

JAERI-M

5067

積分方式によるガンマー線スペクトルの解析

1972年12月

田坂完二

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

積分方式によるガンマ線スペクトルの解析

日本原子力研究所動力炉開発管理室

田坂 完二

(1972年11月17日受理)

ガンマ線スペクトルの半導体検出器による測定結果から個々のピークのピークエネルギー、ピーク面積および半値巾を精度よく求めるためには最小2乗法によるピークフィッティングが必要である。各チャンネルに於ける各 γ 線ピークからの γ 線強度すなわち各 γ 線ピーク成分を計算するのにチャンネル中心に於けるShape関数の値を使っていた在来の方法を改め、チャンネル巾にわたってShape関数を積分して与えるようにした。Shape関数は単一のエネルギーの γ 線のスペクトルからバックグラウンドを差引き、データをスムージングして求められる。

Gauss関数で模擬 γ 線スペクトルを与えた場合および実際の γ 線スペクトルについて解析した結果、今回の改良により γ 線ピークのピークエネルギー、ピーク面積および半値巾のフィッティング結果のチャンネル巾に対する依存性が小さくなり、ピークの形を表現するチャンネルの数が少ない場合、すなわちチャンネル巾が大きい場合でも精度よくフィッティング出来ることが確認された。従って積分方式によるフィッティングを前提とすれば、 γ 線スペクトルの測定に於いてチャンネル巾の選択にかなりの自由度をもたせることが出来ると考えられる。

Integral Type Fitting Analysis of Gamma-Ray
Spectra from Semiconductor Detectors

Kanji TAsAKA

Office of Power Reactor Projects, JAERI
(Received November 17, 1972)

Gamma-ray spectra from semiconductor detectors are generally analysed by the least square technique to determine accurately the center, area and half value (FWHM) of each photopeak in the spectra. The present method calculates the peak component of each channel by the integration of the shape function over the channel width. The shape function is made from the observed spectrum of mono-energetic gamma-rays through the subtraction of background gamma-rays and smoothing of the data. The method was examined for the simulated gamma-ray spectra of Gaussian peaks and observed ones, comparing with the results by the ordinary method which gives peak component of each channel as the value of the shape function at the center of each channel. It is confirmed through the examination that the present method is able to predict the center, area and half value of each photopeak in the spectrum accurately even when the channel width is so large that the peak shape is expressed by a few point data. The dependence of the fitted results on the channel width is lessened, and it may be considered that the degrees of freedom is increased in the selection of the channel width for measuring the gamma-ray spectrum, supposing one analyses it by the integral type fitting.

目 次

1. 序.....	1
2. 方 法.....	2
3. 解析結果.....	5
3.1 ガウス関数で与えた模擬 γ 線スペクトルの解析.....	5
3.2 実際の γ 線スペクトルの解析.....	8
4. 結 論.....	13
謝 辞.....	13
参 照 文 献.....	14

1. 序

ガンマ線スペクトルの測定結果からその中に含まれている各フォトピークのピークエネルギー、ピーク面積および半値巾を精度よく求めるためには最小2乗法^{(1),(2)}によるピークフィッティングが必要である。特にピークが完全には分離して隣接のピークと重なりあっている場合に各ピークの情報すなわちピークエネルギー、ピーク面積、半値巾などを精度よく求めるためには最小2乗法によるフィッティングは不可欠である。ガンマ線スペクトルの中に含まれているピークを自動的にさがし出し順次フィッティングする試みがM. A. Mariscottiをはじめとして数多く行なわれた。^{(3),(4),(5)} Mariscottiは double peaks までを自動的に取扱えるようにしており、peak の形はガウス関数で表現している。しかし実際のピークの形はガウス関数では完全には表現されず特にピークの裾の部分での不一致が大きい。そこでピークの形をより正しく表現する為、2つの Gaussian を重ねあわせて表現⁽⁶⁾したり、Gaussian と指数関数を接続して表現する⁽⁷⁾試みがなされた。しかしそれによってピークを表現するパラメータの数が増えるという欠点が生じた。そこで筆者は前に、解析する γ 線に近い単一のエネルギーを持った γ 線ピークの測定結果からバックグラウンドを除き、スムージングしたものを Shape 関数(標準スペクトル)とし、その巾、高さおよびピーク位置を調節して γ 線スペクトルを精度よくしかも簡単にフィッティングする試みを発表した。⁽⁸⁾⁽⁹⁾ ピークを表現するのに必要なパラメータの数が少なくしかも正しくピークの形が表現されているので数多くの重なりあったピークを精度よく簡単に分離することが可能となった。

しかし上述のいずれの方法に於ても各チャンネルに於けるピーク成分はチャンネル中心に於ける Shape 関数の値に高さを示すパラメータを乗じて求めていた。実際には γ 線ピークの各チャンネルに於ける計数値というものを考えてみると、それは γ 線ピークの形を表現する関数である Shape 関数をチャンネルの巾にわたって積分したものに高さを示すパラメータを掛けたものになっているはずであり、そのようにプログラムを改良した。従って在来の方法に於てはチャンネルの巾が大きくなるにつれて観測されたピークの形は Shape 関数からずれて行き、ピークエネルギー、ピーク面積、半値巾等の計算結果の誤差が大きくなる傾向があったが、それが今回の修正により是正されると考えられる。

ガウス関数で γ 線スペクトルを模擬したものと実際の γ 線スペクトルの測定結果の両者について在来の方法と今回の積分方式による方法との比較を行なった結果、在来の方法に於てはチャンネル巾の増加につれて実際のピークの形と Shape 関数の不一致が大きくなり誤差が大きくなる傾向があったが、それが積分方式によればピークエネルギー、ピーク面積および半値巾のフィッティング結果のチャンネル巾に対する依存性が小さくなり、フィッティング結果の誤差も小さくなることが確認された。

第2章では積分方式をとり入れることによって生ずるフィッティング関数の修正について簡単に述べられ、第3章ではガウス関数で模擬した γ 線スペクトルと実際の γ 線スペクトルの両者に対する解析結果が示される。

2 方 法

最小2乗法の原理、 γ 線スペクトルに対するフィッティング関数および最小2乗法によるフィッティングパラメータの求め方についてはすでに別稿⁽¹⁰⁾に於いて述べてあるので、本稿に於ては積分方式を導入することにより生じたフィッティング関数の変化について簡単にふれるにとどめる。

ガンマ線スペクトルを最小2乗法によりフィッティングする為にはまず γ 線スペクトルをチャンネル番号およびフィッティングパラメータの関数として表現することが必要である。 γ 線スペクトルはフォトピークおよび γ 線がコンプトン散乱、光電効果等の過程を通じて物質（検出器および検出器に入る前に通過する物質）と相互作用をして生ずる連続スペクトルからなると考えられる。約1 MeV以上の γ 線は物質と相互作用をして電子的生成反応を起すことが出来る時にはもとの γ 線のフォトピーク以外に電子対生成によるフォトピーク、即ち single escape peak, double escape peak, および511 keV peak が γ 線スペクトルにつけ加えられる。本稿に於てはフォトピーク以外の連続スペクトルはバックグラウンド γ 線として一括し、フィッティング範囲内に於いてチャンネルに関する一次式で近似した。そしてその傾きおよび定数をフィッティングパラメータとした。

ガンマ線のピークの形を表わす関数（Shape 関数）は解析する γ 線のエネルギーと近いエネルギーの単色の γ 線スペクトルの実測結果から直接作った。普通 Shape 関数としてはガウス関数がよく使われるがガウス関数によっては γ 線ピークの形は完全には記述出来ず、特にピークの低エネルギー側の裾の部分での不一致が大きい。またフィッティング結果の精度もよくないという欠点をもっている。また γ 線ピークの形をより精度よく記述する為、ガウス関数を2つ重ねあわせたり⁽⁶⁾、ガウス関数と指数関数とを接続して使ったりする試み⁽⁷⁾がなされているが、その場合にはフィッティングパラメータの数が増え収束性が悪くなるという欠点がある。いずれの関数を使っても数10 keV から数 MeV までの γ 線ピークの形を系統的に表現するのは困難であり、関数形そのものには任意性が大きく、ガウス関数以外の成分には物理的な意味がはっきりしない。そこで精度よく、しかもフィッティングパラメータの数を少なくして簡便に収束性をよくフィッティングを行ないたいという要請から Shape 関数は解析する γ 線に近いエネルギーを持った単色の γ 線のスペクトルの測定結果から直接作り、それを200点位の点で表現するという方法をとった。この Shape 関数のピーク位置、巾および高さをフィッティングパラメータとして解析を行なう。ガウス関数を Shape 関数としてフィッティングする場合にも本稿に於てはガウス関数を数百個の点で表現し、そのピーク位置、巾および高さを調節して γ 線スペクトルを解析する。単色の γ 線のスペクトルの測定結果から Shape 関数を作る大略の手順を示すと以下の如くなる。

- ① $(N_p - \frac{1}{4} \times \text{FWHM}) \leq N \leq (N_p + 2.5 \times \text{FWHM})$ チャンネル範囲に於てはピーク成分はガウス関数のみで表現しうると考え、この範囲のスペクトルをガウス関数と定数のバックグラウンド (BG) でフィッティングし、ピークチャンネル (N_p) と半値巾 (FWHM) およびバックグラウンド (BG) を求める。
- ② γ 線スペクトル $G(N)$ から①のフィッティングにより求められた定数のバックグラウンドを

差引いたもの、即ち $f_1(N) = G(N) - BG$ を多項式近似の考え方に基づきスムージングする。⁽¹⁾

③ $(N_p - 3 \times \text{FWHM}) \leq N \leq (N_p - \frac{1}{4} \times \text{FWHM})$ の範囲に対しては②で求めた値を Shape 関数 $f(n)$ として使う。

$(N_p - \frac{1}{4} \times \text{FWHM}) \leq N \leq (N_p + 2 \times \text{FWHM})$ の範囲に対しては①のフィッティングにより求められたガウス成分を Shape 関数として使う。便宜的に Shape 関数のチャンネル番号 n はもとのスペクトルのチャンネル番号 N とは独立に定義しなおされる。第 1 チャンネル ($n = 1$) は $(N_p - 3 \times \text{FWHM})$ にほぼ対応し、最終チャンネル n_{\max} は $(N_p + 2 \times \text{FWHM})$ にほぼ対応する。またピークの形を正しく表現する為半値巾が 20 チャンネル以上あるようにゲインを調節して測定することが望ましい。

