

JAERI-Data/Code
97-005



並列計算機上での構造格子生成システム

1997年3月

村松一弘・村上弘幸*・東田明宏*・柳沢一郎**

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

本レポートは、日本原子力研究所が不定期に公刊している研究報告書です。

入手の問合わせは、日本原子力研究所研究情報部研究情報課（〒319-11 茨城県那珂郡東海村）あて、お申し越しください。なお、このほかに財団法人原子力弘済会資料センター（〒319-11 茨城県那珂郡東海村日本原子力研究所内）で複写による実費頒布をおこなっております。

This report is issued irregularly.

Inquiries about availability of the reports should be addressed to Research Information Division, Department of Intellectual Resources, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-11, Japan.

© Japan Atomic Energy Research Institute, 1997

編集兼発行 日本原子力研究所
印 刷 原子力資料サービス

並列計算機上での構造格子生成システム

日本原子力研究所計算科学技術推進センター

村松 一弘・村上 弘幸*・東田 明宏*・柳沢 一郎**

(1997年2月10日受理)

大規模な計算格子を効率よく生成できる並列計算機対応の汎用構造格子生成システムを開発した。本システムは、座標系としてデカルト座標系、円筒座標系、BFC (Boundary-Fitted Curvilinear) 座標系を扱うことができる。さらにBFC格子では、トポロジーとしてL型、O型、L型とO型の任意の組み合わせで構成されるマルチブロックに対応するとともに、代数的補間法、偏微分方程式法による内部格子点生成が選択でき、格子のスムージングが可能である。偏微分方程式法の計算部分は、一般に負荷が大きいため並列計算機に配置し、分散処理を行うことができる。このため、大規模な計算格子でも短時間での生成が可能である。また出力される格子データは、解析コードが並列計算機で動作する際の負荷分散のための領域分割に対応している。

日本原子力研究所：〒153 東京都目黒区中目黒2-2-54

* (株)富士総合研究所

** 三菱重工業(株)

Structured Grid Generator on Parallel Computers

Kazuhiro MURAMATSU, Hiroyuki MURAKAMI*, Akihiro HIGASHIDA*
and Ichiro YANAGISAWA**

Center for Promotion of Computational Science and Engineering
Japan Atomic Energy Research Institute
Nakameguro, Meguro-ku, Tokyo-to

(Received February 10, 1997)

A general purpose structured grid generator on parallel computers, which generates a large-scale structured grid efficiently, has been developed. The generator is applicable to Cartesian, cylindrical and BFC (Boundary-Fitted Curvilinear) coordinates. In case of BFC grids, there are three adaptable topologies; L-type, O-type and multi-block type, the last of which enables any combination of L- and O-grids. Internal BFC grid points can be automatically generated and smoothed by either algebraic supplemental method or partial differential equation method. The partial differential equation solver is implemented on parallel computers, because it consumes a large portion of overall execution time. Therefore, high-speed processing of large-scale grid generation can be realized by use of parallel computer. Generated grid data are capable to be adjusted to domain decomposition for parallel analysis.

Keywords: Structured Grid Generator, Large-scale Structured Grid, Cartesian Grid, Cylindrical Grid, BFC Grid, Multi-block Grid, Algebraic Supplemental Method, Partial Differential Equation Method, Parallel Computer, Domain Decomposition

* Fuji Research Institute Corporation
** Mitsubishi Heavy Industries, Ltd.

目 次

1. はじめに	1
2. システム構成	2
2.1 システム構成	2
2.2 データの流れ	3
3. 格子生成処理機能	5
3.1 格子点生成・削除機能（格子点生成デザイン）	5
3.2 アンドゥ機能	6
3.3 サブプログラムの呼び出し機能	6
3.4 デカルト・円筒格子に対するポロシティ計算機能	7
3.5 部分領域への名前付け機能	7
3.6 BFC 格子の内部格子点生成機能	7
3.7 並列計算サーバへの対応	10
3.8 マルチ・ブロック対応	10
3.9 格子の検査機能	10
4. ソリッド・モデルおよび解析コードとのインターフェイス	10
4.1 ソリッド・モデルとのインターフェイス	10
4.2 解析コードとのインターフェイス	11
5. GUI（グラフィック・ユーザ・インターフェイス）	11
5.1 インターフェイスのデザイン	12
5.2 画面表示機能	14
5.3 表示切替え機能	14
5.4 画面からの位置情報取得機能	15
5.5 表示言語	15
6. 機能一覧	16
7. 格子生成手順	17
7.1 デカルト・円筒座標系での格子生成手順	17
7.2 BFC での格子生成手順	18
8. 実行例	18
8.1 デカルト座標系を用いた角柱周りの格子生成	18
8.2 BFC を用いた曲がり円管内の格子生成	23
8.3 BFC を用いた円柱周りの格子生成	30
9. まとめ	36
謝 辞	36
参考文献	37

付録A	Thompson 法	38
付録B	Steger-Sorensen 法	40

Contents

1. Introduction	1
2. System Configuration	2
2.1 System Configuration	2
2.2 Data Flow	3
3. Grid Generating Functions	5
3.1 Generation and Elimination of Grid Points (Grid Design)	5
3.2 Undo	6
3.3 Calling Sub-program	6
3.4 Porosity Calculation for Cartesian and Cylindrical Grids	7
3.5 Naming Subdomain	7
3.6 Internal Grid Generation for BFC Grids	7
3.7 Implementation to Parallel Computers	10
3.8 Multi-block Grids	10
3.9 Check on Grids	10
4. Interface to Solid Modeler and Analysis Program	10
4.1 Interface to Solid Modeler	10
4.2 Interface to Analysis Program	11
5. GUI (Graphical User Interface)	11
5.1 Design of GUI	12
5.2 Image Display	14
5.3 Change of Image	14
5.4 Location Information of Grids from Image Display	15
5.5 Display Language	15
6. List of Functions	16
7. Grid Generating Process	17
7.1 Cartesian and Cylindrical Grid Generating Process	17
7.2 BFC Grid Generating Process	18
8. Examples	18
8.1 Grid Generation around Prism Using Cartesian Coordinates	18
8.2 Grid Generation in Curved Circular Tube Using BFC Coordinates	23
8.3 Grid Generation around Cylinder Using BFC Coordinates	30
9. Conclusion	36
Acknowledgement	36
References	37

Appendix A	Thompson Method	38
Appendix B	Steger-Sorensen Method	40

1. はじめに

近年、並列計算機の普及により、計算機の演算速度の向上、およびメモリ容量の増強が飛躍的に行われている。このようなハードウェア環境の進展に比較して、並列計算機に対応するソフトウェアは、まだ未整備の状況である。例えば流体解析の分野に注目してみると、解析ソルバは、領域分割法などによる並列計算が少なからず行われているが、その前処理としての格子生成システムや、後処理としての可視化システムの並列計算機対応の開発は、まだこれからである。

日本原子力研究所では、原子炉内の熱流動などの大規模かつ複雑な数値シミュレーションの研究を実施しており、並列計算機の能力を十分生かすことのできる解析コードの開発・整備が必要不可欠であると同時に、入力データとして必要となる大規模な計算格子を効率良く作成できる並列計算機対応の格子生成システムの開発が、今後のシミュレーション研究における重要な要素となっている。

構造解析の分野では有限要素法が広く利用され、これに対する完成度の高い非構造格子生成システムが普及している。しかしながら、流体解析の分野では、構造格子を用いた差分法が利用されることが多く、これに対しては本格的な格子生成システムはない。各研究機関で専用の格子生成システムを独自に開発し利用しているのが現状である。また、並列計算機対応の格子生成システムは存在しない。差分法用の格子生成システムについてはほとんどが特定のアプリケーションの付属機能であり、差分法用の優れた汎用格子生成システムの開発はシミュレーション技術における重要課題のひとつと考えられる[1, 2]。

以上の背景から、本研究開発では大規模な計算格子を効率よく作成できる並列計算機対応の差分法用の汎用格子生成システムを開発した。

本システムは以下の特徴を持つ。

- 差分法解析コード、特にBFCに対する繁雑な格子生成がGUI(Graphic User Interface)により視覚的、かつ効率的におこなえる。
- デカルト座標系、円筒座標系、BFCが扱える。
- デカルト・円筒座標系では、ポロシティ（流体占有率・開口率）計算に対応し、構造物領域を自動的に設定できる。
- BFCでは、トポロジーとしてL型、O型、マルチブロック（L型とO型の任意の複数組み合わせ）に対応するとともに、代数的補間法、偏微分方程式法による内部格子生成が選択でき、格子のスムージングが行える。
- 境界条件設定のための面領域を画面上から選択し、名前付けが行える。
- 解析コードが並列コンピュータで動作する際の負荷分散のための領域分割に対応する。また、偏微分方程式法の計算部分は並列処理に対応する。
- IGES仕様のインターフェイスを有し、CADデータを利用できる。
- インターフェイスを公開し、様々な解析コードとの接続を可能とする。

また本システムの全体構成は、EWS スタンド・アローンでの動作を前提とするが、計算負荷の大きい偏微分方程式法の計算部分を並列計算機に配置し、分散処理もおこなえる。このため大規模な計算格子でも、かなり短時間で生成できることが、最大の特徴である。

本報告書では、第2章でシステム構成、第3章で格子生成処理機能、第4章でソリッド・モデルおよび解析コードとのインターフェイス、第5章でGUI、第6章で機能一覧について説明する。第7章では格子生成手順、および実行例は第8章で述べる。第9章はまとめである。

2. システム構成

2.1 システム構成

本システムは、EWS スタンド・アローンでの動作を前提としている。ただし、計算負荷の大きなBFC 内部格子生成処理部を並列計算サーバーに配置し、分散処理も行える。本システムの構成を図2.1 に示す。

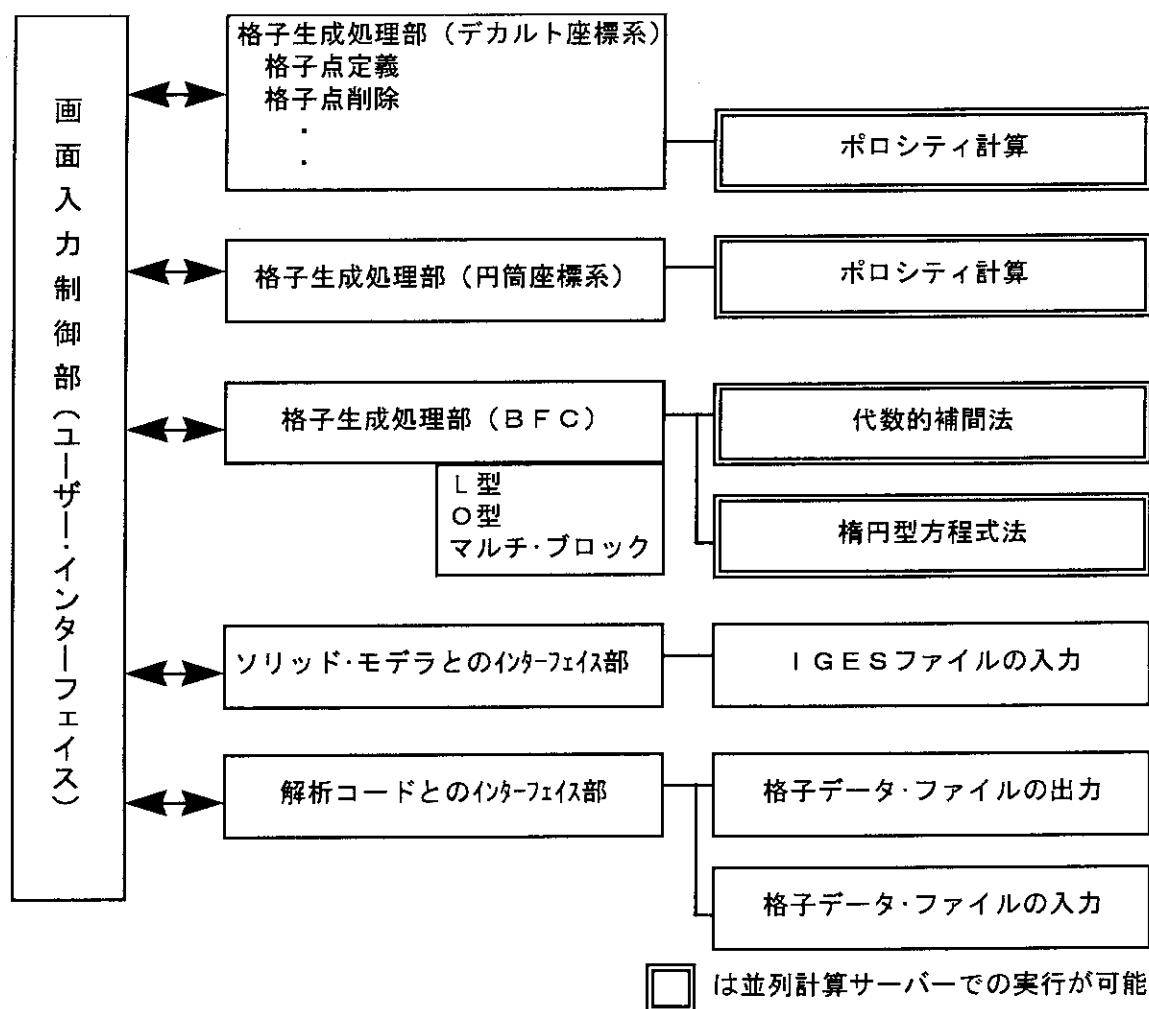


図2.1 本システムのシステム構成図

また本システムの全体構成は、EWS スタンド・アローンでの動作を前提とするが、計算負荷の大きい偏微分方程式法の計算部分を並列計算機に配置し、分散処理もおこなえる。このため大規模な計算格子でも、かなり短時間で生成できることが、最大の特徴である。

本報告書では、第2章でシステム構成、第3章で格子生成処理機能、第4章でソリッド・モデルおよび解析コードとのインターフェイス、第5章でG U I、第6章で機能一覧について説明する。第7章では格子生成手順、および実行例は第8章で述べる。第9章はまとめである。

2. システム構成

2.1 システム構成

本システムは、EWS スタンド・アローンでの動作を前提としている。ただし、計算負荷の大きなBFC 内部格子生成処理部を並列計算サーバーに配置し、分散処理も行える。本システムの構成を図2.1に示す。

