

JAERI - M

4 9 9 2

一般化摂動法による2次摂動項の計算

1 9 7 2 年 9 月

関 泰

日 本 原 子 力 研 究 所
Japan Atomic Energy Research Institute

一般化摂動法による2次摂動項の計算

日本原子力研究所動力炉開発管理室

関 泰

(1972年9月6日受理)

一般化摂動法は、原子炉内の中性子束および随伴中性子束に関する汎函数の比の形をした積分量が、炉心パラメータの変動に伴いどのように変化するかを摂動論的に求める方法である。

この方法は汎函数の比の形をしたある積分量が色々な炉心パラメータの変動に伴いどのように変化するかを調べる場合には特に有効である。しかしこの方法では変化を調べようとする積分量に対応して一般化中性子束 ψ (或いは一般化随伴中性子束 ψ^*)なる量をSource Iteration法で求める必要があるので、多種類の積分量が炉心パラメータの変動に伴いどのように変化するかを調べる目的では用いられることがなかった。

ここでは1次摂動法で求められた各種の摂動による反応度が、その摂動によって生じた中性子束の変動に伴いどのように変化するか、すなわち1次摂動誤差を調べた。各反応度に対応する一般化中性子束 ψ の特性を検討した結果より、1次摂動誤差の中の1次摂動項を、直接計算をするよりは比較的短かい計算時間で求められることが確かめられた。

その際に従来的一般化摂動法では非摂動体系が臨界であり、炉心パラメータの変動も臨界性を保存するように加える必要があったが、ここでは非臨界の体系において実効増倍率を変えるような炉心パラメータの変動が取り扱えるようにした。

さらに一般化摂動法を用いて2次摂動項を各反応成分毎に求めることができる定式化を行った。この方法を用いることにより、今迄あいまいにされてきた1次摂動法に伴う誤差の原因をより明確にすることができる。

Calculation of the Second-Order Perturbation Terms
Using the Generalized Perturbation Method

Yasushi SEKI

Office of Power Reactor Projects, JAERI

(Received September 6, 1972)

The generalized perturbation method is generally used to calculate the change of the reactor integral quantities in the form of the ratio of the functionals of neutron flux and/or adjoint neutron flux caused by perturbations given to the reactor parameters.

It is useful in calculating the change of an integral quantity under various perturbed states, but is not so in obtaining the change of a number of the integral quantities each of which is caused by different perturbations of the reactor parameters. This is because in the method, calculation of the so-called generalized neutron fluxes (and/or generalized adjoint neutron fluxes) corresponding to each of the integral quantities is required and, further, due to the source iteration in obtaining the generalized neutron fluxes many iterative calculations are necessary to have high accuracy.

From the study of characteristics of the generalized neutron fluxes, it is shown that the reasonable accuracy may be obtained by a relatively small number of the iterative calculations.

The limiting conditions in the generalized perturbation method that the unperturbed state should be critical and that the perturbation be given so as to conserve criticality of the system are eliminated in the modification described.

The formulation to give the second-order perturbation terms in reaction component-wise manner is also developed. Using this formulation, analysis of the first-order perturbation errors may be performed effectively.

目 次

1	序 言	1
2	定 式 化	2
2.1	非臨界状態における2次摂動項の定式化	2
2.2	2次摂動項の反応成分別定式化	4
3	計 算 方 法	6
3.1	計 算 方 法	6
3.2	計 算 体 系	6
3.3	計 算 例	6
4	一般化中性子束の計算	8
4.1	一般化中性子束の特性	8
4.2	一般化中性子束の計算法	9
5	結果と検討	14
6	結 言	17
	謝 辞	17
	参考文献	17
	APPENDIX A. 定式化補遺 I	18
	APPENDIX B. 定式化補遺 II	19
	APPENDIX C. GENPER-Mの概要	21

1 序 言

一般化摂動法⁽¹⁾は、原子炉において中性子断面積などの炉心パラメータの変動に伴う中性子束或いは随伴中性子束に関する1次汎函数(例えば反応率)の比の変化や、両中性子束に関する双1次汎函数の比(例えば反応度)の変化などを摂動論的に求める方法として近年よく用いられるようになってきた。^{(2)~(4)}

この方法は、中性子束および随伴中性子束のいずれか或いは両者に関する汎函数の比の形をした積分量(原子炉の核計算に用いられる積分量の多くは中性子束の絶対値を求めるときに生ずる誤差を除くためにこの形をしている。以下この章で積分量と書いたときはこの形をしているものを意味する。)が、炉心パラメータが色々と変化するに伴って、どのように変化するかを調べるには特に有効である。しかし多種類の積分量が炉心パラメータの変動に伴いどのように変化するかを調べる目的でこの方法が用いられることはなかった。その理由は一般化摂動法では、変化を調べようとする積分量のひとつひとつに対応して一般化中性子束 ψ (或いは一般化随伴中性子束 ψ^*)という量を求める必要があり、 ψ (或いは ψ^*)を求めるには Source Iteration法を用いるので、高い精度を得るためにはそれだけ繰り返し計算の数を増やさねばならず、摂動法の長所が失われると考えられていたためである。

ここではまず ψ の定性的な特性を議論して、その結果に基づいて高速炉の核計算における ψ の計算法を検討した。その結果、高速炉の核計算においては ψ を繰り返し計算を行うことなしに求める方法⁽⁵⁾よりも Source Iteration法を用いた方が計算が簡単であることがわかった。また反応度を2次の精度で求めるためには、摂動体系の中性子束を直接求める厳密な方法よりは計算時間が比較的少なくて済むことが確かめられた。

一般化摂動法を用いて、各種の反応度に対する2次摂動項を計算した。その際に従来的一般化摂動法では非摂動体系が臨界であり炉心パラメータの変動は臨界性を保存するように加える必要があったが、ここでは非臨界の体系において実効増倍率を変えるような炉心パラメータの変動が取り扱えることを示した。

さらに2次摂動項を各反応成分毎に求める定式化を行った。この方法を用いることにより今迄あいまいにされてきた1次摂動法の誤差の原因を明確にすることができる。また直接計算に基づく厳密な摂動公式より得られる反応度との比較によって3次以上の高次摂動項を各反応別に求めることができる。このような点から本方法は原子炉の核計算に用いられる摂動法の誤差評価を行い適用限界を明確にするために有効である。

本文の構成は以下の通りである。次の第2章では非臨界体系において、実効増倍係数を変化させるような摂動の反応度の2次摂動項を導出する定式化を行った。次に2次摂動項を各反応成分毎に求める式の導出を行う。第3章では2次摂動項を計算した方法、計算体系および検討の対象とした摂動の種類について説明する。第4章では一般化中性子束の特性について議論し、その計算法を実際の高速炉の核計算に適用した結果に基づいて検討する。第5章では一般化摂動法を用いて求められた2次摂動項と、直接計算より得られた1次摂動誤差との比較を行う。なお Appendix C に一般化摂動法に基づき2次摂動項を各反応成分別に求める計算コード、GENPER-Mの概要を載せる。

2 定 式 化

この章ではまず非臨界系において実効増倍率を変化させるような摂動の反応度に対する2次摂動項の導出を行う。次に2次摂動項を各反応成分毎に求める式を導出する。

2.1 非臨界状態における2次摂動項の定式化

従来的一般化摂動法では非摂動体系が臨界であり炉心パラメータの変動も臨界性を保つように加える必要があったが、ここでは非臨界の体系において実効増倍率を変えるような炉心パラメータの変動による積分量の変化を求められるようにした。

ここでは積分量としては1次摂動法で求められる反応度を取り、炉心パラメータの変動としては反応度に対応する中性子束の変動を取り、1次摂動法で求められる反応度の中性子束を摂動体系の中性子束に置き換えたときに得られる厳密な反応度を2次の精度で求める式を導出する。