^{203}Hg からの 279 keV の γ 線および ^{57}Co からの 122 keV の γ 線のスペクトルの測定結果をもとに上述の方法で作った Shape 関数をガウス関数と比較してそれぞれ Fig. 1 および Fig. 2 に示す。 γ 線の測定は FWHM が約 4 keV の Ge (Li) 検出器および 1024 チャンネルの波高分析器を使ってなされた。ガウス関数はピークの裾の部分、特に低エネルギー側でフォトピークの形からのずれが大きく、ガウス関数を使ってフィッティングを行なう為には複雑なバックグラウンド γ 線スペクトルを仮定することが必要と考えられる。

以上のようにして作った Shape 関数 (標準スペクトル) を

$$f(n); n = 1, 2, \dots, n_{\max}$$

と定義すると、 γ 線スペクトルの観測値 $G(N)$ は Shape 関数のピーク位置、幅および高さを調節してフィッティングされる。すなわちフィッティング関数を $F(N)$ とすると $F(N)$ は次式で与えられる。

$$F(N) = \sum_{i=1}^K a_i y_i(N) + \{ A(N - M_1) + B \}, \quad (1.a)$$

ここで

$$y_i(N) = \int_{x_i(N) - \frac{1}{2}c}^{x_i(N) + \frac{1}{2}c} f(x) dx, \quad (1.b)$$

$$x_i(N) = c(N - b_i) + n_p, \quad (1.c)$$

N : チャンネル番号 ($M_1 \leq N \leq M_2$)

M_1 および M_2 はフィッティングを行なうチャンネル範囲の下限および上限のチャンネル番号をあらわす。

K : フィッティング範囲に存在する γ 線ピークの数

a_i, b_i, c, A, B : フィッティングパラメータ

(1.a) 式に於て第 1 項は K 個の γ 線ピークによる項を示し、第 2 項はバックグラウンド γ 線を示す。すなわちフィッティング範囲に於てはバックグラウンド γ 線はチャンネル番号の一次式で近似された。従ってフィッティング範囲はバックグラウンド γ 線が一次式で近似される範囲にと

ることが望ましく、ピーク成分のフィッティングの精度も考慮して普通、ピークチャンネルの前後 2.5 倍の半値巾 (FWHM) の範囲にとられている。ピークが複雑に重なりあっている場合にはエネルギーの最も高いピークおよび最も低いピークを基準としてフィッティング範囲の上限および下限がきめられる。

a_i は i 番目のピークの高さを示すパラメータであり、 b_i は i 番目の γ 線ピークのピーク位置を示すパラメータである。 c は検出器の分解能に関係したパラメータであり、Shape 関数の半値巾 (FWHM)_s と実測された γ 線ピークの半値巾 FWHM の比として与えられる。フィッティング範囲内 ($M_1 \leq N \leq M_2$) に於ては c はピーク毎には変化しないと仮定した。

(1. b) 式が各チャンネル N に於ける i 番目のピークからのピーク成分を与える式であり、Shape 関数をチャンネルの巾にわたって積分することによって与えられる。実測された γ 線スペクトルの 1 つのチャンネルの巾は Shape 関数の c チャンネル分の巾に相当する。積分は台形公式を繰返し使ってなされる。これに対して「FIT」コード⁽⁸⁾に於いては N チャンネルに於ける i 番目のピークのピーク成分は Shape 関数を一次式で内挿してチャンネル中心に於ける値を求め、それに高さを示すパラメータを乗ずることによって求められた。即ち、

$$y_i(N) = f(m_i) + \{ f(m_i + 1) - f(m_i) \} \times (x_i - m_i). \quad (2)$$

ここで m_i は x_i の整数部分を表わす。

最小 2 乗法によりフィッティングパラメータが求まると、 i 番目の γ 線ピークのピークエネルギーは b_i をエネルギー単位に換算して与えられる。その為にはあらかじめエネルギーのよく分っている γ 線について測定してエネルギーとチャンネル番号の関係を求めておくことが必要である。一方 γ 線ピークの半値巾はパラメータ c から

$$FWHM = \frac{(FWHM)_s}{c}, \quad (3)$$

と求められる。また本稿に於ては γ 線のピーク面積 S_i はパラメータ a_i から、

$$S_i = 2 \times a_i \sum_{n=n_p}^{n_{max}} f(n), \quad (4)$$

と定義された。このことはガウス関数で表わされる部分のみを取出してピーク面積の定義としたことにほぼ相当する。ピークチャンネル n_p より高エネルギー側に於いてピーク成分は完全にガウス関数で表わされると仮定したことに相当し、同じ仮定が Shape 関数を作る時にもなされた。但し Shape 関数を作る時には $(n_p - \frac{1}{4} \times FWHM)$ より高エネルギー側に於てガウス関数が仮定された。ピーク位置 n_p は整数とは限らないので、(4) 式の summation は実際には台形公式による積分でなされている。

フィッティングパラメータの初期推定値の与え方およびフィッティングパラメータをガウスザイデル法により求める時必要となるフィッティング関数のフィッティングパラメータによる偏微分等に関しては別稿⁽¹⁰⁾を参照されたい。

3. 解析結果

チャンネルの巾にわたってShape関数を積分して各チャンネルに於けるピーク成分を求め、最小2乗法により γ 線スペクトルをフィッティングする2章で述べた方法は電子計算機で計算できるようにプログラミングされている。⁽¹⁰⁾ プログラムに必要なメモリーは48Kワードであり、計算時間はFACOM 230-60で1ケース約5秒である。積分方式によるフィッティングの有効性を確かめる為、ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルおよび実際に測定した γ 線スペクトルの両者について解析した結果を在来の方法と比較して以下に示す。

3.1 ガウス関数で模擬したスペクトルに対する解析

チャンネル巾をパラメトリックに変えて大きくしていった時、積分方式によるフィッティング結果が在来の方法とどちらが良いかを調べる為、まずガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに対する解析結果を以下に示す。ガウス関数で γ 線スペクトルを模擬した第1の理由は実際の測定にはつきものの統計的変動、波高分析器のベースラインの変動、増巾器のゲインの変動等をとりのぞき、解析手法自身による結果の差の検討が可能だからである。しかし実際の測定に於て上述の誤差が存在するのは事実であり、実際の測定結果に対して手法の妥当性の検討も行なう必要があるのは当然であり、それは後程行なり。第2に γ 線のピークエネルギー、ピーク面積および半値巾が完全に分っているスペクトルを与えることができ、正しい値とフィッティング結果を比較することによりフィッティング結果の精度を調べることが出来るからである。第3にはチャンネル巾をいくらかでも広い範囲にわたって変化させることができるからであり、最後に実験で確かめる必要のある部分を少なくすることが出来る点をあげることが出来る。ガウス関数で模擬したスペクトルに対する解析結果と実際のスペクトルに対する解析結果の比較を通じて、あるものに関しては実験をしなくてもガウス関数で模擬したスペクトルについて解析することによって予想することができると考えられる。

模擬した γ 線スペクトルの γ 線ピークのエネルギーは60 keV、半値巾は4 keVであり、ピーク面積は 1×10^5 カウントとした。またバックグラウンド γ 線はエネルギーに関する一次式と仮定して与え、ピーク中心に於ける値は $3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$ 、傾きは $-1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$ とした。この γ 線ピークとバックグラウンド γ 線に対して各種のチャンネル巾 (keV) を仮定して γ 線スペクトルを求め、それをガウス関数と一次式のバックグラウンドをフィッティング関数として解析するわけである。 γ 線スペクトルは40 keVから80 keVのエネルギー範囲に対して計算して与えられた。最小2乗法によるフィッティングを行に際しピークエネルギーの初期推定値は61 keVとし、半値巾の初期推定値は5 keVとした。Shape関数は実際の γ 線スペクトルの解析の場合と同じ手法で取扱い為、ガウス関数を n_{\max} 個の値で表現して与えた。

まずShape関数のチャンネル数 n_{\max} をパラメトリックに変え、チャンネル巾が4 keVの場合につき解析した結果をTable 1に示す。零点はピーク位置が14.7チャンネルにくるように調節された。積分方式はG (= integration)、在来の方法はR (= interpolation) と表示されている。積分方式に於ても在来の方法によっても、 n_{\max} が201以上になるとフィッティング結果はほぼ一定となり、誤差の2乗和 (Variance) もほとんど変化しなくなる。従って以後特にこ

とわからない限り n_{\max} は 201 に固定して解析を行なうことにする。Variance は

$$\text{Variance} = \sum_{N=M_1}^{M_2} \{G(N) - F(N)\}^2, \quad (5)$$

と与えられる。また各点に於ける測定精度のちがいを考慮すると、重みつきの誤差の 2 乗和が

$$\text{Var.}(W) = \sum_{N=M_1}^{M_2} W(N) \{G(N) - F(N)\}^2, \quad (6)$$

と定義される。上式に於いて重み関数 $W(N)$ は計算値の変動に対してポアソン分布を仮定することにより、

$$W(N) = \frac{1}{\{\sigma(N)\}^2} = \frac{1}{G(N)}, \quad (7)$$

と与えられる。積分方式と在来の方法とで誤差の 2 乗和は大きく異なり、積分方式の方が極端に小さくなっており精度がよいことが分る。積分方式に於ては n_{\max} が 401 以上でピークエネルギー (E_p)、半値巾 (FWHM) およびピーク面積 (S_i) は正しい値と完全に一致している。従ってこの場合に於ては Shape 関数を 200~400 チャンネル程度以上とれば、Shape 関数を有限個の点で表現したことによる誤差は無視しうると考えられる。一方在来の方法に於てはピークエネルギーのずれは比較的小さいが、ピーク面積は正しい値から 0.5% 程度ずれており、半値巾は正しい値から大きくずれていることが分る。

