L2, however, the critical density is not very high:  $\rho_c = 6.2\rho_0$  for PM1-L2 and  $\rho_c = 3.9\rho_0$  for PM4-L2. We should furthermore note the difference between results of PM4-L2 and PM4-L2b; the critical density in PM4-L2 is a little larger than that in PM4-L2b. The effect of the TW term is slightly stronger than that of the KN-sigma term at  $\rho \sim 4\rho_0$ . In higher density region the TW term must become more dominant because the KN-sigma term cannot much contribute to the final results due to the *self-suppression* mechanism [10, 11].

In Fig. 2 we show EOS of the normal phase and kaon condensed phase (a), the effective masses of nucleon and kaon as the ratio to their bare masses (b), and the  $\Lambda$  fraction ( $\rho_\Lambda/\rho_B, \rho_B = \rho_N + \rho_\Lambda$ ), (c) for PM1-L2 and PM4-L2. We can see that kaon condensation reduces the total energy per nucleon above the critical density. The effective mass decreases for nucleon, while increases for kaon; the latter feature stems from the reduction of the nucleon fraction. Although the reduction of EOS and the change of the effective masses are not so large, the  $\Lambda$  density increases rapidly, particularly for PM4-L2. Since our model does not involve any field which works between hyperons and the kaon-Lambda interaction, properties of the system above the threshold are not quantitatively realistic except near the critical density. So we should not take these results so seriously above the critical density.

Since the scalar density  $\rho_s$  approaches to a finite value at the infinite density limit in RMFT, the vector mean-field dominantly affects the nuclear EOS in high-density regime. Hence the difference between the results of PM1 and PM4 comes from the different strength of the vector mean-fields. Namely kaon condensation is brought about by the balance among the different vector mean-fields of nucleon, lambda and kaon. Therefore the condition for  $K^+(K^0)$ -condensation is given as

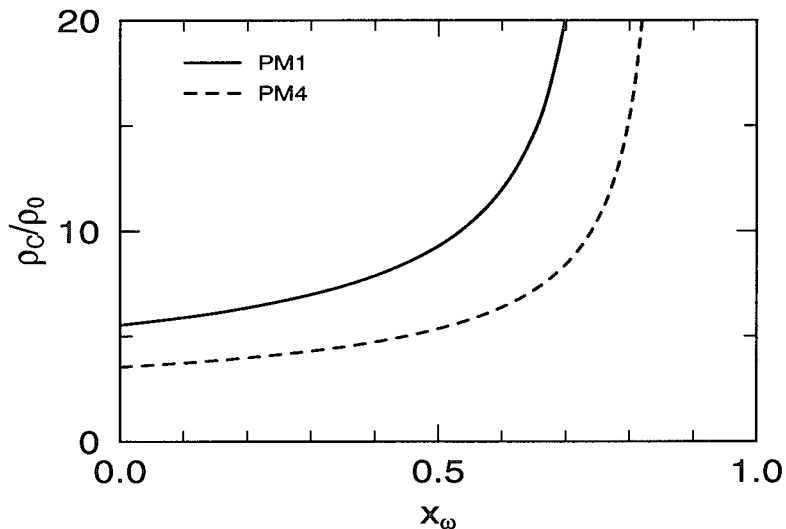
$$\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} - \frac{g_\omega^\Lambda g_\omega}{m_\omega^2} - \frac{3}{8f^2} \geq 0. \quad (11)$$

As for the lambda potential the present parameterizations L1 and L2 should be the extreme ones; the realistic value must be laid between two cases. In order to clarify the ambiguity coming from the parameterization, in Fig. 3, we plot the relation between the critical density  $\rho_c$  and the ratio  $x_\omega = g_\omega^\Lambda/g_\omega$  under the condition (8). The critical density dose not strongly depends on



**Fig.2:** Density-dependence of the total energy per nucleon (a), the ratio of the effective masses to the bare masses for nucleon and kaon (b), and the  $\Lambda$  (kaon) fraction (c). The solid and dashed lines indicate the results for PM1-L2 and PM4-L2, respectively. In the second column (b) the upper two lines show the effective mass of kaon and the lower ones show that of nucleon. The thick and thin lines in (a) denote EOS under kaon condensation and normal phases, respectively.

the coupling  $g_\omega^\Lambda$  as far as  $g_\omega^\Lambda \leq 0.5g_\omega$ , while it steeply increases as  $x_\omega$  approaches to 1. In our view the value of  $g_\omega^\Lambda$  must be much smaller than L1 because of the small LS-splitting in lambda hypernuclei and very small Hartree contribution to the nucleon vector mean-field. Hence the realistic critical density should not be so far from that in L2.



**Fig.3:** Parameter-dependence of the critical density. The  $x$ -axis corresponds to the ratio  $x_\omega = g_\omega^\Lambda/g_\omega$ . The solid and dashed lines indicate the results for PM1 and PM4, respectively.

In summary we have discussed the possibility of  $K^+(K^0)$ -condensation in high-density baryon matter and suggested that kaon condensation is caused by the difference of the vector mean-fields for nucleon, lambda and kaon; this difference becomes linearly larger with density. Thus the possibility of this condensation depends on the strength of their vector mean-fields. We have found a simple criterion for kaon condensation within RMFT (Eq.(11)). If parameters satisfy this condition, we can expect kaon condensation at some density. The value of the critical density depends on the value of the nucleon effective mass  $M_N^*$  at the saturation density. We have found  $4 - 6\rho_0$  for the critical density for the parameter sets, PM1- and PM4-L2, whereas  $8 - 16\rho_0$  for the parameter sets PM1- and PM4-L1 which may be off the reliability of our model. The typical value of effective mass is empirically known as  $M_N^*/M_N = 0.55 - 0.7$  [8, 14, 17, 21, 22], and our parameter-sets are consistent with them. Furthermore, it is to be noted that the small LS-splitting of lambda hypernuclei and the very tiny Hartree contribution to the nucleon vector mean-field suggests the small vector mean-field for lambda such as L2.

In this paper we have taken into account only the essential degrees of freedom for kaon condensation in symmetric nuclear matter. They would be sufficient to discuss the onset of the condensation, while we must consider other strange particles besides  $\Lambda$  and kaon and interaction between strange particles to get a realistic description of the condensed phase.

Finally we discuss on the possibility of  $K^+(K^0)$ -condensation in high-energy heavy-ion collisions. There is controversy at present about how a system reaches thermal equilibrium and to what extent density and/or temperature are raised. Recent numerical simulations have shown



that baryon density  $\rho/\rho_0 = 7 - 10$  can be achieved by the high-energy heavy-ion collisions with several tens GeV/u like in the AGS energy region [19, 20]. In this case the system is expected to be quasi-equilibrium for the duration of 4 – 8 fm/c with the temperature  $T \approx 120\text{MeV}$  [19], which is still below the pion mass. Hence  $K^+(K^0)$ -condensation is very plausible to be generated in the high-density regime. In the heavy-ion collisions around hundreds GeV/u like in the SPS energy region it depends on the model whether the system is stopped and equilibrium is realized[23]; e.g., temperature becomes  $T \approx 140\text{MeV}$  in the RQMD simulation [24] which may be a marginal temperature for our discussion to be applied.  $K^+(K^0)$ -condensation, once occurs in course of relativistic heavy-ion collisions around the AGS energy region or a little higher, would give rise to a new phenomenon for dilepton production [7].

## References

- [1] D.B. Kaplan and A.E. Nelson, Phys. Lett. **B175**, 57 (1986) ; **B179**, 409(E) (1986).  
C.H. Lee, Phys. Rep. **275**, 197 (1996). **26**, 171 (1993).  
T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **120**, 111 (1995) and references cited therein.
- [2] E.E. Kolomeitsev, D.N. Voskresensky and B. Kämpfer, unpublished.  
X.S.Fang, C.M.Ko, G.Q.Li and Y.M. Zheng, Nucl. Phys. **A575**, 766 (1994).
- [3] G.Q. Li and C.M. Ko, Nucl. Phys. **A582**, 731 (1995).
- [4] H. Fujii and T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **120**, 289 (1995).
- [5] P.J. Ellis, R. Knorren and M. Prakash, Phys. Lett. **B349**, 11 (1995).  
R. Knorren, M. Prakash and P.J. Ellis, SUNY-95-15;NUC-MINN-95-13-T.
- [6] J. Schaffner and I. Mishustin, Phys. Rev. **C53**, 1416 (1996).
- [7] T. Tatsumi, H. Shin, T. Maruyama and H. Fujii, Aust. J. Phys. **50**, 23 (1997).
- [8] M. Rufa, J. Schaffner, J. Maruhn, H. Stöcker, W. Greiner and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. **C42**, 2469 (1990).  
J. Schaffner, C.B. Dover, A. Gal, C. Greiner and H. Stöcker, Phys. Rev. Lett. **71**, 1328 (1993).  
J. Schaffner, C.B. Dover, A. Gal, C. Greiner, D.J. Millener and H. Stöcker, Ann. Phys. **235**, 35 (1994).
- [9] A. E. Nelson and D. B. Kaplan, Nucl. Phys. **A479**, 285c (1988).
- [10] J. Schaffner, A. Gal, I.N. Mishustin, H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Lett. **B334**, 268 (1994).  
T. Maruyama, H. Fujii, T. Muto and T. Tatsumi, Phys. Lett. **B337**, 19 (1994).

- [11] H. Fujii, T. Maruyama, T. Muto and T. Tatsumi, Nucl. Phys. **A597**, 645 (1996).
- [12] R. A. Freedman, Phys. Lett. **B56**, 369 (1977);  
K. Saito, T. Maruyama and K. Soutome, Phys. Rev. **C40**, 407 (1989).
- [13] T. Maruyama, W. Cassing, U. Mosel, S. Teis and K. Weber, Nucl. Phys **A573**, 653 (1994).
- [14] J. Boguta and S. Bohrmann, Phys. Lett. **B102**, 93 (1981).
- [15] J. Mareš, B.K. Jennings and E.D. Cooper, Prog. Theor. Phys. Suppl. **117**, 415 (1994).  
C.B. Dover and A. Gal, Prog. Part. Nucl. Phys. **12**, 171 (1987).
- [16] K. Weber, B. Blättel, W. Cassing, H.-C. Dönges, V. Koch, A. Lang and U. Mosel, Nucl. Phys. **A539**, 713 (1992).
- [17] S. Hama, B. C. Clark, E. D. Cooper, H. S. Sherif and R. L. Mercer, Phys. Rev. **C41**, 2737 (1990).
- [18] For recent review and topics, Proceedings of the Internatinal Conference of Quark Matter '97, Tsukuba, 1997, Nucl. Phys. **A638** (1998).
- [19] B.A. Li and C.M. Ko, Phys. Rev. **C52**, 2037 (1995).
- [20] M.Hofmann, R. Mattiello, H. Sorge, H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rev. **C51**, 2095 (1995),  
T.J. Schlagel, et al., preprint BNL-4840.
- [21] W. Botermans and R. Malfliet, Phys. Rep. **198**, 115 (1990),  
R. Brockmann and R. Machleidt, Phys. Rev. **C42**, 1965 (1990).
- [22] S. Qing-biao and F. Da-chun, Phys. Rev. **C43**, 2773 (1991).
- [23] M. Gyulassy, Nucl. Phys. **A590**, 431c (1995), and reference therein.
- [24] H. Sorge, Phys. Lett. **B373**, 16 (1996).
- [25] C. M. Ko et al., Phys. Rev. Lett. **59**, 1084 (1987);  
Q. Li et al., Phys, Rev. **C39**, 849 (1989);  
B. Blättel, V. Koch and U. Mosel, Rep. Prog. Phys. **56**, 1 (1993).



## 8 相対論的な流体模型に基づく collective flow への相転移の影響の解析

野中 千穂<sup>1</sup>, 佐々木 信雄<sup>2</sup>, 室谷 心<sup>\*3</sup>, 宮村 修<sup>4</sup>

広大理, 徳山女子短大\*

### 概要

A full (3+1)dimensional calculation using Lagrangian hydrodynamics is proposed for relativistic nuclear collisions. Initial conditions for hot fluid is given with the aid of suitable event generator instead of using Ansatz. The calculation enables us to evaluate anisotropic flow of hot and dense matter resulting from non-central and/or asymmetrical relativistic nuclear collisions. Using this model we discuss effect of phase transition to collective flow in AGS energy region.

### 1 はじめに

QGP 生成の探索は最近の興味深い話題の一つであり、超高エネルギー重イオン衝突実験や理論の両局面から、さまざまな研究がなされている [1]。QGP 生成のシグナル探索に有効であると考えられるものの一つに collective flow があげられる。collective flow の実験における解析は AGS [2, 3] だけでなく、SPS [4, 5, 6] においても活発になされている。flow の振る舞いは核物質の状態方程式に結びついている考えられており [7]、また QGP 相-ハドロン相の相転移を考慮に入れた RQMD による解析 [8] も行われている。corrective flow の解析から核物質の状態方程式、相転移といった現象が明らかになるのではないかと期待されている。corrective flow についての流体を用いた最近の計算は次のものがあげられる。

reference	coments	output
[9]	without symmetrical condition	hydrodynamics and collective behavior
[10]	Bjorken's scaling solution	space-time evolution phase transition
[11]	Bjorken's scaling solution	elliptic and hexadecuple flow
[12]	without symmetrical condition	antiflow of nucleons

[10]、[11] については衝突軸方向に関して Bjorken の解 [16] を用いた解析をしている。一方我々は (3+1) 次元の流体方程式をラグランジュ法を用いて対称性を仮定せずに解いている。そして初期条件についての吟味をおこない、終状態のハドロン分布が合うようにパラメトライズするのではなく、より現実的な初期条件として URASiMA の結果を用いる。

<sup>1</sup>E-mail:nonaka@butsurei.sci.hiroshima-u.ac.jp

<sup>2</sup>E-mail:nsasaki@butsurei.sci.hiroshima-u.ac.jp

<sup>3</sup>E-mail:muroya@yukawa.kyoto-u.ac.jp

<sup>4</sup>E-mail:miyamura@fusion.aci.hiroshima-u.ac.jp

## 2 モデルの説明

ここでは AGS のエネルギー領域に注目する。相対論的な流体模型の、より現実的な初期条件としてイベントジェネレータ URASiMA の結果を採用する。入射粒子がターゲット粒子を通り抜けた直後から流体の時空発展が始まると仮定する。URASiMA で得られた結果はエネルギー密度、バリオン数密度であるのに対し、流体の時空発展は温度と化学ポテンシャルで追う。そのため、状態方程式を用いて、エネルギー密度とバリオン数密度を温度と化学ポテンシャルに換算する必要がある。流体としての時空発展はそれぞれの流体素片の温度と化学ポテンシャルがフリーズアウト条件 [18] を満たすまで続く [14]。

イベントジェネレータ URASiMA(Ultra-Relativistic A-A collision Simulator based on Multiple scattering) は マルチ・チェイン・モデルで特徴づけられる [13]。そして (3+1) 次元の相対論的な流体方程式を円柱対称性をおかずにラグランジュ法を用いて解いている。現在の相対論的な流体模型の多くはオイラー法を用いた解析である。ラグランジュ法を用いる利点の一つは、一つの流体素片に注目し、その温度、化学ポテンシャルや flow と言った物理量の時間変化を直接追えることにある。その結果、相転移の影響がどのように現れるのかについて、一つの流体素片の振る舞いから直接解析できると思われる。

次に相対論的な流体方程式を解くために用いる状態方程式として、相転移を考慮に入れたものと入れないものを取り上げる。そしてそれらの結果の比較を行い、相転移の影響がどのように現れるのか解析を行う。相転移がない場合は共鳴状態を 2 [GeV] まで考慮に入れたハドロンの理想気体の状態方程式を考える。一方、相転移がある場合は相転移の次数は 1 次と仮定し、QGP 相については u,d,s クォークとグルーオン、ハドロン相については、排除体積モデル [15] を用いる。ここで、相転移温度が 160 [MeV]、化学ポテンシャル 0 [MeV] におけるバグ定数は 233 [MeV] である。2 相共存相については、QGP 相の占める割合  $\lambda$  に注目し、 $\lambda$  の時空発展を追う。

$$\begin{aligned} \epsilon_M(\lambda, T^*) &= \lambda \epsilon_Q - (1 - \lambda) \epsilon_H(T^*) \\ n_{BM}(\lambda, T^*) &= \lambda n_{BQ} - (1 - \lambda) n_{BH}(T^*) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで  $\epsilon$  はエネルギー密度、 $n_B$  はバリオン数密度、 $T^*$  は図 2 上の相の境界線上の温度と化学ポテンシャルの値である。最後にフリーズアウトした流体素片に対して Cooper-Frye

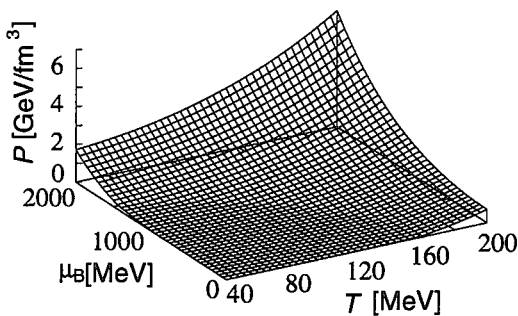


図 1: 相転移がある場合の状態方程式

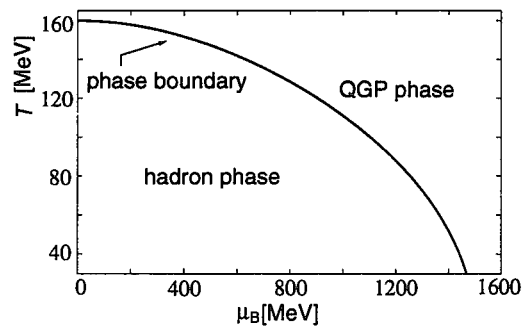


図 2: 相図

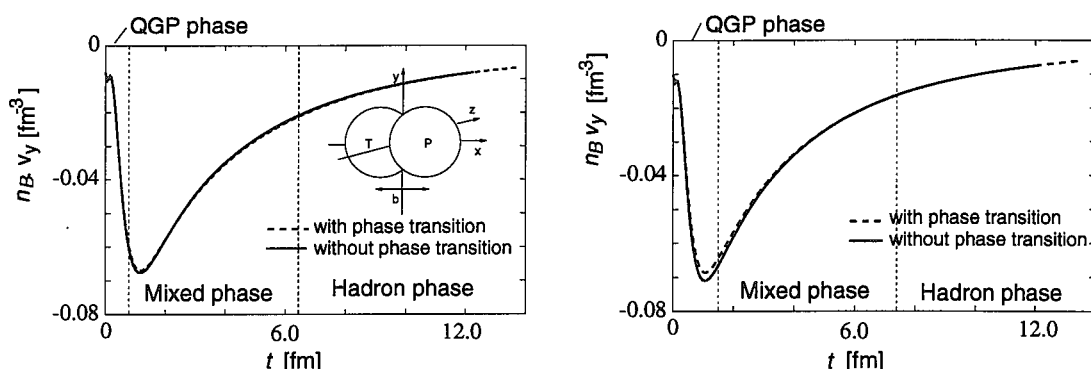


図 3: Au+Au 10.8 AGeV、Au+Au 20 AGeV の  $(x, y, z) = (0, -1, 0)$  におけるバリオンフローの時間発展の様子。注目しているのは  $y$  方向のフローである。

formula [17]

$$E \frac{dN}{d^3P} = \frac{g_h}{(2\pi)^3} \int_{\sigma} d\sigma_{\mu} P^{\mu} \frac{1}{\exp[(P_{\nu} U^{\nu} - \mu_f)/T_f] \pm} \quad (2)$$

を用い粒子分布を求める。

### 3 計算結果

ここでは Au+Au 10.8 AGeV と Au+Au 20 AGeV、インパクトパラメータが 6 [fm] に対して相転移を考慮に入れた場合と入れない場合に対する、flow の時空発展の様子を解析する。流体の時空発展をラグランジュ法で追っているために、一つの流体素片に注目することにより相転移がいつ起こっているのか、そして、それがどのような影響を与えるのか直接知ることができる。図 3 では Au+Au 10.8 AGeV と Au+Au 20 AGeV における位置  $(x, y, z) = (0, -1, 0)$  にある流体素片のバリオンフローの時間変化の様子を示している。これより AGS のエネルギー領域では相転移の影響は小さいことがわかる。しかし 20 AGeV の方では差が大きくなっていることから、エネルギーが大きくなると、相転移がある場合とない場合の flow の差が大きくなる傾向にあると思われる。

図 4 は流体素片における温度と化学ポテンシャルが相図上でどのように変化するかを示している。入射エネルギーが 10.8 AGeV では 20 AGeV と比較して QGP 相にいる時間が短いことがわかる。また 20 AGeV の方は相図上で 10 AGeV のよりも温度は高く化学ポテンシャルは小さい領域にあることがわかる。

図 3 より入射エネルギーが 10.8 AGeV と 20 AGeV のいずれも相転移の影響は少ないという結果が得られた。しかし、図 4 より 2 相共存相にいる時間は QGP 相の場合と比較して長いために 2 相共存相の影響は受けられると思われる。ここで、図 5 は相図上における圧力勾配を表している。図 5 と図 4 より、AGS のエネルギー領域では、2 相共存相においても圧力勾配が 0 でないことがわかる。つまり 2 相共存相においても音速は有限の値をもつために、相転移の影響が見えにくくなっている。最後に図 6 に Au+Au 10.8 AGeV の  $v_2$

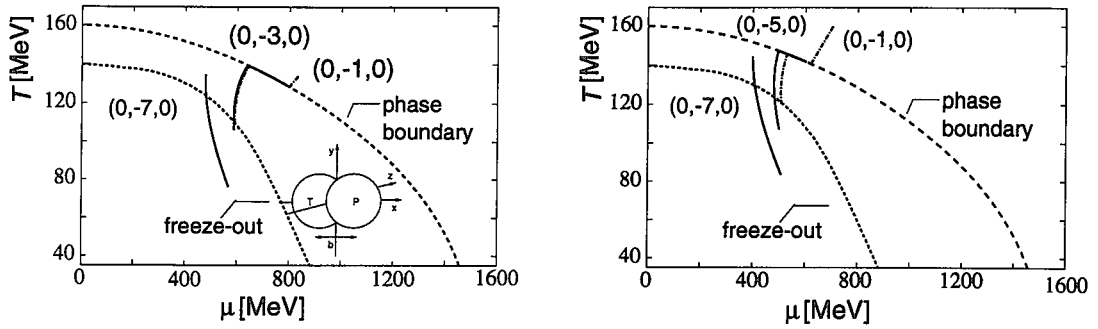


図 4: Au+Au 10.8 GeV、20 AGeV における流体素片の温度と化学ポテンシャルの時間変化。初期条件でそれぞれ QGP 相、2 相共存相、ハドロン相中に入った流体素片に注目している。

のインパクトパラメータ依存性を示す。  $v_2$  は

$$\frac{dN}{d\phi} \sim v_0(1 + 2v_1 \cos(\phi) + 2v_2 \cos(2\phi)) \quad (3)$$

のように elliptical flow の指標となる物理量である。図 6 より状態方程式による差はほとんどみることはいできない。

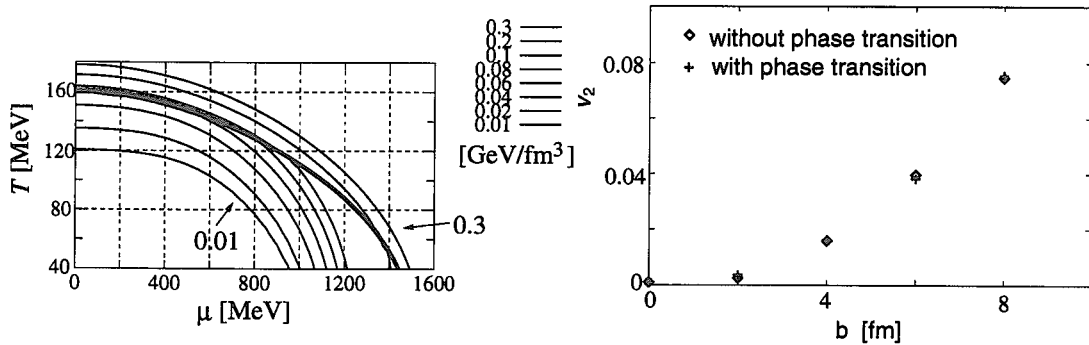


図 5: phase boundary 付近の圧力勾配の様子

図 6:  $v_2$  のインパクトパラメータ依存性

## 4 まとめ

(3+1) 次元の相対論的な流体模型により現実的な初期条件としてイベントジェネレータ URASiMA の結果を採用した。ここでは AGS エネルギー領域における解析を行った。相転移を考慮に入れた場合と入れない場合について、相転移の flow への影響は小さいことがわかった。これはたとえば 2 相共存相にいる時間は長くても、2 相共存相上の圧力勾配が 0 でないために、音速が 0 ではなく有限の値をもち、その結果相転移の flow への影響が小さ

いという結果が得られたと考えられる。しかしこの結果は Au+Au 10.8 AGeV、Au+Au 20 AGeV における解析である。さらに flow の入射エネルギー依存性の解析が必要であると思われる。またここでは簡単のために初期条件として流体の時空発展が始まる時刻を入射原子核がターゲットの原子核を通り抜けた直後を採用している。これについての吟味も必要であると思われる。

## 参考文献

- [1] *Quark Matter '99, Proceedings of the 14th International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions*, Torino, Italy, May 10-14, Nucl. Phys. **A661**(1999)3c.
- [2] J. Barrette et al. : E877, Phys. Rev. **C56** (1997) 3254.
- [3] C. Pinkenburg et al. : E895, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1295.
- [4] H. Appelshäuser et al. : NA49, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 4136.
- [5] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin for NA49 Collaboration , nucl-ex/9906013.
- [6] M. M. Aggarwal et al. : WA98, nucl-ex/9807004.
- [7] P. Danielewicz, Roy A. Lacey, P.-B. Gossiaux, C. Pinkenburg, P. Chung, J. M. Alexander, and R. L. McGrath, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 2438.
- [8] H. Sorge, Phys. Rev. Lett. **82** (1999) 2048.
- [9] D. H. Rischke et al., Nucl. Phys. **A595**(1995), 346.
- [10] nucl-th/9904006, D. Teaney and E. V. Shuryak
- [11] P. F. Kolb, J. Sollfrank, U. Heinz, Phys. Lett. **B459**(1999), 667.
- [12] nucl-th/9908010, A. Dumitru et al.
- [13] S. Date, K. Kumagai, O. Miyamura, H. Sumiyoshi and Xiao-Ze Zhang, J. Phys.Soc. Japan 64 (1995) 766.
- [14] C. Nonaka, N. Sasaki, S. Muroya, O. Miyamura, Nucl. Phys. **A661** (1999)353c.
- [15] D. H. Rischke, M. I. Gorenstein, H. Stöcker and W. Greiner, Z. Phys. **C51**(1991)485.
- [16] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **D27** (1983), 140.
- [17] F. Cooper and G. Frye, Phys. Rev. **D10**(1974), 186.
- [18] U. Heinz, Nucl. Phys. **A638**(1998), 357c.



## 9 相対論的流体モデルに基づく SPS エネルギー領域の非中心衝突反応の解析 Hydrodynamic Description of Non-Central Collisions at SPS energy

平野哲文

早稲田大学理工学部物理学科

Tetsufumi Hirano

*Department of Physics, Waseda University, Tokyo 169-8555, Japan*

### Abstract

We study the non-central heavy-ion collisions at a SPS energy within a relativistic hydrodynamic model. We analyze the second Fourier coefficient  $v_2$  of the pion azimuthal distribution and show the effects of the resonance decays on the azimuthal anisotropy. We also discuss the possibility of creating the unusual distribution of hot and dense nuclear matter at the SPS energy.

## 1 はじめに

相対論的重イオン衝突の物理の目的の一つには、高温・高密度といった核物質の極限条件における状態方程式を決定することが挙げられる [1]. 特に CERN の Super Proton Synchrotron (SPS) の衝突エネルギーでは、全く新しい核物質相であるクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 相が出現する可能性もあることから、この衝突エネルギー領域においてハドロン相と QGP 相との間の相転移を議論することは非常に興味深い。そこで、重イオン衝突反応のうち非中心衝突のイベントに話をしぼって、この非中心衝突に特有な二つのトピックスを相対論的流体モデルの枠組みで議論する。

## 2 相対論的流体モデル

相対論的流体モデルは、高エネルギー原子核衝突において生成された高温・高密度核物質の時空発展を、エネルギー・運動量の保存則、およびバリオン密度の保存則を用いて記述するものである：

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad T^{\mu\nu} = [E + P(E, n_B)]u^\mu u^\nu - P(E, n_B)g^{\mu\nu}, \quad (1)$$

$$\partial_\mu n_B^\mu = 0, \quad n_B^\mu = n_B u^\mu. \quad (2)$$

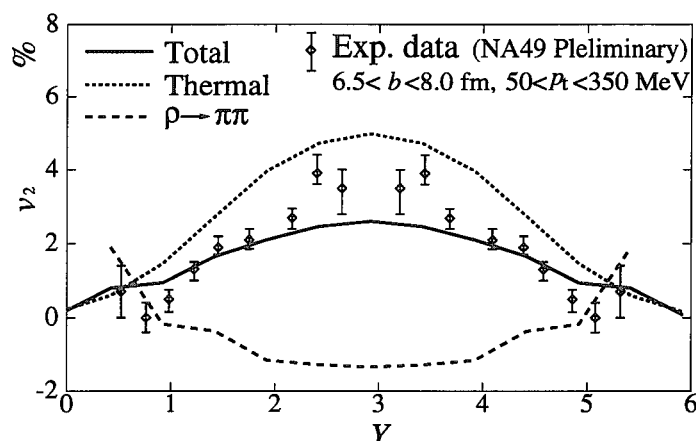
ここで、 $E, n_B, P, u^\mu$  は、それぞれエネルギー密度、バリオン密度、圧力、4元流速を表している。系の時空発展を記述するためには状態方程式  $P(E, n_B)$  を決める必要がある。今回はハドロン相と QGP 相の間に 1 次相転移を起こすモデルを用いる [2].

我々の相対論的流体モデルでは、まずはラピディティ分布や横質量分布などの 1 粒子分布を再現するように初期パラメータを選び、次に他のさまざまな観測量が矛盾なく説明できるかどうかを調べるという立場をとる (詳細は文献 [3] を参照)。今回は CERN SPS における Pb+Pb 158A GeV の非中心衝突を想定し、衝突係数を  $b = 7$  fm に固定した流体シミュレーションを行った。その際、CERN の NA49 グループによる衝突係数を  $6.0 < b < 8.0$  fm の範囲に限定した負電荷を持ったハドロン及び正味のプロトンのラピディティ分布を再現するように初期パラメータを選ぶ。まず、初期時刻は、衝突の重心系において重イオンが互いのローレンツ収縮した直径の長さを通り過ぎた時刻 (passage time:  $t_0 \sim 1.55$  fm) と選んだ。この時刻以降は、局所熱平衡が達成し、系の時空発展を流体モデルで記述できると仮定する。この初期時刻での中心付近におけるエネルギー密度は  $E_0 = 10.0$  GeV/fm<sup>3</sup>、バリオン密度は  $n_{B0} = 0.76$  fm<sup>-3</sup> と選んだ。以下ではこのパラメータセットを用いて解析を行う。

## 3 トピック 1: 楕円型フロー

そもそも楕円型フロー (elliptic flow) を見ることの重要性の一つは次のようなものである。まず中心衝突においては系は方位角方向について対称性を持っており、その方向に対する核物質の膨張は等方的である。そこでこの系に対して「ゆがみ」を与えたときに系の膨張がどのような「応答」を示すかによって内部の情報を引き出そうと試みる。この「ゆがみ」に相当するのが衝突係数であり、「応答」



Figure 1:  $\pi$  中間子の楕円型フローのラピディティ依存性.

に相当するものが楕円型フローである。素朴には系のゆがみを大きくすれば (すなわち衝突係数を大きくしていけば), それに対する応答も大きくなる (楕円型フローも大きくなる) ことが期待される。系自身がゆがみに対して急激な変化を起こさなければ, そのゆがみと応答は何かしらの単純な正の相関関係を持つであろう。ところがゆがみの変化に対して, 相転移や平衡・非平衡状態の移り変わりのような「異常な (anomalous)」現象が起こればその相関関係がくずれ, それにより内部の状態を推測することが出来るはずである。なお, 衝突係数を固定して内部のエネルギー密度を変化させて, その応答を見るという立場も興味深い。具体的には, AGS, SPS, RHIC といった異なる衝突エネルギーの実験結果のうち, ある決まった範囲の衝突係数のイベントを拾い出し, その応答を見るというものである。

このような背景のもとに, まずは SPS の衝突エネルギーにおける, ある衝突係数の範囲にしぼった楕円型フローの振る舞いを相対論的流体モデルに基づき解析していく。楕円型フローは観測する粒子の方位角分布における 2 番目のフーリエ級数  $v_2$  で特徴付けられる [4]:

$$\frac{dN}{d\phi} = \frac{N}{2\pi}(1 + 2v_1 \cos \phi + 2v_2 \cos 2\phi + \dots). \quad (3)$$

この楕円型フロー  $v_2$  は衝突初期段階の高温高密度核物質の圧力に敏感に応答をし [5, 6], また衝突によって生成された核物質の熱平衡の度合いを調べるのにも有用であると言われている [7]。中心衝突においては局所的に熱平衡が達成されていることを示唆する実験結果はあるものの [8], 非中心衝突反応においても同様に局所熱平衡が達成されているかどうかは明らかではない。実験的には CERN の NA49 グループによって中心ラピディティ領域で  $v_2 \sim 4\%$  という結果が得られており [9], これは流体モデルに基づく予言 [5] よりも小さい。この実験結果から非中心衝突反応では完全な熱平衡は達成されず流体描像が適用できないとコメントする論文もある [10]。そこで我々はこれまでの流体モデルに基づく計算において無視されがちな終状態における共鳴粒子の崩壊現象の寄与を考慮した。共鳴粒子が流体の表面から放出された後に, 真空中で安定な粒子 (ここでは電荷を持った  $\pi$  中間子) に崩壊する現象を考える。この崩壊の運動学を正確に取り扱うことにより,  $\pi$  中間子の楕円型フローのラピディティ依存性を求めた。図 1 より, 流体の表面から直接放出された  $\pi$  中間子のみ (点線) で考えた場合の楕円型フロー  $v_2$  の値に比べて, すべての  $\pi$  中間子の寄与を取り入れた結果 (実線) が抑制されていることが分かる (詳細は文献 [13] を参照)。さらに NA49 グループにより得られた実験データをほぼ再現している。

「部分的な」熱平衡 [10, 11, 12] という考え方をしなくても, 「完全な」熱平衡を想定している相対論的流体モデルで実験データと同程度の大きさの楕円型フローを得ることが出来た。よって, このことから非中心衝突 (ただしこの解析では衝突係数が 7 fm 付近) でも流体描像が適用できると言える。今後は最初に述べたように, 衝突係数の変化に対して, このモデルがどこまで適用できるかを見るのは非常に興味深いと思われる。

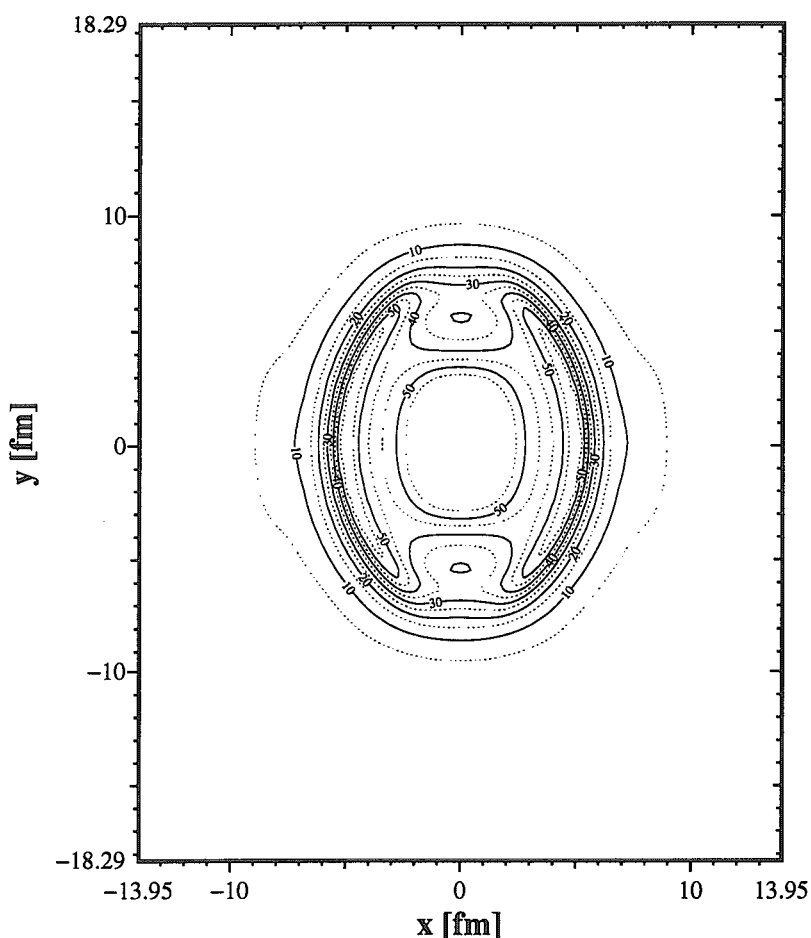
$$t = t_0 + 7.5 \text{ fm}, z = 0 \text{ fm}$$


Figure 2: 初期時刻から 7.5 fm 経過したときの  $z = 0$  平面における圧力分布の等高線図. 実線は  $10 \text{ MeV}/\text{fm}^3$  毎に引いてある.

#### 4 トピック 2: くるみ割りシナリオ

最近 Teaney らは BNL の Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) の衝突エネルギー領域においてハドロン相-QGP 相間の相転移が起こるとすると、衝突によって生成された核物質の時空発展の途中に非常に奇妙な物質の分布が現れることを発見し、これが QGP 相の存在する証拠となりえると主張した (くるみ割りシナリオ)[14].

我々は前節までに示したように、SPS エネルギー領域において、負電荷を持ったハドロン及び正味のプロトンのラピディティ分布、さらに電荷を持った  $\pi$  中間子の方位角方向の楕円型フローのラピディティ依存性  $v_2(Y)$  を再現する流体シミュレーションの特解を持っている。そこで、SPS エネルギー領域においてもこの奇妙な物質の分布が形成されるかどうかを確かめてみた。

図 2 は流体の初期時刻から 7.5 fm 経過したときの  $z = 0$  平面における圧力分布である。相転移がある場合、初期に QGP 相に存在した流体素片は圧力勾配にしたがって、勢いよく膨張する。一方、初期に QGP 相とハドロン相の境となる 2 相混合相 (初期には混合相よりも外側) に存在していた流体素片は圧力勾配がほとんどないことから、それほど膨張しない。このため、初期に混合相に存在した流体素片は内側の流体素片に比べてゆっくりと冷却していく。このことにより、ある適当な条件がそろえば内側から冷却していくこともありえる。Teaney らはこの現象により流体のフリーズアウト超曲面が二重構造 (くるみの実と殻に相当) になると主張しているが、今回の計算結果からはそのような二重構造は見られなかった。しかしそれに近いような形の圧力分布は得られた (図 2 を見よ)。( $x, y$ )  $\sim$  (0,  $\pm 5$ ) fm

付近は流体素片が3方向に膨張し、特に冷却しやすいため、圧力の値が小さくなり窪みのような構造になっていることが見て取れる。このことから、実際SPSのエネルギー領域でも、くるみ割りシナリオに似た、高温高密度核物質の奇妙な分布が形成された可能性が高いと言えよう。この奇妙な形を如何にして‘見る’かは今後の課題である。

## 5 まとめ

今回はSPSの衝突エネルギー領域において、非中心衝突に特有な現象を相対論的流体モデルを用いて解析を行った。 $\pi$ 中間子の楕円型フローについては、レゾナンス粒子の崩壊からの寄与が $\pi$ 中間子全体の楕円型フローを減少させ、この結果、実験データを再現することができた。これは非中心衝突においても流体力学的な時空発展の描像が成り立つことを示唆している。この実験データを再現する流体の圧力分布を各時刻毎に衝突軸に垂直な平面で見ると、ある時刻では時空発展の途中で外側よりも内側の方が圧力が小さいような領域が現れることが分かった。今後はこの構造が実験的に見ることができるかどうかを議論する必要がある。

## References

- [1] See, for example, *Proceedings of Quark Matter '99*, Nucl. Phys. **A661**, 1c (1999).
- [2] C. Nonaka, these proceedings.
- [3] T. Hirano, in *Proceedings of First Symposium on Science of Hadrons under Extreme Conditions, JAERI, Tokai, Japan, 1999*, edited by S. Chiba and T. Maruyama, JAERI-Conf 99-008, p. 159; nucl-th/9904082.
- [4] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, Phys. Rev. C **58**, 1671 (1998).
- [5] J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. D **46**, 229 (1992).
- [6] H. Sorge, Phys. Rev. Lett. **78**, 2309 (1997); **82**, 2048 (1999).
- [7] S. A. Voloshin and A. M. Poskanzer, Phys. Lett. B **474**, 27 (2000).
- [8] NA44 Collaboration, I. G. Bearden *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2080 (1997); NA49 Collaboration, G. Roland *et al.*, Nucl. Phys. **A638**, 91c (1998).
- [9] NA49 Collaboration, H. Appelshäuser *et al.*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4136 (1998). The NA49 Collaboration updated this data. In particular,  $v_2$  for pions and protons were considerably changed. These data can be found at the web site; <http://na49info.cern.ch/na49/Archives/Images/Publications/Phys.Rev.Lett.80:4136-4140,1998/>
- [10] R. J. M. Snellings, A. M. Poskanzer, and S. A. Voloshin, nucl-ex/9904003.
- [11] J.-Y. Ollitrault, Nucl. Phys. **A638**, 195c (1998).
- [12] H. Heiselberg, A.-M. Levy, Phys. Rev. C **59**, 2716 (1999).
- [13] T. Hirano, in preparation.
- [14] D. Teaney and E. V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **83**, 4951 (1999).



## 10 12GeV 陽子入射反応におけるフラグメント生成

平田 雄一<sup>a,b</sup>, 大西 明<sup>a</sup>, 奈良 寧<sup>c</sup>, 大塚 直彦<sup>a</sup>, 仁井田 浩二<sup>d</sup>, 千葉 敏<sup>b</sup>, 高田 弘<sup>b</sup>

a:北大 理, b:原研, c:BNL, d:RIST

### Abstract

We study mass and angular distribution of Intermediate Mass Fragment(IMF) produced from  $p(12\text{ GeV})+^{197}\text{Au}$  reaction by using JAM cascade model combined with percolation model. Although the mass distribution of IMF is well reproduced, the experimentally observed sideward peak of IMF angular distribution is not explained within present JAM+percolation model.