ある原子炉体系の中性子束 ϕ を

$$P\phi = 0 \quad (1)$$

と表わす。ここで P は Boltzmann 演算子であり

$$P = -A + \lambda F \quad (2)$$

と書き表わす。 λ は固有方程式の最大固有値であり、 F は P の中で核分裂による中性子の発生に対応する部分であり、 $-A$ は中性子の吸収、洩れ、散乱に対応する部分である。ここでの議論は簡単な演算子表示で行なうが、多群近似への拡張は演算子を行列で、函数をベクトルで置き換えれば良い。(1)式の随伴方程を

$$P^* \phi^* = 0 \quad (3)$$

と表わす。以後*はもとの演算子或いは函数に対して随伴関係にあることを意味する。

P に対して摂動 δP が加わったときの Boltzmann 方程式を

$$(P + \delta P) \phi' = P' \phi' = 0 \quad (4)$$

と表わす。ここで

$$\begin{aligned} \delta P &= P' - P \\ &= -\Delta A + \Delta(\lambda F) \\ &= -\Delta A + \lambda \Delta F + \Delta \lambda (F + \Delta F) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta A = A' - A, \quad (6)$$

$$\Delta F = F' - F, \quad (7)$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda \quad (8)$$

である。

$$\Delta P = -\Delta A + \lambda \Delta F \quad (9)$$

とおくと ΔP は δP の $\Delta \lambda = 0$ の場合に相当する。

(4)式に φ^* をかけて積分した式から、(3)式に φ' をかけて積分した式を引くと、 δP による反応度は厳密に

$$\rho(\text{EXACT}) = -\Delta \lambda = \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi']}{[\varphi^*, F' \varphi']} \quad (10)$$

と表わされる。但し $[f, A\varphi]$ は函数 φ に演算子 A を作用させたものに、函数 f をかけて、原子炉全体にわたる体積積分と中性子の全エネルギーとその方向に関する積分をすることを意味する。拡散近似のもとでは中性子の方向に関する積分は不要である。1次摂動法では反応度は

$$\rho(\text{FOP}) = \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi]}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (11)$$

で与えられる。通常の1次摂動法では

$$\rho(\text{FOP}) = \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi]}{[\varphi^*, F \varphi]} \quad (11')$$

で反応度を与えるが、(11)式の方が(11')よりもより厳密な値に近く、計算量としてはどちらの式を用いても同じなので、ここでは $\rho(\text{FOP})$ としては(11)式を用いる。

(10)式と(11)式を用いて1次摂動誤差は

$$\begin{aligned} \delta \rho(\text{EXACT}) &= \rho(\text{EXACT}) - \rho(\text{FOP}) \\ &= \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi']}{[\varphi^*, F' \varphi']} - \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi]}{[\varphi^*, F' \varphi]} \\ &= \rho(\text{FOP}) \cdot \left\{ \frac{[\varphi^*, \Delta P \varphi']}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} \cdot \frac{[\varphi^*, F' \varphi]}{[\varphi^*, F' \varphi]} - 1 \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

と表わされる。(12)式において3次以上の微小量を見捨ると2次摂動項 $\delta \rho(\text{GP})$ は、

$$\begin{aligned} \delta P(\text{GP}) &= \rho(\text{FOP}) \cdot \left\{ \frac{[\varphi^*, \Delta P (\varphi' - \varphi)]}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{[\varphi^*, F' (\varphi' - \varphi)]}{[\varphi^*, F' \varphi]} \right\} \\ &= \rho(\text{FOP}) \cdot [\varphi^*, G(\varphi' - \varphi)] \quad (13) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで

$$G = \frac{\Delta P}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{F'}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (14)$$

である。Appendix Aに示すように

$$[\varphi^*, G(\varphi' - \varphi)] = [\psi^*, \Delta P \psi] \quad (15)$$

であるので

$$\delta \rho(\text{GP}) = \rho(\text{FOP}) \cdot [\psi^*, \Delta P \varphi] \quad (16)$$

で与えられる。但し ψ^* は一般化随伴中性子束と呼ぶことにする量で以下の各式により与えられる。

$$\psi^* = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j^*, \quad (17)$$

$$\begin{cases} A^* \phi_1^* = G^* \phi_1^*, & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A^* \phi_j^* = \lambda^* F^* \phi_{j-1}^* \quad (j=2, 3, \dots) & (19) \end{cases}$$

$$G^* = \frac{\Delta P^*}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{F'^*}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (20)$$

ここで ψ^* が収束することは Usachev⁽⁶⁾ により証明されている。(16)~(20)式は Gandini の導出した式⁽¹⁾とほぼ同じであるが以下の二つの理由から異なっている。

- (i) $\rho(\text{FOP})$ として Gandini は(16)式の分母の F' の代わりに F を用いた (11') 式を用いている。
- (ii) ここでは非臨界系を取扱えるようにしたために(19)式の右辺に λ^* が含まれている。その結果 $\Delta \lambda$ は 0 でないので(16)式において ΔP の代わりに(5)式で定義した δP が含まれる筈であるが、Appendix A で述べた理由から δP の代わりに ΔP を用いている。

2.2 2次摂動項の各反応成分別定式化

この節では 2次摂動項を各反応成分毎に求める式を導出する。(9)式で定義した ΔP を各反応成分に分けて

$$\Delta P = \sum_c \Delta P_c \quad (21)$$

と表わす。ここで c は各反応成分を表わす。このとき(10)式および(11)式から厳密な反応度および 1次摂動法より得られる反応度の反応成分 c はそれぞれ

$$\rho_c(\text{EXACT}) = \frac{[\varphi^*, \Delta P_c \varphi']}{[\varphi^*, F' \varphi']} \quad (22)$$

$$\rho_c(\text{FOP}) = \frac{[\varphi^*, \Delta P_c \varphi]}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (23)$$

c 表わされる。このとき反応度の反応成分 c の 1次摂動誤差 $\delta \rho_c(\text{EXACT})$ と 2次摂動項 $\delta \rho_c(\text{GP})$ とは(22), (23)式と同様にして

$$\delta \rho_c(\text{EXACT}) = \rho_c(\text{EXACT}) - \rho_c(\text{FOP}) \quad (24)$$

$$\delta \rho_c(\text{GP}) = \rho(\text{FOP}) \cdot [\varphi^*, G_c(\varphi' - \varphi)] \quad (25)$$

と表わす。但し

$$G_c = \frac{\Delta P_c}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{[\varphi^*, \Delta P_c \varphi]}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} \times \frac{F'}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (26)$$

である。Appendix Bに示すように

$$[\varphi^*, G_c (\varphi' - \varphi)] = [\varphi^*, \Delta P_c \psi] \quad (27)$$

であるので反応度の反応成分 c の 2 次摂動項は

$$\delta \rho_c (GP) = \rho (FOP) \cdot [\varphi^*, \Delta P_c \psi] \quad (28)$$

で与えられる。但し ψ は一般化中性子束と呼ぶことにする量で以下の各式により定義される。

$$\psi = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j, \quad (29)$$

$$\begin{cases} A\phi_1 = G\phi, & (30) \\ A\phi_j = \lambda F\phi_{j-1}, \quad (j=2,3,\dots) & (31) \end{cases}$$

ここで G は (10) 式で与えられ、 ψ が収束することは参考文献⁽⁶⁾と同様にして示される。

(28) 式を全ての反応成分 c について加え合わせると

$$\delta \rho (GP) = \rho (FOP) \cdot [\varphi^*, \Delta P \psi] \quad (16')$$

となる。これが (10) 式と等しいことは函数および演算子の随伴性から容易に示すことができる。

3 計 算 方 法

3.1 計 算 方 法

2次摂動項を2.2の式を用いて各反応成分毎に求める計算コードGENPER-Mを作成した。GENPER-Mは高速炉用に作られており多群の拡散近似計算を行うようになっている。GENPER-Mの概要をAppendix Cに示す。計算に使用した断面積セットは1971年に作成された70群JAERI-FAST Set^{(7), (8)}を25群に縮約したものである。

3.2 計 算 体 系

1000MWe級のナトリウム冷却大型高速炉を検討の対象とした。計算モデルには1次元球モデルを用いた。Fig. 1に計算モデルを、Table Iに各領域の組成を示す。Fig. 1のCORE Iにおいて半径32cmの摂動領域をとり、この摂動領域に次節で説明する3通りの摂動を加えた場合の反応度を検討した。