次に Shape 関数のチャンネル数 n_{\max} は 201 に固定し、チャンネル巾を 0.1 keV から 10 keV の範囲でパラメトリックに変化させて模擬 γ 線スペクトルを与え解析した結果を Table 2 および Table 3 に示す。Table 2 はピーク位置がチャンネルの中心に存在する場合であり、Table 3 はピーク位置がチャンネル中心から 0.3 チャンネル分だけ低エネルギー側にずれている場合すなわちピークが $\otimes \otimes \otimes$ 7 チャンネルに位置している場合に対応する。Table 2 に於て積分方式と在来の方法の Variance を比較すると明らかに積分方式の方が誤差が小さくなっていることが分る。また CASE 9 のチャンネル巾が 6 keV の場合在来の方法によっては発散して解がえられなかったのに対して積分方式に於ては収束して解がえられた。従って積分方式により正しくスペクトルのピーク成分を与えることにより収束性も若干改良されたと考えられる。ピークエネルギーはどちらの方法によっても正しく 60.000 keV と求められた。一方ピークの半値巾は積分方式によればチャンネル巾に関係なくほぼ完全に正しく求められたのに対して、在来の方法によってはチャンネル巾が広がるにつれて急激に正しい値の 4 keV からずれて大きくなっていく。積分方式に於てはチャンネル巾が 10 keV の CASE 10 の場合をのぞきすべて半値巾は 3.999 keV とフィッティングされている。またピーク面積 S_i も積分方式によればチャンネル巾に関係なくほぼ完全に正しくフィッティングされていることが分る。一方在来の方法によるとチャンネル巾が大きくなるにつれて明らかにピーク面積 S_i の誤差は大きくなっていく。Table 2 に於て S_i として表示してあるのはピーク面積として(4)式の定義によらず、直接各チャンネルに対して求めたピーク成分を加え合せて求めたものである。すなわち、

$$S'_i = 2 \times \sum_{N=b_i}^{N_i(n_{\max})} a_i y_i(N), \quad (8 \cdot a)$$

であり、Shape 関数がガウス関数の場合は

$$S'_i = \sum_{N=N_i(1)}^{N_i(n_{\max})} a_i y_i(N), \quad (8 \cdot b)$$

と与えられる。ただし(8)式に於て $N_i(1)$ および $N_i(n_{\max})$ は Shape 関数の第 1 チャンネルおよび最終チャンネル n_{\max} に対応する i 番目のピークの γ 線スペクトル中のチャンネル番号を表わし(1.c)式から与えられる。(8)式の和をとるに際し両端のチャンネルが整数でない場合にはそのチャンネルのピーク成分をチャンネル巾に関して比例配分して和をとった。従って積分方式によりフィッティングをすれば、フィッティングを行なうチャンネル範囲 ($M_1 \leq N \leq M_2$) が(8)式の和をとるチャンネル範囲を包括している時は S_i と S'_i とは両端のチャンネルに於ける比例配分から来る誤差の範囲で一致するはずである。この点は Table 2 の結果に於ても確かに S_i と S'_i は極くわずかの差で一致している。一方在来の方法に於てはチャンネル巾が広がるにつれて S_i と S'_i の差は大きくなり、むしろ S'_i の方が精度がよい。それは S_i を求める(4)式が暗黙のうちに積分方式によるフィッティングを前提としているのに対し、(8)式の S'_i はピークの成分 $y_i(N)$ の求め方に差はありこそすれ、積分方式という考え方は前提としていないからである。従ってチャンネルの中心に於ける Shape 関数の値からそのチャンネルに対するピーク成分を求める在来の方法に於てピーク面積を求めるには(4)式の S_i より(8)式の S'_i の方が精度はよいと考えられる。しかしフィッティング範囲が(8)式の和をとるチャンネル範囲を包括していない場合は誤差は大きくなり、(4)式を使う方が望ましい。

Table 3 も Table 2 と同様チャンネル巾を変えて模擬 γ 線スペクトルを与え積分方式と在来の方法によるフィッティング結果の差を比較したものであるが、この場合にはピーク位置はチャンネル中心からずれた位置に来るように零点が調節されている。この場合にも Table 2 の場合と同様誤差の 2 乗和 Variance はチャンネル巾がいくらの場合でも積分方式の方が在来の方法より小さくなっており、ピーク面積および半値巾の解析結果も積分方式による方が精度が良い。ピーク位置 (E_p) は積分方式によればピーク位置がチャンネル中心とずれている Table 3 の場合でも完全に 60.000 keV とフィッティングされている。しかし在来の方法に於ては Table 2 の場合には正しく求められたピーク位置のフィッティング結果はチャンネル巾が 3 keV 以上になるとチャンネル巾と共にずれが大きくなっていく。

次にピーク位置がチャンネルの中心にある場合と中心からずれている場合のフィッティング結果をもう少しくわしく調べた結果を以下に示す。Table 2 の CASE 7 の場合、すなわちチャンネル巾が 4 keV の場合について、零点を調節しピーク位置がそれぞれ 15.0, 14.9, 14.7, 14.5 チャンネルに来るように模擬 γ 線スペクトルを与え、解析した結果を Table 4 および Fig 3 に示す。Table 4 から積分方式によりフィッティングすればピーク位置に関係なく、ピークエネルギー、ピーク面積および半値巾が正しく求められることが分る。一方在来の方法によればピークがチャンネルの中心かまたは完全に端に存在すればピーク位置は正しくフィッティングされる

が、それ以外の場所では正しい値からずれてフィッティングされている。これはチャンネルの中心または端にピークが位置する場合には γ 線スペクトルのうちのピーク成分の各チャンネルに於ける計数値がピークを中心として対称となり、この対称性からピーク位置が正しく求めたと考えられる。従ってピークの形自身が対象でない実際の γ 線スペクトルに於てはたとえピーク位置がチャンネルの中心にあっても、ピーク位置は在来の方法によっては正しくは求まらないものと考えられる。半値巾およびピーク面積に関しても在来の方法によってはピーク位置がチャンネルの中心にあるかそれともずれて存在するかによってフィッティング結果にかなりのちがいがあがる。Fig. 3はガウス関数により模擬して与えた γ 線スペクトルをピーク成分(階段状の実線)とバックグラウンド(破線)に分けて表示し、積分方式によりフィッティングして求められたピーク(実線)と在来の方法により求められたもの(一点鎖線)とを比較して示したものである。(a), (b), (c), (d)はそれぞれピークが15.0, 14.9, 14.7, 14.5チャンネルに位置する場合に対応する。図から明らかなように在来の方法によるピークは積分方式により求められたピークよりいずれの場合に於ても高さは低くなっており半値巾は広がっている。

以上を要約すると次のようになる。すなわち積分方式により各チャンネルのピーク成分を求めてフィッティングをすれば、チャンネル巾が半値巾(FWHM)の1.5倍程度と極端に大きくなっても、ピーク位置、ピーク面積および半値巾はほぼ完全に正しく求まる。またピーク位置がチャンネル中心からずれていても正しくフィッティングされる。一方在来の方法に於ては、ピーク位置はそれがチャンネルの中心に位置する時は正しい値にフィッティングされるが、ピークがチャンネルの中心からずれて存在する時はチャンネル巾が半値巾程度以上になるとピーク位置のフィッティング結果の正しい位置からのズレが目立つようになる。ピークの半値巾および面積は在来の方法によりフィッティングするとピーク的位置に関係なく、チャンネル巾が大きくなるにつれて誤差が大きくなる。特に半値巾は急にその値自身が大きくなる。また在来の方法によりフィッティングする時はピーク面積は(5)式で定義した方が誤差が少ない。

3.2 実際の γ 線スペクトルの測定結果に対する解析

実際の γ 線ピークの形はガウス関数では完全に記述できない。また実際の γ 線スペクトルの測定に於ては統計的変動、波高分析器の零点の変動、増巾器のゲインの変動などが避けえない問題として存在する。そこで実際の γ 線スペクトルの測定結果に対しても積分方式によるフィッティングが有効であることを確める為行なった解析結果を在来の方法による結果と比較して以下に示す。

ガンマ線スペクトルの測定は容積約30ccのGe(Li)検出器および1024チャンネルの波高分析器を使ってなされた。検出器の分解能(FWHM)は ^{203}Hg からの279 keVの γ 線に対して4.4 keVと求められている。チャンネル巾は約0.2 keVから3 keVの範囲にわたって増巾器のゲインを調節することによって変化させ、 ^{203}Hg からの279 keVの γ 線および ^{57}Co からの122 keVと136 keVの γ 線について γ 線スペクトルが測定された。 ^{203}Hg からの279 keVの γ 線に対するShape関数(標準スペクトル)はそのまま ^{203}Hg からの279 keVの γ 線をFWHMが20チャンネル以上となるように増幅器およびバイアス・アンプのゲインを調節して測定し、2章で述べた方法によって作られた。その結果をFig. 1に示す。ピーク位置は65.37チャンネル

ルであり、FWHMは26.76チャンネルとなっている。 ^{57}Co からの122 keVと136 keVの γ 線に対するShape関数は ^{57}Co からの122 keVの γ 線をそのまま使って作られた。 γ 線スペクトルはチャンネル巾が0.170 keVの条件で測定された。作られたShape関数をFig.2に示す。ピーク位置は45.98チャンネル、FWHMは25.05チャンネルとなっている。

チャンネル巾をパラメトリックに変えて ^{203}Hg からの279 keVの γ 線および ^{57}Co からの122 keVと136 keVの γ 線スペクトルを測定し解析した結果を積分方式と在来の方法とを比較して以下の図および表に示す。

Table 5には ^{203}Hg からの279 keVの γ 線のスペクトルに対する解析結果が示されている。 γ 線の測定はチャンネル巾を約0.3 keV, 0.7 keV, 1.4 keV, 1.8 keVおよび2.7 keVと5種類に変化させて行われた。解析は積分方式(Integration Fitting)と在来の方法(Interpolation Fitting)の両方で行われ比較されている。フィッティングに際しバックグラウンド γ 線スペクトルは定数として取扱われた。表中にVarianceとあるのは単純な誤差の2乗和を意味し(c.f. Eq.(5)), Var. (W)とあるのは重み付きの誤差の2乗和を表わす(c.f. Eq.(6))。また表中にerrとあるのはそれぞれの物理量に対し最小2乗法によるフィッティングから与えられる標準偏差を表わし、ピークチャンネルに対しては($\times 10^{-3}\text{CH}$)の絶対単位で与えられ、半値巾FWHMおよびピーク面積Sに対しては%単位で与えられている。それぞれのCASEに対応するチャンネル巾は、波高分析器の零点が零エネルギーに正しく調節されているという前提のもとに、 ^{203}Hg からの γ 線のエネルギーである279.191 keVをピークチャンネル N_p で割って求めた。Table 5からいずれの場合にも積分方式の方が在来の方法より誤差(Variance, Var. (W), err)が小さいことが分る。ただしチャンネル巾が小さくなるにつれて両者の結果の差は小さくなり、チャンネル巾が半値巾の $\frac{1}{10}$ 以下になるとほとんど目立った差はない。逆にチャンネル巾が広くなると在来の方法による誤差は積分方式と比較してだんだん大きくなる。特に半値巾は在来の方法によってはチャンネル巾と共に急に大きくなる。積分方式によっても半値巾はチャンネル巾と共に大きくなるが、その割合は在来の方法より小さい。各測定ごとに ^{203}Hg の試料の位置がごく僅かずつながらずれているのでピーク面積Sの比較はこの場合あまり意味がない。