## 1 Introduction

高エネルギー原子核反応研究の目的は、原子核反応により高励起原子核を作り、その性質を調べること及び高励起原子核から生じる様々な粒子、フラグメントの生成機構を調べることである。これら二つの目的は、お互いに密接に結び付いている。実験において観測されるのは、反応の終状態で生成された物質の質量分布、角度分布、エネルギー分布等であり、これら観測量は、反応による生成物質の生成機構を反映している。そして、核反応の中間状態で現れる高励起原子核の性質を議論するためには、実験観測量を再現するような生成物質の生成機構を何らかの方法で特定し、時間を逆方向に遡って、生成物の生成源となった高励起原子核についての情報を得なければならない。

原子核反応の中でも、特に陽子入射反応では、反応の終状態で生成される物質は、標的原子核を起源としており、重イオン反応と比較して、反応機構を特定しやすいという利点があり、GeV領域の高エネルギー陽子入射反応を用いた研究がこれまで盛んに行なわれてきた [1, 2, 3, 4, 5]。

最近行なわれた、KEK の金を標的核とした 12GeV 陽子入射反応では、電荷が 3 から 20 程度の中間質量フラグメント (IMF) が一気に多数生成される多重核破碎現象が観測されており興味を持たれている [4]。この IMF の生成機構について、最も単純に考えてみる。まず、12GeV のエネルギーで、陽子が標的核に入射し、標的核内で、次々と粒子との衝突を繰り返す。そして、衝突により高いエネルギーを得た粒子が、系から放出される。その後、励起した残留核が作られて、残留核が前方にゆっくり進みながら、等方的に崩壊して IMF が生成される。このような描像に基づくと、IMF の角分布は、前方ピークになると期待される。

しかしながら、KEK の実験では、 $p(12\text{GeV})+^{197}\text{Au}$  反応から生成される Na 同位体の実験室系での角分布において側方 70 度方向にピークが観測されている (図 1) [4]。この側方ピークの発現は、『陽子が標的核内に入射し、ゆっくり前方に進む励起残留核が生成され、それが等方的に崩壊することにより IMF が生成される』という単純な描像では説明することができない。そのため、衝撃波 [6]、奇妙な形の原子核の寄与 [7]、粒子衝突による反跳効果 [5] 等様々な IMF 側方ピークの発現機構が研究されてきたが、未だに確立した描像は得られていない。また、AGS の実験では、 $p+^{197}\text{Au}$  反応から生成される C 同位体の実験室系での角分布が、陽子の入射エネルギーが大きくなるにつれて ( $\geq 10\text{GeV}$ ) 側方にピークを持つようになるという系統的な実験結果 [5] が得られており、陽子の入射エネルギー 10GeV を境に、C 同位体の生成機構に何らかの変化が起こっていると思われる。このように、GeV 領域の陽子入射反応で観測されている IMF の角分布は、未知のフラグメント生成機構を反映していると期待される。さらに、この未知の機構を辿っていけば、新しい高励起核の性質の発見につながるかもしれない。

未知のフラグメント生成機構について研究するには、生成機構についての仮定を最小限に減らした上で、系を構成する粒子の運動を全て記述する多体理論による現象の分析が必要である。そのような条件を満たした理論として、ハドロンの自由度により、反応を記述する微視的シミュレーション理論がある。そこで、本研究では、微視的シミュレーション理論により、12GeV 陽子入射反応における IMF 角分布異常の機構解明を試みる。

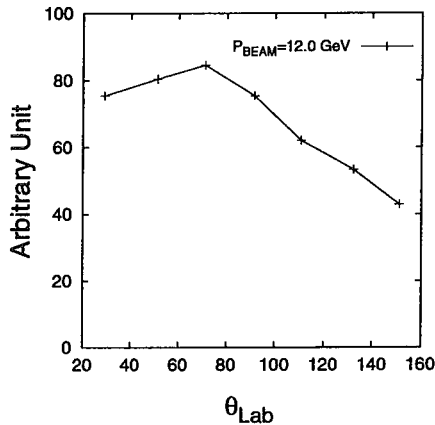


図1 p(12GeV)+<sup>197</sup>Au から生成される Na 同位体の実験室系の角分布 [4]

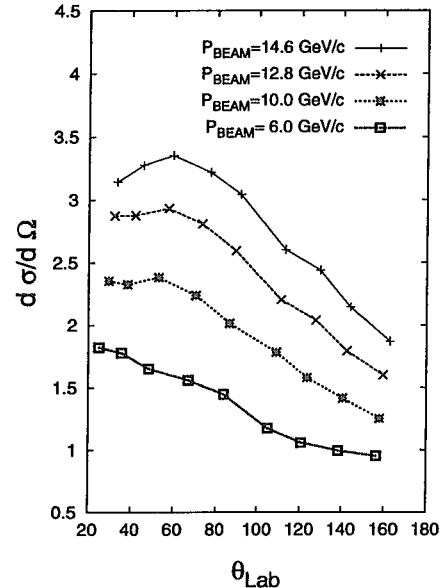


図2 p+<sup>197</sup>Au から生成される C 同位体の実験室系の角分布の陽子入射エネルギーに対する依存性 [5]

## 2 Microscopic Simulation Theory

12GeV 陽子入射反応では、陽子の入射エネルギーは 12GeV であるが、反応後の終状態のフラグメントの励起エネルギーの和は数 100MeV から数 GeV であり、非常に広いエネルギー領域で反応が起こる。また、衝突径数により反応機構が、弾性散乱、粒子蒸発、多重核破碎等大きく変化する。そして、このエネルギー領域では、二体の衝突として弾性、非弾性散乱（ストリング、共鳴粒子生成）が激しく起こるので、これら二体衝突の断面積として信頼できる物を使わなければならない。しかも、IMF の角分布を議論するためには、IMF の生成量を定量的に、再現する理論が必要となる。

そこで、本研究では、KEK12GeV 陽子入射反応のエネルギー領域の反応を記述するのに必要な  $\Delta, N^*$  等をはじめとした種々の共鳴バリオンやハドロンのストリング生成等の二体衝突素過程を取り入れた核内カスケード模型 (JAM [8]) に、IMF の多重生成過程を記述可能であることが知られているパーコレーション模型 [9, 10, 11, 12] を組み合わせた微視的シミュレーション理論によって 12GeV 陽子入射反応における IMF 生成過程を分析する。

### 2.1 Hadronic Cascade Model(JAM)

我々が、この研究で用いる JAM についての詳細は、文献 [8] に説明されている。ここでは、JAM の概要を簡単に述べる。

(0) JAM は、原子核反応において生成される全てのハドロンの軌道の時間発展を、独立なハ

ドロン-ハドロン衝突の積み重ねによって記述するハドロニック・カスケード模型である。

(1) 低エネルギー ( $\sqrt{s} \leq 4\text{GeV}$ ) におけるハドロン-ハドロン非弾性衝突では、共鳴粒子生成を經由して、粒子が生成されると仮定する。そして、そのような仮定のもとで、共鳴粒子の生成断面積を、陽子-陽子及び陽子-中性子散乱の衝突全断面積を定量的に再現するように与える。

(2) 高エネルギー ( $\sqrt{s} \geq 4\text{GeV}$ ) では、HIJING 模型 [13] に基づいた、ストリングによるハドロン多重生成によって、ハドロン生成が記述される。

非弾性衝突の断面積は、低エネルギーから高エネルギーに移るに従って滑らかに変化する。

(3) さらに高エネルギー ( $\sqrt{s} \geq 20\text{GeV}$ ) では、HIJING 模型と摂動論的 QCD にもとづいた多重ジェット生成及び PYTHIA 模型 [14] に基づいたパートン・パートン散乱過程が取り入れられている。

(4) また、ハドロン散乱の後に、ストリングが生成され、それがハドロン化する際に、クォーク・反クォーク対が再散乱する効果も取り入れられている。

以上の特徴を備えた JAM は、数 GeV から数 10GeV の入射エネルギーの陽子入射反応における粒子衝突過程を分析可能であることが示されている。JAM により、カスケード過程終了後にできる残留核の陽子数及び中性子数及び励起エネルギー、残留核に含まれる粒子の位置と運動量が求まる。残留核の陽子数及び中性子数は、残留核の周囲に、核力による深さ 50MeV の一箱型ポテンシャルを設定し、そのポテンシャルに束縛された粒子が残留核を形成し、ポテンシャルを乗り越えた粒子が残留核の外部に放出されるとして求めた。また、残留核の励起エネルギー  $E^*$  は、励起子模型 [16] に基いて、残留核のフェルミエネルギーを  $\varepsilon_F=40\text{MeV}$  として、

$$E^* = \sum_{i=1}^{N_h} \varepsilon_i^h + \sum_{i=1}^{N_p} \varepsilon_i^p \quad (1)$$

( $\varepsilon_i^h = \varepsilon_F - E_i$ ,  $\varepsilon_i^p = E_i - \varepsilon_F$ ,  $E_i$  = 衝突時の粒子のエネルギー,  $N_h$  = 全衝突における hole の数,  $N_p$  = 全衝突における particle の数) として求めることができる [15]。

## 2.2 Percolation Model

多重核破碎反応を含むフラグメンテーション過程から生成される IMF の生成質量分布を、微視的な分子動力学シミュレーションにより分析する試みは幾つかなされているが、IMF 生成量の実験値を再現することは難しい [17, 18]。その理由として、従来の理論では、一粒子の波動関数がガウス型波束に固定されているために、量子力学的な揺らぎが取り入れられておらず、粒子放出過程の記述に問題があるという指摘がなされており、様々な理論が開発されている [17, 18, 19]。しかし、これらの改良された理論は、非相対論的エネルギー領域の反応でのフラグメンテーションを記述するものであり、現状では、12GeV 陽子入射反応に適用することは、困難である。したがって、ここでは、現象論的な模型であるが、フラグメント生成質量分布の振舞いを、広い質量数領域で良く再現することが知られているパーコレーション模型 [9, 10, 11, 12] を JAM により得られた残留核の崩壊過程の記述に用いることにより、12GeV 陽子入射反応のフラグメント生成質量分布の実験値を再現しつつ、角分布についての分析を行なうことにする。

実際の計算は、以下の手順で行なう。

(1) JAM で得られた残留核に含まれる核子の位置の情報に従って、核子を三次元格子上に配置する。このように、JAM によって二体衝突の効果を取り込んで計算した粒子の位置を用いることにより、衝突が多く起こった所の密度が薄くなるというような反応の動的過程の情報をパーコレーション模型に取り入れることができる。

- (2) 近接サイトにある核子間をボンドで結ぶ。  
 (3) JAM で求めた残留核の励起エネルギー  $E^*$  によって決まる確率

$$p_b = \begin{cases} 0, & E^* < 8(\text{MeV}) \\ p_b(0) * (\frac{E^*-8}{8A})^{\frac{1}{2}}, & E^* \geq 8(\text{MeV}) \end{cases} \quad (2)$$

に従って、ボンドを切る。ここで、 $p_b$  は、残留核の全励起エネルギーが、8MeV より小さく、粒子が一つも放出されない時 0 になるとした。また、それ以外の時は、全励起エネルギーより 8MeV を引いたものが、残留核の束縛エネルギー ( $\approx$  残留核に含まれる全粒子数  $\times$  8MeV) に等しい時に、 $p_b=p_b(0)$  になるという仮定により決めた。

- (4) (1) ~ (3) の手順を複数事象繰り返すことにより、様々な質量数を持つフラグメントの生成質量分布および角分布を求める。

### 3 Results and Discussion

以下で、JAM+パーコレーション模型による、 $p(12\text{GeV})+^{197}\text{Au}$  反応におけるフラグメント生成質量分布と IMF 角分布についての計算結果とその分析結果について述べる。

#### 3.1 Fragment Mass Distribution

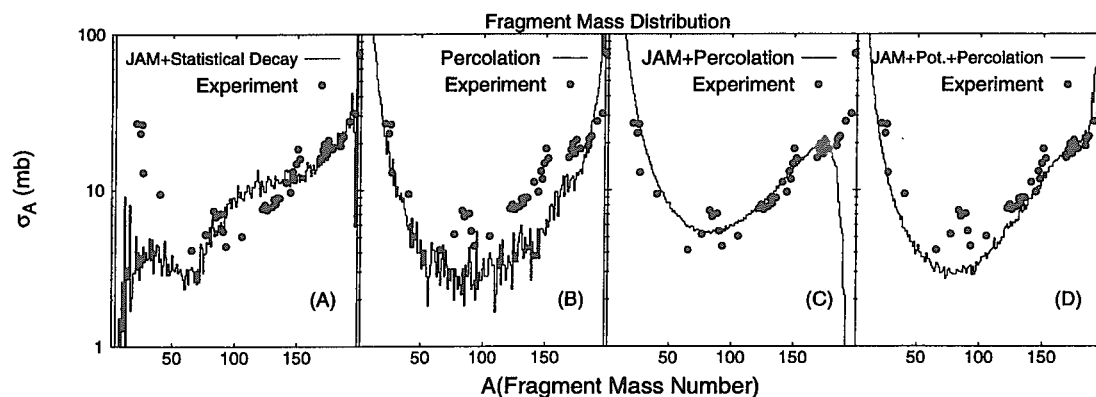


図3  $p(12\text{GeV})+^{197}\text{Au}$  から生成されるフラグメントの生成質量分布についての様々な理論 (A: JAM+統計崩壊模型, B: パーコレーション模型, C: JAM+パーコレーション模型, D: JAM+平均場+パーコレーション模型) による計算値と実験値 ( $p(11.5\text{GeV})+^{197}\text{Au}$ ) の比較

図3は、 $p(12\text{GeV})+^{197}\text{Au}$  から生成されるフラグメントの生成質量分布について様々な理論による計算値と実験値とを比較したものである。図3-(C)が、JAM+パーコレーション模型の計算結果である。パーコレーション模型では、JAMをパーコレーション模型に接続する時間  $t_{sw}$ 、ボンドを切る確率の大きさを決める  $p_b(0)$ 、粒子を置く格子の格子間隔  $l$  がフリー・パラメータとなっている。ここでは、 $t_{sw}=15(\text{fm}/c)$ 、 $p_b(0)=0.95$ 、 $l=1.6(\text{fm})$  とすることによって、図3-(C)に示されているように、広い質量数領域でフラグメント生成質量分布を再現することができる。しかし、標的核近傍 ( $A \approx 180-197$ ) の質量数をもったフラグメントの生成質量分布を再現することはできていない。この点については、JAMで粒子間に平均場 [20] を導入し、標

的核を安定化させることにより回避することができる。図3-(D)に、JAMに平均場を考慮した結果を示した。平均場を考慮することにより、標的核近傍のフラグメントまで含めてフラグメント生成質量分布を再現することができる。但し、平均場を入れた場合には、パーコレーション模型に含まれるパラメータは、 $t_{sw}=15(\text{fm}/c)$ 、 $p_b(0)=0.70$ 、 $l=1.6(\text{fm})$  としている。

比較のために、図3-(A)にJAM+統計崩壊模型 [21] (残留核からの p,n,d,t,  $^3\text{He}$ ,  $\alpha$  の蒸発及び核分裂を考慮) によるフラグメントの生成質量分布の計算値を示した。JAM+統計崩壊模型では、 $A \approx 50$  以下の IMF を含むフラグメントの生成量を大きく過小評価する。これは、IMF は、残留核からの軽粒子蒸発や核分裂というような機構のみからは生成されえないということを示している。

また、図3-(B)には、JAMによる粒子衝突の効果を取り入れていないパーコレーション模型の結果を示した。単なるパーコレーション模型では、 $50 \leq A \leq 160$  領域のフラグメントの生成量を過小評価する。これは、衝突の効果による密度の濃淡が、正しく取り入れられておらず、残留核の中重核への分裂が正確に扱えていないためであると考えられる。

以上の分析より、JAM+パーコレーション模型に平均場を考慮することにより、フラグメント生成質量分布を広い質量数領域で再現することが可能であることがわかった。したがって、この模型をベースとして、多重核破碎過程を分析可能であることが期待される。

### 3.2 Fragment Angular Distribution

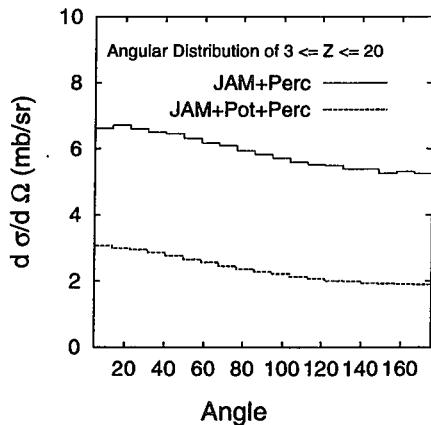


図4 p(12GeV)+ $^{197}\text{Au}$  から生成される IMF ( $3 \leq z \leq 20$ ) の実験室系での角分布 (実線: JAM+パーコレーション模型の計算値, 点線: JAM+平均場+パーコレーション模型の計算値)

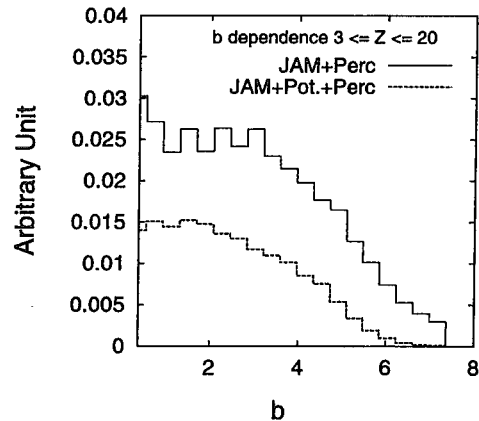


図5 p(12GeV)+ $^{197}\text{Au}$  から生成される IMF ( $3 \leq z \leq 20$ ) の生成量の衝突径数に対する依存性 (実線: JAM+パーコレーション模型の計算値, 点線: JAM+平均場+パーコレーション模型の計算値)

次に、IMFの角分布についての分析結果について述べる。図4に、IMFの角分布の計算値を示した。実線がJAM+パーコレーション模型によって計算したものであり、点線がJAM+平均場+パーコレーション模型によって計算したものである。図に示されているように、どの模型でも、IMFの角分布は前方ピークとなってしまう、実験で観測されているような側方70度ピークを再現することはできない。この原因について調べるために、IMFの生成量の衝突径数に対する依存性について計算した。図5に、IMFの生成量の衝突径数に対する依存性の計算値を示した。実線がJAM+パーコレーション模型によって計算したものであり、点線がJAM+平均場+パーコレーション模型によって計算したものである。図に示されているように、どの模



型でも、IMF は、 $b \leq 3(\text{fm})$  の非常に衝突が激しく起こる中心衝突で多くの IMF が生成されていることがわかる。したがって、このモデルの範囲内では、基本的に入射陽子の進行方向である前方方向の運動量を持った IMF が多く生成されており、IMF の角分布が前方になってしまうということがわかる。

図 4 と図 5 に見られるように、平均場を入れると、IMF の生成量は、平均場を入れない場合と比べて減る。これは、平均場を入れると標的核近傍のフラグメントが安定化し、IMF の生成量が減るためであると考えられる。平均場を取り入れることにより、IMF 生成量には、違いが見られるが、角分布の振舞いには、差が見られない。ここで考慮した平均場には、高エネルギーで斥力となるような運動量依存力が考慮されている [20]。このような運動量依存力が、角分布に対して何らかの影響を及ぼすことが期待されたが、12GeV 陽子入射反応のように動的な運動が、早く終わってしまうような反応では、フラグメントの角分布など動的な物理量の振舞いに対してあまり効果がないということがこの研究により明らかになった。

## 4 Summary and Outlook

本研究では、核内カスケード模型 (JAM) にパーコレーション模型を組み合わせた微視的シミュレーション理論によって 12GeV 陽子入射反応におけるフラグメント生成質量分布および IMF 角分布について分析した。その結果、フラグメント生成質量分布は、JAM に平均場を取り入れることにより広い質量数領域で、実験値を良く再現可能であるということがわかったが、IMF 角分布については、実験で観測されている側方 70 度ピークを再現することができないということがわかった。IMF 側方角分布の要因の一つとして、フラグメント間に働くクーロン相互作用の効果が考えられる。つまり、反応の中間状態で、空間対称性が崩れて、形が歪んだ残留核が生成されれば、そこから生成される IMF は、質量の大きな他のフラグメントから側方に強いクーロン斥力を感じて、側方に放出される可能性が考えられる。そこで、将来的には、クーロン相互作用の効果をパーコレーション模型に取り入れて IMF 角分布を分析する予定である。

また、パーコレーション模型は、ボンドが切れることにより、フラグメント分類をしているだけであり、フラグメンテーションにおける動的な効果が十分に取り入れられていない可能性がある。したがって、ボンドが切れる際に、フラグメントの重心運動量が変化する効果やボンドが切れる確率  $p_b$  を粒子間相対運動量に依存させる等を行ない、パーコレーション模型に、粒子の動的な効果を取り入れていこうと考えている。

このような IMF 側方ピークの研究を通して、我々が今まで見落としてきたかもしれない、高エネルギー核反応でのフラグメント角分布に効く未知の機構を発見することが将来の課題である。

## Acknowledgment

本報告書の執筆に際し、高エネルギー加速器研究機構の田中 万博氏、京都大学の村上 哲也氏、日本大学の丸山 智幸氏との議論を参考にさせて頂きました。これらの方々に感謝の意を表したいと思います。

## References

- [1] S. B. Kaufman, M. W. Weisfield, E. P. Steinberg, B. D. Wilkins, and D. Henderson, *Phys. Rev.* **C14** (1976) 1121.
- [2] D.R. Fortney and N.T. Porile, *Phys. Lett.* **76B** (1978) 553.
- [3] B. D. Wilkins, S. B. Kaufman, E. P. Steinberg, J. A. Urbon, and D. J. Henderson, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 1080.
- [4] K.H. Tanaka *et al*, *Nucl. Phys.* **A583** (1995) 581.
- [5] W.-c. Hsi *et al.*, *Phys. Rev.* **C60** (1999) 034609.
- [6] A. E. Glassgold, W. Heckrotte and K. M. Watson, *Ann. Phys.* **6** (1959) 1.
- [7] T. Maruyama and K. Niita, *Prog. Theor. Phys.* **97** (1997) 579.
- [8] Y. Nara, N. Otuka, A. Ohnishi, K. Niita, and S. Chiba, *Phys. Rev.* **C61** (1999) 024901
- [9] W. Bauer, D. R. Dean, U. Mosel and U. Post, *Phys. Lett.* **150B** (1985) 53.
- [10] W. Bauer, U. Post, D. R. Dean, U. Mosel, *Nucl. Phys.* **A452** (1986) 699.
- [11] W. Bauer, *Phys. Rev.* **C38** (1988) 1297.
- [12] W. Bauer, A. Botvina, *Phys. Rev.* **C52** (1995) R1760.
- [13] X. N. Wang, *Phys. Rep.* **280** (1997) 287.
- [14] T. Sjöstrand, *Comput. Phys. Commun.* **82** (1994) 74.
- [15] A. S. Botvina, A. S. Iljinov, and I. N. Mishustin *Nucl. Phys.* **A507** (1990) 649.
- [16] M. Blann, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **25** (1975) 123.
- [17] A. Ohnishi and J. Randrup, *Phys. Lett.* **B394** (1997) 260.
- [18] A. Ono and H. Horiuchi, *Phys. Rev.* **C53** (1996) 2958.
- [19] Y. Hirata, Y. Nara, A. Ohnishi, T. Harada, and J. Randrup, *Prog. Theor. Phys.* **102** (1999) 89.
- [20] T. Kido, JAERI-Conf 99-008 (1999) 49; T. Kido *et al*, *Nucl. Phys.* **A663** & **664** (2000) 877c.
- [21] K. Niita *et al*, *Phys. Rev.* **C52** (1995) 2620.



## 11 Parton Cascade Description of Nuclear Collisions at RHIC

Yasushi Nara

*RIKEN BNL Research Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York, 11973, USA*

The baryon distribution is studied by using a parton cascade model which is based on pQCD incorporating hard partonic scattering and dynamical hadronization scheme. In order to study baryon distribution, baryonic cluster formation is newly implemented as well as hadronic higher resonance states from parton/beam cluster decay. The net baryon number and charged hadron distributions are calculated with different  $K$ -factors in which parameters are fixed by elementary  $p\bar{p}$  data at  $E_{c.m.} = 200$  GeV. It is found that baryon stopping behavior at SPS and RHIC energies are not consequence of hard parton scattering but soft processes.

24.85.+p,25.75.-q,13.85,12.38M

### I. INTRODUCTION

Heavy ion experiments at BNL-AGS and CERN-SPS have been performed motivating by the possible creation of QCD phase transition and vast body of systematic data such as proton, pion strangeness particles distributions, HBT correlation, flow, dileptons and  $J/\psi$  distributions have been accumulated including mass dependence and their excitation functions [1–3]. Data from forthcoming experiment at BNL-RHIC will be available soon.

Strong stopping of nuclei has been reported both at AGS and at SPS energies [4,5]. It is reported that baryon stopping power can be understood within a hadronic models if we consider multiple scattering of nucleon using reasonable  $pp$  energy loss [6]. For example, within string based models [7–11], baryon stopping behavior at SPS energies is well explained by introducing diquark breaking mechanism in which diquark sitting at the end of the string breaks. Diquark breaking leads to large rapidity shifts of the baryon. Constituent quark scattering within a formation time [8,12] has to be considered in order to generate Glauber type multiple collision at initial stage of nuclear collisions in microscopic transport models which describe full space-time evolution of particles.

Event generators based on perturbative QCD (pQCD) are proposed such as HIJING (Heavy Ion Jet Interaction Generator) [13,14], VNI (Vincent Le Cucurullo Con Giginello) [15], in order to describe ultra-relativistic heavy ion collisions emphasizing the importance of mini-jet productions. VNI can follow the space-time history of partons and hadrons. The parton cascade model of VNI has been applied to study several aspects of heavy-ion collisions even at SPS energies [17]. However, original version of VNI implicitly assumed the baryon free region at mid-rapidity during the formation of hadrons, because only two parton cluster (mesonic cluster) formations are included in the Monte-Carlo event generator VNI [15].

In this work, The baryon distribution at SPS and RHIC energy are discussed using modified version of parton cascade simulation code VNI [16]. The main features of the parton cascade model to be used here are that implementation of baryonic cluster formation and during the parton/beam cluster decay higher hadronic resonance states are allowed to produce in order to be able to calculate baryon distribution in heavy ion collisions.

### II. PARTON CASCADE MODEL

First of all, the main features of the parton cascade model of VNI as well as the main points of the modification will be presented. Relativistic transport equations for partons based on QCD [18] are basic equations which are solved on the computer in parton cascade model. The hadronization mechanism is described in terms of dynamical parton-hadron conversion model of Ellis and Geiger [19–21]. The main features in the Monte Carlo procedure are summarized as follows.

1) The initial longitudinal momenta of the partons are sampled according to the measured nucleon structure function  $f(x, Q_0^2)$  with initial resolution scale  $Q_0$ . We take GRV94LO (Lowest order fit) [22] for the nucleon structure function. The primordial transverse momenta of partons are generated according to the Gaussian distribution with mean value of  $p_{\perp} = 0.44$  GeV. The individual nucleons are assigned positions according to a Fermi distribution for nuclei and the positions of partons are distributed around the centers of their mother nucleons with an exponential distribution with a mean square radius of 0.81 fm.

2) With the above construction of the initial state, the parton cascading development proceeds. Parton scattering are simulated using closest distance approach method in which parton-parton two-body collision will take place if their impact parameter becomes less than  $\sqrt{\sigma/\pi}$ , where  $\sigma$  represents the parton-parton scattering cross section calculated by pQCD within a Born approximation. Both spacelike and timelike radiation corrections are included within the leading logarithmic approximation. Elementary  $2 \rightarrow 2$  scatterings,  $1 \rightarrow 2$  emissions and  $2 \rightarrow 1$  fusions are included in the parton cascading.

3) Parton clusters are formed from secondary partons that have been produced by the hard interaction and parton branching. The probability of the parton coalescence to form color-neutral cluster  $C$  is defined as [20]

$$\Pi_{ij \rightarrow C} = \begin{cases} 0, & L_{ij} \leq L_0, \\ 1 - \exp\left(\frac{L_0 - L_{ij}}{L_c - L_{ij}}\right), & L_0 < L_{ij} \leq L_c, \\ 1, & L_{ij} > L_c, \end{cases} \quad (1)$$

where  $L_c = 0.8\text{fm}$  is the value for the confinement length scale and  $L_0 = 0.6\text{fm}$  is introduced to account for finite transition region.  $L_{ij}$  is defined by the distance between parton  $i$  and its nearest neighbor  $j$ :

$$L_{ij} \equiv \min(\Delta_{i1}, \dots, \Delta_{ij}, \dots, \Delta_{in}), \quad (2)$$

where  $\Delta_{ij} = \sqrt{\tau_i^\mu \tau_{j\mu}}$  is the Lorenz-invariant distance between partons. So far, only the following two-parton coalescence

$$g + g \rightarrow C_1 + C_2, g + g \rightarrow C + g, g + g \rightarrow C + g + g, \quad (3)$$

$$q + \bar{q} \rightarrow C_1 + C_2, q + \bar{q} \rightarrow C + g, \quad (4)$$

$$q + g \rightarrow C + q, q + g \rightarrow C + g + q. \quad (5)$$

have been considered in the VNI model. In this work, if diquarks are formed with the above formation probability, baryonic cluster formation is included as

$$qq + q \rightarrow C, \quad (6)$$

$$\bar{q}\bar{q} + \bar{q} \rightarrow C, \quad (7)$$

$$q_1 q_2 + \bar{q}_3 \rightarrow q_1 \bar{q}_3 + q_2, \quad (8)$$

$$q_1 q_2 + g \rightarrow q_1 q_2 q_3 + \bar{q}_3. \quad (9)$$

Note that by introducing those cluster formation processes, we do not introduce any new parameters into the model.

4) Beam clusters are formed from primary partons (remnant partons) which do not interact during the evolution even though they travel in the overlapping region of nuclei. They may be considered as the coherent relics of the original hadron wavefunctions, and should have had soft interactions. Those underlying soft interactions are simulated by the beam cluster decay into hadrons in VNI because additional possibility that several parton pairs undergo soft interactions. This may give a non-negligible contribution to the ‘underlying event structure’ even at the collider energies. The primary partons are grouped together to form a massive beam cluster with its four-momentum given by the sum of the parton momenta and its position given by the 3-vector mean of the partons’ positions.

5) The decay probability density of each parton cluster into final state hadrons including hadronic resonances is chosen to be a Hagedorn density state. The appropriate spin, flavor, and phase-space factors are also taken into account. In the decay of parton/beam cluster, higher hadronic resonance states up to mass of 2GeV can be produced in our model.

To summarize, the main different points from original version are 1) baryonic cluster formation. 2) inclusion of higher hadronic resonance up to mass of 2GeV. 3) exact conservation of flavor, i.e. (baryon number, charge, etc). 4) reasonable total momentum conservation: total momentum is conserved within 10% at RHIC energy for central Au+Au collision.

### III. RESULTS

#### A. Elementary collisions

Since our version of parton cascade code differs from original version of VNI, we have to check the model parameters. First, particle spectra from  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 200\text{GeV}$  calculated by the modified version of VNI are studied to

see the model parameter dependence. Here we see the  $K$ -factor dependence as mentioned in Ref. [23]. In Fig. 1, experimental data on pseudorapidity distributions (left panel) and the invariant cross sections (right panel) are compared to the calculation of the parton cascade model with different parameters on the treatment of so-called  $K$ -factor. The calculations (upper three figures) are done by adding the constant factor to the leading-order pQCD cross sections:

$$\sigma_{pQCD}(Q^2) = K \times \sigma^{LO}(Q^2)$$

with values  $K = 1, 2, 2.5$ . While bottom figure corresponds to the calculation changing the  $Q^2$  scale in the running coupling  $\alpha_s$  as

$$\sigma_{pQCD}(Q^2) = \sigma^{LO}(\alpha_s(\eta Q^2))$$

with the value  $\eta = 0.075$ . We also plot the contribution from parton cluster decay in the left panel with dotted lines. The contribution of parton cluster decay which comes from interacted parton coalescence changes according to the choice of the correction scheme. We can fit the  $p\bar{p}$  data of pseudorapidity distributions with different correction schemes as seen in Fig. 1 by changing the parameter (in actual code, parv(91)) which controls the multiplicity from beam cluster. We have to check the model with various elementary data including incident energy dependence in order to fix model parameters. Next we will present some results on nuclear collisions with those parameters.

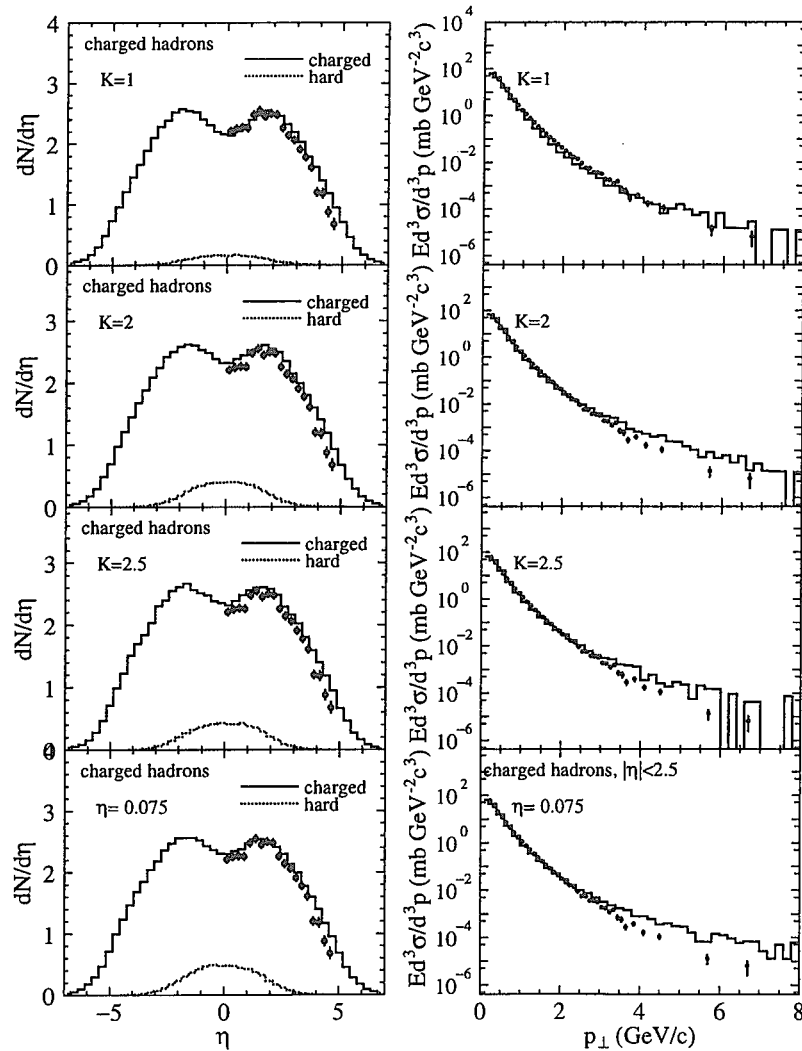


FIG. 1. Data on charged particle  $((h^- + h^+)/2)$  pseudorapidity (left) [24] and the invariant cross sections  $E d^3\sigma/d^3p$  (right) [25] from  $p\bar{p}$  collision at  $\sqrt{s} = 200\text{GeV}$  compared to parton cascade model calculations with various parameters. The contributions from parton cluster decay are also plotted by dotted lines in the left panel.

### B. Comparison with SPS data

The baryon stopping problem is one of the important element in nucleus-nucleus collisions. Original version of VNI implicitly assumed baryon free region at midrapidity, because baryonic parton cluster formation is not included. Baryons only come from beam cluster, not parton cluster formation in the original version of VNI. We can now discuss the baryon stopping problem with our modified version of VNI.

We have calculated the net proton distribution at SPS energy to show the reliability of the modeling of beam cluster formation in the parton cascade model. Fig. 2 compares the parton cascade calculation for Pb+Pb collision at the laboratory energy of  $E_{lab} = 158\text{ AGeV}$  with the  $K$ -factor 1.0 (original version uses  $\eta = 0.035$ ) of net protons with the data [5]. It is seen that contribution from parton cluster is negligibly small, thus baryon stopping behavior is fully explained by soft physics (in this case, beam cluster decay) when we chose the  $K$ -factor 1.0 at SPS energies. It should be noted that there is no microscopic dynamics in the modeling of the beam cluster formation in the parton cascade model, but it is a simple fit to the data of  $p\bar{p}$  collisions.

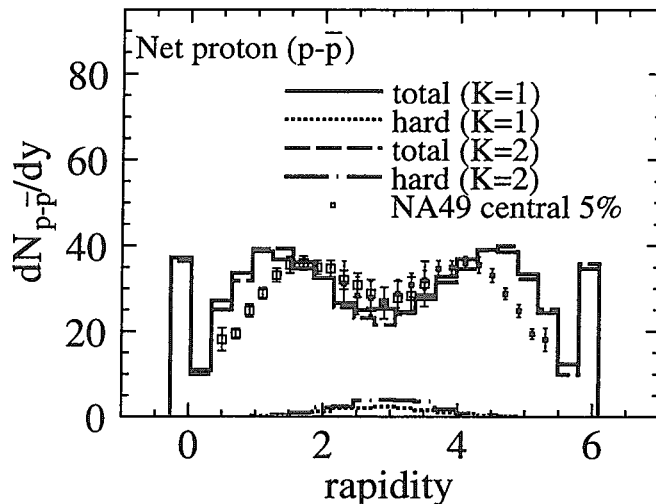


FIG. 2. Parton cascade model calculations of the rapidity distributions of net protons for Pb + Pb collision at SPS energy ( $E_{lab} = 158\text{ AGeV}$ ).  $K = 1.0$  (solid and dotted lines) and  $K = 2.0$  (dashed and dash-dotted lines) are used in this calculation. Dotted and dash-dotted lines corresponds to the contribution from parton cluster decay respectively.

### C. Predictions for RHIC

The  $K$ -factor dependence of both net proton and charged particle rapidity distribution are studied in Fig. 3. In terms of net proton distribution, there is no strong  $K$ -factor dependence. We can see that parton cluster formation and its decay predict almost baryon free at mid-rapidity region regardless of the choice of  $K$ -factor, though there are lots of protons and antiprotons at mid-rapidity. We conclude that hard parton scattering plays no rule for the baryon stopping within a parton cascade model. However, note that string based model like HIJING/B [9,10] predicts proton rapidity density of 10 and UrQMD predicts [26] 12.5 at mid-rapidity. However, as pointed out in Ref. [23], charged hadron multiplicity is strongly depend on how to chose the leading order correction scheme.

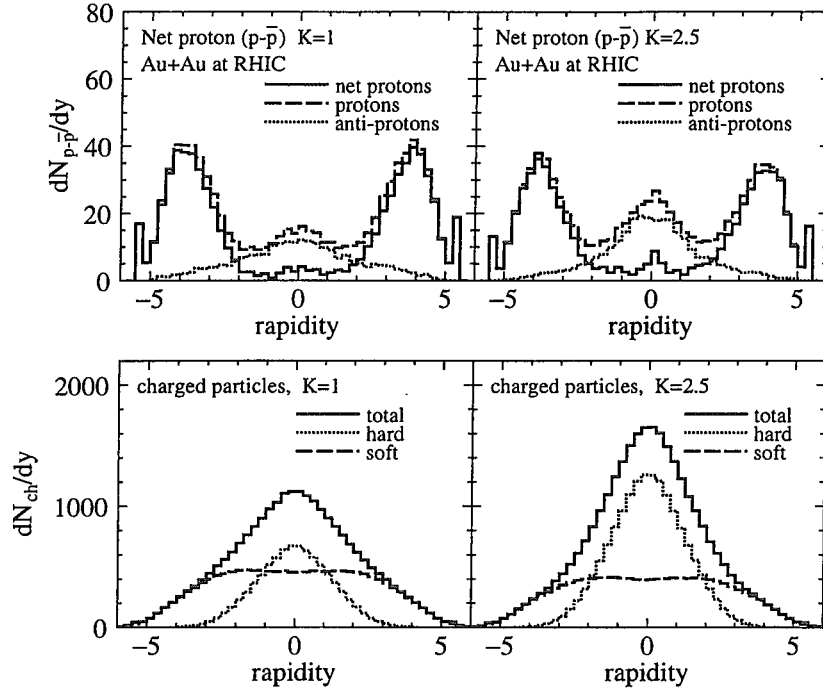


FIG. 3. Parton cascade model calculations of the rapidity distributions of net protons, protons, and anti-protons (upper) and charged particles (lower) for Au + Au collision at  $E_{c.m.} = 200$  AGeV for head on collisions.

Fig. 4 displays the net baryon number distributions as a function of rapidity obtained by parton distribution from parton cascade before hadronization with the  $K$ -factor of 1 (left) and 2.5 (right). Net baryon number of time-like partons are distributed around mid rapidity region but its contribution are small as consistent with the net proton distribution in Fig. 3.

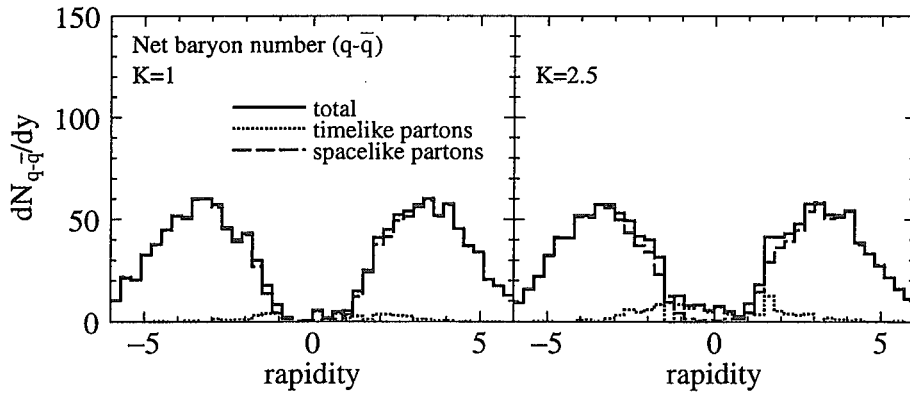


FIG. 4. Rapidity distributions of net baryon number ( $q - \bar{q}$ ) obtained from parton cascade model before hadronization with  $K = 1$  (left) and  $K = 2.5$  (right) for Au + Au collision at  $E_{c.m.} = 200$  AGeV for head on collisions.

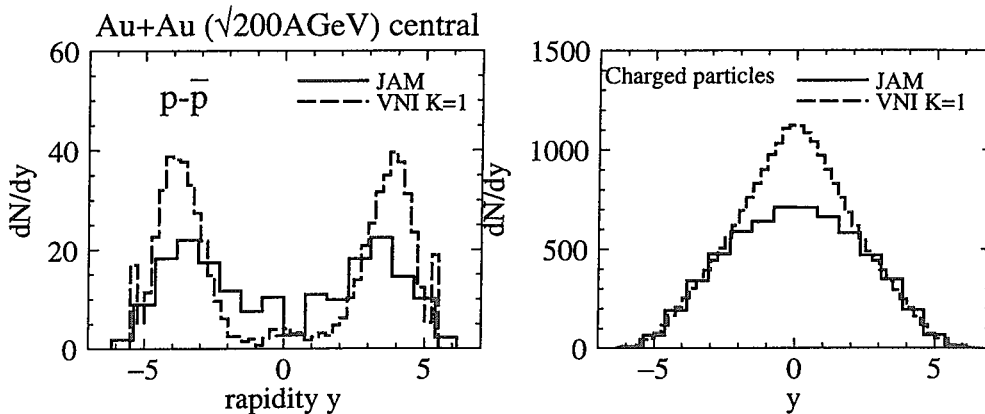


FIG. 5. Rapidity distributions of net proton (left) and charged particles (right) from parton cascade model with  $K = 1$  and JAM for Au + Au collision at  $E_{c.m.} = 200$  AGeV for head on collisions.

Finally, In Fig. 5, parton cascade model results are compared with that of JAM [27] to see the influence of baryon stopping on soft physics. JAM is a hadronic transport model based on hadrons and strings. The main features included in JAM are as follows. (1) At low energy, inelastic hadron-hadron ( $hh$ ) collisions are modeled by the resonance productions based on the idea from RQMD [8] and [12]UrQMD. (2) Above resonance region, soft string excitation is implemented along the lines of the HIJING model [14]. (3) Multiple minijet production is also included in the same way as the HIJING model in which jet cross section and the number of jet is calculated using an eikonal formalism for perturbative QCD (pQCD) and hard parton-parton scatterings with initial and final state radiation are simulated using PYTHIA [28] program. One can see from Fig. 5 that soft processes based on string picture largely make protons shift toward to mid-rapidity. Note that string based models predict no baryon free region at RHIC.

#### IV. SUMMARY

In summary, first, we have checked that different treatments for the inclusion of higher-order pQCD corrections in parton cascade model can fit the elementary  $p\bar{p}$  collisions. We have to check other elementary processes to fix the model parameters. We show the net proton rapidity distribution at SPS energies to demonstrate that the beam cluster treats underlying soft physics in the parton cascade model reasonably well for nucleus nucleus collisions. Then, we have calculated the net proton rapidity distribution at RHIC energy as well as charged particle distributions using modified version of parton cascade code VNI in which we newly introduced baryonic parton cluster formation and higher hadronic resonance states from decay of parton and beam cluster. Within a framework of perturbative parton cascading and dynamical hadronization scheme, we predict almost baryon free plasma at RHIC energy. The charged particle rapidity distributions are also studied with the parameter set which are fitted by  $p\bar{p}$  collisions. Strong  $K$ -factor dependence on the hadron multiplicity is seen as previously being found by Ref. [23]. We can not fix the  $K$ -factor from only rapidity and transverse momentum distributions for  $p\bar{p}$  collisions.

In this work, we consider only two or three parton coalescence, but in dense parton matter produced in heavy ion collisions, this assumption might be broken down. Inverse processes like hadron conversion to parton such as  $C \rightarrow q\bar{q}$  are also ignored which might become important at higher colliding energies.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work should have been collaborated with Klaus Geiger if he had not had perished in the air crash. I would like to thank Dr. S. A. Bass and Prof. R. S. Longacre for useful comments. I am indebted to S. Ohta for encouragements and useful comments.



- 
- [1] Proceedings of Quark Matter '96, *Nucl. Phys.* **A610**, 1c (1996).  
[2] Proceedings of Quark Matter '97, *Nucl. Phys.* **A638**, 1c (1998).  
[3] Proceedings of Quark Matter '99, *Nucl. Phys.* **A661**, 3c (1999).  
[4] L. Ahle, *et al.*, *Phys. Rev. C* **57**, R466 (1998).  
[5] H. Appelshäuser, *et al.*, (NA49 Collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2471 (1999).  
[6] S. Jeon and J. Kapusta, *Phys. Rev.* **C56**, 468 (1997).  
[7] K. Werner, *Z. Phys. C* **42**, 85 (1989); *Phys. Rep.* **232**, 87 (1993).  
[8] H. Sorge, *Phys. Rev. C* **52**, 3291 (1995).  
[9] S. E. Vance, M. Gyulassy and X. N. Wang, *Phys. Lett.* **B443**, 1 (1998).  
[10] S. E. Vance and M. Gyulassy, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1735 (1999); e-print: nucl-th/9901009.  
[11] A. Capella, *Phys. Lett.* **B364**, 175 (1995); A. Capella and C. A. Salgado, *Phys. Rev. C* **60**, 054906 (1999).  
[12] S.A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher, M. Brandstetter, L. Bravina, C. Ernst, L. Gerland, M. Hofmann, S. Hofmann, J. Konopka, G. Mao, L. Neise, S. Soff, C. Spieles, H. Weber, L.A. Winkelmann, H. Stöcker, W. Greiner, C. Hartnack, J. Aichelin and N. Amelin, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41**, 225 (1998); nucl-th/9803035.  
[13] X. N. Wang and M. Gyulassy, *Phys. Rev. D* **44**, 3501 (1991).  
[14] X. N. Wang, *Phys. Rep.* **280**, 287 (1997); X. N. Wang and M. Gyulassy, *Comp. Phys. Comm.* **83**, 307 (1994); <http://www-nsdth.lbl.gov/~xnwang/hijing/>.  
[15] K. Geiger, *Phys. Rep.* **258**, 238 (1995); *Comp. Phys. Comm.* **104**, 70 (1997); <http://penguin.phy.bnl.gov/~klaus/>.  
[16] The code can be obtained from <http://quark.phy.bnl.gov/~ynara/vni>.  
[17] K. Geiger and D. K. Srivastava, *Phys. Rev.* **C56**, 2718 (1997); D. K. Srivastava and K. Geiger, *Phys. Lett.* **B422**, 39 (1998). K. Geiger and R. Longacre, *Heavy Ion Phys.* **8**, 41 (1998).  
[18] K. Geiger, *Phys. Rev.* **D50**, 50 (1994); *Phys. Rev.* **D54**, 949 (1996); *Phys. Rev.* **D56**, 2665 (1997).  
[19] K. Geiger, *Phys. Rev.* **D51**, 3669 (1995).  
[20] J. Ellis and K. Geiger, *Phys. Rev.* **D52**, 1500 (1995).  
[21] J. Ellis and K. Geiger, *Phys. Rev.* **D54**, 1967 (1996); J. Ellis and K. Geiger and H. Kowalski, *Phys. Rev.* **D54**, 5443 (1996); J. Ellis and K. Geiger, *Phys. Lett.* **B404**, 230 (1997).  
[22] M. Glueck, E. Reya and A. Vogt, *Z. Phys. C* **C67**, 433 (1995).  
[23] S.A. Bass and B. Müller, *Phys. Lett.* **B471**, 108 (1999), nucl-th/9908014.  
[24] UA5 Collaboration, G.J. Alner, *et al.*, *Z. Phys. C* **33**, 1 (1984).  
[25] UA1 Collaboration, C. Albajar, *et al.*, *Nucl. Phys.* **B335**, 261 (1990).  
[26] M. J. Bleicher, *et al.*, e-print: hep-ph/9911420.  
[27] Y. Nara, N. Otuka, A. Ohnishi, K. Niita, S. Chiba, *Phys. Rev. C* **61**, 024901 (2000), e-Print: nucl-th/9904059; Y. Nara, *Nucl. Phys. A* **638**, 555c (1998), <http://quark.phy.bnl.gov/~ynara/jam/>.  
[28] T. Sjöstrand, *Comp. Phys. Comm.* **82**, 74 (1994); <http://www.thep.lu.se/tf2/staff/torbjorn/Pythia.html>.



## 12 $S_{11}(1535)$ in nuclei studied in the $A(\gamma, \eta)$ reaction

T. Yorita, H. Yamazaki<sup>a</sup>, T. Kinoshita<sup>a</sup>, T. Okuda<sup>a</sup>, H. Matsui<sup>a</sup>,  
J. Kasagi<sup>a</sup>, T. Suda<sup>b</sup>, K. Itoh<sup>c</sup>, T. Miyakawa<sup>c</sup>, H. Okuno<sup>d</sup>,  
H. Shimizu, H.Y. Yoshida<sup>e</sup>, T. Kinashi<sup>e</sup> and T. Maruyama<sup>f</sup>

*RCNP, Osaka University*

<sup>a</sup>*Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University*

<sup>b</sup>*Department of Physics, Tohoku University*

<sup>c</sup>*Dept. of Appl. Phys., Tokyo Univ. of Agricul. and Tech.*

<sup>d</sup>*KEK Tanashi*

<sup>e</sup>*Department of Physics, Yamagata University*

<sup>f</sup>*College of Bioresource Sciences, Nihon University*

### Abstract

Properties of the  $S_{11}(1535)$  resonance in nuclear medium were investigated through the  $A(\gamma, \eta)$  reaction for photon energies between 0.68 and 1.0 GeV. A broad resonance due to the the  $S_{11}$  excitation in the C, Al and Cu nuclei was clearly observed for the first time. The data were compared with calculations of the quantum molecular dynamics, and the observed shape being different from the elementary one is essentially explained by the medium effects such as the Fermi motion, the Pauli blocking and effects of N- $\eta$  and N-N\* collisions.

