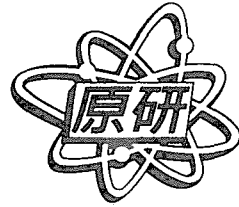


JAERI-Conf
2003-009



JP0350514



第5回「極限条件におけるハドロン科学」
研究会報告集
2003年3月18日～20日、東海研究所、東海村

2003年8月

(編) 丸山 敏毅・千葉 敏

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。
入手の問い合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越しください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-1195 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

This report is issued irregularly.
Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, 319-1195, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 2003

編集兼発行 日本原子力研究所

第5回「極限条件におけるハドロン科学」研究会報告集
2003年3月18日～20日、東海研究所、東海村

日本原子力研究所先端基礎研究センター
(編) 丸山 敏毅・千葉 敏

(2003年6月20日受理)

第5回「極限条件におけるハドロン科学」研究会は、先端基礎研究センター第258回基礎科学セミナーとして、極限ハドロン科学研究グループの主催で2003年3月18日から20日にかけて、東海研究所にて開催された。高密度核物質やハドロン構造、ハイパー核、中性子星、超新星爆発、元素合成、重イオン反応、クォーク物質、QCDなど多岐にわたるトピックスについて33件の研究発表と討論が約50名の参加者によって行われた。また、今回は極限ハドロン科学研究グループの総括と、次期の多体ハドロン系理論研究グループに向けての展望をも目的として行われた。本レポートはその報告書である。

本研究会の世話人は日本原子力研究所先端基礎研究センター 千葉敏、丸山敏毅、福島昌宏、宇都野穰、日本学術振興会・原研先端基礎研究センター 谷川知憲、信州大学 東崎昭弘、東京大学 初田哲男、京都大学 巽敏隆、日本大学 丸山智幸、福岡教育大学 松崎昌之、愛知淑徳大学 親松和浩、北海道大学 大西明が担当した。

日本原子力研究所(東海駐在)：〒319-1195 茨城県那珂郡東海村白方白根2-4

JAERI-Conf 2003-009

Proceedings of the Fifth Symposium on Science of Hadrons
under Extreme Conditions

March 18~20, 2003, JAERI, Tokai, Japan

(Eds.) Toshiki MARUYAMA and Satoshi CHIBA

Advanced Science Research Center

(Tokai Site)

Japan Atomic Energy Research Institute

Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken

(Received June 20, 2003)

The fifth symposium on Science of Hadrons under Extreme Conditions, organized by the Research Group for Hadron Science, Advanced Science Research Center, was held at Tokai Research Establishment of JAERI on March 18 to 20, 2003. The symposium was devoted to discussions and presentations of research results in wide variety of hadron physics such as nuclear matter, hypernuclei, neutron stars, supernovae, nucleosynthesis, heavy-ion reactions, quark matter and quantum chromodynamics to understand various aspects of hadrons under extreme conditions. Thirty three papers on these topics presented at the symposium aroused lively discussions among approximately 50 participants. The concluding remark for the “research group for hadron science” and the explanation of next project “research group for manybody theory of hadron systems” were also given.

Keywords: Proceedings, Hadrons under Extreme Conditions, Nuclear Matter, Hypernuclei, Neutron Stars, Supernovae, Nucleosynthesis, Heavy-ion Reactions, Quark Matter, Quantum Chromodynamics

Organizers: S. Chiba, T. Maruyama, M. Fukushima, Y. Utsuno (JAERI), T. Tanigawa (JSPS/JAERI), A. Tohsaki (Shinshu University), T. Hatsuda (University of Tokyo), T. Tatsumi (Kyoto University), T. Maruyama (Nihon University), M. Matsuzaki (Fukuoka University of Education), K. Oyamatsu (Aichi Shukutoku University) and A. Ohnishi (Hokkaido University)

目次

1. 多成分系の一次相転移と混合相の構造 巽敏隆、D.N. Voskresensky	1
2. ハイペロン物質中のK中間子凝縮と状態方程式 武藤巧	5
3. 相対論的多体模型における $\Lambda\Lambda$ 対相関 谷川知憲、松崎昌之、千葉敏	12
4. パリオン八重項物質でのニュートリノ相互作用 巽敏隆、高塚龍之、玉垣良三	18
5. 周期境界条件を持つ点電荷系のクーロンエネルギー 竹本宏輝、大山泰誠、東崎昭弘	22
6. 相対論的枠組における超微細構造 長澤泰輔、芳賀昭弘、中野正博	31
7. 中性子最過剰核 ^{10}He の3体S波基底状態 青山茂義	38
8. 微視的 3α 模型で記述された ^{12}C の 0_2^+ 状態に対する 3α ボーズ凝縮模型による解析 船木靖郎、東崎昭弘、堀内昶、P.Schuck、G.Röpke	43
9. いろいろな kaonic nuclei 土手昭伸、赤石義紀、山崎敏光	51
10. アイソスピン依存性を含んだパーコレーション模型の核破砕への適用 山口周志、大西明	60
11. 高エネルギー重イオン反応における平均場の効果 一瀬昌嗣、大塚直彦、P.K. サフ、奈良寧、大西明	67
12. パリオン過剰フローでの元素合成 寺澤真理子、井上進、岩本信之、折戸学	77
13. 非一様元素合成と第一世代星 & 宇宙論的相転移の多次元数値実験 折戸学	83
14. r 過程元素合成の起源とユニバーサリティー 大槻かおり、G.J. Mathews、J. Wilson	84
15. 超新星爆発における電子捕獲率の重要性 石塚知香子、大西明、住吉光介	90
16. r-process 元素合成計算の核データ整備 橘孝博	96
17. カラー超伝導クォーク物質におけるニュートリノ放出による中性子星の冷却について 橘基	101
18. 核物質の状態方程式と中性子星構造 親松和浩、飯田圭	106
19. ストレンジレットにおけるカイラル対称性の自発的破れ 安井繁宏、桐山治、保坂淳	115

20. 有限温度密度 QCD における階層的カイラル相転移 渡邊吉喜、福島健二、初田哲男	121
21. Violation of vector dominance in the vector manifestation 佐々木千尋	130
22. NJL 模型の臨界終点の性質 藤井宏次	138
23. シグマ中間子のスペクトル関数に対するパイ中間子の熱的幅の効果 大谷宗久、日高義将、森松治、西川哲夫	144
24. 量子メソン場の集団運動の時間発展 津江保彦	150
25. ϕ^4 模型における量子場のダイナミクス 池知直子、浅川正之、津江保彦	159
26. シュウイングー・ダイソン法に基づく有限温度におけるカラー超伝導 阿武木啓朗、初田哲男	165
27. クォーク物質中のカラー強磁性 岩崎愛一、森松治	178
28. 有限密度クォーク物質におけるカイラル対称性とカラー超伝導の競合 北沢正清	181
29. スピン偏極と色超伝導 仲野英司、丸山智幸、巽敏隆	187
30. カラー SU(2) 格子ゲージ理論による有限密度系の研究 室谷心、中村純、野中千穂	196
31. 有限温度格子シミュレーションによる SU(3) グルーオンの遮蔽効果の研究 斎藤卓也、中村純、酒井淳	202
32. QCD 相転移より上および下におけるハドロンスペクトル関数 浅川正之	217
33. パイ-核子シグマ項における空間方向での有限サイズ効果 福島昌宏、千葉敏、谷川知憲、初田哲男	222
34. 極限ハドロン科学研究グループの終了と次期のプロジェクトについて 千葉敏、丸山敏毅	228
付録：第 5 回「極限条件におけるハドロン科学」研究会プログラム	231

Contents

1. First Order Phase Transition of Multicomponent Systems and Structure of the Mixed Phase T. Tatsumi, D.N. Voskresensky -----	1
2. Kaon Condensation in Hyperonic Matter and Equation of State T. Muto -----	5
3. $\Lambda\Lambda$ Pairing in Relativistic Many-body Model T. Tanigawa, M. Matsuzaki, S. Chiba -----	12
4. Neutrino Interactions in Octet Baryon Matter T. Tatsumi, T. Takatsuka, R. Tamagaki -----	18
5. Coulomb Energy of an Aggregate of an Infinite Number of Point Charges Under Periodic Boundary Conditions H. Takemoto, T. Ohyama, A. Tohsaki -----	22
6. Hyperfine Splitting Based on Relativistic Mean Field Theory T. Nagasawa, A. Haga, M. Nakano -----	31
7. Three-body S-wave Ground State in the Maximal Neutron-rich Nucleus, ^{10}He S. Aoyama -----	38
8. Analysis of Previous Microscopic Calculations for Second 0^+ State in ^{12}C in Terms of 3-alpha Particle Bose-condensed State Y. Funaki, A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, G. Röpke -----	43
9. A Variety of Kaonic Nuclei A. Dote, Y. Akaishi, T. Yamazaki -----	51
10. Nuclear Fragmentation with Isospin Dependent Percolation Model S. Yamaguchi, A. Ohnishi -----	60
11. Mean-field Effects in High Energy Heavy-ion Collisions M. Isse, N. Otuka, P.K. Sahu, Y. Nara, A. Ohnishi -----	67
12. Nucleosynthesis in Baryon-rich Outflows M. Terasawa, S. Inoue, N. Iwamoto, M. Orito -----	77
13. Inhomogeneous Big Bang Nucleosynthesis and the Measurement of First Star, & Multidimensional Simulations of Cosmological Phase Transition M. Orito -----	83
14. Universality and the Astrophysical Sites for the r-process K. Otsuki, Grant J. Mathews, James Wilson -----	84
15. The Importance of Electron Capture Rate on Supernova Explosion C. Ishizuka, A. Ohnishi, K. Sumiyoshi -----	90
16. Preparation of Nuclear Data for r-process Nucleosynthesis T. Tachibana -----	96
17. Neutron Star Cooling via Neutrino Emission in Color Superconducting Quark Matter M. Tachibana -----	101

18. The Equation of State of Nuclear Matter and the Neutron Star Structure K. Oyamatsu, K. Iida	106
19. Chiral Symmetry Breaking in Strangelets S. Yasui, O. Kiriyama, A. Hosaka	115
20. Hierarchical Chiral Phase Transition in Hot and Dense QCD Y. Watanabe, K. Fukushima, T. Hatsuda	121
21. Violation of Vector Dominance in the Vector Manifestation C. Sasaki	130
22. Nature of NJL Critical End Point H. Fujii	138
23. Effect of Pion Thermal Width on the Spectral Function of the Sigma Meson M. Ohtani, Y. Hidaka, O. Morimatsu, T. Nishikawa	144
24. Time Evolution of Collective Motion of Quantum Meson Fields Y. Tsue	150
25. Quantum Dynamics of Spatially Inhomogeneous ϕ^4 Theory N. Ikezi, M. Asakawa, Y. Tsue	159
26. Color Superconductivity at Finite Temperature in Schwinger-Dyson Approach H. Abuki, T. Hatsuda	165
27. Color Ferromagnetism in Dense Quark Matter A. Iwazaki, O. Morimatsu	178
28. Interplay Between Chiral Symmetry Breaking and Color Superconductivity in Dense Quark Matter M. Kitazawa	181
29. Spin Polarization and Color Superconductivity E. Nakano, T. Maruyama, T. Tatsumi	187
30. Numerical Simulation of $SU(2)_c$ High Density State S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka	196
31. Study of the $SU(3)$ Gluon Screening Effect by the Finite Temperature Lattice Simulation T. Saito, A. Nakamura, S. Sakai	202
32. Hadronic Spectral Function Below and above the QCD Phase Transition M. Asakawa	217
33. Finite Spatial-volume Effect for π-N Sigma Term in Lattice QCD M. Fukushima, S. Chiba, T. Tanigawa, T. Hatsuda	222
34. Termination of the "Research Group for Hadron Science" and Outline of the Next Project "Reserch Group for Manybody Theory of Hadron Systems" S. Chiba, T. Maruyama	228
Appendix : Program of the Fifth Symposium on Science of Hadrons Under Extreme Conditions	231



1. 多成分系の一次相転移と混合相の構造

First Order Phase Transitions of Multicomponent Systems and Structure of the Mixed Phase

巽 敏隆¹ * and D.N. Voskresensky² †

1 京都大学大学院理学研究科

2 モスクワ物理工科大学

Toshitaka Tatsumi¹ and D.N. Voskresensky²

1 Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502

2 Moscow Institute for Physics and Engineering,
Kashirskoe sh. 31, Moscow 115409, Russia

The possibility of the structured mixed phases in the first order phase transitions in the multicomponent systems is examined. Inhomogeneities in density and charge density are treated on the basis of the density functional theory. Charge screening and surface tension effects are taken into account selfconsistently. As an example, the hadron-quark phase transition is considered.

クォーク物質まで含む広い意味での核物質では液相-気相相転移、 π , K 中間子凝縮、ハドロン-クォーク非閉じ込めなど多くの一次相転移が提案され、議論されてきた。これらの相転移は強い相互作用の特徴が顕著な形であらわれた現象であるといえるが、広い意味での核物質は異なった量子数をもつ多種類の粒子からなる多成分系での相転移であるという特徴も付随する。

このような相転移を議論し、熱力学的に意味のある状態方程式を導出する研究ではしばしば Maxwell の構成法と呼ばれる処方 が適用されてきた。しかし、多成分系 (2 種類以上の化学ポテンシャルが存在する) では Maxwell 構成法は妥当ではなく、熱力学的により基礎的な Gibbs の相律を考慮すると、構造をもつ 2 相混合相が広い密度領域にわたって出現することが Glendenning によって主張された [1]。彼の議論から確かに多成分系での相転移に対する Maxwell 構成法では Gibbs 条件のいくつかは満足されておらず、妥当なものと考えられないが、はたして完全に不適切なものだったのだろうかという疑問が残る。

Maxwell 構成法による混合相は巨視的な 2 相分離状態であり、荷電中性の二つの巨視的物質が体積比 $0 < f < 1$ で共存する状態であり、状態方程式としては圧力 $P = const.$ となる。一方、Gibbs 条件を満足するように構成された混合相では粒子密度、電荷密度などが非一様になり、構造を持つことが知られている。また、混合相での系の圧力はもはや一定ではない。しかし、Glendenning らによる初期の計算では、各相での電荷は零ではないが、各相内の粒子分布を一様と仮定して、体積比 f の 2 相からなる巨視的物質の相平衡を計算したものでしかない。その後このような計算は不十分であり、混合相の幾何学的構造を考慮し、電磁相互作用、密度分布の非一様性 (2 相境界面) といった finite size 効果を考慮に入れる重要性が指摘された。ついで混合相の幾何学的構造を考えるものの各相での密度分布は一様と仮定してクーロン相互作用、表面張力を取り入れた計算 (bulk 計算) がハドロン-クォーク物質相転移に対してなされたが、そこでは finite size 効果は混合相のエネルギーに不利に働き、それらの大きさによっては混合相のエネルギーは必ずしも純粋相、巨視的 2 相共存相に比べて有利にならないことが示された [2]。この計算は各相での密度分布を一様と仮定しており、境界面、クーロン相互作用による密度分布の再配位は考

* E-mail address: tatsumi@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

† E-mail address: voskre@pisem.net

慮されていない。電荷密度の再配位は物質中での Debye 遮蔽 (Thomas-Fermi 遮蔽) として知られているものであり、遮蔽長 λ の大きさが混合相の構造の特徴的な長さと比較して同じ程度になるとときには特に重要であることがわかる。

finite size 効果とともに密度分布の非一様性を自己無撞着に取り扱う非一様系の熱力学的定式化を最近 Voskresensky らと共に発表した [3]。それは密度汎関数法のアイデアを用いた運動方程式と電磁場のゲージ依存性を考慮したもので、具体的にはハドロン-クォーク物質相転移に適用された。

系のエネルギー E が粒子密度関数 $\rho_i(\mathbf{r})$ の汎関数として与えられたとき、熱力学汎関数 $\Omega(\rho_i(\mathbf{r}))$ は

$$\Omega(\rho_i(\mathbf{r})) = \int d^3r E(\rho_i(\mathbf{r})) - \sum_i \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}) \quad (1)$$

として与えられる。このとき運動方程式は停留条件 $\delta\Omega/\delta\rho_i = 0$ で与えられ、これらを用いると上述の Gibbs 条件を満足させることができる [3]。

クーロンポテンシャルのゲージ依存性、空間依存性の重要性を見るために電氣的に相互作用している電解質のような荷電中性の系を考える。このとき運動方程式より荷電化学ポテンシャル μ_e とクーロンポテンシャル V は理論の中に常に $\mu_e - V$ の形で入ってこなければならないことがわかる。[5] 例えば Thomas-Fermi 近似の下では電子の密度は

$$\rho_e(\mathbf{r}) = \frac{(\mu_e - V)^3}{3\pi^2} \quad (2)$$

である。ここでクーロンポテンシャルのゲージ依存性、 $V \rightarrow V - V_0$ 、を考慮すると、電子の密度は観測量 (ゲージ不変) なので μ_e もゲージ依存量で、 $\mu_e \rightarrow \mu_e - V_0$ 、のように変化しなければならないことに注意しよう。別の言い方をすれば、粒子の密度と化学ポテンシャルの関係はユニークではなく、ゲージの選択に依存している。この事実は Gibbs 条件を考慮するとき重要になり、荷電化学ポテンシャルに対する相平衡条件、 $\mu_e^I = \mu_e^{II}$ 、は注意を要する。これは決して電子数が両相で等しいことを意味していない。また μ_e の絶対値の大きさはそれ自身意味を持っていない。

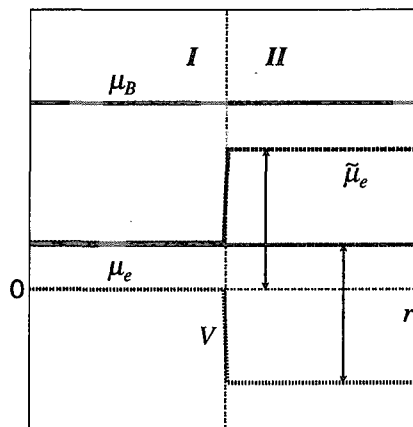


FIG. 1: V を考慮しない時荷電化学ポテンシャル $\tilde{\mu}_e$ は Gibbs の相律を満たさないように見えるが、 V を考慮すると $\mu_e^I = \mu_e^{II}$ にできる。両方の場合で電子の個数は等しい。

Maxwell 構成法に対する批判としてよく言われてきたことは、荷電化学ポテンシャルに対する相平衡条件が破れているのではないかとということであり、その時にはクーロンポテ

ンシャルを考慮しないものであった。例えば巨視的な2相に分離したような場合を考え、各相でのクーロンポテンシャルが階段関数のように与えられたとすれば、その値の違いでGibbs条件を満足させることができる。このときクーロンエネルギーは $\alpha_e \sim 0.01$ のオーダーのほずで、強い相互作用する系では無視できるはずである。このようにしてMaxwell構成法の結果は V を導入することによってGibbs条件と無矛盾な形で解釈することができる (Fig. 1)。

ハドロンクォーク物質相転移に対して上述の理論を適用して混合相を調べると、クーロン相互作用のDebye遮蔽効果のために非一様構造が力学的に不安定になることがわかる。ハドロン物質中に球状のクォーク塊 (droplets) が埋めこまれている状況を考えて、運動方程式を解いて熱力学的ポテンシャルを求め、dropletの半径 R の関数として図示したものが1図である。表面張力とクーロン力の効果を考慮したbulk計算では必ず R の最適値が求まるが、この結果ではある表面張力の値以上では最適値は存在しないことを意味しており、構造を持つ混合相が存在しないことを意味している。すると混合相として可能性のあるのはたかだか巨視的な2相分離状態だけであり、Maxwell構成法の描像が現れる (Fig. 2)。

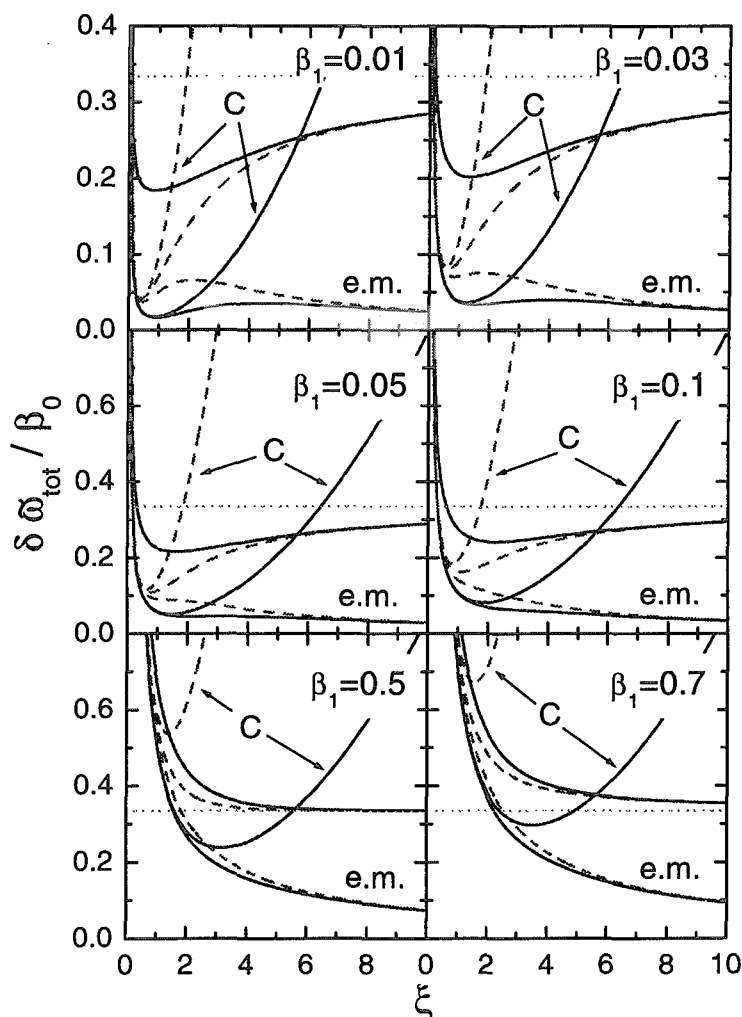


FIG. 2: 熱力学ポテンシャルの半径 ($\xi = R/\lambda_D$) 依存性。 β_1 は表面張力パラメータ σ に比例し、 $\beta_1 = 0.1$ ($\sigma \simeq 10\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-2}$) 以上の値が物理的と考えられる。 C はDebye遮蔽を無視したときのbulk計算結果である。

このようにして、混合相の幾何学的構造を考慮し、クーロンポテンシャルまで含めた運動方程式を自己無撞着に解いた計算では、finite size 効果のためにその構造が力学的に不安定になることがわかった。以前の finite size 効果を考慮した bulk 計算では混合相のエネルギーが巨視的 2 相分離状態よりも大きくなることが示唆されているが、その議論との関係を明らかにする必要がある。

また、ハドロンクォーク物質相転移での 2 相境界面では閉じ込めの問題をまじめに扱うのは困難のため現象論的にバグ模型を援用し、表面張力パラメーターを導入しており、その意味で運動方程式の解の自己無撞着性の重要性を例示した上述の結論を疑問に思う人がいるかもしれない。自己無撞着性の重要性を確かなものにする一つのいい問題は中間子凝縮である。この問題に対しても多くの議論がなされてきている [4]。

The present research is partially supported by the REIMEI Research Resources of Japan Atomic Energy Research Institute, and by the Japanese Grant-in-Aid for Scientific Research Fund of the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology (11640272, 13640282).

-
- [1] N.K. Glendenning, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 1274.
 - [2] H. Heiselberg, C.J. Pethick and E.F. Staubo, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1355.
 - [3] D.N. Voskresensky, M. Yasuhira and T. Tatsumi, *Phys. Lett.* **B541** (2002) 93; *Nucl. Phys.* **A723** (2003) 291.
 - [4] M. Christiansen, N.K. Glendenning and J. Schaffner-Bielich, *Phys. Rev.* **C62** (2000) 025804. T. Norsen and S. Reddy, *Phys. Rev.* **C63** (2001) 065804.
 - [5] 化学ポテンシャルは人工的な”ゲージ場”の時間成分として導入できることを思い出してもよい。



2. ハイペロン物質中のK中間子凝縮と状態方程式

Kaon Condensation in Hyperonic Matter and Equation of State

武藤 巧

Takumi Muto*

〒275-0023 千葉県習志野市芝園 2-1-1

千葉工業大学情報科学部・教育センター物理学教室

Department of Physics, Chiba Institute of Technology,
2-1-1 Shibazono, Narashino, Chiba 275-0023, Japan

Effects of p -wave kaon-baryon interactions on kaonic modes and kaon condensation in hyperonic matter are investigated. P -wave kaon-baryon interactions as well as the s -wave interactions are taken into account within chiral effective Lagrangian, and the nonrelativistic effective baryon-baryon interactions are incorporated. It is shown that the system becomes unstable with respect to a spontaneous creation of a pair of the particle-hole modes with K^+ and K^- quantum numbers, stemming from the p -wave kaon-baryon interactions. In case of the repulsive Σ^- potential in nuclear matter, the onset density of this p -wave kaon condensation is slightly lower than that of the s -wave K^- condensation. In the condensed phase, the effects of the p -wave condensation are small on both the equation of state and the physical quantities of the system. At the higher densities, kaon condensation becomes of the s -wave type.

I. INTRODUCTION

ストレンジネス自由度が関係する物理の主要な対象の1つとして、中性子星内部の高密度ハドロン物質相が挙げられる。その中でも、ストレンジネス自由度のマクロな発現形態として K 中間子凝縮 (K 凝縮) が注目され、通常の核物質相から高密度で K 凝縮相に相転移している可能性が理論的に追究されてきた [1-4]。 K 凝縮は、カイラル対称性の自発的破れに伴い現れる南部-Goldstone ボソンである K^- 中間子が、 s 波の KN 相互作用の引力効果で 基底状態にボーズ・アインシュタイ

*Email address; muto@pf.it-chiba.ac.jp

ン(B.E.)凝縮を起こしたハドロン物質相である。 K^- の励起エネルギー ω が密度とともに下がり、 K^- の化学ポテンシャル μ_K と一致するとき K^- の分布関数が発散し、B. E.凝縮として発現する。 $(\mu_K$ は中性子星内部のような安定した相では、弱い相互作用過程に関する化学平衡条件から電子の化学ポテンシャル μ_e に等しく、系の荷電化学ポテンシャルと呼んで以下では μ と表す。)そのような K^- 凝縮の発現の臨界密度は、 s 波 KN 引力の大きさにもよるが、バリオン数密度 $\rho_B = 3 - 4\rho_0$ (ρ_0 : 原子核飽和密度)と期待される [2]。 K 凝縮の研究を契機として、核物質内での K 中間子の性質に関心が広がり、 K 中間子原子からの情報から K^- が原子核中で感じるポテンシャルの大きさや [5]、核内で K 中間子が束縛状態をつくる可能性が議論されている [6-8]。また、誕生初期の熱い中性子星の動的進化に関連して、 K 凝縮による原始中性子星の遅延崩壊について調べられている [9,10]。

一方、通常の中性子星物質中でストレンジネスを含むフェルミ粒子であるハイペロン($Y = \Lambda, \Sigma^-, \Xi^-, \dots$)が $2 \sim 3 \rho_0$ (ρ_0 は核物質の飽和密度)の比較的低い密度で基底状態に混在している(ハイペロン物質)という可能性が核物質の反応行列計算 [11,12]、有効相互作用に基づく計算 [13,14]、相対論的平均場模型 [3]等によって示唆されてきた。特に最近のハイパー核実験の進展と相俟って、核物質中のハイペロン混合の問題については現実的に議論が可能になりつつある。

このように K 凝縮とハイペロン物質は同じ密度領域で実現すると考えられ、両者の共存・競合関係が問題となる。 K 凝縮についてはこれまで主として核子物質中で考えられてきたため、 K が空間運動量を持たない s 波 KN 相互作用のみが起動力として考慮されてきたが、ハイペロン物質中での K 凝縮の発現を調べる上では、 K が有限の空間運動量 k でハイペロン(Y)と p 波の湯川型 KNY 相互作用をすることを考慮する必要がある。本報告では、 s 波及び p 波の K -バリオン相互作用を取り入れることによって、ハイペロン物質中での K 中間子の分散関係を得、 p 波の引力に起因する K 凝縮について検討した。その結果、 K^- の量子数を持つ $\Xi^-\Lambda^{-1}$ あるいは Σ^-n^{-1} モードと、 K^+ の量子数を持つ $p\Lambda^{-1}$ モードの対凝縮が従来の s 波 K^- 凝縮よりも低いバリオン数密度 ρ_B で起こり得ることを指摘した。また、ハイペロン物質相から p 波 K 凝縮相への相転移を含む状態方程式 (EOS)を得、系の特徴について議論した。

II. FORMULATION

A. カイラル対称性を基礎とする理論的枠組

基本となる K -バリオン相互作用として、カイラル対称性を具現する有効ラグランジアンを用いる [1]。バリオンは核子(p, n)とハイペロン(Λ, Σ^-, Ξ^-)を考慮し、非相対論的に取り扱う。古典 K 場(K^-) (凝縮の秩序変数)として p 波の平面波型にとる:

$$\langle K^- \rangle = \frac{f}{\sqrt{2}} \theta e^{-i(\mu t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (1)$$

ここに、 $f(=93 \text{ MeV})$ は中間子の崩壊定数、 θ は凝縮の強さを示すカイラル角である。荷電中性条件を課して構成した有効ハミルトニアン \mathcal{H}_{eff} をバリオン部分 $\mathcal{H}_{\text{eff}}^B$ 、中間子のみで書かれた部分

$\mathcal{H}_{\text{eff}}^M$, 及びレプトン(電子)部分 $\mathcal{H}_{\text{eff}}^e$ の和に分ける。メソン部分は平均場近似で

$$\epsilon_{\text{eff}}^M = -\frac{1}{2}f^2(\mu^2 - \mathbf{k}^2)\sin^2\theta + f^2m_K^2(1 - \cos\theta) \quad (2)$$

の形に与えられる。レプトン部分は超相対論的な電子からの寄与として,

$$\epsilon_{\text{eff}}^e = \frac{\mu^4}{4\pi^2} - \mu\frac{\mu^3}{3\pi^2} = -\frac{\mu^4}{12\pi^2} \quad (3)$$

と与えられる。

バリオン部分に関しては, p 波相互作用の存在のため $\mathcal{H}_{\text{eff}}^B$ を元のバリオン($p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Xi^-$) を基底にして表すと非対角成分が現れる。 $\mathcal{H}_{\text{eff}}^B$ を対角化することで, バリオン状態は $|\tilde{p}\rangle = \alpha|p\rangle + \beta|\Lambda\rangle + \gamma|\Xi^-\rangle, \dots$ の様に準粒子状態として与えられる。その固有状態の固有値を $E_s^{(i)}(\mathbf{p})$ [\mathbf{p} は準粒子の運動量, $s(=\pm 1/2)$ はスピン] とすると, エネルギー密度へのバリオンからの寄与 $\mathcal{E}_{\text{eff}}^B$ は

$$\mathcal{E}_{\text{eff}}^B = \sum_i \sum_{\substack{|\mathbf{p}| \leq |\mathbf{p}_F(i)| \\ s=\pm 1/2}} E_s^{(i)}(\mathbf{p}) \quad (4)$$

と与えられる。ここに $\mathbf{p}_F(i)$ ($i = \tilde{p}, \tilde{\Lambda}, \tilde{\Xi}^-, \tilde{n}, \tilde{\Sigma}^-$) は準粒子のFermi 運動量である。

K -バリオンバーテックスに形状因子 F を導入し, 高運動量の p 波相互作用からの寄与を抑制する効果を取り入れる。 F の形はRef. [15] に従い,

$$F = \frac{\Lambda^2 - m_K^2}{\Lambda^2 + |\mathbf{k}|^2} \quad (5)$$

の形にとる。ここに Λ はcut-off 因子, $m_K(=494 \text{ MeV})$ は K 中間子の質量である。以下では $\Lambda=2.0 \text{ GeV}$ ととる。

B. バリオンポテンシャルの寄与

ここでバリオンのハイペロン物質中でのポテンシャル V_i を導入し, $\mathcal{H}_{\text{eff}}^B$ の対角成分に対して, $H_{ii} \rightarrow H'_{ii} = H_{ii} + V_i$ と変更することで YN, NN, YY 相互作用の効果を取り入れる。 V_i としては, Ref. [13] で与えられている通常相(非凝縮相)に対するポテンシャルエネルギー密度の表式 ϵ_{pot} を用いる。簡単化のため, ポテンシャルの運動量依存性を無視し, ϵ_{pot} から $V_i = \partial\epsilon_{\text{pot}}/\partial\rho_i$ ($i = p, n, \Lambda, \Sigma^-, \Xi^-$) として各粒子のポテンシャルとする。このポテンシャルの効果を取り入れた, バリオンからのエネルギー密度への寄与 $\mathcal{E}'_{\text{eff}}{}^B$ は

$$\mathcal{E}'_{\text{eff}}{}^B = \sum_i \sum_{\substack{|\mathbf{p}| \leq |\mathbf{p}_F(i)| \\ s=\pm 1/2}} E_s^{(i)}(\mathbf{p}) + \mathcal{E}_{\text{pot}} - \sum_{i=p, \Lambda, \Xi^-, n, \Sigma^-} \rho_i V_i \quad (6)$$

と与えられる。(6) の最後の項は, 第 1 項目の和をとる際にポテンシャルエネルギーの寄与の double counting を差し引くために導入された。

系の全エネルギー密度 $\mathcal{E}'_{\text{eff}}$ は, (6) と (2), (3) の和で与えられる: $\mathcal{E}'_{\text{eff}} = \mathcal{E}'_{\text{eff}}{}^B + \mathcal{E}_{\text{eff}}^M + \mathcal{E}_{\text{eff}}^e$. 凝縮相の基底状態は, 準粒子数密度 ρ_i ($i = \tilde{p}, \tilde{\Lambda}, \tilde{\Xi}^-, \tilde{n}, \tilde{\Sigma}^-$) についての $\mathcal{E}'_{\text{eff}}$ の極値条件, $\partial\mathcal{E}'_{\text{eff}}/\partial\rho_i=0$, から得られる。

III. 数値結果

以下では Σ^- のポテンシャル V_{Σ^-} が斥力的で, $\Sigma_{Kn} = 305$ MeV の場合の結果を示す。また, 簡単化のため ハイペロンとしては Λ と Σ^- のみを取り入れる。

A. K 中間子の分散関係

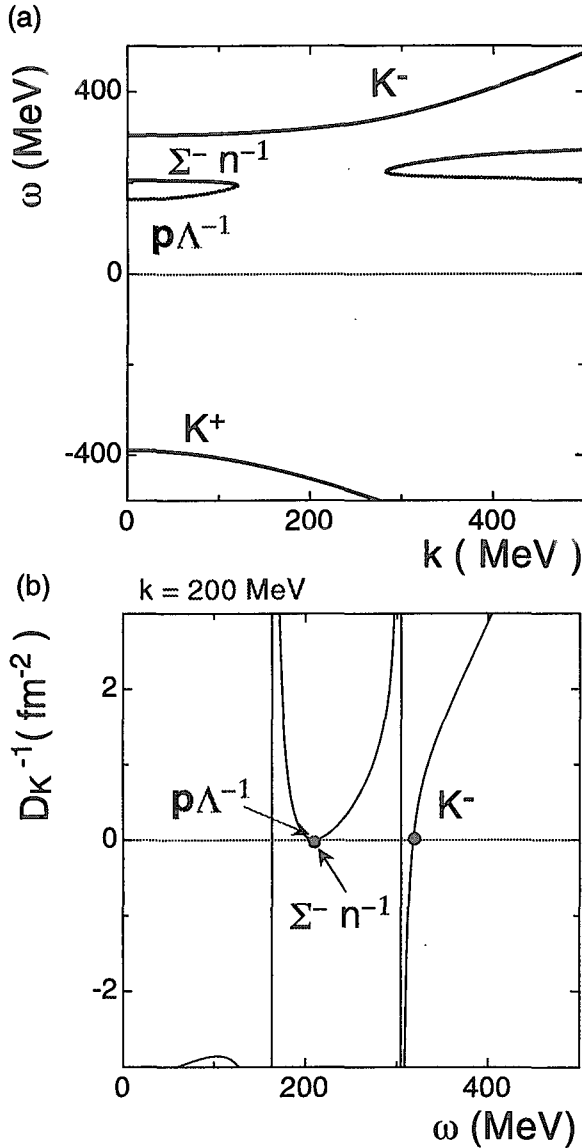


FIG. 1. (a) K 中間子の励起エネルギーの運動量 $|k|$ 依存性。バリオン密度 $\rho_B = 0.55$ fm $^{-3}$, $\Sigma_{Kn} = 305$ MeV の場合。(b) $|k| = 200$ MeV における K 中間子の逆伝播関数 D_K^{-1} の ω 依存性。

K 凝縮の臨界密度とその近傍での K 中間子の振る舞いをみるため, ハイペロン物質中での K 中間子モードを K 中間子の伝播関数の極として求める。 K 中間子の逆伝播関数 $D_K^{-1}(\omega, k; \rho_B)$ は, $\mathcal{E}'_{\text{eff}} = \mathcal{E}'_{\text{eff}}(\theta = 0) - \frac{f^2}{2} D_K^{-1}(\mu, k; \rho_B) \theta^2 + O(\theta^4)$ から得られる。 Fig. 1 (a) に, $\rho_B = 0.55$ fm $^{-3}$, Kn シグマ項 $\Sigma_{Kn} = 305$ MeV における K 中間子モードの分散関係を示す。 ρ_B で自由な K^+ , K^- に一致する分枝の他に K 中間子の量子数を持つ, ハイペロンと核子による粒子-空孔の集団励起モード ($\Sigma^- n^{-1}$ は K^- の量子数, $p\Lambda^{-1}$ は K^+ の量子数) が現れる。 (“-1” は空孔状態を表す。) 更に $\Sigma^- n^{-1}$ と $p\Lambda^{-1}$ の分枝がある $|k|$ のところで融合している。融合点付近に対応する運動量 $|k|$ のときの D_K^{-1} を ω の関数として示したのが Fig. 1 (b) である。 Σ^- 粒子- n 空孔モードと p 粒子- Λ 空孔モードが ω 軸で接し, これら2つのモードの対生成に対して系が不安定であることを示している。 Fig. 1 (a) は臨界点直後の密度に対応している。この不安定モードの出現は, 荷電 π 凝縮のときの π^- と π^+ の量子数を持つ集団励起モードの対生成と同様の発現機構であり [16], p 波相互作用に由来する。

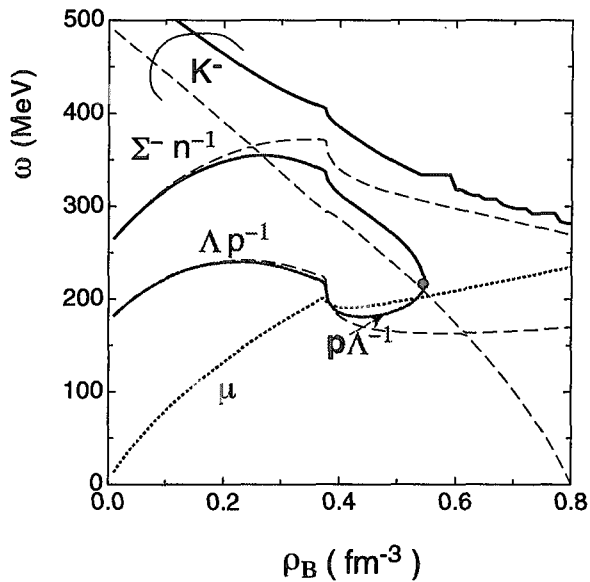


FIG. 2. $|k|=250$ MeV のときの kaonic modes のバリオン数密度依存性。

Fig. 2 は各モードの ρ_B 依存性を示す。実線が $|k|=250$ MeV, 破線が $|k|=0$, すなわち K^- -バリオン相互作用に s 波相互作用のみを取り入れた場合である。点線は荷電化学ポテンシャル μ の振る舞いを示す。ハイペロン相中の Λ の混在度が陽子 (p) のそれを上回る密度領域 ($\rho_B \gtrsim 0.38 \text{ fm}^{-3}$) に $p\Lambda^{-1}$ 分枝が存在する。 p 波凝縮の臨界密度 ($\rho_B^C \sim 0.55 \text{ fm}^{-3}$) は s 波 K^- 凝縮の臨界密度 (K^- に相当する破線と μ との交点) よりも少し低く、通常相 (ハイペロン物質相) から先に p 波の $[\Sigma^- n^{-1}]$ - $[p\Lambda^{-1}]$ 対凝縮が起こることがわかる。また、この対凝縮は、 $\Sigma^- n^{-1}$ 分枝が μ (点線) と交わって $\Sigma^- n^{-1}$ (K^-) 凝縮になるよりも前に起こる。

B. 状態方程式 (EOS)

1 粒子あたりの全エネルギー ($\mathcal{E}'_{\text{eff}}/\rho_B$) を ρ_B の関数として Fig. 3 に実線で示す。

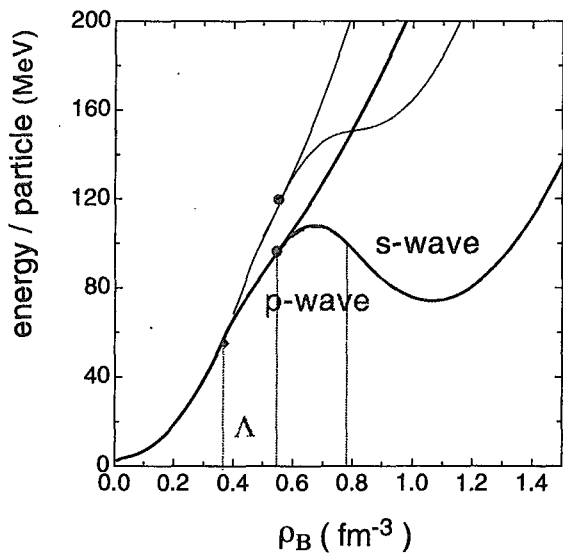


FIG. 3. K^- 凝縮相の状態方程式。

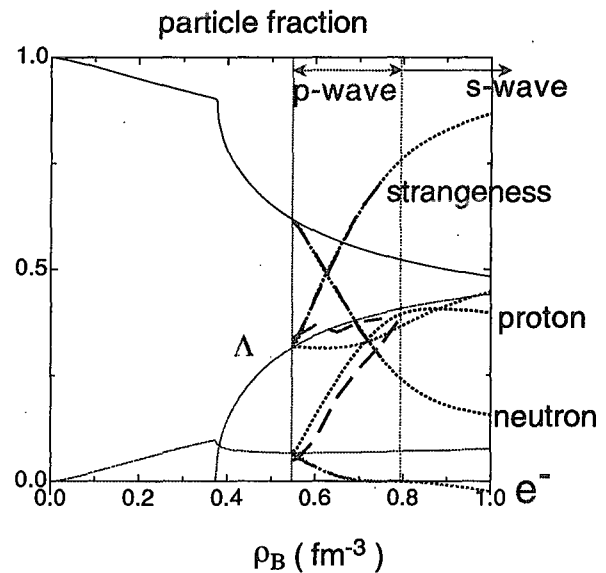


FIG. 4. 各粒子のバリオン数密度に対する相対存在

比。

V_{Σ^-} が強い斥力によってあるため、通常相から混合するハイペロンは Λ だけである。凝縮中での V_{Λ} の表式は、 $\rho_{\Sigma^-}=0$ に注意すると、

$$V_{\Lambda} = a_{\Lambda N} \rho_{\text{nuc}} + c_{\Lambda N} \frac{\rho_{\text{nuc}} [\rho_{\Lambda}^{\gamma} \{ (\gamma + 1) \rho_{\text{nuc}} + \gamma \rho_{\Lambda} \} + \rho_{\text{nuc}}^{\gamma+1}]}{(\rho_{\text{nuc}} + \rho_{\Lambda})^2}$$

$$+ a_{\Lambda\Lambda}\rho_{\Lambda} + \frac{\gamma+1}{2}c_{YY}\rho_{\Lambda}^{\gamma} \quad (7)$$

と書かれる。ここに、 $\rho_{\text{nuc}} = \rho_p + \rho_n$ は核子数密度である。特に $\rho_B = \rho_0$ での対称核物質中では $V_{\Lambda} = a_{\Lambda N}\rho_0 + c_{\Lambda N}\rho_0^{\gamma}$ のように、2 体の ΛN 相互作用からくる第 1 項と Λ と N の多体力からくる第 2 項に分けられる。Fig. 3 の太線は Λ -ハイパー核の 1 粒子軌道を系統的に再現するように V_{Λ} ポテンシャル中のパラメータを選んだ結果である [13]。 V_{Λ} に含まれるパラメータとしては、対称核物質中でのポテンシャルの深さが実験値の -27 MeV に等しくなるように取られている [13]。通常の中性子星物質からハイペロンが出現することによる EOS の軟化に加え、 K 凝縮が現れることによって、軟化の程度が更に大きくなる。特に太線の結果では圧力が負になる密度領域がある。細線は Λ -ハイパー核の 1 粒子軌道を系統的に再現するという制限をはずし、実験値の -27 MeV を再現する範囲内で、 V_{Λ} 中の多体力による斥力の効果を 2 体力による引力に比べて相対的に強くした場合を示す。EOS が軟化すると、中性子星の最大質量 M_{max} が小さくなるため、中性子星の質量に対する観測値からの制限 ($M_{\text{max}} \gtrsim 1.44M_{\odot}$) との整合性が問題になる。太線と細線との振る舞いの比較から、バリオン間 (Λ - N) の多体力の取り入れ方に EOS 自体が大きく依存することがわかる。

凝縮相の型としては、臨界密度近傍 ($\sim 0.55 \text{ fm}^{-3}$) では p 波の凝縮の形をとるが、 ρ_B が大きくなるにつれて s 波の凝縮相に移行していく。

各粒子のバリオン数密度に対する相対存在比を ρ_B の関数として Fig. 4 に示す。破線が p 波 K 凝縮相中での値、点線は s 波 K 凝縮相中での値である。比較のため、非凝縮相での値を実線で示す。系のストレンジネス (絶対値) の存在比は Λ の出現によって大きくなり、 K 凝縮の発現によって更に大きくなる。一方、 e^{-} は K 凝縮の発現により密度と共に単調に減少していき、 K 凝縮による負電荷の増大を相殺するように proton が密度と共に増えていく。

Fig. 3, Fig. 4 からわかるように、 p 波 K 凝縮の存在する密度領域は狭く、その間の物理量への p 波 K 凝縮の及ぼす効果もわずかである。このように、凝縮相の状態方程式や系の特徴は主として s 波 K -バリオン相互作用によって決まるといえる。

IV. まとめと課題

カイラル対称性に基づき K -バリオン相互作用を取り入れ、非相対論的 NN , YN , YY 有効相互作用を用いてハイペロン物質中での K 中間子の性質、及び K 凝縮への p 波 KNY 相互作用の効果を調べた。その際、 K -バリオンバーテックスに形状因子を導入し、高運動量での KNY 相互作用の抑制効果を取り入れた。その結果、 p 波 K 凝縮の臨界密度が形状因子を導入しない、以前の結果 Ref. [4] よりも高くなり、 s 波 K^{-} 凝縮の臨界密度に近くなった。また、凝縮相の EOS には p 波相互作用の効果は大きく影響しない。

今後、 $V_{\Sigma^{-}}$ が引力的な場合を含め、系統的に K 中間子モードの振る舞いを調べる必要がある。また、凝縮相の EOS と系の特徴について更に詳細に明らかにすることが課題として挙げられる。特にハイペロンの混在による EOS の軟化に加えて凝縮による軟化が加わることで、EOS が軟化し

すぎる問題を検討する必要がある。軟化の程度に関しては定量的には相互作用の理論的取り扱いの精緻化を図る必要があるが、(1) 相対論的効果によって、 K -バリオン間の s 波スカラー型の引力が高密度領域で抑制される可能性 [2], (2) バリオン間有効相互作用の形、特に Y , N 間の多体力の取り入れ方の検討, (3) π 凝縮の場合にも重要であったバリオン間短距離相関の検討 などが課題として挙げられる。

References

-
- [1] D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. **B175**(1986) 57 ;**B179** (1986).
 - [2] H. Fujii, T. Maruyama, T. Muto and T. Tatsumi, Nucl. Phys.**A597** (1996) 645 .
 - [3] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer, R. Knorren, Phys. Rep. **280** (1997) 1.
 - [4] T. Muto, Nucl. Phys. **A 691** (2001) 447c; Nucl. Phys. **A 697** (2002) 225.
 - [5] C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal, Phys. Rep. **287** (1997) 385.
 - [6] Y. Akaishi and T. Yamazaki, Phys. Rev. **C 65** (2002) 044005.
A. Dote, Y. Akaishi and T. Yamazaki, nucl-th/0207085.
 - [7] T. Kishimoto, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 4701.
 - [8] M. Iwasaki et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. **A473** (2001) 286.
 - [9] J. A. Pons, J. A. Miralles, M. Prakash and J. M. Lattimer, Astrophys. J: **553** (2001) 382.
 - [10] M. Yasuhira and T. Tatsumi, Nucl. Phys. **A 690** (2001) 769.
 - [11] M. Baldo, G. F. Burgio, and H. -J. Schulze, Phys. Rev. **C 58** (1998) 3688 ; *ibid* **C 61** (2000) 055801.
 - [12] I. Vidaña, A. Polls, A. Ramos, M. Hjorth-Jensen and V. G. J. Stoks, Phys. Rev. **C 61** (2000) , 025802; I. Vidaña, A. Polls, A. Ramos, L. Engvik and M. Hjorth-Jensen, Phys. Rev. **C 62** (2000) 035801.
 - [13] S. Balberg and A. Gal, Nucl.Phys.**A625**(1997) 435.
 - [14] S. Nishizaki, Y. Yamamoto and T. Takatsuka, Prog. Theor. Phys. **108** (2002), 703.
 - [15] B. Holzenkamp, K. Holinde and J. Speth, Nucl. Phys. **A500** (1989) 485.
 - [16] A. B. Migdal, E. E. Saperstein, M. A. Troitsky and D. N. Voskresensky, Phys. Rep. **192** (1990) 179.



3. $\Lambda\Lambda$ pairing in relativistic many-body model

相対論的多体模型における $\Lambda\Lambda$ 対相関

Tomonori Tanigawa^{1,2}, Masayuki Matsuzaki³, and Satoshi Chiba²

¹*Japan Society for the Promotion of Science*

²*Advanced Science Research Center, JAERI*

³*Department of Physics, Fukuoka University of Education*

Abstract

We calculate a $\Lambda\Lambda$ pairing gap in binary mixed matter of nucleons and Λ hyperons within the relativistic Hartree-Bogoliubov model. Lambda hyperons to be paired up are immersed in background nucleons in a normal state. The gap is calculated with a one-boson-exchange interaction obtained from a relativistic Lagrangian. It is found that denser background makes it rapidly suppressed. This result suggests importance of a covariant formulation of relativistic models for studies of a baryon pairing in baryonic-multicomponent matter.

1 Introduction

There is growing interest in pairing correlation in hadronic matter due to close relationship between properties of neutron stars and its interior superfluidity. Superfluidity inside neutron stars affects, for instance, heat capacity and neutrino emissivity. These quantities relate to the cooling processes of neutron stars. Nucleon pairing has been therefore investigated extensively so far.

In addition, since many studies predict that various hyperons may appear in the inner core region of the stars, the $\Lambda\Lambda$ pairing has been studied by two groups recently [1, 2]. The hyperon pairing affects the properties of neutron stars through, for example, suppression of the hyperon direct URCA processes. Their studies were done using a nonrelativistic framework (with different approximations from each other). Meanwhile, recent investigations on baryonic composition of the stars are often performed using relativistic approaches such as a relativistic mean-field (RMF) model.

One can say that the nonrelativistic approaches are well tested due to historical reasons if one admits a standpoint of them. On the other hand, relativistic models are not well tested yet in this respect. A prototype of them is the Walecka's σ - ω model for a study of dense matter in the late 70's. Nowadays, one can treat finite nuclei, even unstable ones, quantitatively using the RMF model. However, they are made up of only one kind of baryons, that is, nucleons. In contrast, since neutron stars consist of nucleons and various hyperons in so far as baryons are concerned, uncertainty that is almost absent in the study of finite nuclei may remain in the study of the stars. Furthermore, studies of the pairing correlation using relativistic models have merely a decadelong history,

which may also increase uncertainty. To remove it, more studies using the relativistic models are needed exploiting available information from various sources such as the hypernuclear spectroscopy, direct observation of neutron stars, and so on.

Our aim of this study is to explore an effect of Dirac effective mass [3] of Λ hyperons on the $\Lambda\Lambda$ pairing correlations in binary mixed matter composed of Λ hyperons and nucleons. As is well known, cancellation between large Lorentz scalar and vector fields provides a proper saturation mechanism of nuclear matter in the relativistic models. The former scalar fields are responsible for decrease of bare masses; the decreased mass are called the Dirac effective mass. Similarly, the covariant description may participate also in the pairing correlation in some means. This is an important issue of the study of the neutron star matter with complex composition of baryons using relativistic models.

Therefore, we study the 1S_0 $\Lambda\Lambda$ pairing in binary mixed matter of nucleons and Λ hyperons. We use the relativistic Hartree-Bogoliubov (RHB) model in which density-dependence of a relativistic one-boson-exchange interaction is automatically taken into account due to the covariant treatment. The Λ hyperons are immersed in pure neutron matter or symmetric nuclear matter that is treated as a background. Chemical equilibrium is neglected for the sake of simplicity. We also neglect effects beyond the mean-field approximation such as polarization effects [4, 5] to narrow down arguments to the effects that stem from the binary character of the matter.

The density-dependence inherent in relativistic models may lead to novel behavior of the pairing gap: Since pairs are formed in medium, medium effects on a particle-particle (p-p) channel interaction should be considered. In the RHB model, bare baryon masses are reduced by the scalar mean field. The mass decrease may change the pairing gap to some extent in comparison with that obtained with the bare masses.

2 Model

As stated in the Introduction, we investigate the $\Lambda\Lambda$ pairing within the RHB model. Thus our starting model Lagrangian has the form:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_{B=N,\Lambda} \bar{\psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - M_B) \psi_B \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\
 & - \sum_{B=N,\Lambda} g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \sigma \psi_B - \sum_{B=N,\Lambda} g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B \\
 & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^*) (\partial^\mu \sigma^*) - \frac{1}{2} m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2} - \frac{1}{4} S_{\mu\nu} S^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \\
 & - g_{\sigma^* \Lambda} \bar{\psi}_\Lambda \sigma^* \psi_\Lambda - g_{\phi \Lambda} \bar{\psi}_\Lambda \gamma_\mu \phi^\mu \psi_\Lambda,
 \end{aligned} \tag{1}$$

where $\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$ and $S_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi_\nu - \partial_\nu \phi_\mu$. The symbols M_N , M_Λ , m_σ , m_ω , m_{σ^*} , and m_ϕ are the mass of nucleons, Λ hyperons, σ bosons, ω mesons, σ^* bosons, and ϕ mesons, respectively. Table 1 displays these masses, coupling constants and their ratios used in this study. The model Lagrangian used in the study of the binding energy of double Λ hypernuclei within the RMF model [6]

Table 1: Parameter set HS-m2 [6]. We choose $M_N = 938.0$ MeV and $M_\Lambda = 1115.6$ MeV.

	mass [MeV]	coupling constant g /ratio α	
m_σ	520.0	$g_{\sigma N}$	10.481
		$\alpha_\sigma = g_{\sigma\Lambda}/g_{\sigma N}$	0.623
m_ω	783.0	$g_{\omega N}$	13.814
		$\alpha_\omega = g_{\omega\Lambda}/g_{\omega N}$	2/3
m_{σ^*}	975.0	$\alpha_{\sigma^*} = g_{\sigma^*\Lambda}/g_{\sigma N}$	0.5
m_ϕ	1020.0	$\alpha_\phi = g_{\phi\Lambda}/g_{\omega N}$	$-\sqrt{2}/3$

was originally proposed by Schaffner et al. in the study of multiply strange hadronic systems including baryon species N , Λ , and Ξ [7, 8].

An original parameter set HS-m2 was determined by Marcos et al. to reproduce the bulk properties of hadronic matter and finite nuclear systems including double Λ hypernuclei according to “old” information. We here reflect new information from a recent experimental finding in the $\Lambda\Lambda$ interaction: The KEK-PS experiment E373, especially the NAGARA event [9] refuted the old information on the $\Lambda\Lambda$ interaction that has ruled hypernuclear systems for three decades. Although strength of the interaction has not yet been confirmed, it is certain that the strength is weaker than it was thought before. As to the model Lagrangian, bosons exchanged exclusively between Λ hyperons were originally added to achieve strong attraction in accordance with the old data. We however regard the coupling ratio $\alpha_{\sigma^*} = g_{\sigma^*\Lambda}/g_{\sigma N}$ as a device for controlling the $\Lambda\Lambda$ attraction in the present study. As a rough guide, we refer to Fig. 1 of Ref. [6] that shows the dependence of the bond energy,

$$\Delta B_{\Lambda\Lambda} = B_{\Lambda\Lambda}({}^A_\Lambda Z) - 2B_\Lambda({}^{A-1}_\Lambda Z), \quad (2)$$

on α_{σ^*} . A value of α_{σ^*} used is chosen for $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ to be around 1.0 MeV that is suggested by the NAGARA event. Contrary, the coupling ratio $\alpha_\phi = g_{\phi\Lambda}/g_{\omega N}$ is fixed by the $SU(6)$ relations.

Next, we explain the 1S_0 $\Lambda\Lambda$ gap equation. The Hartree part is solved by the procedure in the same way as the RMF model. As for the pairing correlation, the gap equation,

$$\Delta(p) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k^{(\Lambda)} - E_{k_F}^{(\Lambda)})^2 + \Delta^2(k)}} \times \bar{v}(M_\Lambda^*; p, k) k^2 dk, \quad (3)$$

is solved, where $E_k^{(\Lambda)}$ is the single-particle energy of Λ hyperons and $\bar{v}(M_\Lambda^*; p, k)$ is the p-p channel $\Lambda\Lambda$ interaction. We adopt to the p-p channel interaction the one-boson-exchange (OBE) interaction obtained from the RMF parameter set HS-m2 with the help of Bonn-type form factors

$$f(\mathbf{q}^2) = \frac{\Lambda_c^2 - m_i^2}{\Lambda_c^2 + \mathbf{q}^2}, \quad (4)$$

where the cutoff mass Λ_c is chosen to be 7.26 fm^{-1} after a study of nucleon pairing [10]. For convenience, we refer to this OBE interaction as “RMF interaction”

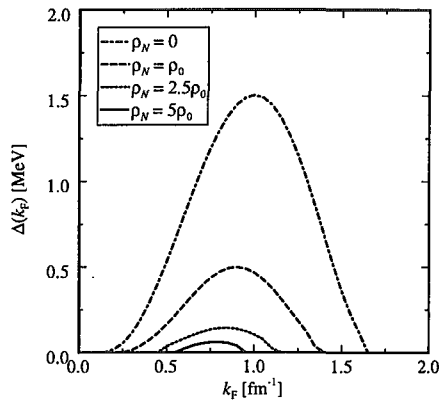


Figure 1: $\Lambda\Lambda$ pairing gap at the Fermi surface of Λ hyperons, for pure neutron background densities $\rho_N = 0, \rho_0, 2.5\rho_0$, and $5\rho_0$.

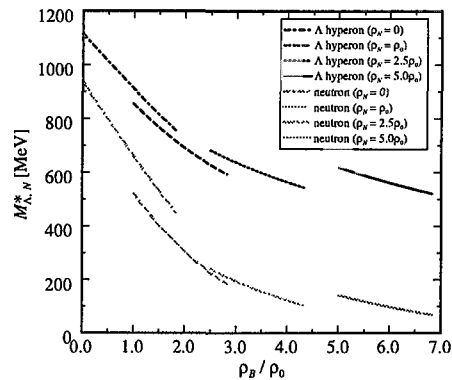


Figure 2: Effective masses of Λ hyperons and neutrons for pure neutron background densities $\rho_N = 0, \rho_0, 2.5\rho_0$, and $5\rho_0$.

in this study. The antisymmetrized matrix element of the RMF interaction V is defined by

$$\bar{v}(M_{\Lambda}^*; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \langle \mathbf{p}s', \widetilde{\mathbf{p}s}' | V | \mathbf{k}s, \widetilde{\mathbf{k}s} \rangle - \langle \mathbf{p}s', \widetilde{\mathbf{p}s}' | V | \widetilde{\mathbf{k}s}, \mathbf{k}s \rangle, \quad (5)$$

where tildes indicate time reversal. Since \bar{v} depends on the Dirac effective mass of Λ hyperons in a baryon spinor, its dependence is explicitly shown in Eqs. (3) and (5). The selfconsistency of the Dirac effective mass and using it in these equations is a key of the present study.

Combining the equations for the Dirac effective mass of nucleons

$$M_N^* = M_N + g_{\sigma N} \langle \sigma \rangle, \quad (6)$$

that of Λ hyperons

$$M_{\Lambda}^* = M_{\Lambda} + g_{\sigma\Lambda} \langle \sigma \rangle + g_{\sigma^*\Lambda} \langle \sigma^* \rangle, \quad (7)$$

and Eq. (3), we obtain the coupled equations for the system.

3 Results and discussion

Figure 1 shows the resulting 1S_0 $\Lambda\Lambda$ pairing gap at the Fermi surface in pure neutron matter of densities ρ_N at 0, ρ_0 , $2.5\rho_0$, and $5\rho_0$. Contrary to the results obtained by Balberg and Barnea [1], the $\Lambda\Lambda$ pairing gap becomes suppressed as the neutron density increases. At $\rho_N = 2.5\rho_0$, where Λ hyperons already appear in some models of neutron stars [11], the maximal pairing gap is about 0.15 MeV. Note that results for background of symmetric nuclear matter are not presented in this report because they just present slight differences from those for background of pure neutron matter.

Figure 2 shows the density dependence of baryon effective masses, M_N^* and M_{Λ}^* , as functions of the total baryon density ρ_B . The background neutron densities are fixed here, so that variations in ρ_B correspond to those in the

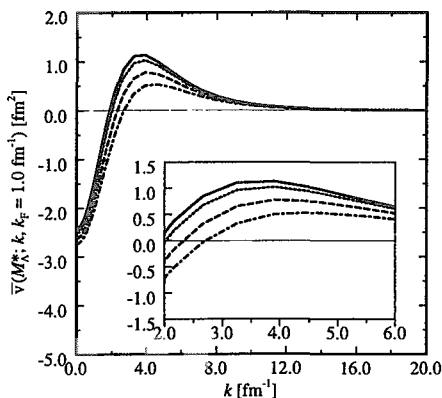


Figure 3: $\Lambda\Lambda$ RMF interaction $\bar{v}(M_\Lambda^*, k, k_F)$ at the Fermi momentum of Λ hyperons $k_F = 1.0 \text{ fm}^{-1}$, for pure neutron background densities. The legend is the same as in Fig. 1.

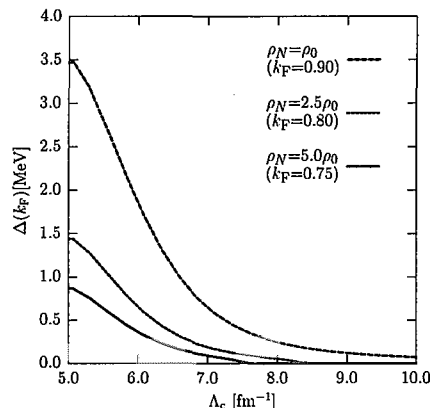


Figure 4: Cutoff mass dependence of the $\Lambda\Lambda$ pairing gap at the Fermi surface in pure neutron matter.

Fermi momentum of Λ hyperons. We obtain the values qualitatively similar to the ones shown in, for example, Fig. 4 of Ref. [11], regardless of discontinuous jumps in curves that stem from the neglect of chemical equilibrium. This result shows that in-medium property of the phenomenological $\Lambda\Lambda$ interaction used in this study is justifiable.

For the p-p channel, we use the $\Lambda\Lambda$ RMF interaction as stated above. The interaction contains the Dirac effective mass of Λ hyperons, Eq. (7), through which the medium effects are introduced; the coupling of Λ hyperons to σ bosons, to which nucleons also couple, brings about the dependence on the background density. Figure 3 represents the $\Lambda\Lambda$ RMF interaction derived from the parameter set HS-m2. The background densities $\rho_N = 0, \rho_0, 2.5\rho_0$, and $5\rho_0$ correspond to $M_\Lambda^* = 1068, 813, 660$, and 605 MeV, respectively. It is ascertained that increasing the background neutron density reduces attractive contribution from low momenta. This is the main reason why the $\Lambda\Lambda$ pairing gap is smaller in denser background. This mechanism of the suppression is inherent in relativistic models which respect the Lorentz covariance as shown in Eq. (7). These figures show that the decrease of the Dirac effective masses of the baryons play an indispensable role when they are used selfconsistently in the baryon spinors.

Last but not least, we investigate an effect of varying the cutoff mass in the form factors. As mentioned in Sec. 2, we have used the Bonn-type form factor (4) and had its cutoff mass fixed at 7.26 fm^{-1} so far. However, its value significantly affects the magnitude of the pairing gap. We therefore calculate the $\Lambda\Lambda$ pairing gap at the Fermi surface varying the cutoff mass Λ_c . The result is shown in Fig. 4, where the Fermi momenta of Λ hyperons are fixed to $k_F = 0.90, 0.80$, and 0.75 fm^{-1} for background density of pure neutron matter $\rho_N = \rho_0, 2.5\rho_0$, and $5.0\rho_0$, respectively. As expected, varying the cutoff mass changes the gaps steeply since the interaction loses the balance of its attraction and repulsion. Nevertheless, the gaps become smaller in denser background for *any* value of the cutoff mass. Hence we conclude that arbitrariness of the cutoff mass does not alter our conclusion.

4 Summary

We have investigated the $\Lambda\Lambda$ pairing in binary mixed matter of nucleons and Λ hyperons using the RHB model with the RMF interaction both in the p-h and the p-p channels. The effect of the background nucleons has been naturally incorporated into the p-p interaction through the *selfconsistent* Dirac effective mass of Λ hyperons in the Λ spinor. We have found that the value of the $\Lambda\Lambda$ pairing gap becomes suppressed as the background nucleon density increases. This result is opposite to that reported in Ref. [1] in which the medium effect of different origin from the present study was introduced. Our result is traced back to the Lorentz covariant formulation inherent in the relativistic models. This automatically ensures another "medium effect" that the nonrelativistic models are lacking in.

Some arbitrariness of the cutoff mass is still left owing to difficulty of determining it precisely in the present situation. The magnitudes of the $\Lambda\Lambda$ pairing gap consequently remain uncertain since they are strongly dependent on the cutoff mass. We, however, have shown the essential result that the denser background reduces them gradually to be unchanged for different values of the cutoff mass.

As for the hyperon pairing in neutron star matter, it is likely that complex composition of baryons affects relevant scalar boson fields, namely the Dirac effective masses of the baryons. We must introduce other hyperons and a condition of the chemical equilibrium into the present model to construct a fully selfconsistent model of the baryon pairing. Work in this direction is under progress.

References

- [1] S. Balberg and N. Barnea, Phys. Rev. C **57**, 409 (1998).
- [2] T. Takatsuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **102**, 1043 (1999).
- [3] M. Jaminon and C. Mahaux, Phys. Rev. C **40**, 354 (1989).
- [4] T. L. Ainsworth, J. Wambach, and D. Pines, Phys. Lett. **B222**, 173 (1989).
- [5] H.-J. Schulze, J. Cugnon, Lejeune, M. Baldo, and U. Lombardo, Phys. Lett. **B375**, 1 (1996).
- [6] S. Marcos, R. J. Lombard, and J. Mareš, Phys. Rev. C **57**, 1178 (1998).
- [7] J. Schaffner, C. B. Dover, A. Gal, C. Greiner, and H. Stöcker, Phys. Rev. Lett. **71**, 1328 (1993).
- [8] J. Schaffner, C. B. Dover, A. Gal, C. Greiner, D. J. Millener, and H. Stöcker, Ann. Phys. (N.Y.) **235**, 35 (1994).
- [9] H. Takahashi et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 212502 (2001).
- [10] M. Matsuzaki and T. Tanigawa, Nucl. Phys. **A683**, 406 (2001), nucl-th/9911042.
- [11] J. Schaffner and I. N. Mishustin, Phys. Rev. C **53**, 1416 (1996).



4. バリオン八重項物質でのニュートリノ相互作用 Neutrino Interactions in Octet Baryon Matter

巽 敏隆^{1*}, 高塚 龍之^{2†}, 玉垣 良三^{3‡}

¹ 京都大学大学院理学研究科

² 岩手大学人文社会科学部

³ 京都市左京区上高野前田町 26-5

Toshitaka Tatsumi¹, Tatsuyuki Takatsuka² and Ryozo Tamagaki³

¹ Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502

² Faculty of Humanities and Social Sciences, Iwate University, Morioka 020-8550

³ Kamitakano Maeda-cho 26-5, Kyoto 606-0097

Neutrino processes caused by the neutral current are studied in octet baryon matter. Previous confusion about the baryonic matrix elements of the neutral current interaction is excluded, and a relevant table for them is presented instead by taking into account the recent experimental information of the proton spin problem.

中性子星内部の核物質ないしより広くハドロン物質では様々な弱い相互作用過程が重要な役割を果たすことが知られている。ここで問題にしたいのは中性流 (Neutral Current (NC)) が関与するプロセスで、種々のニュートリノ ($\nu, \bar{\nu}$) 過程である。例えば超新星爆発時の $\nu, \bar{\nu}$ と核子、原子核との散乱による opacity は爆発機構の成否を決める重要な因子であるし [1]、バリオンからの $\nu, \bar{\nu}$ 制動放射 [2]、超流動 (超伝導) 下にあるバリオン Cooper 対再結合過程での $\nu, \bar{\nu}$ 放出過程 [3] は若い中性子星の冷却に重要な寄与を及ぼすことが知られている。

一方最近のハイパー核研究の発展をきっかけに核物質中でのハイペロン自由度、 K 中間子自由度に関する研究も広く行われており、核物質はバリオン 8 重項まで含めた意味に拡張されている。このようなバリオン物質中での NC 過程を Standard model から出発していかに整合的に計算するかという問題がある。以下に見るようにバリオン中性流の行列要素についてのこれまでの研究には不十分な点があるように見える。そこで、この研究の目的は過去の論文に見受けられる問題点を指摘するとともに現時点でもっとも正しいと考えられる行列要素の表を与えることである [4]。

Standard model によれば NC 過程の有効 Lagrangian は

$$\mathcal{L}^{(\text{NC})} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} J_\mu j^\mu, \quad (1)$$

で与えられ、ハドロン中性流 J^μ は GIM 機構を考慮して 8 重項、1 重項カレントからなる。

$$\begin{aligned} J_\mu &= (V_\mu^3 - A_\mu^3) - 2 \sin^2 \theta_W \left(V_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} V_\mu^8 \right) + J_\mu^{\text{GIM}} \\ &\equiv J_\mu^{\text{octet}} + J_\mu^{\text{GIM}}, \end{aligned} \quad (2)$$

ここではフレーバー $SU(3)$ セクターに限り、charm 以下のフレーバーは考えない。 J_μ^{octet} は弱い荷電 2 重項 (u_L, d_{cL}) の寄与の内 GIM 機構によるフレーバーを変化させる中性流の

* E-mail address: tatsumi@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

† E-mail address: takatuka@iwate-u.ac.jp

‡ E-mail address: tamagaki@yukawa.kyoto-u.ac.jp

TABLE I: Vector coefficients C_V .

B	C_V^{octet}	$C_V^{SU(3)} = C_V$
n	-1	-1
p	$1 - 4\sin^2\theta_W$	$1 - 4\sin^2\theta_W$
Λ	0	-1
Σ^-	$-(2 - 4\sin^2\theta_W)$	$-(3 - 4\sin^2\theta_W)$
Σ^+	$2 - 4\sin^2\theta_W$	$1 - 4\sin^2\theta_W$
Σ^0	0	-1
Ξ^-	$-(1 - 4\sin^2\theta_W)$	$-(3 - 4\sin^2\theta_W)$
Ξ^0	1	-1

TABLE II: Axial-vector coefficients C_A .

B	C_A^{octet}	$C_A^{SU(3)}$	C_A
n	$-(D + F)$	$-(D + F)$	$-4/3D - \Sigma/3$
p	$D + F$	$D + F$	$2/3D + 2F - \Sigma/3$
Λ	0	$-(D/3 + F)$	$-2/3D - \Sigma/3$
Σ^-	$-2F$	$D - 3F$	$2/3D - 2F - \Sigma/3$
Σ^+	$2F$	$D + F$	$2/3D + 2F - \Sigma/3$
Σ^0	0	$D - F$	$2/3D - \Sigma/3$
Ξ^-	$D - F$	$D - 3F$	$2/3D - 2F - \Sigma/3$
Ξ^0	$-(D - F)$	$-(D + F)$	$-4/3D - \Sigma/3$

除去補正を行った部分で8重項カレントしか含んでいないが、 J_μ^{GIM} はその残りの部分で1重項カレントを含んでいる。今 $J_\mu^{\text{octet(GIM)}}$ のバリオン行列要素を

$$\lim_{q \rightarrow 0} \langle B' | J_\mu^{\text{octet(GIM)}} | B \rangle = \bar{u}'_B \gamma_\mu (C_V^{\text{octet(GIM)}} - C_A^{\text{octet(GIM)}} \gamma_5) u_B, \quad (3)$$

の形に書く。 $C_{V,A}^{\text{octet}}$ は $SU(3)$ の Wigner-Eckert 定理を使うと D, F 値を用いて表すことができる (Table I, II)。荷電流 (Charged Current (CC)) を含む過程は同様に8重項カレントしか含んでいないので行列要素は D, F を用いて表すことができ、ハイペロン崩壊等の理解に成功を納めていることがわかっている。

参考文献 [2, 3] ではハドロン中性流のバリオン行列要素としては $C_{V,A}^{\text{octet}}$ のみしか考慮されておらず、なぜか J_μ^{GIM} からの寄与は考えていない、すなわち $C_{V(A)} = C_{V,A}^{\text{octet}}$ としている。いまクォーク場を用いて J_μ^{GIM} を書き直すと

$$J_\mu^{\text{GIM}} = -\bar{s} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s \quad (4)$$

となるので、 s クォークからの寄与が正しく計算されていないことになる。結局核子の行列要素は変わらないものの、ハイペロンのそれは違ってくることになる。また、あとで見るように核子に対しても sea クォークの寄与まで考えると J_μ^{GIM} からの寄与はあり、 $C_{V(A)}$ は $C_{V,A}^{\text{octet}}$ からずれることになる。

次に $C_{V,A}^{\text{GIM}}$ の寄与を考える。 J_μ^{GIM} に含まれる8重項カレントの行列要素は $C_{V,A}^{\text{octet}}$ と同様にして D, F 値で書けるので、1重項カレント $V_\mu^0(A_\mu^0)$ に注目してそれらのバリオン行列

要素を

$$\langle B' | A_\mu^0 | B \rangle = C_A^0 \bar{u}'_B \gamma_\mu \gamma_5 u_B \quad (5)$$

の形に書く。 V_μ^0 に対してはそれがバリオン数カレントであり保存することからユニークに $C_V^0 = 3$ と書けるが、 C_A^0 は決まらない。ここで $J_\mu^{\text{GIM}} \propto \bar{s} \gamma_\mu \gamma_5 s$ に注意して $SU(6), SU(3)$ クォーク模型を援用すると、それぞれ $C_A^0(SU(6)) = 1, C_A^0(SU(3)) = -(D - 3F) \simeq 0.61$ と計算される。しかしこれらの計算はバリオンが単にクォーク3個からなる系であると仮定しており、sea quark の影響等は一切考えていない。 $SU(3)$ 対称性に基づく $C_{V(A)} SU(3)$ が Table I, II にあたえられている。

EMC の観測に端を発する陽子のスピンに関するこれまでの研究によって C_A^0 はこれらの値からは非常にずれていることがわかっている。これは C_A^0 への寄与としては3個の価クォークだけでなく sea quark (または gluon) の寄与が顕著であることを示している [5]。理論的にも $U_A(1)$ カレント A_μ^0 の保存は量子効果によって破れている (ABJ 異常) ことから理解できる。 A_μ^0 のバリオン間の行列要素は3個の価クォークからの寄与と anomaly に寄与する三角ダイアグラムによるグルオンからの寄与との和に書ける。

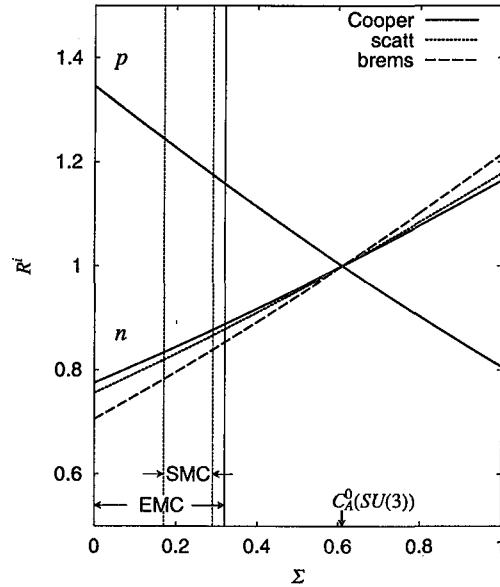


FIG. 1: Cooper-pairing recombination (Cooper), $\nu - N$ 散乱、2 核子 $\nu\bar{\nu}$ 制動放射過程の反応確率に対する $SU(3)$ 値との比 R^i 。

いまパートン描像に立って運動量 p スピン s をもつ陽子中のクォーク含有量 Σ を

$$\Sigma(Q^2) s_\lambda = \left\langle p, s \left| \sum_{u,d,s} \bar{q}_i \gamma_\lambda \gamma_5 q_i \right|_{\mu^2=Q^2} \right| p, s \rangle. \quad (6)$$

で定義する。すると C_A^0 は $\Sigma(Q^2 \sim 0)$ とみなすことができる。ABJ アノマリーを考慮すると Σ は3個の価クォークの寄与 (C_A^0) と sea クォークの寄与の和として表される。

$$\Sigma(Q^2) = \Sigma_{\text{quark}} - \frac{3\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta g(Q^2) \quad (7)$$

EMC の結果および最近の格子ゲージ計算の結果は sea クォークに対する $SU(3)$ 対称性がよく成り立っていることを示しており、陽子の行列要素の結果は $SU(3)$ 対称性によって容易に他のバリオン8重項メンバーのものに拡張できる。

以上の結果から C_A は

$$C_A = C_A^{SU(3)} - (\Sigma - C_A^0(SU(3)))/3 = C_A^{SU(3)} - D/3 + F - \Sigma/3 \quad (8)$$

となる。 $C_{V(A)}$ の最終的な表式が Table I, II に与えられている。

Fig. 1 はバリオン中性流が関与する代表的な過程の反応確率に対する sea クォークの寄与を例示している。

The present research of T.T. is partially supported by the Japanese Grant-in-Aid for Scientific Research Fund of the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology (11640272, 13640282).

- [1] A. Burrows and T.A. Thompson, astro-ph/0211404.
- [2] O.V. Maxwell, Ap. J. **316** (1987), 691.
- [3] D.G. Yakovlev, A.D. Kaminker and K.P. Levenish, Astro. Astrophys. **343** (1999), 650.
D.G. Yakovlev, A.D. Kaminker, O.Y. Gnedin and P. Heansel, Phys. Rep. **354** (2001), 1.
- [4] T. Tatsumi, T. Takatsuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **110** (2003).
- [5] U. Stiegler, Phys. Rep. **227** (1996), 1.
Papers in Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B105**(2002).



5. 周期境界条件を持つ点電荷系のクーロンエネルギー

Coulomb energy of an aggregate of an infinite number of point charges under periodic boundary conditions

竹本宏輝, 大山泰誠, 東崎昭弘
信州大学 繊維学部 精密素材工学科

Abstract

We propose a definitive expression to evaluate electrostatic energies under periodic conditions, starting from the Yukawa potential with a finite range and summing up positive and negative contributions separately. We find a dimension-dependent function that can be used to solve problems concerning divergences and ambiguities in the direct sum of Coulomb potentials. The infinite-range limit of this function leads to a universal constant independent of lattice structure, which reveals the origin of ambiguities from conditionally convergent series in the sum of Coulomb potentials.

1 はじめに

我々の住む世界においてクーロン相互作用は基本的な相互作用の一つである。イオン結晶のクーロンエネルギーの計算は 1918 年に Madelung によって初めてなされた [1]。ファインマンの教科書にも述べられているように、これは微視的な知識から巨視的な量を導いたはじめての例である。現在では、イオン結晶の凝集エネルギーの主要部分であるクーロンエネルギーを彼の名の因んで Madelung エネルギーと呼んでいる。クーロンエネルギーの計算には、クーロン相互作用は長距離相互作用であるために、収束の遅さという問題がある。この問題に対して Ewald は 1921 年の論文 [2] で見事な方法を提示している。彼は $1/r$ ポテンシャルを積分変換し、積分領域を二つの部分に分けることにより、収束の悪いクーロンポテンシャルの和を収束の良い二つの部分からなる和に書き直した。彼の方法は、その収束の良さから様々な分野での分子動力学による研究に広く用いられ [3-7]、Ewald 法もしくは Ewald sum と呼ばれている。

周期構造を持った点電荷系のクーロンエネルギーの計算には収束の悪さという問題に加えて、足し上げの順序によって収束値が異なるという級数の条件収束に関する問題が存在する。例えば、正と負の電荷を持った粒子が交互に距離 1 で並んだ次元鎖のクーロンエネルギーを考えてみる。原点に位置した荷電粒子の感じるクーロンポテンシャルの和は

$$U_{\text{Coul}} = -2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots \right) \quad (1.1)$$

で与えられる。この無限級数は絶対収束はせず、条件収束級数であり足し上げの順序によりその収束値が異なる。この条件収束の問題が認識され始めるのは 1970 年前後のことである [8-10]。De Leeuw, Perram, Smith は、条件収束の問題を取り除くために数学的な球形の収束因子を導入し、クーロンエネルギーに対する表式の導出を行った。その結果、彼らは上に述べた Ewald 法では不十分であり二つの和以外に付加項があることを

見出した。この項は、無限遠方の表面に生じる双極子モーメントの影響を表したもので、表面項と呼ばれている。我々が周期構造を持つ点電荷系を記述する際に単位胞を設定するが、その選び方は無数にある。無限遠方の表面の効果は単位胞の選び方に依存し、それは我々が単位胞を設定したときに生じる人為的なものである。逆に言えば、付加項なしでは単位胞の選び方により Ewald sum の値が異なるという条件収束の問題が顕在化することになる。現在ではこの付加項も含めた和を Ewald sum と呼ぶのが普通である。

本報告では、De Leeuw らとは違った角度から、条件収束により生じる任意性ない物理的なクーロンエネルギーが得られる表式を導出する [11]。要点は次の2つである。

1. 条件収束であるクーロンポテンシャルの和に対し、無限到達距離を持った湯川ポテンシャルの和という物理的な条件を課す。
2. 正の寄与、負の寄与を別々に足し上げる。

まず、湯川ポテンシャルから出発する。式 (1.1) の条件収束級数であるクーロンポテンシャルの和に対応して、一次元鎖における有限到達距離 μ を持った湯川ポテンシャルの和は、

$$U_{\text{Yukawa}}(\mu) = -2 \left(e^{-1/\mu} - \frac{e^{-2/\mu}}{2} + \frac{e^{-3/\mu}}{3} - \frac{e^{-4/\mu}}{4} + \frac{e^{-5/\mu}}{5} - \frac{e^{-6/\mu}}{6} + \dots \right) \quad (1.2)$$

で与えられ、絶対収束級数となる。到達距離 μ が無限大の極限で式 (1.2) は式 (1.1) に一致する。そこで、湯川ポテンシャルの和の無限到達距離極限を物理的なクーロンポテンシャルの和とみなす。第二の正の寄与と負の寄与を別々に足し上げるという手順は絶対収束の下のみで可能であり、Ewald 法などの従来からの手順とは全く異なる。当然のことながら、クーロンポテンシャルの場合、正の寄与と負の寄与を別々に足し上げると、それぞれの寄与は個々には発散してしまう。我々は周期構造の次元にのみ依存した定数に収束する関数を定義し、この発散の問題および条件収束の問題を解決した。また、この関数はクーロンポテンシャルの和における条件収束の問題における周期構造の次元依存性を明らかにしてくれる。

2 一次元周期結晶におけるクーロンポテンシャルの和

図 1 のような単位胞内に正負の点電荷が 1 個ずつ含まれる一次元周期構造を持つ結晶を考える。原点に位置する荷電粒子の感じるクーロンポテンシャルおよび湯川ポテンシャルは、それぞれ、

$$U_{\text{Coul}} = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|r - na|} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{na}, \quad (2.1a)$$

$$U_{\text{Yuka}}(\mu) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-|r-na|/\mu}}{|r - na|} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-na/\mu}}{na} \quad (2.1b)$$

で与えられる。それぞれのポテンシャルの和における第一和の各項は、 $n = 0$ の場合を除いて、以下のようにルジャンドル直交多項式 $P_k(\cos \theta)$ により展開することが出来る。

$$\frac{1}{|r \mp na|} = \frac{1}{r} \sum_{k=0}^{\infty} (\pm 1)^k P_k(\cos \theta) \left(\frac{r}{na} \right)^{k+1}, \quad [r < a], \quad (2.2a)$$

$$\frac{e^{-|r \mp na|/\mu}}{|r \mp na|} = \frac{1}{\mu} \sum_{k=0}^{\infty} (\pm 1)^k P_k(\cos \theta) (2k+1) i_k(r/\mu) k_k(na/\mu), \quad [r < a]. \quad (2.2b)$$

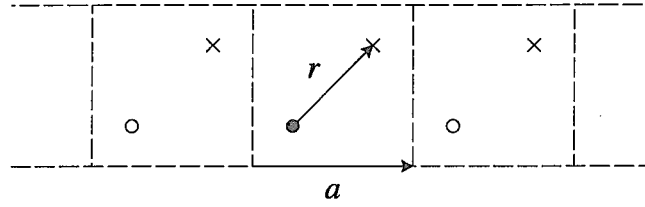


図 1: 一次元周期構造を持つ結晶の模式図。単位胞には正負の電荷が1個ずつ含まれている。黒丸は原点に位置する注目する点電荷、白丸はそのコピーを表し、周期ベクトルを \mathbf{a} としている。×印は注目する粒子とは異なる電荷を持つ点粒子を表し、同一単位胞に含まれる異電荷間の相対距離を r としている。

ここで、 $\cos \theta = \mathbf{r} \cdot \mathbf{a} / ra$ である。また、 $i_k(z)$ および $k_k(z)$ は第一種および第二種球変形 Bessel 関数である。これらの展開公式を用いて式 (2.1a) および式 (2.1b) を書き直すと、

$$U_{\text{Coul}} = -\frac{1}{r} - \frac{2}{r} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^{2m+1} \zeta(2m+1) P_{2m}(\cos \theta) - \frac{2}{a} \{\zeta(1) - \zeta(1)\}, \quad (2.3a)$$

$$U_{\text{Yuka}}(\mu) = -\frac{e^{-r/\mu}}{r} - \frac{2}{\mu} \sum_{m=1}^{\infty} (4m+1) i_{2m}(r/\mu) \sum_{n=1}^{\infty} k_{2m}(na/\mu) P_{2m}(\cos \theta) - \frac{2}{a} \left(\frac{\sinh(r/\mu)}{r/\mu} - 1 \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-na/\mu}}{n} \quad (2.3b)$$

となる。ここで $\zeta(\nu)$ はリーマンのゼータ関数であり、

$$\zeta(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\nu} \quad (2.4)$$

で定義される。この関数は $\nu > 1$ のときは収束し、 $0 < \nu \leq 1$ のときは発散する級数である。クーロンポテンシャルの和 (2.3a) は三つの部分からなることがわかる。第一項は注目した荷電粒子を含む単位胞内の電荷から感じるクーロンポテンシャルであり、以下では『内部項』と称する。荷電粒子を含む単位胞以外から感じるクーロンポテンシャルは結晶の周期性により、 $\zeta(1)$ の発散を含む項と含まない項に分離できる。以下では、 $\zeta(1)$ の発散を含まない第二項を『背景項』と称し、 $\zeta(1)$ の発散を含む第三項を『結合項』と称する。湯川ポテンシャルの和 (2.3b) も同じ構造を持っている。湯川ポテンシャルの和における第三項がクーロンポテンシャルの和における $\zeta(1)$ の発散を含む項に対応し、(単位胞の内部構造) × (格子構造) という形をしている。これが第三項を『結合項』と称する理由である。

ここで、無限到達距離の極限 $\mu \rightarrow \infty$ をとったときの式 (2.3a) と式 (2.3b) の対応関係を見てみる。内部項は $\mu \rightarrow \infty$ の極限で一致することは容易にわかる。背景項は $1/\mu$ の次数で整理することができ、その最低次は 0 次である。それはクーロンポテンシャルの和の背景項に一致する。問題となるのが結合項である。我々は正の寄与と負の寄与を別々に足し上げたために $\zeta(1)$ という発散項が生じている。そこで、湯川ポテンシャルの和における結合項に対して、 $\mu \rightarrow \infty$ の極限をとってみる。 $\mu \gg 1$ のとき、湯川ポテンシャルの結合項は

$$U_{\text{Yuka}}^{\text{coup}}(\mu) = -\frac{2}{a} \left(\frac{\sinh(r/\mu)}{r/\mu} - 1 \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-na/\mu}}{n} \sim \frac{2r^2}{a} \frac{1}{6\mu^2} \log(1 - e^{-a/\mu}) \quad (2.5)$$

で与えられる。クーロンポテンシャルにおける結合項を無限到達距離極限における湯川ポテンシャルの結合項と定義すると、

$$U_{\text{Coul}}^{\text{coup}} \equiv \lim_{\mu \rightarrow \infty} U_{\text{Yuka}}^{\text{coup}}(\mu) = 0 \quad (2.6)$$

となる。したがって、クーロンポテンシャルにおける結合項に現れた $\zeta(1) - \zeta(1)$ は湯川ポテンシャルの極限として 0 となり、一次元結晶のクーロンエネルギーは内部項と背景項のみで与えられる。これを正負の電荷が交互に並んだ一次元鎖（最近接距離 1）に適用すると、

$$U_{\text{Coul}} = U_{\text{Coul}}^{\text{in}} + U_{\text{Coul}}^{\text{env}} = -1 - 0.38629... \quad (2.7)$$

という値が得られる。この値は式 (1.1) の条件収束級数の和を正と負の寄与を交互に足し上げた場合に得られる $-2\log 2$ という値に一致する。

3 二次元・三次元周期結晶におけるクーロンポテンシャルの和

前節の議論を二次元・三次元周期結晶に拡張すると、単位胞内に正負の電荷が N 個ずつ任意に分布している場合、原点に位置する荷電粒子の感じるクーロンポテンシャルの和は

$$U_{\text{Coul}} = U_{\text{Coul}}^{\text{in}} + U_{\text{Coul}}^{\text{env}} \quad (3.1)$$

$$U_{\text{Coul}}^{\text{in}} = - \sum_{j'} \frac{1}{r_{j'}} + \sum_j \frac{1}{r_j} \quad (3.2a)$$

$$U_{\text{Coul}}^{\text{env}} = - \sum_{\mathbf{a}} \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta(2m+1) \left[\sum_{j'} P_{2m}(\cos \theta_{j'}) \left(\frac{r_{j'}}{a} \right)^{2m} - \sum_j P_{2m}(\cos \theta_j) \left(\frac{r_j}{a} \right)^{2m} \right] \quad (3.2b)$$

で与えられる。ただし、一次元周期結晶と同様に $\zeta(1) - \zeta(1) = 0$ が成り立つものとして結合項は 0 とした。ここで、 r_j は原点に位置する点電荷と同じ電荷を持つ粒子の位置を表し、 $r_{j'}$ は異なる電荷を持つ粒子の位置を表す。また、 \mathbf{a} は格子ベクトルであり、 $\cos \theta_j = \mathbf{a} \cdot \mathbf{r}_j / ar_j$ である。一次元周期結晶とは異なり、背景項には格子ベクトル \mathbf{a} に関する和が含まれ、その和は同一直線上にない最低長の格子ベクトルについてのみ取らなければならない。

この表式を正と負の点電荷が交互に配置した二次元入れ子結晶に適用すると、基本ベクトルの選び方に依らず唯一のクーロンエネルギーが得られる。最近接距離を 1 としたときそのクーロンエネルギーは -1.6155 である。ところが、三次元結晶にこの表式を適用すると、基本ベクトルの取り方に依存して異なるクーロンエネルギーが得られてしまう。例として、最近接距離を 1 とした体心立方型 (CsCl-型) イオン結晶の場合を示す。図 2 に示したような 3 種類の基本ベクトルの取り方をすると、それぞれの選び方に対して 3 種類のクーロンエネルギーが得られてしまう。表 1 に図 2 に示した 3 種類の基本ベクトルの取り方に対応したクーロンエネルギーとその内訳を示した。比較のため Kittel の教科書 [13] に示されているクーロンエネルギーの値も示してある。Case (c) のように正負の電荷が交互に並ぶ方向に基本ベクトルを選んだときに従来からのクーロンエネルギーと一致した値が得られる*1。

*1 Case (a) と Case (b) の場合に得られるクーロンエネルギーの平均値が Case (c) の場合の値に一致する。Evjen は 1932 年に彼の提案したクーロンポテンシャルの格子和の方法により Case (a) と Case (b) の値を得ている [12]。彼はその平均を CsCl-型イオン結晶の Madelung エネルギーとしたが、これはクーロンポテンシャルの和における条件収束の現れであった。

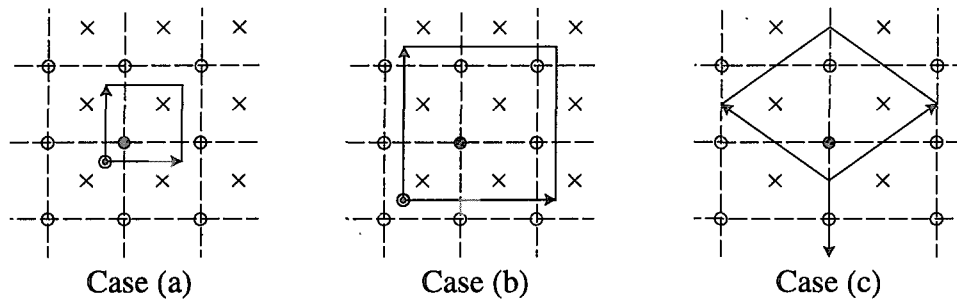


図 2: 体心立方型 (CsCl型) イオン結晶を表す基本ベクトルの三つの選び方。Case (a) : $\mathbf{a}_1 = (2/\sqrt{3}, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 2/\sqrt{3}, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 2/\sqrt{3})$ 。Case (b) : $\mathbf{a}_1 = (4/\sqrt{3}, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 4/\sqrt{3}, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 4/\sqrt{3})$ 。Case (c) : $\mathbf{a}_1 = (-2/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3})$, $\mathbf{a}_2 = (2/\sqrt{3}, -2/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3})$, $\mathbf{a}_3 = (2/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3}, -2/\sqrt{3})$ 。単位胞にはそれぞれ正負の電荷が 1 個、8 個、4 個ずつ含まれる。また、基本ベクトルの選び方はこの 3 種類だけでなく無数に存在する。

表 1: 図 2 に示した 3 種類の基本ベクトルを選んだときの体心立方型 (CsCl 型) イオン結晶 (最近接距離 1) のクーロンエネルギーとその内訳。

	U_{Coul}	$U_{\text{Coul}}^{\text{in}}$	$U_{\text{Coul}}^{\text{env}}$
Case (a)	-0.402325	-1.000000	0.597675
Case (b)	-3.123021	-3.064807	-0.058214
Case (c)	-1.762675	-1.401924	-0.360741
Kittel [13]	-1.762675		

では、なぜ三次元結晶に対してのみこのようなクーロンポテンシャルの和における条件収束級数の性質が現れてしまったのであろうか。それは我々が二次元・三次元結晶においても結合項を 0 としてしまったからである。前節では一次元結晶に対してのみ結合項が $\mu \rightarrow \infty$ において 0 になることを示したが、二次元・三次元結晶に対してはこのことは確かめていない。次節ではクーロンポテンシャルの和における条件収束または発散の情報を持った次元依存関数を定義し、基本ベクトルの選び方に依らず唯一の物理的なクーロンエネルギーが得られる表式を導出する。この関数はクーロンポテンシャルの和に現れる条件収束級数に関する次元依存性を明らかにしてくれる。また、なぜ Case (c) のような基本ベクトルの取り方をすれば、従来の体心立方型イオン結晶のクーロンエネルギーが得られるのかが明らかとなる。

4 無限到達距離の湯川ポテンシャルとしてのクーロンポテンシャルの和

本節では再び湯川ポテンシャルから出発し、到達距離 μ が無限大となる極限として、条件収束級数の性質から生じる任意性のない物理的なクーロンエネルギーが得られる表式の導出を行う。二次元・三次元周期結晶

における湯川ポテンシャルの和は、クーロンポテンシャルの和 (3.1)-(3.2b) に対応して、次式で与えられる。

$$U_{\text{Yuka}}(\mu) = U_{\text{Yuka}}^{\text{in}}(\mu) + U_{\text{Yuka}}^{\text{env}}(\mu) + U_{\text{Yuka}}^{\text{coup}}(\mu) \quad (4.1)$$

$$U_{\text{Yuka}}^{\text{in}}(\mu) = -\frac{1}{\mu} \left[\sum_{j'}^N \frac{e^{-\tilde{r}_{j'}}}{\tilde{r}_{j'}} + \sum_j^{N-1} \frac{e^{-\tilde{r}_j}}{\tilde{r}_j} \right] \quad (4.2a)$$

$$U_{\text{Yuka}}^{\text{env}}(\mu) = -\frac{2}{\mu} \sum_{\mathbf{a}} \sum_{m=1}^{\infty} (4m+1) \sum_{n=1}^{\infty} k_{2m}(n\tilde{\mathbf{a}}) \times \left[\sum_{j'}^N P_{2m}(\cos \theta_{j'}) i_{2m}(\tilde{r}_{j'}) - \sum_j^{N-1} P_{2m}(\cos \theta_j) i_{2m}(\tilde{r}_j) \right] \quad (4.2b)$$

$$U_{\text{Yuka}}^{\text{coup}}(\mu) = -\frac{2}{\mu} \left[\sum_{j'}^N \frac{\sinh \tilde{r}_{j'}}{\tilde{r}_{j'}} - \sum_j^{N-1} \frac{\sinh \tilde{r}_j}{\tilde{r}_j} - 1 \right] \sum_{\mathbf{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\tilde{\mathbf{a}}}}{n\tilde{\mathbf{a}}} \quad (4.2c)$$

ここで、 $\tilde{r}_j = r_j/\mu$, $\tilde{r}_{j'} = r_{j'}/\mu$, $\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a}/\mu$ である。一次元結晶の場合と同様に内部項 (4.2a) および背景項 (4.2b) の $1/\mu$ で展開した場合の最低次は 0 次であり $\mu \rightarrow \infty$ でクーロンポテンシャルから出発した表式 (3.2a) および (3.2b) に一致する。結合項 (4.2c) は前節では 0 としたが、二次元・三次元周期構造を持つ結晶に対しては 0 となるかどうかは自明ではない。

結合項 (4.2c) の $\mu \rightarrow \infty$ での振舞いを見るために、次のような関数を定義する。

$$F_k(\mu) \equiv \tilde{V}_{\text{cell}}^{(k)} \sum_{\mathbf{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n\tilde{\mathbf{a}}}}{n\tilde{\mathbf{a}}}. \quad (4.3)$$

ここで k は周期構造の次元を表し $\tilde{V}_{\text{cell}}^{(k)}$ は k 個の基本ベクトルで張られる単位胞の“体積”を無次元量化したものである。この次元依存関数を用いて、湯川ポテンシャルの和における結合項は

$$U_{\text{Yukawa}}^{\text{coup}}(\mu) = -\frac{2}{\mu} \left(\sum_{j'}^N \frac{\sinh \tilde{r}_{j'}}{\tilde{r}_{j'}} - \sum_j^{N-1} \frac{\sinh \tilde{r}_j}{\tilde{r}_j} - 1 \right) \frac{1}{\tilde{V}_{\text{cell}}^{(k)}} F_k(\mu) \quad (4.4)$$

と書ける。クーロンポテンシャルの和における結合項を $\mu \rightarrow \infty$ の極限として定義する：

$$U_{\text{Coul}}^{\text{coup}} \equiv -\frac{1}{V_{\text{cell}}^{(k)}} \left(\sum_{j'}^N \frac{r_{j'}^2}{3} - \sum_j^{N-1} \frac{r_j^2}{3} \right) \lim_{\mu \rightarrow \infty} \mu^{k-3} F_k(\mu). \quad (4.5)$$

図 3 は $1/\mu$ に対する $F_k(\mu)$ の振舞いを示したものである。 $F_k(\mu)$ は $\mu \rightarrow \infty$ の極限で二次元格子では π (点線)、三次元格子では 2π (実線) に収束する。図 3 は一辺が 1 の二次元正方格子および三次元立方格子の場合のみを示したが、 $F_k(\mu)$ の $\mu \rightarrow \infty$ の極限值は格子構造には依存しない。したがって、式 (4.4) からクーロンポテンシャルの和における結合項は、基本ベクトルの選び方に依らず、周期構造の次元に応じて次のような寄与をする：

$$(\text{一次元周期結晶}) \propto -\lim_{\mu \rightarrow \infty} \mu^{-2} \log(1 - e^{-a/\mu}) = 0, \quad (4.6a)$$

$$(\text{二次元周期結晶}) \propto \lim_{\mu \rightarrow \infty} \mu^{-1} F_2(\mu) = 0, \quad (4.6b)$$

$$(\text{三次元周期結晶}) \propto \lim_{\mu \rightarrow \infty} \mu^0 F_3(\mu) = 2\pi. \quad (4.6c)$$

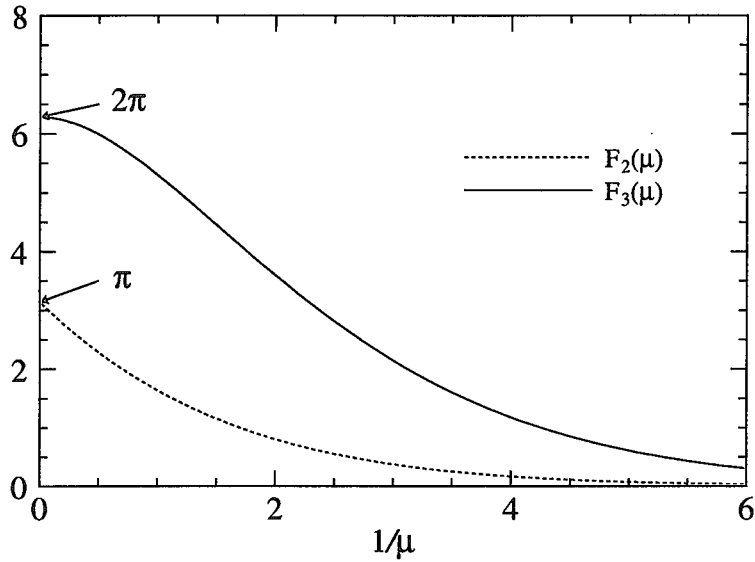


図 3: 一辺が 1 の二次元正方格子および三次元立方格子における関数 $F_k(\mu)$ の $1/\mu$ に対する振舞い。
 $F_k(\mu)$ は $\mu \rightarrow \infty$ の極限で二次元格子では π (点線)、三次元格子では 2π (実線) に収束する。この収束値は格子構造には依存せず、周期構造の次元にのみ依存する。

すなわち、一次元結晶、二次元結晶では結合項は常に 0 であり、これが前節で証明なしに結合項を 0 としたにもかかわらず、二次元結晶では基本ベクトルの選び方に依存せず唯一のクーロンエネルギーが得られた理由である。一方、三次元結晶では結合項が 0 となるとは限らず、基本ベクトルの選び方に応じてその寄与が異なる。これが前節で基本ベクトルの選び方に依存したクーロンエネルギーが得られた理由である。

湯川ポテンシャルの極限としての物理的なクーロンポテンシャルの和を与える表式は

$$U_{\text{Coul}} = U_{\text{Coul}}^{\text{in}} + U_{\text{Coul}}^{\text{env}} + U_{\text{Coul}}^{\text{coup}} \quad (4.7)$$

$$U_{\text{Coul}}^{\text{in}} = - \sum_{j'}^N \frac{1}{r_{j'}} + \sum_j^{N-1} \frac{1}{r_j} \quad (4.8a)$$

$$U_{\text{Coul}}^{\text{env}} = - \sum_{\mathbf{a}} \frac{k\text{-dim}}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta(2m+1) \left[\sum_{j'}^N P_{2m}(\cos \theta_{j'}) \left(\frac{r_{j'}}{a} \right)^{2m} - \sum_j^{N-1} P_{2m}(\cos \theta_j) \left(\frac{r_j}{a} \right)^{2m} \right] \quad (4.8b)$$

$$U_{\text{Coul}}^{\text{coup}} = - \frac{2\pi}{3V_{\text{cell}}} \left(\sum_{j'}^N r_{j'}^2 - \sum_j^{N-1} r_j^2 \right) \quad (4.8c)$$

と書き下せる。ただし、一次元・二次元結晶では結合項 $U_{\text{Coul}}^{\text{coup}}$ は常に 0 である。表式 (4.7)–(4.8c) により得られる体心立方型イオン結晶 (最近接距離 1) のクーロンエネルギーとその内訳を表 2 に示した。基本ベクトルの選び方に依らず唯一の物理的なクーロンエネルギーが得られることがわかる。図 2 の Case (c) の基本ベクトルは単位胞の二次のモーメントが 0 になるような選び方となっている。この場合には式 (4.8c) から結合項が 0 となり、前節で得られた値と一致する。図 2 の Case (a) と Case (b) の場合には単位胞の二次のモー

表 2: 基本ベクトルを図 2 で示した Case (a), (b), (c) としたときの体心立方型イオン結晶 (最近接距離 1) のクーロンエネルギーとその内訳。

	U_{Coul}	$U_{\text{Coul}}^{\text{in}}$	$U_{\text{Coul}}^{\text{env}}$	$U_{\text{Coul}}^{\text{coup}}$
Case (a)	-1.762675	-1.000000	0.597675	-1.360350
Case (b)	-1.762675	-3.064807	-0.058214	1.360350
Case (c)	-1.762675	-1.401924	-0.360741	0.000000
Kittel [13]	-1.762675			

表 3: 典型的なイオン結晶 (最近接距離 1) のクーロンエネルギー

	CsCl 型 (two SCL)	NaCl 型 (two FCC)	α -ZnS 型 (two FCC)	β -ZnS 型 (two HCP)
present work	-1.762675	-1.747565	-1.638055	-1.64132
Kittel [13]	-1.762675	-1.747565	-1.6381	-
Lee [14]	-1.76267	-1.74756	-1.63806	-1.64132

メントが 0 ならず、無限遠の表面にモーメントが生じている。一次元・二次元結晶の場合はこの無限遠方の表面の効果は常に 0 となるが、三次元結晶の場合には無限遠方といえど、その寄与が 0 とならないことを結合項は示している。この表面の効果は我々が選ぶ基本ベクトルに依存した人為的なものであることに注意を要する。また、三つの成分の内訳も基本ベクトルの取り方により変化する。他の典型的な三次元結晶についても表式 (4.7)-(4.8c) から得られたクーロンエネルギーを表 3 に示した。これらの結晶系に対しても基本ベクトルの選び方に依らず唯一のクーロンエネルギーが得られ、それら値は従来から得られているクーロンエネルギーの値と一致する。

5 まとめ

条件収束級数であるクーロンポテンシャルの和に対し任意性のない表式の導出を行った。導出の際の要点は次の 3 つである。

1. 条件収束であるクーロンポテンシャルの和に対し、無限到達距離を持った湯川ポテンシャルの和という物理的条件を課す。
2. 正の寄与・負の寄与を別々に足し上げる。
3. 湯川ポテンシャルの到達距離が無限となる極限で周期構造の次元には依存するが格子構造には依存しない定数に収束する関数の発見。

導出したクーロンポテンシャルの総和は内部項・背景項・結合項の 3 つの寄与に分けられる：

$$U_{\text{Coul}} = U_{\text{Coul}}^{\text{in}} + U_{\text{Coul}}^{\text{env}} + U_{\text{Coul}}^{\text{coup}}$$

クーロンポテンシャルの総和に対するこれらの三つの寄与の内訳は基本ベクトルの取り方に依存するが、その総和は基本ベクトルの選び方に依らず、唯一のクーロンエネルギーを与える。ここで、結合項は De Leeuw ら

が得た表面項 [10] と呼ばれているものと同じものである*2。これは我々が湯川ポテンシャルから出発したからであり、無限遠方で球の境界条件を課すことと同じことになっている。最後に我々の方法は四次元以上の高次元結晶へと自然に拡張することが出来ることを指摘しておく。高次元結晶では結合項は発散してしまうが、この場合には背景項が発散を含むことになり、クーロンエネルギーが発散することはない。空間の次元とクーロンエネルギーの問題も今後の研究課題の一つとして挙げておく。

本報告で導出した表式は固体物理における結晶系だけでなく、物性物理・プラズマ物理・天体物理などに展開されている分子動力学への適用が可能であり、大きな波及効果があると期待している。

参考文献

- [1] E. Madelung, *Phys. Z.* **19** (1918) 525.
- [2] P. P. Ewald, *Ann. des Phys.* **64** (1921) 253.
- [3] L. V. Woodcock and K. Singer, *Trans. Faraday Soc.* **67** (1971) 12.
- [4] S. G. Brush, H. L. Sahlin and E. Teller, *J. Chem. Phys.* **45** (1966) 2102.
- [5] R. C. Gann, S. Chakravarty and G. V. Chester, *Phys. Rev. B* **20** (1979) 326.
- [6] P. Seufferling, J. Vogel and C. Toepffer, *Phys. Rev. A* **40** (1989) 323.
- [7] G. Watanabe, K. Sato and T. Ebisuzaki, *Phys. Rev. C* **66** (2002) 012801R.
- [8] F. E. Harris and H. J. Monkhorst, *Chem. Phys. Lett.* **4** (1969) 181; *Phys. Rev. B* **2** (1970) 4400.
- [9] A. Redlack and J. Grindlay, *J. Phys. Chem. Solids* **36** (1975) 73.
- [10] S. W. De Leeuw, J. W. Perram and E. R. Smith, *Proc. R. Soc. London A* **373** (1980) 27.
- [11] H. Takemoto, T. Ohyama and A. Tohsaki, *Prog. Theor. Phys.* **109** (2003) 563.
- [12] H. M. Evjen, *Phys. Rev.* **39** (1932) 675.
- [13] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics 7th ed.* (John Wiley & Sons, New York, 1996).
- [14] J. D. Lee, *A New Concise Inorganic Chemistry, 3rd ed.* (Van Nostrand Reinhold, Berkshire, 1977).