Table 6には ^{57}Co からの γ 線スペクトルの解析結果が示されている。 γ 線スペクトルはチャンネル巾が約0.2 keV, 0.3 keV, 0.7 keV, 1.8 keVおよび2.7 keVの5つの場合に対して測定された。解析に際し122 keVと136 keVのピークは同時にdouble peaksとして取扱われた。またバックグラウンド γ 線スペクトルは ^{203}Hg の場合と同じくエネルギーに関係なく定数としてフィッティングされた。それぞれのCASEのチャンネル巾は ^{57}Co からの2本の γ 線のエネルギー差すなわち121.97 keVと136.33 keVの差の14.36 keVを2つのピークチャンネル N_p^1 と N_p^2 のフィッティング結果の差で割って求められた。 ^{57}Co のdouble peaksに対する解析結果に対しても ^{203}Hg の場合とまったく同じ傾向がみられ、積分方式の方が在来の方法より誤差が小さく、チャンネル巾が大きくなるにつれて両者のちがいは大きくなる。

Fig. 4~8には ^{203}Hg の γ 線スペクトルに対するフィッティング結果が示されている。積分方式による結果と在来の方法による結果が対になって与えられている。たとえばFig. 4に於てFig. 4(a)が積分方式、Fig. 4(b)が在来の方法による結果をそれぞれ示している。図中で γ 線ス

ベクトルの実測結果は丸い点(○)で示され、 γ 線スペクトルのフィッティング結果は階段状の折線で与えられている。またバックグラウンド γ 線は定数であり横軸に平行な直線で与えられている。ピーク成分はバックグラウンドを加えて実線の曲線で示されている。これらの図からも、チャンネル巾が大きくなるにつれて積分方式と在来の方法との差が大きくなり、特に在来の方法によってはピーク成分が低くフィッティングされることが明らかである (Fig. 8 参照)。

Fig. 9~13 には ^{57}Co の 122 keV と 136 keV の double peaks に対する解析結果が示されており、この場合にも ^{203}Hg の 279 keV の single peak の場合と同じ傾向を示している。チャンネル巾が広がると在来の方法によってピーク成分が低くフィッティングされ、実験値との一致度も積分方式と比較して少し悪くなる (Fig. 13 参照)。

Fig. 14 には FWHM のチャンネル巾に対する変化が示されている。 ^{203}Hg の場合も ^{57}Co の場合にもチャンネル巾が狭くなるにつれて積分方式による結果と在来の方法との差は小さくなり、値も一定値に漸近する。この傾向は常識的に考えても妥当である。チャンネル巾を零に外挿すると FWHM は ^{203}Hg からの 279 keV の γ 線に対しては約 4.4 keV となり、 ^{57}Co からの 122 keV と 136 keV の 2 本の γ 線に対しては約 4.2 keV となる。逆にチャンネル巾を広くしていくと積分方式と在来の方法との差は大きくなり、在来の方法によってフィッティングする方が FWHM の増大の割合は大きい。しかし積分方式によりフィッティングしても FWHM はチャンネル巾と共に増加する傾向にあり、ガウス関数で模擬した 3.1 章の場合のようには完全には一定とならない。この原因は主に波高分析器の零点の変動および増巾器のゲインの変動によると考えられ、今回の場合には特に前者の効果が大きくきいていると考えられる。それはチャンネル巾と共に FWHM の大きくなる割合が ^{203}Hg からの 279 keV の γ 線に対しても ^{57}Co からの 122 keV と 136 keV の γ 線に対してもほぼ同じだからである。増巾器のゲインが変動する場合には高いエネルギーの γ 線の方が FWHM の広がる割合が大きく、各チャンネル巾に於て高エネルギーの γ 線の FWHM の広がった割合が低エネルギーピークの FWHM の広がった割合と一定の比になっているはずである。しかるにこの場合には ^{203}Hg からの γ 線に対する曲線と ^{57}Co からの γ 線に対する曲線とは上下に平行移動することによってほぼ重なる。本来一定であるはずの積分方式による半値巾のフィッティング結果が測定系の変動により一定とならなかった。この効果を相殺して解析結果を考察する為、在来の方法による半値巾のフィッティング結果 FWHM (R) と積分方式による値 FWHM (G) との差を正しい半値巾 FWHM で割ったものを Fig. 15 に示す。正しい半値巾としてはチャンネル巾を零に外挿した場合の値を考えた。横軸はチャンネル巾をこの正しいと考えられる半値巾 FWHM で割ったものをとった。また比較の為 2 章のガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに対する解析結果もあわせて示しておく。ガウス関数で模擬した γ 線の半値巾が 4.0 keV と 4.4 keV の両方の結果が完全に一本の曲線上にのることから、縦軸および横軸のエネルギーを正しい半値巾 FWHM で割って規格化することによって、半値巾のちがう γ 線の解析結果を统一的に取扱うことが可能であると考えられる。ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに対する解析結果は実線で結ばれている。 ^{203}Hg からの 279 keV の γ 線および ^{57}Co からの 122 keV と 136 keV の γ 線に対する解析結果はフィッティング誤差の範囲でガウス関数に対する曲線上にのる。このことから次の 3 点が明らかである。すなわち、

- (1) 実際の γ 線スペクトルに於ても積分方式は正しく働いており、測定系の変動からくる誤差が少なければ、積分方式によりフィッティングすることにより半値巾はチャンネル巾に関係なく正しく求められると予想される。
- (2) 在来の方法によつて半値巾のフィッティング結果の広がる割合はガウス関数で γ 線スペクトルを模擬して与え解析することにより、予想をすることが出来る。
- (3) 半値巾のちがう γ 線ピークに対しても縦軸の半値巾の広がり、および横軸のチャンネル巾をそれぞれ正しい半値巾で割って与えることにより統一的に取扱うことが出来る。

次に ^{57}Co からの122 keVの γ 線に対するピーク面積を求めた結果をFig. 16に示す。正しいピーク面積は図からだいたい $1.285 \times 10^6 \sim 1.286 \times 10^6$ 近傍の値と考えることが出来、いずれの場合も誤差の範囲でこの値と一致している。誤差はフィッティングパラメータの標準偏差から求められた。チャンネル巾が狭くなるにつれて誤差は積分方式に於ても在来の方法に於ても急激に小さくなり一定の値に近づく。チャンネル巾が0.2 keV (半値巾の約 $\frac{1}{20}$)程度になると積分方式と在来の方法との差はほとんどなく、誤差もピーク面積の全計数値に対する統計的変動($\sigma = \sqrt{1.28 \times 10^6} \div 1.1 \times 10^3$)とほぼ同程度になる。チャンネル巾が広い場合には今回の解析例に於ては常に積分方式による結果の方が在来の方法によるより誤差が小さく、ピーク面積の値そのものも正しいと考えられる値に近い。

次に実験結果から波高分析器の零点変動および増巾器のゲイン変動の効果を取り除き、統計的変動による効果のみ議論する為、チャンネル巾を0.3412 keVとして測定した ^{203}Hg からの279 keVの γ 線スペクトルの測定結果を基準とし、それを数チャンネルずつ重ね、人工的にチャンネル巾が0.3412 keVの整数倍の γ 線スペクトルを作り解析した。その結果をTable 7およびFig. 17に示す。Fig. 17には実際にチャンネル巾を変えて測定した γ 線スペクトルに対する半値巾の解析結果もあわせて示され、それらは実線の曲線で結ばれている。一方今回の人工的に束ねて作った γ 線スペクトルに対する半値巾の解析結果は一点鎖線でつながれている。この人工的に作った γ 線スペクトルを積分方式でフィッティングするとFWHMは完全に一定となり、誤差もほぼ一定である。一方在来の方法によるFWHMはチャンネル巾と共に急に大きくなり、誤差も増大する。従つて測定系が安定しており、波高分析器の零点変動や増巾器のゲイン変動が少ない場合にはチャンネル巾をFWHMと同程度にして測定しても、積分方式により解析すれば正しい結果が得られることが予想される。このことはまたTable 7に明らかである。積分方式によればチャンネル巾を半値巾程度にまで大きくしてもピークエネルギー(E_p)、半値巾(FWHM)およびピーク面積の値はほとんど変わらず一定値にフィッティングされ、その誤差もほぼ一定している。一方在来の方法によつてはチャンネル巾と共に結果は正しい値からずれていき、誤差も増大する。チャンネル巾が狭い0.3412 keVの場合には両方法によるフィッティング結果の差は小さく、いずれの方法によつてもピークエネルギーの誤差は約5 eV(半値巾の約0.1%)、半値巾の誤差は約10 eV($\sim 0.2\%$)、ピーク面積の誤差は約0.026%となっている。これがピーク面積が約 10^6 のsingle peakの解析に於てフィッティングから決められる標準偏差の大体の目安となると考えられる。またFig. 17に於て、人工的に束ねて作ったスペクトルに対する半値巾の積分方式によるフィッティング結果と在来の方法による値との差

は、各チャンネル巾に於て実際のスペクトルの場合にほぼ完全に一致した。この点からも実際の γ 線スペクトルの測定結果に対しても積分方式によるフィッティングが正しく働いていることが確認された。また人工的に束ねて作ったスペクトルの半値巾の解析結果を Fig. 15 に重ねてプロットするとガウス関数で模擬したスペクトルに対する解析結果の曲線上にのることが確められている。この際縦軸の積分方式と在来の方法による半値巾の結果の差および横軸のチャンネル巾は正しい半値巾で規格化した後プロットされた。

4. 結 論

ガンマ線スペクトルの最小2乗法によるフィッティング解析に於て、各チャンネルに於けるピーク成分の計算値を求めるに際し、チャンネルの中心に於けるShape関数の値を使っていた在来の方法を改め、Shape関数をチャンネルの巾にわたって積分することにより正しく与えた。ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルおよびチャンネル巾を変えて測定した実際の γ 線スペクトルの両者を積分方式で解析し、在来の方法と比較検討した結果以下の結論がえられた。