3.3 計 算 例

2次摂動項の計算手法としての本方法の適用性を検討する目的で、核的性質の異なる三種類の摂動 δP を加えた場合を検討した。 δP としては

Case (i) 吸収材 ^{10}B を摂動領域に均一に加える。加えた ^{10}B の量は原子数密度にして

$$\delta N(^{10}\text{B}) = 1.25 \times 10^{19} \text{ atoms/cm}^3$$

である。この場合に反応度に対する寄与が最大なものは吸収反応である。

Case (ii) 核分裂性物質 ^{235}U を摂動領域に均一に加える。加えた ^{235}U の量は原子数密度にして

$$\delta N(^{235}\text{U}) = 1.0 \times 10^{20} \text{ atoms/cm}^3$$

である。この場合には核分裂反応が反応度に最も効いている。

Case (iii) 摂動領域からナトリウムを全て除去する。すなわちTable IよりNaの原子数密度変化は

$$\delta N(\text{Na}) = -8.74 \times 10^{21} \text{ atoms/cm}^3$$

である。この場合には反応度に対する寄与が最大な反応成分は弾性散乱によるものである。

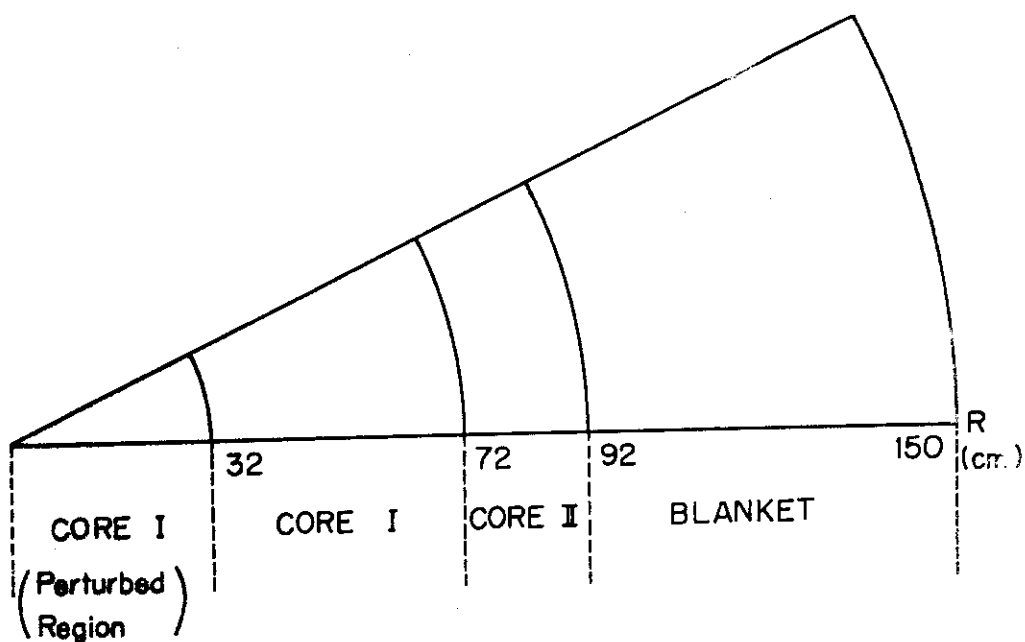


Fig. 1. Calculational Model of the LMFBR One-Dimensional Sphere

TABLE I
Atomic Composition of the LMFBR ($\times 10^{24}$ atoms/cm³)

Isotope	Core I	Core II	Blanket
²³⁹ Pu	0.000886	0.001113	0.0
²⁴⁰ Pu	0.000209	0.000262	0.0
²⁴¹ Pu	0.000049	0.000063	0.0
²³⁵ U	0.0	0.0	0.000030
²³⁸ U	0.008859	0.008566	0.009972
O	0.020007	0.020007	0.020007
Na	0.008740	0.008740	0.008740
Cr	0.002485	0.002485	0.002485
Fe	0.009003	0.009003	0.009003
Ni	0.001346	0.001346	0.001346
Mo	0.000075	0.000075	0.000075

4 一般化中性子束の計算

この章では、2次摂動項の計算式(16'), 或いは2次摂動項を反応成分毎に求める(28)式に現われる、一般化摂動法に特有な量である一般化中性子束 ψ の特性を4.1で議論する。4.2では4.1の結果に基づき高速炉の核計算に適用するための ψ の計算方法を検討する。そして実際の ψ の計算例を通して ψ の定量的な性質を明らかにする。ここでは一般化中性子束 ψ の特性だけを調べたが、 ψ の計算方法に関する結論は(16)式に表われる一般化随伴中性子束 ψ^* に対しても同様に成り立つ。 ψ と ψ^* の物理的意味は異なるが、その相異については参考文献⁽¹⁾に詳細に書かれている。

4.1 一般化中性子束の特性

一般化中性子束 ψ は(28)~(30)式によって定義される。まず ψ の物理的意味を考えてみる。中性子を世代に分ける考え方⁽⁶⁾に従うと(28)式の ϕ_1 は、 $G\phi$ という仮想的な中性子源を(1)式で表わされる原子炉体系に持ち込んだとき新たに体系内に発生する第1世代の中性子束の分布を表わしている。 G の定義式(14)より $G\phi$ は負の値をとることがあり、その結果 ϕ_1 も負の値をとることがあるので仮想的な中性子源と書いた訳である。 G の定義式(14)より

$$[\phi^*, G\phi] = 0 \quad (32)$$

が成立するので、仮想的な中性子源 $G\phi$ を(1)式で表わされる原子炉体系に加えても、体系全体の実効増倍率は変わらないことがわかる。(31)式より ϕ_2 は ϕ_1 により生ずる核分裂中性子源により発生する第2世代の中性子束の分布を表わしている。同様にして ϕ_j は $G\phi$ によって発生した中性子束の第 j 世代の中性子束の分布を表わしている。しかし一般化中性子束 $\psi = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j$ は $G\phi$ によって発生する各世代の中性子束を全て加え合わせたものの分布を意味している。

次に ϕ_j が j が大きくなるにつれてどのように変化するかを述べる。(30)式の両辺に ϕ^* をかけて積分すると(32)式より

$$[\phi^*, A\phi_1] = 0 \quad (33)$$

を得る。 A^* と A の随伴関係と(1)式より

$$[\phi_1, \lambda^* F^* \phi^*] = 0 \quad (34)$$

となる。(31)式に ϕ^* をかけて積分すると

$$[\phi^*, A\phi_j] = [\phi^*, \lambda F\phi_{j-1}], \quad (j=2, 3, \dots) \quad (35)$$

を得る。演算子の随伴性と(1)式より

$$[\phi_j, \lambda^* F^* \phi^*] = [\phi_{j-1}, \lambda^* F^* \phi^*], \quad (j=2, 3, \dots) \quad (36)$$

となる。(34)式と(36)式とから

$$[\phi_j, \lambda^* F^* \phi^*] = 0, \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (37)$$

となる。(31)式と(1)式の形より

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \phi_j = \text{const. } \varphi \quad (38)$$

である。(37)式と(38)式とから

$$\lim_{j \rightarrow \infty} [\phi_j, \lambda^* F^* \varphi^*] = \text{const. } [\varphi, \lambda^* F^* \varphi^*] = 0 \quad (39)$$

である。 $[\varphi, \lambda^* F^* \varphi^*]$ は一般に 0 でないので

$$\text{const.} = 0 \quad (40)$$

でなければならない。(39)式と(40)式とから

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \phi_j = 0 \quad (42)$$

である。以上より j が大きくなるに従って ϕ_j は(37)式で表わされる関係を満たしつつ、分布の形は φ に近づき、大きさが 0 に近づくことがわかる。

(30)式と(31)式を全ての世代 j について加え合わせると ψ が収束することは参考文献⁽⁶⁾と同様にして示すことができるので、

$$A\psi = \lambda F\psi + G\varphi \quad (43)$$

である。⁽⁵⁾これより ψ は $G\varphi$ という体系の実効増倍率を保存するような仮想的中性子源を(1)式で表わされた体系に加えたときの、中性子束の分布であることがわかる。