*2 ただし符号は異なる。De Leeuw の手順では球状に単位胞を積み上げていく。我々の方法では格子ベクトル \mathbf{a} に対する和がこれに対応し、これは球殻状に生じている空孔を次々と埋めていくという手順である。



6. 相対論的枠組における超微細構造

長澤 泰輔 (九大院理), 芳賀昭弘 (名工大工), 中野正博 (産業医大)

Hyperfine Splitting based on Relativistic Mean Field Theory

Kyushu. Univ., Nagoya Inst. Tech.^A, Univ. Occup. Environ. Hlth.^B,

T. Nagasawa, A. Haga^A and M. Nakano^B

abstract

We evaluate the hyperfine splitting of hydrogenlike ^{209}Bi and ^{207}Pb ions based on a relativistic method for both the electron system and the nucleon system. The effect due to a relativistic treatment of nucleus within the framework of mean field theory is shown with the result of the hyperfine splitting. In particular, in this relativistic calculation of the hyperfine splitting, we evaluate the Bohr-Weisskopf effect and the nuclear finite size effect. In addition, it is shown that the nonlinear model which explains well the nuclear magnetic moments gives a better description of the hyperfine splitting.

1 Introduction

超微細構造に対する理論的な研究は1930年のFermi[1]から始まる。しかしながら、この中では実験値による核磁気モーメントを用いて原子核に対する記述はなかった。また、超微細構造に対する有限サイズの核磁気分布の効果はBohrとWeisskopfにより研究された[2]。核磁気モーメント同様、このBohr-Weisskopf効果(BW)を正確に記述することは、核構造を探る上で重要な要素として期待されているが、その効果は非常に小さく現在実験的にも観測することは困難である。

そんな中、ここ10年の間に水素様イオンに対する正確な超微細構造の実験が報告された[3,4]。このような正確な実験が理論家達を刺激し、高次のQED効果に対する興味も手伝い、超微細構造に対する理論が次々と報告された[5-11]。しかしながら上記の研究では相対論的な取り扱いが電子の系にのみ行われ、原子核の系に対しては非相対論的なままである。したがって今回の目的は、原子核に対しても平均場近似の範囲で正確に超微細構造を相対論的に記述することにある。

本研究では $^{207}\text{Pb}^{81+}$ および $^{209}\text{Bi}^{82+}$ に対する超微細構造を相対論的枠組で計算した。この枠組では超微細構造のエネルギー分裂は、電子および核子それぞれからなるローレンツ共変なカレントによる横波相互作用から引き起こされる。そこで我々はこれをS-matrix理論に基づく基底状態に対する1次の摂動で扱った。相対論的に扱う上で原子核の1粒子状態やその波動関数は相対論的平均場近似(RMF)の下で求めた。このRMFが1粒子状態や $1s$ 分裂を再現することは良く知られている[12-16]。

また超微細構造を記述する上で核磁気モーメントを、より再現するかが重要であるかについても示すことになる。

電子の系についても、点電荷でなく、RMFから得られた電荷分布を元にしたCoulomb場を持ったDirac方程式を解いた。この有限サイズの効果(FS)は“Breit-Schwallow effect”[17-20]としても知られている。我々はこのFS効果や既に述べたBW効果についても触れることになる。

2 Formalism

2.1 basis

核子の波動関数や1粒子状態は以下のラグランジアン密度を用いてえられる.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_v \gamma^\mu V_\mu - \frac{\tau_3}{2} g_\rho \gamma^\mu b_\mu - \frac{1+\tau_3}{2} e\gamma^\mu A_\mu - (M - g_s \phi) \right] \psi \\
& + \frac{1}{2} [\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2] + \frac{1}{3} g_2 \phi^3 - \frac{1}{4} g_3 \phi^4 \\
& - \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu) (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) - \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu \right] \\
& - \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu) (\partial^\mu b^\nu - \partial^\nu b^\mu) - \frac{1}{2} m_\rho^2 b_\mu b^\mu \right] \\
& - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu). \tag{1}
\end{aligned}$$

核子は質量 M を持った ψ で表される. また ϕ , V^μ , b^μ , そして A^μ はそれぞれ σ , ω , ρ メソンおよび光子の場で Klein-Gordon 方程式を解くことでえられる. ラグランジアンにおけるパラメータはメソン質量 m_s , m_v , m_ρ とおよびそれぞれに対するカップリング定数 g_s , g_v , g_ρ であり, また σ メソンに関しては非線形項に対するカップリング定数 g_2 , g_3 を用いた. τ_3 は陽子に対して $+1$, 中性子に対しては -1 とした.

球形核に対する相対論的な平均場近似により上記のラグランジアンは簡単化され, 以下の核子に対する動径方向の Dirac 方程式がえられる.

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R} (1 - k) \right] v(R) \\
& + \left[\{M - g_s \phi(R)\} - E - \left\{ g_v \gamma^0 V_0(R) + \frac{\tau_3}{2} g_\rho \gamma^0 b_0(R) + \frac{1+\tau_3}{2} e\gamma^0 A_0(R) \right\} \right] u(R) = 0, \tag{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R} (1 + k) \right] u(R) \\
& - \left[\{M - g_s \phi(R)\} + E + \left\{ g_v \gamma^0 V_0(R) + \frac{\tau_3}{2} g_\rho \gamma^0 b_0(R) + \frac{1+\tau_3}{2} e\gamma^0 A_0(R) \right\} \right] v(R) = 0. \tag{3}
\end{aligned}$$

$u(R)$, $v(R)$ はそれぞれ核子の波動関数の上成分と下成分である. $\int dR R^2 \{u(R)^2 + v(R)^2\} = 1$ と規格化される. 核子の軌道角運動量 l と量子数 k は全角運動量 I から以下のように与えられる. $I = l \pm 1/2$, $k = \mp(I + 1/2)$.

^{209}Bi と ^{207}Pb は0次の摂動展開より以下のようにえられる.

$$|\psi_{209}\rangle = a^\dagger |^{208}\text{Pb}\rangle, \tag{4}$$

$$|\psi_{207}\rangle = a |^{208}\text{Pb}\rangle. \tag{5}$$

ここで $a^\dagger(a)$ は生成(消滅)演算子である.

$1s_{1/2}$ の1電子の系に対しても同様に動径方向のみの Dirac 方程式を解き, この場合は $k = -1$ より以下になる.

$$- \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r} \right) f(r) + \{m_e - \epsilon - eV_C(r)\} g(r) = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} g(r) - \{m_e + \epsilon + eV_C(r)\} f(r) = 0. \tag{7}$$

ここで Coulomb ポテンシャルと電荷密度は Ref. [22] による方法を用いて以下で定義される。

$$V_C(r) = \frac{e}{4\pi} \int d\mathbf{R} \frac{\rho_c(\mathbf{R})}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}, \quad (8)$$

$$\rho_c(\mathbf{R}) = \int d\mathbf{x}' \rho_{sn}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \rho_p(\mathbf{x}'), \quad (9)$$

$$\rho_{sn}(\mathbf{y}) = \frac{\mu^3}{8\pi} \exp(-\mu|\mathbf{y}|), \quad (10)$$

$$\mu = \sqrt{0.71} \quad [\text{GeV}]. \quad (11)$$

陽子密度 ($\rho_p(\mathbf{R})$) は式 (2) と (3) からえられ、電荷数 Z に規格化される。 $\int d\mathbf{R} \rho_p(\mathbf{R}) = Z$ 。核子の場合と同様に $g(r)$ ($f(r)$) は電子の上 (下) 成分である。 $\int dr r^2 \{g(r)^2 + f(r)^2\} = 1$ と規格化される。

始めに電子の系における FS 効果について述べる。 Figure 1 は $^{209}\text{Bi}^{82+}$ における電子の波動関数を示したものであるが、点電荷のものに比べ FS 効果を含めたものは、中心力が弱まる影響で 15fm 以下で小さくなることが見える。定量的にこの FS 効果を見るために、以下の δ を定義する。

$$\delta = \frac{\int_0^\infty dr g_0(r)f_0(r) - \int_0^\infty dr g(r)f(r)}{\int_0^\infty dr g_0(r)f_0(r)}. \quad (12)$$

ここで $g_0(r)$ ($f_0(r)$) は点電荷の下にえられた解析解であり [23]、また $g(r)$ ($f(r)$) は FS 効果を含めたものである。 Table 1 に δ を示す。この効果はそのまま超微細構造に効いてくる。また Ref. [19] にある結果と比べると、 $^{209}\text{Bi}^{82+}$ においてこの δ は 11.761 となり、我々の結果と比べると大きい。

TABLE 1. δ is denoted in percentage.

	$^{209}\text{Bi}^{82+}$	$^{207}\text{Pb}^{81+}$
δ	8.114	7.681

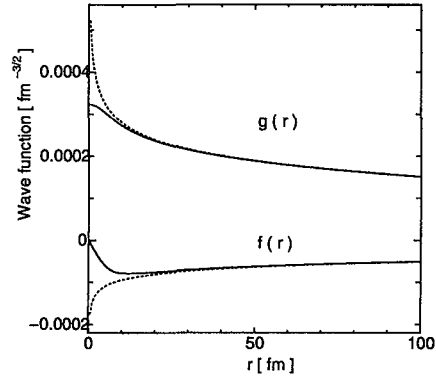


FIG. 1. Wave functions $g(r)$ and $f(r)$ for the electron on $^{209}\text{Bi}^{82+}$; the solid line shows with the FS effect and the dotted line shows without the FS effect.

2.2 HFS model

相互作用ハミルトニアンは、

$$\mathcal{H}_I = e\hat{j}_e^\mu \hat{A}_\mu + e\hat{j}_N^\mu \hat{A}_\mu, \quad (13)$$

ここで \hat{j}_e^μ および \hat{j}_N^μ は電子、原子核それぞれに対するローレンツ共変なカレント演算子で

$$\hat{j}_e^\mu = \hat{\psi}_e \gamma^\mu \hat{\psi}_e, \quad (14)$$

$$\hat{j}_N^\mu = \frac{1+\tau_3}{2} \hat{\psi}_N \gamma^\mu \hat{\psi}_N + \frac{\lambda}{2M^*} \partial_\nu (\hat{\psi}_N \sigma^{\mu\nu} \hat{\psi}_N), \quad (15)$$

ここで、

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]. \quad (16)$$

M^* は有効質量で具体的には $M^* = M - g_s \phi(R)$ と書かれ, λ は核子に対する anomalous 磁気モーメントである. 陽子に対しては $\lambda = 1.793 \mu_N$, また中性子に対して $\lambda = -1.913 \mu_N$ である.

我々は static 近似の下に S-matrix 法の 1 次の摂動として超微細構造を求めた. そうすると超微細構造は,

$$E_{HFS} = e^2 \langle IjFM | j_e^s(\mathbf{x}_1) D_{st}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; 0) J_N^t(\mathbf{x}_2) | IjFM \rangle \Big|_{F=I-j}^{F=I+j} \quad (17)$$

$$= e^2 \sum_{L\eta} \frac{1}{L^2} (-1)^{L+1-\eta} \int r^2 dr R^2 dR \frac{r'^L}{r'^{L+1}} (-1)^\eta \times \Delta W(I\eta Fj; Ij) \langle j || [Y_L \otimes j_e]^\eta || j \rangle \langle I || [Y_L \otimes J_N]^\eta || I \rangle, \quad (18)$$

と表せる. ここで j は電子 ($1s_{1/2}$) の全角運動量である. また $F = I \oplus 1/2$ は原子核と電子の系の全角運動量である.

$$\Delta W(I\eta Fj; Ij) = W \left(I\eta I + \frac{1}{2} \frac{1}{2}; I \frac{1}{2} \right) - W \left(I\eta I - \frac{1}{2} \frac{1}{2}; I \frac{1}{2} \right), \quad (19)$$

W は Racah 係数である. 光子の横波成分は,

$$D_{st}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2; 0) = \frac{\delta_{st}}{4\pi |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}, \quad (20)$$

添字 s, t は 1 から 3 である. 式(18)において $\eta = L = 1$ 以外は電子のカレントから来る要請により値を持たない. 核子に対する換算行列要素は Dirac 部分 $\mathcal{J}_D(R)$ と anomalous 部分 $\mathcal{J}_A(R)$ に分けることができ,

$$E_{HFS} = \frac{e^2}{3} \int r^2 dr R^2 dR \frac{r'^L}{r'^{L+1}} \Delta W(I\eta Fj; Ij) \mathcal{J}_e(r) \{ \mathcal{J}_D(R) + \mathcal{J}_A(R) \}, \quad (21)$$

となる. 電子の成分 $\mathcal{J}_e(r)$ および核子に対する Dirac 部分と anomalous 部分はそれぞれ

$$\mathcal{J}_e(r) = 2g(r)f(r) \langle 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2} || [Y_1 \otimes \sigma]^1 || 1 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle, \quad (22)$$

$$\mathcal{J}_D(R) = -\frac{1+\tau_3}{2} 2u(R)v(R) \langle l \frac{1}{2} I || [Y_1 \otimes \sigma]^1 || l \frac{1}{2} I \rangle, \quad (23)$$

$$\mathcal{J}_A(R) = \frac{\lambda}{2M^*(R)} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d}{dR} \mathcal{J}_{A1}(R) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{d}{dR} + \frac{3}{R} \right) \mathcal{J}_{A2}(R) \right\}, \quad (24)$$

ここで,

$$\mathcal{J}_{A1}(R) = u(R)^2 \langle l \frac{1}{2} I || [Y_0 \otimes \sigma]^1 || l \frac{1}{2} I \rangle - v(R)^2 \langle l \frac{1}{2} I || [Y_0 \otimes \sigma]^1 || l \frac{1}{2} I \rangle, \quad (25)$$

$$\mathcal{J}_{A2}(R) = u(R)^2 \langle l \frac{1}{2} I || [Y_2 \otimes \sigma]^1 || l \frac{1}{2} I \rangle - v(R)^2 \langle l \frac{1}{2} I || [Y_2 \otimes \sigma]^1 || l \frac{1}{2} I \rangle. \quad (26)$$

また $l(\bar{l})$ は波動関数の上(下)成分の軌道角運動量である.

3 Discussion

RMF では我々は Table 2 にあるパラメータを用いた. それぞれのパラメータからえられた超微細構造の理論値は Table 3 のとおりである. 非線形モデルが線形モデルよりも再現することや特に NL2 がよりよく再現することが分る.

TABLE 2. Parameter sets.
Note that we convert the original NL3 to our form.

	HS [15]	NL-SH [16]	NL3 [17]	NLC [18]	NL2[19]
M [MeV]	939.0	939.0	939.0	939.0	938.0
m_σ [MeV]	520.0	526.059	508.194	500.8	504.89
m_ω [MeV]	783.0	783.0	782.501	783.0	780.0
m_ρ [MeV]	770.0	763.0	763.0	770.0	763.0
g_σ	10.47	10.4444	10.217	9.7524	9.111
g_ω	13.80	12.945	12.868	12.2037	11.493
g_ρ	8.076	4.383	4.474	8.6597	5.507
g_2 [fm ⁻¹]	—	-6.9099	-10.431	-12.67	-2.304
g_3	—	-15.8337	-28.885	-33.33	13.783

TABLE 3. HFS with several parameter sets.
Note that using $\mu_{I\text{exp}}$ denotes the HFS by using the experimental data of nuclear magnetic moments and "without M^* " denotes the HFS instead of using M^* in the nuclear current. All values are in eV.

	²⁰⁹ Bi ⁸²⁺	²⁰⁷ Pb ⁸¹⁺
HS	6.736	0.988
NL-SH	6.069	1.049
NL3	5.977	1.055
NLC	5.502	1.105
NL2	5.319	1.139
Using $\mu_{I\text{exp}}$	5.193	1.276
Without M^*	5.156	1.383
Exp	5.0840 [3]	1.2166 [4]

次に超微細構造と密接に関係する核磁気モーメントについて述べる。微少なBW効果を見捨てる、つまり式(21)において $r'_< = R$, $r'_> = r$ とすると、

$$E_{HFS}^0 = i \frac{\alpha}{M} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{\frac{(2I+1)(I+1)}{I}} \mu_I \Delta W(I\eta Fj; Ij) \int dr J_c(r). \quad (27)$$

ここで核磁気モーメント μ_I は、

$$\mu_I = \langle I | \hat{\mu}_z | I \rangle / \frac{|e|}{2M} \quad (28)$$

$$= -iM \sqrt{\frac{8\pi}{3}} \frac{1}{I} \langle II10 | II \rangle \int R^3 dR \{ J_D(R) + J_A(R) \}, \quad (29)$$

という具合に超微細構造は核磁気モーメントを用いて与えられる。それぞれのパラメータによる核磁気モーメントの値はTable4のとおりである。超微細構造の時と同様に非線形モデルがよりよく再現すること、さらにはよりよく核磁気モーメントを再現するパラメータセットが超微細構造に対してもよく再現することが分る。

TABLE 4. Nuclear magnetic moments. All values are in μ_N .

	²⁰⁹ Bi	²⁰⁷ Pb
HS	5.3680	0.4860
NL-SH	4.8342	0.5129
NL3	4.7604	0.5157
NLC	4.3801	0.5404
NL2	4.2285	0.5535
Exp(corrected)[24]	4.1106	0.59258

核磁気モーメントについて詳細にみると、その磁気分布はFig. 2のように表される。明かに²⁰⁹Biの場合は非線形モデルにより分布が外へシフトし、一方²⁰⁷Pbの場合は反対に内へシフトすることが分る。式(27)に核磁気モーメントの実験値を代入してえられた結果がTable3の7行目になる。この値と超微細構造の実験値との差がBW効果に相当する。

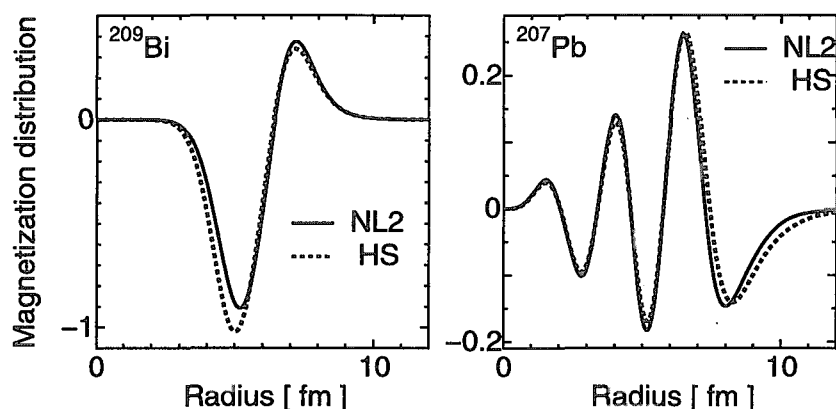


FIG. 2. Magnetization distribution with NL2 (solid line) and HS (dotted line) in ^{209}Bi (upper panel) and ^{207}Pb (lower panel).

相対論的効果の1つとして、非相対論モデルとは全く定義が異なる相対論的な有効質量が挙げられる。有効質量はゴールドン分解の結果、式(15)に自然に現れる。この有効質量は陽にはカレントのanomalous部分だけを変える。もちろん平均場近似の計算内でも有効質量を用いるわけであるから、Dirac部分にも有効質量の効果は含まれる。Table3の8行目はNL2を使った有効質量を用いず M を用いた場合の超微細構造の値である。これを有効質量を用いた場合と比較すれば、有効質量を用いると $^{207}\text{Pb}^{81+}$ は減り、一方 $^{209}\text{Bi}^{82+}$ は増えることが分る。結果だけをみれば平均場近似の範囲内において、この有効質量を用いることは実験値を再現する上で必要かどうか決めかねるが、式(15)においてゴールドン分解により導出されるものであるから、有効質量を使わない方が不自然といえよう。

4 Summary

我々は $^{207}\text{Pb}^{81+}$, $^{209}\text{Bi}^{82+}$ の超微細構造について電子、原子核とも相対論的手法に基づいて再現した。特に電子状態の計算については、そのCoulomb場はRMFにおいてえれた電荷分布を用いて計算した。BW効果は小さく、これを無視することで核磁気モーメント μ_I を用いて近似的に表せ、超微細構造をよりよく記述するためには、その核磁気モーメントをうまく再現することが必須であることが分った。最後にRMFでは超微細構造については $^{209}\text{Bi}^{82+}$ に対しては5%、 $^{207}\text{Pb}^{81+}$ については10%の範囲内で再現することが分った。残った実験値との差はRMFに起因するものと考えられる。よって将来的には $p-h$ 等の高次の効果を取り入れて、これを再現することが必要で目下進行中である。

References

- [1] E. Fermi, Z. Phys. 60(1930)320.
- [2] A. Bohr and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 77(1950)94.
- [3] I. Klaft *et al.*, Phys. Rev. Lett. 73(1994)2425.
- [4] P. Seelig *et al.*, Phys. Rev. Lett. 81(1998)4824.
- [5] L. N. Labzowsky, W. R. Johnson, G. Soff, and S. M. Schneider, Phys. Rev. A 51(1995)4597.
- [6] M. Tomaselli, S. M. Schneider, E. Kankeleit, and T. Kühn, Phys. Rev. C 51(1995)2989.
- [7] M. Tomaselli, T. Kühn, P. Seelig, C. Holbrow, and E. Kankeleit, Phys. Rev. C 58(1998)1524.
- [8] S. M. Schneider, J. Schaffner, W. Greiner, and G. Soff, J. Phys. B 26(1993)581.

- [9] V. M. Shabaev, J. Phys. **B27**(1994)5825.
- [10] V. M. Shabaev, M. Tomaselli, T. Kühn, A. N. Artemyev, and V. A. Yerokhin, Phys. Rev. **A56**(1997)252.
- [11] R. A. Sen'kov and V. F. Dmitriev, Nucl. Phys. **A706**(2002)351.
- [12] C. Horowitz and B. Serot, Nucl. Phys. **A368**(1981)503.
- [13] M. M. Sharma, M. A. Nagarajan, and P. Ring, Phys. Lett. **B312**(1993)377.
- [14] G. A. Lalazissis, J. König, and P. Ring, Phys. Rev. **C55**(1997)540.
- [15] B. D. Serot and J. D. Walacka, Int. J. Mod. Phys. E **6**(1997)515.
- [16] S. J. Lee *et al.*, Phys. Rev. Lett. **57**(1986)2916.
- [17] J. E. Rosenthal and G. Breit, Phys. Rev. **41**(1932)459.
- [18] M. F. Crawford and A. L. Schawlow, Phys. Rev. **76**(1949)1310.
- [19] H. J. Rosenberg and H. H. Stroke, Phys. Rev. A **5**(1972)1992.
- [20] M. Finkbeiner and B. Fricke, Phys. Lett. A **176**(1993)113.
- [21] H. de Vries, C. W. de Jager, and C. de Vriex, At. Data Nucl. Data Tables **36**(1987)495.
- [22] C.J. Horowitz and B.D. Serot, Nucl. Phys. **A368**(1981)503.
- [23] M. E. Rose, Relativistic Electron Theory, Wiley, New York, 1961.
- [24] R. B. Firestone and V. S. Shirley, *Table of Isotopes*, 8th ed. Wiley, New York, 1996.



7. Three-body S -wave ground state in the maximal neutron-rich nucleus, ^{10}He

Shigeyoshi AOYAMA
Information Processing Center,
Kitami Institute of Technology,
Kitami, 090-8507 Japan

With the core+ $n+n$ three-body cluster model, we investigated ^{10}He . The observed three-body resonance in ^{10}He is considered to be three-body S -wave states, where the two valence neutrons are mainly in the p -orbit, $[p_{1/2}p_{1/2}]_{0+}$. In addition to a solution of the two valence neutrons in the p -orbit, we obtained a solution of the two valence neutrons mainly in the s -orbit, $[s_{1/2}s_{1/2}]_{0+}$, as the ground state. Experimentally, such a state has not yet been observed.

I. INTRODUCTION

Among neutron-rich nuclei, ^{10}He has been one of keys in their studies because it has the maximal neutron ratio to the proton (neutron:proton=4:1) observed so far. And it has a double closed shell structure ($Z=2$, $N=8$), but it is unbound. Further, it is considered to have a $^8\text{He}+n+n$ three-body resonant structure because it decays to ^8He and two neutrons.

Experimentally, ^{10}He was observed as a three-body resonance, where the resonance energy is $E_r=1.2\pm 0.3$ MeV, and the decay width is $\Gamma < 1.2$ MeV [1] ($S_{2n}=-1.07$ MeV [2]). Because of the presence of the p -orbit in the $^8\text{He}+n$ subsystem and the relatively sharp width, it is natural to think that a state with the main component of $[p_{1/2}p_{1/2}]_{0+}$ is observed. This state is expected to have a similar configuration of two valence neutrons in ^{11}Li because of the same neutron number. However, the ground state of ^{11}Li is considered to have a large component of $[s_{1/2}s_{1/2}]_{0+}$. Therefore, it is different from that of the observed resonance in ^{10}He . In that case, where is the ground state of ^{10}He ? Then, we can expect that there exists which corresponds to the ground state of ^{11}Li , which has a large component of $[s_{1/2}s_{1/2}]_{0+}$.

As far as methods of solving three-body resonance are concerned, we use the complex scaling method (CSM) [3] and the method of analytical continuation in the coupling constant (ACCC)[4][5]. The former has been widely used in the analyses of three-body cluster resonance. The later has recently been apply to the practical calculation of the three-body cluster resonances [6], and show the usefulness in the study of three-body S -wave resonance because the CSM can not treat the three-body S -wave resonance in many cases.

II. MODEL AND METHOD

A. Hybrid- TV model

We used the variation method with the so-called Hybrid- TV model [7]. Using this model, we could accurately treat both the core- n and n - n correlations within a small base number, as discussed in Refs.[7, 8]. The variation function for the Hybrid- TV model is expressed by the superposition of the V -type function and the T -type function as

$$\Psi_{JM} = \Phi_{JM}(V) + \Phi_{JM}(T). \quad (1)$$

The details are given in Ref.[8].

We employ the core+ $n+n$ Hamiltonian, which is given in Ref.[9]:

$$H = \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{2\mu} p_i^2 + V_{core-n}^F(\eta_i) + V^{Pseud.}(\eta) \right]$$

$$+V_{nn}(|\eta_1 - \eta_2|) + \frac{1}{\mu_{core}} \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2. \quad (2)$$

The details of each term are given in Ref.[9]. As a neutron-neutron interaction, V_{nn} , we use the Minnesota potential[10]. The core- n interaction, V_{core-n}^F , is constructed microscopically by using the effective nucleon-nucleon interaction of the modified Hasegawa Nagata potential (MHN)[11]. In the present calculation, we introduced the parameter $\lambda = 1 + \delta$ to the mid-range attractive part of the core- n potential as $V_{core-n}^F(\eta) = V^{(1)}(\eta) + \lambda V^{(2)}(\eta) + V^{(3)}(\eta)$.

B. CSM

The complex scaling is defined by the following transformation:

$$U(\theta)f(\mathbf{x}) = \exp(i\frac{3}{2}\theta)f(\exp(i\theta)\mathbf{x}). \quad (3)$$

Under this transformation, the Schrödinger equation is given as

$$H(\theta)|\Psi_\theta\rangle = E(\theta)|\Psi_\theta\rangle, \quad (4)$$

where

$$H(\theta) = U(\theta)HU(\theta)^{-1}, \quad |\Psi_\theta\rangle = U(\theta)|\Psi\rangle. \quad (5)$$

The ABC-theorem [3] indicates that the solutions of the transformed Schrödinger equation have the following properties: 1) The resonant solutions are also described by square-integrable functions in addition to normalizable bound states. 2) The energies of bound states are not changed by scaling. 3) When we choose the scaling parameter θ larger than the angle $\tan^{-1}(\Gamma/2E_r)$ corresponding to the resonant position (resonance energy E_r and width Γ), E_r and $\Gamma/2$ are obtained as real and imaginary parts of the complex eigenvalue $E(\theta)$, e.g., $E(\theta) = E_r - i\Gamma/2$. 4) The continuum spectra are obtained along lines on the complex energy plane, which start at the threshold energies of decays of the system into sub-systems and have an angle -2θ from the positive real axis. The details of applying the CSM to the core- n model are given in Ref.[12].

C. ACCC

We consider an unbound state with Hamiltonian H . In the ACCC, we introduce a parameter λ (a coupling constant) in the Hamiltonian as $H(\lambda) = H_0 + \lambda V$. We employ the attractive part of the potential as V . Then, $H(\lambda = 1)$ is the original Hamiltonian. By increasing λ , we can obtain a bound-state solution, because V is the attractive part of the potential. For a two-body system, it is known that the square root of the energy behaves as $k_l(\lambda) \sim \sqrt{\lambda - \lambda_0}$ for $l \neq 0$ and $k_0(\lambda) \sim (\lambda - \lambda_0)$ for $l = 0$ around the branching coupling constant λ_0 [5]. Here, l is the relative angular momentum. In the case of $l \neq 0$, λ_0 is easily obtained as a coupling constant which gives the threshold energy ($E(\lambda_0) = 0$, $k_l(\lambda_0) = 0$). In the case of $l = 0$, it is known that $k_0(\lambda_0)$ is not zero ($k_0(\lambda_0) = i\chi_0$, $\chi_0 < 0$). For a three-body system, it is discussed by Tanaka *et al.* that the branching energy of the S -wave for the Borromean system is nearly equal to zero due to the presence of an effective barrier of the three-body system [6]. The calculated result shows that the branching energy $E(\lambda_0)$ is nearly equal to zero within the numerical error. Using the obtained momentum of k as a function of λ in the bound-state region, we carried out analytical continuation to the unbound region with the Padé approximation. The Padé approximation is given as

$$k_l^{MN}(x) = i \frac{c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_Mx^M}{d_0 + d_1x + d_2x^2 + \dots + d_Nx^N}, \quad (6)$$

where $x = \sqrt{\lambda - \lambda_0}$. For the bound-state region, since $x = \sqrt{\lambda - \lambda_0} > 0$, $k_l^{MN}(x)$ is purely imaginary on the positive axis. For the unbound region, since $x = \sqrt{\lambda - \lambda_0}$ is imaginary, $k_l^{MN}(x)$ is complex. We use δ as a substitute for λ . The details are given in Ref.[5].

III. RESULTS AND DISCUSSIONS

First, we investigate the virtual state (two-body s -wave state) of ${}^9\text{He}$ by using the ACCC. In Fig.1, we give the calculated complex momentum as a function of the potential strength parameter, δ . Here, we show a plot of $k^{11}(\delta)$ with the 11 Padé approximation ($M=1, N=1$, solid square), that of $k^{22}(\delta)$ ($M=2, N=2$, triangle), that of $k^{33}(\delta)$ ($M=3, N=3$, circle), and that of $k^{44}(\delta)$ ($M=4, N=4$, cross). As seen from Fig.1, the calculated momentum of $k^{44}(\delta)$ exhibits a good convergence. The pole trajectory behaves a typical one for the virtual state. Experimentally, the ground state of ${}^9\text{He}$ was observed as a virtual state near the ${}^8\text{He}+n$ threshold. Then, we expect that the strength parameter, δ , is around 0.25.

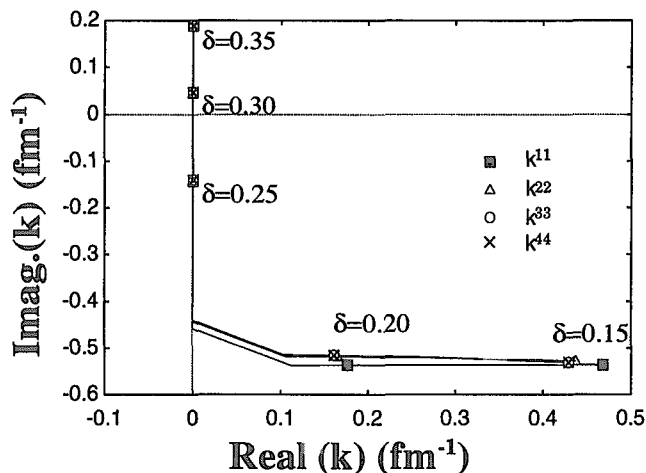


FIG. 1: Trajectory of the complex momentum for the s state of ${}^9\text{He}$ by changing the potential strength parameter (δ).

Next, we investigate the excited three-body S -wave resonance of ${}^{10}\text{He}$ by using the ACCC. In Fig.2, we give the calculated complex energy as a function of the potential strength parameter, δ , within a single channel. Here, we show a plot of $E^{55}(\delta)$ ($=E_r - i\Gamma/2$) with the 55 Padé approximation ($M=5, N=5$), where the energy was calculated with the relation of $E = \frac{(\hbar k)^2}{2M}$. The trajectory of the solid curve with circles is that of two neutrons in the $p_{1/2}$ -orbit, $(0p_{1/2})^2$. We also plot the calculated complex energy of the CSM (crosses: $\delta=0, 0.02, \dots, 0.18$). The extrapolated energy of the ACCC (the solid curve with circles) exhibits a good correspondence with a more accurate value, which was calculated with the CSM. For example, in the case of $\delta = 0.102$, $E^{55} = 2.05 - i0.97$ MeV and $E^{\text{CSM}} = 2.067 - i0.925$ MeV [9].

The trajectory of the solid curve with squares is that of two neutrons in the $s_{1/2}$ -orbit, $(1s_{1/2})^2$. The solution is not given in the case of the CSM, because we cannot solve it due to the divergent property of the complex scaled Gaussian potential, as mentioned above. This is the main reason why we used the ACCC in the present analyses. Considering the ${}^8\text{He}+n$ subsystem, we expect to be $\delta \sim 0.25$, because the s -state of the ${}^8\text{He}+n$ system is observed as a virtual state [13].

Finally, in Fig. 3, the observed resonance in ${}^{10}\text{He}$ [1] (first column) and in ${}^{11}\text{Li}$ (second column) [14] are given. Also, the calculated 0^+ states in ${}^{10}\text{He}$ [15] (third column) and the calculated $3/2^-$ states in ${}^{11}\text{Li}$ [16] (fourth column) are also given. For ${}^{10}\text{He}$, the potential strength, $\delta=0.25$, is employed. The ground state energy is $E_r=0.05$ MeV and the decay width is $\Gamma=0.21$ MeV. This configuration of the ground state of ${}^{10}\text{He}$ would correspond to the ground state of ${}^{11}\text{Li}$. For the excited 0^+ state, we use the CSM because of the accuracy of the solution and the computational time. The calculated resonance energy is $E_r=1.68$ MeV and the decay width is $\Gamma=1.12$ MeV. This excited state of ${}^{10}\text{He}$ would correspond to our predicted state [16] of ${}^{11}\text{Li}$. For ${}^{10}\text{He}$, the observed resonance has been analysed to have mainly the component of $(0p_{1/2})^2$. Also, for ${}^{11}\text{Li}$, the observed

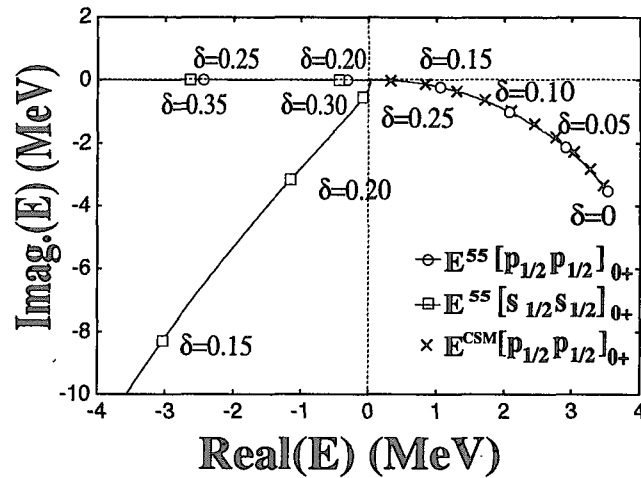


FIG. 2: Trajectory of the complex energy by changing the potential strength parameter (δ). The trajectory of the solid curve with circles is that of two neutrons in the $p_{1/2}$ -orbit. The trajectory of the solid curve with squares is that of two neutrons in the $s_{1/2}$ -orbit. The crosses indicate the calculated complex energy for two neutrons in the $p_{1/2}$ -orbit with the CSM ($\delta=0, 0.02, \dots, 0.18$).

ground state has been analysed to have the main component of $(1s_{1/2})^2$. Thus, an observation of the corresponding state in each nucleus is important in order to consistently understand the binding mechanism of the three-body S -wave.

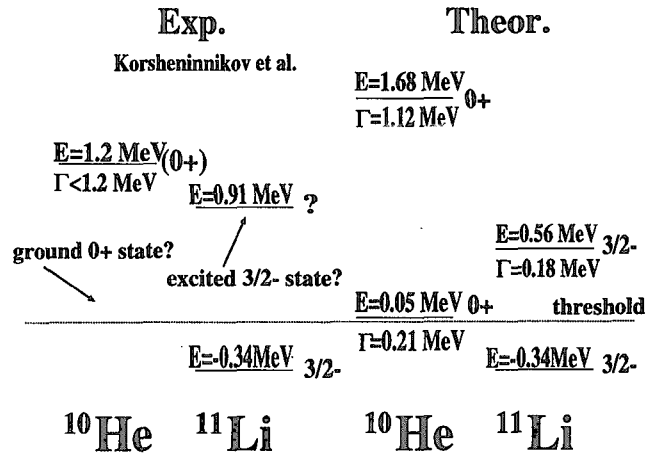


FIG. 3: Observed resonance in ^{10}He [1] (first column) and the observed states in ^{11}Li [14] (second column). The calculated 0^+ states in ^{10}He (third column) [15] and the calculated $3/2^-$ states in ^{11}Li [16] (fourth column) are shown.

IV. SUMMARY AND CONCLUSION

In this work, with the core+ $n+n$ three-body cluster model, we investigated ^{10}He . We studied the ground S -wave state with the ACCC. The calculated energy of unbound states is very near to the $^8\text{He}+n+n$ threshold energy within a reasonable $^8\text{He}-n$ potential ($\delta = 0.24 \sim 0.27$). Furthermore, by using any parameter of the potential strength, we could not obtain a ground-state solution which

corresponds to the observed resonance energy around $E_r=1.2$ MeV (the calculated maximum energy of the ground state is 0.05 MeV). On the contrary, the solution of the first excited state was obtained at $E_r = 1.68$ MeV, where the ${}^8\text{He}+n$ subsystem was also reproduced at the same time. Then, the observed resonance in ${}^{10}\text{He}$ is considered to have the main component of $(0p_{1/2})^2$, which is the same conclusion as in a previous paper [9]. Therefore, we conclude that the ground state of ${}^{10}\text{He}$ has not yet been observed. Also, it should exist in the energy region of the ${}^8\text{He}+n+n$ threshold. This conclusion is also supported by an analogy from the neighboring nucleus, ${}^{11}\text{Li}$. Therefore, we think that experimental searching of the missing ground state of ${}^{10}\text{He}$ is important.

Acknowledgment

This research was supported by the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology (Japan), Grant-in-Aid, No.14740142, 2002.

-
- [1] A.A. Korshennikov, K. Yoshida, D.V. Aleksandrov, N. Aoi, Y. Doki, N. Inabe, M. Fujimaki, T. Kobayashi, H. Kumagai, C.-B. Moon, E.Yu. Nikolskii, M.M. Obuti, A.A. Ogloblin, A. Ozawa, S. Shimoura, T. Suzuki, I. Tanihata, Y. Watanabe and M. Yanokura, *Phys. Lett.* **B326**, 31 (1994).
 - [2] W.von Oertzen, H.G. Bohlen, B. Gebauer, M.von Lucke-Petsch, A.N. Ostrowski, Ch. Seyfert, Th. Stolla, M. Wilpert, Th. Wilpert, D.V. Alexandrov, A.A. Korshennikov, I. Mukha, A.A. Ogloblin, R. Kalpakchieva, Y.E. Penionzhkevich, S. Piskor, S.M. Grimes and T.N. Massey, *Nucl. Phys.* **A588**, 129, (1995).
 - [3] J. Aguilar and J. M. Combes, *Commun. Math. Phys.* **22**, 269 (1971). E. Balslev and J. M. Combes, *Commun. Math. Phys.* **22**, 280 (1971).
 - [4] V.I. Kukulin and V.M. Krasnopol'sky, *J. Phys. A* **10**, 33 (1977), V.I. Kukulin, V.M. Krasnopol'sky and M. Miselkhi, *Sov. J. Nucl. Phys.* **29**, 421 (1979).
 - [5] V.I. Kukulin, V.M. Krasnopol'sky and Horacek, *Theory of Resonances: Principles and Applications* (Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Netherlands, 1989), 219.
 - [6] N. Tanaka, Y.Suzuki, K.Varga and R.G. Lavas, *Phys. Rev.* **C59**, 1391 (1999).
 - [7] K. Ikeda, *Nucl. Phys.* **A538**, 355c (1992).
 - [8] S. Aoyama, S. Mukai, K. Katō, K.Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* **93**, 99 (1995).
 - [9] S. Aoyama, K. Katō and K. Ikeda, *Phys. Rev.* **C55**, 2379 (1997).
 - [10] D. R. Thompson, M. LeMere and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.* **A286**, 53 (1977); Y. C. Tang, M. LeMere and D. R. Thompson, *Phys. Rep.* **47**, 167 (1978).
 - [11] F. Tanabe, A. Tohsaki and R. Tamagaki, *Prog. Theor. Phys.* **53**, 677 (1975).
 - [12] S. Aoyama, K. Katō and K. Ikeda, *Prog. Theor. Phys. Suppl* **142**, 35 (2001).
 - [13] L. Chen, B. Blank, B.A. Brown, M. Chartier, A. Galonsky, P.G. Hansen, M. Thoennessen, *Phys. Lett.* **B505**, 21 (2001).
 - [14] A.A. Korshennikov, E.Yu. Nikolskii, T. Kobayashi, A. Ozawa, S. Fukuda, E.A. Kuzmin, S. Momota, B.G. Novatskii, A.A. Ogloblin, V. Pribora, I.Tanihata, K. Yoshida, *Phys. Rev.* **C53**, R537 (1996).
 - [15] S. Aoyama, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 052501 (2002).
 - [16] S. Aoyama, K. Katō and K. Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* **107**, 543 (2002).



8. Analysis of previous microscopic calculations for second 0^+ state in ^{12}C in terms of 3-alpha particle Bose-condensed state

Y. Funaki¹, A. Tohsaki², H. Horiuchi¹, P. Schuck³, and G. Röpke⁴

¹ Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan

² Department of Fine Materials Engineering, Shinshu University, Ueda 386-8567, Japan

³ Institut de Physique Nucléaire, 91406 Orsay Cedex, France

⁴ FB Physik, Universität Rostock, D-18051 Rostock, Germany

Abstract

The wave function of the second 0^+ state of ^{12}C which was obtained long time ago by solving the microscopic 3α problem is shown to be almost completely equivalent to the wave function of the 3α condensed state which has been proposed recently by the present authors. This equivalence of the wave functions is shown to hold in two cases where different effective two-nucleon forces are adopted. This finding gives strong support for interpreting the second 0^+ state of ^{12}C which is the key state for the synthesis of ^{12}C in stars ('Hoyle' state), and which is one of the typical mysterious 0^+ states in light nuclei, as a gas-like structure of three α particles, Bose-condensed into an identical s-wave function.

The α clustering nature of the nucleus ^{12}C has been studied by many authors using various approaches [1]. Among these studies, solving the fully microscopic three-body problem of α clusters gives us the most important and reliable theoretical information of α clustering in ^{12}C within the assumption that no α cluster is distorted or broken except for the change of the size parameter of the α cluster's internal wave function. As representatives for the solution of the microscopic 3α problem where the antisymmetrization of nucleons is exactly treated, we here quote two works: one by Uegaki et al. [2] and the other by Kamimura et al. [3] both of which were published almost a quarter century ago. In these works, the ^{12}C levels are described by the wave function of the form $\mathcal{A}\{\chi(\mathbf{s}, \mathbf{t})\phi_\alpha^3\}$ with \mathcal{A} standing for the antisymmetrizer, $\phi_\alpha^3 \equiv \phi(\alpha_1)\phi(\alpha_2)\phi(\alpha_3)$ for the product of the internal wave functions of three α clusters, and \mathbf{s} and \mathbf{t} for the Jacobi coordinates of the center-of-mass motion of three α clusters. Here $\phi(\alpha_i)$ ($i = 1, 2, 3$) is the internal wave function of the α -cluster α_i having the form $\phi(\alpha_i) \propto \exp[-(1/8b^2) \sum_{m>n}^4 (\mathbf{r}_{im} - \mathbf{r}_{in})^2]$. The wave function $\chi(\mathbf{s}, \mathbf{t})$ of the relative motion of three α clusters is obtained by solving the eigen-energy problem of the full three-body equation of motion; $\langle \phi_\alpha^3 | (H - E) | \mathcal{A}\{\chi(\mathbf{s}, \mathbf{t})\phi_\alpha^3\} \rangle = 0$, where H is the microscopic Hamiltonian consisting of the kinetic energy, effective two-nucleon potential, and the Coulomb potential between protons. The difference between the works by Uegaki et al. and Kamimura et al. lies in the adopted effective two-nucleon forces, besides the differing techniques of solution.

Both calculations by Uegaki et al. and Kamimura et al. reproduced reasonably well the observed binding energy and r.m.s. radius of the ground 0^+ state which is the state with normal density, while they both predicted a very large r.m.s. radius for the second 0^+ state which is larger than the r.m.s. radius of the ground 0^+ state by about 1 fm, i.e. by over 30%. The observed 0_2^+ state lies slightly above the 3α breakup threshold and the energies of the calculated 0_2^+ state reproduced reasonably well the observed value although the value by Uegaki et al. is slightly higher than the 3α breakup threshold by about 1 MeV. The second 0^+ state of ^{12}C is well known as the key state for the synthesis of ^{12}C in stars (Hoyle state) and also as one of the typical mysterious 0^+ states in light nuclei which are very difficult to understand from the point of view of the shell model. For the understanding of the nature of the 0_2^+ state with dilute density, the analysis by Uegaki et al. of the Reduced Width Amplitude (RWA) function of the $^8\text{Be}-\alpha$ breakup is very useful. The RWA function $y_L(\rho)$ which is defined as

$y_L(\rho) = \sqrt{12!/8!4!} \langle [\Phi(^8\text{Be}, L)\phi(\alpha)Y_L(\hat{\rho})]_{J=0} | \mathcal{A}\{\chi(s, t)\phi_\alpha^3\} \rangle$ with ρ standing for the relative coordinate between ^8Be and α , proved to have similar magnitude for all partial waves L ($L=0, 2, 4$) for the ground 0^+ state but it turned out to be large only for $L=0$ for the 0_2^+ state. This result for the 0_2^+ state with dilute density implies that the 0_2^+ state has a gas-like structure of three α -particles which interact weakly among one another, predominantly in relative S waves. This understanding of the 0_2^+ state structure had been already presented by Horiuchi on the basis of the 3α OCM (orthogonality condition model) calculation [4], and is quite different from the picture of a 3α linear-chain structure [5] for this state. It should be mentioned here that both calculations by Uegaki et al. and Kamimura et al. reproduced well not only the energy but also other observed quantities related to the 0_2^+ state indicating that their wave functions of the 0_2^+ state are highly reliable. For example, the reduced α -decay widths of the 0_2^+ state calculated by Uegaki et al. and Kamimura et al. at the channel radius $a = 7$ fm are 0.39 and 0.56, respectively, while the observed value is 0.38. The calculated values of the monopole matrix element $M(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ by Uegaki et al. and Kamimura et al are 6.6 fm^2 and 6.7 fm^2 , respectively, while the observed value is 5.4 fm^2 .

Recently, based on the investigations by Röpke, Schuck, and coauthors on the possibility of α -particle condensation in low-density nuclear matter [6], the present authors proposed a conjecture that near the $n\alpha$ threshold in self-conjugate $4n$ nuclei there exist excited states of dilute density which are composed of a weakly interacting gas of self-bound α particles and which can be considered as an $n\alpha$ condensed state [7]. This conjecture was backed by examining the structure of ^{12}C and ^{16}O using a new α -cluster wave function of the α -cluster condensate type. The new α -cluster wave function actually succeeded to place a level of dilute density (about one third of ground state density) in each system of ^{12}C and ^{16}O in the vicinity of the three respectively four α breakup threshold, without using any adjustable parameter. In the case of ^{12}C , this success of the new α -cluster wave function may seem rather natural because, as we explained above, we had already known that the microscopic 3α cluster models had predicted that the 0_2^+ in the vicinity of the 3α breakup threshold has a gas-like structure of 3α -particles which interact weakly with each other predominantly in relative S waves.

The new α -cluster wave function of the α -cluster condensate type used in Ref. [7] represents a condensation of α -clusters in a spherically symmetric state. The present authors extended the wave function so that it can describe the α -cluster condensate with spatial deformation [8]. They applied this new wave function to ^8Be and succeeded to reproduce not only the binding energy of the ground state but also the energy of the excited 2^+ state. In addition, they found that although the effect of the spatial deformation is not large, the introduction of the spatial deformation brought forth a 100 % overlap of the condensate wave function with the "exact" wave function given by the microscopic 2α cluster model which solves the 2α -cluster equation of motion, $\langle \phi_\alpha^2 | (H - E) | \mathcal{A}\{\chi(\mathbf{r})\phi_\alpha^2\} \rangle = 0$. This fact forces us to modify our understanding of the ^8Be structure from the 2α 'dumb-bell' structure to the 2α dilute (gas-like) structure.

The purpose of this short note is to report on our study of ^{12}C using the extended 3α condensate wave function with spatial deformation and comparing the obtained results for ^{12}C with those of the "exact" 3α cluster model wave functions by Uegaki et al. and by Kamimura et al. The most remarkable result of this comparison is that the 0_2^+ wave functions by Uegaki et al. and by Kamimura et al. are almost completely equivalent to our condensate wave functions with slight spatial deformation which are obtained by using the same effective two-nucleon force as Uegaki et al. and Kamimura et al., respectively. This result implies that the "exact" 3α cluster model wave functions for the second 0^+ state of ^{12}C can definitely be interpreted as 3α -particle Bose-condensed state.

The wave function of the $n\alpha$ -cluster condensate with spatial deformation was introduced in Ref. [8] and the detailed explanation of it is given there. So here we give a brief explanation which is necessary in this paper. The wave function has the form

$$\Phi_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z) = \int d^3R_1 \cdots d^3R_n \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_{ix}^2}{\beta_x^2} + \frac{R_{iy}^2}{\beta_y^2} + \frac{R_{iz}^2}{\beta_z^2} \right) \right\} \Phi^B(\mathbf{R}_1, \cdots, \mathbf{R}_n)$$

$$\propto \mathcal{A} \left[\exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2X_{ix}^2}{B_x^2} + \frac{2X_{iy}^2}{B_y^2} + \frac{2X_{iz}^2}{B_z^2} \right) \right\} \phi(\alpha_1) \cdots \phi(\alpha_n) \right],$$

where $\mathbf{X}_i = (1/4) \sum_{n=1}^4 \mathbf{r}_{in}$ is the center-of-mass coordinate of the i th α -cluster α_i , $\phi(\alpha_i)$ is the same internal wave function of the α -cluster α_i as the previous microscopic 3α cluster model, $B_k^2 = b^2 + 2\beta_k^2$ ($k = x, y, z$), and $\Phi^B(\mathbf{R}_1, \cdots, \mathbf{R}_n)$ is Brink's α -cluster model wave function [9]. It is to be noted that $\Phi_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ expresses the state where n α -clusters occupy the same spatially deformed center-of-mass orbit $\exp[-(2/B_x^2)X_x^2 - (2/B_y^2)X_y^2 - (2/B_z^2)X_z^2]$, while the internal α -cluster wave functions stay spherical. $\Phi_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ can be written as a product of the total center-of-mass wave function and the internal wave function $\widehat{\Phi}_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ as

$$\begin{aligned} \Phi_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z) &\propto \exp \left\{ - \frac{2nX_{Gx}^2}{B_x^2} - \frac{2nX_{Gy}^2}{B_y^2} - \frac{2nX_{Gz}^2}{B_z^2} \right\} \widehat{\Phi}_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z), \\ \widehat{\Phi}_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z) &= \mathcal{A} \left[\exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2}{B_x^2} (X_{ix} - X_{Gx})^2 + \frac{2}{B_y^2} (X_{iy} - X_{Gy})^2 + \frac{2}{B_z^2} (X_{iz} - X_{Gz})^2 \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. \times \phi(\alpha_1) \cdots \phi(\alpha_n) \right]. \end{aligned}$$

All the calculations are made not with $\Phi_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ but with $\widehat{\Phi}_{n\alpha}(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$ which is an eigen state of total momentum with eigen value zero. In this paper we assume axial symmetry of the deformation around the intrinsic z -axis and put $\beta_x = \beta_y$. The α -condensed wave function with good angular momentum which is obtained by spin projection is then written as

$$\widehat{\Phi}_{n\alpha}^J(\beta_x = \beta_y, \beta_z) = \int d \cos \theta d_{M0}^J(\theta) \widehat{R}_y(\theta) \widehat{\Phi}_{n\alpha}(\beta_x = \beta_y, \beta_z),$$

where $\widehat{R}_y(\theta)$ is the rotation operator around the intrinsic y axis which rotates $\widehat{\Phi}_{n\alpha}$ by an angle θ , and $d_{M0}^J(\theta)$ is the small D -function.

As effective two-nucleon forces, we adopt the ones of Uegaki et al. and Kamimura et al. One is the Volkov force No.1 [10] with Majorana parameter $M = 0.575$, used by Uegaki et al., and the other is the Volkov force No.2 [10] with Majorana parameter $M = 0.59$, used by Kamimura et al. Hereafter, we refer to the former force as force I while the latter force is referred to as force II. We adopt the same values for the oscillator parameter b as Uegaki et al. and Kamimura et al., namely $b = 1.41$ fm for force I while $b = 1.35$ fm for force II.

In Fig.1 we give the contour map of the $J^\pi = 0^+$ binding energy surface corresponding to the spin-projected state $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ in the two parameter space, $\beta_x (= \beta_y)$ and β_z . The adopted effective force for this energy surface is force II. We see the energy minimum at $\beta_x (= \beta_y) = 1.5$ fm and $\beta_z = 1.5$ fm, which means that the minimum has a spherical shape. The minimum energy of -87.68 MeV is about 1.7 MeV higher than the binding energy of -89.4 MeV obtained by Kamimura et al. for the ground 0^+ state. The energy surface in the case of force I is similar to the energy surface of Fig.1. The minimum energy obtained by the use of force I is -86.09 MeV and it is about 1.8 MeV higher than the binding energy of -87.92 MeV obtained by Uegaki et al. for the ground 0^+ state.

In Fig.2 we give the contour map of the $J^\pi = 0^+$ binding energy surface corresponding to the state orthogonalized to the minimum energy state $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\text{min.})$ (the state at the minimum energy point in Fig.1). The orthogonalized state is denoted as $P_\perp \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ and is expressed as

$$\begin{aligned} P_\perp \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z) &= (1 - |\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{N,J=0}(\text{min.})\rangle \langle \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{N,J=0}(\text{min.})|) \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z), \\ \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{N,J=0}(\text{min.}) &\equiv \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\text{min.}) / \sqrt{\langle \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\text{min.}) | \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\text{min.}) \rangle}. \end{aligned}$$

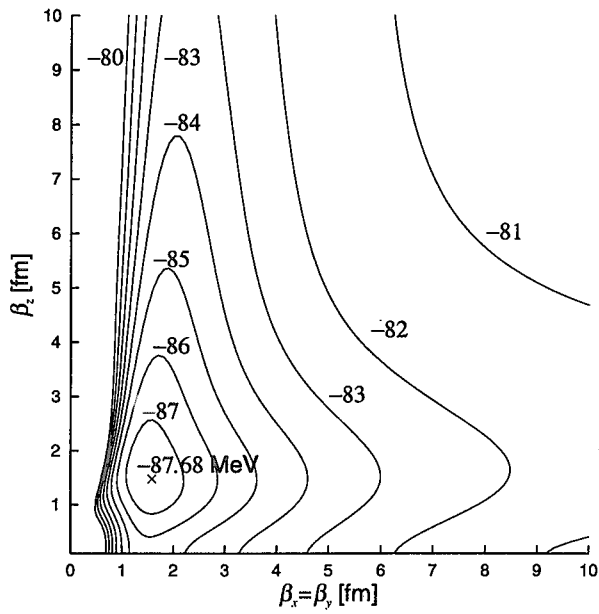


Figure 1: Contour map of the energy surface of the 0^+ state in the two parameter space, $\beta_x (= \beta_y)$ and β_z . The adopted effective force is force II.

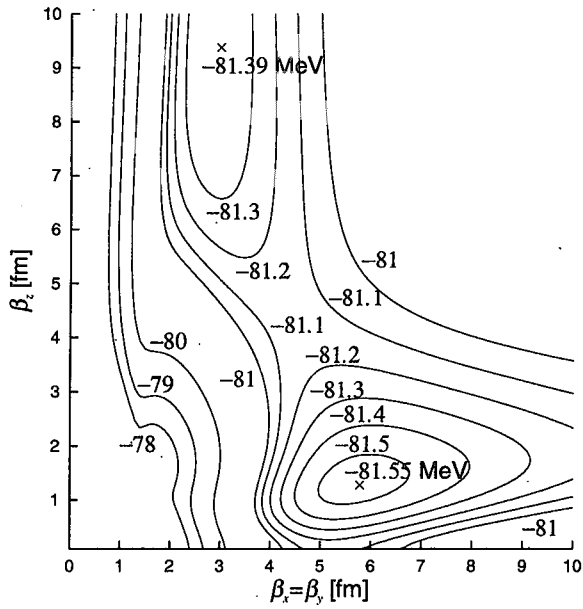


Figure 2: Contour map of the energy surface corresponding to the 0^+ state orthogonalized to the state at the minimum energy point in Fig. 1. The adopted effective force is force II.

Table 1: Comparison of the minimum energy of the spin-projected energy surface, GCM eigen energy, and the energy given by the full 3α calculation. Comparison is made for the 0_1^+ , 0_2^+ , and 2_1^+ states for two cases of the effective two-nucleon force. The energy surface for the 0_2^+ state means that of the orthogonalized state $P_{\perp}\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$. Energies are in MeV.

	Volkov No.1 $M = 0.575$, $E_{\text{th}}(3\alpha) = -81.01$ $E_{\text{th}}(3\alpha) = -81.01$			Volkov No.2 $M = 0.59$, $E_{\text{th}}(3\alpha) = -82.04$ $E_{\text{th}}(3\alpha) = -82.04$		
	E_{min} of energy surface	GCM eigen energy	full 3α calculation [2]	E_{min} of energy surface	GCM eigen energy	full 3α calculation [3]
0_1^+	-86.09	-87.81	-87.92	-87.68	-89.52	-89.4
0_2^+	-79.83	-79.97	-79.3	-81.55	-81.79	-81.7
2_1^+	-83.61	-85.34	-85.7	-84.65	-86.71	-86.7

The adopted effective force for Fig.2 is force II. We see an energy minimum at $\beta_x (= \beta_y) = 5.7$ fm and $\beta_z = 1.3$ fm in the oblate region of the map and a second energy minimum at $\beta_x (= \beta_y) = 2.9$ fm and $\beta_z = 9.4$ fm in the prolate region of the map. The minimum energy value is -81.55 MeV and, what is very remarkable, this value is almost the same as the binding energy of -81.66 MeV obtained by Kamimura et al. for the second 0^+ state. The minimum energy of -81.55 MeV is close to the second minimum energy of -81.39 MeV, and there is a valley with an almost flat bottom connecting these two minima. An almost flat bottom of the valley means that the energy of the spherical configuration is only slightly higher than that of the deformed configuration, namely the energy gain due to the deformation is small. The energy surface by the orthogonalized state $P_{\perp}\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ in the case of the force I is similar to the energy surface of Fig.2, and the minimum energy of the orthogonalized state is -79.83 MeV. Here again it is very remarkable that this value is almost the same as the binding energy of -79.3 MeV obtained by Uegaki et al. for the second 0^+ state.

The fact that for each case of the two different effective forces a single orthogonalized state $P_{\perp}\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ yields almost the same energy as the "exact" energy of the 0_2^+ state obtained by solving a full three-body problem of the microscopic 3α -cluster model, strongly suggests that the 0_2^+ state wave function given by the microscopic 3α -cluster model is similar to the rather simple state $P_{\perp}\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ as long as the adopted effective two-nucleon force is reasonably realistic.

We also calculated the $J^{\pi} = 2^+$ energy surface corresponding to the spin-projected state $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=2}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ for the forces I and II. The minimum energies for the forces I and II are obtained to be -83.61 MeV at $\beta_x (= \beta_y) = 1.30$ fm and $\beta_z = 0.35$ fm, and to be -84.65 MeV at $\beta_x (= \beta_y) = 1.50$ fm and $\beta_z = 0.35$ fm, respectively. These minimum energy values for forces I and II are both higher by about 2 MeV than the lowest 2^+ energies by Uegaki et al. and by Kamimura et al., respectively, whose values are shown in Table I.

We also performed the GCM (generator coordinate method) calculation for $J^{\pi} = 0^+$ and 2^+ by superposing $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^J(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ over various sets of (β_x, β_z) ;

$$\sum_{(\beta_x, \beta_z)} \langle \widehat{\Phi}_{3\alpha}^J(\beta'_x = \beta'_y, \beta'_z) | (H - E_k) | \widehat{\Phi}_{3\alpha}^J(\beta_x = \beta_y, \beta_z) \rangle f_k^J(\beta_x, \beta_z) = 0 .$$

The adopted values of β_x are $\beta_x = (i - 0.5)$ fm with $i = 1 \sim 6$, and those of β_z is $\beta_z = (j - 0.5)$ fm with $j = 1 \sim 8$. Hence the total number of the adopted grid points (β_x, β_z) is 48. The calculated eigen energies of the 0_1^+ , 0_2^+ , and 2_1^+ states are given in Table I for the two forces I and II. We have checked the convergence of the calculation of the eigen energies by changing the sets of (β_x, β_z) for the GCM calculation. We see in Table I that all the GCM eigen energies of the 0_1^+ , 0_2^+ , and 2_1^+ states are almost the same as the energies of the microscopic 3α -cluster model in both cases of forces I and II. Since the

Table 2: Comparison of the r.m.s. radii R_{rms} and the monopole matrix element $M(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ obtained by the GCM calculation with those by the full 3α calculation. Comparison is made for two cases of the effective two-nucleon force. R_{rms} are in fm, and $M(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ are in fm^2 .

	Volkov No.1 $M = 0.575$		Volkov No.2 $M = 0.59$	
	GCM calculation	full 3α calculation [2]	GCM calculation	full 3α calculation [3]
$R_{\text{rms}}(0_1^+)$	2.40	2.53	2.40	2.40
$R_{\text{rms}}(0_2^+)$	4.44	3.50	3.83	3.47
$R_{\text{rms}}(2_1^+)$	2.38	2.50	2.38	2.38
$M(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$	5.36	6.6	6.45	6.7

eigen energies obtained by solving the full three-body problem of the microscopic 3α -cluster model are the "exact" energies, we can say by using the mini-max theorem of the variational problem that this almost complete equivalence of our GCM energies with the exact energies means that our GCM wave functions of the 0_1^+ , 0_2^+ , and 2_1^+ states are almost equivalent respectively to the 0_1^+ , 0_2^+ , and 2_1^+ wave functions of the microscopic 3α -cluster model in both cases of force I and II. In order to check further this almost complete equivalence, we give in Table II the comparison of the calculated r.m.s. radii and monopole matrix elements $M(0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ between our GCM and the microscopic 3α -cluster model. We see nice agreement of the calculated quantities between our GCM and the microscopic 3α -cluster model. In Table II, we see that the large r.m.s. radius of the 0_2^+ state is also predicted by our GCM as by the microscopic 3α -cluster model, but at the same time we see that the calculated value corresponding to our GCM is slightly larger than that of the 3α -cluster model. We think the reason is because our wave function of the 0_2^+ state which contains a large amount of the components of the 3α condensed wave functions $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ with large β_x and/or β_z so as to yield large r.m.s. radius may have a longer tail than the former 3α -cluster model. This possibly longer tail behavior of the GCM 0_2^+ wave function may explain the slight underestimation of the monopole matrix element of the GCM versus the 3α -cluster model through the slightly enhanced mismatch between the 0_1^+ and 0_2^+ wave functions in the GCM case.

The fact that the second 0^+ wave function of the microscopic 3α -cluster model is almost completely equivalent to our GCM wave function of the second 0^+ state which has a very large r.m.s. radius or equivalently very dilute density is very important. Since our GCM wave function of the 0_2^+ state expresses the Bose-condensed state of 3α -clusters, as is clear from its large r.m.s. radius and from its functional form, we can say that the second 0^+ wave function of the microscopic 3α -cluster model obtained long time ago underlines the fact that the second 0^+ state of ^{12}C in the vicinity of the 3α breakup threshold has a gas-like structure of 3α clusters with "Bose-condensation".

Now we discuss the relation between our GCM wave function of the 0_2^+ state which we denote as $\Psi_{\text{GCM}}(0_2^+)$ and the orthogonalized state $P_{\perp}\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y, \beta_z)$ with minimum energy which we denote by $\Psi_{\perp}(0_2^+)$. Although the energy of $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ is almost equivalent to that of $\Psi_{\text{GCM}}(0_2^+)$ and also to that of the 0_2^+ wave function of the microscopic 3α cluster model, we cannot simply conclude that $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ is almost equivalent to $\Psi_{\text{GCM}}(0_2^+)$. It is because $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ is not yet guaranteed to be orthogonal to the 0_1^+ wave function. The orthogonality of $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ to $\widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\text{min.})$ which is the state at the minimum energy point of the energy surface is not the same as the orthogonality to the 0_1^+ wave function, and $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ may contain some amount of the 0_1^+ wave function. We therefore calculated the squared overlap value of the two wave functions, $|\langle\Psi_{\perp}(0_2^+)|\Psi_{\text{GCM}}(0_2^+)\rangle|^2$. The obtained values are 0.95 and 0.97 for forces I and II, respectively. These large overlap values mean that the GCM 0_2^+ wave functions are very similar to $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ in both cases of force I and II and hence verify our former statement that the 0_2^+ wave function of the microscopic 3α cluster model is very similar to a simple state $\Psi_{\perp}(0_2^+)$ so long as the adopted two-nucleon force reasonably describes the physics.

We also studied the magnitude of the spherical condensate component contained in our GCM 0_2^+ wave functions. For this purpose, we first constructed the projection operator P_{sph} onto the functional space S_{sph} spanned by spherical condensate wave functions as $P_{\text{sph}} = \sum_k |\Psi_{\text{sph}}^k\rangle\langle\Psi_{\text{sph}}^k|$, where Ψ_{sph}^k are the orthonormal basis functions of the space S_{sph} . Ψ_{sph}^k are constructed as follows,

$$\begin{aligned} \sum_{\beta_x} \langle \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta'_x = \beta'_y = \beta'_z) | \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y = \beta_z) \rangle g^k(\beta_x) &= \mu_k g^k(\beta'_x), \\ \sum_{\beta_x} g^{k'}(\beta_x) g^k(\beta_x) &= \delta_{k'k}, \\ \Psi_{\text{sph}}^k &= \frac{1}{\sqrt{\mu_k}} \sum_{\beta_x} g^k(\beta_x) \widehat{\Phi}_{3\alpha}^{J=0}(\beta_x = \beta_y = \beta_z). \end{aligned}$$

The calculated values of $|\langle \Psi_{\text{GCM}}(0_2^+) | P_{\text{sph}} | \Psi_{\text{GCM}}(0_2^+) \rangle|^2$ are 0.92 and 0.91 for forces I and II, respectively. Of course, we checked the convergence of the calculation by changing the number of the adopted components Ψ_{sph}^k in P_{sph} . The large magnitudes of these values imply that $\Psi_{\text{GCM}}(0_2^+)$ is mostly composed of the spherical condensate component by more than 91 %. At the same time we have to note that some amount (less than 9 %) of the deformed component which is orthogonal to the spherical component is necessary in order to have quantitatively good reproduction of the observed quantities.

We finally make a remark on the ground 0^+ wave function. Since this state has a normal radius and density, three α clusters overlap strongly with each other in this state, which is totally different from the situation of the 0_2^+ state where the mutual overlap of three, or even two α clusters is small. Therefore even though the 0_1^+ state is well represented by a superposition of our condensate wave functions (we recall that our wave function contains the Slater determinant as a limit case), it does not mean at all that the state has an α condensation character which is only valid for the gas-like state of α -clusters.

In summary, we have shown that the 0_2^+ wave function of ^{12}C which was obtained long time ago by solving the full three-body problem of the microscopic 3α cluster model is almost completely equivalent to the wave function of the 3α condensed state. This equivalence has been shown to hold for two different effective two-nucleon forces. This result gives us strong support to our opinion that the 0_2^+ state of ^{12}C has a gas-like structure of 3α clusters with "Bose-condensation". A more detailed report of the present problem will be given elsewhere.

References

- [1] For example, Y. Fujiwara, H. Horiuchi, K. Ikeda, M. Kamimura, K. Kato, Y. Suzuki, and E. Uegaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. No.68, 29 (1980).
- [2] E. Uegaki, S. Okabe, Y. Abe, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **57**, 1262 (1977); E. Uegaki, Y. Abe, S. Okabe, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **59**, 1031 (1978); **62**, 1621 (1979).
- [3] Y. Fukushima and M. Kamimura, *Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure*, Tokyo, 1977, ed. T. Marumori (Suppl. of J. Phys. Soc. Japan, Vol.44, 1978), p.225; M. Kamimura, Nucl. Phys. A **351**, 456 (1981).
- [4] H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **51**, 1266 (1974); **53**, 447 (1975).
- [5] H. Morinaga, Phys. Rev. **101**, 254 (1956); Phys. Lett. **21**, 78 (1966).
- [6] G. Röpke, A. Schnell, P. Schuck, and P. Nozieres, Phys. Rev. Lett. **80**, 3177 (1998); M. Beyer, S. A. Sofianos, C. Kuhrts, G. Röpke, and P. Schuck, Phys. Lett. B **488**, 247 (2000).
- [7] A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, and G. Röpke, Phys. Rev. Lett. **87**, 192501 (2001).

- [8] Y. Funaki, H. Horiuchi, A. Tohsaki, P. Schuck, and G. Röpke, *Prog. Theor. Phys.* **108**, 297 (2002).
- [9] D. M. Brink, *Proc. Int. School Phys. Enrico Fermi* **36** (Academic Press, New York and London, 1966), p.247.
- [10] A. B. Volkov, *Nucl. Phys.* **74**, 33 (1965).



9. A variety of kaonic nuclei いろいろな kaonic nuclei

土手昭伸、赤石義紀 (高エネルギー加速器研究機構)
山崎敏光 (理化学研究所)

Akinobu Doté and Yoshinori Akaishi
High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Toshimitsu Yamazaki
The Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN)

概要

We have investigated systematically kaonic nuclei which are ppnK^- , pppK^- , pppnK^- , ${}^6\text{BeK}^-$, ${}^9\text{BK}^-$ and ${}^{11}\text{CK}^-$. Since $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction, which is very attractive, plays an essential role in kaonic nuclei, we should treat it adequately. For this purpose, we have improved the framework of antisymmetrized molecular dynamics (AMD): 1) we can treat $pK^-/n\bar{K}^0$ mixing and 2) perform not only angular-momentum projection but also isospin projection. As a result of our calculation with a new framework of AMD, all kaonic nuclei we calculated are deeply bound by about 100 MeV as a discrete state. They have various structures with highly dense state. We have also investigated double kaonic nuclei, ppnK^-K^- and pppnK^-K^- . They are more shrunk than single kaonic nuclei, but the binding energy per single kaon ($E(\bar{K})$) is about 100 MeV, which is equal to that in the case of single kaonic nuclei.

1 導入

原子核の中に実粒子としての K^- meson を入れると非常に深く束縛され、discrete な状態として存在する可能性が考えられる。このような原子核を kaonic nucleus と呼ぶことにする。kaonic nucleus を考えるに辺り、まず問題になるのは $\bar{K}N$ 相互作用である。この相互作用を決定するために利用できる実験事実としては

1. $\bar{K}N$ 低エネルギー散乱 [1]
2. kaonic hydrogen atom のスペクトル
3. K^- と陽子の quasi-bound state ($I=0$) と考えられる $\Lambda(1405)$ 、 K^-p threshold の 27 MeV 下に存在。

がある。1 によれば $\bar{K}N$ 相互作用は斥力であるのに対し、2 では引力を意味する結果が得られており、kaonic hydrogen puzzle として長年問題とされてきた。しかし岩崎氏らによる精密な実験 [2] により、2 から $\bar{K}N$ 相互作用は斥力的であることが確定された。

「よって $\bar{K}N$ 相互作用は斥力である」、と結論付けるのは早計である。確かに 1,2 だけを見れば斥力と思えるが、ここに 3 を加味すると強い引力の可能性が出てくる。つまり $\bar{K}N$ 相互作用は $\Lambda(1405)$ という bound state を作るほど強い引力である。 K^-p threshold の 27 MeV 下にある $\Lambda(1405)$ という nuclear state に、はるか上方の kaonic hydrogen (atomic state) は

直交しなければならない。その結果波動関数がノードを持ち、スペクトルが斥力の方向にシフトしている、と考えることが出来る。

実際、赤石・山崎らは1,2,3を再現するような現象論的 $\bar{K}N$ 相互作用(以下AY $\bar{K}N$ potential)[3]を作ったところ、非常に引力的であった。またこのポテンシャルは chiral SU(3) theory により理論的に導かれたもの [4] と同様の性質をもつことも確認されている [3]。Boson exchange model の分析によると、 $\bar{K}N$ 間では ω , ρ , σ meson 全てが引力的に働き、 $\Lambda(1405)$ を形成するほどの強い引力を生み出している [5]。

AY $\bar{K}N$ potential を使い、軽い有限核 (^3He , ^8Be) に一つ K^- meson が入った系を、簡単なモデル [3] 及び簡単な version の AMD [6] で計算してみたところ、驚くべき結果を得た。要点をまとめると以下のようなものである。

1. K^- meson は核内に 100 MeV と非常に深く束縛される。その結果、主崩壊チャンネルである $\Sigma\pi$ チャンネルが閉じて、崩壊幅が狭くなる。
2. K^- meson が核子を強く引き寄せ、通常密度の 5 倍の高密度状態。
3. Isovector deformation:
 $\bar{K}N$ 相互作用は強いアイソスピン依存性を持ち、 $I = 0$ で極端に引力的である。つまり K^- は neutron より proton を引きつけようとする。その結果、 ^8Be のような $N = Z$ 核でも K^- が入ると陽子と中性子の分布に差が生じる。

このように kaonic nucleus は、通常原子核では想像できない興味深い性質を持っている。私は特にその構造に関心がある。 K^- meson は言わば原子核内で強い引力を生み出す種である。A 個の核子は、この引力に比べれば非常に浅いポテンシャル中を平和に運動している。その中に、 K^- meson という強い引力の種が入った場合、核子たちはどのように振る舞うのであろうか? A+1 体系は自らどのような構造を作ろうとするのであろうか? 我々は kaonic nucleus を A+1 体系とみなし、その構造を調べていく。

2 Formalism

Kaonic nucleus を調べるために、我々は反対称化分子動力学 (AMD) 法を採用する。AMD [7] では基本的に粒子を Gauss 波束で表現し、原子核を A 体系として取り扱う。故に導入の最後で書いた我々の研究動機を満たすものである。もちろんクラスタの存在・系の形に関して一切仮定はないので、構造が未知である kaonic nuclei の研究において威力を発揮すると期待できる。

しかしながら AMD を kaonic nucleus の研究に用いるにあたり、一つ問題がある。kaonic nucleus においては $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction がその鍵をにぎっていると言っても過言ではない。 $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction が極端に引力的であるために、原子核内で K^- が深く束縛、高密度状態が形成され、isovector deformation が生じている。ところで AMD では問題を particle base で取り扱うが、この $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction は particle base では **proton- K^- pair** を **neutron- \bar{K}^0 pair** に変化させる。先に行った簡単な AMD 計算では \bar{K}^0 の自由度を入れておらず、この coupling の効果を K^-p interaction に繰り込んで処理していた。今後、kaonic nucleus を系統的に丁寧に調べていくためには、kaonic nucleus の本質とも言える $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction は近似なしに真面目に取り扱うべきである。この問題に対処するために AMD を改良した ($pK^-/n\bar{K}^0$ mixing)。

2.1 $pK^-/n\bar{K}^0$ mixing

例として $ppnK^-$ を考え簡単にアイデアを説明しておく。この系は $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction により、 pK^- が $n\bar{K}^0$ に置き換えられた $pnn\bar{K}^0$ と couple する。このような問題を扱うに

は $|ppnK^- \rangle, |pnn\bar{K}^0 \rangle$ の基底、つまり複数の Slater determinants を用意し、Coupled Channel 計算を行うのが常套手段である。しかしながら我々は複数の Slater determinants の代わりに、一つの Slater determinant、但し charge-mixed 一粒子波動関数:

$$|N_i \rangle = x_i |p \rangle + y_i |n \rangle, \quad (1)$$

$$|K \rangle = z |K^- \rangle + w |\bar{K}^0 \rangle, \quad (2)$$

を用いて同等の計算を行う。一核子波動関数 $|N_i \rangle$ は陽子にも中性子にもなることができる、同様に kaon 波動関数 $|K \rangle$ は K^- にも \bar{K}^0 にもなることができる。これらを用いて作った $|\det[N_1 N_2 N_3]K \rangle$ は $|ppnK^- \rangle, |pnn\bar{K}^0 \rangle$ 両方の成分を含み、 $I = 0$ $\bar{K}N$ interaction による $pK^-/n\bar{K}$ mixing を一つの Slater determinant で扱うことが出来る。但し一つ注意しておく、 $|\det[N_1 N_2 N_3]K \rangle$ そのままでは本来 couple するはずのない $|pppK^- \rangle$ や $|ppn\bar{K}^0 \rangle$ といった成分まで混じってしまう。不要な成分の混合を避けるため、charge (isospin z 成分; T_z) について射影を行う。

以下、具体的に我々の波動関数を説明する。通常 AMD では一核子波動関数 $|\varphi_i \rangle$ は一つの Gauss 波束で表現するが、本研究ではより丁寧に記述するため、複数の Gauss 波束の重ね合わせで表現する [8]。

$$|\varphi_i \rangle = \left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{3/4} \sum_{\alpha=1}^{N_n} C_{\alpha}^i \exp\left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_{\alpha}^i}{\sqrt{\nu}}\right)^2\right] |\sigma_i \rangle |\tau_{\alpha}^i \rangle. \quad (3)$$

この場合 i 番目の一核子波動関数は N_n 個の波束で表されている。各々の波束中心は $\{\mathbf{Z}_{\alpha}^i\}$ にある。 $|\sigma_i \rangle$ はスピン波動関数であり、 $|\uparrow \rangle$ もしくは $|\downarrow \rangle$ である。 $|\tau_{\alpha}^i \rangle$ はアイソスピン波動関数であるが、ここに先に説明したアイデアが反映されている。

$$|\tau_{\alpha}^i \rangle = \left(\frac{1}{2} + \gamma_{\alpha}^i\right) |p \rangle + \left(\frac{1}{2} - \gamma_{\alpha}^i\right) |n \rangle \quad (4)$$

通常 AMD ではアイソスピン波動関数は固定されており、陽子は陽子のまま、中性子は中性子のもままであるが、本研究では新たに変分パラメータ γ_{α}^i を導入することで、核子の charge が変化できるようにしている。

Kaon 波動関数 $|\varphi_K \rangle$ に関しても全く同様であり、 K^- にも \bar{K}^0 にも変化することが可能である。

$$|\varphi_K \rangle = \left(\frac{2\nu}{\pi}\right)^{3/4} \sum_{\alpha=1}^{N_K} C_{\alpha}^K \exp\left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_{\alpha}^K}{\sqrt{\nu}}\right)^2\right] |\tau_{\alpha}^K \rangle. \quad (5)$$

$$|\tau_{\alpha}^K \rangle = \left(\frac{1}{2} + \gamma_{\alpha}^K\right) |\bar{K}^0 \rangle + \left(\frac{1}{2} - \gamma_{\alpha}^K\right) |K^- \rangle. \quad (6)$$

これらの一粒子波動関数を用い、核子系については反対称化、そして直積で kaon 波動関数をつけ

$$|\Phi \rangle = \det[|\varphi_i(j)\rangle] \otimes |\varphi_K \rangle \quad (7)$$

そしてパリティの固有状態に射影する:

$$|\Phi^{\pm} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\Phi \rangle \pm \mathcal{P}|\Phi \rangle]. \quad (8)$$

先に説明したように、不要なチャネルの混合を避けるために charge に関して射影を行う:

$$|\hat{P}_M \Phi^{\pm} \rangle = \int d\theta \exp[-i\theta(\hat{T}_z - M)] |\Phi^{\pm} \rangle. \quad (9)$$

これにより $T_z = M$ の成分のみが取り出される。この $|\hat{P}_M \Phi^\pm\rangle$ を試行関数として用いる。

この試行関数は複素数変分パラメータ $\{X_\alpha^i\} \equiv \{C_\alpha^i, \mathbf{Z}_\alpha^i, \gamma_\alpha^i; C_\alpha^K, \mathbf{Z}_\alpha^K, \gamma_\alpha^K\}$ 及び実数変分パラメータ ν を含んでいるが、これらはエネルギー変分の一様である拘束条件付き摩擦冷却法 [8] により決定する。

2.2 J & T projections

通常の核構造の研究同様、角運動量の固有状態にすべきである。さらに $\bar{K}N$ interaction の強いアイソスピン依存性を考慮し、アイソスピンの固有状態への射影も重要であると思われる。そこで角運動量射影 (J projection) およびアイソスピン射影 (T projection) を同時に行った。

$$|\hat{P}_{MK}^J \hat{P}_{T_z T'_z}^T \Phi^\pm\rangle = \int d\Omega_{ang.} D_{MK}^{J*}(\Omega_{ang.}) \hat{R}_{ang.}(\Omega_{ang.}) \\ \times \int d\Omega_{iso.} D_{T_z T'_z}^{T*}(\Omega_{iso.}) \hat{R}_{iso.}(\Omega_{iso.}) |\Phi^\pm\rangle. \quad (10)$$

ここで $|\Phi^\pm\rangle$ は摩擦冷却により求めた intrinsic 状態である。アイソスピン射影はアイソスピン空間で回転させることで、角運動量射影と同様数値的に行っている。以降、全ての期待値は $|\hat{P}_{MK}^J \hat{P}_{T_z T'_z}^T \Phi^\pm\rangle$ を用いて計算している。

2.3 Hamiltonian

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}_{NN} + \hat{V}_{KN} + \hat{V}_C - \hat{T}_G. \quad (11)$$

我々のハミルトニアンは運動エネルギー \hat{T} 、NN 中心力 \hat{V}_{NN} 、 $\bar{K}N$ ポテンシャル \hat{V}_{KN} 、及びクーロン力 \hat{V}_C からなる。重心エネルギー \hat{T}_G は除く。

Kaonic nucleus では高密度になることが予想されるので、既存の有効相互作用を用いることは出来ない。我々は生の相互作用から g -matrix の方法 [3] で、各 kaonic nucleus の密度に応じた有効相互作用 \hat{V}_{NN} 及び \hat{V}_{KN} を作り、AMD 計算の中で用いた。生の相互作用として、NN は Tamagaki potential (OPEG)[9]、 $\bar{K}N$ は AY $\bar{K}N$ potential を採用している。

3 結果および議論

改善した枠組みを用いて ppnK^- , pppK^- , pppnK^- , ${}^6\text{BeK}^-$, ${}^9\text{BK}^-$ そして ${}^{11}\text{CK}^-$ を計算した。今回の計算では全ての核において、一核子波動関数を 2 つの波束、kaon 波動関数を 5 つの波束で記述している。つまり (3) 式で $N_n = 2$ 、(5) 式で $N_K = 5$ とした。表 1 に結果をまとめた。“ J^π ” 及び “ T ” に J & T projections で射影した。 J^2 , T^2 の期待値を見て、指定した量子数に射影されていることを確認している。表 1 の $E(\bar{K})$ から分かるように、計算したほとんどの kaonic nucleus で K^- は原子核中に 100 MeV 程度束縛されている。 pppK^- 以外の核では、主崩壊チャンネルである $\Sigma\pi$ チャンネルの threshold より深く束縛し、崩壊

幅が小さくなり discrete な状態となっている。¹ さらに K^- からの強い引力により、原子核は激しく shrink し中心密度は非常に高い。

全束縛エネルギーを比較することで、particle decay に対する安定性が分かる。ppn K^- (112.5 MeV) は、ppn K^-+p (117.8 MeV) より小さい束縛エネルギーなので、particle decay に対し不安定である。他方、 ${}^6\text{Be}K^-$ (131.7 MeV), ${}^8\text{Be}K^-$ (159.0 MeV), ${}^9\text{BK}^-$ (173.5 MeV) は particle decay に対し安定である。各々に対してもっとも深い particle decay threshold は、ppn $K^-+{}^3\text{He}$ (125.3 MeV), ppn $K^-+{}^4\text{He}+n$ (143.5 MeV), ${}^8\text{Be}K^-+p$ (159.0 MeV)。

表 1: 新しい枠組みの結果。

“B.E.”: 全束縛エネルギー。“ $\Sigma\pi$ ”: $\Sigma\pi$ threshold の位置。“ $E(\bar{K})$ ”: 「原子核+ K^- 」の threshold から測った束縛エネルギー。“ Γ ”: $\Delta\pi$, $\Sigma\pi$ チャンネルへの崩壊幅。“ $\rho(0)$ ”: 中心密度。“ R_{rms} ”: 核子系の平均二乗半径。“ (β, γ) ”: 変形パラメータ。

	J^π	T	B.E. [MeV]	$\Sigma\pi$ [MeV]	$E(\bar{K})$ [MeV]	Γ [MeV]	$\rho(0)$ [fm ⁻³]	R_{rms} [fm]	β	γ [deg.]
ppn K^-	$\frac{1}{2}^+$	0	117.8	106.2	110.3	21.2	1.50	0.72	0.22	9.2
ppp K^-	$\frac{3}{2}^-$	1	96.7	104.0	96.7	12.5	1.56	0.81	0.70	11.8
pppn K^-	1-	$\frac{1}{2}$	112.5	111.5	105.0	25.9	1.29	0.97	0.54	3.8
${}^6\text{Be}K^-$	0+	$\frac{1}{2}$	131.7	131.5	104.2	33.3	0.91	1.17	0.44	0.3
${}^9\text{BK}^-$	$\frac{3}{2}^-$	0	173.5	159.0	118.5	33.0	0.71	1.45	0.46	20.8
${}^{11}\text{CK}^-$	$\frac{3}{2}^-$	0	179.5	161.2	117.0	37.0	0.82	1.49	0.36	46.4

図 1 に ppn K^- から ${}^9\text{BK}^-$ までの核子密度分布を示した。このように kaonic nucleus は多彩な構造を持っている。ppn K^- は正確には $I=0$ $\bar{K}N$ interaction のために pnn \bar{K}^0 と couple している。実際、得られた波動関数から粒子数の期待値を求めると、陽子、中性子がともに 1.5 こ、 K^- , \bar{K}^0 がともに 0.5 こ、と ppn K^- と pnn \bar{K}^0 が 1:1 で混ざっていることを意味する。非常に exotic な系である ppp K^- は、面白い構造をしている。衛星のように飛び出している部分があるが、その部分の粒子数を数えてみると丁度陽子 1 つになる。我々はこの部分を “proton satellite” と呼ぶことにする。一つの陽子はその個性を保ったまま、本体 (pp K^-) の傍に存在している。しかしこの系は全体として非常に強くコンパクトに束縛されている。なお核子を表現する波束数を 4 つに増やしてみても、幾分 proton satellite はぼやけるものの、基本的な構造は変わらなかった。Pauli block により $0p$ shell に押し上げられた陽子が、この satellite を作っていると思われる。この ppp K^- に一つ中性子が加わったのが pppn K^- であるが、proton satellite のような奇妙な構造は消失している。 ${}^6\text{Be}K^-$, ${}^9\text{BK}^-$ は先に調べた ${}^8\text{Be}K^-$ と同様、二中心的な構造になっている。