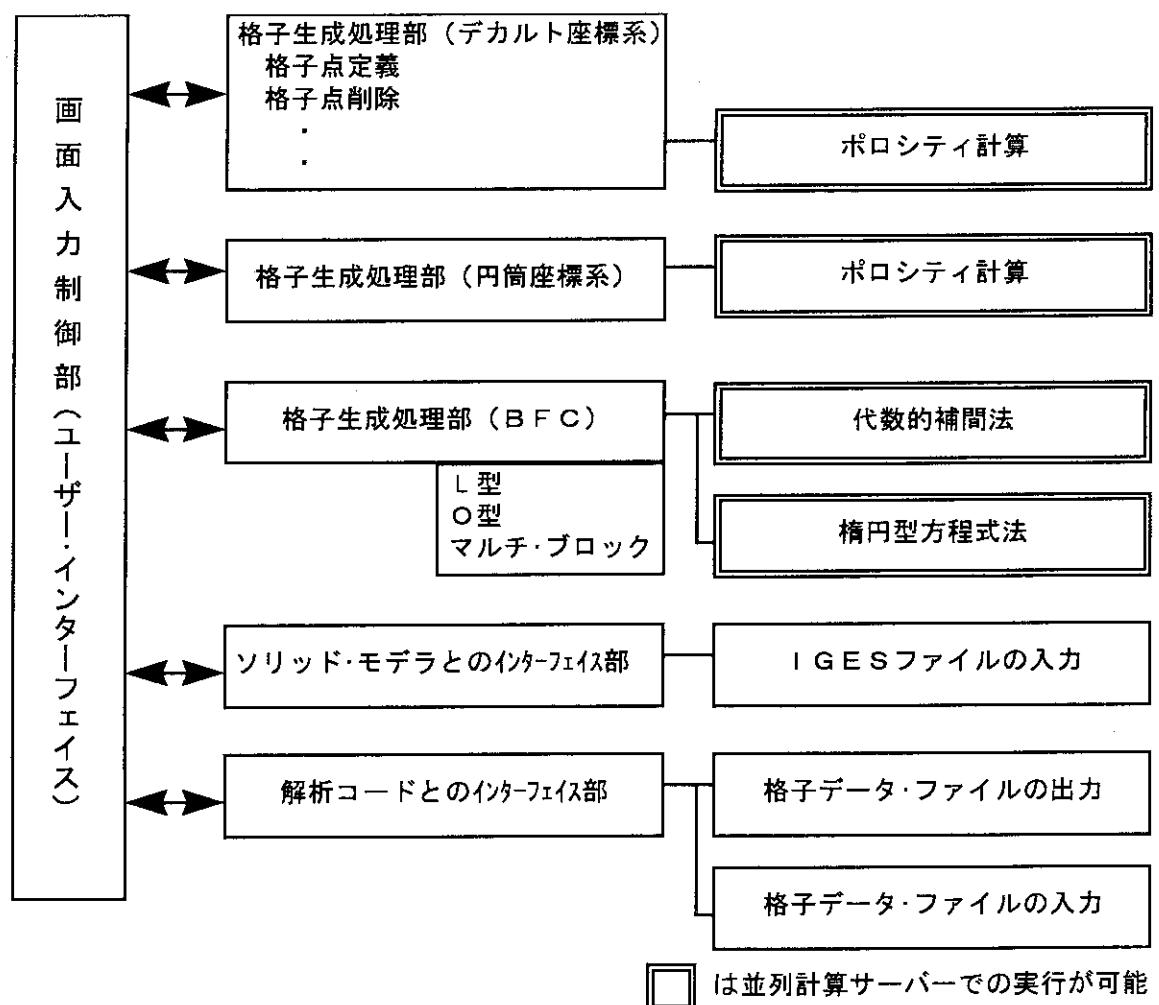


図2.1 本システムのシステム構成図

(1) 画面入力制御部（ユーザー・インターフェイス）

グラフィックエリア、コマンド・ボタン、パラメータ設定エリアなどを画面に表示し、操作指定と数値データの入力を制御する。

(2) 格子生成処理部

格子生成のための実際の処理をおこなう。

本処理部は、離散化手法により処理内容が異なるので、以下の3つの部分にモジュール化される。

- 格子生成処理部（デカルト座標系）
- 格子生成処理部（円筒座標系）
- 格子生成処理部（BFC座標系）

(3) ソリッド・モデルとのインターフェイス部

IGESに従うソリッド・モデルのデータを外部ファイルを介して読み込む。

(4) 格子データ入出力部

作成した格子データを格子データ・ファイルへ出力、または、格子データ・ファイルから入力する。

2.2 データの流れ

本システムを用い解析作業をおこなう際のデータの流れを図2.2に示す。

一般に流体解析をおこなう際には、入力データとして

- 形状データ
- 格子データ
- 計算条件データ（処理の制御、物性値、モデル・パラメータなどを含む）

が必要となる。本システムは、上記のうちの格子データを生成するプログラムである。格子データを生成する場合に必要となる形状データは、他のプログラムより外部ファイルを介して本システムに読み込むこととし、計算条件データは実行させる解析コードの入力条件に従い利用者が独自に作成する。ただし、境界条件設定などの位置情報を必要とする計算条件の設定を支援する機能として、指定部分領域に名前付けし、この名称で位置情報としての格子番号が参照できる。なお、生成した格子データは然るべきフォーマットに従い格子データ・ファイルに出力されるので、利用者は各解析コードに対して本システムより出力される格子データを読み込むインターフェイスを用意する必要がある。

計算終了後の結果の表示には外部のポスト・プロセッサを利用する。解析コードとポスト・プロセッサとのインターフェイスは、各解析コードごとに利用者が準備する。

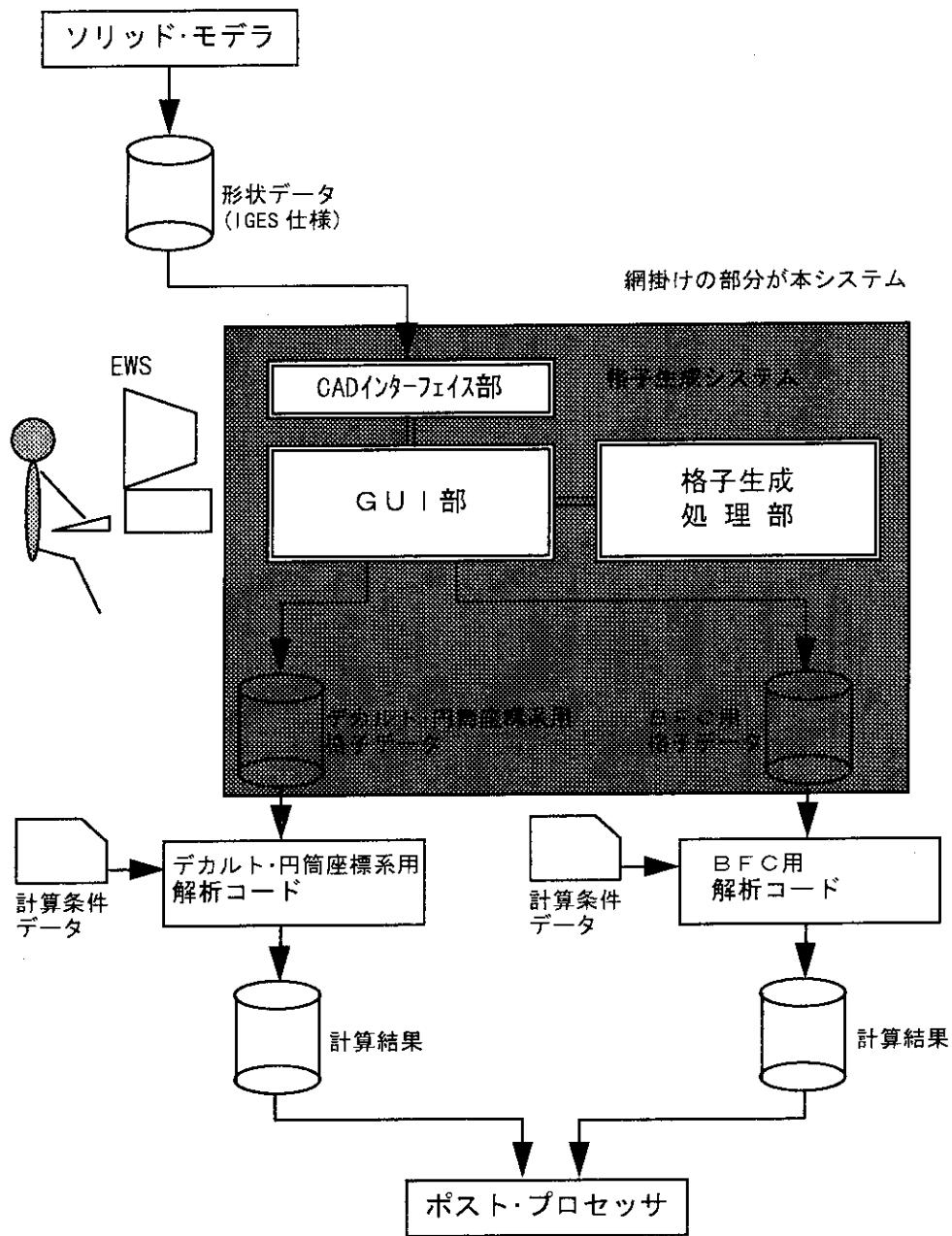


図 2.2 解析作業におけるデータの流れ

3. 格子生成処理機能

この章では、格子点生成機能について説明する。

3.1 格子点生成・削除機能（格子点生成デザイン）

(1) デカルト（直方体）格子の生成

対話的にデカルト（直方体）格子を生成することができる。具体的には、格子点の生成と修正が行える。

X方向、Y方向、Z方向の分割方法（始点、終点、分割数など）の指定により、三次元格子データを生成する。格子線の方向は、いずれかの座標軸方向と一致しなくてはならない。以下に示す分割が区分的に組み合わせて適用できる。

- 座標値指定による格子点の生成
(各方向軸の一次元座標を入力)
- 区間の等分割による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と分割数を入力)
- 区間の等比分割による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と第1区間幅と分割数を入力)
- 区間の代数関数による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と関数パラメータと分割数を入力)
- 総格子点数指定による格子点自動生成機能
(全格子点数を入力)

また各軸上に生成した格子点を次の方で削除することができる。

- 座標値指定による格子点の削除
(マウスによる指定、または、格子点番号を入力)
- 区間指定による格子点の削除
(マウスによる指定、または、格子点番号を2点入力)

格子の修正は、生成と削除を組合せて行う。流体占有率と開口率から構造物が自動認識できる。

(2) 円筒格子の生成

対話的に円筒座標格子を生成することができる。具体的には格子点の生成と修正が行える。生成方法は、デカルト座標（直方体）格子の生成方法に準ずる。

(X, Y, Z) のかわりに (r, θ, z) 方向の分割方法を指定することで、三次元格子データを生成する。 z 方向は、 (X, Y, Z) 座標系のいずれかの座標軸方向と一致しなくてはならない。円筒座標であっても、格子線は格子点を (X, Y, Z) 座標系の直線で結んで表示する。ただし、流体占有率・開口率の計算では、表示されている直線で近似した格子セルではなく、真の円筒座標系格子セルに対して行う。

(3) BFC 格子の生成

対話的に BFC 格子を生成する。 (I, J, K) の格子番号で順序付けられた格子点のかたまりをブロック格子と呼ぶ。通常ブロック格子は立体である。ブロック格子は複数の面から構成され、さらに面はいくつかの頂点と、これらをつなぐ稜線から構成される。BFC の格子生成では、デカルト・円筒座標系での格子生成と同様に、面を構成する全稜線を格子分割し、これから内部格子として面格子が自動的に生成される。ブロック格子はこれを構成するすべての面に面格子を生成した後、三次元の内部格子として自動的に生成される。ただし、ブロック格子が 2.5 次元的な形状（一つの面をある方向に引き伸ばしてできる形）の場合は、基準となる面に面格子を生成し、これをスウェーブ（ガイド・ラインに従い引き伸ばす）、または回転することで三次元の内部格子を自動的に生成することができる。

BFC 格子においては内部構造物は L 型格子のスラブとして表現され、ポロシティ計算は行わない。

稜線上の格子生成は、以下に示す分割を区分的に組み合わせて適用できる。

- 座標値指定による格子点の生成
(三次元座標を入力)
- 区間の等分割による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と分割数を入力)
- 区間の等比分割による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と第 1 区間幅と分割数を入力)
- 区間の代数関数による格子点の生成
(マウスによる区間の指定と関数パラメータと分割数を入力)

各軸上に生成した格子点は次の方法で削除することができる。

- 座標値指定による格子点の削除
(マウスによる指定、または格子点番号を入力)
- 区間指定による格子点の削除
(マウスによる指定、または格子点番号を 2 点入力)

格子の修正は、生成と削除を組み合わせて行う。

3.2 アンドゥ機能

いずれの座標系においても、アンドゥ機能に対応する。アンドゥ機能は複数回のコマンドに対応し、アンドゥ機能を取り消すリドゥ機能も使用できる。

3.3 サブプログラムの呼び出し機能

GUI の一機能として動作するよう、以下の各サブプログラムを呼び出す。

- デカルト座標系格子に対するポロシティ計算サブプログラム
- 円筒座標系格子に対するポロシティ計算サブプログラム
- BFC 格子に対する代数補間法による内部格子生成サブプログラム
- BFC 格子に対する梢円型方程式法による内部格子生成サブプログラム

- ソリッド・モデルの形状データ読み込みサブプログラム
- 格子データの出力サブプログラム
- 格子データの入力サブプログラム

3.4 デカルト・円筒格子に対するポロシティ計算機能

G U I から呼び出されるサブプログラムとして、流体占有率・開口率(ポロシティ)の計算を行う。具体的な計算方法は以下の通りである。

まず空間内の全てのセル(ひとつのセルは8個の格子点を持つ)について、セルを構成する格子点が構造物の内側にあるか外側にあるかを調べ、その個数により流体占有率を計算する。開口率の計算は、各セル表面(それぞれ4つの格子点を持つ)に対して、流体占有率と同様な考え方で行う。この方法で求まる流体占有率の精度は $1/8$ 、開口率の精度は $1/4$ である。本システムでは、流体占有率が0または1ではないセルに対して内部的に分割を行い、流体占有率・開口率の精度を向上させている。また精度を高めるために、セルを構成する格子点に加え各セルの重心点も考慮できるようなオプションを設けている。