4.2 一般化中性子束の計算法

この節では、各種の反応度に対応するいくつかの ψ を、多群拡散近似に基づいた実際の高速炉の核計算において求める方法を検討する。以後の議論では今迄の式に表われた全ての関数をエネルギー群に依存する関数を要素とするベクトルで置き換え、全ての演算子をエネルギー群数を次元とする行列で置き換えて考える。

まず(43)式を直接解いて ψ を求めることを考える。 $P = -A + \lambda F$ なる関係式より、逆行列を用いて ψ は

$$\psi = (-P)^{-1} G\varphi \quad (44)$$

と表わされる。この式を用いると P^{-1} を一度求めておけば、異なる反応度に対応する $G\varphi$ に対して P^{-1} を作用させるだけで ψ が求まるので、極めて簡単である。ところが行列 P は高速炉の核計算に用いる多群拡散近似の場合には、エネルギー群数の次元を有するフルマトリックスである上に位置依存性をも有するので行列 P の逆転はかなり困難でありしかも計算時間も、求めようとしている ψ の数が非常に多くない限り、(29)~(31)式を用いた Source Iteration 法よりも余計にかかることになり、ここでの目的には不適當である。

そこで Source Iteration 法に基づいて ψ を求める方法を実際の計算例について検討した。(29)~(31)式に基づいて 3.1 で述べた計算方法で、3.2 で述べた計算体系に、3.3 で説明した三種類の摂動による反応度に対応する ψ を求めた。

$$\psi_J = \sum_{j=1}^J \psi_j \quad (45)$$

とおいたとき ψ が十分に収束したので

$$\psi_{30} = \sum_{j=1}^{30} \phi_j \quad (46)$$

を ψ と見なした。3.1 で述べたようにここで行なった計算は 25 群からなる多群近似に基づいているので ψ の性質を調べるには 25 個の函数要素を調べる必要があるが、ここでは便宜的に各函数要素の全エネルギー群についての和、すなわち

$$\psi_J = \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i=1}^{25} \phi_j^i \right) \quad (47)$$

の挙動を調べた。

3.3 で述べた 3 種類の摂動 (i)~(iii) に対応する ψ と ψ_J ($J=1\sim 5$) を Fig. 2~Fig. 4 に示す。Fig. 3 に ^{235}U を摂動領域に均一に加えた Case (ii) の ψ と ψ_J の全炉心における分布を示す。この図より ϕ_j が (47) 式の関係を満たしつつ j が大きくなるに従って 0 に近づいて行くために ψ_J は

$$[\psi_J, \lambda^* F^* \phi^*] = 0 \quad (48)$$

を満たしつつ、

$$\lim_{J \rightarrow \infty} \psi_J = \psi \quad (49)$$

となることがわかる。

2 次摂動項を反応成分毎に求める (8) 式より、 ψ の値で計算に用いられるのは ΔP_c が 0 でない領域、すなわち摂動領域における値だけであるので Case (i) と Case (iii) の ψ と ψ_J に対しては摂動領域における分布をそれぞれ Fig. 2 と Fig. 4 に示す。Fig. 2~Fig. 4 における 3 通りの ψ と ψ_J を較べると以下のことが言える。

1. ψ_1 はかなり 3 通りの場合で異なるが、 ψ はほぼ同じような分布をしている。
2. Fig. 3 と Fig. 4 より ψ と ψ_J はほぼ一点で交差している。
3. ψ_J は J が大きくなるに従って急激に ψ に近づいている。

次に 3 の性質を利用して ψ_J の J のとり方と 2 次摂動項の精度との関係を調べてみる。(16') 式より 2 次摂動項は ρ (FOP) に $[\phi^*, \Delta P \psi]$ をかけて得られるので ψ を ψ_J で代用した場合の 2 次摂動項の精度は % で表わすと

$$\left(\frac{[\phi^*, \Delta P \psi_J]}{[\phi^*, \Delta P \psi]} - 1.0 \right) \times 100$$

で与えられる。Fig. 5 に Case (i)~(iii) の場合の $[\phi^*, \Delta P \psi_J] / [\phi^*, \Delta P \psi]$ が J が大きく

なるに従ってどのようにして1.0に近づくかを示した。これより上の1.で述べたように $[\phi^*, \Delta P \psi_1] / [\phi^*, \Delta P \psi]$ の値はCase (i), (ii), (iii)でそれぞれ0.73, 0.80, 1.02程度で1.0からのずれにばらつきがあり、しかも1.0への収束の様子もCase (iii)が特に急激であるのにCase (ii)では比較的緩やかである。

このように加える摂動の種類によって ψ_j の収束の様子が大きく異なるので、初めの数項の ψ_j から ψ を指定するのは困難であるように思える。

Fig. 5より ψ の代りに ψ_0 を用いれば2次摂動項は10%の精度で求まり、 ψ_{10} を用いれば1%の精度で求まることがわかる。3.3で述べた三つの例題においては直接計算により実効増倍率を 10^{-7} まで求めるために要した繰り返し計算は約20回であった。それに対して一般化摂動法を用いた場合には10回で十分であるので計算時間が比較的少なくて済むことが示された。

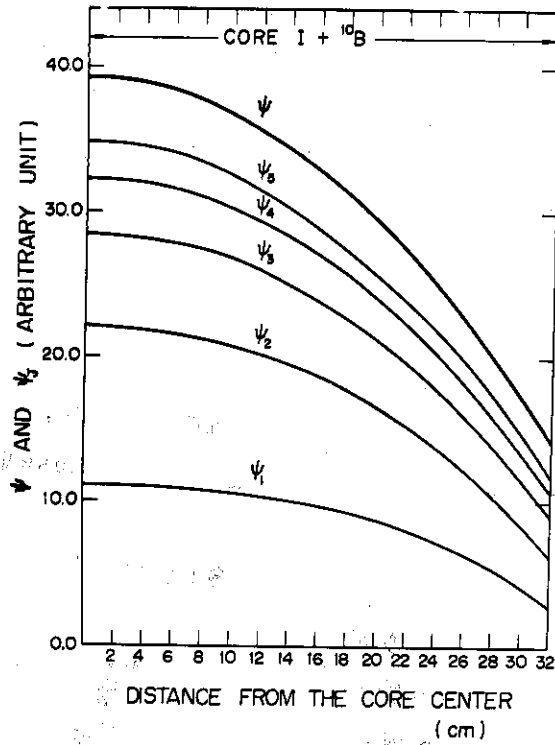


Fig. 2 Generalized Neutron Flux for Case (i)