さて大抵の kaonic nucleus において、 K^- の束縛エネルギーはだいたい 100 MeV 程度である。 $\Lambda(1405)$ が陽子と K^- の束縛状態であると考えれば、p K^- の束縛エネルギーは 27 MeV である。また Ref.[3] によると、pp K^- の束縛エネルギーは 50 MeV である。これらを踏まえると、 K^- の束縛エネルギーは ppn K^- 以降 100 MeV で飽和しているように思える。この saturation は、 $\bar{K}N$ 相互作用のレンジが短く、一つの K^- が相互作用できる核子の数に上限があるため、と考えられる。表 2 に K^- の束縛エネルギーと K^- 近傍にいる核子数 (“Nucleon”) を示した。kaon の密度が最大からその $\frac{1}{5}$ に落ちる領域内にある核子を、

¹ ppp K^- は $\Sigma\pi$ threshold より上にあるにも関わらず、幅が狭くなっている。これは AMD 計算で得られた結果と使用している g -matrix が consistent になっていないためである。ここには threshold より下にあると仮定した g -matrix を用いて求めた結果を載せている。

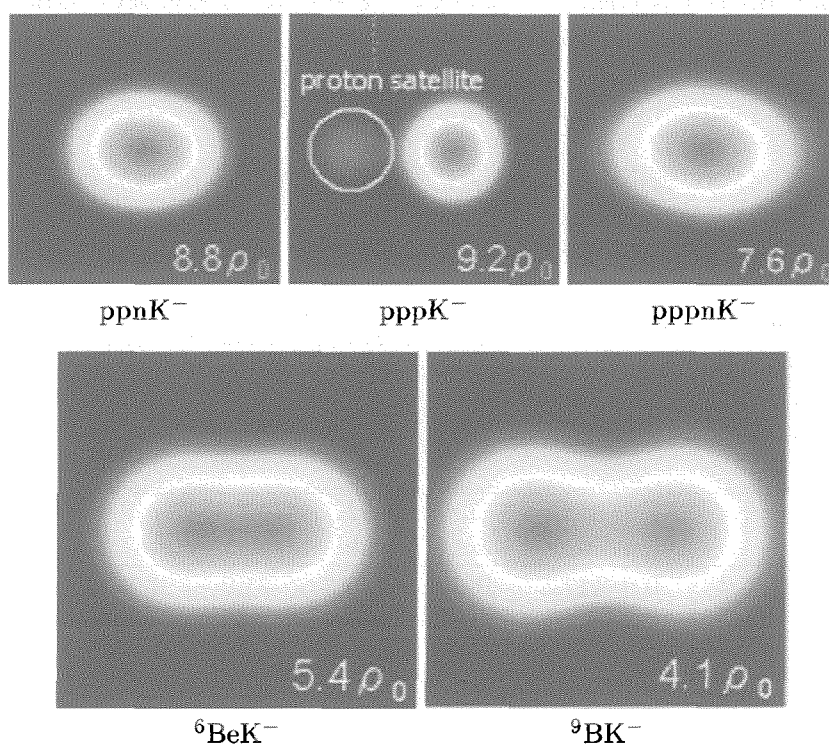


図 1: 様々な kaonic nucleus の核子密度分布。

ppnK⁻, pppK⁻, pppnK⁻ : サイズは 3 fm × 3 fm。

⁶BeK⁻, ⁹BK⁻ : サイズは 4 fm × 4 fm。図中の数字は最大密度。ρ₀ = 0.17 fm⁻³。

K⁻ 近傍にいとみなし、その個数を数えたのが “Nucleon” である。図 1 で見たように、pppK⁻ は非常に特殊な構造をしているので、ここでは考えないことにする。そうすると一中心的な構造をした ppnK⁻、pppnK⁻ ではともに 1.7 個、二中心的な構造の ⁶BeK⁻、⁹BK⁻ ではともに 2.5 個の核子が kaon の近くにいることになる。似たような構造の kaonic nucleus 中で、kaon が引き寄せる核子数はだいたい等しい。全体の構造にもよるが、一つの kaon は 1.7 から 2.5 程度程度の核子と強く相互作用してないようである。

表 2: K⁻ の束縛エネルギーと、K⁻ の近くにいる核子数。

“B.E.”: 束縛エネルギー。“Nucleon”: 詳細は本文参照。

	ppnK ⁻	pppK ⁻	pppnK ⁻	⁶ BeK ⁻	⁹ BK ⁻
B.E.	110.3	96.7	105.0	104.2	118.5
Nucleon	1.67	1.14	1.78	2.55	2.53

○ ¹¹CK⁻ の結果

もう少し重い原子核に K⁻ が入った場合はどうであろうか? 表 1 の最後の行に、¹¹CK⁻ (¹¹C に K⁻ が加わったもの) を計算した結果を載せた。他の kaonic nuclei と同様、やはり K⁻ は核内に 100 MeV ほど束縛され、通常密度の 5 倍もの高密度状態という解が得られた。図 2 に陽子、中性子、kaon の密度分布を示した。今回は NN 有効相互作用 (AMD 計算で使用)

の段階で LS 力を落としている。そのため cluster 構造が強く現われ、おむすび型になっている。² kaon はいずれかのクラスターに局在するのではなく、系の真ん中に存在し全てのクラスターを引き寄せている。また若干陽子の方が kaon に引き寄せられているように見える。

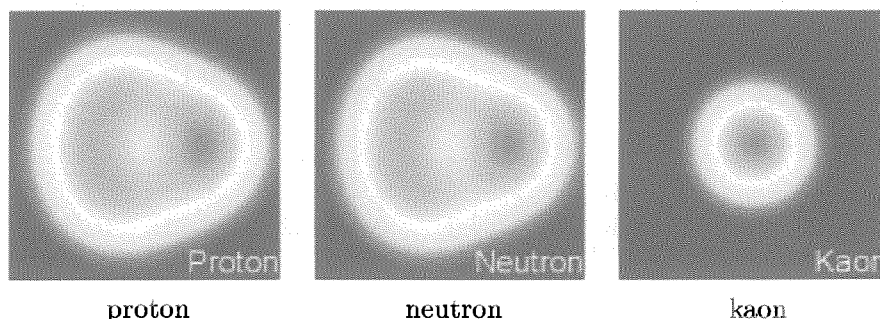


図 2: $^{11}\text{CK}^-$ の密度分布。

左から順に陽子、中性子、kaon の分布。サイズは $4 \text{ fm} \times 4 \text{ fm}$ 。

4 Double kaonic nucleus

これまで見てきたように、kaonic nucleus は通常核では想像できないような面白い性質を持っている。原子核にたった一つ K^- が入るだけでこれほど激しい変化が起きるのである。ならば複数の K^- が入るとどうということが起きるのか? という単純な疑問が生じる。そこで二つの K^- を含む原子核— double kaonic nucleus —を考えてみる。double kaonic nucleus は multi \bar{K} system のもっとも簡単な場合であり、kaon condensation[10] や strange quark matter とも関係するので、double kaonic nucleus を調べることは有意義である。

計算の方法は、 K^- が一つの場合と全く同じ ($pK^-/n\bar{K}$ mixing, J & T projections) である。但し、double kaonic nucleus ではボソンである K^- が二つ存在するので、対称化した kaon 波動関数を使用する。つまり (7) 式の代わりに

$$|\Phi\rangle = \det[|\varphi_i(j)\rangle] \otimes S[|\varphi_{K1}\rangle|\varphi_{K2}\rangle] \quad (12)$$

を使う。 S は対称化の演算子。

Double kaonic nucleus を計算するには kaon 間の相互作用 $V_{\bar{K}\bar{K}}$ が必要となるが、今の段階では我々はよく知らない。今回はとりあえず $V_{\bar{K}\bar{K}} = 0$ として計算を進めた。

表 3 に double kaonic nuclei ppnK^-K^- , pppnK^-K^- の結果をまとめた。比較のため、 K^- なしの核 (通常核) と一つ入った核 (kaonic nucleus) も示している。表より明らかに K^- が一つ、二つと加わるに連れて、原子核が shrink していることが分かる。中心密度は single kaon の時のほぼ二倍になっている。また表には全束縛エネルギーを示してある。これから原子核 + 2 K^- の threshold から測った束縛エネルギー $E(2\bar{K})$ を求めると、 ppnK^-K^- では $E(2\bar{K}) = 213 \text{ MeV}$ 、 pppnK^-K^- では $E(2\bar{K}) = 214 \text{ MeV}$ である。kaon 一つあたりに直せばともに $E(K) \simeq 105 \text{ MeV}$ である。これは single kaonic nucleus 中での kaon の束縛エネルギー 100 MeV とほぼ等しい。kaon が二つになっても、各々が核内に束縛される程度は、一つの場合と変わらないようである。

² 有効相互作用の段階で LS 力を入れた計算も行っている。その結果、予想通りクラスター構造は弱くなり球形に近づく。特に陽子分布はよりコンパクトになり、中性分布との差が際立つ。中心力のみ場合に比べより深く束縛するが、LS 力の期待値が非常に大きい。高密度下での LS 力の取り扱いに我々は確信を持ってないので、LS 力ありの結果は今回載せなかった。

表 3: Double kaonic nucleus を含む結果。

“B.E.”: 全束縛エネルギー。“ $\rho(0)$ ”: 中心密度。“ R_{rms} ”: 核子系の平均二乗半径。

	J^π	T	B.E. [MeV]	$\rho(0)$ [fm ⁻³]	R_{rms} [fm]
ppn	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	7.7	0.15	1.54
ppnK ⁻	$\frac{1}{2}^+$	0	118	1.50	0.72
ppnK ⁻ K ⁻	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	221	3.01	0.69
pppnK ⁻	1^-	$\frac{1}{2}$	105	1.29	0.97
pppnK ⁻ K ⁻	1^-	0	222	2.33	0.73

5 まとめ

$\bar{K}N$ 低エネルギー散乱、kaonic hydrogen atom、そして $\Lambda(1405)(=K^-+p)$ といった実験事実から、 $\bar{K}N$ 相互作用が非常に強い引力である可能性が考えられる。実際、これらを定量的に再現する現象論的ポテンシャル $AY \bar{K}N$ potential を作ったところ、非常に強い引力であった。 K^- と核子の中にこれほど強い引力が働くのであれば、原子核中に K^- が非常に深く束縛された状態 kaonic nucleus が考えられる。

我々は反対称化分子動力学を用いて、さまざまな kaonic nucleus を調べた。kaonic nucleus で鍵となるのは、極端に強い引力である $I=0$ の $\bar{K}N$ 相互作用である。AMD のような particle base の取り扱いでは、この相互作用は pK^- pair を $n\bar{K}^0$ pair と couple させる。我々は AMD の枠組みを改善し、 $I=0$ の $\bar{K}N$ 相互作用を適切に取り扱うよう努めた。charge mixed 一粒子波動関数を使うことで $pK^-/n\bar{K}^0$ mixing を取り扱えるようにした。また $\bar{K}N$ 相互作用の強いアイソスピン依存性を踏まえ、角運動量射影だけでなくアイソスピン射影も行った。(J & T projections)

相互作用として NN は Tamagaki potential(OPEG)、 $\bar{K}N$ は現象論的 $AY \bar{K}N$ potential を採用した。これらを g -matrix 法で処理した有効相互作用を AMD で用いた。

こうしてさまざまな kaonic nucleus—ppnK⁻, pppK⁻, pppnK⁻, ⁶BeK⁻, ⁹BK⁻, ¹¹CK⁻—を調べた。 K^- は原子核内に 100 MeV と非常に深く束縛され、その結果主崩壊チャンネル $\Sigma\pi$ が閉じ、崩壊幅の狭い discrete な状態が得られた。しかも K^- からの強い引力のために原子核は shrink し、通常密度の 5 倍という高密度な状態であった。これらの kaonic nucleus は多彩な構造を持っていることが確認できた。

今回計算した範囲内では、どの kaonic nucleus でも一律 K^- の束縛エネルギーが 100 MeV であり、束縛エネルギーが飽和しているように見える。この原因として、一つの kaon が相互作用できる核子数に上限があるのではないかと考えた。kaon 近傍にどれだけ核子がいるか数えてみたところ、核の構造にもよるが、1.7 から 2.5 この核子が存在していることが分かった。

kaon condensatoin や strange quark matter など multi \bar{K} system との関連から、二つの K^- が原子核内に入った double kaonic nucleus を調べてた。今回はとりあえず $\bar{K}\bar{K}$ 相互作用なしで計算を進めた。その結果、予想通り更に shrinkage が進み、一つの場合の二倍もの高密度な状態になっていた。ここまで高密度になると、おそらくハドロンでは存在せず quark 多体系として存在していると思われる。また束縛エネルギーは、単純に K^- 一つの場合の二倍になっていた。つまり double kaonic nucleus でも、kaon 一つあたりの束縛エネルギーは 100 MeV であった。

以上、さまざまな kaonic nucleus を議論してきたが、もちろんこれらは実験的に確認されていない。しかしいくつかの kaonic nucleus 探索実験が進行中、若しくは提案されている。KEK では ⁴He(stopped K^- , n) による pppnK⁻ 探索実験が行われているところである

[11]。(K^- , π^-) 反応を利用すれば、proton-rich な kaonic nucleus が生成できると思われる
 [12]。この反応を ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^9\text{Be}$ target に適用すれば、今回計算した $\text{ppp}K^-$, $\text{pppn}K^-$, ${}^6\text{Be}K^-$, ${}^9\text{Be}K^-$ が得られる。また (in-flight K^- , n) 反応で kaonic nucleus を生成する実験が提案されている [13]。この反応を ${}^{12}\text{C}$ target で行うと ${}^{11}\text{C}K^-$ が出来ると予想される。これらの実験でなんらかの結果が得られることを期待する。

参考文献

- [1] A. D. Martin, Nucl. Phys. **B179** (1981), 33.
- [2] M. Iwasaki et al., Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 3067 ; T. M. Ito et al., Phys. Rev. **C58** (1998), 2366.
- [3] Y. Akaishi and T. Yamazaki, Phys. Rev. **C65** (2002), 044005.
- [4] T. Waas, N. Kaiser, and W. Weise, Phys. Lett. **B365** (1996), 12 ; Phys. Lett. **B379** (1996), 34 ; N. Kaiser, P. B. Siegel, and W. Weise, Nucl. Phys. **A594** (1995), 325 ; W. Weise Nucl. Phys. **A610** (1996), 35.
- [5] A. Müller-Groeling, K. Holinde, and J. Speth; Nucl. Phys. **A513** (1990), 557.
- [6] A. Doté, H. Horiuchi, Y. Akaishi and T. Yamazaki, nucl-th/0207085.
- [7] Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi, and A. Ono, Phys. Rev. **C52** (1995), 628 ; Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi, and A. Ono, Phys. Rev. **C52** (1995), 647 ; Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. **81** (1998), 5291.
- [8] A. Doté, Y. Kanada-En'yo and H. Horiuchi, Phys. Rev. **C56** (1997), 1844 ; A. Doté, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **103** (2000), 91 ; A. Doté, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **103** (2000), 261.
- [9] R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **39** (1968), 91.
- [10] D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Phys. Lett. **B175** (1986), 57 ; T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. **80** (1988), 22 ; T. Muto, Prog. Theor. Phys. **89** (1993), 415 ; Nucl. Phys. **A697** (2002), 225.
- [11] M. Iwasaki, K. Itahashi, A. Miyajima, H. Outa, Y. Akaishi and T. Yamazaki, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. **A473**, 286 (2001).
- [12] T. Yamazaki and Y. Akaishi, Phys. Lett. **B535** (2002), 70.
- [13] T. Kishimoto, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 4701.



10. アイソスピン依存性を含んだ パーコレーション模型の核破碎への適用

山口 周志、大西 明

Nuclear Fragmentation with Isospin Dependent Percolation Model

Shuji Yamaguchi, Akira Ohnishi

*Division of Physics, Graduate School of Science, Hokkaido University,
Sapporo 060-0810, Japan*

Abstract

We investigate non-equilibrium shape and isospin effects in proton-induced nuclear fragmentation within the percolation model. Observed fragment mass and angular distributions are well explained, while fragment energy distribution is not reproduced.

1. Introduction

核破碎とは、何らかの方法で励起された原子核が様々な粒子、フラグメントになる反応のことである。この反応を研究する目的は、核破碎でのフラグメントの生成機構を調べ、高励起原子核の性質に関する情報を得ることで、核物質の性質を理解することにある。

核破碎を起こすには、核子当り数 10MeV～数 100MeV の重イオンをほぼ同じ質量数の標的核に衝突させる方法や数 GeV のプロトンを比較的大きい標的核に入射する方法等がある。前者は密度を上昇させその後膨張することにより、後者は標的核を励起することでフラグメントを生成する。後者は前者に比べ、密度をあまり上昇させないという点で、核破碎の反応機構を特定しやすいという利点がある。そこで今回は高エネルギー陽子入射核破碎について議論する。

破碎片生成には標的核の励起エネルギーが低い場合に起こるフラグメントの表面からの蒸発過程と、励起エネルギーが高い場合の全体の同時破碎の 2 つの過程がある。この変化は核物質の相転移と関連してパーコレーション等の模型を用いて議論されている [1][2][3]。

これらの議論における核破碎の標準的な描像は以下のようなものである。

(1) 入射陽子は標的核内で次々と核子と衝突を繰り返し、この時高いエネルギーを得た核子と陽子は前方に放出される。

(2) 残留核は、前方にゆっくり進みながら平衡状態に達する。

(3) 励起された残留核が様々な粒子、フラグメントに壊れる。(核破碎)

(4) 破碎後に、なお励起しているフラグメントはさらなる蒸発や分裂を起こす。

上記の標準的な描像に基づいたパーコレーション模型はフラグメント質量数分布のデータを定性的に記述することができる。またこの描像に基づくとフラグメントの角度分布に関して、残留核の CM 系では等方的に放出されるフラグメントが残留核全体が前方に進んでいるために、角度分布は総じて前方ピークになると期待される。

ところが、 $p(12\text{GeV})+\text{Au}$ での核破碎では質量数 10～50 の中間質量破碎片 (IMF) の角度分布が側方 70° ピークになるという現象 [4] が、さらに高エネルギーの陽子入射核破碎では IMF の角度分布が後方よりになるといった現象 [5] が古くから観測されており、上記の核破碎の標準的な描像 (1)～(4) では説明することができない。そのため現在に至るまで様々な反応機構が研究されてきたが、未だに確立した描像は得られていない。

今回の研究では、「励起された残留核は平衡に達する前に破碎する」という非平衡な形状効果をパーコレーション模型に取り入れることで、フラグメント質量数分布を改善するとともに、IMF

の側方ピークや後方よりの角度分布を定性的、定量的に再現できることを示し、フラグメントの角度分布が主にフラグメント間のクーロン相互作用により生まれているという理解を得た。

また、非平衡な形状効果を取り入れたパーコレーションモデルのエネルギー分布に関する問題点と、その解決方法としてアイソスピン依存性を取り入れたモデルについても報告する。

2. Equilibrium Percolation Model on Nuclear Fragmentation

標準的な核破碎の描像に基づいた平衡パーコレーションモデルは次の仮定から構成されている。

核子は三次元単純立方格子上的頂点で表され、それらの核子は強い相互作用を表しているボンドによってつながっている。これらのボンドが標的核の励起エネルギー、あるいは入射陽子の衝突係数 b に従ってある確率 $p(b)$ で切れる。

$$p(b) = p(0) \frac{\int \rho(x=b, 0, z) dz}{\int \rho(0, 0, z) dz}$$

ボンドの切断後に、なおつながっている核子群を破碎片と認識することで質量数分布 $\sigma(A_f)$ を求める。

$$\sigma(A_f) = 2\pi \int_0^{b_{max}} b db \frac{N(A_f, b)}{N_{run}(b)}$$

図1が平衡パーコレーションモデルにより得られたフラグメント質量数分布と、 $p(12\text{GeV})+\text{Au}$ での核破碎での実験値 [6] との比較である。この図から平衡パーコレーションモデルは実験値と同じ特徴である全体のU字型や軽いフラグメントのベキ乗則を再現できていることがわかる。注目すべきは、励起された標的核の蒸発、あるいは分裂のみの考慮ではこれら二つの実験的な特徴を説明できないということである。

ところが、上記の $p(12\text{GeV})+\text{Au}$ での核破碎では IMF の角度分布に関して側方ピークが観測 [4][7] されており、平衡パーコレーションモデルではフラグメントの角度分布は総じて前方ピークになってしまうため説明することすることができない。

そこで次の章では、非平衡な形状効果を取り入れたパーコレーションモデルについて説明する。

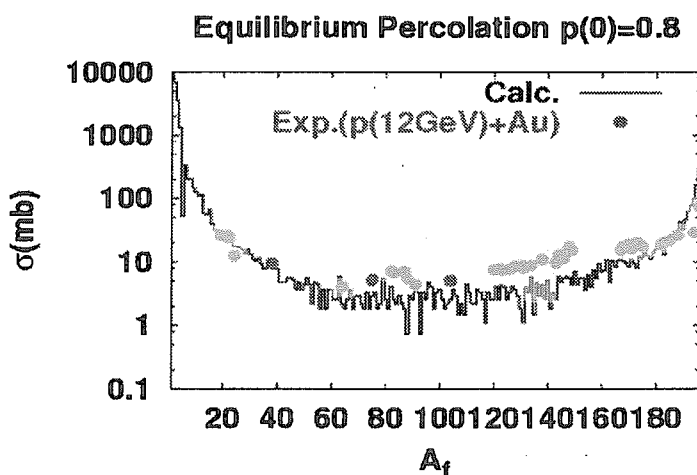


Figure 1: 平衡パーコレーションモデルから得られるフラグメント質量数分布と実験値 [6] との比較

3. Non Equilibrium Percolation Model on Nuclear Fragmentation

平衡パーコレーション模型で説明できない現象があるということは、標準的な描像の変更を示唆している。標準的な描像において、(1)(ハドロンカスケード段階)や(4)(フラグメントのさらなる蒸発や分裂過程 [8]) に関しては既に研究され、成功を収めている。(3)(核破碎)については平衡パーコレーション模型によりフラグメント質量数分布における実験の特徴は再現でき、有効な模型だと考えられる。そこで(2)(残留核は平衡状態となる)について平衡状態に達する前に核破碎を起こすと考え、その効果を取り入れたのがこの章で紹介する非平衡パーコレーション模型である。

入射陽子経路の周りのシリンダー型 [9]あるいはコーン型の領域はその他の領域に比べ励起される、すなわちパーコレーションにおけるボンドが高い確率で切断される、としたのが図2で示される Cylinder 模型と Cone 模型である。

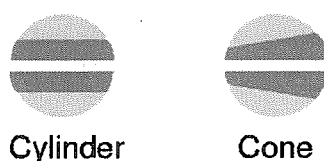


Figure 2: 今回考えた非平衡パーコレーション模型の概念図

Cylinder 模型は入射陽子経路から半径 r_e の領域にある核子は前方に放射され、半径 r_h の領域は高温領域となるため高い確率でボンドが切れると考える。Cone 模型は高温領域が θ_h で円錐状に広がっているとするモデルである。この高温領域ではボンド切断確率が高いため比較的小さなフラグメントがより多く生成され、その周辺領域では比較的重いフラグメントが生成されると考えられる。

ボンド切断後フラグメントはクーロン力で相互作用する。上記のような高温領域が存在することで、比較的重いフラグメントが Cylinder 模型では側方に、Cone 模型では後方に比較的軽いフラグメントからのクーロン相互作用を受けると考えられる。

図3が Cylinder 模型で得られたフラグメント質量数分布である。この図から $100 < A_f < 170$ の領域で実験結果をより良く再現できていることがわかる。この模型では新たなパラメータとして (r_e, r_h, p_h) が導入されているのだが、重要なことは平衡パーコレーション模型では $p(0)$ をいかに設定してもこの質量数分布のような実験との良い一致は得られないということである。

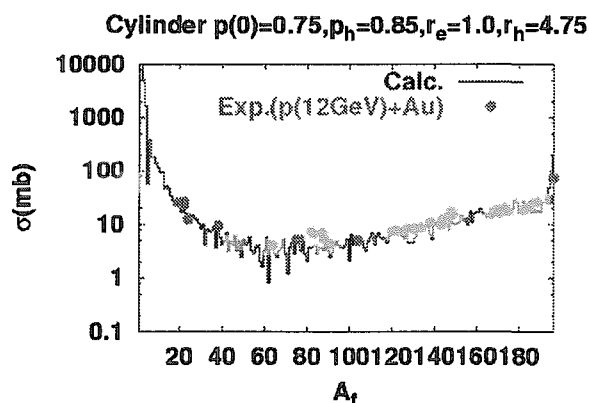


Figure 3: Cylinder 型の非平衡パーコレーション模型から得られるフラグメント質量数分布と実験値 [6] の比較

図4はCylinder模型とCone模型から得られるIMF角度分布である。Cylinder模型に関しては先ほどのフラグメント質量数分布を良く再現できるパラメータを、残留核の前方に進む速度としては実験値として考えられている値($\beta = 0.005$)とそれほど変わらない値($\beta = 0.003$)を用いた。これらから得られるCylinder模型のIMF角度分布は実験値をよく再現できている。(図4左)

ところが、Cylinder模型では残留核のCM系で前方後方対称なフラグメント角度分布が得られるため、残留核が前方に動くかぎり後方よりの角度分布を再現することができない。

一方p(400GeV)+Uで観測されているIMFの後方よりの角度分布をCone模型は再現できている。(図4右)

残留核のCM系では後方ピークのフラグメント角度分布が、残留核が前方に動いているため後方よりの角度分布を残しながらピークの位置が 90° 付近になる、ということである。

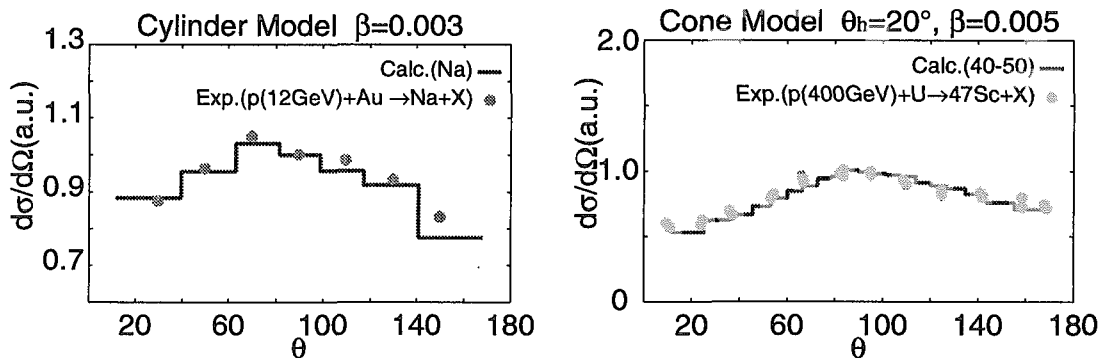


Figure 4: Cylinder 模型 (左図) と Cone 模型 (右図) から得られるフラグメント角度分布と実験値 [4,5] の比較

Cylinder 模型と Cone 模型の非平衡パーコレーション模型により、IMFの側方ピークや後方よりの角度分布といったものが、入射陽子経路付近で多く生成される比較的小さなフラグメントからのクーロン相互作用によるものだという理解を得た。この点がこれまでのIMF後方より角度分布に関する研究 [10,11] と異なるものである。この「IMFは入射陽子経路付近の軽いフラグメントからクーロン相互作用で押される」という点を実験で確認するには陽子と中性子の角度分布を観測することがあげられる。なぜなら残留核のCM系において、Cylinder模型では前方後方対称な陽子の角度分布がCone模型では前方ピークの角度分布が得られ、中性子はどちらの模型でも等方的となるからである。

非平衡パーコレーション模型によりフラグメント質量数分布と角度分布の実験値を良く再現できるということは標準的な描像の「残留核は平衡状態に達してから破碎する」を「残留核は平衡状態に達する前に核破碎を起こす」に変更することを示唆している。

ところがフラグメント質量数分布と角度分布に関して良い値を得ることのできる非平衡パーコレーション模型ではフラグメントエネルギー分布を良く再現することができないという問題がある。

4. Non Equilibrium Percolation Model on Hexagonal Lattice

これまでで紹介した Cylinder 模型と Cone 模型の非平衡パーコレーション模型ではフラグメント質量数分布と角度分布に関して実験値を良く再現できるもののフラグメントエネルギー分布を再現することができない。図5左が Cylinder 模型から得られるフラグメントエネルギー分布、図5右がフラグメントのさらなる蒸発や分裂を考慮する前のフラグメントアイソトープ分布である。この図からこの模型ではフラグメントのアイソトープ分布に関して存在しない原子核まで生成されていることがわかる。

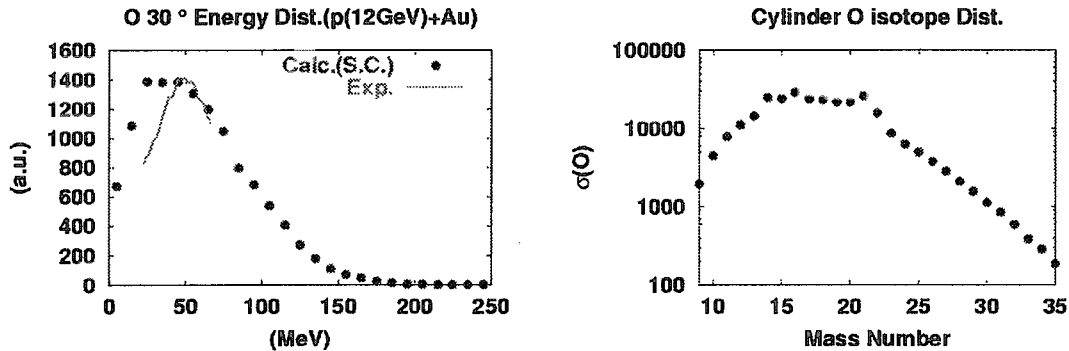


Figure 5: Cylinder 模型から得られるフラグメントエネルギー分布 (左図) とフラグメントアイソトープ分布 (右図)

図6は各アイソトープ毎のフラグメントエネルギー分布を示している。この図からアイソトープ分布が広がることで、パーコレーションの後に軽いフラグメントは強く、重いフラグメントは弱くクーロン相互作用するためにフラグメントエネルギー分布の幅が広くなり、ピークの位置がずれていることがわかる。そのためエネルギー分布について実験値を再現するためにはパーコレーションの段階でフラグメントアイソトープ分布の幅を狭くすることが必要であると考えられる。

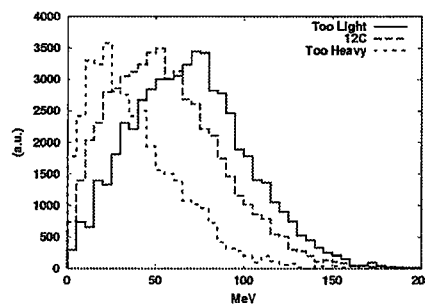


Figure 6: 質量数毎のフラグメントアイソトープから得られるエネルギー分布

そこで今回の研究ではこれまでボンドエネルギーは全て同じであったところを、異種核子間と同種核子間で異なるものとして扱う。以下の式がこのアイソスピン依存性を示している。

$$B(Z, N) = a_v A - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \dots \quad (\text{Mass formula})$$

$$B(Z, N) = 6 \cdot A \cdot E_{np} \frac{Z \cdot N}{A(A - 1)/2} + 6 \cdot A \cdot E_{nn} \frac{Z(Z - 1)/2 + N(N - 1)/2}{A(A - 1)/2} \quad (\text{Percolation})$$

これらの式から、異種核子間のボンドエネルギーは正となり、同種核子間のボンドエネルギーは負となることが導かれる。ところがこのようなアイソスピン依存性をこれまでのパーコレーション模型に取り入れることで、最初から大きな原子核は安定して存在することができなくなってしまう。なぜなら単純立方格子では、ある頂点とその隣りの頂点を結ぶボンドの数はどのような経路をとろうとも必ず奇数となり、陽子と中性子が交互に並んだ時のみにしかボンドを繋いでいくことができないからである。

上記の問題を解決するため、今回は六方最密充填格子上でパーコレーションを行った。六方最密充填格子では頂点当りのボンドの数が、単純立方格子に比べて2倍となるため、同種核子間のボンドが切れていても大きな原子核が安定して存在することができる。

図7右が六方最密充填格子でアイソスピン依存性を取り入れた非平衡パーコレーション模型により得られる、さらなる蒸発や分裂を考慮する前のフラグメントアイソトープ分布、図7左がこの模型により得られたフラグメントエネルギー分布である。これらの図より、アイソトープ分布の幅が狭くなり、エネルギー分布の幅とピークの位置が改善されていることがわかる。ところがエネルギー分布の幅に関しては実験値を再現することは現時点ではできていない。

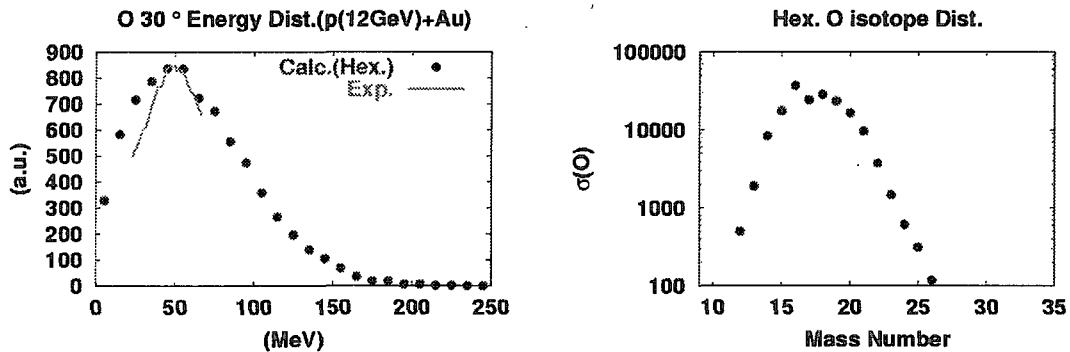


Figure 7: 六方最密充填格子でアイソスピン依存性を取り入れた Cylinder 模型から得られるフラグメントエネルギー分布 (左図) とアイソトープ分布 (右図)

5. Summary

今回は核破碎について、そのフラグメント質量数分布の特徴を再現することのできる平衡パーコレーション模型に、初期核反応からくる非平衡な形状効果を取り入れることでフラグメントの質量数分布と角度分布に関して、実験値を良く再現できることを示した。このことから IMF の側方ピークや後方よりの角度分布は、入射陽子経路の周囲でより多く生成される軽いフラグメントからのクーロン相互作用により生まれる、という理解を得た。

ところがパーコレーション模型ではエネルギー分布を再現することができない。その理由として、フラグメントアイソトープ分布が広がっているということが考えられ、この非平衡パーコレーション模型に、アイソスピン依存性を単純立方格子から六方最密充填格子に拡張することで取り入れた。結果としてフラグメントエネルギー分布の幅は再現することはできなかったが、傾向としてそのピークの位置と幅が改善されていることから、破碎の段階でなんらかのアイソスピン依存性が必要であるということを示唆している。すなわち正しいアイソトープ分布が得られれば正しいエネルギー分布が得られるであろうということである。ただ今回の研究ではフラグメントのさらなる蒸発や分裂はクーロン相互作用の後に考慮しているため、破碎の段階でのアイソトープ分布がエネルギー分布に効いているのか、破碎後のクーロン相互作用しながらの蒸発や分裂が効いてくるのかの判断はできなかった。今後の課題として、より正しいアイソスピン依存性について、時間発展的なフラグメントの蒸発や分裂の考慮があげられる。

References

- [1] J.E.Finn et al. Phys.Rev.Lett. **49** (1982), 1321.
- [2] M.K.Berkenbusch et al. Phys.Rev.Lett. **88** (2002), 022701.
- [3] W.Bauer Phys.Rev.C **38** (1988), 1297.
- [4] T.Murakami et al.(MULTI collab) Proc. of POSTYK01 , p177.
- [5] D.R.Fortney et al. Phys.Rev.C **21** (1980), 2511.
- [6] S.B.Kaufman et al. Phys.Rev.C **14** (1976), 1121.
- [7] L.P.Remsberg et al. Phys.Rev.Lett. **35** (1975), 361.
- [8] K.Niita et al. Phys.Rev.C **52** (1995), 2620.
- [9] Y.Hirata et al. Nucl.Phys.A **707** (2002), 193.
- [10] J.Hüfner et al. Phys.Rev.C **27** (1983), 2090.
- [11] T.Maruyama et al. Prog.Theor.Phys. **97** (1997), 807c.



11. Mean-field effects in High energy heavy-ion Collisions

高エネルギー重イオン反応における平均場の効果

M. Isse¹, N. Otuka^{2*}, P. K. Sahu³, Y. Nara⁴ and A. Ohnishi¹

一瀬 昌嗣¹, 大塚 直彦^{2*}, P.K. サフ³, 奈良 寧⁴, 大西 明¹

¹ *Division of Physics, Graduate School of Science, Hokkaido University*

² *VBL, Graduate School of Engineering, Hokkaido University*

³ *Institute of Physics, Bhubaneswar, India*

⁴ *Department of Physics, University of Arizona, U.S.A.*

Abstract

We study the mean-field effects in heavy ion collisions in the incident energy range of intermediate (SIS, AGS) to high energies (SPS) systematically. Here we newly introduce mean-field effects covariantly by means of RQMD/S[2] into a microscopic hadron cascade model JAM[3]. As a result we find that the interaction between nucleons is not negligible, and affects repulsively on some kinds of flow. Mean-field potentials are taken to be density dependent Skyrme interaction and that with momentum dependent exchange interaction. Their effects on flows are investigated.

This work is discussed detail in Ref.[1].

1 背景

1.1 高エネルギー重イオン衝突実験

これまでに、GSI-SIS、BNL-AGS、CERN-SPS等の低から中間エネルギーの実験が既に行われてきた (Table1)。その目的として、ひとつには、クォークの閉じ込めが開放された状態であるクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) をつくること、もうひとつには、原子核の圧縮率などの状態方程式に関する情報を得ることが挙げられる。これらを含めたより大きな目標は、核物質の相図を決定することである。Fig.1 はこれまでの重イオン衝突実験から得られた、相図に関する情報である。

1.2 理論からのシミュレーション

これらの重イオン衝突実験に対応して、理論方面からは、衝突を実際にシミュレーションで再現することで、実験値と比較する試みが行われている。微視的輸送模型の立場からは、RQMD[4, 5, 6]、UrQMD[7, 8]、RBUU[9]、HIJING[10]、そしてJAM[3]等の模型が開発されており、巨視的な立場に立った、流体模型の方面からも研究が進められている [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18]。

*Present address: Nuclear Data Center, Department of Energy System, Japan Atomic Energy Research Institute

Table 1: 原子核-原子核衝突実験

加速器	E_{lab} (AGeV)	\sqrt{s} (AGeV)	γ_{cm}	β_{cm}
LBL-Bevalac GSI-SIS	0.1 - 2	(1.9 - 2.7)	1.0 - 1.4	0.22 - 0.72
BNL-AGS	2 - 15	(2.7 - 5.6)	1.4 - 3.0	0.72 - 0.94
JHF(計画中)	50	(10)	5.3	0.982
CERN-SPS	160 - 200	(17 - 19)	9.3-10.4	0.994-0.995
BNL-RHIC	(1670)	56	29.9	0.999438
	(9007)	130	69.3	0.999896
	(21320)	200	106.6	0.999956

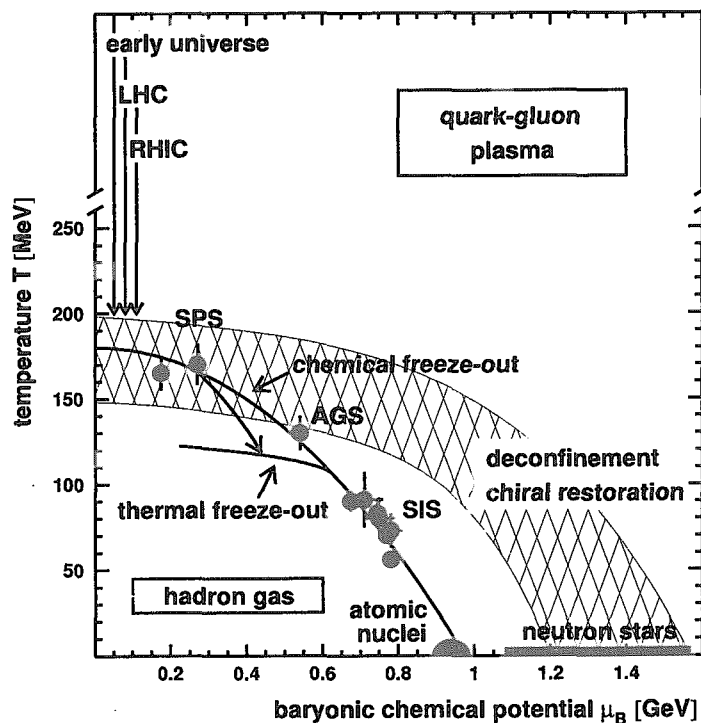


Figure 1: 実験から得られた相図 (by J.Stachel[25])

2 フロー

2.1 フローとは

重イオン衝突で、衝突後の粒子の集団運動に着目し、理論計算との比較が可能な観測可能量である「フロー」が、実験・理論方面から系統的な研究がなされている [9, 19, 20]。フローは元々、流体力学的な立場から提唱、研究されてきた量である [32, 33]。

実験では衝突後の粒子の出て来る位置、飛跡等から、その運動量分布を測定できる。また、検出器によっては、荷電数、質量を特定することで粒子の種類も特定できる。粒子分布のこれらの情報から、衝突毎の粒子の集団運動の様子がわかる。

荷電粒子の多く出て来る方向を、反応平面 Ψ_r と考え、それを元に、次のように出て来る粒子の総数 N をフーリエ展開する。

$$E \frac{d^3N}{d^3p} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2N}{p_t dp_t dy} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos[n(\phi - \Psi_r)] \right) \quad (1)$$

ある y と p_t において、 v_n は次で表される。

$$v_n(y, p_t) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} d\phi \cos[n(\phi - \Psi_r)] \frac{dN}{p_t dp_t dy d\phi}}{\int_{-\pi}^{\pi} d\phi \frac{dN}{p_t dp_t dy d\phi}} \quad (2)$$

重イオン同士の非中心衝突からくる、非対称的な粒子放出をこれにより見積もることができる。一般に、第0成分を放射フロー (radial flow)、第1成分 v_1 を横方向フロー (directed flow)、第2成分 v_2 を楕円型フロー (elliptic flow) といわれる。文献によって少し違う定義のものを指すことも多い。‘flow’ は各粒子を集団流体とみる流体力学的な立場から来た語で、この代わりに ‘emission’ が用いられることもある。日本語の訳語が安定していないため、以下では英文で示す。

フローについては [11, 19, 26, 27] 等が参考になる。

2.2 directed flow

式(1)の第1成分 v_1 を directed flow と呼ぶ。 v_1 は、反応平面方向 (x-方向) への粒子放出の速さを表す量で、

$$v_1 = \left\langle \frac{p_x}{p_t} \right\rangle = \langle \cos(\phi - \Psi_r) \rangle \quad (3)$$

なる関係にある。 $\langle \rangle$ は event 毎の粒子の平均を表す。

$\langle p_x \rangle$ は directed flow や transverse flow と呼ばれ、 v_1 とは、

$$\langle p_x \rangle = \frac{1}{N} \int v_1(p_t) p_t \frac{dN}{dp_t} dp_t \quad (4)$$

の関係にある。いづれの量も、中心衝突では0であり(全くの中心衝突ではそもそも反応平面を定義できない)、周辺衝突でのみ値をもつはずである。

F_y は directed flow や flow parameter と呼ばれ、 p_x とラピディティの傾きで、

$$F_y = \left. \frac{d\langle p_x \rangle}{dy} \right|_{y=y_{cm}} \quad (5)$$

と定義される。これは衝突の物理に変化がなければ、ビームの入射エネルギーに依存せず、scale invariant と呼ばれる量である。これをビームのラピディティで規格化したものが F である。

$$F = \left. \frac{d\langle p_x \rangle}{d(y/y_{proj})} \right|_{y=y_{cm}} \quad (6)$$

Fig.2 は F の入射エネルギー依存性を $E_{lab} = 1 - 10 \text{ AGeV}$ で運動量依存の平均場 (RMF) 入りの微視的輸送模型 RBUU での計算と、実験値とで比較したものである。平均場を入れた方が実験値をよく再現していることがわかる。Fig.3 では AGS のエネルギーで密度依存の平均場が入った RQMD[4, 5] が実験値の陽子の directed flow をよく再現していることがわかる。

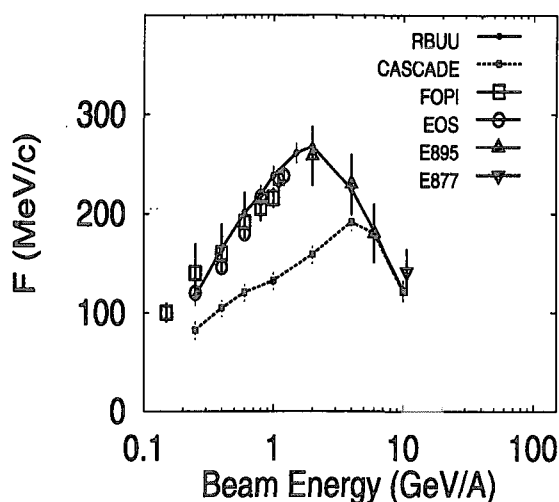


Figure 2: $E_{lab} = 1 - 10 \text{ GeV}$, Au+Au 衝突での実験値と、運動量依存の平均場入りの模型 RBUU での $b = 6 \text{ fm}$ の F の比較。カスケードのみに比べて、平均場がある方がよく再現している。[9]

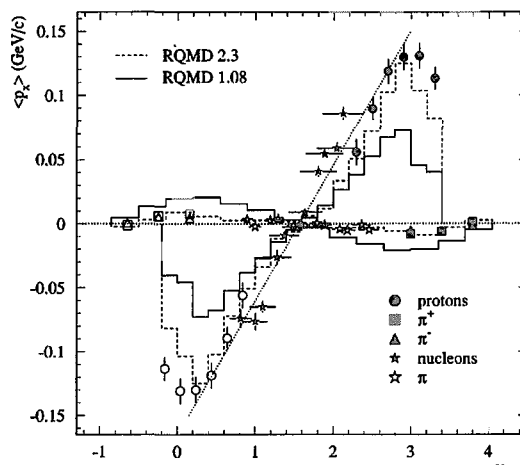


Figure 3: AGS-E877 実験, $E_{lab} = 10.6 \text{ GeV}$ での各粒子の rapidity に対する directed flow $\langle p_x \rangle$ 。カスケード模型 RQMD[4, 5] の密度依存の平均場あり (破線) となし (実線) で比較。平均場入りの方がよく合う。[31]

2.3 elliptic flow

式 (1) の第 2 成分 v_2 を elliptic flow と呼ぶ。 v_2 は、反応平面方向 (x-方向) とそれに垂直な方向 (y-方向) への粒子放出がどのような割合になっているかあらわす量で、

$$v_2 = \left\langle \frac{p_x^2}{p_T^2} - \frac{p_y^2}{p_T^2} \right\rangle = \langle \cos 2(\phi - \Psi_T) \rangle \quad (7)$$

なる関係にある。 $v_2 > 0$ ならば、x-方向への放出が多く In-plane といい、 $v_2 < 0$ ならば、y-方向への放出が多く Out-of-plane という。低エネルギー ($E_{lab} \lesssim 4 \text{ GeV}$) では、反応関与部からの放出が傍観部に邪魔をされ、その分が y-方向に絞り出され Out-of-plane になっているものと考えられる。中間～高エネルギーになると、傍観部は衝突後に早く過ぎ去ることになり、放出粒子が邪魔されることなく通過することになるので、In-plane になるものと考えられる。 v_2 は中心衝突では値を持たず、周辺衝突でのみ値をもつ。反応初期のアーモンド型の部分の圧力勾配により、放出方向と速度が決まり、x-方向に短い分圧力勾配が大きいので、participant に邪魔をされなければ x-方向に多くの粒子が放出されると考えられる。

AGS-SPS-RHIC では、反応初期に形成された圧力勾配が直に v_2 に反映すると考えられる。反応の初期にどの程度平衡に達したかを示す物理量である。

3 カスケード+平均場

3.1 カスケードの一般的特徴

カスケード模型では、微視的に核子-核子衝突を扱い、重イオン衝突実験を記述できる。核子の運動は古典的な運動方程式に従うとして時間発展をさせる。ハドロン同士の素過程の足し合わせを繰り返し行い、原子核-原子核衝突を記述する。クォークの自由度を取り入れて、始・終状態のみを記述したものはパートン模型 (HIJING[10] 等) と呼び、同じ微視的模型の中でも区別される。カスケード模型は、終状態だけでなく、反応途中の物理量の価を評価することができる。また、流体模型では系の平衡を仮定しており、カスケード模型ではこれがないため、非平衡過程の足し合わせで衝突を再現しているため、より基本的な立場に立つものといえる。

カスケード模型では、原子核を点状の核子の集合として球状に分布させ、ある衝突径数・速度を初期条件として時間発展させ、二つの核子間距離が $b_{NN} < \sqrt{\sigma_{NN}^{tot}(\sqrt{s})}/\pi$ のものを衝突したとして、弾性または非弾性散乱で場合によって共鳴粒子の生成を行い、粒子崩壊させつつ終状態まで時間発展させるという形式をとる。初期状態では核子の位置と運動量をモンテ-カルロ法で球内に核子を分布させる。但し、核子間に適切なポテンシャルを考慮して、束縛状態を保っていられるときはフェルミ分布をさせる。

3.2 JAM

JAM[3]は、様々な共鳴ハドロンや、ストリング生成が取り入れられたカスケード模型である。また、高エネルギーでは、摂動論的QCDから計算できるパートン-パートン散乱断面積からアイコンナル近似を用いてミニジェット生成断面積を評価し、始状態・終状態でのグルーオン放射を取り入れた模型(Lund Model, PYTHIA 6.1)[22]に、時間・空間情報を加えることにより、多重ミニジェット生成から生じたハドロンの時空発展も追いかけるようになっている。

低エネルギー($\sqrt{s} \lesssim 4\text{GeV}$)では、共鳴粒子を通じて粒子生成を行う。共鳴粒子生成の断面積は、p-p, p-n散乱の実験で得られている断面積を再現するように定める。

$\sqrt{s} \gtrsim 4\text{GeV}$ では、PYTHIAを基にしたストリングの生成・崩壊を通じて数個のハドロンを生成する。共鳴粒子生成の領域とストリング生成の領域は滑らかにつながるようにしてある。

$\sqrt{s} \gtrsim 20\text{GeV}$ では、PYTHIAを基にした多重ミニジェット生成、パートン・パートン散乱過程が取り入れられている。

このようにJAMは、 $E_{\text{lab}} = 1\text{AGeV}$ 程度の低いエネルギー領域から、 $E_{\text{lab}} = 160\text{AGeV}$ 程度の比較的高いエネルギー領域まで、幅広く統一的に適用することができる。

3.3 平均場の導入

3.3.1 RQMD/S

JAM[3]にRQMD/S[2]の枠組みで平均場を導入した。詳細は[37]にあるので、ここでは省略する。平均場の取扱いについては、[34, 35, 36]等が参考になる。

平均場として取り入れた、2種類のポテンシャルを簡単に説明しておく。

3.3.2 密度依存ポテンシャル

核子あたりのエネルギー E/A が

$$\left. \frac{E}{A} \right|_{\rho=\rho_0} = -16\text{MeV} \quad (8)$$

$$P = \left. \rho^2 \frac{\partial(E/A)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} = 0\text{MeVfm}^3 \quad (9)$$

$$K = \left. 9\rho^2 \frac{\partial^2(E/A)}{\partial \rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} = 380\text{MeV}(\text{hardEOS}) \quad (10)$$

を再現するようなパラメータを用いる。[39, 23, 24]

圧縮率 K で状態方程式は、

$$\frac{E}{A} = \frac{K}{18\rho_0^2} (\rho - \rho_0)^2 - 16 \quad (11)$$

という形をとるとする。Fig.4の“Aich”は密度依存のパラメータのみで飽和性が再現されているが、“Maru”は密度依存性は斥力の効果のみで、運動量依存性からくる引力の効果が大きく効いて飽和性が再現できている。

密度依存型のスキルム・ポテンシャル V_{Sky} は次で与えられる。

$$V_{\text{Sky}} = \frac{\alpha}{2} \int dr dr' dp dp' f(r, p) f(r', p') \delta(r - r') + \frac{\beta}{6} \int dr dr' dr'' dp dp' dp'' f(r, p) f(r', p') f(r'', p'') \delta(r - r') \delta(r - r'') \quad (12)$$

$$\simeq \sum_i \left(\frac{\alpha}{2\rho_0} \langle \rho_i \rangle + \frac{\beta}{(1+\gamma)\rho_0^\gamma} \langle \rho_i \rangle^\gamma \right) \quad (13)$$

$$= \sum_i \left\{ \frac{t_1}{2} \left(\sum_{j(\neq i)} \rho_{ij} \right) + \frac{t_2}{v} \left(\sum_{j(\neq i)} \rho_{ij} \right)^{v-1} \right\} \quad (14)$$

$$= \sum_i V_{\text{Sky}i} \quad (15)$$

第1項は引力、第2項は斥力を表し、パラメータ t_1, t_2, v は核物質の束縛エネルギーの密度依存性 (式(8)–(10)) を再現するように決める。

今回は、パラメータセットとして、 $K=380\text{MeV}$ の Hard EOS のもの (運動量非依存:Aich[23]、運動量依存:Maru[38]) を採用した。

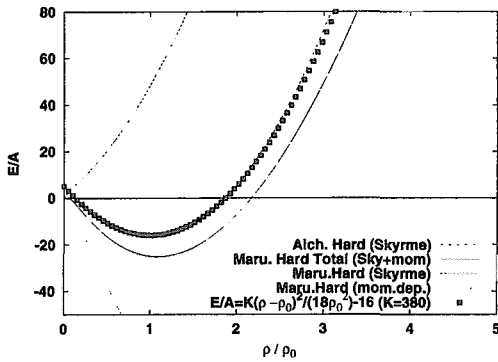


Figure 4: 状態方程式の密度依存性。それぞれ Aich[24]、Maru[38] のパラメータセットの圧縮率が Hard と Soft の場合。 ρ_0 での飽和性を満たすことが確認できた (若干のズレはある)。点はそれぞれの圧縮率での状態方程式 (11) である。

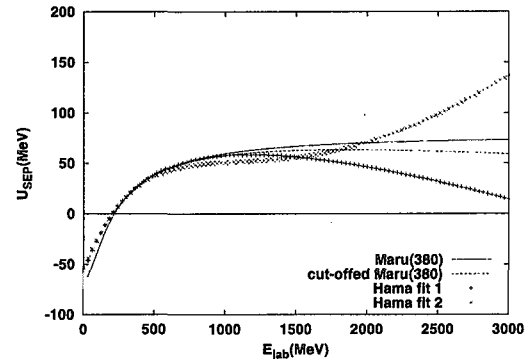


Figure 5: SEP の運動エネルギー依存性。Maru [38] のパラメータセットでは、 $\sim 1000\text{ MeV}$ までは Hama[41] に合うようになっており、 $U(\infty) = 77\text{ MeV}$ となる。Hama[41] は $1 \sim 1000\text{ MeV}$ の実験値から核物質での光学ポテンシャルの実部を得たもの。

3.3.3 運動量依存ポテンシャル

運動量依存型のポテンシャル V_{mom} は次で与える。

$$V_{\text{mom}} = \frac{C_{\text{ex}}}{2\rho_0} \int dr dr' dp dp' f(r, p) f(r', p') \delta(r - r') \frac{1}{1 + [(p - p')/\mu]^2} \quad (16)$$

$$\simeq \sum_i \left(\frac{C_{\text{ex}}^{(1)}}{2\rho_0} \sum_{j(\neq i)} \frac{1}{1 + [\bar{p}_{ij}/\mu_1]^2} \rho_{ij} + \frac{C_{\text{ex}}^{(2)}}{2\rho_0} \sum_{j(\neq i)} \frac{1}{1 + [\bar{p}_{ij}/\mu_2]^2} \rho_{ij} \right) \quad (17)$$

$$= \sum_i V_{\text{mom}i} \quad (18)$$

$$(19)$$

これは、Schrödinger Equivalent Potential で、 $10\text{ MeV} \sim 1\text{ GeV}$ までの陽子-原子核散乱の実験値 [41] を再現するように $C_{\text{ex}}^{(1)}, C_{\text{ex}}^{(2)}$ をパラメトライズしたもの [38] を使用する。つまり、核物質に対して一粒子が感じるポ

テンソル U_{SEP} は、

$$U_{SEP}(\mathbf{p}, \rho_0) = \alpha + \beta + \left(\frac{4}{3} \pi p_F^3 \right)^{-1} \int_0^{p_F} dp' \left[\frac{C_{ex}^{(1)}}{1 + [(p-p')/\mu_1]^2} + \frac{C_{ex}^{(2)}}{1 + [(p-p')/\mu_2]^2} \right] \quad (20)$$

という形をとる (Fig.5)。運動量の積分の部分は [40] 参照。

4 SIS-SPS での計算結果

4.1 計算条件

前章の枠組みで、実際にシミュレーションを行った結果を示す。

$E_{lab} = 1 - 10$ AGeV の低エネルギー領域では、平均場が取り入れられた模型で、その効果の重要性が示されている (Fig.2,3)。今回の計算ではこれを確認し、SIS から SPS までの系統的な評価を行った。便宜上、 $E_{lab} = 1$ AGeV を SIS、 $E_{lab} = 2, 4, 6, 8, 10.6$ AGeV を AGS、 $E_{lab} = 25$ AGeV を JHF、 $E_{lab} = 158$ AGeV を SPS、と呼ぶことにする。

Casc(平均場なし・カスケードのみ)、Sky(密度依存ポテンシャルのみ)、Sky+mom(密度依存+運動量依存ポテンシャル)の3種類のケースで各フローをシミュレートし、比較した。

4.2 計算結果

4.2.1 m_t -spectrum (Fig.6)

m_t スペクトルは z -軸と垂直方向の粒子の分布を示す。これから、それぞれの粒子の傾きから生成時の温度や high- m_t 成分の割合がわかる。図6に示したのは、各入射エネルギーでの核子 (p, n) のみの分布で、どのエネルギーでも、平均場によって、横方向 (high- m_t へ) 押し出されている様子がみえる。

4.2.2 rapidity - directed flow (Fig.7)

図7は、横方向と z -軸方向にどの程度の割合で放出されたかをみる図である。理想的には原点对称なので、その分をうまく対称化してある。平均場の効果は、密度依存のみの場合 (Sky) より、運動量依存の入ったもの (Sky+mom) の方がよく再現できている。

4.2.3 elliptic flow の入射エネルギー依存性 (Fig.8)

入射エネルギーに対する v_2 のグラフでは、平均場入りのものが低エネルギー ($E_{lab} = 1, 2$ AGeV) でよく絞り出しの効果がみえている。実験では $E_{lab} = 4$ AGeV を境に負から正へ転じている。カスケードでは低エネルギーの負の v_2 を再現できないなど、実験値よりも上回る値しか出せていない。高エネルギーになるに従い平均場入りとカスケードの差は小さくなり、SPS ではカスケードと同程度になっている。

4.3 考察

- Fig.6 では、SIS~SPS 全てにおいて、平均場によるビーム軸から垂直な方向への押し出しがみえた。
- Fig.7 でも、SIS~SPS で、directed flow の傾きの変化が得られた。これより、平均場が斥力として働き、横方向への圧力を増大させていることがわかる。
- Fig.8 からは、elliptic flow では低い入射エネルギーで平均場による絞り出しの効果がみえる。
- 今回用いた、Aicherin の密度依存 hard EOS [24] と、Maruyama の密度依存 (hard) + 運動量依存のポテンシャル [38] では、後者の方が良い再現性をもつことがわかった。

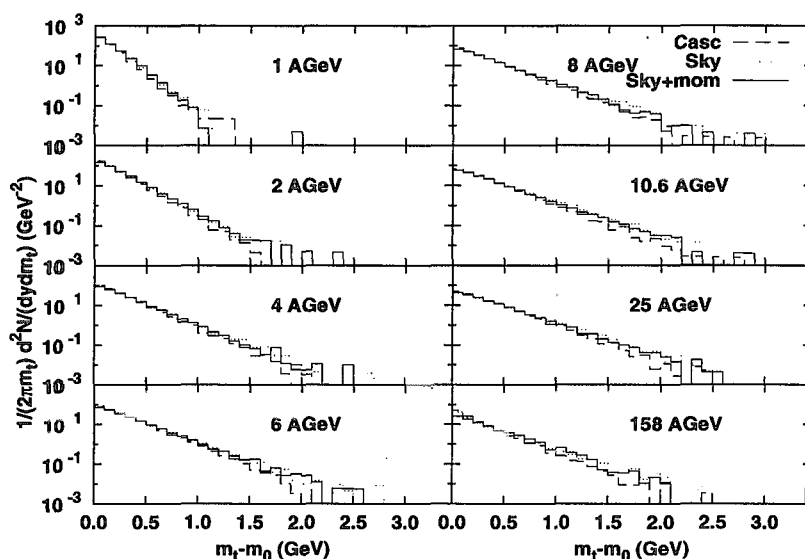


Figure 6: 核子の各入射エネルギーでの m_t スペクトル。 $0 < b < 3.3$, $-0.5 < y < 0.5$ を選択。 AGS~SPS においても平均場の影響により、強く横に押し出されていることがわかる。

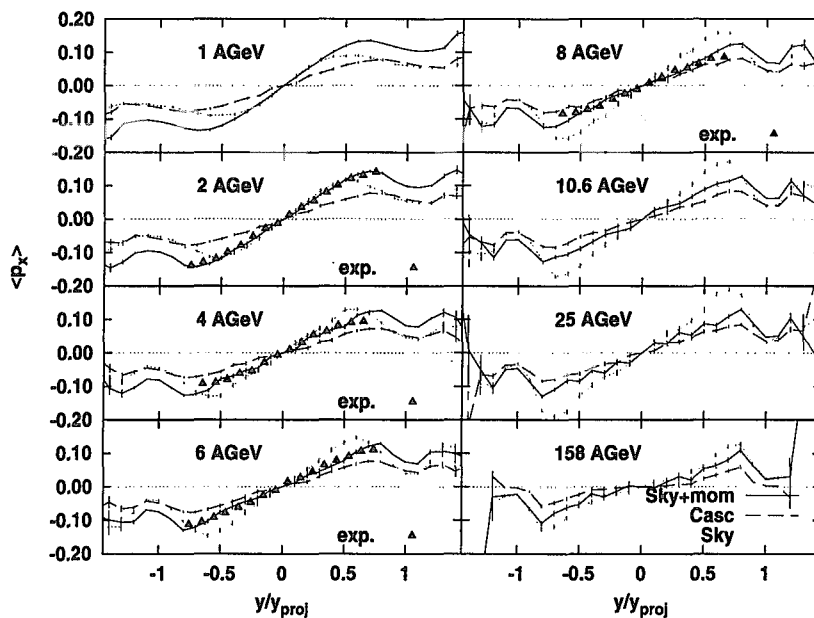


Figure 7: 各入射エネルギーでの核子のラピディティ- p_x 分布。 $4 < b < 8$ のものを選択。 平均場入りの方 (Sky+mom, Sky) に、斥力による押し出しがみえる。 [38] のパラメータを用いた “Sky + mom” が $E_{lab} = 2, 4, 6, 8$ A GeV での実験値 (AGS-E895[29]) によく合っている。

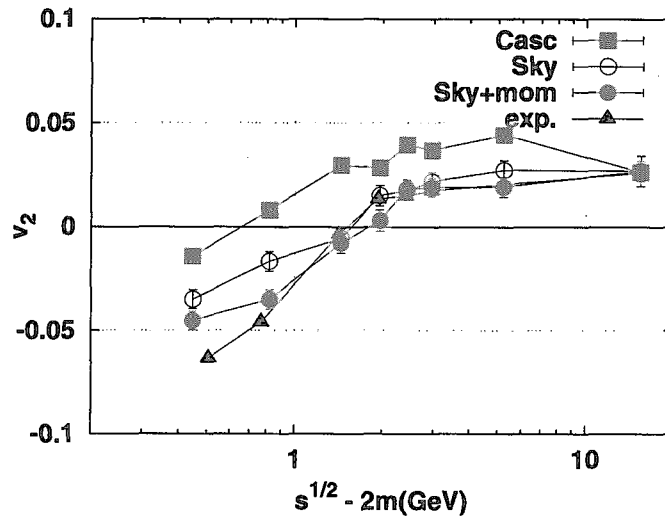


Figure 8: 核子の v_2 の入射エネルギー依存性。左から順に $E_{\text{lab}} = 1, 2, 4, 6, 8, 10, 6, 25, 158$ AGeV を示した。 $4 < b < 8$, $-0.2 < y/y_{\text{proj}} < 0.2$ を選択。実験値は陽子のもので、LBL-EOS, AGS-E895, E877 ($-0.1 < y < 0.1$) [30], SPS-NA49 ($3 < y < 6$) [28] より。

5 まとめ

SIS~SPS までの重イオン衝突実験を再現するカスケード計算を行い、平均場の効果を導入したものとしないうちで種々のオブザーバブルを比較した。このエネルギー領域では、平均場が斥力として働くことを示した。directed flow、elliptic flow とともに、効果がみられた。これらは、RQMD や RBUU での平均場入りの計算で得られた結果 (Fig.2,3) とは矛盾しない。これまでよりも、広いエネルギーの範囲 (SIS~SPS) に互り系統的に、平均場の影響を示すことができた。

References

- [1] M. Isse, Master thesis, Hokkaido University (2003). <http://nucl.sci.hokudai.ac.jp/~isse/>
- [2] T. Maruyama *et al.*, Prog. Theor. Phys. **96** (1996), 263.
- [3] Y. Nara, N. Otuka, A. Ohnishi, K. Niita, and S. Chiba, Phys. Rev. C **61** (2000), 024901.
- [4] H. Sorge, H. Stöcker and W. Greiner, Ann. of Phys. **192** (1989), 266.
- [5] H. Sorge, Phys. Rev. C **52** (1995), 3291.
- [6] R. Mattiello, A. Jahns, H. Sorge, H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. **74** (1995), 2180.
- [7] L. A. Winckelmann *et al.*, Nucl. Phys. A **610** (1996), 116c.
- [8] S. A. Bass *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **41** (1998), 255.
- [9] P.K. Sahu, W. Cassing, U. Mosel and A. Ohnishi, Nucl. Phys. A **672** (2000), 376.
- [10] X.-N. Wang and M. Gyulassy, Phys. Rev. D **44** (1991), 3501. Nucl. Phys. A **698** (2002), 479c.
- [11] P. F. Kolb, J. Sollfrank, U. Heintz, Phys. Rev. C **62** (2000), 054909.
- [12] P. F. Kolb, P. Huovinen, U. Heintz and H. Heiselberg, Phys. Lett. B **500** (2001), 232.

- [13] P. Huovinen, P. F. Kolb and U. Heintz, Nucl. Phys.A **698** (2002), 698.
- [14] T. Hirano, Phys. Rev. C **65** (2002), 011901.
- [15] T. Hirano and Y. Nara, hep-ph/0208029 (2002).
- [16] L. P. Csernai and D. Röhrich, Phys. Lett. B **458** (1999), 454.
- [17] D. H. Rischke, Stefan and A. Maruhn, Nucl. Phys. A **595** (1995), 346.
- [18] D. H. Rischke, Nucl. Phys. A **610** (1996), 88c.
- [19] J. -Y. Ollitrault, Nucl. Phys. A **638** (1998), 195c.
- [20] D. Teaney, J. Lauret, E. V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **86** (2001), 4783.
- [21] S. A. Bass and A. Dumitru, Phys. Rev. C **61** (2000), 064909.
- [22] T. Sjöstrand *et al.*, Comp. Phys. Comm. **135** (2001),238.
- [23] J. Aicherin and H. Stöcker, Phys. Lett. B **176** (1986), 14.
- [24] J. Aicherin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58** (1987), 1926.
- [25] J. Stachel, Nucl.Phys.A **654** (1999), 119c.
- [26] S. Voloshin and Y. Zhang, Z. Phys. **C70** (1996), 665.
- [27] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, Phys. Rev. C **58** (1998),1671.
- [28] NA49 Collaboration, H. Appelshäuser *et al.*, Phys. Rev. Lett. **80** (1998),4136.
- [29] E895 Collaboration, H. Liu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000), 5488.
- [30] E895 Collaboration, C. Pinkenburg *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 1295.
- [31] E877 Collaboration, J. Barrette *et al.*, Phys. Rev. C **56** (1997),1420,3254.
- [32] E. Schnedermann, J. Sollfrank and U. Heinz, Phys. Rev. C **48** (1993), 2462.
- [33] J. -Y. Ollitrault, Phys. Rev. D **65** (1992), 229.
- [34] G. F. Bertsch, S. Das Gupta, Phys. Rep. **160** (1988), 189.
- [35] Y. Hirata, Ph.D. thesis, Hokkaido University (2000); Y. Hirata *et al.*, Nucl. Phys. A **707** (2002),193.
- [36] 仁井田浩二, Jaeri-Conf 1996-009, 22.
- [37] 一瀬昌嗣, Jaeri-Conf 2002-011,132.
- [38] T. Maruyama, K. Niita, T. Marutama, S. Chiba and A. Iwamoto, Phys. Rev. C **57** (1998), 655.
- [39] M. Berenguer *et al.*, J. Phys. G **15**, 655.
- [40] G. M. Welke, M. Prakash, T. T. S. Kuo and S. Das Gupta, Phys. Rev. C **38** (1988), 2101.
- [41] S. Hama *et al.*, Phys. Rev. C **41** (1990), 2737.



12. Nucleosynthesis in Baryon-Rich Outflows

(バリオン過剰フローでの元素合成)

Mariko Terasawa (寺澤真理子)

Center for Nuclear Study, University of Tokyo

(東京大学大学院理学系研究科附属原子核科学研究センター)

S. Inoue (井上進)*1, N. Iwamoto (岩本信之)*2, M. Orito (折戸学)*3

*1 Max-Planck-Institute für Astrophysik (マックスプランク研究所)

*2 Department of Astronomy, School of Science, University of Tokyo

(東京大学大学院理学系研究科)

*3 Research Laboratory for Nuclear Reactors, Tokyo Institute of Technology

(東京工業大学原子炉工学研究所)

Abstract

Gamma-ray bursts (GRBs) must originate from low baryon load, ultrarelativistic outflows; however, slower, more baryon-rich outflows (BROs) should also arise in connection with GRBs as “circum-jet winds” and/or “failed GRBs”. We study the possibility of nucleosynthesis within such BROs in the framework of the simple fireball model. As a result, we find that they can be interesting sites for synthesis of heavy neutron capture elements as well as of light elements such as deuterium. These products may be observable in the companion stars of black hole binary systems or in extremely metal-poor stars and be an interesting probe of conditions in the central engine.

Abstract(和文)

ガンマ線バースト(GRB)は、バリオンの少ない超相対論的なフローと密接に関係している。しかし、‘circum-jet winds’ や ‘failed GRBs’ などに関連したバリオン過剰なゆっくりしたフロー(BRO)の存在も知られている。本研究では、単純な火の玉モデルを用いて、BRO 中での元素合成について調べた。その結果、D などの軽元素だけでなく、重い中性子捕獲元素も合成される可能性があることがわかった。また、それらの重元素はブラックホールの伴星や重元素量の少ない古い星で観測される可能性があり、セントラルエンジンに制限をつけるためのプローブになりうることもわかった。

1. Introduction

ガンマ線バースト (GRB) は、天球のある一点がガンマ線で非常に明るくなる爆発現象で、通常の超新星爆発の 10–100 倍のエネルギーをガンマ線で放出する宇宙最大規模の現象である。毎日起こっている現象であるにもかかわらず、現象の多様性、観測的困難から、その起源、メカニズムはいまだに謎である。

これまでの研究から、GRB のメカニズムとして最も有力なのは火の玉モデルである。火の玉モデルとは、中性子星やブラックホールといったコンパクトな天体がセントラルエンジンとなり、周りの物質をローレンツ因子 Γ が 100 よりも大きいような超相対論的な速度に加速するようなモデルである (e. g. Meszaros 2002)。これらのフロー中に存在するバリオン量は非常に少なく、速度が速いため、元素合成には不向きで、D や 4He のような軽元素のみ合成されるということも、近年のいくつかの研究で示されている (Lemoine 2002, Pruet, Guiles & Fuller 2002, Beloborodov 2003)。

また、GRB にともなうバリオン過剰で速度の遅いフロー (BRO) の存在も示唆されている。これは、細くコリメートされた GRB の周りを取り囲む物質中での 'circum-jet winds' だと考えられており、観測的にもサポートされている (e. g. Woosley, Zhang & Heger 2002)。さらに BRO の候補のひとつとして、セントラルエンジンのパワー不足により、バリオン過剰な物質を加速しきれず GRB として観測されない 'failed GRBs' もあげられる。その頻度は観測されている GRB よりも多いことが予想される。こういった BRO の環境は、GRB と比べてバリオンが多いことに加え、温度・密度の減少も遅いため元素合成が進みやすい環境である。そこで、GRB では合成されなかった重元素が合成される可能性が高く、かつ、放出量も多いことが予想される。

そこで、今回は BRO での元素合成を調べ、観測の可能性、セントラルエンジンへの制限などについて議論する (詳細は、Inoue et al. 2003)。BRO のモデルとして、球対称、断熱自由膨張している熱駆動型定常流を仮定し、フローに伴う元素合成を計算した。このモデルでのパラメータは、baryon load η と初期の electron fraction Y_e である。baryon load はフローが加速している (温度・密度が指数関数的に減少する) 時間を与えており、ここではゆっくりした加速を再現するため $\eta=2$ を採用した。初期の electron fraction は、セントラルエンジンに強く依存しているが、中性子星などのコンパクトな天体が関与していると考えられているため、ここでは $Y_e=0.1, 0.3, 0.4, 0.48, 0.498$ の中性子過剰な環境を採用した。

2. Results of Nucleosynthesis

α -elements や鉄族元素は、星の中や超新星爆発で大量に作られる。そのため、BRO を特徴付けるためには、一般的に合成されにくい元素の合成について調べる必要がある。ここでは、D、Li、Be、B などの軽元素と鉄より重い中性子捕獲元素に注目した。

2.1 Synthesis of Light Elements

軽元素は、超相対論的なフロー 中でも合成されることが示されているが (Lemoine 2002, Pruet, Guiles & Fuller 2002, Beloborodov 2003)、ここではより広いパラメータ範囲で、軽元素合成を調べた。そのために、質量数 A が 18 以下の元素のみを含むネットワークを用いた (Orito & Iwamoto 2003)。

まず、ビックバン元素合成(BBN)などでもっとも合成されやすい α を見てみる。今回計算したすべてのパラメータ範囲($0.1 \leq Y_e \leq 0.8$, $2 \leq \eta \leq 200$)において、 α がアバンダンスのほとんどを占めており、その振る舞いは BBN と同様であることがわかった。

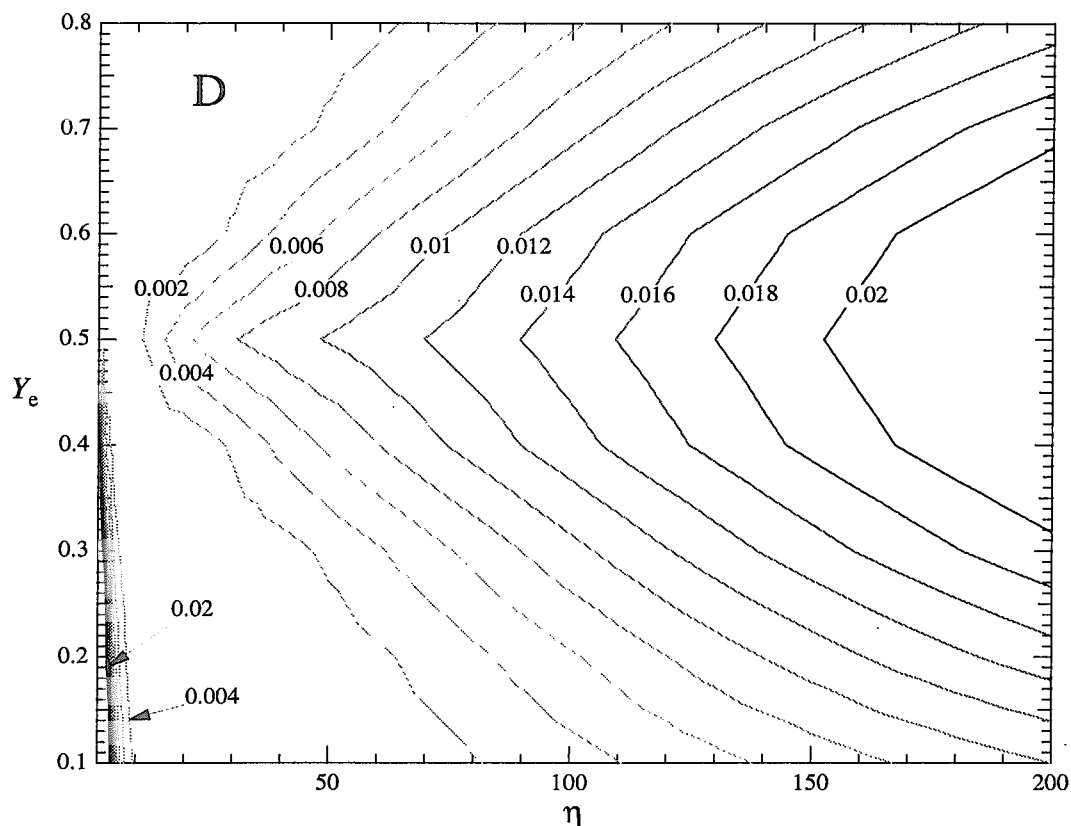


図1. Y_e と η をパラメータにした D のアバンダンス。

次に、最も特徴的なDのアバンダンスを図1に示す。 η が20以上の領域では、DのアバンダンスもBBNと振る舞いは似ており、 $Y_e=0.5$ を境に上下対称で、 Y_e が0.5から離れるにつれて、 η が大きくなるにつれて合成量が増えている。それに対して、 η が10より小さい領域での、振る舞いはほかの元素合成過程とは大きく異なっている。 Y_e が0.5より小さく、かつ、 η が小さい場合には、中性子が陽子に β 崩壊するまで、中性子が残っているため、かなり後のフェーズまで中性子捕獲が起こっている。そこで、 Y_e が小さくなればなるほど、 η が小さくなればなるほど多くのDが合成されることがわかった。

また、質量数Aが4より大きな元素(Li, Be, Bなど)も、 η が10より小さい場合に限って合成されることがわかった。

2.2 Heavy Elements

前述の軽元素合成の結果から、重元素($A > 16$)へのフローは η が4より小さい場合に、重要になることがわかった。そこで、ここでは $\eta = 2$ のモデルを用いて中性子過剰な環境を仮定した場合の重元素合成について調べた。

その結果を図2に示す。左から、点線、実線、破線、長破線、一点破線はそれぞれ、 $Y_e=0.1, 0.3, 0.4, 0.48, 0.498$ の結果を示す。比較のため、図の上方に示してある太陽系の組成比を実線で示す。太陽系組成比には、中性子の魔法数($N=50, 82, 126$)のところにそれぞれ二つのピークがある。それを特徴付ける重元素合成過程として、s過程とr過程がある。s過程は、中性子捕獲が β 崩壊より遅い(slow)中性子捕獲過程で、AGB星で起こると考えられている。それに対して、r過程は、中性子捕獲が β 崩壊より速い(rapid)中性子捕獲過程で、超新星爆発、中性子星の合体などの爆発的な現象で起こると考えられている。これらの環境と比べると、今回考えている $\eta = 2$ のフローは、エントロピーが高く($s/k_B \sim 2500$)、低密度($\rho \sim 1.5 \times 10^5$ g/cc)、かつ、爆発のタイムスケールが短い($\tau \sim 0.33$ msec)ことが特徴である。

図2から、 Y_e が0.4より小さい場合には、第3ピークを越えて、重元素が合成されていることがわかる。さらに、ピークの位置がs過程、r過程でできるピークの間位置していることもわかる。これは、反応経路がs過程、r過程の間にあることを意味している。今回用いたフローはGRBとしてはマイルドだが、元素合成を考える上では非常に早い膨張である。この早い膨張による密度の急激な減少により、中性子捕獲がr過程ほどは速くならないため、 $(n, \gamma) - (\gamma, n)$ 平衡が成り立たない。しかし、s過程よりは十分に多くの中性子があるため、中間の領域で中性子捕獲と β 崩壊が競合するためである。

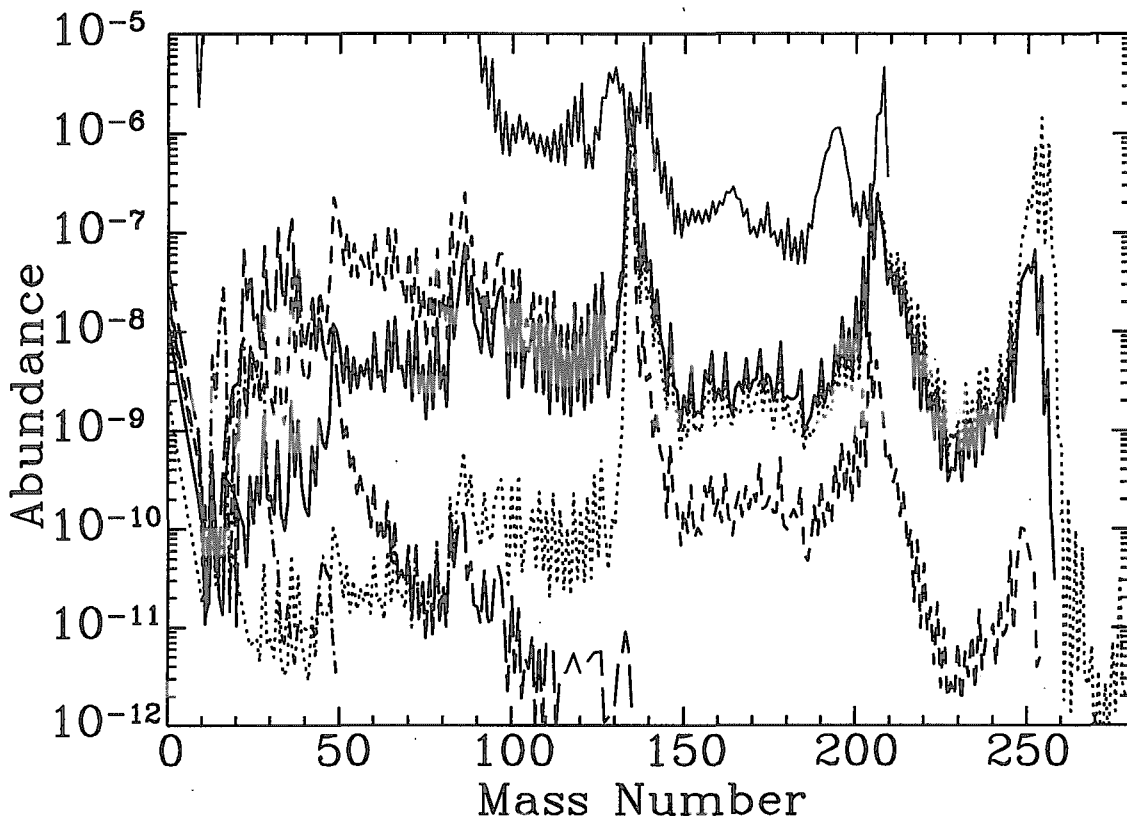


図 2. 点線、実線、破線、長破線、一点破線はそれぞれ、 $Y_e=0.1, 0.3, 0.4, 0.48, 0.498$ の結果である。比較のため、太陽系の組成比を上の実線で示した。

3. Observational Implications

今回の結果から、1 イベントあたりの重元素の放出量は $10^{-7} - 10^{-6} M_{\odot}$ で、これは r 過程で放出される量と同等である。しかし、イベントレートを見積もってみると、銀河の化学進化に影響を与えるほどには起こっていないこともわかった。実際に、太陽系の組成比に中間的なピークはない。

そこで、ブラックホール連星系の伴星や初期のまだ不均一な組成を持つ銀河ではローカルに観測される可能性がある。BRO での元素合成は、 η 、 Y_e の依存性が非常に強く、それぞれの値に対して特徴的な組成を示すため、観測されれば中心天体の情報を引き出すことも可能であろう。

4. Summary

今回は、BRO での元素合成を調べるための第一ステップとして球対称、断熱

自由膨張している熱駆動型定常流を仮定した。このモデルのパラメータは、baryon load η と初期の electron fraction Y_e で、 η が小さく Y_e が低い場合には、第 3 ピークを越えるような重元素が合成されることがわかった。また、イベントレートが低いため銀河の化学進化には影響を与えないが、1 イベントあたりの放出量が多いため、ブラックホール連星系の伴星、初期の不均一な銀河においてはローカルには観測される可能性があることもわかった。

References

Beloborodov, A. M. 2003 ApJ

Lemoine, M. 2002, A&A, 390, L31

Inoue, S., Iwamoto, N., Orito, M., and Terasawa, M. 2003, ApJ Accepted (astro-ph/0301392)

Meszaros, P. 2002, ARA&A, 40, 137

Pruet, J., Guiles, S, and Fuller, G. M. 2002, ApJ, 580, 368

Woosley, S. E., Zhang, W., and Heger, A. 2002, astro-ph/0211063



13. Inhomogeneous Big Bang Nucleosynthesis and The Measurement of First Star, & Multidimensional Simulations of Cosmological Phase Transition

非一様元素合成と第一世代星&宇宙論的相転移の多次元数値実験

Manabu ORITO

(折戸 学)

Tokyo Institute of Technology

(東工大)

Abstract

We revisit inhomogeneous big-bang nucleosynthesis motivated by the recent observation of most metal star, $[\text{Fe}/\text{H}] \approx -5.3$, which might be a first generation of star. It was found that the abundance pattern of heavy elements of this star is consistent with that by assuming these elements have been produced by supernova explosion. On the other hand, The existences of the enhanced Li, C, N in this star is also found. It is possible to explain this enhancements by assuming that these first star was produced by the Li, C, N enriched primordial gas. Therefore, we explored the inhomogeneous big bang nucleosynthesis (IBBN) model to study their precise yields. For the first time, we carry out multi zone calculations of IBBN taking in to account neutron, proton, and heavier ion diffusion with extended reaction network up to Si. We find that, in the adopted parameter which is consistent with recent WMAP results, main reaction flow are realized by proton rich nuclei. We found significant predicted abundance of ^{11}C , ^{14}N . However, mass fraction of these elements are not enough to explain observed enhancements in first star.

We report the preliminary results of multidimensional simulation of cosmological phase transition. Although the equation of states using in this calculation is not realistic, we found the sufficient resolution at phase boundary is needed for studying the evolution of bubbles of true vacuum.



14. Universality and the astrophysical sites for the r-process

Kaori Otsuki, Grant J. Mathews,
*Center for Astrophysics, University of Notre Dame, Notre Dame,
IN46556, USA*

James Wilson,
Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA 94550, USA
Toshitaka Kajino, Wako Aoki, Satoshi Honda
National Astronomical Observatory of Japan, Tokyo 181-8588, Japan

Abstract

Several observations of r-process elements in metal-deficient halo stars have been reported which show a $Z > 56$ abundance distribution pattern similar to the Solar-system r-process distribution. It was believed that r-process elements for $Z > 56$ formed in the same ratio and their astrophysical origin is unique because of this. However, quite recently, several controversial observational results have been reported. We calculated nucleosynthesis in various environments using a dynamical code. We find it is possible to reproduce the observed universal abundance distribution for stable $Z > 56$ elements in various environments. Our results do not support a unique astrophysical site for $Z > 56$ elements. These results significantly affect nuclear chronology using actinide elements. We also introduce a recent r-process nucleosynthesis calculation based on a supernovae simulation. Our tentative results indicate over-production of lighter elements and a shortage of actinide elements.

1 Introduction

The investigation of the origin of rapid neutron-capture (i.e., r-process) elements is an important current topic in astronomy and astrophysics. These elements are probably made in an explosive astrophysical environment like Type II supernovae. Study of such elements prove quite useful for probing the formation and evolution of the Galaxy. In addition, the long-lived unstable nuclei, Th and U, are generated in the r-process; and, their half-lives are of the same order as the cosmic age (14.5 Gyr for Th, 8 Gyr for U). We can therefore use them as cosmochronometers to estimate the age of the Galaxy. Furthermore, these

elements are quite important in nuclear physics because they were formed via extremely neutron-rich unstable nuclei.

Unfortunately, current studies for r-process nucleosynthesis have large uncertainties. These uncertainties can be separated into two parts, uncertainties related to the nuclear physics model and uncertainties related to the astrophysical site for the r-process. The former includes uncertainties in the beta-decay model, mass model, fission model, etc., which involve theoretical calculations. The latter means uncertainties of nucleosynthesis environments. Although there are many studies about astrophysical sites for the r-process, no one can identify them without unambiguity. This is because it is difficult to clarify the physics related to the explosive astrophysical events. For example, Type II supernovae are thought to be the most reliable candidate for the astrophysical site of the r-process and there are several studies of r-process nucleosynthesis. However, different groups have reported different results dependent on their supernovae models.

In this work, we review recent progress of observational studies and theoretical studies for r-process. We will show more observational studies could improve nuclear physics uncertainties and astrophysical uncertainties.

2 Universality of the r-process abundance distribution

2.1 Universality in observations

It has been assumed that the $56 \leq Z$ r-process elements are always formed in the same initial production ratio. This is because the abundance distribution for $Z \leq 56$ elements in metal-deficient stars shows the same pattern as that of solar r-process material (e.g., Sneden et al. 2000). This feature is called "the universality of the r-process". Hence, the astrophysical site for r-process elements $56 \leq Z$ has been thought to be unique. However, the extremely enhanced, metal-deficient star CS31082-001 was reported (Cayrel et al. 2001). Although it shows a similar abundance distribution for $56 < Z < 80$ elements, the Th/Eu ratio is higher than in the Sun. The Japanese Subaru/HDS group recently observed six other metal-deficient stars. All of them show a similar abundance distribution for $56 \leq Z$ stable elements, but two of them show a high Th/Eu ratio (Honda 2002,2003). These observations imply that the heaviest elements in these stars were generated with different production ratios and these elements could be formed in different nucleosynthesis environments.

2.2 Universality in theoretical calculations

For this study, we assume a spherical steady-state flow as a quite general model for the r-process nucleosynthesis environment. We calculated r-process nucle-

osynthesis in various combinations of τ_{dyn} , S , Y_e , and boundary temperature T_b (e.g., Otsuki et al. 2000, Terasawa et al. 2002). Differences in these parameters mean different density and temperature profiles, which result in different neutron-to-seed ratios and/or different paths of the . We used a dynamical network code based on Meyer et al.(1992) which was extended by Terasawa and Orito (Orito et al. 1997, Terasawa et al. 2001). For details of our calculation, see Otsuki et al. (2003).

Our results are shown in Fig. 1. The figure shows the abundance distribution for the $56 < Z < 80$ elements is almost independent of the nucleosynthesis environment as long as there are enough neutrons to form the 3rd peak elements. In addition, the Eu isotope ratios in such cases are consistent with the observational data (Aoki et al. 2003). The universality in the theoretical calculation also holds at the isotope level. We cannot be convinced that the nucleosynthesis site for the heaviest r-process elements is unique even if a universal abundance distribution for $56 < Z < 80$ elements is observed. We also find that the observed universality does not mean a unique Th/Eu production ratio. This result is consistent with the observation of CS31082-001 mentioned above.

3 Th/Eu chronometer

The inferred abundances of Th and/or U can be used to estimate stellar ages. Metal-deficient stars are believed to be the oldest stars in the Galaxy, and their surface abundances have probably not changed (except for radioactive decay) since these stars were formed. The ages of metal-deficient stars using this chronometer are simply given by

$$\Delta T = 46.7(\log(\text{Th}/\text{Eu})_0 - \log(\text{Th}/\text{Eu})_T) , \quad (1)$$

$$\Delta T = 21.8(\log(\text{U}/\text{Th})_0 - \log(\text{U}/\text{Th})_T) , \quad (2)$$

where the index 0 denotes the initial production ratio, while the index T refers to the presently observed value. The application of the Th/Eu chronometer to metal-deficient stars was believed to be a useful method to estimate Galactic age. This is because it has been assumed that the astrophysical site for $Z > 56$ r-process elements is unique, therefore Th and Eu are always formed in the same initial production ratio.

As shown in previous section, however, both observational and theoretical studies indicate that the astrophysical site for r-process is not unique. The Th/Eu production ratio strongly depends upon the nucleosynthesis environment. It is difficult to find an initial Th/Eu production ratio for each metal-deficient star. Our results suggest that application of the Th/Eu chronometer to metal-deficient stars is questionable.

One might think that these stars are just peculiar because another dozen metal-deficient stars show reasonable Th/Eu ratios. Further observations of

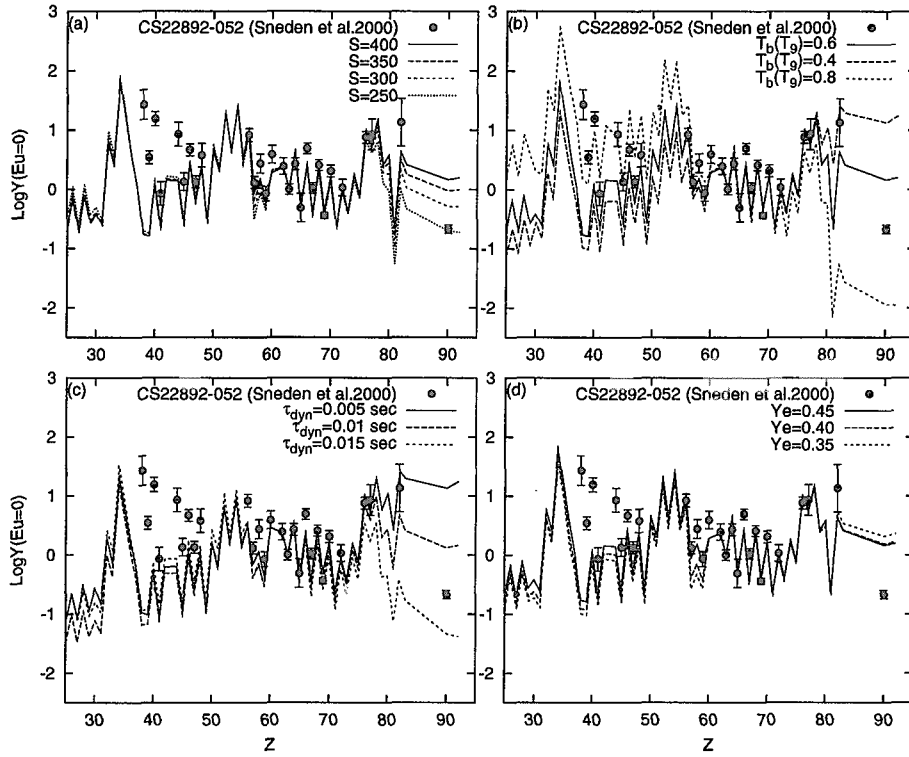


Figure 1: Dependence of the nucleosynthesis yields upon various parameters of the astrophysical environment. Closed circles show observed elemental abundances in CS22892-052 (Snedden et al. 2000). In (a) the entropy per baryon for each model is $S/k = 400, 350, 300,$ and 250 as labeled, and the dynamical time scale is fixed at 0.005 sec. In (b) the asymptotic temperature is $0.4, 0.6, 0.8$ in units of T_9 as labeled. In (c) dynamical timescales of $0.015, 0.010,$ and 0.005 sec are shown for fixed $S=400$ and $Y_e=0.45$. In (d) the electron fraction is varied.

metal-deficient stars are needed to decide whether the three high Th/Eu ratio stars, CS31082-001 and two of SUBARU/HDS observation, are unusual or not. However, at least, the heaviest r-process elements in these stars could be formed in a different environment from other metal-deficient stars.

4 Discussion

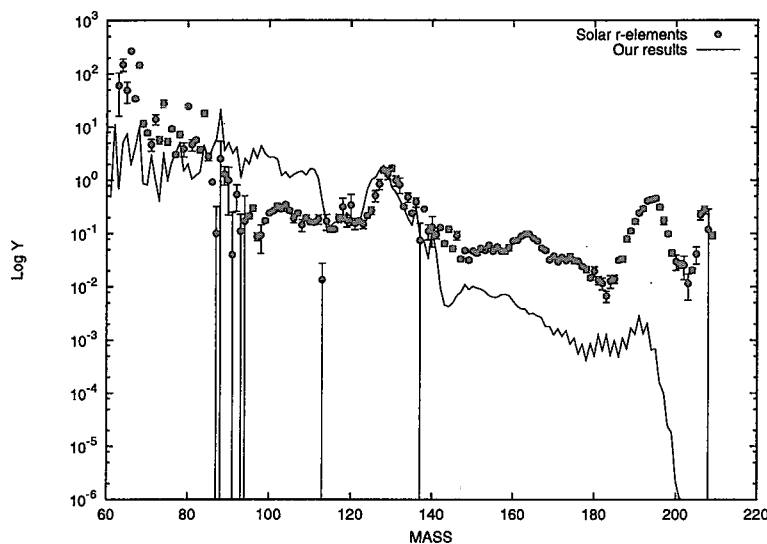


Figure 2: Tentative result of r-process nucleosynthesis calculation based on Wilson's supernovae simulation.

We have shown that the coincident abundance distribution for $Z > 56$ stable elements in metal-deficient stars does not mean the same nucleosynthesis environment. Both observational and theoretical results indicate that the astrophysical site for $Z \leq 56$ r-process elements is not unique. Hence, we cannot use the Th/Eu chronometer for metal-deficient stars unless the astrophysical origin of these elements is better understood. Unfortunately, it seems to be impossible currently because of shortage of information about nuclear physics and astrophysics.

On the other hand, there are some clues to improve these uncertainties. For example, if the dynamical timescale is longer than ~ 1.5 seconds, this universality does not hold. There are several theoretical calculations for r-process nucleosynthesis with a longer timescale than that of the wind models, e.g., in prompt supernovae. Therefore, the abundance distribution of metal-deficient stars could be a clue for the astrophysical site for the r-process elements. A more detailed discussion is in Otsuki et al. (2003). Observational data of lighter

r-process element ($Z < 56$) and Pb in metal-deficient stars could help to determine the astrophysical origin for r-process. More observations of metal-deficient stars are desired.