- (1) 積分方式によりフィッティングすればピークエネルギー、ピーク面積および半値巾の解析結果のチャンネル巾に対する依存性は小さくなり、結果の誤差も小さくなる。特にガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに於てはチャンネル巾が変わってもフィッティング結果はほとんど変化しなかった。
- (2) 実際の γ 線スペクトルに於てはその測定に際し、波高分析器の零点の変動や増巾器のゲインの変動からくる誤差が入り込む可能性が大なり小なりあり、その程度に応じて解析結果もチャンネル巾に対する依存性を持ち、この点に対する注意が必要である。
- (3) 在来の方法による半値巾のフィッティング結果と積分方式による値との差をチャンネル巾に対してプロットすると、ガウス関数で模擬したスペクトルに対する結果と実際の γ 線スペクトルに対するフィッティング結果は同一曲線上にのる。従って実際の γ 線スペクトルの解析に於て在来の方法によるフィッティングによって生ずる誤差を、ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに対する解析結果をもとに推定することが可能である。また縦軸の半値巾の差および横軸のチャンネル巾を正しい半値巾で規格化してプロットすることにより異なる半値巾のピークに対する在来の方法による誤差の評価も同一の曲線で行なうことが可能である。

以上、 γ 線スペクトルを積分方式によりフィッティングすれば在来の方法によるより、ピークエネルギー、ピーク面積および半値巾の解析結果の精度は向上し、解析結果のチャンネル巾に対する依存性も小さくなることが分った。特に半値巾の解析結果の精度の向上は大きい。逆に γ 線スペクトルを測定する立場から考えると、積分方式によるフィッティングを前提とすれば、 γ 線スペクトルの測定に際しチャンネル巾の選定に自由度が増えたと考えることが出来る。ただし測定系の変動から生ずる誤差にもチャンネル巾に依存して変るものがあり注意を払う必要がある。特に波高分析器の零点変動には注意する必要がある。

謝 辞

本稿でえられた結果に対し御討論下さった高速炉物理研究室の小山謹二氏ならびに高速炉設計班の笹本宜雄氏に感謝致します。また本稿をまとめるにあたって御指導いただいた高速炉設計班長の平田実穂氏ならびに炉物理実験研究室長の後藤頼男氏に感謝致します。

4. 結 論

ガンマ線スペクトルの最小2乗法によるフィッティング解析に於て、各チャンネルに於けるピーク成分の計算値を求めるに際し、チャンネルの中心に於けるShape関数の値を使っていた在来の方法を改め、Shape関数をチャンネルの巾にわたって積分することにより正しく与えた。ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルおよびチャンネル巾を変えて測定した実際の γ 線スペクトルの両者を積分方式で解析し、在来の方法と比較検討した結果以下の結論がえられた。

(1) 積分方式によりフィッティングすればピークエネルギー、ピーク面積および半値巾の解析結果のチャンネル巾に対する依存性は小さくなり、結果の誤差も小さくなる。特にガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに於てはチャンネル巾が変わってもフィッティング結果はほとんど変化しなかった。

(2) 実際の γ 線スペクトルに於てはその測定に際し、波高分析器の零点の変動や増巾器のゲインの変動からくる誤差が入り込む可能性が大なり小なりあり、その程度に応じて解析結果もチャンネル巾に対する依存性を持ち、この点に対する注意が必要である。

(3) 在来の方法による半値巾のフィッティング結果と積分方式による値との差をチャンネル巾に対してプロットすると、ガウス関数で模擬したスペクトルに対する結果と実際の γ 線スペクトルに対するフィッティング結果は同一曲線上にのる。従って実際の γ 線スペクトルの解析に於て在来の方法によるフィッティングによって生ずる誤差を、ガウス関数で模擬した γ 線スペクトルに対する解析結果をもとに推定することが可能である。また縦軸の半値巾の差および横軸のチャンネル巾を正しい半値巾で規格化してプロットすることにより異なる半値巾のピークに対する在来の方法による誤差の評価も同一の曲線で行なうことが可能である。

以上、 γ 線スペクトルを積分方式によりフィッティングすれば在来の方法によるより、ピークエネルギー、ピーク面積および半値巾の解析結果の精度は向上し、解析結果のチャンネル巾に対する依存性も小さくなることが分った。特に半値巾の解析結果の精度の向上は大きい。逆に γ 線スペクトルを測定する立場から考えると、積分方式によるフィッティングを前提とすれば、 γ 線スペクトルの測定に際しチャンネル巾の選定に自由度が増えたと考えることが出来る。ただし測定系の変動から生ずる誤差にもチャンネル巾に依存して変るものがあり注意を払う必要がある。特に波高分析器の零点変動には注意する必要がある。

謝 辞

本稿でえられた結果に対し御討論下さった高速炉物理研究室の小山謹二氏ならびに高速炉設計班の笹本宜雄氏に感謝致します。また本稿をまとめるにあたって御指導いただいた高速炉設計班長の平田実穂氏ならびに炉物理実験研究室長の後藤頼男氏に感謝致します。

参 照 文 献

1. Yu. V. Linnik; Method of Least Squares and Principles of the Theory of Observations, Pergamon Press. (1961).
2. P. R. Bevington; Data Reduction and Error Analysis for the Physical Science, McGraw-Hill Book Company.
3. M. A. Mariscotti; A Method for Automatic Identification of Peaks in the Presence of Background and its Application to Spectrum Analysis, Nuclear Instruments and Methods 50, p.309 ~ 320 (1967).
4. S. J. Mills; A Computer Program for the Automatic Analysis of Gamma-Ray Spectra, Nuclear Instruments and Methods, 81, p.217 - 219 (1970).
5. I. A. Slavic and S. P. Bingulac; A Simple Method for Full Automatic Gamma-Ray Spectra Analysis, Nucl. Instr. and Meth. 84, p. 261 ~ 268 (1970).
6. D. C. Robinson; A Computer Programme for the Determination of Accurate Gamma-Ray Line Intensities from Germanium Counter Spectra, AERE-R6144 (1969).
7. J. T. Routti, S. G. Prussin; Photopeak Method for the Computer Analysis of Gamma-Ray Spectra from Semiconductor Detectors, Nucl. Instr. and Meth. 72, p.125 ~ 142 (1969).
8. 田坂完二; γ 線スペクトルの最小自乗法によるフィッティングプログラム
FIT, JAERI-M 4571 (1971)。
9. K. Tasaka; Method of Standard Spectrum Fitting for the Analysis of Gamma-Ray Spectra from Semiconductor Detectors, Journ. of Nucl. Scien. and Tech. Vol.9, No.7, p.430 ~ 432 (1972).
10. 田坂完二; γ 線スペクトルの最小2乗法によるフィッティングプログラム
FIT-I, JAERI-M 5016 (1972)。
11. A. Savitzky, M. J. E. Golay; Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures, Analytical Chemistry Vol.36, No.8, p.1627 ~ 1639 (1964).

Table 1 Effects of variations of N_{\max} for the fitting results

Photopeak : $S = 10^5$, $E_p = 60 \text{ keV}$, $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$
 B G : $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$, $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$
 Initial Value : $E_p^0 = 61 \text{ keV}$, $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$
 E vs. CH : $E (\text{keV}) = 4 \times (\text{CH} + 0.3)$

CASE	N_{\max}	Gor ^{a)}	No. ^{b)}	Variance	E_p (keV)	N_p (CH)	FWHM (keV)	Si ($\times 10^5$)	Si' ($\times 10^5$)
1	11	G	6	3.07+2	59.992	14.698	3.717	1.00016	1.00029
2	51	G	6	1.26	60.000	14.700	3.988	1.00000	1.00002
3	101	G	6	4.79-1	60.000	14.700	3.997	1.00000	1.00001
4	201	G	6	2.92-1	60.000	14.700	3.999	1.00000	1.00001
5	401	G	6	2.28-1	60.000	14.700	4.000	1.00000	1.00001
6	601	G	6	2.10-1	60.000	14.700	4.000	1.00000	1.00001
7	1001	G	6	1.96-1	60.000	14.700	4.000	1.00000	1.00001

1	11	R	5	1.50+4	60.019	14.705	4.480	1.01692	1.00138
2	51	R	6	1.06+4	59.957	14.689	4.808	1.00531	1.00128
3	101	R	6	9.62+3	59.959	14.690	4.824	1.00553	1.00124
4	201	R	6	9.91+3	59.958	14.690	4.826	1.00538	1.00125
5	401	R	6	1.00+4	59.958	14.690	4.827	1.00544	1.00126
6	601	R	6	1.00+4	59.959	14.690	4.827	1.00544	1.00126
7	1001	R	6	1.00+4	59.958	14.690	4.827	1.00543	1.00126

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

Table 2 Comparison of fitting results between the two methods by integration and interpolation of shape function

Photopeak : $S = 10^5$, $E_p = 60 \text{ keV}$, $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$
 B G : $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$, $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$
 Initial Value : $E_p^0 = 61 \text{ keV}$, $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$

CASE	E vs. CH (keV)	G or R ^{a)}	No. ^{b)}	Variance	E_p (keV)	N_p (CH)	FWHM (keV)	Si ($\times 10^5$)	Si' ($\times 10^5$)
1	0.1xCH	G	6	3.20 - 2	60.000	6.0000+2	3.999	1.00000	1.00000
2	0.2xCH	G	6	5.24 - 2	60.000	3.0000+2	3.999	1.00000	1.00000
3	0.5xCH	G	6	1.04 - 2	60.000	1.2000+2	3.999	1.00000	1.00000
4	1.0xCH	G	6	1.06 - 2	60.000	6.0000+1	3.999	1.00000	1.00000
5	2.0xCH	G	6	1.96 - 2	60.000	3.0000+1	3.999	1.00000	1.00000
6	3.0xCH	G	6	3.01 - 1	60.000	2.0000+1	3.999	1.00000	1.00001
7	4.0xCH	G	5	1.56 - 1	60.000	1.5000+1	3.999	1.00000	1.00001
8	5.0xCH	G	6	1.14	60.000	1.2000+1	3.999	1.00001	1.00003
9	6.0xCH	G	6	5.30 - 5	60.000	1.0000+1	3.999	1.00000	1.00000
10	10 xCH	G	8	1.13 - 9	60.000	6.0000	3.996	0.99997	1.00000

1	0.1 xCH	R	6	1.34	60.000	6.0000+2	4.000	1.00000	1.00000
2	0.2xCH	R	6	4.53	60.000	3.0000+2	4.002	1.00000	1.00000
3	0.5xCH	R	6	6.48	60.000	1.2000+2	4.014	0.99999	1.00000
4	1.0xCH	R	6	2.87 + 1	60.000	6.0000+1	4.057	1.00002	1.00000
5	2.0xCH	R	6	4.30 + 3	60.000	3.0000+1	4.229	1.00024	1.00034
6	3.0xCH	R	6	1.13 + 4	60.000	2.0000+1	4.527	1.00102	1.00171
7	4.0xCH	R	5	1.06 + 3	60.000	1.5000+1	4.893	0.99097	1.00069
8	5.0xCH	R	5	1.73 + 1	60.000	1.2000+1	5.265	0.96276	1.00010
9	6.0xCH	R	7	diverged					
10	10 xCH	R	10	3.82 - 6	60.000	6.0000	6.571	0.69717	1.00000