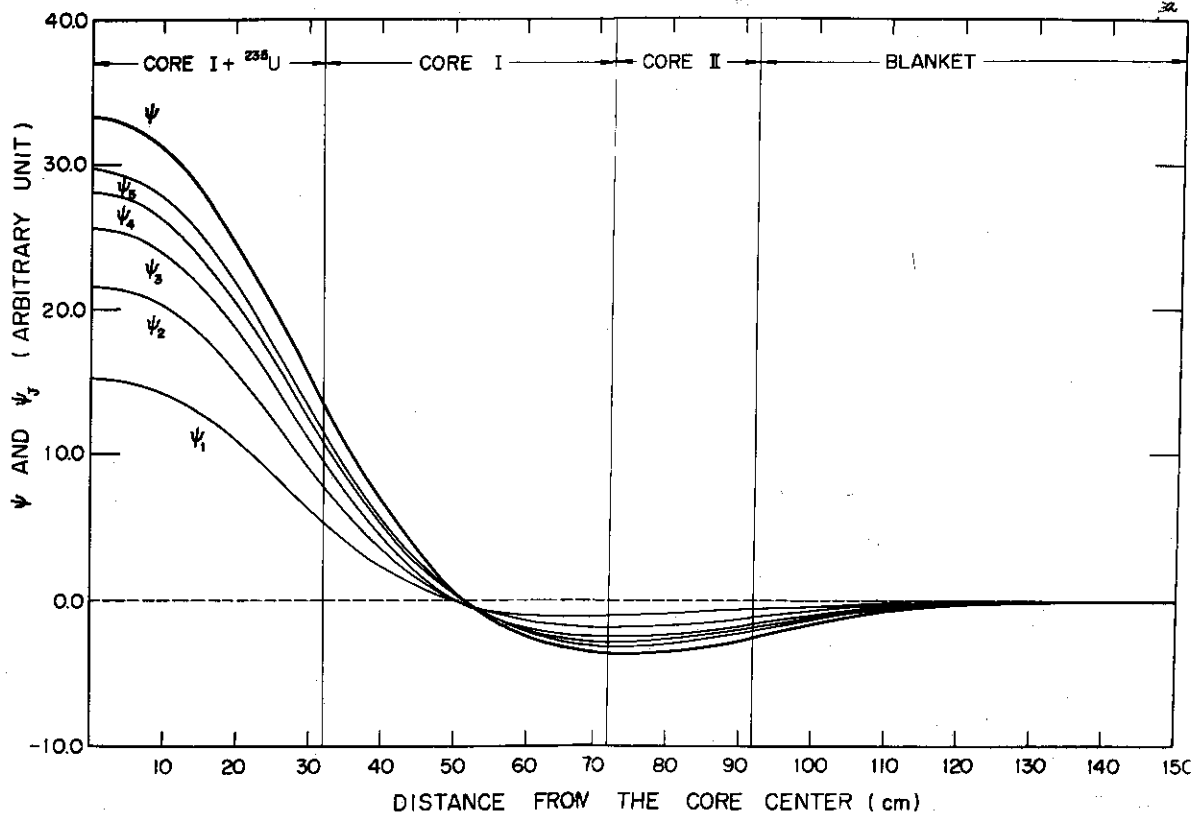


Fig. 3 Generalized Neutron Flux for Case (ii)

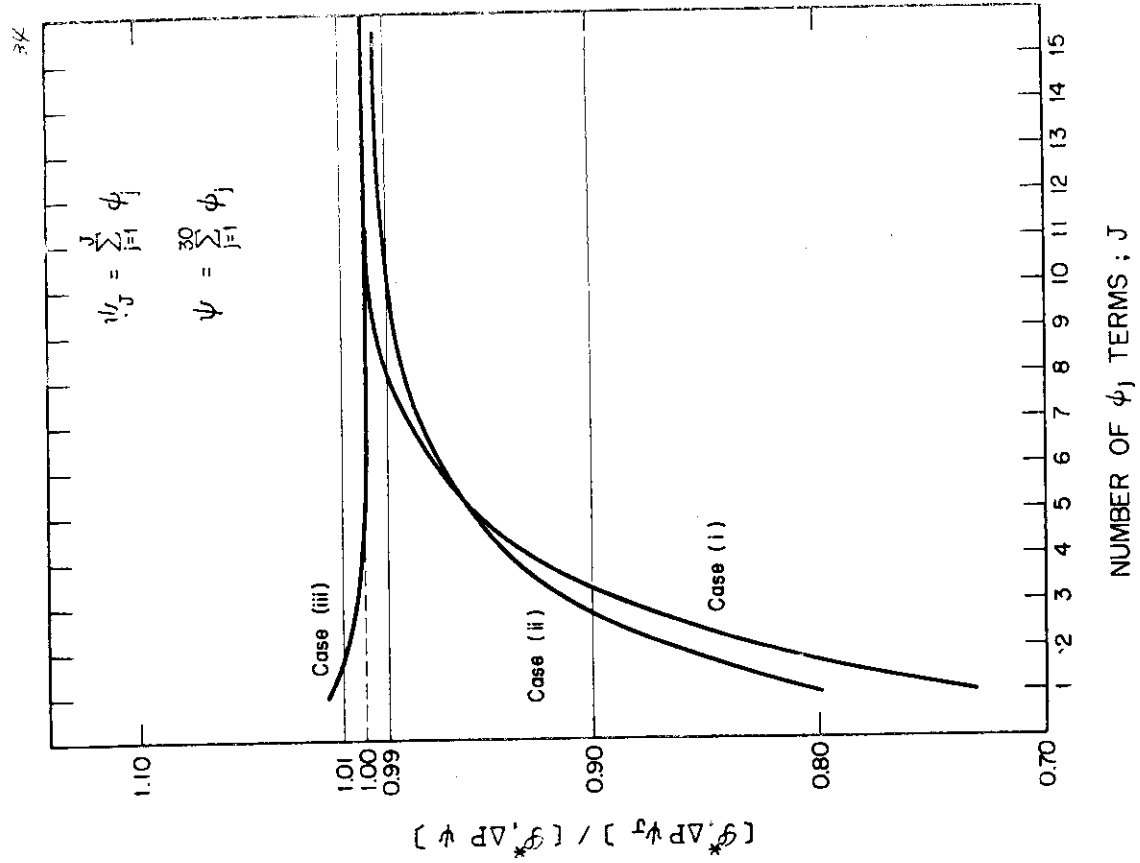


Fig.5 Convergence of Generalized Neutron Flux

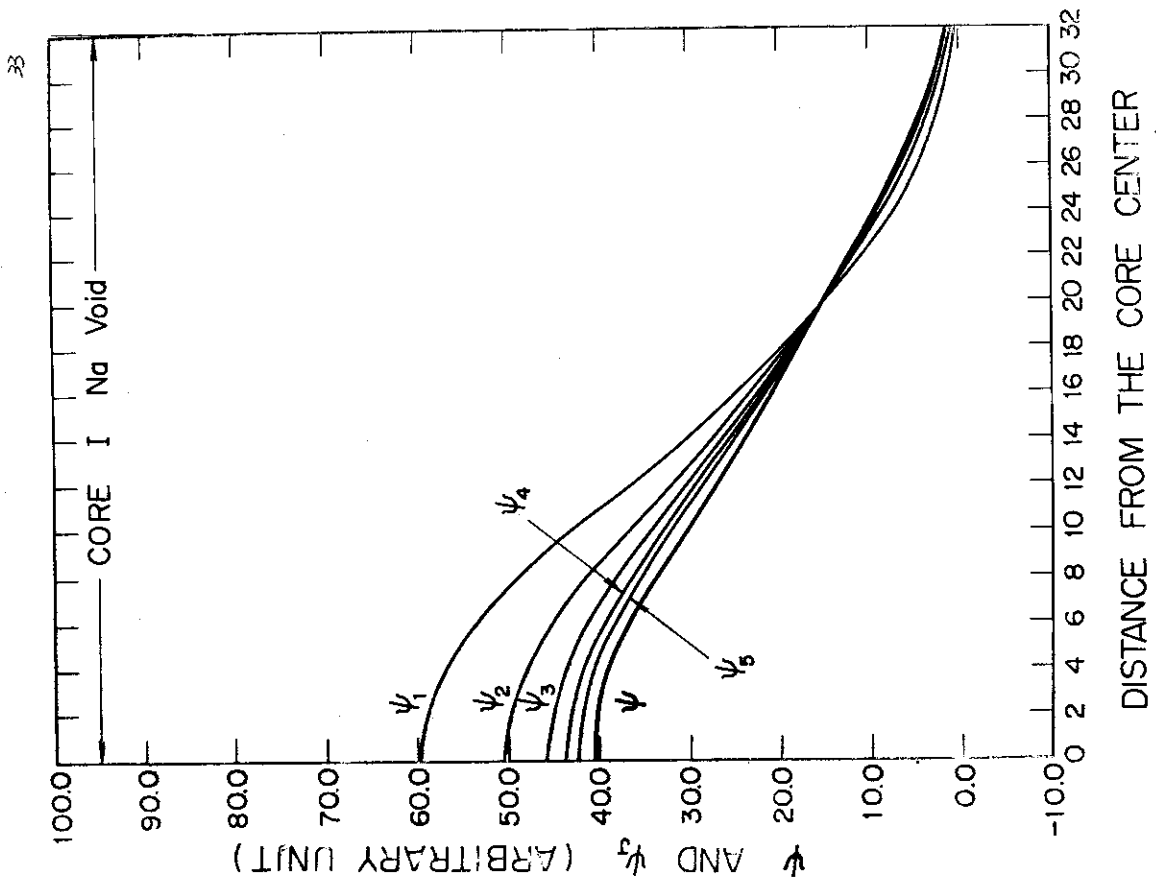


Fig. 4 Generalized Neutron Flux for Case (iii)