## 1 Introduction

近年、核子の基底状態の quark の運動の様子が自由な核子と原子核内の核子とで異なつて観測されるという現象が EMC 効果などで明らかになってきているが、このことは原子核内での核子の励起状態にも反映されているはずで興味ある問題の一つである。

原子核内において、核子共鳴状態の一つ  $P_{33}(1232)$  共鳴状態 (以下  $\Delta$ ) の性質について原子核を標的とした光吸収全断面積の測定や  $(\gamma, \pi)$  反応で詳しく研究されている。この  $\Delta$  領域における原子核標的での光吸収反応の核子当たりの反応断面積を見ると、 $\Delta$  共鳴に起因する山構造を成し、この形は標的の核種に依らずほぼ等しいエネルギー依存性及び強度を示す。一方、素過程の断面積と比較してみると、 $\Delta$  共鳴の幅が拡がり共鳴エネルギーが

高くなっているように見える。これについては、原子核を構成したときの核子の Fermi 運動や反応の終状態における Pauli Blocking の効果の他、 $\Delta$ -hole モデルにより説明される。

## 1.1 Second Resonance 領域における共鳴状態の消滅

一方  $\Delta$  領域よりエネルギーの高い側の領域についても、様々な原子核を標的とした光吸収反応の全断面積の測定が報告されている [1, 2]。Fig. 1 は原子核標的での 1 核子あたりの光吸収反応断面積のエネルギー依存性である。この結果、陽子、重陽子での光吸収反応断

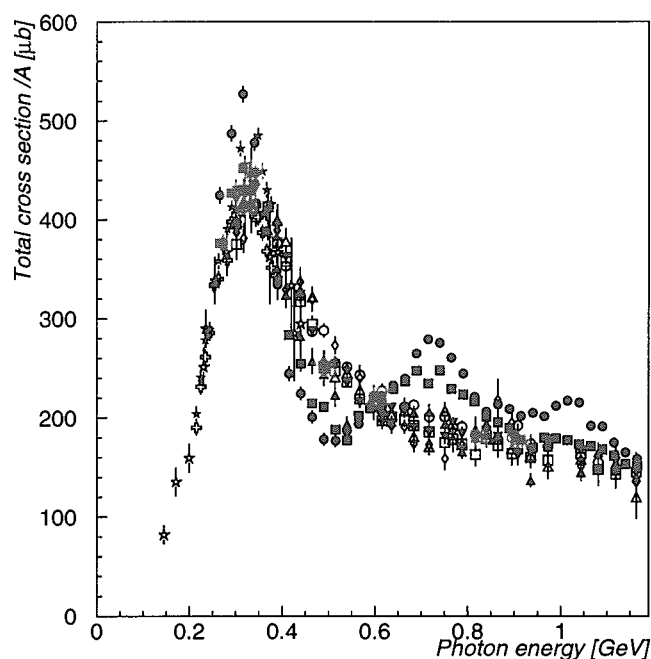


図 1: 1 核子あたりの光吸収反応断面積:黒丸は H 標的、黒四角は D 標的での結果。そのほかは Li, Be, C, O, Al, Cu, Sn, Pb, U 標的での結果。

面積 [3, 4] において  $D_{13}(1520)$  共鳴や  $F_{15}(1680)$  共鳴による寄与が見られる領域について Li より重い原子核標的での核子あたりの光全吸収断面積ではこれらの共鳴状態の寄与が認められなくなるという興味深い結果が示されている。この消滅現象は核内核子の Fermi 運動によりエネルギー幅が増大する効果のみでは説明することができない。

この現象について、M.M. Giannini 等は quark モデルを考慮した核内核子の励起強度の計算を行い原子核内においては quark exchange の効果により E1, E2 励起が減少する可能性を指摘した [5]。彼らの計算によると E1 励起は 11%, E2 励起は 22% 減少し、実験の傾向は説明する。しかし、全吸収断面積の定量的説明にはこれらの効果だけでは不十分である。

L.A. Kondratyuk 等は原子核内での共鳴状態と核子との衝突による collision width が付

加され共鳴幅が広がる効果が大きいとして、核内核子の propagator を以下の通り書き換え

$$G_r \rightarrow G_{n,r} = \frac{1}{\sqrt{s} - (M_R + \delta M_R) + \frac{1}{2}i(\Gamma_0 + \Gamma^*)} \quad (1)$$

陽子重陽子及び原子核標的における光吸収断面積の実験値に対する現象論的解析を行った。その結果  $D_{13}(1520)$  に関しては collision width が約 300 MeV であれば実験値を説明できるとしている。また、この値は  $RN$  衝突断面積が約 180 mb であることに対応している。

これに対し M. Effenberger 等は collision width を見積もり直し [7]、それをもとに半古典的なモデルである BUU モデルに基づき光吸収反応断面積を計算している。M. Effenberger 等は

$$\Gamma_{N_1 R \rightarrow N_2 N_3}(M_R, p_R, \rho) = 4\gamma \int_0^{p_F} \frac{d^3 p_{N_1}}{(2\pi)^3} v_r \int d\Omega \frac{\sigma_{NR \rightarrow NN}}{d\Omega} P_{N_1} P_{N_2} S \quad (2)$$

$$v_r = \sqrt{\frac{(\mathbf{p}_R \cdot \mathbf{p}_{N_1})^2 - M_R^2 M_N^2}{(\mathbf{p}_R \cdot \mathbf{p}_{N_1})^2}} \quad (3)$$

に基づき素過程の  $RN$  反応断面積と collision width を対応させているが、彼らは  $RN$  反応断面積に原子核内での shadowing の効果による上限値を factor  $S$  として導入している。核内での  $RN$  反応断面積の上限値は 80 mb 程度である。これは 核内核子間の平均距離 1.68 fm に相当する。この結果  $D_{13}(1520)$  に関して collision width は高々 30 MeV であることを示した。しかし、30 MeV の collision width では  $D_{13}(1520)$  の消滅現象を定量的に説明するには不十分である。これについて M. Effenberger 等は原子核内における  $\rho$  中間子の質量移行など  $D_{13}(1520) \rightarrow \pi\pi N$  channel の原子核内での振舞を詳しく研究する必要性を示している。

最近の M. Hirata 等による定性的解析 [8] では原子核内での  $(\gamma, \pi\pi)$  反応に注目している。 $D_{13}(1520)$  は真空中では約 50 % の分岐比で  $\rightarrow \pi\pi N$  channel に崩壊する。一方、核子における  $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$  channel には  $D_{13}(1520) \rightarrow \pi\Delta$ ,  $D_{13}(1520) \rightarrow \rho N$  の寄与の他  $\Delta$  Kroll-Ruderman term,  $\Delta$  pion-pole term,  $\rho$  Kroll-Ruderman term の寄与が考えられる。彼らの解析によると、 $D_{13}(1520)$  の原子核内での collision broadning の影響によりこれらの遷移間の干渉項が大きく減少する効果があり、この効果によって十分  $D_{13}(1520)$  の消滅現象を説明できるとしている。

このように様々な原子核内での効果が複雑に絡み合うことで  $D_{13}(1520)$ ,  $F_{15}(1680)$  の消滅が起こっていると予想されるが、その機構の詳しい説明は未だ決着がついていない。これは、これらの解析において様々な要素が複雑に絡み合っているため、決定的理解のためにはそれぞれの要素を分けてくわしく調べる必要がある。しかし  $D_{13}(1520)$ ,  $F_{15}(1680)$  領域では各々の共鳴状態の共鳴幅が広く、且つお互いのエネルギーが近接しているため実験的に分離することが困難である。

そこで、 $D_{13}(1520)$  領域での原子核内の共鳴状態の性質をくわしく調べるため  $S_{11}(1535)$  に注目した。 $S_{11}(1535)$  は約 50 % の分岐比で  $N\eta$  channel に崩壊するが、1.7 GeV/c<sup>2</sup> までのエネルギーを持つ共鳴状態の中でこれだけ大きな分岐比を持つのは  $S_{11}(1535)$  のみである。よって  $E_\gamma < 1000$  MeV での  $A(\gamma, \eta)$  反応実験により原子核内の  $S_{11}(1535)$  共鳴の

み調べることが可能である。この  $S_{11}(1535)$  は E1 励起のみなので、Quark Exchange の効果による E1, E2 励起の減少が実際の原子核内で起こっているのなら  $S_{11}(1535)$  の励起の核内での強さは自由空間でのそれに比べ減少するはずである。また、広いエネルギー領域での実験を行うことにより幅に対する議論も可能となる。また、 $\pi\pi N$  channel への分岐比は 10 % 程度なので核内での  $\Gamma_{\pi\pi}$  からの影響は無視し得る。

## 1.2 $(\gamma, \eta)$ 反応における従来の研究

$p(\gamma, \eta)$  の実験は 1960 年代から 1970 年代にかけて行われているが反応しきい値付近のもっとも精密な実験は Mainz MAMI で行われた B. Krusche 等による  $\eta$  光生成反応の素過程の実験 [9] である。この実験では  $E_\gamma = 707 \text{ MeV} \sim 790 \text{ MeV}$  での素過程微分断面積を測定しており、しきい値付近の  $p(\gamma, \eta)p$  反応は主に  $S_{11}(1535)$  を経由して起こることが明らかにした。

一方、原子核を標的とした実験は同じく Mainz MAMI で行われた M. Rößig-Landau 等の  $E_\gamma = 600 \sim 790 \text{ MeV}$  での C, Ca, Nb, Pb  $(\gamma, \eta)$  反応の測定 [12] がある。この実験によると、原子核を標的とした  $(\gamma, \eta)$  反応断面積は  $E_\gamma = 600 \sim 790 \text{ MeV}$  のエネルギー領域でみた場合、600 MeV 近傍から立上り始めてエネルギーが高くなるに従い単調増加する。その立上り方は核種によらず同様の傾向を示している。一方、C より重い標的での  $\eta$  生成断面積の質量数依存性については、ほぼ  $A^{2/3}$  に比例することが明らかになった。

この Mainz での原子核標的による  $(\gamma, \eta)$  反応実験のよって、原子核内での  $S_{11}(1535)$  の情報を調べるため、M. Effenberger 等は BUU モデルにより半古典的に  $(\gamma, \eta)$  反応を評価している [13, 14]。これらの研究では  $\eta$  の核子による吸収断面積や原子核内での  $\eta$  の rescattering の効果がくわしく議論され M. Rößig-Landau 等の実験 [12] で得られた  $A(\gamma, \eta)$  反応微分断面積の角分布及び運動エネルギー分布をよく説明している。

一方、 $S_{11}(1535)$  共鳴の共鳴幅や共鳴エネルギーについては共鳴構造の立上りの部分しか観測されていないため原子核内と真空中との性質の差異を得るのが困難な状況であった。

## 1.3 本研究の目的

本研究は  $D_{13}(1520)$  の消滅現象等で興味を持たれている、原子核内の共鳴状態と真空中の共鳴状態の性質の差異を明らかにすることを目的とする。

そのため、本研究では  $A(\gamma, \eta)$  反応断面積を測定し  $S_{11}(1535)$  が原子核内で如何に観測されるかをくわしく調べる。入射粒子は広いエネルギー領域で原子核における  $S_{11}(1535)$  の全容を明らかにしその性質についてくわしく調べるため、 $E_\gamma = 680 \sim 1000 \text{ MeV}$  の標識光子ビームにより実験を行った。入射粒子としての光子は電磁相互作用しかないので原子核の内部の反応を見るための良いプローブである。

実験の結果、得られた  $A(\gamma, \eta)$  反応全断面積の入射エネルギー依存性より  $S_{11}(1535)$  の原子核内での共鳴幅及び共鳴エネルギーについて詳しく調べた。

## 2 Experiment

実験は高エネルギー加速器研究機構田無分室の電子シンクロトン実験施設において標識光子ビームを使用して行った。標識される光子のエネルギー幅は  $\pm 5$  MeV であり、このとき得られた標識光子のエネルギーは  $E_\gamma = 680 \sim 1000$  MeV である。

標的は  $\text{CH}_2$ (50 mmt), C(30 mmt), Al(30 mmt), Cu(5 mmt) の 4 種類を使用した。C, Al, Cu 標的で原子核標的での  $(\gamma, \eta)$  反応の、また、C,  $\text{CH}_2$  標的により素過程の  $(\gamma, \eta)$  反応の断面積測定を行った。標的の形状はすべての標的について直径 30 mm $\phi$  の円筒型である。

実験のセットアップは、Fig. 2 に示すとおりである。 $(\gamma, \eta)$  反応により生成した  $\eta$  は  $\rightarrow \gamma\gamma$  崩壊モードをとおして検出されるが、放出された 2 つの  $\gamma$  それぞれの放出方向とエネルギーはビーム軸をはさんで設置した 2 組の CsI 多重検出器により測定した。CsI 多重検出器は 1 組が長さ  $13.5 X_0$  の六角錐台形の CsI(pure) シンチレータ 29 本で構成される。この CsI 多重検出器はその中心に位置する CsI をビームに対して  $50^\circ \sim 85^\circ$  となるように設置し、これにより生成した  $\eta$  の生成微分断面積の運動量分布及び角度分布を反応の重心系で 95 % 以上カバーした。

CsI 多重検出器の前面と標的の間には 5 mm のプラスチック・シンチレーターが設置され、これにより、CsI(pure) に入射する  $\gamma$  と荷電粒子との識別を行った。

データのコンピュータへの取り込みのトリガーは CsI 多重検出器の左右それぞれの論理信号と tagging counter の論理信号の論理和で発生させた。

## 3 Analysis and Result

得られたデータの解析では、29 本の CsI(pure) の中で大きな Energy Deposit のあった CsI(pure) とその周り 6 本の CsI(pure) への Energy Deposit を足し合わせて入射粒子のエネルギーとし、またこれら 7 本の CsI それぞれへの Energy Deposit の分布から入射位置を決めた。CsI の energy calibration はシンクロトンからの 600 MeV 電子ビームを CsI(pure) 58 本の 1 本 1 本に入射して行った。標的から放出される  $\eta$  の同定は  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  イベントの  $2\gamma$  に対する不変質量解析によって行った。それぞれの  $\gamma$  の CsI への入射位置とエネルギー損失をもとに不変質量は

$$M_{\gamma\gamma} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2} \quad (4)$$

により計算される。

Fig. 3 に今回測定した  $A(\gamma, \gamma\gamma)$  イベントの不変質量分布を示す。140 MeV/ $c^2$  辺りに  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  によるイベント、550 MeV/ $c^2$  辺りに  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  によるイベントが認められる。350 MeV/ $c^2$  より高い領域でバックグラウンドを exponential、 $\eta$  イベントを Gaussian で fit すると今回使用した測定系での不変質量分解能は  $\frac{\delta M}{M} = 5.8 \pm 0.22\%$  であった。

得られた  $\eta$  イベントについて入射光子エネルギー、生成  $\eta$  の実験室系での運動量、生成  $\eta$  の実験室系での放出角それぞれについて以下のとおり

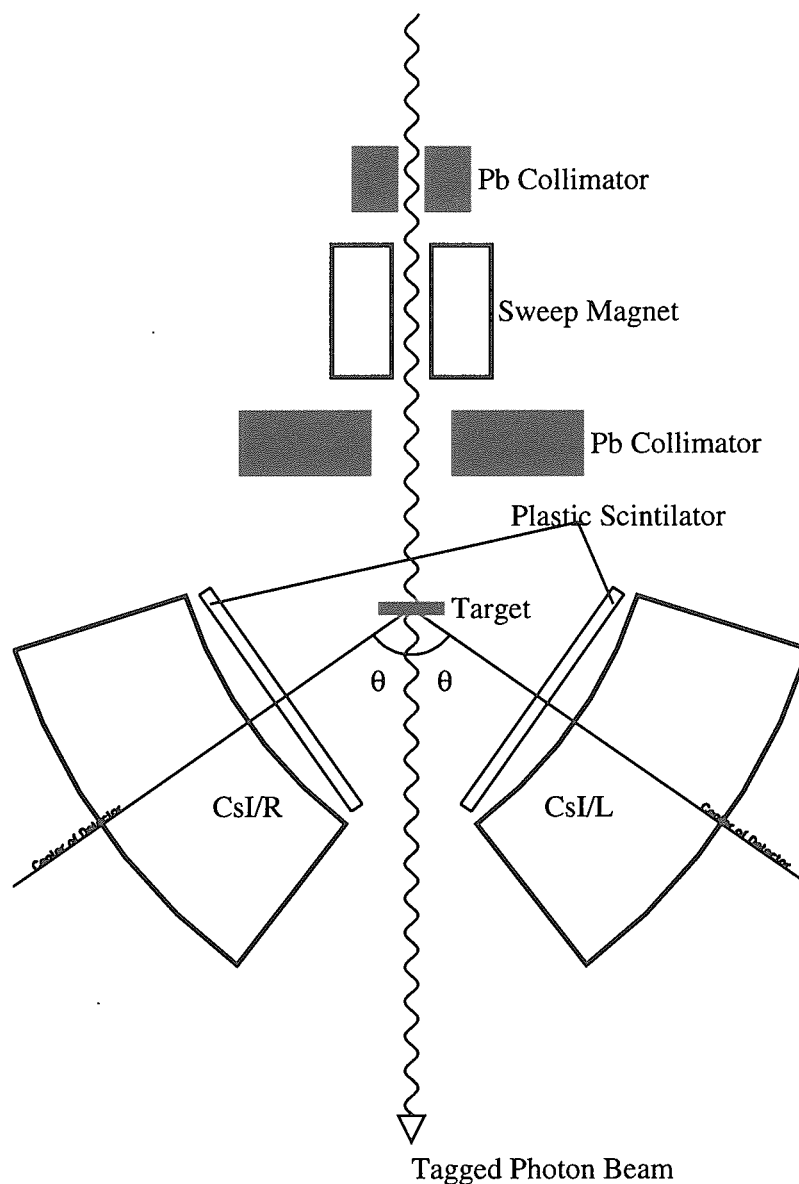


図 2: 実験セットアップ: CsI 多重検出器 (CsI/L, CsI/R) が左右 2 組ビーム軸に対し  $50\sim 85^\circ$  の角度で設置されている。標的 (Target) と CsI 検出器の間には  $\gamma$  とその他荷電粒子の識別のためプラスチック・シンチレーターが設置されている。

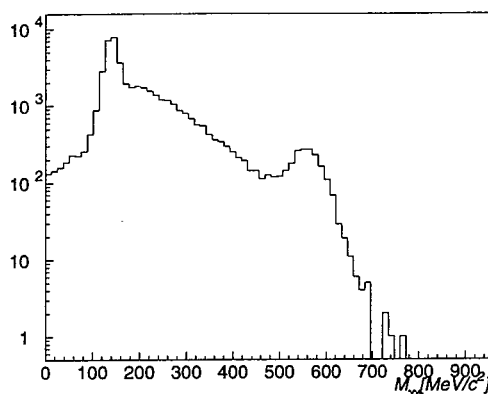


図 3:  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  イベントの invariant mass 分布

$E_\gamma$  : every 40 MeV  
 $P_\eta$  : every 100 MeV/c  
 $\theta_\eta$  : every  $10^\circ$

に分割してそれぞれの yield  $Y_{p,t}$  を得、その yield  $Y_{p,t}$  と 検出器系の acceptance とにより微分断面積を求め、得られた微分断面積を積分することにより全断面積を求めた。 $\eta$  の放出角度毎及び運動量毎の  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  に対する CsI 多重検出器の acceptance は GEANT3.21 によるシミュレーション計算により求めた。

得られた C, Al, Cu 標的での  $(\gamma, \eta)$  反応全断面積の実験結果はそれぞれの標的毎に Table 1,2,3 にまとめたとおりであった。また、Fig.4 はこれらの実験結果をまとめて表示したものである。白丸、白四角、白三角はそれぞれ C, Al, Cu 標的の結果に対応する。C, Al, Cu 標的いずれの場合も、反応断面積のエネルギー依存性がなだらかな共鳴構造を示している。その共鳴エネルギーは約 900 MeV、幅は半値幅で見て約 300 MeV であった。

表 1: C( $\gamma, \eta$ ) 反応断面積

$E_\gamma$ (MeV)	断面積 ( $\mu\text{b}$ )	統計誤差 ( $\mu\text{b}$ )	系統誤差 ( $\mu\text{b}$ )
700	26.4	$\pm 2.6$	+3.2 -1.2
740	39.5	$\pm 2.8$	+4.3 -1.5
780	57.2	$\pm 4.4$	+5.6 -1.9
820	64.9	$\pm 5.4$	+6.4 -2.1
860	68.9	$\pm 5.3$	+7.6 -2.7
900	71.7	$\pm 5.0$	+7.3 -2.5
940	62.9	$\pm 5.2$	+7.5 -2.7
980	60.7	$\pm 7.3$	+8.3 -3.3



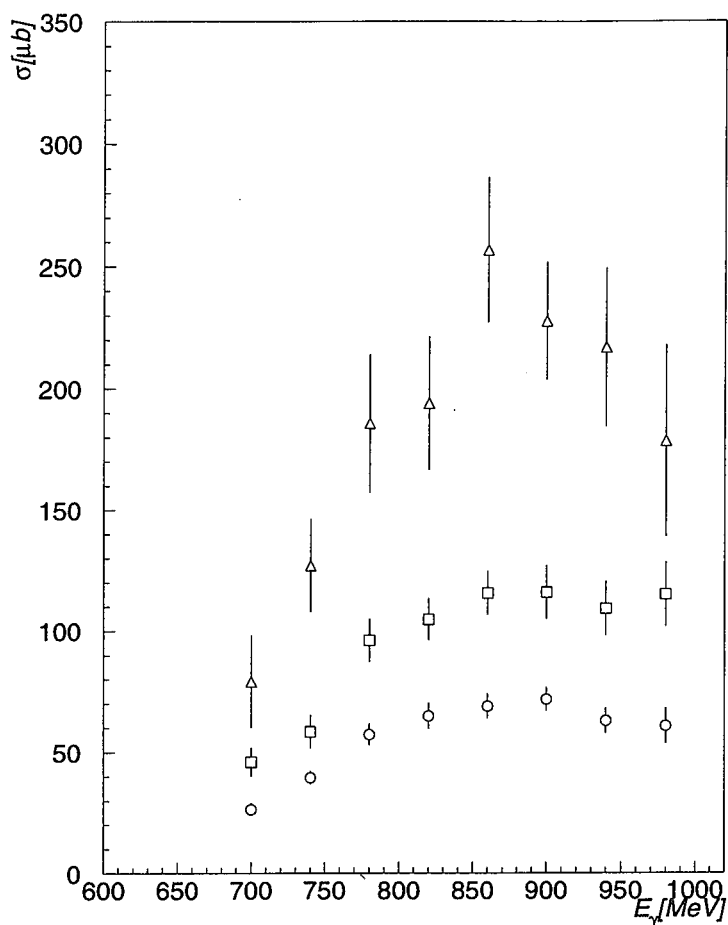


図 4:  $A(\gamma, \eta)$  反応全断面積 : 白丸、白四角、白三角はそれぞれ C, Al, Cu 標的での実験結果である。図中の誤差棒は統計誤差を表す。

表 2: Al( $\gamma, \eta$ ) 反応断面積

$E_\gamma$ (MeV)	断面積 ( $\mu\text{b}$ )	統計誤差 ( $\mu\text{b}$ )	系統誤差 ( $\mu\text{b}$ )
700	46.0	$\pm 6.1$	+6.0 -2.3
740	58.5	$\pm 7.0$	+8.6 -3.5
780	96.1	$\pm 8.9$	+11. -4.0
820	105.	$\pm 8.8$	+12. -4.2
860	116.	$\pm 9.1$	+11. -3.9
900	116.	$\pm 11.$	+13. -4.9
940	109.	$\pm 11.$	+14. -5.3
980	115.	$\pm 13.$	+13. -4.9

表 3: Cu( $\gamma, \eta$ ) 反応断面積

$E_\gamma$ (MeV)	断面積 ( $\mu\text{b}$ )	統計誤差 ( $\mu\text{b}$ )	系統誤差 ( $\mu\text{b}$ )
700	79.1	$\pm 19.$	+13. -5.5
740	127.	$\pm 19.$	+15. -5.7
780	186.	$\pm 28.$	+21. -7.9
820	194.	$\pm 28.$	+25. -9.8
860	257.	$\pm 30.$	+26. -9.4
900	228.	$\pm 24.$	+24. -8.5
940	217.	$\pm 33.$	+35. -15.
980	178.	$\pm 40.$	+32. -14.

## 4 Discussion

得られた  $A(\gamma, \eta)$  反応断面積の実験値から原子核内での  $S_{11}(1535)$  の共鳴幅や共鳴エネルギー、励起強度を詳しく調べるために QMD モデル計算との比較を行った。

### 4.1 QMD : quantum molecular dynamics

quantum molecular dynamics (QMD) model は半古典的モデルで、原子核内の各々の核子を Gaussian 型の wavepacket として取り扱う [16, 17, 18]。

$i$  番目の核子の運動量と位置の中心値が  $\mathbf{P}_i(t), \mathbf{R}_i(t)$  で波長が  $\sqrt{L}$  の wavepacket は以下の通り与えられる。

$$\phi_i(\mathbf{R}_i(t), \mathbf{P}_i(t)) = \frac{1}{(2\pi L)^{2/3}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2}{4L} + \frac{i}{\hbar} \mathbf{r} \cdot \mathbf{P}_i \right] \quad (5)$$

また、 $\mathbf{P}_i(t), \mathbf{R}_i(t)$  の運動方程式は変分原理に基づき以下のとおり与えられる。

$$\frac{d\mathbf{R}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_i}, \quad \frac{d\mathbf{P}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_i}, \quad (6)$$

この式の Hamiltonian  $H$  は核子単体のエネルギーと 2 核子間の 2 体相互作用で記述される。相互作用には Skyrme 型相互作用、symmetry term 及び Coulomb 相互作用が組み込まれ  $H$  は以下のとおり与えられる。

$$\begin{aligned} H = & \sum_i \sqrt{m_i^2 + \mathbf{P}_i^2} \\ & + \frac{1}{2} \frac{A}{\rho_0} \sum_i \langle \rho_i \rangle + \frac{1}{1 + \tau} \frac{B}{\rho_0} \sum_i \langle \rho_i \rangle^\tau \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i,j(\neq i)} \frac{e_i e_j}{|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j|} \text{erf} \left( |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j| / \sqrt{4L} \right) \end{aligned}$$

$$+ \frac{C_s}{2\rho_0} \sum_{i,j(\neq i)} c_i c_j \rho_{ij}, \quad (7)$$

“erf” は error function である。  $e_i$  は  $i$  番目の核子の電荷である。  $c_i$  は  $i$  番目の核子が陽子のとき 1、中性子のとき 0 の値を取る。  $\langle \rho_i \rangle$  は  $i$  番目の核子とその他の核子との重なり密度である。

式 (7) において、symmetry energy 係数  $C_s$  は 25 MeV と与えられている。また、飽和核子密度は  $0.168 \text{ fm}^{-3}$  とした。Skyrme のパラメータ  $\tau = 4/3$  で  $A, B$  及び核子の波長パラメータ  $L$  はそれぞれ

$$A = -248 \text{ MeV}, \quad B = 141 \text{ MeV}, \quad L = 0.6 \text{ fm} \quad (\text{for C}) \quad (8)$$

$$A = -223 \text{ MeV}, \quad B = 127 \text{ MeV}, \quad L = 0.8 \text{ fm} \quad (\text{for Al}) \quad (9)$$

$$A = -186 \text{ MeV}, \quad B = 106 \text{ MeV}, \quad L = 0.75 \text{ fm} \quad (\text{for Cu}) \quad (10)$$

とした。

これにより、 $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{64}\text{Cu}$  それぞれの基底状態の密度分布は Fig. 5(a) に示す通り Wood-Saxon 型を再現している。

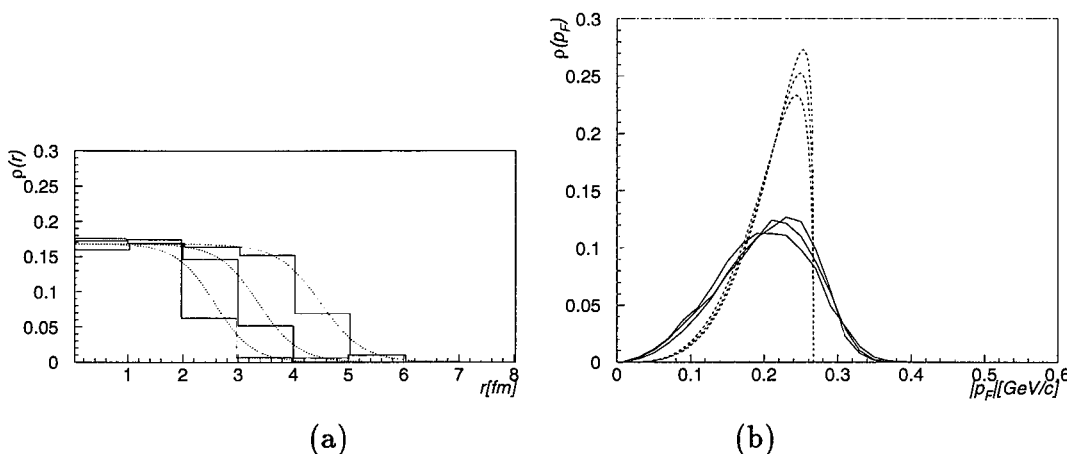


図 5: (a) QMD における各核種の基底状態での核子の密度分布: 点線は Wood-Saxon に従った密度分布;(b) QMD における各核種の基底状態での核子の運動量分布: 破線は式 (11) に従った運動量分布

また運動量分布も Fig. 5(b) に示す通り

$$p_F = \hbar c \left( \frac{3}{2} \pi^2 \rho(r) \right)^{1/3} \quad (11)$$

に従う運動量分布と比較して分布が広がっているが、8 割以上の領域で一致している。ここで、核子の運動量の絶対値の 2 割分のずれによる反応の重心系のエネルギー  $\sqrt{s}$  を導出する際の影響は 5% 以下と考えられる。一方、 $(\gamma, \eta)$  反応のしきい値近傍では入射光子と

核子が向かい合う方向に運動している場合の反応が主となるので、核子の運動量の絶対値の2割分のずれによる影響が大きく効いてくる。

計算は、まずランダムに核内核子の一つを励起するところから始まる。励起された  $S_{11}(1535)$  のエネルギー及び運動量は入射光子エネルギー  $E_\gamma$  とランダムに選ばれた核子の運動量との運動学により決定される。ここで、全ての  $(\gamma, \eta)$  反応は  $S_{11}(1535)$  経由と仮定した。よって、 $H(\gamma, \eta)$  反応断面積の実験値より励起パラメータを決定した。

$S_{11}(1535)$  の崩壊モードは  $N\pi, N\eta, N\pi\pi$  でありそれぞれのチャンネルの崩壊幅は以下の式の通り示される。

$$\Gamma_\gamma = \frac{k}{k_0} b_\gamma \Gamma_0 \quad (12)$$

$$\Gamma_\pi = \frac{q_\pi}{q_{R,\pi}} b_\pi \Gamma_0 \frac{c^2 + q_{R,\pi}^2}{c^2 + q_\pi^2} \quad (13)$$

$$\Gamma_\eta = \frac{q_\eta}{q_{R,\eta}} b_\eta \Gamma_0 \frac{c^2 + q_{R,\eta}^2}{c^2 + q_\eta^2} \quad (14)$$

$$\Gamma_{\pi\pi} = b_{\pi\pi} \Gamma_0 \Theta(\sqrt{s} - M_N - 2m_\pi) \quad (15)$$

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_\pi + \Gamma_\eta + \Gamma_{\pi\pi} \quad (16)$$

ここで  $k$  は入射光子と標的核子の重心系での入射光子のエネルギー、 $q_{\pi(\eta)}$  は生成した  $\pi(\eta)$  中間子と残留核子の重心系での  $\pi(\eta)$  中間子の運動量である。これら  $k, q_{\pi(\eta)}$  は反応の重心系の全エネルギー  $\sqrt{s}$  の関数であり、 $k_0, q_{R,\pi(\eta)}$  は  $\sqrt{s}$  が共鳴極のときの  $k, q_{\pi(\eta)}$  である。 $\Gamma_0$  は共鳴極での共鳴状態の全幅である。 $b_\gamma, b_\pi, b_\eta, b_{\pi\pi}$  は共鳴極におけるそれぞれの崩壊モードへの分岐比である。また、 $M_N, m_\pi$  はそれぞれ核子及び  $\pi$  中間子の静止質量である。これらの変数から  $S_{11}$  の励起強度及び  $(\gamma, \eta)$  反応断面積は以下の式の通り Lorentz 曲線で表すことができる。

$$\sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11}} = A \cdot \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s \Gamma_\gamma \Gamma_{\text{tot}}}{(s - M_{S_{11}})^2 + s \Gamma_{\text{tot}}^2} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma N \rightarrow S_{11} \rightarrow \eta N} &= A \cdot \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s \Gamma_\gamma \Gamma_{\text{tot}}}{(s - M_{S_{11}})^2 + s \Gamma_{\text{tot}}^2} \cdot \frac{\Gamma_\eta}{\Gamma_{\text{tot}}} \\ &= A \cdot \left(\frac{k_0}{k}\right)^2 \frac{s \Gamma_\gamma \Gamma_\eta}{(s - M_{S_{11}})^2 + s \Gamma_{\text{tot}}^2} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 $A$  は光子と核子の  $S_{11}$  の結合強度等を含んだ比例定数である。また、 $M_{S_{11}}$  は  $S_{11}$  の静止質量である。

Particle Data Group [19] によると各々のパラメータは

$M_{S_{11}}$	1520-1560 MeV
$\Gamma_0$	100-250 MeV
$b_\pi$	35-50 %
$b_\eta$	45-55 %
$b_{\pi\pi}$	~10 %

である。Mainz の 790 MeV までのエネルギーの入射光子による  $H(\gamma, \eta)$  反応実験 [9] に対する B. Krusche 等の  $S_{11}$  の parameterization [20] では  $b_\eta = 0.45$  として

$M_{S_{11}}$	1544 MeV
$\Gamma_0$	$212 \pm 20$ MeV
$b_\eta$	$\equiv 0.45$

が得られている。Fig. 6 の点線で示したのが上記のパラメータを採用した場合の Lorentz 曲線である。ここで、Fig. 6 の実験値は黒丸が real photon による  $H(\gamma, \eta)$  反応による断面積 [9]、黒四角が電子散乱による virtual photon により求めた断面積 [10]、それ以外は real photon による  $H(\gamma, p)$  反応での missing mass analysis より得られた  $\eta$  光生成微分断面積 [11] を  $4\pi$  倍したものである。この B. Krusche 等のパラメータの場合エネルギーの高いところで実験値を上回っている。これに対し以下の通りのパラメータを採用した場合、

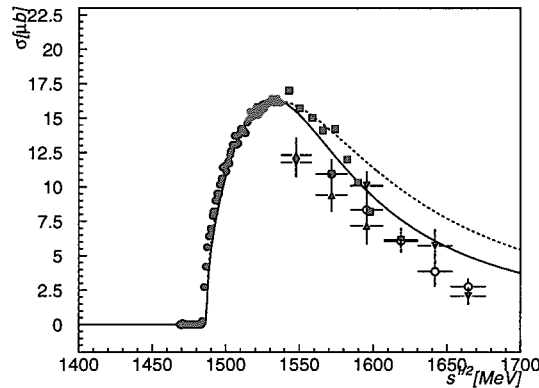


図 6:  $p(\gamma, \eta)$  反応断面積の parameterization : 黒丸は M. R\"obig-Landau 等の [9]、黒四角は M. Wilhelm 等の [10]、それ以外は S. Homma 等の [11] 測定データである。また、実線は  $\Gamma_0 = 150$  MeV,  $b_\eta = 0.55$  での Lorentz 曲線、点線は  $\Gamma_0 = 212$  MeV,  $b_\eta = 0.45$  での Lorentz 曲線である。

$M_{S_{11}}$	1540 MeV
$\Gamma_0$	150 MeV
$b_\eta$	0.55

図 6 の実線で示したようにエネルギーの高い領域を含めたエネルギー領域の広い範囲で実験値を満足する。

以下これら 2 通りのパラメータにより議論を進める。

計算ではその後、各々の粒子の位置と運動量について微小時間  $\Delta t$  毎に時間発展させる。粒子の時間発展と同時に粒子の生成消滅及び衝突反応も起こす。 $(\gamma, \eta)$  反応の計算には以下の反応を組み込んでいる。

$S_{11}(1535)$ decay	$S_{11}(1535) \rightarrow \pi N$
	$S_{11}(1535) \rightarrow \eta N$
NN collision, RN collision	$NS_{11}(1535) \rightarrow NN$
	$NN \rightarrow NS_{11}(1535)$
$\pi, \eta$ absorption on $N$	$\pi N \rightarrow S_{11}(1535)$
	$\eta N \rightarrow S_{11}(1535)$

各々の反応の反応断面積は素過程の実験値を基にしている。このとき、計算では各反応をそれぞれ一段一段、反応断面積及び崩壊幅に従いランダムに起こしている。

## 4.2 QMD 計算と実験値との比較

図 7 に示すとおり QMD による  $^{12}\text{C}(\gamma, \eta)$  反応断面積の計算結果が得られた。図中の破

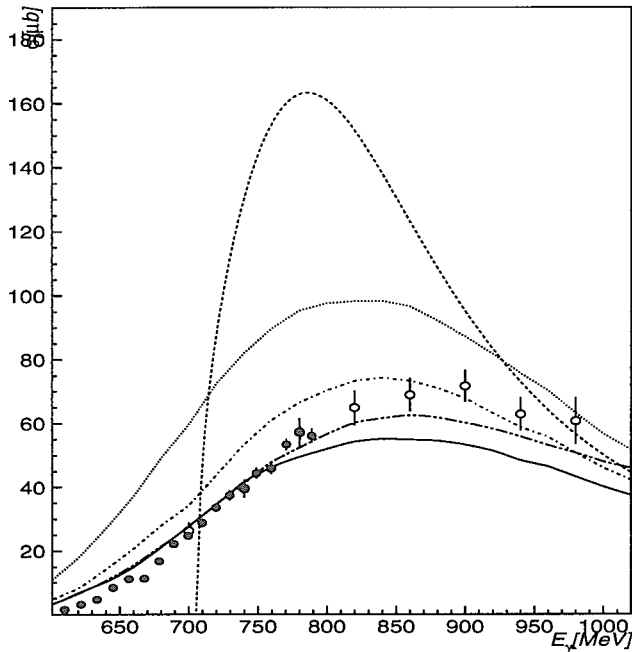


図 7: QMD による  $^{12}\text{C}(\gamma, \eta)$  反応断面積の計算結果

線は素過程の断面積を核子数倍したものである。但し B. Krusche 等による  $d(\gamma, \eta)$  反応断面積の結果 [21] に従い、中性子に対する断面積は陽子の場合の  $2/3$  倍とする。例えば C 標的の場合は  $\sigma_p \cdot (6 + 6 \times 0.67)$  である。また、この破線の  $S_{11}(1535)$  のパラメータは  $\Gamma_0 = 150$  MeV,  $b_\eta = 0.55$  である。この素過程の断面積に Fermi motion および Pauli blocking の効果を加えると、図中の点線で示すとおり、素過程より幅が広がりピークの位置も 50 MeV 程度高いほうへ移動する結果となる。これに更に原子核内での  $\eta$  吸収の効果を加えると、図中の一点鎖線のとおり、反応断面積が減少する結果となる。これに更に原

子核内での collision の効果を加えることで図中の実線のとおり計算される。この collision の効果により断面積でみた幅は更に広がり断面積の大きさは小さくなる。また、図中の二点鎖線は  $S_{11}(1535)$  のパラメータを  $\Gamma_0 = 212 \text{ MeV}$ ,  $b_\eta = 0.45$  とし実線と同様の効果を取り入れて計算した結果である。

C, Al, Cu それぞれの標的に対する QMD の計算結果を図 8 に示す 図中の実線は  $\Gamma_0 =$

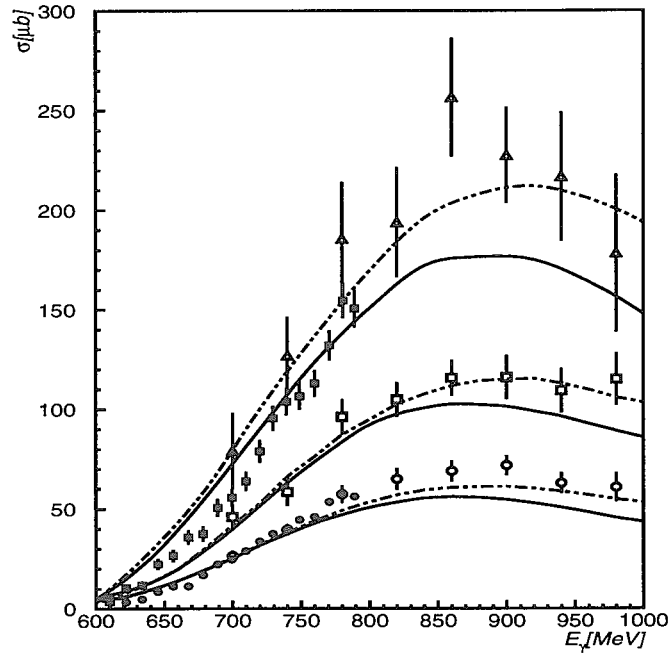


図 8: QMD による  $A(\gamma, \eta)$  反応断面積の計算結果: 黒丸、黒四角はそれぞれ M. Röbig-Landau 等による C, Ca 標的での実験結果 [12]。

150 MeV,  $b_\eta = 0.55$  での、二点鎖線は  $\Gamma_0 = 212 \text{ MeV}$ ,  $b_\eta = 0.45$  での計算結果である。計算結果を実験値と比べてみると、 $\Gamma_0 = 212 \text{ MeV}$  の場合いずれの核種についても実験値をよく再現する。一方、素過程のデータをよりよく再現している  $\Gamma_0 = 150 \text{ MeV}$  での計算結果は 800 MeV 以下のエネルギー領域では実験値をよく再現しているものの 800 MeV 以上のエネルギー領域ではエネルギーが高くなるに従い計算結果が実験値より小さくなり 980 MeV では実験値の 60%~80% 程度しか再現していない。ここで、原子核内での  $NR \rightarrow NN$  による collision width の影響を更に大きいと見積もるのは全体の断面積の値の過小評価につながり、小さいと見積もるのは  $E_\gamma = 800 \text{ MeV}$  近傍での断面積の過大評価につながる。また、その他  $P_{11}(1710)$  の寄与、2 核子吸収、 $D_{13}(1520)$ ,  $F_{15}(1680)$  等と核子の衝突の結果  $S_{11}(1535)$  ができる場合、及び核内での  $\pi$  生成・再吸収に伴う寄与などすべて足しあわせても  $\sigma_{\text{add.}}(\sqrt{s} = 1.68 \text{ GeV}) \sim 3\mu\text{b}$  程度と見積もられ、実験結果を説明するには不十分であり、その他の核内での効果を考慮する必要がある。そこで、 $\Gamma_0$  そのものが原子核内で変化しているとして実験値の評価を行った。

Fig. 9 は共鳴幅を変化させた場合の QMD 計算と実験値の比較である。実線は  $\Gamma_0 =$

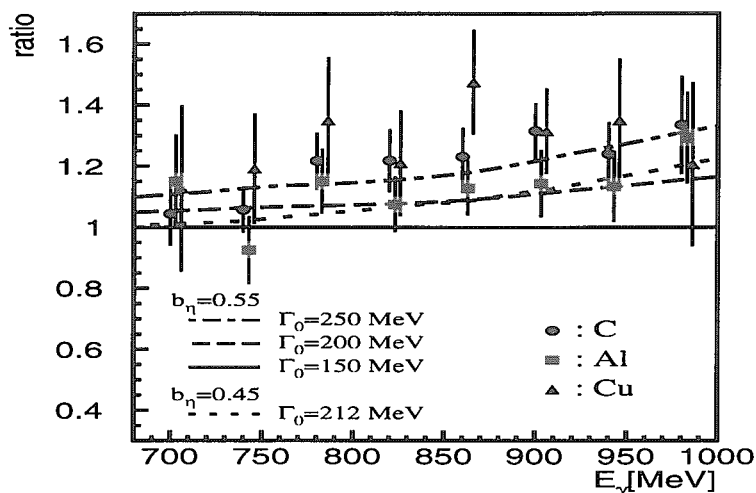


図 9:  $\Gamma_0$  を増やした場合の QMD の計算結果: 実線が今までのパラメータ  $\Gamma_0 = 150$  MeV での素過程。破線は  $\Gamma_0 = 200$  MeV にしたとき、一点鎖線は  $\Gamma_0 = 250$  MeV のときに対応。また、点線は  $b_\eta = 0.45$ ,  $\Gamma_0 = 212$  MeV の場合。全ての計算結果及び実験値は  $\Gamma_0 = 150$  MeV の計算値との比であらわされている。

150 MeV,  $b_\eta = 0.55$  での、二点鎖線は  $\Gamma_0 = 212$  MeV,  $b_\eta = 0.45$  での計算結果であり、また、破線は  $\Gamma_0 = 200$  MeV,  $b_\eta = 0.55$  での、一点鎖線は  $\Gamma_0 = 250$  MeV,  $b_\eta = 0.45$  での計算結果である。図を見てのとおり  $\Gamma_0 = 250$  MeV で実験値をよく説明する。

$\Gamma_0$  を増やして断面積を稼ぐ操作は initial channel の幅を広げるのに等しい。しかし、可能な核内での initial channel の寄与は前節で見たようにそれほど大きくない。よって、原子核内では  $S_{11}(1535)$  の性質そのものが変化して幅が増加している可能性があると言える。

## 5 Conclusion

今回、原子核標的での光吸収反応における  $D_{13}(1520)$  の消滅現象により興味を持たれている原子核内の共鳴状態と真空中の共鳴状態の差異を明らかにすることを目的とし、 $A(\gamma, \eta)$  反応断面積を測定によって  $S_{11}(1535)$  が原子核内で如何に観測されるかをくわしく調べた。

本研究では入射粒子については、 $S_{11}(1535)$  のできるだけ広いエネルギー領域を調べるため、 $E_\gamma = 680 \sim 1000$  MeV の標識光子ビームにより C, Al, Cu 標的を使用して実験を行った。この実験の結果、原子核における  $S_{11}(1535)$  の緩やかな共鳴構造が観測され、その共鳴エネルギーは 900 MeV、共鳴幅は半値幅で 300 MeV であった。

得られた  $A(\gamma, \eta)$  反応全断面積をもとに原子核内での  $S_{11}(1535)$  の共鳴幅の大きさ及び励起強度について検討するためには、原子核内での核子の Fermi 運動や Pauli blocking の影響、 $\eta$  中間子の原子核内での吸収の効果を考慮しなければならないが、これらの効果を含んだ形で統括的に反応断面積を理解するため実験値と QMD モデル計算との比較検討を



行った。 $S_{11}(1535)$  の共鳴幅を 150, 212 MeV とし、原子核内での核子の Fermi 運動、Pauli blocking、 $\eta$  吸収及び  $S_{11}(1535)$  と核子との衝突反応の効果を含んだ計算結果と実験値を比較したところエネルギーの高い領域で特に計算値が実験値を低く見積もっているという結果となった。この断面積の不足分について原子核での効果として initial channel の追加的幅を考慮した。考慮された channel は  $\gamma NN$  反応の direct な場合、 $D_{13}$  を経由する場合、及び  $D_{13} \rightarrow \pi N$  を経由する場合の 3 通りであるがいずれからの寄与も小さく追加され得る断面積は  $3 \mu\text{b}$  以下と見積もることができ、実験値の説明には不十分であった。また、原子核内での  $NR \rightarrow NN$  による collision width の影響が原子核内で更に大きいと見積もるのは全体の断面積の値の過小評価につながり、小さいと見積もるのは  $E_\gamma = 800 \text{ MeV}$  近傍での断面積の過大評価につながるので、 $S_{11}(1535)$  自体の共鳴エネルギー  $M_{S_{11}}$  及び幅  $\Gamma_0$  そのものが原子核内で変化しているとして実験値の評価を行った。その結果、 $\Gamma_0 = 230 \pm 15 \text{ MeV}$  で実験値が良く説明された。

即ち、QMD 計算との比較で見える限り、原子核内では真空中に比べ  $S_{11}(1535)$  の共鳴幅が増加している可能性があると言える。

但し、QMD モデル計算は核内での各反応を一段ずつ古典的に追っているため、原子核内での  $S_{11}(1535)$  と他の核子共鳴との干渉項の変化等を量子力学的に取り扱うことができず、そのぶん計算が不正確になることは否めない。このため、今後この  $S_{11}(1535)$  の性質の変化について決定付けるため  $A(\gamma, \eta p)A-1$  反応実験を行いより直接的に原子核内の共鳴状態の性質について調べる必要がある。

また、QMD モデル等により光吸収反応や  $(\gamma, \pi)$  反応についても検討し、 $\Delta, D_{13}, F_{15}$  領域での光子による核反応に対し包括的な説明が与えられるのか検討する必要がある。特に、 $S_{11}(1535)$  の励起強度について見てみると、原子核標的での光吸収反応断面積において観測された  $D_{13}(1520), F_{15}(1680)$  の寄与の消滅減少に対応する減少の兆候は認められない結果となっており、このことに対し包括的な説明が与えられるのか検討することは、光子による核反応に対する理解を深めることにつながる。

## 参考文献

- [1] Th. Frommhold, *et al.*, Phys. Rev. C47 (1993) R922 ;N. Bianchi, *et al.*, Phys. Lett. B299 (1993) 219 ;N. Bianchi, *et al.*, Phys. Lett. B309 (1993) 5 ;N. Bianchi, *et al.*, Phys. Rev. C54 (1996) 1688
- [2] M. MacCormick, *et al.*, Phys. Rev. C53 (1996) 41 ;M. MacCormick, *et al.*, Phys. Rev. C55 (1997) 1033
- [3] T.A. Armstrong, *et al.*, Phys. Rev. D5 (1972) 1640
- [4] T.A. Armstrong, *et al.*, Nucl. Phys. B41 (1972) 445
- [5] M.M. Giannini and E. Santopinto, Phys. Rev. C49 (1994) R1258
- [6] L.A. Kondratyuk, *et al.*, Nucl. Phys. A579 (1994) 453

- [7] M. Effenberger, *et al.*, Nucl. Phys. A613 (1997) 353
- [8] M. Hirata, K. Ochi and T. Takaki, Phys. Rev. Lett.80 (1998) 5068
- [9] B. Krusche, *et al.*, Phys. Rev. Lett.74 (1995) 3736
- [10] M. Wilhelm, Ph.D. Thesis, Bonn, BN-IR-93-43.
- [11] S. Homma, *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn.57 (1988) 828
- [12] M. Röbig-Landau, *et al.*, Phys. Lett. B373 (1996) 45
- [13] M. Effenberger, A. Hombach, S. Teis and U. Mosel, Nucl. Phys. A614 (1997) 501
- [14] M. Effenberger and A. Sibirtsev, Nucl. Phys. A632 (1998) 99
- [15] CERN Program Library Long Writeup W5013:  
Geant Detector Description and Simulation Tool, 1993.
- [16] G.-Q. Li, *et al.*, Nucl. Phys. A534 (1991) 697
- [17] G.-Q. Li,*et al.*, Nucl. Phys. A537 (1992) 631
- [18] K. Niita, *et al.*, Phys. Rev. C52 (1995) 2620
- [19] R. M. Barnett *et al.*, Phys. Rev. D54 (1996) 1
- [20] B. Krusche, *et al.*, Phys. Lett. B397 (1997) 171
- [21] B. Krusche, *et al.*, Phys. Lett. B358 (1995) 40



# 13 クォーク物質での強磁性とマグネター Ferromagnetism in quark matter and magnetars

巽 敏隆  
京都大学理学研究科

Toshitaka Tatsumi

\* Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502

## Abstract

Spontaneous magnetization of quark liquid is examined on the analogy with that in electron gas. It is pointed out that quark liquid has potential to be ferromagnetic at rather low densities, around nuclear saturation density. Some comments are given as for implications on magnetars.