ポロシティの値から流体領域と構造物領域を自動的に判別し、構造物領域の格子番号を内部構造物として設定することができる。ただし、領域の判別におけるしきい値はユーザが入力で与える。

3.5 部分領域への名前付け機能

初期条件、境界条件、物性値などを設定する時の設定範囲に名前を付けることができる。領域の選択は、マウスで画面上のグラフィック表示から指定する方法と格子番号を直接入力する二通りの方法がある。ただし本システムでは、条件そのものの設定を行うことはできない。具体的には、以下の名前付け機能を有する。

(1) 平面領域への名前付け機能の作成

領域名をキー・ボードより入力後、マウスによる平面对角線上の2点の指定、または平面对角線上の格子点番号を2点入力

(2) 立体領域への名前付け機能の作成

領域名をキー・ボードより入力後、マウスによる立体対角線上の2点の指定、または、立体対角線上の格子点番号を2点入力

3.6 B F C格子の内部格子点生成機能

G U I から呼び出されるサブプログラムとして、B F C格子の二次元および三次元内部格子点を生成する。本システムにおいて、代数的補間法、偏微分方程式法による内部格子生成が選択でき、格子のスムージングが行える。B F C格子の内部格子点生成方法は、代数的補間法としてはTrans-Finite法を[3]、偏微分方程式法としてはThompson法[4, 5]とSteger-Sorensen法[6, 7]の二種類(どちらも橢円型偏微分方程式法の一つ)を採用している。面格子の場合を例に挙げて、以下にTrans-Finite法、Thompson法およびSteger-Sorensen法による二次元内部格子点生成を説明する。なおThompson法とSteger-Sorensen法については、それぞれ付録A、Bにて詳述する。

(1) Trans-Finite 法

格子点の座標ベクトルがパラメータ $i, j (1 \leq i \leq i \max, 1 \leq j \leq j \max)$ で記述される (3. 1) 式で定義されているものとする。

$$\vec{f}(i, j) = (x(i, j, k), y(i, j, k)) \quad (3. 1)$$

このとき、 \vec{f} の境界での値 $\vec{f}(1, j)$, $\vec{f}(i \max, j)$ および $\vec{f}(i, 1)$, $\vec{f}(i, j \max)$ が与えられている時、これをもとに内部格子点の座標ベクトル \vec{f} を (3. 2) 式、(3. 3) 式に示す 2 ステップで求める。

$$\vec{f}^{(1)}(i, j) = \alpha_1(i)\vec{f}(1, j) + \alpha_2(i)\vec{f}(i \max, j) \quad (3. 2)$$

$$\begin{aligned} \vec{f}(i, j) &= \vec{f}^{(1)}(i, j) + \beta_1(j)[\vec{f}(i, 1) - \vec{f}^{(1)}(i, 1)] \\ &\quad + \beta_2(j)[\vec{f}(i, j \max) - \vec{f}^{(1)}(i, j \ max)] \end{aligned} \quad (3. 3)$$

ここで、 $\alpha_1(i), \alpha_2(i), \beta_1(j), \beta_2(j)$ は混合関数と呼ばれるもので、単調に変化し (3. 4) 式の条件を満たすものである。

$$\begin{aligned} \alpha_1(1) &= 1, \alpha_1(i \max) = 0, \alpha_2(1) = 0, \alpha_2(i \max) = 1, \\ \beta_1(1) &= 1, \beta_1(j \ max) = 0, \beta_2(1) = 0, \beta_2(j \ max) = 1 \end{aligned} \quad (3. 4)$$

この方法は、対話的なスピードで生成可能である。それゆえ並列計算サーバを使用する必要は無い。また境界表面の「折れ」が内部に伝わってしまうが、問題が無ければ下記の楕円型偏微分方程式法を適用せず、そのまま解析コードに引き渡してもよい。

(2) Thompson 法および Steger-Sorensen 法

二次元物理空間 (x, y) から計算空間 (ξ, η) への写像関係 $\xi = \xi(x, y), \eta = \eta(x, y)$ を考える。境界での格子点が与えられているとすると、内部格子点の写像関係は楕円型偏微分方程式を満たすことにより得られる。楕円型偏微分方程式としては格子点分布を制御するために次式に示すポアソン方程式を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= P, \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= Q \end{aligned} \quad (3. 5)$$

(3. 5) 式を計算空間に変換するため、独立変数と従属変数を入れ替えると (3. 6) 式に示す x, y に関する楕円型偏微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} &= -J^2 \left[P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right], \\ \alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} &= -J^2 \left[P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right] \end{aligned} \quad (3. 6)$$

ここで、 J はヤコビ行列式

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (3. 7)$$

であり、

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2, \quad \beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}, \quad \gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \quad (3. 8)$$

である。(3.6)式を一様な格子幅の計算空間で解くことにより物理空間での (x, y) が求まり、これが内部格子となる。

橿円型偏微分方程式法は、滑らかさ、直交性、格子制御の全てに優れている。Thompson 法では、

$$P = P(\xi, \eta), \quad Q = Q(\xi, \eta) \quad (3.9)$$

Steger-Sorensen 法では、

$$P = P(\xi, \eta, x, y), \quad Q = Q(\xi, \eta, x, y) \quad (3.10)$$

で表わされる。(3.10)式より、Steger-Sorensen 法の関数 P, Q は独立変数 ξ, η だけではなく、従属変数 x, y にも依存するので、(3.6)式の収束計算の繰り返しの中に、この関数の計算手順を組み込む必要がある。ただしどちらの場合も、Trans-Finite 法によって作られる格子を初期格子として採用する。

一般に流体の計算で用いる格子では、壁近くで、格子幅を小さく、格子は壁に直交することが望ましいが、これは(3.6)式の右辺にある P, Q を調整することで行える。Thompson 法は、格子生成領域の境界または内部において、ある特定の格子点を中心にして他の格子点を寄せたり離したりする機能を有する。それゆえ、いくつかの中心点を外部境界領域線上と内部境界領域線上に配置すれば、壁面上の格子密度を調節することができる。ただし格子線の傾きを直接調節することは不可能である。一方 Steger-Sorenson 法は、ブロック境界（外部境界）における格子線の角度と長さを直接指定し、繰返し計算により(3.5)式の P, Q を決定する制御方法である。したがって両者の方法をうまく使い分けながら、ユーザは望ましい内部格子を生成することができる。

計算時間がかかるという問題点があるが、格子点数の多い三次元の場合は並列計算サーバで計算できるように、格子生成処理部を並列計算サーバ上でも実行できる。

その他の手法について、不採用の理由を以下に示す。

- 等角写像法

本来二次元用である。翼付き胴まわりの格子などに利用された例があるが、汎用性に欠ける。

- 放物型、双曲型

いずれも一つの方向に向かって Time-Marching に解く。したがって、橿円型方程式法に比較して短い計算時間で格子を生成できるが、その用途が外部問題に限られる。

- Multi-Surface 法

一方向問題であり、その用途が外部問題に限られる。また、代数的補間法としては Trans-Finite 法にくらべて特にメリットがない。

- 幾何的反復法、Transform-Deformation 法

手法として確立されていない。

3.7 並列計算サーバへの対応

(1) 負荷分散のための領域分割

並列計算サーバにおける解析コードの利用に際しては、その実行効率を上げるために、データ構造を含め専用のプログラミングが必要である。また、解析対象の負荷を適切に分散する必要がある。

本システムでは、領域分割法による負荷分散を対象として並列計算サーバ上で解析コードを実行する際に、解析領域を分割し各CPUに割り当てるための設定を行うことができる。計算体系、使用する並列計算機によって最適な領域分割が自動的に行われることが望ましいが、並列化の仕組みが並列コンピュータに依存し統一的でないことなどから、自動化は困難である。そこで、本システムではユーザが領域分割を行い、各分割領域の格子点番号をファイルに出力する。

領域分割の方法は、部分領域への名前付けと同様の操作で行い、本システムで生成した全ての格子データに対して行うことができる。

(2) 並列対応

本システムのなかで、特に計算負荷の大きい橿円方程式法による三次元BFC内部格子の生成処理部分は並列処理に対応する。並列化は分散メモリ型の領域分割法により行い、実行時には標準的なメッセージ・パッシング・ライブラリPVMが必要となる。

3.8 マルチ・ブロック対応

マルチ・ブロックBFC格子は、独立に生成したL型、またはO型の格子データを指定面で接続し生成する[8]。接続面の指定は、マウスで画面上のグラフィック表示から指定する方法と格子番号を直接入力する2通りの方法がある。なお、接続はL型、O型を任意に組合せて行うことができる。

3.9 格子の検査機能

格子の角度、格子点間隔、メトリック、セル体積により格子のチェックを行うことができる。しかしこれらの結果により格子を自動的に修正する機能には対応しない。本システムでは、ブロック化法を採用しているので、生成した格子が計算に不適当な場合はブロック単位で作り直す。ただし、ブロック内の局所的な格子の変更については、四辺形の边上格子を修正することで可能である。

4. ソリッド・モデルおよび解析コード とのインターフェース

この章では、ソリッド・モデルおよび解析コードとのインターフェイス機能について説明する。

4.1 ソリッド・モデルとのインターフェイス

本システムにおいて形状データは、他システムで作成されるソリッド・モデルのデータを外部

3.7 並列計算サーバへの対応

(1) 負荷分散のための領域分割

並列計算サーバにおける解析コードの利用に際しては、その実行効率を上げるために、データ構造を含め専用のプログラミングが必要である。また、解析対象の負荷を適切に分散する必要がある。

本システムでは、領域分割法による負荷分散を対象として並列計算サーバ上で解析コードを実行する際に、解析領域を分割し各CPUに割り当てるための設定を行うことができる。計算体系、使用する並列計算機によって最適な領域分割が自動的に行われることが望ましいが、並列化の仕組みが並列コンピュータに依存し統一的でないことなどから、自動化は困難である。そこで、本システムではユーザが領域分割を行い、各分割領域の格子点番号をファイルに出力する。

領域分割の方法は、部分領域への名前付けと同様の操作で行い、本システムで生成した全ての格子データに対して行うことができる。

(2) 並列対応

本システムのなかで、特に計算負荷の大きい梢円方程式法による三次元BFC内部格子の生成処理部分は並列処理に対応する。並列化は分散メモリ型の領域分割法により行い、実行時には標準的なメッセージ・パッシング・ライブラリPVMが必要となる。

3.8 マルチ・ブロック対応

マルチ・ブロックBFC格子は、独立に生成したL型、またはO型の格子データを指定面で接続し生成する[8]。接続面の指定は、マウスで画面上のグラフィック表示から指定する方法と格子番号を直接入力する2通りの方法がある。なお、接続はL型、O型を任意に組合せて行うことができる。

3.9 格子の検査機能

格子の角度、格子点間隔、メトリック、セル体積により格子のチェックを行うことができる。しかしこれらの結果により格子を自動的に修正する機能には対応しない。本システムでは、ブロック化法を採用しているので、生成した格子が計算に不適当な場合はブロック単位で作り直す。ただし、ブロック内の局所的な格子の変更については、四辺形の辺上格子を修正することで可能である。

4. ソリッド・モデルおよび解析コード とのインターフェース

この章では、ソリッド・モデルおよび解析コードとのインターフェイス機能について説明する。

4.1 ソリッド・モデルとのインターフェイス

本システムにおいて形状データは、他システムで作成されるソリッド・モデルのデータを外部

ファイルを介して読み込む形式を探っている。このためソリッド・モデルとのインターフェイスが重要なポイントとなるが、本システムでは、IGES仕様に従うインターフェイスを採用している。これは、IGES仕様が広く普及しており、ほとんどのソリッド・モデルがIGES仕様に従うか、そのインターフェイスを有し、ソリッド・モデル間での互換性を保てること、本システムで扱う形状がIGES仕様の範囲で表現可能であること、FEMの汎用メッシュ・ジェネレータの多くがこのIGES仕様の形状データに準拠していること、が選択理由である。

現在のところ、ソリッド・モデルとしてDESIGNBASE V5を利用し、かつ以下の形状データにおける動作が、確認されている。

- 角柱
- 円柱
- 角錐(台)
- 円錐(台)
- 回転体
- 自由曲面

ただし自由曲面については、表面(境界面)座標データは有理B-Spline補間で表現されているものとする。

4.2 解析コードとのインターフェイス

解析コードとのインターフェイスは格子データ・ファイルにより行う。BFC格子においてメトリックの変換(実空間から正規空間への写像)は各解析コードの内部で行う。

格子データ・ファイルにおいて採用されている情報を以下に示す。

- 座標系の種類
- (I, J, K)各方向の分割数
- (I, J, K)により番号付けられたすべての格子点の実空間上の絶対座標(X, Y, Z)
- 各セルのポロシティ値(デカルト・円筒座標系のみ)
- 内部構造物、または、スラブの個数と各々の名称、格子番号範囲
- 名前付けした部分領域の個数と各々の名称、格子番号範囲
- 負荷分散のための分割領域の個数と各々の名称、格子番号範囲

ここで、デカルト・円筒座標系では各軸上の分割情報から内部格子点の座標が得られるので、格子点すべての絶対座標ではなく、各軸の分割情報のみを保存する形式も選択できる。

5. GUI

(グラフィック・ユーザ・インターフェイス)

本システムのグラフィック・ユーザ・インターフェイスにおける、グラフィック・ウィンドウの表示位置、各コマンド・ボタンの配置、メニューの割り付けなどについて説明する。

ファイルを介して読み込む形式を探っている。このためソリッド・モデルとのインターフェイスが重要なポイントとなるが、本システムでは、IGES仕様に従うインターフェイスを採用している。これは、IGES仕様が広く普及しており、ほとんどのソリッド・モデルがIGES仕様に従うか、そのインターフェイスを有し、ソリッド・モデル間での互換性を保てること、本システムで扱う形状がIGES仕様の範囲で表現可能であること、FEMの汎用メッシュ・ジェネレータの多くのがこのIGES仕様の形状データに準拠していること、が選択理由である。