Finally, we introduce a recent r-process nucleosynthesis calculation based on a supernovae simulation. Our tentative result is shown in Figure 2. In this calculation, we calculate until 20 seconds after core bounce. Heavier elements are, however, generated at the end of this calculation. Additional calculation after 20 seconds could solve the shortage of heavier elements. The uncertainties of the mass model also remain. These analyses are under going.

References

- Aoki, W., Honda, S., Beers, T.C., and Sneden, C. 2003, ApJ, 586, 506
- Cayrel, R., Hill, V., Beers, T.C., Burby, B., Spite, M., Spite, F., Plez, B., Andersen, J., Bonifacio, P., Francois, P., Molaro, P., Nordström, B., & Primas, F. 2001, Nature, 409, 691
- Honda, S. 2002 *Spectroscopic Studies of R-Process Elements in Extremely Metal-Poor Stars with SUBARU/High-Dispersion-Spectrograph and Cosmochronometry*, PhD thesis
- Honda, S. et al. (SUBARU/HDS collaboration), 2003, submitted to ApJ
- Meyer, B. S., Mathews, G. J., Howard, W. M., Woosley, S. E., & Hoffman, R. D. 1992, ApJ, 399, 656
- Orito, M., Kajino, T., Boyd, R. N., & Mathews, G. J. 1997, ApJ, 488, 515
- Otsuki, K., Tagoshi, H., Kajino, T., & Wanajo, S. 2000, ApJ, 533, 424
- Otsuki, K., Mathews, G. J., & Kajino, T. 2003, New Astr., in press.
- Sneden, C., Cowan, J.J., Ivans, I.I., Fuller, G.M., Burles, S., Beers, T.C., and Lawler, J.E. 2000, ApJ, 533, L139
- Terasawa, M., Sumiyoshi, K., Kajino, T., Mathews, G. J., & Tanihata, I. 2001, ApJ, 562, 470
- Terasawa, M., Sumiyoshi, K., Yamada, S., Suzuki, H., and Kajino, T. 2002, ApJ, 578, L137



15. 超新星爆発における電子捕獲率の重要性

The Importance of Electron Capture Rate on Supernova Explosion

石塚知香子^a、大西明^a、住吉光介^b
a 北海道大学・大学院理学研究科・物理学専攻
b 沼津高等専門学校 教養科

C. Ishizuka^a, A. Ohnishi^a, K. Sumiyoshi^b
a. Div. of Phys., Grad. School of Sci., Hokkaido University
b. Div. of Liberal Arts, Numazu College of Technology

Abstract

In supernova simulations, the electron capture rate plays an essential role to control the model explosion in the collapse stage of iron core. Up to now, the rates are evaluated for only major nuclei in standard calculations. Recently, however, the situation changed a little and Langanke et al. suggested the important effects of heavy nuclei like iron peak. In this report, we propose that initial nuclear statistical distributions will affect the capture rate in addition to the above effects.

1 Introduction

良く知られているように超新星爆発は古くから注目されてきた天体现象であり、様々な側面から研究が進められている。また爆発する星の質量によって、いくつかの爆発の種類が考えられている。その中で、今回は重力崩壊型の超新星爆発を取り上げる。重力崩壊型の爆発に関しては、次の章で簡単に説明するが、Prompt Explosion と Delayed explosion の二つが考えられている。これらは近年の簡単な Energetics の議論から、前者は軽い星、後者は重い星の爆発メカニズムとして受け入れられるようになった。表題にもあげた電子捕獲率の問題はどちらの場合にも影響すると考えられるので、まず現状を振り返ることとする。

前者の爆発では、 ν 相互作用の取扱が困難であるために、ニュートリノ輸送の入れ方によって爆発の結果が変化することもあり、その正確な取り込み方が現在も議論されている。さらに爆発の成否を大きく左右する星の状態方程式に関しては、 π 凝縮や QCD 相転移を考慮した状態方程式などが調べられている。また後者の爆発では、原始中性子星中心部のニュートリノが対流の効果で表面に運ばれ爆発が起きやすくなるモデルや、非常に強い磁場があるときに極方向にジェット状の物質が出るモデルなどがある。しかしながら、以上のように現在の我々の知識をできるだけ考慮した計算でも、未だ観測を再現する爆発計算には成功していないのが現状である。

一方で我々は相対論的平均場理論と統計模型の二つの枠組を使って、超新星爆発時の核物質の液相・気相相転移に関する研究を進めてきた。この研究では、先述の爆発計算の中で一般に平均場で近似される統計平衡時の元素組成が、沸点以下では統計的な描像に支配されていることを広い密度領域、陽子比について明らかにした。この結果から圧力などと違って、電子捕獲率のよう

に原子核毎に大きさの異なる量に対しては、統計力学的描像で現れる様々な原子核とその分布が寄与すると我々は期待している。以上の動機にしたがって、本報告は次のように構成されている。まず第1章はイントロダクションである。つづく第2章では、超新星爆発計算での電子捕獲率の役割を述べた後、電子捕獲に対する核種分布効果について評価する。最後の第3章では、まとめと今後の展望について述べる。

2 電子捕獲に対する核種分布効果

2.1 超新星爆発計算と電子捕獲率

電子捕獲に対する核種分布効果について見る前に、この節では超新星爆発の計算の中で電子捕獲率がどのような役割を担うのかを説明する。そこでまず爆発のモデルを簡単に説明する。大まかに言うと、星が潰れる間に星の中心部は、ほぼ自由落下速度で落下する外部コアと半径に比例する速度で潰れて行くホモログスコアの二重構造に分けられる。この2つのコアの間の張力を状態方程式が担っていると考えればよい。実際に密度が十分に高くなると核力の斥力部分によって、物質が硬くなり内側のコアの収縮が止まる。すると上から超音速で落ちてくる外部コアと内部コアが衝突して衝撃波が発生する。このときの内部コアの大きさはホモログスコアとほぼ同じで $M_{\text{内部}} = 0.6 \sim 0.8 M_{\odot}$ 、 $R_{\text{内部}} = \text{数 } 10 \text{ km}$ [2] である。いま内部コアの結合エネルギーがすべて衝撃波に与えられると仮定すると、この衝撃波のエネルギーは

$$E_{\text{shock}} = \frac{3}{5} \frac{GM_{\text{内部}}^2}{R_{\text{内部}}} \sim \text{数 } 10^{51} \text{ erg}$$

となり、内部コアの質量の2乗に比例する。そして計算の中では発生した衝撃波が無事コアの表面に到達した時に星が爆発すると見なすのである。

しかし衝撃波の行く手には様々な障害がある。まず衝撃波で暖められた物質の分解、次に分解された自由核子による電子捕獲がある。この過程で衝撃波を後押ししてくれる電子の縮退圧が減ると爆発は起きにくい方向へ進んでしまう。さらに熱的ニュートリノや電子捕獲で発生したニュートリノによるエネルギー散逸も無視できない。最終的に弱められた衝撃波が表面に達するか否かは数値計算を通して確認される。この計算のモデルに第1章で述べた Prompt Explosion と Delayed Explosion の二つがある。これらを一言で説明すると、前者はニュートリノの力を借りずに数10msで衝撃波がコア表面に到達にする模型、後者は衝撃波背後の物質がニュートリノで暖められて一度止まった衝撃波が復活し爆発する模型である。したがって前者の模型では内部コアの大きさが爆発に直接影響する。後者の場合にもコアの初期条件によって衝撃波の停留位置やニュートリノの加熱の仕方が決まるので、いずれの場合にも内部コアの情報が重要になる。この内部コアの質量は、先程見たようにおおよそチャンドラセカル質量に等しい。ニュートリノの圧力を考慮した場合に、この質量は

$$M_{\text{hboxch}} = 1.457 M_{\odot} \left(\frac{Y_L}{0.5} \right)^2 \frac{\left(Y_e^{4/3} + 2^{1/3} Y_{\nu}^{4/3} \right)^{3/2}}{Y_L^2}$$

となるので [1]、初期の内部コアの質量は $M_{\text{内部}} \sim M_{\text{ch}} \propto Y_L^2 \propto \rho_e^2$ のように電子密度つまり電子捕獲率によって決まる。したがって Prompt Explosion では小さい電子捕獲反応率の方が電子密度が高くなり衝撃波が発生しやすくなるのが容易に想像される。一方の Delayed に対しては電子捕獲率が高い方がニュートリノが増えて爆発しやすくなるとは必ずしも言えない。なぜなら初期のニュートリノが増えることで衝撃波がより手前で停留するだろうし、その反面ニュートリノによる加熱も大きくなると期待されるため、これらの競合を考えなければならないからである。

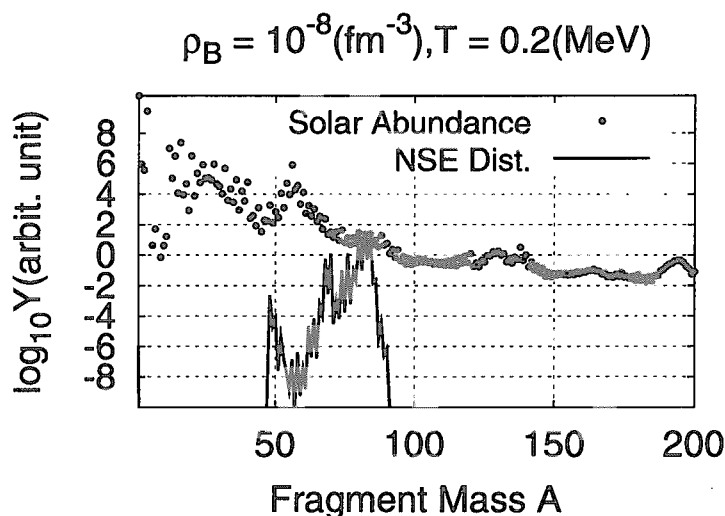


Figure 1: $(\rho_B, T) = (10^{-8}(\text{fm}^3), 0.2(\text{MeV}))$ の統計平衡時に分布する核種。丸い点は今の場合には余り重要ではないが、太陽系での元素の組成を示している。実線は統計模型で得られる原子核の質量数分布。

2.2 電子捕獲と核種分布効果

前節では、電子捕獲率が超新星爆発の大切な要素であることをみてきた。次に本節では電子捕獲率の計算の歩みを振り返り、冒頭で述べた電子捕獲における核種分布効果の重要性について説明する。そもそもの始まりは星の中の $O + Si$ 燃焼殻で起きる電子捕獲についての研究で、この場合には質量数 40 以下の原子核が対象であった。しかし 1980 頃に Bethe 等が pf-shell の原子核も超新星爆発の初期段階で重要であると指摘したことから、Fuller 等 [3, 4, 5, 6] が鉄付近までの原子核に対して電子捕獲率を調べた。しかし彼らの採用した独立粒子模型 (以下 IPM) では、実験が進むに従って実験結果との差異が問題になった。そこで近年、星の中の物質に対しては Oda 等 [7] がシェル模型を使って電子捕獲率を計算し、質量数 $A \sim 60$ 付近の pf-shell の原子核については Langanke 等 [10] が有限温度の効果を取り入れた大規模なシェルモデル計算を行った。Langanke 等の計算では完全に核子が下の準位から詰まっているとは限らないので鉄より重い核でも電子捕獲が起きるとというのが Fuller 等の計算との大きな違いである [13]。

ところで第 1 章で述べたように、我々は統計模型を使って広い温度・密度・陽子比に対して超新星爆発の統計平衡時の元素組成を調べて来た。その一つの例が図 1 に示してある。これは今回のテスト計算に使った (バリオン密度 ρ_B , 温度 T) = $(10^{-8}(\text{fm}^{-3}), 0.2(\text{MeV}))$ での統計平衡時の超新星物質の質量数分布である。ここでの超新星物質は核子と電子、電子ニュートリノおよび光子で構成される。図 1 の分布を見ると、確かに Bethe 等が大切であると主張した質量数 $A \sim 60$ 付近の原子核が沢山存在している。ここで注目すべきなのは、それよりも質量数 $A \sim 80$ の核の方が高いピークを持つということである。また質量数 $50 < A < 80$ の間で広い幅を持ったピーク構造が特徴的である。以上の統計模型 (または熱核平衡 NSE) での原子核分布の特徴を表 1 にまとめてある。ここで陽子はさまざまな核種の中で占有的な電子捕獲反応であるから、表の 1 行目に今回比較したい NSE と相対論的平均場 (RMF) での自由陽子密度を示した。表 1 にあるように、RMF で電子捕獲を起こすのは陽子と 1 種類の重い原子核だけだと考える。実際に共同研究者の住吉等が Prompt の爆発の計算 [8] で用いている状態方程式 [9] によれば、今の場合は ^{75}Zn で重い核の分布 (図 1 の $50 < A < 80$ を代表していることになる。ところで本報告の目的は、超新星爆

Table 1: 理論枠組と比較すべき核種の組合せ。NSE は統計模型 [11] での原子核分布から得られる値。RMF は平均場理論に基づく状態方程式で仮定している一つの重い核についての値。NSE' は RMF で陽子や α 以外の核を代表しているものを NSE に焼き直した場合の値。

	自由陽子密度	$\langle A \rangle$	Width
NSE	1.2×10^{-32}	~ 80	\sim a few
RMF	1.9×10^{-34}	^{75}Zn	0
NSE'	1.2×10^{-32}	^{75}Zn	0

発の計算で一般的になされている 1 配位近似に対して計算した電子捕獲率と統計模型にもとづく図 1 のような統計配位に対して求めた捕獲率の間どの程度の平きがあるかを評価するということである。これを平たく言えば電子捕獲に対する核種分布効果を見るということになるだろう。ここで問題になるのが、表 1 の 1 列目の NSE と RMF での陽子密度である。この二つは 2 桁ほど違う。繰り返し述べるが、陽子の電子捕獲反応は様々な原子核の中で最も断面積が大きいので、この項の値だけで 2 桁も差があると他の原子核の分布の幅の寄与はかき消されてしまうのである。そこで我々は質量数分布に幅がある分の寄与を取り出す為に、NSE の枠組中で最も出現確率の高い ^{75}Zn (表 1 の NSE') と NSE での電子捕獲率を比較した。もちろん重い核の分布を一つの核で代表している RMF と NSE' では ^{75}Zn の量は多少異なるのだが、今の場合には大きさが問題にならない程度の差である。

以上の議論により、今回は表 1 にあげた NSE と NSE' に対して $(\rho_B, T) = (10^{-8}(\text{fm}^{-3}), 0.2\text{MeV})$ での電子捕獲率の変化を調べた。具体的な計算としては、次の式

$$\begin{aligned}\rho_e &= Y_p \rho_B, \\ R &= \rho_e \rho_F \langle v\sigma \rangle, \\ R_{\text{tot.}} &= \rho_e \sum_F \rho_F \langle v\sigma \rangle.\end{aligned}$$

のように各原子核毎の統計分布の量を重みとして全体の核種に渡って電子捕獲率を重ねあわせた。その際に採用した電子捕獲率は IPM に基づく Fuller 等 [3, 4, 5, 6] のテーブルと SMMC による Langanke 等 [10] のテーブルである。以上の計算結果は表 2 にまとめてある。表 2 で参照している Fuller 等と Langanke 等の 2 つの電子捕獲率テーブルに対して、RMF で現れる配位を比較すると、最後の桁が少し違っているのが分かる。しかし今の 2 つのテーブルには RMF で重い核の代表して

Table 2: Fuller et al. と Langanke et al. の pf-shell 核まで網羅した電子捕獲率を用いた計算結果。1 段目が平均場近似の場合で、「 α と最も出現確率の高い重い核」の 1 つの配位だけで計算した電子捕獲率。2 段目は様々な配位が存在する統計模型での核分布に基づいて計算した電子捕獲率。

	Fuller et al. [3, 4, 5, 6]	Langanke et al. [10, 13]
Dominant One Config. in RMF	1.04×10^{-44}	1.06×10^{-44}
Distribution at T_{boil}	1.04×10^{-44}	1.34×10^{-44}

いる ^{75}Zn がカバーされていないために、この値の差は単に自由な陽子に対する IPM と SMMC での捕獲率の違いを反映しているにすぎない。次に表 2 の 2 行に示された密度 $\rho_B = 10^{-8} \text{ fm}^{-3}$ 、温度 $T_{\text{boil}} = 0.2 \text{ MeV}$ での統計分布で重ね合わせた捕獲率を各テーブルに対して示してある。まず Fuller の場合で NSE と RMF(NSE') の値を比べると変化が見られない。これは図 2 にあるように、Fuller の場合には NSE と RMF(NSE') で現れる原子核とテーブルに記載される原子核の陽子以外での重複部分がほとんど存在しないためである。同様に Langanke の場合で比べてみると、NSE で出現する原子核のうち一部にテーブルに記載される領域と重複があるが、RMF(NSE') での重い核はテーブルの領域から外れてしまっている。したがって Langanke のテーブルを採用した場合の NSE と RMF(NSE') の 3 割程度の値の違いの担いは RMF で重い核の分布代表している 1 種類以外の出現確率のとりわけ高くない原子核であると分かる。これは RMF と NSE' の ^{75}Zn の量を考慮したとしても、分布の核種効果以外で 3 割もの値の増加を説明することはできない。

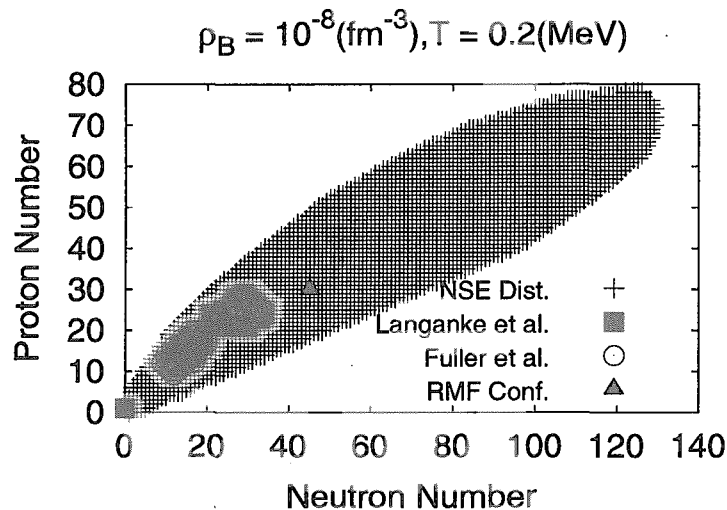


Figure 2: $(\rho_B, T) = (10^{-8} \text{ (fm}^3), 0.2 \text{ (MeV)})$ で出現する核種の比較。(N,Z) $\sim (80, 130)$ 以下の領域に広く分布している十字で示された核は統計平衡時に出現する原子核を示している。黒塗の四角で示された点は Langanke 等のテーブルで網羅する核種、中抜きの丸印で描かれた領域は Fuller 等のテーブルに記載される核種である。黒塗の三角で示された核は相対論的平均場理論で電子捕獲に寄与する核種である。判別しづらいが、全ての印が陽子の所で重なっている。

3 まとめと課題

本報告では原子核の統計分布による電子捕獲率への影響を調べた。その結果、相対論的平均場に基づく状態方程式で出現する重い核までカバーされる捕獲率が公開されていないため、正当な評価が困難である。ただ、この点に関しては今回比較に用いた Langanke 等と Fuller 等の 2 つのグループで極めて最近さらに大きな質量数 $A \sim 100$ までの計算を行ったようである [14, 12]。しかし実際には論文のプレプリントサーバには 1 部分のデータしか情報が公開されていない。したがって現在、著者等は全体のデータを入手するべく検討中である。今後の課題としては、より広い核種での電子捕獲率に基づき統計分布を考慮したテーブルを作成することが第一にあげられる。このテーブルの作成によって、これまでの標準的な 1 配位近似での電子捕獲率に基づく爆発計算の部分を効率良く置き換えることができると期待している。最終的には超新星爆発の計算を行って、

核種分布効果を考慮することで爆発の成否にどのような影響を与えるのか調べたい。

References

- [1] H. Suzuki, *Physics and Astrophysics of Neutrinos*, edited by M. Fukugita and A. Suzuki, (Springer-Verlag, Tokyo, 1994), p.763.
- [2] 鈴木 英之, 日本物理学会誌 第43巻 (1988), p.106.
- [3] G. M. Fuller, W. A. Fowler, and M. J. Newman, *Astrophys. J. Suppl.* (1980), Vol. 42, p.447.
- [4] G. M. Fuller, W. A. Fowler, and M. J. Newman, *Astrophys. J.* (1982), Vol. 252, p.715.
- [5] G. M. Fuller, W. A. Fowler, and M. J. Newman, *Astrophys. J. Suppl.* (1982), Vol. 48, p.279.
- [6] G. M. Fuller, W. A. Fowler, and M. J. Newman, *Astrophys. J.* (1985), Vol. 293, p.1.
- [7] T. Oda, M. Hino, K. Muto, and K. Sato, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, Vol. 56, Issue 2, (1994), p.231.
- [8] K. Sumiyoshi, M. Terasawa, G. J. Mathews, T. Kajino, S. Yamada, H. Suzuki, *Astrophys. J.* (2001), Vol. 562, p.880.
- [9] H. Shen, H. Toki, K. Oyamastu and K. Sumiyoshi, *Prog. Theor. Phys.* **100** (1998), 1013; *Nucl. Phys.* **A637** (1998), 435.
- [10] K. Langanke and G. Martinez-Pinedo, *Atom. Data and Nucl. Data Tables*, Vol. 79, Issue 1, (2001), p.1.
- [11] C. Ishizuka, A. Ohnishi, K. Sumiyoshi, *Nucl. Phys. A* (2003), in press.
- [12] J. Pruet and G. M. Fuller, *astro-ph/0211262*.
- [13] J. M. Sampaio, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, E. Kolbe, D. J. Dean, *Proc. of NIC XVII* (nucl-th/0209057).
- [14] K. Langanke et al., *astro-ph/0302459*.



16. Preparation of nuclear data for r-process nucleosynthesis

--- Comments on nuclear masses and β -decay data ---

T. Tachibana

Waseda University Senior High School,
3-31-1, Kamishakujii Nerima-ku,
Tokyo 177-0044 Japan

Nuclear mass formula and β -decay theory are indispensable to the calculation of the r-process nucleosynthesis. Some comments on nuclear data obtained by using mass formulas and β -decay theories are briefly made for nuclei far from β -stability line. First, comments are given on the reliability of some mass formulas, which are often adopted in the calculations of r-process nucleosynthesis in recent years. Second, an importance of β -decay rates of first-forbidden transition is discussed for the nuclei far from the β -stability line. Finally, delayed fission rates calculated with the use of gross theory of nuclear β -decay are briefly reported for the first time.

1. Mass formula

In the calculation of r-process nucleosynthesis, neutron separation energies, Q-values of many types of nuclear reactions, β -decay Q-values, alpha-decay Q-values, and fission barriers, etc. are estimated especially for unknown nuclei in the region far from the β -stability line. For these estimation, the following mass formulas are vigorously used in recent years,

FRDM¹⁾ : Finite Range Droplet Model

ETFSI²⁾ : Extended Thomas-Fermi plus Strutinsky Integral

GHT³⁾ : Semi-empirical Shell Correction to the Droplet Model

KUTY⁴⁾ : Microscopic spherical-basis shell term plus
Macroscopic gross term

In addition to above mass formulas, two mass formulas based on Hartree-Fock-BCS theory (HFBCS-1⁵⁾) and Hartree-Fock-Bogoliubov theory (HFB-1⁶⁾) were developed by Goriely et al., recently. Fig. 1 shows the differences between experimental⁷⁾ and estimated masses by the above mass formulas. The excess of neutron number from the β -stability line is denoted by ΔN in this figure. It is immediately obvious from fig.1 that rather old mass formula GHT shows systematic error. This mass formula underestimates the experimental masses as $|\Delta N|$

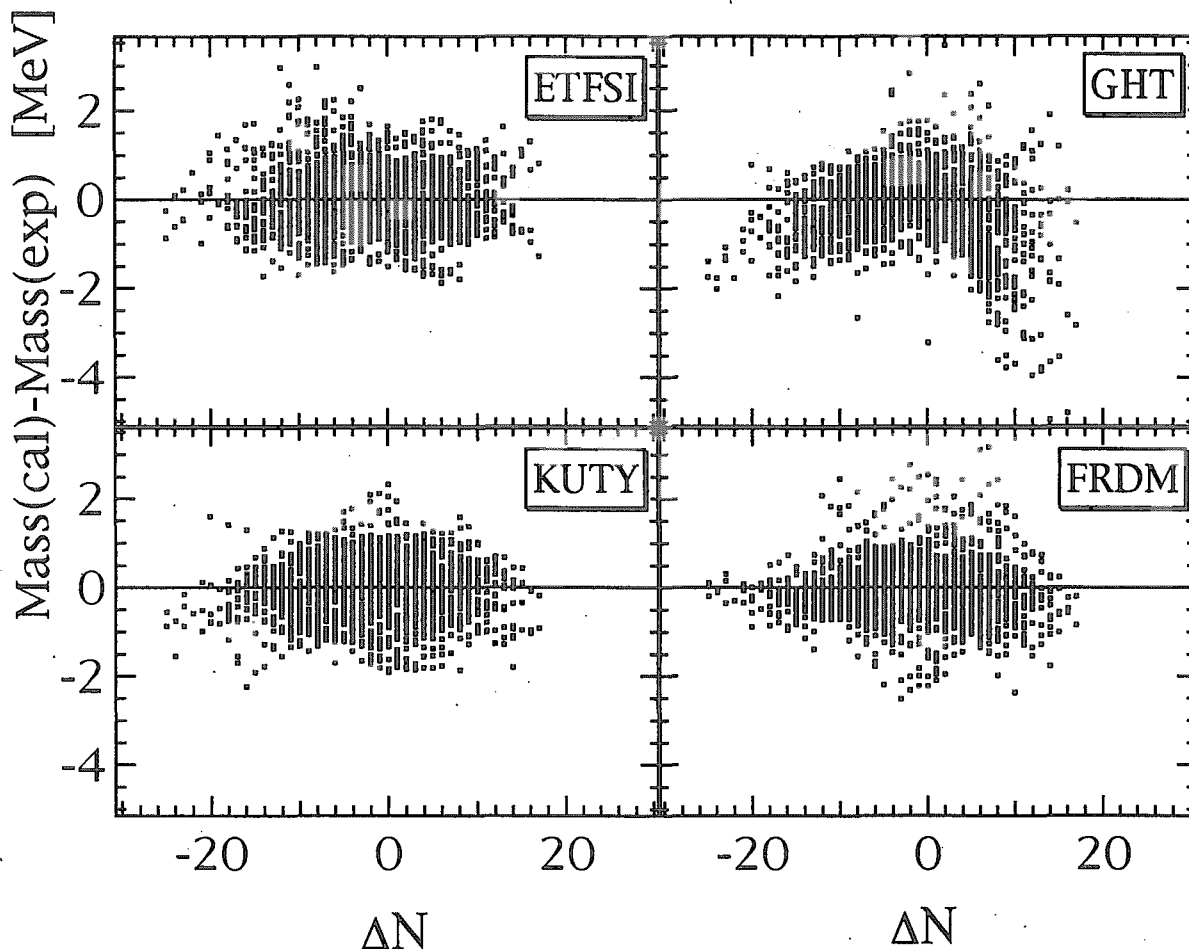


Fig.1 Differences between calculated and experimental masses. The ordinate indicates the errors of the estimated masses. The abscissa indicates the excess of the neutron number from the β -stability line.

increases. The other recent mass formulas FRDM, ETFSI and KUTY show, on the whole, reasonable tendency of deviation. This tendency clearly shows their reliability of extrapolation toward the region far from the β -stability line.

However, as can be seen in fig.2, the two-neutron separation energies S_{2n} obtained by using FRDM stagger large, especially in the region far from the β -stability line. These large staggers of S_{2n} conflict with Garvey-Kelson mass systematics. Figures in ref. (8) show these staggers in the whole nuclidic region.

2. Beta-decay rate of the 1st forbidden transition

In the gross theory and the semi-gross theory of nuclear β -decay, not only Fermi and Gamow-Teller transitions but also the 1st forbidden transitions are considered⁹⁾. Because of the following two reasons, the first forbidden transition of β -decay may play an important role in the calculation of r-process nucleosynthesis.

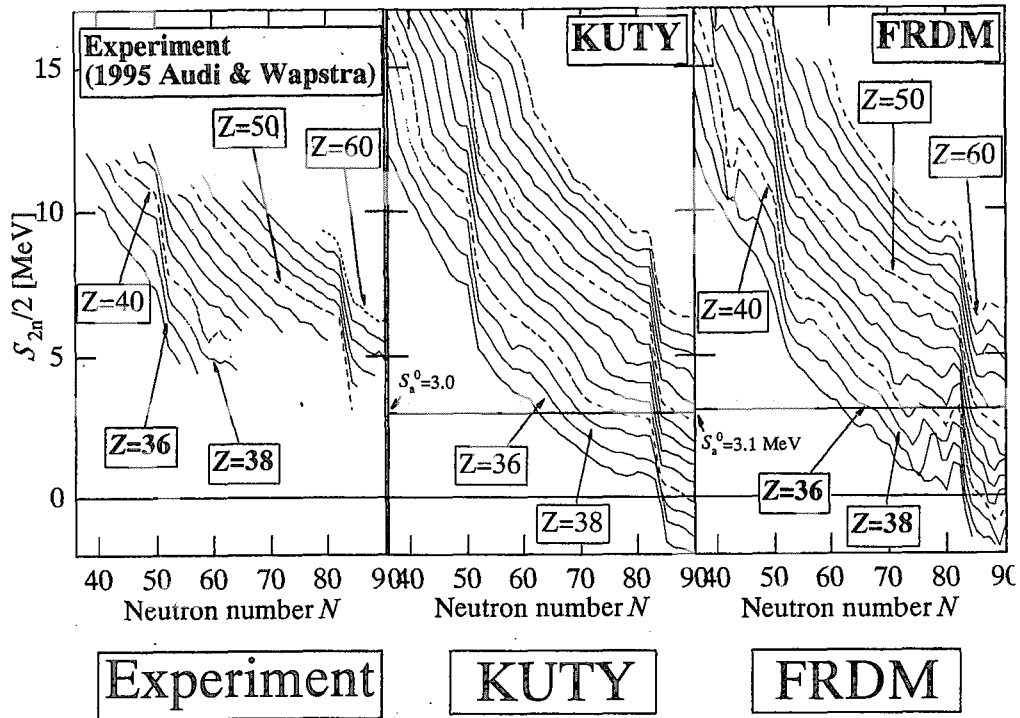


Fig.2 The two-neutron separation energies

(1) As well known, the main peak of the β -strength function of the Gamow-Teller transition is located near the isobaric-analogue state (IAS). Since this peak is large and spread wide, the strength of the Gamow-Teller transition is still predominant in the β -decay window. Consequently the Gamow-Teller transition becomes the main component of β -minus decay. In the case of the 1st forbidden transition, the strength function has two peaks. One is above and the other is below the isobaric analogue state. For heavy nuclei, the strength around the peak below IAS sometimes comes into the β -decay window.¹⁰⁾ It might be said that the importance of the 1st forbidden transition increases in the r-process calculation because the nuclei relevant to the calculation are heavy and have large β -decay window.

(2) The β -ray spectra of the 1st forbidden transition is expressed as,

$$P(E) \propto C(E)F(\pm Z, E)pE(E_0 - E)^2, \quad (1)$$

where $C(E)$ is a shape factor,

$$C(E) = 1 + aE + \frac{b}{E} + dE^2 + \dots, \quad (2)$$

and E is β -decay transition energy. In the case of β -decay with large transition energy, the

shape factors of the 1st forbidden transitions becomes large. This suggests that the 1st forbidden transition may play a relatively important role in the r-process calculations because the nuclei in the calculations have large β -decay transition energies.

3. Delayed fission probability

The calculation of delayed fission probabilities P_f with the use of the gross theory of nuclear β -decay is performed for the first time. These probabilities as well as the delayed-neutron emission probabilities P_n are crucial data in the consideration of freeze out in the last stage of the r-process. These values P_f and P_n are expressed as,

$$P_k = \frac{C}{\lambda} \int_{-Q}^0 S_\beta(E) f(-E) \frac{\Gamma_k}{\Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_f} dE \quad (3)$$

where k indicates f for fission or n for neutrion emission . In the above equation, $S_\beta(E)$ is the β -strength function and λ is decay constant of the β -decay. These values are obtained by using the gross theory. In our calculation, estimation of Γ_γ by Malecky et al. ¹¹⁾, which is a modified version of Weisskopf estimation, is adopted. The values of Γ_n and Γ_f can be estimated with the use of the nuclear level density,¹²⁾ for which the back-shifted Fermi gas model is used. In fig 3, Γ_γ , Γ_n and Γ_f are shown for ²⁶⁰Pa and ²⁷⁶Np

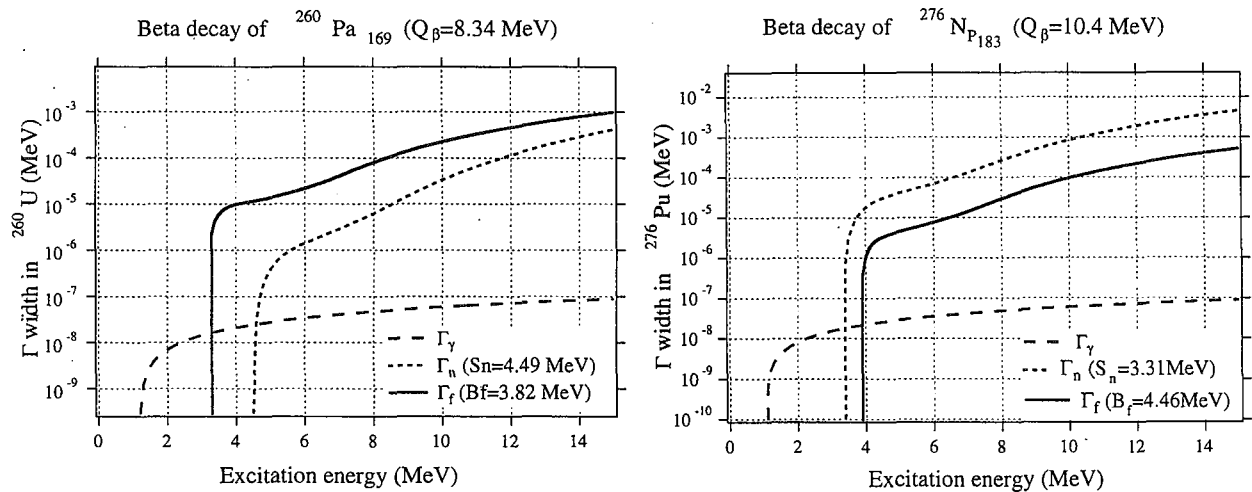


Fig. 3 Γ_γ , Γ_n and Γ_f for ²⁶⁰Pa and ²⁷⁶Np

The results of the delayed fission probabilities, delayed neutron emission probabilities and gamma ray emission probabilities are given in Table 1. It is found that the fluctuations among the estimations are still large for these values.

Table 1 Delayed neutron emission and fission probability. The data of Thielemann et.al., Meyer et.al. are taken from ref 13).

	^{260}Pa			^{276}Np		
	Pf	Pn	P γ	Pf	Pn	P γ
Thielemann et.al. (complete damping)	100%	---	---	25%	---	---
Meyer et.al. (complete damping)	92%	---	---	83%	---	---
Meyer et. al. (WKB barrier penetration)	97%	0%	3%	9%	84%	7%
Tachibana	70%	1%	29%	5%	62%	33%

4. Future prospects

In addition to the delayed fission probabilities, we are now undertaking the calculation of neutrino reaction rates. These results and some comments given in the previous sections will be utilized in our calculation of r-process nucleosynthesis.

References

- (1) P.Moller et al., Atomic Data and Nuclear Data Tables, **59** (1995) 185
- (2) Y.Aboussir et al., Atomic Data and Nuclear Data Tables, **61** (1995) 127
- (3) H. von Groote et al., Atomic Data and Nuclear Data Tables, **17** (1976) 418
- (4) H.Koura et al., Nuclear Physics **A674** (2000) 47
- (5) S.Goriely et al., Atomic Data and Nuclear Data Tables, **77** (2001) 311
- (6) M.Samyn et al., Nuclear Physics **A700** (2002) 142
- (7) G.Audi and A.H.Wapstra, Nuclear Physics **A595** (1995) 409,
T.Radon et al., Nuclear Physics **A677** (2000) 75
- (8) H.Koura, to be published in JAERI-Conf
- (9) T.Tachibana et al., Prog. Theor. Phys., **85** (1990) 641
H.Nakata et al., Nuclear Physics **A625** (1997) 521
- (10) K.Takahashi, Progress of Theoretical Physics, **45** (1971) 1466
- (11) H.Malecky et. al., Yad. Phys. **13** (1971) 240
- (12) R. Vandenbosch and J.R. Huizenga, *Nuclear Fission*, Academic press Inc (1973)
- (13) H.L. Hall et. al., Annual Review of Nuclear and Particle Science, **42** (1992) 147



17. Neutron Star Cooling via Neutrino Emission in Color Superconducting Quark Matter

Motoi Tachibana (Theoretical Physics Laboratory, RIKEN)

Abstract

We study weak interaction rates involving Goldstone bosons in Color Flavor Locked (CFL) quark matter. Neutrino mean free path and the rate of energy loss due to neutrino emission in a thermal plasma of CFL pions and kaons are calculated.

1 Introduction

QCD at high baryon density is expected to be a color superconductor [1, 2]. For three massless flavors, a symmetric ground state called the Color Flavor Locked (CFL) phase, in which BCS like pairing involves all nine quarks, is favored [3]. In this phase the $SU(3)_{\text{color}} \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B$ symmetry of QCD is broken down to the global diagonal $SU(3)$ symmetry. Gluons become massive by the Higgs mechanism. The lightest excitations in this phase are Goldstone bosons associated with chiral symmetry breaking as well as $U(1)_B$ symmetry breaking. This color superconductivity can have important astrophysical implications if quark matter were to exist in the core of a neutron star. The ensuing thermal evolution of the newly born neutron star, during which it emits neutrinos copiously, has generated much recent interest [4]. Several aspects of this early evolution can be probed directly since neutrinos emitted during the first several tens of seconds can be detected in terrestrial detectors such as Super-Kamiokande and SNO. In this article we calculate weak interaction rates for neutrino production and scattering in the CFL phase and contrast it with earlier estimates of similar rates in normal(unpaired) quark matter and nuclear matter.

2 Effective Theory for Goldstone Bosons

There are several articles that describe in detail the effective theory for the Goldstone bosons in Color-Flavor-Locked quark matter [5, 6, 7]. It is possible to parametrize low energy excitations about the CFL ground state in terms of the two fields $B = H/\sqrt{24}f_H$ and $\Sigma = e^{2i\pi/f_\pi}$, representing the Goldstone bosons of broken baryon number H and of broken chiral symmetry, the octet π . Then the leading terms of the effective Lagrangian describing the octet Goldstone boson field π are given by

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}f_\pi^2 \left[\text{Tr} \nabla_0 \Sigma \nabla_0 \Sigma^\dagger - v^2 \vec{\nabla} \Sigma \vec{\nabla} \Sigma^\dagger \right] + f_\pi^2 \left[\frac{a}{2} \text{Tr} \tilde{M} (\Sigma + \Sigma^\dagger) + \frac{\chi}{2} \text{Tr} M (\Sigma + \Sigma^\dagger) \right]. \quad (1)$$

The decay constant f_π has been computed previously [7] and is proportional to the quark chemical potential μ . ∇_0 includes the Bedaque-Schafer terms[8] and $\tilde{M} = |M|M^{-1}$, where $M = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$. The velocity factor $v = 1/\sqrt{3}$ and $a = 3 \frac{\Delta^2}{\pi^2 f_\pi^2}$ [7], where Δ is the gap which is around 100 MeV at $\mu = 500$ MeV.

To incorporate weak interactions, we gauge the chiral Lagrangian in the usual way by replacing the covariant derivative by [9]

$$D_\mu \Sigma = \nabla_\mu \Sigma - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \tau^+ + W_\mu^- \tau^-) \Sigma - \frac{ig}{\cos \theta_W} Z_\mu (\tau_3 \Sigma - \sin^2 \theta_W [Q, \Sigma]). \quad (2)$$

The fields W_μ^\pm, Z_μ describe weak gauge bosons. The charge matrix is diagonal $Q = \text{diag}(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ as well as weak-isospin matrix $\tau_3 = \frac{1}{2}\text{diag}(1, -1, -1)$ whereas τ^+ and τ^- are the isospin raising and lowering operators which incorporate Cabbibo mixing.

For momenta small compared to f_π we can expand the nonlinear chiral Lagrangian to classify diagrams as the first order (proportional to f_π) and the second order (independent of f_π). The amplitudes for the leading order processes are given by

$$A_{\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi \tilde{p}_\mu j_Z^\mu, \quad A_{\pi^\pm \rightarrow e\nu} = G_F f_\pi \cos \theta_C \tilde{p}_\mu j_W^\mu, \quad A_{K^\pm \rightarrow e\nu} = G_F f_\pi \sin \theta_C \tilde{p}_\mu j_W^\mu \quad (3)$$

where $\tilde{p}_\mu = (E, v^2 \vec{p})$ is the modified four-momentum of Goldstone boson and j_W^μ and j_Z^μ describe the charged and neutral leptonic currents, respectively. θ_C is the Cabbibo mixing angle. Note that the meson "four-momenta" that appear in the matrix element do not correspond to the on-shell four momenta of the mesons. This is because the covariant derivative contains the in-medium velocity and for the case of kaons, the energy shift arising from the Bedaque-Schafer term.

In addition to the octet Goldstone bosons, the massless Goldstone boson associated with $U(1)_B$ breaking couples to the weak neutral current. Amplitude for processes involving the $U(1)_B$ Goldstone boson H and the neutral current is given by

$$A_{H \rightarrow \nu\bar{\nu}} = \frac{4}{\sqrt{3}} G_F f_H \tilde{p}_\mu j_Z^\mu, \quad (4)$$

The decay constant for the $U(1)_B$ Goldstone boson has also been computed in earlier work and is given by $f_H^2 = 3\mu^2/(8\pi^2)$ [7]. Using these amplitudes we shall evaluate some interaction rates associated with thermal evolution of the early born neutron star, *i.e.*, neutrino opacity and neutrino emissivity in the next section.

3 Neutrino Rates

Figure 1 shows the resulting neutrino mean free path in a CFL meson plasma as a function of temperature. In the CFL medium, novel Cherenkov like processes such as $\nu \rightarrow H\nu, \nu \rightarrow \pi^0\nu$ and $\nu_e \rightarrow \pi^+e^-$ are allowed owing to the fact that mesons can have a space like dispersion relation [10]. Especially the massless $U(1)_B$ Goldstone boson H is space like for all momenta. Thus the processes involving H boson become dominant. Since these processes do not have mesons in the initial state they can occur at zero temperature. The neutrino mean free path due to the reaction $\nu \rightarrow H\nu$ can be calculated analytically and is given by

$$\frac{1}{\lambda_{\nu \rightarrow H\nu}(E_\nu)} = \frac{256}{45\pi} \left[\frac{v(1-v)^2(1+\frac{v}{4})}{(1+v)^2} \right] G_F^2 f_H^2 E_\nu^3. \quad (5)$$

Although eq.(5) has no intrinsic temperature dependence, it arises by setting $E_\nu = \pi T$, which corresponds to mean energy of neutrinos in thermal equilibrium.

3.1 Neutrino Emissivity

The rate of energy loss due to neutrino emitting reactions is shown in Figure 2. Charged current decays of pions and kaons, and the novel neutral current decay of π^0 are the leading one body processes. In vacuum, the amplitudes for similar processes are proportional to the lepton mass due to angular momentum conservation. However, in the CFL phase, due to the

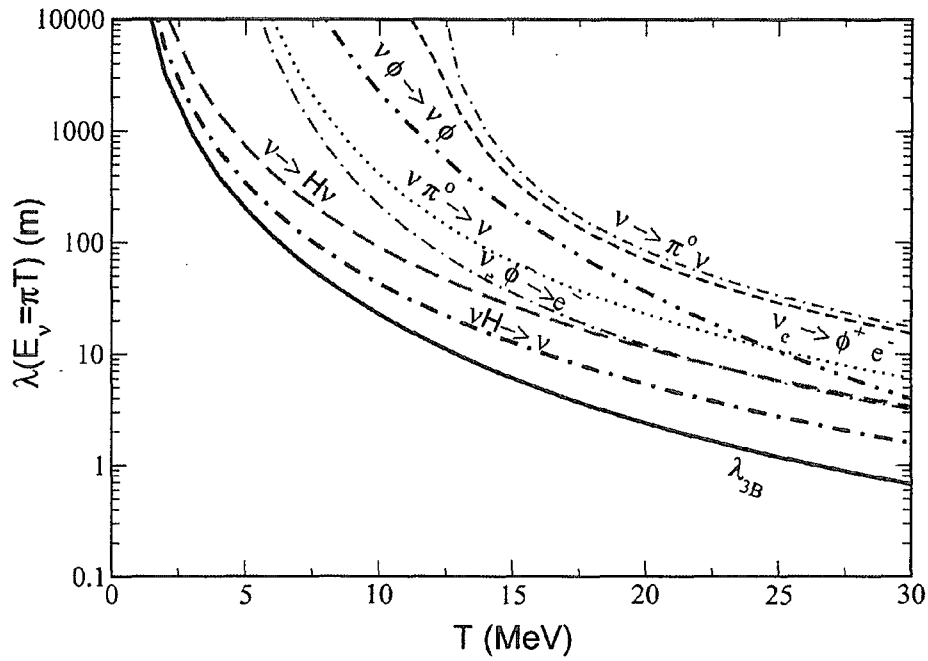


Figure 1: Neutrino mean free path in a CFL meson plasma as a function of temperature

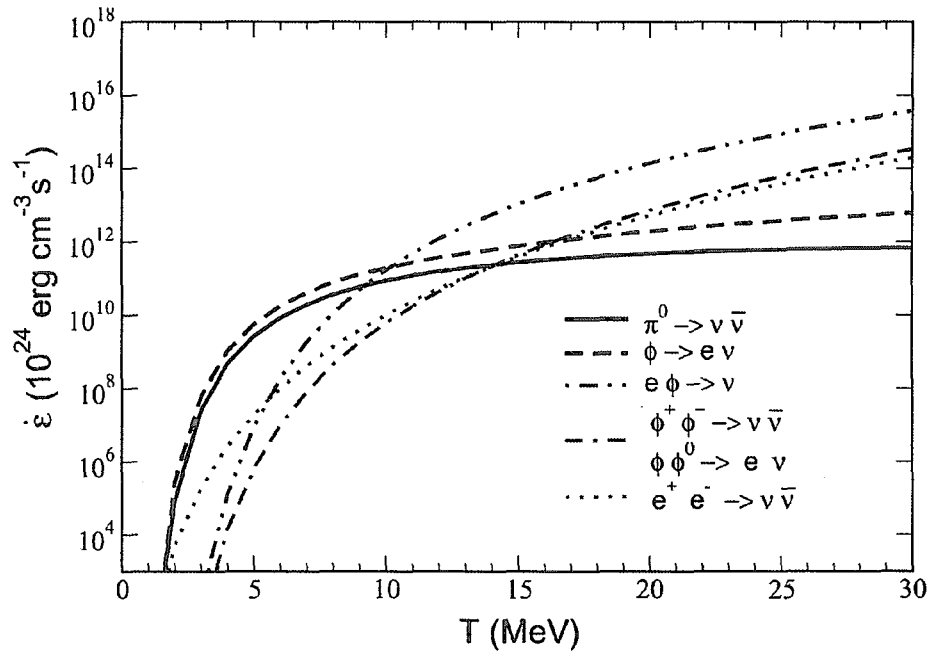


Figure 2: Rate of energy loss due to neutrino emitting reactions

lack of Lorentz invariance, the decay of finite momentum pions and kaons is not suppressed by the electron mass. Thus even the process such as $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ could happen.

Decay processes can occur only when the meson four momentum is time like. Thus, the one body decay of H boson is forbidden and only low momentum pions and kaons can participate in the decay process. This accounts for the saturation of the one body decay contribution to the emissivity with increasing temperature seen in Figure 2. At high temperature, processes involving two mesons in the initial states become important. This is because these processes do not have momentum threshold unlike those of one body decays.

4 Conclusions

We have shown that novel processes in which mesons are either emitted or absorbed from neutrinos occur in the CFL plasma and contribute to neutrino opacity. Absorption of thermal, massless H bosons is the dominant reaction contributing to the opacity for temperatures in the range $T = 1-30$ MeV. We find that the mean free path for thermal neutrinos at $T = 10$ MeV is of the order of 10 meters and at $T = 5$ MeV it is similar to 100 meters. In the table below we compare the neutrino mean free path in CFL matter with those in nuclear matter [11] and unpaired quark matter [12] under similar conditions.

phase	process	$\lambda(T=5 \text{ MeV})$	$\lambda(T=30 \text{ MeV})$
Nuclear Matter	$\nu n \rightarrow \nu n$	200 m	1 cm
	$\nu_e n \rightarrow e^- p$	2 m	4 cm
Unpaired Quarks	$\nu q \rightarrow \nu q$	350 m	1.6 m
	$\nu_e d \rightarrow e^- u$	120 m	4 m
CFL	λ_{3B}	100 m	70 cm
	$\nu\phi \rightarrow \nu\phi$	$\geq 10 \text{ km}$	4 m

The findings presented in the table indicate that neutrino mean free path in CFL matter is similar to or shorter than in unpaired quark matter for the whole temperature range. This surprising result arises solely due to the novel processes involving Cherenkov absorption and radiation of CFL Goldstone bosons. Despite the energy gap in the quark excitation spectrum the opacity remains large and there is no exponential suppression of neutrino cross section even at low temperature. This is in sharp contrast to earlier findings in the two flavor superconducting phase [13]. However, since we expect the specific heat of the CFL phase $C_V \sim T^3$ to be small compared to that of unpaired quark matter, the cooling rates could still differ and needs to be investigated. The early evolution of a newly born neutron star is, in general, a complex process which depends on several macroscopic ingredients and microscopic conditions. In order to gauge how color superconductivity in the neutron star core will impact observable aspects of early evolution the rates computed in this work as well as the thermodynamic properties of the CFL phase need to be included in detailed numerical simulations of core collapse supernova. This is the only reliable means to bridge the gap between theoretical expectation of color superconductivity and observable aspects of core collapse supernova.

References

- [1] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Phys. Lett. B422 (1998) 247.
- [2] R. Rapp, T. Schafer, E. Shuryak and M. Velkovsky, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 53.

- [3] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. **B537** (1999) 443.
- [4] For a review, see J. A. Pons et al., Astrophys. J. **513** (1999) 780.
- [5] D. K. Hong, M. Rho and I. Zahed, Phys. Lett. **B468** (1999) 261.
- [6] R. Casalbuoni and R. Gatto, Phys. Lett. **B464** (1999) 111.
- [7] D. Son and M. Stephanov, Phys. Rev. **D61** (2000) 074012;
Erratum, *ibid* **D62** (2000) 059902.
- [8] P. Bedaque and T. Schafer, Nucl. Phys. **A697** (2002) 802.
- [9] R. Casalbuoni, Z. Duan and F. Sannino, Phys. Rev. **D63** (2002) 054042.
- [10] S. Reddy, M. Sadzikowski and M. Tachibana, nucl-th/0203011.
- [11] S. Reddy, M. Prakash and J. M. Lattimer, Phys. Rev. **D58** (1998) 013009.
- [12] N. Iwamoto, Ann. Phys. **141** (1982) 1.
- [13] G. W. Cartor and S. Reddy, Phys. Rev. **D62** (2000) 103002.



18. 核物質の状態方程式と中性子星構造

The Equation of State of Nuclear Matter and the Neutron Star Structure

親松和浩（愛知淑徳大、理研）、飯田圭（理研）

K. Oyamatsu^{1,2)} and K. Iida²⁾

¹⁾ Department of Media Theories and Production, Aichi Shukutoku University

²⁾ RIKEN, The Institute of Physical and Chemical Research

We examine a relationship between the phenomenological equation of state of nuclear matter near normal nuclear density and the structure of neutron stars. We find that the neutron star mass at fixed central density is an increasing function of the symmetry energy density derivative coefficient L , and that L must be large enough to support a neutron star having the observed canonical mass (1.4 solar mass). This feature could provide a constraint on the L value, which would complement a possible constraint to be obtained from systematic measurements of radii of neutron-rich nuclei. We expect, on the other hand, that the L value, once determined experimentally, would enable us to describe more precisely the structure of neutron stars having low central densities (2-3 times the nuclear density).

1. まえおき

中性子星の構造は極めて中性子過剰な高密度核物質の状態方程式によって決定される。本研究では、原子核密度近傍の現象論的状态方程式を外挿するとどのような中性子星の構造を得られるのかを調べる。

核物質の状態方程式は、原子核のマクロな性質を支配する。陽子数と中性子数が等しい対称核物質については、安定核の質量と半径から経験的に飽和条件（飽和密度と飽和エネルギー）が決定されている。陽子数と中性子数が異なる非対称核物質についても、中性子過剰核の質量と半径を系統的に測定すれば飽和条件の導出が可能になると期待されている[1]。本研究は実験室の中性子過剰核と中性子星の構造の間の相関を、核物質の状態方程式を介して議論しようという試みである。

2. 現象論的な核物質の状態方程式

本研究では、中性子密度（陽子密度）が n_n (n_p) である一様核物質の状態方程式（エネルギー密度）の具体的な表式として

$$\varepsilon_0(n_n, n_p) = \frac{3}{5} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \left[\frac{\hbar^2}{2m_n} n_n^{5/3} + \frac{\hbar^2}{2m_p} n_p^{5/3} \right] + (1 - (1 - 2x)^2) v_s(n) + (1 - 2x)^2 v_n(n) \quad (1)$$

を用いる[1]。 m_n (m_p)は中性子 (陽子) の質量であり、 $x=n_p/(n_n+n_p)$, $n=n_n+n_p$ と書いた。右辺第1項は Fermi エネルギー、 $v_s(n)$, $v_n(n)$ はそれぞれ対称核物質($x=1/2$)、中性子物質($x=0$)のエネルギー密度であり

$$v_s(n) = a_1 n^2 + \frac{a_2 n^3}{1 + a_3 n}, \quad v_n(n) = b_1 n^2 + \frac{b_2 n^3}{1 + b_3 n} \quad (2)$$

という形を用いる。この関数形は Skyrme Hartree-Fock の Hamiltonian や相対論的平均場理論の Lagrangean から導き出される密度依存性とは異なるが、それらの両方を近似できる自由度を持っている。エネルギー密度 ε_0 は6つのパラメーター a_1 - a_3 , b_1 - b_3 を含むが、高密度での中性子物質の振る舞いを決めるパラメーター b_3 は $b_3=1.44$ (fm^3) に固定する。これは原子核密度近傍ではさほど強い制限ではない。採用した値は、 $\varepsilon_0(n_n, n_p)$ を Friedman の Pandharipande による中性子物質の非相対論的多体計算結果[2]を再現するように fit した時に得た値である[3]。これにより独立なパラメーターの個数は5つとなる。

原子核の質量と半径から得られる情報は、状態方程式の原子核密度近傍での振る舞いである。密度 n 、陽子混在度 x の核物質の核子当たりのエネルギーを $w(n, x)$ と書くと、原子核密度 $n=n_0$ 近傍の陽子中性子数がほぼ対称($x \approx 1/2$)のときは、

$$w(n, x) = w_0 + \frac{K_0}{18 n_0} (n - n_0)^2 + (1 - 2x)^2 \left[S_0 + \frac{L}{3 n_0} (n - n_0) \right] \quad (3)$$

と書け、5つのパラメーターを用いて近似できる。このうち3つは対称核物質($x=1/2$)に関するものである。

n_0 : 対称核物質の飽和密度 (原子核密度)

w_0 : 対称核物質の飽和エネルギー

K_0 : 対称核物質の非圧縮率

残りの2つのパラメーターは密度依存対称エネルギー $S(n)$ の原子核密度 n_0 での値と微係数に関する量であり、それらは

$$S_0 = S(n_0) \quad (4)$$

$$L = 3 n_0 \left. \frac{dS}{dn} \right|_{n=n_0} \quad (5)$$

で定義される。これら5つのパラメーターを使って状態方程式のモデル(1)のパラメーター a_1 - a_3 , b_1 - b_2 を解くことができる。そこで以下では、式(1)の具体形を使う場合も飽和条件の5つのパラメーターの値を使って議論を進めていく。

我々は非対称核物質の状態方程式を特徴付ける量として一定の陽子混在度 x をもつ非対称核物質の飽和条件に注目する[4]。非対称度($\alpha=1-2x$)があまり大きくなければ、飽和密度 $n_s(x)$ と飽和エネルギー $w_s(x)$ は上述の展開パラメーターを用いて

$$n_s(x) \approx n_0 \left[1 - \frac{3L}{K_0} (1-2x)^2 \right] \quad (6)$$

$$w_s(x) \approx w_0 + S_0 (1-2x)^2 \quad (7)$$

で与えられる。飽和点($n_s(x)$, $w_s(x)$)を結ぶ曲線を飽和曲線と呼ぶことにする。

我々は非対称核物質の飽和条件を制御する経験的なパラメーターとして $x=1/2$ での飽和曲線の傾きに利用することにした[4]。この傾きの値は、

$$y = -\frac{K_0 S_0}{3n_0 L} \quad (8)$$

で与えられる。この値は、よく用いられる現象論的相互作用の間で比べても桁違いに異なり、非対称核物質の状態方程式の違いを表す良いパラメーターとなっている。例えば Skyrme Hartree-Fock 計算で使われる SIII [5]では-2330 (MeV fm³)、相対論的平均場計算で使われる TM1 [6]では-215 (MeV fm³)である[1]。

3. 安定核から得られる飽和条件のパラメーターの経験値

我々は状態方程式の5つのパラメーターの値を、安定核の質量と半径の(N, Z)平面上での大局的な振る舞いを再現するように、マクロ原子核モデル計算を行って系統的に求めた[1]。モデル計算では式(1)に表面効果を与える項 $F_0 |\nabla n|^2$ (F_0 は定数)及び核子と電子の質量項を加えた局所エネルギー密度を用いた。ただし、非圧縮度 K_0 と飽和曲線の傾き y に関しては、安定核の質量や半径から決まるものでなく、かつ未だに実験評価値も定まっていないので、

$$180 \text{ (MeV)} \leq K_0 \leq 360 \text{ (MeV)}, -1800 \text{ (MeV fm}^3) \leq y \leq -200 \text{ (MeV fm}^3) \quad (9)$$

を現象論的に許される範囲と仮定し、(K_0, y)の値ごとに飽和条件のパラメーター(n_0, w_0, S_0, L)と F_0 の値を最小二乗法によって決めることにした。

我々は系統的に約200組の状態方程式のパラメーターの値を求め、以下のことが分かった。

w_0 の値はどの場合でもほとんど変わらない($w_0 \approx -16.1$ (MeV))

n_0 もほぼ一定だが K_0 に逆比例する依存性が見られる

対称エネルギーに関する S_0 と L の間には強い相関がある (図1)

状態方程式の不定性を(K_0, L)の範囲として表すことができる (図2)

図2の(K_0 , L)の範囲には、 K_0 が小さいほど L の値の範囲が狭くなる特徴がある。これは元の (y , K_0)の評価範囲(9)にパラメーター間の相関を反映させたものである。

こうして得た約 200 種の現象論的状態方程式のうち表1と図3に示す9つの場合 A~I を典型例として考える[1]。これらは現象論的に許される状態方程式の範囲をカバーし、相対論的 TM1 に良く似て中性子物質の状態方程式が非常に硬い場合 (図3上段の真ん中や右) や、非相対論的な SIII のように中性子物質の状態方程式が非常に柔らかい場合 (図3下段右) を含む。

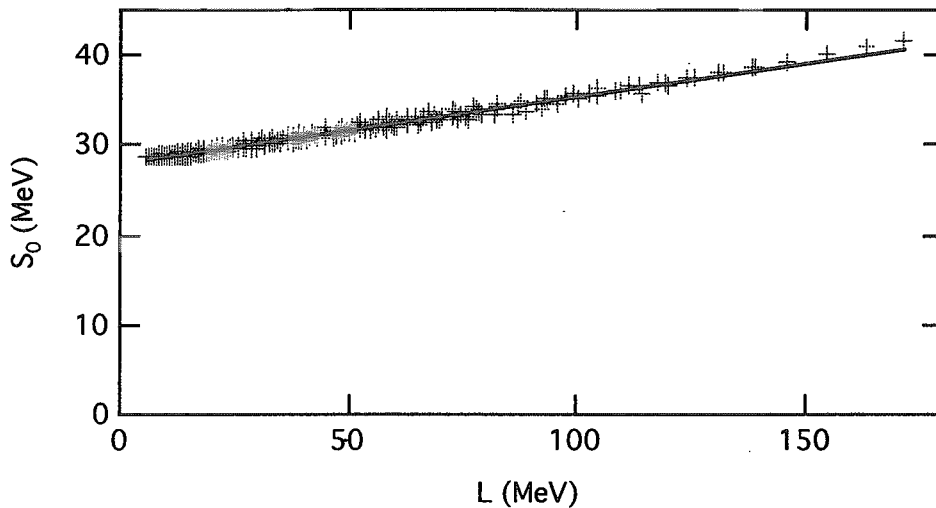


図1. 対称エネルギーのパラメーター S_0 と L の相関。

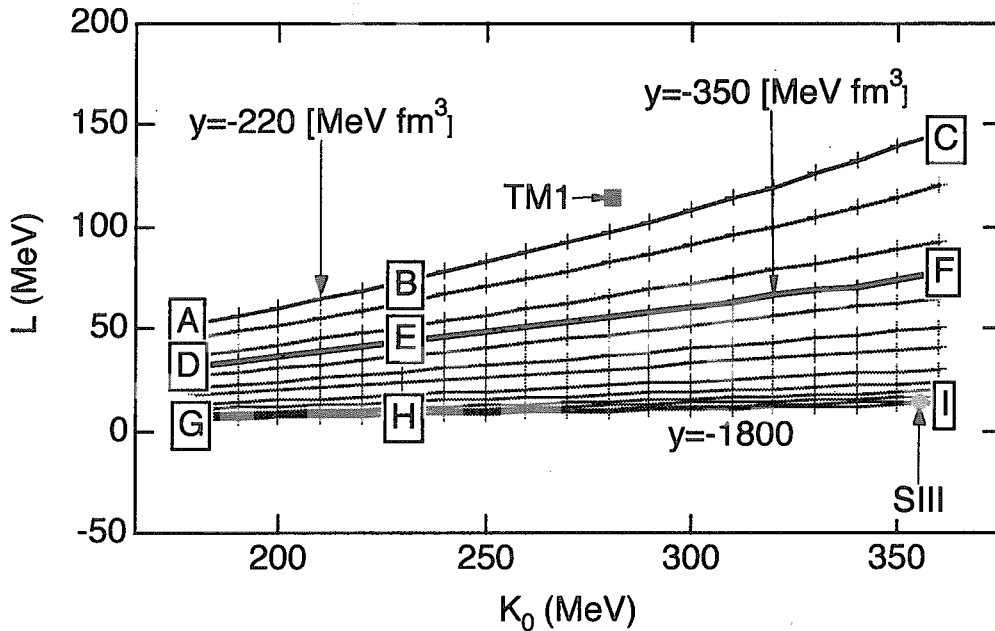


図2. K_0 と L の値の範囲。

表 1. 典型的な 9 つの状態方程式 A-I. 括弧内は L の値 (MeV).

	$K_0=180$ (MeV)	$K_0=230$ (MeV)	$K_0=360$ (MeV)
$y=-220$ (MeV \cdot fm 3)	A (52)	B (73)	C (146)
$y=-350$ (MeV \cdot fm 3)	D (31)	E (43)	F (76)
$y=-1800$ (MeV \cdot fm 3)	G (6)	H (8)	I (13)

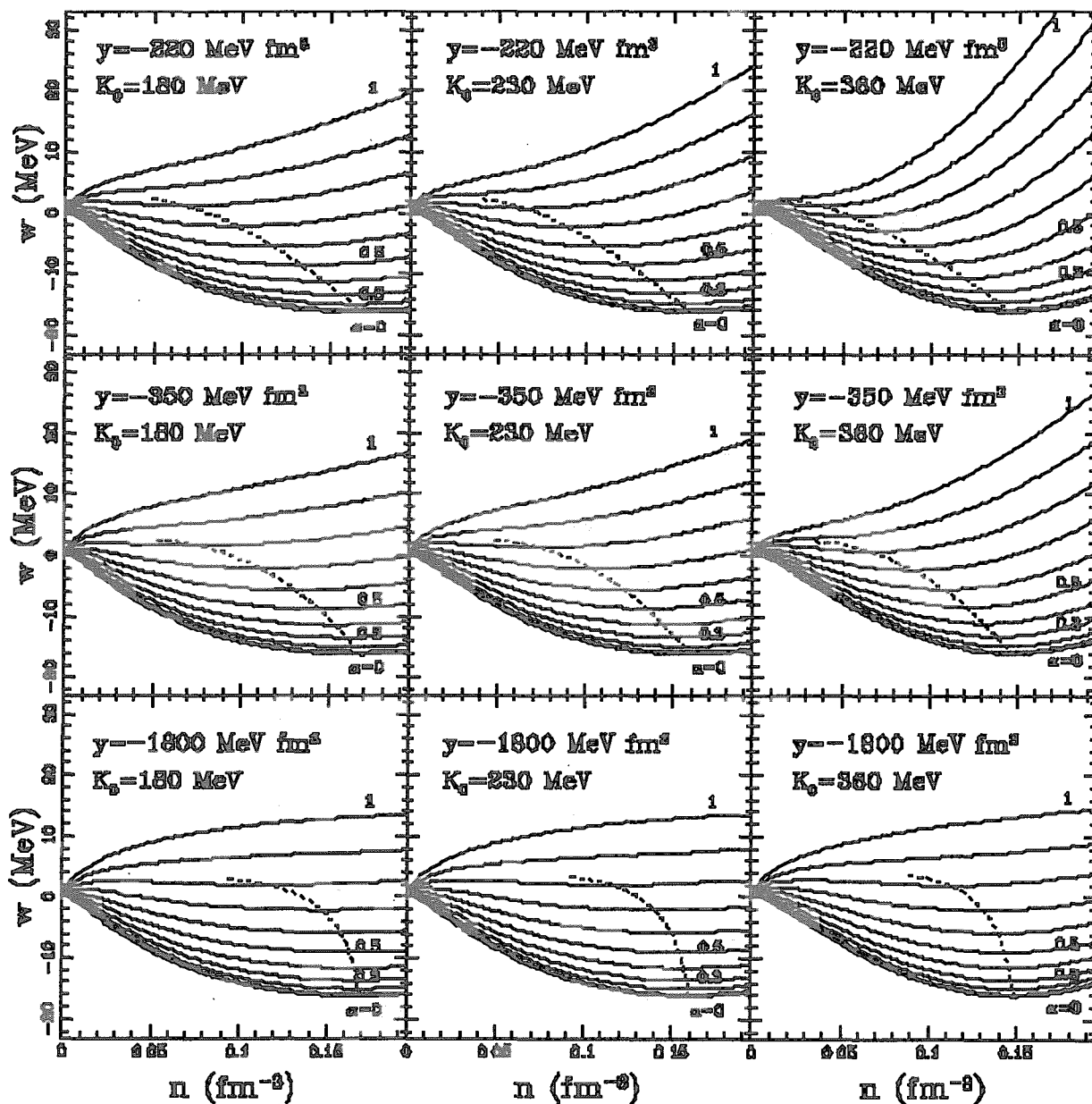


図 3. 典型的な 9 つの状態方程式。上段左から右に表 1 の A, B, C に、中段は D, E, F に、下段 G, H, I にそれぞれ対応する。

我々は以前の研究で、中性子過剰核の半径に L の依存性があることを示し、多数の中性子過剰核の半径を系統的に測定することによって L の値を導出できると論じてきた[1]。表1と図3では L の大きさの順番が

$$G < H < I < D < E < A < B < F < C$$

となっている。

4. 中性子星物質の状態方程式と星の構造

中性子星物質は、温度に比べて密度が非常に高いので、良い近似で基底状態にあるとして良い。本研究では、核密度近傍からの外挿がどの程度の予言力を持つかを吟味する。物質は陽子、中性子と電子だけからなると仮定する。

中性子星の密度分布は非常にシャープな表面を持つため、星の構造は中心のコア部分($\rho \geq 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$)の物質の状態方程式(密度 ρ と圧力 P の関係)でほぼ決定される。コアの物質は荷電的に中性で一様であり、物質密度は、

$$\rho = \varepsilon_0(n, x) + \tau_e(nx) + m_n c^2 n(1-x) + m_p c^2 nx \quad (10)$$

で与えられる。右辺第2項 τ_e は電子のエネルギー密度であり、相対論的な Fermi gas のエネルギーで近似できる。物質の組成(陽子混在度 x) は β 平衡条件

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_n = 0 \quad (11)$$

で決定される。圧力は熱力学的関係式から

$$P = \rho - n \frac{\partial \rho}{\partial n} \quad (12)$$

と書くことができる。なお、星の表面のクラスト部分には原子核が存在するが、クラスト構造の詳細は星の質量には影響しない。本研究では2節の現象論的状态方程式を用いたマクロモデル計算によってクラストでの圧力を求めている。

図4には中性子星物質の状態方程式 $P(\rho)$ を示す。核密度での中性子物質の圧力がほぼ L に比例するのを反映して、原子核密度の4倍以下の密度 ρ では、圧力 $P(\rho)$ がほぼ L に比例する(図4)。また L の値が小さい $y = -1800$ (MeV) の場合には圧力 P が極端に小さく、G, H の場合には原子核密度 ρ_0 を越えたところで圧力が負になり中性子星を作ることができない。

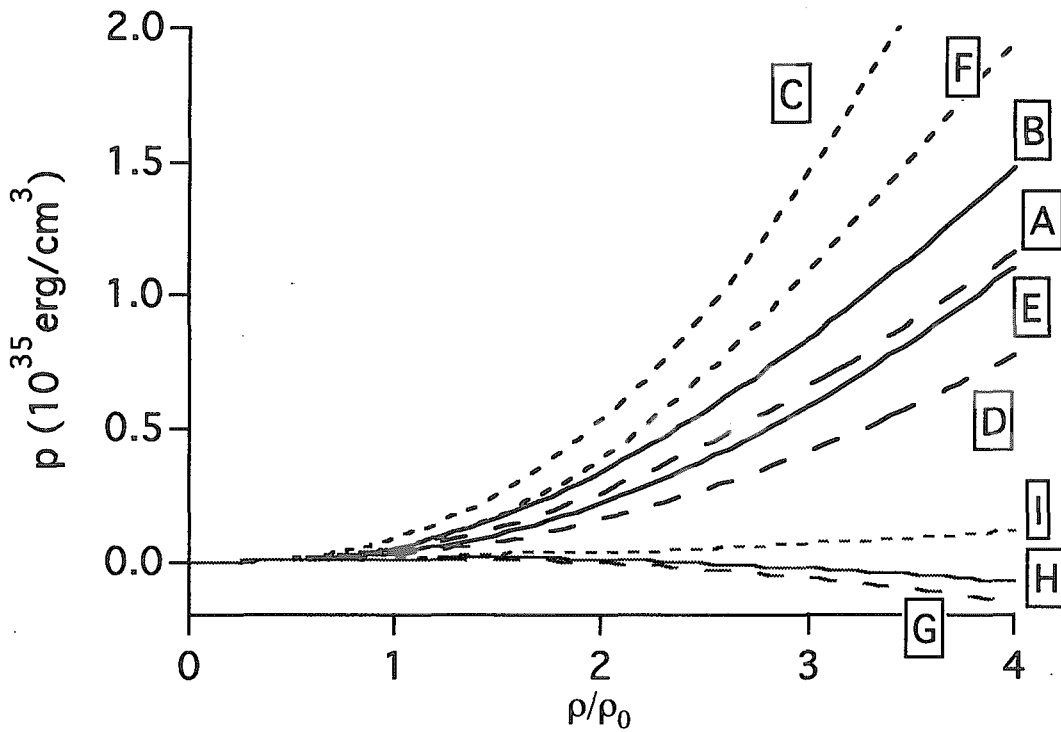


図4. 中性子星物質の状態方程式 $P(\rho)$ 。 ρ_0 は原子核密度を示す。

中性子星の構造は以下の TOV 方程式を解いて得られる。

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{\rho m \left[1 + P / (\rho c^2) \right] \left[1 + 4\pi r^3 P / (m c^2) \right]}{r^2 \left[1 - 2G m / (r c^2) \right]} \quad (13)$$

$$m(r) = 4\pi \int_0^r dr r^2 \rho(r) \quad (14)$$

ここで、 G は重力定数、 r は中心からの距離、 $m(r)$ は半径 r より内側にある質量である。中性子星の半径を R とかくと星の重力質量は $M=m(R)$ で与えられる。

図5に9つの状態方程式で計算した中性子星の重力質量を中心密度の関数として示す。大きな L の場合ほどより重い質量を支えられることが分かる。図4の圧力の図と同様に、中心密度が同じ場合にはほぼ L の増加関数となっている。

定量的には $2 \sim 3 \rho_0$ 程度の場合までは今回のモデル計算で議論することも可能だろう。これは、中性子星の半径と質量の関係が観測的に得られれば L の値を制限する可能性が開かれることを意味する。ただし、現在のところ中性子星の質量と半径を同時に良い精度で決定することは困難である。特に半径が難しい。それでも、太陽質量の 1.4 倍の中性子星が存在することが分かっているので、I の場合のように極

端に小さな L の場合は排除するのが自然であり、弱いながらもある程度の制限を与える。最大質量を与える中心密度を議論することは難しい。 $3\rho_0$ を超える中心密度では、ハイペロンの自由度や中間子凝縮等の効果を考慮すべきで外挿の信頼度はあまり高くないからである。

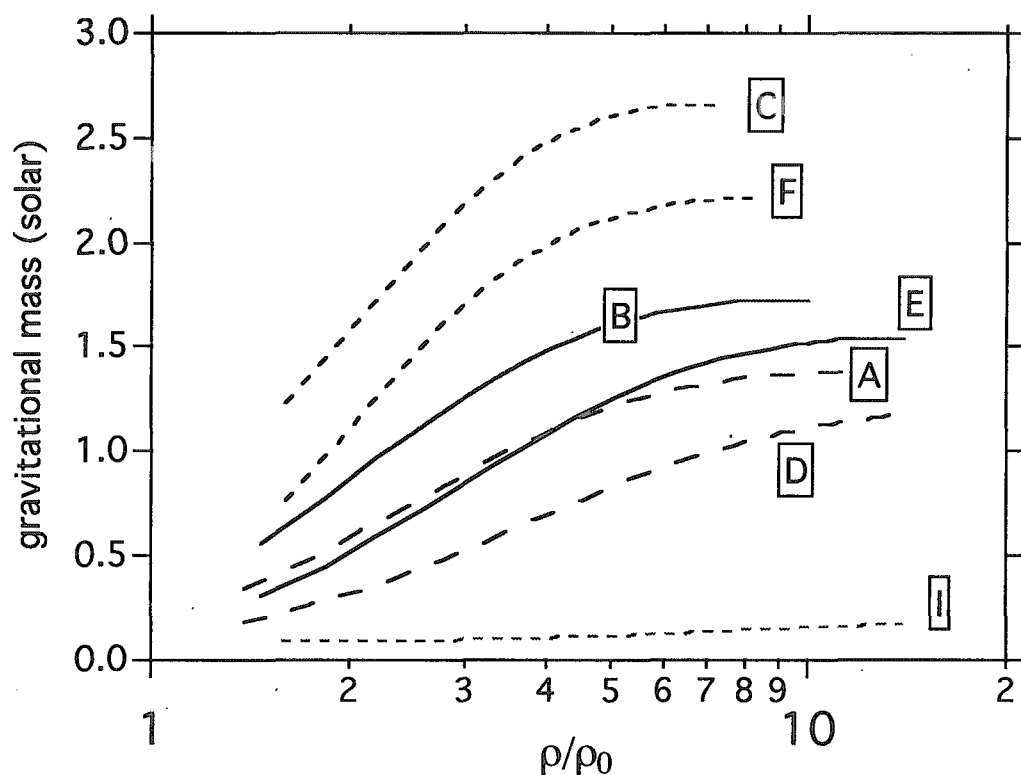


図5. 中性子星の重力質量。 ρ_0 は原子核密度を示す。

5. まとめ

中性子過剰な核子系として実験室で実現できるのが中性子過剰核であるが、本研究では遥か彼方の天体として存在する中性子星の質量について検討した。これら2つの系のサイズは桁違いに異なるが、いずれの場合も核物質の状態方程式がマクロな性質を決める。本研究では中性子星の質量も中性子過剰核の半径と同様、対称エネルギーの密度微分係数 L に依存することを示した。現象論的な状態方程式では最大質量を与える場合のように中心密度がかなり高い場合には定量的議論をすることができないものの、 L の値が極端に小さい状態方程式は中性子星を支えられず、ある程度の制限がつけられることが分かった。したがって L の値の導出には、中性子過剰核の半径の系統的な測定だけでなく、中性子星を支える条件もある程度役立ち

そうである。また、中性子星の質量と半径の同時決定が観測的に可能になれば、中心密度が $2\rho_0$ 程度の星の構造から L の値を決められるかもしれない。いずれにしても L の値が決定されれば、中心密度が低い中性子星については構造をかなりの確かさで記述できるようになるのである。

[1] K. Oyamatsu and K. Iida, Prog. Theor. Phys. **109**, 631-650, 2003.

[2] B. Friedman and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A361**(1981), 502.

[3] K. Oyamatsu, Nucl. Phys. **A561** (1993) 431.

[4] K. Oyamatsu, I. Tanihata, Y. Sugahara, K. Sumiyoshi, H. Toki, Nucl. Phys. **A634** (1998) 3.

[5] M. Beiner, H. Flocard, Nguyen Van Giai and P. Quentin, Nucl. Phys. **A238** (1975) 29.

[6] Y. Sugahara and H. Toki, Nucl. Phys. **A579** (1994) 557.



19. ストレンジレットにおけるカイラル対称性の自発的破れ

安井 繁宏、桐山 治、保坂 淳

大阪大学核物理研究センター

概要

ストレンジレットは安定に存在可能なクォークの多体系である。宇宙線の中にストレンジレットが観測される可能性があり、クォーク物質の理論的成果と観測データを比較できることが期待される。ストレンジレットの安定性について、低エネルギーのクォーク物理において重要な役割を果たすカイラル対称性の自発的破れの観点から議論する。

Strangelets are many-body systems of quarks which are possible to exist stably. There are possibilities that strangelets are detected in cosmic rays and we can expect to be able to compare observed data with theoretical results about strangelets. We discuss stability of strangelets from the view of chiral symmetry breaking which plays an important role in low energy quark physics.

1 イントロダクション

物質を構成するもっとも基本的な粒子がクォークであることが明らかにされた現在、クォークの凝縮体であるクォーク物質についての議論が行われてきている。クォーク物質においては従来の凝縮系ではみられない多様な凝縮相（カイラル凝縮、カラー超伝導; 2CS, CFL）が議論され、新しい物質観の形成をうながしている。クォーク物質は、最近話題となっているクォーク星や中性子星の内部、初期宇宙、または重イオン衝突実験のなかで発見される可能性が高まっており、クォーク物質の理論的解明が求められている。しかし、これらの観測データと理論的結果を直接比較することは非常に困難である。この直接比較を可能にするのがストレンジレットである。

一般的に、s クォークを含んだストレンジ物質は u, d クォーク物質よりも自由度が大きいため、ストレンジ物質は u, d クォーク物質よりも安定であると考えられている。[1], [2] 有限体積系のクォーク物質についても、s クォークを含んでいる方が安定であるという議論が従来よりなされてきた。このように s クォークを含む有限体積のクォーク物質はストレンジレットと呼ばれる。

ストレンジレットが無限体積系のクォーク物質と異なるユニークな点は、無限体積系のクォーク物質が安定に存在するためにクォーク星や中性子星のように重力など QCD 以外の外場を必要とするのに対して、ストレンジレットは QCD のみで安定に存在することができる自己束縛系であるということである。これは、核力による自己束縛系である原子核と類似している。ただし、ストレンジレットも原子核もともに内部にクォークを含むという点では似通っているが、ストレンジレットの内部では原子核とは異なって、クォークはハドロン化されず、ほとんど自由な粒子状態にある。また、同じバリオン数 (核子数) をもつストレンジレットと原子核を比較すると、クォークの個数大きなストレンジレットは 1 バリオンあたりの質量が原子核よりも小さく、通常の原子核よりも安定に存在することができると考えられている。このとき安定性の鍵となるのは、ストレンジレットのエネルギー (静止質量) と Fe の原子核の質量の比較である。従来の研究よりストレンジレットの 1 バリオンあたりの質量が Fe の 1 核子あたりの質量よりも小さくなりうることから、ストレンジレットの原子核に対する安定性が指摘されてきた。

ストレンジレットを研究する重要性については次の 3 点にまとめられる。

1. <クォーク物質の理論値と観測値の直接比較> ストレンジレットは直接観測可能なクォーク物質であ

るため、クォーク物質について理論値と観測値を直接比較することが可能である。この点は理論を重視してきたクォーク物質の過去の研究ではなし得なかったことである。

2. <クォーク多体系の新しい基底状態の可能性> スtrenジレットが安定な状態が存在するならば、それは今まで知られていたハドロン、原子核、クォーク物質とは異なった、クォークの新しい存在形態である。また、クォーク多体系の基底状態について、原子核とは異なる状態の可能性を探ることができる。

3. <天体物理との密接な関連> スtrenジレットが宇宙線の中に観測されれば、初期宇宙や高密度天体の形成・衝突の情報を得ることができ、宇宙物理の分野に貢献することができる。実際、ストレンジレットは中性子星あるいはクォーク星の爆発・衝突に伴って生成されたか、あるいは初期宇宙においてクォーク物質がハドロン化するときに一次相転移をおこしてクォークガスとハドロンガスの混合状態になったときにできたクォークの塊が現在でも残存しているものと考えられている。その残存しているストレンジレットが宇宙線として地球に到達する可能性がある。実際に、宇宙線の中に質量の大きな粒子が発見されており、それがストレンジレットではないかという議論がなされている。

従来の研究では、ストレンジレットの内部ではクォークは比較的自由な状態にあると考え、QCD を摂動的に扱った One-Gluon Exchange によってクォーク間の相互作用をとりいれた議論がされてきた。また、ストレンジレットは無限体積系のクォーク物質と異なって有限多体系であるため、本来は N 体系の問題を解けばよいことになるが、これは実際的な方法ではない。そこで、ストレンジレットを有限の大きさの塊として存在するクォーク物質と考え、表面の効果を近似的に取り入れていく Multiple Reflection Expansion (MRE) という方法が用いられてきた。

ストレンジレットに関する今までの議論では、低エネルギー QCD の大きな特徴であるカイラル対称性の自発的破れに関する議論には焦点が当てられていなかった。そこで、我々のグループではクォークを記述する有効理論として NJL 模型に基づいてストレンジレットの議論を行う。NJL 模型は、ストレンジレットのような低エネルギーにおける QCD の重要な特徴であるカイラル対称性の自発的破れをよく記述する、取り扱いが簡単な有効理論として知られている。表面の効果は MRE により近似的に取り入れられる。このような方法により、ストレンジレットのエネルギー、およびストレンジレット中におけるカイラル対称性の自発的破れについて議論することが可能となる。

2 スtrenジレットの安定性

ストレンジレットの安定性に関する過去の研究では、MIT Bag 模型が N 体クォーク系に対して適用されて、議論が行われてきた。[2], [3] この方法によると、クォークガスを閉じこめる球状の Bag があると仮定し、その中ではクォークは自由粒子であるとする。また、クォークを閉じこめるために、Bag の表面を横切る流れは 0 とする。このような、境界条件のもとで得られるエネルギー準位を下からクォークが占有する。バリオン数 A のストレンジレットは 3A 個のクォークを含む。u, d, s クォークの割合は β 平衡から求められる。この β 平衡は、u, d, s クォーク個数の割合について変分をとることによって得られる。また、宇宙線のなかの現実的なストレンジ物質を考えているため、u, d クォークのカレント質量を 0、s クォークのカレント質量 $m_s^0 = 150 \text{ MeV}$ とした。このようにして得られた結果を図 1 に示す。この結果より、第 1 に s クォークが有限のカレント質量をもつにも関わらず、u, d クォークしかない場合よりも、s クォークを含む方が安定であることがわかる。これは、u, d クォークのフェルミエネルギーが s クォークのカレント質量よりも大きいとき、弱い相互作用を通して s クォークに変わるほうがエネルギー的に有利だからである。ただし、s クォークのカレント質量が非常に大きいとき、u, d クォークから s クォークに変わるとエネルギーを損するので、s クォークは生成されない。第 2 に、我々が興味をもつのは、あるバリオン数 A をもつストレンジレットに 1 バリオンあたりの質量である。通常クォークの有限多体系は、クォーク 3 個で構成されたバリオン (核子) の集合体である原子核として存在している。同じバリオン数に対して、原子核の質量とストレンジレットの質量を比較した場合、ストレンジレットの質量が原子核よりも小さいと

き、ストレンジレットは原子核よりも安定であると考え。実際に図1より、バリオン数が大きくなると、ストレンジレットの1バリオンあたりの質量が原子核における1核子あたりの質量よりも小さくなり、ストレンジレットが基底状態として存在可能であることがわかる。ここで、グラフに振動が生じているのは、shell効果によるものである。しかし、我々の議論ではストレンジレットの大域的な構造に焦点をあてているので、shell効果は本質的ではない。

ところで、バリオン数 A が大きいとき、求めなければならないエネルギー準位の数が増大によって、計算が困難となる。そこで、大きなバリオン数をもつストレンジレットを bulk なクォーク物質の有限体積の塊と考え、表面の効果を近似的に取り入れていくことを考える。このような方法は Multiple Reflection Expansion (MRE) によって可能となる。MREでは、ストレンジレットが第0近似として bulk (無限系で表面の効果は完全でない系) とし、運動量空間の粒子密度分布関数は均一であるとする。1近の似として表面の効果を、2次の近似として曲率の効果を、運動量空間の粒子密度分布関数に取り入れていく。実際には、エネルギー密度やクォーク数密度は次のようになる。

$$\epsilon = \sum_{f=u,d,s} \nu \int \sqrt{p^2 + m_f^2} \rho(p, m_f, R) \frac{p^2 dp}{2\pi^2} + B$$

$$n = \sum_{f=u,d,s} \nu \int \sqrt{p^2 + m_f^2} \rho(p, m_f, R) \frac{p^2 dp}{2\pi^2}$$

ただし、 ν は各フレーバーの縮態度 (カラーの自由度 $3 \times$ スピンの自由度 2) である。また、 B は Bag 定数であり、 $B^{1/4} = 150 \text{ MeV}$ である。運動量の積分中の $\rho(p, m, R)$ が表面の効果を取り入れる項である。具体的な関数の形は、

$$\rho(p, m, R) = 1 + \frac{6\pi}{pR} f_S(p/m) + \frac{12\pi^2}{(pR)^2} f_C(p/m)$$

$$f_S(x) = -\frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan x \right)$$

$$f_C(x) = \frac{1}{12\pi^2} \left[1 - \frac{3x}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x \right) \right]$$

である。この方法では、運動量積分に補正項を加えるだけなので、無限体積系での手法を用いることができる。MIT Bag 模型を厳密に解いたものと、bulk な系に表面の効果を近似的に取り入れたものが図1において比較されている。この比較より、バリオン数 A が大きいとき、両者の結果はよく一致することがわかる。したがって、 $A \simeq 10$ 以上の大きなバリオン数をもつストレンジレットについては、MREによる近似が有効である。

以上の議論では、ストレンジレットの内部ではクォークは自由な状態であると考えた。クォーク間の相互作用を取り入れるために、One-Gluon Exchange によって QCD の摂動効果を取り込んだ議論もある。[2]

3 ストレンジレットにおけるカイラル対称性の自発的破れ

ストレンジレットに関する現在までの議論では、低エネルギー QCD の大きな特徴であるカイラル対称性の自発的破れに関する議論には焦点が当てられていなかった。ストレンジレットの安定性を原子核と比較するような低エネルギーを考えるためには、カイラル対称性の破れについても考慮しなければならない。u, d クォーク droplet については研究されているが、s クォークも含んだ議論はなされていなかった。そこで、我々のグループでは u, d, s クォークを記述する有効理論として $U(3)_L \times U(3)_R$ の対称性を有する NJL 模型

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m_0)\psi + G \sum_{a=0}^8 [(\bar{\psi}\lambda^a\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\lambda^a\psi)^2]$$

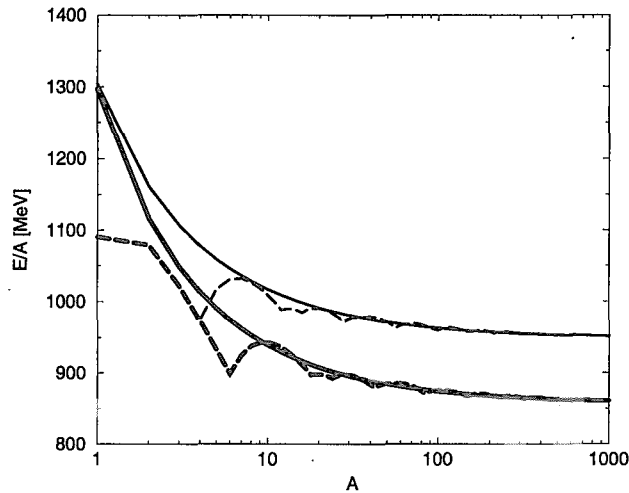


図 1: 点線は MIT Bag 模型を厳密に解いたもの、実線は MRE による。細線は u, d クォークのみのクォーク droplet で、太線は s クォークも含むストレンジレットである。

に基づいてストレンジレットの安定性についての議論を行う。NJL 模型は、低エネルギーにおける QCD の重要な特徴であるカイラル対称性の自発的破れをよく記述し、取り扱いが簡単な有効理論として知られている。[4] しかし、NJL 相互作用では、N 体系の束縛状態を実際に構成することは困難であり、また NJL 模型はクォークを閉じこめることができない。この点を考慮し、NJL 模型ではとらえきることができない QCD の閉じこめの機構によりクォークが有限空間の内部に閉じこめられているとする。表面の効果は、ストレンジレットの大きさが比較的大きいと仮定し、上で述べた MRE により近似的に取り入れられる。MRE による近似を用いることにより、無限体積系のクォーク物質の結果に補正を加えることにより、ストレンジレットのような有限体積系についてもカイラル対称性の破れについて議論をすることができる。NJL 相互作用を 2-loop まで展開した熱力学ポテンシャルは、MRE による補正を加えると、

$$\omega(m_u, m_d, m_s, R) = \sum_{f=u,d,s} \left[\frac{(m_f - m_f^0)^2}{4G} - \nu \int_{p_F^f}^{\Lambda} \sqrt{p^2 + m_f^2} \rho(p, m_f, R) \frac{p^2 dp}{2\pi^2} \right] \quad (1)$$

である。ここで、 m_f^0 はフレーバー f の current 質量である。また、 $\Lambda = 600 \text{ MeV}$ 、 $GA^2 = 4.249$ である。 p_F^f はフレーバー f のフェルミ運動量であり、フレーバー f について与えられた粒子数 N_f に対して、

$$\nu \int_0^{p_F^f} \rho(p, m_f, R) \frac{p^2 dp}{2\pi^2} = N_f / V \quad (2)$$

より求められる。 V はストレンジレットの体積 ($4\pi R^3/3$) である。ストレンジレットのエネルギー密度 ϵ は bulk な系の真空の熱力学ポテンシャル ω_0 を基準として与えられる。

$$\epsilon = \omega(m_u, m_d, m_s, R) - \omega_0 \quad (3)$$

ストレンジレットにおけるそれぞれのフレーバーの質量は、MRE の補正を受けた熱力学ポテンシャルを変分することによって得られる。また、ストレンジレットの半径は、ストレンジレットの全エネルギー ϵV を R についての変分により求められる。

具体的には、次のように考える。ストレンジレットのバリオン数が A であるとする。1 バリオンあたりに 3 個のクォークが含まれているので、このストレンジレットの中のクォークは $3A$ 個である。いま、フ

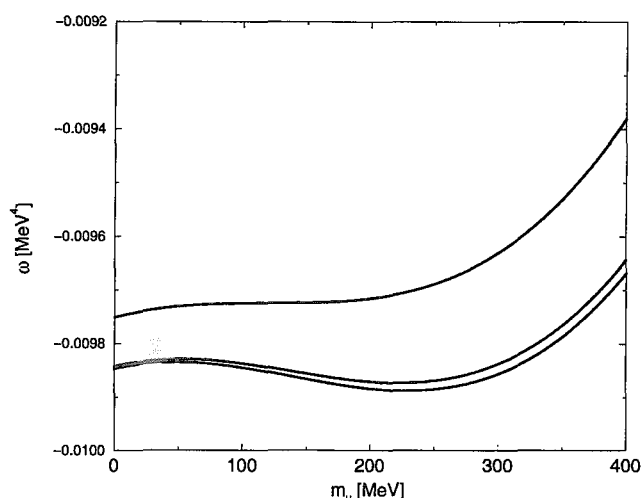


図 2: ストレンジレットの半径は $R=30\text{fm}$ とする。下から、 $N_u=10, 100, 1000$ である。

レーパーは u, d, s の個数を N_u, N_d, N_s とすると、 $N_u + N_d + N_s = 3A$ を満たしている。半径 R のストレレンジレットについて N_u, N_d, N_s が与えられると、式 (2) より各フレーバー f のフェルミ運動量 $p_F^f(m_f, R)$ が求められる。このとき、 p_F^f は系の半径のみならず、各フレーバーの質量にも依存することに注意する。このフェルミ運動量を熱力学ポテンシャル (1) に代入し、変分によって各フレーバーの質量が求められる。図 2 に、 u クォークについて熱力学ポテンシャルを質量の関数としてプロットした。図 2 より、半径の変化 (すまわちクォーク数密度) に対して質量は 1 次の相転移を示すことがわかる。質量を半径の関数としてプロットしたものが図 3 の左である。この図より、半径の小さなストレレンジレットについてはカイラル対称性は回復する方向に向かっており、半径が大きくなるとは破れている。次に、ストレレンジレットの全エネルギー $E = \epsilon V$ (V はストレレンジレットの体積; $V = 4\pi R^3/3$) を半径 R の関数としてプロットすると、図 3 の右を得る。ストレレンジレットの半径は E/A の最小点である。この図より、 u クォーク、 s クォークについてクォーク数が大きくなると、エネルギーが下がっていくことがわかる。

図 2 に関して、半径を $R=30\text{fm}$ に固定しているので、 $N_u=10, 100, 1000$ とすることは、密度を上げていくことに相当する。 $N_u=10$ のとき、 $m_u=228\text{MeV}$ であり、カイラル対称性は破れている。クォークの数を増やして、 $N_u=100$ とすると、最小点が $m_u=0$ と 222MeV の 2 点が現れる。さらに増やして $N_u=1000$ のとき、 $m_u=0\text{MeV}$ が最小となり、カイラル対称性が回復する。 $N_u=100$ で 2 つの最小点が存在し、 m_u が有限の値から 0 に飛び移るので 1 次の相転移である。

図 3 の右より、ストレレンジレットの 1 バリオンあたりのエネルギーとストレレンジレットの大きさ (半径) の関係を理解することができる。また、図 3 の左より、それぞれの半径のときに、カイラル対称性が破れているかを見ることができる。実際、図 3 の右より、 u クォークについては (細線)、クォーク数が $N_u=30, 300, 3000$ のとき、ストレレンジレットの半径は $R=2.6, 6.0, 13.0\text{fm}$ である。そして、図 3 の左より、それぞれの半径に対して、 u クォークの質量は 0 であることがわかる。すなわち、 u クォークのみを含むクォーク droplet において、カイラル対称性は回復している。次に、 s クォークについて、図 3 の右より、 s クォークの数が $N_s=300, 3000$ のとき、ストレレンジレットの半径は $R=3, 7\text{fm}$ であり、それぞれについて図 3 の左より、 s クォークの質量は 150MeV である。すなわち、 s クォークのみを含むストレレンジレットについて、カイラル対称性は回復している方向に向かっていることがわかる。

次に、 u, d, s クォークが混在しているとき、ストレレンジレットのエネルギーや半径を求める必要があるが、これは現在進行中である。

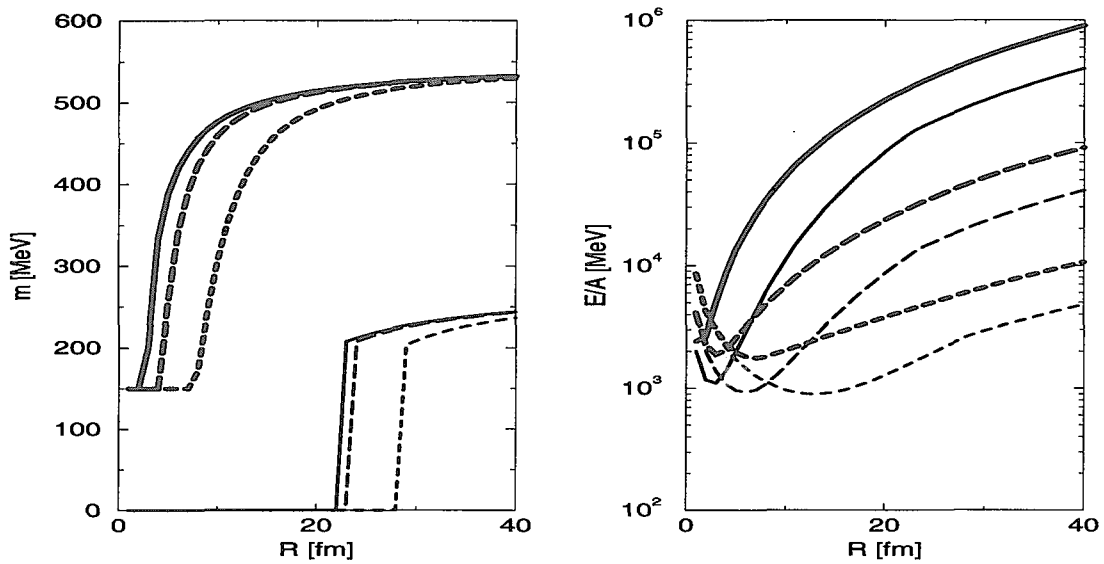


図 3: 細線は u クォークで、太線は s クォークある。実線、長点線、短点線は $N_u, N_s = 30, 300, 3000$ である。

4 まとめ

ストレンジレットは宇宙線の中に観測できると期待され、それが実際に観測されるとクォーク物質の理論的成果を観測データと直接比較することが可能となる。この目的のため、ストレンジレットの安定性について議論した。また、低エネルギーのクォーク物理で重要な役割を演じるカイラル対称性の破れを考慮に入れて、ストレンジレットの安定性について議論を行った。そして、今までのストレンジレットの議論では、高密度クォーク物質の大きな特徴であるカラー超伝導に関する議論も十分になされていないという点に着目し、NJL 模型にもとづいてストレンジレットにおけるカラー超伝導の研究が現在進行中である。

参考文献

- [1] E. Witten, Phys. Rev. **D 30**, 272 (1984).
- [2] E. Fahri and R. L. Jaffe, Phys. Rev. **D 30**, 2379 (1984).
- [3] J. Madsen, Phys. Rev. Lett. **70**, 391 (1993); Phys. Rev. **D 47**, 5156 (1993); **D 50**, 3328 (1994),
- [4] U. Vogl and W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 91 (1991); S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64**, 649 (1992); T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247**, 241, (1994).
- [5] M. Buballa, Nucl. Phys. **A 611**, 393 (1996).