## I. INTRODUCTION

Recently a new type of neutron stars with extraordinary magnetic field, usually called magnetars, has attracted much attention in connection with pulsars associated with soft-gamma-ray repeaters (SGR) and anomalous X-ray pulsars (AXP). There have been known several magnetar candidates such as SGR 1806-20 and SGR 1900+14 [1]. Various analysis including the  $P - \dot{P}$  curve have indicated an intense magnetic field of  $O(10^{14-15})$  G, while ordinary radio pulsars have a magnetic field of  $O(10^{12-13})$  G.

The origin of the strong magnetic field in compact stars, especially neutron stars, has been an open problem. Recent discovery of magnetars seems to renew this problem. Conservation of the magnetic flux during the collapse of a main sequence star has been a naive idea to understand the magnetic field in neutron stars [2]. Then the strength  $B$  should be proportional to  $R^{-2}$ , where  $R$  is a radius of a star; for example, the sun, a typical main sequence star, has a magnetic field of  $O(10^3)$  G with the radius  $R \sim 10^{10-11}$  cm. By decreasing the radius to  $10^6$  cm for neutron stars  $B = O(10^{12})$  G, which is consistent with observations for radio pulsars. However, if this argument is extrapolated to explain the magnetic field for magnetars, we are lead to a contradiction: their radius should be  $O(10^4)$  cm to get an increase in  $B$  by a factor of  $\sim 10^{12}$ , which is much less than the Schwartzschild radius of neutron stars with the canonical mass  $M = 1.4M_{\odot}$ ,  $R_{Sch} = 2GM/c^2 = 4 \times 10^5$  cm.

Compare the energy scales for systems such as electron system ( $e^-$ ), nucleon system ( $p$ ) and quark system ( $q$ ), then we get a hint about the origin of the magnetic field. The magnetic interaction energy of electrons amounts to  $O(\text{several MeV})$  for the strength of  $B = O(10^{15})$  G, while it is only  $O(\text{several KeV})$  for nucleons. For quarks, it depends on the quark mass, but should be less than  $O(\text{MeV})$ . Considering the typical energy scales for EM and strong interactions together, we may see that the strength of  $O(10^{15})$  G is very large for electron system, while is not large for nucleon and quark systems. Hence it may be conceivable that strong interaction should easily produce the magnetic field of the

---

\*E-mail address: tatsumi@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

above magnitude. Since there is a bulk hadronic matter beyond nuclear saturation density ( $n_0 \sim 0.16\text{fm}^{-3}$ ) inside neutron stars, it should be interesting to consider the hadronic origin of the magnetic field; ferromagnetism or spin-polarization of hadronic matter may give such magnetic field.

We consider here the possibility of ferromagnetism of quark liquid interacting with the one-gluon-exchange (OGE) interaction [3]. One believes that there are deconfinement transition and chiral symmetry restoration at finite baryon density, while their critical densities have not been fixed yet. One interesting suggestion is that three-flavor symmetric quark matter (strange matter) may be the true ground state of QCD at finite baryon density [4]. If this is the case, quark stars (strange quark stars), can exist in a different branch from the neutron-star branch in the mass-radius plane [4]. Usually one implicitly assumes that the ground state of quark matter is unpolarized. We examine here the possibility of polarization of quark matter.

## II. SPONTANEOUS MAGNETIZATION OF QUARK LIQUID

Quark liquid should be totally color singlet (neutral), which means that only the exchange interaction between quarks is relevant there. This may remind us of electron system in a neutralizing positive charge background. In 1929 Bloch first suggested a possibility of ferromagnetism of electron system [5]. He has shown that there is a trade off between the kinetic and the exchange energies as a function of a polarization parameter, the latter of which favors the spin alignment due to the Pauli exclusion principle. When the energy gain due to the spin alignment dominate over the increase in the kinetic energy at some density, the unpolarized electron gas suddenly turns into the completely polarized state.

In the following we discuss the possibility of ferromagnetism of quark liquid on the analogy with electron gas. It is to be noted that there is one big difference between them; quarks should be treated in a relativistic way. The concept of the spin orientation is not well defined in relativistic theories, while each quark has two polarization degrees of freedom. Here we define the spin-up and -down states in the rest frame of each quark. Then the projector onto states of definite polarization is given by  $P(a) = (1 + \gamma_5 \not{a})/2$  with the 4-pseudovector  $a$ ,

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\zeta} + \frac{\mathbf{k}(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{k})}{m_q(E_k + m_q)}, \quad a^0 = \frac{\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{k}}{m_q} \quad (2.1)$$

for a quark moving with the momentum  $k = (E_k, \mathbf{k})$ .

The exchange interaction between two quarks with momenta  $\mathbf{k}$  and  $\mathbf{q}$  is written as

$$f_{\mathbf{k}\boldsymbol{\zeta},\mathbf{q}\boldsymbol{\zeta}'} = \frac{2}{9} \frac{g^2}{m_q^2} \frac{m_q}{E_k} \cdot \frac{m_q}{E_q} [2m_q^2 - k \cdot q - m_q^2 a \cdot b] \frac{1}{(k - q)^2}, \quad (2.2)$$

where the 4-pseudovector  $b$  is given by the same form as in Eq. (2.1) for the momentum  $\mathbf{q}$ . The exchange energy is then given by the integration of the interaction (2.2) over the two Fermi seas for the spin-up and -down states; eventually, it consists of two contributions [3],

$$\epsilon_{ex} = \epsilon_{ex}^{non-flip} + \epsilon_{ex}^{flip}. \quad (2.3)$$

The first one arises from the interaction between quarks with the same polarization, while the second one with the opposite polarization. The non-flip contribution is the similar one

as in electron gas, while the flip contribution is a genuine relativistic effect and absent in electron gas.

### III. EXAMPLES

We show some results about the total energy of quark liquid,  $\epsilon_{tot} = \epsilon_{kin} + \epsilon_{ex}$ , by adding the kinetic term  $\epsilon_{kin}$ . Since gluons have not the flavor quantum numbers, we can consider one flavor quark matter without loss of generality. Then quark number density directly corresponds to baryon number density, if we assume the three flavor symmetric quark matter as already mentioned.

There are two QCD parameters in our theory: the quark mass  $m_q$  and the quark-gluon coupling constant  $\alpha_c$ . These values are not well determined so far. In particular, the concept of quark mass involves subtle issues; it depends on the current or constituent quark picture and may be also related to the existence of chiral phase transition. Here we allow some range for these parameters and take, for example, a set,  $m_q = 300\text{MeV}$  for strange quark and  $\alpha_c = 2.2$ , given by the MIT bag model. In Fig. 1 two results are presented as functions of the polarization parameter  $p$  defined by the difference of the number of the spin-up and -down quarks,  $n_q^+ - n_q^- \equiv pn_q$ . The results clearly show the first order phase transition, while it is of second order in the usual Heisenberg model. The critical density is around  $n_q^c \simeq 0.16\text{fm}^{-3}$  in this case, which corresponds to  $n_0$  for flavor symmetric quark matter. Note that there is a metastable ferromagnetic state (the local minimum) even above the critical density.

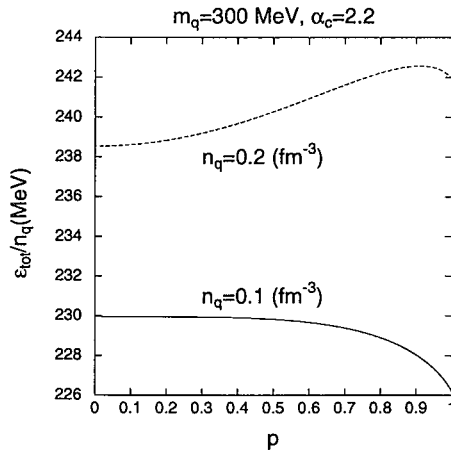


FIG. 1. Total energy of quark liquid as a function of the polarization parameter for densities  $n_q = 0.1, 0.2\text{fm}^{-3}$ .

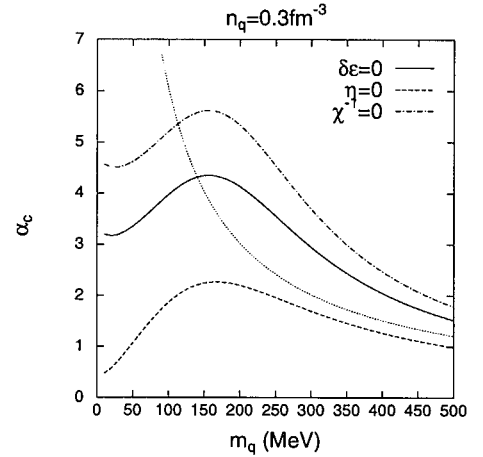


FIG. 2. Phase diagram in the mass ( $m_q$ )-the coupling constant ( $\alpha_c$ ) plane.  $\delta\epsilon$  in the nonrelativistic calculation is depicted for comparison (the dotted line).

Magnetic properties of quark liquid are characterized by three quantities,  $\delta\epsilon$ ,  $\chi$  and  $\eta$ ;  $\delta\epsilon \equiv \epsilon_{tot}(p=1) - \epsilon_{tot}(p=0)$ , which is a measure for ferromagnetism to appear in the ground state. For small  $p \ll 1$ ,

$$\epsilon_{tot} - \epsilon_{tot}(p=0) = \chi^{-1}p^2 + O(p^4). \quad (3.1)$$

$\chi$  is proportional to the magnetic susceptibility. In our case it is less relevant since the phase transition is of first order. Finally,  $\eta \equiv \partial\epsilon_{tot}/\partial p|_{p=1}$ , which is a measure for metastability to exist.

In Fig. 2 we present a phase diagram in the  $m_q - \alpha_c$  plane for  $n_q = 0.3\text{fm}^{-3}$ . The region above the solid line shows the ferromagnetic phase and that bounded by the dashed and dash-dotted lines indicates the existence of the metastable state. For heavy quarks, the ferromagnetic state is favored for small coupling constant due to the same mechanism as in electron gas. The ferromagnetic state is favored again for light quarks, while the nonrelativistic calculation never show such tendency. Hence this is due to a genuine relativistic effect, where the spin-flip interaction plays an essential role.

#### IV. STRANGE QUARK STAR AS MAGNETAR

We have seen that quark matter has a potential to be ferromagnetic at rather low densities. Here we consider some implications on astrophysics. Since the idea that nucleons are made of quarks has been confirmed, one has expected the existence of quark stars as a third branch of compact stars next to the neutron-star branch. This naive expectation, however, has been shown to be wrong; if the deconfinement transition occurs and quarks are liberated beyond the maximum central density of neutron stars, they should behave like relativistic and almost free particles due to the asymptotic freedom of QCD. The resultant EOS is almost the same one as for relativistic free gas, and thereby quark stars become gravitationally unstable. If quark matter exists, it might occupy only the small portion of the core of neutron stars.

However, there is an alternative idea about quark matter and quark stars that almost flavor symmetric quark matter (strange matter) is the ground state of QCD at finite density. Using the idea of strange matter some people suggested that quark stars (strange quark stars) may be possible [4]. Since the EOS for strange matter shows the saturation property around  $n_0$ , strange quark stars can have any small radius and mass. Thereby, the quark-star branch can be clearly distinguished from that of neutron stars.

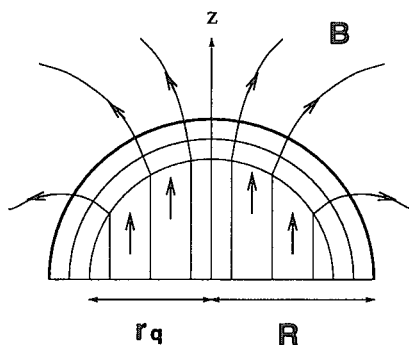


FIG. 3. A model of strange quark star with  $M \sim 1.4M_{\odot}$  and  $R \sim 10\text{Km}$ . Almost all the portion is occupied by strange matter and a small vacuum gap may separate the quark core from the outer crust, which is composed of usual solid below the neutron-drip density.

If a ferromagnetic quark liquid exists stably or metastably around or above nuclear saturation density, it has some implications on the properties of strange quark stars and strange quark nuggets: they should be magnetized in a macroscopic scale. For quark stars

with the quark core of  $r_q$ , simply assuming the dipolar magnetic field, we can estimate its strength at the surface  $R \simeq 10\text{Km}$ ,

$$B_{max} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{r_q}{R}\right)^3 \mu_q n_q, \quad (4.1)$$

with the quark magnetic moment  $\mu_q$ . It amounts to order of  $O(10^{15-17})\text{G}$  for  $r_q \sim O(R)$  and  $n_q = O(0.1)\text{fm}^{-3}$ , which should be large enough for magnetars. A sketch of a strange quark star is presented in Fig 3.

## V. SUMMARY AND CONCLUDING REMARKS

We have seen that the ferromagnetic phase is realized at low densities and the metastable state is possible up to rather high densities for a reasonable range of the QCD parameters.

We have found that ferromagnetic instability is feasible not only in the massive quark system but also in the light quark system: the spin-nonflip contribution is dominant in the nonrelativistic case as in electron gas, while a novel mechanism appears as a result of the large spin-flip contribution in the relativistic case.

If a ferromagnetic quark liquid exists stably or metastably around or above nuclear saturation density, strange stars may have a strong magnetic field, which strength is estimated to be strong enough for magnetars. Thereby it might be interesting to model SGR or AXP using our idea.

Our calculation is basically a perturbative one and the Fermi sea remains in a spherical shape. However, if we want to get more insight about the ferromagnetic phase, we must solve the Hartree-Fock equation and thereby derive a self-consistent mean-field for quark liquid. Moreover, we need to examine the long range correlation among quarks by looking into the ring diagrams, which has been known to be important in the calculation of the susceptibility of electron gas.

Recently, there have been done many works about the color superconductivity of quark matter [6]. It may be interesting to explore the phase diagram for ferromagnetic phase and superconducting phase.

- [1] C. Kouveliotou et al., *Nature* **393**(1998)235.  
K. Hurley et al., *Astrophys. J.* **510**(1999)L111.
- [2] G. Chanmugam, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **30**(1992)143.
- [3] T. Tatsumi, *hep-ph/9910470 (KUNS 1611)*, *nucl-th/0002014 (KUNS 1636)*, *astro-ph/0004062 (KUNS 1656)*.
- [4] for review articles, K.S. Cheng, Z.G. Dai and T. Lu, *Int. J. Phys.* **7**(1998)139.  
J. Madsen, *astro-ph/9809032*.
- [5] F. Bloch, *Z. Phys.* **57**(1929)545.
- [6] D. Bailin and A. Love, *Phys. Rep.* **107**(1984)325.  
J. Berges and K. Rajagopal, *Nucl. Phys. B* **538**(1999)215.



## 14 中性子星におけるメソン凝縮とハイペロンの共存可能性 Possible Coexistence of Meson Condensation and Hyperons in Neutron Stars

武藤 巧\*  
千葉工大自然系  
Takumi Muto

Department of Physics, Chiba Institute of Technology

Kaon dispersion relations in highly dense hyperonic matter, where hyperons  $\Sigma^-$  and/or  $\Lambda$  are mixed in addition to the neutrons, protons and electrons, are considered. It is found that an instability of the hyperonic matter appears with respect to the  $K^-$ -[ $p$  particle- $\Lambda$  hole] or [ $\Sigma^-$  particle- $n$  hole]-[ $p$  particle- $\Lambda$  hole] pair creation. This instability may occur at lower baryon density than that for the  $s$ -wave  $K^-$  condensation, depending on the magnitude of the  $s$ -wave attractive  $KN$  interactions.

### I. INTRODUCTION

中性子星内部のような高密度核物質中でのストレンジネス自由度のマクロな発現として  $K^-$  中間子凝縮 ( $K^-$  凝縮) の可能性が指摘されて以来 [1],  $K^-$  凝縮自身の研究をはじめ核媒質中の  $K^-$  中間子の性質について原子核実験・理論両面から多くの研究がなされてきた。核内で  $K^-$  中間子が受ける力に関連して, 最近の  $K^-$  中間子原子の解析から  $K^-$ -核ポテンシャルとして  $V_{K^-} = -200 \pm 20$  MeV という強い引力効果が得られた [2]。また高エネルギー原子核衝突による subthreshold  $K^+K^-$  生成実験からは,  $K^-$  は媒質中で  $-100$  MeV 程の引力を受け  $K^+$  は斥力を受けることが示唆されている [3]。このように系のエネルギー領域によって多少の大きさの差はあるが,  $K^-$  は核媒質中で強い引力を受けるということによって一致している。 $K^-$  凝縮は,  $s$  波の  $KN$  相互作用の引力効果で,  $K^-$  の励起エネルギー  $\omega$  が密度とともに下がり, 系の荷電化学ポテンシャル  $\mu$  (=電子の化学ポテンシャル  $\mu_e$ ) と一致するときボーズ・アインシュタイン (B.E.) 凝縮として発現する。そのような  $K^-$  凝縮の発現の臨界密度は理論から, バリオン数密度  $\rho_B = 3 - 4\rho_0$  ( $\rho_0$ : 原子核飽和密度) と期待される [4]。

一方, 高密度核物質中でのストレンジネス自由度の発現という観点からは,  $K^-$  凝縮の他に, ハイペロン ( $Y = \Sigma^-, \Lambda, \dots$ ) が出現する可能性が, 相対論的平均場模型や Brückner-Hartree-Fock 計算などに基づくいくつかの理論計算によって指摘されている [5,6]。このようなハイペロン物質は  $\rho_B = 2 \sim 3\rho_0$  と, 比較的低い密度で出現する可能性も示唆されている。そこで中性子星内部のハドロン物質が示す諸相として,  $K^-$  凝縮とハイペロン物質の共存の可能性が問題となる。

これに関連して,  $\Sigma^-$  をはじめとする負電荷を持つハイペロンが  $K^-$  凝縮の発現密度よりも低い密度で出現すると, 平衡系の荷電化学ポテンシャル  $\mu$  が減少するため,  $K^-$  凝縮の発現が高密度側に移行し,  $K^-$  凝縮にとって不利になることが最近指摘された [5]。しかし, この主張は次の点で未解決の問題を含んでいる。

(1)  $s$  波の  $K^-$ -バリオン相互作用に基づいて議論されているが,  $p$  波の  $KNY$  相互作用を考慮すべきである。

\*email address: muto@pf.it-chiba.ac.jp



(2)  $\Sigma^-$  が低い密度で発現するのは、 $\Sigma^-$  のポテンシャル  $V_{\Sigma^-}$  として  $\Lambda$  の核物質中の束縛エネルギーと同じ程度の引力にとった場合に相当する。しかし、最近の ( $K^-$ ,  $\pi^\pm$ ) 実験データ [7] や、 $\Sigma^-$  原子の解析 [8] からは、 $V_{\Sigma^-}$  は斥力であることが示されていて、 $V_{\Sigma^-}$  が引力であるという仮定には根拠がない。また、最近の理論的取り扱いからも斥力であることが支持されている [9]。

本発表では、カイラル対称性を具現する有効ラグランジアンを用いて  $s$  波及び  $p$  波の  $KNY$  相互作用を取り入れ、ハイペロン物質 (通常の中性子星物質に  $\Sigma^-$  または  $\Lambda$  が混在した物質) 中での  $K$  中間子の分散関係を得、 $K$  凝縮とハイペロンとの関係を議論した。このとき、バリオンの媒質中での有効相互作用を取り入れ、 $V_{\Sigma^-}$  としては従来の引力を仮定した場合と、最近の実験結果を反映した斥力にとった場合の両方について調べた。その結果、従来の  $K^-$  凝縮とは異なる、 $p$  波  $KNY$  相互作用に由来する系の不安定モードが出現する事がわかった。

## II. FORMULATION

### A. $K$ -バリオン相互作用

$K$ -バリオン相互作用としては  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  カイラル対称性を持つ有効ラグランジアンを用いる [1]。バリオンは核子 ( $n, p$ ) とハイペロン ( $\Lambda, \Sigma^-$ ) を考慮し、非相対論的に取り扱う。荷電中性条件を課して構成した有効ハミルトニアンから物質中の  $K$  中間子の伝播関数を求めると、次のようになる。

$$D_K^{-1}(\omega, \mathbf{p}_K; \rho_B) = \omega^2 - \mathbf{p}_K^2 - m_K^2 + \frac{1}{f^2} \left( \rho_p \Sigma_{Kp} + \rho_n \Sigma_{Kn} + \rho_\Lambda \Sigma_{K\Lambda} + \rho_{\Sigma^-} \Sigma_{K\Sigma^-} \right) + \frac{1}{f^2} \left( \rho_p + \frac{1}{2} \rho_n - \frac{1}{2} \rho_{\Sigma^-} \right) \omega + \frac{1}{2f^2} \left[ \frac{(\rho_p - \rho_\Lambda)(g_{\Lambda p} \mathbf{p}_K)^2}{\delta m_{\Lambda N} - \omega + V_\Lambda - V_p} + \frac{(\rho_n - \rho_{\Sigma^-})(g_{\Sigma^- n} \mathbf{p}_K)^2}{\delta m_{\Sigma^- N} - \omega + V_{\Sigma^-} - V_n} \right], \quad (1)$$

ここに、 $\rho_i$  ( $i = p, n, \Sigma^-, \Lambda$ ) は各粒子の密度、 $f$  ( $=93$  MeV) はメソンの崩壊定数、 $\delta m_{\Sigma^- N}$  ( $=257$  MeV)、 $\delta m_{\Lambda N}$  ( $=176$  MeV) はハイペロンと核子の質量差、 $V_i$  はハイペロン物質中での各粒子のポテンシャル、 $g_{\Lambda p} = (D + 3F)/\sqrt{6}$  ( $=0.87$ )、 $g_{\Sigma^- n} = D - F$  ( $=0.37$ ) ( $D=0.81, F=0.44$ ) は  $p$  波  $KNY$  結合定数である。(1) 式右辺第 4 項、5 項の 2 項は  $s$  波の  $KNY$  相互作用を表し、第 4 項中の  $\Sigma_{Ki}$  は有効ラグランジアンの中に含まれるパラメータ  $a_1, a_2, a_3$  を用いて表され、カイラル対称性を顕わに破る引力項である。第 5 項は  $KN$  散乱振幅における Tomozawa-Weinberg 項に対応し、 $s$  波のベクトル型相互作用を与える。(1) 式右辺第 6 項は  $p$  波の  $KNY$  相互作用を表し、有効ラグランジアン of 軸性ベクトル結合項に由来する。

### B. ポテンシャル項の寄与

ハイペロン物質中のポテンシャル  $V_i$  として、ここでは Ref. [10] で与えられている非凝縮相に対するポテンシャルエネルギー密度の表式  $\epsilon_{\text{pot}}$  を参考にする。簡単のためポテンシャルの運動量依存性を無視し、 $\epsilon_{\text{pot}}$  から  $V_i = \partial \epsilon_{\text{pot}} / \partial \rho_i$  ( $i = n, p, \Sigma^-, \Lambda$ ) として各粒子のポテンシャルとする。他の計算から、 $\Sigma^-, \Lambda$  に関しては、ポテンシャルの運動量依存性は小さいことが知られているのでこの近似は妥当であろう。 $V_i$  に含まれるパラメータは原子核の飽和性、対称エネルギー ( $\sim 30$  MeV)、 $\Lambda$  の束縛エネルギー  $B_\Lambda = 28$  MeV を再現するよ

うに決める。  $V_{\Sigma^-}$  に関しては、次の2つの場合を採用する。(I)  $V_{\Sigma^-}(\rho_B = \rho_0, N = Z) = -28$  MeV (引力), (II)  $V_{\Sigma^-}(\rho_B = \rho_0, N = Z) = 23.5$  MeV (斥力) [7].

与えられた密度  $\rho_B$  に対して、ハイペロン物質中の各粒子数密度  $\rho_i$  ( $i = p, n, \Sigma^-, \Lambda, e^-$ ) は、荷電中性条件  $\rho_p = \rho_e + \rho_{\Sigma^-}$ , 化学平衡条件  $\mu_n = \mu_p + \mu_e$ ,  $\mu_n = \mu_\Lambda$ ,  $\mu_{\Sigma^-} = \mu_n + \mu_e$ , 及びバリオン数保存から決められる。

### III. 数値結果

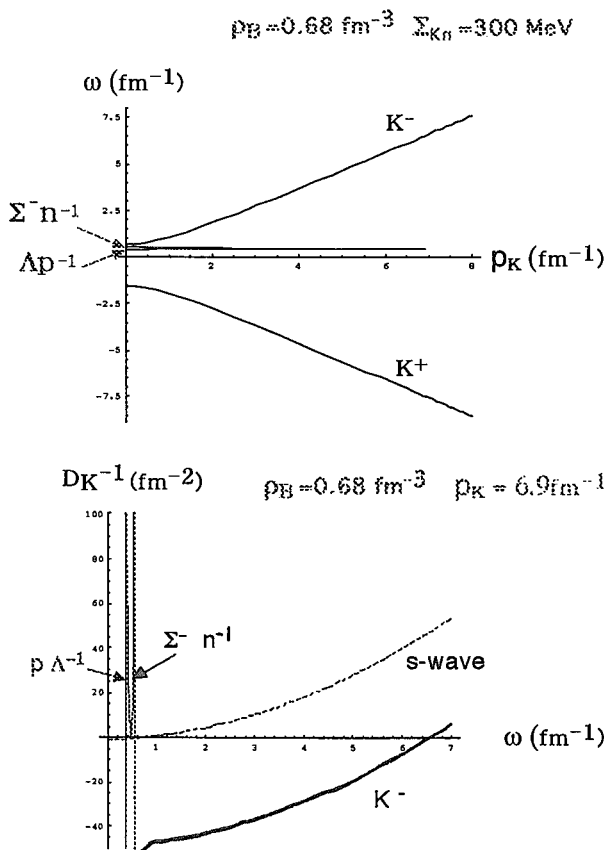


FIG. 1.

Fig.1 上図に、case (I) に対する  $\rho_B = 0.68 \text{ fm}^{-3}$ ,  $Kn$  シグマ項  $\Sigma_{Kn} = 300 \text{ MeV}$  における分散関係を示す。real な  $K^+$ ,  $K^-$  分枝の他に  $K$  中間子の量子数を持つ、ハイペロンと核子による粒子-空孔励起が現れる。更にこの2つの分枝が相接している、この図はある臨界点に対応している。接点での運動量  $p_K$  のときの  $D_K^{-1}$  を  $\omega$  の関数として示したのが Fig. 1 下図 (実線) である。  $\Sigma^-$  particle- $n$  hole mode と  $p$  particle- $\Lambda$ -hole mode が  $\omega$  軸で接し、これら2つのmodeの対生成に対して系が不安定であることを示している。比較のため、 $p$  波相互作用を切り、 $s$  波相互作用だけを残したときの結果が下図の点線である。 $p$  波相互作用によって現れる  $\Sigma^-$  pole が  $K^-$  のエネルギーを  $s$  波相互作用のみの場合に比べて上に押し上げている。

この不安定 mode の出現は、荷電  $\pi$  凝縮のときの  $\pi^-$  と  $\pi^+$  の量子数を持つ集団励起 mode の対生成と同様の発現機構であり [11],  $p$  波相互作用に由来する。また、各粒子の存在比を  $\rho_B$  の関数として Fig. 2 に示す。 $p$  particle- $\Lambda$  hole mode が現れるのはハイペロン物質中に  $\Lambda$  が既に  $p$  を上回るほど混在していることによる。このとき (1) 式右辺第 6 項の  $\Lambda$  pole 項は引力的に効いている。

従来の  $s$  波  $K^-$  凝縮との関係を見るため、Fig. 3 にハイペロン物質中の  $K^-$  の最低励起エネルギーの密度依存性を示す。Ref. [5] で指摘されたように、中性子星物質中と比べて、ハイペロン物質中では荷電化学ポテンシャル  $\mu$  の値がハイペロン  $\Sigma^-$  の出現によって大きく減少するため (点線  $\rightarrow$  実線),  $s$  波  $K^-$  凝縮の発現密度は高密度側に大きくずれる ( $\rho_B^c(s) > 0.7 \text{ fm}^{-3}$ )。そのため、 $p$  波の対凝縮の発現密度 ( $\rho_B^c(p) = 0.68 \text{ fm}^{-3}$ ) の方が低くなる。

$V_{\Sigma^-}$  が斥力的な case (II) では  $\Sigma^-$  は出現せず、 $\rho_B \sim 0.35 \text{ fm}^{-3}$  で  $\Lambda$  が中性子星物質中に現れる。 $\mu$  の密度依存性は case (I) ほど顕著な減少を示さないが、 $p e^- \rightarrow \Lambda \nu_e$  を通じて  $e^-$  が吸収される結果、バリオン数密度の増加に伴う  $\mu$  の増加の仕方は中性子星物質の場合に比べて緩やかになり、 $\rho_B^c(s)$  も中性子星物質中と比べてハイペロン物質中では高密度側にずれる。 $\Sigma_{Kn} = 300 \text{ MeV}$  のとき、 $\rho_B^c(s) = 0.56 \text{ fm}^{-3} \rightarrow 0.62 \text{ fm}^{-3}$  となる。また、case

(II) では  $p$  波  $K$  凝縮は real な  $K^-$  と  $p$  particle- $\Lambda$ -hole mode の対凝縮となり,  $\Sigma_{K^n}=300$  MeV のとき,  $\rho_B^c(p)$  は  $\rho_B^c(s)$  よりも低くなる。

#### IV. SUMMARY AND CONCLUDING REMARKS

カイラル対称性に基づき  $K^-$  バリオン相互作用を取り入れ,  $NN, YN$  有効相互作用を用いてハイペロン ( $\Sigma^-, \Lambda$ ) 物質中での  $K$  中間子の分散関係を得, 核媒質中での  $K$  中間子の性質を調べた。その結果,  $\Lambda$  の混在度が  $p$  の混在度を上回るにより,  $p$  particle- $\Lambda$  hole mode が出現し,  $\rho_B = 4 - 4.5\rho_0$  で  $p$  波  $KNY$  相互作用に由来する  $\Sigma^-$  particle- $n$  hole または  $K^-$  と,  $p$  particle- $\Lambda$  hole との対凝縮に関して系が不安定になることをみた。この凝縮は従来の  $s$  波  $K^-$  凝縮よりも低い密度で起こる可能性がある。

課題としては, 凝縮相の状態方程式 (EOS) を得, 系の特徴を調べることが挙げられる。特に対凝縮が臨界密度を越えて成長するかどうか, またハイペロンの混在による状態方程式の軟化に加えて凝縮による軟化が加わり, EOS が軟化しすぎる問題を検討する必要がある。それと関連して,  $NN, YN$  及び  $YY$  相互作用の現実的な取り入れ方, 特に  $\pi$  凝縮の場合にも重要であったバリオン間短距離相関を考慮に入れることが考えられる。

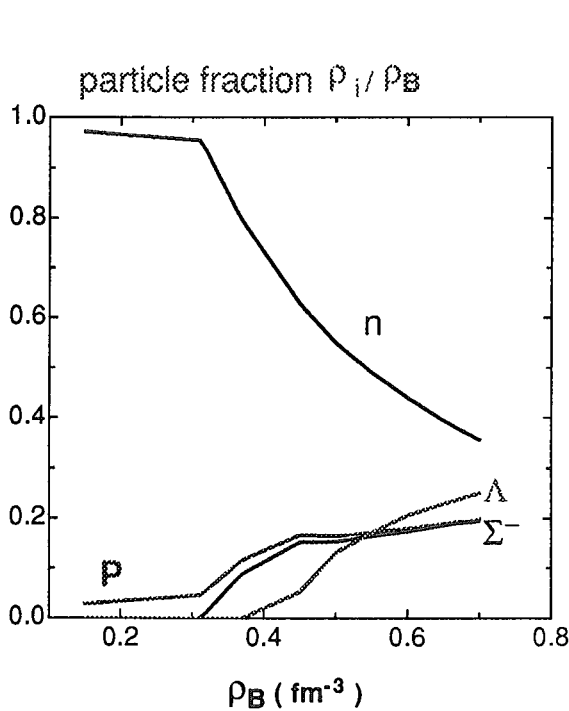


FIG. 2.

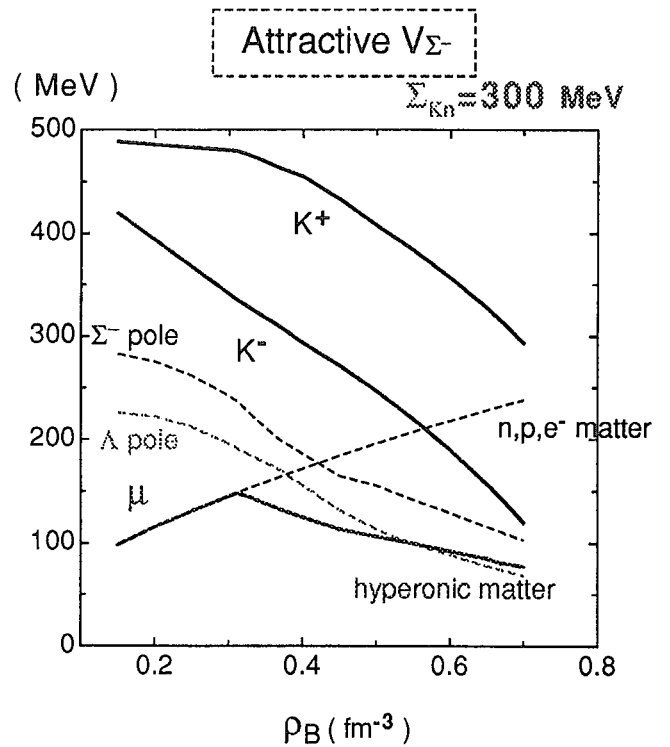


FIG. 3.

- 
- [1] D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. **B175** (1986),57 ;**B179** (1986),409(E).
  - [2] E. Friedman, A. Gal and C. J. Batty, Nucl. Phys. **A579** (1994), 518.
  - [3] R. Barth et al. Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 4007.  
F. Laue et al. Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 1640.
  - [4] H. Fujii, T. Maruyama, T. Muto and T. Tatsumi, Nucl. Phys. **A597** (1996), 645.
  - [5] J. Schaffner and I. N. Mishustin, Phys. Rev. **C53** (1996), 1416.  
R. Knorren, M. Prakash and P. J. Ellis, Phys. Rev. **C52** (1995), 3470.  
レビューとして, M. Prakash et al., Phys. Rep. **280**(1997), 1.
  - [6] M. Baldo et al., Phys. Rev. **C58**(1998), 3688; nucl-th/9912066.  
I. Vidana, et al., Phys. Rev. **C61**, 025802 (2000); nucl-th/9912016.
  - [7] J. Dabrowski, Phys. Rev. **C60**, 025205 (1999).
  - [8] C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal, Phys. Rep. **287** (1997), 385.
  - [9] M. Kohno et al. nucl-th/9912059.
  - [10] S. Balberg and A. Gal, Nucl.Phys.**A625**(1997),435.
  - [11] E.g.,T. Muto, R. Tamagaki and T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. Supplement **112**(1993), 159.



## 15 K 中間子凝縮の共存相と中性子星

Mixed Phase of Kaon Condensation and Neutron Star

安平 正臣 · 巽 敏隆

京都市左京区北白川追分町 京大理 物理学第二教室

M. Yasuhira and T. Tatsumi

*Department of Physics, Kyoto University, Kyoto, 606-8502, Japan*

e-mail: yasuhira@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

tatsumi@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

### abstract

First order phase transition causes thermodynamically unstable region in the EOS. Kaon condensation is one of such phase transitions and we apply some prescription: Maxwell construction or Gibbs condition. We need to apply the Gibbs condition in  $\beta$ -equilibrated nuclear matter because matter has two chemical potentials; Gibbs condition leads us to a result that each phase in the mixed phase has nonzero charge density. We review here some recent works and discuss the properties of charged matter and the mixed-phase physics for kaon condensation.

## 1 Introduction

中性子星内部は高密度の核物質から構成されており、新しい物質相が発現している可能性が高い。K 中間子凝縮相はその候補の一つであり、高密度核物質中で  $K^-$  中間子が Bose-Einstein 凝縮をおこした相で、その存在可能性は 1986 年に Kaplan-Nelson によって指摘され [1]、現在も盛んな議論を呼んでいる。

$K^-$  中間子は弱い相互作用過程  $n \rightarrow p + K^-$  を通じて生成され、その化学ポテンシャル  $\mu_K$  は  $\mu_K = \mu_n - \mu_p$  の関係を持つ。したがって、冷たい中性子星内部のように  $\beta$  平衡が成立し、かつ neutrino-free の条件下では  $\mu_K = \mu_e$  が成立する。図 1 に示すように、通常核物質の密度が高くなるにつれて  $\mu_e$  は大きくなる。一方、 $K^-$  中間子の single particle energy:  $\epsilon_-$  の値は KN 相互作用が引力であることから、媒質効果により減少する。ある高密度 ( $\rho \simeq 3.2\rho_0$ ) において両者の値は一致し、 $K^-$  中間子の Bose-Einstein 凝縮が起こる。これが K 中間子凝縮の機構であり、図 2 にあるように状態方程式の極端な軟化をもたらすことが知られている。状態方程式の軟化は熱力学的に不安定な密度領域の出現をもたらすため、状態方程式は何らかの処方箋を必要とする。中性子星物質の状態方程式に関する議論において長らくこの不安定領域に Maxwell construction が用いられてきたが、近年その非妥当性が指摘された。以下で熱力学的不安定領域の取り扱いを詳しく見る。

## 2 Maxwell construction v.s. Gibbs condition

状態方程式には K 中間子凝縮相の発現により生じる熱力学的不安定領域が含まれているため、現実の状態方程式には K 中間子凝縮相と通常相の二相共存相の出現が期待される。

熱力学的不安定領域を持つ状態方程式としては水の液-気相転移を表すファンデル・ワールス方程式が有名である。この場合、等温条件下で Maxwell construction を処方することが熱力学的に正しく、共存相においては密度変化に伴う圧力の変化がなく、音速が zero になるという特徴がある。

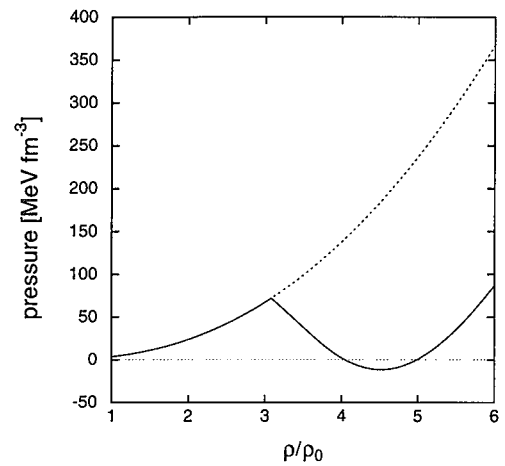
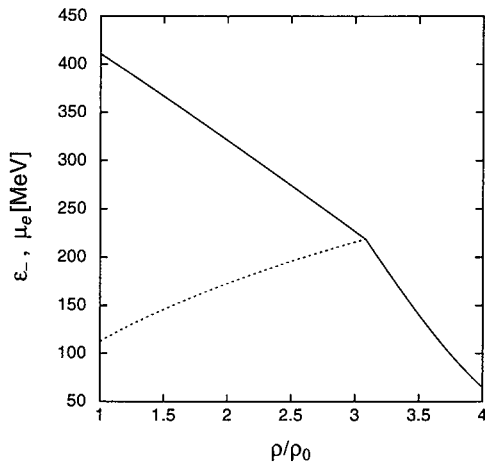


図 1: K 中間子凝縮発現の模式図。実線は K<sup>-</sup> 中間子の single particle energy:  $\epsilon_{-}$ 、点線は電子の化学ポテンシャル:  $\mu_e$  を表す。

図 2: 状態方程式。実線は K 中間子凝縮を含む場合。点線は通常相 (K<sup>-</sup> 中間子の存在を無視) の場合。

これまで、高密度核物質での相転移の研究においても、しばしば Maxwell construction が用いられ、中性子星の構造、重力的安定性において特徴的な振る舞いが議論されてきた。例として K 中間子凝縮の発現した場合の状態方程式に Maxwell construction を処方したものを用いて構成した中性子星の系列を図 3 に示す。K 中間子凝縮の発現にともない、状態方程式の軟化により中性子星の質量が大きく減少している。また、密度変化に対して重力質量が変化しない領域は、Maxwell Construction を課した際の等圧領域に対応しており、実際にはこの密度領域  $2.3 \leq \rho_c/\rho_0 \leq 5.5$  には星は存在しておらず、中性子星の系列に中心密度のギャップが生じることになる。このギャップを越えた密度付近では密度上昇に対して重力質量が減少しており中性子星は重力的不安定になっており、結果的に  $2.3 \leq \rho_c/\rho_0 \leq 6.1$  には安定な中性子星は存在できない。ここで、重力質量  $1.4M_{\odot}$  の中性子星の内部構造 (図 4) を見てみると、中性子星内部 (半径  $r = 6.5\text{km}$ ) で密度のギャップが生じていることがわかる。 $r < 6.5\text{km}$  では K 中間子凝縮相が存在し、その周囲を通常相が覆っている。両相の境界は密度のギャップとして現れており、二相共存相は冷たい中性子星内部には存在しない。以上が Maxwell construction 下での中性子星の特徴である。

しかし、実はこの Maxwell construction は中性子星物質の相転移に関しては一般的には妥当でない [5, 6]。Maxwell construction は圧力-体積図上での等面積則として知られているが、化学ポテンシャルが一種類しか存在しない場合の Gibbs condition  $\mu^I = \mu^{II}$ ,  $P^I = P^{II}$  と等価である。しかし、中性子星物質中では二種類の化学ポテンシャル、バリオン数の保存に関する化学ポテンシャルと電荷の保存に関する化学ポテンシャルが存在する。このため、中性子星物質の状態方程式に課すべき Gibbs condition は  $\mu_B^I = \mu_B^{II}$ ,  $\mu_Q^I = \mu_Q^{II}$ ,  $P^I = P^{II}$  である。その結果、K 中間子凝縮相と通常相の共存領域においては、等圧領域が現れることはなく、圧力は密度に従って単調に増加する。

中性子星物質の状態方程式に Gibbs condition を課した際、共存相においては電荷がそれぞれ non-zero で存在する。化学ポテンシャルが一つしか存在しない場合においては相 I, II の共存相において  $\rho^I \neq \rho^{II}$  となる。一方二種類の化学ポテンシャルが存在する場合には、それぞれの化学ポ

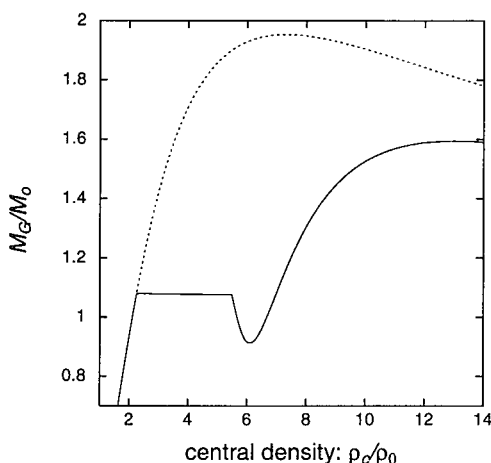


図 3: 中性子星の系列。実線は K 中間子凝縮を考慮した場合の状態方程式を用いた計算結果。破線は通常相のみから成る中性子星。

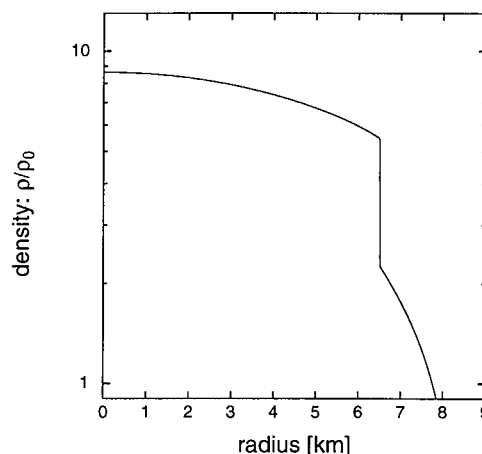


図 4: 中性子星の内部構造。重力質量  $M = 1.4M_{\odot}$  とした。

テンシャルに対応する二つの保存量が両相において異なり、 $\rho_B^I \neq \rho_B^{II}$ ,  $\rho_Q^I \neq \rho_Q^{II}$  となるのである。すなわち、各相の charge neutrality は局所的には成立しておらず、大局的に成り立つ。従って共存相においては表面エネルギーだけでなくクーロン力の効果が重要であり、droplet 生成などに影響を与えると考えられる。

### 3 電荷 $\neq 0$ での K 中間子凝縮

荷電核物質の性質について少し述べる。図 5 に荷電物質における K 中間子凝縮の発現領域を表す相図を示す。核物質全体を負に帯電させた場合、電子数が増加し  $\mu_e (= \mu_K)$  が増加するため、図 1 より明らかに K 中間子凝縮の発現する密度が低くなる。結果として負に帯電した核物質では K 中間子凝縮相がより発現しやすい。また、通常相においては、陽子と中性子の個数が揃う場合が運動エネルギーとしてはもっとも得をするが、電氣的に中性な場合、陽子数と同じ数の電子またはミューオンが存在し、同時に化学平衡条件  $\mu_n = \mu_p + \mu_e$  が成立するため、陽子の数は抑えられる。従って、通常相に関しては、正に帯電した場合に、陽子数が増加することにより、より安定な相を形成することができる。このため、共存相においては、K 中間子凝縮相が負に、通常相が正に帯電することが予測でき、これは Glendenning と Schaffner-Bielich の結果 [5, 6] と一致している。

最後に、荷電核物質の状態方程式を図 6 に示す。負に帯電している物質中では K 中間子凝縮の発現だけでなく、その成長も早く、状態方程式がさらに軟化することがわかる。一方、正に帯電している場合には、相転移点は高密度側に移り、状態方程式の軟化は小さくなっている。共存相ではこれらの、負に帯電した K 中間子凝縮相と正に帯電した通常相とが存在し、大局的に電氣的な中性な核物質を形成すると考えられる。

今後の課題としては、Gibbs condition を課した場合の共存相に関して、近年原始中性子星の物理に関連して注目を集めている有限温度系としての K 中間子凝縮の性質 [2, 3, 4] として、温度を

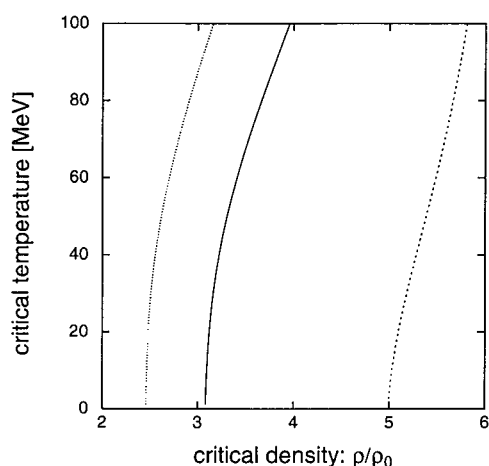


図 5: 荷電核物質の相図。バリオン当たりの電荷:  $q = 0$ (実線)、 $q = -0.5$ (点線)、 $q = +0.5$ (破線)。

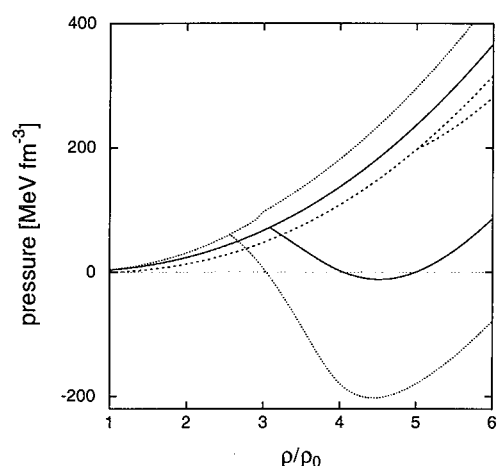


図 6: 荷電核物質の状態方程式。バリオン当たりの電荷:  $q = 0$ (実線)、 $q = -0.5$ (点線)、 $q = +0.5$ (破線)。

取り入れた取り扱いで相図を作成、状態方程式の温度依存性を調べる予定である。

また、共存相における K 中間子凝縮相と通常相との幾何学的構造に関する問題も非常に興味深い。中性子星の殻領域に類似して、コア領域においても共存相の存在から通常相内部に K 中間子凝縮の droplet や pasta が浮かぶ可能性が指摘されており [5, 6]、中性子星の物理 (グリッチや neutrino-opacity[7]) に影響を与える可能性がある。さらに、表面エネルギー・クーロン力の効果が共存相の幾何学的構造や状態方程式に与える影響も重要である。

## 参考文献

- [1] D.B. Kaplan and A.E. Nelson, Phys. Lett. **B175** (1986) 57; **B179** (1986) 409(E).
- [2] M. Prakash, et.al., Phys. Rep. **280** (1997) 1.
- [3] T. Tatsumi and M. Yasuhira, Phys. Lett. **B441** (1998) 9.
- [4] T. Tatsumi and M. Yasuhira, Nucl. Phys. **A653** (1999) 133.
- [5] N.K. Glendenning and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 4564.
- [6] N.K. Glendenning and J. Schaffner-Bielich, *astro-ph/9810290*.
- [7] S. Reddy, et. al., *nucl-th/9909040*





## 16 Vacuum discharge as a possible source of gamma-ray bursts

G. Mao, S. Chiba

*Japan Atomic Energy Research Institute  
Tokai, Naka, Ibaraki 319-1195, Japan*

W. Greiner

*Institut für Theoretische Physik der J. W. Goethe-Universität  
Postfach 11 19 32, D-60054 Frankfurt am Main, Germany*

K. Oyamatsu

*Faculty of Studies on Contemporary Society  
Aichi Shukutoku University  
9 Katahira, Nagakute, Aichi 480-1197, Japan*

We propose that spontaneous particle–anti-particle pair creations from the discharged vacuum caused by the strong interactions in dense matter are major sources of  $\gamma$ -ray bursts. Two neutron star collisions or black hole-neutron star mergers at cosmological distance could produce a compact object with its density exceeding the critical density for pair creations. The emitted anti-particles annihilate with corresponding particles at the ambient medium. This releases a large amount of energy. We discuss the spontaneous  $p\bar{p}$  pair creations within two neutron star collision and estimate the exploded energy from  $p\bar{p}$  annihilation processes. The total energy could be around  $10^{51} - 10^{53}$  erg depending on the impact parameter of colliding neutron stars. This value fits well into the range of the initial energy of the most energetic  $\gamma$ -ray bursts.