現在のところ、ソリッド・モデルとしてDESIGNBASE V5を利用し、かつ以下の形状データにおける動作が、確認されている。

- 角柱
- 円柱
- 角錐(台)
- 円錐(台)
- 回転体
- 自由曲面

ただし自由曲面については、表面(境界面)座標データは有理B-Spline補間で表現されているものとする。

4.2 解析コードとのインターフェイス

解析コードとのインターフェイスは格子データ・ファイルにより行う。BFC格子においてメトリックの変換(実空間から正規空間への写像)は各解析コードの内部で行う。

格子データ・ファイルにおいて採用されている情報を以下に示す。

- 座標系の種類
- (I, J, K)各方向の分割数
- (I, J, K)により番号付けられたすべての格子点の実空間上の絶対座標(X, Y, Z)
- 各セルのポロシティ値(デカルト・円筒座標系のみ)
- 内部構造物、または、スラブの個数と各々の名称、格子番号範囲
- 名前付けした部分領域の個数と各々の名称、格子番号範囲
- 負荷分散のための分割領域の個数と各々の名称、格子番号範囲

ここで、デカルト・円筒座標系では各軸上の分割情報から内部格子点の座標が得られるので、格子点すべての絶対座標ではなく、各軸の分割情報のみを保存する形式も選択できる。

5. GUI

(グラフィック・ユーザ・インターフェイス)

本システムのグラフィック・ユーザ・インターフェイスにおける、グラフィック・ウィンドウの表示位置、各コマンド・ボタンの配置、メニューの割り付けなどについて説明する。

5.1 インターフェイスのデザイン

図 5.1 に本システムの GUI 部の画面イメージを示す。画面はメニュー・バー、ツール・バー、グラフィック・ウィンドウ、座標系指定ラジオ・ボタン、表示切替ボタン、パラメータ設定ウィンドウなどのコントロールからなる。ユーザーはマウスとキー・ボードを用いてこれらのコントロールを操作し、各機能を呼び出すとともに、必要であればパラメータを入力する。通常、パラメータの入力は、パラメータ設定ウィンドウで指定するが、機能によってはサブ画面（ダイアログ・ボックス）がポップ・アップする。以下に各コントロールについて説明する。

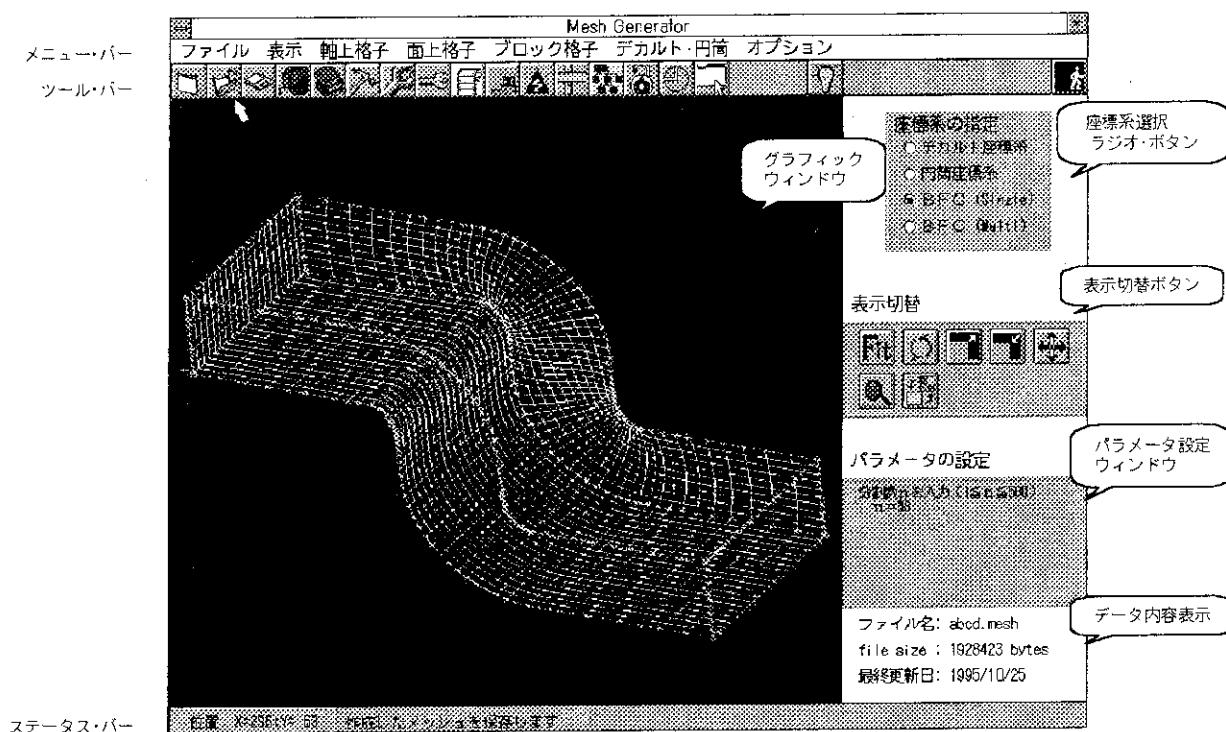


図 5.1 画面レイアウト

(1) メニュー・バー

メニュー・バーに表示されている“ファイル”、“表示”などは、その機能で分類される機能を集めたグループ名であり、本システムの全てのコマンドはいずれかのメニューのグループに属する。

メニュー・バーのグループをマウス・クリックすると下層のメニューがプル・ダウン表示される。プル・ダウンのネストは一段であり、さらに下層のメニューを必要とする場合はダイアログ・ボックスがポップ・アップする。図 5.2 にプル・ダウン時のメニュー・バーを示す。

(2) ツール・バー

本システムのコマンドのうち、操作頻度の高いものをコマンド・ボタンとして張り付けてある。機能はメニュー・バー選択でのコマンド実行と同じであり、ツール・バーの設置によってコマンド選択の操作がより簡略化される。

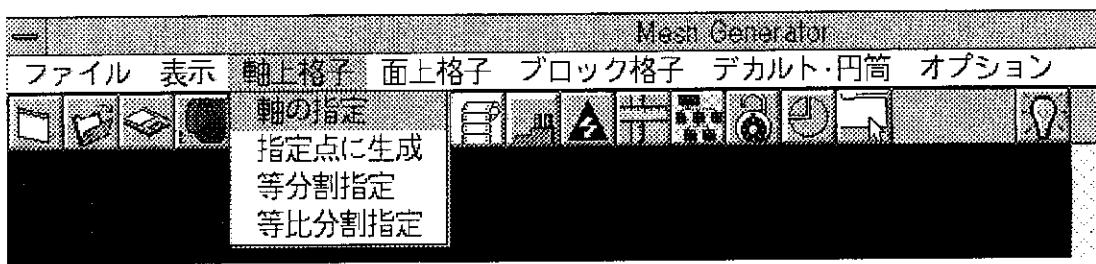


図 5.2 メニュー・バーの操作例

(3) ステータス・バー

ステータス・バーは主にユーザのマウスやキー・ボードの操作に追従して、その情報を示すものである。例えば、現在のマウスの座標位置や、マウス・カーソルがツール・バーのコマンド・ボタン上に乗ったとき、その簡単な機能説明が表示される。

(4) グラフィック・ウィンドウ

本システムの顔でもある、生成されていく格子データをインタラクティブに表示するウィンドウ画面である。具体的な表示内容は、“5.2 画面表示機能”で示される。

(5) 座標系指定ラジオ・ボタン

本システムで格子データを生成する際に、あらかじめこのボタンをマウス・クリックし座標系を指定する。ただし、既生成済みの格子データを読み込んだときは自動的に設定される。

(6) 表示切替ボタン

GUI を操作する上で、最も頻繁におこなわれる画面の表示切替をまとめたものである。各ボタンの具体的な表示切替え機能については“5.3 表示切替え機能の作成”で示される。

(7) 表示変更コントロール

本システムでは、十字コントローラーやダイヤル・コントローラーに対応しないが、これをイメージするボタンを画面上に配置し、画面の表示変更を行うことができる。

(8) パラメータ設定ウィンドウ

コマンド実行時に、このウィンドウにプロンプトが表示される。パラメータが必要な場合は、その旨のメッセージが表示されるので指定する。なお、簡単なパラメータ（単一の数字など）はこのウィンドウで指定するが、複数の入力値が必要なときはダイアログ・ボックスがポップ・アップする。

(9) データ内容表示領域

現在操作中の格子データの内容が表示される。

5.2 画面表示機能

グラフィック・ウィンドウには、以下で示される格子データ情報が表示される。

(1) 全ての格子データについて実施

- 表面格子のワイヤー・フレーム表示機能
- 内部断面格子のワイヤー・フレーム表示機能
- 格子で近似された形状の表面格子の表示機能
- 名前付けされた部分領域（面領域）表示機能
- 名前付けされた部分領域（立体領域）表示機能
- アスペクト比が指定した値以上のセルの表示機能
- 負荷分散のための分割領域の表示機能

(2) デカルト・円筒格子についてのみ実施

- 指定した値の範囲内にポロシティ値を持つセルの表示機能
- 指定した値の範囲内にポロシティ値を持つ面の表示機能

(3) BFC格子についてのみ実施

- 指定した値の範囲内の角度を持つ格子の表示機能
- 格子点間隔が指定した値以上のセルの表示機能
- メトリックが負となるセルの表示機能

セル体積が負となるセルの表示機能

表示する格子線は、格子点間を直線で結んで表示される。BFC格子や円筒格子でも同様である。

5.3 表示切替え機能

以下の表示切替え機能を有する。表示切替え機能は、視点を変更することであって、表示図の絶対的な座標位置は変更されない。

- 表示の最適化(フィット)
- 表示の回転
- 表示の拡大
- 表示の縮小
- 表示の移動
- 表示の領域指定の拡大
- 三面図表示

表示切替え機能は、メニュー・バーに登録されるコマンドの一つであるが、操作を簡略化するため以下の表示切替ボタンから直接呼び出される。



フィット・ボタン

グラフィック・ウィンドウ内の図を最適な大きさで表示する。



回転ボタン

表示している画面を回転する。

 **拡大ボタン**

画面の中心を不動点として拡大表示を行う。

 **縮小ボタン**

画面の中心を不動点として縮小表示を行う。

 **移動ボタン**

表示図を画面の縦横の方向に移動して表示する。

 **領域指定拡大表示**

画面上の領域を指定し、その領域を画面いっぱいに表示する。領域の指定はマウス操作で行い、領域の縦横比が画面と合わない場合は広い方に合わせる。

 **三面図表示切替ボタン**

通常の表示と三面図を切り替える。三面図表示は通常図と各軸方向から垂直に見た三図（xy面, yz面, zx面への投影面）を画面を4分割して表示する。

5.4 画面からの位置情報取得機能

グラフィック・ウィンドウは格子データの生成過程を表示するだけではなく、実行するコマンド操作の中で位置的なパラメータを入力する際は、マウス・クリックにより画面からその位置情報を指定できる。例えば、稜線を分割するときの分割位置などは画面から選択する。具体的には以下の位置情報を取得する。

- 形状の頂点番号の取得
- 形状の稜線番号の取得
- 形状の面番号の取得
- 形状の立体番号の取得
- 格子点番号の取得
- 格子点座標の取得

5.5 表示言語

本システムでの表示のデフォルトは日本語とするが、起動時のオプションにより英語表示も可能である。

6. 機能一覧

本システムの機能を表 6.1 に示す。

表 6.1 格子生成システムの機能一覧

	座標系			備考
	デカル	円筒	BFC	
格子生成	座標値指定による格子点の生成	○	○	○
	区間の等分割による格子点の生成	○	○	○ 区間はマウスでの指定も可
	区間の等比分割による格子点の生成	○	○	○ 区間はマウスでの指定も可
	区間の代数関数分割による格子点の生成			区間はマウスでの指定も可
	座標値指定による格子の削除	○	○	○
	区間指定による格子の削除	○	○	○ 区間はマウスでの指定も可
	総格子点数の指定による自動生成	○	○	
	代数的補間法			○ Trans-Finite 法
	スムージング (偏微分方程式法)			○ 楕円型方程式法, 並列対
	L型格子			○
	O型格子			○
	マルチ・ブロック			○ LとOの任意の組合せ
	アンドウ機能	○	○	○ 複数コマンドに対応
	内部構造物	○	○	
部分領域	ポロシティ計算による自動設定	○	○	
	スラブ領域の指定			○
格子の検査	面領域の名前付け	○	○	○ 領域はマウスでの指定も可
	立体領域の名前付け	○	○	○ 領域はマウスでの指定も可
並列対応	アスペクト比による検査	○	○	指定値範囲を画面に表示
	格子の内部角度による検査			○ 指定値範囲を画面に表示
インターフェイス	負荷分散のための領域分割	○	○	○ 領域はマウスでの指定も可
	並列処理への対応			○ 楕円型方程式法部分
表示対象	ソリッド・モデルとのインターフェイス	○	○	○ IGES 仕様に対応
	解析コードとのインターフェイス	○	○	○ ファイル・フォーマットを公開
	表面格子のワイヤ・フレーム表示	○	○	
	内部断面格子のワイヤ・フレーム表示	○	○	
	内部構造物の表面格子	○	○	○ BFC はスラブの表面格子
	名前付けされた部分領域	○	○	○ 面、立体とも
	負荷分散のための分割領域	○	○	
	流体占有率によるセルの表示	○	○	
	開口率による面の表示	○	○	
	指定範囲のアスペクト比を持つセルの表示	○	○	
表示変更	指定範囲の角度を持つセルの表示			○
	メトリックが負であるセルの表示			○
	セル体積が負であるセルの表示			○
	表示の大きさの最適化	○	○	○ コマンド・ボタン操作
	表示の回転	○	○	○ コマンド・ボタン操作
	表示の拡大・縮小	○	○	○ コマンド・ボタン操作
表示言語	表示の移動	○	○	○ コマンド・ボタン操作
	領域指定しての表示の拡大	○	○	○ コマンド・ボタン操作
表示言語	3面図表示	○	○	○ コマンド・ボタン操作
	日本語と英語の切替え	○	○	○ 起動時に選択