20. 有限温度密度 QCD における階層的カイラル相転移

渡邊吉喜, 福嶋健二, 初田哲男

東京大学大学院 理学系研究科

Hierarchical Chiral Phase Transition in Hot and Dense QCD

Y. Watanabe, K. Fukushima, T. Hatsuda

Department of Physics, University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan

概要

We propose new order parameters of the chiral phase transition. An example in QCD with one massless flavor is $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle$ with $\sigma \sim \bar{q}q$ and $\pi \sim \bar{q}i\gamma_5 q$. It has a discrete symmetry Z_2 unlike the case of the standard order parameter $\langle \sigma \rangle$. To study its relevance to the QCD phase diagram at finite temperature and density, we adopt a three-dimensional effective Φ^6 theory and evaluate the CJT effective potential for $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle$. We found a non-trivial meta-stable state ($\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle \neq 0$ with $\langle \sigma \rangle = 0$) around the QCD tricritical point. This state is induced by the Fock term of the CJT potential.

1 序

量子色力学 (QCD)[1] において、低温低密度で自発的に破れているカイラル対称性は、高温/高密度において相転移を起こし回復すると考えられている。その相転移は秩序変数により記述される。このとき秩序変数は相の対称性と密接に関係している。

従来、カイラル相転移に対しては秩序変数としてクォークと反クォークの凝縮 $\langle \bar{q}q \rangle$ が考えられてきた。しかし、 $\langle \bar{q}q \rangle$ が唯一の秩序変数であり他の量が秩序変数とは成り得ないという確かな理由はない。実際 $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle$ などともカイラル対称性を破っている。

そこで本論では $\langle \bar{q}q \rangle$ 以外の秩序変数の可能性を考察していく。

2 秩序変数

フレーバー数 $N_f = 1$ の場合を本論では考える。このときカイラル対称性は $\bar{q}q$ と $\bar{q}i\gamma_5 q$ の間の対称性である。

具体的に $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle$ 、 $\langle (\bar{q}i\gamma_5 q)^2 \rangle$ を右手成分と左手成分に分解して書くと、

$$\langle (\bar{q}q)^2 \rangle = \langle (\bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L)^2 \rangle = \langle (\bar{q}_L q_R)^2 \rangle + 2\langle \bar{q}_L q_R \bar{q}_R q_L \rangle + \langle (\bar{q}_R q_L)^2 \rangle \quad (1)$$

$$\langle (\bar{q}i\gamma_5 q)^2 \rangle = -\langle (\bar{q}_L q_R - \bar{q}_R q_L)^2 \rangle = -\langle (\bar{q}_L q_R)^2 \rangle + 2\langle \bar{q}_L q_R \bar{q}_R q_L \rangle - \langle (\bar{q}_R q_L)^2 \rangle \quad (2)$$

となる。 $\langle (\bar{q}_L q_R)^2 \rangle$ は右手成分と左手成分の相関を表しており、カイラル凝縮があるときのみ値をもつ。ここで、カイラル凝縮とは、真空がクォークの右手成分と左手成分の凝縮体となっていることをいう。 $\langle (\bar{q}_L q_R)^2 \rangle$ は $\bar{q}_L q_R$ が凝縮しているときには当然、値を持つが、 $\langle \bar{q}_L q_R \rangle$ が零であっても、高次の凝縮 $\langle (\bar{q}_L q_R)^2 \rangle$ があるときには値をもつことができる。

一方、 $\langle \bar{q}_L q_R \bar{q}_R q_L \rangle$ からの寄与のうち、 $\langle \bar{q}_L q_L \rangle \langle \bar{q}_R q_R \rangle$ の部分はカイラル凝縮がないときにも値を持つ。これは熱揺らぎの寄与であって、高温で値が大きくなる。そのため $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle$ 自身を秩序変数として用いることはできない。しかし、 $\langle \bar{q}i\gamma_5 q \rangle^2$ は高温における熱ゆらぎの寄与が $\langle \bar{q}q \rangle^2$ と同じであるから、2つの差を取ることで $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle - \langle \bar{q}i\gamma_5 q \rangle^2$ は、高温でのカイラル対称性が回復した相で期待値が0となる。

この量が有限の値をもつことはカイラル対称性が破れていることを意味し、 $N_f = 1$ に対応するカイラルスペース $O(2)$ 空間で、 $\bar{q}q$ と $\bar{q}i\gamma_5 q$ の方向によって揺らぎの大きさが異なる状態が実現されていることになる。通常考えられているカイラル対称性の破れとは $\langle \bar{q}q \rangle \neq 0$ であるが、原理的には $\langle \bar{q}q \rangle = 0$ であっても $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle \neq \langle \bar{q}i\gamma_5 q \rangle^2$ のような揺らぎの差によってカイラル対称性が破れている状況があり得る。

本論では $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle - \langle \bar{q}i\gamma_5 q \rangle^2$ が秩序変数となる可能性を考察する。

以後は $\sigma \sim \bar{q}q$, $\pi \sim \bar{q}i\gamma_5 q$ の対応によってカイラル対称性をメソン (σ, π) によって記述する。

3 対称性の自発的破れ

σ 方向のゆらぎと π 方向のゆらぎが異なる状態 $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle \neq 0$ は、対称性の自発的破れにおいて基本的な定理である南部-Goldstone 定理からも自然に理解することが出来る。まずは、南部-Goldstone 定理を以下に述べる。

[定理]

大局的で連続的な対称性が自発的に破れる場合、破れた対称性の自由度にそれぞれ対応して零質量の粒子が存在し、破れた対称性のカレント j_μ と結合する [2]。

[条件]

- 1) 理論は、並進不変性と明白なローレンツ共変性を持つ。
- 2) 保存するベクターカレント j_μ が存在し、 $\partial^\mu j_\mu = 0$ を満たす。
- 3) あるスカラーの演算子 $\mathcal{O}(x)$ が存在し、 $\langle 0|[iQ, \mathcal{O}(x)]|0 \rangle = \langle 0|\delta\mathcal{O}(x)|0 \rangle \neq 0$ を満たす。 Q は対称性の微小変換の生成子である。

条件3) は、対称性の自発的破れの正確な定義であり、

$$\begin{aligned} \langle 0|\delta\mathcal{O}(0)|0 \rangle &= 0 && \text{Wigner 相 (対称相)} \\ \langle 0|\delta\mathcal{O}(0)|0 \rangle &\neq 0 && \text{南部 - Goldstone 相 (SSB 相)}. \end{aligned} \quad (3)$$

によって $\langle 0|\delta\mathcal{O}|0 \rangle \neq 0$ が対称性の自発的破れの指標となる。

条件3)の $\langle 0|[iQ, \Phi(x)]|0\rangle = \langle 0|\delta\Phi(x)|0\rangle$ の関係を σ と π によって以下に示す。
 従来使われている秩序変数 $\langle\sigma\rangle$ による対称性の破れを Type I と呼ぶことにする。

Type I $\mathcal{O} = \pi$ と選ぶと、

$$[iQ_5, \pi] = \sigma \quad (4)$$

となり、 $\langle\sigma\rangle$ が秩序変数となる。

一方、本論で考察する秩序変数を Type II と呼ぶことにする。

Type II $\mathcal{O} = \sigma\pi$ と選ぶと、

$$[iQ_5, \sigma\pi] = \sigma^2 - \pi^2 \quad (5)$$

となり、 $\langle\sigma^2 - \pi^2\rangle$ が秩序変数となる。

Type I, Type II の秩序変数を一般化すると、Type K の秩序変数を考えることができる。Type K におけるカイラル対称性の回復とは、K 次の揺らぎまで等しくなること、 $\langle\sigma^K\rangle \sim \langle\pi^K\rangle$ 、である。 σ と π を $r \cos\theta, r \sin\theta$ と極座標表示してみる。 r を一定としたときの $(\cos\theta, \sin\theta)$ で表される円を、カイラルサークルと呼ぶ。この表示において、カイラル対称性はカイラルサークル上での回転である。Type I, Type II の秩序変数は $\langle\cos\theta\rangle, \langle\cos 2\theta\rangle$ に比例している。これを一般化すると Type K の秩序変数は $\sim \langle\cos K\theta\rangle$ と表せる。

Type K の秩序変数は、

$$\theta \rightarrow \theta + \frac{2\pi m}{K}, \quad m = 1, \dots, K-1 \quad (6)$$

の下で不変である。これは Type K の秩序変数によって特徴付けられる真空はカイラル対称性の離散的部分群 Z_K 対称性をもつことを意味している。

Type II の場合には Z_2 対称性は

$$\sigma \rightarrow -\sigma, \quad \pi \rightarrow -\pi \quad (7)$$

の変換として表され、確かに $\langle\sigma^2 - \pi^2\rangle$ はこの変換の下で不変になっている。

4 No-Go Theorem for Z_2 Symmetric Vacuum

離散部分群の対称性を持つ高次の秩序変数で特徴付けられる安定な真空の存在が QCD 不等式と矛盾することが、この Z_2 対称性を用いることによって証明されており、その証明は有限温度の系にも同様に適用することができる [3]。

しかし有限密度においては、QCD 不等式が成立しないことから、この証明は適用できない。よって

$$\langle\sigma\rangle = 0 \text{ であるにもかかわらず、} \langle\sigma^2\rangle - \langle\pi^2\rangle \neq 0$$

であることによってカイラル対称性が破れている状況は、有限密度領域において考察する必要がある。次節において、有限密度領域におけるカイラル相転移の取扱いを述べる。

5 有限温度密度 QCD

真空中で自発的に破れているカイラル対称性は、高温高密度において回復すると考えられている。実際、格子 QCD による数値実験によって高温領域での相転移は確認されており [4]、さらに有効模型の計算から、高密度領域での相転移の存在も示されている [5]。現在、零質量 2 フレーバー QCD の温度 T と化学ポテンシャル μ による相図は、図 1 のように考えられている。図 1 は、Type I の秩序変数 $\langle\sigma\rangle$ による相図である。カイラル相転移は、 $\mu=0$ では 2 次相転移であり、化学ポテンシャルを大きくしていくと 1 次相転移になると考えられている。1 次相転移が終わり 2 次相転移線につながる点を、3 重臨界点という。

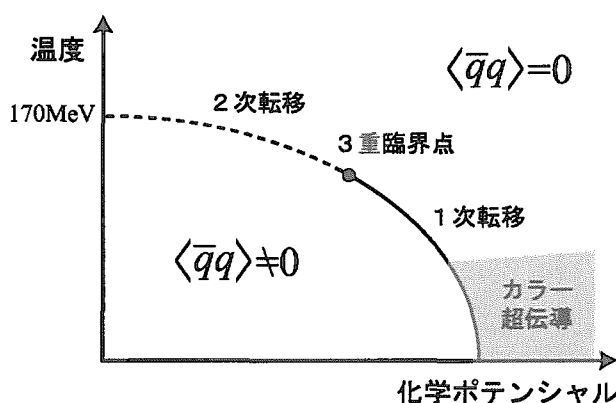


図 1: 零質量 2 フレーバー QCD の模式的相図

有限温度密度におけるカイラル相転移の近傍にたいしてはユニバーサリティクラスの議論から 3 次元 Φ^6 有効模型を用いた解析がなされている [6]。今の場合、 Φ は 2 成分ベクトル $\Phi = (\sigma, \pi)$ である。

この有効模型を用いて Type II の秩序変数を考える。

6 Possible New Phase in Φ^6 Theory

本節では Type I の秩序変数 $\langle\Phi_1\rangle$ と Type II の秩序変数 $\langle\Phi_1^2 - \Phi_2^2\rangle$ を同時に扱い、その 2 つを引数とした有効ポテンシャルから基底状態を決める。そのために、複合演算子 $\langle\Phi_a(x)\Phi_b(y)\rangle$ に対する有効作用の形式 (CJT 形式) を用いる。[7]。

CJT 有効作用 $\Gamma[\phi, G]$ は $\phi_a = \langle\Phi_a\rangle$ と $G_{ab} = \langle\Phi_a\Phi_b\rangle$ の汎関数であり、この 2 つの変数はそれぞれ外場 J_a と K_{ab} に対応した古典変数である。外場項は $\Phi_a J_a + \Phi_a K_{ab} \Phi_b$ として、ラグランジアンに付け加える。

一般的に CJT 有効作用は

$$\Gamma[\phi, G] = I(\phi) + \frac{1}{2}\text{Tr}(\ln G^{-1} + \mathcal{D}^{-1}G) + \Gamma_2[\phi, G] \quad (8)$$

と書かれる。第 1 項目は古典作用、第 2、3 項目は 1 ループグラフの寄与、 Γ_2 は 2 粒子既約グラフの寄与である。 \mathcal{D} はツリーレベルのプロパゲーターを表す。本論では、2 粒子既

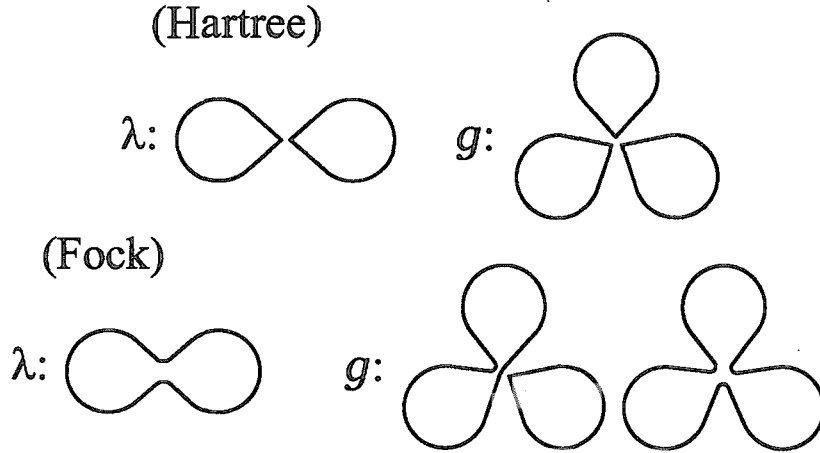


図 2: 相互作用 $\Gamma_2[\phi, G]$ に取り入れた、 Φ^6 理論における平均場近似での 2 粒子既約なグラフ。上段は Hartree 項の寄与、下段は Fock 項の寄与。

約グラフの寄与として相互作用に対する平均場近似を用いて評価する。取り入れた相互作用のファインマングラフを、図 2 に示す。3 次元ユークリッド空間での Φ^6 有効ハミルトニアンは、

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \partial_i \Phi_a \partial^i \Phi_a + m(T, \mu) \Phi^2 + \lambda(T, \mu) \Phi^4 + g(T, \mu) \Phi^6 \quad (9)$$

である。係数 m, λ, g は温度 T と化学ポテンシャル μ の関数であり、この依存性を通して QCD の相図上の点と m, λ, g の値は関係する。ここでは $\lambda > 0$ が 2 次相転移側、 $\lambda < 0$ が 1 次相転移側に対応している。この有効理論においては 3 次元運動量のカットオフとして、 Λ が自然に導入され、 Λ は今考えている温度 T_c 程度の大きさで与えられる。

この 3 次元有効 $O(2)\Phi^6$ 理論に対して、CJT 形式を適用する。

空間方向の揺らぎを表す積分は、 m_σ を σ の質量 m_π を π の質量として

$$\begin{aligned} G_{11} = \langle \Phi_1^2 \rangle &= \int^{\Lambda \sim T_c} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\vec{p}^2 + m_\sigma^2} \\ &= \frac{1}{2\pi^2} (\Lambda - m_\sigma \arctan(\Lambda/m_\sigma)) \sim \Lambda - m_\sigma \end{aligned} \quad (10)$$

と表される。 m_σ, m_π はギャップ方程式によって自己無撞着に決まる質量である。式 (10) から、対称性の破れと質量の関係は

$$\langle \sigma^2 \rangle = \langle \pi^2 \rangle \rightarrow m_\sigma = m_\pi \quad \text{Symmetric Phase} \quad (11)$$

$$\langle \sigma^2 \rangle \neq \langle \pi^2 \rangle \rightarrow m_\sigma \neq m_\pi \quad \text{Broken Phase (Type II)} \quad (12)$$

であることがわかる。つまり、今探している状態は通常のカイラル凝縮 $\langle \sigma \rangle$ が零であるにもかかわらず、シグマとパイの質量が自発的に異なっている状態である。

実際このような Type II 相を安定化させる機構は存在し、その条件は2つある。

- 相互作用項の Fock 項の存在
- Φ^4 の結合定数 λ が負

この2つが同時にあるときに初めて Type II への安定化がおこる。その理由を以下に述べる。

σ と π の自己エネルギーは、

$$m_{\sigma,\pi} \sim m + \lambda(\delta_{ab}G_{cc} + 2G_{ab}) + g(\delta_{ab}G_{cc}G_{dd} + \dots) \quad (13)$$

と表される。 G は式(10)のループ積分である。 a, b, \dots は内部対称性の添字である。4次の相互作用 $\lambda\Phi^4$ からの寄与 $\delta_{ab}G_{cc} + 2G_{ab}$ を見ると、1項目 $\delta_{ab}G_{cc}$ が Hartree 項であり、 m_σ に対して σ と π の両方の loop の寄与があり、 m_π に対しても σ と π の両方の loop の寄与がある。一方、2項目 G_{ab} は Fock 項であり、 m_σ に対しては自分自身 σ の loop の寄与だけがある。また m_π に対しては π の loop の寄与のみしかない。そのために Fock 項を考慮するときのみ、自己エネルギー（質量）が σ と π で異なる可能性がある。次に、式(10)(13)から Fock 項の働きを考えると、 $\lambda > 0$ のときは、 Φ_a の成分による自己エネルギー（質量）の違いを抑制する方向に働く。一方、 $\lambda < 0$ では Fock 項は自己エネルギー（質量）の違いを拡大する方向に働きうる。こうして、Fock 項が存在しかつ $\lambda < 0$ である2つの事実が、Type II の状態への不安定性を生む。ただし、これは λ が Hartree 項に対して影響を与えることを無視した単純な議論であるので、ギャップ方程式(13)を自己無撞着に扱う必要がある。

Fock 項は平均場近似として取り入れられており、 $\lambda < 0$ は1次相転移側に対応している。

この議論によって、2次相転移側では Type I の秩序変数 σ が零になると同時に、Type II の秩序変数 $\sigma^2 - \pi^2$ は零となり、 σ と π の質量は縮退することが分かった。

実際にポテンシャルでの Type II への不安定性への例を図3に示す。これは、再定義によってカットオフを吸収した係数 (\tilde{m}, \tilde{g}) で $(\tilde{m}, \tilde{g}) = (-0.22, 0.01)$ の場合のポテンシャルの等高線図である。 $(\tilde{\lambda}$ は変数の規格化によって吸収でき $\tilde{\lambda} = -1 < 0$ とおいている。) ここでは、 $\langle \Phi_1 \rangle = 0$ を仮定し、 $\langle \Phi_1 \rangle = 0$ 面でのポテンシャル $V[\langle \Phi_a \Phi_b \rangle] = V[m_\sigma, m_\pi]$ の断面図を示している。 $\langle \Phi_1 \rangle$ 方向への安定性については後で議論する。

図3の右図は軸上に現れている左図の破線で囲まれた極小部分を拡大した図である。図3の左図において、 $m_\sigma = m_\pi = 0.09$ にポテンシャルの最小値がある。これは $m_\sigma = m_\pi$ の対称相の解である。図の四角印は、鞍点となっている。丸印は、軸上での極小を示している。丸印が極小になっていることは、図3右図を m_σ 軸で反転して張り合わせた図を考えると理解できる。この極小は $m_\sigma \neq m_\pi$ の Type II の対称性の破れた相の解である。

図3のように軸上に極小が存在する結合定数の領域は、図4のグレイの領域である。図3で示した $(\tilde{m}, \tilde{g}) = (-0.22, 0.01)$ の点がこの領域に入っていることを確かめることができる。

また準安定な Type II の解が $\langle \Phi_1 \rangle$ 方向についても準安定であることを解析的に示すことができる。

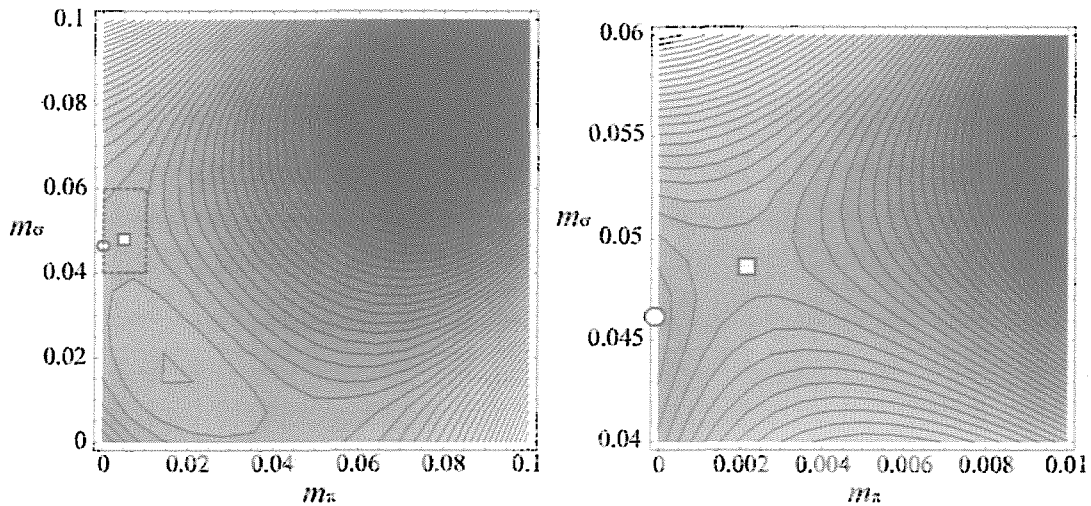


図 3: ポテンシャルの $m_\pi - m_\sigma$ 平面での等高線図。色の濃いところほどポテンシャルは深い。 $(m_\pi, m_\sigma) = (0.09, 0.09)$ に最少がある。 $(\tilde{m}, \tilde{g}) = (-0.22, 0.01)$ 。右図は左図の破線で囲まれた領域の拡大図。丸印は極小点 $(m_\pi, m_\sigma) = (0, 0.046)$ 、四角は鞍点である。全ての数値はカットオフ T_c を単位としている

よって、Type II の解が準安定状態として存在することがわかった。この状態は普通の意味でのカイラル凝縮 $\langle \sigma \rangle$ が零であるにもかかわらず、 σ と π の質量が自発的に異なっている状態である。この状態は準安定であるから、相図上で 1 次相転移側を系が通過する時に一時的な状態として Type II の状態をとることがあり得ると考えられる。

7 まとめと展望

本論では、カイラル相転移を特徴づける秩序変数の可能性を調べた。

$N_f = 1$ QCD において Type I の秩序変数は $[iQ_5, \pi] = \sigma$ から $\langle \sigma \rangle$ であり、Type II の秩序変数は $[iQ_5, \sigma\pi] = \sigma^2 - \pi^2$ から $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle$ である。

Type II のカイラル対称性の破れは、有限温度、ゼロ化学ポテンシャルでは存在しないことが示されている [3]。

そこで、本論文では有限密度領域での QCD のカイラル相転移に注目し、相転移近傍での有効理論である 3 次元 Φ^6 理論を用いて解析を行った。秩序変数の揺らぎ $\langle \sigma^2 \rangle$, $\langle \pi^2 \rangle$ を平均場近似 (Hartree-Fock 近似) で取り込んだ。この揺らぎの差 $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle$ が、Type II の秩序変数である。

Type I の凝縮 $\langle \sigma \rangle$ と Type II の凝縮 $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle$ を同時に扱うために、複合演算子に対する有効作用—CJT 形式—を用いた。本論では「 $\langle \sigma \rangle = 0$ かつ、 $\langle \sigma^2 - \pi^2 \rangle \neq 0$ 」の領域を探し、その際、初めに $\langle \sigma \rangle = 0$ を仮定し、後に $\langle \sigma \rangle$ 方向に対する安定性を確かめた。

この状態は通常のカイラル凝縮が零であるにもかかわらず σ と π の質量の縮退が自発的にとけることを意味している。

解析の結果、有限密度においても 2 次相転移近傍では Type II の秩序変数で特徴付けら

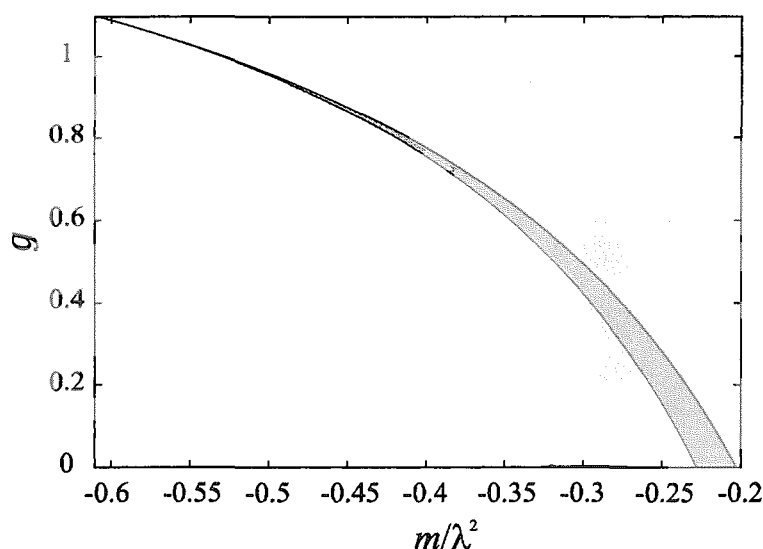


図 4: $\tilde{m} - \tilde{g}$ 平面におけるグレイの領域で Type II の基底状態が極小となる。

れる基底状態はないことがわかった。一方、1次相転移側においては Type II 相が準安定状態として存在することがわかった。

この Type II 相は

- Fock 項の存在
- Φ^4 の結合定数 λ が負

を原因として、 $m_\sigma \neq m_\pi$ 方向への不安定性によって生じる相である。

カイラル対称性の秩序変数の解析において、その一般化の方向は3つ考えることができる。

第1の方向は、ハミルトニアンより高次の対称性、つまり $O(N)$ や $SU(N) \times SU(N)$ への一般化である。 $O(N)$ 対称性への一般化を行ったときも、Type II 相は準安定状態として存在する。

第2の方向は、秩序変数としてより高次の揺らぎ $\langle \hat{\Phi}^n \rangle$ から作られたものを調べることである。ここでは、 $n=2$ の場合を調べた。 n が3以上の場合を調べるには、CJT形式の一般化が必要である。また別のアプローチとして、非局所的な複合演算子に対する CJT形式ではなく、局所複合演算子に対する有効作用形式をつくることで、より直接的に有効ポテンシャルを求めることができる。

第3の方向は、相互作用より高次項、つまり $\hat{\Phi}^n$ を調べることである。ここでは $\hat{\Phi}^6$ までを調べた。 $\hat{\Phi}^6$ の係数が負となるときは $\hat{\Phi}^8$ 項が必要となり、このときは Fock 項を原因とする $m_\sigma \neq m_\pi$ 方向への不安定性がより強くなり、Type II 相が基底状態となる可能性がある。

本論では QCD について議論をしてきたが、その中で用いた Φ^n 理論は物理においてより普遍的にあらわれるモデルである。実際、 He^3 と He^4 の混合流体は Φ^6 理論によって記述さ

れ、メタ磁性と呼ばれる物質は Φ^8 理論によって記述されることが知られている。複数の秩序変数による階層的相転移という考えはこのような系にも同様に適用されるであろう。

参考文献

- [1] Y. Nambu, in *Preludes in Theoretical Physics*, in honor of V. F. Weisskopf, (North-Holland, Amsteldam, 1966).
- [2] Y. Nambu, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 380 (1960).
J. Goldstone, *Nuovo Cim.* **19**, 154 (1961).
J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, *Phys. Rev.* **127**, 965 (1962).
- [3] I. I. Kogan, A. Kovner, and M. A. Shifman, *Phys. Rev.* **D59**, 016001 (1999).
- [4] F. Karsch, *Lect. Notes Phys.* **583**, 209 (2002).
- [5] M. Asakawa and K. Yazaki, *Nucl. Phys.* **A504**, 668 (1989).
- [6] M. A. Stephanov, K. Rajagopal, and E. V. Shuryak, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4816 (1998);
Phys. Rev. **D60**, 114028 (1999).
Y. Hatta and T. Ikeda, *Phys. Rev.* **D67**, 014028 (2003).
- [7] J. M. Cornwall, R. Jackiw, and E. Tomboulis, *Phys. Rev.* **D10**, 2428 (1974).



21. Violation of Vector Dominance in the Vector Manifestation*

Chihiro Sasaki

Department of Physics, Nagoya University, Nagoya, 464-8602, Japan

Abstract

The vector manifestation (VM) is a new pattern for realizing the chiral symmetry in QCD. In the VM, the massless vector meson becomes the chiral partner of pion at the critical point, in contrast with the restoration based on the linear sigma model. Including the intrinsic temperature dependences of the parameters of the HLS Lagrangian determined from the underlying QCD through the Wilsonian matching together with the hadronic thermal corrections, we present a new prediction of the VM on the direct photon- π - π coupling which measures the validity of the vector dominance (VD) of the electromagnetic form factor of the pion. We find that the VD is largely violated at the critical temperature, which indicates that the assumption of the VD made in several analysis on the dilepton spectra in hot matter may need to be weakened for consistently including the effect of the dropping mass of the vector meson.

1 Introduction

Spontaneous chiral symmetry breaking is one of the important features in low-energy QCD. This symmetry breaking is expected to be restored in hot and/or dense QCD and properties of hadrons will be changed near the critical temperature of the chiral symmetry restoration [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. The CERN Super Proton Synchrotron (SPS) observed an enhancement of dielectron (e^+e^-) mass spectra below the ρ/ω resonance. This can be explained by the dropping mass of the ρ meson (see, e.g., Refs. [9, 4, 7]) following the Brown-Rho scaling proposed in Ref. [10]. Further the Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) has started to measure several physical processes in hot matter which include the dilepton energy spectra. Therefore it is interesting to study the vector meson mass including the *all possible thermal effects*, which is one of the important quantities in the chiral phase transition.

For studying the vector meson mass in hot matter, it is convenient to use a model including the vector meson in a manner consistent with the chiral symmetry. One of such models is the model based on the hidden local symmetry (HLS) which successfully describes the systems including the pions and vector mesons at zero temperature [11, 12, 13]. In the framework of HLS, the vector meson is introduced as the gauge boson into the system and acquires its mass through the Higgs mechanism. Based on the chiral perturbation theory (ChPT) with HLS, the Wilsonian matching was proposed [14]. This is a manner which determines the parameters of the HLS Lagrangian from the underlying QCD at the matching scale Λ . Recently in Ref. [15], by using the Wilsonian matching, the vector manifestation

*Talk given at Fifth Symposium on "Science of Hadrons under Extreme Conditions", March 18-20, 2003, JAERI, Ibaraki, Japan. This talk is based on the work in Ref. [1].

(VM) was proposed as a novel manifestation of the chiral symmetry in the Wigner realization, in which the chiral symmetry is restored by the massless degenerate pion (and its flavor partners) and vector meson (and its flavor partners) as the chiral partner. (For a review of the ChPT with HLS, the Wilsonian matching and VM, see Ref. [13].)

In Ref. [16], we extended the Wilsonian matching to the one at non-zero temperature and showed that the VM actually occurs at the critical temperature of the chiral symmetry restoration. There, the *intrinsic temperature dependences* of the parameters of the HLS Lagrangian play the essential roles to realize the chiral symmetry restoration consistently: In the framework of the HLS the equality between the axial-vector and vector current correlators at critical point can be satisfied only if the intrinsic thermal effects are included. Since the VM is a new picture which realizes the dropping mass of the vector meson such as the one predicted by the Brown-Rho scaling [10], it is important to study what the VM predicts on the properties of the pion and vector mesons in hot matter.

In this talk, we shed a light on the validity of the vector dominance (VD) in hot matter. In several analyses such as the one on the dilepton spectra in hot matter done in Ref [7], the VD is assumed to be held even in the high temperature region. However, the analysis in Ref. [17], which shows that the thermal vector meson mass goes up if the VD holds, seems to imply that the assumption of the VD excludes the possibility of the dropping mass of the vector meson from the beginning. In the present analysis, we present a new prediction of the VM in hot matter on the direct photon- π - π coupling which measures the validity of the VD of the electromagnetic form factor of the pion. We find that *the VM predicts the large violation of the VD at the critical temperature* [1]. This indicates that the assumption of the VD may need to be weakened, at least in some amounts, for consistently including the effect of the dropping mass of the vector meson.

2 Hidden Local Symmetry

In this section, we briefly review the model based on the hidden local symmetry (HLS).

The HLS model is based on the $G_{\text{global}} \times H_{\text{local}}$ symmetry, where $G = SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ is the chiral symmetry and $H = SU(N_f)_V$ is the HLS. The basic quantities are the HLS gauge boson V_μ and two matrix valued variables $\xi_L(x)$ and $\xi_R(x)$ which transform as

$$\xi_{L,R}(x) \rightarrow \xi'_{L,R}(x) = h(x)\xi_{L,R}(x)g_{L,R}^\dagger, \quad (1)$$

where $h(x) \in H_{\text{local}}$ and $g_{L,R} \in [SU(N_f)_{L,R}]_{\text{global}}$. These variables are parameterized as

$$\xi_{L,R}(x) = e^{i\sigma(x)/F_\sigma} e^{\mp i\pi(x)/F_\pi}, \quad (2)$$

where $\pi = \pi^a T_a$ denotes the pseudoscalar Nambu-Goldstone bosons associated with the spontaneous symmetry breaking of G_{global} chiral symmetry, and $\sigma = \sigma^a T_a$ denotes the Nambu-Goldstone bosons associated with the spontaneous breaking of H_{local} . This σ is absorbed into the HLS gauge boson through the Higgs mechanism, and then the vector meson acquires its mass. F_π and F_σ are the decay constants of the associated particles. The phenomenologically

important parameter a is defined as

$$a = \frac{F_\sigma^2}{F_\pi^2}. \quad (3)$$

The covariant derivatives of $\xi_{L,R}$ are given by

$$\begin{aligned} D_\mu \xi_L &= \partial_\mu \xi_L - iV_\mu \xi_L + i\xi_L \mathcal{L}_\mu, \\ D_\mu \xi_R &= \partial_\mu \xi_R - iV_\mu \xi_R + i\xi_R \mathcal{R}_\mu, \end{aligned} \quad (4)$$

where V_μ is the gauge field of H_{local} , and \mathcal{L}_μ and \mathcal{R}_μ are the external gauge fields introduced by gauging G_{global} symmetry.

The HLS Lagrangian with lowest derivative terms at the chiral limit is given by [11, 12]

$$\mathcal{L} = F_\pi^2 \text{tr}[\hat{\alpha}_{\perp\mu} \hat{\alpha}_{\perp}^\mu] + F_\sigma^2 \text{tr}[\hat{\alpha}_{\parallel\mu} \hat{\alpha}_{\parallel}^\mu] - \frac{1}{2g^2} \text{tr}[V_{\mu\nu} V^{\mu\nu}], \quad (5)$$

where g is the HLS gauge coupling, $V_{\mu\nu}$ is the field strength of V_μ and

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{\perp}^\mu &= \frac{1}{2i} [D^\mu \xi_R \cdot \xi_R^\dagger - D^\mu \xi_L \cdot \xi_L^\dagger], \\ \hat{\alpha}_{\parallel}^\mu &= \frac{1}{2i} [D^\mu \xi_R \cdot \xi_R^\dagger + D^\mu \xi_L \cdot \xi_L^\dagger]. \end{aligned} \quad (6)$$

Expanding the Lagrangian (5) in terms of the π field with taking the unitary gauge of the HLS ($\sigma = 0$), we find the expressions for the mass of vector meson M_ρ , $\rho\pi\pi$ coupling $g_{\rho\pi\pi}$, ρ - γ mixing strength g_ρ and direct $\gamma\pi\pi$ coupling $g_{\gamma\pi\pi}$. Especially $g_{\gamma\pi\pi}$ coupling constant is expressed as

$$g_{\gamma\pi\pi} = e \left(1 - \frac{a}{2}\right). \quad (7)$$

By taking the parameter choice $a = 2$, the HLS reproduces the following phenomenological facts [11]: $g_{\rho\pi\pi} = g$ (universality of the ρ coupling) [18]; $M_\rho^2 = 2g_{\rho\pi\pi}^2 F_\pi^2$ (the KSRF relation, version II) [19]; $g_{\gamma\pi\pi} = 0$ (vector dominance of the electromagnetic form factor of the pion) [18]. Note that in framework of the HLS model, the vector dominance (VD) is satisfied by the choice $a = 2$.

In the HLS model it is possible to perform the derivative expansion systematically [20, 21, 13]. In this ChPT with HLS the vector meson mass is considered as small compared with the chiral symmetry breaking scale Λ_χ , by assigning $\mathcal{O}(p)$ to the HLS gauge coupling [20, 21]:

$$g \sim \mathcal{O}(p). \quad (8)$$

For details of the ChPT with HLS, see Ref. [13].

3 Wilsonian Matching in Hot Matter

When we naively extended a result obtained in the low temperature region to the higher temperature region, the axial-vector and vector current correlators do not agree with each

other at the critical temperature. Disagreement between these current correlators is obviously inconsistent with the chiral symmetry restoration in QCD. However the parameters of the HLS Lagrangian should be determined by the underlying QCD. Thus it is natural that these parameters are dependent on temperature. In Ref. [16] the Wilsonian matching, which was originally proposed at $T = 0$ [14], was extended to non-zero temperature and it was shown that the parameters of the HLS Lagrangian have the intrinsic temperature dependences. Further in Ref. [22], it was shown that the effects of Lorentz symmetry violation at bare level are small through the Wilsonian matching at non-zero temperature. As is stressed in Ref. [16], the disagreement between the axial-vector and vector current correlators mentioned above is cured by including the intrinsic temperature dependences of the parameters of the HLS Lagrangian.

The Wilsonian matching proposed in Ref. [14] is done by matching the axial-vector and vector current correlators derived from the HLS with those by the operator product expansion (OPE) in QCD at the matching scale Λ . In Refs. [16, 22], this matching scheme was extended to the one at non-zero temperature. Since the Lorentz symmetry breaking effect in the bare pion decay constant is small, $F_{\pi, \text{bare}}^t \simeq F_{\pi, \text{bare}}^s$ [22], it is a good approximation that we determine the bare pion decay constant at non-zero temperature through the matching condition at zero temperature with putting possible temperature dependences on the gluonic and quark condensates [16, 22]:

$$\frac{F_{\pi}^2(\Lambda; T)}{\Lambda^2} = \frac{1}{8\pi^2} \left[1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \frac{2\pi^2}{3} \frac{\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle_T}{\Lambda^4} + \pi^3 \frac{1408}{27} \frac{\alpha_s \langle \bar{q}q \rangle_T^2}{\Lambda^6} \right]. \quad (9)$$

Through this condition the temperature dependences of the quark and gluonic condensates determine the intrinsic temperature dependences of the bare parameter $F_{\pi}(\Lambda; T)$, which is then converted into those of the on-shell parameter $F_{\pi}(\mu = 0; T)$ through the Wilsonian RGEs.

Now we consider the Wilsonian matching near the critical temperature with assuming that the quark condensate becomes zero for $T \rightarrow T_c$. As was discussed in Ref. [22, 1], we can use the Lorentz invariant Lagrangian at bare level as long as we study the pion decay constant and validity of VD. Then we start from the Lorentz invariant bare Lagrangian even in hot matter. The agreement between the current correlators, which characterizes the chiral symmetry restoration, $G_A^{(\text{HLS})} = G_V^{(\text{HLS})}$ is satisfied only if the following conditions are met [16]:

$$\begin{aligned} g(\Lambda; T) &\xrightarrow{T \rightarrow T_c} 0, \\ a(\Lambda; T) &\xrightarrow{T \rightarrow T_c} 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Note that $(g, a) = (0, 1)$ is the fixed point of RGEs for g and a [14]. This implies that the parameter M_{ρ} goes to zero for $T \rightarrow T_c$:

$$M_{\rho} \xrightarrow{T \rightarrow T_c} 0. \quad (11)$$

Including the hadronic thermal effects as well as quantum corrections through the RGEs, we obtain the physical quantities. Near the critical temperature, we find that the pole mass

of the vector meson is the form

$$m_\rho^2(T) \simeq M_\rho^2[1 + \delta_{(\text{had})}(T)], \quad (12)$$

where the hadronic correction is obtained as

$$\delta_{(\text{had})}(T) = N_f \frac{15 - a^2}{144 a} \frac{1}{F_\pi^2} T^2 > 0. \quad (13)$$

i.e., the hadronic thermal effect gives a positive correction near T_c . However the pole mass m_ρ goes to zero by vanishing parameter M_ρ at the critical temperature and the vector manifestation (VM) of chiral symmetry is realized [16].

4 Vector Manifestation of Chiral Symmetry

The VM is highly in contrast with the standard chiral symmetry restoration based on the linear sigma model. In order to clarify this difference, we consider the multiplet structure. In the broken phase, the chiral representation does not agree with the mass eigenstate and there exists a mixing. Then the scalar, pseudoscalar, vector and axial-vector mesons belong to the following representations for $N_f = 3$ respectively:

$$\begin{aligned} |s\rangle &= |(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)\rangle, \\ |\pi\rangle &= |(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)\rangle \sin \psi + |(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle \cos \psi, \\ |\rho\rangle &= |(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle, \\ |A_1\rangle &= |(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)\rangle \cos \psi - |(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle \sin \psi, \end{aligned} \quad (14)$$

where ψ denotes the mixing angle and is given by $\psi \simeq 45^\circ$ [23, 24].

Now we consider the chiral symmetry restoration, where it is expected that the above mixing disappears. There are two possibilities of chiral symmetry realization. One possible pattern is the case $\cos \psi \rightarrow 0$ for $T \rightarrow T_c$. In this case, the pion belongs to $|(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)\rangle$ and becomes the chiral partner of the scalar meson. The vector and axial-vector mesons are in the same multiplet $|(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle$. This is of course the standard scenario of chiral symmetry restoration. Another possibility is the case $\sin \psi \rightarrow 0$ for $T \rightarrow T_c$ [15]. In this case, the pion belongs to purely $|(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle$ and so its chiral partner is the vector meson:

$$\begin{aligned} |\pi\rangle &= |(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle, \\ |\rho\rangle &= |(1, 8) \oplus (8, 1)\rangle \quad \text{for } \sin \psi \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (15)$$

The scalar meson joins with the axial-vector meson in the same representation $|(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)\rangle$. This is nothing but the VM of chiral symmetry.

5 Violation of the Vector Dominance

As we mentioned in introduction, in Ref. [1], we studied the validity of the vector dominance (VD) which describes the phenomena in low energy region very well. At non-zero temperature there exists the hadronic thermal correction to the parameters. Thus it is nontrivial

whether or not the VD is realized in hot matter, especially near the critical temperature. Here we will show that the intrinsic temperature dependences of the parameters of the HLS Lagrangian play essential roles, and then the VD is largely violated near the critical temperature.

We first mention the direct $\gamma\pi\pi$ interaction at zero temperature. At the leading order of the derivative expansion in the HLS, we can read the form of the direct $\gamma\pi\pi$ interaction from Eq. (5) as

$$\Gamma_{\gamma\pi\pi(\text{tree})}^\mu = e(q - k)^\mu \left(1 - \frac{a}{2}\right), \quad (16)$$

where e is the electromagnetic coupling constant and q and k denote outgoing momenta of the pions. As we have mentioned in section 2, for the parameter choice $a = 2$ the direct $\gamma\pi\pi$ coupling vanishes, which leads to the vector dominance of the electromagnetic form factor of the pion.

Next we evaluate the $\gamma\pi\pi$ coupling including quantum corrections as well as hadronic thermal effects. We obtained the parameters $a^t(T)$ and $a^s(T)$ which are the extension of the parameter a in hot matter, in low temperature region ($T \ll M_\rho$) as follows:

$$a^t(T) \simeq a^s(T) \simeq a(0) \left[1 + \frac{N_f}{12} \left(1 - \frac{a^2}{4a(0)} \right) \frac{T^2}{F_\pi^2(0; T)} \right], \quad (17)$$

where a is the parameter renormalized at the scale $\mu = M_\rho$, while $a(0)$ is the parameter defined from the $\gamma\pi\pi$ interaction at one-loop order. By using $F_\pi(0) = 86.4$ MeV, $a(0) \simeq 2.31$ and $a(M_\rho) = 1.38$ obtained through the Wilsonian matching for $(\Lambda_{\text{QCD}}, \Lambda) = (0.4, 1.1)$ GeV and $N_f = 3$ [13], a^t and a^s in Eq. (17) are evaluated as

$$a^t(T) \simeq a^s(T) \simeq a(0) \left[1 + 0.066 \left(\frac{T}{50 \text{ MeV}} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

This implies that the parameters a^t and a^s increase with temperature in the low temperature region. However, since the correction is small, we conclude that the VD is still satisfied in the low temperature region.

When we consider the situation near the critical temperature, the intrinsic thermal effects are important. From the VM conditions in hot matter (10), the parameters (g, a) approach $(0, 1)$ for $T \rightarrow T_c$ by the intrinsic temperature dependences. Taking the limit $T \rightarrow T_c$, we find that

$$a^t(T), a^s(T) \xrightarrow{T \rightarrow T_c} 1. \quad (19)$$

This implies that the vector dominance is largely violated near the critical temperature.

6 Summary

In the picture based on the vector manifestation (VM), we presented a new prediction associated with the validity of vector dominance (VD) in hot matter [1]. In the HLS model at zero temperature, the Wilsonian matching predicts $a \simeq 2$ [14, 13] which guarantees the VD

of the electromagnetic form factor of the pion. Even at non-zero temperature, this is valid as long as we consider the thermal effects in the low temperature region, where the intrinsic temperature dependences are negligible. However the situation is changed when we consider the validity of the VD in higher temperature region. We showed that, *as a consequence of including the intrinsic effect, the VD is largely violated at the critical temperature*. In general, full temperature dependences include both hadronic and intrinsic thermal effects. Then there exist the violations of VD and universality of the ρ -coupling at generic temperature, although at low temperature the VD and universality are approximately satisfied.

In several analyses such as the one on the dilepton spectra in hot matter done in Ref [7], the VD is assumed to be held even in the high temperature region. We should note that the analysis in Ref. [17] shows that, if the VD holds, the thermal vector meson mass goes up. Then the assumption of the VD, from the beginning, seems to exclude the possibility of the dropping mass of the vector meson such as the one predicted by the Brown-Rho scaling [10]. Our result, which is consistent with the result in Ref. [17] in some sense, indicates that the assumption of the VD may need to be weakened, at least in some amounts, for consistently including the effect of the dropping mass of the vector meson into the analysis.

Acknowledgment

I would like to appreciate many discussions with Professor Masayasu Harada, Doctor Youngman Kim, Professor Mannque Rho and Professor Koichi Yamawaki for our works.

References

- [1] M. Harada and C. Sasaki, "Vector manifestation and violation of vector dominance in hot matter," arXiv:hep-ph/0304xxx .
- [2] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247**, 221 (1994).
- [3] R. D. Pisarski, hep-ph/9503330.
- [4] G.E. Brown and M. Rho, Phys. Rept. **269**, 333 (1996).
- [5] G. E. Brown and M. Rho, Phys. Rept. **363**, 85 (2002) [arXiv:hep-ph/0103102].
- [6] T. Hatsuda, H. Shiomi and H. Kuwabara, Prog. Theor. Phys. **95**, 1009 (1996).
- [7] R. Rapp and J. Wambach, Adv. Nucl. Phys. **25**, 1 (2000).
- [8] F. Wilczek, hep-ph/0003183.
- [9] G. Q. Li, C. M. Ko and G. E. Brown, Phys. Rev. Lett. **75**, 4007 (1995) [arXiv:nucl-th/9504025].
- [10] G. E. Brown and M. Rho, Phys. Rev. Lett. **66**, 2720 (1991).

- [11] M. Bando, T. Kugo, S. Uehara, K. Yamawaki and T. Yanagida, Phys. Rev. Lett. **54**, 1215 (1985).
- [12] M. Bando, T. Kugo and K. Yamawaki, Phys. Rept. **164**, 217 (1988).
- [13] M. Harada and K. Yamawaki, to appear in Phys. Rept., arXiv:hep-ph/0302103.
- [14] M. Harada and K. Yamawaki, Phys. Rev. D **64** 014023 (2001).
- [15] M. Harada and K. Yamawaki, Phys. Rev. Lett. **86**, 757 (2001).
- [16] M. Harada and C. Sasaki, Phys. Lett. B **537**, 280 (2002) [arXiv:hep-ph/0109034].
- [17] R. D. Pisarski, Phys. Rev. D **52**, 3773 (1995) [arXiv:hep-ph/9503328].
- [18] J. J. Sakurai, *Currents and Mesons*, University of Chicago Press, Chicago (1969).
- [19] K. Kawarabayashi and M. Suzuki, Phys. Rev. Lett. **16**, 255 (1966); Riazuddin and Fayyazuddin, Phys. Rev. **147**, 1071 (1966).
- [20] H. Georgi, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 1917; Nucl. Phys. B **331**, 311 (1990).
- [21] M. Tanabashi, Phys. Lett. B **316**, 534 (1993)
- [22] M. Harada, Y. Kim, M. Rho and C. Sasaki, arXiv:hep-ph/0207012.
- [23] F. J. Gilman and H. Harari, Phys. Rev. **165**, 1803 (1968).
- [24] S. Weinberg, Phys. Rev. **177**, 2604 (1969).



22. Nature of the NJL critical end point NJL 模型の臨界終点の性質

H. Fujii
藤井宏次

*Institute of Physics, University of Tokyo
Komaba 3-8-1, Meguro, Tokyo 153-8902, Japan*

The behavior of the scalar channel spectral function is investigated near the critical end point on the temperature-quark chemical potential plane of two-flavor Nambu-Jona-Lasinio model within the leading $1/N_c$ approximation with N_c being the number of colors. It is found that the relevant soft mode at the critical end point is the scalar density fluctuation with space-like dispersion, which is mixed with those of the quark-number and entropy densities, while on the other hand the sigma meson mode stays massive. (Slightly condensed version of the paper, hep-ph/0302167.)

I. INTRODUCTION

The existence of the critical end point (CEP) in the QCD phase diagram was recently suggested in several works [1–5]. Since the physical quantities involve a true singularity at this point in the equilibrium situation, its implications to heavy ion physics are intensively discussed in hope of locating the point experimentally [6–14].

The critical end point is the end point of the phase boundary determined by the first order phase transition. The nature of this point has been discussed so far mainly from the viewpoint of the chiral symmetry. Its order parameter is identified as scalar quark condensate, $\langle \bar{q}q \rangle \sim \sigma$, which strictly vanishes in the symmetric phase in the chiral limit. At the CEP of interest the phase transition necessarily becomes of second order even with the non-zero current quark mass $m \neq 0$, and the curvature of the free energy with respect to σ becomes zero. This fact implies the appearance of a gapless excitation which is coupled with the scalar channel.

One should note, however, that this second-order transition is not related to any symmetry of the QCD lagrangian. But rather it is an accidental symmetry accompanied with a particular point in the phase diagram, the CEP in this case. In the chiral symmetric world with $m = 0$, the presence of the tricritical point (TCP), which is the counterpart of the CEP, is characterized by chiral symmetry AND Z_2 symmetry which appears at the end point of the first order phase boundary [15].

It is an elementary fact in thermodynamics that at the critical point of the liquid-gas phase transition, the isothermal compressibility diverges as the susceptibility relevant to this critical point in a broad sense [16,17]. Based on this we make a conjecture that the soft mode accompanied by the CEP will be the density fluctuation more like a “sound” mode, rather than the sigma meson mode, and that at the

TCP both of these modes become soft. The aim of this paper is to try to justify this conjecture about the CEP, explicitly within the Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model [18,19] in the leading $1/N_c$ approximation.

The nature of the phase transition is insensitive to the microscopic structure of the system, and various systems are categorized into some classes according to the global symmetries shared by those systems. When the study is extended to the dynamical nature, these universality classes for the static properties split into subclasses depending on the existence of the conservation law(s) and mode-mode coupling(s), and so on [20]. These factors are reflected in the equations of motion of the slow modes at the critical point. With this fact in mind we employ a concrete model of the quarks, the NJL model, in this paper to study the dynamical properties of the phase transition at the CEP.

One of the advantages of the use of the NJL model is that the bosonic collective modes of the system are easily and explicitly calculated. Although we hope that our main conclusions hold irrespective of the details of the model employed here, we should still remain cautious because this model lacks the long-range nature of the color interactions and the gluonic degrees of freedom.

II. SUSCEPTIBILITIES IN THE NJL PHASE TRANSITION

We use the simplest version of the NJL model with two flavors ($N_f = 2$) [21] whose lagrangian is, with obvious notation,

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\cancel{D} - m)q + g[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau^a q)^2]. \quad (1)$$

After introducing the auxiliary fields σ and π for $\bar{q}q$ and $\bar{q}i\gamma_5\tau^a q$ in a standard way, the system pressure at finite temperature T and finite quark chemical

potential μ is written, within the mean-field approximation with $\sigma=\text{const}$ and $\pi=0$, as

$$\frac{1}{\nu}P(T, \mu, m; \sigma) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} [E - T \ln(1 - n_-) - T \ln(1 - n_+)] - \frac{1}{4} \frac{1}{g\nu} \sigma^2, \quad (2)$$

where $n_{\pm} = (e^{\beta(E \mp \mu)} + 1)^{-1}$, $E = \sqrt{M^2 + \mathbf{k}^2}$, $M = m - \sigma$, and $\nu = 2N_f N_c$ is the number of the quark species. This expression corresponds to the leading $1/N_c$ approximation with gN_c being $O(1)$, though we set $N_c = 3$ in the following. From the pressure $P(T, \mu, m; \sigma)$ we can calculate all the thermodynamical quantities.

The ground state at (T, μ) satisfies the stationary condition for σ , which yields the gap (saddle point) equation

$$\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M}{E} (1 - n_- - n_+) + \frac{1}{2} \frac{1}{g\nu} \sigma = 0. \quad (3)$$

We define the curvature of the potential with respect to the scalar field at the saddle point

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 P}{\partial \sigma^2} &\equiv K \\ &= \frac{1}{2g} - \nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{E} (1 - n_- - n_+) \\ &\quad + \nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M^2}{E^2} \left(\frac{1 - n_- - n_+}{E} + n'_- + n'_+ \right) \\ &= \frac{1}{2g} - \chi_{mm}^{(0)} \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

with $n'_{\pm} = \partial n_{\pm} / \partial E$. The last inequality must be satisfied according to thermodynamical stability. The occurrence of the second order phase transition is signaled by the vanishing curvature, $K = 0$. As we shall see later, K is proportional to the inverse propagator of the static scalar mode in the long wave length limit.

The susceptibilities $\chi_{ab} = \partial^2 P / \partial a \partial b$ ($a, b = T, \mu, m$) are very important to characterize the nature of the phase transition [22,23]. In our approximation these susceptibilities have a simple common structure as

$$\chi_{ab} = \chi_{am}^{(0)} \frac{1}{K} \chi_{mb}^{(0)} + \chi_{ab}^{(0)}, \quad (5)$$

where $\chi_{ab}^{(0)}$ are the non-singular parts of the susceptibilities and equal to those of the free quark gas of mass M . From this expression we find that all divergences at the second order phase transition originate from the flatness of the potential curvature $K \rightarrow 0$. One should note here that the mixing of the susceptibilities with the scalar mode $\chi_{am}^{(0)}$ ($a = T, \mu$) is

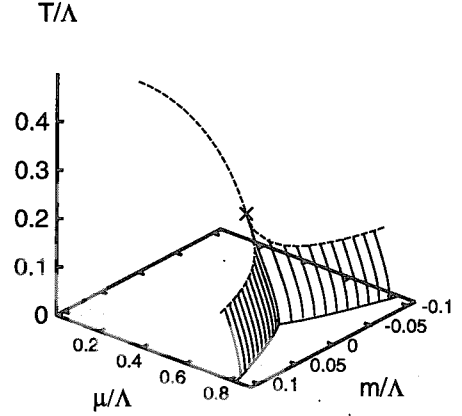


FIG. 1. Calculated phase diagram of the NJL model. The transition line of the second order is drawn in the dashed line. The phase boundary of the first order transition constitutes a surface shown by hatch. The cross indicates the tricritical point, where three lines of second order transition meet.

proportional to M . Thus, at the chiral phase transition where $m = 0$, the would-be singular parts of χ_{ab} ($a, b = T, \mu$) involving the factor $1/K$, are less singular than χ_{mm} . Actually they remain finite (vanish) if the transition point (T_c, μ_c) is approached from the broken (symmetric) phase. On the other hand, at the CEP ($m \neq 0$), M stays finite and the critical behavior of these susceptibilities is essentially the same as χ_{mm} .*

The NJL model has two fundamental parameters: the coupling constant g and the cutoff Λ . For demonstration, we will set $g\Lambda^2 = 2.5$, and all other dimensionful quantities will be measured in the unit of Λ . The phase diagram of the NJL model in the mean field approximation is shown in Fig. 1. This shares the well-known structure of the phase diagram possessing a tricritical point [24]. The character of this diagram around the TCP is studied using the Landau free energy and the Schwinger-Dyson equation of the ladder QCD in Ref. [12]. Their results on the quark mass dependence of the boundary curves and the behavior of the susceptibilities are consistent with those in NJL calculations, because

*When the CEP appears at the point of zero quark density, as in the three flavor NJL with a certain value of m_s , $\chi_{m\mu} = 0$ but still $\chi_{mT} \neq 0$. A particular linear combination of the scalar and energy density fluctuations turns out to be the ordering field for the Z_2 symmetry at the CEP [30].

the symmetry and order parameters of the system are the same.

III. RESPONSE FUNCTIONS AND MESON SPECTRUM

In order to clarify the structure of the relevant modes for the phase transition, we should investigate the spectral functions [25]. We first calculate the response functions in the relevant channels, whose imaginary parts give rise to the mode spectra. These response functions are calculated as

$$\begin{aligned} \chi_{ab}(iq_4, \mathbf{q}) &= \Pi_{ab}(iq_4, \mathbf{q}) \\ &+ \Pi_{am}(iq_4, \mathbf{q}) \frac{1}{1 - 2g\Pi_{mm}(iq_4, \mathbf{q})} 2g\Pi_{mb}(iq_4, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (a, b = \mu, m). \quad (6)$$

The polarizations Π_{ab} are introduced with the imaginary-time quark propagator \mathcal{S} as

$$\Pi_{mm}(iq_4, \mathbf{q}) = -\not{\mathcal{P}} \text{tr} \mathcal{S}(\vec{k}) \mathcal{S}(\vec{k} - \mathbf{q}), \quad (7)$$

$$\Pi_{\mu\mu}(iq_4, \mathbf{q}) = -\not{\mathcal{P}} \text{tr} \mathcal{S}(\vec{k}) i\gamma_4 \mathcal{S}(\vec{k} - \mathbf{q}) i\gamma_4, \quad (8)$$

$$\Pi_{m\mu}(iq_4, \mathbf{q}) = -\not{\mathcal{P}} \text{tr} \mathcal{S}(\vec{k}) \mathcal{S}(\vec{k} - \mathbf{q}) i\gamma_4, \quad (9)$$

where $\not{\mathcal{P}} \equiv \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} T \sum_n, q_4 = 2l\pi T$ ($l \in \mathbb{Z}$) is the Matsubara frequency of the bosonic mode, $\vec{k} = (\mathbf{k}, k_4 + i\mu) = (\mathbf{k}, -\omega_n + i\mu)$ is the quark loop momentum with $\omega_n = (2n + 1)\pi T$ ($n \in \mathbb{Z}$), and the traces are taken over the flavor, color and Dirac indices. The real-time response function is obtained by an analytic continuation, which is simply achieved by a replacement $iq_4 \rightarrow q_0 + i\epsilon$ after the Matsubara sum. These response functions in the static case should reduce to the susceptibilities in Eq. (5).

The common denominator, $\frac{1}{2g} - \Pi_{mm}(q_0, \mathbf{q})$, is proportional to the inverse of the scalar response function, and its static value coincides with the potential curvature K in the long wave length limit. Diagrammatically, this denominator corresponds to the sum of the bubble diagrams in the scalar channel. The gapless excitation mode which is responsible for the appearance of the CEP and for all divergences of the scalar, vector and entropy fluctuations through the coupling, must be contained in the spectrum of this bubble diagram.

The only task we have to do, therefore, is to investigate the spectrum of the scalar excitation determined by the condition

$$\begin{aligned} \frac{1}{2g} - \Pi_{mm}(q_0, \mathbf{q}) &= \frac{1}{2g} - J(\mathbf{q}) + (4M^2 - q^2)I(q_0, \mathbf{q}) \\ &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

where

$$\begin{aligned} I(iq_4, \mathbf{q}) &= \nu \not{\mathcal{P}} \frac{1}{(\vec{k}^2 + M^2)((\vec{k} - \mathbf{q})^2 + M^2)} \\ &= \nu \int^{k_{\max}} \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{-1}{4E_1 E_2} \left[\frac{1 - n_{+1} - n_{-2}}{iq_4 - E_1 - E_2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{n_{-1} - n_{-2}}{iq_4 + E_1 - E_2} + \frac{n_{+1} - n_{+2}}{iq_4 - E_1 + E_2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1 - n_{-1} - n_{+2}}{iq_4 + E_1 + E_2} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

and

$$J(\mathbf{q}) = 2\nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1 - n_{-1} - n_{+1}}{2E_1} \quad (12)$$

with $E_{1,2} = \sqrt{M^2 + (\mathbf{k} \pm \mathbf{q}/2)^2}$, $n_{\pm 1,2} = n_{\pm}(E_{1,2})$. In these equations we shifted the three momentum \mathbf{k} to make the integral more symmetric and chose a simple convention of the cutoff for the mode with finite momentum \mathbf{q} as $k_{\max}^2 = \Lambda^2 - \mathbf{q}^2/4$. The stable mode corresponds to a real solution of Eq. (10) while the unstable mode appears as a complex-valued solution in the unphysical lower half plane of q_0 .

The function $I(q_0, \mathbf{q})$ is elementary in the thermal field theory [26]. The imaginary part of the first and last terms in Eq. (11) comes from the time-like spectrum, and that of the second and third is from the space-like spectrum. It may be instructive to note here that two limits of the function $I(q_0, \mathbf{q})$ are different:

$$I(0, \mathbf{0}^+) = \nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{4E^2} \left(\frac{1 - n_+ - n_-}{E} + n'_- + n'_+ \right), \quad (13)$$

$$I(0^+, \mathbf{0}) = \nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{4E^2} \frac{1 - n_+ - n_-}{E}. \quad (14)$$

This is the origin of the fact that the massive sigma meson and the zero curvature of the free energy can cope with each other [See also Eq. (4)].

A. Sigma and pion masses

First we study the excitation energy of the massive mode, which is continuously connected to the sigma meson in the vacuum as the parameters (T, μ) are varied. To this end we set $q = (q_0, \mathbf{q}) = (\omega, \mathbf{0})$, following the usual calculation of the sigma meson mass in the vacuum. Then $J = \nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (1 - n_- - n_+)/E$, and together with the gap equation we recover the well-known condition to determine the sigma energy,

$$\frac{1}{2g} \frac{m}{M} + (4M^2 - \omega^2)I(\omega, \mathbf{0}) = 0. \quad (15)$$

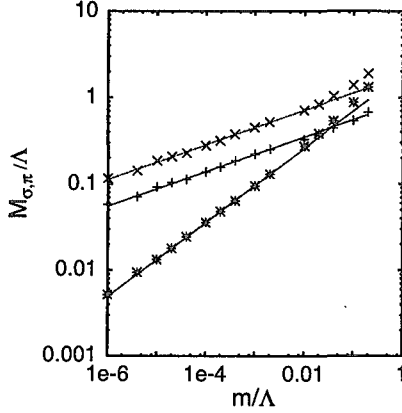


FIG. 2. Sigma (\times) and pion ($*$) masses $M_{\sigma,\pi}$ at the CEP as functions of the current quark mass m . The constituent quark mass M ($+$) is displayed as well.

Similarly for the pions,

$$\frac{1}{2g} \frac{m}{M} - \omega^2 I(\omega, \mathbf{0}) = 0. \quad (16)$$

In the chiral limit the energies of the stopped sigma and pion are $\omega = 2M$ and 0, respectively, which fact is known as Nambu relation [21] in the symmetry-broken phase.

At the CEP, on the other hand, the constituent quark mass M remains massive due to the non-zero current quark mass, and therefore we expect the sigma meson has a finite energy gap as a remnant of the Nambu relation. From the argument using the Landau free energy, M is expected to scale with $m^{1/5}$ at the CEP [12,24]. With neglecting the imaginary part of I , we numerically confirm this behavior, in Fig. 2, for the sigma mass M_σ determined by Eq. (15) as well as the constituent quark mass M . The pion mass will be proportional to $(m/M)^{1/2} \sim m^{2/5}$ from Eq. (16), and it is numerically found as $\sim m^{0.43}$. It should be stressed here that the massive behavior of the sigma is quite normal from the viewpoint of the Nambu relation, and does not introduce any problem in the description of the phase transition. Actually it is found that the massive sigma and the vanishing curvature take place at the same time at the CEP in the NJL model [27], as well as in the linear sigma model [28], in the mean-field approximation.

B. Spectrum of the scalar mode and the phase transition

From the discussion in Introduction, we expect the instability mode in the almost static and long wave length region with the spacelike kinematics. In order to investigate the spectrum of the relevant modes in the transition at the CEP, we must keep the momentum \mathbf{q} finite.

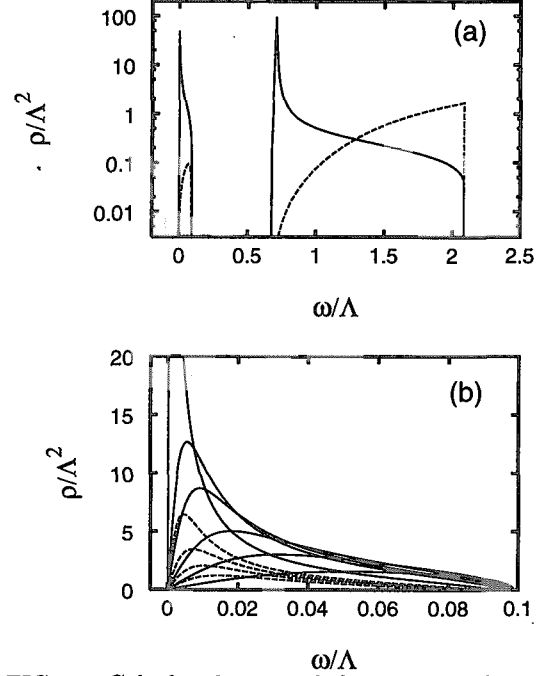


FIG. 3. Calculated spectral function in the scalar mode with $(T/\Lambda, m/\Lambda, |\mathbf{q}|/\Lambda) = (0.14985, 0.01, 0.1)$. (a) Profile at the CEP (solid line) together with the free spectrum (dashed line). (b) Profile in the space-line region with varying the chemical potential as $\mu/\Lambda = 0.59, 0.58, 0.575, 0.572, 0.571, 0.57006 (= \mu_c)$ (solid lines), $0.5682, 0.5652, 0.56, 0.55$ (dashed lines).

The spectral function of the scalar mode is written as

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho(\omega, \mathbf{q}) &= \text{Im} \chi_{mm}(\omega, \mathbf{q}) \\ &= \frac{(\frac{1}{2g})^2 \text{Im} \Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q})}{[\frac{1}{2g} - \text{Re} \Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q})]^2 + [\text{Im} \Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q})]^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

$\Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q})$ is actually the scalar response function of the free quark gas of mass M , whose imaginary part

$$\frac{1}{2} \rho^{(0)}(\omega, \mathbf{q}) = \text{Im} \Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q}) = -(4M^2 - q^2) \text{Im} I(\omega, \mathbf{q}) \quad (18)$$

is the scalar channel spectrum of the uncorrelated quarks. These spectral functions have the support in the time-like region with $q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2 > 4M^2$ and in the space-like region with $q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2 < 0$.

In the numerical calculation presented here, we fix the current quark mass to $m/\Lambda = 0.01$ for definiteness. The corresponding CEP locates at $(T/\Lambda, \mu/\Lambda) = (0.14985, 0.57006)$. The spectrum of $\chi_{mm}(\omega, \mathbf{q})$ with $|\mathbf{q}|/\Lambda = 0.1$ is shown in Fig. 3 (a). The free spectrum is also displayed for comparison. We see that the scalar channel attraction, which is encoded as a bubble sum in the denominator in Eq. (6) or in Eq. (17), changes the structure

of the spectrum dramatically; The resulting scalar mode develops two distinct branches. The higher frequency peak around $2M$ ($M/\Lambda = 0.331$), corresponds to the sigma meson while the lower one appearing in the space-like region ($\omega < |\mathbf{q}|$) is the scalar density fluctuating mode which we expect is responsible for the second order phase transition. We study the structure of the peak in the space-like region near the CEP in more detail in Fig. 3 (b). The enhancement of the spectrum is clearly demonstrated as the CEP is approached from the higher densities, $\mu/\Lambda = 0.59, 0.58, 0.575, 0.572, 0.571$ (solid lines), and also from the lower $\mu/\Lambda = 0.55, 0.56, 0.5652, 0.5682$ (dashed lines) with $\mu_c/\Lambda = 0.57006$.

We searched the pole in the unphysical lower half plane of ω , responsible for this peak. Indeed the pole is found on the negative imaginary axis as shown in Fig. 4 (a). The pole moves toward the origin as decreasing the momentum \mathbf{q} . Even in the non-critical case there is a pole on the negative imaginary axis and it moves toward the origin as $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{0}$, too. The difference between the critical and non-critical cases exists in the exponent of the \mathbf{q} -dependence; the pole position goes to zero as $|\mathbf{q}|^3$ in the critical case while on the other hand it behaves like $|\mathbf{q}|^1$ for non-critical case.

This result can be understood if one notes that in the limit $\omega \rightarrow 0$ with $u \equiv \omega/|\mathbf{q}| < 1$ fixed, the function I has the form ($v = k/E$) [29]

$$I(u) = I(0, |\mathbf{q}| \rightarrow 0) - \frac{\nu}{2\pi^2} \int_0^\Lambda dk (n'_- + n'_+) \times \frac{uv}{8} \left(\ln \left| \frac{v+u}{v-u} \right| - i\pi\theta(1 - \frac{u}{v}) \right), \quad (19)$$

whose imaginary part is proportional to $u = \omega/|\mathbf{q}|$ for small u . It physically expresses the damping of the scalar "sound" mode in the quark gas. Then the response function with the space-like kinematics near the CEP may be approximated with

$$\begin{aligned} \chi_{mm}(\omega, \mathbf{q}) &\sim \frac{\text{Re}\Pi_{mm}(0, \mathbf{q})}{-i2g\text{Im}\Pi_{mm}(\omega, \mathbf{q}) + (1 - 2g\text{Re}\Pi_{mm}(0, \mathbf{q}))} \\ &= \frac{1}{-i\frac{\omega}{\lambda(\mathbf{q})} + \chi_{mm}^{-1}(\mathbf{q})} = \frac{\lambda(\mathbf{q})}{-i\omega + \omega_c(\mathbf{q})}, \end{aligned} \quad (20)$$

where $\chi_{mm}(\mathbf{q})$ is the scalar susceptibility, and $\omega_c(\mathbf{q}) \equiv \chi_{mm}^{-1}(\mathbf{q})\lambda(\mathbf{q})$. Here we expect $\lambda(\mathbf{q}) \propto |\mathbf{q}|$, and numerically confirmed it. The susceptibility behaves as $\chi_{mm}^{-1}(\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{0}) \propto |\mathbf{q}|^2$ at the CEP, but stays constant in non-critical region. This fact explains the change of the \mathbf{q} -dependence of the pole position shown in Fig. 4 (a).

We confirmed in Fig. 4 (b) that the ω -dependence of the response function at the CEP is well reproduced in the single pole form (20) with the values

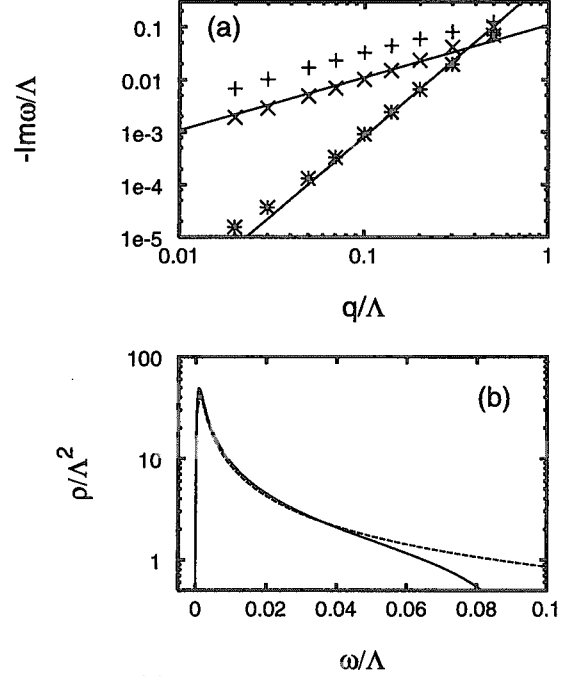


FIG. 4. (a) The pole position of $\chi_{mm}(\omega, \mathbf{q})$ as a function of $|\mathbf{q}|/\Lambda$ for the CEP (*), a lower density ($\mu/\Lambda = 0.56$, \times), and a higher density ($\mu/\Lambda = 0.58$, $+$), together with the straight lines ($\propto |\mathbf{q}|^3$ and $|\mathbf{q}|^1$). (b) Spectral function of the single pole form Eq. (20) (dashed line) in the space-like region at the CEP is compared with the numerical result (17) (solid line) with $|\mathbf{q}|/\Lambda = 0.1$.

($\omega_c(\mathbf{q}), \chi_{mm}^{-1}(\mathbf{q})$) = ($0.90925 \cdot 10^{-3}, 0.21300 \cdot 10^{-1}$) obtained in our numerical pole search. The deviation seen around $\omega/\Lambda \sim 0.1$ is due to the lack of the kinematical cutoff to confine the spectrum inside the space-like region when we use the single pole form (20). Incidentally it is immediately seen that the form of (20) has the different limits around the origin: if one take the $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{0}$ limit first, $\chi_{mm}(\omega, \mathbf{0}) \rightarrow 0$. On the other hand, $\chi_{mm}(0, \mathbf{q}) = \chi_{mm}(\mathbf{q}) \rightarrow \infty$ as $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{0}$.

IV. SUMMARY

In this paper we have explicitly shown that there are two branches in the scalar mode in the NJL model at finite (T, μ) . The sigma meson mode stays massive at the CEP, following the approximate relation, $M_\sigma \sim 2M$. The other mode is the scalar density fluctuation which becomes soft and relevant near the CEP. All the susceptibilities $\chi_{ab}(a, b = T, \mu, m)$ are found divergent at the CEP due to the flatness of the potential curvature, $K \rightarrow 0$.

The situation at the CEP is quite similar to the liquid-gas phase transition, where the density differ-

ence between two phases is identified as the relevant order parameter. From our analysis we conclude that the CEP line in Fig. 1 denotes the second order phase transition characterized by the instability of the density fluctuations. Two lines of the CEP and the line of the second order chiral transition meet at the TCP (therefore tricritical), where we expect that the sigma meson and the density fluctuation mode become unstable at the same time.

As for the experimental signatures of the CEP one should investigate first the implications of the anomalous fluctuations of the baryon number, entropy, and scalar densities.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is supported in part by the Grants-in-Aid for Scientific Research of Monka-sho (Grant No. 13440067).

-
- [1] M. Asakawa and K. Yazaki, Nucl. Phys. **A504** 668,1989.
- [2] S. Gavin, A. Gocksch, R.D. Pisarski, Phys. Rev. D **49** 3079, 1994 (hep-ph/9311350).
- [3] J. Berges and K. Rajagopal, Nucl. Phys. **B538** 215, 1999 (hep-ph/9804233).
- [4] M.A. Halasz, A.D. Jackson, R.E. Shrock, M.A. Stephanov, and J.J.M. Verbaarschot, Phys. Rev. D **58** 096007, 1998 (hep-ph/9804290).
- [5] Z. Fodor and S.D. Katz, JHEP 0203, 014,2002 (hep-lat/0106002).
- [6] M.A. Stephanov, K. Rajagopal and E.V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **81** 4816,1998 (hep-ph/9806219).
- [7] M.A. Stephanov, K. Rajagopal and E.V. Shuryak, Phys. Rev. D **60** 114028,1999 (hep-ph/9903292).
- [8] S. Gavin, nucl-th/9908070.
- [9] B. Berdnikov and K. Rajagopal, Phys. Rev. D **61** 105017, 2000.
- [10] O. Scavenius, A. Mocsy, I.N. Mishustin and D.H. Rischke, Phys. Rev. C **64** 045202, 2001 (nucl-th/0007030).
- [11] S. Borsanyi, A. Patkos, D. Sexty, Z. Szep, Phys. Rev. D **64** 125011, 2001 (hep-ph/0105332).
- [12] Y. Hatta and T. Ikeda, Phys. Rev. D **67** 014028, 2003 (hep-ph/0210284).
- [13] K. Fukushima, Phys. Rev. C **67** 025203 (hep-ph/0209270).
- [14] Y. Hatta and M.A. Stephanov, hep-ph/0302002.
- [15] N.B. Wilding, Cond. Matter **9**, 585, 1997 (cond-mat/9610133).
- [16] H.E. Stanley, *Introduction to phase transitions and critical phenomena*, Oxford (1977).
- [17] W. Gebhardt, Phasenübergänge und kritische Phänomene, Friedr. Vieweg & Sohn (1980). 邦訳、W. ゲブハルト-U. クライ、"相転移と臨界現象"、吉岡書店。
- [18] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247** 221, 1994.
- [19] S.P. Klevansky Rev. Mod. Phys. **64** 649, 1992.
- [20] P.C. Hohenberg and B.I. Halperin, Rev. Mod. Phys. **49** 435, 1977.
- [21] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122** 345, 1961; **124** 246, 1961.
- [22] T. Kunihiro, Phys. Lett. **B271** 395, 1991.
- [23] A. Gocksch, Phys. Rev. Lett. **67** 1701, 1991.
- [24] I. Lawrie and S. Sarbach, in *Phase Transitions and Critical Phenomena*, ed. by C. Domb and J. Lebowitz (Academic Press, NY, 1984), Vol. 9, pp. 1.
- [25] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rev. Lett. **55** 158, 1985.
- [26] M. Le Bellac, *Thermal Field Theory*, Cambridge University Press (1996).
- [27] K. Ohnishi and M. Ohtani (private communication).
- [28] K. Fukushima (private communication).
- [29] A.L. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, McGraw Hill (1971).
- [30] F. Karsch, E. Laermann and C. Schmidt, Phys. Lett. B **520** 41, 2001 (hep-lat/0107020).



23. Effect of pion thermal width on the spectral function of the sigma meson シグマ中間子のスペクトル関数に対するパイ中間子の熱的幅の効果

Munehisa OHTANI, Yoshimasa HIDAKA, Osamu MORIMATSU, and Tetsuo NISHIKAWA
大谷 宗久, 日高 義将, 森松 治, 西川 哲夫

*Institute of Particle and Nuclear Studies, High Energy Accelerator Research Organization,
1-1, Ooho, Tsukuba, Ibaraki, 305-0801, Japan*
高エネルギー加速器研究機構 (KEK) 素粒子原子核研究所

We study the effect of pion thermal width on the spectral function of σ in the $\mathcal{O}(4)$ linear sigma model. To reckon with the thermal width, we use a complex pole of the pion propagator for the internal mass in the self-energy of σ . As a result of this prescription, two broad peaks are found in the spectral function at nonzero temperature and a sharp peak at the 2π threshold, which was obtained without thermal width of π , turns out to be smeared out.

To analyze the behavior of the spectral function, we search the complex energy plane for the poles of the σ propagator and elucidate the correlation between the pole location and the smeared structure of the spectrum. The influence of the thermal width upon the diphoton emission rate is also estimated.

I. INTRODUCTION

The study of the chiral symmetry is one of significant subjects in the hadron physics. Theoretical investigations suggest that the chiral phase transition occurs at a temperature of the typical hadronic energy-scale and particularly that the transition is crossover or nearly second order for finite temperature T .

In general, the second order transition softens the fluctuation of the order parameter near the critical temperature T_c . This argument demands [1], for the chiral transition, that the mass of the sigma meson, m_σ , decreases as T goes up to T_c while the light pion as pseudo NG-boson swells its mass m_π tending to the chiral restoration. Accordingly, a specific mass-relation $m_\sigma \sim 2m_\pi$ is expected to be realized at a certain temperature below T_c . If this relation is achieved, the spectral function of σ will be strongly enhanced near the threshold of $\sigma \rightarrow \pi\pi$ owing to the squeeze of the phase space for that decay.

Whether the threshold enhancement can actually be observed or not and if it can be to what extent in what situation — these problems deserve careful consideration to be settled. According to the analysis up to 1-loop order in a linear sigma model with the optimized perturbation theory (OPT)[2, 3], the enhancement is obtained at $T = 145$ MeV for the σ spectrum (and is also found for π at $T = 168$ MeV). It should be noted, however, that in such a high-temperature region the pions as the final state of the decay $\sigma \rightarrow \pi\pi$ acquire the thermal width of about 50 MeV through the scattering in the heat bath. The finite thermal width of pion lowers the threshold kinematically to zero and is allowed to relax the sharp peak at the threshold in the spectrum. Naturally, it is expected that the enhancement in the spectrum will be smeared by the thermal width theoretically beyond the 1-loop calculation. The purpose of the present work is to study this effect of the pion thermal width on the behavior of the spectral function of σ employing a simple prescription, which we explain in the next section.

II. LINEAR SIGMA MODEL WITH OPT

To discuss the chiral dynamics at finite temperature in terms of the relevant light mesons, we consider the $\mathcal{O}(4)$ linear sigma model:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial\phi_\alpha)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi_\alpha^2 - \frac{\lambda}{4!}(\phi_\alpha^2)^2 + h\phi_0,$$

with $\phi_\alpha = (\phi_0, \boldsymbol{\pi})$. As the chiral symmetry is taken to be dynamically broken at low temperature, the mass term in the Lagrangian is assigned to be negative, $\mu^2 < 0$. This *wrong* sign and the explicit breaking term of $h\phi_0$ drive the field ϕ_0 to have a non-vanishing expectation value ξ . Complying with this, we decompose

beforehand the field operator ϕ_0 into the classical condensate and the quantum fluctuation as

$$\phi_0 = \xi + \sigma .$$

The integration of the fluctuations σ and π around the condensate brings us the 1-loop effective potential:

$$V^{\text{eff}}(\xi) = -h\xi + \frac{\mu^2}{2}\xi^2 + \frac{\lambda}{4!}\xi^4 - \frac{i}{2}\text{tr} \ln(k^2 - m_{0\sigma}^2) - 3\frac{i}{2}\text{tr} \ln(k^2 - m_{0\pi}^2) ,$$

where $m_{0\sigma}$ and $m_{0\pi}$ are the tree-level mass of the fluctuations,

$$m_{0\sigma}^2 = m^2 + \lambda\frac{\xi^2}{2} , \quad m_{0\pi}^2 = m^2 + \lambda\frac{\xi^2}{6} . \quad (1)$$

These are expressed in terms of ξ and the optimal mass parameter $m(T)$, which will be explained later. With these expressions, a condition to determine the condensate $\xi(T)$ as a minimum of the effective potential leads us to the following gap equation:

$$0 = \frac{\partial V^{\text{eff}}}{\partial \xi} = -h + \mu^2\xi + \frac{\lambda}{3!}\xi^3 + \frac{\lambda\xi}{2}(I_\sigma^{(1)} + I_\pi^{(1)}) . \quad (2)$$

$I^{(1)}$ is the tadpole contribution, which we regularize with the modified minimal subtraction ($\overline{\text{MS}}$),

$$I_\phi^{(1)} = T \sum \int \bar{d}^3 k \frac{-1}{k^2 - m_{0\phi}^2} \overline{\text{MS}} - \frac{m_{0\phi}^2}{16\pi^2} (1 - \ln \frac{m_{0\phi}^2}{\kappa^2}) + \int_0^\infty \frac{d|\mathbf{k}|k^2}{2\pi^2} \frac{n(\omega_\phi)}{\omega_\phi} ; \quad (\phi = \sigma \text{ or } \pi) , \quad (3)$$

where $\bar{d}k = dk/2\pi$, $\omega_\phi = \sqrt{k^2 + m_{0\phi}^2}$ and $n(\omega) = 1/(e^{\beta\omega} - 1)$.

The model parameters are adjusted to fit m_π , f_π and the peak energy of the spectral function ρ_σ at $T = 0$ and thereby fixed as $\mu^2 = -(283 \text{ MeV})^2$, $\lambda = 73.0$, $h = (123 \text{ MeV})^3$, $\kappa = 255 \text{ MeV}$ following [2]. In addition to these, the optimal parameter $m(T)$ is necessary to solve the gap equation (2). This $m(T)$ is determined in a framework of the OPT, on which we give a brief comment next.

A physical concept of OPT is to impose thermal effects upon the optimal parameter(s) and to tune it by an optimal condition[4]. At finite temperature, mass of the mesons might change into the effective one through the resummation of higher-loop diagrams. On account of this effect, the optimal mass parameter $m(T)$ is introduced as $\mu^2 = m(T)^2 + (\mu^2 - m(T)^2) \equiv m(T)^2 - \chi$ and the m^2 term is assigned to be non-perturbative part while the difference χ is treated perturbatively. The optimal parameter is chosen based on the following criterion: physical quantities should not be dependent on how to split μ^2 or on the order of the truncated loop expansion. In the present case, based on the latter, $m(T)$ is determined so that the (thermal part of) 1-loop correction vanishes for the pion mass at 0 momentum [2].

With this $m(T)$, we can see the trend of meson masses explained in the Introduction. Fig. 1 shows temperature dependence of the tree-level masses calculated by eq. (1). ξ determined from eq. (2) is also graphed. As is understood from that the order parameter ξ reduces its value with increasing T , the crossover transition takes place at $T_c \sim 230 \text{ MeV}$. In response to this, one can see the softening of σ from the curve of the tree-level mass $m_{0\sigma}$.

As alluded to above, the mass-relation $m_\sigma \sim 2m_\pi$ is crucial for the threshold enhancement of the spectrum. This relation, however, does not hold for the tree-level masses near

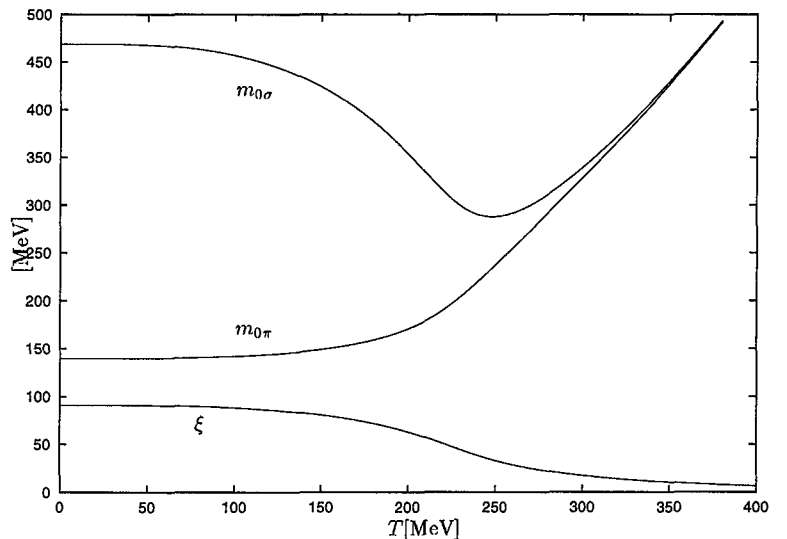


Fig. 1: Temperature dependence of the tree-level mass and the condensate.

$T = 145 \text{ MeV}$ nor $T = 168 \text{ MeV}$ at which the sharp peak is found in ρ_σ and ρ_π , respectively [3]. Correctly,

in case that the spectrum is enhanced, the tree-level mass is correlated with real poles of the propagator ($\bar{m}_\phi^{\text{pole}} \in \mathbb{R}$) at the temperature concerned:

$$m_{0\sigma} = 2\bar{m}_\pi^{\text{pole}} \quad (\text{at } T = 145 \text{ MeV}) ; \quad \bar{m}_\sigma^{\text{pole}} = m_{0\pi} + \bar{m}_\pi^{\text{pole}} \quad (\text{at } T = 168 \text{ MeV}) . \quad (4)$$

This is basically because the spectral function is defined as the imaginary part of the propagator as

$$\rho_\sigma = 2 \text{Im} D_\sigma = 2 \text{Im} \frac{-1}{p^2 - m_{0\sigma}^2 - \Pi_\sigma} = \frac{-2 \text{Im} \Pi_\sigma}{|D_\sigma^{-1}|^2} . \quad (5)$$

At 1-loop level, the self-energy Π_σ is written with the help of the diagrams Fig. 2 as

$$\Pi_\sigma = -\chi + \frac{\lambda}{2} \left(I_\sigma^{(1)} + I_\pi^{(1)} \right) - \frac{\lambda^2 \xi^2}{2} \left(I_\sigma^{(2)} + \frac{1}{3} I_\pi^{(2)} \right) , \quad (6)$$

where

$$I_\phi^{(2)} = T \sum \int \bar{d}^3 k \frac{-1}{k^2 - m_{0\phi}^2} \frac{-1}{(k-p)^2 - m_{0\phi}^2} \quad (7)$$

$$\stackrel{\text{MS}}{=} \frac{1}{16\pi^2} \left(2 - \ln \frac{m_{0\phi}^2}{\kappa^2} - 2 \sqrt{\frac{4m_{0\phi}^2}{p^2} - 1} \arcsin \frac{\sqrt{p^2}}{m_{0\phi}} \right) - \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{d|\mathbf{k}| k^2}{\omega_\phi} \frac{n(\omega_\phi)}{p^2 - 4\omega_\phi^2} . \quad (8)$$

As a matter of course, the propagator has plural poles on the complex energy plane besides \bar{m}^{pole} . The complex poles are useful for a calculation beyond 1-loop order, which we clarify next.

III. SPECTRAL FUNCTION WITH PION THERMAL WIDTH

Here we consider effects of the thermal width of π on the spectrum of σ and explain how the effects are taken account of in this framework. The thermal width of π is represented in the imaginary part of the complex pole of the pion propagator

$$-D_\pi^{-1} = k^2 - m_{0\pi}^2 - \Pi_\pi(k^2, \mathbf{k}; T) \Big|_{k^2 = (m_\pi^{\text{pole}})^2} = 0 ; \quad m_\pi^{\text{pole}} = m_\pi^*(T) - i \frac{\Gamma_\pi(T)}{2} , \quad (9)$$

where Π_π is the pion self energy at 1 loop: $\Pi_\pi = -\chi + \frac{\lambda}{6} \left(I_\sigma^{(1)} + 5I_\pi^{(1)} \right) - \frac{\lambda^2 \xi^2}{9} I_{\sigma\pi}^{(2)}$. To employ this pole (at a certain fixed momentum, say $\mathbf{k} = \mathbf{0}$) is one of the simplest way to incorporate the effect of the thermal width into ρ_σ . We substitute the pole m_π^{pole} at zero momentum for the propagating mass of the pion loop in Π_σ instead of the tree level mass $m_{0\pi}$. Namely, $m_{0\pi}$ in eqs. (3), (8) is replaced with m_π^{pole} for estimation of the spectrum. Although this prescription does not include a momentum dependence of the pole [3] which arises corresponding to the loop integration by nature, higher loop diagrams are effectively taken in through the replacement of the pion mass beyond the 1-loop calculation.

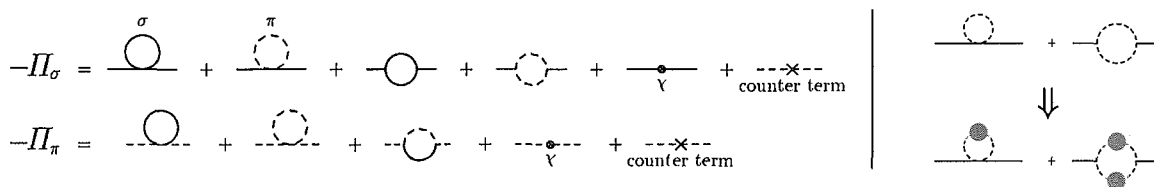


Fig. 2: The self-energy diagrams for σ and π . The blob illustrates the replacement by the pole mass of π

Fig. 3 shows the spectral function of σ obtained by this method [5] for several T as a function of $p^0 \equiv \omega$. For low T , a broad peak can be seen in the spectrum about $\omega \sim 550$ MeV and the structure around this peak, on one hand, does not alter so much as T increases. On the other hand, another bump grows at the left shoulder of the peak, but increasing temperature never sharpen this bump. For comparison, we show the spectral function at $T = 145$ MeV with and without thermal width of π in Fig. 4. In case of no thermal width, the spectrum near the 2π threshold is enhanced as T is increased and it culminates in a sharp peak at $T = 145$ MeV as exhibited in dotted curve. Once m_π^{pole} is used, however, the peak is smeared to be a bump at $\omega = 200$ MeV \sim 300 MeV as seen in the solid curve of Fig. 4 and thus we can conclude that the smearing of ρ_σ is the effect of pion thermal width.

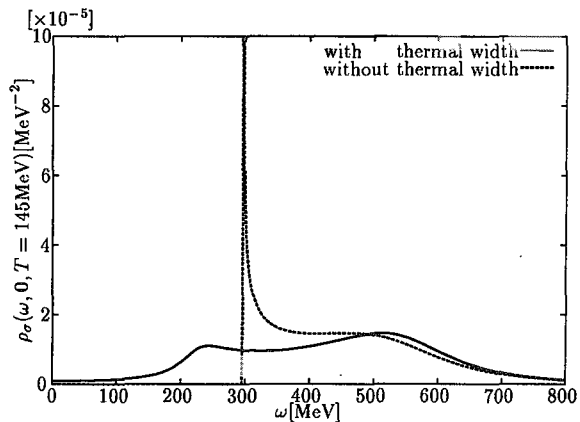
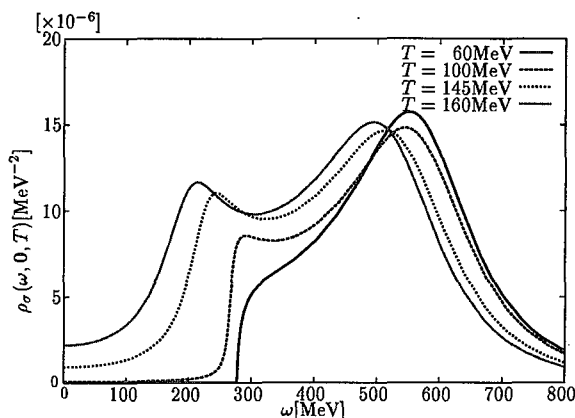


Fig. 3: Spectral function of σ with pion thermal width. Fig. 4: Spectral functions of σ with and without pion thermal width.

IV. THE COMPLEX POLES AND THE SPECTRUM

Here, we analyze these smeared behavior of ρ_σ in terms of pole locations of the sigma propagator, D_σ . As is seen in eq. (5), behavior of ρ_σ is governed by the poles of σ . Especially, a comparison of temperature dependences of the pole locations between with and without thermal width is helpful in understanding the behavior of ρ_σ . We thus searched the complex ω plane for the poles of propagator and found three relevant poles [3, 5]. Fig. 5 shows the locations of these poles m_σ^{pole} with thermal width. Two of them, (II) and (II*), are on the second Riemann sheet and off the real axis. These show up as a broad peak around $\omega = 550$ MeV in ρ_σ and the small movement of the poles explains the insensitivity to T of the structure near the peak. The other pole (I) determines the behavior of the spectrum in low ω region but the consideration of this pole requires scrupulous care because of the branch point.

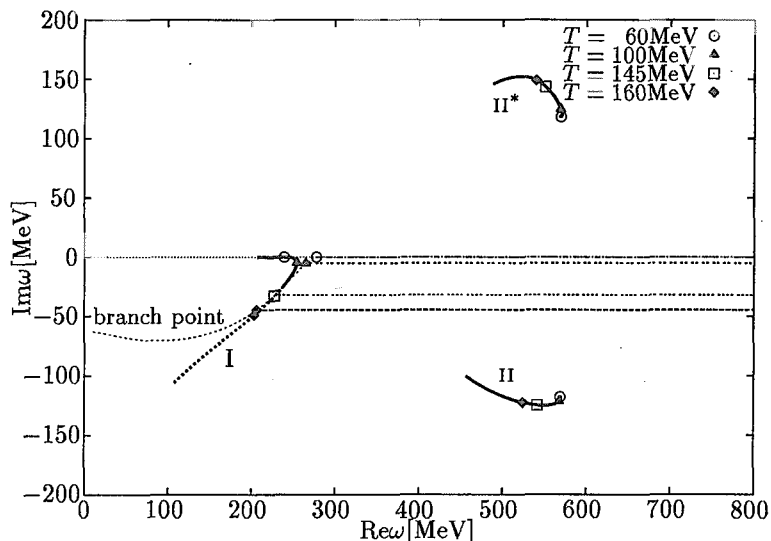


Fig. 5: Poles of the σ propagator on the complex plane. Branch points and cuts are also plotted for several T .

trium is enhanced since the pole is almost on the first sheet corresponding to a bound state. (That is why eq. (4) is deduced.)

The branch point, however, is modified by the thermal width of π . The replacement of propagating mass by the complex pion pole in eq. (7) transfers the branch point from $2m_{0\pi} \in \mathbb{R}$ to $2m_\pi^{\text{pole}} \in \mathbb{C}$. As a consequence of this, the pole (I), which caused the threshold enhancement for $\Gamma_\pi = 0$, also acquires the imaginary part. This is the reason why ρ_σ is smeared by the thermal width of π , as is expected from the

In general, for the sake of argument on the quantitative correlation between a spectral function and poles of the propagator, branch points of the self energy play a critical role. In this sense, study of analyticity of the self energy is of much significance. In particular, branch points arisen from the term expressed like eq. (7) are highly relevant for the smearing of the enhancement.

In case of no pion thermal-width [3], a pole of the σ propagator (previously denoted by $\bar{m}_\sigma^{\text{pole}}$) moves along the real axis on unphysical second Riemann sheet toward the threshold as T increases up to 145 MeV. When the pole $\bar{m}_\sigma^{\text{pole}}$ approaches near the branch point $2m_{0\pi}$ on the real axis, the spec-

consideration of scattering with the thermal particles.