Gamma-ray bursts (GRBs) were discovered accidentally in the late 1960s by the Vela satellites. The discovery was announced in 1973 [1]. Since then, they have been one of the greatest mysteries in high-energy astrophysics for almost 30 years. The situation has improved dramatically in 1997, when the BeppoSAX satellite discovered X-ray afterglow [2], which enabled accurate position determination and the discovery of optical [3] and radio [4] afterglows and host galaxies. The distance scale to GRBs was finally unambiguously deter-

mined: their sources are at cosmological distances [5]. In spite of all these recent progress, we still do not know what produces GRBs! The nature of the underlying physical mechanism that powers these sources remains unclear. The optical identification and measurement of redshifts for GRBs allow us to determine their distances and the amount of energy that would be radiated in an isotropic explosion. In recent three observations (GRB971214 [6], 980703 [7] and 990123 [8]), the total isotropic energy radiated was estimated to be in excess of  $10^{53}$  erg. For GRB990123, the inferred isotropic energy release is up to  $3.4 \times 10^{54}$  erg, or  $1.9 M_{\odot}$  (where  $M_{\odot}$  is the solar mass), which is larger than the rest mass of most neutron stars. It has been suggested that the explosion of GRB990123 is not isotropic, which reduces the energy released in  $\gamma$ -rays alone to be  $6 \times 10^{52}$  erg [8] due to finite beaming angle. However, if one adopts the picture of the fireball internal shock model [9] that random internal collisions among shells produce the highly variable  $\gamma$ -ray burst emissions, the required initial energy will be raised by a factor of about 100 since it is argued that only 1% of the energy of the initial explosion can be converted into the observed radiation [10]. Therefore, it appears that the total exploded energy for the most energetic bursts is close to or possibly greater than  $10^{54}$  erg. It seems to be difficult to imagine a source that could provide so much energy. The first and foremost open question concerning GRBs is what are the inner

engines that power GRBs [9] ?

On the other hand, the GRB spectrum is non-thermal. In most cases there is a strong power law high-energy tail extending to a few GeV. A particular high-energy tail up to 18 GeV has been reported in GRB940217 [11]. This nonthermal spectrum provides an important clue to the nature of GRBs.

Various GRB models have been suggested in the literature, see e.g. Refs. [9,12,15–19]. Among them, the neutron star merger seems to be the most promising candidate. Three-dimensional hydrodynamical simulations of the coalescence of binary neutron stars (NS-NS) [13–15,20], direct collision of two neutron stars [21–23] as well as black hole-neutron star (BH-NS) merger [24] have been performed by some authors. The largest energy deposition of  $\sim 10^{51}$  erg by  $\nu\bar{\nu}$  annihilation was obtained in the black hole-neutron star merger (for NS-NS collision, the total energy is around  $10^{50}$  erg [23]). This may account for certain low-energy GRBs on the one hand, but it is, on the other hand, still far away from the energetic ones mentioned above. However, it should be pointed out that in those macroscopic

simulations (and almost all GRB fireball models) the effects of strong interactions, e.g., the modification of hadron properties in dense matter, many body effects, vacuum correlations et al., have been largely neglected except that a nuclear equation of state is applied.

In this Letter we propose an alternative scenario for the source of the most energetic  $\gamma$ -ray bursts. It is well known that the density is fairly high at the center of neutron stars. The central density can be several times nuclear saturation density [25]. Furthermore, superdense matter could be formed at NS-NS/BH-NS mergers and direct NS-NS collisions. Three-dimensional hydrodynamical simulations showed that when two neutron stars collide with a free-fall velocity, the maximum density of the compressed core can be 1.4 (off-center collision, the impact parameter  $b = R$ , i.e., one neutron star radius) to 1.9 (head-on collision) times the central density of a single neutron star [23]. At such high density, not only the properties of baryons will be modified drastically according to the investigation of relativistic mean-field theory (RMF) and relativistic Hartree approach (RHA) [26], but also the vacuum, i.e., the lower Dirac sea, might be distorted substantially [27] since the meson fields, which describe the strong interactions between baryons, are very large. At certain densities, when the threshold energy of the “negative-energy sea”-nucleons (i.e., the nucleons in the Dirac sea) is larger than the nucleon free mass, the nucleon–anti-nucleon pairs can be created spontaneously from the vacuum [28,29]. A schematic picture for this phenomena is depicted in Fig. 1. The situation is quite similar to the electron-positron pair creations in QED with strong electromagnetic fields [30]. The produced anti-nucleons will then annihilate with the nucleons at the ambient medium through the  $N\bar{N} \rightarrow \gamma\gamma$  reaction. This yields a large amount of energy and photons. This process may happen in addition to the  $\nu\bar{\nu}$  annihilation process. The sequential process,  $\gamma\gamma \leftrightarrow e^+e^-$ , inevitably leads to the creation of a fireball. The dynamical expansion of the fireball will radiate the observed  $\gamma$ -rays

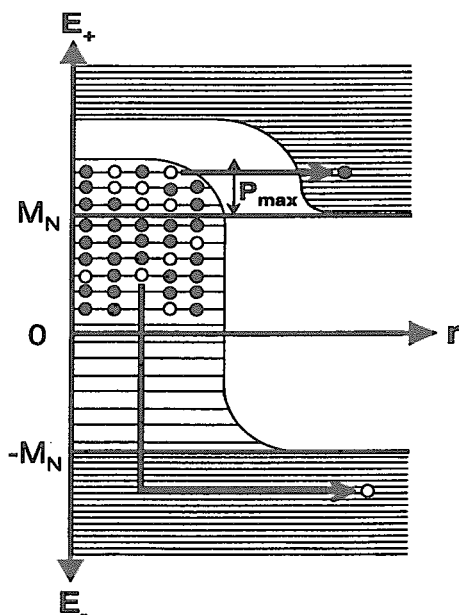


FIG. 1. Schematic view of  $N\bar{N}$  pair creation from the Dirac sea due to strong fields in dense matter.

through the nonthermal processes in shocks [9]. In the following, we shall estimate whether enough energy is available within this scenario to satisfy the requirement of a source of energetic GRBs.

We start from the Lagrangian density for nucleons interacting through the exchange of mesons

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}[i\gamma_\mu\partial^\mu - M_N]\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 \\ & - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\mathbf{R}_{\mu\nu}\mathbf{R}^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{R}_\mu \cdot \mathbf{R}^\mu + g_\sigma\bar{\psi}\psi\sigma - g_\omega\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\omega^\mu \\ & - \frac{1}{2}g_\rho\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau} \cdot \psi\mathbf{R}^\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

where the usual notation is used as given in the literature [26]. Based on this Lagrangian, we have developed a relativistic Hartree approach including vacuum contributions which describe the properties of nucleons and anti-nucleons in nuclear matter and finite nuclei quite successfully [29]. The parameters of the model are fitted to the ground state properties of spherical nuclei. The RHA0 set of parameters gives  $g_\sigma^2(M_N/m_\sigma)^2 = 229.67$ ,  $g_\omega^2(M_N/m_\omega)^2 = 146.31$ ,  $g_\rho^2(M_N/m_\rho)^2 = 151.90$ . It leads to the nuclear matter saturation density  $\rho_0 = 0.1513 \text{ fm}^{-3}$  ( $0.1484 - 0.1854 \text{ fm}^{-3}$ ) with a binding energy  $E_{bind} = -17.39 \text{ MeV}$  ( $-16 \pm 1 \text{ MeV}$ ) and a bulk symmetry energy  $a_{sym} = 40.4 \text{ MeV}$  ( $33.2 \text{ MeV}$ ). The corresponding empirical values are given in parentheses. The model can be further applied to the neutron-proton-electron ( $n-p-e$ ) system under the beta equilibrium and the charge neutrality conditions which is in particular important for the neutron star. The positive energy of the nucleons in the Fermi sea  $E_+$  and the negative energy of the nucleons in the Dirac sea  $E_-$  can be written as

$$E_+ = \left\{ \left[ k^2 + (M_N - g_\sigma\sigma)^2 \right]^{1/2} + g_\omega\omega_0 + \frac{1}{2}g_\rho\tau_0 R_{0,0} \right\}, \quad (2)$$

$$E_- = - \left\{ \left[ k^2 + (M_N - g_\sigma\sigma)^2 \right]^{1/2} - g_\omega\omega_0 + \frac{1}{2}g_\rho\tau_0 R_{0,0} \right\}. \quad (3)$$

Here  $\sigma$ ,  $\omega_0$  and  $R_{0,0}$  are the mean values of the scalar field, the time-like component of the vector field, and the time-like isospin 3-component of the vector-isovector field in neutron star matter, respectively. They are obtained by solving the non-linear equations of the meson fields including vacuum contributions under the constraints of charge neutrality and general equilibrium. The energy of anti-nucleons  $\bar{E}_+$  is just the negative of  $E_-$ , i.e.,  $\bar{E}_+ = -E_-$  [29]. By setting  $k = 0$  in Eqs. (2) and (3), one gets the energies of nucleons and anti-nucleons at zero momentum. The critical density  $\rho_C$  for nucleon–anti-nucleon pair creation is reached when  $E_- = M_N$ . The results are given in Fig. 2 where the single-particle energies of the positive-energy nucleon and the negative-energy nucleon are plotted as a function of density. Due to the effects of the  $\rho$ -meson field,  $\rho_C = 6.1 \rho_0$  for  $p\bar{p}$  pair creation and  $7.5 \rho_0$  for  $n\bar{n}$  pair creation. At the same time, we have calculated the equation of state (EOS) of neutron star matter. The structures and properties of neutron stars can be obtained by applying the equation of state to solve the Oppenheimer-Volkoff equation [31].

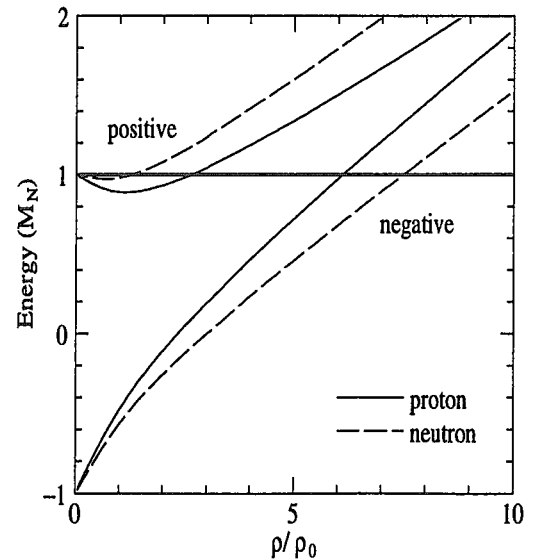


FIG. 2. The single-particle energies of the positive-energy nucleon and the negative-energy nucleon in neutron star matter.

The maximum mass of stars turns out to be  $M_{max} = 2.44 M_{\odot}$ , and the corresponding radius  $R = 12.75$  km and the central density  $\rho_{cen} = 5.0 \rho_0$ . The  $\rho_{cen}$  is smaller than the critical density  $\rho_C$ . That means that the spontaneous  $N\bar{N}$  pair creation does not happen for a single neutron star within the model employed.

We consider the following case of neutron star collision: Two identical neutron stars with  $\rho_{cen} = 4.5 \rho_0$  (with the current EOS, it is related to  $M = 2.43 M_{\odot}$  and  $R = 13.0$  km) collide with each other with a free-fall velocity. The impact parameter  $b$  stays between 0 and  $R$ , which determines the factor of density enhancement. We assume that a compact object of average density  $7.2 \rho_0$  is created in the reaction zone. The radius of the compact object is assumed to be  $r = 1$  km (case A) or  $r = 3$  km (case B) depending on the values of  $b$ . Since for a single neutron star with  $\rho_{cen} = 4.5 \rho_0$  the density at  $r = 1$  km is  $4.46 \rho_0$  and at  $r = 3$  km is  $4.18 \rho_0$ , in case A the density is enhanced during neutron star collision by a factor around 1.6 while in case B around 1.7. In both cases the  $p\bar{p}$  pair creation will happen while the contributions of the  $n\bar{n}$  pair creation is negligible (it contributes at higher density but does not affect our discussions). We define a momentum  $p_{max}$  describing the negative-energy nucleons occupying the eigenstates of the Dirac sea from the *uppermost* level (the lowest-energy antiparticle level) to  $E_- = M_N$  (see Fig. 1), which turns out to be

$$p_{max} = \sqrt{\left(g_{\omega}\omega_0 - \frac{1}{2}g_{\rho}\tau_0 R_{0,0} + g_{\sigma}\sigma - 2M_N\right)} \times \sqrt{\left(g_{\omega}\omega_0 - \frac{1}{2}g_{\rho}\tau_0 R_{0,0} - g_{\sigma}\sigma\right)}. \quad (4)$$

Based on the semi-classical phase-space assumption we then estimate the number of the  $p\bar{p}$  pairs whose energies are larger than the nucleon free mass at  $\rho = 7.2 \rho_0$  as

$$N_{pair} = \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{p_{max}^3}{3\pi^2} = 2.147r^3 \times 10^{54}. \quad (5)$$

Let us check whether most of the  $p\bar{p}$  pairs can be created spontaneously. The rates for the  $N\bar{N}$  pair

production per unit surface area and unit time,  $dN_{pair}/dSdt$ , has been calculated in Ref. [28] for compressed matter. In the case of  $\rho = 7 \rho_0$  and tunnel distance  $d = 1$  fm, the rate turns out to be  $2.68 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$ . For case B with  $r = 3$  km, the time needed to emit the available  $p\bar{p}$  pairs is  $t = 1.9 \times 10^{19} \text{ fm} = 6.3 \times 10^{-5} \text{ s}$ , which is smaller than the typical dynamical scale of NS-NS collision  $\tau \sim 10^{-3} \text{ s}$ . If one assumes that 80% of the produced anti-protons annihilate with protons in the surrounding medium and the released energy is 2 GeV at each event (here we assume that the antiparticles (holes) of the spontaneously produced pairs are set free, i.e., transported into the lower continuum. Otherwise, the energy of these pairs are close to zero! This is a problem, which should be investigated more closely.), the total exploded energy  $E_{tot}$  turns out to be  $5.5 \times 10^{51}$  erg and  $1.5 \times 10^{53}$  erg for cases A and B, respectively. As mentioned before, the efficiency to transfer the initial energy to the observed radiation is only 1% [10]. It seems to be necessary to adopt the picture of beaming explosion for the most energetic  $\gamma$ -ray bursts.

Some discussion is now appropriate. Neutron star collisions have repeatedly been suggested in the literature as possible sources of  $\gamma$ -ray bursts [32,33], powered either by  $\nu\bar{\nu}$  annihilation or by highly relativistic shocks. In Ref. [23] Ruffert and Janka claimed that a  $\gamma$ -ray burst powered by neutrino emission from colliding neutron stars is ruled out. Here we propose a new scenario caused by the strong interactions in dense matter. A large number of anti-particles may be created from the vacuum when the density is higher than the critical density for spontaneous particle-anti-particle pair creation. Such high density can be reached during the NS-NS collisions, BH-NS mergers, or even NS-NS mergers when the merged binary neutron stars have large maximum densities. Some of the produced anti-particles can be ejected from the reaction zone due to violent dynamics. They may be the novel source of low-energy cosmic-ray anti-particles which is currently an exciting topic in modern astrophysics [34]. Most of them will

annihilate with the corresponding particles at the ambient medium, and thus release a large amount of energy. As a first step we have discussed the  $p\bar{p}$  pair creation in two neutron star collision scenarios because its critical density is lower than that of other baryons. Our calculations show that the exploded energy satisfies the requirement for the initial energy of the energetic GRBs observed up to now. The variation of the released energies of different GRBs can be attributed to the different impact parameters of colliding neutron stars. Those anti-protons, although produced spontaneously, annihilate during the dynamical procedure with random probability in collisions with protons. Furthermore, the anti-protons annihilating later might be accelerated by the photons produced by the nearby  $p\bar{p}$  pair annihilations taking place earlier. This leads to the high-energy anti-protons and, consequently, the high-energy photons. Some of them may escape from the fireball before being distorted by the medium. Those escaping high-energy photons may constitute the observed high-energy tail of  $\gamma$ -ray bursts. This has to be pursued further theoretically.

In summary, we have proposed a new scenario of vacuum discharge due to strong interactions in dense matter as a possible source of  $\gamma$ -ray bursts. Based on the meson field theoretical model we have estimated the exploded energy  $E_{tot} \sim 10^{51} - 10^{53}$  erg within two neutron star collisions, which fits well into the range of the initial energy necessary for most energetic  $\gamma$ -ray bursts. For a more quantitative study, one needs to introduce hyperon degrees of freedom [25] and even quark degree of freedom [35,36] if one assumes that the center of neutron star is in quark phase. Here we have mainly discussed NS-NS collisions. In fact, the proposed scenario may happen more frequently for BH-NS mergers since the production rate for BH-NS binaries is  $\sim 10^{-4}$  per yr per galaxy [37] which is much larger than the rate of direct NS-NS collisions (for an estimation of collision rate in dense cluster of neutron stars, see Ref. [32]). In this case one might obtain a even higher explosion energy reaching the value of

$10^{54}$  erg. A relativistic dynamical model like relativistic fluid dynamics incorporating meson fields is highly desirable to simulate NS-NS collisions, NS-NS/BH-NS mergers. Works on these aspects are presently underway.

#### Acknowledgements:

The authors thank N.K. Glendenning for fruitful comments on the preliminary version of manuscript. G. Mao acknowledges the STA foundation for financial support and the members of the Research Group for Hadron Science at Japan Atomic Energy Research Institute for their hospitality.

- 
- [1] R.W. Klebesadel, I.B. Strong, R.A. Olson, *Astrophys. J. Lett.* **182**, L85 (1973).
  - [2] E. Costa et al., *Nature* **387**, 783 (1997).
  - [3] J. van Paradijs et al., *Nature* **386**, 686 (1997).
  - [4] D.A. Frail, S.R. Kulkarni, L. Nicastro, M. Feroci, and G.B. Taylor, *Nature* **389**, 261 (1997).
  - [5] M.R. Metzger, S.G. Djorgovski, S.R. Kulkarni, C.C. Steidel, K.L. Adelberger, D.A. Frail, E. Costa, and F. Frontera, *Nature* **387**, 878 (1997).
  - [6] S.R. Kulkarni et al., *Nature* **393**, 35 (1998).
  - [7] S.G. Djorgovski et al., *CGN notice* **139**, 1998.
  - [8] S.R. Kulkarni et al., *Nature* **398**, 389 (1999).
  - [9] Tsvi Piran, *Phys. Rep.* **314**, 575 (1999).
  - [10] P. Kumar, *astro-ph/9907096*.
  - [11] K. Hurley et al., *Nature* **372**, 652 (1994).
  - [12] D. Eichler, M. Livio, T. Piran, and D.N. Schramm, *Nature* **340**, 126 (1989).
  - [13] M. Shibata, T. Nakamura, K. Oohara, *Prog. Theor. Phys.* **88**, 1079 (1992); *Prog. Theor. Phys.* **89**, 809 (1993);
  - [14] F.A. Rasio and S.L. Shapiro, *Astrophys. J.* **432**, 242 (1994).
  - [15] M. Ruffert, H.-Th. Janka, K. Takahashi, and G. Schäfer, *Astron. Astrophys.* **319**, 122 (1997).

- [16] K.S. Cheng and Z.G. Dai, Phys. Rev. Lett. **77**, 1210 (1996).
- [17] D. Fargion, astro-ph/9903433.
- [18] R.N. Mohapatra, S. Nussinov, V.L. Teplitz, astro-ph/9909376.
- [19] S.E. Woosley, astro-ph/9912484.
- [20] H.-Th. Janka and M. Ruffert, Astron. Astrophys. **307**, L33 (1996); M. Ruffert and H.-Th. Janka, Astron. Astrophys. **344**, 573 (1999).
- [21] F.A. Rasio and S.L. Shapiro, Astrophys. J. **401**, 226 (1992).
- [22] J.M. Centrella and S.L.W. McMillan, Astrophys. J. **416**, 719 (1993).
- [23] M. Ruffert and H.-Th. Janka, Astron. Astrophys. **338**, 535 (1998).
- [24] H.-Th. Janka, T. Eberl, M. Ruffert, and C.L. Fryer, astro-ph/9908290.
- [25] N.K. Glendenning, Astrophys. J. **293**, 470 (1985); Nucl. Phys. **A493**, 521 (1989).
- [26] e.g., B. D. Serot and J. D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986); P.-G. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner, J. Friedrich, Z. Phys. **A323**, 13 (1986); M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard, J.A. Maruhn, and W. Greiner, Phys. Rev. **C58**, 2126 (1998).
- [27] W. Greiner, Heavy Ion Physics **2**, 23 (1995).
- [28] I.N. Mishustin, L.M. Satarov, J. Schaffner, H. Stöcker and W. Greiner, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19**, 1303 (1993).
- [29] G. Mao, H. Stöcker, and W. Greiner, Int. J. Mod. Phys. **E8**, 389 (1999).
- [30] W. Greiner, B. Müller, J. Rafelski, *Quantum Electrodynamics of Strong Fields*, (Springer, Berlin, 1985).
- [31] S.L. Shapiro and S.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars* (Wiley, New York, 1983); N.K. Glendenning, *Compact Stars* (Springer, New York, 1997).
- [32] J.I. Katz and L.M. Canel, Astrophys. J. **471**, 915 (1996).
- [33] V.I. Dokuchaev, Yu.N. Eroshenko, Astronomy Letters **22**, 578 (1996).
- [34] H. Matsunaga, S. Orito, H. Matsumoto et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 4052 (1998).
- [35] G. Schmidt, W. Greiner, U. Heinz, and B. Müller, Phys. Rev. **D24**, 1484 (1981).
- [36] K. Schertler, S. Leupold, and J. Schaffner-Bielich, Phys. Rev. **C60**, 025801 (1999).
- [37] H.A. Bethe and G.E. Brown, Astrophys. J. **506**, 780 (1998).



## 17 Shell Effects in Nuclear Magnetization

V.N. Kondratyev\*, T. Maruyama and S. Chiba

*Advanced Science Research Center, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai, Naka, Ibaraki 319-1195 Japan*

**Abstract:** The magnetization of nuclei in strong magnetic fields associated with ‘magnetars’ is considered within the shell model. It is demonstrated that the magnetic field gives rise to a phase-shift of the shell-oscillations in nuclear masses shifting significantly the nuclear magic numbers of the iron region towards smaller mass numbers. Shell-effects are found to result in anomalies of the nuclear magnetization. Such anomalies resemble the behavior associated with a phase transition.

**PACS:** 26.60.+c, 26.30.+k, 21.10.Dr

Ultramagnetized neutron stars (‘magnetars’) have been invoked to interpret several astrophysical phenomena associated with an activity of Soft Gamma Repeaters (SGR) and Anomalous X-ray Pulsars (AXP). Recent observations indicate that the strength of surface dipole fields can extend up to  $10^{15}$  G, like in cases of SGR 1806 + 20 [1] and SGR 1900 + 14 [2]. It is worth noticing that star toroidal fields are expected to be larger than respective dipole components by about two orders of magnitude (cf. e.g. [3]), similarly to properties of solar magnetism [4]. The estimates based on an application of the Newtonian scalar virial theorem (cf. [5] and refs. therein) further corroborate that interior star fields may range up to  $B \sim 10^{18}$  G and even larger values [6]. Magnetic energy associated with such a super-strong field is significantly larger than neutron star rotational energy and plays an important role in the star activity. For instance, driven by the magnetic field crust activities are thought to originate e.g. neutron star glitches [6] and SGR bursts [1-3,7]. This gives urgency to carry out an analysis of the magnetism of neutron star crusts.

The outer crust (at nuclear density  $n < n_0/3$ , with saturation nuclear density  $n_0$ ) is composed of well separated nuclides corresponding to the bottom of fusion-fission valleys [6]. At laboratory conditions these nuclei are given by transition metals of iron series due to the pronounced shell closure [8]. However, one may expect noticeable modification of shell-oscillations un-

der the influence of the magnetic field [9], similarly to what is found in atomic clusters and quantum dots (cf. [10] and refs. therein). Naively, the field  $B$  inducing an energy shift of nucleon levels  $\Delta \sim \omega_L = \mu_N B$  (with the nuclear magneton  $\mu_N$ ) of order of the spin-orbit (s-o) splitting  $\Delta_{so}$  can affect significantly the nuclear structure. The splitting value [8]  $\Delta_{so} \approx 5/A^{1/3}$  MeV for stable nuclei, and is significantly suppressed for neutron rich nuclides of inner crusts [11,12]. This suggests that for average mass numbers  $A \sim 100$  the field of a strength  $B \sim 10^{15} - 10^{17}$  G can modify considerably nuclear magic numbers corresponding to minima in the shell-correction energy and can, in fact, influence the composition of neutron star crusts and nuclear reaction (e.g. s- and r-processes) rates.

In this paper we consider an effect of the magnetic field on nuclear masses and the nuclear magnetization. Within a shell model the properties of  $N = \int_{-\infty}^{\epsilon_F} d\epsilon \rho(\epsilon)$  nucleons are defined by the filled up to the Fermi energy  $\epsilon_F$  single-particle (sp) levels  $\epsilon_\zeta$ , which determine the sp level density  $\rho(\epsilon) = \sum_\zeta \delta(\epsilon - \epsilon_\zeta) = \rho^{sm} + \delta\rho$  with smooth  $\rho^{sm}$  and oscillating  $\delta\rho$  components.

The energy of a nucleus is given as  $E = \int_{-\infty}^{\epsilon_F} d\epsilon \epsilon \rho(\epsilon) = E^{sm} + \delta E_n + \delta E_p$ , where the Thomas-Fermi (i.e. semi-classical) component  $E^{sm}$  is not affected by the magnetic field due to the Bohr-van Leeuwen theorem [13]. The shell-correction contributions [14] of neutrons  $\delta E_n$  and protons  $\delta E_p$  to the nuclear mass are related to the oscillating part  $\delta\rho$ .

In the present study we neglect the s-o interaction and employ the sp Hamiltonian for nuclei in a magnetic field  $\mathbf{B}$  in the form

$$\hat{h}_\alpha = \frac{\hat{\mathbf{p}}_\alpha^2}{2m_\alpha} + \frac{m_\alpha}{2} \omega_0^2 (r^2 + (\hat{\tau}_3 + 1/2)(\mathbf{b} \times \mathbf{r})^2) \quad (1)$$

$$- \omega_0 (\hat{\mathbf{l}}(\hat{\tau}_3 + 1/2) + g_\alpha \hat{\mathbf{s}}) \mathbf{b}, \quad (\alpha = n, p)$$

which includes the spherical Harmonic Oscillator (HO) with the frequency  $\omega_0 = 41/A^{1/3}$  MeV, an in-

interaction of the nucleon dipole magnetic moment with the magnetic field which is represented by the terms containing the vector  $\mathbf{b} = \mu_N \mathbf{B} / \omega_0$ , the orbital momentum  $\hat{\mathbf{I}}$  and spin  $\hat{\mathbf{s}}$  operators, and the isospin projection operator  $\hat{\tau}_3$ . For simplicity the sample calculations are shown for symmetric nuclei containing equal number of protons  $Z$  and neutrons  $N$  ( $N = Z = A/2$ ).

The term in Eq. (1) proportional to  $g$ -factor  $g_\alpha$  gives rise to a relative shift  $\sigma_i \Delta_\alpha$  ( $\Delta_\alpha = g_\alpha \omega_L / 2$ ) of energy levels with the nucleon magnetic moment directed along the field ( $\sigma_{i=\uparrow} = -1$ , with  $N^\uparrow = (N/2) + \mathcal{N}$  majority-spin neutrons) and in the opposite direction ( $\sigma_{i=\downarrow} = 1$ , with  $N^\downarrow = (N/2) - \mathcal{N}$  minority-spin neutrons). Such a shift is related to the Pauli-type of the magnetic response yielding the magnetization

$$M_n = \frac{\mathcal{N}}{V_{WS}} g_n \mu_N \approx \mathcal{N} \frac{n_{nb}}{n_0} 10^{15} \text{G} \quad (2)$$

and modifying the shell-correction energy as

$$\delta E_\alpha = \delta E_\alpha^\uparrow(\epsilon_F + \Delta_\alpha) + \delta E_\alpha^\downarrow(\epsilon_F - \Delta_\alpha), \quad (3)$$

where  $\delta E_\alpha^i$  is determined by the unshifted sp spectrum, and the density of bound neutrons  $n_{nb} = N/V_{WS}$  is related to the Wigner-Zeits volume  $V_{WS}$ .

Figure 1 represents the magnetic field dependence of the difference  $\mathcal{N}$  between the majority- and minority-spin neutron numbers at various values of the total neutron number. As is seen this dependence exhibits a step-like behavior at field strengths corresponding the majority- and minority-spin level crossing. Such a behavior resembles properties of a magnetic phase transition.

The spin-magnetization represents predominant magnetic field effect in the neutron shell-correction energy which can be approximately expressed through the respective  $k$ -th components  $\delta E_{n_0}^k$  at zero field as  $\delta E_n \approx \sum_k \delta E_{n_0}^k \cos(\pi k g_n b)$ . We see that the magnetic field leads to a phase-shift of the shell-oscillations which is clearly displayed in fig. 2. This behavior is caused by the field dependent interference of contributions coming from the majority- and minority-spin neutrons to the total energy. Such an interference gives rise to a cosine factor in the shell-energy with

the oscillation period  $b_s = |2/g_n| \approx 0.5$ . For nuclei of average mass numbers the respective magnetic field  $B_s \sim \omega_0 / \mu_N \sim 10^{16} - 10^{17}$  G induces the relative shift of neutron majority- and minority-spin energy levels  $\Delta_n$  which is comparable to the energy difference between the major shells given by the HO frequency  $\omega_0$ .

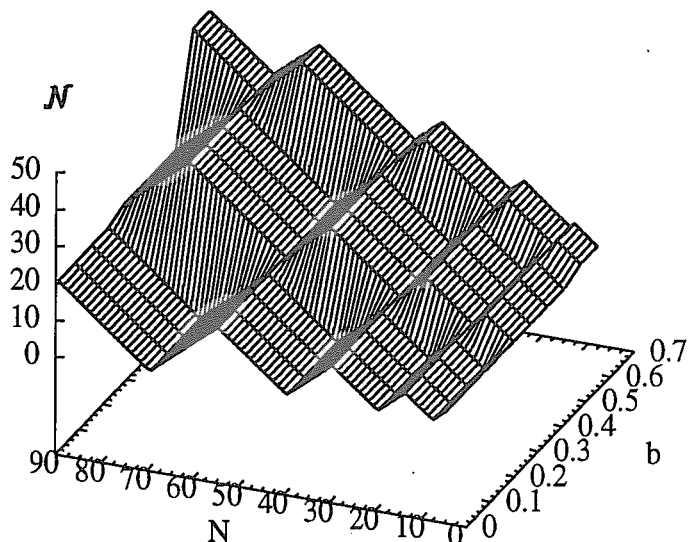


FIG. 1. The quantity  $\mathcal{N}$  versus magnetic field  $b$  and neutron number  $N$ .

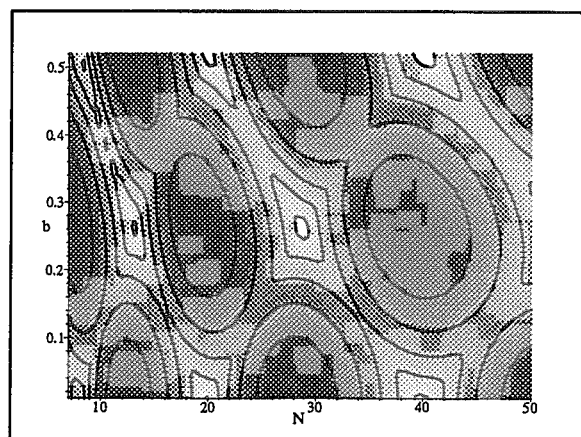


FIG. 2. The spherical HO model prediction of the neutron shell-correction energy versus the neutron number and the parameter  $b$ . The smaller energies are indicated by white regions, while the dark regions denote the larger energies. The contours are plotted with the step 1 starting from  $-3$  in the units  $A^{1/3}$  MeV.

The proton magnetic response is given as a combination of the discussed above Pauli-magnetism Eqs.



(2) and (3) and the Landau-type of orbital magnetism related to proton ballistic dynamics (cf. Eq. (1))

$$M_p = [g_p Z + \sum_i l_3^i] \mu_N / V_{WS} \approx g I_b \frac{n_{pb}}{n_0} 10^{15} \text{G}, \quad (4)$$

where  $Z = (Z^\uparrow - Z^\downarrow)/2$  measures the difference between majority-spin ( $Z^\uparrow$ ) and minority-spin ( $Z^\downarrow$ ) proton numbers,  $l_3^i$  denotes the projection of angular momentum on the field axis, and the proton density  $n_{pb} = Z/V_{WS}$ .

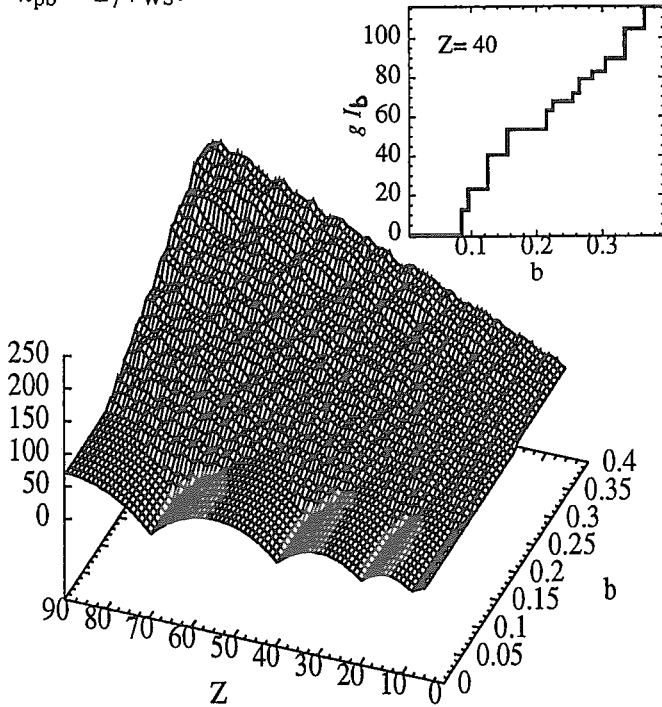


FIG. 3. Proton magnetization ( $gI_b$ ) versus magnetic field  $b$  and proton number  $Z$ . Insert shows the results of the  $b$ -dependence for  $Z = 40$  magic nucleus.

Figure 3 shows the quantity  $gI_b$  as a function of the magnetic field at different values of the proton number. The step-like behavior of nuclear magnetization is displayed for protons as well. The associated field change is significantly smaller as compared to the neutron magnetic response. It should be noticed an important difference between the proton orbital magnetism considered here and the Landau diamagnetism of a homogeneous liquid. The latter is originating from the quantization of the Landau levels. Since the radius of the Landau levels is larger than the nuclear radius at relatively small field strengths

(i.e.  $b < 1$ , which are considered here), they do not contribute to the outer crust magnetism. The orbital magnetism in such a case is mainly given by an interaction of the magnetic field with the magnetic dipole arising from the quantum orbital motion of protons inside the nucleus. The orbital magnetic response of such an inhomogeneous system is considerably amplified as compared to the magnetism of a homogeneous liquid.

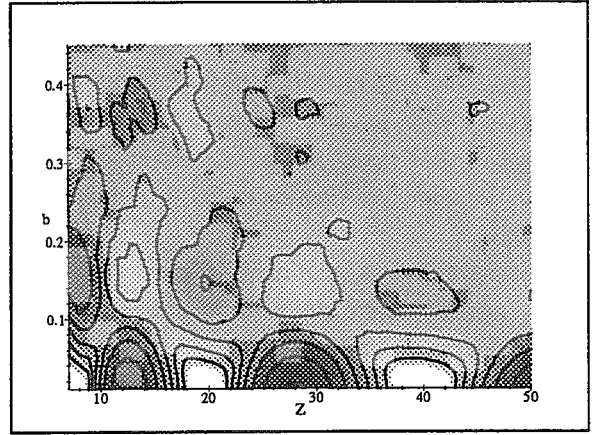


FIG. 4. The spherical HO model prediction of the proton shell-correction energy versus the proton number and the parameter  $b$ . The white regions display to the energy minima (i.e. the wells), while the dark regions indicate the maxima (i.e. the hills) in the shell-correction energy landscape. The contours are plotted with the step 0.5 starting from  $-1.25$  in the units  $A^{1/3}$  MeV.

The Pauli- and the Landau-type of orbital magnetism determine the magnetic field dependence of the proton shell-correction energy. As is seen in fig. 4 for zero s-o coupling the shell-effect is gradually suppressed with increasing magnetic field strength. Such a weakening is due to the reduction of the symmetry that is induced by the proton orbital magnetism. The influence of the magnetic field on the orbital motion leads to the separation of degenerated proton energy levels. Such a decrease in the degree of the degeneracy results in the smaller proton shell-correction energy, similar to the well known effect of s-o coupling (cf. e.g. [8]). We note, that the presence of s-o interaction leads to an anomalous field dependence of the proton shell-correction energy [9] displaying a rather pronounced enhancement of the shell energy when the

effects of the field and s-o interactions are comparable.

In summary, we have discussed for the first time the shell effect in the magnetization of nuclides relevant for neutron star crusts. The shell-model based analysis indicates that the shell-structure gives rise to discontinuities in nuclear magnetization, a behavior similar to magnetic phase transitions. We recall, however, a general problem for identifications of phase transitions in finite systems [15]. The neutron magnetic response is represented by the Pauli-paramagnetism displaying a step-wise change of the magnetization at a field strength corresponding to the majority- and minority-spin level crossing. The proton orbital magnetism gives additional contribution to the proton magnetic response yielding more frequent magnetization jumps.

We have found that the nuclear masses are affected by the magnetic field. The field dependent shift of a phase in the shell-oscillations represents perhaps the most interesting and important feature which gives rise to a change of nuclear magic numbers. For neutrons such an effect is entirely originating from the Pauli-type paramagnetic response. As a consequence, the neutron shell-correction energy displays almost periodic behavior as a function of the magnetic field strength. The proton magnetic response is determined by the relationship between spin- and orbital-magnetism.

As we have seen nuclear magic numbers depend on the magnetic field and are changed considerably at the strength scale  $B \sim 10^{16} - 10^{17}$  G. At such a field the nuclear magics of the iron region are shifted towards smaller mass numbers.

**Acknowledgments.** The authors are indebted to A. Iwamoto, Y. Abe, T. Tatsumi, K. Niita, K. Oyamatsu and M. Matsuzaki for valuable discussions. V.N.K. thanks the Research Group for Hadron Science at JAERI for the warm hospitality.

---

## References

\* on leave from: *Institute for Nuclear Research, 47, Pr.Nauki, Kiev, 252028 Ukraine*

- [1] C. Kouveliotou, S. Dieters, T. Strohmayer, J. van Paradijs, G.J. Fishman, C.A. Meegan, K. Hurley, J. Kommers, I. Smith, D. Frail, and T. Murakami, *Nature* (London) **393**, 235 (1998)
- [2] C. Kouveliotou, T. Strohmayer, K. Hurley, J. van Paradijs, M. H. Finger, S. Dieters, P. Woods, C. Thompson, and R. C. Duncan, *ApJ* **510**, L115 (1999); T. Murakami, S. Kubo, N. Shibazaki, T. Takeshima, A. Yoshida, and N. Kawai, *ibid.* L119
- [3] C. Thompson and R.C. Duncan, *ApJ* **473**, 322 (1996)
- [4] D.J. Galloway, M.R. Prostor, and N.O. Weiss, *Nature* (London) **266**, 686 (1977)
- [5] D. Lai and S. L. Shapiro, *ApJ* **383**, 745 (1991)
- [6] S.L. Shapiro and S.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars* (Wiley, NY, 1983)
- [7] R.C. Duncan and H. Li, *ApJ* **484**, 720 (1997); R.C. Duncan, *ApJ* **498**, L45 (1998)
- [8] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, Berlin, 1980)
- [9] V.N. Kondratyev, T. Maruyama, and S. Chiba, JAERI-Research 99-065 (1999); *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1086 (2000)
- [10] V.N. Kondratyev and H.O. Lutz, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4508 (1998)
- [11] P. Haensel, J.L. Zdunik, and J. Dobaczewski, *Astron. Astrophys.* **222**, 353 (1989)
- [12] K. Oyamatsu and M. Yamada, *Nucl. Phys. A* **578**, 181 (1994)
- [13] J. A. van Leeuwen, *J. Phys. (Paris)* **2**, 361 (1921); Ya. P. Terletskii, *Zhurn. Eksp. Teor. Fiz.* **9**, 796 (1939)
- [14] V. M. Strutinsky, *Nucl. Phys. A* **95**, 420 (1967); *ibid.* **122**, 1 (1968)
- [15] H.E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena* (Oxford University Press, Oxford, 1987)



# 18 カラー超伝導クォーク物質の相転移

## Phase Transition of Color-Superconducting Quark Matter

M.Iwasaki, S.Ishikawa and T.Tanaka

Department of Physics, Kochi University, Kochi 780-8520, Japan

### 概要

Thermodynamic properties of quark matter are investigated by using a mean field (BCS) method. Superconducting phase is realized under the critical temperature. The specific heat is discontinuous across the temperature and it is shown that the phase transition is second-order.

## 1 はじめに

高密度クォーク物質は十分低温でカラー超伝導状態に相転移することが指摘されている。そのような物質はいまだ自然界に確認されていないが、宇宙初期や中性子星などの高密度天体の内部、また高エネルギー重イオン核反応においてその存在が期待されている。この報告では前回の研究会報告(以下 I として参照)を受けてカラー超伝導状態の温度依存性、すなわちクォーク物質の熱力学的性質を調べることにする。

## 2 クォーク物質の熱力学

温度  $T$  で熱平衡状態にあるクォーク物質の熱力学的性質はこの系の熱力学ポテンシャルによって記述される。

$$\Omega(V, T, \mu) = -kT \log Z. \quad (1)$$

ここで  $V, T, \mu$  は系の体積と温度と化学ポテンシャルを表し (ボルツマン定数  $k$  は以後 1 とする)、大分配関数  $Z$  は次式で与えられる。

$$Z = \text{Tr}(\exp(-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N}))). \quad (2)$$

$\hat{H}$  は系のハミルトニアンを  $\hat{N}$  は粒子数演算子を表している。また、 $\beta = 1/kT$  である。熱力学ポテンシャルの微分をとることにより次の熱力学量が導かれる。

$$d\Omega = -SdT - PdV - Nd\mu. \quad (3)$$

すなわち、系のエントロピー  $S$ 、密度  $\rho$ 、圧力  $P$  はそれぞれ次のように熱力学ポテンシャルの導関数で与えられる。

$$S = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{V, \mu}, \quad (4)$$

$$\rho = \frac{N}{V} = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{V, T}, \quad (5)$$

$$P = -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T, \mu} = -\frac{\Omega}{V}. \quad (6)$$

また, 定積比熱はエントロピーから

$$C = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,N} \quad (7)$$

$$= T \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,\mu} + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{V,\mu} \left( \frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{V,N} \right], \quad (8)$$

と表される. ここで最後の右辺の第2項が無視できるならば,

$$C \cong T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,\mu}. \quad (9)$$

今議論しているクォーク物質ではこの近似が許されることが以下で示される.

### 3 平均場 (BCS) 近似

クォーク間相互作用として I と同様グルオン交換力を採用する. このとき, 2つのクォークは,  $s$ -波, カラー反対称, スピン3重項状態で引力が働きクーパー対をつくることがわかる. したがって平均場 (BCS) 近似したハミルトニアンは

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_i (\epsilon_k - \mu) c_i^+ c_i + \sum_{i,j} (\Delta_{i,j} c_i^+ c_j^+ + h.c.) - \sum_{i,j} \Delta_{i,j} \langle c_i^+ c_j^+ \rangle, \quad (10)$$

と書かれる. 平均場は次式で定義されている.

$$\Delta_{i,j} \equiv \frac{1}{2} \sum_{i',j'} V_{i,j;i',j'} \langle c_{j'}^+ c_{i'} \rangle. \quad (11)$$

われわれのクーパー対はカラー反対称スピン3重項であるからカラーおよびスピン自由度については既知であるから (I を参照), 残りの自由度 (運動量) について上式を書く

$$\Delta_k = \sum_l A(k,l) F_l, \quad (12)$$

となる.  $A$  はポテンシャルの行列要素を, また  $F$  は対演算子の平均値を表している. 平均場ハミルトニアンをボゴリューボフ変換で対角化すると次の準粒子ハミルトニアンを得る.

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_i E_i a_i^+ a_i + \Omega_0. \quad (13)$$

3種類の準粒子のエネルギーは

$$E_{k,1} = E_{k,2} = \sqrt{(\epsilon_k - \mu)^2 + 3\Delta_k^2} \equiv E_k, \quad E_{k,3} = |\epsilon_k - \mu|, \quad (14)$$

となり, 系の基底状態のエネルギーは次式で与えられる.

$$\Omega_0 = 6 \sum_{\epsilon_k < \mu} (\epsilon_k - \mu) + 2 \sum_k (|\epsilon_k - \mu| - E_k) + 6 \sum_k \Delta_k F_k. \quad (15)$$

以上の結果を前節の熱力学ポテンシャルに代入すると次の結果を得る.

$$\Omega = \Omega_0 - T \sum_i \log(1 + \exp(-\beta E_i)). \quad (16)$$

平均場を決める条件は熱力学ポテンシャル極小条件である。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \Delta_k} = 0. \quad (17)$$

(16) 式を代入するとよく知られたギャップ方程式が得られる。

$$\Delta_k = \sum_{k'} A(k, k') \frac{\Delta_{k'}}{2E_{k'}} (1 - 2n_{k'}). \quad (18)$$

右辺の  $n_k = 1/(1 + \exp(\beta E_k))$  は準粒子のフェルミ分布関数を表している。この式は熱運動が対相関を弱める効果をもつことを示している。

#### 4 熱力学的量の温度変化

§1 で定義された熱力学的量の温度依存性を求めよう。まず平均場近似で求めた熱力学ポテンシャルを式へ代入すると次の表式を得る。

$$S = -\frac{1}{V} \sum_i (n_i \log n_i + (1 - n_i) \log(1 - n_i)), \quad (19)$$

$$\rho = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial \Omega_0}{\partial \mu} \right)_{V,T} + \frac{1}{V} \sum_i \frac{\partial E_i}{\partial \mu} n_i, \quad (20)$$

$$P = -\frac{\Omega_0}{V} - \frac{T}{V} \sum_i \log(1 - n_i). \quad (21)$$

ここでエネルギーギャップの微分について熱力学ポテンシャルの極小条件 (17) を用いた。エントロピー  $S$ 、密度  $\rho$ 、圧力  $P$  の数値計算の結果を図 1-3 に示す。計算は化学ポテンシャル  $\mu = 0.3\text{GeV}$  の場合に行い、相互作用のパラメータその他はすべて I と同じものを用いた。

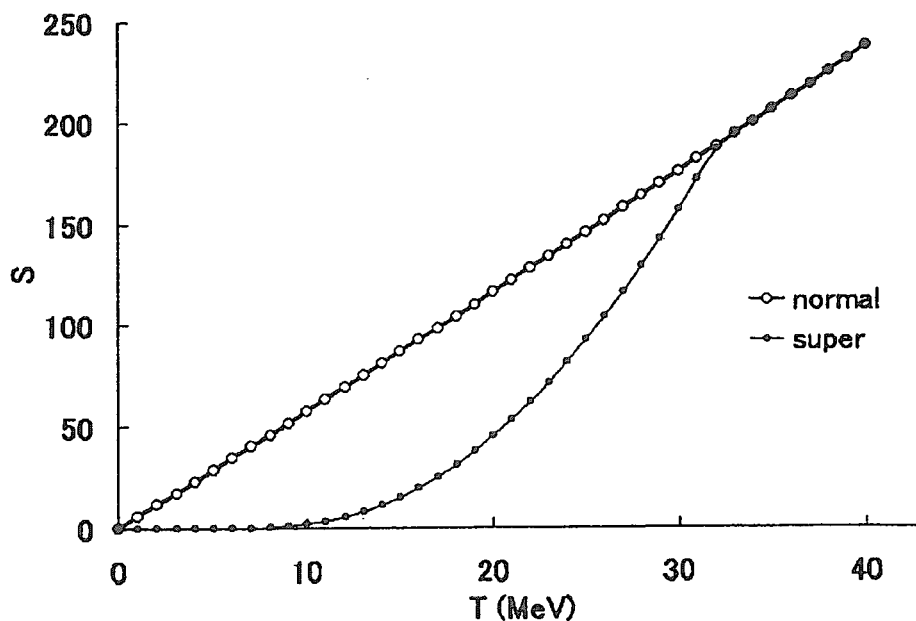


図 1.