7. 格子生成手順

図 7.1 に格子データ生成の際の作業手順を示す。初めて格子を生成する際は、まず外部ファイルより形状データを読み込み、座標系を選択する。

デカルト・円筒座標系、BFC のいずれの座標系の場合も、解析コードを並列コンピュータで実行する場合は、負荷分散を行うための格子データの領域分割が行える。

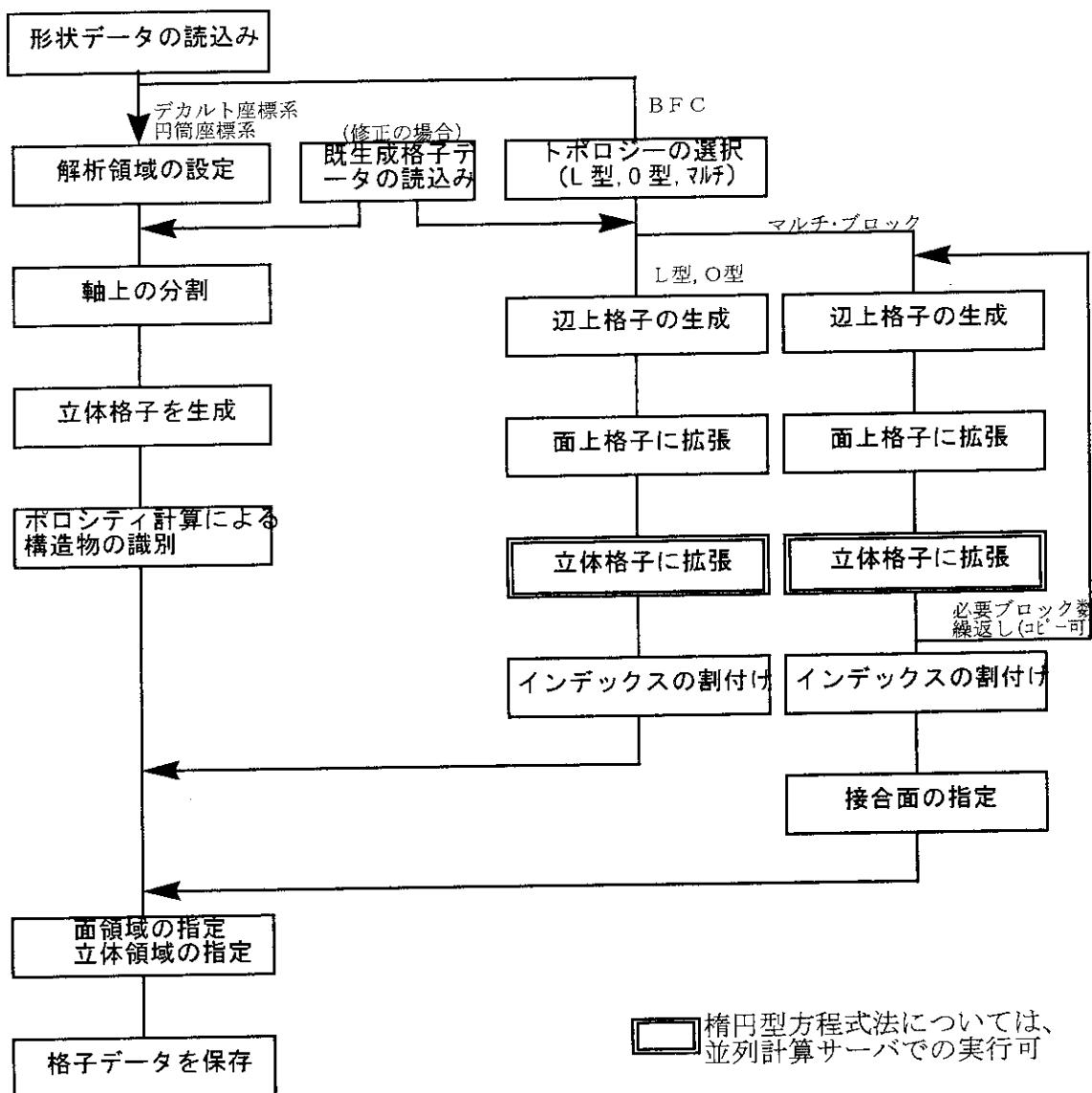


図 7.1 本システムにおける作業の流れ

7.1 デカルト・円筒座標系での格子生成手順

解析領域を設定し、解析領域内で各方向軸を格子分割する。立体格子が生成され内部構造物がボロシティ計算により自動認識されるので、境界条件に必要な部分領域を設定し、格子データを保存する。

7.2 BFCでの格子生成手順

形状そのものが解析領域の境界となるため解析領域の指定を行うことはできない。最初にトポロジーを選択し、形状を構成する各稜線を格子分割する。稜線の格子分割とともに面格子が自動生成され、さらに、面格子もとに立体格子が自動生成されるので、格子番号の方向を調整する。マルチ・ブロックの場合は全形状に対して立体格子を生成し、格子番号の方向を調整後、各立体格子を接合する。最後に境界条件に必要な部分領域を設定し、格子データを保存する。

8. 実行例

この章では以下の3例題について、本システムを使った格子生成の実行例について説明する。

- デカルト座標系を用いた角柱周りの格子生成
- BFC座標系を用いた曲がり円管内の格子生成
- BFC座標系を用いた円柱周りの格子生成

8.1 デカルト座標系を用いた角柱周りの格子生成

本節では、デカルト座標系を用いて図8.1に示す角柱周りの流れ解析に必要な格子生成の実行例を示す。

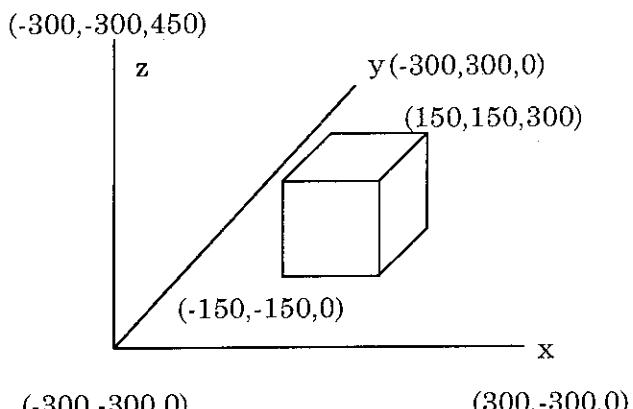


図8.1 計算領域

表8.1 計算条件

項目	内容
解析対象	角柱周りの流れ
格子点数	$9 \times 9 \times 7$
座標系	デカルト座標系

7.2 BFCでの格子生成手順

形状そのものが解析領域の境界となるため解析領域の指定を行うことはできない。最初にトポロジーを選択し、形状を構成する各稜線を格子分割する。稜線の格子分割とともに面格子が自動生成され、さらに、面格子もとに立体格子が自動生成されるので、格子番号の方向を調整する。マルチ・ブロックの場合は全形状に対して立体格子を生成し、格子番号の方向を調整後、各立体格子を接合する。最後に境界条件に必要な部分領域を設定し、格子データを保存する。

8. 実行例

この章では以下の3例題について、本システムを使った格子生成の実行例について説明する。

- デカルト座標系を用いた角柱周りの格子生成
- BFC座標系を用いた曲がり円管内の格子生成
- BFC座標系を用いた円柱周りの格子生成

8.1 デカルト座標系を用いた角柱周りの格子生成

本節では、デカルト座標系を用いて図8.1に示す角柱周りの流れ解析に必要な格子生成の実行例を示す。

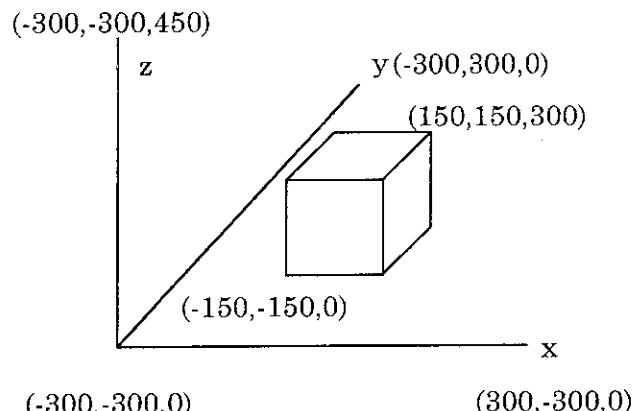


図8.1 計算領域

表8.1 計算条件

項目	内容
解析対象	角柱周りの流れ
格子点数	$9 \times 9 \times 7$
座標系	デカルト座標系

(1) 形状データの読み込み

図8.1の障害物をソリッド・モデルで生成して、本システムで形状データを読み込む。

コマンド ファイル/IGES 読み込み

入力 ダイアログで IGES ファイルを指定する。

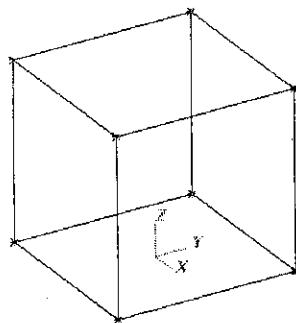


図8.2 形状データ読み込み

(2) 解析領域の設定

コマンド 解析領域／領域設定

入力 解析領域の最小最大座標値を入力する。

最小値 -300, -300, 0

最大値 300, 300, 450

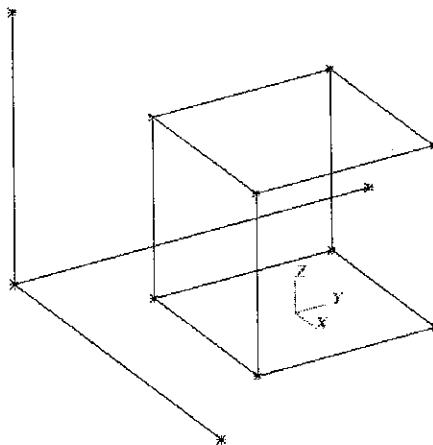


図8.3 解析領域設定

(3) 固定格子点の生成

コマンド 格子生成／格子点
入力 なし
(障害物が複数ある場合は、対象となる障害物を選択する。)

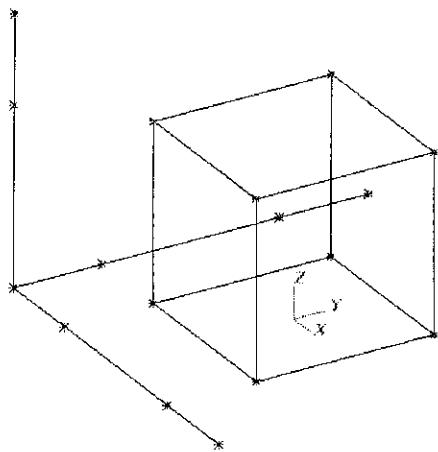


図8.4 固定格子点生成

(4) 等分割指定による格子点の生成

コマンド 格子生成／等分割
入力 格子点区間として図8.5の+印を指定する。
分割数に4を入力する。(図8.6)
同様に、軸上の格子点区間に格子点を生成する。(図8.7)

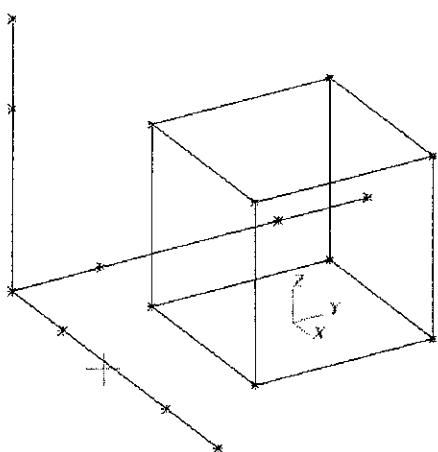


図8.5 格子点区間の指定

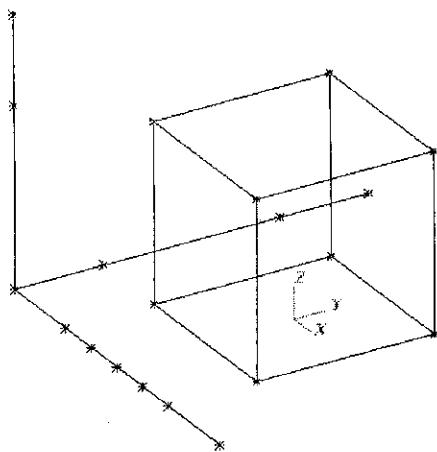


図8.6 任意の格子点区間の格子点生成

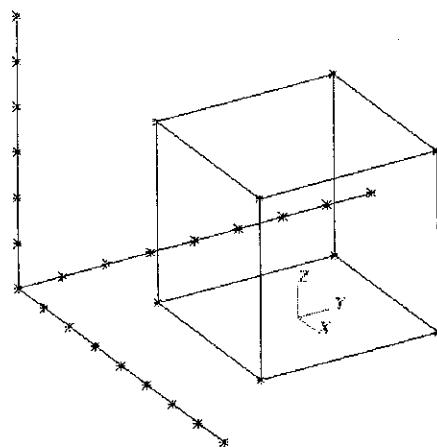


図8.7 全ての軸の格子点を生成

(5) ポロシティの計算

コマンド
入力

ポロシティ／ポロシティ計算

対象となる立体を指定する。

(立体が一つしかない場合、入力要求は無し。)