Here we note how the softening of σ can be understood with these complex poles. In Fig. 6, we plot the real part of the complex poles (I) and (II) as a function of T . In low temperature region, the trends of real part of the pole (II) is analogous to the tree-level mass $m_{0\sigma}$, while that of pole (I) degenerate with $m_{0\sigma}$ for such high T as the chiral symmetry is restored. This indicates that a role of "the tree-level σ " transfers between two poles according to temperature. A mixture of these two kinds of mass — the tree-level mass and the

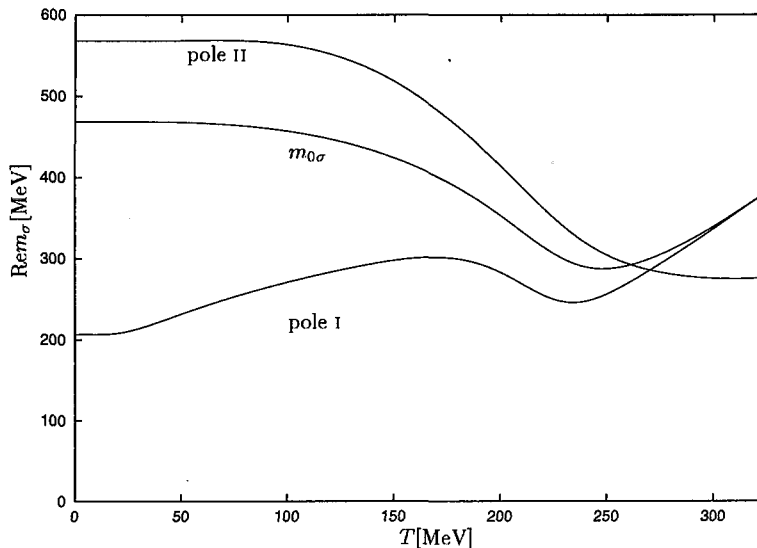


Fig. 6: Real part of the complex poles of D_σ versus T .

pole mass — results in the discrepancy in temperature of the enhancement for ρ_σ and ρ_π as eq. (4).

To elucidate the correlation between the contour of the spectrum ρ_σ and the pole locations of σ more quantitatively, we approximate the σ propagator with the superposition of pole contributions:

$$\rho_\sigma \simeq 2 \operatorname{Im} \sum_{\text{pole}} \frac{-Z^{\text{pole}}}{q - q_{\text{pole}}}, \quad Z^{\text{pole}} = \frac{1}{2q_{\text{pole}}} \left(1 - \frac{\partial \Pi_\sigma}{\partial p^2} (p^2 = (m_\sigma^{\text{pole}})^2) \right)^{-1}$$

with $q = (p^2 - (2m_\pi^{\text{pole}})^2)^{1/2}$ and $q_{\text{pole}} = ((m_\sigma^{\text{pole}})^2 - (2m_\pi^{\text{pole}})^2)^{1/2}$. The attention to the branch point is reflected on the variable q . For correct estimation of effects from the complex poles, it is inevitable to use this variable which enables us to unfold two leaves of the Riemann sheet around the branch point [6].

In Fig. IV, we show the pole contributions to the spectral function at $T = 60$ MeV and 145 MeV [5]. It is proved that the poles (II) and (II*) provide the broad peak around $\omega = 550$ MeV whereas the pole (I) mainly controls the left shoulder of the peak. Unless (II*) is considered, a structure which is not seen in ρ_σ appears in low ω region though two broad peaks are still reproduced. The contribution of (II*) cancels out the spurious structure caused by (II). At $T = 60$ MeV, the left shoulder of the peak is less bumpy, though pole (I) seems to lie close to the real axis. This is because the pole exists on the second Riemann sheet and is practically far from the real axis. In contrast, at $T = 145$ MeV, the pole (I) resides on the first Riemann sheet and is close to the real axis. Accordingly, it provides a bump with more strength around $\omega = 200 \sim 300$ MeV. Thus, to make the relation clear between the poles and the behavior of the spectrum, it is necessary to know both of the complex structure of the Riemann sheet and the positions of the poles on it.

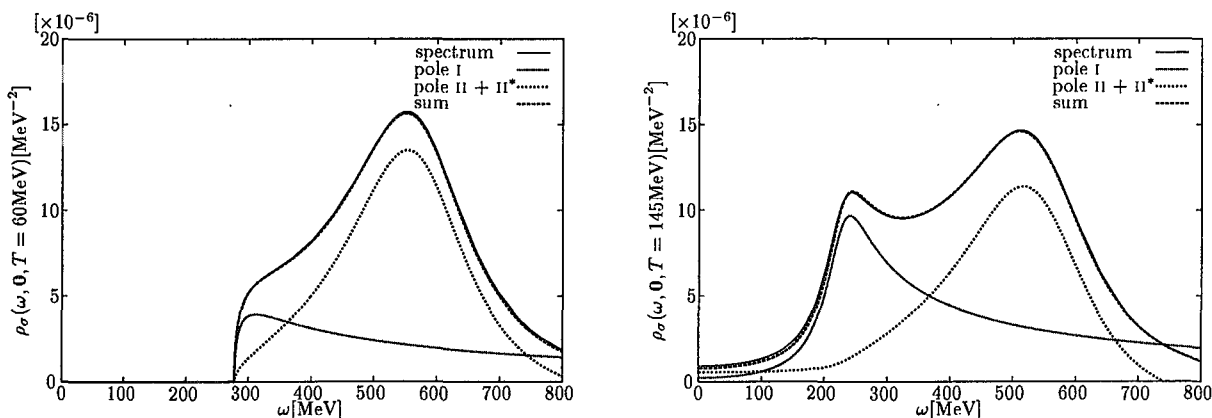


Fig. 7: Pole contributions to the σ spectrum at $T = 60$ MeV and $T = 145$ MeV.

V. DIPHOTON YIELD

As was discussed in Ref. [2], the behavior of ρ_σ is reflected on the diphoton emission rate from the decay $\sigma \rightarrow 2\gamma$. This indicates that the diphoton yield will also be smeared out by the pion thermal width. Let us estimate the diphoton yield which is cast in the following form with back to back kinematics:

$$\frac{dR}{d^4x d^4p} = \frac{|\omega^2 g_{\sigma\gamma\gamma}(\omega)|^2}{(2\pi)^5} n(\omega) \rho_\sigma(\omega, \mathbf{0}); \quad g_{\sigma\gamma\gamma} \text{ (diagrams)} + \text{crossed terms}$$

$g_{\sigma\gamma\gamma}(\omega)$ is the effective $\sigma\gamma\gamma$ coupling with the form factor and consists of the quark loop and the pion loop contributions. In the present analysis, the complex pole m_π^{pole} is also used in the pion loop to obtain the effective coupling $g_{\sigma\gamma\gamma}$. Fig. V shows the result of the yield calculated in this way. It is found that the smeared structure of ρ_σ is inherited to the diphoton yield as is expected. The details of the results will be reported elsewhere.

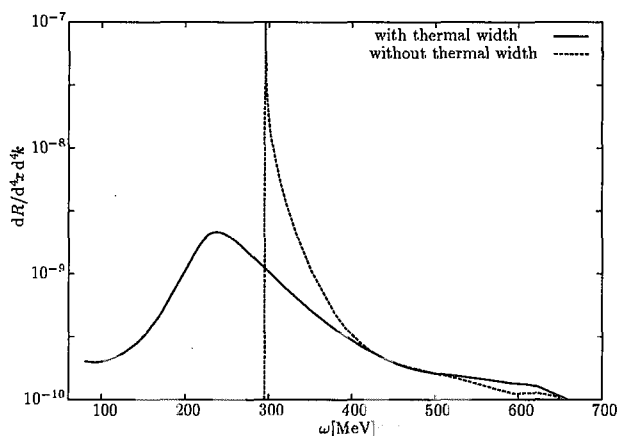


Fig. 8: Diphoton yield at $T = 145$ MeV

The author M. O. would like to thank Y. Utsuno for the hospitality at the JAERI conference.

REFERENCES

- [1] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 158.
- [2] S. Chiku and T. Hatsuda, Phys. Rev. **D58** (1998) 076001.
- [3] Y. Hidaka, O. Morimatsu and T. Nishikawa, Phys. Rev. **D67** (2003) 056004.
- [4] P. M. Stevenson, Phys. Rev. **D23** (1981) 2916.
- [5] Y. Hidaka, O. Morimatsu, T. Nishikawa and M. Ohtani, hep-ph/0304204.
- [6] R. G. Newton, *SCATTERING THEORY OF WAVES AND PARTICLES* (New York, USA: Springer, 1982).



24. 量子メソン場の集団運動の時間発展 Time evolution of collective motion of quantum meson fields

津江保彦
高知大学理学部

Yasuhiko TSUE
Physics Division, Faculty of Science, Kochi University

The dynamical process of chiral phase transition is investigated in the $O(4)$ linear sigma model. The time evolution of chiral condensate and quantum meson modes is described self-consistently by means of the functional Schrödinger picture with a time-dependent Gaussian wave functional. It is shown that the solutions corresponding to quantum rotations in isospin space are obtained and a remarkable effects arise because of the coupling between the mean field, i.e., chiral condensate, and its quantum fluctuations. The damping time of collective isospin rotation and emitted number of pions in the relaxation process are also evaluated. Further, in the case of rolling down of chiral condensate in so-called quench scenario in chiral phase transition, the mechanism of amplification of quantum pion modes are discussed.

I. INTRODUCTION

高エネルギー重イオン衝突実験で、高温・高密度の極限状況のハドロンまたはクォーク物質を生成しようという試みが始まって久しい。クォーク・ハドロン相転移に伴い、カイラル対称性の回復も期待される。ここでは、一旦回復したカイラル対称性が再び自発的に破れる際の相転移の動的過程に着目し、 $O(4)$ 線型シグマモデルを用いて、カイラル相転移の秩序変数であるカイラル凝縮体と、量子メソン場双方の時間発展を記述し、期待される現象について考察する。

一旦回復したカイラル対称性が再び自発的に破れ、カイラル秩序変数が $\langle \sigma \rangle = \langle \pi \rangle = 0$ に取り残された状況を想定する (quench scenario [1])。古典的に考えると、カイラル秩序変数は σ 方向に roll down して、最終的に真空値に緩和していくことが期待される (Fig.1(a))。可能性としては、カイラル秩序変数が有効ポテンシャルの底を回転しながら真空値に緩和していくという、アイソスピン空間での集団回転も期待される (Fig.1(b)) [2,3]。この動的過程は、異方カイラル凝縮体 (Disoriented Chiral Condensate : DCC [4,2,3,5]) の崩壊過程の一つとして興味を持たれるであろう。これらの過程を、量子揺らぎの中を時間発展する秩序変数という描像に基づき、カイラル凝縮体と量子メソン場を自己無撞着に扱い記述し、特に量子効果の果たす役割に注目していく。

II. VARIATIONAL APPROACH TO THE DYNAMICS OF CHIRAL PHASE TRANSITION

カイラル対称性が自発的に破れた後のカイラル秩序変数及び量子メソン場の時間発展を考える。その為、 $O(N)$ 線型シグマモデルを採用しよう。ハミルトニアン \hat{H} は、

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \int d^3x \mathcal{H}(x), \\ \mathcal{H}(x) &= \mathcal{H}_{O(N)}(x) - c\Phi_a(x)\delta_{0a}, \\ \mathcal{H}_{O(N)}(x) &= \frac{1}{2}\Pi_a^2(x) + \frac{1}{2}(\nabla\Phi_a(x))^2 + \frac{1}{2}m_0^2\Phi_a^2(x) + \frac{\lambda}{24}(\Phi_a^2(x))^2,\end{aligned}\quad (1)$$

で与えられる。カイラル凝縮体と量子メソン場の時間発展を自己無撞着に扱うために、汎関数シュレーディンガー描像 [6] の下で時間依存変分法を用いる [7]。変分試行状態としてはガウシアン汎関数を探る：

$$\Phi[\varphi] = \mathcal{N}e^{i\langle\pi|\varphi-\bar{\varphi}\rangle}e^{-\langle\varphi-\bar{\varphi}|\frac{1}{4G}+i\Sigma|\varphi-\bar{\varphi}\rangle}.\quad (2)$$

ここで、 $\langle\pi|\varphi\rangle = \int d^3x \pi_a(x,t)\varphi_a(x)$ であり、また $\langle\varphi|G|\varphi\rangle = \int d^3x \int d^3y \varphi_a(x)G_{ab}(x,y,t)\varphi_b(x)$ と定義されている。 a, b はアイソスピンの脚である。場の期待値は

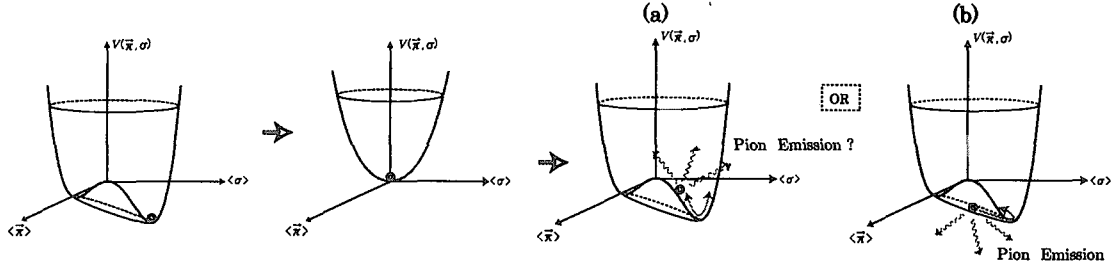


FIG. 1. A schematic diagram of the chiral phase transition. The roll down of the condensate is realized in (a). The collective isospin rotation is realized in (b).

$$\langle \Phi_a(\mathbf{x}) \rangle = \bar{\varphi}_a(\mathbf{x}, t), \quad \langle \Pi_a(\mathbf{x}) \rangle = \bar{\pi}_a(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

であり、 $\bar{\varphi}_a(\mathbf{x}, t)$ は平均場、ここではカイラル凝縮体である。2点関数 G_{ab} は

$$\langle \Phi_a(\mathbf{x}) \Phi_b(\mathbf{y}) \rangle = \bar{\varphi}_a(\mathbf{x}, t) \bar{\varphi}_b(\mathbf{y}, t) + G_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \quad (4)$$

から、平均場の周りの量子揺らぎを表す。

変分関数は $\bar{\varphi}_a(\mathbf{x}, t)$ 、 $\bar{\pi}_a(\mathbf{x}, t)$ 、 $G_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ 、 $\Sigma_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ である。運動方程式は時間依存変分原理

$$\delta \int dt \langle \Phi(t) | i \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H} | \Phi(t) \rangle = 0 \quad (5)$$

から、これらの変分関数による汎関数微分を用いて得られる。平均場については

$$\left[\left(\partial_\mu \partial^\mu + m_0^2 + \frac{\lambda}{6} \bar{\varphi}^2(x) + \frac{\lambda}{6} \text{Tr} G(x, x) \right) \delta_{ab} + \frac{\lambda}{3} G_{ab}(x, x) \right] \bar{\varphi}_b(x) = c \delta_{0a} \quad (6)$$

が得られる [8]。ここで、有限温度の場合を考慮して、

$$G_{ab}(x, x) = \langle \hat{\varphi}_a(x) \hat{\varphi}_b(x) \rangle \quad (7)$$

は、平均場ハミルトニアン \hat{H}_{MF} による密度演算子により統計平均がとられているとする [9] : $\langle \hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_b(\mathbf{x}) \rangle = \text{Tr}(\hat{D} \hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_b(\mathbf{x}))$ かつ、 $\hat{D} = e^{-\beta \hat{H}_{MF}} / \text{Tr} e^{-\beta \hat{H}_{MF}}$ 。ここで、 $\hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) = \varphi_a(\mathbf{x}) - \bar{\varphi}_a(\mathbf{x}, t)$ 、また以下の便宜のために $\hat{\pi}_a(\mathbf{x}) = \pi_a(\mathbf{x}) - \bar{\pi}_a(\mathbf{x}, t)$ をあわせて定義しておく。

量子揺らぎについては、reduced density matrix \mathcal{M} を導入することにより、Liouville-von Neumann タイプの運動方程式にまとめられる。

$$i \dot{\mathcal{M}} = [\mathcal{H}, \mathcal{M}], \quad (8)$$

$$\mathcal{M}_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = \begin{pmatrix} -i \langle \hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) \hat{\pi}_b(\mathbf{y}) \rangle & \langle \hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_b(\mathbf{y}) \rangle \\ \langle \hat{\pi}_a(\mathbf{x}) \hat{\pi}_b(\mathbf{y}) \rangle & i \langle \hat{\pi}_a(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_b(\mathbf{y}) \rangle \end{pmatrix} - \frac{1}{2},$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \Gamma & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Gamma_{ab} = \left(-\Delta + m_0^2 + \frac{\lambda}{6} \langle \hat{\varphi}_c(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_c(\mathbf{x}) \rangle \right) \delta_{ab} + \frac{\lambda}{3} (\bar{\varphi}_a \bar{\varphi}_b + \langle \hat{\varphi}_a(\mathbf{x}) \hat{\varphi}_b(\mathbf{x}) \rangle) \\ = (-\Delta + M_a^2) \delta_{ab}.$$

量子メソン場は (8) の Liouville 方程式で記述され、その量子メソン場の中を平均場としてのカイラル凝縮体が (6) に従って時間発展する。ただし、両者は自己無撞着に決定される。これら、(6) と (8) が基本方程式系である [10]。

III. COLLECTIVE ISOSPIN ROTATION OF QUANTUM MESON FIELDS

この章では量子メソン場のアイソスピン空間での集団回転 (Fig.1(b)) を考える。これは、DCC の動的発現形態の一つとして興味を持たれる状況である [2]。このとき、アイソスピン集団回転がカイラル相転移に与える影響、量子効果が相転移に及ぼす影響 [10]、アイソスピン集団回転の減衰のメカニズム、減衰時間等について考察していく [11]。

A. Collective isospin rotation

時間発展としてはアイソスピン集団回転のみを考える。アイソスピンの第0(σ)と第1($(\pi^+ + \pi^-)/\sqrt{2}$)成分がアイソスピン回転により混合するという状況を考える。このとき、アイソスピン回転系で考察することが便利である。シグマ方向に凝縮体が存在する状態からアイソスピン回転によって凝縮体は

$$\bar{\varphi}(x) = U(x) \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad U(x) = e^{iqx\tau_y}, \quad \tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & \cdots \\ i & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (q_\mu = (\omega, \mathbf{q})) \quad (9)$$

と変換される。結果的に運動方程式(6)は、

$$\left[\left(-\omega^2 + \mathbf{q}^2 + m_0^2 + \frac{\lambda}{6} \bar{\varphi}_r^2(x) + \frac{\lambda}{6} \text{Tr} G_r(x, x) \right) \delta_{ab} + \frac{\lambda}{3} G_{r,ab}(x, x) \right] \bar{\varphi}_{r,b}(x) = c\delta_{0a} \quad (10)$$

となる。ここで、添え字 r は回転系の量であることを示す。量子メソン場の方程式は、

$$\mathcal{M}_r(x, \mathbf{y}; t) = U^\dagger(x, t) \mathcal{M}(x, \mathbf{y}; t) U(\mathbf{y}, t), \\ \mathcal{H}(\mathbf{q}) = U^\dagger(x) \left(-i \frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{H} \right) U(x) = \begin{pmatrix} \omega\tau_y & 1 \\ \Gamma(\mathbf{q}) & \omega\tau_y \end{pmatrix}, \quad \Gamma(\mathbf{q}) = (-\nabla - iq\tau_y)^2 + M_{r,a}^2 \delta_{ab} \quad (11)$$

の回転系への変換から、

$$[\mathcal{H}(\mathbf{q}), \mathcal{M}_r] = 0 \quad (12)$$

となる。但し、カイラル凝縮体(10)、量子メソン場(12)ともにアイソスピン集団回転以外の時間依存性は無いとした。

B. Phase diagram

方程式(10)、(12)を解くことにより、温度 T 、アイソスピン回転の角速度 ω 、空間の非一様性を示す \mathbf{q} の関数としてカイラル相転移の様相が得られる。ここではハミルトニアン(1)中でカイラル対称性をあからさまに破る項を0($c=0$)と置き、 $q^2 = \omega^2 > 0$ の“time-like isospin rotation”の場合と、 $q^2 = -|\mathbf{q}|^2 < 0$ の“space-like isospin rotation”の場合について、カイラル相転移の秩序変数であるカイラル凝縮体を温度の関数として描く(Fig.2(a))。“Time-like isospin rotation”の場合はカイラル対称性の破れは増幅されることが見られる。これはアイソスピン集団回転における“遠心力”効果として理解される。一方、“space-like isospin rotation”ではカイラル対称性は回復の方向へ動く[12]。 $\mathbf{q} \neq 0$ であるので、アイソスピン空間内での凝縮体の方向が、空間的に異なっていることを表すので、全体として均されて対称性が回復の方向に向かっていると考えられる。従って、カイラル対称性が回復する臨界値 $|q_c|$ が存在する(Fig.2(b))。もちろん、量子メソン場を導入しない古典的な扱いによっても同様な現象は起きるが[2]、ここでは特に量子効果の果たす役割を指摘しておこう。量子効果を無視した古典的な扱いでは、(10)の“gap”方程式は、

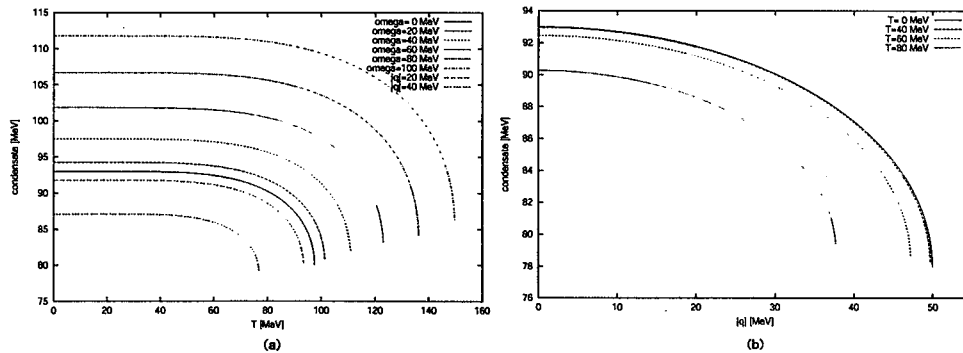


FIG. 2. Phase diagram of collective isospin rotation. (a) Chiral condensate versus temperature with various ω or \mathbf{q} . (b) Chiral condensate versus $|\mathbf{q}|$ with various temperature T .

TABLE I. The values of critical momenta $|q_c|$ for various temperature.

T (MeV)	0	20	40	60	80
$ q_c $ (MeV)	50.0	49.9	49.7	47.2	37.7

$$\frac{\lambda}{6}\varphi_0^2 = \omega^2 - |q|^2 - m_0^2 \quad (13)$$

と書ける。従って、相転移の際の $|q|$ の臨界値 $|q_c|$ は、 $\omega = 0$ かつ温度 $T = 0$ で

$$|q_c|^2 = \frac{1}{2}M_\sigma^2 \sim (354 \text{ MeV})^2 \quad (14)$$

と得られる。他方、量子効果を含む我々の扱いは、 $|q_c|$ の値は量子効果を無視した扱いによる値 (14) から大きく変化することが示される (Table I)。例えば温度 $T = 0$ で $|q_c| = 50 \text{ MeV}$ となり、この変化は量子効果が無視できないことを示している。これは、量子効果により有効ポテンシャルが均され、カイラル対称性を破れ難くしていると考えられる。

C. Lifetime of collective isospin rotation

次に、アイソスピン集団回転が緩和していく過程を考察しよう。この際、カイラル対称性のあからさまな破れの項が重要な役割を果たす。 $c = 0$ でのカイラル凝縮体を $\bar{\varphi}^{(0)}$ と書くと、 $c \neq 0$ では、

$$\bar{\varphi} = e^{iqx\tau_3}(\bar{\varphi}^{(0)} + \delta\varphi(x)) \quad (15)$$

と書ける。対称性のあからさまな破れ c が小さいとして c の 1 次までの近似で $\delta\varphi(x)$ は解けて、

$$\delta\varphi(x) = \frac{c}{A} \begin{pmatrix} (m_\pi^2 - 4q^2) \cos qx \\ (m_\sigma^2 - 4q^2) \sin qx \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

を得る。ここで便宜上、 $m_\sigma^2 = m_0^2 + (\lambda/2)\varphi_0^2$ 、 $m_\pi^2 = m_0^2 + (\lambda/6)\varphi_0^2$ 、 $A = m_\sigma^2 m_\pi^2 - 2q^2(m_\sigma^2 + m_\pi^2)$ と定義した。カイラル凝縮体の変化 $\delta\varphi(x)$ はカイラル対称性のあからさまな破れ c に比例し、かつ $e^{\pm iqx}$ の依存性を持つ。このことが量子メソン場の運動方程式に影響し、Liouville-von Neumann タイプの量子メソン場に対する方程式は、線型応答の考え方で、 $\mathcal{M} = \mathcal{M}_0 + \delta\mathcal{M}$ として、

$$i\delta\dot{\mathcal{M}} = [\mathcal{H}_0, \delta\mathcal{M}] + [\delta\mathcal{H}_{ext}, \mathcal{M}_0] + [\delta\mathcal{H}_{ind}, \mathcal{M}_0] \quad (17)$$

と近似される。ここで、添え字 0 の付いた量は $c = 0$ での値である。また、 $\delta\mathcal{H}_{ext}$ 、 $\delta\mathcal{H}_{ind}$ はそれぞれ、 $\delta\varphi(x)$ によるハミルトニアン行列 (11) の変化、及び \mathcal{M} 自身の变化 ($\delta\mathcal{M}$) によるハミルトニアン行列の変化を表しており、どちらも (2,1) 成分のみ値を持ち、 $\delta\mathcal{H}_{ext}$ の 0 でない成分は $\delta\Gamma_{ext}^{ab} = (\lambda/3)\varphi_0\delta\varphi_1\delta_{ab} + (\lambda/3)(\bar{\varphi}_a\delta\varphi_b + \delta\varphi_a\bar{\varphi}_b) \equiv X_{ab}^{(-)}e^{-iqx} + X_{ab}^{(+)}e^{iqx}$ であり、 $\delta\mathcal{H}_{ind}$ は $\delta\Gamma_{ind}^{ab} = (\lambda/6)(\delta\langle\hat{\varphi}_c\hat{\varphi}_c\rangle)\delta_{ab} + (\lambda/3)\delta\langle\hat{\varphi}_a\hat{\varphi}_b\rangle$ である。

方程式 (17) を解くことにより $\delta\mathcal{M}$ が得られる。運動量表示で、温度 $T = 0$ でも残る最も大きな寄与をするものは、

$$\begin{aligned} & \langle a, \mathbf{k}, \mp | \delta\mathcal{M}^{(\pm)} | b, \mathbf{k}', \pm \rangle \\ & \approx \frac{i}{\sqrt{E_a(\mathbf{k})E_b(\mathbf{k} \pm \mathbf{q})}} \cdot \frac{n_a(\mathbf{k}) + n_b(\mathbf{k} \pm \mathbf{q}) + 1}{\omega - (E_a(\mathbf{k}) + E_b(\mathbf{k} \pm \mathbf{q}))} (X_{ab}^{(\pm)} + \delta\Gamma_{ind}^{ab(\pm)}) \\ & \times \sin\left(\frac{\omega - (E_a(\mathbf{k}) + E_b(\mathbf{k} \pm \mathbf{q}))}{2}t\right) \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k} \mp \mathbf{q}) e^{\pm i(\omega + (E_a(\mathbf{k}) + E_b(\mathbf{k} \pm \mathbf{q})))t/2} \end{aligned} \quad (18)$$

与えられる。ここで、 $E_a(\mathbf{k})$ はハミルトニアン行列 \mathcal{H}_0 の固有値であり、 $n_a(\mathbf{k})$ はメソンのボース分布関数である。また添え字 $+$ ($-$) は正 (負) 振動部分を示す。式 (18) は、凝縮体からの実質的な 2 メソン放出過程を表している。ダイアグラムでは Fig.3 の様に表される。

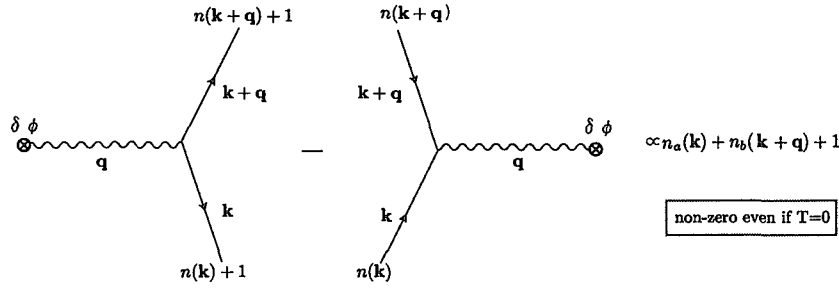


FIG. 3. Diagrammatic representation of (18) : The process of two meson emission from isospin-rotating condensate.

メソン場の集団運動としてのカイラル凝縮体のアイソスピン空間での回転の減衰は、上記の2メソン放出の過程を通して引き起こされると考えられる。これは衝突項無し of 散逸過程であることを意味する。2メソン励起のエネルギー密度 $\Delta\mathcal{E}$ は、考えている領域の体積を V として、

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{1}{V} [\text{Tr}(\mathcal{H}\mathcal{M}) - \text{Tr}(\mathcal{H}_0\mathcal{M}_0)] \quad (19)$$

で計算可能である。アイソスピン集団回転のエネルギー密度は、それに対する量子効果の寄与が小さいことが示される [10] ので、

$$\mathcal{E}_0 = \frac{1}{2}\pi_a^2 + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_a)^2 = \frac{1}{2}\varphi_0^2(\omega^2 + q^2) \quad (20)$$

で与えられるとしてよい。従って、アイソスピン集団回転の寿命は、

$$\tau(q) = \frac{\mathcal{E}_0}{\Delta\mathcal{E}/t} \quad (21)$$

で評価される。

さらに、その際に放出されるメソンは、軽いパイオンが支配的であるとして

$$N_\pi = \frac{(\Delta\mathcal{E}_{\pi\pi}/t) \cdot V}{M_\pi} \quad (22)$$

で評価してよからう。ここで、 M_π はパイオンの質量である。

アイソスピン回転が“時間的” ($\omega \neq 0, q = 0$) であるとし、アイソスピン集団回転のエネルギー密度が $(160 \text{ MeV})^4$ ($\omega = 2\sqrt{2}M_\pi$) とすると、アイソスピン集団回転の減衰時間 τ 及び放出パイオン数は、

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{\pi\pi} \approx 40 \text{ fm}/c, \\ N_\pi &\approx 15/(\text{fm}/c), \quad \text{for } \mathcal{E}_0 \approx (160 \text{ MeV})^4 \text{ and } V \sim (10 \text{ fm})^3 \end{aligned} \quad (23)$$

と評価される。減衰時間は衝突時間 (a few fm/c) に比べ十分長いといえるので、もし DCC の動的発現形態がアイソスピン集団回転である場合には十分観測可能であると言えよう。

IV. ROLL DOWN OF CHIRAL CONDENSATE

急冷されて、 $\langle\sigma\rangle = \langle\pi\rangle = 0$ の原点に取り残されたカイラル凝縮体が、古典的なイメージでは有効ポテンシャルを転がり落ちて真空値に緩和していくという過程を、次に考察する (Fig.1(a)).

A. Time evolution of chiral condensate and quantum meson modes

定性的な理解を得るために、凝縮体は時間にもみ依存すると仮定する。このとき、

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}(\mathbf{x}, t) &= \bar{\varphi}(t), \\ G_{ab}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) &= \delta_{ab} \cdot G_a(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) = \int_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y})} \eta_{\mathbf{k}}^a(t)^2, \quad \left(\int_{\mathbf{k}} \equiv \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

と書ける。2点関数は並進不変性から $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ の関数であり、またフーリエモードはガウシアン汎関数の幅に対応するので、モード関数 $\eta_{\mathbf{k}}^a(t)$ を導入した。運動方程式は (6)、(8) から

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{\varphi}}_a(t) + m_0^2 \bar{\varphi}_a(t) + \frac{\lambda}{6} \bar{\varphi}_a(t)^3 + \frac{\lambda}{2} \int_{\mathbf{k}} \eta_{\mathbf{k}}^a(t)^2 \cdot \bar{\varphi}_a(t) \\ + \frac{\lambda}{6} \sum_{b \neq a} \left(\bar{\varphi}_b(t)^2 + \int_{\mathbf{k}} \eta_{\mathbf{k}}^b(t)^2 \right) \bar{\varphi}_a(t) - c\delta_{a0} = 0, \\ \ddot{\eta}_{\mathbf{k}}^a(t) + \left[k^2 + m_0^2 + \frac{\lambda}{2} \bar{\varphi}_a(t)^2 + \frac{\lambda}{2} \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^a(t)^2 \right. \\ \left. + \frac{\lambda}{6} \sum_{b \neq a} \left(\bar{\varphi}_b(t)^2 + \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^b(t)^2 \right) \right] \eta_{\mathbf{k}}^a(t) - \frac{1}{4\eta_{\mathbf{k}}^a(t)^3} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

の様に得られる。静的な解は、

$$\bar{\varphi}_0 \equiv \varphi_0 = \sqrt{\frac{M_\sigma^2}{8\lambda}} - \frac{c}{2M_\sigma^2}, \quad \eta_{\mathbf{k}}^{0^2} = \frac{1}{2\sqrt{k^2 + M_\sigma^2}}, \quad \eta_{\mathbf{k}}^{\pi^2} = \frac{1}{2\sqrt{k^2 + M_\pi^2}} \quad (26)$$

となる。ここで、 $\eta_{\mathbf{k}}^1 = \eta_{\mathbf{k}}^2 = \eta_{\mathbf{k}}^3 \equiv \eta_{\mathbf{k}}^\pi$ とし、シグマメソン、パイオン質量を

$$M_\sigma^2 = m_0^2 + \frac{\lambda}{2} \varphi_0^2 + \frac{\lambda}{2} \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^{0^2} + \frac{\lambda}{2} \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^{\pi^2}, \quad M_\pi^2 = m_0^2 + \frac{\lambda}{6} \varphi_0^2 + \frac{\lambda}{6} \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^{0^2} + \frac{5}{6} \lambda \int_{\mathbf{k}'} \eta_{\mathbf{k}'}^{\pi^2} \quad (27)$$

とした。

カイラル相転移の初期に期待されるスピノーダル領域を避けて、カイラル相転移の終了近くの時刻での動的過程を見る。そのため、カイラル凝縮体の初期値として 50 MeV をとり、(25) を数値的に解いた結果が Fig.4 である [13]。定性的な振る舞いを見るため、量子メソン場のモード関数には体積を $V = L^3 = (10 \text{ fm})^3$ として周期境界条件を課して運動量を離散化した。図は左上がカイラル凝縮体、右上が最低運動量のシグマメソンモード、左下が最低運動量 ($\mathbf{k} = \mathbf{0}; n = 0$) のパイオンモード、右下が第2励起状態 ($k^2 = (2\pi/L)^2(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$, $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 2^2; n = 2$) のパイオンモードの、それぞれ時間発展である。

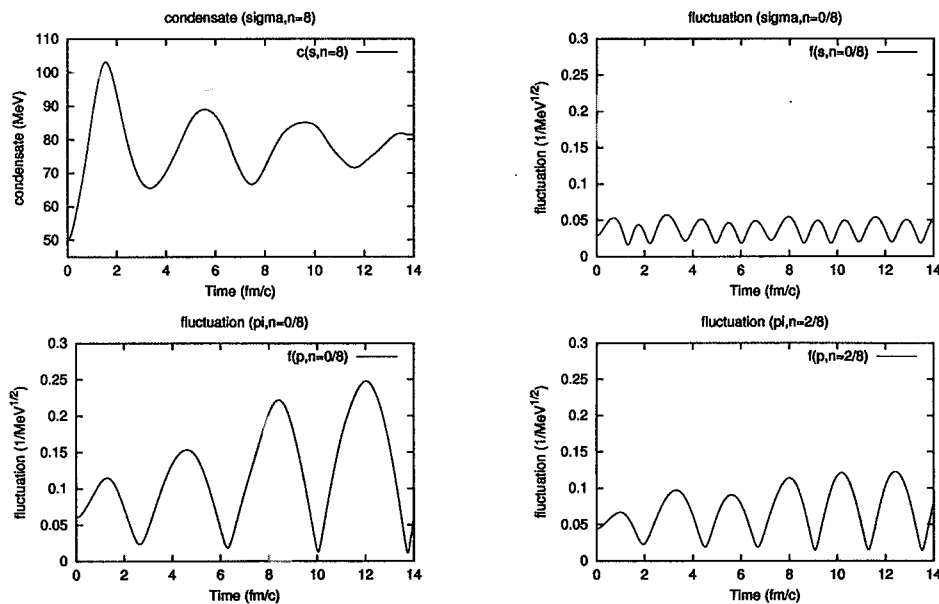


FIG. 4. Time evolution of chiral condensate (upper-left), the lowest sigma meson mode (upper-right), the lowest (lower-left) and the second excited pion modes (lower-right) is depicted, respectively.

カイラル凝縮体は振動しながら緩和していくが、もちろん量子メソン場を導入しない扱いではこのような減衰は見られない。量子メソン場に目を転じると、遅い時間まで $n=0$ 、 $n=2$ のパイオンモードの振幅に増大が見られることが分かる。 $n=1$ でも同様な増大が見られている。高い運動量モード ($n > 3$) には振幅の増大は見られていない。一方、シグマメソンモードの振幅にはこのような増大は見られない。高い運動量についても同様である。

B. Mechanism of amplification of quantum meson modes —Parametric resonance versus forced oscillation—

さて、それでは、カイラル相転移の終了時刻間際まで続く低運動量のパイオン場の振幅の増大は、どのようなメカニズムに起因するものであるだろうか。この現象を理解するために、静的解の周りで展開し、それらの量に対する運動を解析する。すなわち、 $\bar{\varphi}_0(t) = \varphi_0 + \delta\sigma(t)$ 、及び $\eta_k^a(t) = \eta_k^a + \delta\eta_k^a(t)$ とし、静的解 (26) の φ_0 、 η_k^a の周りの $\delta\sigma(t)$ 、 $\delta\eta_k^a(t)$ の運動を調べる。このとき、 $|\delta\sigma(t)|/\varphi_0 \ll 1$ 、 $|\delta\eta_k^a(t)/\eta_k^a| \ll 1$ を仮定しておく。

運動方程式は (25) から

$$\delta\sigma(\tau) = -\delta\sigma_0 \cos \gamma\tau, \quad \gamma = 2, \quad (28)$$

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega_\sigma^2 [1 - h_\sigma \cos \gamma\tau] \right) \delta\tilde{\eta}_k^\sigma(\tau) = F_\sigma \cos \gamma\tau, \quad (29)$$

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega_\pi^2 [1 - h_\pi \cos \gamma\tau] \right) \delta\tilde{\eta}_k^\pi(\tau) = F_\pi \cos \gamma\tau \quad (30)$$

となる。ここで、次元の無い量

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\eta}_k^a(\tau) &= \sqrt{2M_a} \delta\eta_k^a(t), \quad \tau = \frac{M_\sigma t}{2}, \\ \omega_\sigma &= \frac{4\sqrt{k^2 + M_\sigma^2}}{M_\sigma}, \quad \omega_\pi = \frac{4\sqrt{k^2 + M_\pi^2}}{M_\sigma}, \\ h_\sigma &= 6 \frac{\lambda\varphi_0^2}{k^2 + M_\sigma^2} \cdot \frac{\delta\sigma_0}{\varphi_0}, \quad h_\pi = 2 \frac{\lambda\varphi_0^2}{k^2 + M_\pi^2} \cdot \frac{\delta\sigma_0}{\varphi_0}, \\ F_\sigma &= 96 \frac{\lambda\varphi_0^2}{M_\sigma^2} \cdot \left(\frac{M_\sigma^2}{k^2 + M_\sigma^2} \right)^{1/4} \cdot \frac{\delta\sigma_0}{\varphi_0}, \quad F_\pi = 32 \frac{\lambda\varphi_0^2}{M_\sigma^2} \cdot \left(\frac{M_\pi^2}{k^2 + M_\pi^2} \right)^{1/4} \cdot \frac{\delta\sigma_0}{\varphi_0} \end{aligned} \quad (31)$$

を定義した。(29)、(30) 式には (28) のカイラル凝縮体の解が使われている。これは左辺第 2 項角括弧の中の第 2 項と、右辺に $\cos \gamma\tau$ として現れている。もし、右辺の $F_{\sigma,\pi}$ が無視できれば、これは

$$\ddot{x} + \omega^2(1 - h \cos \gamma t)x = 0 \quad (32)$$

の形の方程式であり、これは Mathieu 方程式として知られているパラメータ共鳴を表す方程式である [14]。パラメータ共鳴により不安定解が存在し、その振幅は $e^{h^m t}$ で増大する [15]。但し、自然数 m は $\gamma \approx 2\omega/m$ の関係で与えられる。増幅解の存在する領域は Fig.5 の影の領域である。

一方、 $h_{\sigma,\pi}$ が無視されれば、(29)、(30) 式は

$$\ddot{x} + \omega^2 x = F \cos \gamma t \quad (33)$$

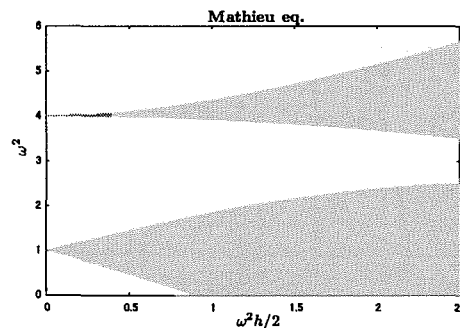


FIG. 5. The regions in which unstable solutions of the Mathieu equation exist.

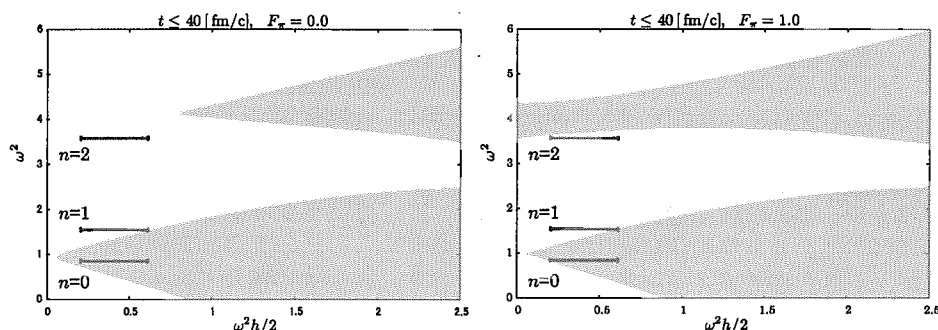


FIG. 6. The regions in which amplified solutions of (30) exist until $t \approx 40$ fm/c are depicted (shadow regions). (left) $F_\pi = 0$. (right) $F_\pi = 1.0$.

の形を持つ方程式であり、これは $\omega \approx \gamma$ のとき強制振動のメカニズムで時間に比例して増幅する解 $x(t) \approx (F/2\omega) \cdot t \sin \omega t$ を持つ [15]。

(29)、(30) 式はパラメータ共鳴と強制振動による共鳴の両者を内在する運動方程式となっている [16]。実際の状況では、無限に長い時間まで観測するわけではないので、 $t \leq 40$ fm/c までで、増幅を判定してみることにする。増幅するのはパイオン場の振幅であったので、 $F_\pi = 0$ と $F_\pi = 1.0$ の値をとって $t \leq 40$ fm/c まででの増幅解の存在領域を示したのが Fig.6 である。 $F_\pi = 0$ としたときにも、増幅判定の条件を厳しくしたことにより、もとの Mathieu 方程式の Fig.5 と $\omega^2 = 4$ 近辺で異なっている。これは増幅が $e^{h^2 t}$ の形でおきるので、 h が小さいときには $t \leq 40$ fm/c 程度ではここで採った条件では目立った増幅が見られないことによる (Fig.6, left)。一方、 $F_\pi = 1.0$ とすると、パラメータ共鳴による増幅解存在領域に加え、強制振動による増幅解存在領域が重なることがわかる (Fig.6, right)。図中には、このモデルでのパイオンモードの lowest ($n = 0$), first excited ($n = 1$), second excited ($n = 2$) modes に対してのパラメータ領域を棒で示した。カイラル凝縮体の振動の振幅 $\delta\sigma_0$ とその真空値 φ_0 の比を δ とし、このモデルでの数値を Table.II に示した。図では $\delta = 0.1 \sim 0.3$ の範囲をとっている。一見して分かることは、 $n = 0, 1$ のパイオン場はパラメータ共鳴により増幅しているが、より高い運動量モードである $n = 2$ のパイオン場は強制振動による共鳴のメカニズムにより増幅が弱いながらも引き起こされ得ることが分かる。(もう少し増幅判定条件を弱くすると影を付けた領域が広がる。)

従来、パラメータ共鳴による古典メソン場の増幅については指摘されているが [17]、量子メソン場においてはパラメータ共鳴と強制振動による共鳴の両者のメカニズムにより低運動量のメソン場の振幅が増大することが理解されよう。

TABLE II. The values of dimensionless variables based on the parameters used in this model. Here, $\delta = \delta\sigma_0/\varphi_0$

mode	ω_σ	ω_π	h_σ	h_π	F_σ	F_π
$n = 0$	4.00	0.92	$0.766 \times \delta$	$4.83 \times \delta$	$12.3 \times \delta$	$4.09 \times \delta$
$n = 1$	4.08	1.24	$0.735 \times \delta$	$2.67 \times \delta$	$12.1 \times \delta$	$3.52 \times \delta$
$n = 2$	4.33	1.89	$0.655 \times \delta$	$1.14 \times \delta$	$11.8 \times \delta$	$2.79 \times \delta$
$n = 3$	4.70	2.64	$0.554 \times \delta$	$0.586 \times \delta$	$11.3 \times \delta$	$2.41 \times \delta$
$n = 4$	5.19	3.43	$0.456 \times \delta$	$0.348 \times \delta$	$10.8 \times \delta$	$2.12 \times \delta$

V. SUMMARY

カイラル相転移の動的過程を $O(4)$ 線型シグマ模型を用いて考察した。平均場としてのカイラル凝縮体と量子メソン場を自己無撞着に扱うために、汎関数シュレーディンガー描像に基づいた時間依存変分法を構成し、量子メソン場の中を時間発展するカイラル凝縮体に対する方程式、及び量子メソン場に対する Liouville-von Neumann 型の方程式に纏めた。

量子メソン場がアイソスピン空間で集団回転する状況では、“time-like isospin rotation” ではカイラル対称性が破れる方向に、“space-like isospin rotation” では回復する方向に影響を与えることをみた。これは量子メソン場を考えない場合においてももちろん見られることではあるが、“space-like isospin rotation” でカイラル相転移の臨界運動量 q_c には量子効果の影響が顕著に現れ、古典的な見積もりと大きく異なることを指摘した。また、アイソスピン集団回転は、衝突項無しの散逸過程で、2メソン放出にエネルギーを費やして減衰していく。このメカニズム

によるアイソスピン集団回転の減衰時間、放出パイオン数の評価を与えた。あるエネルギー密度の状況で、原子核衝突時間よりも十分長い時間にわたって集団回転が存在することが示されたので、DCCの動的発現形態として興味を持たれる。

他方、一旦回復したカイラル対称性が再び自発的に破れた際に、“急冷”によりカイラル凝縮体が有効ポテンシャルの原点に取り残された状況を考え、カイラル凝縮体が真空値へ緩和していく過程を、カイラル相転移の終段階の動的過程に限って考察した。量子メソン場の存在によりカイラル凝縮体は真空値に近づいていくが、その際、低運動量を持つ量子パイオン場の振幅に増大が見られた。これは、カイラル凝縮体の真空値の周りの振動に伴うパラメータ共鳴と強制振動による共鳴現象に起因することを明らかにした。実際の実験状況やモデルパラメータの制限にも依存するが、これらのメカニズムによる増幅現象がカイラル凝縮体のドメイン形成の可能性につながることを期待される。

本研究のII節及びIII節は、著者がパリ第6/7大学滞在中にDominique VAUTHERIN氏 (Université Paris VI/VII) と松井哲男氏 (東大院総文) と行った共同研究に負っています。

-
- [1] K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. **B399** (1993) 395 ; *ibid.* **B404** (1993) 577.
 - [2] A. A. Anselm, Phys. Lett. **B217** (1989) 169 ; A. A. Anselm and M. G. Ryskin, Phys. Lett. **B266** (1991) 482.
 - [3] J. P. Blaizot and A. Krzywicki, Phys. Rev. **D 46** (1992) 246.
 - [4] J. D. Bjorken, Int. J. Mod. Phys. **A 7** (1992) 4189.
 - [5] M. Asakawa, Z. Huang and X.-N. Wang, Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 3126.
D. Boyanovsky, H. J. de Vega and R. Holman, Phys. Rev. **D 51** (1995) 734.
F. Cooper, Y. Kluger, E. Mottola and J. P. Paz, Phys. Rev. **D 51** (1995) 2377.
 - [6] R. Jackiw and A. Kerman, Phys. Lett. **71A** (1979) 158.
 - [7] Y. Tsue and Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **86** (1991) 443 ; *ibid.* **86** (1991) 469.
 - [8] D. Vautherin and T. Matsui, Phys. Rev. **D 55** (1996) 4492.
 - [9] D. Vautherin, *Many-Body Methods at Finite Temperature*, Advances in Nuclear Physics, Vol. 22 (Plenum Press, New York, 1996), Chap. 4.
 - [10] Y. Tsue, D. Vautherin and T. Matsui, Prog. Theor. Phys. **102** (1999) 313.
 - [11] Y. Tsue, D. Vautherin and T. Matsui, Phys. Rev. **D 61** (2000) 076006.
 - [12] D. Vautherin and T. Matsui, Phys. Lett. **B437** (1998) 173.
 - [13] Y. Tsue, A. Koike and N. Ikezi, Prog. Theor. Phys. **106** (2001) 807.
 - [14] E. T. Whittaker and G. N. Watson, *A course of Modern Analysis*, (Cambridge at the University Press, 1935), p.404.
 - [15] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics*, (Butterworth Heinemann, 1976).
 - [16] Y. Tsue, Prog. Theor. Phys. **107** (2002) 1285.
 - [17] S. Mrówczyński and B. Müller, Phys. Lett. **B363** (1995) 1.
H. Hiro-Oka and H. Minakata, Phys. Rev. **C61** (2000) 044903.



25. ϕ^4 模型における量子場のダイナミクス

Quantum dynamics of spatially inhomogeneous ϕ^4 theory

池知 直子, 浅川 正之, 津江 保彦

N. Ikezi ^{a b}, M. Asakawa ^b and Y. Tsue ^c

^a Department of Physics, Nagoya university, Nagoya 464-8602, Japan

^b Department of Physics, Kyoto university, Kyoto 606-8502, Japan

^c Physics Division, Faculty of Science, Kochi university, Kochi 780-8502, Japan

概要

We study the dynamics of a spatially inhomogeneous quantum ϕ^4 field theory in 1 + 1 dimensions by the time dependent variational approach (TDVA) with squeezed states. In particular, we include the non-diagonal components of the Green's function, which are not considered in the literature, in solving the equations of motion. We also investigate the dynamics of the O(4) linear sigma model using the same approach, assuming a certain geometry in 3 + 1 dimensions.

1 Introduction

量子場の時間発展を追う研究は初期宇宙の物理や相対論的重イオン衝突実験のダイナミクスの理解をする上で重要である。そこでは非平衡状態から非線型かつ非平衡な過程を通して、系がいかに平衡へ達するかということが問題となっている。このような非線型かつ非平衡な量子場のダイナミクスの取扱いの方法として、系の大きな性質を議論するには古典近似が良い近似であることが知られているが [1]-[3]、量子論的な取扱いを実行することによって古典系では現れることのない本来の量子系に特有な性質を議論することは興味深いことである。

量子論的な取り扱いにおいて最も簡単な近似である Hartree 近似や、Large N 展開の方法を用いた多くの研究では、系に並進対称性を仮定することによって簡単化されたダイナミクスの議論を行ってきた [4]-[6]。これらの研究においては thermalization が起きないまたは十分でない、またドメイン構造の議論ができない等の欠点があった。これらの欠点を改良するためには、より高次の量子効果を取り入れることが考えられるが、それに対して、近年、最も簡単な近似 (Hartree 近似や Large N 展開の方法) によって系に並進不変性を仮定しない inhomogeneous な量子場のダイナミクスを取り扱うことによって、従来の欠点を改善しようとする試みがなされはじめた [7]-[9]。しかし、それらの研究においては運動量表示における Green 関数の対角成分のみを取り扱った近似を採用することによって計算の軽減化を行っている。その代償として、系の運動はより小さな関数空間の中に限られてしまっており、系の thermalization に影響を及ぼすことが予想される。また、このことは物理的には異なる mode 間の相関を無視したことに対応している。系が並進対称性を持たない場合は異なる運動量をもった mode 間の相関も存在すると考えるのが自然であり、さらにこのような位相空間における拘束条件は 2 粒子相関関数の振る舞いにも影響する。それ故、本研究では他の研究では簡単化のために無視されている運動量表示の Green 関数の非対角成分も含めて系の時間発展を調べることにする。

我々は Squeezed state を変分試行関数とした時間依存変分法 [10, 11] を ϕ^4 模型と O(4) 線形シグマ模型に適用し、それぞれの模型の中で系の並進不変性を仮定することなく運動量空間における Green 関数の非対角成分も含めて系の時間発展を追った。Squeezed state を変分試行関数とした時間依存変分法は平均場と量子的ゆらぎの時間発展を自己無撞着に扱う方法であり、 \hbar の高次

の量子効果を含めて解くことができる利点を持つ。2つのそれぞれの模型において、 ϕ^4 模型では我々のアプローチと他の研究で調べられた thermalization を比較することを目的とし、また O(4) 線形シグマ模型においては相対論的重イオン衝突実験での実現が予言されているカイラル相転移に伴った Disoriented Chiral Condensate (DCC) と呼ばれるドメイン生成の可能性について調べた。いずれの模型においても非平衡な初期条件から出発し、平均場と量子的ゆらぎの非線型な連立偏微分方程式を解くことによって系の時間発展を追う。

2 Formalism

Squeezed state を試行変分関数とした時間依存変分法について説明する。この方法についての詳細は [10] があるので、ここでは 1 + 1 次元におけるスカラー場の場合についての処方箋を簡潔に紹介するにとどめる。場の演算子 $\hat{\phi}(x)$ とその共役演算子を $\hat{\pi}(x)$ として、Squeezed state は以下のように表される。

$$|\Phi(t)\rangle = \exp\left\{i \int_{-\infty}^{\infty} dx \{C(x,t)\hat{\phi}(x) + D(x,t)\hat{\pi}(x)\}\right\} \\ \times N(t) \exp\left\{\int_{-\infty}^{\infty} dx dy \hat{\phi}\left\{-\frac{1}{4}G^{-1}(x,y,t) + i\Pi(x,y,t)\right\}\hat{\phi}(y)\right\}|0\rangle \quad (1)$$

ここで $|0\rangle$ は場の演算子 $\hat{\phi}(x)$ と $\hat{\pi}(x)$ を構成する自由なボソンの生成消滅演算子 $\{a_k, a_k^\dagger\}$ に対する真空であり (すなわち、 $a_k|0\rangle = 0$)、また $N(t)$ は規格化因子である。変数 $C(x,t)$ は平均場を表し、 $D(x,t)$ はそれに正準共役な運動量に対応する変数である。また変数 $G(x,y,t)$ は量子的ゆらぎを表しており、 $\Pi(x,y,t)$ はそれに正準共役な運動量に対応した変数である。これらの変数を変分関数として次の Squeezed state を変分試行関数とした時間依存変分原理 (TDVA) を適用する。

$$\delta \int dt \langle \Phi(t) | i \frac{\partial}{\partial t} - H | \Phi(t) \rangle = 0 \quad (2)$$

得られる平均場と量子的ゆらぎの両方についての正準運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{C}(x,t) - \nabla^2 C(x,t) + \mathcal{M}^{(1)}(x,t) = 0, \quad (3)$$

$$\dot{G}(x,y,t) = 2\{\langle x|G(t)\Pi(t)|y\rangle + \langle x|\Pi(t)G(t)|y\rangle\}, \quad (4)$$

$$\langle x|\dot{\Pi}(t)G(t)|y\rangle = \frac{1}{8}\langle x|G^{-1}(t)|y\rangle - 2\langle x|\Pi^2(t)G(t)|y\rangle \\ + \frac{1}{2}\{\nabla_x^2 - \mathcal{M}^{(2)}(x,t)\}G(x,y,t). \quad (5)$$

但し $\mathcal{M}^{(n)}$ は Hamiltonian の potential の期待値 $U[C(x,t)]$ に起因する項であり、以下で定義される。

$$\mathcal{M}^{(n)}(x,t) = \exp\left\{\frac{1}{2}G(x,x,t)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\} \cdot \frac{d^n}{dz^n} U(z) \Big|_{z=C(x,t)} \quad (6)$$

以上の方法は、様々な模型に適用が可能な一般的な形式である。本研究においては、上の処方を 1 + 1 次元 ϕ^4 模型と 3 + 1 次元 O(4) 線形シグマ模型に適用し、数値的に平均場と量子的ゆらぎの運動方程式を解く。

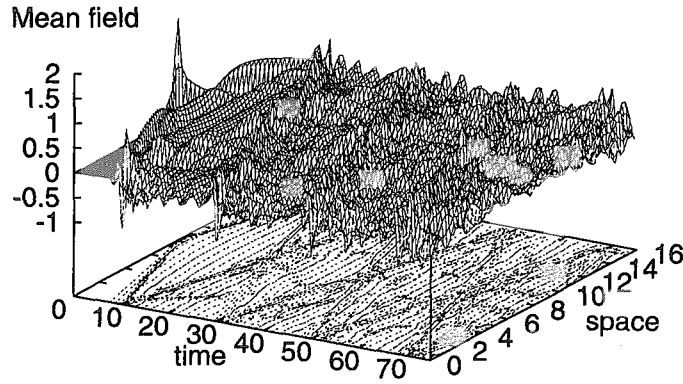


図 1: 図は任意単位系における ϕ^4 の平均場の時間発展の図。初めのガウス波束が時間と共に拡がり、周期的境界条件を設けた壁と衝突し再び元の位置へと戻る間に、非線型性から波束が破碎してゆく様子が判る。

3 ϕ^4 模型

ϕ^4 模型では周期境界条件を課した 1 + 1 次元空間における数値シミュレーションを行う。Hamiltonian はスカラー場の演算子 $\hat{\phi}(x)$ とその共役な運動量に対応する演算子 $\hat{\pi}(x)$ によって、次のように書かれる。

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\hat{\pi}^2(x) + \frac{1}{2}(\nabla\hat{\phi}(x))^2 + \frac{m^2}{2}\hat{\phi}^2(x) + \frac{\lambda}{4}\hat{\phi}^4(x) \quad (7)$$

これより Squeezed state を用いた TDVA によって得られる平均場 $C(x)$ と量子的ゆらぎ $G(x, y, t)$ の運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{C}(x, t) - \nabla^2 C(x, t) + \{m^2 + 4\lambda C(x, t)^2 + G(x, x, t)\}C(x, t) = 0, \quad (8)$$

$$\dot{G}(x, y, t) = 2\{\langle x|G(t)\Pi(t)|y\rangle + \langle x|\Pi(t)G(t)|y\rangle\}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \langle x|\dot{\Pi}(t)G(t)|y\rangle &= \frac{1}{8}\langle x|G^{-1}(t)|y\rangle - 2\langle x|\Pi^2(t)G(t)|y\rangle \\ &+ \frac{1}{2}\{\nabla_x^2 - m^2 - 12\lambda C(x, t)^2 - 12\lambda G(x, x, t)\}G(x, y, t). \end{aligned} \quad (10)$$

上の平均場と量子的ゆらぎについての非線型な運動方程式を離散化し、適当な初期条件を与えることによって数値的にシミュレートする。我々の方法では上の運動方程式をそのまま解くことによって、その他の研究では無視されている運動量表示における Green 関数の非対角成分も含めた系の時間発展を追う。初期条件として平均場に対してはガウス波束を与える。

$$C(x, t=0) = c_0 \exp\left[-\frac{x^2}{2A}\right], \quad (11)$$

$$\dot{C}(x, t=0) = 0. \quad (12)$$

また量子的ゆらぎの方は系がコヒーレント状態にあるという条件から定める。すなわち、

$$G(x, y, t = 0) = \int \frac{dk}{2\pi} e^{ik(x-y)}, \quad (13)$$

$$\Pi(x, y, t = 0) = 0. \quad (14)$$

このような初期条件と周期境界条件の下では、振動子の非線型性とそのまわりのゆらぎの効果によって長時間の時間発展の後に系は平衡状態に達することが期待される。

ϕ^4 模型における結合定数 λ の値は他の同様な Hartree 近似における計算 [9] との比較のために $\lambda = 1.0$ を採用し、平均場の初期条件のガウス波束のパラメーターは $c_0 = 2.0, A = 1.0$ を取った。また格子点 $N = 64$ を取り、系の長さ L は任意単位系で $L = 16$ に取ってシミュレーションを行った。

発表ではガウス波束のたった 1 回の衝突の様子から、wave front の壊れはじめる様子を結果として示した。(図 1) その後の計算において長時間の時間発展の後、初めにおいた波束が壊れ振幅が弱まる様子が判った。また初期には 0 とおいた Green 関数の非対角成分も時間発展に伴って生じ、運動に寄与していることを確認した。

またこの際全エネルギーの時間発展における保存を確認し、また初期に平均場の持っていたエネルギーは時間発展と共にゆらぎのほうへ遷移して再び平均場のエネルギーへと戻って来ない様子を発見した。これは系に並進不変性を仮定した場合には見られなかった振る舞いであり、これまでの研究においては並進対称性を仮定することから系の運動が狭い関数空間の中に拘束されていたことを示唆している。さらに運動の非線型性から effective に時間反転不変な振る舞いを得たと言うこともできる。

4 O(4) 線形シグマ模型

2 目目のパートにおいて O(4) 線形シグマ模型のシミュレーションの結果について報告を行った。この模型はハドロン化された後の QCD の基底状態近傍を記述するためのシグマ中間子とパイ中間子を自由度とする低エネルギー領域における QCD の有効理論である。O(4) 線形シグマ模型の Hamiltonian は以下のように書かれる。

$$\mathcal{H} = \sum_{a=0}^3 \left\{ \frac{1}{2} \hat{\pi}_a(x)^2 + \frac{1}{2} \nabla \hat{\phi}_a(x) \nabla \hat{\phi}_a(x) + \lambda (\phi_a(x)^2 - v^2)^2 - h \phi_0(x) \right\} \quad (15)$$

$a = 0$ はシグマ方向の成分を表わし、 $a = 1 \sim 3$ はパイ方向の成分を表している。この Hamiltonian を用いて第 2 節の方法を適用することによって、シグマ方向とパイの 3 方向についての平均場と量子的ゆらぎの運動方程式を得る。運動方程式は、isospin 空間における結合項やシグマ方向の明白な対称性を破る項を除いて、 ϕ^4 模型のものとはほぼ変わらないのでここでは明示しない。

本来ならば、実際の重イオン衝突実験を想定した場合 3 + 1 次元での計算が行われるべきであるが、今回は試行段階の計算として変数の空間依存性を 3 次元から 1 次元に落としたものを用いてノエンチ初期条件から出発し、シミュレーションを行う。この場合でも、運動量空間における Green 関数の対角成分のみを取り扱った計算に比べて数値計算はその 2 乗の重さを有する。

模型のパラメーターは、古典レベルでシグマ中間子の質量 $m_\sigma = 550$ MeV、パイ中間子の質量 $m_\pi = 135$ MeV と取り、またパイ中間子の崩壊定数 $f_\pi = 93$ MeV を合わせるように選んだ。また格子点は $N = 64$ ととってシステム長約 $L = 18$ fm の箱の中で周期境界条件を課すことによって数値シミュレーションを行った。

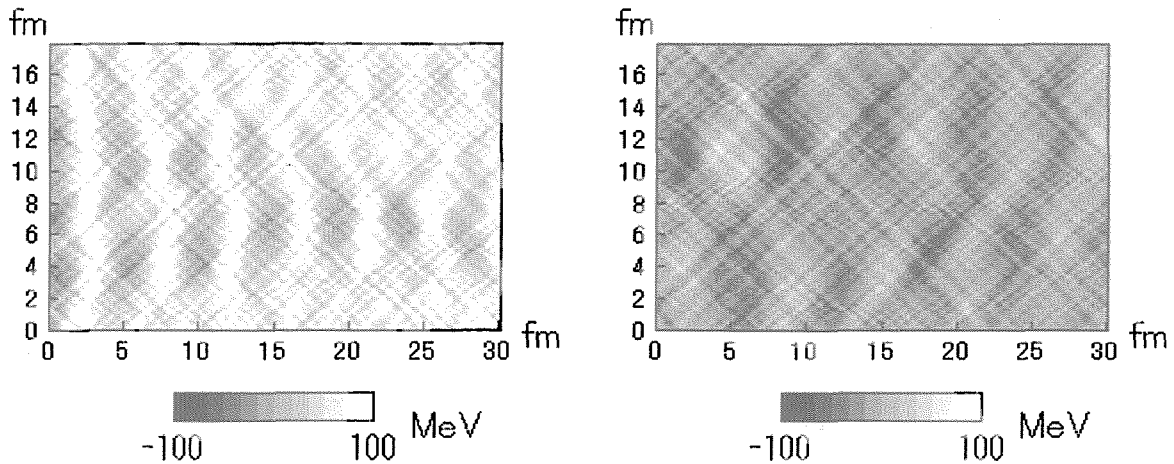


図 2: 左が σ 平均場、右が π_3 平均場の時間発展の図。横軸が時間、縦軸が空間方向を示しており、凡例中の色分けは平均場の期待値を表す。light-gray に相当するところが平均場の値 f_π を表している。

初期条件は、平均場の値はポテンシャルの中心にパイ中間子の崩壊定数 f_π の 5% の幅で Gaussian の乱数を与え、その平均場の速さに対応する変数には 0 MeV^2 を中心にパイ中間子の崩壊定数 f_π の 10% の幅で Gaussian の乱数を与えた。また量子的ゆらぎは系がコヒーレント状態にあるという条件から決定した。

その数値シミュレーションの結果は (図 2) に表されている。シミュレーションの開始時刻からおおよそ $t = 5 \text{ fm}$ 以降で空間方向に π_3 の平均場が明暗を分けている様子は、平均場がパイ方向に大きく異方性を持った領域が形成されていることを示している。(図 2; 右) また、シグマ方向の平均場の時間発展においては (図 2; 左)、系全体で平均場が f_π の周りを振動し、次第に収束してゆく傾向が確かめられる。

本研究において、 $O(4)$ 線形シグマ模型を用いてカイラル相転移の量子論的な系のダイナミクスを追った計算では初めて DCC (Disoriented Chiral condensate) のドメイン構造が形成されることを示した。現在、変数の空間依存性を上げる計算が進行中である。

参考文献

- [1] M.Asakawa, Z.Huang and X.-N.Wang, Phys.Rev.Lett. 74 (1995), 2377 ; K.Rajagopal and F.Wilczek, Nucl. Phys. B404 (1993), 577 ; M.Asakawa H.Minakata and B.Muller Phys.Rev.D 58 (1998) 094011 .
- [2] G.Parisi, Europhys. Lett. 40, 357 (1997) .
- [3] G.Aarts, G.F.Bonini and Ch.Wetterich, Phys. Rev. D 63, 025012 (2001) .
- [4] F.Cooper, S.Habib, Y.Kluger, E.Mottola, J.P.Paz, P.R.Anderson, Phys.Rev.D 50 (1994) 2848 ; F.Cooper, S.Habib, Y.Kluger, E.Mottola, J.P.Paz, Phys.Rev.D 51, 2377 (1995) .

- [5] D.Boyanovsky, H.J. de Vega, R.Holman, Phys.Rev.D 49 (1994) 2769 ; D.Boyanovsky, H.J. de Vega, R.Holman, D.S.Lee, A.Singh, Phys.Rev.D 51 (1995) 4419 ; D.Boyanovsky, H.J. de Vega, R.Holman, J.F.J.Salgado, Phys.Rev.D 59 (1999) 125009 .
- [6] Y.Tsue, D.Vautherin and T.Matsui, Prog.Theor.Phys. 102 (1999) 313; Y.Tsue, D.Vautherin and T.Matsui, Phys.Rev.D 61 (2000) 076006 .
- [7] J.Berges Nucl.Phys.A 699 (2002) 847 ; G.Aarts, D.Ahrensmeier, R.Baier, J.Berges, J.Serreau Phys.Rev. D66 (2002) 045008 ; F.Cooper, J.F.Dawson and B.Mihaila Phys.Rev. D67 (2003) 056003 .
- [8] M.Salle, J.Smit and J.C.Vink Phys.Rev.D 64 (2001) 025016 ; M.Salle, J.Smit and J.C.Vink Nucl.Phys. B625 (2002) 495 ; G.Aarts and J.Smit Phys.Rev.D 61 (2001) 025002 .
- [9] L.M.A.Bettencourt, K.Pao, J.G.Sanderson Phys.Rev. D65 (2002) 025015 .
- [10] Y.Tsue and Y.Fujirawa Prog.Theor.Phys. 86 (1991) 443, 469 .
- [11] R.Jackiw and A.Kerman, Phys.Lett. 71A (1979) 158 .



26. シュウィンガー・ダイソン法に基づく有限温度におけるカラー超伝導 - QCD 相図におけるストレンジクォーク質量の効果 -

Color Superconductivity at Finite Temperature in Schwinger-Dyson Approach - Effect of Strange Quark Mass on QCD Phase Diagram -

阿武木 啓朗^(1,2)、初田 哲男⁽²⁾

(1) 京都大学 基礎物理学研究所、 (2) 東京大学 理学系研究科

Hiroaki Abuki^(a,b) and Tetsuo Hatsuda^(b)

(a) *Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto 606-8502, JAPAN*

(b) *Department of Physics, University of Tokyo, Tokyo 113-0033, JAPAN*

概要

Phase transition of the color superconducting state to the quark gluon plasma (QGP) at finite temperature is studied using the Schwinger-Dyson (SD) method in the improved ladder approximation. We compare the Cornwall-Jackiw-Tomboulis effective potential at finite temperature for two types of the color superconductor, namely the Color-Flavor locking (CFL) state and the 2flavor superconducting (2SC) state. Despite the fact that the energy density of the CFL phase is almost twice as that of the 2SC phase for all temperature, the critical temperatures of the two phases to QGP coincide: This fact implies that the CFL phase is more fragile than the 2SC state against thermal fluctuations. Effect of the strange quark mass m_s on the quark-pairing is also examined. In particular, using a simple kinematical criterion, we extract m_s -dependence of the "unlocking line" on which the CFL phase turns into the 2SC phase.

1 序

ここ数年間の間に、高バリオン数密度下において量子色力学 (QCD) が示すカラー超伝導相に対して、膨大な研究が行われ、それらが包含する豊富な物理が明らかにされつつある [1]。カラー超伝導とは、エネルギーギャップの存在によって特徴づけられる秩序状態である。これは、高密度で弱く相互作用するフェルミ面という描像から出発しても、クォーク間に引力が少しでも存在すると、散乱振幅に不安定性が起こりフェルミ面付近のクォーク間のコヒーレントな組み換えが起こった、フェルミガスとはまったく性質を異にする BCS 状態に導かれるという原理によっている (BCS 理論)。フォノン-電子機構による通常の超伝導と異なり、クォーク系においては対形成に優勢に効く引力が長距離の磁氣的グルーオン交換であることからエネルギーギャップの結合定数依存性が弱結合極限で $e^{-1/g}$ のような BCS と異なる振る舞いをすることが分っている [2]。これに加え、クォーク系の場合、スピン自由度のみならずカラー・フレーバーの自由度があり、様々な基底状態が提案されている。代表的なものとしては、2 フレーバー超伝導 (2SC) [3]、カラー・フレーバーロッキング (CFL) [4] の 2 つの秩序状態を上げることができる。これらは、それぞれユニークな状態であるが、特に CFL の秩序変数はカイラル対称性を破っており、それに付随し、擬スカラー 8 重項に属する南部・Goldstone (NG) ボソンがあらわれる。また、カ

ラーを持った自由度には有限のエネルギーギャップが開き、準クォークモードは破れていない電荷のもとで整数荷電をもつことが示される。これら CFL での諸性質と QCD 真空の性質との類似性から、両者が相転移を隔てずにつながっているというクォーク・ハドロン連続性という興味深い推測が打ち出されている [5]。

QCD の基底状態はバリオン密度のみではなく、ストレンジクォークの質量によってもその性質を変える。高密度 QCD における現在の理解では、高密度の極限での基底状態が CFL であることは、ほぼ疑いの余地がないが [6]、ストレンジクォークの質量を仮想的に大きくする、あるいは密度を小さくしていくと、いずれは 2SC への相転移が起こることが起こる [7, 8]。

これらの QCD における有限 (m_s, μ, T) における相転移現象の解析は、そのほとんどが NJL タイプの有効モデルによるものである。このような解析では、定性的に相転移の描像を掴むには有効であるが、低密度で重要となる様々な強結合の効果、とりわけ、ギャップの運動量依存性や反クォークチャンネルの対形成の効果等を正しく取り入れることができない [9]。また、高密度の極限でのギャップ結合定数依存性に対する QCD 摂動論からの直接の結果を正しく再現することができない。

本研究では、QCD 真空、及び、そこでの $q\bar{q}$ 束縛状態であるメソンの性質をよく記述し、一方で、高密度極限においては、ギャップの摂動論的表式を再現する、シュウィンガー・ダイソン方程式を改良梯子型近似 [9, 10] に基づいて取り扱い、相図、及び、相転移の性質について広範な密度領域にわたり、詳細かつ系統的的研究を行った。

2 有限温度におけるギャップ方程式と凝縮エネルギー

ここでは、シュウィンガー・ダイソン方程式を南部-ゴリコフ形式へと一般化し、改良梯子近似でのギャップ方程式と Cornwall-Jackiw-Tomboulis (CJT) [11] の凝縮エネルギーを求める枠組みについて簡単に説明する。

■ $J = 0^+$ 、同ヘリシティー対凝縮状態のギャップ方程式： ギャップ方程式をシュウィンガー・ダイソン方程式の枠組みで導くために、 q_c をクォークの電荷反転場とし、 $\Psi = (q, q_c)^t$ という 2 成分場を定義する。その伝播関数 $\langle T\Psi\Psi \rangle$ は次の行列となる。

$$iS(p_0, \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} S_{11}(p_0, \mathbf{p}) & S_{12}(p_0, \mathbf{p}) \\ S_{21}(p_0, \mathbf{p}) & S_{22}(p_0, \mathbf{p}) \end{pmatrix} = \int d^4z e^{ip_\mu z^\mu} \begin{pmatrix} \langle Tq(z)\bar{q}(0) \rangle & \langle Tq(z)\bar{q}_c(0) \rangle \\ \langle Tq_c(z)\bar{q}(0) \rangle & \langle Tq_c(z)\bar{q}_c(0) \rangle \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

となる。ただし、 $p_\mu z^\mu = p_0 z_0 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{z}$ 。さらに行列自己エネルギー関数を仮定する。

$$\Sigma(p_0, \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 0 & \Sigma_{12}(p_0, \mathbf{p}) \\ \Sigma_{21}(p_0, \mathbf{p}) & 0 \end{pmatrix}.$$

非対角成分 Σ_{12} と、 Σ_{21} が対形成の振幅を表し、極から定義される質量殻上ではクォークのマヨラナ質量 (ギャップ) の意味を持つ。 $J = 0^+$ 、揃ったヘリシティー状態の対を仮定した場合、スピノル部分の構造を次のように因子化できる。

$$\Sigma_{12}(p_0, \mathbf{p}) = \gamma_0 \Sigma_{21}(p_0, \mathbf{p})^\dagger \gamma_0 = \gamma_5 (\Lambda_+(\hat{p}) \hat{\Delta}_-(p_0, \mathbf{p}) + \hat{\Delta}_-(\hat{p}) \hat{\Delta}_+(p_0, \mathbf{p})). \quad (2.2)$$

ここで、 $\hat{\Delta}_\pm(p_0, \mathbf{p})$ は、カラー、フレーバーの空間での行列であり、パウリ原理よりカラー、フレーバーの足の同時入れ替えに対して対称でなければならない。

ギャップ方程式は行列自己エネルギー関数に対するシュウィンガー・ダイソン方程式

$$\Sigma(p_0, \mathbf{p}) = ig^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \Gamma_\alpha^\mu S(q_0, \mathbf{q}) \Gamma_\alpha^\nu \mathcal{D}_{\mu\nu}(q_0 - p_0, \mathbf{q} - \mathbf{p}), \quad (2.3)$$

の非対角成分として表現される。ここで、行列バーテックスとして、裸のものを用いることにすると、 $t_\alpha = \lambda_\alpha/2$ として次で与えられる。

$$\Gamma_a^\mu \equiv \begin{pmatrix} \Gamma_a^\mu & 0 \\ 0 & \bar{\Gamma}_a^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_a \gamma_\mu & 0 \\ 0 & -t_a^t \gamma_\mu \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

$-t_\alpha^t$ は $\bar{q}\Gamma q = -\bar{q}_c C \Gamma^t C q_c$ 、 $C \gamma_\mu^t C = -\gamma_\mu$ の関係による。 $\mathcal{D}_{\mu\nu}(q_0 - p_0, \mathbf{q} - \mathbf{p})$ は媒質中でのグルーオン伝播関数であり、その構造は後に与える。ギャップ方程式は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_\pm(p_0, \mathbf{p}) = ig^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} & \left(c_{\mu\nu}(p_\mp, q_+) \frac{t_A^t \hat{\Delta}_+(q_0, \mathbf{q}) t_A}{q_0^2 - E_+^2 - \hat{\Delta}_+^2} \right. \\ & \left. + c_{\mu\nu}(p_\mp, q_-) \frac{t_A^t \hat{\Delta}_-(q_0, \mathbf{q}) t_A}{q_0^2 - E_-^2 - \hat{\Delta}_-^2} \right) \mathcal{D}_{\mu\nu}(q_0 - p_0, \mathbf{q} - \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

ただし、 $c_{\mu\nu}(p_\alpha, q_\beta)$ は次で定義される。

$$c_{\mu\nu}(p_\pm, q_\pm) \equiv -\frac{1}{2} \text{tr} (\Lambda_\pm(\hat{p}) \gamma_\mu \Lambda_\pm(\hat{q}) \gamma_\nu). \quad (2.6)$$

■2SC 状態：ここで、行列 $\hat{\Delta}$ に 2SC、及び CFL の仮定に基づいて、カラーフレーバーの構造を入れ、ギャップ方程式を構成する。まず、ギャップ行列 $\hat{\Delta}$ に対する 2SC の仮定は、

$$\hat{\Delta}^{2SC}(p_0, \mathbf{p}) = (\tau_2 \lambda_2)_{ij}^{ab} \Delta_\pm(p_0, \mathbf{p}), \quad (2.7)$$

である。 τ_2 はパウリ行列の第 2 成分である。このギャップ行列は、 $(r, g, b) \times (u, d, s)$ の空間での階数が 4 であり、対形成に関与しない自由度 s 、あるいは g を含む 5 つのクォーク (ug, dg, sg, sr, sb) がギャップレスのクォークとして残る。破れずに残る $SU_c(2)$ と $SU_f(2)$ のそれぞれ 2 重項に属する 4 つのクォークはギャップを獲得し準粒子となる。異常伝播関数 S_{12} に対するスペクトル密度は、松原伝播関数から次のように抽出される。

$$\begin{aligned} \rho_{12}^{2SC}(p_0, \mathbf{p}) = -(\tau_2 \lambda_2)_{ij}^{ab} & \left[\gamma_5 \Lambda_+(\hat{p}) \Delta_+ + 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_+^2 - \Delta_+^2) \right. \\ & \left. - \gamma_5 \Lambda_-(\hat{p}) \Delta_- - 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_-^2 - \Delta_-^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

■CFL 状態：ギャップ行列に対する CFL の仮定は、次で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_\pm^{\text{CFL}}(p_0, \mathbf{p}) &= (P_1)_{ij}^{ab} \Delta_\pm^1(p_0, \mathbf{p}) + (\bar{P}_8)_{ij}^{ab} \Delta_\pm^8(p_0, \mathbf{p}), \\ &= \frac{1}{N_c} \delta_i^a \delta_j^b \Delta_\pm^1 + \left(\delta_j^a \delta_i^b - \frac{1}{N_c} \delta_i^a \delta_j^b \right) \Delta_\pm^8. \end{aligned} \quad (2.9)$$

これは、カラーとフレーバーがクローネッカーのデルタを通じて結合した状態である。 P_1 はカラーフレーバー 1 重項への射影行列、 \bar{P}_8 は 8 重項への射影行列 $P_8 = \delta^{ab} \delta_{ij} - \delta_i^a \delta_j^b / N_c$ の根である。行列 $\hat{\Delta}_{\text{CFL}}$ はカラーフレーバーの空間でフル階数であり、従って全てのクォークがギャップを獲得し準粒子となる。その準クォークは、破れていない $SU_{C+V}(N_c)$ の変換の元で、スカラーであるものと、8 重項として変換するものに分類される。それぞれのモードのギャップは Δ_1 、及び Δ_8 であり、共に、行列 $\hat{\Delta}_{\text{CFL}}$ の固有値である。この CFL 状態は液体 He^3 超流動において低圧で実現する BW 状態 [12] と 2 つの意味で似ている。1 つは ABM 状態は $L = 1, S = 1$ の 3P 状態のうち、軌道角運動量とスピンの結合した状態であること、もう 1 つは ABM 状態は $L = 1$ の等方的状態、フェルミ面全面においてギャップを持つ状態であるということだ。この点は CFL においてすべてのカラーフレーバーの自由度が有限の

ギャップを獲得する事情と似る。一方で 2SC は、液体 He³ において高温高圧下において出現する非等方的 ABM 状態 [13] と類似する。CFL 異常伝播関数についてのスペクトル密度は次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_{12}^{\text{CFL}}(p_0, \mathbf{p}) = & -(P_1)_{ij}^{ab} \left[\gamma_5 \Lambda_+ \Delta_{1+} + 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_+^2 - \Delta_{1+}^2) \right. \\ & \left. + \gamma_5 \Lambda_- \Delta_{1-} - 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_-^2 - \Delta_{1-}^2) \right] \\ & - (\bar{P}_8)_{ij}^{ab} \left[\gamma_5 \Lambda_+ \Delta_{8+} + 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_+^2 - \Delta_{8+}^2) \right. \\ & \left. + \gamma_5 \Lambda_- \Delta_{8-} - 2\pi\epsilon(p_0) \delta(p_0^2 - E_-^2 - \Delta_{8-}^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

スペクトル密度を元にギャップ方程式を書き下すと、2SC については、

$$\frac{2N_c}{N_c + 1} \Delta_+ = K^+ [\Delta_+, \Delta_-], \quad (2.11)$$

$$\frac{2N_c}{N_c + 1} \Delta_- = K^- [\Delta_+, \Delta_-], \quad (2.12)$$

を得る。CFL については、

$$\frac{2N_c}{N_c^2 - 1} \Delta_{1+} = -K^+ [\Delta_{8+}, \Delta_{8-}], \quad (2.13)$$

$$\frac{2N_c}{N_c^2 - 1} \Delta_{1-} = -K^- [\Delta_{8+}, \Delta_{8-}], \quad (2.14)$$

$$2N_c \Delta_{8+} + \frac{4N_c}{N_c^2 - 1} \Delta_{1+} = -K^+ [\Delta_{1+}, \Delta_{1-}], \quad (2.15)$$

$$2N_c \Delta_{8-} + \frac{4N_c}{N_c^2 - 1} \Delta_{1-} = -K^- [\Delta_{1+}, \Delta_{1-}], \quad (2.16)$$

となる。1 グルーオン交換の場合のカーネル K^\pm は次で定義される。

$$\begin{aligned} K^\alpha [\Delta_+, \Delta_-] = & -ig^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left\{ S_F^+(q; \Delta_+) c_{\mu\nu}(p_\alpha, q_+) \right. \\ & \left. + S_F^-(q; \Delta_-) c_{\mu\nu}(p_\alpha, q_-) \right\} \mathcal{D}_{\mu\nu}(q_0 - p_0, \mathbf{q} - \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (2.17)$$

ただし、

$$S_F^\pm(q; \Delta_\pm) = \frac{\Delta_\pm}{q_0^2 - (|\mathbf{q} \mp \boldsymbol{\mu}|)^2 - \Delta_\pm^2 + i\eta} + 2\pi i n_F(|q_0|) \delta[q_0^2 - (|\mathbf{q} \mp \boldsymbol{\mu}|)^2 - \Delta_\pm^2]. \quad (2.18)$$

足 α は + と - をとり、そのとき $\bar{\alpha} = -\alpha$ で定義するものとする。

■媒質中におけるグルーオン伝播関数： グルーオンの伝播関数として、次の、ランダウゲージでの HDL 伝播関数の準静的近似 [9, 14] を用いる。

$$\mathcal{D}_{\mu\nu} = \Delta_T(p_0, p) P_{\mu\nu}^T + \Delta_L(p_0, p) P_{\mu\nu}^L, \quad (2.19)$$

$$\Delta_T(p_0, p) = -\frac{1}{p^2 + iM^2\theta(p - p_0)|p_0|/p}, \quad \Delta_L(p_0, p) = -\frac{1}{p^2 + m_D^2}. \quad (2.20)$$

ただし、横偏曲射影子 $P_{ij}^T = \delta^{ij} - \hat{p}^i \hat{p}^j$, $P_{0\mu}^T = P_{\mu 0}^T$ 、及び、縦偏曲射影子 $P_{\mu\nu}^L = -g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu / (p_0^2 - p^2)$ である。 $m_D = \sqrt{3}g\mu/\sqrt{2}\pi$ はクォークフェルミガス中でのデバイ質量であり、 $M = \sqrt{\pi}m_D/2$ と定義した。磁気グルーオンを介する colinear 特異性を正則化するために必要な最低のダイナミカル補正 (ランダウ減衰効果) を入れた伝播関数であり、エネルギー依存性は高密度極限でのギャップの摂動論的表式を再現するのに重要な役割を担う。

■東島-Miransky 型有効結合定数：我々は次で定義される、運動量依存型結合を用いる [15]。

$$\alpha_s(q, p) = \frac{4\pi}{\beta_0} \frac{1}{\ln(p_{\max}^2 + p_c^2)/\Lambda^2}, \quad p_{\max} = \max(q, p). \quad (2.21)$$

ただし、 $\beta_0 = (11N_c - 2N_f)/3$ 、 p_c^2 は赤外でのランニング結合の特異性を正則化するパラメータである。ランダウゲージのグルーオン伝播関数とこの結合を併用したシュウィンガー・ダイソン方程式による QCD 真空における質量関数の紫外運動量での振る舞いは OPE と繰り込み群を用いた摂動論からの帰結と無矛盾であることと、また、その真空の上での $q\bar{q}$ 束縛状態としてのメソン励起の性質 (f_π など) が、ペーテ・サルピータ振幅を用いてある程度、うまく再現できることが過去の解析から分かっている [16]。数値計算においては $\Lambda = 400 \text{ MeV}$ 、 $p_c^2 = 1.5\Lambda^2$ の値を用いた [15]。

■質量殻上におけるギャップ方程式：クォーク極優勢仮定を置いてエネルギー積分、及び、ギャップ関数の $L = 0$ 以外の成分をゼロと置いてしまひ角度積分を実行すると準粒子極におけるギャップ関数についてのギャップ方程式が得られ、 $p \equiv |p|$ として $\Delta(p_0, \mathbf{p}) \rightarrow \Delta(p)$ 、さらに、カーネル $K^\pm[\Delta_+, \Delta_-]$ の

$$K^\pm[\Delta_+, \Delta_-] \equiv \int \frac{q^2 dq}{2\pi^2} \left[\sum_{\alpha=\pm} \tanh\left(\frac{\epsilon_\alpha(q)}{2T}\right) \frac{\Delta_\alpha(q)}{2\epsilon_\alpha(q)} (V_{\text{EL}}^{(\pm, \alpha)}(q, p) + 2V_{\text{MG}}^{(\pm, \alpha)}(q, p)) \right]. \quad (2.22)$$

への置き換えの下で、式 (2.11)~(2.16) のギャップ方程式と全く同じ構造を持つ。 $\Delta(p)$ は運動量 p を持つ準粒子モードのエネルギーギャップの意味をもち、 $\epsilon_\pm(q) = \sqrt{(q \mp \mu)^2 + \Delta_\pm(p)^2}$ は準クォーク、準反クォーク励起の分散である。 V_{EL} と V_{MG} はカラー電気、磁気相互作用で具体的表式は次である。

$$V_{\text{EL}}^{(+, +)}(q, p) = V_{\text{EL}}^{(-, -)}(q, p) = + \frac{\alpha_s(p, q)}{2pq} \frac{(p+q)^2 + m_D^2}{2pq} \ln \left(\frac{(p+q)^2 + m_D^2}{(p-q)^2 + m_D^2} \right), \quad (2.23)$$

$$V_{\text{EL}}^{(+, -)}(q, p) = V_{\text{EL}}^{(-, +)}(q, p) = - \frac{\alpha_s(p, q)}{2pq} \frac{(p-q)^2 + m_D^2}{2pq} \ln \left(\frac{(p+q)^2 + m_D^2}{(p-q)^2 + m_D^2} \right), \quad (2.24)$$

$$V_{\text{MG}}^{(\pm, \alpha)}(p, q) = \frac{\alpha_s(p, q)}{6pq} \left[\ln \left(\frac{(p+q)^6 + M^4(\epsilon_\pm(p) - \epsilon_\alpha(q))^2}{(p-q)^6 + M^4(\epsilon_\pm(p) - \epsilon_\alpha(q))^2} \right) + \ln \left(\frac{(p-q)^6 + M^4(\epsilon_\pm(p) + \epsilon_\alpha(q))^2}{(p-q)^6 + M^4(\epsilon_\pm(p) + \epsilon_\alpha(q))^2} \right) \right]. \quad (2.25)$$

■熱力学ポテンシャル、凝縮エネルギー：2SC、CFL のエネルギーを比べ、どちらが実現するかを有限温度 (μ, T) で決定するために、CJT の枠組みでの凝縮エネルギーの表式を与えておく。シュウィンガー・ダイソン方程式の解を Σ, \mathbf{S} と書くと、2ループのフェルミガスを基準にとった CJT 有効ポテンシャルは次で与えられる。

$$\delta\Omega(\mu, T) = \frac{T}{V} \left\{ \frac{1}{2} \text{TrLog} [\mathbf{S}\mathbf{S}_0^{-1}] - \frac{1}{4} \text{Tr} [\mathbf{S}\Sigma] \right\}. \quad (2.26)$$

1/2 の係数は q_c を導入したことによる余分な自由度からの熱力学ポテンシャルへの寄与をキャンセルするための因子である。ここで、2SC、CFL、それぞれの自己エネルギー行列についての仮定を代入し、それぞれの CJT ポテンシャルの表式を求めると、

$$\frac{\delta\Omega_{2\text{SC}}}{6N_c} = - \frac{2}{3} \frac{N_c - 1}{N_c} f[\Delta_+, \Delta_-], \quad (2.27)$$

$$\frac{\delta\Omega_{\text{CFL}}}{6N_c} = - \left[\frac{1}{N_c^2} f[\Delta_{1+}, \Delta_{1-}] + \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} f[\Delta_{8+}, \Delta_{8-}] \right], \quad (2.28)$$

ただし、

$$f[\Delta_+, \Delta_-] \equiv T \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \left\{ \ln \left[\frac{\cosh(\epsilon_+/2T)}{\cosh(E_+/2T)} \right] + \left[\frac{\cosh(\epsilon_-/2T)}{\cosh(E_-/2T)} \right] \right\} - \frac{1}{2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \left\{ \tanh\left(\frac{\epsilon_+}{2T}\right) \frac{\Delta_+}{2\epsilon_+} + \tanh\left(\frac{\epsilon_-}{2T}\right) \frac{\Delta_-}{2\epsilon_-} \right\}, \quad (2.29)$$

である。 $E_{\pm} = q \mp \mu$ はフェルミガスにおけるクォーク励起の分散である。これらの表式より、 $|\Delta_8| = |\Delta_1| = |\Delta|$ を仮定すると CFL の CJT ポテンシャルは 2SC のそれの 9/4 倍となる。この因子は単に、対形成に関与する自由度の比率を表している。実際には、ギャップ方程式を解いて見なければ、ギャップの大きさは分からず、従ってどちらの相が実現するかについても分からない。

3 数値計算の結果

この節では我々の数値計算の結果について見ていく。Sec. 3.1 では、まず、高密度での代表的化学ポテンシャルとして $\mu = 1000 \text{ MeV}^{*1}$ を取り、温度の効果が対形成にどのように影響するのか、QGP 相への相転移の様相を、CFL と 2SC の場合に詳細に見ていく。その次に、Sec. 3.2 では、Sec. 3.1 で調べた物理量、及び、相転移の様相がどのように低密度側に向けて変更されるのかを見る。また、 $T = 0$ における Unlocking 転移について、考察する。最後に、Sec. 3.3 において、我々の QCD 相図についての結果、及び、そのストレンジクォーク質量依存性について考察する。

3.1 $\mu = 1000 \text{ MeV}$ での有限温度相転移

図 1 は我々のギャップ方程式 Eqs. (2.11) ~ (2.16) を数値的に解いて求めたギャップ関数である。それぞれ 3 つのギャップ関数は、大きさ、符号を別にすれば、大体同じ運動量依存性を持ち、温度の上昇に対して、一様にゼロへと接近していることが特徴的である。

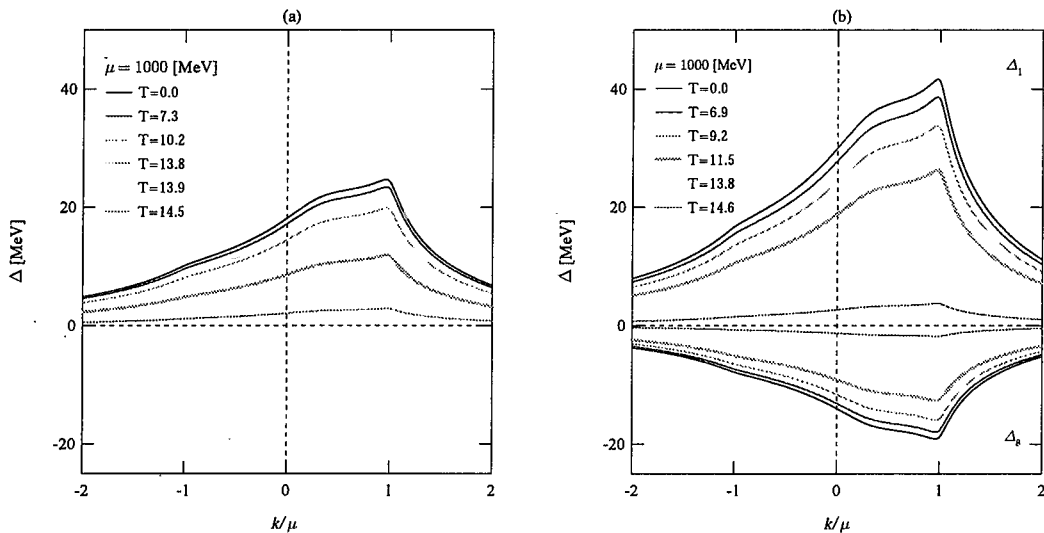


図 1: (a) 2SC のギャップ方程式の解 $\Delta_{\pm}(p)$ の温度依存性。 (b) CFL のギャップ関数 ($\Delta_{1\pm}(p), \Delta_{8\pm}(p)$)。

*1 この化学ポテンシャルはバリオン数密度では、通常バリオン密度の約 80 倍程度に相当する。

温度に対するギャップの振る舞い、相転移の様相をより詳しく調べるために、図 2 では、フェルミ面上でのギャップの大きさ (a)、及び、CJT の熱力学ポテンシャル (b) を温度に対してプロットした。まず、ギャップの温度特性は典型的な局所相互作用の BCS 理論とほとんど同じであることが分かる。さらに QGP への転移温度が 2SC と CFL で同じであることが面白い。この点については後に議論する。

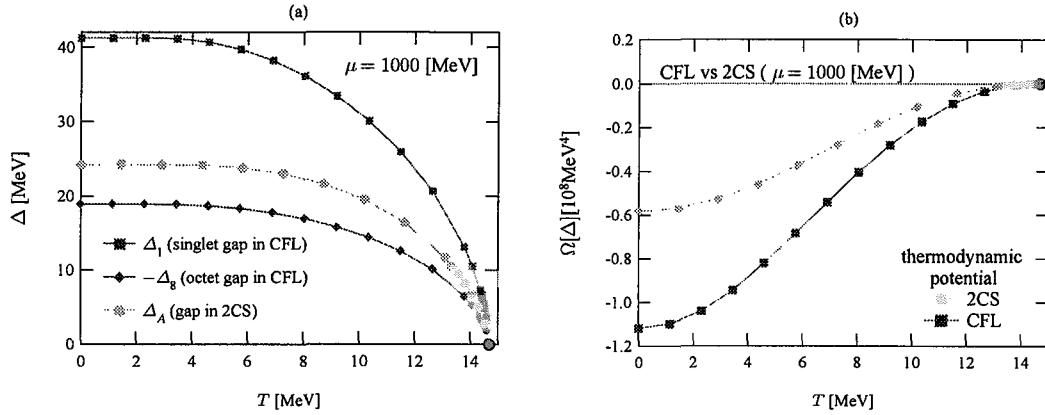


図 2: (a) フェルミ面上でのギャップを温度に対してプロットしたもの。(b) (a) でプロットした各温度における CJT の有効熱力学ポテンシャルの値。

CJT の熱力学ポテンシャルは T_c に向かって連続的に自由フェルミガスのものへと収束する。この点は (a) でのギャップの温度微分が転移点で発散することと併せて 2 次相転移であることを支持するものである。特筆すべきは、CFL における熱力学を支配する 8 重項ギャップの大きさが 2SC のものよりも小さいにもかかわらず、CFL の方が凝縮エネルギーを 2SC の 2 倍近く稼いでいる点である。CFL の凝縮エネルギーが 2SC のそれよりも大きいにもかかわらず、相転移が同じ転移温度で起こることは、CFL は 2SC よりも温度に対し相対的に脆い状態であることを意味し、それは CFL における小さい 8 重項ギャップの存在による。ギャップの大きさと、凝縮エネルギーの大きさの間の逆転が起こることは、Sec. 2 において考察したように、対形成に関与する自由度が CFL の方が 2SC よりも 5 つ多いことに起因し、従って熱力学ポテンシャルのようなバルクな量は、ギャップの大きさを無視すれば、CFL が 2SC よりも 9/4 のアドバンテージを持つことになる。