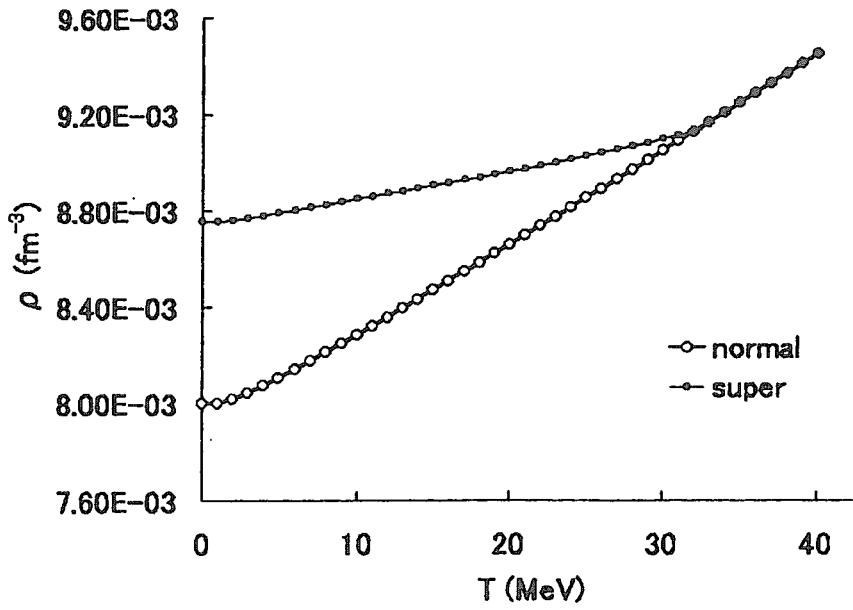


図 2.

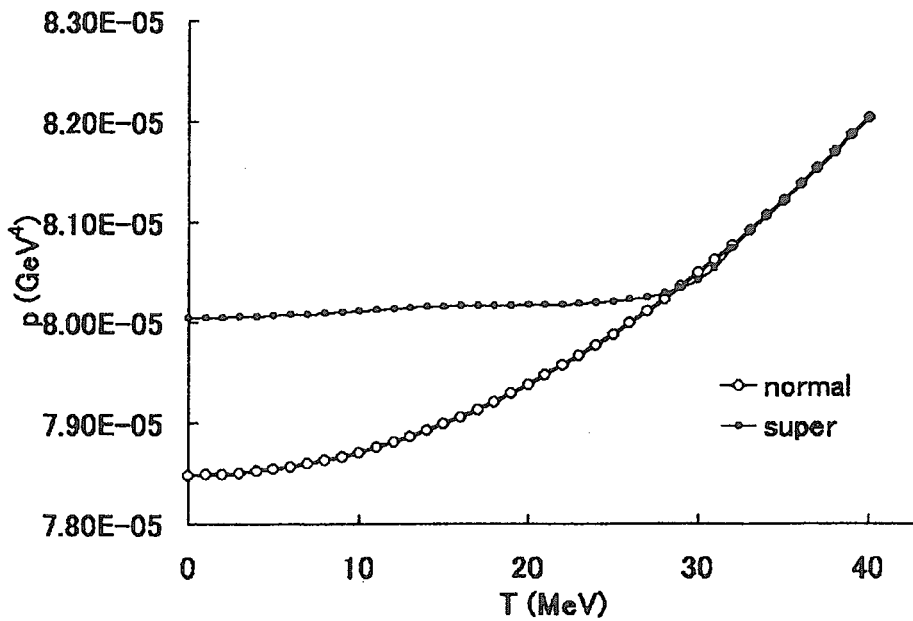


図 3.

これらの図から明らかなように転移温度を境にして低温側で新たな秩序 (BCS) 状態が形成されていることがわかる。超伝導状態ではエントロピーが小さくなるとともに、密度や圧力はフェルミガス状態より大きくなることわかる。次に (9) 式により定積比熱を計算すると図 4 のようになる。

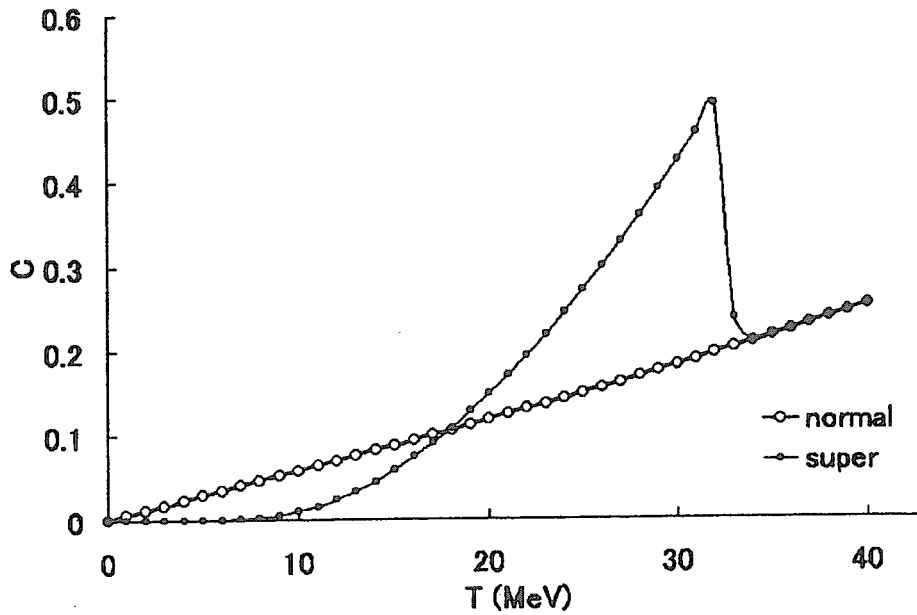


図4.

この結果は電子系の超伝導と同じであり、転移点で不連続なトビがあることを示している。

## 5 まとめ

以上よりクォーク物質はある臨界温度より下でカラー超伝導状態になり、それは第2種相転移であることが示された。転移温度以下ではフェルミガス状態と比べ、エントロピーは小さくなるが逆に密度や圧力は大きくなる。また、比熱については転移温度で不連続性を示す。この性質はクォーク物質が冷却するときの非一様性を意味し、将来クォーク物質のシグナルの一つになる可能性がある。

## 参考文献

- [1] 岩崎正春, 第1回極限条件におけるハドロン科学研究会報告集(1999),105.
- [2] M.Iwasaki, Prog.Theor.Phys. Vol.101 (1999), 91.



## 19 有限温度格子 QCD を用いたチャーモニウムの研究

片山 隆介, 松古 栄夫<sup>a</sup>, 宮村 修, 梅田 貴士  
広島大学理学部物理,<sup>a</sup> 大阪大学核物理研究センター (RCNP)

### Abstract

We study hadron properties near the deconfining transition in the finite temperature lattice QCD. Especially Charmonium physics is interesting for signals of Quark-gluon plasma formation. We discuss  $c\bar{c}$  bound state and mass at above or below  $T_c$ .

### 1 Introduction

量子色力学 (QCD) では、ある温度まで達すると相転移を起こすことが予想されている。この相転移温度以上では、非閉じ込め相の実現やカイラル対称性の回復が起これると思われていて、この状態をクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) と呼ぶ。

2000年の初めに CERN の SPS 加速器の実験から、この新しい状態である QGP が見つかったとの公式発表があった。また、BNL の RHIC 加速器によってさらなる検証が行われようとしている。

また、理論的なアプローチによっても、QGP の相転移付近でのハドロンの物理が様々なアプローチで研究されている [1, 2] しかし未だにはっきりとしたことは分かっていない。そこで我々は格子ゲージ理論を用いたモンテカルロシミュレーションを行うことによってこれらを調べて行くことにする。

格子 QCD による有限温度でのハドロンの研究はこれまでは主に Screening mass を扱ったもので、未だに Pole mass についての報告はほとんど無い。そこで我々は有限温度での格子 QCD でチャーモニウムの Pole mass に関する時間方向の相関関数の研究を行うことにする。

### 2 Approach

まず、格子 QCD によって何を調べることが出来るかを考える。格子 QCD によって我々は相互作用の効果を完全に取り込んだクォークのプロパゲーターを計算する事ができ、それからハドロンの相関関数を組む事ができる。これらは有限温度の下でも同様である。このハドロンの相関関数から次の様な物理を調べる事ができる。

- ハドロンの質量

ハドロンの質量には2種類のものがある、1つは Screening mass に相当する空間方向への相関関数から求まる質量、もう1つは Pole mass に相当する時間方向への相関関数からの質量である。一般にこれらは相転移付近以上の温度では異なる振舞をすると思われている [1]。ハドロンの質量の温度依存性を見ることによって QGP のシグナルの候補である相転移近傍での mass shift を計算することができる。



- “波動関数”

ここではメソンを構成するクォーク、反クォークの空間方向への相関を“波動関数”と呼ぶことにする。この“波動関数”の時間依存性を調べることによりハドロンの束縛状態について議論することが可能になる。これは QGP のシグナルである  $J/\psi$  抑制にとっても重要な量である。

この研究では有限温度系で時間方向の相関関数を調べるために、時間方向の格子間隔だけを細かくすることが出来る非等方格子を用いる<sup>1</sup>

この非等方格子によって最小限のコンピューターパワーによって必要な時間方向の格子間隔を実現できる。しかし、空間方向の格子間隔  $a_t$  は粗くなってしまふ。ゲージ場の標準的な作用に含まれる  $O(a^2)$  の誤差に比べてクォーク場の標準的な作用は  $O(a)$  の誤差を含んでいるために、クォーク場は粗い格子間隔の影響を受けやすい。また、この研究では格子の cutoff よりも大きな質量のクォークを扱う為に非等方格子上で Fermilab(Clover) 作用を用いる [4, 5]。

$$K(x, y) = \delta_{x,y} - \kappa_\tau \{(1-\gamma_4)T_{+4} + (1+\gamma_4)T_{-4}\} - \kappa_\sigma \sum_i \{(r-\gamma_i)T_{+i} + (r+\gamma_i)T_{-i}\} - r \left( \kappa_t c_E g \sigma_{4i} F_{4i}(x) + \kappa_s c_B \frac{1}{2} g \sigma_{ij} F_{ij}(x) \right) \delta_{x,y}. \quad (2.1)$$

ここで  $T_{\pm\mu} = U_{\pm\mu}(x) \delta_{x\pm\mu, y}$ ,  $\kappa_s = 1/2(m + \xi + 3r)$ ,  $\kappa_t = \xi \kappa_s$ , and  $r = 1/\xi$ , ( $\xi$  は 3.1 節で与える) である。また、 $c_E$  と  $c_B$  に対して平均場改良を行った。

これで格子上でチャーモニウムを扱う準備ができたことになる。

格子 QCD で計算したチャームクォークのプロパゲーターから以下のようにメソンの相関関数を組む。下式は Pseudoscalar の場合。

$$G_{PS}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{x}} w(\vec{y}_1) w(\vec{y}_2) \langle Tr[M(\vec{y}_1, 0; \vec{x}, t) M(\vec{y}_2, 0; \vec{x} + \vec{r}, t)^\dagger] \rangle \quad (2.2)$$

ここで  $M(\vec{x}, x_0; \vec{y}, y_0)$  はクォークのプロパゲーターである。

また、これらの相関関数の改良のためにハドロンの演算子の改良を行う。これは (2.2) 式の関数  $w(\vec{x})$  として空間的に広がりを持つ関数を与えてやることである。この為にゲージ場をクローンゲージでゲージ固定を行って、関数  $w(\vec{x})$  に  $\exp(-a|y|^p)$  の広がりを持たせてやる。この型の演算子を exp 型、 $\delta(\vec{x})$  の広がりのない型の演算子を point 型と呼ぶことにする。ここで、exp 型の関数のパラメーター  $a, p$  はゼロ温度での point-point 型の Vector メソンの空間依存性から決定した。(ここで言う空間依存性とは後述の“波動関数”の事である。)

## 3 Results

### 3.1 Parameters

この報告書で行った計算はすべてクォークの真空偏極の効果を見逃したクエンチ近似を用いた。用いた格子サイズは  $12^3 \times N_t$  で、 $N_t = 72, 20, 16, 12$ 、ゲージ場の結合定数と非等方パラメーターは  $\beta = 5.68$ ,  $\gamma_G = 4$  である。繰り込まれた非等方パラメーター  $\xi$  と空間方向の格子間隔  $a_s$  は  $N_t = 72$  の格子上で Wilson loop の計算からそれぞれ  $\xi = 5.3(1)$ ,  $a_s^{-1} = 0.85(3)$  となる。また、

<sup>1</sup>この論文で用いている非等方格子上のゲージ場に関しては [3] を参照。

Polyakov loop の解析から  $N_t = 20, 16, 12$  の有限温度格子はそれぞれ  $T \simeq 0.93T_c, 1.15T_c, 1.5T_c$  となる。また、クォーク場については、おおよそチャーモニウムに相当する結果を与える  $\kappa_s = 0.0984, \gamma_F = 3.67$  を用いた。

### 3.2 $c\bar{c}$ bound state

ここでは“波動関数”を定義して、チャーモニウムの束縛状態について議論する。ここで  $r = 0$  で規格化した“波動関数”  $\phi(\vec{r}, t)$  を定義する。

$$w_\Gamma(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{x}} \langle \bar{q}(\vec{x} + \vec{r}, t) \Gamma q(\vec{x}, t) O^\dagger(0) \rangle, \quad \phi(\vec{r}, t) = \frac{w_\Gamma(\vec{r}, t)}{w_\Gamma(\vec{0}, t)} \quad (3.1)$$

この“波動関数”はクォーク・反クォークの空間方向の相関を与えてくれて、この時間発展を調べることによってメソンの束縛状態を議論できる。

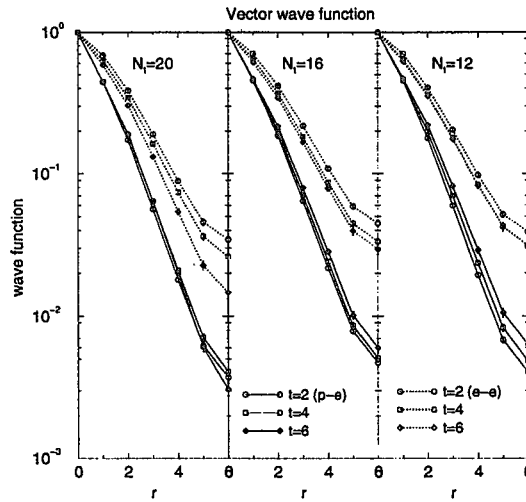


Figure 1: 実線の結果は point-exp 型の Source を与えたもの、点線の結果は exp-exp 型の Source を与えたものを表している。シンボルの違いが時間の違いを表している。

“波動関数”の結果のグラフより、 $N_t = 20 (T \sim 0.93T_c)$  では、point-exp 型の Source の回りで安定しているが、 $N_t = 12 (T \sim 1.5T_c)$  では、exp-exp 型の Source の回りで安定している、つまり“波動関数”が高温では広がっていることが分かる。しかし、 $T \sim 1.5T_c$  でも、依然として空間方向の相関が残っている事も分かる。

### 3.3 Meson mass at finite temperature

ここではメソンの質量を有効質量  $m_{eff}$  によって議論する。

$$\frac{G_M(\vec{x} = 0, t)}{G_M(\vec{x} = 0, t+1)} = \frac{\cosh [m_{eff}(N_t/2 - t)]}{\cosh [m_{eff}(N_t/2 - t - 1)]} \quad (3.2)$$

以下にゼロ温度、有限温度での有効質量の結果を示す。

これらの結果から  $N_t = 20 (T \simeq 0.93T_c)$  では  $N_t = 72 (T \simeq 0)$  の結果とほとんど同じメソンの質量を与えた。しかし、相転移温度以上 ( $N_t = 16, 12$ ) では有効質量の振舞いの変化が見て取れ

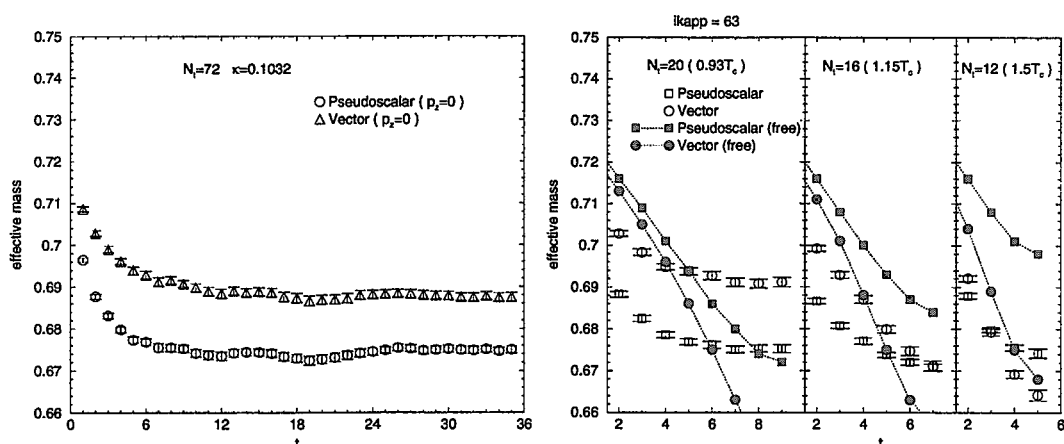


Figure 2: それぞれの温度での有効質量を示している。有限温度の場合には参考のために free の場合の有効質量のデータ (黒塗のシンボル) も示してある。

る。特に Vector メソンに著しい変化が現れた。しかし、相転移温度以上では有効質量が一定の状態まで達することができなかった。

#### 4 Summary

この研究では、非等方格子上で Fermilab 作用を用いることによって有限温度における時間方向のメソン (チャーモニウム) の相関関数を調べることができた。この相関関数から“波動関数”や、メソンの質量の温度依存性などを調べた。“波動関数”の結果から高温になるにしたがって“波動関数”が広がるものの、 $T \sim 1.5T_c$  でも已然として空間方向の相関が残っていること、そして、有効質量の結果から、相転移温度以下では大きな変化が無いが、相転移温度以上では特に Vector メソンに大きな (質量が小さくなる) 変化が現れた。しかし、有効質量に関しては一定の状態に達していないのでメソンの状態についてのこれ以上の議論は困難である。

この論文における計算は広島大学理学部 INSAM(大規模非線形数値実験室) の Paragon(Intel PS/2)、HSP(NEC) を用いて行った。

#### References

- [1] T.Hatsuda and T.Kunihiro, Phys. Rep. 247 (1994) 221-367.
- [2] C.DeTar Phys. Rev. D32 (1985) 276-283.
- [3] QCD-TARO Collaboration, hep-lat/9901017
- [4] A. El-Khadra, A.S. Kronfeld and P.B. Mackenzie, Phys. Rev. D55 (1997) 3933-3957.
- [5] B.Sheikholeslami and R.Wohlert, Nucl. Phys. B259 (1985) 572-596.



## 20 格子 QCD におけるハドロンスペクトル関数

## Hadron Spectral Functions in Lattice QCD\*

浅川 正之

名古屋大学理学研究科

Masayuki Asakawa

Department of Physics, Nagoya University, Nagoya 464-8602, Japan

QCD spectral functions of hadrons in the pseudo-scalar and vector channels are extracted from lattice Monte Carlo data of the imaginary time Green's functions. The maximum entropy method works well for this purpose, and the resonance and continuum structures in the spectra are obtained in addition to the ground state peaks.

Among various dynamical quantities in quantum chromodynamics (QCD), the spectral functions (SPFs) of hadrons play a special role in physical observables (See e.g. [1]). A well-known example is the cross section of the  $e^+e^-$  annihilation into hadrons, which can be expressed by SPF in the vector channel. SPF at finite temperature ( $T$ ) and/or baryon density is also a key concept to understand the medium modification of hadrons [2]. The enhancement in low-mass dileptons observed in relativistic heavy ion collisions at CERN SPS [3] is a typical example which may indicate a spectral shift in the medium [4].

However, the Monte Carlo simulations of QCD on the lattice, which have been successful in measuring static observables [5], have difficulties in accessing the dynamical quantities in the Minkowski space such as SPFs and the real time correlation functions. This is because measurements on the lattice can only be carried out for discrete points in imaginary time. The analytic continuation from the imaginary time to the real time using the finite number of lattice data with noise is highly non-trivial and is even classified as an ill-posed problem.

In this paper, we make an attempt to extract SPFs of hadrons from lattice QCD data without making a priori assumptions on the spectral shape. For this purpose, we use the maximum entropy method (MEM), which has been successfully applied for similar problems in quantum Monte Carlo simulations in condensed matter physics, image reconstruction in crystallography and astrophysics, and so forth [6,7]. Due to the limitation of space, we present only the results for the pseudo-scalar (PS) and vector (V) channels at  $T = 0$  [8].

The Euclidean correlation function  $D(\tau)$  and its spectral decomposition at zero three-momentum read

$$D(\tau) = \int_0^\infty K(\tau, \omega) A(\omega) d\omega, \quad (1)$$

where  $\tau > 0$ ,  $\omega$  is a real frequency, and  $A(\omega)$  is SPF (or sometimes called the *image* in this paper), which is positive semi-definite by definition. The kernel  $K(\tau, \omega)$  is proportional

---

\*The author was partly supported by Grant-in-Aid for Scientific Research No. 10740112 and No. 11640271 of the Japanese Ministry of Education, Science, and Culture.

to the Fourier transform of a free boson propagator with mass  $\omega$ : At  $T = 0$ ,  $K(\tau, \omega) = \exp(-\tau\omega)$ .

Monte Carlo simulation provides  $D(\tau_i)$  for the discrete set of points  $0 \leq \tau_i/a \leq N_\tau$ , where  $N_\tau$  is the temporal lattice size and  $a$  is the lattice spacing. In the actual analysis, we use data points for  $\tau_{min} \leq \tau_i \leq \tau_{max}$ . From this data set with noise, we need to reconstruct the continuous function  $A(\omega)$  on the RHS of (1). This is a typical ill-posed problem, where the number of data is much smaller than the number of degrees of freedom to be reconstructed. This makes the standard likelihood analysis and its variants inapplicable [9] unless strong assumptions on the spectral shape are made. MEM is a method to circumvent this difficulty by making a statistical inference of the most probable *image* as well as its reliability [6].

The theoretical basis of MEM is the Bayes' theorem in probability theory:  $P[X|Y] = P[Y|X]P[X]/P[Y]$ , where  $P[X|Y]$  is the conditional probability of  $X$  given  $Y$ . Let  $D$  stand for Monte Carlo data with errors for a specific channel on the lattice and  $H$  summarize all the definitions and prior knowledge such as  $A(\omega) \geq 0$ . The most probable image  $A(\omega)$  for given lattice data is obtained by maximizing the conditional probability  $P[A|DH]$ , which, by the Bayes' theorem, is rewritten as

$$P[A|DH] \propto P[D|AH]P[A|H],$$

where  $P[D|AH]$  ( $P[A|H]$ ) is called the likelihood function (the prior probability).

For the likelihood function, the central limiting theorem leads to  $P[D|AH] = Z_L^{-1} \exp(-L)$  with

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (D(\tau_i) - D^A(\tau_i)) C_{ij}^{-1} (D(\tau_j) - D^A(\tau_j)),$$

where  $i$  and  $j$  run from  $\tau_{min}/a$  through  $\tau_{max}/a$ .  $Z_L$  is a normalization factor given by  $Z_L = (2\pi)^{N/2} \sqrt{\det C}$  with  $N = \tau_{max}/a - \tau_{min}/a + 1$ .  $D(\tau_i)$  is the lattice data averaged over gauge configurations and  $D^A(\tau_i)$  is the correlation function defined by the RHS of (1).  $C$  is an  $N \times N$  covariance matrix defined by  $C_{ij} = [N_{conf}(N_{conf} - 1)]^{-1} \sum_{m=1}^{N_{conf}} (D^m(\tau_i) - D(\tau_i))(D^m(\tau_j) - D(\tau_j))$ : Here  $N_{conf}$  is the total number of gauge configurations and  $D^m(\tau_i)$  is the data for the  $m$ -th configuration. The lattice data have generally strong correlations among different  $\tau$ 's, and it is essential to take account of the off-diagonal components of  $C$ .

It can be generally shown on an axiomatic basis [10] that, for positive distributions such as SPF, the prior probability can be written with parameters  $\alpha$  and  $m$  as  $P[A|H\alpha m] = Z_S^{-1} \exp(\alpha S)$ . Here  $S$  is the Shannon-Jaynes entropy,

$$S = \int_0^\infty \left[ A(\omega) - m(\omega) - A(\omega) \log \left( \frac{A(\omega)}{m(\omega)} \right) \right] d\omega.$$

$Z_S$  is a normalization factor:  $Z_S \equiv \int e^{\alpha S} \mathcal{D}A$ .  $\alpha$  is a real and positive parameter and  $m(\omega)$  is a real function called the default model.

In this paper, we adopt a state-of-art MEM [6], where the output image  $A_{out}$  is given by a weighted average over  $A$  and  $\alpha$ :

$$A_{out}(\omega) = \int A(\omega) P[A|DH\alpha m] P[\alpha|DHm] \mathcal{D}A d\alpha.$$

$\alpha$  dictates the relative weight of the entropy  $S$  (which tends to fit  $A$  to the default model  $m$ ) and the likelihood function  $L$  (which tends to fit  $A$  to the lattice data). Note, however, that  $\alpha$  appears only in the intermediate step and is integrated out in the final result.

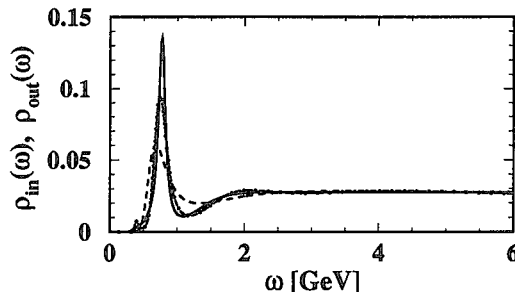


Figure 1. The solid line is  $\rho_{in}(\omega)$ . The dashed line and dash-dotted line are  $\rho_{out}(\omega)$  obtained with parameter set (I)  $a = 0.0847$  fm,  $1 \leq \tau/a \leq 12$ ,  $b = 0.001$  and set (II)  $a = 0.0847$  fm,  $1 \leq \tau/a \leq 36$ ,  $b = 0.0001$ , respectively.

To check the feasibility of the MEM procedure and to see the dependence of the MEM image on the quality of the data, we made the following test using mock data. (i) We start with an input image  $A_{in}(\omega) \equiv \omega^2 \rho_{in}(\omega)$  in the  $\rho$ -meson channel which simulates the experimental  $e^+e^-$  cross section. Then we calculate  $D_{in}(\tau)$  from  $A_{in}(\omega)$  using eq.(1). (ii) By taking  $D_{in}(\tau_i)$  at  $N$  discrete points and adding a Gaussian noise, we create a mock data  $D_{mock}(\tau_i)$ . The variance of the noise  $\sigma(\tau_i)$  is given by  $\sigma(\tau_i) = b \times D_{in}(\tau_i) \times \tau_i/a$  with a parameter  $b$ , which controls the noise level [11]. (iii) We construct the output image  $A_{out}(\omega) \equiv \omega^2 \rho_{out}(\omega)$  using MEM with  $D_{mock}(\tau_{min} \leq \tau_i \leq \tau_{max})$  and compare the result with  $A_{in}(\omega)$ . In this test, we have assumed that  $C$  is diagonal for simplicity.

In Fig.1, we show  $\rho_{in}(\omega)$ , and  $\rho_{out}(\omega)$  for two sets of parameters, (I) and (II). As for  $m$ , we choose a form  $m(\omega) = m_0 \omega^2$  with  $m_0 = 0.027$ , which is motivated by the asymptotic behavior of  $A$  in perturbative QCD,  $A(\omega \gg 1\text{GeV}) = (1/4\pi^2)(1 + \alpha_s/\pi)\omega^2$ . The final result is, however, insensitive to the variation of  $m_0$  even by factor 5 or 1/5. The calculation of  $A_{out}(\omega)$  has been done by discretizing the  $\omega$ -space with an equal separation of 10 MeV between adjacent points. This number is chosen for the reason we shall discuss below. The comparison of the dashed line (set (I)) and the dash-dotted line (set (II)) shows that increasing  $\tau_{max}$  and reducing the noise level  $b$  lead to better SPFs closer to the input SPF.

We have then applied MEM to actual lattice data. For this purpose, quenched lattice QCD simulations have been done with the plaquette gluon action and the Wilson quark action by the open MILC code with minor modifications [12]. The lattice size is  $20^3 \times 24$  with  $\beta = 6.0$ , which corresponds to  $a = 0.0847$  fm ( $a^{-1} = 2.33$  GeV),  $\kappa_c = 0.1571$  [13], and the spatial size of the lattice  $L_s a = 1.69$  fm. Gauge configurations are generated by the heat-bath and over-relaxation algorithms with a ratio 1 : 4. Each configuration is separated by 1000 sweeps. Hopping parameters are chosen to be  $\kappa = 0.153, 0.1545,$  and  $0.1557$  with  $N_{conf} = 161$  for each  $\kappa$ . For the quark propagator, the Dirichlet (periodic) boundary condition is employed for the temporal (spatial) direction. To calculate the two-point correlation functions, we adopt a point-source at  $\vec{x} = 0$  and a point-sink averaged over the spatial lattice-points to extract physical states with vanishing three-momentum. For the PS and V channels, the operators  $\bar{d}\gamma_5 u$  and  $\bar{d}\gamma_\mu u$  ( $\mu = 1, 2, 3$ ) are

chosen, respectively. We use data at  $1 \leq \tau_i/a \leq 12$  to remove the noise at the Dirichlet boundary.

We define SPFs for the PS and V channels as

$$A(\omega) = \omega^2 \rho_{PS,V}(\omega),$$

so that  $\rho_{PS,V}(\omega \rightarrow \text{large})$  approaches a finite constant as predicted by perturbative QCD. For the MEM analysis, we need to discretize the  $\omega$ -integration in (1). Since  $\Delta\omega$  (the mesh size)  $\ll 1/\tau_{max}$  should be satisfied to suppress the discretization error, we take  $\Delta\omega = 10$  MeV.  $\omega_{max}$  (the upper limit for the  $\omega$  integration) should be comparable to the maximum available momentum on the lattice:  $\omega_{max} \sim \pi/a \sim 7.3$  GeV. We have checked that larger values of  $\omega_{max}$  do not change the result of  $A(\omega)$  substantially, while smaller values of  $\omega_{max}$  distort the high energy end of the spectrum. In the MEM analysis presented in this paper, the continuum kernel  $K = \exp(-\tau\omega)$  is used. We have also carried out analysis based on the lattice kernel  $K^{lat}$ . A comparison of the two cases will be given in [14] in detail.

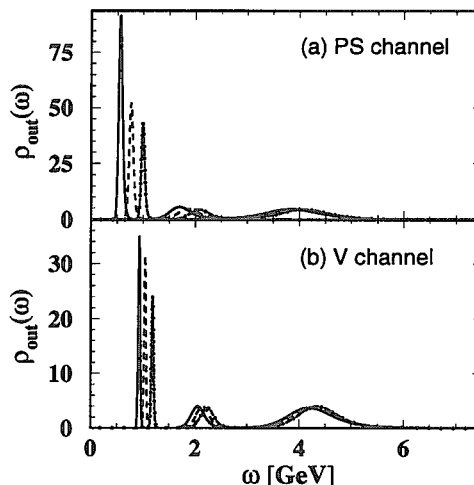


Figure 2. Reconstructed image  $\rho_{out}(\omega)$  for the PS (a) and V (b) channels. The solid, dashed, and dash-dotted lines are for  $\kappa = 0.1557, 0.1545,$  and  $0.153$ , respectively. For the PS (V) channel,  $m_0$  is taken to be  $2.0$  ( $0.86$ ).  $\omega_{max}$  is  $7.5$  GeV in this figure and Fig.3.

In Fig.2 (a) and (b), we show the reconstructed images for each  $\kappa$ . In these figures, we have used  $m = m_0\omega^2$  with  $m_0 = 2.0(0.86)$  for PS (V) channel motivated by the perturbative estimate of  $m_0$  (see eq.(2) and the text below). We have checked that the result is not sensitive, within the statistical significance of the image, to the variation of  $m_0$  by factor 5 or 1/5. The obtained images have a common structure: the low-energy peaks corresponding to  $\pi$  and  $\rho$ , and the broad structure in the high-energy region. From the position of the pion peaks in Fig.2(a), we extract  $\kappa_c = 0.1570(3)$ , which is consistent with  $0.1571$  [13] determined from the asymptotic behavior of  $D(\tau)$ . The mass of the  $\rho$ -meson in the chiral limit extracted from the peaks in Fig.2(b) reads  $m_\rho a = 0.348(15)$ . This is also consistent with  $m_\rho a = 0.331(22)$  [13] determined by the asymptotic behavior. Although our maximum value of the fitting range  $\tau_{max}/a = 12$  marginally covers the asymptotic limit in  $\tau$ , we can extract reasonable masses for  $\pi$  and  $\rho$ . The width of  $\pi$  and

$\rho$  in Fig.2 is an artifact due to the statistical errors of the lattice data. In fact, in the quenched approximation, there is no room for the  $\rho$ -meson to decay into two pions.

As for the second peaks in the PS and V channels, the error analysis discussed in Fig.3 shows that their spectral “shape” does not have much statistical significance, although the existence of the non-vanishing spectral strength is significant. Under this reservation, we fit the position of the second peaks and made linear extrapolation to the chiral limit with the results,  $m^{2nd}/m_\rho = 1.88(8)(2.44(11))$  for the PS (V) channel. These should be compared with the experimental values:  $m_{\pi(1300)}/m_\rho = 1.68$ , and  $m_{\rho(1450)}/m_\rho = 1.90$  or  $m_{\rho(1700)}/m_\rho = 2.20$ .

One should remark here that, in the standard two-mass fit of  $D(\tau)$ , the mass of the second resonance is highly sensitive to the lower limit of the fitting range [13]. This is because the contamination from the short distance contributions from  $\tau < \tau_{min}$  is not under control in such an approach. On the other hand, MEM does not suffer from this difficulty and can utilize the full information down to  $\tau_{min}/a = 1$ . Therefore, MEM opens a possibility of systematic study of higher resonances with lattice QCD data.

As for the third bumps in Fig.2, the spectral “shape” is statistically not significant as is discussed in Fig.3, and they should rather be considered a part of the perturbative continuum instead of a single resonance. Fig.2 also shows that SPF decreases substantially above 6 GeV; MEM automatically detects the existence of the momentum cutoff on the lattice  $\sim \pi/a$ . We have indeed confirmed that MEM with the data on finer lattices leads to larger ultraviolet cut-offs in the spectra [14]. The height of the asymptotic form of the spectrum at high energy is estimated as

$$\begin{aligned} \rho_V(\omega \simeq 6\text{GeV}) &= \frac{1}{4\pi^2} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) \left(\frac{1}{2\kappa Z_V}\right)^2 \\ &\simeq 0.86. \end{aligned} \quad (2)$$

The first two factors are the  $q\bar{q}$  continuum expected from perturbative QCD. The third factor contains the non-perturbative renormalization constant for the lattice composite operator. We adopt  $Z_V = 0.57$  determined from the two-point functions at  $\beta = 6.0$  [15] together with  $\alpha_s = 0.21$  and  $\kappa = 0.1557$ . Our estimate in eq.(2) is consistent with the high energy part of the spectrum in Fig.2(b) after averaging over  $\omega$ . We made a similar estimate for the PS channel using  $Z_{PS} = 0.49$  [16] and obtained  $\rho_{PS}(\omega \simeq 6\text{GeV}) \simeq 2.0$ . This is also consistent with Fig. 2(a).

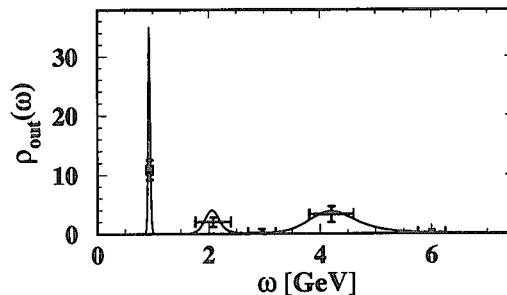


Figure 3.  $\rho_{out}(\omega)$  in the V channel for  $\kappa = 0.1557$  with error attached.



Within the MEM analysis, one can study the statistical significance of the reconstructed image (For the details, see [14]). Shown in Fig.3 is the MEM image in the V channel for  $\kappa = 0.1557$  with errors. The height of each horizontal bar is  $\langle \rho_{out}(\omega) \rangle$  in each  $\omega$  interval. The vertical bar indicates the error of  $\langle \rho_{out}(\omega) \rangle$ . The small error for the lowest peak in Fig.3 supports our identification of the peak with  $\rho$ . Although the existence of the non-vanishing spectral strength of the 2nd peak and 3rd bump is statistically significant, their spectral “shape” is statistically either marginal or insignificant. Lattice data with better quality are called for to obtain better SPFs.

In summary, we have reconstructed SPFs of hadrons from lattice QCD data. We have used MEM, which allows us to study SPFs without making a priori assumption on the spectral shape. The method works well for the mock data. Even for the lattice data, the method produces resonance and continuum-like structures in addition to the ground state peaks. The statistical significance of the image has been also analyzed. Better data with finer and larger lattice will produce better images with smaller errors. From the physics point of view, the spectral change at finite temperature is by far the important problem. This is currently under investigation.

We appreciate MILC collaboration for their open codes for lattice QCD simulations, which have enabled this research. Our simulation was carried out on a Hitachi SR2201 parallel computer at Japan Atomic Energy Research Institute.

## REFERENCES

1. E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **65**,1 (1993).
2. See, e.g., a recent review, S. H. Lee, Nucl. Phys. **A638**, 183c (1998).
3. G. Agakichiev et al., CERES Collaboration, Phys. Rev. Lett. **75**, 1272 (1995).
4. G. Q. Li, C. M. Ko, and G. E. Brown, Phys. Rev. Lett. **75**, 4007 (1995).
5. Lattice 98 Proceedings, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **73** (1999).
6. See the review, M. Jarrell and J. E. Gubernatis, Phys. Rep. **269**, 133 (1996).
7. See, e.g., N. Wu, *The Maximum Entropy Method*, (Springer-Verlag, Berlin, 1997).
8. It is straightforward to extend MEM to other channels. In particular, it is possible to separate positive and negative parity nucleons with MEM only on the basis of fundamental results in field theory [17].
9. D. B. Leinweber, Phys. Rev. D **51**, 6369 (1995); D. Makovoz and G. A. Miller, Nucl. Phys. **B468**, 293 (1996); C. Allton and S. Capitani, Nucl. Phys. **B526**, 463 (1998); Ph. de Forcrand et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **63A-C**, 460 (1998).
10. See, e.g., J. Skilling, in *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, ed. J. Skilling (Kluwer, London, 1989), pp.45-52; S. F. Gull, *ibid.* pp.53-71.
11. This formula is motivated by our lattice QCD data.
12. The MILC code ver. 5,  
<http://cliodhna.cop.uop.edu/~hetrick/milc> .
13. Y. Iwasaki et al., Phys. Rev. D **53**, 6443 (1996); T. Bhattacharya et al., *ibid.* 6486.
14. Y. Nakahara, M. Asakawa, and T. Hatsuda, in preparation.
15. L. Maiani and G. Martinelli, Phys. Lett. **B178**, 265 (1986).
16. M. Göckeler et al., Nucl. Phys. **B544**, 699 (1999).
17. M. Asakawa, Y. Nakahara, T. Hatsuda, and S. Shibata, in preparation.



## 21 Color Molecular Dynamics for Dense Matter

Toshiki Maruyama<sup>(1)</sup> and Tetsuo Hatsuda<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> *Advanced Science Research Center, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai, Ibaraki 319-1195, Japan*

<sup>(2)</sup> *Physics Department, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan*

We propose a microscopic approach for quark many-body system based on molecular dynamics. Using color confinement and one-gluon exchange potentials together with meson exchange potentials between quarks, we construct nucleons and nuclear/quark matter. Dynamical transition between confinement and deconfinement phases are studied at high baryon density with this molecular dynamics simulation.

At high baryon density the nuclear matter is believed to undergo a phase transition to the quark matter because of the color Debye screening and the asymptotic freedom in quantum chromodynamics (QCD) [1]. Qualitative estimates using the Bag model [2] as well as the strong coupling lattice QCD [3] predict first order transition at baryon density  $\rho$  several times over the nuclear matter saturation density ( $\rho_0 = 0.17\text{fm}^{-3}$ ). However, realistic studies of the high density matter based on the first principle lattice QCD simulations are not available yet due to technical difficulties [4]. In this situation any alternative attempts are welcome to unravel the nature of high density matter. In particular, how the nuclear matter composed of nucleons (which are by themselves composite three-quark objects) dissolve into quark matter at high baryon density is an interesting question to be studied. From the experimental and observational point of view, such transition may occur in the central core of neutron stars [5] and in high-energy heavy ion collisions [6].

In this paper, we propose a molecular dynamics (MD) simulation [7,8] of a system composed of many constituent quarks [9,10]. As a first attempt, we carry out MD simulation for quarks with SU(3) color degrees of freedom. Spin and flavor are fixed for simplicity, although there is no fundamental problem to include them. The time evolution of spatial and color coordinates of quarks are governed by the color confining potential, the perturbative gluon-exchange potential and the meson-exchange potential.

The confining potential favors the color neutral cluster (nucleon) at low density. However, as the baryon density increases, the system undergoes a transition to the deconfined quark matter, since the nucleons start to overlap with each other. Our color MD simulation (CMD) is a natural framework to treat such a percolation transition. The meson-exchange potential between quarks represents the nonperturbative gluon-exchange in the color singlet

sector, the use of which is in line with the quark-meson coupling (QMC) model applied for studying the nuclear matter composed of quarks [11].

There exist several works on the quark many-body system in simulational approaches, such as Vlasovian plasma simulation with SU(2) Yang-Mills gauge field [12], Vlasov approach to the quarks with SU(3) colors [13], MD simulation with flip-flop potential [14,15], and MD simulation with chromodielectric model [16]. The quark-hadron phase transition and the dynamics of heavy-ion collisions have been studied in these models. Some of them use the two-body or many-body quark-quark potentials, while others solve the classical field equation for gluons. However, in all these simulations, color of each quark is fixed during the time-evolution, thus the non-Abelian nature of the color potential is frozen (Abelian approximation). On the other hand, our CMD solves the time-evolution of quark-colors as well as the spatial motion of quarks, and may give a new insight into the problem of quark-hadron transition.

We start with the total wave function of a system  $\Psi$  given as a direct product of single-particle quark wave-functions. The antisymmetrization is neglected at present.

$$\Psi = \prod_{i=1}^{3A} \phi_i(\mathbf{r}) \chi_i, \quad (1)$$

$$\phi_i(\mathbf{r}) \equiv (\pi L^2)^{-3/4} \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)^2/2L^2 - i\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{r}], \quad (2)$$

$$\chi_i \equiv \begin{pmatrix} \cos \alpha_i e^{-i\beta_i} \cos \theta_i \\ \sin \alpha_i e^{+i\beta_i} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i e^{i\varphi_i} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Here  $A$  is the total baryon number of a system,  $\phi_i$  is the Gaussian wave packet with a fixed width  $L$  centered at position  $\mathbf{R}_i$  and momentum  $\mathbf{P}_i$ .  $\chi_i$  is a coherent state in the color SU(3) space parametrized by four angles,  $\alpha_i, \beta_i, \theta_i$  and  $\varphi_i$ . Although general SU(3) vector has six real parameters, the normalization condition  $|\chi_i| = 1$  and the unphysical global phase reduce the number of genuine parameters to four. Note that SU(2) spin coherent state parametrized by two angles has been used in the MD simulation of a many-nucleon system with spin degree of freedom [17].

The time evolution of a system is given by solving equations of motion for  $\{\mathbf{R}_i, \mathbf{P}_i, \alpha_i, \beta_i, \theta_i, \varphi_i\}$  derived from the time-dependent variational principle

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}, \quad (4)$$

with the classical Lagrangian

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \langle \Psi | i\hbar \frac{d}{dt} - \hat{H} | \Psi \rangle \\ &= \sum_i [-\dot{\mathbf{P}}_i \mathbf{R}_i + \hbar \dot{\beta}_i \cos 2\alpha_i \cos^2 \theta_i - \hbar \dot{\varphi}_i \sin^2 \theta_i] - H, \end{aligned} \quad (5)$$

where  $H = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ . The explicit form of equations of motion reads :

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_i}, \quad \dot{\mathbf{P}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_i}, \quad (7)$$

$$\dot{\beta}_i = -\frac{1}{2\hbar \sin 2\alpha_i \cos^2 \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \alpha_i}, \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{2\hbar \sin \theta_i \cos \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \varphi_i}, \quad (9)$$

$$\dot{\alpha}_i = \frac{1}{2\hbar \sin 2\alpha_i \cos^2 \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \beta_i} - \frac{\cos 2\alpha_i}{2\hbar \sin 2\alpha_i \cos^2 \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \varphi_i}, \quad (10)$$

$$\dot{\varphi}_i = -\frac{1}{2\hbar \sin \theta_i \cos \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \theta_i} + \frac{\cos 2\alpha_i}{2\hbar \sin 2\alpha_i \cos^2 \theta_i} \frac{\partial H}{\partial \alpha_i}. \quad (11)$$

As for the color-dependent quark-quark interaction, we employ the one-gluon exchange and the linear confining potentials. In the usage of linear or quadratic confining potential, a long range color Van der Waals force is known to arise. The string-flip model or flip-flop model are the possible candidates for avoiding this unphysical interaction (see e.g. [18]). It is not clear, however, at the moment how to combine these models with CMD in a practical manner.

To take into account the nonperturbative gluon exchange in the color singlet channel and simultaneously to reproduce the essential part of the nuclear force between color-singlet baryons (namely, the state-independent short range repulsion and the medium range attraction), we include the  $\sigma + \omega$  meson-exchange potential acting between quarks according to ref. [11].

The total Hamiltonian is thus written as

$$\hat{H} = \sum_i \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_i^2} + \frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i} \hat{V}_{ij}, \quad (12)$$

$$\hat{V}_{ij} = -\sum_{a=1}^8 t_i^a t_j^a V_C(\hat{r}_{ij}) + V_M(\hat{r}_{ij}), \quad (13)$$

$$V_C(r) \equiv Kr - \frac{\alpha_s}{r}, \quad (14)$$

$$V_M(r) \equiv -\frac{g_{\sigma q}^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu_\sigma r}}{r} + \frac{g_{\omega q}^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu_\omega r}}{r}, \quad (15)$$

where  $t^a = \lambda^a/2$  with  $\lambda^a$  being the Gell-Mann matrices,  $V_C$  is the confinement and one-gluon exchange terms, and  $V_M$  is the meson exchange term [19]. We introduce a smooth infrared cutoff to the confining potential in  $V_C(r)$  to prevent the long-range interaction beyond the size of a box in which we carry out MD simulations. We choose the cutoff scale  $r_{\text{cut}} = 3.0$  fm, which is approximately half of the length of the box. Typical values of the parameters

in the quark model for baryons read [19],  $m = 320$  MeV (the constituent-quark mass),  $\alpha_s = 1.25$  (the QCD fine structure constant), and  $K = 0.75$  GeV/fm (the string tension). The meson-quark coupling constants  $g_{\sigma(\omega)q}$  are estimated from the meson-nucleon couplings  $g_{\sigma(\omega)N}$  using the additive quark picture:  $g_{\sigma q} = g_{\sigma N}/3 = 3.53$  and  $g_{\omega q} = g_{\omega N}/3 = 5.85$ . The meson masses are taken to be  $\mu_\omega = 782$  MeV and  $\mu_\sigma = 550$  MeV.