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

Table 3 Comparison of fitting results between the two methods by integration and interpolation of shape function

Photopeak : $S = 10^5$, $E_p = 60 \text{ keV}$, $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$
 B G : $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$, $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$
 Initial Value : $E_p^0 = 61 \text{ keV}$, $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$

CASE	E vs. CH (keV)	G,R ^{a)}	No. ^{b)}	Variance	E_p (keV)	N_p (CH)	FWHM (keV)	Si ($\times 10^5$)	Si' ($\times 10^5$)
1	0.1x(CH+0.3)	G	6	2.69-2	60.000	5.9970+2	3.999	1.00000	1.00000
2	0.2x(CH+0.3)	G	6	5.59-3	60.000	2.9970+2	3.999	1.00000	1.00000
3	0.5x(CH+0.3)	G	6	1.11-2	60.000	1.1970+2	3.999	1.00000	1.00000
4	1 x(CH+0.3)	G	6	8.98-3	60.000	5.9700+1	3.999	1.00000	1.00000
5	2 x(CH+0.3)	G	6	4.88-2	60.000	2.9700+1	3.999	1.00000	1.00000
6	3 x(CH+0.3)	G	6	4.68-2	60.000	1.9700+1	3.999	1.00000	1.00000
7	4 x(CH+0.3)	G	6	2.92-1	60.000	1.4700+1	3.999	1.00000	1.00001
8	5 x(CH+0.3)	G	8	2.39-1	60.000	1.1700+1	3.999	1.00000	1.00001
9	6 x(CH+0.3)	G	8	8.04-1	60.000	9.7000	3.999	1.00000	1.00002
10	10 x(CH+0.3)	G	9	diverged					

1	0.1x(CH+0.3)	R	6	6.04-1	60.000	5.9970+2	4.000	1.00000	1.00000
2	0.2x(CH+0.3)	R	6	1.41-2	60.000	2.9970+2	4.001	1.00000	1.00000
3	0.5x(CH+0.3)	R	6	3.88	60.000	1.1970+2	4.014	1.00000	1.00000
4	1 x(CH+0.3)	R	6	3.97	60.000	5.9700+1	4.057	1.00001	1.00001
5	2 x(CH+0.3)	R	6	1.99+3	60.000	2.9700+1	4.229	1.00031	1.00034
6	3 x(CH+0.3)	R	6	1.99+4	59.993	1.9698+1	4.504	1.00138	1.00125
7	4 x(CH+0.3)	R	6	9.91+3	59.958	1.4690+1	4.826	1.00538	1.00125
8	5 x(CH+0.3)	R	6	1.00+3	59.891	1.1678+1	5.121	1.02172	1.00045
9	6 x(CH+0.3)	R	6	3.12+1	59.797	9.6662	5.340	1.06173	1.00009
10	10 x(CH+0.3)	R	9	diverged					

a) G = integration , R = interpolation

b) number of iterations

Table 5 Fitting results by integration and interpolation of the shape function are compared for the γ -ray spectra of ^{203}Hg , which are measured with several channel widths.

Integration Fitting

CASE	Ch. Width (keV)	No.	Variance	Var. (W)	Np (CH) ($\times 10^3$ CH)	FWHM		S err ($\times 10^5$) (%)
						(CH)	(keV)	
1	0.3412	4	2.68+6	5.39	818.300	12.953	4.420	7.776
2	0.6903	4	3.89+6	7.46	404.459	6.451	4.453	7.795
3	1.3710	4	4.09+6	15.5	203.646	3.345	4.586	7.773
4	1.8231	4	1.65+7	29.3	153.142	2.558	4.663	7.775
5	2.7360	4	1.42+7	102	102.044	1.740	4.761	7.826

Interpolation Fitting

1	0.3412	4	3.05+6	5.62	818.304	12.966	4.425	7.773
2	0.6903	4	3.92+6	8.08	404.457	6.490	4.480	7.799
3	1.3710	4	6.75+6	19.4	203.643	3.413	4.679	7.783
4	1.8231	4	1.73+7	41.2	153.140	2.656	4.842	7.755
5	2.7360	5	1.80+7	148	102.043	1.880	5.144	7.826

Table 4 Comparison of fitting results for the variation of peak position

Photopeak : $S = 10^5$, $E_p = 60$ keV, FWHM = 4 keV

B G : $I(E_p) = 3 \times 10^3$ keV⁻¹, $dI/dE = -1 \times 10^2$ keV⁻²

Initial Value : $E_p^0 = 61$ keV, $(FWHM)^0 = 5$ keV

CASE	E vs. CH	G,R ^{a)}	No. ^{b)}	Variance	E_p (keV)	N_p (CH)	FWHM (keV)	Si ($\times 10^5$)	Si' ($\times 10^5$)
1	4 x CH	G	5	1.56-1	60.000	15.000	3.999	1.00000	1.00001
2	4 x (CH+0.1)	G	6	1.72-1	60.000	14.900	3.999	1.00000	1.00001
3	4 x (CH+0.3)	G	6	2.29-1	60.000	14.700	3.999	1.00000	1.00001
4	4 x (CH+0.5)	G	9	2.45-2	60.000	14.500	3.999	1.00000	1.00000

1	4 x CH	R	5	1.06+3	60.000	15.000	4.893	0.99097	1.00069
2	4 x (CH+0.1)	R	5	2.10+3	59.978	14.894	4.885	0.99304	1.00077
3	4 x (CH+0.3)	R	6	9.91+3	59.958	14.690	4.826	1.00538	1.00125
4	4 x (CH+0.5)	R	7	2.45-2	60.000	14.500	4.726	1.01404	1.00000

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

Table 6 Fitting results by integration and interpolation of the shape function are compared for the γ -ray spectra of ^{57}Co . The spectra were measured with several channel widths, and analysed by the least square method.

Integration Fitting

CASE	Ch. Width (keV)	No.	Variance	Var. (W)	N_p^1 (CH) ($\times 10^3$)	err	N_p^2 (CH)	err	FWHM (keV)	err (%)	S_1 ($\times 10^5$)	err (%)	S_2 ($\times 10^5$)	err (%)
1	0.1719	4	2.89+7	1.12	706.768	11	790.316	32	24.552	4.221	12.847	.1	1.458	.3
2	0.3410	4	1.11+6	1.13	356.533	5	398.645	16	12.434	4.240	12.858	.1	1.455	.3
3	0.6888	4	2.40+6	2.06	177.143	4	197.990	11	6.223	4.286	12.851	.1	1.448	.4
4	1.8186	4	1.09+7	22.7	66.781	5	74.677	15	2.472	4.496	12.893	.4	1.457	1.3
5	2.7290	4	2.26+7	66.2	44.311	6	49.573	18	1.669	4.555	12.921	.7	1.465	2.2

Interpolation Fitting

1	0.1719	4	2.89+7	1.13	706.766	11	790.316	32	24.560	4.222	12.847	.2	1.459	.4
2	0.3410	4	1.13+6	1.16	356.534	6	398.646	16	12.458	4.248	12.861	.2	1.456	.4
3	0.6888	4	2.94+6	2.50	177.142	4	197.989	12	6.259	4.311	12.852	.3	1.448	.6
4	1.8184	5	1.80+7	40.9	66.777	7	74.674	20	2.569	4.671	12.943	1.2	1.461	2.3
5	2.7295	5	7.69+7	174	44.308	10	49.569	29	1.810	4.941	12.973	2.4	1.472	4.7

Table 7 Comparison of fitting results for the variation of channel width

Photopeak : ^{203}Hg 279.191 ± 0.008 keV

Spectrum : artificially made by bundling the spectrum of CASE 1

Integration Fitting

CASE	Ch. Width (keV/ch)	No.	Variance	Ep (keV)	FWHM (keV)	Area ($\times 10^5$)
1	0.3412	4	2.68+6	279.191±0.005	4.420±0.009	7.776±0.020
2	0.6824	4	4.03+6	279.191±0.005	4.421±0.010	7.775±0.021
3	1.0236	4	3.82+6	279.191±0.006	4.420±0.011	7.776±0.024
4	1.3648	4	5.62+6	279.191±0.005	4.419±0.009	7.776±0.019
5	1.7060	2	4.11+6	279.190±0.005	4.419±0.010	7.777±0.020
6	2.3884	4	6.04+6	279.191±0.006	4.413±0.012	7.777±0.023
7	3.4120	4	4.07+6	279.188±0.007	4.422±0.013	7.777±0.023
8	5.1180	2	6.13+4	279.193±0.004	4.415±0.006	7.779±0.011
9	6.8240	4	6.08+6	279.205±0.006	4.427±0.007	7.779±0.012

Interpolation Fitting

1	0.3412	4	3.05+6	279.192±0.005	4.425±0.009	7.773±0.026
2	0.6824	4	4.85+6	279.190±0.005	4.447±0.010	7.781±0.027
3	1.0236	4	6.24+6	279.188±0.007	4.485±0.012	7.776±0.033
4	1.3648	5	8.33+6	279.187±0.006	4.514±0.010	7.784±0.027
5	1.7060	5	3.33+6	279.190±0.006	4.574±0.011	7.793±0.028
6	2.3884	5	3.15+7	279.184±0.015	4.704±0.027	7.793±0.066
7	3.4120	5	4.50+6	279.181±0.015	5.007±0.028	7.834±0.065
8	5.1180	8	2.41+7	279.225±0.061	5.705±0.080	7.722±0.184
9	6.8240	7	3.54+7	279.053±0.226	6.322±0.244	7.237±0.367

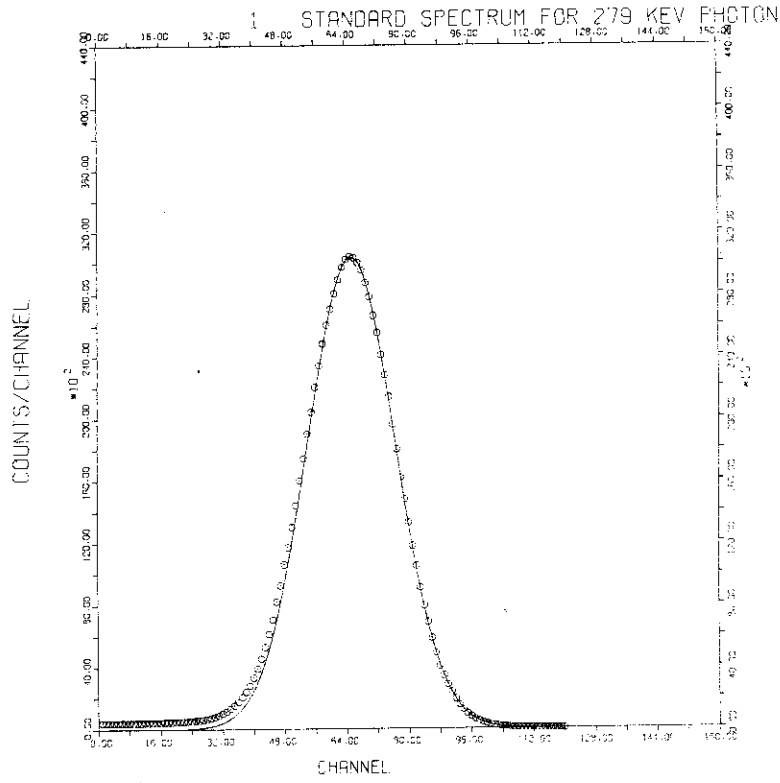


Fig.1 Shape function (dotted line) for the 279 keV photon is compared with a Gaussian function (solid line). The shape function is made from the observed gamma-ray spectrum of ^{203}Hg .