対象となる領域として全領域を選択する。

サンプル点のとる位置として格子点を選択する。

格子分割数に1を入力する。

曲面分割数に1を入力する。

(6) 形状近似の計算

コマンド
入力

ポロシティ／形状近似計算

体積多孔率のしきい値に0.5を入力する。

(7) 形状近似セルの確認

コマンド 問い合わせ／形状近似セル
入力 問い合わせる格子点範囲をインデックスで指定する。
最小値 1, 1, 1
最大値 9, 9, 7

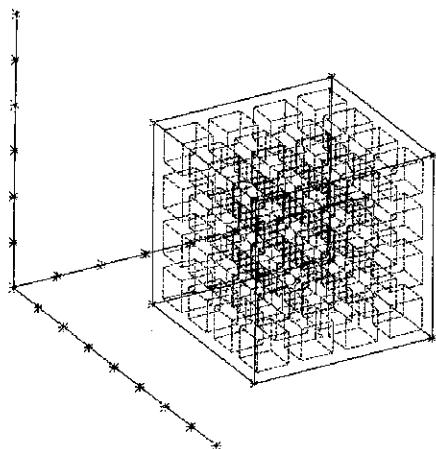


図8.8 形状近似セルの問い合わせ

8.2 BFCを用いた曲がり円管内の格子生成

本節は、BFCを用いて図8.9に示す曲がり円管内の流れ解析に必要な格子生成の実行例を示す。

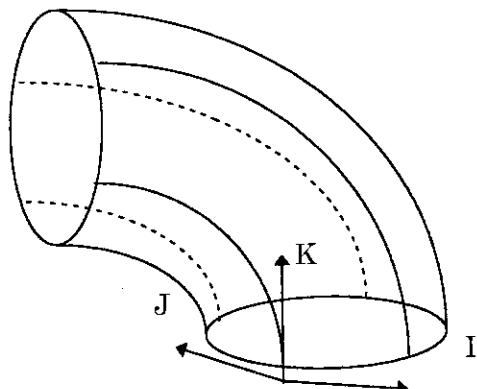


図8.9 計算領域

表8.2 計算条件

項目	内容
解析対象	円管内の流れ
格子点数	$5 \times 5 \times 5$
座標系	BFC

(1) 形状の読み込み

図8.9の円管をソリッド・モデルで生成して、本システムで形状データを読み込む。

コマンド	ファイル/IGES読み込み
入力	ダイアログでIGESファイルを指定

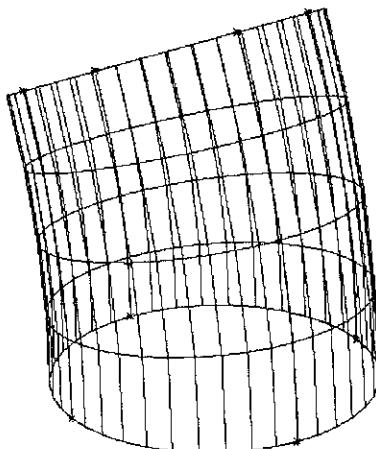


図8.10 形状データの読み込み

(2)曲面表示モードの変更

コマンド その他／曲面表示モード
入力 なし

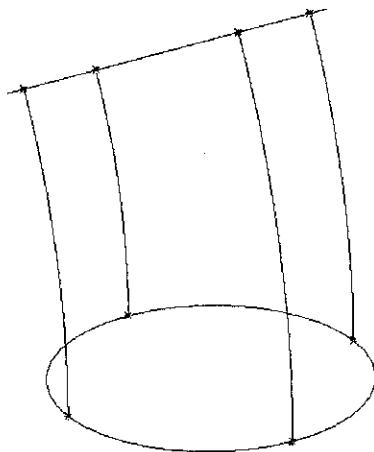


図8.11 曲面表示モード変更

(3)ブロック定義

コマンド 定義／ブロック
入力 なし
(障害物が複数ある場合は、対象となる障害物を選択する。)

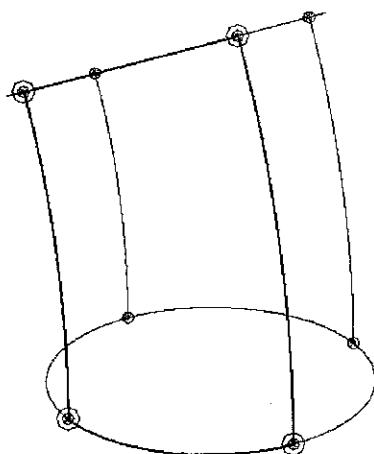


図8.12 ブロック定義

(4) 等分割による格子点の生成

コマンド 積線格子／等分割

入力 格子点区間として図8.13の+印を指定する。

分割数に4を入力する。(図8.14)

同様に、カレント面の積線全てに格子点を生成する。

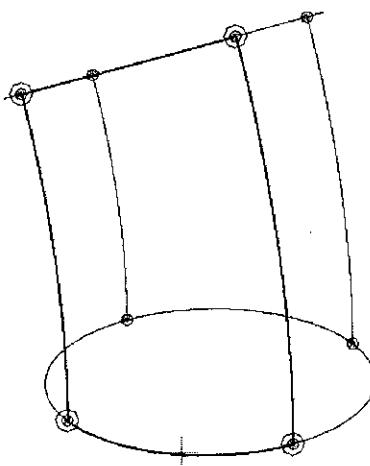


図8.13 積線の格子点区間指定

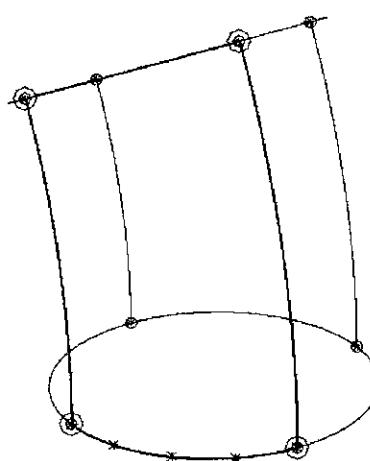


図8.14 格子点区間の分割数

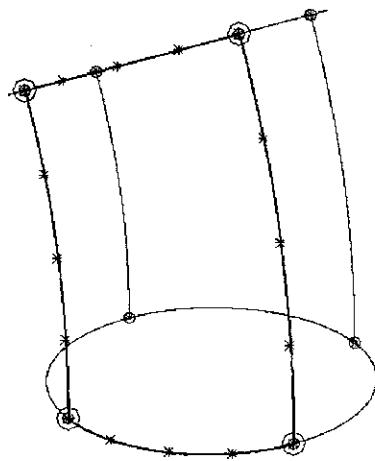


図8.15 カレント面の稜線格子生成

(5) カレント面の変更

コマンド 定義／カレント面
入力 対象となる面を指定する。
カレント面の表示は4点が◎で囲まれる。

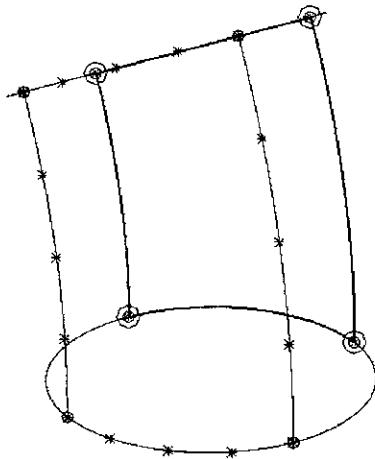


図8.16 カレント面の変更

(6) すべての稜線格子点の生成

(4)、(5)を繰り返して全ての稜線に格子点を生成する。

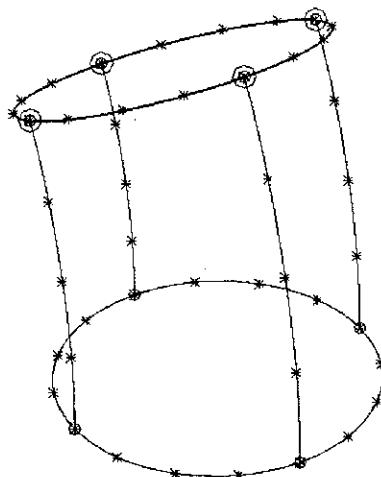


図8.17 稜線格子点生成

(7) 代数補間による面上格子点の生成

コマンド 格子生成／代数補間（面）

入力 対象となる面を入力する。（図 8.18）

全ての面上に代数補間で格子点を生成する。（図 8.19）

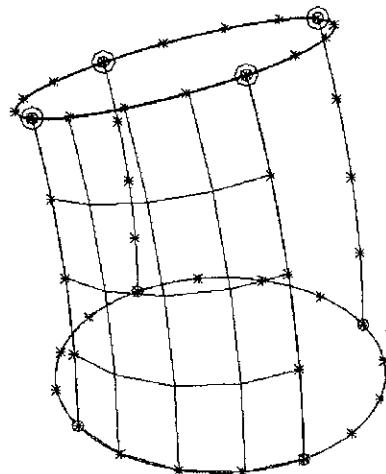


図8.18 代数補間による面上格子

(8) ブロック格子点の生成

コマンド 格子生成／代数補間（ブロック）
入力 対象となるブロック（1）を指定する。

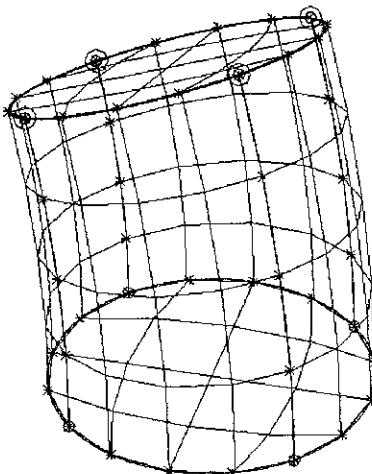


図8.19 すべて面の面上格子生成

(9) 表示モードの変更

コマンド その他／格子表示モード
入力 ダイアログ指定
面上格子点のチェックボックスを選択していない状態にして、
実行ボタンを選択する。

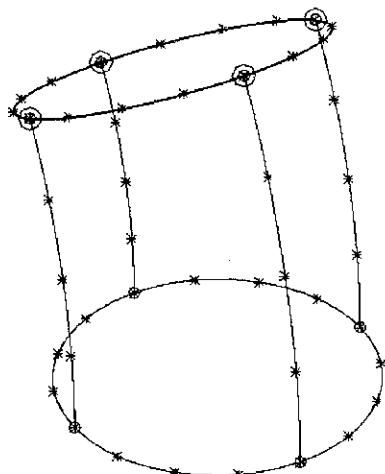


図8.20 格子表示モード変更

(10) ブロックインデックス向きの変更

コマンド 格子生成／向き変更（ブロック）

入力 変更したい I, J, K のインデックス向きを指定する。

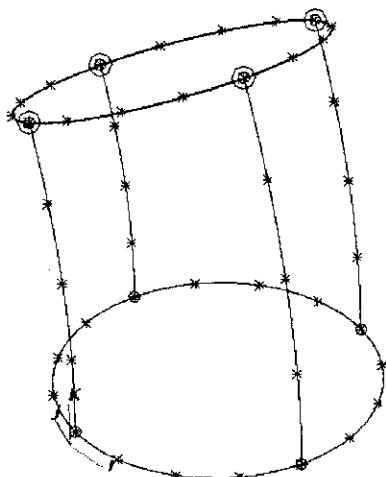


図8.21 ブロックインデックス向き変更

(11) 内部格子の確認

コマンド 問い合わせ／内部面格子

入力 ダイアログ

K=3 のインデックスを選択した後、表示ボタンを選択する。

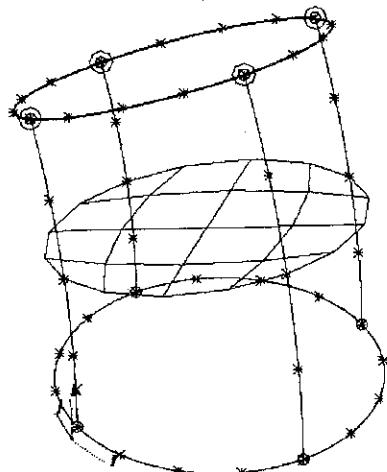


図8.22 内部面格子の表示

8.3 BFCを用いた円柱周りの格子生成

本節では、BFCを用いて図8.23に示す円柱周りの流れ解析に必要な格子生成の実行例を示す。

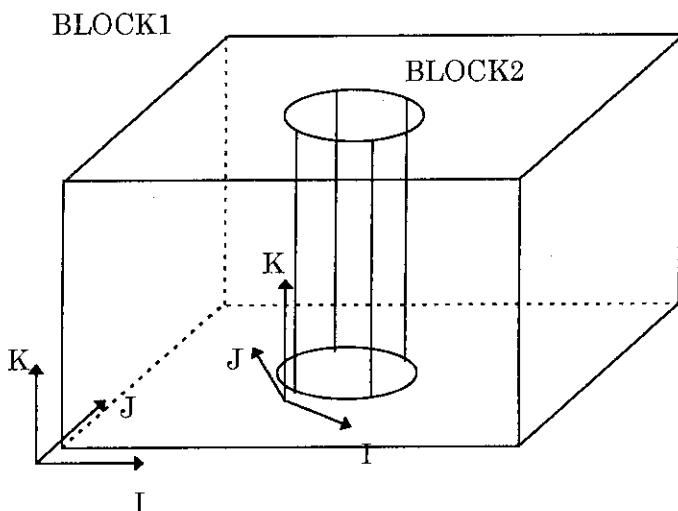


図8.23 計算領域

表8.3 計算条件

項目	内容
解析対象	円柱周りの流れ
格子点数	BLOCK1 = 1 1 × 1 1 × 4 BLOCK2 = 5 × 5 × 4
座標系	BFC

(1) 形状の読み込み

図8.24のように円柱と解析空間をソリッド・モデルで生成して、本システムで形状データを読み込む。

コマンド ファイル/IGES読み込み
入力 ダイアログでIGESファイルを指定する。

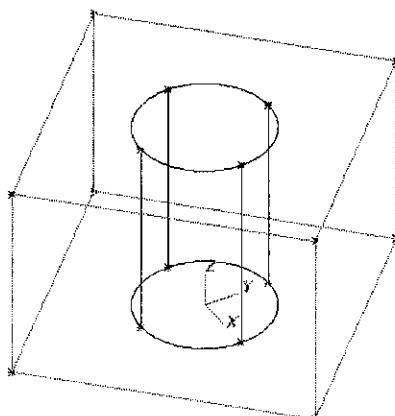


図8.24 形状データの読み込み

(2) ブロック定義

コマンド 定義／ブロック
入力 対象となる立体として全立体を選択する。

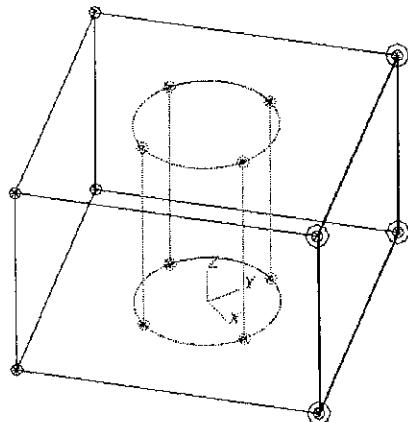


図8.25 ブロック定義

(3) 積線格子の生成

コマンド 積線格子／等分割
入力 前の実行例と同様にして、全ての積線に格子点を生成する。

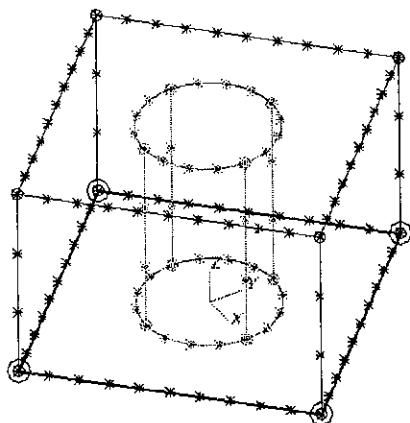


図8.26 積線格子生成

(4) 底面を代数補間による面上格子を生成

コマンド 格子生成／代数補間（面）
入力 対象となる BLOCK1 と BLOCK2 の底面を指定する。

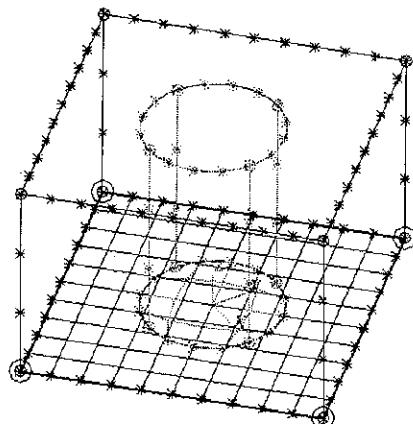


図8.27 代数補間による面上格子生成

(5) 面上格子のインデックス向き変更

コマンド 格子生成／向き変更（面）
入力 変更したい I, J のインデックス向きを指定する。
次の L 型格子生成のため、二つの面上格子のインデックス向き
を揃える。