Some comments are in order here on the evaluation of the matrix elements  $H = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ .

(i) Because of the lack of the anti-symmetrization of quark wave function, the interaction between quarks in a color-singlet baryon is underestimated by factor 4 when one takes the matrix element of  $t_i^a t_j^a$ . To correct this, we use effective couplings  $K^{\text{eff}} = 4K$  and  $\alpha_s^{\text{eff}} = 4\alpha_s$  throughout the CMD simulation.

(ii) The size of the quark wave-packet  $L$  is chosen to be 0.35 fm corresponding to the r.m.s. radius of the constituent quark 0.43 fm. This is consistent with the typical value expected from the dynamical breaking of chiral symmetry [20]. This value is used in the matrix element of the gluonic interaction  $V_C$ . At the same time, the meson-quark coupling is intrinsically nonlocal, since  $\sigma$  and  $\omega$  have their own quark structure. Besides, the meson-exchange interaction between nucleons with the nucleon form-factor should be properly reproduced by the superposition of the meson-exchange interaction between quarks. To take into account these facts, we use  $L^{\text{eff}} = 0.7$  fm (corresponding to the r.m.s. radius of 0.86 fm) in the matrix element of  $V_M$ .

(iii)  $H = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$  generally contains a kinetic energy originating from momentum variances of wave packets. However, when the width of the wave packet is fixed as a time-independent parameter, this kinetic energy is spurious and neglected in the present calculation.

Let us now describe how to simulate the simplest three-quark system, i.e. the nucleon, in CMD. We first search for a three-quark state obeying the color neutrality condition

$$\sum_{i=1}^3 \langle \chi_i | \lambda^a | \chi_i \rangle = 0 \quad (a = 1, \dots, 8). \quad (16)$$

This is satisfied by solving a cooling equation of motion in the color space with a potential proportional to  $\sum_{i,j \neq i} \sum_{a=1}^8 \langle \chi_i | \lambda^a | \chi_i \rangle \langle \chi_j | \lambda^a | \chi_j \rangle$  with random initial values of  $\chi_i$ . During this cooling procedure, spatial coordinates of quarks are fixed, e.g. at the three corners of a triangle.

If we start with three quarks in triangular position obtained above and kick each quark by the same amount of energy keeping the total momentum zero, the quarks start to have a breathing motion in 2-dimensional plane. Due to the total color conservation the color-neutrality is maintained during this time evolution.

By an initial kick to give the time-averaged kinetic energy of 76 MeV, the total energy of the nucleon become 1206 MeV. Accordingly, the r.m.s. radius of the nucleon reads 0.46 fm using  $L$  (which corresponds to the size of the quark-core of the nucleon) or 0.87 fm using  $L^{\text{eff}}$  (which corresponds to the physical nucleon size for meson-exchange interaction). The “nucleon” here is certainly a semiclassical object which should be regarded as a mixture of the ground and excited states of three quarks. We use a collection of these nucleons as an initial condition for the CMD simulation of many quarks. Since the interaction among quarks in matter will eventually randomize the internal motion of quarks in the initial nucleon, the final result is not sensitive to the way how we kick the quarks.

Now, let us study the phase change from the confined hadronic system to the deconfined quark matter. We simulate the infinite matter under the periodic boundary condition and see how the system responds to the change of the baryon density as well as to the energy deposition from outside.

To start with, nucleons constructed above are randomly distributed in a box with the periodic boundary condition. At this stage, the total system is in its excited state. The minimum-energy state of matter is obtained by the frictional cooling procedure, namely we solve a cooling equation of motion with frictional terms. During the cooling, spatial and color motion of quarks in the nucleon are artificially frozen, and the following equations are solved:

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{3} \sum_{j \in \{i\}} \left[ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_j} + \mu_R \frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_j} \right], \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{P}}_i = \frac{1}{3} \sum_{j \in \{i\}} \left[ -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{R}_j} + \mu_P \frac{\partial H}{\partial \mathbf{P}_j} \right], \quad (18)$$

$$\dot{\alpha}_i = \dot{\beta}_i = \dot{\theta}_i = \dot{\varphi}_i = 0, \quad (19)$$

where damping coefficients  $\mu_R$  and  $\mu_P$  are negative and  $\{i\}$  means a set of three quarks in a nucleon to which  $i$  belongs. Under this cooling procedure, the system approaches to a stable configuration with minimum energy. The system does not collapse due to the repulsive part of the meson exchange potential  $V_M$ .

After the system reached its energy-minimum by the cooling, internal color and spatial motion of quarks are turned on and the normal equation of motion is solved for several tens of fm/c so that the system gets equilibrated. Since our treatment of particle motion is classical, we cannot simulate the exact ground state with Fermi motion. Our prescription should be recognized as a classical description of approximate ground state. When we study the excited state of the system, additional random motion are assigned to nucleons in this “ground state” so that the system has a given excitation energy  $E^*$ .

We use the following criterion of confinement as

$$\begin{cases} |\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j| < d_{\text{cluster}} \quad (i, j = 1, 2, 3), \\ \sum_{a=1}^8 \left[ \sum_{i=1}^3 \langle \chi_i | \lambda^a | \chi_i \rangle \right]^2 < \varepsilon. \end{cases} \quad (20)$$

If three quarks within a certain distance  $d_{\text{cluster}}$  are white with an accuracy  $\varepsilon$ , they are considered to be confined. All quarks are checked by this criterion without duplications. The actual numerical values we use are  $d_{\text{cluster}} = 1$  fm and  $\varepsilon = 0.05$ .

Snapshots of matter in equilibrium for different baryon densities are displayed in Fig. 1. Quarks in the confined states are shown with white and those in the deconfined state with gray. As  $\rho$  increases, fraction of deconfined quarks increase. This is not a trivial consequence and is a unique feature of the CMD simulation. In fact, one may naively expect that, as the density increases, confinement criterion becomes easier to be fulfilled since more quarks are around. However, the use of the color coherent state allows the color excitation even in a three-quark cluster and does not necessarily favor the formation of color singlet clusters at high densities.

Figure 2 shows “confined ratio of quarks”,

$$R \equiv \frac{(\text{number of confined quarks})}{(\text{total quark number})}, \quad (21)$$

in the approximate ground state. With increase of the baryon density  $\rho$ , matter shows a transition from hadronic phase to the quark phase which is well characterized by  $R$  in Fig.2. The order of the phase transition, which should be examined in terms of the pressure of the system, is a future problem to be studied.

So far we have discussed only the cold matter close to the ground state at finite baryon density, which is relevant for the physics of e.g. neutron stars. On the other hand, to study the excited state of matter such as that created in the high-energy heavy ion collisions, not only the thermal motion of quarks, but also  $q\bar{q}$  creation/annihilation processes and the dynamical gluons should be included. Here, as a first step toward this goal, we study the “thermal” property of the system with only the quark degrees of freedom.

Figure 3 shows the same quantity as Fig. 2 but with a variation of excitation energy  $E^*$ . The hadronic matter and the quark matter are characterized by  $R$ . Although no sudden transition of  $R$  between two phases is observed,  $R$  becomes less than 20% for all densities for  $E^* > 200$  MeV/q.

We fit the kinetic energy distribution of quarks in the excited matter by the classical Boltzmann distribution with a normalization factor  $\mathcal{N}$

$$\frac{dN}{dE_{\text{kin}}} = \mathcal{N} \frac{p^2 dp}{dE_{\text{kin}}} e^{-E_{\text{kin}}/T^*}, \quad (22)$$

$$E_{\text{kin}} = \sqrt{p^2 + m^2} - m. \quad (23)$$

Then, we can define an effective temperature  $T^*$  for given  $E^*$ . Note that  $T^*$  is not really a physical temperature

of the system, but is a measure of the averaged kinetic energy per quark. In Fig. 4,  $T^*$  is plotted as a function of  $E^*$ . For  $E^* > 300$  MeV/q,  $T^*$  depends almost linearly on  $E^*$  irrespective of baryon density, while, for  $E^* = 100 \sim 200$  MeV/q,  $T^*$  for low-density matter increases rather slowly as a function of  $E^*$ . In fact, this corresponds exactly to the region where the confined ratio of low-density matter changes in Fig. 3. This implies that, during the deconfinement process, the energy deposit from outside is consumed to melt confined clusters (i.e., nucleons), which suppresses the effective temperature  $T^*$ .

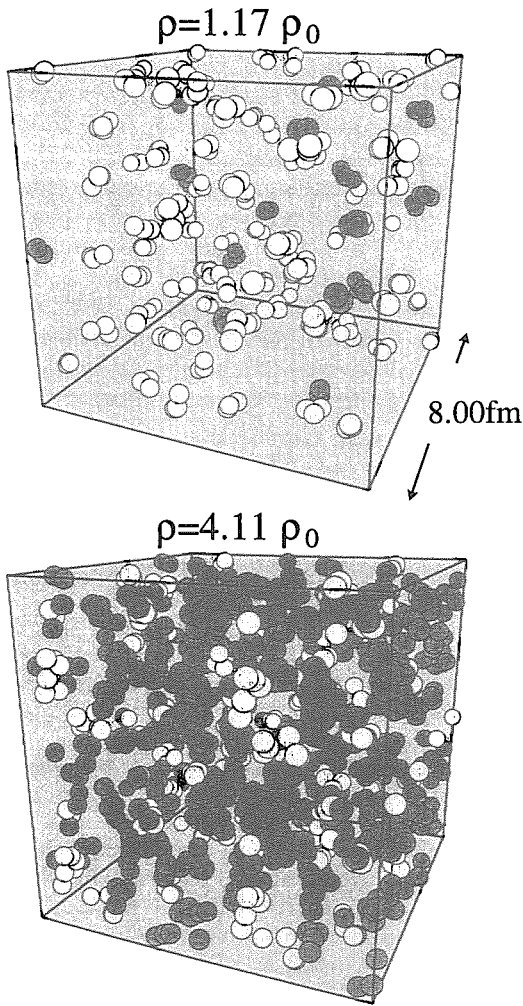


FIG. 1. Perspectives of matter with baryon density at  $1.17\rho_0$  and  $4.11\rho_0$ . White/gray particles indicate quarks in the confined/deconfined state. Some white clusters near the boundary contain only one or two quarks. This is due to the periodic boundary condition, and they are actually a part of 3-quark clusters.

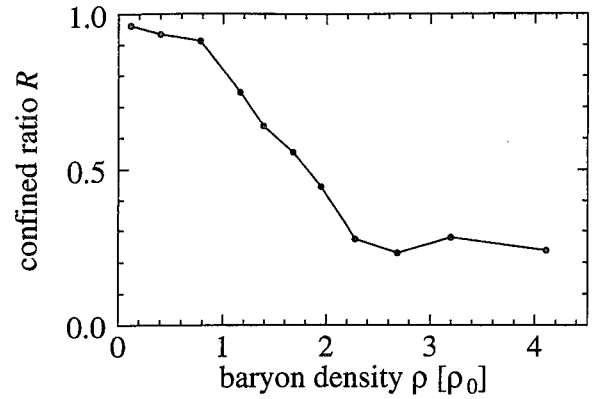


FIG. 2. Confined ratio of quarks as a function of baryon density  $\rho$ .

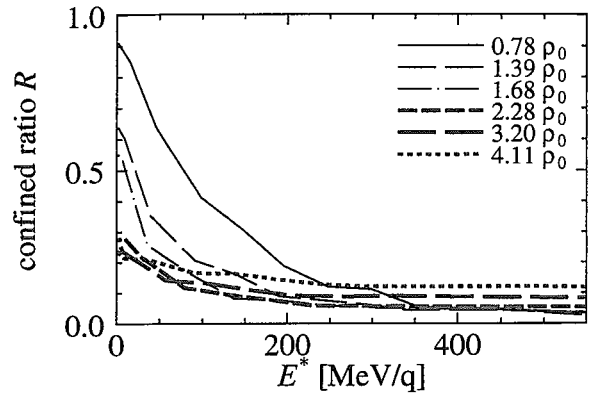


FIG. 3. Confined ratio of quarks as a function of  $E^*$  for several different baryon densities.

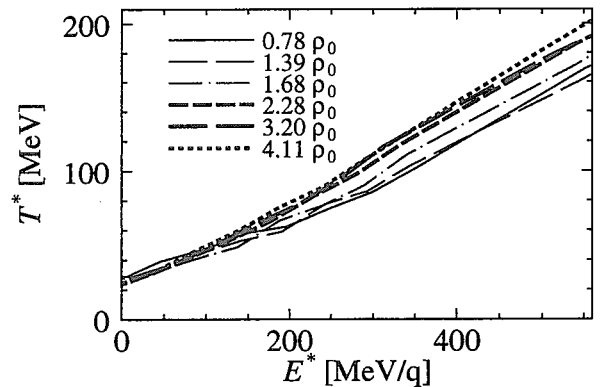


FIG. 4. Baryon density and excitation energy dependence of the effective temperature extracted from the Boltzmann fit of the kinetic energy distribution.

Here we show the preliminary calculation on finite system. To make the “nucleus”, we first prepare a given number of white baryons and distribute them in a sphere. Then we cool the system in the same way as explained for the infinite matter. Figure 5 shows the density profile of

$A = 66$  nucleus. Its binding energy is written in the figure. Since we have not yet included the Fermi motion of nucleons, the binding energy is too large. The time evolution of confined ratio during the collision of two  $A = 66$  nuclei is displayed in Fig. 6. Instead of the bombarding energy, the CM velocity  $\beta$  of two nuclei is used to distinguish the violence of the collision. One can see in the figure that more quarks are deconfined for more violent collisions. The life time of the deconfined state is rather long compared to that generally believed. We consider this feature is due to the lack of  $q\bar{q}$  creation/annihilation process in our simulation.

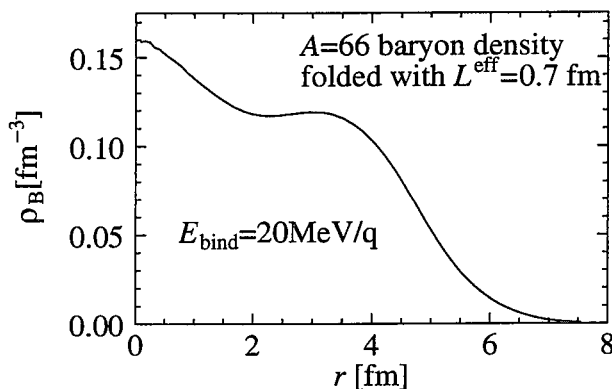


FIG. 5. Density profile of  $A = 66$  nucleus.

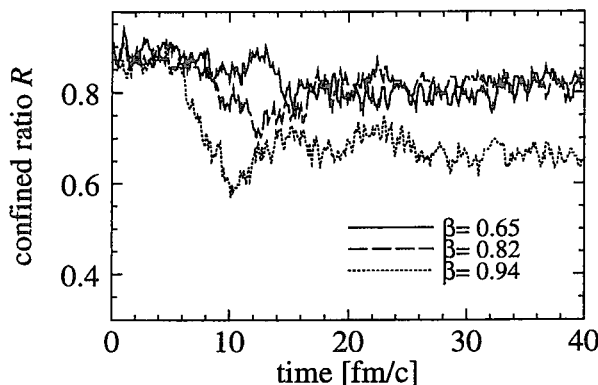


FIG. 6. Time evolution of confined ratio during the collision of two  $A = 66$  nuclei.

In summary, we have proposed a color molecular dynamics (CMD) simulation of a system with many constituent quarks. The system is approximated by the product of wave packets with SU(3) color coherent state. Adopting the effective interaction between quarks we study the transition from nuclear matter to quark matter under the periodic boundary condition. At low baryon density  $\rho$ , the system is in the confined phase where most of the quarks are hidden inside the color singlet nucleons. However, as we increase  $\rho$ , the partial deconfinement

takes place due to the disintegration of color-singlet clusters both in the coordinate space and in the color space. This can be seen explicitly in Fig. 1 and in the confined ratio Fig. 2. The similar conclusions also hold for finite excitation energies  $E^*$  (Fig. 3 and Fig. 4), although the  $q\bar{q}$  process and dynamical gluons are not included yet.

The results of this paper are still in the qualitative level and are limited to the cold matter. The refinement of interaction parameters and inclusion of flavor and spin degrees of freedom are necessary for quantitative discussions. The use of the antisymmetrized quark wave function [21] and the medium modification of the constituent-quark mass associated with the partial restoration of chiral symmetry are also important future problems. For the discussion of hot matter, inclusion of  $q\bar{q}$  creation/annihilation and the dynamical gluons are essential. In spite of all these reservations, the method proposed in this paper gives a starting point to study the statistical feature of the hadron-quark transition as well as to examine finite nuclei and the dynamics of heavy-ion collisions.

We thank Y. Nara, V. N. Kondratyev, S. Chikazumi, K. Niita, S. Chiba, T. Kido and A. Iwamoto for useful suggestions and stimulating discussions. T. H. was partly supported by Grand-in-Aid for Scientific Research No. 10874042 of the Japanese Ministry of Education, Science and Culture, and by Sumitomo Foundation (Grant no. 970248).

- [1] J. C. Collins and M. J. Perry, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1353 (1975).
- [2] See, e.g. G. Baym, in *Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons*, ed. H. Satz, (North Holland, Amsterdam, 1981) p.17; H. Satz, *Nucl. Phys.* **A642**, 130 (1998).
- [3] P. H. Damgaard, D. Hochberg and N. Kawamoto, *Phys. Lett. B* **158**, 239 (1985).
- [4] I. M. Barbour, S. E. Morrison, E. G. Klepfish, J. B. Kogut, and M.-P. Lombardo, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **60A**, 220 (1998) and references therein.
- [5] G. Baym, *Nucl. Phys.* **A590**, 233 (1995).
- [6] See, *Proceedings of Quark Matter '97*, ed. T. Hatsuda et al., *Nucl. Phys.* **A638**, 1 (1998).
- [7] For the application of the MD simulation to many-nucleon system to describe finite nuclei, see e.g., J. Aichelin and H. Stöcker, *Phys. Lett. B* **176**, 14 (1986); D. H. Boal and J. N. Glosli, *Phys. Rev. C* **38**, 1870 (1988); T. Maruyama, A. Ohnishi and H. Horiuchi, *Phys. Rev. C* **42**, 386 (1990); J. Aichelin, *Phys. Rep.* **202**, 233 (1991).
- [8] For the MD simulation of infinite nuclear and neutron matter, see, T. Maruyama, K. Niita, K. Oyamatsu, T. Maruyama, S. Chiba and A. Iwamoto, *Phys. Rev. C* **57**, 655 (1998).
- [9] Preliminary version of this study is reported in Proc.

- First Symposium on Science of Hadrons under Extreme Conditions*, (Mar. 11-12, 1999, JAERI, Tokai, Ibaraki, Japan), ed. S. Chiba and T. Maruyama.
- [10] T. Maruyama and T. Hatsuda, Phys. Rev. C (Rapid Communication) in press.
  - [11] P. A. M. Guichon, Phys. Lett. B **200**, 235 (1988). K. Saito and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **327**, 9 (1994). See the recent review, A. W. Thomas et al., nucl-th/9807027.
  - [12] W. Pöschl and B. Müller, nucl-th/9808031; S.G. Matinyan, B. Müller and D. Rischke, Phys. Rev. C **57**, 1927 (1998); W. Pöschl, B. Müller, Phys. Rev. D **60**, 114505 (1999); and references therein.
  - [13] A. Bonasera, nucl-th/9908036; A. Bonasera, Phys. Rev. C **60**, 065212 (1999).
  - [14] M. M. Boyce and P. J. S. Watson, Nucl. Phys. **A580**, 500 (1994); M. M. Boyce and P. J. S. Watson, hep-ph/9501397.
  - [15] C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, Nucl. Phys. **A536**, 669 (1992); W. Melendez and C. J. Horowitz, nucl-th/9312015.
  - [16] C. T. Traxler, U. Mosel, and T. S. Biró, Phys. Rev. C **59**, 1620 (1999).
  - [17] H. Feldmeier, Nucl. Phys. **A515**, 147 (1990).
  - [18] Y. Koike, O. Morimatsu and K. Yazaki, Nucl. Phys. **A449**, 635 (1986); Y. Koike, Nucl. Phys. **A454**, 509 (1986); Y. Koike and K. Yazaki, Phys. Lett. **B179**, 332 (1986).
  - [19] See, e.g., M. Oka and K. Yazaki, in *Quarks and Nuclei*, ed. W. Weise (World Scientific, Singapore, 1984), p.489.
  - [20] U. Vogl and W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 195 (1991).
  - [21] A. Ono, H. Horiuchi, T. Maruyama and A. Ohnishi, Phys. Rev. Lett **68**, 2898 (1992); Prog. Theor. Phys. **87**, 1185 (1992); Phys. Rev. C **47**, 2652 (1993).

## 22 Quark Dynamics on Phase-Space

A. Bonasera\*

*Laboratorio Nazionale del Sud, Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Via S. Sofia 44, 95123  
Catania, Italy*

### Abstract

We discuss the dynamics of quarks within a Vlasov approach. We use an interquark ( $qq$ ) potential consistent with the indications of Lattice QCD calculations and containing a Coulomb term, a confining part and a spin dependent term. Hadrons masses are shown to arise from the interplay of these three terms plus the Fermi motion and the finite masses of the quarks. The approach gives a lower and an upper bound for hadrons. The theoretical predictions are shown to be in fairly good agreement with the experimental data.

---

\*bonasera@lns.infn.it



## 23 クォーク・クーパー対の空間構造\*

福岡教育大物理 松崎昌之

### 概要

Spatial structure of Cooper pairs with quantum numbers color  $3^*$ ,  $I = J = L = S = 0$  in  $ud$  2 flavor quark matter is studied by solving the gap equation and calculating the coherence length in full momentum range without the weak coupling approximation. Although the gap at the Fermi surface and the coherence length depend on density weakly, the shape of the  $r$ -space pair wave function varies strongly with density. This result indicates that quark Cooper pairs become more bosonic at higher densities.

低温・高密度クォーク物質でのカラー超伝導相が最近注目を集めている。これに関する最初の研究は、相対論的多体系での対相関の一例として Bailin と Love によって'80年代初頭に行われた [1]。そこではクォーク系のみならず、核子系、電子系についても述べられている。その後、核子系の対相関に対する最初の定量的な相対論的研究は'90年代初頭に行われた [2]。これとほぼ時を同じくして、クォーク系に関しては SU(2) カラー模型による研究が行われた [3]。数年後、現実的な SU(3) カラー系に対する最初の研究が岩崎と岩戸によって 1 フレーバー系に対して行われた [4]。 $ud$  2 フレーバー系に対する Rapp ら [5]、Alford ら [6] の研究以来カラー超伝導相は非常に精力的に研究され、2 フレーバー系では  $^1S_0$  状態が、 $uds$  3 フレーバー系では color-flavor-locked 状態が最も安定であることが知られている。また、中性子星コアでの実現可能性についてもいくつかの研究が行われている。

クォーク物質のカラー超伝導相の一つの大きな特徴は、通常の金属の低温超伝導相とは違って、強結合であることである。すなわちフェルミ面から遠く離れた単一粒子状態もクーパー対形成に関与するのである。このことはクーパー対が空間的にコンパクトであることを意味する。そこで本稿では、フェルミ面近傍の状態のみを考える通常の弱結合近似を仮定せず、クーパー対の空間構造を調べる。

以下では  $ud$  2 フレーバー系でクォーク間に最も強い引力がはたらく、 $^1S_0$  ( $J = L = S = 0$ )、カラー  $3^*$ 、フレーバー 1 重項状態のみを温度=0 で考える。定式化の方法は岩崎-岩戸 [4]、堀江-初田 [7] に準ずる。このチャンネル (空間・スピンに関しては通常の核子系・電子系と同様に時間反転共役状態間の対) でのギャップ関数  $\Delta(k)$  は

$$\Delta_{\mathbf{k}sf i, \mathbf{k}'s'f'i'} = (-1)^{\frac{1}{2}-s} \delta_{\mathbf{k}, -\mathbf{k}'} \delta_{s, -s'} \epsilon_{ff'} \hat{\epsilon}_{ii'} \Delta(k),$$

$$\epsilon_{ff'} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\epsilon}_{ii'} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

で定義される。ここで  $\mathbf{k}$  はクォーク間相対運動量、 $s$  はスピン、 $f$  はフレーバー、 $i$  はカラーである。 $\Delta(k)$  を決定するギャップ方程式はグランド・ポテンシャル  $H' = H - \mu N$ 、具体的には各  $\mathbf{k}$  での  $12 \times 12$  行列

$$\begin{pmatrix} E_k - \mu & \Delta \\ -\Delta^* & -(E_k - \mu) \end{pmatrix},$$

$$E_k = \sqrt{\mathbf{k}^2 + M_q^2}, \quad \mu = E_{k_F} \quad (2)$$

\*Phys. Rev. D に出版予定の論文 (hep-ph/9910541) に基づく

を対角化する際のボゴリューボフ変換係数を用いて対凝縮を表現することによって、

$$\begin{aligned}\Delta(p) &= -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \bar{v}(p, k) \frac{\Delta(k)}{E'(k)} k^2 dk, \\ E'(k) &= \sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + 3\Delta^2(k)}\end{aligned}\quad (3)$$

と与えられる。ここで準粒子エネルギー中の因子3はクォークが三つのカラーを持つことに由来する。

ギャップ方程式中の  $\bar{v}$  には最低次の真空偏極を考慮した1グルーオン交換相互作用を採用するが、磁氣的相互作用中の偏極(遮蔽)効果は静的(あるいは瞬間)近似により落ちる。スピン平均、角度積分を行ってS波成分を取り出すと、

$$\begin{aligned}\bar{v}(p, k) &= -\frac{\pi}{3} \alpha_s \frac{1}{pkE_p E_k} \\ &\times \left( (2E_p E_k + 2M_q^2 + p^2 + k^2 + m_E^2) \ln \left( \frac{(p+k)^2 + m_E^2}{(p-k)^2 + m_E^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2(6E_p E_k - 6M_q^2 - p^2 - k^2) \ln \left| \frac{p+k}{p-k} \right| \right), \\ m_E^2 &= \frac{4}{\pi} \alpha_s \mu^2\end{aligned}\quad (4)$$

となる。結合定数には

$$\begin{aligned}\alpha_s(q^2) &= \frac{4\pi}{9} \frac{1}{\ln \left( \frac{q_{\max}^2 + q_c^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \\ \mathbf{q} &= \mathbf{p} - \mathbf{k}, \quad q_{\max} = \max\{p, k\}\end{aligned}\quad (5)$$

[7, 8]を採用する。なお、ここでの数係数  $4\pi/9$  は一般式  $12\pi/(11N_c - 2N_f)$  に  $N_c = 3$ ,  $N_f = 3$  を代入したものである。すなわち、 $M_u = M_d \ll M_s$  の3フレーバーのうち、(低密度では)  $u$ ,  $d$  のみが存在して対相関に参与すると考えるのである。同様に(4)式中の  $m_E^2$  の表式も  $u$ ,  $d$  のみが真空偏極に参与するとした場合のものである。以下の数値計算では、 $M_u = M_d = M_q = 10$  MeV,  $q_c^2 = 1.5\Lambda_{\text{QCD}}^2$ ,  $\Lambda_{\text{QCD}} = 400$  MeV を用いる。

まずフェルミ面でのギャップ  $\Delta(k_F)$  とコヒーレンス長 [9]

$$\xi = \left( \frac{\int_0^\infty \left| \frac{d\phi}{dk} \right|^2 k^2 dk}{\int_0^\infty |\phi|^2 k^2 dk} \right)^{1/2}\quad (6)$$

のフェルミ運動量  $k_F$  (バリオン密度  $\rho$  とは  $\rho = 2k_F^3/3\pi^2$  の関係にある) への依存性を見る。コヒーレンス長  $\xi$  は、弱結合系ではフェルミ面近傍の単一粒子状態のみが対相関に参与することに由来して、ピバード長

$$\xi_0 = \frac{k_F}{\pi\Delta(k_F)\mu} \left( \rightarrow \frac{v_F}{\pi\Delta(k_F)} \text{ (non rel.)} \right)\quad (7)$$

で与えられるが、強結合系では対波動関数

$$\phi(k) = \frac{1}{2} \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + 3\Delta^2(k)}}\quad (8)$$

に関する、(クーパー対を形成する2クォーク間の)平均二乗距離で与えられる。 $k_F = 1.5 - 3.25$  fm $^{-1}$  に対する結果を図1に示す。これは、対称核物質の飽和密度を  $\rho_0 = 2(k_F)_0^3/3\pi^2$ ,  $(k_F)_0 = 1.30$  fm $^{-1}$  [10] とすれば、 $\rho/\rho_0 \sim 1.5 - 15$  に対応する。 $\Delta(k_F)$  及び  $\xi$  の  $k_F$ -依存性は非常に緩やかであり、それらの大きさは近似的に弱結合での関係式(7)を満足するが、 $k_F$ -依存性はそれと異なる。図1(b)には  $\rho_q = 3\rho = 1/d^3$

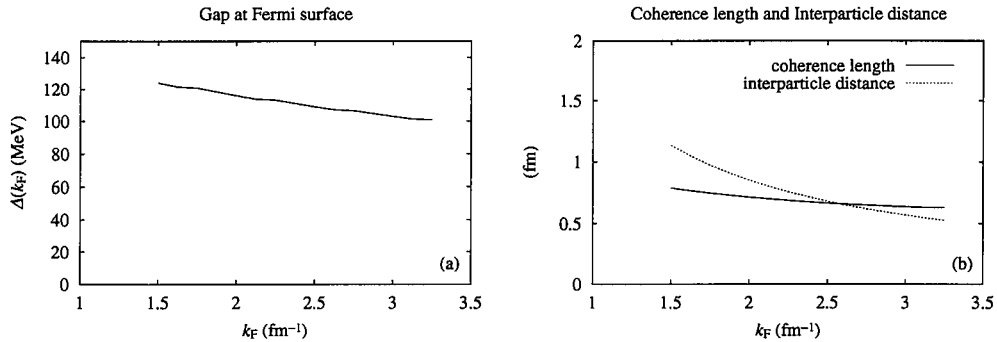


図 1: (a) フェルミ面での対ギャップ、(b) コヒーレンス長及び平均粒子間隔。

で定義される平均粒子間隔  $d$  も示されている。 $\xi$  と  $d$  の大きさがほぼ同じであることは、この対相関系が強結合であることを示している。これは低密度核物質や高温超伝導体にも共通する性質である。一方、金属の低温超伝導相では  $\xi$  は  $d$  より 3-4 桁大きい。なお、本研究では前述のように磁氣的相互作用中の (エネルギー移行に依存した) 遮蔽効果を見逃しているため、ここで得られた  $\Delta(k_F)$  は一つの上限を与えていると考えるべきであろう。

次に各々の密度での運動量依存性を見る。図 2(a) に対波動関数  $\phi(k)$  を示す。この図から、実際に、フェ

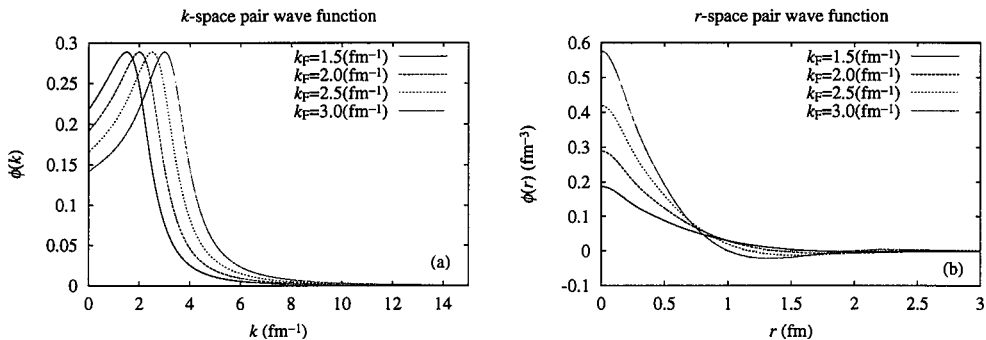


図 2: (a) 運動量空間、(b) 実空間での対波動関数。

ルミ面を中心とする広い範囲の単一粒子状態が対相関に関与していることが確認できる。また各々の波動関数の幅はコヒーレンス長の逆数に比例するが、これは図 1(b) に示したように密度にはほとんど依らない。

クーパー対の構造をより詳しく見るために、最後に対波動関数を

$$\phi(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \phi(k) j_0(kr) k^2 dk \tag{9}$$

とフーリエ変換してみる。この量は、核子-核子対相関系では核力の短距離相関を示す量としてよく調べられている。ここで  $j_0(kr)$  は球ベッセル関数である。その結果を図 2(b) に示す。上述のようにコヒーレンス長が密度にほとんど依らなくても、それを平均二乗距離として与える  $\phi(r)$  の形は密度に強く依存することがこの図からわかる。低密度では波動関数が空間的に広がっているが、高密度になるほどコンパクトになるのである。空間的にコンパクトになるということは、クーパー対同士の重なり、すなわちフェルミオン交換効果が小さくなることを意味する。従って、高密度でクーパー対はボソンの性的になると結論できる。

## 参考文献

- [1] D. Bailin and A. Love, Nucl. Phys. B190 (1981) 175; 751; *ibid.* B205 (1982) 119; Phys. Rep. 107 (1984) 325.
- [2] H. Kucharek and P. Ring, Z. Phys. A339 (1991) 23.
- [3] L. A. Kondratyuk, M. M. Giannini and M. I. Krivoruchenko, Phys. Lett. B269 (1991) 139; L. A. Kondratyuk and M. I. Krivoruchenko, Z. Phys. A344 (1992) 99.
- [4] M. Iwasaki and T. Iwado, Phys. Lett. B350 (1995) 163; Prog. Theor. Phys. 94 (1995) 1073.
- [5] R. Rapp et al., Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 53.
- [6] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Phys. Lett. B422 (1998) 247.
- [7] R. Horie, master thesis (Kyoto University, 1999); T. Hatsuda, Kyoto University preprint KUNS-1573 (1999).
- [8] K. Higashijima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 104 (1991) 1.
- [9] F. V. De Blasio et al., Phys. Rev. C56 (1997) 2332.
- [10] B. D. Serot and J. D. Walecka, Int. J. Mod. Phys. E6 (1997) 515.



## 24 The mass spectrum of Diquark Boson in the color superconductor

K.Yamaguchi , O.Miyamura

Dept of Physics , Hiroshima.Univ

### Abstract

In this work we apply the functional integral method to the study of the color superconducting phase and compute the mass spectrum of the Diquark Boson at finite temperature and nonzero chemical potential . We find the different aspect with QED superconductor .

### 1 Introduction

低温・高密度なフェルミ系に於いて、フェルミ面上にフェルミオン間の相互作用が存在すると、対凝縮が形成される事が、BCS 理論によって示唆されている。この例として、QED に於いては、低温に於いて電子間のフォノン相互作用によって、電子対凝縮が形成されることが知られている。

これと同様に、QCD に於いても、クォーク間のグルオン交換相互作用によって、クォークの対凝縮が形成される可能性が考えられる。20 年以上に渡って、このクォーク対凝縮、いわゆるカラー超伝導体に対する多くの研究がなされて来た [1,2,3,4]。これらの研究によって、グルオン交換相互作用はカラー反対称状態では引力として働き、カラー超伝導体が形成される可能性がある事が示された。最近の研究では、相互作用としてインスタントン型の相互作用を用いた研究もなされている [3]。しかし、これらの研究の多くはフェルミ面の不安定性や対凝縮の構造などに焦点が絞られていた。

本研究では、カラー超伝導相に於ける diquark ボソンの質量スペクトルについて研究を行う。これに際して、 $u,d,s$  からなる系を考え、これらのクォーク間にグルオン交換に起因する 4 体フェルミ相互作用が働いている仮定して、有限温度の量子場理論と経路積分法を用いて、定式化を行った。本稿の構成として、次章で、diquark ボソンの有効相互作用を求める手続きを簡単に述べ、その有効作用からカラー超伝導体のギャップ方程式を導出する。その後、本稿の目的である diquark ボソンの質量スペクトルを求め、結果の一部を示す。

### 2 Path Integral Formulation of Diquark Fields

まず、この章では、経路積分方法によって、diquark ボソンの有効作用を求める手続きを簡単に述べ、その後この有効作用から、カラー超伝導体に対するギャップ方程式を導出する。

さて、本稿での仮定は、 $u,d,s$ 、3 種類のクォークからなる系を考え、これらの中に以下のような 4 体フェ

ルミ相互作用が働いているとする。

$$\mathcal{L}_{int} = g \sum_{a,i=2,5,7} \{ \bar{\psi} T^{ai} \gamma_+ \psi_c \bar{\psi}_c \gamma_- T^{ai} \psi + \bar{\psi} T^{ai} \gamma_- \psi_c \bar{\psi}_c \gamma_+ T^{ai} \psi \}$$

ここで、 $\psi_c \equiv C \bar{\psi}^t$ ,  $\bar{\psi}_c \equiv \psi^t C$ ,  $T^{ai} \equiv \lambda_c^a \lambda_f^i$ , and  $\gamma_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$  であり、 $C$  は荷電共役演算子、 $\lambda$  は  $SU(3)$  生成子を表す。経路積分法に従うと、有限温度系に於ける系の大分配関数  $Z$  は以下で与えられる。

$$Z = \int D\bar{\psi} D\psi_c D\psi D\psi_c \exp(S)$$

ここで  $S$  は

$$S = \int d^4x \{ \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \}$$

であり、 $\int d^4x \equiv \int_0^\beta d\tau \int dx$ , また  $\mathcal{L}_0 \equiv \bar{\psi} \{ \gamma^0 (\frac{\partial}{\partial \tau} - \mu) + i\gamma\delta \} \psi$  と定義する。

さて、ここで、本稿の目的の為に、この積分にボソンの補助場を導入する必要がある。これを行うために、以下のガウスの恒等式を用いて、Hubbard-Stratonovich 変換を行って、補助場を導入する。

$$1 = \int dA dA^\dagger \exp\left(\frac{1}{g} (g\bar{\psi}_c \gamma_+ T^{ai} \psi - A_r^{ai}) (g\bar{\psi} T^{ai} \gamma_- \psi_c - A_r^{ai\dagger})\right) \\ \times \exp\left(\frac{1}{g} (g\bar{\psi}_c \gamma_- T^{ai} \psi - A_i^{ai}) (g\bar{\psi} T^{ai} \gamma_+ \psi_c - A_i^{ai\dagger})\right)$$

こうして、導入した補助場は、バリオン数が  $\frac{2}{3}$  であるボソンを表しており、カラー空間およびフレーバー空間では  $3^*$  表現、またカイラル空間では、 $2$  表現である。

さて、この後、フーリエ変換を施して、フェルミオン場についての積分を実行すると、diquark ボソン場の有効作用  $\Gamma(A, A^\dagger)$  を得る。

$$\Gamma(A, A^\dagger) = \frac{1}{2} \text{tr} \log(D(p_1, p_2)) - \frac{1}{8g} \sum_p A^\dagger A$$

ここで、行列  $D(p_1, p_2)$  は以下となる。

$$D(p_1, p_2) = \begin{pmatrix} (p_1^\mu \cdot \gamma_\mu + \mu\gamma_0)\delta_{p_1, p_2} & A \\ \gamma_0 A^\dagger \gamma_0 & (p_2^\mu \cdot \gamma_\mu - \mu\gamma_0)\delta_{p_1, p_2} \end{pmatrix}$$

次に、この有効作用が、0 以外の停留値を持ちうると仮定し、 $A(q) = A_0 \delta_{p_1, p_2} + \delta A(q)$  として、有効作用を展開する。この、 $A_0$  が有効作用の停留値を与える。すると、

$$\Gamma(A, A^\dagger) = \frac{1}{2} \text{tr} \log D_0 - \frac{1}{8g} \sum_p (A^\dagger + \delta A^\dagger)(A + \delta A) \\ + \frac{1}{2} \text{tr}(D_0^{-1} \delta D) - \frac{1}{4} \text{tr}(D_0^{-1} \delta D D_0^{-1} \delta D) + \dots$$

となる。

さて、この有効作用の停留値が系の真空期待値であり、この停留値は先の展開式で1次の項が0となる時の解である。よって、展開1次項から系のギャップ方程式が導かれる。さて、仮に系の停留値を以下のようにとってやり、

$$A_0 = \eta \lambda_c^2 \lambda_f^2 \gamma_+$$

一次の項を計算してやると、以下の関係式が導かれる。

$$1 = \frac{1}{2\pi^2 g} \int dp p^2 \left\{ \frac{1}{E_-} \tanh\left(\frac{E_-}{2T}\right) + \frac{1}{E_+} \right\} \tanh\left(\frac{E_+}{2T}\right)$$

ここで、 $E_{\pm} \equiv \sqrt{(p \pm \mu)^2 + \eta^2}$  である。任意の化学ポテンシャルで任意の温度の時、この方程式をみたす解  $\eta$  が存在すれば、系は0以外の真空期待値を持つ、つまり超伝導相が形成された事となる。

### 3 diquark ボソンの質量スペクトル

さて、この章に於いては、本稿の目的である、diquark ボソンの質量スペクトルを導出する事にする。この質量スペクトルは、先に求めた有効作用の展開の2次項

$$\delta^2 \Gamma = -\frac{1}{4} \text{tr} \text{tr} (D_0^{-1} \delta D D_0^{-1} \delta D)$$

から導出される。よって、このトレース計算を行えばスペクトルが得られるが、ここでは長くなるため割愛するが、以下のようなスペクトルのパターンが得られることがわかった。

- type I : カイラリティー及びカラー、フレーバーの指標が真空凝縮と同じ
- type II : カイラリティーが真空と同じで、カラーまたはフレーバーのどちらかの指標が真空と同じ
- type III : カイラリティーのみが真空と同一
- type IV : カイラリティーが異なる

このようなパターンがあらわれるのは、超伝導相が形成される前は、diquark ボソンはカラー空間、フレーバー空間に於いては  $3^*$  表現、カイラル空間に於いては  $2$  表現であったが、超伝導相が形成され、以下のように対称性が破れたことに起因する。

$$\begin{aligned} (3_c^*, 3_f^*, 2_{chiral}) &\rightarrow (1_c \oplus 2_c, 1_f \oplus 2_f, R) \oplus (3_c, 3_f, L) \\ &= (1_c, 1_f, R) \oplus (1_c, 2_f, R) \oplus (2_c \otimes 1_f, R) \otimes (2_c, 2_f, R) \oplus (3_c, 3_f, L) \end{aligned}$$

## 4 結果

本研究では、ボソンの運動量が  $|\mathbf{q}| = 0$  である長波長極限である場合の質量スペクトルの研究を行っている。先に述べたボソンごとの質量スペクトルは以下ようになる。

(type I)

$$M_1 = \sqrt{\rho_1 + \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2}}$$

ここで

$$\rho_1 = \left[ \frac{1}{8} \{ (\omega - 2\mu)^2 - 2\eta^2 \} \sqrt{\omega^2 - 4\eta^2} + \frac{\mu^2 \eta^2}{\sqrt{\omega^2 - 4\eta^2}} \right] \frac{1}{\pi^2 \omega} \tanh\left(\frac{\omega}{4T}\right)$$

$$\rho_2 = -\left\{ \frac{1}{4} \sqrt{\omega^2 - 4\eta^2} + \frac{\mu^2}{\sqrt{\omega^2 - 4\eta^2}} \right\} \frac{\eta^2}{\pi^2 \omega} \tanh\left(\frac{\omega}{4T}\right)$$

ただし  $|\omega| \geq 2\eta$

(type II)

$$M_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{1}{2\omega} (\omega^2 - \eta^2) - \mu \right)^2 \left\{ \tanh\left(\frac{\omega^2 - \eta^2}{4\omega T}\right) + \tanh\left(\frac{\omega^2 + \eta^2}{4\omega T}\right) \right\}}$$

(type III)

$$M_3 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\rho_3 + \rho_4}$$

ここで

$$\rho_3 = \frac{1}{2\omega} (\omega^2 - \eta^2) - \mu \left\{ \tanh\left(\frac{\omega^2 - \eta^2}{4\omega T}\right) + \tanh\left(\frac{\omega^2 + \eta^2}{4\omega T}\right) \right\}$$

$$\rho_4 = \frac{1}{4} (\omega - 2\mu)^2 \tanh\left(\frac{\omega}{4T}\right)$$

(type IV)

$$M_4 = \sqrt{\frac{1}{8\pi^2} (\omega - 2\mu)^2 \tanh\left(\frac{\omega}{4T}\right)}$$

これを、Fig 1～Fig 4 に示す。これらの図は、化学ポテンシャルが 100 MeV、それぞれ温度が 6.9[MeV] (赤)、6.9 [MeV] (青、相転位点付近) の時の質量スペクトルである。

### References

- [ 1 ] D.Bailin and A.Love , Phys.Rep.107,325 (1984)
- [ 2 ] M.Iwasaki and T.Iwado , Phys.Lett.B350,163(1995)
- [ 3 ] M.Alford,K.Rajagopal,and F.Wilczek , Phys.Lett.B422,247(1998)
- [ 4 ] R.Rapp,T.schäfer,E.V.Shuryak,and M.Velkovsky , Phys.Rev.Lett.81,53 (1998)



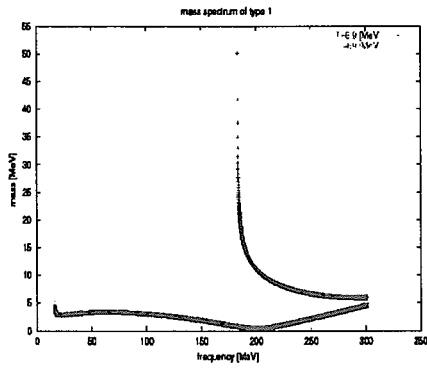


Fig.1 Type I

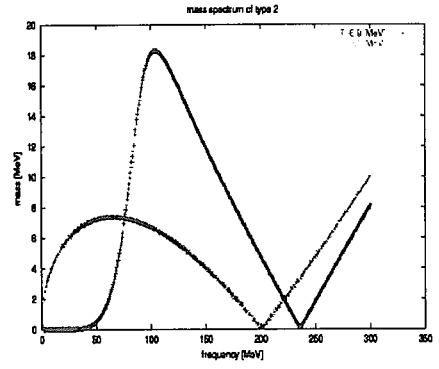


Fig.2 Type II

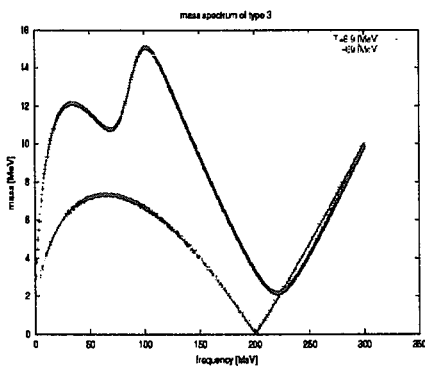


Fig.3 Type III

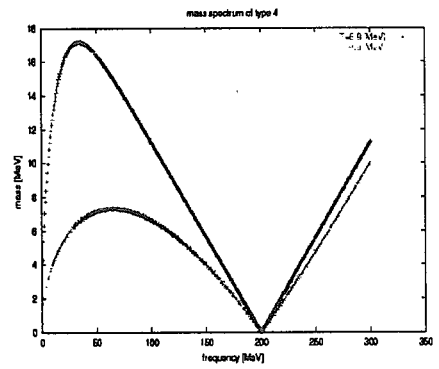


Fig.4 Type IV



## 25 *Supernova and r-process simulations with relativistic EOS table*

住吉光介 (理化学研究所) \*

### Abstract

We study the neutrino-driven wind from the proto-neutron star by the general relativistic hydrodynamical simulations.

We examine the properties of the neutrino-driven wind to explore the possibility of the r-process nucleosynthesis. The numerical simulations with the neutrino heating and cooling processes are performed with the assumption of the constant neutrino luminosity by using realistic profiles of the proto-neutron star (PNS) as well as simplified models. The dependence on the mass of PNS and the neutrino luminosity is studied systematically. Comparisons with the analytic treatment in the previous studies are also done. In the cases with the realistic PNS, we found that the entropy per baryon and the expansion time scale are neither high nor short enough for the r-process within the current assumptions. On the other hand, we found that the expansion time scale obtained by the hydrodynamical simulations is systematically shorter than that in the analytic solutions due to our proper treatment of the equation of state. This fact might lead to the increase of the neutron-to-seed ratio, which is suitable for the r-process in the neutrino-driven wind. Indeed, in the case of massive and compact proto-neutron stars with high neutrino luminosities, the expansion time scale is found short enough in the hydrodynamical simulations and the r-process elements up to  $A \sim 200$  are produced in the r-process network calculation.