5 結果と検討

TABLE IIに、3.3で説明したCase (i)~(iii)の摂動による反応度の計算結果を示す。ここで反応度の厳密な値 ρ (EXACT)は(10)式で与えられ、一般化摂動法を用いて2次摂動項まで計算した反応度

$$\rho(\text{GP}) = \rho(\text{FOP}) + \delta\rho(\text{GP}) \quad (51)$$

であり $\delta\rho(\text{GP})$ は(16)式より求められた。また ψ としては(40)式で定義される ψ_{s_0} を用いた。これより一般化摂動法を用いて2次摂動項を考慮することにより反応度の計算精度は2桁高められることがわかる。

TABLE IIIに ρ (EXACT)に対する ρ (GP)の相対誤差、すなわち3次以上の摂動誤差と、 ρ (EXACT)に対する ρ (FOP)の相対誤差、すなわち2次以上の摂動誤差を示す。Case (iii)ではナトリウムの除去により中性子束の変動が大きかったために3次以上の摂動誤差は0.26%である。しかし反応度に換算するとこれは $10^{-6} \Delta k/k$ 程度である。

TABLE IVにCase (i)~Case (iii)の2次摂動項の反応成分 c 、 $\delta\rho_c(\text{GP})$ と2次以上の摂動誤差を反応別に求めた値 $\delta\rho_c(\text{EXACT})$ を示す。 $\delta\rho_c(\text{GP})$ は(48)式より求め、 $\delta\rho_c(\text{EXACT})$ は(49)式より求めた。Case (iii)ではナトリウム除去による中性子束の変動が大きかったために3次以上の摂動項がかなり大きいため $\delta\rho_c(\text{GP})$ と $\delta\rho_c(\text{EXACT})$ ではいくらか差がある。Case (i), (ii)では各反応成分毎に大きさのオーダーがかなり異なるにもかかわらず $\delta\rho_c(\text{GP})$ と $\delta\rho_c(\text{EXACT})$ は良く一致している。

TABLE I The Calculated Reactivities, $(\lambda - \lambda') \times 10^{-3}$

Case Name	$\rho(\text{EXACT})$	$\rho(\text{GP})$	$\rho(\text{FOP})$
(i) ^{10}B Insertion, $\delta N(^{10}\text{B})^* = 1.25 \times 10^{19}$	-0.5771	-0.5771	-0.5883
(ii) ^{235}U Insertion, $\delta N(^{235}\text{U})^* = 1.0 \times 10^{20}$	5.1937	5.1963	5.0712
(iii) 100% Sodium Removal	1.9055	1.9006	1.7955

* The unit of δN is atoms/cm³

TABLE II The Relative Error of Reactivities (%)

Case Name	$\frac{\rho(\text{GP}) - \rho(\text{EXACT})}{\rho(\text{EXACT})} \times 100$	$\frac{\rho(\text{FOP}) - \rho(\text{EXACT})}{\rho(\text{EXACT})} \times 100$
(i) ^{10}B Insertion :	0.00	-1.94
(ii) ^{235}U Insertion	+0.05	-2.36
(iii) 100% Na Void	-0.26	-5.77

TABLE IV The Reaction Component-wise Second Order Perturbation Terms,

$$\delta\rho_c (\text{EXACT}) = \rho_c (\text{EXACT}) - \rho_c (\text{FOP}),$$

$$\delta\rho_c (\text{GP}) = \rho_c (\text{GP}) - \rho_c (\text{FOP}).$$

Reaction Components (c)	(i) ¹⁰ B Insertion		(ii) ²³⁵ U Insertion		(iii) 100% Na Void	
	$\delta\rho_c(\text{EXACT})$	$\delta\rho_c(\text{GP})$	$\delta\rho_c(\text{EXACT})$	$\delta\rho_c(\text{GP})$	$\delta\rho_c(\text{EXACT})$	$\delta\rho_c(\text{GP})$
elastic removal	-7.25×10^{-7}	-7.14×10^{-7}	-5.87×10^{-6}	-5.99×10^{-6}	1.79×10^{-3}	1.85×10^{-3}
elastic incoming	7.26×10^{-7}	7.25×10^{-7}	5.55×10^{-6}	5.67×10^{-6}	-1.56×10^{-3}	-1.70×10^{-3}
elastic net	8.33×10^{-10}	1.02×10^{-9}	-3.25×10^{-7}	-3.27×10^{-7}	1.32×10^{-4}	1.52×10^{-4}
inelastic removal	2.72×10^{-9}	2.72×10^{-9}	-3.92×10^{-5}	-3.94×10^{-5}	8.41×10^{-5}	9.56×10^{-5}
inelastic incoming	-2.52×10^{-10}	-2.51×10^{-10}	3.43×10^{-5}	3.45×10^{-5}	-7.20×10^{-5}	-8.16×10^{-5}
inelastic net	2.08×10^{-9}	2.07×10^{-9}	-4.91×10^{-6}	-4.93×10^{-6}	1.21×10^{-5}	1.40×10^{-5}
fission	-6.87×10^{-8}	-7.02×10^{-8}	1.61×10^{-4}	1.63×10^{-4}	6.26×10^{-5}	6.21×10^{-5}
absorption	6.21×10^{-6}	6.26×10^{-6}	-3.46×10^{-5}	-3.39×10^{-5}	-9.46×10^{-5}	-1.03×10^{-4}
diffusion	-9.50×10^{-9}	-9.63×10^{-9}	9.68×10^{-7}	9.40×10^{-7}	-1.71×10^{-6}	-2.01×10^{-5}
total	6.13×10^{-6}	6.18×10^{-6}	1.23×10^{-4}	1.25×10^{-4}	1.10×10^{-4}	1.05×10^{-4}

6 結 言

一般化摂動法を非臨界体系において実効増倍率を変化させるような炉心パラメータの変動に対しても適用できるように修正した。

一般化摂動法を用いて2次摂動項を各反応成分毎に求める方法を定式化した。

一般化中性子束の計算法を検討し、Source Iteration法を用いて5回の繰り返し計算で1次摂動法を1桁精度を向上させることができ、10回の繰り返し計算で2桁精度を向上させることができることが確かめられた。

参 考 文 献

- (1) A. GANDINI, J. Nucl. Energy, 21, 755 (1967)
- (2) A. GANDINI, M. SALVATORE, and I. DAL BONO, Fast Reactor Physics, Vol. I, P241, IAEA, Vienna (1968)
- (3) A. GANDINI and M. SALVATORE, Nucl. Sci. Eng., 41, 452 (1970)
- (4) A. GANDINI, M. SALVATORE, and G. SENA, J. Nucl. Energy, 23, 469 (1969)
- (5) M. KOMATA, Nucl. Sci. Eng., 47 (4), 489 (1972)
- (6) L. N. USACHEV, J. Nucl. Energy, Part A/B, 18, 571 (1963)
- (7) S. KATSURAGI et al; JAERI-1195 (1970)
- (8) S. KATSURAGI et al; JAERI-1199 (1970)
- (9) 関 泰, 吉田弘幸, 飯島 進; JAERI-M 4587 (1971)

謝 辞

本稿の作成にあたり有益な御助言をいただきました動力炉開発管理室熱中性子炉設計班長能沢正雄氏と高速炉設計班の東稔三氏と田坂完二氏に深く感謝いたします。数式の証明に関しては計算センターの森口欽一氏と堀上邦彦氏に深く感謝いたします。貴重な御討論をいただいた核設計研究室の中川正幸氏と高速炉設計班長の平田実穂氏に深く感謝いたします。

6 結 言

一般化摂動法を非臨界体系において実効増倍率を変化させるような炉心パラメータの変動に対しても適用できるように修正した。

一般化摂動法を用いて2次摂動項を各反応成分毎に求める方法を定式化した。

一般化中性子束の計算法を検討し、Source Iteration法を用いて5回の繰り返し計算で1次摂動法を1桁精度を向上させることができ、10回の繰り返し計算で2桁精度を向上させることができることが確かめられた。