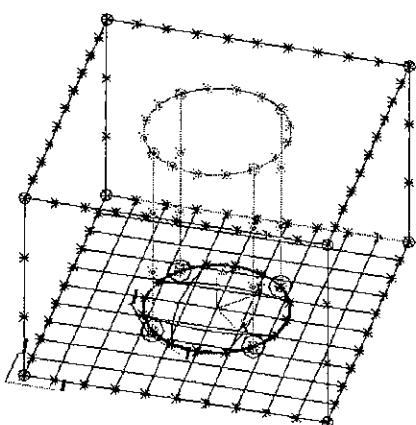


図8.28 面上格子のインデックス向き変更

(6) L型による面上格子点生成

コマンド 格子生成／L型格子（面）

入力 対象面となるBLOCK1の底面を指定する。

障害面となるBLOCK2の底面を指定する。

障害物インデックス (1, 1) が対象面上でのどのインデックスに
対応するか指定する。 (4, 4) を入力する。

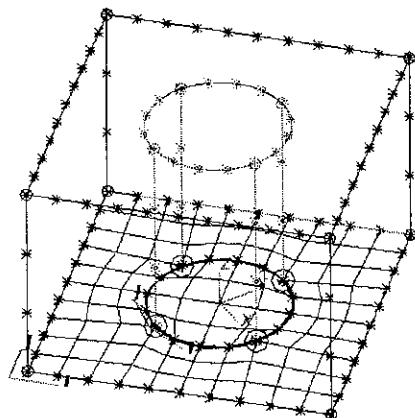


図8.29 L型面上格子

(7) 全ての面上格子を生成する

同様に、全ての面上格子点を生成する。

上面は底面と同様にして、L型格子を用いて格子点を生成する。

側面は全て、代数補間を用いて格子点を生成する。

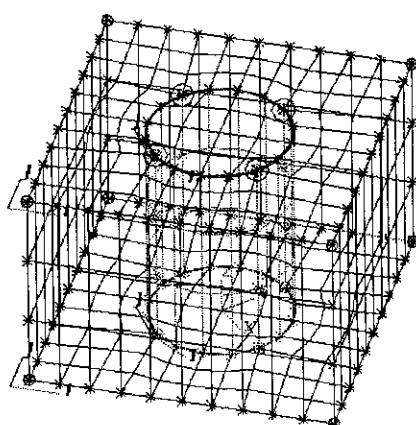


図8.30 全ての面上格子生成

(8) ブロック格子点の生成

コマンド 格子生成／代数補間（ブロック）
入力 対象となるブロック（BLOCK1, BLOCK2）を指定する。

(9) ブロックインデックス向きの変更

コマンド 格子生成／向き変更（ブロック）
入力 次のL型格子生成のため、二つのブロック格子のインデックス
向きを揃える。

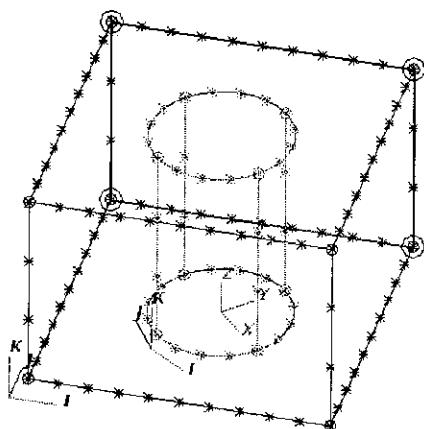


図8.31 ブロックインデックス向き変更

(10) L型格子の生成

コマンド 格子生成／L型格子（ブロック）
入力 対象となる BLOCK1 を指定する。
障害物となる BLOCK2 を指定する。
障害物インデックス (1, 1, 1) が対象面上でのどのインデックス
に対応するか指定する。 (4, 4, 1) を入力する。

(11) 内部格子の確認

コマンド 問い合わせ／内部面格子
入力 ダイアログ (I=2, K=1)
I = 2, K = 1 のインデックスを選択した後、表示ボタンを選択する。

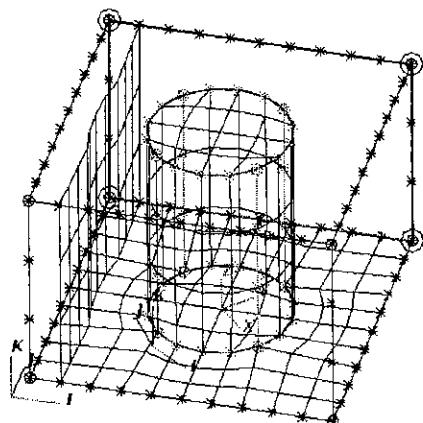


図9.32 内部面格子

9.まとめ

以上、当センターで開発を進めてきた並列計算機対応の構造格子生成システムの報告を行った。現状では、まだ当センターの複合並列計算機への実装を行っていない。それゆえ、偏微分方程式法による内部格子点生成の評価などは、今後実行し報告する予定である。その際に重要な点は、橢円型偏微分方程式の並列解法である。この解法に現在のところ双対共役勾配法を採用しているが、より高速な反復解法、例えば CGSTAB 系の解法なども適用して、メッシュ生成にふさわしい反復解法を開発していくことも必要である。

現状では、偏微分方程式法による内部格子点生成のみが並列対応になっており、生成できる格子点数はEWS側のメモリに制限される。それゆえ、辺上格子点生成や面上格子点生成などの全ての格子生成のステップに対して、領域分割法により並列化を行い、並列計算機の各プロセッサで生成された格子データをEWSのディスクに書き込む形式を採用する予定である。これにより生成できる格子点数は、並列計算機の全メモリに依存することになり、大規模な格子生成が可能になる。

またGUIはEWS系のUNIXベースのマシンを対象にしている。しかし今後、パソコンの普及に伴い、Windows系のGUIの必要性が増してくると考えられる。このようなWindows系への拡張も行いたいと考えている。

謝 辞

東京大学大学院工学系研究科システム量子工学専攻の矢川教授には、開発の段階で数々の貴重な助言を頂きました。この場を借りて深く感謝の意を表します。また並列メッシュ生成ソフト開発専門部会の委員の方々にも数多くの助言及び御指導を頂き、感謝致します。なお本専門部会の構成メンバーは、以下の通りです。

矢川 元基 氏	(部会長・東京大学大学院 工学系研究科)
荒川 忠一 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
笠木 伸英 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
佐藤 徹 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
岡本 孝司 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
村上 周三 氏	(東京大学 生産技術研究所)
谷口 伸行 氏	(東京大学 生産技術研究所)
矢部 孝 氏	(東京工業大学大学院 総合理工学研究科)
ニノ方 寿 氏	(東京工業大学 原子炉工学研究所)
河村 洋 氏	(東京理科大学 理工学部)
里深 信行 氏	(京都工芸繊維大学 工芸学部)

9.まとめ

以上、当センターで開発を進めてきた並列計算機対応の構造格子生成システムの報告を行った。現状では、まだ当センターの複合並列計算機への実装を行っていない。それゆえ、偏微分方程式法による内部格子点生成の評価などは、今後実行し報告する予定である。その際に重要な点は、橢円型偏微分方程式の並列解法である。この解法に現在のところ双対共役勾配法を採用しているが、より高速な反復解法、例えば CGSTAB 系の解法なども適用して、メッシュ生成にふさわしい反復解法を開発していくことも必要である。

現状では、偏微分方程式法による内部格子点生成のみが並列対応になっており、生成できる格子点数はEWS側のメモリに制限される。それゆえ、辺上格子点生成や面上格子点生成などの全ての格子生成のステップに対して、領域分割法により並列化を行い、並列計算機の各プロセッサで生成された格子データをEWSのディスクに書き込む形式を採用する予定である。これにより生成できる格子点数は、並列計算機の全メモリに依存することになり、大規模な格子生成が可能になる。

またGUIはEWS系のUNIXベースのマシンを対象にしている。しかし今後、パソコンの普及に伴い、Windows系のGUIの必要性が増してくると考えられる。このようなWindows系への拡張も行いたいと考えている。

謝 辞

東京大学大学院工学系研究科システム量子工学専攻の矢川教授には、開発の段階で数々の貴重な助言を頂きました。この場を借りて深く感謝の意を表します。また並列メッシュ生成ソフト開発専門部会の委員の方々にも数多くの助言及び御指導を頂き、感謝致します。なお本専門部会の構成メンバーは、以下の通りです。

矢川 元基 氏	(部会長・東京大学大学院 工学系研究科)
荒川 忠一 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
笠木 伸英 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
佐藤 徹 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
岡本 孝司 氏	(東京大学大学院 工学系研究科)
村上 周三 氏	(東京大学 生産技術研究所)
谷口 伸行 氏	(東京大学 生産技術研究所)
矢部 孝 氏	(東京工業大学大学院 総合理工学研究科)
ニノ方 寿 氏	(東京工業大学 原子炉工学研究所)
河村 洋 氏	(東京理科大学 理工学部)
里深 信行 氏	(京都工芸繊維大学 工芸学部)

福田 正大 氏 (航空宇宙技術研究所 数理解析部)
 滝沢 昭彦 氏 (東京電力㈱ 原子力研究所)
 梅垣 菊男 氏 (㈱日立製作所 電力電機開発本部)
 平田 隆教 氏 (マツダ㈱ 商品開発統括センター)
 横野 泰之 氏 (㈱東芝 研究開発センター)
 秋葉 博 氏 (㈱アライドエンジニアリング)
 姫野 龍太郎 氏 (日産自動車㈱ 総合研究所)
 鵜飼 修 氏 (三菱重工業㈱ 基盤技術研究所)
 山田 敏生 氏 (トヨタ自動車㈱ 東富士研究所)
 原田 正範 氏 (㈱リコー ソフトウェア研究所)
 中村 寿 氏 (高度情報科学技術研究機構 研究開発部)
 藤田 和久 氏 (高度情報科学技術研究機構 研究開発部)

参考文献

- 1) 中橋和博、藤井孝蔵：数値流体力学シリーズ6 一格子形成法とコンピュータグラフィックス、東京大学出版会、(1995).
- 2) Thompson J. F., Warsi Z. U. A. and Mastin C. W. : "Numerical Grid Generation -Foundations and Applications-, Elsevier Science, (1985).
(日本語訳 小国力、河村哲也訳：数値流体力学の基礎と応用、丸善、(1994))
- 3) Eriksson L. E. : AIAA J., 20-10, 1313 (1982).
- 4) Thompson J. F. et al: J. Comp. Phys., 15, 299 (1974).
- 5) Thompson J. F. et al: J. Comp. Phys., 24, 274 (1977).
- 6) Steger J. L. : AIAA J., 16-7, 679 (1978).
- 7) Steger J. L. and Sorensen R. L. : J. Comp. Phys., 33, 405 (1979).
- 8) Lee K. D. : AIAA Paper, 81-0988 (1981).

福田 正大 氏 (航空宇宙技術研究所 数理解析部)
 滝沢 昭彦 氏 (東京電力(株) 原子力研究所)
 梅垣 菊男 氏 (株)日立製作所 電力電機開発本部
 平田 隆教 氏 (マツダ(株) 商品開発統括センター)
 横野 泰之 氏 (株)東芝 研究開発センター
 秋葉 博 氏 (株)アライドエンジニアリング
 姫野 龍太郎 氏 (日産自動車(株) 総合研究所)
 鵜飼 修 氏 (三菱重工業(株) 基盤技術研究所)
 山田 敏生 氏 (トヨタ自動車(株) 東富士研究所)
 原田 正範 氏 (株)リコー ソフトウェア研究所
 中村 寿 氏 (高度情報科学技術研究機構 研究開発部)
 藤田 和久 氏 (高度情報科学技術研究機構 研究開発部)

参考文献

- 1) 中橋和博、藤井孝蔵：数値流体力学シリーズ6 一格子形成法とコンピュータグラフィックス、東京大学出版会、(1995).
- 2) Thompson J. F., Warsi Z. U. A. and Mastin C. W. : "Numerical Grid Generation -Foundations and Applications-, Elsevier Science, (1985).
(日本語訳 小国力、河村哲也訳：数値流体力学の基礎と応用、丸善、(1994))
- 3) Eriksson L. E. : AIAA J., 20-10, 1313 (1982).
- 4) Thompson J. F. et al: J. Comp. Phys., 15, 299 (1974).
- 5) Thompson J. F. et al: J. Comp. Phys., 24, 274 (1977).
- 6) Steger J. L. : AIAA J., 16-7, 679 (1978).
- 7) Steger J. L. and Sorensen R. L. : J. Comp. Phys., 33, 405 (1979).
- 8) Lee K. D. : AIAA Paper, 81-0988 (1981).