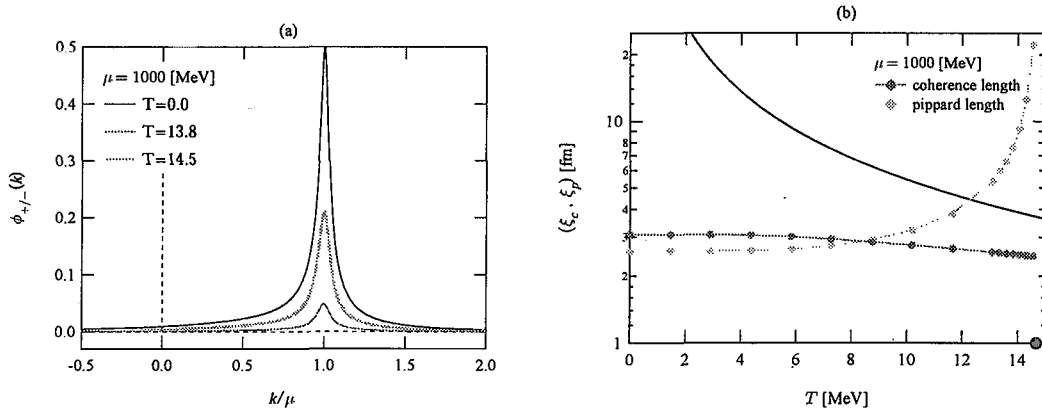


図 3: (a) クォークの相関関数の温度依存性。(b) クォーク対の大きさの温度依存性。実線は熱的ド・ブローイ波長の近似的表式 $1/2T$ 、さらに四角い印はゼロ温度でのピパード長をの表式を有限温度へと簡単に拡張したもの $1/\pi\Delta_+(\mu, T)$ である。

図 3 は、2SC におけるクォーク相関関数の温度変化 (a)、及び、相関関数をクォーク対の波動関数として、クォーク対の平均的拡がりの大きさ (平均 2 乗半径) を温度に対してプロットしたものである。(a) を見ると、クォーク相関関数の大きさは、温度の上昇に伴い、熱的準クォーク励起によるパウリブロッキングの効果により、小さくなるにもかかわらず、フェルミ面における幅はそれほど変化していないことが分かる。これは温度がクォーク対の内部構造にそれほど影響を与えないことを示唆する。このことを確かめるために、(b) では実際にクォーク対の大きさを温度に対してプロットしている。(a) より示唆される通り、対の大きさは T_c 近傍においても、ゼロ温度での大きさとそれほど変わらない。この事実は、相転移が対の解離によって起こるのではなく、コヒーレントな対の数の減少によって起こるといふ描像を与える。(b) の実線は自由フェルミガスの熱的ド・ブroy波長の近似的表式をプロットしたものである。熱的ド・ブroy波長以下のレンジを持つ相互作用は量子効果に寄与できるが、それより大きい長さスケールの量子的相関は熱的擾乱によりかき消される。従って、このド・ブroy波長と相関長が同じ程度になるところで通常相への相転移が起こっていることは自然である。最後に四角印のプロットは $1/\Delta_+(\mu, T)$ を示しているが、この量は、二次相転移ゆえに相転移点に向かって発散する。これは相転移点に向けて揺らぎのスケールが大きくなることを意味する。相関長に比べて、このピバード長がずっと大きくなる領域においては、平均場理論が破綻する。

■ 臨界温度、 T_c 近傍での CFL ギャップ方程式：ここで、2SC と CFL の QGP 相への相転移温度が等しくなる理由について考える。相転移点が同じになることは、CFL のギャップ方程式が転移点

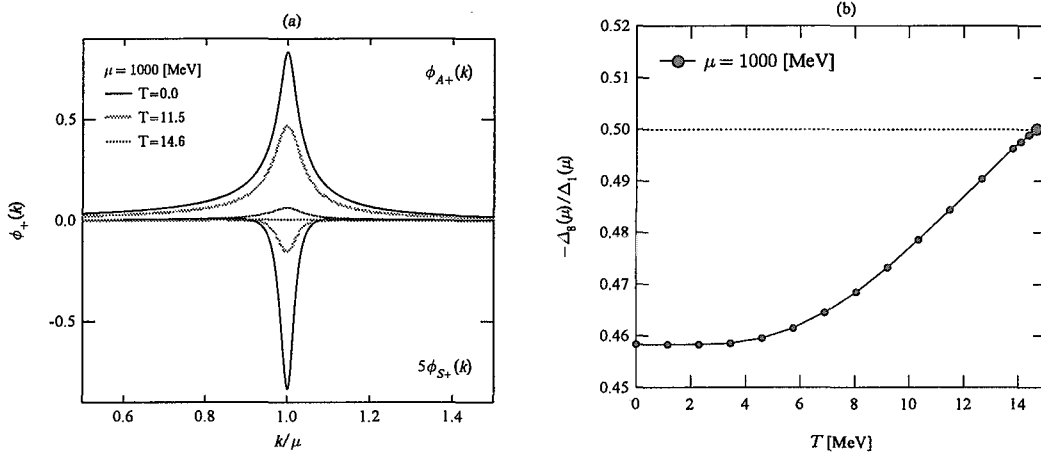


図 4: (a) CFL におけるカラー反 3 重項チャンネル、カラー 6 重項チャンネルの相関関数の温度依存性。(b) CFL における 8 重項ギャップと 1 重項ギャップの比 $-\Delta_8/\Delta_1$ の温度依存性。

近傍で 2SC のそれに縮約することを示唆する。このことを確かめて見よう。CFL のギャップ方程式 Eqs. (2.13) ~ (2.16) をカラー反対称の自己エネルギー $\Delta_A = \Delta_1/2N_c - (N_c + 1)\Delta_8/2N_c$ 、カラー対称な自己エネルギーに $\Delta_S = \Delta_1/2N_c + (N_c - 1)\Delta_8/2N_c$ を用いて表すことを考える。高密度領域を考え、反クォーク極からの寄与を落とし、さらに、カラー反 3 重項優勢 $|\Delta_A| \ll |\Delta_S|$ を仮定し K の中の Δ_S を落としてしまうと、ギャップ方程式は、次の 2 式に帰着する。

$$\frac{4N^2}{N+1} \Delta_A = (N+1)K^+ [\Delta_A] + K^+ [(N-1)\Delta_A], \quad (3.1)$$

$$\frac{4N^2}{N-1} \Delta_S = (N-1)K^+ [\Delta_A] - K^+ [(N-1)\Delta_A]. \quad (3.2)$$

2次相転移を仮定し、相転移点近傍を考えれば、ループ積分のギャップに関して非線形な効果を見捨てることができ、線形化すると、

$$\frac{4N^2}{N+1}\Delta_A = 2NK^+ [\Delta_A], \quad \frac{4N^2}{N-1}\Delta_S = 0, \quad (3.3)$$

となる。この2つのギャップ方程式の第一式は、CFLのギャップ方程式が2SCのそれに帰着することを示している。第二式は、上の議論で用いた反3重項優勢の仮定と無矛盾である。

図4は相転移点近傍での反3重項優勢を示唆する図である。(a)はカラー反3重項チャンネルの相関関数とカラー対称チャンネルの相関関数の温度依存性を示す。対称チャンネルの相関は相転移点に向けて急激にゼロに収束しているのが見て取れる。 $\Delta_S = 0$ は $\Delta_8 = -\Delta_1/2$ を意味するが、(b)は $-\Delta_8/\Delta_1$ が相転移点に向けてこの1/2の値に「急激に」接近していくことを示しており、相転移点近傍におけるカラー反3重項優勢を示唆する。「急激に」という意味は、平均場理論では、 $\Delta_8, \Delta_1 \sim t^{1/2}$, $t = (T_c - T)/T_c$ とスケールするが、 Δ_S のゼロへの近づき方が $t^{1/2}$ 以上であることである。

3.2 $\mu = 1000 \text{ MeV} \sim 300 \text{ MeV}$ での物理量変化

ここでは、上で調べた物理量、及び、相転移の性質が低密度領域に向けてどのように変更していくかを調べる。

■ゼロ温度物理量の密度依存性： 図5では、ゼロ温度でのギャップ(a)及び、クォーク当りの凝縮エネルギー(b)の密度依存性を示している。先に $\mu = 1000 \text{ MeV}$ において考察したギャップと凝縮エ

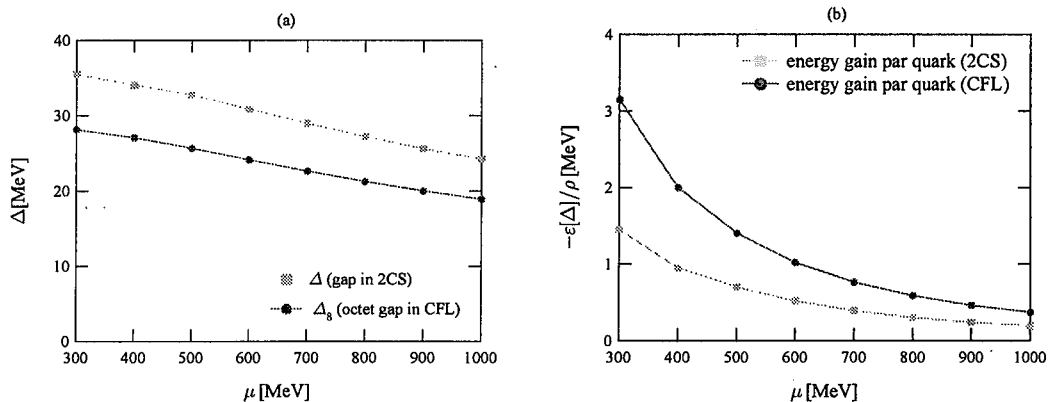


図5: (a) 2SC ギャップとCFLの8重項ギャップの化学ポテンシャル依存性。(b) 有限密度におけるクォーク当りの凝縮エネルギーの比較。

エネルギーにおける2SCとCFLの逆転は密度に依らずに成り立っている。(a)ではギャップの大きさが密度の減少に伴って増大しているが、これは弱結合でのギャップの摂動論的表式が予言する振る舞いと異なる。このことは、低密度における強結合の効果、とりわけ、フェルミ面から離れた自由度の対形成への関与、及び、反クォーク間の対形成への関与が重要であることを示している。(b)で分かるように凝縮エネルギーの大きさは、ギャップに比べると最低密度*2においても1/10程度である。これは、対形成のクォーク1個当りのエネルギーへの寄与が Δ/μ のファクターで抑えられるからである。

*2 $\mu = 400 \text{ MeV}$ は通常核物質密度の約5倍に相当する。

■相転移の性質の密度依存性： 図6は、ゼロ温度でのギャップと、転移温度の比を取ったものから弱結合の摂動論的値を差し引いたものを、化学ポテンシャル (a) と $\Delta(T=0)/\mu$ (b) に対してプロットしたものである。この量は、局所相互作用のBCS理論の弱結合極限で結合に依らないユニバーサルな

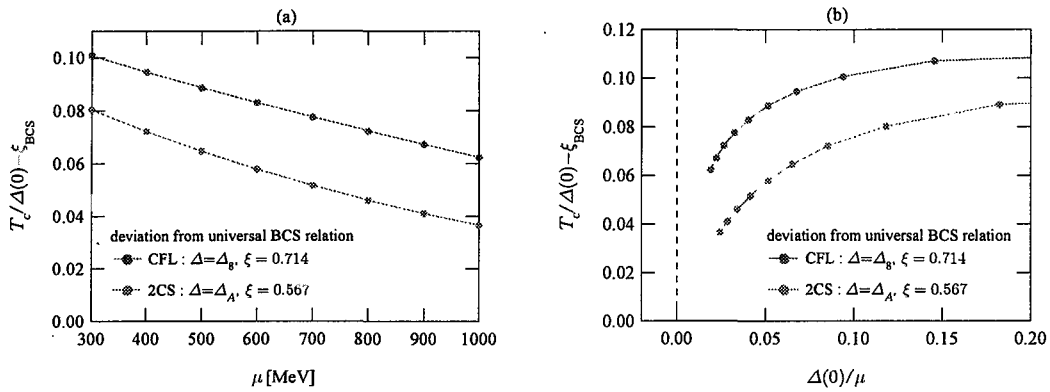


図6: ゼロ温度でのギャップと転移温度間のユニバーサル関係式からのずれ。(a) 化学ポテンシャル μ に対して。(b) フェルミ面の歪みの度合いを表す $\Delta_+(0)/\mu$ に対して。

値となるものである。(a)を見ると、低密度において、この比のユニバーサルな値からのずれが大きくなるのが分かる。最低密度においては、20%程もずれており、この領域での強結合の効果の重要性を示している。(b)では、弱結合の極限で、ユニバーサルな値への収束の様子を示している。しかし、物理的に興味の対象となる、 $\mu = 400 \sim 500$ MeVの間では収束の振る舞いは現れていない。中性子星内部において、もし、カラー超伝導が実現しているとしても、弱結合の描像ではうまく記述できない。

■ストレンジクォーク質量の変化と $T = 0$ での Unlocking 転移： カイラル極限においては、CFLの凝縮エネルギーが密度に依らずに2SCのその2倍大きいことが確かめられたが、化学ポテンシャル μ における有効ストレンジクォーク $m_s(\mu)$ のが十分大きければ2SCが実現する。言い換

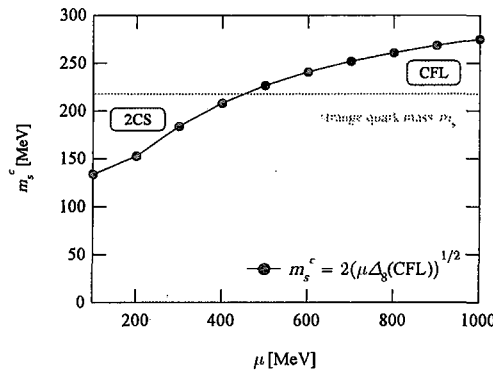


図7: 密度 μ における臨界ストレンジクォーク質量 $m_s^c(\mu)$ の運動学的判定基準による見積もり。Unlocking 転移は有効ストレンジ質量曲線 $m_s(\mu) \cong m_s$ が $m_s^c(\mu)$ を越える点で起こる。

えれば、ある化学ポテンシャル μ において有効ストレンジ質量を大きくしていくと、2SCへの転移、Unlocking 転移が起こる。ゼロ温度でこの転移について考察する。図7は、 $m_s = 0$ のカイラル極限において、CFL系において一番小さいギャップである8重項ギャップ $\Delta_{8+}(\mu)$ についての我々の結果を簡単な運動学的判定基準 [7, 8] に適用して求めた近似的な Unlocking 臨界ストレンジクォーク質量

$m_s^c(\mu) \cong 2(\mu\Delta_{8+}(\mu))^{1/2}$ を見積もったものである。この曲線と化学ポテンシャル μ における $m_s(\mu)$ が交わる点*³で一次の Unlocking (Locking) 転移が起こる。密度が高いところから μ を下げていくことを考える。 $\mu = 1000$ MeV では $m_s^c(\mu)$ は $m_s(\mu)$ よりも大きいので、系は CFL にあるが、 μ の減少と共に $m_s^c(\mu)$ が小さくなり、 μ^c で $m_s(\mu)$ を下回る。 μ^c では $p_F^s - p_F^{u,d} \sim m_s(\mu)^2/2\mu = 2\Delta_{8+}(\mu)$ であるから、 $\mu < \mu^c$ ではストレンジクォークのフェルミ面と軽フレーバーのフェルミ面の差が $2\Delta_{8+}(\mu)|_{m_s=0}$ 以上になる。運動学的判定基準では、 $\mu < \mu^c$ ではストレンジクォークと軽フレーバーとの間の対形成のための極が消失するという考えに基づき、2SC への一次 Unlocking 転移が起こるとするのである。

以下の考察では、簡単のため $\mu > 300$ MeV での有効ストレンジクォーク質量として定数を取り、さらに簡単な運動学的判定基準を有限温度にも適用することにする。この簡単化の代わりに、 m_s をパラメータとして扱い、このパラメータの変分に対する相図の定性的振る舞いについて考察する。

3.3 QCD 相図、ストレンジクォーク質量依存性

最後に QCD 相図、及び、そのストレンジクォーク質量依存性について議論する。図 8 は $m_s = 0, 150, 200, 250$ MeV における QCD 相図についての結果である。

■カイラル極限 $m_u = m_d = m_s = 0$: カイラル極限においては、図 8 において黒●線のみ相図に表れることになる。これは高温の QGP と CFL 相を 2 次相転移で隔てる相転移線である。いままでの議論からわかるように、この相転移線直上では CFL の圧力と 2SC の圧力がつりあっている。すなわち、相転移線は 2 重に縮退している。ただし、全ての超伝導領域で CFL の凝縮エネルギーが 2SC のそれよりも約 2 倍大きいために 2SC の領域は相図に現れない。

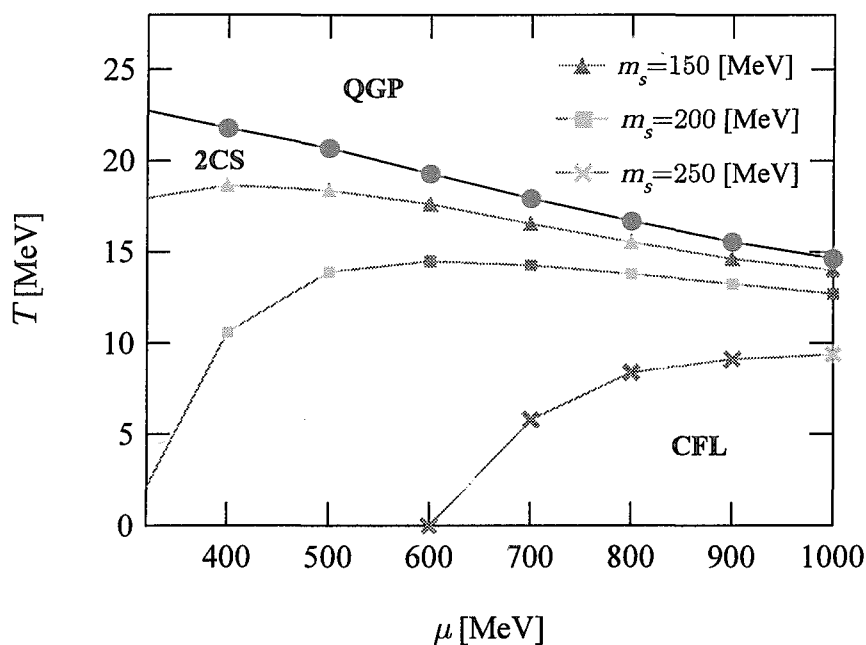


図 8: 様々なストレンジクォーク質量 m_s における QCD 相図。ストレンジクォーク質量の増大に伴って 2SC 領域と CFL 領域を一次転移で隔てる Unlocking 線が高密度-低温領域に移動していく。

*³ 図では簡単のため $m_s(\mu)$ の例として定数を取っている。

■ $m_s = 150 \text{ MeV}$: 今から、有限ストレンジクォーク質量効果について考察する。灰▲線は $m_s = 150 \text{ MeV}$ のときに相図上に新しく現れる線で、高密度低温側の CFL と低密度高温側の 2SC を一次相転移で隔てる Unlocking 線である。この線直上では 2SC と CFL の圧力、化学ポテンシャルが等しく、従って共存状態を表す。このように、ストレンジクォークの質量は、CFL から QGP への相転移線と、CFL から 2SC への相転移線の間の縮退を解く役割をする。

■ $m_s = 200 \text{ MeV}$: $m_s = 200 \text{ MeV}$ へとストレンジクォーク質量を上げると、Unlocking 線は灰■線へと移動する。ストレンジクォーク質量の増大は、CFL の領域を高密度、低温側に押しやり、同時に 2SC の領域を広げる効果として現れる。今、仮に、 $q\bar{q}$ 凝縮によってカイラル対称性の破れた QCD 真空から、バリオン密度を上げていった時、 $q\bar{q}$ 凝縮対の消失転移*⁴が $\mu = 400 \text{ MeV}$ で起こると仮定すると、 $m_s \leq 200 \text{ MeV}$ では CFL 相が幅広い密度領域にわたって存在するため、カイラル対称性はゼロ温度の軸上では常に破れていることになる。 $m_s \leq 200 \text{ MeV}$ で、クォーク・ハドロン連続性が成立している可能性が示唆される。

■ $m_s = 250 \text{ MeV}$: 灰×線 $m_s = 250 \text{ MeV}$ のときの、Unlocking 線である。先と同じように $q\bar{q}$ 凝縮消失転移が $\mu = 400 \text{ MeV}$ で起こると仮定すると、この場合には、QCD 真空におけるカイラル対称性の破れた相と、同じく異なるメカニズムによりカイラル対称性の破れた CFL 相の間には、ゼロ温度軸上においても必ず、カイラル対称性の破れていない 2SC 領域が侵入する。従ってストレンジクォーク質量が $m_s \geq 250 \text{ MeV}$ の時、クォーク・ハドロン連続性は我々のモデルにおいては実現しない。

4 結論と展望

我々は、CFL 状態と 2SC 状態を改良梯子近似に基づくシュウィンガー・ダイソン方程式という同じ土台の上で扱い、非局所相互作用の下でのギャップ方程式を一般的な枠組みから導き、それらを数値的に解き、Unlocking 転移に関する運動学的判定基準を併用することにより、有限温度での相転移の性質、QCD 相図、及び、そのストレンジクォーク質量依存性の理解を試みた。以下、主な結論をまとめる。

■有限温度における相転移 : 2SC 状態、CFL 状態から QGP 相への相転移、通常の局所相互作用の場合の BCS 理論における相転移と同じ温度特性を示すことが分かった。また、ゼロ温度での凝縮エネルギーは CFL の方が 2SC よりも約 2 倍ほど大きいにもかかわらず、QGP 相への相転移温度は等しい。これは、相転移点近傍における、カラー反 3 重項優勢と、それに伴う、CFL ギャップ方程式の 2SC ギャップ方程式への縮約という事実によって理解できることが示した。CFL の大きな凝縮エネルギーにもかかわらず、相転移温度が 2SC と等しくなることは CFL 状態が温度に対して相対的に脆いということを示しているが、カラーフレーバー 8 重項準クォーク励起のギャップが一番小さいことに起因する。また、QGP への相転移はコヒーレントな対の解離によってではなく対の数の減少によって起こるという描像を掴むことができた。

■低密度における強結合効果 : 低密度領域において、強結合効果が重要となる。弱結合極限におけるギャップの解析解が低密度において減少するのに対して、数値計算の結果は増大が見られた。また、弱結合極限で結合に依らないユニバーサルな値をとるギャップと転移温度の関係は低密度で 20% 程もずれる。これらは、物理的興味対象となる密度領域におけるフェルミ面から離れた自由度と反クォークの対形成への関与の重要性を示唆する。

*⁴ 通常の意味でのカイラル回復転移。現在の理解では $q\bar{q}$ 凝縮が無くなったからといってカイラル対称性が回復するとは限らないのである。

■QCD 相図とそのストレンジクォーク質量依存性：カイラル極限においては、QCD 相図に 2SC の入り込む余地はない。相図には低温側の CFL と、高温側の QGP を 2 次相転移で隔てる線しか現れない。ストレンジクォーク質量の効果によって、2SC の領域が低密度、高温側に現れ、それに伴い、Unlocking 線という新しい線が出現する。質量の増大に伴い、CFL の領域は次第に高密度、低温側に押しやられていく。我々の数値計算の結果は、 $m_s \leq 200$ MeV の場合、クォーク・ハドロン連続性が実現し、一方で $m_s \geq 250$ MeV のときには実現しないことを示唆した。

■展望：課題として残ることは、運動学的 Unlocking 判定基準において、抜けてしまっている力学的效果をきちんと評価するために、シュウィンガー・ダイソン方程式の時点でストレンジクォーク質量を入れることである。特に、有限温度においては、今のところ運動学的判定基準がよいとする根拠は無い。また、クォーク・ハドロン連続性が成立する条件をより詳細に調べるためには通常の $q\bar{q}$ カイラル凝縮チャネルもきちんと取り扱わねばならない。それから、系を一様なものに限ってしまう解析では Unlocking 線という 1 次元の線が CFL と 2SC を隔てるが、非一様な、LOFF 状態 [17, 18, 19] のような状態を許容すれば、この線が 2 次元領域になり、ここで非一様状態が入り込む可能性があるのでは、これを調べることも課題である。

参考文献

- [1] For a recent review, see K. Rajagopal and F. Wilczek, "The Condensed Matter Physics of QCD", in "At the frontier of particle physics – handbook of QCD", Volume 3, Chapter 35, edited by M. Shifman (World Scientific, 2001) [hep-ph/0011333].
- [2] D.T. Son, Phys.Rev.D **59**, 094019 (1999).
- [3] D. Bailin and A. Love, Phys.Rept.**107**, 325 (1984).
- [4] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl.Phys.**B537**, 443 (1999).
- [5] T. Schäfer and F. Wilczek, Phys.Rev.Lett.**82**, 3956 (1999).
- [6] N. Evans, J. Hormuzdiar, S.D.H. Hsu and M. Schwetz, Nucl.Phys.**B581**, 391 (2000).
- [7] M. Alford, J. Berges and K. Rajagopal, Nucl.Phys.**B558**, 219 (1999).
- [8] T. Schäfer and F. Wilczek, Phys.Rev.**D60**, 074014 (1999).
- [9] H. Abuki, T. Hatsuda and K. Itakura, Phys.Rev.**D65**, 074014 (2002).
- [10] S. Takagi, hep-ph/0210227 (2002); see also,
M. Harada and S. Takagi, Prog.Theor.Phys.**107**, 561 (2002).
- [11] J.M. Cornwall, R. Jackiw and E. Tomboulis, Phys.Rev.**D10**, 2428 (1974).
- [12] R. Balian and N.R. Werthaner, Phys.Rev.**131**, 1553 (1963).
- [13] P.W. Anderson and P. Morel, Physica **26**, 671 (1960);
P.W. Anderson and P. Morel, Phys.Rev.**123**, 1911 (1961).
- [14] K. Iida and G. Baym, Phys.Rev.**D63**, 074018 (2001).
- [15] K. Higashijima, Phys.Rev.**D29**, 1228 (1984); Prog. Theor. Phys.Suppl.**104**, 1 (1991);
V.A. Miransky, Sov.J.Nucl.Phys.**38**, 280 (1983);
P. Castorina, S-Y. Pi, Phys.Rev.**D31**, 411 (1985).
- [16] K-I. Aoki, T. Kugo and M. Mitchard, Phys.Lett.**B266**, 467 (1991). K-I. Aoki, M. Bando,
T. Kugo and M. Mitchard, Prog.Theor.Phys.**84**, 683 (1990).
- [17] A.I. Larkin and Yu.N. Ovchinnikov, Ah.Eksp.Teor.Fiz.**47**, 1136 (1964), (Sov.Phys.JETP
20,762 (1965).)
- [18] P. Fulde and R.A. Ferrell, Phys.Rev.**135**, A550 (1964).
- [19] M.G. Alford, J.A. Bowers and K. Rajagopal, Phys.Rev.**D63**, 074016 (2001).



27. クォーク物質中のカラー強磁性

(Color Ferromagnetism in Dense Quark Matter)

岩崎 愛一 (A. Iwazaki) 二松学舎大学 (University of Nishogakusha)

森松 治 (O. Morimatsu) 高エネルギー加速器機構 (KEK)

要約

クォーク物質のハドロン相、プラズマ相それとカラー超伝導相の他に、カラー強磁性相が存在することを指摘する。この相はクォーク密度を増していくと、ハドロン相の次にくる。そこでは、自発磁場が存在し、さらに密度をあげると、強磁性相から超伝導相へと転移する。その強磁性相では、グルーオンの凝縮によりグルーオンの量子ホール状態が実現している。

abstract

We show a possibility that there exists a color ferromagnetic state in quark matter, in which a color magnetic field is spontaneously generated. The state arises between the hadronic state and the color superconducting state when the density of quarks is varied. Although the state (Savvidy state) has been known to involve unstable modes of gluons, we show that the modes compose a quantum Hall state to stabilize the ferromagnetic state. Such a quantum Hall state can arise only when quarks matter is present. We also show that the order of the phase transition between the state and the quark gluon plasma is of the first order.

有限密度のクォーク物質の状態には様々なものがあり、特に数年前より議論されているカラー超伝導状態は、そのものの面白さはもちろんのこと、実験で、あるいは中性子星内部で実現しうる、あるいは、している可能性があり、注目を集めている。

ここでは、その超伝導相実現に必要とされるクォーク密度よりさらに小さな密度で実現されられると思われる強磁性相の存在を議論したい。詳しくは参照論文を見ていただくことにして、ここでは、その本質について述べる。

以前から SU(2) ゲージ理論で 1 ループ近似の下で、自発磁場が存在することが知られてい

た。すなわち、カラー3成分あるゲージ場のうち、ある成分の磁場に対する有効ポテンシャルを求めて見ると、磁場が自発発生することがエネルギー的に有利である。この状態を Savvidy 真空とよんでいる。ところがその状態は不安定であることがすぐに指摘された。つまり、その状態の有効ポテンシャルは虚数値を持つのである。その不安定性の元は、そのカラー成分の磁場に対する他の2成分のグルーオンの持つ異常な磁気能率の存在にある。それゆえ、その自発磁場に対しそのグルーオン状態が励起され、より安定な状態を作り出す。ところがそのグルーオン状態はサイクロトロン運動をしている状態で、どこを中心にサイクロトロン運動をするかで様々な状態がある。そのどれがどのように励起され、安定で、空間的に一様な状態を作るのかが、以前から議論されてきたが、はっきりしたことは不明であった。当時は(1978,9年)閉じ込め真空を議論していて、その不安定モードのある種の凝縮が起こり、閉じ込め真空が実現するという予想のもと、スパゲッティ真空なるものが考えられた。ぐちゃぐちゃになった磁束(サイクロトロン運動の凝縮でもたらされる磁束)の凝縮がスパゲッティなのである。結局、閉じ込め真空にどう関係しているかが不明のまま、議論は閉じたのである。

さて、その後、半導体分野で1980年に整数量子ホール状態、1982年には分数量子ホール状態が発見され、磁場中の電子状態が爆発的に議論されてきた。なかでも、ラフリンによる量子ホール状態に対する変分関数は、単に変分関数にとどまらず、量子ホール状態の理解には本質的であることが理解されるようになった。その後、1990年、1991年には、筆者と江沢氏によりチャーンサイモンゲージ理論を用いて、空間2次元電子のフェルミ統計をボーズ統計に変換することで量子ホール状態を理解するという方法が開発された。それによると、ボゾン化された電子のボーズ凝縮した状態として、空間的に一様な量子ホール状態は理解される。量子ホール状態は非圧縮性の安定な電子状態である。

まったく同様のことが Savvidy 真空に現れる不安定モードについていえるのである。すなわち、自発磁場の影響のもとで運動するグルーオン、その不安定モードが励起され、それが量子ホール状態を作ること、系は安定化する。実際、不安定モードだけを取り出した場の理論を、チャーンサイモンゲージ理論を用いて、今度はボソンをボソンに変換し、変換後のボソンの凝縮で量子ホール状態を実現してやると、系の不安定性が消えていることがわかる。このグルーオンの凝縮による量子ホール状態は、カラー電荷の凝縮をとともなうゆえに、それがどこからか供給される必要がある。つまり、単なる真空では、そのような安定な状態は実現しない。クォーク物質がそのカラー電荷を供給することで、グルーオンの安定な凝縮状態が量子ホール状態として実現するのである。

このように自発磁場のある Savvidy 真空は、クォーク物質中のゲージ場の状態として理解することが自然である。強磁性と量子ホール状態とが、ともに実現しているのである。

ところで、この磁場のもとで、はたしてクォークはエネルギー的に有利な状態なのであるか？すなわち、磁場がなく自由なクォークとしてフェルミ球を作っている状態に比べ有利なのだろうか？さらにフェルミ面上でクーパー対を作りそれが凝縮した超電導状態に比べ、エネルギー的に有利なのだろうか？その解答は以下のようなものである。すなわち、磁場中のクォークのエネルギー密度は、クォークの数密度（あるいは、化学ポテンシャル）が、自発磁場の平方根に比べ同程度か、小さいときは、超電導状態のそれより小さく、強磁性的であることがクォークにとり有利である。しかし、その優位性は、化学ポテンシャルが大きくなると崩れ、超電導状態をクォークは作ることで、より安定な状態となる。その状態を作ることは、磁場の消えることによるエネルギー的な損失よりも、有利に働き、結局は、強磁性相から超電導相へとクォーク物質の状態は変化するのである。

さて、この強磁性相は如何に観測されるであろうか？密度の高く温度の低いクォーク物質が実験室で発生し、この強磁性相が短い時間であっても生まれた場合、カラー磁場はそれ自身カラー中性なこの世にあっては、観測にはかからない。もし、通常の磁場が発生したらそれは観測にかかるが、そのようなことが起こるのであるか？実際、その磁場の発生があることを簡単に述べる。すなわち、カラー磁場に巻きつくクォークは、その磁場に対して、プラスのカラー電荷とマイナスのカラー電荷を持つものがある。実験室で作られた状態は、カラー中性のためプラス、マイナスゼロであるが、一部のカラーは量子ホール状態を作るグルーオンの凝縮のために使われる。すると、プラスの電荷のクォークとマイナス電荷のクォークの数が異なる。それゆえ、全体としてはクォークはカラー磁場に対して右巻き、あるいは左巻きとなる。それゆえ、通常の電磁的電荷をもつクォークは、電磁的な磁場を発生することになる。その強さは、作られるクォーク物質によるが、 10^{16} 乗、あるいは 10^{17} 乗ガウス程度のものになる。これが観測されればカラー強磁性が存在することの間接的証拠となりうる。

以上簡単に、カラー強磁性相の存在とその観測可能な物理量について述べたが、現実的なSU(3)ゲージ理論では、さらに面白い現象が期待されるが、それは今後の研究で明らかにしていく予定である。

参照文献

nucl-th/0304005, A. Iwazaki and O. Morimatsu



28. Interplay Between Chiral Symmetry Breaking and Color Superconductivity in Dense Quark Matter

有限密度クォーク物質におけるカイラル対称性とカラー超伝導の競合¹

Masakiyo Kitazawa

北沢正清

Department of Physics, Kyoto university, Kyoto 606-8502, Japan

Abstract

We investigate the QCD phase diagram in finite temperature and density in a simple Nambu-Jona-Lasinio model with the vector interaction. It is shown that the repulsive density-density interaction coming from the vector term enhances competition between the chiral symmetry breaking (χ SB) and color superconducting (CSC) phase transition: When the vector coupling is increased, the first order transition between the χ SB and CSC phase becomes weaker, and the coexisting phase in which both the chiral and color-gauge symmetries are dynamically broken comes to exist in a wider region in the T - μ plane. We find that the critical line of the first order transition can have two endpoints for an intermediate range of the vector coupling.

1 Introduction

It is one of the central issues in hadron physics to determine the phase diagram of strongly interacting matter in finite temperature T and density. Recent renewed interest in color superconductivity (CS) [2] has stimulated intensive studies in this field, which have been revealing a rich phase structure at finite density quark matter [3].

However, although many works on CS have been carried out with the use of effective chiral models, an important interaction in the vector channel

$$\mathcal{L}_V = -G_V(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)^2 \quad (1)$$

has been scarcely considered. The purpose of this talk is to reveal new characteristics of the chiral to CSC transition based on a simple effective model incorporating \mathcal{L}_V and explore how the vector interaction affects the phase structure [1].

The significance to incorporate \mathcal{L}_V may be understood as follows. First of all, the instanton-anti-instanton molecule model [4], as well as the renormalization-group equation [5], show that \mathcal{L}_V appears as a part of the effective Lagrangians. Furthermore, since the vector interaction \mathcal{L}_V includes the term $(\bar{\psi}\gamma^0\psi)^2$, it gives rise to a repulsive energy proportional to the density squared. Notice that the chiral transition at finite density is necessarily accompanied by a change in quark density. Then one expects naturally that \mathcal{L}_V causes large effects on the chiral transition; in fact, \mathcal{L}_V is known to weaken the chiral phase transition and postpone the transition to a larger chemical potential μ [6].

¹This work was done in collaboration with T. Koide (小出知威氏/YITP), T.Kunihiro (国広悌二氏/YITP), and Y.Nemoto (根本幸雄氏/RIKEN-BNL); see [1] for details

2 Thermodynamic potential

As a chiral effective model which embodies the vector interaction as well as the usual scalar terms driving χ SB, we shall take a simple Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model with two flavors ($N_f = 2$) and three colors ($N_c = 3$). This effective model has a merit to be used to investigate the chiral transition and CS simultaneously, hence their interplay.

The Lagrangian density reads

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma \cdot \partial - m)\psi + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_V + \mathcal{L}_C, \quad (2)$$

where with m being the current quark mass and

$$\mathcal{L}_S = G_S\{(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2\}, \quad (3)$$

$$\mathcal{L}_C = G_C\{(\bar{\psi}i\gamma_5\tau_2\lambda_A\psi^C)(\bar{\psi}^C i\gamma_5\tau_2\lambda_A\psi) + (\bar{\psi}\tau_2\lambda_A\psi^C)(\bar{\psi}^C\tau_2\lambda_A\psi)\}. \quad (4)$$

\mathcal{L}_V is given in Eq. (1). Here, $\psi^C \equiv C\bar{\psi}^T$, with $C = i\gamma^2\gamma^0$ being the charge conjugation operator, and τ_2 and λ_A 's are the second component of the Pauli matrix representing the flavor $SU(2)_f$, and antisymmetric Gell-Mann matrices representing the color $SU(3)_c$, respectively. The scalar coupling constant $G_S = 5.5 \text{ GeV}^{-2}$ and a three momentum cutoff $\Lambda = 631 \text{ MeV}$ are chosen so as to reproduce the pion mass $m_\pi = 139 \text{ MeV}$ and the pion decay constant $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ with the current quark mass $m_u = m_d = 5.5 \text{ MeV}$ [7]; we have assumed the isospin symmetry. we take the diquark coupling $G_C/G_S = 0.6$ and the vector coupling G_V is varied as a free parameter in the moderate range of $G_V/G_S = 0 \sim 0.5$ to see the effect of the vector coupling for the phase diagram.

The thermodynamic potential per unit volume ω in the mean field approximation is calculated to be

$$\begin{aligned} \omega(M_D, \Delta; T, \mu) &= \frac{M_D^2}{4G_S} + \frac{|\Delta|^2}{4G_C} - G_V\rho_q^2 \\ &- 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left\{ E_p + T \log \left(1 + e^{-\beta\xi_-} \right) \left(1 + e^{-\beta\xi_+} \right) \right. \\ &\left. + \text{sgn}(\xi_-) \epsilon_- + \epsilon_+ + 2T \log \left(1 + e^{-\text{sgn}(\xi_-)\beta\epsilon_-} \right) \left(1 + e^{-\beta\epsilon_+} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

where $E_p = \sqrt{p^2 + M^2}$, $\xi_\pm = E_p \pm \tilde{\mu}$ and $\epsilon_\pm = \sqrt{\xi_\pm^2 + |\Delta|^2}$, with $M = m + M_D$ being the total (constituent) quark mass and $\text{sgn}(\xi_-)$ is the sign function. Our thermodynamic potential reduces to those given in [8, 9] when $G_V = 0$. We notice here that μ in Eq. (5) appears in the combination

$$\mu - 2G_V\rho_q \equiv \tilde{\mu}. \quad (6)$$

Here, the quark density ρ_q appearing in (5) is expressed as a function of the condensates (M_D, Δ) through the thermodynamical relation $\rho_q = \partial\omega/\partial\mu$,

$$\rho_q = 4 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left\{ n(\xi_-) - n(\xi_+) - \frac{\xi_-}{\epsilon_-} \tanh \frac{\beta\epsilon_-}{2} + \frac{\xi_+}{\epsilon_+} \tanh \frac{\beta\epsilon_+}{2} \right\}, \quad (7)$$

where $n(\xi_\pm)$ is the Fermi distribution function: $n(\xi_\pm) = 1/(\exp\{\beta\xi_\pm + 1\})$. Equation (5) together with Eq. (7) gives the thermodynamic potential ω .

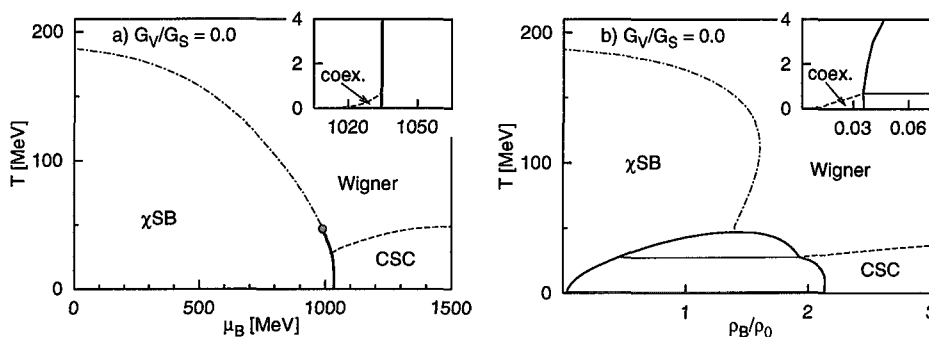


Figure 1: The phase diagrams in T - μ_B (a) and T - ρ_B (b) plane with $G_V = 0$. The solid line represents the critical line of a first-order phase transition, the dashed line a second-order transition and the dot-dashed line a crossover.

The chiral and diquark condensates in the equilibrium state at given (T, μ) should satisfy the stationary conditions for the thermodynamic potential (gap equations):

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial M_D} \right|_{\Delta} = 0, \quad \left. \frac{\partial \omega}{\partial \Delta} \right|_{M_D} = 0, \quad (8)$$

which are reduced to the self-consistency conditions for the two condensates,

$$M_D = 8G_S M \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p} \left\{ 1 - n(\xi_-) - n(\xi_+) + \frac{\xi_-}{\epsilon_-} \tanh \frac{\beta \epsilon_-}{2} + \frac{\xi_+}{\epsilon_+} \tanh \frac{\beta \epsilon_+}{2} \right\}, \quad (9)$$

$$\Delta = 8G_C \Delta \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{1}{\epsilon_-} \tanh \frac{\beta \epsilon_-}{2} + \frac{1}{\epsilon_+} \tanh \frac{\beta \epsilon_+}{2} \right\}. \quad (10)$$

3 Numerical Results

3.1 Phase diagram without vector interaction

As preliminary to the discussion on the effects of the vector interaction, we first present the phase structure without the vector interaction.

In Fig. 1(a), the phase diagram in the T - μ_B plane is shown. One can see that there are four different phases, i.e., the χ SB phase, the normal quark one, which we call the Wigner phase, the CSC phase, and a “coexisting” phase of χ SB and CS; as seen from the upper small panel which is an enlargement of the part around the solid line near zero temperature. This result qualitatively corresponds to the ones in the previous works [8, 9].

3.2 Phase diagram with vector interaction

Now, we switch on the vector coupling G_V and explore the effect of this interaction. The phase diagram in the T - μ_B plane with various G_V is shown in Fig. 1(a)-(c). From these figures, the following points are notable:

(1) **The critical lines of the χ SB and CSC hardly changes with G_V .** It can be checked analytically that the critical lines in the T - ρ plane are not affected by G_V at all except for

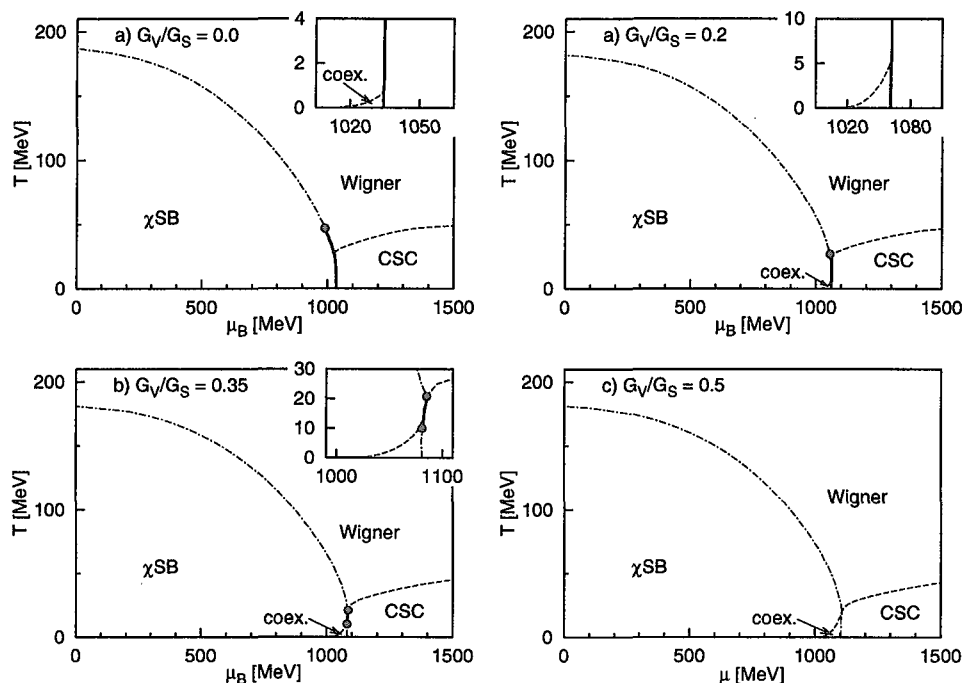


Figure 2: The phase diagrams with $G_V = 0.2$ (a), 0.35 (b), and 0.5 (c) in the T - μ_B plane. The phase diagram for $G_V = 0.35$ in the T - ρ_B plane is also shown in (d).

the border of the mixed phase.

(2) **The first order transition between the χ SB and CSC phases is weakened and eventually disappears.** One can also see that the vector coupling postpones the chiral restoration toward larger μ_B at low temperatures.

Numerical calculation also shows that the jump of the order parameters at the critical point becomes smaller as G_V is increased. We show the order parameters M_D and Δ at $T = 0$ with $G_V = 0$ and 0.2 in Fig. 3. One can see from these figures that the jump of the order parameters at the first order transition with $G_V = 0.2$ is smaller than the one with $G_V = 0$.

(3) **The region of the coexisting phase becomes broader as G_V is increased.** This feature can be understood intuitively as follows: The chiral restoration is shifted toward larger μ_B as G_V is increased, then the system can have a large Fermi surface even with the large constituent quark mass M owing to the large chiral condensate; the larger the Fermi surface, the larger the diquark condensate.

(4) **There appears two end points (2EP) at both sides of the critical line of the first order transition with $G_V = 0.35$ (Fig. 1(c)).** Accordingly, the coexisting-CSC transition at low temperatures becomes a crossover transition. In our calculation, such two-endpoint structure gets to exist in a range of $0.33 \leq G_V/G_S \leq 0.38$. It is also found that the thermodynamic potential has a shallow minimum in a wide region of the M_D - Δ plane near the two endpoints, which implies the large fluctuations of the chiral and diquark condensates.

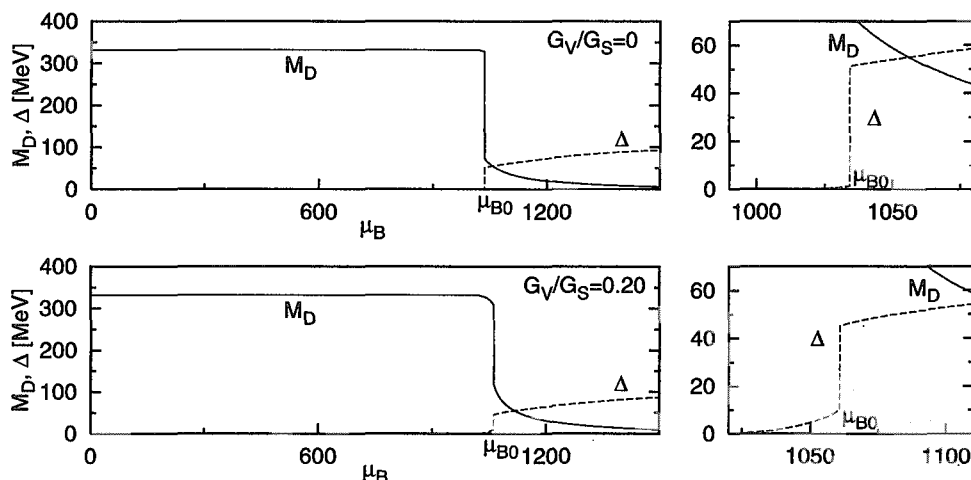


Figure 3: The order parameters M_D and Δ at $T = 0$ with (a) $G_V = 0$ and (b) 0.2.

3.3 Two end points

In this subsection, we investigate the underlying mechanism to make the first order transition to the second order in the low T region. As we will show below, the growth of Δ with chiral condensate plays an essential role for the realization of this feature.

It is well known that the Fermi surface becomes obscure in the superconducting phase: The quark distribution function for the massless Dirac particle with diquark condensate at $T = 0$, $n(p) = (1/2)\{1 - (p - \mu)/\sqrt{(p - \mu)^2 + \Delta^2}\}$, has a gradual slope in the range of Δ around the Fermi momentum p_F , as shown in Fig. 3(a). One finds that this distribution function is similar to the one in the finite temperature system, $n(p) = 1/(e^{(p-\mu)/T} + 1)$, see Fig. 3(b).

On the other hand, the gap equation Eq. (9) can be rewritten as,

$$M_D = 8G_S M \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p} \left\{ 1 - n_N^-(p) - n_N^+(p) + 2(1 - n_S^-(p) - n_S^+(p)) \right\}, \quad (11)$$

where n_N^\pm (n_S^\pm) are the distribution functions of the unpaired (color superconducting) quarks and anti-quarks, respectively. Notice that Eq. (11) depends on Δ and T only through n_N^\pm and n_S^\pm . Therefore, the effects of the Δ and T on the M_D might be similar.

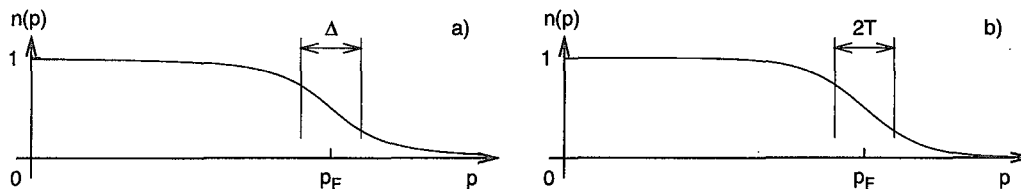


Figure 4: The typical examples of distribution function for (a) $T = 0$ and finite Δ , and (b) finite T and $\Delta = 0$.

Now, we can understand why the endpoint at lower temperature side appears. With the moderate value of G_V , the diquark gap Δ around the chiral transition at lower temperature becomes sufficiently large to destroy the first order transition. Because Δ becomes smaller as T is increased, the effect of Δ becomes weak at higher temperature, and hence there appear crossover transition only at lower T .

4 summary

In this talk, we have investigated effects of the vector coupling on the chiral and color superconducting phase transitions at finite density and temperature in a simple Nambu-Jona-Lasinio model. We have shown that the phase structure is largely affected by the vector interaction especially near the critical line between the chiral symmetry breaking (χ SB) and color superconducting (CSC) phase: The first order transition between the χ SB and CSC phase becomes weaker as the vector coupling is increased, and there can exist two end points of the critical line of the first order transition in some range of the parameters. Although our analysis is based on a simple model, our finding that the vector interaction enhances the competition between the χ SB and CSC phase transition is universal and should be confirmed and further studied with more realistic models including the random matrix model and on the lattice QCD.

References

- [1] M. Kitazawa, T. Koide, T. Kunihiro and Y. Nemoto, Prog. Theor. Phys., **108**, 929 (2002).
- [2] B. Barrois, Nucl. Phys. **B129**, 390 (1977); D. Bailin and A. Love, Phys. Rep. **107**, 325 (1984).
- [3] For recent reviews, see K. Rajagopal and F. Wilczek, Chapter 35 in the Festschrift in honor of B. L. Ioffe, "At the Frontier of Particle Physics / Handbook of QCD", M. Shifman, ed., (World Scientific); M. Alford, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **51**,131 (2001). Phys. Rev. Lett. **81**, 53 (1999).
- [4] T. Schäfer and E. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **70**, 323 (1998).
- [5] N. Evans, S. D. H. Hsu and M. Schwetz, Nucl. Phys. **B551**, 275 (1999).
- [6] M. Asakawa and K. Yazaki, Nucl. Phys. **A504**,668 (1989).
- [7] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rep. **247**, 221 (1994).
- [8] J. Berges and K. Rajagopal, Nucl. Phys. **B538** 215 (1999).
- [9] T. M. Schwarz, S. P. Klevansky and G. Papp, Phys. Rev. **C60**, 055205 (1999).
- [10] R. Rapp, T. Schäfer, E. V. Shuryak and M. Velkovsky,



29. Spin Polarization and Color Superconductivity

E.Nakano^a, T.Maruyama^{b,c,d} and T.Tatsumi^e

^a*Department of Physics, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Ohsawa, Hachioji, Tokyo 192-0397, Japan*

^b*College of Bioresource Sciences, Nihon University, Fujisawa, 252-8510, Japan*

^c*Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai, Ibaraki 319-1195, Japan*

^d*Institute for Quantum Energy, Nihon University*

^e*Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502, Japan*

Abstract

A coexistent phase of spin polarization and color superconductivity in high-density QCD is investigated using a self-consistent mean-field method at zero temperature. The axial-vector current stemming from the Fock exchange term of the one-gluon-exchange interaction has a central role to cause spin polarization. The magnitude of spin polarization is determined by the coupled Schwinger-Dyson equation with a superconducting gap function. As a significant feature the Fermi surface is deformed by the axial-vector self-energy and then rotational symmetry is spontaneously broken. The gap function is also taken to be anisotropic in accordance with the deformation. As a result of numerical calculation, it is found that spin polarization barely conflicts with color superconductivity, but almost coexists with it.

I. INTRODUCTION

Recently QCD at finite temperature and density arouses interest and is studied furiously in connection with, e.g., physics of heavy ion collisions and neutron stars. From the viewpoint of the condensed matter physics for quarks, it is meaningful to investigate phase transitions associated with finite expectation values of quark bilinear fields $\langle \bar{q}\Gamma q \rangle$ in which Γ is matrix operating in the inner degrees of freedom of quark field, for example, $\Gamma = 1$ for the chiral phase transition $\langle \bar{q}q \rangle$. At the same time, as a result of many-body effect in Fermi system, quark Cooper-pair condensation phenomenon is also expected in relation to the expectation values of quark pair fields $\langle \bar{q}_c \Gamma q \rangle$ where q_c is charge conjugated field. This phenomenon is called as color superconductivity (CSC) [1]. Incorporating these order parameters, phase structure of QCD at finite temperature and density has been investigated, in particular, competition between CSC and chiral phase transition was studied by several authors [2].

In this report we would like to address another phenomenon related to a quark bilinear form: a spontaneous spin polarization phenomenon in quark matter which is characterized by the non-vanishing value of the color-singlet axial-vector field, $\langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle$ [3]. This axial-vector mean field arises originally from the Fock exchange energy of the axial-vector channel in effective quark-quark interactions, and then splits the single particle energies of quark field between different spin states which degenerate for non-interacting quarks. The exchange energy in axial-vector channel enlarges with quark density (the chemical potential) and causes the spin polarization due to the large energy splitting of spin degrees of freedom. The spin polarization is also responsible for tensor self-energy which appears in a nuclear interaction and is to be taken into account in nuclear matter [4].

We also investigate the possibility of the spin polarization with CSC. The structure of quark Cooper-pair under the spin polarization is proposed on the basis of a physical consideration as in the usual BCS theory.

II. FORMALISM

We consider quark matter with flavor $SU(2)$ and color $SU(3)$ symmetries and adopt one-gluon-exchange (OGE) interaction as an effective quark-quark interaction. The action is described as

$$I_{int} = -g^2 \frac{1}{2} \int d^4x \int d^4y \left[\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} \psi(x) \right] D_{\mu\nu}(x, y) \left[\bar{\psi}(y) \gamma^\nu \frac{\lambda_a}{2} \psi(y) \right], \quad (1)$$

where $D_{\mu\nu}(x, y)$ is the gauge boson propagator and $\lambda_a = 1, 2, \dots, 8$ are the $SU(3)$ Gell-Mann matrices. Within the mean-field approximation, the effective action in the Nambu formalism is given as

$$I_{MF} = \frac{1}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \begin{pmatrix} \bar{\psi}(p) \\ \bar{\psi}_c(p) \end{pmatrix}^T G^{-1}(p) \begin{pmatrix} \psi(p) \\ \psi_c(p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

with the inverse quark Green function

$$G^{-1}(p) = \begin{pmatrix} \not{p} - m + \mu + V(p) & \gamma_0 \Delta^\dagger(p) \gamma_0 \\ \Delta(p) & \not{p} - m - \mu + \bar{V}(p) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

where $\mu = \gamma_0 \mu$ with the chemical potential μ , V is a self-energy, and Δ is the gap function for the quark Cooper-pair; both terms V and Δ should be provided by the Fock exchange terms of the OGE interaction.

The Green function $G(p)$ can be written straightforwardly from eq.(3) as

$$G(p) = \begin{pmatrix} G_{11}(p) & G_{12}(p) \\ G_{21}(p) & G_{22}(p) \end{pmatrix} \quad (4)$$

with

$$G_{11}(p) = \left[\not{p} - m + \not{\mu} + V(p) - \gamma_0 \Delta(p)^\dagger \gamma_0 \{ \not{p} - m - \not{\mu} + \bar{V}(p) \}^{-1} \Delta(p) \right]^{-1} \quad (5)$$

$$G_{21}(p) = - \{ \not{p} - m - \not{\mu} + \bar{V}(p) \}^{-1} \Delta(p) G_{11}(p). \quad (6)$$

Following Nambu's argument, we impose the self-consistent condition to obtain the ground state such that the self-energy by the residual interaction vanishes:

$$\Sigma_{Res.} = \Sigma_{M.F.} - \Sigma_{Int.} = 0. \quad (7)$$

Within the first-order perturbation, the self-consistent equation for V is obtained as

$$-V(k) = (-ig)^2 \int \frac{d^4p}{i(2\pi)^4} \{ -iD^{\mu\nu}(k-p) \} \gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} \{ -iG_{11}(p) \} \gamma_\nu \frac{\lambda_\alpha}{2}. \quad (8)$$

and for Δ as

$$-\Delta(k) = (-ig)^2 \int \frac{d^4p}{i(2\pi)^4} \{ -iD^{\mu\nu}(k-p) \} \gamma_\mu \frac{-(\lambda_\alpha)^T}{2} \{ -iG_{21}(p) \} \gamma_\nu \frac{\lambda_\alpha}{2}. \quad (9)$$

They are coupled equations and to be solved self-consistently.

III. SELF-ENERGY AND GAP FUNCTION

Here we take the zero-range approximation for the gauge boson propagator :

$$D_{\mu\nu}(q) \approx -\frac{g_{\mu\nu}}{Q^2 + M^2}, \quad (10)$$

where Q is a typical momentum scale of $O(\mu)$ and M is an effective gauge boson mass originated from the Debye screening $M^2 \sim N_f g^2 \mu^2 / (2\pi^2)$. This approximation corresponds to the Stoner model, which is popular in solid-state physics, and stands on the same concept of the NJL model as well.

The OGE interaction has four kinds of the color-singlet exchange-interaction channels which can be found after the Fierz transformation; the scalar, pseudo-scalar, vector and axial-vector ones. They produce corresponding four kinds of the Fock exchange energies, but we take only the axial-vector self-energy in order to concentrate on the spin degree of freedom. The other self-energies are disregarded in this work, as for the vector self-energy refer the report of Kitazawa in this proceeding.

The scalar self-energy has significant influence on the spin polarization through changing the dynamical quark mass, however, we treat the quark mass as a variable parameter, and discuss its effects on the spin polarization.

According to the above assumptions the self-energy V in eq.(3) renders

$$V = -\gamma_5 \gamma_3 U_A, \quad (11)$$

with the axial-vector self-energy U_A . In the above we took the direction of the total spin to the negative z -direction without loss of generality.

In this case the single particle energy is given as

$$\epsilon_s(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + U_A^2 + m^2 + s2U_A\sqrt{m^2 + p_z^2}}, \quad (12)$$

where the sign factor $s = \pm 1$ indicates the energy splitting between different spin states due to the presence of the axial-vector self-energy. In the following, we call the "spin"-up (down) state for $s = 1$ (-1). Eq. (12) also shows that each Fermi sea for the "spin"-up (down) state should undergo a deformation and lose rotation symmetry, once U_A is finite. This is a genuine relativistic effect; actually the exchange splitting never produces deformations in the non-relativistic ferromagnetism.

The Fermi seas are sketched in Fig. 1 projected onto the $p_z - p_t$ plane ($p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$) for the cases of (a) $U_A < m$, (b) $U_A > m$ and (c) $m = 0$. The region surrounded by the outer line shows the Fermi sea of "spin"-down quarks, and the shaded region is that of "spin"-up quarks.

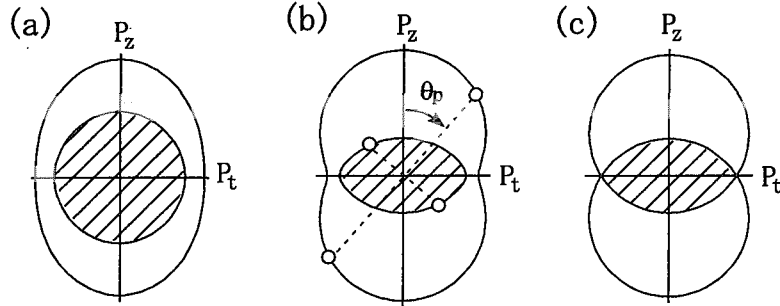


FIG. 1. Fermi surfaces under the axial-vector field.

Now we assume that the gap function Δ in eq. (9) has a following form in the color and flavor spaces:

$$\Delta(\mathbf{p}) = \sum_s \tilde{\Delta}_s(\mathbf{p}) B_s(\mathbf{p}) \quad (13)$$

with the operator $B_s(\mathbf{p})$,

$$B_s(\mathbf{p}) = \gamma_0 \phi_s(\mathbf{p}, -\epsilon_s) \phi_s^\dagger(\mathbf{p}, \epsilon_s). \quad (14)$$

where $\phi_s(\mathbf{p}, \pm\epsilon_s)$ is the spinor of the single-particle energy $\pm\epsilon_s$ with "spin" s . From the properties of the spinor, this gap function represents the Cooper pairing in which two quarks

have opposite momenta to each other and belong to the same energy eigenstate as illustrated in Fig. 1b.

Taking into account the attractive Cooper-pair channels of the OGE interaction and antisymmetric nature of Fermions, the gap function should be in the color antisymmetric $\mathbf{3}^*$ and the flavor singlet (antisymmetric) state. Thus we can choose the form of the gap function as

$$\tilde{\Delta}_s(\mathbf{p}) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \epsilon^{ij} \Delta_s(\mathbf{p}) \quad (15)$$

where $(\alpha\beta)$ and (ij) are indices in three-color and two-flavor spaces, respectively.

A. Equation for the axial-vector self-energy

Using self-energies V eq. (11) and Δ eq. (13), $G_{11}(\mathbf{p})$ is recasted into the form,

$$\{G_{11}(\mathbf{p})\}_{\alpha\beta} = \left[\sum_s \left\{ \frac{1 - v_s^2(\mathbf{p})}{p_0 - E_s(\mathbf{p}) + i\eta} + \frac{v_s^2(\mathbf{p})}{p_0 + E_s(\mathbf{p}) - i\eta} \right\} e^{ip_0\eta} \Lambda_s(\mathbf{p}) \gamma_0 \right]_{\alpha\beta} \quad (16)$$

where $E_s(\mathbf{p})$ is quisparticle energy,

$$E_s(\mathbf{p}) = \begin{cases} \sqrt{(\epsilon_s(\mathbf{p}) - \mu)^2 + |\Delta_s(\mathbf{p})|^2} & \text{for color 1, 2} \\ \sqrt{(\epsilon_s(\mathbf{p}) - \mu)^2} & \text{for color 3,} \end{cases} \quad (17)$$

and $v_s^2(\mathbf{p})$ the occupation probability of quark with momentum \mathbf{p} ,

$$v_s^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_s(\mathbf{p}) - \mu}{E_s(\mathbf{p})} \right). \quad (18)$$

Substituting the G_{11} into eq. (8), and integrating with respect to p_0 , we obtain the self-consistent equation for U_A in the zero-range approximation:

$$U_A = -\frac{4}{9} \frac{N_f}{4} \tilde{g}^2 \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \sum_s \{ \theta(\mu - \epsilon_s(\mathbf{p})) + 2v_s^2(\mathbf{p}) \} S_s(\mathbf{p}), \quad (19)$$

where \tilde{g} is the effective coupling constant $\tilde{g} \equiv g/\sqrt{Q^2 + M^2}$, the factor $-4/9$ stems from the Fierz coefficient of the color-singlet axial-vector channel, and $S_s(\mathbf{p})$ is the expectation value of the spin operator, $\sigma_z \equiv -\gamma_0 \gamma_5 \gamma_3$, with respect to the spinor $\phi_s(\mathbf{p})$:

$$S_s(\mathbf{p}) = \phi_s^\dagger(\mathbf{p}) (-\sigma_z) \phi_s(\mathbf{p}) = \frac{U_A + s\beta_p}{\epsilon_s(\mathbf{p})}, \quad (20)$$

where $\beta_p = \sqrt{p_z^2 + m^2}$. Thus U_A is related to the expectation value of σ_z summing over the state with momentum \mathbf{p} . An effect of the Cooper pairing enters into eq. (19) through the function $v_n(\mathbf{p})$.

B. Equation for the superconducting gap function

From the off-diagonal component of the full Green function G_{12} , the coupled equations for the gap functions Δ_{\pm} are obtained after p_0 integration,

$$\Delta_{s'}(\mathbf{k}) = \frac{2}{3}\tilde{g}^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sum_{s=\pm 1} T_{s's}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \frac{\Delta_s(\mathbf{p})}{2E_s(\mathbf{p})} \quad (21)$$

where the function $T_{s's}^{\mu\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{p})$ is defined as

$$T_{s's}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \equiv \text{Tr} \left\{ B_{s'}^\dagger(\mathbf{k}) \gamma^\mu \gamma_0 B_s(\mathbf{p}) \gamma_0 \gamma^\nu \right\} g_{\mu\nu}. \quad (22)$$

Here we ignored the antiquark-pairing as a high density approximation.

From the properties of $T_{s's}(\mathbf{k}, \mathbf{p})$, the gap function $\Delta_s(\mathbf{p})$ is exactly parameterized as

$$\Delta_s(\mathbf{p}) = \frac{p_t}{\epsilon_s(\mathbf{p})} \left(-s \frac{m}{\beta_k} R + F \right) \quad (23)$$

where R and F are some constants. Their magnitudes are determined by the coupled equations (21),

$$F = \frac{2}{3}\tilde{g}^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{4} \left(Q_+(\mathbf{p}) \left(F - \frac{m}{\beta_p} R \right) + Q_-(\mathbf{p}) \left(F + \frac{m}{\beta_p} R \right) \right) \quad (24)$$

$$R = \frac{2}{3}\tilde{g}^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{m}{2\beta_p} \left(-Q_+(\mathbf{p}) \left(F - \frac{m}{\beta_p} R \right) + Q_-(\mathbf{p}) \left(F + \frac{m}{\beta_p} R \right) \right), \quad (25)$$

$$\text{with } Q_{\pm}(\mathbf{p}) = \frac{p_t^2}{\epsilon_{\pm}(\mathbf{p})^2 E_{\pm}(\mathbf{p})} \theta(\delta - |\epsilon_{\pm}(\mathbf{p}) - \mu|)$$

where we introduced an cutoff function $\theta(\delta - |\epsilon_{\pm}(\mathbf{p}) - \mu|)$ to regularize the gap equations. We can recognize that R is induced by U_A from the consideration for signs in front of Q_{\pm} in eq. (25), and obviously see that $R \rightarrow 0$ as $m \rightarrow 0$.

Here we examine the polar-angle dependence of this anisotropic gap function (23) at the Fermi surface $\Delta_s(p^F, \theta)$. We show a schematic view of the above gap functions in Fig. 2.

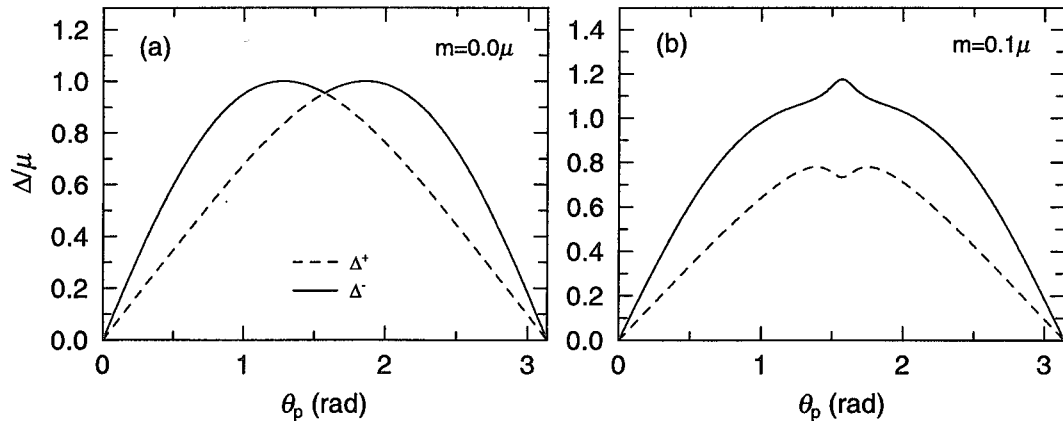


FIG. 2. A schematic view of polar-angle dependence of the gap functions at the Fermi surface, $R = 0.2\mu$, $F = \mu$, $U_A = 0.3\mu$. (a) for $m = 0$ and (b) for $m = 0.1\mu$.

As characteristic features, both the gap functions vanish at poles ($\theta = 0, \pi$) and take maximal values near equator ($\theta = \pi/2$), keeping the relation, $\Delta_- \geq \Delta_+$. Note that this form exhibits an effective P - wave pairing nature: it is a genuine relativistic effect by the Dirac spinors.

Suppression of Δ_+ and enhancement of Δ_- at $\theta = \pi/2$ for the case of $m \neq 0$ (Fig. 2b) are originated from a finite value of R , while they vanish if quark is taken to be massless (Fig. 2a). These anisotropic gap functions give rise to the different diffuseness in the momentum distribution of the two "spin" eigenstates, and thereby make some effects on spin polarization, unlike in the normal phase. The anisotropic diffuseness has two effects that it obscures the deformation in the momentum distribution due to their angle dependence and enlarges the difference of the state density between the two "spin" eigenstates through the relation $\Delta_- \geq \Delta_+$.

IV. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSIONS

We show the numerical results of the coupled equations (19), (24) and (25), and investigate the effects of the superconducting gap on spin polarization.

In the following calculations we mainly set the parameters as $\tilde{g} = 0.13 \text{ MeV}^{-1}$ and $\delta = 0.1\mu$, for example, which is not so far from the couplings in NJL-like models (our purpose is to figure out qualitative properties of spin polarization in the CSC phase).

In Fig. 3 we show the expectation value of the spin operator per quark, $\langle \sigma_z / N_q \rangle$, as a function of baryon number density relative to normal nuclear density, ρ_B / ρ_0 , with and without the superconducting gap.

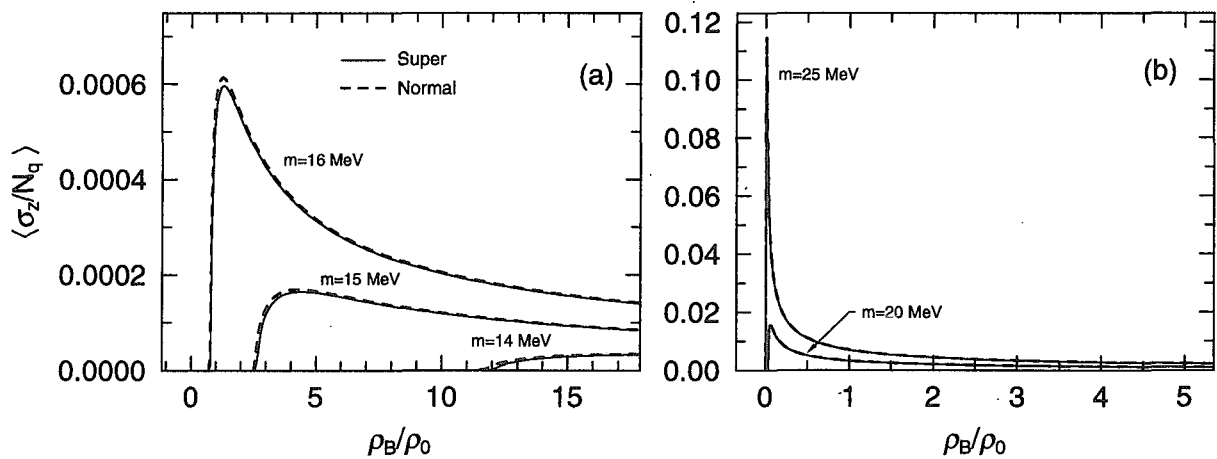


FIG. 3. Spin expectation value per quark as a function of ρ_B / ρ_0 . (a) for $m = 14 \sim 16 \text{ MeV}$ and (b) $m = 20$ and 25 MeV . Dashed (Solid) lines show results in the normal (CSC) phase.

The critical density becomes lower as the quark mass increases, and the peak positions are located at relatively lower densities in each quark mass. The magnitude of $\langle \sigma_z / N_q \rangle$ is to be compared with 1 for a free quark, since $|\psi_s^\dagger \sigma_z \psi_s / \psi_s^\dagger \psi_s| = 1$ at the rest frame for the free spinor ψ_s . The different values of quark mass shows that the spin polarization is quite sensitive to it, which implies that the exchange energy from the axial-vector interaction is strongly enhanced by the quark mass to produce the large axial-vector self-energy. The exchange energy is also enhanced by larger chemical potential and the resulting axial-vector self-energy increases with it. But the spin expectation value per quark, which is relative to the axial-vector self-energy per quark ($\propto U_A / \rho_q$), has an upper limit since the increase of quark density ρ_q is far superior to that of U_A for larger chemical potential, which gives rise to the peak positions.

The quark mass is very important in relation to the breaking of chiral symmetry in QCD. Models incorporating chiral dynamics have indicated that the dynamical mass becomes smaller as chiral symmetry is restored at a high density, while the current quark mass is small and explicitly breaks it. In our model, on the other hand, we treat the quark mass m as a variable parameter so that we may simulate a change of the dynamical mass. In order to further examine the effect of the quark mass on spin polarization, we show the mass dependence at densities $\rho_B = 5\rho_0$, $\rho_B = 10\rho_0$ and $\rho_B = 15\rho_0$ in Fig. 4.

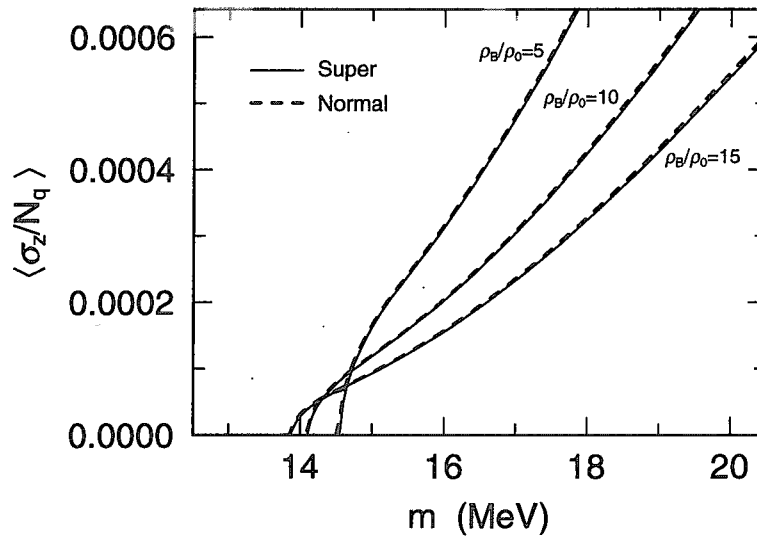


FIG. 4. Spin expectation value per quark as a function of the quark mass m for fixed baryon number density $\rho_B / \rho_0 = 5, 10$ and 15 .

Spin polarization increases with the quark mass in all the three densities. For larger masses of $O(100\text{MeV})$ which are not exhibited here, spin polarization retains monotonic increase as the figure shows. Critical values of the quark mass become smaller as density

increases in both cases. Note that in the massless limit $m \rightarrow 0$, the spin polarization never occurs for any density and coupling, which is an analytical result [3]. Thus incorporating dynamical mass (the chiral symmetry) into the system is important argument for future works.

Here we would like to mention about the effects of the gap function. As seen from the above results comparing the super and normal phases, the gap function seems to hardly affect the spin polarization. But we recognize it as a cancellation of two effects of the gap functions:

First, the gap function tends to obscure the deformation of Fermi surface caused by finite U_A , which comes from the anisotropic diffuseness near the Fermi surfaces through the occupation probability $v_s^2(\mathbf{p})$. Considering the fact that higher deformation enhances the spin polarization, this effect seems to reduce the spin polarization.

Second, the qualitative relation, $\Delta_- > \Delta_+$, is always retained, which enlarges the difference of state densities between the two "spin" states for fixed density or chemical potential. Since the larger difference in two state densities gives rise to the larger spin polarization, this effect is expected to enhance the spin polarization.

As a result of the self-consistent calculation in the CSC phase, these two opposite effects almost cancel and then slightly reduce the spin polarization than that in normal phase.

We would emphasize that this coexistent phase of the CSC proposed here and the spin polarization reflects the rich structure of quark field: flavor, color and Dirac structures have possibility of various quark Cooper-pairings (it is far different feature from BSC-type superconductivity in electron systems). As a point to notice, the other types of pairing which are not proposed here may give rise to qualitatively different results, while it is quite difficult to find out the most energetically favored pairing.

- [1] For pioneering works of CSC, B. C. Barrois, Nucl. Phys. **B129** (1977) 390; D. Bailin and A. Love, Phys. Rept. **107** (1984) 325.
- [2] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. **B537** (1999) 443,
J. Berges and K. Rajagopal, Nucl. Phys. **B538** (1999) 215,
T. M. Schwarz, S. P. Kevansky and G. Papp, Phys. Rev. **C60** (1999) 055205.
- [3] E. Nakano, T. Maruyama and T. Tatsumi, hep-ph/0304223
- [4] T. Maruyama and T. Tatsumi, Nuclear Physics **A693** (2001) 710.



30. Numerical simulation of $SU(2)_c$ high density state

Shin Muroya ¹⁾, Atsushi Nakamura ²⁾ and Chiho Nonaka ³⁾

¹⁾ *Tokuyama Women's Coll. Shunan, 745-8511, Japan*

²⁾ *RIISE, Hiroshima Univ., Higashi-Hiroshima 739-8521, Japan*

³⁾ *Dept. of Phys., Duke Univ., Durham, NC27708-0305, USA*

Abstract

We report a study of the high baryon number density system with use of the two-color lattice QCD with Wilson fermions[1]. First we investigate thermodynamical quantities such as the Polyakov line, gluon energy density, and baryon number density in the (κ, μ) plane, where κ and μ are the hopping parameter and chemical potential, respectively. Then we calculate propagators of meson ($\bar{q}\Gamma q$) and baryon ($q\Gamma q$) states in addition to the potential between quark lines.

1 Introduction

Phase structure of the strongly interacting matter is the hottest topics of the recent hadron physics[2]. In addition to the well known confinement-deconfinement phase transition in high temperature, QCD may have a much richer structure in high density. Experimentally, a wide region of the (T, μ) plane has been investigated by AGS, SPS and RHIC, and a higher density region is left as an important task of GSI and JPARK.

Lattice QCD is expected to provide nonperturbative information of QCD as the first principle calculation. However, numerical study of lattice QCD with chemical potential is extremely difficult, because at finite μ the fermion determinant $\det D$ becomes complex, which appears in the Euclidean path integral measure,

$$Z = \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi e^{-\beta S_G - \bar{\psi} D \psi} = \int \mathcal{D}U \det D e^{-\beta S_G}. \quad (1)$$

Though there exist several remarkable progresses in the lattice calculations with the finite chemical potential[3], it is still quite difficult to study the regions around critical μ at low temperature by lattice QCD simulations. In order to circumvent the above difficulty, in the present paper, two-color QCD has been investigated [1].

2 Actions and algorithm

We introduce the chemical potential in the conventional manner,

$$D(x, x') = \delta_{x, x'} - \kappa \sum_{i=1}^3 \left\{ (1 - \gamma_i) U_i(x) \delta_{x', x+i} + (1 + \gamma_i) U_i^\dagger(x') \delta_{x', x-i} \right\} \\ - \kappa \left\{ e^{+\mu} (1 - \gamma_4) U_4(x) \delta_{x', x+\hat{4}} + e^{-\mu} (1 + \gamma_4) U_4^\dagger(x') \delta_{x', x-\hat{4}} \right\}. \quad (2)$$

For the gauge action, we employ the plaquette and Iwasaki improved actions. Here, we report the improved action case only. Little is known about dynamical fermion simulations in which the chemical potential is introduced, therefore, we employ an algorithm where the ratio of the determinant,

$$\frac{\det D(U + \Delta U)}{\det D(U)} = \det(I + D(U)^{-1} \Delta D) \quad (3)$$

is evaluated explicitly in each Metropolis update process, $U \rightarrow U + \Delta U$, where $\Delta D \equiv D(U + \Delta U) - D(U)$. This algorithm has a long Markov step and is very reliable. Numerical costs are, however, huge and we are restricted to small lattices. In the following studies, therefore, we check that the results obtained are not sensitive to the boundary conditions.

3 Study of the (κ, μ) Parameter Space

Since there are few color $SU(2)$ lattice studies using Wilson fermions with finite μ , we first investigate the relevant parameter space. We measure the Polyakov line, $\langle L \rangle$ on a 4^4 lattice by changing β for $\mu = 0$ and $\kappa = 0.150$ and choose the region where $\langle L \rangle$ is small, i.e., the system is in the confinement phase at zero baryon number density. We set $\beta = 0.7$ on the basis of this analysis.

At this value of β , we measure $\langle L \rangle$, its susceptibility, $\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \mu}$, the gluon energy density, $\langle E_g \rangle = \langle \frac{1}{V_s} \frac{\partial}{\partial (1/T)} S_G \rangle$ and the number density, $\langle n \rangle = \frac{T}{V_s} \frac{\partial}{\partial \mu} \log Z$, as a function of μ and κ . Here S_G is the gauge action and $V_s = N_x N_y N_z$ is the spatial volume of the lattice. In Fig.1, we show $\langle L \rangle$, $\langle n \rangle$ and $\langle E_g \rangle$ on a 4^4 lattice as a function of μ and κ . They increase as μ becomes large and show the deconfinement behavior. We observe that the simulation always breaks down when we increase μ further.

In Fig.2, we show the Polyakov line susceptibilities $\kappa = 0.150$ and 0.175 under the antiperiodic spatial boundary condition and for $\kappa = 0.160$ under the periodic boundary condition. All exhibit a peak when μ increases, which indicates a deconfinement transition. All quantities support the picture that at large μ the system undergoes the transition from the confinement to the deconfinement phase. In addition to the increase of $\langle L \rangle$ and $\langle E_g \rangle$, the rapid increase of $\langle n \rangle$ is observed. The

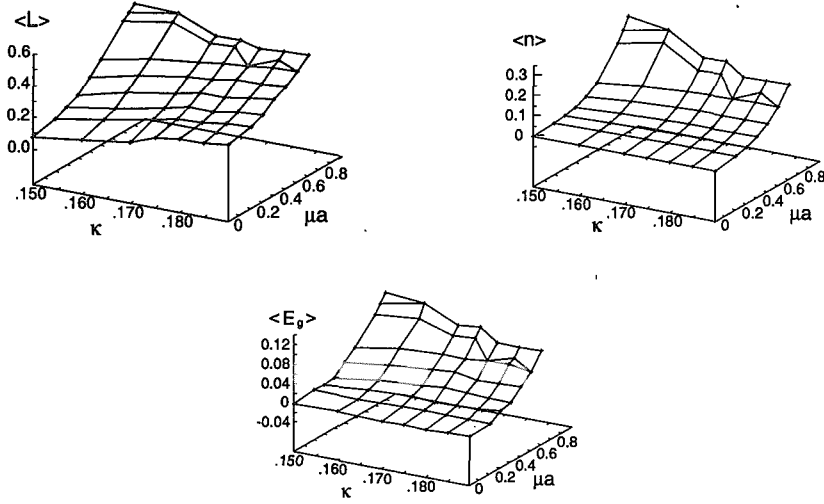


Figure 1: The Polyakov line $\langle L \rangle$, the number density $\langle n \rangle$ and the gluon energy $\langle E_g \rangle$ as a function of κ and μ . Lattice size is 4^4 .

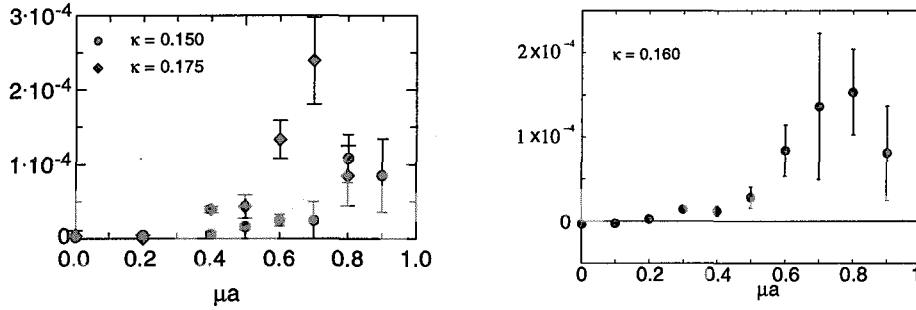


Figure 2: Polyakov line susceptibility, $\partial\langle L \rangle / \partial\mu = \langle (L - \langle L \rangle)(n - \langle n \rangle) \rangle$, as a function of μ on $4^3 \times 8$ lattice. (a) $\kappa = 0.150, 0.175$ under the anti-periodic spatial boundary condition and (b) $\kappa = 0.160$ under the periodic boundary condition.

instability at large μ may be an indication of a new phase with the diquark condensation. Although the behavior of all quantities supports the existence of the deconfinement phase at large μ , there are some indications that suggest a more complicated phase. In many cases, we observe a second peak in the Polyakov line susceptibility at large μ .

4 Hadron propagators

We calculate correlations of color singlet hadron operators, $M(x) = \bar{\psi}_\alpha^a(x)\Gamma_{\alpha\beta}\psi_\beta^a(x)$ and $B(x) = \epsilon^{ab}\psi_\alpha^a(x)(C\Gamma)_{\alpha\beta}\hat{\tau}\psi_\beta^b(x)$, where Γ is the product of Dirac matrices and $\hat{\tau}$ is a Pauli matrix acting on flavor indices. C is the charge conjugation matrix and a and b are color indices. We set $\hat{\tau} = \tau_2$ or $\tau_2\vec{\tau}$ so that the wave function is totally

antisymmetric.

To our knowledge, no study of the behaviors of hadrons including vector mesons at finite baryon density has been performed using lattice QCD. Vector mesons are important since they provide information at several stages of heavy ion collision in the form of lepton pairs.

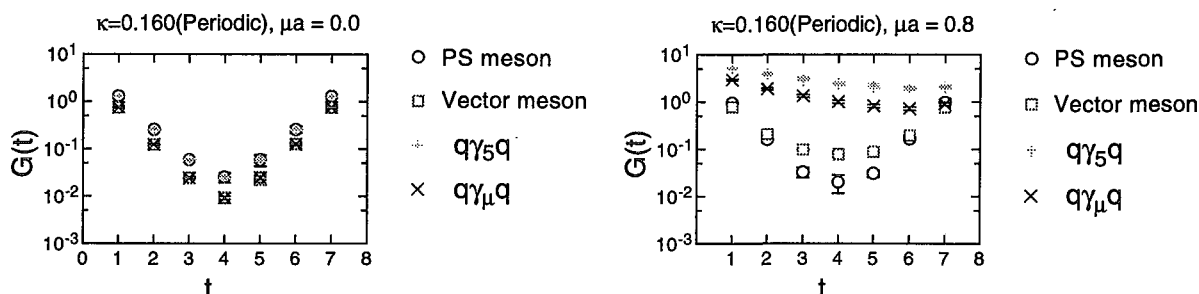


Figure 3: Hadron propagators at $\mu a = 0$ (left) and $\mu a = 0.8$.

In Fig.3, we show propagators of the pseudoscalar and vector mesons and those of the scalar ($\Gamma = \gamma_5$) and pseudovector (γ_ν) baryons for $\mu = 0$ and $\mu a = 0.8$, where a is the lattice spacing. The most prominent feature here is that the vector meson propagator is strongly modified at $\mu a = 0.8$. Its slope is more gradual than that for the pseudoscalar, i.e., the vector meson becomes lighter.

If the sudden drop of the vector meson mass is not a special feature of the color SU(2) model, this may be the first lattice QCD result to show the reduction of the vector meson mass in the medium.

5 $qq, \bar{q}q$ potential at finite density

Here we focus on the behavior of $qq, \bar{q}q$ potential in order to understand the vacuum structure at high chemical potential numerically. In this calculation the lattice size is $8 \times 4 \times 12 \times 4$ and the number of flavor is 3.

From Polyakov line correlations, color average heavy quark potential is calculated as,

$$e^{-V_0(\vec{R})/T} = \frac{C}{N_c} \langle \text{Tr}L(\vec{R}) \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(0) \rangle \quad (4)$$

where $C = 1/(\frac{1}{N_c} \langle \text{Tr}L(0) \rangle)^2$. However there is no difference between $qq, \bar{q}q$ color average potential in color SU(2). One can also obtain color dependent potential, i.e. singlet (V_1) and triplet potential (V_3) for $q\bar{q}$ system: $N_c \times \bar{N}_c = 1 \oplus (N_c^2 - 1)$,

$$e^{-V_1(\vec{R})/T} = \frac{C}{N_c} \langle \text{Tr}L(\vec{R})L^\dagger(0) \rangle, \quad (5)$$

$$e^{-V_3(\vec{R})/T} = C \frac{N_c^2}{N_c^2 - 1} \langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(\vec{R}) \frac{1}{N_c} L^\dagger(0) \rangle. \quad (6)$$

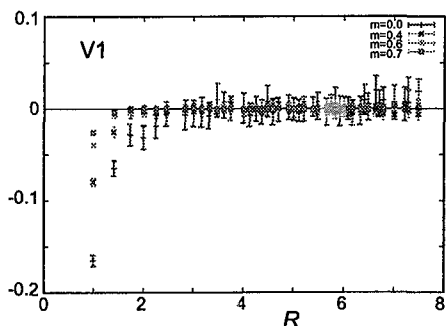


Figure 4: Color singlet potential V_1 for $\mu = 0.0, 0.4, 0.6$ and 0.7 .

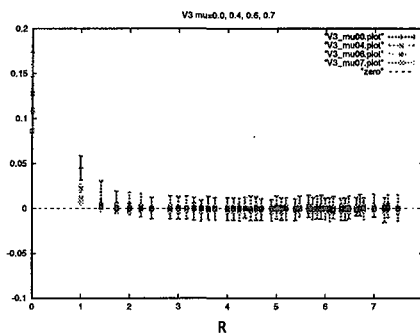


Figure 5: Color triplet potential V_3 for $\mu = 0.0, 0.4, 0.6$ and 0.7 .

For qq system color symmetric (V_s) and anti-symmetric (V_a) potential can be also evaluated: $N_c \times N_c = \frac{1}{2}N_c(N_c + 1) \oplus \frac{1}{2}N_c(N_c - 1)$,

$$e^{-V_s(\vec{R})/T} = \frac{\frac{N_c}{N_c+1} \langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(\vec{R}) \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(0) \rangle}{(\frac{1}{N_c} \langle \text{Tr}L(0) \rangle)^2} + \frac{\frac{1}{N_c+1} \langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(\vec{R})L(0) \rangle}{(\frac{1}{N_c} \langle \text{Tr}L(0) \rangle)^2}, \quad (7)$$

$$e^{-V_a(\vec{R})/T} = \frac{\frac{N_c}{N_c-1} \langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(\vec{R}) \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(0) \rangle}{(\frac{1}{N_c} \langle \text{Tr}L(0) \rangle)^2} - \frac{\frac{1}{N_c-1} \langle \frac{1}{N_c} \text{Tr}L(\vec{R})L(0) \rangle}{(\frac{1}{N_c} \langle \text{Tr}L(0) \rangle)^2}. \quad (8)$$

In color $SU(2)$, $V_1 = V_a$ and $V_3 = V_s$ even at $\mu \neq 0$. Therefore if there would be difference between qq and $q\bar{q}$ states, it is due to some Dirac structure.

In Figs.4 and 5, we plot the (preliminary) results of color singlet potential and color triplet potential, respectively. We can see that the rotational invariance is good due to the renormalization group improved gauge action. The singlet (triplet) potential is attractive (repulsive) force and the forces between $qq/\bar{q}q$ become weaker as μ increases. Medium effect appears in these forces and this behavior suggests the confinement-deconfinement phase transition. Here we fix the gauge in Lorenz gauge for the color-dependent force and gluon propagators discussed in the following.

6 Concluding remarks

In this study, we have investigated energy density of gluon sector, number density, Polyakov line and its susceptibility together with potential between quark lines in (κ, μ) parameter space.

We observed a sudden reduction of the vector meson mass when the chemical potential was increased.

Our lattice here is small, but results for the case of periodic and antiperiodic boundary conditions in the spatial directions show the same qualitative behavior. The behavior of the thermodynamic quantities together with that of the Polyakov line supports the standard picture, i.e., QCD undergoes a transition from the confinement to the deconfinement phase. We have observed several indications in the

susceptibility and gluon propagators, which may suggest a more complicated phase at finite baryon number density.

Acknowledgment

We would like to thank T. Kunihiro, T. Inagaki and T. Schäfer for helpful discussions. This work is supported by Grant-in-Aide for Scientific Research by Monbu-Kagaku-sho (No.11440080, No. 12554008 and No. 13135216), and ERI, Tokuyama Univ.. Simulations were performed on SR8000 at IMC, Hiroshima M Univ., SX5 at RCNP, Osaka Univ., SR8000 at KEK.

References

- [1] Shin Muroya, Atsushi Nakamura and Chiho Nonaka, hep-lat/02011010, Phys. Lett. B551 (305-310)(2003).
- [2] for example, see the proceedings of the YITP-RCNP Workshop "Chiral Restoration in Nuclear Medium", held at Kyoto, Japan, October 7-9, 2002; the proceedings of "XVI International Conference on Particles and Nuclei " held at Osaka, Japan, September 30 - October 4, 2002.
- [3] S. Choe et al., Phys. Rev. D63 (2001) 054501; Z. Fodor and S. D. Katz, JHEP 0203 (2002) 014; Phys. Lett. B534 (2002) 87; C. R. Allton et al., hep-lat/0204010; Ph. deForcrand and O. Philipsen, hep-lat/0205016; M. D'Elia and M-L. Lombardo, hep-lat/0205022.



31. 有限温度格子シミュレーションによる $SU(3)$ グルーオンの遮蔽効果の研究

(Study of the $SU(3)$ gluon screening effect by the finite temperature lattice simulation)

齋藤卓也^a、中村純^a、酒井淳^b

^a 広島大学情報メディア教育センター (RIISE, Hiroshima Univ.)

^b 山形大学教育学部 (Faculty of Education, Yamagata University)

概要

We study gluon screening effect in quenched $SU(3)$ lattice gauge theory at finite temperature by using stochastic gauge fixing method. We calculate the electric and magnetic gluon propagator and discuss the temperature and gauge dependence of the screening masses extracted from them. Furthermore, we study heavy quark potentials in terms of Polyakov line correlation function. For $q\bar{q}$ potentials, singlet, octet and color average channels are calculated. In addition, we calculate the qq potentials relate to the baryon particle: color average, symmetric and anti-symmetric parts.