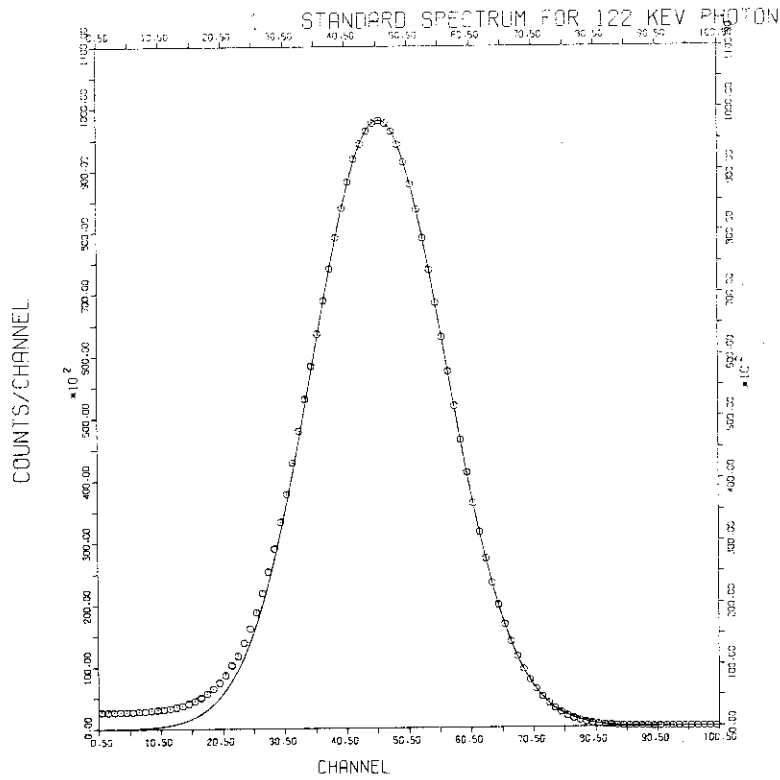


Fig.2 Shape function (dotted line) for the 122 keV photon is compared with a Gaussian function (solid line). The shape function is made from the observed gamma-ray spectrum of ^{57}Co .

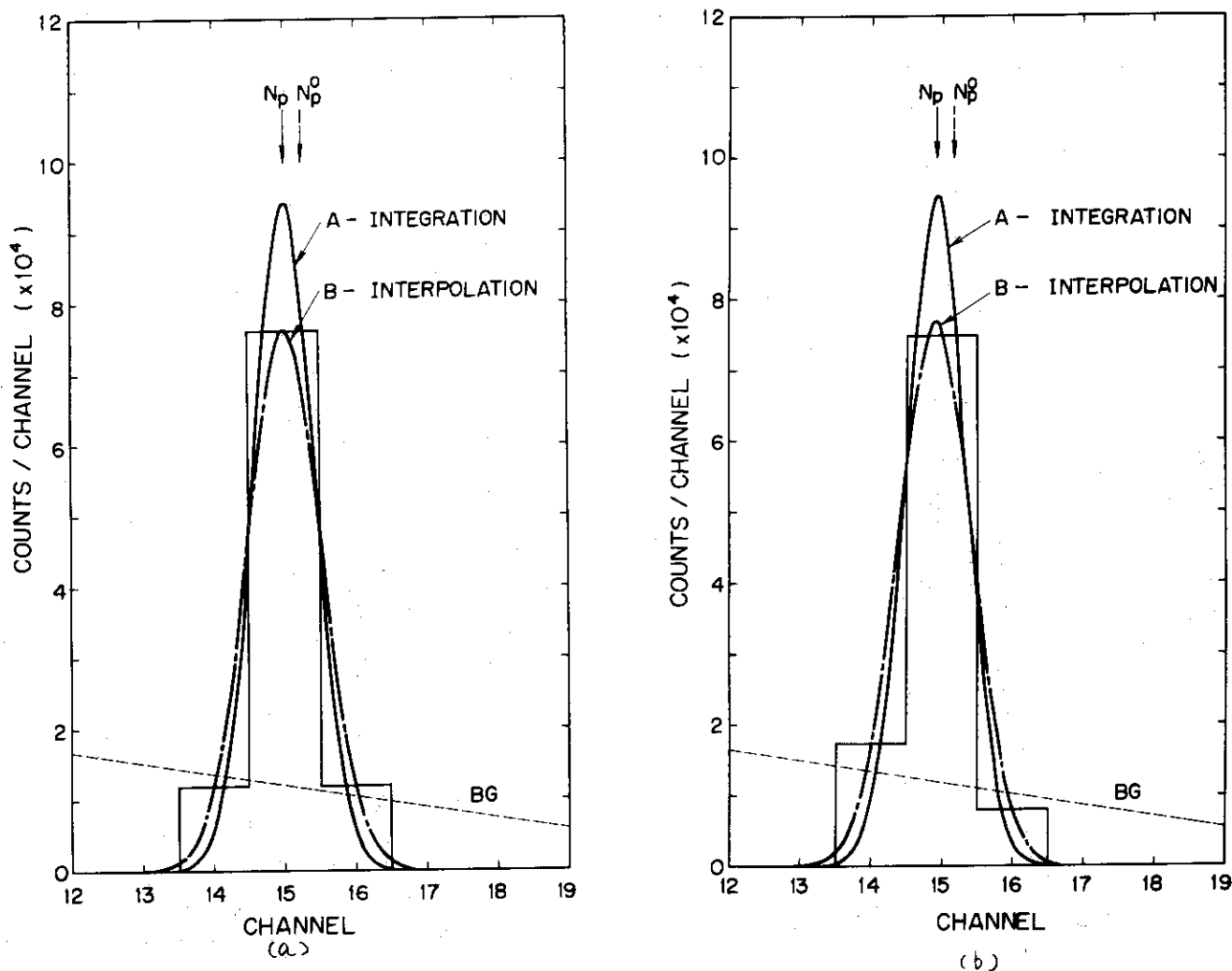


Fig.3-1 Sham gamma-ray spectra are made with the Gaussian peak and the linear back-ground spectrum. The channel width is fixed to be 4 keV, and the peak is centered respectively at 15.0 ch (a), 14.9 ch (b), 14.7 ch (c) and 14.5 ch (d) for each case.

Photopeak : $S=10^5$, $E_p=60$ keV, $FWHM=4$ keV

BG : $I(E_p)=3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$, $dI/dE=-1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$

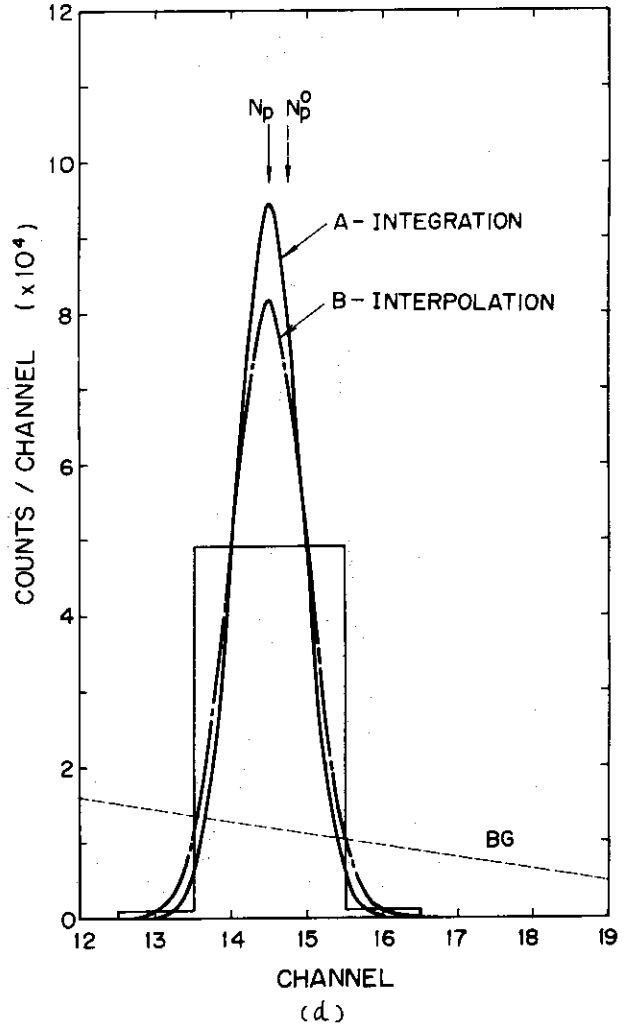
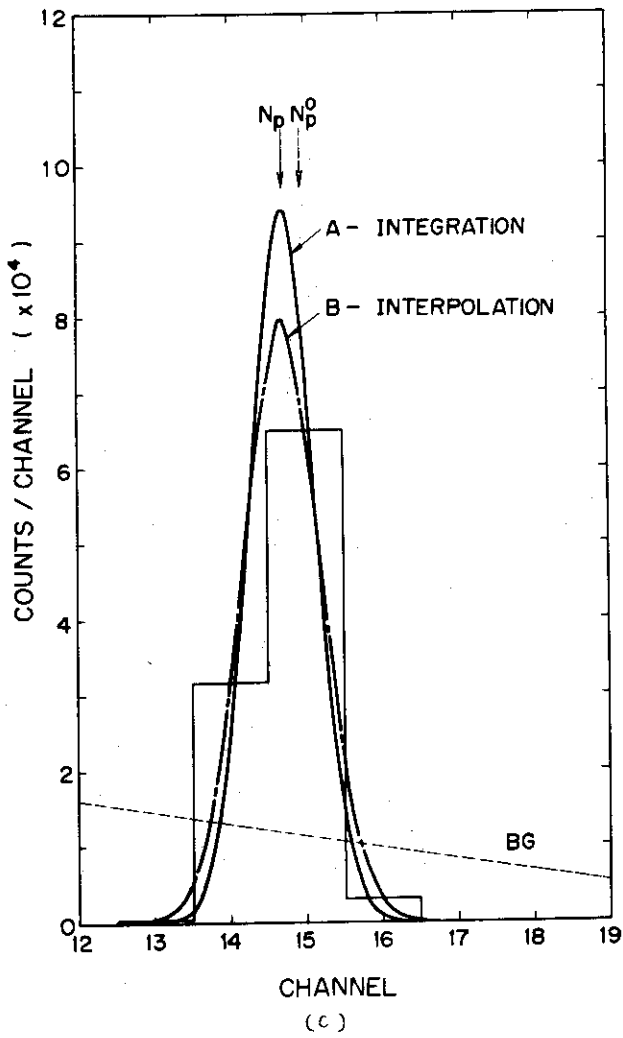