参 考 文 献

- (1) A. GANDINI, J. Nucl. Energy, 21, 755 (1967)
- (2) A. GANDINI, M. SALVATORES, and I. DAL BONO, Fast Reactor Physics, Vol. I, P241, IAEA, Vienna (1968)
- (3) A. GANDINI and M. SALVATORES, Nucl. Sci. Eng., 41, 452 (1970)
- (4) A. GANDINI, M. SALVATORES, and G. SENA, J. Nucl. Energy, 23, 469 (1969)
- (5) M. KOMATA, Nucl. Sci. Eng., 47 (4), 489 (1972)
- (6) L. N. USACHEV, J. Nucl. Energy, Part A/B, 18, 571 (1963)
- (7) S. KATSURAGI et al; JAERI-1195 (1970)
- (8) S. KATSURAGI et al; JAERI-1199 (1970)
- (9) 関 泰, 吉田弘幸, 飯島 進; JAERI-M 4587 (1971)

謝 辞

本稿の作成にあたり有益な御助言をいただきました動力炉開発管理室熱中性子炉設計班長能沢正雄氏と高速炉設計班の東稔彦氏と田坂完二氏に深く感謝いたします。数式の証明に関しては計算センターの森口欽一氏と堀上邦彦氏に深く感謝いたします。貴重な御討論をいただいた核設計研究室の中川正幸氏と高速炉設計班長の平田実穂氏に深く感謝いたします。

6 結 言

一般化摂動法を非臨界体系において実効増倍率を変化させるような炉心パラメータの変動に対しても適用できるように修正した。

一般化摂動法を用いて2次摂動項を各反応成分毎に求める方法を定式化した。

一般化中性子束の計算法を検討し、Source Iteration法を用いて5回の繰り返し計算で1次摂動法を1桁精度を向上させることができ、10回の繰り返し計算で2桁精度を向上させることができることが確かめられた。

参 考 文 献

- (1) A. GANDINI, J. Nucl. Energy, 21, 755 (1967)
- (2) A. GANDINI, M. SALVATORE, and I. DAL BONO, Fast Reactor Physics, Vol. I, P241, IAEA, Vienna (1968)
- (3) A. GANDINI and M. SALVATORE, Nucl. Sci. Eng., 41, 452 (1970)
- (4) A. GANDINI, M. SALVATORE, and G. SENA, J. Nucl. Energy, 23, 469 (1969)
- (5) M. KOMATA, Nucl. Sci. Eng., 47 (4), 489 (1972)
- (6) L. N. USACHEV, J. Nucl. Energy, Part A/B, 18, 571 (1963)
- (7) S. KATSURAGI et al; JAERI-1195 (1970)
- (8) S. KATSURAGI et al; JAERI-1199 (1970)
- (9) 関 泰, 吉田弘幸, 飯島 進; JAERI-M 4587 (1971)

謝 辞

本稿の作成にあたり有益な御助言をいただきました動力炉開発管理室熱中性子炉設計班長能沢正雄氏と高速炉設計班の東稔三氏と田坂完二氏に深く感謝いたします。数式の証明に関しては計算センターの森口欽一氏と堀上邦彦氏に深く感謝いたします。貴重な御討論をいただいた核設計研究室の中川正幸氏と高速炉設計班長の平田実穂氏に深く感謝いたします。

Appendix A

$$[\varphi^*, G(\varphi' - \varphi)] = [\psi^*, \Delta P \varphi] \quad (\text{A1})$$

を証明する。

Gの定義式より $[\varphi^*, G\varphi] = 0$ であるので

$$[\varphi^*, G(\varphi' - \varphi)] = [\varphi^*, G\varphi'] \quad (\text{A2})$$

(4)式を書きなおすと

$$A' \varphi' = \lambda' F' \varphi' \quad (\text{A3})$$

(7), (8)式は

$$\begin{cases} A^* \phi_1^* = G^* \phi^*, \\ A^* \phi_j^* = \lambda^* F^* \phi_{j-1}^* \quad (j=2, 3, \dots) \end{cases} \quad (\text{A4})$$

$$(\text{A5})$$

である。(A4), (A5)の両辺を全てのjについて加え合わせると

$$A^* (\phi_1^* + \phi_2^* + \dots) = G^* \phi^* + \lambda^* F^* (\phi_1^* + \phi_2^* + \dots) \quad (\text{A6})$$

となり, $\psi^* = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j^*$ が収束することは証明されているので

$$A^* \psi^* = G^* \phi^* + \lambda^* F^* \psi^* \quad (\text{A7})$$

(A3)に ψ^* をかけて積分した式から(A7)に φ' をかけて積分した式を引くと各演算子の随伴性より

$$[\psi^*, \Delta A \varphi'] = [\psi^*, \Delta (\lambda F) \varphi'] - [\varphi^*, G \varphi'] \quad (\text{A8})$$

よって

$$[\varphi^*, G \varphi'] = [\psi^*, \delta P \varphi'], \quad (\text{A9})$$

但し δP は(5)式で定義されている。ところで今求めようとしているのは(13)式で表わされた2次摂動項であり、(13)式の右辺には1次の微小量 ρ (FOP)が因数として含まれているので

$[\varphi^*, G \varphi']$ も1次まで正しく求めれば良い。そこで(A9)式の右辺の φ' を φ で置き換えて

$$[\varphi^*, G \varphi'] = [\psi^*, \delta P \varphi] \quad (\text{A10})$$

として良い。

次に

$$[\psi^*, \delta P \varphi] = [\psi^*, \Delta P \varphi] \quad (\text{A11})$$

を証明する。(5)式と(9)式より

$$\delta P - \Delta P = \Delta \lambda (F + \Delta F) \quad (\text{A12})$$

であり, $\Delta \lambda \Delta F$ は 2 次の微小量であるので

$$[\psi^*, \Delta \lambda F \phi] = 0 \quad (\text{A13})$$

を証明すれば良い。 $\Delta \lambda$ は一般には 0 でない定数なので

$$[\psi^*, F \phi] = 0 \quad (\text{A13})$$

であれば良い。

(A4) 式の両辺に ϕ をかけて積分すると G^* の定義式(2)より $[\phi, G^* \phi^*] = 0$ であるので

$$[\phi, A^* \phi_1^*] = 0 \quad (\text{A15})$$

となる。 A^* と A の随伴関係と(1)式より

$$[\phi_1^*, \lambda F \phi] = 0 \quad (\text{A16})$$

である。(A5) 式の両辺に ϕ をかけて積分すると

$$[\phi, A^* \phi_j^*] = [\phi, \lambda^* F^* \phi_{j-1}^*], \quad (j=2, 3, \dots) \quad (\text{A17})$$

となる。演算子の随伴性と(1)式より

$$[\phi_j^*, \lambda F \phi] = [\phi_{j-1}^*, \lambda F \phi], \quad (j=2, 3, \dots) \quad (\text{A18})$$

である。(A16) 式と(A18) 式より

$$[\phi_j^*, \lambda F \phi] = 0, \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (\text{A19})$$

となる。よって

$$[\psi^*, \lambda F \phi] = \left[\sum_{j=1}^{\infty} \phi_j^*, \lambda F \phi \right] = 0 \quad (\text{A20})$$

を得る。 λ は一般に 0 でない定数なので

$$[\psi^*, F \phi] = 0 \quad (\text{A13})$$

が証明された。

(A2), (A10) および (A11) 式から (A1) 式の証明がなされた。

Appendix B

$$[\phi^*, G_c (\phi' - \phi)] = [\phi^*, \Delta P_c \psi] \quad (\text{B1})$$

を証明する。

まず

$$[\phi^*, G_c (\phi' - \phi)] = [\psi_c^*, \Delta P \phi], \quad (\text{B2})$$

ここで

$$\psi_c^* = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_{c j}^*, \quad (\text{B3})$$

$$\begin{cases} A^* \psi_c^* = G_c^* \varphi^* & (B4) \\ A^* \psi_{c_j}^* = \lambda^* F^* \psi_{c(j-1)}^* , \quad (j=2,3,\dots) & (B5) \end{cases}$$

$$G_c^* = \frac{\Delta P_c^*}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{[\psi_c^*, \Delta P_c \varphi]}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{F'^*}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (B6)$$