1 はじめに

量子色力学 (QCD) によると、有限温度において、閉じ込め相から非閉じ込め相への相転移現象が起こるであろうと考えられている。相転移臨界温度以上の高温状態においては、ハドロン内に閉じ込められていたクォークとグルーオンは自由粒子として振舞うことが予想されており、重イオン衝突実験 (SPS, RHIC, LHC) によりこのような新しい物質状態、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP)、の実現が期待されている。

QGP 相においてグルーオンは量子補正効果を受けて、遮蔽質量を持ったグルーオンとして振舞い、その遮蔽効果は熱 QCD 現象と密接な関係を持つ。例えば、このことは重クォークポテンシャルに影響を与え、 J/ψ や Υ 重粒子抑制との関連で良く議論される。また遮蔽質量はさまざまな現象論的モデルにおいて必要となるものである。例えば最近においては、ジェットクエンチングモデルの計算において、グルーオン遮蔽質量をよりの確に導入した議論がなされている [1]。

熱 QCD のグルーオン遮蔽質量としては電場質量と磁場質量の 2 種類が考えられる [2]。熱 QCD 摂動論によると、電場質量は、 $m_e \sim gT$ と振舞うことが予想されている。一方で、磁場質量の取扱いは難しく単純な摂動論では定義できないことが知られている。しかしながら、磁場質量は、熱 QCD 摂動論における赤外発散問題 [3] に重要な役割を演じ、存在しなくてはならないものと考えられている。例えば 3 次元縮減 QCD 理論によると、磁場質量の振舞いは、 $m_m \sim g^2 T$ であることが予言されている。

熱 QCD における最も基本的な物理的な尺度としては、 $1/T$ (T は温度) が考えられる。しかしながら、これに加えて $1/m_e$ もしくは $1/m_m$ といった尺度が存在することになる。このことは、熱 QCD における階層性と呼ばれている。これらは赤外発散の問題と関連し摂動論での計算は難しく、非自明な非摂動論的效果を引き起こすものと考えられており、我々が最も興味のある相転移点 T_c から数倍の T_c のところでの物理を調べるには、何らかの非摂動論的手法が必要となってくる。

非摂動論的手法の一つとして格子 QCD シミュレーションがある。現在に至るまでに、格子 QCD シミュレーションにより、QGP 相転移の特徴、その臨界温度や非閉じ込め領域における QGP の状態方程式の研究などが、長期間において行われてきており、QGP 相についての重要な情報が蓄積されている。

ここでの我々の大きな目的は、有限温度における $SU(3)$ グルーオン伝播関数の振舞いを非摂動的な手法により直接計算することにある。これにより電場・磁場的遮蔽質量の温度依存性を調査する。またグルーオン

伝播関数自体はゲージ依存性がある。しかしその遮蔽質量は物理量であると期待されるので、遮蔽質量のゲージ依存性の確認を非摂動的に行う。とくに磁場遮蔽質量については、単純な摂動論においては定義が出来ないので、そのゲージ依存性の確認は特に重要である。このような方針に沿った研究は、 $SU(2)$ [4]の場合や、3次元 QCD[5]の場合などにおいては行われてきているが、 $SU(3)$ の場合については成されていない。

また今回我々はグルーオン伝播関数の他に、ポリアコフ相関関数による有限温度重クォークポテンシャルの計算も試みる。 $q\bar{q}$ ポテンシャルに関しては、良く研究されている色平均ポテンシャルに加えて、一重項、八重項ポテンシャルの計算を行う。また qq ポテンシャルについても同様に、色平均、対称項、非対称項についての計算を行う。以上の6つのポテンシャルについての温度依存性、ポテンシャル間の力の関係、電場質量の導出などを議論する。ここで注意することは、一重項、八重項、対称項、非対称項はゲージ不変に定義はできないということである。そのためゲージ固定が必要である。

通常の格子ゲージシミュレーションにおいてゲージ固定は不要であるが、以上で述べたようなゲージに依存する量を計算する為には何らかのゲージ固定手法が必要である。一般にモンテカルロ経路積分量子化法による格子ゲージシミュレーションにおいては、測定毎のゲージ配位に対して繰り返し法を元にゲージを固定するために、大変な時間が掛かる。またどれくらいで収束するかも事前に知ることはできない。その為、今回は確率過程ゲージ固定法 [8] を用いて量子化することにより、ゲージ固定の困難さを解消している。確率過程ゲージ固定法は、ゲージ固定項を含んだ微分方程式を計算することになり、ゲージ固定に掛かる時間は比較的小さい。また、ゲージ依存性を確認するのに大変都合の良いアルゴリズムとなっている。

この確率過程ゲージ固定法 [8] はもう一つ著しい特徴を持っている。非摂動的領域においてゲージ固定をする際には一般的にグリボフ問題 [6] に直面する。これは通常のゲージ固定ではゲージ配位が一意に定まらず、同等のゲージ配位が存在するという問題である。確率過程ゲージ固定法は、グリボフ問題がよりよく解決されるであろうと期待されるグリボフ領域 (もしくは赤外領域における物理をより良く記述する領域) にゲージ配位を自動的に誘導するという著しい性質を持ったものでもあり、実際の計算において有益となる。

本報告の構成は次の通りである。2章において、確率過程ゲージ固定法とグリボフコピー問題について触れる。また今回使用した格子作用の定義をのべる。3章において、グルーオン伝播関数とその遮蔽質量についてまとめる。4章において、グルーオン伝播関数・遮蔽質量の温度依存性についての結果とゲージ不変性についての結果を述べる。5章においては、ポリアコフループからの重クォークポテンシャルの計算と結果に充てられる。

2 確率過程ゲージ固定法

2.1 確率過程ゲージ固定法

量子化法としては D.Zwanziger[8] により提唱された確率過程ゲージ固定法を用いる。次のような仮想ランジュバン時間 τ についての微分方程式で表されるものである。

$$\frac{dA_\mu^a}{d\tau} = -\frac{\delta S}{\delta A_\mu^a} + \frac{1}{\alpha} D_\mu(A)^{ab} \partial_\nu A_\nu^b + \eta_\mu^a \quad (2.1)$$

ここで、右辺の $D_\mu^{ab}(A)$ は共変微分、 η はガウス乱数項をそれぞれ表している。また、第2項目がゲージ固定項となっており α はゲージ因子を意味しており、 $\alpha = 0$ がローレンツゲージ、 $\alpha = 1$ がファインマンゲージに対応する。

格子ゲージ理論上での確率過程ゲージ固定法は、中村・水谷 [9] によって研究されている。これは、特定のリンク変数に関して、ランジュバンステップ毎に同時にゲージ変換をするという形になっている。

$$\omega^\dagger(x, \tau) e^{i f_\mu^\alpha t^\alpha} U_\mu(x, \tau) \omega(x + \hat{\mu}, \tau) \quad (2.2)$$

ここで、

$$f_\mu^\alpha = -\frac{\partial S}{\partial A_\mu^\alpha} \Delta\tau + \eta^\alpha \sqrt{\Delta\tau} \quad (2.3)$$

であり、ゲージ回転行列は次のように表される。

$$\omega = e^{i\beta \Delta^\alpha \tau^\alpha \Delta\tau / \alpha} \quad (2.4)$$

ここで Δ^α は、

$$\Delta^\alpha(x) \equiv \sum_{\mu=1}^4 2 \operatorname{Im} \operatorname{Tr} t^\alpha \{U_\mu(x) - U_\mu(x - \hat{\mu})\} = 0 \quad (2.5)$$

であり、連続極限においては $\partial_\mu A_\mu(x) = 0$ に対応するものである。

2.2 アルゴリズムの実行性

確率過程ゲージ固定法の利点を簡単にまとめてみる。

- モンテカルロ格子 QCD シミュレーションのゲージ固定は、反復法によるものである。その為、どの程度で、計算が収束するかは実際に行ってみないと分からないものであり、格子サイズが大きくなるにつれて、計算自体は大変時間の掛かるものとなる。一方で、確率過程ゲージ固定法は、反復法を用いないため、ゲージ固定には比較的時間は掛からない。
- 確率過程ゲージ固定法はゲージ因子を比較的柔軟に変えることができる為、ゲージ依存性の確認に都合がよい。
- 他の方法に比べてグリボフ不定性を気にしなくてもよい。

一方で大変なところとしては、実際の計算においては、ランジュバンステップ間隔 $\Delta\tau$ の依存性があり、最終的には、いくつかの $\Delta\tau$ での計算を繰り返し $\Delta\tau = 0$ への外挿が必要である。このような困難さがあるにもかかわらず、上で述べたように、大まかに 3 つの利点があるために、我々は今回このアルゴリズムを採用した。

2.3 格子作用

今回は、動的なクォークの効果を無視したクエンチ近似によるシミュレーションを実行した。ゲージ作用としては、標準的な Wilson 格子作用と呼ばれるものを使用した。リンク変数、ゲージ結合定数に関連した因子 β と作用の形は次のように定義される。

$$U_{x,\mu} = e^{i g a A_\mu(x)}, \beta = \frac{2N_c}{g^2} \quad (2.6)$$

$$S_{gauge} = -\beta \sum_{x,\mu\nu} \frac{1}{N_c} \operatorname{Re} \operatorname{Tr} [U_{x,\mu} U_{x+\mu,\nu} U_{x+\nu,\mu}^\dagger U_{x,\nu}^\dagger] \quad (2.7)$$

この作用は、連続極限 ($a \rightarrow 0$) において、

$$\frac{1}{4} \int d^4x \text{Tr} F_{\mu\nu}^2 \quad (2.8)$$

に一致するものである。

3 グルーオン伝播関数と遮蔽質量

3.1 グルーオン伝播関数

格子ゲージ理論におけるゲージ場は、次のようなリンク変数によって表される。

$$U_\mu(x) = \exp(iagA_\mu) \in SU(3) \quad (3.1)$$

ここで、 $1/a$ は格子運動量切断、 g は結合定数、 A_μ はゲージ場となる。そこで次のように、ゲージ場と空間方向の伝播関数を定義する。

$$A_\mu(x) = \frac{-i}{2g} (U_\mu(x) - U_\mu^\dagger(x)) \quad (3.2)$$

$$G_{\mu\nu}(z) = \langle \text{Tr} A_\mu(z) A_\nu(0) \rangle \quad (3.3)$$

式 (3.3) から、伝播関数の電場部分 G_e と磁場部分 G_m は空間成分と時間成分により次のように構成される。全て伝播関数の計算は有限運動量で行う。

$$G_e(p, z) \sim \frac{1}{2} \left[G_{tt}(p_x = \frac{2\pi}{N_x}, p_y = p_t = 0, z) + G_{tt}(p_y = \frac{2\pi}{N_y}, p_x = p_t = 0, z) \right] \quad (3.4)$$

$$G_m(p, z) \sim \frac{1}{2} \left[G_{yy}(p_x = \frac{2\pi}{N_x}, p_y = p_t = 0, z) + G_{xx}(p_y = \frac{2\pi}{N_y}, p_x = p_t = 0, z) \right] \quad (3.5)$$

上式において、 $p_{x,y,z}$ は格子上の運動量を表しており、 $N_{x,y,z,t}$ は、使用する格子サイズを意味している。

3.2 遮蔽質量

遮蔽質量は伝播関数の極として振舞うと仮定するならば、空間的な距離に関して (今の場合 z 軸について)、指数関数的に減少するものと考えられる。

$$G_{e(m)}(z) = c \cdot e^{-E_{e(m)}(p)z} \quad (3.6)$$

これにより、 G_e と G_m から、電場的遮蔽質量 m_e と磁場的遮蔽質量 m_g を求めることができる。

実際の格子ゲージシミュレーションは有限の格子サイズで行うために、周期的境界条件を必要とする。そのため、今回我々は計算結果をフィットする関数としては、双曲線余弦関数を用いた。

$$G_{e(m)}(z) = C \cdot \cosh(m_{e(m)}(z - N_z/2)), \quad z > 1/T \quad (3.7)$$

また、遮蔽効果は十分な長距離において発生するものと考えられるため、フィットの際には $1/T$ と比べて大きい距離 z を採用するように注意する。

表 1: この研究で使った格子運動量切断とその温度。主に QCD-TARO グループ [11] によって得られたフィッティング関数を用いて概算した。また相転移温度としては $T_c \sim 256$ [12] を使った。

β	a^{-1} [GeV]	T[MeV]	T/T_c	β	a^{-1} [GeV]	T[MeV]	T/T_c
5.8	1.33	222	0.86	6.4	3.52	586	2.29
5.90	1.62	270	1.05	6.5	4.12	690	2.69
5.95	1.77	295	1.15	6.6	4.60	767	2.99
6.0	2.04	340	1.32	6.7	5.24	874	3.41
6.05	2.09	349	1.36	6.8	5.96	994	3.88
6.1	2.27	378	1.47	6.9	6.76	1128	4.40
6.2	2.64	447	1.74	7.0	7.64	1274	4.97
6.3	3.05	509	1.99	7.1	8.61	1436	5.61

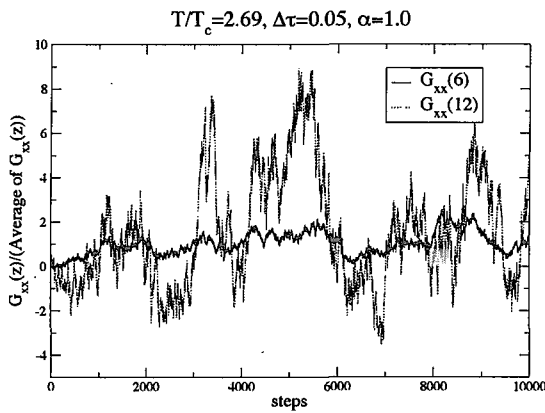


図 1: $G_{xx}(z)$ の揺らぎの様子。

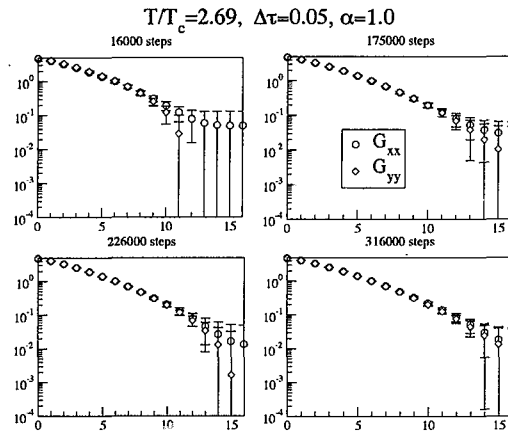


図 2: 伝播関数の空間成分 $G_{xx}(z)$ と $G_{yy}(z)$ の収束の様子の例。

3.3 実際のシミュレーション

今回使用した有限温度格子は、 $N_x N_y N_z N_t = 20 \times 20 \times 32 \times 6$ であり、温度は、 $T = 1/(N_t a)$ により決まる。ここで a は格子間隔である。詳細は表 1 にまとめている。なお以後のシミュレーションにおいては、断りがないかぎり、ゲージ因子はすべて $\alpha = 1$ でおこなわれている。

ゲージ依存性のある伝播関数の計算は大変揺らぎの大きい数値シミュレーションとなっており (図 1)、図 2 においては、本来空間対称性により一致すべき、 $G_{xx}(z)$ と $G_{yy}(z)$ の統計数に対する振舞いの様子を示している。統計数の増加とともに、十分に長距離においても、誤差の範囲内において $G_{xx}(z) = G_{yy}(z)$ となっていく様子がわかる。逆にこのような検査をすることは、十分に統計数が足りているかどうかという基準になりうる。

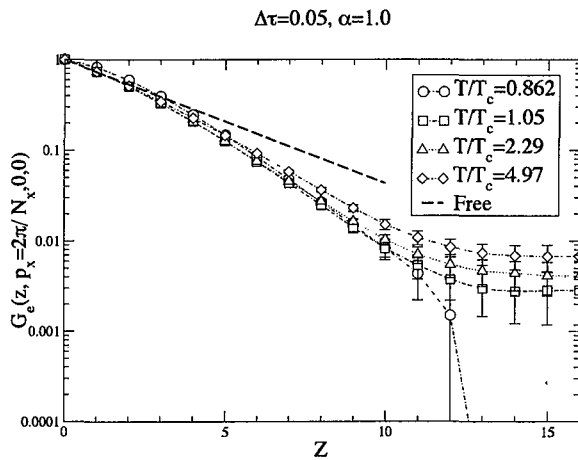


図 3: 電場グルーオン伝播関数の振舞い

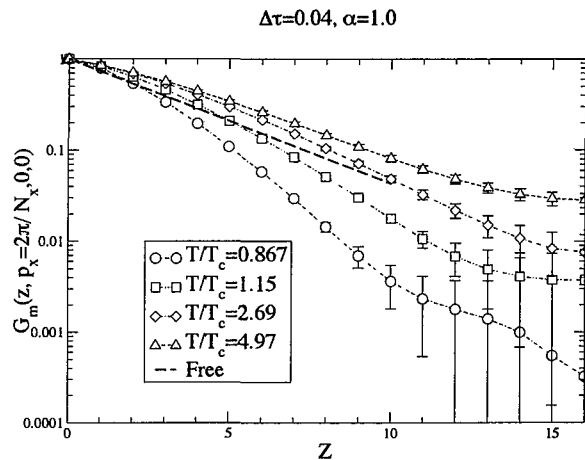


図 4: 磁場グルーオン伝播関数の振舞い

3.4 グルーオン伝播関数の振舞い

遮蔽質量の導出を試みる前に、グルーオン伝播関数の振舞いを見とめることにする。図 3 は、電場グルーオン伝播関数の振舞いの温度依存性を示している。破線は自由場の場合を示している。長距離 $z \geq 6$ においてグルーオンは質量を持つことがみてとれる。また閉じ込め相においては、長距離において大変重い質量を持つかのような振舞いになっており、閉じ込め相においては、とても強い遮蔽効果を受けているとみなせる。逆に短距離 $z < 6$ においては、その遮蔽効果の度合は小さくなっていることが分かる。磁場伝播関数についてもおおよそ同じことがみてとれる。しかし、非閉じ込め相にある磁場伝播関数は、短距離においては、自由場を表す直線の破線よりも上に凸となっており、奇妙な振舞いを示している。このことは、摂動論における磁場部分の定義の困難さや、格子 QCD において空間的なウィルソンループは有限温度においてでさえ常に閉じ込め的な振舞いを示すということと関連しているものと思われる。

3.5 遮蔽質量のゲージ依存性

図 5 は、ゲージ因子 α を、0.4 ~ 1.0 の間で変化させたときの、電場・磁場的遮蔽質量のゲージ依存性を示している。両質量ともゲージ因子に対する変化は、とても小さいことがわかる。電場・磁場的遮蔽質量ともに物理量であるので、ゲージ不変量と期待されるものであるが、非摂動論的領域において自明なことではない。もちろん今回の我々の確率過程ゲージ固定法が、他の全てのゲージ固定法(クーロンゲージ等)も含んでいるわけではないが、今回の我々の研究は、格子 QCD シミュレーションにおいて遮蔽質量についてゲージ依存性を初めて議論したものとなっている。

3.6 遮蔽質量のランジュバン間隔依存性

最終的な結果を得るためには、ランジュバン間隔の依存性を考える必要がある。図 6 から明らかなように、その依存性は小さく押えることができ、 $\Delta\tau = 0.0$ の値を概算することができている。今回の研究では、ルンゲクッタ法を用いている為に、その依存性は小さく抑えることができた。

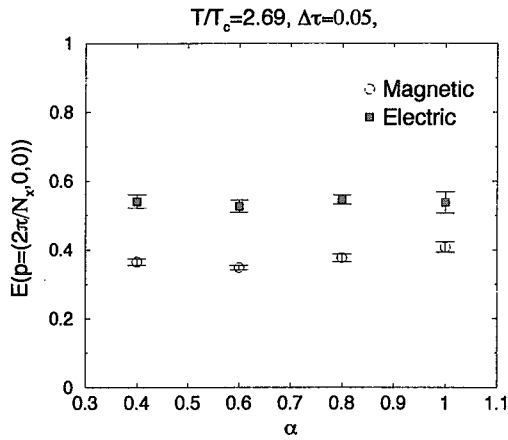


図 5: 電場・磁場質量のゲージ依存性

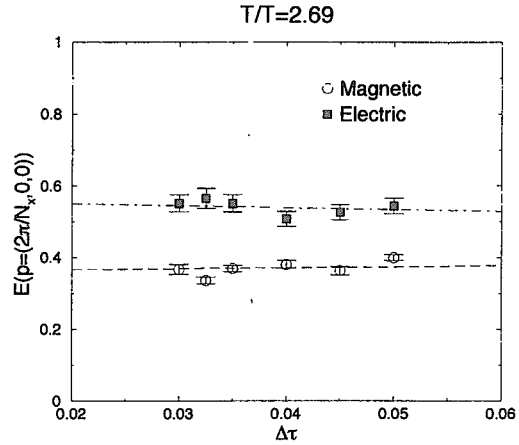


図 6: ランジュバン間隔依存性

3.7 遮蔽質量の温度依存性

図 7 は、温度領域 $T/T_c = 1 \sim 6$ における電場・磁場的遮蔽質量、 m_e/T と m_g/T の温度依存性を示している。 m_e/T 、 m_g/T とともに、零ではない有限の値を持っている。しかしながら、 $T/T_c = 1 \sim 1.5$ においては、大きさが逆転している。また、温度が上昇するにつれて、 $m_{e(m)}/T$ は共に減少している様子が見てとれる。 $m_{e(m)}$ の値そのものは温度と共に上昇していることに注意したい。

ここで、次のような関数でのフィッティングを試みる。

$$\frac{m_e}{T} = C_e g(T), \quad \frac{m_m}{T} = C_m g^2(T), \quad (3.8)$$

これらは、摂動論や 3 次元縮減理論により予想される振舞いである。温度変化する結合定数は、

$$g^2(\mu) = \frac{1}{2b_0 \log(\mu/\Lambda)} \left(1 - \frac{b_1 \log(2 \log \mu/\Lambda)}{\log(\mu/\Lambda)} \right), \quad (3.9)$$

であり、繰り込み点としては $\mu = 2\pi T$ 、そして QCD スケールは $\Lambda = 1.03T_c$ という値を採用した。実際のフィットでは、 $T/T_c > 1.5$ でのデータを使うことにより、次のような値を得た。

$$\begin{aligned} C_e &= 1.63(3), & \chi^2/\text{NDF} &= 0.715, \\ C_m &= 0.482(31), & \chi^2/\text{NDF} &= 0.979. \end{aligned} \quad (3.10)$$

式 (3.8) に関しては良くフィットできることが分かる。また C_e の 1 次の摂動論 (LOP) による値は $C_e = 1$ であるので、大きく異なることがわかる。

次に単純な摂動計算の改良版である硬熱再加算法 (HTL) により得られている式とも比較する。

$$m_e^2 = m_{e,0}^2 \left[1 + \frac{3g}{2\pi} \frac{m_e}{m_{e,0}} \left(\log \frac{2m_e}{m_m} - \frac{1}{2} \right) + O(g^2) \right], \quad m_{e,0} = gT. \quad (3.11)$$

磁場質量は今回この研究で得られた値を代入することによって、この式を解くことができる。その結果は図 7 に示されており、HTL の結果が LOP の結果を大きく改良している様子が見てとれる。

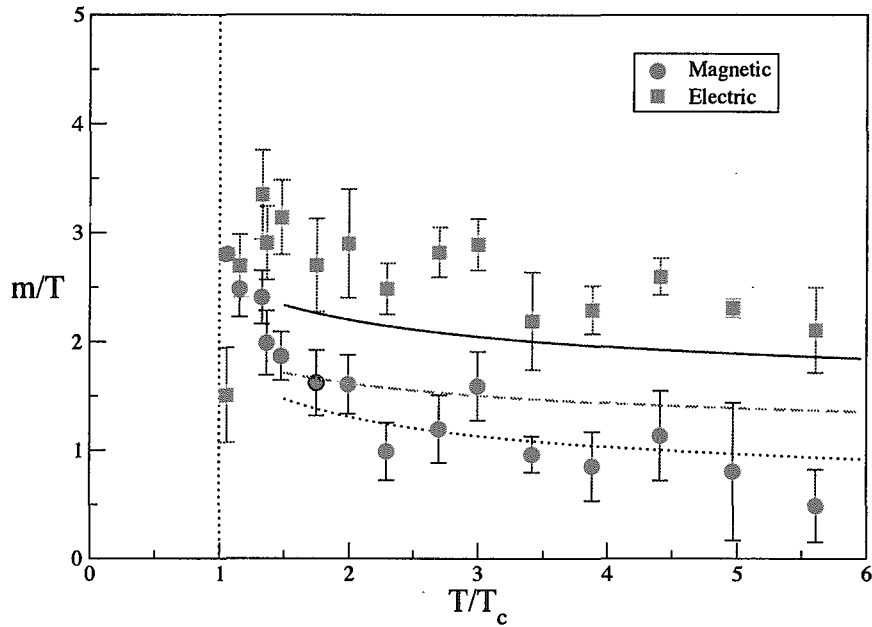


図 7: 電場・磁場遮蔽質量の温度依存性のグラフ。点線は例としての磁場質量に関するフィッティング線である。電場質量について、実線が HTL による結果であり、破線が LOP による結果である。

4 重クォークポテンシャル

4.1 重クォークポテンシャルの定義

格子ゲージ理論において、重クォークポテンシャルは、ポリヤコフループを元に構成される。ポリヤコフループは時間方向のリンク変数をかけ算することにより次のように定義される。

$$L(R) = \frac{1}{N_c} \text{Tr} \Pi_{t=1}^{N_t} U^0(R, t) \quad (4.1)$$

$q\bar{q}$ ポテンシャルは、SU(3) 色対称性により、

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \quad (4.2)$$

と分解して考えることができる為に、次の 3 つのポテンシャルを考えることができる [13]。

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{V_c(R)}{T}\right) &= \frac{\langle \text{Tr} L(R) \text{Tr} L^\dagger(0) \rangle}{\langle \text{Tr} L(0) \rangle^2} \\ \exp\left(-\frac{V_1(R)}{T}\right) &= 3 \frac{\langle \text{Tr} L(R) L^\dagger(0) \rangle}{\langle \text{Tr} L(0) \rangle^2} \\ \exp\left(-\frac{V_8(R)}{T}\right) &= \frac{8 \langle \text{Tr} L(R) \text{Tr} L^\dagger(0) \rangle}{9 \langle \text{Tr} L(0) \rangle^2} - \frac{3 \langle \text{Tr} L(R) L^\dagger(0) \rangle}{8 \langle \text{Tr} L(0) \rangle^2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

それぞれ上から順番に、色平均、1 重項、8 重項ポテンシャルとなる。色平均ポテンシャル以外、ゲージ不変には定義されていないことに注意する。

同様に、 qq ポテンシャルについても 3 つのポテンシャルを定義することができる [13]。SU(3) 色対称性によると、

$$3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \quad (4.4)$$

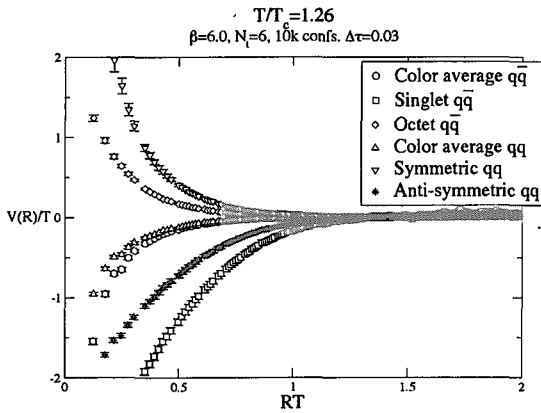


図 8: $T/T_c = 1.26 (N_t = 6)$

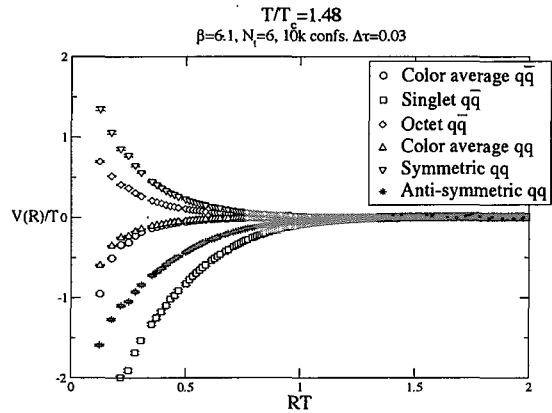


図 9: $T/T_c = 1.48 (N_t = 6)$

となり、それぞれのポテンシャルの表式は、

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{V_c(R)}{T}\right) &= \frac{\langle \text{Tr}L(R)\text{Tr}L^\dagger(0) \rangle}{\langle \text{Tr}L(0) \rangle^2} \\ \exp\left(-\frac{V_s(R)}{T}\right) &= \frac{3 \langle \text{Tr}L(R)L(0) \rangle}{4 \langle \text{Tr}L(0) \rangle^2} + \frac{3 \langle \text{Tr}L(R)L(0) \rangle}{4 \langle \text{Tr}L(0) \rangle^2} \\ \exp\left(-\frac{V_{as}(R)}{T}\right) &= \frac{3 \langle \text{Tr}L(R)L(0) \rangle}{2 \langle \text{Tr}L(0) \rangle^2} - \frac{3 \langle \text{Tr}L(R)L(0) \rangle}{2 \langle \text{Tr}L(0) \rangle^2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

となる。 qq ポテンシャルなので、 $q\bar{q}$ ポテンシャルで L^\dagger となっている部分はすべて、 L となっている。また、色平均部分以外は、すべてゲージ不変には定義されていない。

これらのポテンシャルの色交換力にともなう色因子の違いをまとめておく。

$$\begin{aligned} q\bar{q} \text{ 1重項} : C &= -\frac{4}{3} & q\bar{q} \text{ 8重項} : C &= +\frac{1}{6} \\ qq \text{ 対称項} : C &= +\frac{1}{3} & qq \text{ 非対称項} : C &= -\frac{2}{3} \end{aligned} \quad (4.6)$$

一重項と非対称項が引力として働く。またこれらを組み合わせた色平均ポテンシャルもまた引力として働くと思われる。

4.2 有限温度重クォークポテンシャルの振舞い [14]

実際の計算は、格子サイズ $24^3 \times \{4, 6\}$ を用いて、 $T/T_c = 1 \sim 4.5$ の温度領域で行った。格子運動量切断の概算については、グルーオン伝播関数の計算の際と同じように行ったのでここでは詳細は省略する。ただし統計量としては、10 ステップ毎に $6k \sim 10k$ 個測定した。量子化の方法は、前のセクションと同じ確率過程ゲージ固定法を用いており、特に断らない限り $\alpha = 1$ で計算を行っている。なお距離に関する変数としては、無次元量 RT を用いているので、いま、 $RT > 1$ が長距離領域である。

図 8、9、10、11 において、 $T/T_c = 1.26, 1.48, 3.00, 4.58$ での 6 つのポテンシャルの振舞いを図示してある。 $q\bar{q}$ の 1 重項および qq の反対称項がそれぞれ引力の振舞いを示しており、また、1 重項が一番強い引力を作っている。逆に $q\bar{q}$ の 8 重項と qq の対称項が斥力となっている様子がみてとれる。またこれらのポテンシャルを組み合わせた色平均ポテンシャルは、引力となっている。温度が上昇するにつれて、より短い距離で力が零点に接近している様子が見てとれる。この計算は、ローレンツ型のゲージ固定によって計算されたわけであるが、全体的に予想された振舞いになっている。

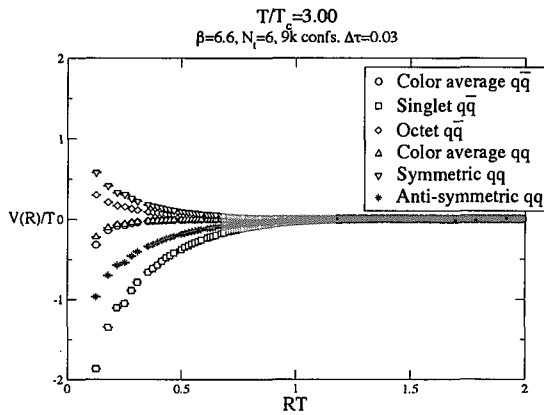


図 10: $T/T_c = 3.00(N_t = 6)$

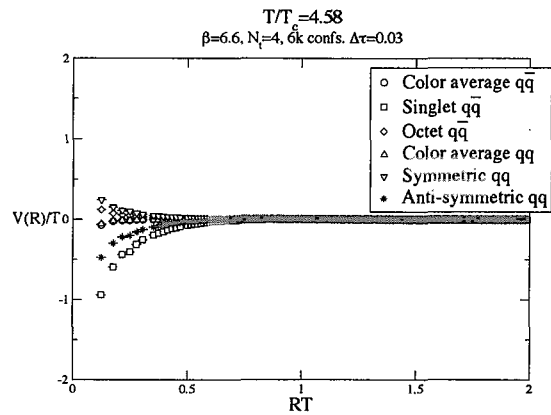


図 11: $T/T_c = 4.58(N_t = 4)$

4.3 有限温度重クォークポテンシャル間の関係

ここでは、それぞれのポテンシャル間での力の関係を主に短距離において調べてみる。以下のような比を考えてみる。

- 1重項と8重項:

$$\frac{C_{q\bar{q}}[1]}{C_{q\bar{q}}[8]} = -8 \quad (4.7)$$

2. 対称項と非対称項:

$$\frac{C_{qq}[3^*]}{C_{qq}[6]} = -2 \quad (4.8)$$

3. 1重項と反対称項:

$$\frac{C_{q\bar{q}}[1]}{C_{q\bar{q}}[3^*]} = 2 \quad (4.9)$$

4. 対称項と8重項:

$$\frac{C_{qq}[6]}{C_{q\bar{q}}[8]} = 2 \quad (4.10)$$

これらの温度依存性は、図 12、13、14、15 に示されてある。なおこれらのグラフでは横軸は R/a であるために、 $R/a < 1/T = N_t$ が短距離領域をなっている。初めに最も温度の高い図 15 によると、短距離 (摂動論的領域) においては以上で定義された比に一致することが分かる。 T_c に接近した場合においても、関係 1 以外は、短距離において予想される比に一致する様子がみてとれる。関係 1 のみ、温度が下がるにつれて、 $R/a = 6$ 付近においては、一致するがそれより短距離領域になると再び予想された値とはずれてしまう。それは T_c に接近するにつれて顕著になっている。またわずかではあるが、関係 2 についても同様な兆候がみられる。このことは、相転移点に接近するにつれて、引力に係わるポテンシャルの短距離部分が質的な変化を引き起こす為であろうと予想される。その兆候は図 8 においても見つけることができる。

4.4 ポテンシャルのゲージ依存性とランジュバン間隔依存性

$q\bar{q}$ と qq のゲージ依存部分についてのゲージ依存性を調べる。ゲージ因子はこの報告では、 $\alpha = 0.8, 0.9, 1.0, 1.1$ と変化をさせて計算を実行した。図 16 と 17 に見られるように、この範囲内でゲージ依存性は小さいこと

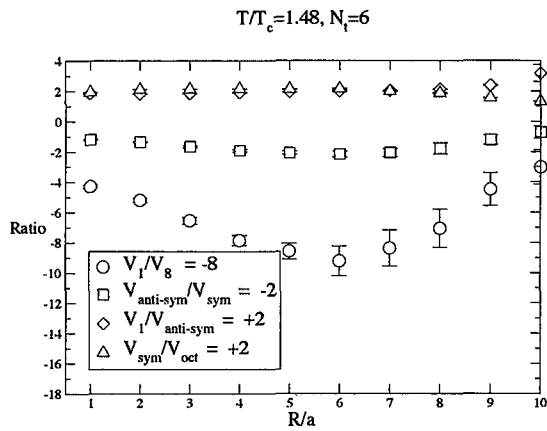


図 12: $T/T_c = 1.48(N_t = 6)$

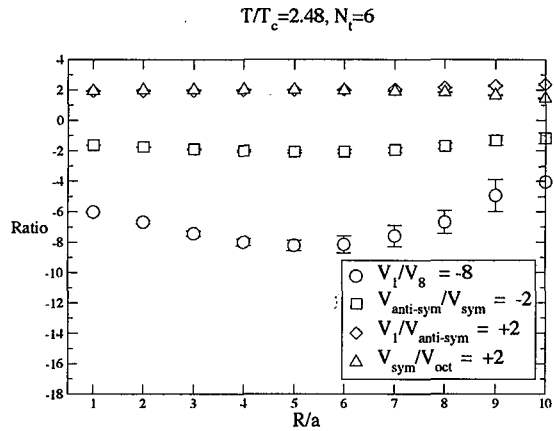


図 13: $T/T_c = 2.48(N_t = 6)$

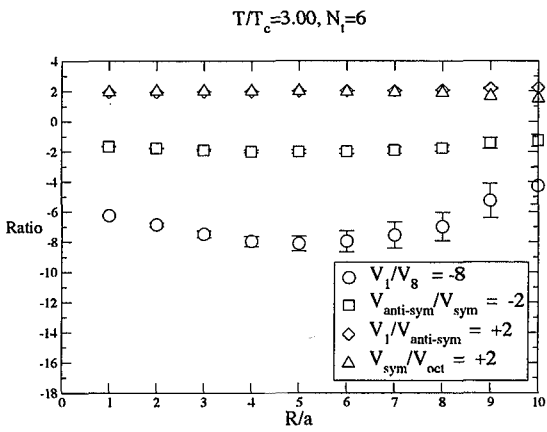


図 14: $T/T_c = 3.00(N_t = 6)$

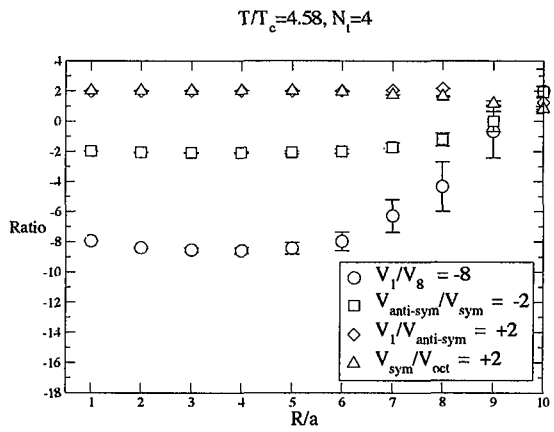


図 15: $T/T_c = 4.58(N_t = 4)$

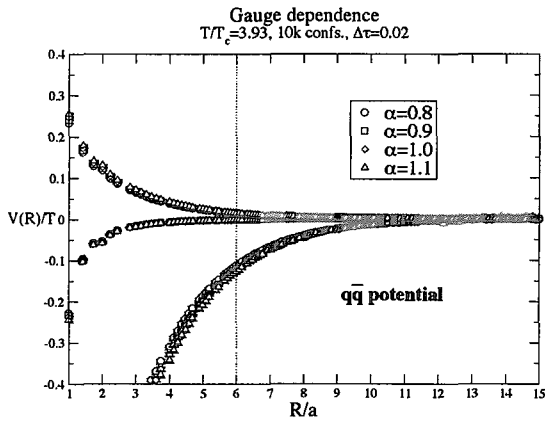


図 16: $q\bar{q}$ ポテンシャルのゲージ依存性

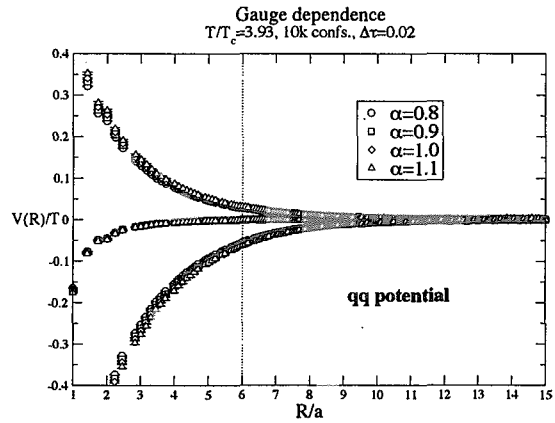


図 17: qq ポテンシャルのゲージ依存性

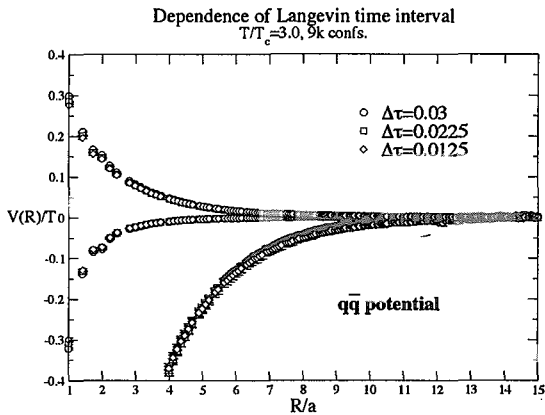


図 18: $q\bar{q}$ ポテンシャルの $\Delta\tau$ 依存性

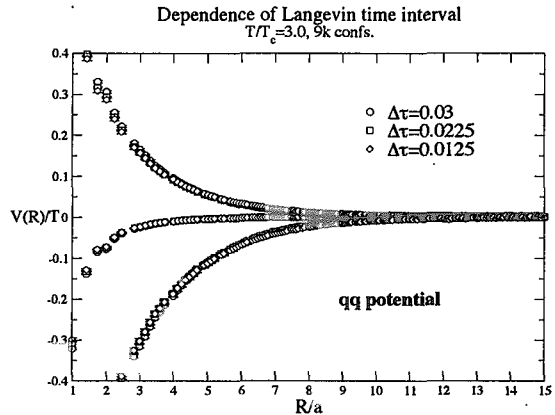


図 19: qq ポテンシャルの $\Delta\tau$ 依存性

がわかる。ここで重要なことは、ゲージ因子を変化させても同じようにポテンシャルの振舞いが得られるということである。

また、確率過程量子化法の特徴である、ランジュバン間隔 $\Delta\tau$ の依存性を確認しなくてはならない。図 18 と 19 によると依存性は小さく、幾つかの $\Delta\tau$ においても、同じようにポテンシャルが得られることがわかる。

4.5 ポテンシャルからの電場質量の導出

ここでは、最低次での摂動計算の結果をもとに、次のような関数を仮定し、ポテンシャルから電場質量の導出を試みる。

$$\frac{V_i(R)}{T} = C_i(R) \frac{\exp(-m_e R)}{R} + Y_i(R), \quad (4.11)$$

ここで、指標 "i" は、 $q\bar{q}$ と qq についてそれぞれ、1 重項、8 重項、対称項、非対称項とする。この関数は 1 グルーオン交換により生じるポテンシャルとみなせる。また、色平均項については、

$$\frac{V_c(R)}{T} = C_c(R) \frac{\exp(-2m_e R)}{R^2} + Y_c(R). \quad (4.12)$$

と仮定する。これは 2 グルーオン交換力とみなせる。

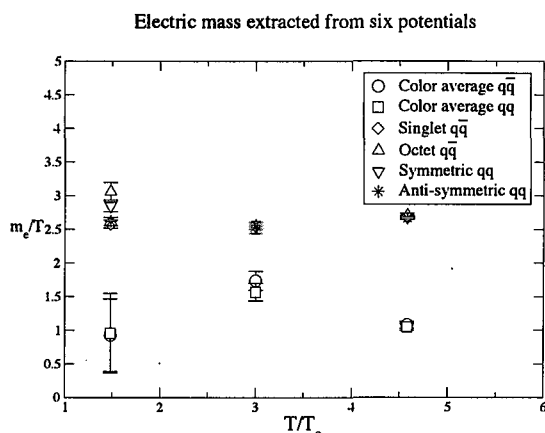


図 20: さまざまなポテンシャルからの電場質量

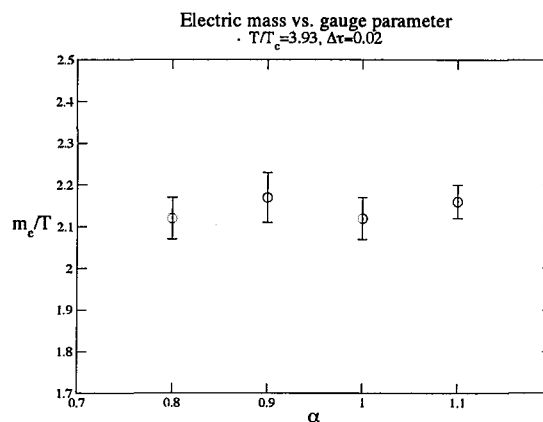


図 21: 1 重項ポテンシャルからの電場質量のゲージ依存性

これらのフィッティングに際しては、すべて $\chi^2/ndf \sim O(1)$ であり、 $Y_i(R)$ の値も十分に零になっている。また使用するデータは、すべて長距離領域 $z \geq 1/T = N_t$ のデータを用いる。今回の報告では、 $\Delta\tau$ の依存性は小さいものとみなして、 $\Delta\tau = 0.03$ でのデータからの電場質量の導出をし、それをグラフにしたものが、図 20 である。1 グルーオン交換ポテンシャルを元にした、1 重項、8 重項、対称項、非対称項に関しては、相転移点に近いデータについてはばらつきがみられるが、高温においては、導出された電場質量は同じ値を持つことがわかる。一方で、2 グルーオン交換を元にした色平均ポテンシャルにより求めたものは、それらとは大きく異なる結果となっている。

図 21 においては、1 重項ポテンシャルから求めた電場質量のゲージ依存性を示しており、そのゲージ依存性は小さいことがわかる。

最期に $\Delta\tau = 0.03$ において、1 重項ポテンシャルから求めた電場質量を、先のグルーオン伝播関数からのデータと比較する。図 22 によると、大変良く一致していることがわかる。しかしながら、同時に色平均ポテンシャルから導出された電場質量を考えると、まったく一致しないであろうことが予想される。このような矛盾した結果がでてくるのは、今回使ったポテンシャルのフィッティング関数の選択は摂動論を元にしてしている為である。より適切な関数を定義できるかどうかは明らかな問題ではない。一方で、グルーオン伝播関数の計算においては、その振舞いが、 $G_e(z) \sim e^{-m_e z}$ であるという仮定に基づいている為に、その手順は簡単かつ適切なものである。それゆえ、現段階では、電場質量の値についてはグルーオン伝播関数からの導出を正しいものとするべきである。

5 まとめ

$SU(3)$ グルーオン遮蔽効果の研究をする為に、グルーオン伝播関数と重クォークポテンシャルを $SU(3)$ 格子ゲージシミュレーションにより計算した。特に実験との比較の為に、 $T/T_c = 1 \sim 6$ という温度領域での計算に集中した。

グルーオン伝播関数から求めた電場質量・磁場質量の値は、 $SU(3)$ 格子計算での初めての信頼できるものとなっている。磁場質量は有限の値を持ち、 T_c 近傍を除いては、常に、電場質量のほうが磁場質量よりも大きくなっている。しかし T_c 近傍においては、電場質量は急速に減少し、一方磁場質量は急速に増加する傾向が見てとれた (いずれも温度にくらべて)。また、 $m_e \sim gT$ と $m_m \sim g^2 T$ といった振舞いでフィットすることができた。また硬熱再加算法との比較も行い、1 次の摂動論の場合に比べて、非摂動的な数値

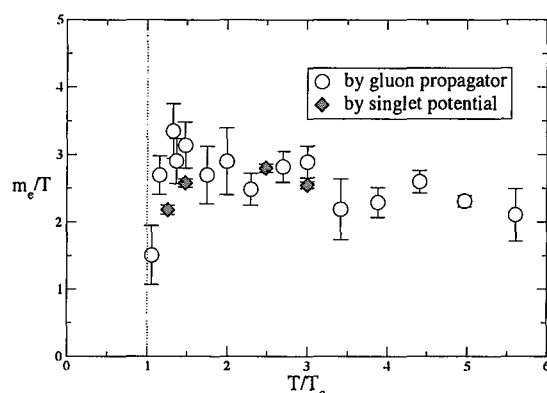


図 22: グルーオン伝播関数から求めた電場質量と 1 重項ポテンシャルからの電場質量の比較

計算の値に大きく近づくこともみてとれた。

ゲージに依存するグルーオン伝播関数から求めた遮蔽質量のゲージ依存性の確認も行い、電場・磁場遮蔽質量ともにゲージ不変であることがみてとれた。とくに磁場質量についてはそもそも摂動論で定義ができないので、そのゲージ依存性の確認は特に重要である。

またグルーオンの伝播関数の振舞いを直接計算したので、閉じ込め相と非閉じ込め相でのグルーオンの定性的な違いをみてとることができた。非閉じ込め相においては、グルーオンは有限の質量を持つ粒子のように振舞うが、閉じ込め相では、より重い、ときには、無限大の質量を持つかのように振舞うことがみてとれた。さらに、非閉じ込め相における磁場グルーオン伝播関数には短距離領域において奇妙な振舞いがみられた。短距離領域においては、非閉じ込め相においても、磁場伝播関数は、閉じ込められているかのような振舞いを引き起こす。これは、摂動論における磁場部分の定義の困難さや、高温においてもウィルソンループは閉じ込め的な振舞いを示すといった事実との関連性を示しているのかもしれない。

$q\bar{q}$ と qq について 6 種類の重クォークポテンシャルの振舞いの計算をした。それらは、定性的には予想される振舞いと一致した。つまり、1 重項と反対称項は引力を示し、また 8 重項と対称項は斥力となっている。さらに、それらを合わせた色平均ポテンシャルは引力となっている。これらのポテンシャルの力関係については、相転移近傍を除いては、矛盾のない結果となっている。

重クォークポテンシャルから摂動論を元にした関数を仮定し電場質量の導出を試みた。1 重項、8 重項、対称項、非対称項から得た電場質量はお互いに一致する値を示している。またこれらの値はグルーオン伝播関数から求めた値とも一致する。しかしながら色平均項から求めた電場質量の値は、前者のものと比べて違った値となる。このような矛盾する結果がでるのは、摂動論との比較をしている為であり、今回の研究でのフィットが適切であるかどうかは明らかではない。電場質量の値としては、グルーオン伝播関数から求めた値を正しいものとするべきである。

本研究においては、ゲージに依存する物理量の計算を行った。一般に格子ゲージ理論においてゲージ固定を必要とするシミュレーションは時間の掛かる大変難しい作業となる。またプリボフコピーという問題もある。今回我々はこの困難さを減少させるために、量子化の方法としては、確率過程ゲージ固定法を用いた。これは、普段よく使われるモンテカルロ法による経路積分法を用いた量子化法に比べ、ゲージ依存量の計算に向いているものである。その結果、効果的な研究が可能となった。

本報告での内容は、グルーオン伝播関数の計算については文献 [15] に基づいており、また、より詳しい情報、もしくは重クォークポテンシャルの研究についてのまとめは現在準備中である [16, 17]。

謝辞

全ての計算は、大阪大学サイバーメディアセンターおよび核物理センターのSX5を中心に行われた。大阪大学市立大学 牲川章氏、広島大学 稲垣知宏氏に有益な議論をして頂いた。本研究は科学研究費(12554008、13135016)の補助を受けている。

参考文献

- [1] X.N. Wang, Phys. Lett. B **485**, 157 (2000).
- [2] M. Le Bellac, *Thermal Field Theory* (Cambridge monographs on mathematical physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1996).
- [3] A.D. Lindé, Phys. Lett. B **96**, 289 (1980).
- [4] U.M.Heller, F.Karsch and J.Rank, Phys. Lett. B **355**(1995),511.
- [5] K.Kajantie, M.Lanie, K.Rummukainen and M.Shaposhnikov, Nucl. Phys. B **503**,357(1997).
- [6] V.N.Gribov, Nucl. Phys. B **139**(1978),1.
- [7] A.Nakamura and S.Sakai, Prog. Theo. Phys. Suppl. No.131,1998.
- [8] D.Zwanziger, Nucl. Phys. B **192**(1981), 259, E.Seiler, I.O.Stamatescu and D.Zwanziger, Nucl. Phys. B **239**(1984), 177,201.
- [9] A.Nakamura and M.Mizutani, *Vistas in Astronomy* (Pergamon Press, 1993), vol.37 p.305, M.Mizutani and A.Nakamura, Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.)**34**(1994),253.
- [10] A.Nakamura and M.Plewnia, Phys. Lett. B **255**(1991),274.
- [11] K.Akemi, et al., Phys. Rev. Lett. **72**(1993),3063; C.R.Allton, hep-lat/9610016.
- [12] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, E. Laermann, C. Legeland, M. Lütgemeier and B. Petersson, Phys. Rev. Lett. **75**, 4169 (1995).
- [13] S. Nadkarni, Phys. Rev. D **33**, 3738 (1986) ; Phys. Rev. D **34**, 3904 (1986).
- [14] N. Attig, F. Karsch, B. Petersson, H. Satz and M. Wolff, Phys. Lett. B **209**, 65 (1988); M. Gao, Phys. Rev. D **41**, 636 (1990); O. Kaczmarek, F. Karsch, E. Laermann and M. Lütgemeier, Phys. Rev. D **62** 034021 (2000).
- [15] A. Nakamura, I. Pushkina, T. Saito and S. Sakai, Phys. Lett. B **549**, 133 (2002).
- [16] A. Nakamura, T. Saito and S. Sakai, in preparation.
- [17] A. Nakamura, T. Saito and S. Sakai, in preparation.



32. Hadronic Spectral Functions below and above the QCD Phase Transition

Masayuki Asakawa

Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606-8502 Japan

QCD 相転移より上および下におけるハドロンスペクトル関数

浅川 正之

京都大学理学研究科

Abstract

We extract the spectral functions in the scalar, pseudo-scalar, vector, and axial-vector channels above the deconfinement phase transition temperature (T_c) using the maximum entropy method (MEM). We use anisotropic lattices, $32^3 \times 32$, 40, 46, 54, 72, 80, and 96 (corresponding to $T = 2.3T_c \rightarrow 0.8T_c$), with the renormalized anisotropy $\xi = 4.0$ to have enough temporal data points to carry out the MEM analysis. Our result suggests that the spectral functions continue to possess non-trivial structures even above T_c and in addition that there is a qualitative change in the state of the deconfined matter between $1.5T_c$ and $2T_c$.

1. INTRODUCTION

The spectral functions (SPFs) of hadronic operators play an important role in QCD. The modification of hadrons, which has been suggested, for example, by the dilepton production enhancement in high energy nuclear collisions observed at CERN SPS, can be formulated in terms of SPFs. Although there have been numerous theoretical attempts to understand the modification of SPFs at finite temperature and/or density [1], the exact nature of the hadronic modes in matter is not understood well.

Recently, the maximum entropy method (MEM) has been used to extract SPFs from lattice QCD data for the first time by a group including the present author [2,3]. The Euclidean 2-point functions in the temporal direction and the associated SPFs are related by the Laplace transform. On the lattice, only a finite number of data points with statistical noise are available in the temporal direction. Therefore, direct Laplace inversion from lattice data to SPF is an ill-posed problem. MEM is a method to evade such difficulty on the basis of the Bayes' theorem in the theory of statistical inference [3].

2. HOW MANY DATA POINTS ARE NECESSARY FOR MEM ?

As we have discussed in detail in [3], the result of MEM depends strongly on the number of temporal data points. The more data points are used, the closer the MEM result is to the true SPF. Moreover, there is the minimum number of data points N to perform the reliable MEM analysis.

In order to find this minimum N at $T = 0$ on the lattice, we have carried out the following analysis [4]. First we calculated hadronic correlators with the quenched approximation on an isotropic $40^3 \times 30$ lattice at $\beta = 6.47$ [4,5]. The number of gauge configurations is 160. Then, MEM analysis has been done for the vector channel by using N data points (at $\tau = 2, \dots, N/2+1$ and $31 - N/2, \dots, 30$) out of the total 30 data points. The result is shown in Fig. 1. The figure clearly shows that, SPF changes considerably as N and that at least about 30 data points are necessary for the convergence of the result. This minimum N would depend on β , and on whether one employs anisotropic lattices, improved actions, and so on. Nevertheless, we use this number as a practical guide in the following.

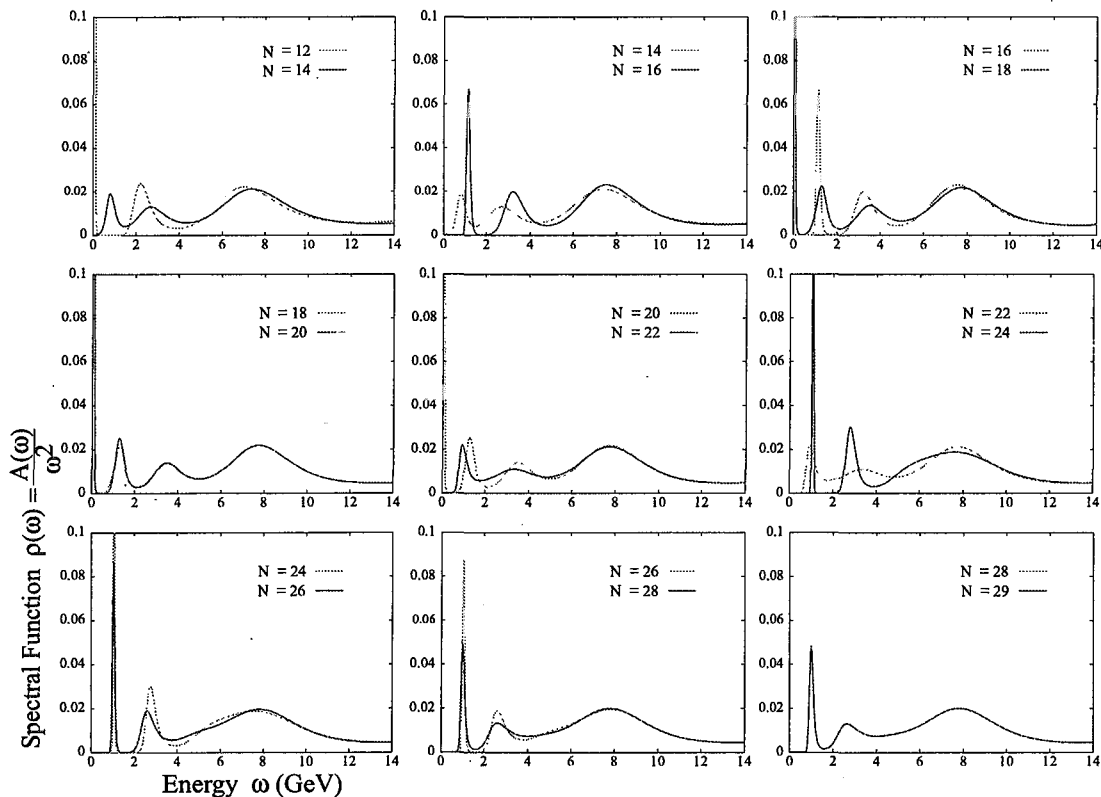


Figure 1. MEM results in the vector channel with 10 different N 's.

3. ANISOTROPIC LATTICE AT $T \neq 0$

At finite temperature (T), because of the relation $T = 1/N_\tau a_\tau$ (N_τ and a_τ being the temporal lattice size and spacing, respectively), less and less data points are available as T increases if a_τ is fixed. Requiring that $N_\tau > 30$ holds even at the highest T , e.g. $2.5T_c$, we are inevitably led to use an anisotropic lattice.

We have used the bare anisotropy $\xi_0 = 3.5$ and $\beta = 7.0$ with the naive plaquette action. For the quark part, the standard Wilson action with the quenched approximation is used. The corresponding renormalized anisotropy is $\xi = 4.0$ [6] and the lattice spacing is $a_\tau = a_\sigma/4 = 9.75 \times 10^{-3}$ fm. Simulations are done on $32^3 \times N_\tau$ lattices with $N_\tau = 32, 40, 46, 54, 72, 80,$ and 96 . This corresponds to $T \simeq 2.3T_c, 1.9T_c, 1.6T_c, 1.4T_c, 1.04T_c, 0.93T_c,$ and $0.78T_c$, respectively. More than 100 configurations are generated for each N_τ . The details of the lattice parameters used in the calculation will be given in [4].

We have studied 2-point correlation functions in the scalar (S), pseudo-scalar (PS), vector (V), and axial-vector (AV) channels. The default models, motivated by perturbative QCD, in each channel are $m = 0.60, 1.15, 0.40,$ and 0.35 , respectively. The lattice data points used in our MEM analysis are $\tau = 5, \dots, 21$ and $N_\tau - 19, \dots, N_\tau - 3$ for $N_\tau = 54, 72, 80,$ and 96 . For $N_\tau = 32$ and 40 , $\tau = 5, \dots, N_\tau - 3$ are used. When the source and sink are closer than ξa_τ in the temporal direction, artifact could arise due to unphysical modes at $\omega \geq \pi/\xi a_\tau$. Therefore, we leave out the data points near the edges, i.e., $\tau = 1, \dots, 4$ and $N_\tau - 2, \dots, N_\tau$.

The number of lattice data points used in the MEM analysis is fixed almost the same at each N_τ except at $N_\tau = 32$ to keep the resolution in the MEM analysis unchanged. The rest of the MEM procedures such as the averaging over α are basically the same as described in [3] and will be presented in detail in [4].

Fig. 2 shows the Polyakov loop susceptibility χ_L at each N_τ . It has a peak around $N_\tau = 72$, which corresponds to $T_c = 281$ MeV, and is comparable to the real value 271 ± 2 MeV. In the following, we use the number $T_c = 271$ MeV.

4. RESULTS OF MEM

In Fig. 3, we show the results of the MEM analysis for SPF $\rho(\omega)$ in the S, PS, V, and AV channels on $32^3 \times 54$ lattice ($T \simeq 1.4T_c$). In this calculation, we have used the hopping parameter corresponding to $m_\pi/m_\rho \simeq 0.7$ at $T = 0$.

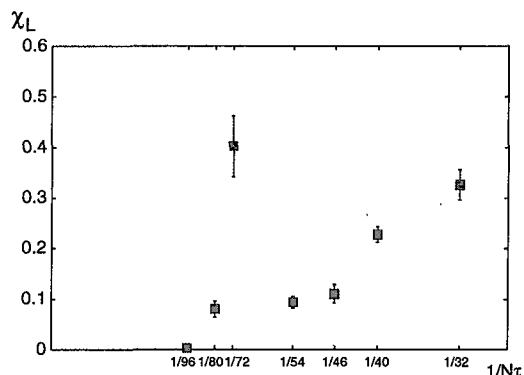


Figure 2: Polyakov loop susceptibility as a function of N_τ .

If the quark-gluon plasma is such an object as described as a free gas of massive quarks, anti-quarks and gluons, $\rho(\omega)$ would show a flat behavior with a smooth rise from zero above the $q\bar{q}$ threshold as a function of ω . To the contrary, Fig. 3 shows that SPFs possess nontrivial structures even above T_c in all four channels. There are a sharp peak at about $\omega = 2$ GeV and two bumps above the peak. Also SPFs in all channels almost degenerate, which shows a strong signature of the restoration of chiral symmetry.

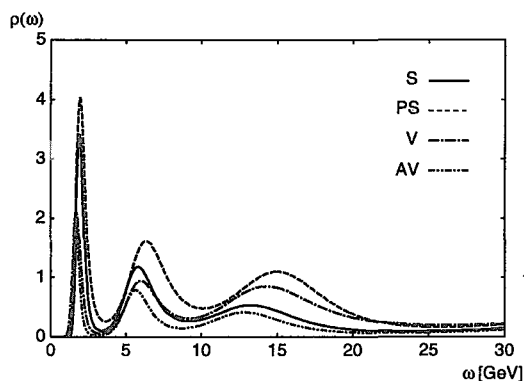


Figure 3. Spectral Functions for $N_\tau = 54$ ($T \simeq 1.4T_c$).

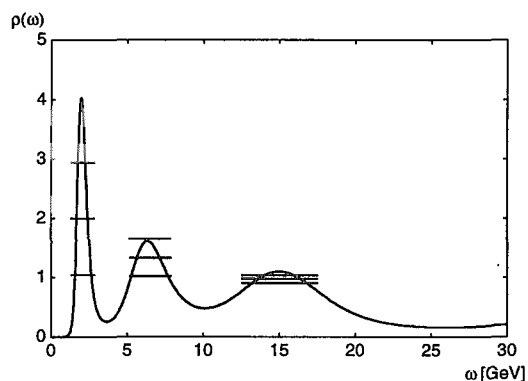


Figure 4. Spectral Function for the PS channel at $N_\tau = 54$ ($T \simeq 1.4T_c$) with error attached.

We have also carried out an error analysis for the PS channel SPF. The result is shown in Fig. 4. The horizontal position and length of the bars in Fig. 4 indicate the frequency region over which the SPF is averaged, while the vertical height of the bars denotes the uncertainty in the averaged value of the SPF in the interval. Fig. 4 tells us that the peak and bump structures are indeed statistically significant. We have also found that the suppression of SPFs below $\omega = 2$ GeV is statistically significant. We have used N_τ twice as large as that employed in [7]. As shown in Sec.2, this is necessary for reliable MEM analysis.

In Fig. 5, we show the results at $N_\tau = 40$, i.e., $T \simeq 1.9T_c$. There is an apparent peak around $\omega = 0$. A possible explanation of the peak is the effect of Landau damping [8]. However, this peak is, at the moment, not statistically significant yet. The peaks around $\omega \simeq 4.5$ GeV are significantly broader than those around 2 GeV at $T \simeq 1.9T_c$. We have found that the broadening is indeed statistically significant. SPFs in the case of $N_\tau = 32$ ($T \simeq 2.3T_c$) have similar structures as those at $T \simeq 1.9T_c$ except

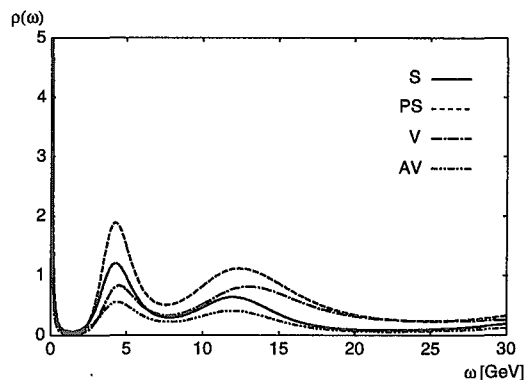


Figure 5: Spectral Functions for $N_\tau = 40$ ($T \simeq 1.9T_c$).

the shift of the peak positions. This suggests a possibility of a qualitative change in the state of the deconfined phase between $1.5T_c$ and $2T_c$.

Acknowledgement This work was supported in part by the Grants-in-Aid by Ministry of Education (No. 12640263, No. 12640296, and No. 14540255). Lattice calculations have been carried out with the CP-PACS computer under the "Large-scale Numerical Simulation Program" of Center for Computational Physics, University of Tsukuba.

REFERENCES

1. For example, S. H. Lee and T. Hatsuda, Phys. Rev. **C46** (1992) R34; M. Asakawa et al., Phys. Rev. **C46** (1992) R1159; R. Rapp and J. Wambach, Adv. Nucl. Phys. **25** (2000) 1.
2. Y. Nakahara, M. Asakawa, and T. Hatsuda, Phys. Rev. D **60** (1999) 091503.
3. M. Asakawa, T. Hatsuda, and Y. Nakahara, Prog. Part. Nucl. Phys. **46** (2001) 459.
4. M. Asakawa and T. Hatsuda, in preparation.
5. S. Aoki et al., Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 238.
6. J. Engels, F. Karsch, and T. Scheideler, Nucl. Phys. **B564** (2000) 303.
7. F. Karsch et al., Phys. Lett. **B530** (2002) 147.
8. T. Hatsuda, Y. Koike, and S. H. Lee, Nucl. Phys. **B394** (1993) 221.



33. Finite spatial-volume effect for π -N sigma term in lattice QCD

M. Fukushima¹, S. Chiba¹, T. Tanigawa¹ and T. Hatsuda²

¹ *Advance Science Research Center, Japan Atomic Energy Research Institute, Ibaraki 319-1195, Japan,*

² *Department of Physics, University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan*

(Received May 1, 2002)

We report on a finite spatial-volume effect for the pion-nucleon sigma term $\sigma_{\pi N}$ for quenched Wilson fermion on $8^3 \times 20$ and $16^3 \times 20$ lattices at $\beta = 5.7$ with the spatial lattice size of $La \sim 1.12\text{fm}$ and $La \sim 2.24\text{fm}$, respectively. It is found that the spatial size dependence of the connected part of $\sigma_{\pi N}^{con}$ is significant small. We observed the magnitude of finite size effect for the disconnected part of $\sigma_{\pi N}^{dis}$ is much larger than for the connected one and an almost drastic decrease of $\sigma_{\pi N}^{dis}$ amounting to 50% between $La \sim 2.24\text{fm}$ to the smaller lattice size of $La \sim 1.12\text{fm}$.

§1. Introduction

The π -N sigma term is defined as nucleon matrix element of the up and down quark mass terms,

$$\sigma_{\pi N} = \frac{m_u + m_d}{2} \left(\langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle_{con} + \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle_{disc} \right), \quad (1.1)$$

which is a measure of the explicit chiral symmetry breaking in the baryon sector like the pion mass in the meson sector. Here, m_u and m_d are u- and d- current quark masses, respectively. The first term is the connected diagram contribution of Fig.1(a) and the second term the disconnected one of Fig.1(b). The determination of the experimental value of $\sigma_{\pi N}$ is by no means straightforward as it requires quite a bit of theoretical input. A careful analysis of the extrapolation procedures has been performed by means of dispersion relations and chiral perturbation theory. The dispersion analysis gives $\sigma_{\pi N} \simeq 45\text{MeV}$. On the other hand, lattice QCD provides a more direct and more satisfactory route for estimation of the π -N sigma term matrix element. Early lattice QCD simulations based on the quenched level found the values of $\sigma_{\pi N}$ in the 40 to 60 MeV range.¹⁾⁻⁴⁾

$$R(T) \equiv \frac{\langle N(T) | \bar{q}q(x,t) | N(0) \rangle}{\langle N(T) | \bar{q}q(x,t) | N(0) \rangle} \quad (a)$$

$$R(T) \equiv \frac{\langle N(T) | \bar{q}q(x,t) | N(0) \rangle}{\langle N(T) | \bar{q}q(x,t) | N(0) \rangle} \quad (b)$$

Fig. 1. Connected (a) and disconnected (b) part of the scalar density matrix element of nucleon

In the calculation of $\sigma_{\pi N}$ the most fundamental systematic errors arise from finite extent of the lattice and from finite lattice spacing. Therefore, in this work we concentrate ourselves study of the spatial-volume effect both for the connected and disconnected sigma term of Fig.1(a) and (b). To extract the nucleon matrix element of the scalar density $S = \bar{u}u + \bar{d}d$, we calculate the ratio of the three-point function of nucleon and scalar density to the nucleon two-point function, each projected onto the zero momentum state,

$$R(t) = \frac{\langle \bar{N}(t) | \sum_{t'=0} S(t') | N(0) \rangle_{con}}{\langle \bar{N}(t) | N(0) \rangle} \longrightarrow \text{const.} + Z_s^{-1} \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle_{con} t \quad (1.2)$$

Here, $|N(t)\rangle = \varepsilon_{abc}(q_a^T C \gamma_5 q_b) q_c$ is the nucleon interpolating field operators and Z_s is tadpole-improved renormalization factor. For the proton, $|P\rangle = |uud\rangle = \varepsilon_{abc}(u_a^T C \gamma_5 d_b) u_c$. The connected part of Fig.1(a) can be calculated by the conventional point source method.⁵⁾ On the other hand, evaluation of the disconnected amplitude of quark loops would require a prohibitively large number of quark matrix inversions by the point source method.⁵⁾ Thus, we use a wall source method without gauge fixing, applied successfully for previous $\sigma_{\pi N}$ simulation by Fukugita, et al.²⁾ Following previous work,²⁾ we prepare a quark propagator evaluated with unit source at every space-time site except for the $t = 0$ time slice without gauge fixing, $G(\mathbf{n}', \mathbf{t}') = \sum_{(\mathbf{n}'', \mathbf{t}'' \neq 0)} \mathbf{G}(\mathbf{n}', \mathbf{t}'; \mathbf{n}'', \mathbf{t}'')$. The product of the nucleon propagator and $\sum_{(\mathbf{n}', \mathbf{t}' \neq 0)} Tr[G(\mathbf{n}', \mathbf{t}')] equals the disconnected part to gauge invariant nonlocal terms which cancel out in the average over gauge configurations.$

We have calculated the sigma term for the Wilson quark action in quenched QCD at $\beta = 5.7$ on a $8^3 \times 20$ and $16^3 \times 20$ lattices for elucidating the finite spatial-volume effect. By using open MILC code,⁶⁾ we analyzed 6000 configurations on $8^3 \times 20$ lattice and 1000 configurations on $16^3 \times 20$ lattice for the hopping parameter $\kappa = 0.160, 0.1630$ and 0.1645 , generated with the single plaquette Wilson action separated by 1000 pseudo-heat bath sweeps. To enhance nucleon signals, each gauge configuration is fixed to the Coulomb gauge on the $t = 0$ time slice. We employ the Dirichlet boundary condition in the temporal direction and the periodic one in the spatial direction for quark propagators. From fits of the meson spectrum both on the our set of gauge configurations, we obtain $\frac{m_u + m_d}{2} = 0.00352(12)$ and $a^{-1} = 1.43\text{GeV}$ on $16^3 \times 20$ lattice and $\frac{m_u + m_d}{2} = 0.00350(15)$ and $a^{-1} = 1.44\text{GeV}$ on $8^3 \times 20$ lattice using $m_\pi = 140\text{MeV}$ and $m_\rho = 770\text{MeV}$.

Figures 2(a) show ratios $R^{\bar{u}u}(t)$ for the connected nucleon matrix element of scalar density $S = \bar{u}u$ on $8^3 \times 20$ lattice for case of $\kappa = 0.160$ (a-i) and 0.1630 (a-ii), and figures 2(b) on $16^3 \times 20$ lattice for $\kappa = 0.160$ (b-i) and $\kappa = 0.160$ (b-ii). As for the scalar density of $S = \bar{d}d$, the ratios $R^{\bar{d}d}(t)$ are plotted in figures 3. As shown in figures 2 and 3, all ratios for the connected parts of sigma term exhibit clear linear increase with very small errors. Here, errors are estimated by the single elimination jackknife procedure. Since in this work we consider proton as nucleon state $|P\rangle = |uud\rangle$, the slope of $R^{\bar{u}u}(t)$ is about twice larger than the corresponding one of $R^{\bar{d}d}(t)$. As for the disconnected contribution of $\sigma_{\pi N}$, figures 4(a) show results on the $8^3 \times 20$ and figure 4(b) on $16^3 \times 20$. The errors to the disconnected data are

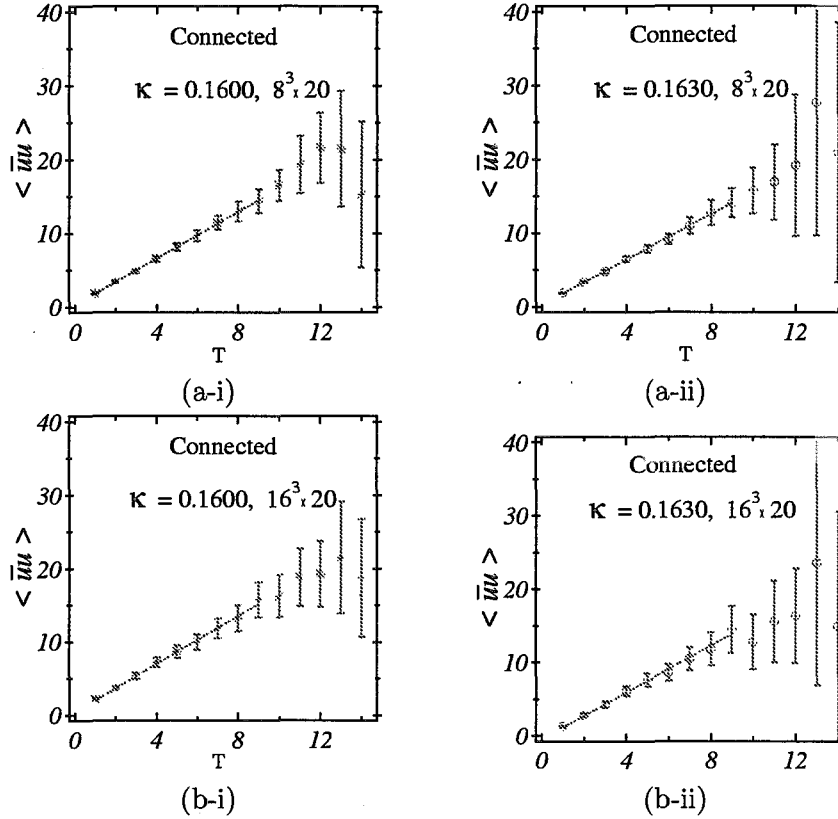


Fig. 2. The ratio $R(t)_{con}^{\bar{u}u}$ of the connected three-point function of nucleon and scalar density $\bar{u}u$ to the nucleon two-point function for $\kappa = 0.160$ (a-i) and $\kappa = 0.1630$ (a-ii) on $8^3 \times 20$, and for $\kappa = 0.160$ (b-i) and $\kappa = 0.1630$ (b-ii) on $16^3 \times 20$.

significantly larger compared with those to the connected one.

We present the connected and disconnected matrix element in Fig.5(a) and (b) as functions of the bare quark mass $m_q = (1/\kappa - 1/\kappa_c)$ using $\kappa_c =$. Here, the fits of the mesons spectrum provide $\kappa_c = 0.1691$ and $\kappa_c = 0.1692$ on $8^3 \times 20$ and $16^3 \times 20$, respectively. On the larger lattice of $16^3 \times 20$, the disconnected part is twice as larger as the connected one and increases linearly toward small bare quark mass. As for the smaller lattice of $8^3 \times 20$, both the disconnected and connected part remains constant as a function of bare quark mass and therefore, these value is almost same at the chiral limit. Finally, we show the sigma term $\sigma_{\pi N}$ in Fig.6 as function of the spatial lattice size N_s . Here, open marks are those of Ref.²⁾ The spatial size dependence of the connected part of $\sigma_{\pi N}^{con}$ is significant small, the magnitude of finite size effect for the disconnected part of $\sigma_{\pi N}^{dis}$ is much larger than for the connected one. We found that the disconnected contribution suffers from a significant finite spatial-volume on 8^3 lattice at this β .

To summarize, we have calculated the π -N sigma term $\sigma_{\pi N}$ on the $8^3 \times 20$ and $16^3 \times 20$ lattice at $\beta = 5.7$ using the quenched Wilson fermion. Although the spatial size dependence of the connected part of $\sigma_{\pi N}^{con}$ is significant small, the magnitude

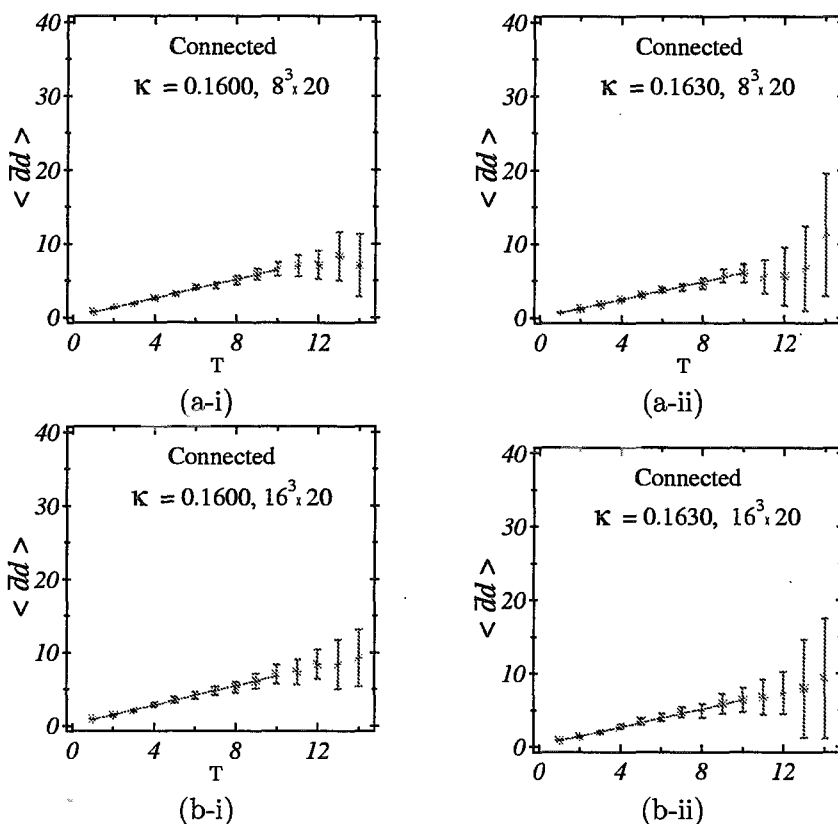


Fig. 3. The ratio $R(t)_{con}^{\bar{d}d}$ of the connected three-point function of nucleon and scalar density $\bar{d}d$ to the nucleon two-point function for $\kappa = 0.160$ (a-i) and $\kappa = 0.1630$ (a-ii) on $8^3 \times 20$, and for $\kappa = 0.160$ (b-i) and $\kappa = 0.1630$ (b-ii) on $16^3 \times 20$.

of finite size effect for the disconnected part of $\sigma_{\pi N}^{dis}$ is much larger than for the connected one. We have observed an almost drastic decrease of our data amounting to 50% between $La \sim 2.24\text{fm}$ to the smaller lattice size of $La \sim 1.12\text{fm}$.

This numerical computation was made on parallel computer systems "Helios" of Tandem (JAERI) and "Tiger50" of Research group for hadron science (JAERI).

References

- 1) R. Altmeyer, M. Gockeler, R. Horsley, E. Laermann and G. Schierholz, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **34**, 376 (1994).
- 2) M. Fukugita, Y. Kuramashi, M. Okawa and A. Ukawa, Phys. Rev. D **51**, 5319 (1995)
- 3) S. J. Dong and K. F. Liu, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **42**, 322 (1995).
- 4) S. Gusken *et al.*, Phys. Rev. D **59**, 054504 (1999)
- 5) G. W. Kilcup, S. R. Sharpe, R. Gupta, G. Guralnik, A. Patel and T. Warnock, Phys. Lett. B **164**, 347 (1985).
- 6) The MILC code ver.5 <http://www.physics.utah.edu/detar/milc>

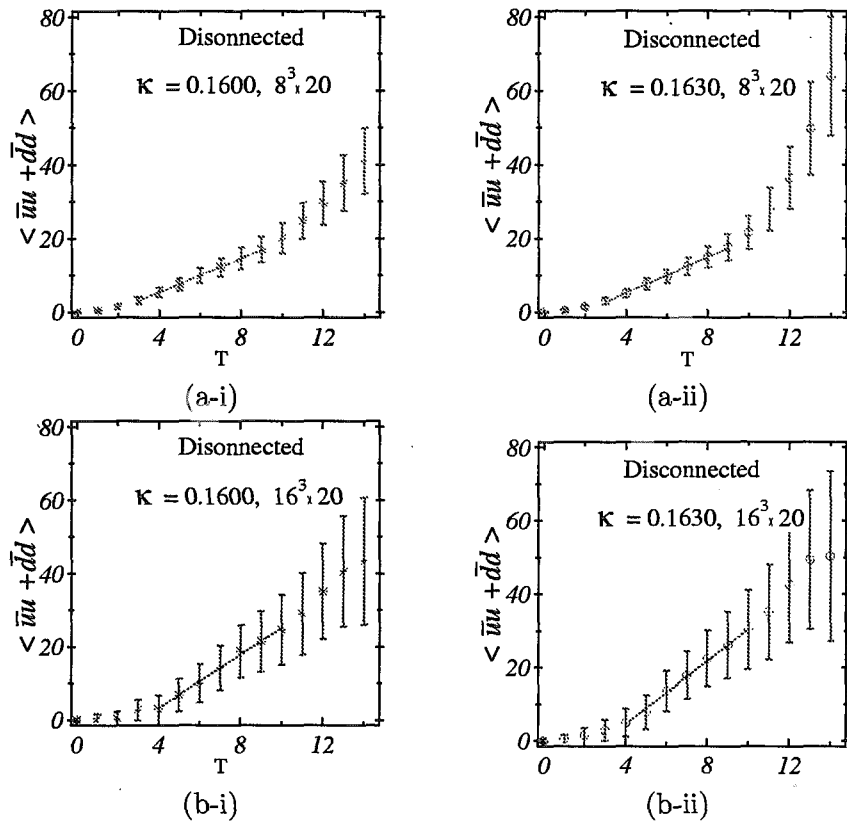


Fig. 4. The ratio $R(t) \frac{\bar{u}u + \bar{d}d}{con}$ of the disconnected three-point function of nucleon and scalar density $\bar{u}u + \bar{d}d$ to the nucleon two-point function for $\kappa = 0.160$ (a-i) and $\kappa = 0.1630$ (a-ii) on $8^3 \times 20$, and for $\kappa = 0.160$ (b-i) and $\kappa = 0.1630$ (b-ii) on $16^3 \times 20$.

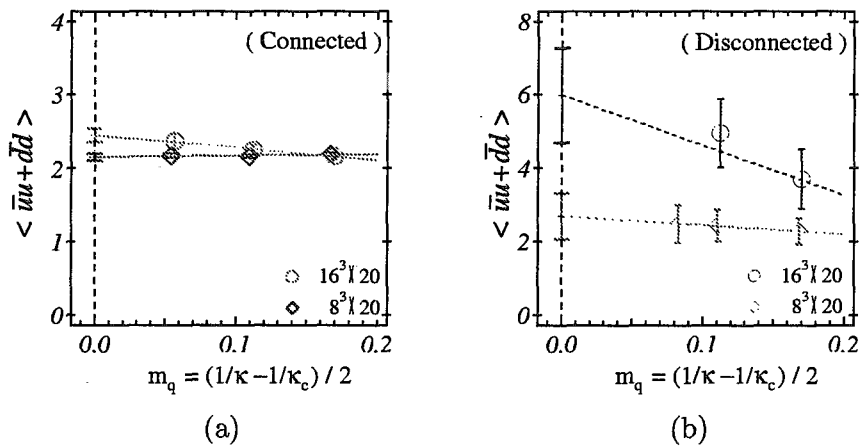


Fig. 5. The chiral extrapolation of nucleon matrix element of scalar density both for connected and disconnected contributions.

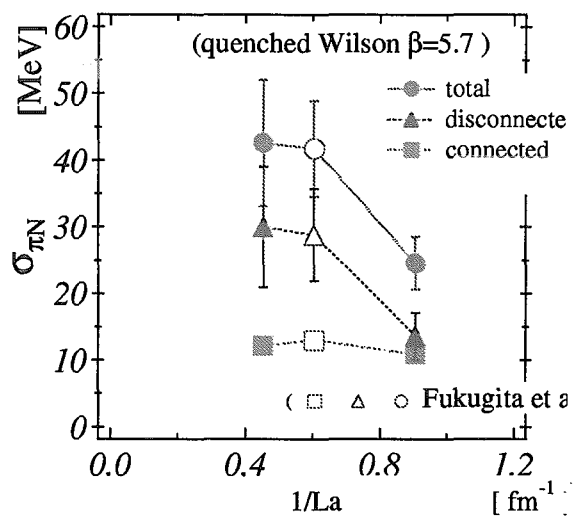


Fig. 6. The spatial-volume effect for $\sigma_{\pi N}$. Solid marks are our data on $8^3 \times 20$ and $16^3 \times 20$. Open ones are those of Ref.²⁾

34. 極限ハドロン科学研究グループの終了と次期プロジェクトについて Termination of the "Research Group for Hadron Science" and Outline of the Next Project "Research Group for Manybody Theory of Hadron Systems"

千葉 敏、丸山 敏毅

Satoshi Chiba and Toshiki Maruyama

日本原子力研究所 先端基礎研究センター

Advanced Science Research Center, Japan Atomic Energy Research Institute

日本原子力研究所・先端基礎研究センター・極限ハドロン科学研究グループは1998年4月以来5年間に亘り、中性子星の構造や進化、QGPをはじめとするハドロンの相転移やフラグメンテーションなど、極限状態にあるハドロン物質についての研究を行って来ました。この間、毎年、『極限条件におけるハドロン科学』研究会を開催し、当該分野の最新成果の発表と情報収集、研究者間の交流のお手伝いをさせていただきました。過去の研究会の報告集は JAERI-Conf 99-008(1999)、JAERI-Conf 2000-011(2000)、JAERI-Conf 2001-012(2001)、JAERI-Conf 2002-011(2002)として発行されています。

第5回目となる今回の研究会の講演内容は、核物質、原子核構造、低エネルギー核反応、重イオン反応、元素合成、中性子星、クォーク物質、カイラル対称性、カラー超伝導、格子QCDと多岐に亘り、33件の発表と討論が活発に行われました。2日目には阿漕ヶ浦倶楽部で懇親会が開かれ、若手研究者を中心に親睦を深めることができました。

本研究会は、ここ2～3年は、極限ハドロンというやや抽象的なキーワードのもと、原子核・ハドロン理論分野の一部の若手～中堅研究者主体のユニークな研究会としてある程度定着してきたと言っても良いと密かに思っています。中性子星の中心部にはクォーク相があると考えられていますし、また最近クォーク星の候補が見つかったという報告があるなど、クォークの物理と中性子星には深い関連があります。中性子過剰核やハイパー核、高エネルギー重イオン衝突も同様の状況です。また、元素合成、特に爆発的要素合成は原始中性子星の周辺やビッグバン直後に起こるため、その環境は極限的なハドロン物質の性質によって決定されると言うことができます。このように一件関連のない様々な現象も『極限ハドロン』というキーワードによって興味深い相関を持つこととなります。本研究会は、このキーワードのあいまいさという特殊性のため、原子核・ハドロン理論の広い範囲の研究者同士の交流と協力関係の構築にある程度の貢献を果たして来たとし、J-PARCで展開されるであろう原子核・ハドロン物理の理論分野の一部の研究者にとって原研に対するバリアが相当低くなったのではないかと期待しています。

残念ながら原研・先端基礎研究センターの規則により、極限ハドロン科学研究グループは本年3月末日を持って解散となったため、このシリーズの研究会は今回が最後となります。

した。しかし、本年度からは新規に発足した多体ハドロン系理論研究グループにおいて、元素合成の原子核・ハドロン物理的側面に重点を置いた研究が開始され、やはり毎年研究会を開催する予定になっています。このグループでは、r-過程やビッグバン元素合成の理解を目指し、核構造、低エネルギー核反応、核データ、ビッグバン、中性子星、超新星爆発などのテーマを中心とした研究会を企画していますが、前グループの研究会を盛り上げてくれた方々の参加もしやすい形での研究会にしたいと考えています。同時に、元素合成は原子力分野の核データと密接に関連する分野であるため、多くの核データ研究者が参加することを期待しています。

r-過程は、その生起するサイトが完全に特定されているとは言えないとはいえ、高温、高中性子束下の環境で原子核に中性子が急速に捕獲され、ほぼ中性子ドリップライン近傍の原子核領域を通してウラン、トリウムより重い元素が生成される過程であることが分かっています。そして、最終的には β 崩壊や β 遅延核分裂等を繰り返し安定核近傍の原子核が生成され、それが太陽系組成として、あるいは大型望遠鏡によって観測されています。

r-過程によって生成される核種の分布を理論的に計算するためには、膨大な量の核データが必要とされます。具体的には原子核質量、励起準位の情報、反応率、 α -、 β -、核分裂崩壊率等です。このうち、反応率については、エネルギーの関数として知られている断面積に速度をかけてMaxwell分布で平均したものが必要とされます。

一方、中性子断面積に関しては、原子力分野で40年以上に渡って精密に整備されてきた経験があります。核種こそ安定核及びその近傍とアクチノイド領域に限られるものの、要求される精度が非常に高く、そのために実験データベースの整備や計算コードの開発、データの積分的検証などの手法が世界的協力の下、精力的に行われて来ました。原子力用のデータでは、熱中性子炉、高速炉、核融合炉などへの適用を可能とするため、エネルギー領域は 10^{-5}eV から 20MeV と広く、天体元素合成で必要とされる領域を完全にカバーしています。また、特定の質量領域に限らず、水素からアクチノイドまでをカバーしています。しかしながら、原子力の今後の展開として重要な高燃焼度化や加速器による核変換処理、加速器駆動のエネルギー増幅器では天然に存在しない原子核、すなわち不安定核に対する断面積が必要とされます。その点で、原子力用データの整備とr-過程用核データの整備には重要な共通点があります。

次期プロジェクトでは、核データ、すなわち原子核工学の研究者と原子核物理、天体物理の研究者を巻き込んだ協力体制を構築して、3000核種とも言われるr-過程に関係する原子核の反応率を、まずは中性子入射反応を中心にして整備する予定です。このために、核データセンター等原研内の他グループ、さらには国立天文台の梶野グループ、早稲田・理研の橘、小浦グループ、東京理科大の尾立グループ、東工大等の実験グループ、九大の緒方グループ、甲南大の実験、理論グループ等と密接な連携の元、元素合成に関連する原子核物理と核データの研究を行っていく予定です。そして、そのデータを用いて元素合成計算を行い、宇宙年代学、星・銀河形成の歴史、宇宙論的パラメータ、BBN等の諸問題につ

いて、独自の研究を展開して行きたいと考えています。同時に、 r 過程の起こるサイトの物理条件を決める原始中性子星の性質やビッグバン等の極限的なハドロンの性質についての解明も行っていく予定です。さらには、その成果を原子力分野に応用する事も重要な目的と考えています。本プロジェクトは、端的に言うと、原子核理論を現実的問題に対して適用して具体的な答えを出し、広く元素合成から応用分野にまで“役に立つ”成果を挙げようというものです。関連する諸先生方には是非ご協力をお願いします。

最後に、五年間に亘る極限ハドロン科学研究グループの活動を支えていただいた多くの方々、特に基礎センターの関係者、研究嘱託の先生方、研究会に参加するという形で極限ハドロングループの活動を盛り上げていただいた方々、その他様々なご支援をいただいた方々にお礼を申し上げますとともに、今後も原研多体ハドロン系理論研究グループに変わりないご支援をいただけるようお願いして本稿の終わりとします。

3/19(水)

9:30~10:20 元素合成 [座長: 千葉 敏 (原研)]

寺澤 真理子 (国立天文台) (25) パリオン過剰 fireball (不発 GRB) による軽元素・重元素の合成
 折戸 学 (国立天文台) (25) 非一様元素合成と第一世代星&宇宙論的相転移の多次元数値実験

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

10:35~11:35 元素合成 [座長: 千葉 敏 (原研)]

大槻 かおり (国立天文台) (25) Universality and the astrophysical site for the r-process
 石塚 知香子 (北大) (25) 超新星爆発における電子捕獲率の重要性
 橘 孝博 (早大) (10) コメント

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 昼食 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

13:00~13:50 元素合成、中性子星 [座長: 丸山 智幸 (日大)]

橘 基 (理研) (25) Neutron star cooling via neutrino emission in color superconducting quark matter
 親松 和浩 (愛知淑徳大) (25) 核物質の状態方程式と中性子星構造

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

14:00~15:15 クォーク物質、カイラル対称性 [座長: 浅川 正之 (京大)]

安井 繁宏 (阪大) (25) ストレンジレットにおけるカイラル対称性の自発的破れ
 渡辺 吉喜 (東大) (25) 有限温度密度 QCD における階層的カイラル相転移
 佐々木 千尋 (名大) (25) Violation of vector dominance in the vector manifestation

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

15:30~16:20 クォーク物質、カイラル対称性 [座長: 国広 悌二 (京大)]

藤井 宏次 (東大) (25) Nature of NJL critical end point
 大谷 宗久 (KEK) (25) 有限温度におけるシグマ中間子のスペクトル関数に対するパイ中間子の熱的な幅の効果

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

16:30~17:20 クォーク物質、カイラル対称性 [座長: 国広 悌二 (京大)]

津江 保彦 (高知大) (25) 量子メソン場の集団運動の時間発展
 池知 直子 (名大) (25) Quantum dynamics of spatially inhomogeneous ϕ^4 theory

----- 懇親会 (「阿漕ヶ浦クラブ」18:00 会費 2000 円) -----

3/20(木)

9:30~10:20 クォーク物質、カラー超伝導 [座長: 松崎 昌之 (福岡教育大)]

阿武木 啓朗 (東大) (25) Color superconductivity at finite teperature in Schwinger-Dyson approach
岩崎 愛一 (二松学舎大) (25) クォーク物質におけるカラー強磁性相

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

10:35~11:25 クォーク物質、カラー超伝導 [座長: 松崎 昌之 (福岡教育大)]

北沢 正清 (京大) (25) 有限密度クォーク物質におけるカイラル凝縮とカラー超伝導の競合
仲野 英司 (都立大) (25) Spin polarization and color superconductivity

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 昼食 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

13:00~13:50 格子 QCD [座長: 初田 哲男 (東大)]

室谷 心 (徳山女子短大) (25) Numerical simulation of the finite density SU(2) lattice QCD
齋藤 卓也 (広大) (25) 有限温度格子シミュレーションによる SU(3) グルーオンの遮蔽効果の研究

-◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇-- 休憩 -◇--◇--◇--◇--◇--◇--◇--

14:00~14:50 格子 QCD [座長: 初田 哲男 (東大)]

浅川 正之 (京大) (25) Hadronic spectral functions below and above the QCD phase transition
福島 昌宏 (原研) (25) Finite spatial-volume effect for pi-N sigma term in lattice QCD

14:50~15:10 閉会

千葉 敏 次期グループのプロジェクトについて

以上

備考: 報告集原稿 2003 年 4 月 30 日必着

This is a blank page.

国際単位系 (SI) と換算表

表1 SI基本単位および補助単位

量	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	s
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd
平面角	ラジアン	rad
立体角	ステラジアン	sr

表3 固有の名称をもつSI組立単位

量	名称	記号	他のSI単位による表現
周波数	ヘルツ	Hz	s ⁻¹
力	ニュートン	N	m·kg/s ²
圧力, 応力	パスカル	Pa	N/m ²
エネルギー, 仕事, 熱量	ジュール	J	N·m
工率, 放射束	ワット	W	J/s
電気量, 電荷	クーロン	C	A·s
電位, 電圧, 起電力	ボルト	V	W/A
静電容量	ファラド	F	C/V
電気抵抗	オーム	Ω	V/A
コンダクタンス	ジーメンズ	S	A/V
磁束	ウェーバ	Wb	V·s
磁束密度	テスラ	T	Wb/m ²
インダクタンス	ヘンリー	H	Wb/A
セルシウス温度	セルシウス度	°C	
光束	ルーメン	lm	cd·sr
照射	ルクス	lx	lm/m ²
放射線量	ベクレル	Bq	s ⁻¹
吸収線量	グレイ	Gy	J/kg
線量等量	シーベルト	Sv	J/kg

表2 SIと併用される単位

名称	記号
分, 時, 日	min, h, d
度, 分, 秒	°, ', "
リットル	l, L
トン	t
電子ボルト	eV
原子質量単位	u

1 eV=1.60218×10⁻¹⁹J

1 u=1.66054×10⁻²⁷kg

表4 SIと共に暫定的に維持される単位

名称	記号
オングストローム	Å
バール	bar
ガロン	Gal
キュリー	Ci
レントゲン	R
ラド	rad
レム	rem

1 Å=0.1nm=10⁻¹⁰m

1 bar=100kPa=10⁵Pa

1 Gal=1cm/s²=10⁻²m/s²

1 Ci=3.7×10¹⁰Bq

1 R=2.58×10⁻⁴C/kg

1 rad=1cGy=10⁻²Gy

1 rem=1cSv=10⁻²Sv

表5 SI接頭語

倍数	接頭語	記号
10 ¹⁸	エクサ	E
10 ¹⁵	ペタ	P
10 ¹²	テラ	T
10 ⁹	ギガ	G
10 ⁶	メガ	M
10 ³	キロ	k
10 ²	ヘクト	h
10 ¹	デカ	da
10 ⁻¹	デシ	d
10 ⁻²	センチ	c
10 ⁻³	ミリ	m
10 ⁻⁶	マイクロ	μ
10 ⁻⁹	ナノ	n
10 ⁻¹²	ピコ	p
10 ⁻¹⁵	フェムト	f
10 ⁻¹⁸	アト	a

(注)

- 表1-5は「国際単位系」第5版, 国際度量衡局1985年刊行による。ただし, 1eVおよび1uの値はCODATAの1986年推奨値によった。
- 表4には海里, ノット, アール, ヘクタールも含まれているが日常の単位なのでここでは省略した。
- barは, JISでは流体の圧力を表す場合に限り表2のカテゴリに分類されている。
- E C閣僚理事会指令では bar, barnおよび「血圧の単位」mmHgを表2のカテゴリに入れている。

換算表

力	N(=10 ⁵ dyn)	kgf	lbf
	1	0.101972	0.224809
	9.80665	1	2.20462
	4.44822	0.453592	1

粘度 1 Pa·s(N·s/m²)=10 P(ポアズ)(g/(cm·s))

動粘度 1 m²/s=10⁴St(ストークス)(cm²/s)

圧	MPa(=10bar)	kgf/cm ²	atm	mmHg(Torr)	lbf/in ² (psi)
力	1	10.1972	9.86923	7.50062×10 ³	145.038
	0.0980665	1	0.967841	735.559	14.2233
	0.101325	1.03323	1	760	14.6959
	1.33322×10 ⁻⁴	1.35951×10 ⁻³	1.31579×10 ⁻³	1	1.93368×10 ⁻²
	6.89476×10 ⁻³	7.03070×10 ⁻²	6.80460×10 ⁻²	51.7149	1

エネルギー・仕事・熱量	J(=10 ⁷ erg)	kgf·m	kW·h	cal(計量法)	Btu	ft·lbf	eV
	1	0.101972	2.77778×10 ⁻⁷	0.238889	9.47813×10 ⁻⁴	0.737562	6.24150×10 ¹⁸
	9.80665	1	2.72407×10 ⁻⁶	2.34270	9.29487×10 ⁻³	7.23301	6.12082×10 ¹⁹
	3.6×10 ⁶	3.67098×10 ⁵	1	8.59999×10 ⁵	3412.13	2.65522×10 ⁶	2.24694×10 ²⁵
	4.18605	0.426858	1.16279×10 ⁻⁶	1	3.96759×10 ⁻³	3.08747	2.61272×10 ¹⁹
	1055.06	107.586	2.93072×10 ⁻⁴	252.042	1	778.172	6.58515×10 ²¹
	1.35582	0.138255	3.76616×10 ⁻⁷	0.323890	1.28506×10 ⁻³	1	8.46233×10 ¹⁸
	1.60218×10 ⁻¹⁹	1.63377×10 ⁻²⁰	4.45050×10 ⁻²⁶	3.82743×10 ⁻²⁰	1.51857×10 ⁻²²	1.18171×10 ⁻¹⁹	1

- 1 cal = 4.18605J (計量法)
 = 4.184J (熱化学)
 = 4.1855J (15°C)
 = 4.1868J (国際蒸気表)
 仕事率 1 PS(仏馬力)
 = 75 kgf·m/s
 = 735.499W

放射能	Bq	Ci
	1	2.70270×10 ⁻¹¹
	3.7×10 ¹⁰	1

吸収線量	Gy	rad
	1	100
	0.01	1

照射線量	C/kg	R
	1	3876
	2.58×10 ⁻⁴	1

線量当量	Sv	rem
	1	100
	0.01	1

第5回「極限条件におけるハト回」科学」研究会報告集 2003年3月18日～20日、東海研究所、東海村

R100

古紙配合率100%
白色度70%再生紙を使用しています