付録 A. Thompson 法

A. 1 Thompson 法の機能

Thompson 法は、格子生成領域の境界または内部において、ある特定の格子点を中心にして他の格子点を寄せたり離したりする機能を持つ。この特定の点をここでは「中心点」と呼ぶことにする。

いくつかの中心点を外部境界線上と内部境界線上に配置すれば、壁面上の格子密度の粗密を調節することはできるが、格子線の傾きを直接調節することはできない。

A. 2 Thompson 法の関数 P, Q とパラメータ

(3.9)式における P, Q は、次式で表現される。

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) &= -\sum_{m=1}^M a_\xi^m \cdot \frac{\xi - \xi^m}{|\xi - \xi^m|} \cdot \exp \left[-b_\xi^m \cdot \sqrt{c_\xi^m (\xi - \xi^m)^2 + c_\eta^m (\eta - \eta^m)^2} \right], \\ Q(\xi, \eta) &= -\sum_{m=1}^M a_\eta^m \cdot \frac{\eta - \eta^m}{|\eta - \eta^m|} \cdot \exp \left[-b_\eta^m \cdot \sqrt{c_\xi^m (\xi - \xi^m)^2 + c_\eta^m (\eta - \eta^m)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{A. 1})$$

ここで、格子点 (ξ^m, η^m) は格子点分布を調節するための中心点、 M は中心点の数、上付き添え字 m ($1 \leq m \leq M$) はそのインデックスである。 $a_\xi^m, a_\eta^m, b_\xi^m, b_\eta^m, c_\xi^m, c_\eta^m$ は Thompson パラメータであり、G U I 部から内部格子点生成部に送られる配列データである。内部格子点生成部の入力データは、

$$M, \xi^m, \eta^m, a_\xi^m, a_\eta^m, b_\xi^m, b_\eta^m, c_\xi^m, c_\eta^m \quad (1 \leq m \leq M) \quad (\text{A. 2})$$

である。

A. 3 Thompson 法における偏微分方程式の解法

楕円型偏微分方程式(3.6)を偏微分方程式の数値解法の反復計算における計算ステップ k で離散化すると、

$$\begin{aligned} \alpha^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \xi^2} - 2\beta^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \eta^2} &= -\left(J^{(k-1)}\right)^2 [P \frac{\partial x^{(k)}}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x^{(k)}}{\partial \eta}], \\ \alpha^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \xi^2} - 2\beta^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \eta^2} &= -\left(J^{(k-1)}\right)^2 [P \frac{\partial y^{(k)}}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y^{(k)}}{\partial \eta}] \end{aligned} \quad (\text{A. 3})$$

ここで、 $J^{(k-1)}$ はヤコビ行列式

$$J^{(k-1)} = \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} \quad (\text{A. 4})$$

であり、

$$\begin{aligned}\alpha^{(k-1)} &= \left(\frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta} \right)^2, \\ \beta^{(k-1)} &= \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta}, \\ \gamma^{(k-1)} &= \left(\frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \right)^2\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

である。 $J^{(k-1)}, \alpha^{(k-1)}, \beta^{(k-1)}, \gamma^{(k-1)}$ は前回の計算結果を差分近似して得られる。なお Thompson 法の関数 P, Q は独立変数 ξ, η のみで決まり、従属変数 x, y に依存しないので、収束計算の繰り返しの前に一度だけ計算すればよい。

$P \frac{\partial x}{\partial \xi}, Q \frac{\partial x}{\partial \eta}, P \frac{\partial y}{\partial \xi}, Q \frac{\partial y}{\partial \eta}$ に対しては、関数 P, Q による風上差分近似を行う。例えば、

$$P \frac{\partial x}{\partial \xi} \approx -\frac{P+|P|}{2\Delta\xi} \cdot x(\xi - \Delta\xi, \eta) + \frac{|P|}{\Delta\xi} \cdot x(\xi, \eta) + \frac{P-|P|}{2\Delta\xi} \cdot x(\xi + \Delta\xi, \eta) \quad (\text{A.6})$$

である。 $Q \frac{\partial x}{\partial \eta}, P \frac{\partial y}{\partial \xi}, Q \frac{\partial y}{\partial \eta}$ も同様である。一階偏微分導関数と二階偏微分導関数は次のように差

分近似をする。

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial \xi} &\approx \frac{1}{2\Delta\xi} [x(\xi + \Delta\xi, \eta) - x(\xi - \Delta\xi, \eta)], \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} &\approx \frac{1}{\Delta\xi^2} [x(\xi + \Delta\xi, \eta) - 2x(\xi, \eta) + x(\xi - \Delta\xi, \eta)], \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} &\approx \frac{1}{4\Delta\xi \Delta\eta} [x(\xi + \Delta\xi, \eta + \Delta\eta) - x(\xi - \Delta\xi, \eta + \Delta\eta) \\ &\quad - x(\xi + \Delta\xi, \eta - \Delta\eta) + x(\xi - \Delta\xi, \eta - \Delta\eta)]\end{aligned}\quad (\text{A.7})$$

このようにして得られた連立一次方程式に対して、本システムでは反復解法の一つである双対共役勾配法を適用して、解を求める。

A. 4 Thompson 法の注意事項

- Thompson 法では、ある特定の格子線または境界線に対して他の格子線を一度に寄せることができない。
- 適切な Thompson パラメータを得るために試行錯誤が必要である。

付録 B. Steger-Sorensen 法

B. 1 Steger-Sorensen 法の機能

Steger-Sorensen 法は、ブロック境界（外部境界）における格子線の傾きを調整し、境界線を挟んで隣接する他のブロック（隣接ブロック）と滑らかに接続する機能を持つ。

今、二次元内部格子生成を考え、そのブロック領域を $(\xi, \eta; \xi_0 \leq \xi \leq \xi_1, \eta_0 \leq \eta \leq \eta_1)$ とすると、4つの外部境界（以下、「境界」と記す）はそれぞれ、 $\xi = \xi_0, \xi = \xi_1, \eta = \eta_0, \eta = \eta_1$ で表現される。(3.9)式の関数 P, Q を規定するための Steger-Sorensen パラメータは、0 以上の実数値として定義されており、一つの境界あたり一つの実数値が対応する。この値は各軸方向の格子分割数の逆数と比較して大きいほど、境界での格子線の傾きの影響がブロック内部に浸透しなくなり、かつ格子生成プログラムの実行安定性が良くなる傾向にある。

B. 2 Steger-Sorensen 法の関数 P, Q とパラメータ

(3.10)式における P, Q は、次式で表現される。

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) &= p(\xi_0, \eta) \cdot \exp[-d_{\xi_0}(\xi - \xi_0)] + p(\xi_1, \eta) \cdot \exp[-d_{\xi_1}(\xi_1 - \xi)] \\ &\quad + p(\xi, \eta_0) \cdot \exp[-d_{\eta_0}(\eta - \eta_0)] + p(\xi, \eta_1) \cdot \exp[-d_{\eta_1}(\eta_1 - \eta)], \\ Q(\xi, \eta) &= q(\xi_0, \eta) \cdot \exp[-d_{\xi_0}(\xi - \xi_0)] + q(\xi_1, \eta) \cdot \exp[-d_{\xi_1}(\xi_1 - \xi)] \\ &\quad + q(\xi, \eta_0) \cdot \exp[-d_{\eta_0}(\eta - \eta_0)] + q(\xi, \eta_1) \cdot \exp[-d_{\eta_1}(\eta_1 - \eta)] \end{aligned} \quad (\text{B. 1})$$

ここで、 $\xi_0, \xi_1, \eta_0, \eta_1$ ($\xi_0 \leq \xi \leq \xi_1, \eta_0 \leq \eta \leq \eta_1$) は外部境界を示す。 $d_{\xi_0}, d_{\xi_1}, d_{\eta_0}, d_{\eta_1}$ は四つの境界それぞれに対応する Steger-Sorensen パラメータである。

関数 $p(\xi, \eta), q(\xi, \eta)$ （以下、境界関数 p, q と呼ぶ）は外部境界 $\xi = \xi_0, \xi = \xi_1, \eta = \eta_0, \eta = \eta_1$ においてのみ定義された関数であり、それぞれの境界での格子線の傾き $\left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \right]_{BC}, \left[\frac{\partial x}{\partial \eta} \right]_{BC}, \left[\frac{\partial y}{\partial \xi} \right]_{BC}, \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \right]_{BC}$ によって決定される。ここで記号 $[\dots]_{BC}$ は四つの中のある一つの境界上での数値であることを表わす。具体的には、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p(\xi, \eta) &= (J)^{-3} \left(-F_x(\xi, \eta) \cdot \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \right]_{BC} + F_y(\xi, \eta) \left[\frac{\partial x}{\partial \eta} \right]_{BC} \right), \\ q(\xi, \eta) &= (J)^{-3} \left(F_x(\xi, \eta) \cdot \left[\frac{\partial y}{\partial \xi} \right]_{BC} - F_y(\xi, \eta) \left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \right]_{BC} \right) \end{aligned} \quad (\text{B. 2})$$

ここで、

$$\begin{aligned} F_x(\xi, \eta) &= \alpha \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} \right]_{BC} - 2\beta \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} \right]_{BC} + \gamma \left[\frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right]_{BC}, \\ F_y(\xi, \eta) &= \alpha \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right]_{BC} - 2\beta \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} \right]_{BC} + \gamma \left[\frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right]_{BC} \end{aligned} \quad (\text{B. 3})$$

である。二階導関数の $[\dots]_{BC}$ は一階導関数 $[\dots]_{BC}$ を差分近似して求める。

B.3 境界関数 p, q

境界 $\xi = \xi_0$ での境界関数 p, q は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p(\xi_0, \eta) &= (J)^{-3} \left(-F_x(\xi_0, \eta) \cdot \left[\frac{\partial y}{\partial \eta} \right]_{\xi=\xi_0} + F_y(\xi_0, \eta) \left[\frac{\partial x}{\partial \eta} \right]_{\xi=\xi_0} \right), \\ q(\xi_0, \eta) &= (J)^{-3} \left(F_x(\xi_0, \eta) \cdot \left[\frac{\partial y}{\partial \xi} \right]_{\xi=\xi_0} - F_y(\xi_0, \eta) \left[\frac{\partial x}{\partial \xi} \right]_{\xi=\xi_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

格子線の傾き $[\dots]_{BC}$ の差分近似の方法は、その傾きの調節により以下の三種類に分類される。

- 傾きの調節の行わない場合、境界関数 p, q の計算は行わず、 $p(\xi, \eta_0) = 0, q(\xi, \eta_0) = 0$ を与える。
- 境界での格子線の傾きを直角にする場合、ブロック内部の格子点を参照する。
- 境界での格子線の傾きを調節し、隣接ブロックの格子線と接続させる場合、ブロック外部の格子点を参照する。

他の境界での同様にして、境界関数 p, q が与えられる。

B.4 Steger-Sorensen 法における偏微分方程式の解法

楕円型円型偏微分方程式(3.6)を偏微分方程式の数値解法の反復計算における計算ステップ k で離散化すると、

$$\begin{aligned} \alpha^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \xi^2} - 2\beta^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma^{(k-1)} \frac{\partial^2 x^{(k)}}{\partial \eta^2} &= -\left(J^{(k-1)}\right)^2 [P \frac{\partial x^{(k)}}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x^{(k)}}{\partial \eta}], \\ \alpha^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \xi^2} - 2\beta^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma^{(k-1)} \frac{\partial^2 y^{(k)}}{\partial \eta^2} &= -\left(J^{(k-1)}\right)^2 [P \frac{\partial y^{(k)}}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y^{(k)}}{\partial \eta}] \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

ここで、 $J^{(k-1)}$ はヤコビ行列式

$$J^{(k-1)} = \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} \quad (\text{B.6})$$

であり、

$$\begin{aligned} \alpha^{(k-1)} &= \left(\frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta} \right)^2, \\ \beta^{(k-1)} &= \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \eta}, \\ \gamma^{(k-1)} &= \left(\frac{\partial x^{(k-1)}}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^{(k-1)}}{\partial \xi} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

である。 $J^{(k-1)}, \alpha^{(k-1)}, \beta^{(k-1)}, \gamma^{(k-1)}$ は前回の計算結果を差分近似して得られる。なお Steger-Sorensen 法の関数 P, Q は独立変数 ξ, η だけでな従属変数 x, y にも依存するので、収束計算の繰り返しの中に、この関数の計算手順を組み込む必要がある。

$P \frac{\partial x}{\partial \xi}, Q \frac{\partial x}{\partial \eta}, P \frac{\partial y}{\partial \xi}, Q \frac{\partial y}{\partial \eta}$ に対しては、関数 P, Q による風上差分近似を行う。例えば、

$$P \frac{\partial x}{\partial \xi} \equiv -\frac{P+|P|}{2\Delta\xi} \cdot x(\xi - \Delta\xi, \eta) + \frac{|P|}{\Delta\xi} \cdot x(\xi, \eta) + \frac{P-|P|}{2\Delta\xi} \cdot x(\xi + \Delta\xi, \eta) \quad (\text{B. 8})$$

である。 $Q \frac{\partial x}{\partial \eta}$, $P \frac{\partial y}{\partial \xi}$, $Q \frac{\partial y}{\partial \eta}$ も同様である。一階偏微分導関数と二階偏微分導関数は次のように差分近似をする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &\equiv \frac{1}{2\Delta\xi} [x(\xi + \Delta\xi, \eta) - x(\xi - \Delta\xi, \eta)], \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} &\equiv \frac{1}{\Delta\xi^2} [x(\xi + \Delta\xi, \eta) - 2x(\xi, \eta) + x(\xi - \Delta\xi, \eta)], \\ \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} &\equiv \frac{1}{4\Delta\xi \Delta\eta} [x(\xi + \Delta\xi, \eta + \Delta\eta) - x(\xi - \Delta\xi, \eta + \Delta\eta) \\ &\quad - x(\xi + \Delta\xi, \eta - \Delta\eta) + x(\xi - \Delta\xi, \eta - \Delta\eta)] \end{aligned} \quad (\text{B. 9})$$

このようにして得られた連立一次方程式に対して、本システムでは反復解法の一つである双対共役勾配法を適用して、解を求める。

B. 5 Steger-Sorensen 法の注意事項

- 障害物表面（内部境界）に対して、格子線を調節することはできない。
- 適切な Steger-Sorensen パラメータを得るためにには試行錯誤が必要である。
- 外部境界での格子線と境界線と直交させないようにするには、自分のブロックに隣接する格子点座標をあらかじめ用意しておく必要がある。ただし直交させる場合には、その必要は無い。
- 外部境界での格子線と境界線の交差角度を直接与えることはできない。