である。(B2)式は Appendix A の (A1)式と同様に証明できる。

次に

$$[\psi_c^*, \Delta P \varphi] = [\varphi^*, \Delta P \varphi] \cdot [\psi_c^*, G \varphi] \quad (B7)$$

となることを示す。Gの定義式(4)より

$$[\psi_c^*, G \varphi] = \frac{[\psi_c^*, \Delta P \varphi]}{[\varphi^*, \Delta P \varphi]} - \frac{[\psi_c^*, F' \varphi]}{[\varphi^*, F' \varphi]} \quad (B8)$$

である。Appendix A の (A20)式の導出と同様にして

$$[\psi_c^*, F' \varphi] = 0 \quad (B9)$$

を導くことができる。今 (B7) 式の $[\psi_c^*, \Delta P \varphi]$ は 1 次の微小量までを正しく求めれば良いので (B9) 式より、(B8) 式の第 2 項は 0 と置いて良い。(B8) 式において第 2 項を 0 と置くと (B7) 式が得られる。

さて次に

$$[\psi_c^*, G \varphi] = [\psi, G_c^* \varphi^*] \quad (B10)$$

を示す。(A7) 式の導出と同様にして

$$A^* \psi_c^* = G_c^* \varphi^* + \lambda^* F^* \psi_c^* , \quad (B11)$$

$$A \psi = G \varphi + \lambda F \psi \quad (B12)$$

を導くことができる。 $P = -A + \lambda F$, $P^* = -A^* + \lambda^* F^*$ なる関係を用いると (B11) , (B12) 式は、逆演算子を用いて

$$\psi_c^* = (-P^*)^{-1} G_c^* \varphi^* , \quad (B13)$$

$$\psi = (-P)^{-1} G \varphi \quad (B14)$$

と表わされる。そこで

$$\begin{aligned} [\psi_c^*, G \varphi] &= [(-P^*)^{-1} G_c^* \varphi^*, G \varphi] \\ &= [\psi, G_c^* \varphi^*] \end{aligned}$$

となり (B10) 式が示された。(B10) 式を (B7) 式に代入して (B6) 式の G_c^* の定義により

$$[\psi_c^*, \Delta P \phi] = [\phi^*, \Delta P \phi] \cdot \left\{ \frac{[\psi, \Delta P_c^* \phi^*]}{[\phi^*, \Delta P \phi]} - \frac{[\phi^*, \Delta P_c \phi]}{[\phi^*, \Delta P \phi]} \cdot \frac{[\psi, F'^* \phi^*]}{[\phi^*, F' \phi]} \right\} \quad (B15)$$

である。(B8)式の後で述べたのと同じ理由から(B15)式において

$$[\psi, F'^* \phi^*] = 0 \quad (B16)$$

と置いて良いので

$$\begin{aligned} [\psi_c^*, \Delta P \phi] &= [\psi, \Delta P_c^* \phi^*] \\ &= [\phi^*, \Delta P_c \psi] \end{aligned} \quad (B17)$$

である。

(B2)式と(B17)式とから(B1)式が証明された。

Appendix C GENPER-Mの概要

GENPER-Mは一般化摂動法計算コードGENPER-2⁽⁹⁾を特に反応度の2次摂動項を反応成分別に計算する目的で改良したものである。

2次摂動項の反応成分cは本文2.2の(28)式により

$$\delta \rho_c(GP) = \rho(FOP) \cdot [\phi^*, \Delta P_c \psi], \quad (28)$$

ここで

$$\psi = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j \quad (29)$$

$$\begin{cases} A\phi_1 = G\phi \\ A\phi_j = \lambda F\phi_{j-1}, \quad (j=2,3,\dots), \end{cases} \quad (31)$$

でありGは

$$G = \frac{\Delta P}{[\phi^*, \Delta P \phi]} - \frac{F'}{[\phi^*, F' \phi]} \quad (14)$$

で与えられる。

GENPER-Mの計算の流れをFig. 6に示す。

計 算 順 序

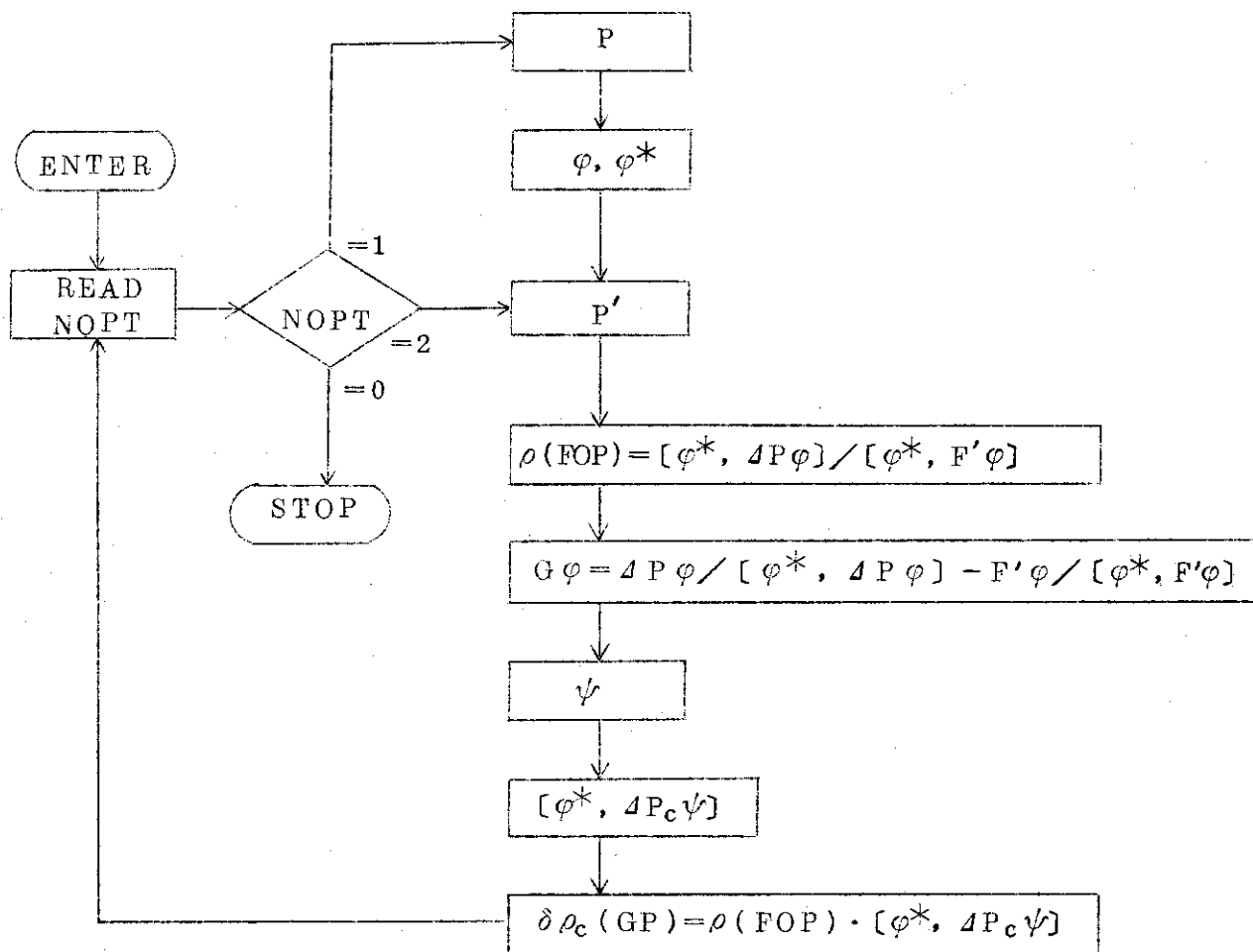


Fig. 6 GENPER-M Calculation Flow