### 1) はじめに

r プロセス (rapid neutron-capture process) は宇宙における重元素合成の重要な過程の一つとして考えられているが、r プロセスが宇宙のいつどこで起きたのかは現在でも明らかにはなっていない。超新星爆発がもっとも有力な候補として考えられているのだが、それでも超新星爆発の際にいつどこで起きたのかという点は今でも明確には答えられていない。その原因は超新星爆発のメカニズム自体が明らかになっていないことや極限状態での核物理が明らかになっていないということの両面にあり、これらを同時に注意深く調べて行く必要がある。我々はこれまでの相対論的核子多体理論による研究で得た核物理を武器に超新星爆発の一貫した数値シミュレーションを行うことにより、超新星爆

発と r プロセス元素合成の両問題の解明をすべく、原子核・宇宙物理の両面から研究を進めている。本報告では超新星爆発の際に誕生する原始中性子星の表面で起こるニュートリノ風という質量放出に関して、数値流体シミュレーションを行って、そこで r プロセスが起こりうるかどうかを調べた研究について報告したい。詳細については[1]を参照していただきたい。

## 2) ニュートリノ風

太陽質量の10倍以上の質量を持つ大質量星の進化の最後には、中心に鉄のコアが形成される。このコアがやがて重力崩壊を起こし、超新星爆発につながると考えられている。重力崩壊の結果、中心には高温高密度の天体が形成される。これが誕生したばかりの中性子星、原始中性子星である。この時点の中性子星はまだ温度が高くニュートリノをたくさん含んでいる。コアバウンスから約20秒程度の間ニュートリノが熱エネルギーを持って放出され、それが超新星ニュートリノとして観測されるわけだが、その一部は原始中性子星の表面を暖めることに寄与し、重力ポテンシャルから逃げ出すのに必要な運動エネルギーを得て、わずかではあるが物質が表面から外に放出される。このニュートリノ加熱によるわずかな質量放出がニュートリノ風と呼ばれる現象である。この質量放出自体は内部からのニュートリノ放出があるかぎり起きることはほぼ間違いないが、問題はこのニュートリノ風の中で r プロセスが起きるかどうかがである。質量放出の際に膨張する物質の組成、温度、密度の時間変化がどのようになっているのかが鍵を握っているわけであるが、それには原始中性子星やニュートリノ放出の性質がどうなっているのかを押さえた上で、星表面の流体運動の時間発展を調べる必要がある。

## 3) 数値シミュレーションによる結果

我々は一般相対論的流体力学の計算コード[2]にニュートリノによる加熱・冷却や物質の組成の変化を組み込んだ計算コードを新たに開発した。核物質の状態方程式として昨年の研究会でも報告した相対論的状态方程式テーブルを採用した。この相対論的状态方程式は不安定核の性質や核物質の飽和性を再現することで成功を納めている相対論的多体理論に基づいて得られたものである。超新星爆発シミュレーション用にデータが整備されているもので、広い範囲の密度・温度・組成をカバーしている。今回の計算でも原始中性子星の構造から表面まで、さらには物質放出による膨張までカバーすることにより、一貫した計算が可能になっている。[3,4]

図1はニュートリノ風の流体シミュレーションの一例である。原始中性子星の表面の流体素片がニュートリノにより暖められて、膨張しながら放出されている様子を示している。我々はシミュレーションの結果得られる膨張の様子(温度・密度などの時間の関数)を基に元素合成のネットワーク計算を行い、r プロセス元素合成が起こるかどうかを調べた。その時の一つの鍵となるのは膨張の時間スケールである。膨張が非常に速ければ、r プロセスの種となる元素の割合が小さく、中性子が多く余っている状態になり重元素を作る r プロセスには有利である。我々の数値シミュレーションの結果はこれま

で考えられてきていた膨張の時間スケールよりも、かなり短い時間スケールで物質が放出されることを示しており、 $r$ プロセスが起きる条件としては有利な方向にあることが明らかになった。

図2は数値シミュレーションから得た流体素片の密度・温度の時間変化を $r$ プロセス元素合成ネットワークに組み込み、元素合成量を求めた結果である。半径が小さく重い中性子星で強いルミノシティのニュートリノが放出される場合には、観測による $r$ プロセス元素組成比に見られる2番目のピーク（質量数130付近）から3番目のピーク（質量数195付近）までの元素を十分作り得るということが、数値シミュレーションから直接明らかになった。

今後は、これらの結果をふまえて、別途得られている原始中性子星冷却の数値シミュレーションによるニュートリノ放出の時間変動と組み合わせた数値シミュレーションを行い、超新星爆発の各イベントに対応する総元素合成量がどうなっているのかを求めていき、様々な質量の星を起源とする元素合成を足しあわせて宇宙の進化とともに元素がどのように作られてきたのかを探りたいと考えている。また極限状況下のハドロン科学とのつながりの観点からは原始中性子星の質量や半径が $r$ プロセス元素合成の条件を決めるのに大きな役割を果たしている点が興味深いと思われる。

上記の一連の研究はH. Shen、親松和浩、寺澤真理子、大槻かおり、鈴木英之、山田章一、G. Mathews、梶野敏貴、谷畑勇夫、土岐博（敬称略）などの多くの方々と共同で行っているもので、これまで共同研究を続けてこられたことを、ここに改めて感謝いたします。

\* sumi@postman.riken.go.jp（2000年4月1日より沼津高専）

## Reference

- [1] K. Sumiyoshi, H. Suzuki, K. Otsuki, M. Terasawa and S. Yamada, Pub. Astron. Soc. J. (2000) in press; astro-ph/9912156.
- [2] S. Yamada, Astrophys. J. 475 (1997) 720.
- [3] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, Nucl. Phys. A637 (1998) 435.
- [4] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, Prog. Theor. Phys. 100 (1998) 1013.

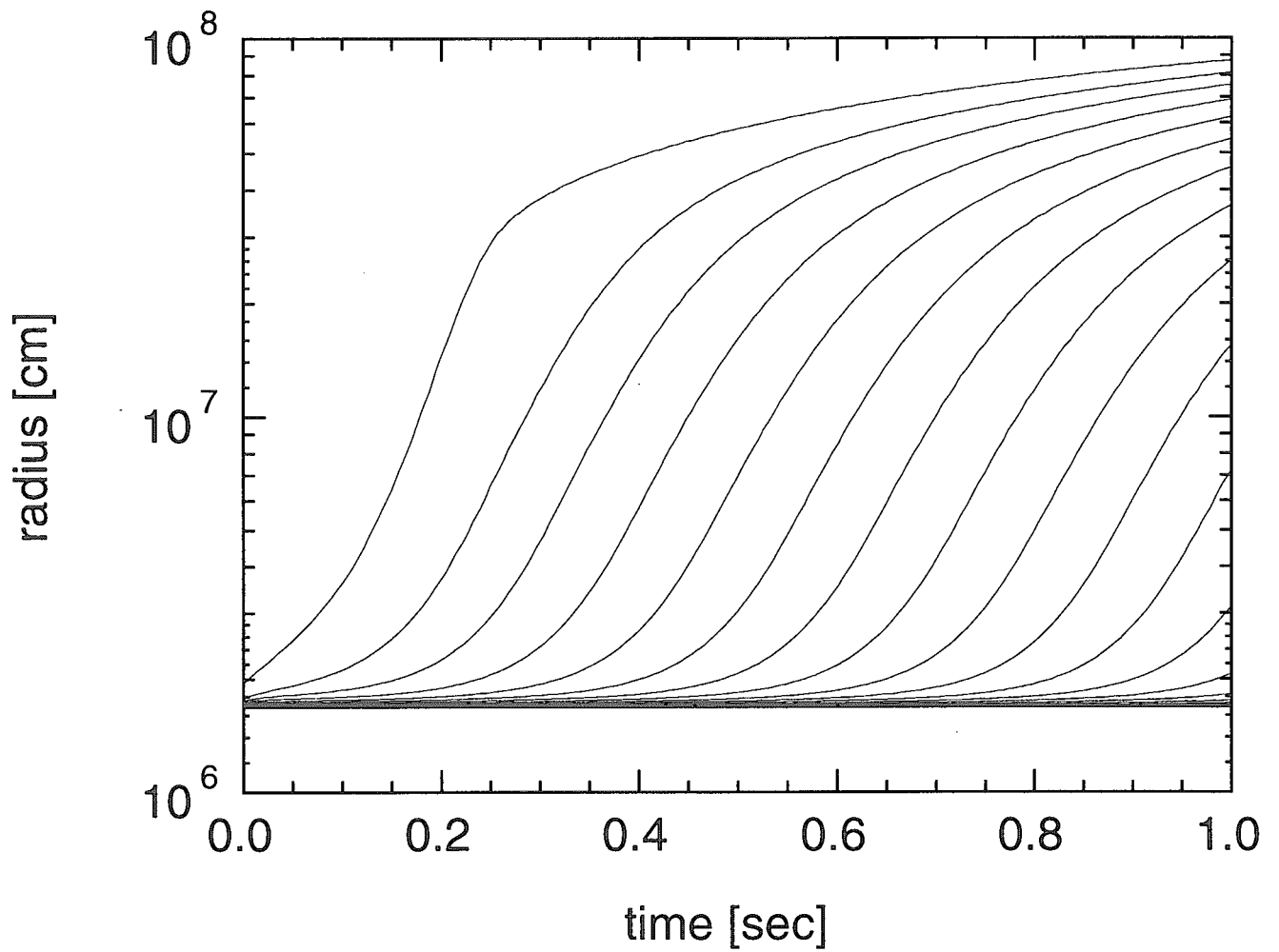


Fig. 1: Trajectories of mass elements in hydrodynamical simulations of neutrino-driven wind are displayed as functions of time.

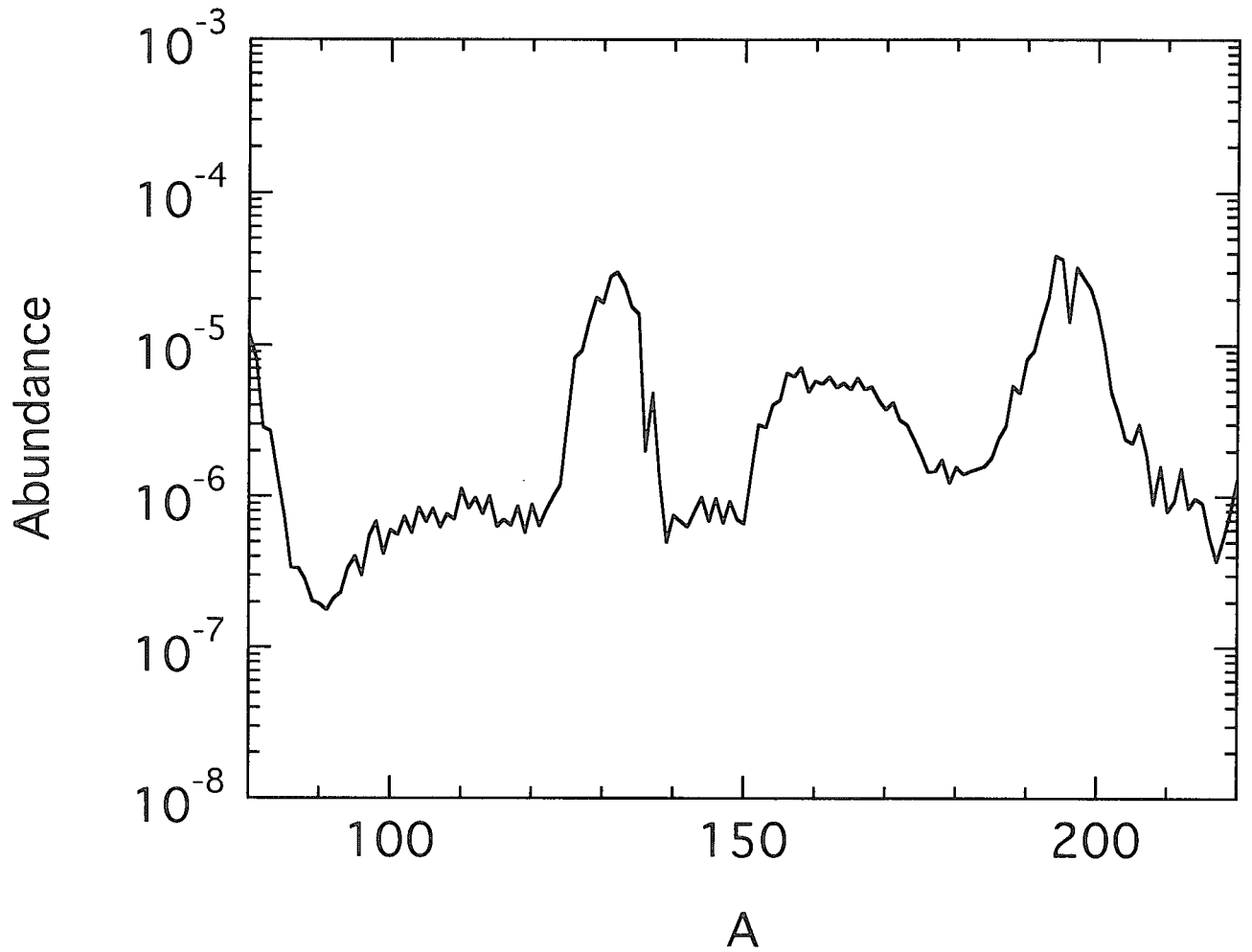


Fig. 2: Calculated abundance of the r-process elements is displayed as a function of the mass number



## 26 超新星爆発で生成される不安定核の半減期 Half-Lives of Unstable Nuclei Produced in Supernovae

望月優子  
理化学研究所 RI ビーム科学研究室

Yuko MOCHIZUKI  
RI-Beam Science Lab., RIKEN, Hirosawa 2-1, Wako, Japan 351-0198

### Abstract

The half-life of an unstable nucleus measured in laboratory cannot always be applied directly to astrophysical situation, in particular to situation under a supernova. This comes from the difference of ionization states of the nuclei: The half-life values measured in laboratories are for neutral atoms, while nuclei can be highly ionized in supernovae or in young supernova remnants.  $^{44}\text{Ti}$  is such an example: The decay of highly ionized  $^{44}\text{Ti}$  atoms is retarded, since  $^{44}\text{Ti}$  decays by electron capture only. Here I summarize this ionization effect on the yield of  $^{44}\text{Ti}$  produced in a supernova explosion. Details are found in Mochizuki *et al.*, *Astronomy and Astrophysics*, **346**, 831 (1999). I also mention the internal conversion for  $^{44}\text{Ti}$  decays and point out other examples of unstable nuclei which decays are needed to be investigated from the viewpoint of ionization or excitation in the universe.

### 1 $^{44}\text{Ti}$ Ionization Effect on Its Initial Abundance

Radioactive isotopes such as  $^{44}\text{Ti}$  probably offer the most direct probe into nucleosynthesis environments in the interior of exploding stars, when the associated  $\gamma$ -ray activities in the explosion remnant are detected and translated back to the isotopic abundances at the time of the explosion. In this article, we assert that the procedure may not necessarily be straightforward in the case of  $^{44}\text{Ti}$ , an orbital-electron capture decay isotope.

The binding energy of the K-shell electrons of  $^{44}\text{Ti}$  was calculated to be 6.6 keV. Hence, it is obvious that  $^{44}\text{Ti}$  is fully ionized when it is synthesized in a supernova explosion. After the explosion, the temperature of the ejected material decreases rapidly due to adiabatic cooling as the ejecta freely expands. Consequently, it is expected that the freshly synthesized nuclei become neutral within about 1000 sec.

There is a possibility that  $^{44}\text{Ti}$  re-ionizes, however. This is due to reverse-shock heating. The reverse shock is produced by high pressure behind the blast-wave shock interacting with the surrounding circumstellar medium. The reverse shock goes back into the ejecta and heats up and ionizes it during the free-expansion phase on the evolutionary course of a supernova remnant.

Using the analytic model of McKee & Truelove (1995) for young supernova remnants, and assuming the existence of overdense  $^{56}\text{Fe}$ -dominated clumps that also contain  $^{44}\text{Ti}$ , we showed that a high degree of ionization may be caused by reverse shock, so that the

electron-capture rate of  $^{44}\text{Ti}$  can be significantly reduced from its laboratory value. Note that the decay rate measured in laboratories is for neutral atoms.

The nuclear  $\gamma$ -rays from  $^{44}\text{Ti}$  decay have been detected by COMPTEL experiments on the CGRO satellite from Cassiopeia A (Cas A), a nearby supernova remnant. The  $\gamma$ -ray flux detection has a strong impact, since we can test the theories of collapse-driven supernova explosions through conversion of the flux into the initial abundance of  $^{44}\text{Ti}$  at the time of the explosion, employing the values of the decay rate, the distance, and the age of Cas A. The inferred “observed” amount of  $^{44}\text{Ti}$  at the explosion has appeared higher than expected from theories. It is interesting, therefore, to investigate whether the COMPTEL observations reflect the effects of an increased lifetime of  $^{44}\text{Ti}$  because of temporary and partial ionization in the supernova remnant.

In order to estimate the observable consequences of the reduced  $\beta$ -decay rates, one has to recall that the measurable  $\gamma$ -ray activity per (normalized) unit mass of the remnant is the product of the current  $\beta$ -decay rate and the current abundance,  $n(t)\lambda_{\text{eff}}(t)$ . Fig. 1 illustrates the  $^{44}\text{Ti}$  radioactivity observable at time  $t$  (“age” in years) relative to the case that assumes no reduction of the  $\beta$ -decay rate. In the figure, the abscissa  $q$  shows the relative mass coordinate within the ejecta.

In conclusion, we found that under certain conditions the ionization of  $^{44}\text{Ti}$  and the corresponding delay of its decay can yield up to three times higher  $^{44}\text{Ti}$  activity at the present time than predicted on the grounds of the laboratory decay rate. This effect is large enough to reduce the apparent discrepancies between the  $^{44}\text{Ti}$  production in the explosion inferred from the COMPTEL  $\gamma$ -line measurements and the theoretical predictions from the current supernova nucleosynthesis models. This possibility is, however, subject to various uncertainties, and particularly to the unknown properties and radial distribution of the clumps in the ejecta.

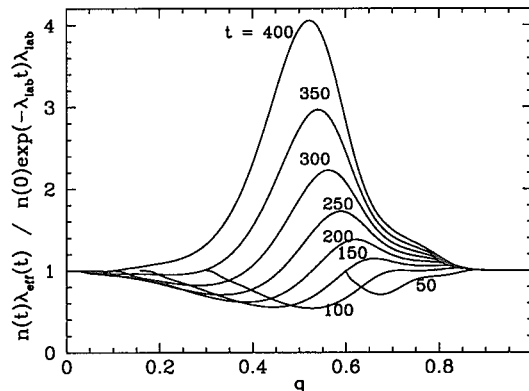


Figure 1: The  $^{44}\text{Ti}$  radioactivity observable at time  $t$  (“age” in years) relative to the case that assumes no reduction of the  $\beta$ -decay rate, as a function of the mass coordinate,  $q$ , within the ejecta.



Table 1: Examples of unstable nuclei which half-lives under astrophysical situation may not be the same with those in laboratories

decay	
$^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co}$	Q=416 keV; 100% electron capture
$^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$	63% of branching is electron capture only
$^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$	Decay from the first excited ( $0^+$ ) state may be possible
$^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{48}\text{V}$	Fully ionized atoms are stable if electron mass is taken into consideration

## 2 Internal Conversion for $^{44}\text{Ti}$ Decay Chain

At the workshop a question of internal conversion for the above problem has arisen.  $^{44}\text{Ti}$  decays ( $t_{1/2} = 60$  yrs for neutral atoms) almost uniquely to the 2<sup>nd</sup> excited state of  $^{44}\text{Sc}$ , followed immediately by the almost unique  $\beta^+$  decay of  $^{44}\text{Sc}$  ( $t_{1/2} = 4$  h) to the 1.156 MeV excited state of  $^{44}\text{Ca}$ . It is the 1.156 MeV de-excitation line that has been observed by the COMPTEL telescope from Cas A.

According to Alburger and Warburton (1988), the internal conversion coefficients for K-shell electrons for  $^{44}\text{Sc}$  decays are at most  $\sim 0.07$  (for 67.8 keV  $\gamma$ -rays). The K-shell internal conversion coefficient for E2 transition of  $^{44}\text{Ca}$ , corresponding to the 1.156 MeV  $\gamma$ -rays, is estimated to be less than  $10^{-4}$ .

The internal conversion does not come into the present problem by the following reasons: First, we are considering  $^{44}\text{Ti}$  nuclei which are in the ground states. Note that the first excited state of  $^{44}\text{Ti}$  is located at 1.082 MeV (i.e., above  $10^{10}$  K). Second, the half-life of  $^{44}\text{Sc}$  is too short compared with the half-life of  $^{44}\text{Ti}$ . Moreover, the decay from  $^{44}\text{Sc}$  to  $^{44}\text{Ca}$  is governed by positron emission rather than electron capture. Finally, the internal conversion coefficient for the transition of the de-excitation 1157 keV line of  $^{44}\text{Ca}$  is negligible as mentioned before.

## 3 Other Examples

In Table 1 we summarize other examples of unstable nuclei which half-lives under astrophysical situation may not be the same with those in laboratories.

## References

- 0) Y. Mochizuki, K. Takahashi, H.-Th. Janka, W. Hillebrandt, and R. Diehl: A&A **346**, 831 (1999)
- 1) C. F. McKee and J. K. Truelove: Phys. Rep. **256**, 157 (1995)
- 2) D.E. Alburger and E. K. Warburton: Phys Rev. **C38**, 1843 (1988)



## 27 超新星爆発元素合成における核物質の液相・気相相転移の役割

北大理

大西 明、石塚知香子

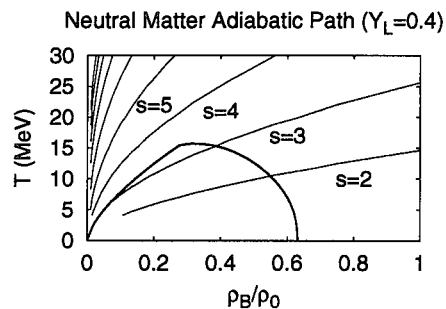
## ON A POSSIBLE IMPORTANCE OF NUCLEAR LIQUID-GAS PHASE TRANSITION IN SUPERNOVA NUCLEOSYNTHESIS

Akira Ohnishi and Chikako IshizukaDivision of Physics, Graduate School of Science,  
Hokkaido University, Sapporo 060-0810, Japan

The mechanism of nucleosynthesis for heavy-elements is still under discussion. In 1960's, two major processes were proposed. One of them is the slow neutron capture process (*s*-process), and the other is the rapid neutron capture process (*r*-process). The former produces stable nuclei upto  $^{209}\text{Bi}$ , and the latter produces various stable and unstable nuclei as remnants of weak decays from preformed neutron-rich nuclei. Thus it is widely believed that the synthesis of heavy-elements in the universe can be explained by these two processes.

However, within the above scenarios, there is no path to produce *heavy proton-rich unstable nuclei*, such as  $^{196}\text{Hg}$ ,  $^{190}\text{Pt}$  and  $^{162}\text{Er}$ , which are naturally existing. In addition, it is not well known theoretically in which condition the *r*-process occurs. Therefore, it is still valuable to consider other possible mechanisms to produce heavy-elements.

We here consider a possibility of early formation of various fragments through nuclear liquid-gas phase transition during the supernova explosion (LG process), as a pre-process of rapid neutron captures. This LG pre-process may be preferable, because fragment yields approximately follows the power law behavior ( $\propto A^{-\tau}$ ), thus it effectively produces heavy elements. Actually, the background yield in cosmic abundance (except for *s*- and *r*-process peaks) can be well fitted by a power law behavior with the exponential tail from iron. In addition, unstable nuclei including proton-rich ones can be also produced at a certain rate at high temperatures.



**Figure:** Adiabatic paths of free neutral matter at the lepton-to-baryon ratio  $Y_L = 0.4$ . Entropy per baryon is specified for  $s = S/B = 2, 3, 4$  and 5. Thick curve shows the nuclear matter spinodal region calculated with the Skyrme-type soft interaction.

In order to verify the possibility of this LG pre-process, we have made a simple model calculation of adiabatic path (isentropes) in supernova matter evolution. In this calculation, we have ignored nuclear potential effects and have assumed that the lepton-to-baryon ratio is conserved. The figure shows that the adiabatic paths hit spinodal region at  $S/B = (2 - 3.5)$ , thus we can expect that the multifragmentation of bulk neutron-rich ( $Z/A \simeq Y_L \simeq 0.4$ ) matter would happen at these entropies. In a more realistic hydrodynamical simulation of prompt supernova explosion [1,2], the entropies are in the range of  $S/B = (2 - 10)$  in the early stage, and hydrodynamical paths really pass through the spinodal region.

In summary, a new mechanism, LG process, is considered as a pre-process of the rapid neutron capture process. From a simple model calculation of the adiabatic paths in supernova matter, it seems probable that the LG process would affect the supernova nucleosynthesis to some extent. Of course, it is necessary to estimate other effects such as hydrodynamical and EOS effects in the gravitation, the isospin dependence of critical temperature [3], and the fragment formation process, in a more realistic manner. The work in this direction is in progress.

- [1] K. Sumiyoshi, private communication; K. Sumiyoshi et al., astro-ph/9912156.
- [2] H. Shen et al., Nucl. Phys. A637 ('98), 435.
- [3] Ph. Chomaz, F. Gulminelli, Phys. Lett. B447 ('99), 221.



## 28 原子力システムと宇宙における核反応の比較

### Comparison between Nuclear Reactions in Nuclear Power Systems and in the Cosmos

大崎 敏郎、井頭 政之  
東京工業大学 原子炉工学研究所

T.Ohsaki, M.Igashira  
*Research Laboratory for Nuclear Reactors, Tokyo Institute of Technology,  
O-okayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8550, Japan*

#### Abstract

Similarities exist between nuclear reactions in nuclear power systems and in the cosmos. In this study, we have shown an example: a similarity between the production/transmutation reactions of fission products in a fast breeder reactor(FBR) and those of the s-process nucleosynthesis in a star. The energy and density of neutrons in an FBR core are close to those in an s-process operating star. It was also found that the idea of nuclear statistical equilibrium was useful in obtaining a global understanding of the similarities.

## I. 背景

この地球上での現象の殆どは、電磁相互作用(化学反応)と重力相互作用によって支配されていると言っている。原子力システムは核力(核反応)によりエネルギーを取り出しているため、地上では人工的な現象と考えられがちである。一方、宇宙に目を移せば殆どの現象は、恒星の誕生、燃焼、超新星爆発等のように、核力と重力相互作用によって支配されている。宇宙において核反応は、豊富な形態で存在し、自然な現象と言える。そして、地上の原子力システムにおける核反応は、宇宙に存在する豊富な核反応の模倣に過ぎないと言えないだろうか。

この原子力システムにおける核反応と宇宙における核反応の類似性は、以前から指摘されている。恐らく最初にその類似性に気付いたのは、G.Gamow であろう。Gamow は、いわゆる Big-Bang 元素合成理論( $\alpha$   $\beta$   $\gamma$  理論)を 1948 年に発表している[1]。彼は、原子炉の遮蔽材候補選びとして各元素の中性子捕獲断面積を眺めているときに、この理論を思いついた[2]。他の類似性の例としては、核融合炉が挙げられる。これは明かに、地上における太陽の再現である。

今回取り上げる、高速増殖炉(FBR)内での核分裂生成物(FP)の生成/消滅反応と恒星内 s-過程元素合成反応もその類似性の 1 例であると考えられる。

## II. FBR 内 FP 生成/変換反応と恒星内 s-過程元素合成反応の比較

FBR 内と s-過程の起こっている恒星内の環境は、特に中性子に関しては、表 1 に示すようにエネルギー、密度とも非常に近い。中性子のエネルギーは FBR で  $\sim 100\text{keV}$ 、s-過程で  $\sim 30\text{keV}$  である。また中性子密度は FBR で  $\sim 2 \times 10^6/\text{cm}^3$ 、s-過程で  $\sim 2 \times 10^8/\text{cm}^3$  である。また表 1 より、反応に寄与する元素の種類も似ていることが分かる。FBR 中の FP はおよそ  ${}^{23}\text{V} \sim {}^{71}\text{Lu}$ 、s-過程ではおよそ  ${}^{26}\text{Fe} \sim {}^{83}\text{Bi}$  である。FBR 内 FP 生成/変換反応チェーンを図 1(a)に、恒星内 s-過程元素合成反応の反応チェーンを図 1(b)[3]に示す。中性子環境、寄与する元素の種類が似ていることから、当然の如く、両者の反応チェーンは類似したものとなる。いずれも安定核領域を通った経路となる。

表 1. 中性子に注目した FBR 内 FP と s-過程の比較

	FBR	s-過程
中性子エネルギー[keV]	$\sim 100$	$\sim 30$
中性子密度[ $\text{cm}^3$ ]	$\sim 2 \times 10^6$	$\sim 2 \times 10^8$
元素	${}^{23}\text{V} \sim {}^{71}\text{Lu}$	Fe 族 $\sim {}^{83}\text{Bi}$
燃焼期間[year]	$\sim 1$	$\sim 1000$

ここで、FBR 内の FP の反応チェーンは、次の約束に従ってプロットした。すなわち  $\beta$  崩壊の寿命が中性子捕獲による核変換の寿命より十分短い FP 核種は、反応チェーンから除いた。図 1(a)中の空白の四角で書かれた核種が除かれた FP である。

核分裂収率の整合性を保つため、それら  $\beta$  崩壊短寿命 FP の核分裂収率は、同じ  $\beta$  崩壊系列中の  $\beta$  崩壊長寿命 FP または安定 FP である娘核の核分裂収率に繰り込んだ。本研究では、中性子捕獲核変換の寿命と比較して  $\beta$  崩壊が短寿命であることの基準として、半減期  $T_{1/2} \leq 0.1$  年とした。

このように、FBR と s-過程の起こっている恒星とは中性子の観点からは非常に類似している。しかし、両者の間で大きく異なるのはその反応(燃焼)期間である。FBR では高々 1 年であるが、s-過程では 1000 年以上もある。従って、本来ではそれぞれの反応後の核種の分布は、残念ながら似たものとはならない。そこで本研究では、FBR の燃焼期間を十分長くとり平衡状態に達するまで計算を行ない、文献中の s-過程の計算結果との比較を行った。

FBR の燃焼計算は、1 群近似により行った。炉体系はナトリウム冷却金属燃料 ( $\phi = 10^{15}\text{n/cm}^2 \cdot \text{s}$ 、 $P = 2.5\text{GW}_{\text{th}}$ ) を仮定した。核分裂収率は、FBR 中の全核分裂の約 70% を担う  ${}^{239}\text{Pu}$  のみを考慮し、収率値は文献[4]によった。また中性子断面積は文献[5]を参照した。およそ 10000 年の連続燃焼で平衡に至った。

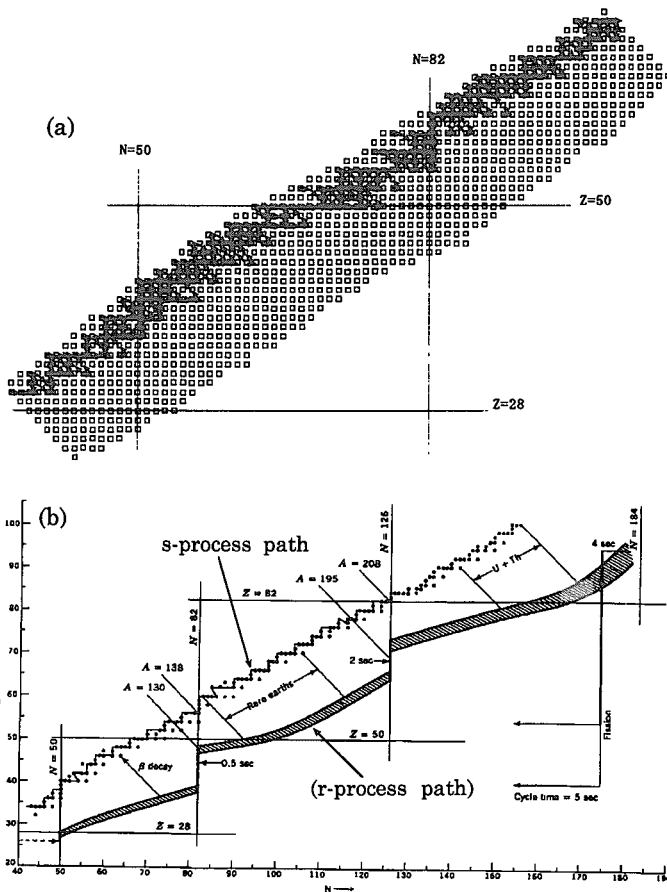


図 1. FBR 内の FP 反応チェーン(a)と  
恒星内 s-過程反応チェーン(b)の比較

図 2 に、平衡状態における FBR 内での FP 分布と s-過程元素分布[6]の比較を示す。いずれの分布も 1 に規格化してあるが、質量数  $A > 80$  ではほぼ一致していることが分かる。いずれの分布でも中性子

魔法数  $N=50, 82$  に強いピークがあり、陽子魔法数  $Z=50$  においてもピークが存在する。s-過程では Fe 族元素を種核とするので、 $A < 60$  の存在度が多い。また、FBR 内では核分裂により  $A=90, 140$  を中心に元素が常に供給されるため、 $N=82$  に相当するピークの存在度が s-過程のものよりも強くなっていることが分かる。

このケースも、地上における原子力システム内の核反応が、宇宙での核反応と類似している例となることが分かった。

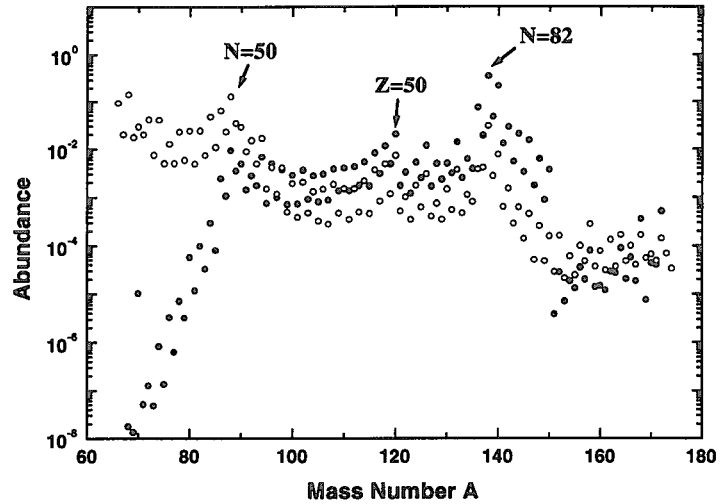


図 2. 平衡時における FBR 内 FP 分布(●)と s-過程合成元素分布(○)の比較

### III. 核的統計平衡に基づいた類似性についての考察

ここまで、幾つか原子力システム中の核反応と宇宙における核反応の類似性を見てきた。ところで、宇宙における元素合成過程は、核的統計平衡(Nuclear Statistical Equilibrium : NSE)の概念を用いて分類出来ることが分かってきている[7]。温度が  $T$  で、初期の陽子と中性子の数密度比が  $Y_p / Y_n$ 、バリオン密度が  $\rho$  である NSE 状態においては、質量数  $A$ 、原子番号  $Z$  の核種の存在比  $Y(A, Z)$  は

$$Y(A, Z) = G(A, Z) \cdot \left[ \zeta(3)^{A-1} \cdot \pi^{(1-A)/2} \cdot 2^{(3A-5)/2} \right] \cdot A^{3/2} \cdot \left( \frac{kT}{m_N c^2} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \cdot \phi^{1-A} \cdot Y_p^Z \cdot Y_n^N \cdot e^{\frac{B(A, Z)}{kT}} \quad (1)$$

で表される。ここで、 $\zeta(3)$  は 3 次のリーマンのツェータ関数、 $k$  はボルツマン定数、 $m_N$  は核子の質量、 $c$  は光速、 $B(A, Z)$  は結合エネルギーである。また  $G(A, Z)$  と  $\phi$  はそれぞれ核分配関数と、光子-バリオン数比であり、

$$G(A, Z) = \sum_i (2J_i + 1) \cdot e^{-E_i / kT} \quad (2)$$

$$\phi = \frac{n_\gamma}{n_B} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{g_\gamma}{(\hbar c)^3} \cdot \frac{\zeta(3) \cdot (kT)^3}{\rho \cdot N_A} \quad (3)$$

とそれぞれ表される。ここで、 $J_i, E_i$  は、第  $i$  励起状態のスピンの励起エネルギー、 $g_\gamma$  は光子のヘリシティ、 $\hbar$  はプランク定数、 $N_A$  はアボガドロ数である。このように、NSE 状態においては各核種の存在比は反応断面積に依存せずに、3 つのパラメーター  $T, Y_p / Y_n, \rho$  (あるいは  $\phi$  でも同値) のみで決定される。実際の宇宙における元素合成時においては、厳密に NSE 状態が成立している場合は殆どなく、s-過程の場合では Falling Short of NSE、r-過程では Freezeout from NSE となっている[7]。原子力システム内での核反応についてもこの NSE もしくは Falling Short of NSE、Freezeout from NSE を用いて分類してみることは、興味のあることである。表 2 に、NSE に基づいた宇宙での核反応(自然)と原子力システムでの核反応(人工)の予想対応表を示す。ビッグ・バン元素合成は、宇宙初期

の熱平衡状態からの断熱膨張がもとになっているので、明かに Freezeout from NSE であるが [8]、これは Gamow が指摘したように FBR または水爆と対応するであろう。恒星内の通常の燃焼(熱核融合反応)は NSE であるが、核融合炉がその対応物と考えて良いだろう。s-過程は Falling Short of NSE であるが、これは本研究で既に示したように FBR 内の FP の生成/変換が対応している。r-過程は Freezeout from NSE であるが、原子力システムにこれの対応物は見当たらない。しかし、r-過程が宇宙で恐らく唯一 Th、U を合成する過程であることから、FBR 中での燃料増殖と対応できないだろうか。あと、NSE とは無関係であるが、参考のためオクロ天然炉と原子力システムにおける熱炉も挙げておく。

現在のところ、表 2 の対応予想の確認は出来ていない。本研究では、その途中経過の 1 例として、NSE 分布と FBR の FP 平衡分布との比較を図 3 に示す。計算には半減期が 1sec 以上の核種を考慮した。NSE の 3 つのパラメーターは、 $T=5 \times 10^9 \text{K}$ 、 $Y_p/Y_n=0.5$ 、 $\phi=10^3$  とした。NSE 分布では  $N=50$  と  $Z=50$  の魔法数あたりのピークは再現されているが、 $N=82$  の魔法数のピークは再現出来ていない。先にも述べたように、s-過程の対応物である FBR 中の FP 分布を再現するためには Falling Short of NSE を用いる必要があるであろう。

今後、Falling Short of NSE 及び Freezeout from NSE 等の計算を行い、原子力システムにおける核反応と宇宙における核反応の対応を調べていく予定である。

#### IV. まとめ

原子力システムにおける核反応と宇宙における核反応との間には、類似性が存在する。本研究により、特に FBR 内での FP の生成/変換反応と恒星内 s-過程元素合成反応の間に類似性があることが確認できた。

また核的統計平衡(Nuclear Statistical Equilibrium : NSE)の概念を用いると、これらの類似性の関係を統一的に記述することの出来る可能性があることが分かった。

表 2. NSE の概念に基づいた、宇宙での元素合成反応(自然)と原子力システムでの核反応(人工)の予想対応表

宇宙での元素合成 (自然)	Nuclear Statistical Equilibrium (NSE)	原子力システム (人工)
ビッグ・バン 元素合成	Freezeout from NSE	(FBR, 水素爆弾) G. Gamow
熱核融合反応 (p-p チェイン)	NSE	核融合炉
s-過程	Falling Short of NSE	FBR の FP 生成/変換
r-過程	Freezeout from NSE	(FBR の 燃料増殖)??
オクロ天然炉		熱炉

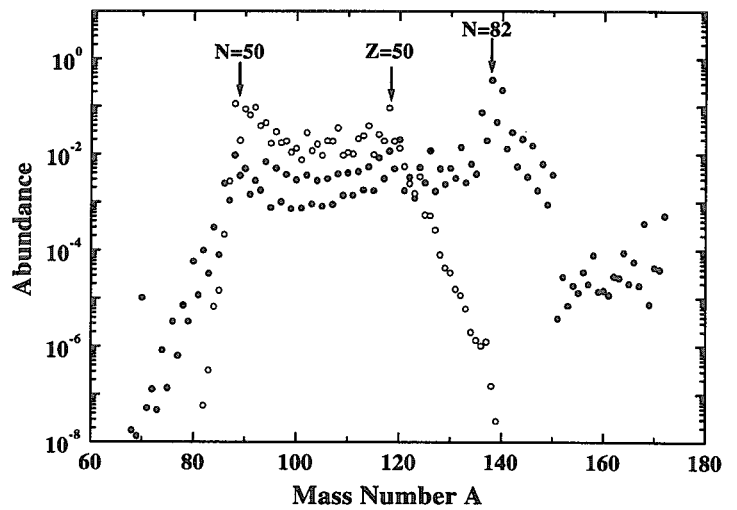


図 3. 平衡時の FBR 内の FP 分布(●)と NSE 分布(○ :  $T=5 \times 10^9 \text{K}$ 、 $Y_p/Y_n=0.5$ 、 $\phi=10^3$ )の比較

## 参考文献

- [1] R.A.Alpher, H.Bethe, and G.Gamow, *Phys.Rev.* **73**, 803 (1948).
- [2] F.Reines ed., *Cosmology, Fusion & Other Matters*, Colorado Associated University Press (1972).
- [3] P.A.Seeger, W.A.Fowler, and D.D.Clayton, *The Astrophys. J. Suppl.*, **11**, 121 (1965).
- [4] H.Ihara, *Tables and figures from JNDC nuclear data library of fission products, Ver. 2.* JAERI-M **89-204** (1989).
- [5] N.Takaki, *Dr. Thesis*, Tokyo Institute of Technology (1992).
- [6] J.W.Truran, I.Iben, Jr., *The Astrophys. J.* **216**, 797 (1977).
- [7] B.S.Meyer, *Annu.Rev.Astron.Astrophys.* **32**, 153 (1994).
- [8] M.S.Smith, L.H.Kawano, and R.A.Malaney, *The Astrophys. J. Suppl.*, **85**, 219 (1993).



# 国際単位系 (SI) と換算表

表1 SI基本単位および補助単位

量	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	s
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd
平面角	ラジアン	rad
立体角	ステラジアン	sr

表3 固有の名称をもつSI組立単位

量	名称	記号	他のSI単位による表現
周波数	ヘルツ	Hz	s <sup>-1</sup>
力	ニュートン	N	m·kg/s <sup>2</sup>
圧力, 応力	パスカル	Pa	N/m <sup>2</sup>
エネルギー, 仕事, 熱量	ジュール	J	N·m
工率, 放射束	ワット	W	J/s
電気量, 電荷	クーロン	C	A·s
電位, 電圧, 起電力	ボルト	V	W/A
静電容量	ファラド	F	C/V
電気抵抗	オーム	Ω	V/A
コンダクタンス	ジーメン	S	A/V
磁束	ウェーバ	Wb	V·s
磁束密度	テスラ	T	Wb/m <sup>2</sup>
インダクタンス	ヘンリー	H	Wb/A
セルシウス温度	セルシウス度	°C	
光度	ルーメン	lm	cd·sr
照射度	ルクス	lx	lm/m <sup>2</sup>
放射能	ベクレル	Bq	s <sup>-1</sup>
吸収線量	グレイ	Gy	J/kg
線量当量	シーベルト	Sv	J/kg

表2 SIと併用される単位

名称	記号
分, 時, 日	min, h, d
度, 分, 秒	°, ', "
リットル	l, L
トン	t
電子ボルト	eV
原子質量単位	u

1 eV = 1.60218 × 10<sup>-19</sup> J

1 u = 1.66054 × 10<sup>-27</sup> kg

表4 SIと共に暫定的に維持される単位

名称	記号
オングストローム	Å
バ - ン	b
バ - ル	bar
ガ	Gal
キュリー	Ci
レントゲン	R
ラ	rad
レ	rem

1 Å = 0.1 nm = 10<sup>-10</sup> m

1 b = 100 fm = 10<sup>-28</sup> m<sup>2</sup>

1 bar = 0.1 MPa = 10<sup>5</sup> Pa

1 Gal = 1 cm/s<sup>2</sup> = 10<sup>-2</sup> m/s<sup>2</sup>

1 Ci = 3.7 × 10<sup>10</sup> Bq

1 R = 2.58 × 10<sup>-4</sup> C/kg

1 rad = 1 cGy = 10<sup>-2</sup> Gy

1 rem = 1 cSv = 10<sup>-2</sup> Sv

表5 SI接頭語

倍数	接頭語	記号
10 <sup>18</sup>	エクサ	E
10 <sup>15</sup>	ペタ	P
10 <sup>12</sup>	テラ	T
10 <sup>9</sup>	ギガ	G
10 <sup>6</sup>	メガ	M
10 <sup>3</sup>	キロ	k
10 <sup>2</sup>	ヘクト	h
10 <sup>1</sup>	デカ	da
10 <sup>-1</sup>	デシ	d
10 <sup>-2</sup>	センチ	c
10 <sup>-3</sup>	ミリ	m
10 <sup>-6</sup>	マイクロ	μ
10 <sup>-9</sup>	ナノ	n
10 <sup>-12</sup>	ピコ	p
10 <sup>-15</sup>	フェムト	f
10 <sup>-18</sup>	アト	a

(注)

- 表1-5は「国際単位系」第5版, 国際度量衡局 1985年刊行による。ただし, 1 eV および 1 uの値は CODATA の1986年推奨値によった。
- 表4には海里, ノット, アール, ヘクタールも含まれているが日常の単位なのでここでは省略した。
- bar は, JISでは流体の圧力を表わす場合に限り表2のカテゴリーに分類されている。
- EC閣僚理事会指令では bar, barn および「血圧の単位」mmHgを表2のカテゴリーに入れている。

## 換算表

力	N (=10 <sup>5</sup> dyn)	kgf	lbf
	1	0.101972	0.224809
	9.80665	1	2.20462
	4.44822	0.453592	1

粘度 1 Pa·s (= N·s/m<sup>2</sup>) = 10 P (ポアズ) (g/(cm·s))

動粘度 1 m<sup>2</sup>/s = 10<sup>4</sup> St (ストークス) (cm<sup>2</sup>/s)

圧	MPa (=10 bar)	kgf/cm <sup>2</sup>	atm	mmHg (Torr)	lbf/in <sup>2</sup> (psi)
力	1	10.1972	9.86923	7.50062 × 10 <sup>3</sup>	145.038
	0.0980665	1	0.967841	735.559	14.2233
	0.101325	1.03323	1	760	14.6959
	1.33322 × 10 <sup>-4</sup>	1.35951 × 10 <sup>-3</sup>	1.31579 × 10 <sup>-3</sup>	1	1.93368 × 10 <sup>-2</sup>
	6.89476 × 10 <sup>-3</sup>	7.03070 × 10 <sup>-2</sup>	6.80460 × 10 <sup>-2</sup>	51.7149	1

エネルギー・仕事・熱量	J (=10 <sup>7</sup> erg)	kgf·m	kW·h	cal (計量法)	Btu	ft·lbf	eV
	1	0.101972	2.77778 × 10 <sup>-7</sup>	0.238889	9.47813 × 10 <sup>-4</sup>	0.737562	6.24150 × 10 <sup>18</sup>
	9.80665	1	2.72407 × 10 <sup>-6</sup>	2.34270	9.29487 × 10 <sup>-3</sup>	7.23301	6.12082 × 10 <sup>19</sup>
	3.6 × 10 <sup>6</sup>	3.67098 × 10 <sup>5</sup>	1	8.59999 × 10 <sup>5</sup>	3412.13	2.65522 × 10 <sup>6</sup>	2.24694 × 10 <sup>25</sup>
	4.18605	0.426858	1.16279 × 10 <sup>-6</sup>	1	3.96759 × 10 <sup>-3</sup>	3.08747	2.61272 × 10 <sup>19</sup>
	1055.06	107.586	2.93072 × 10 <sup>-4</sup>	252.042	1	778.172	6.58515 × 10 <sup>21</sup>
	1.35582	0.138255	3.76616 × 10 <sup>-7</sup>	0.323890	1.28506 × 10 <sup>-3</sup>	1	8.46233 × 10 <sup>18</sup>
	1.60218 × 10 <sup>-19</sup>	1.63377 × 10 <sup>-20</sup>	4.45050 × 10 <sup>-26</sup>	3.82743 × 10 <sup>-20</sup>	1.51857 × 10 <sup>-22</sup>	1.18171 × 10 <sup>-18</sup>	1

- 1 cal = 4.18605 J (計量法)  
 = 4.184 J (熱化学)  
 = 4.1855 J (15 °C)  
 = 4.1868 J (国際蒸気表)
- 仕事率 1 PS (仏馬力)  
 = 75 kgf·m/s  
 = 735.499 W

放射能	Bq	Ci
	1	2.70270 × 10 <sup>-11</sup>
	3.7 × 10 <sup>10</sup>	1

吸収線量	Gy	rad
	1	100
	0.01	1

照射線量	C/kg	R
	1	3876
	2.58 × 10 <sup>-4</sup>	1

線量当量	Sv	rem
	1	100
	0.01	1