Fig.3-2 Sham gamma-ray spectra are made with the Gaussian peak and the linear back-ground spectrum. The channel width is fixed to be 4 keV, and the peak is centered respectively at 15.0 ch (a), 14.9 ch (b), 14.7 ch (c) and 14.5 ch (d) for each case.

Photopeak : $S=10^5$, $E_p=60$ keV, $FWHM=4$ keV
 BG : $I(E_p)=3 \times 10^3$ keV⁻¹, $dI/dE=-1 \times 10^2$ keV⁻²

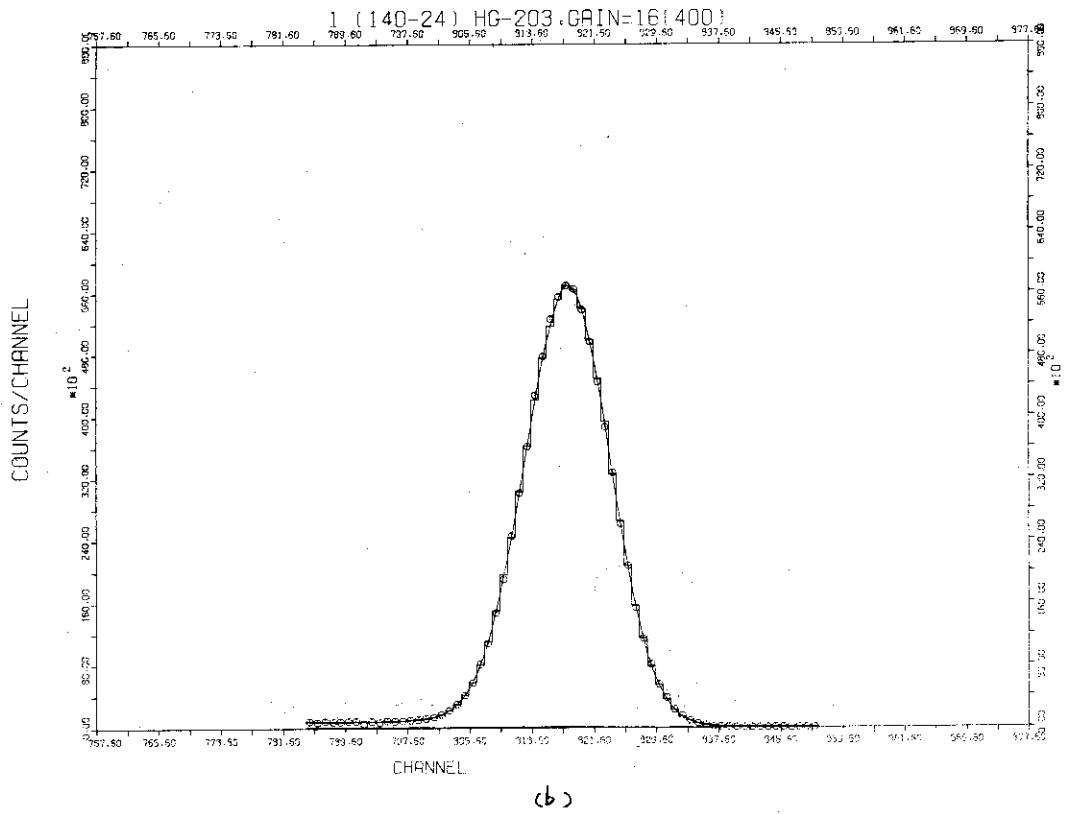
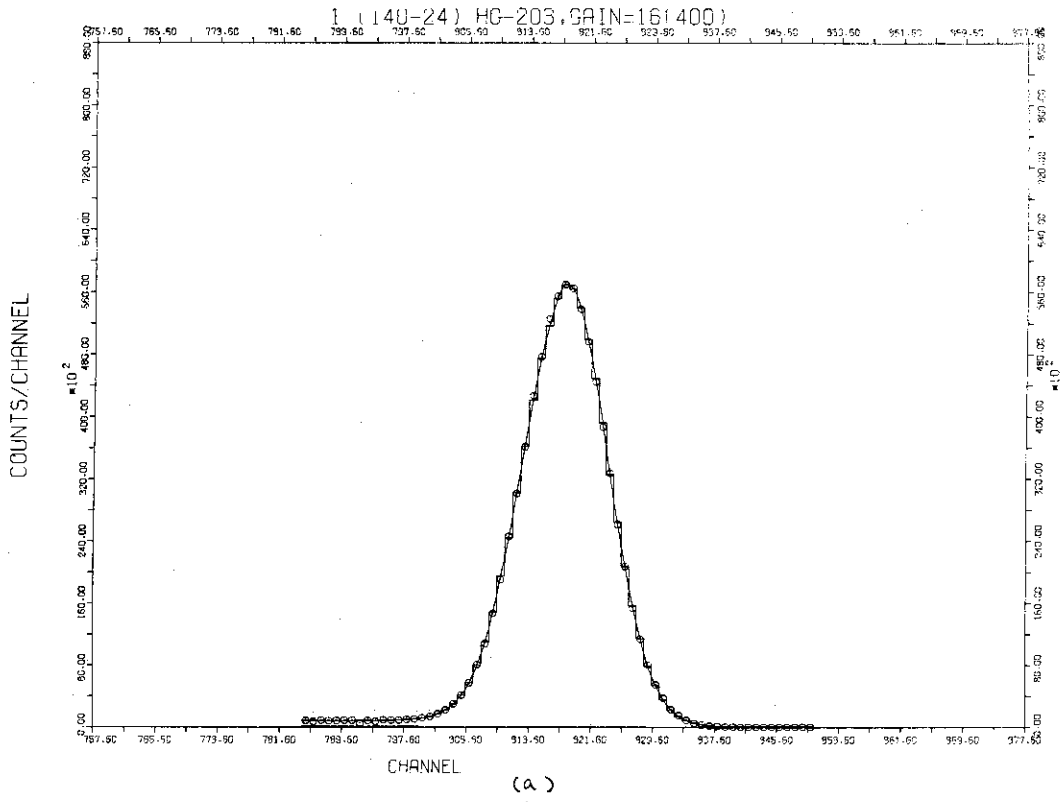


Fig.4 Gamma-ray spectrum of ^{203}Hg is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 0.3412 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

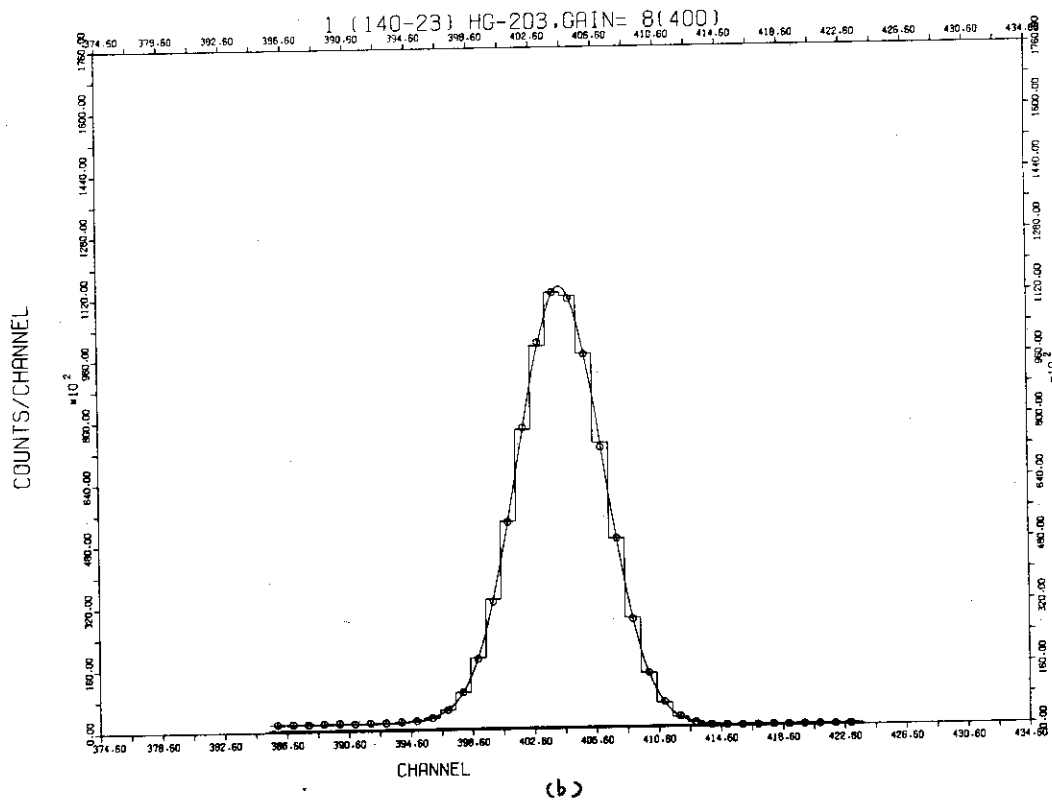
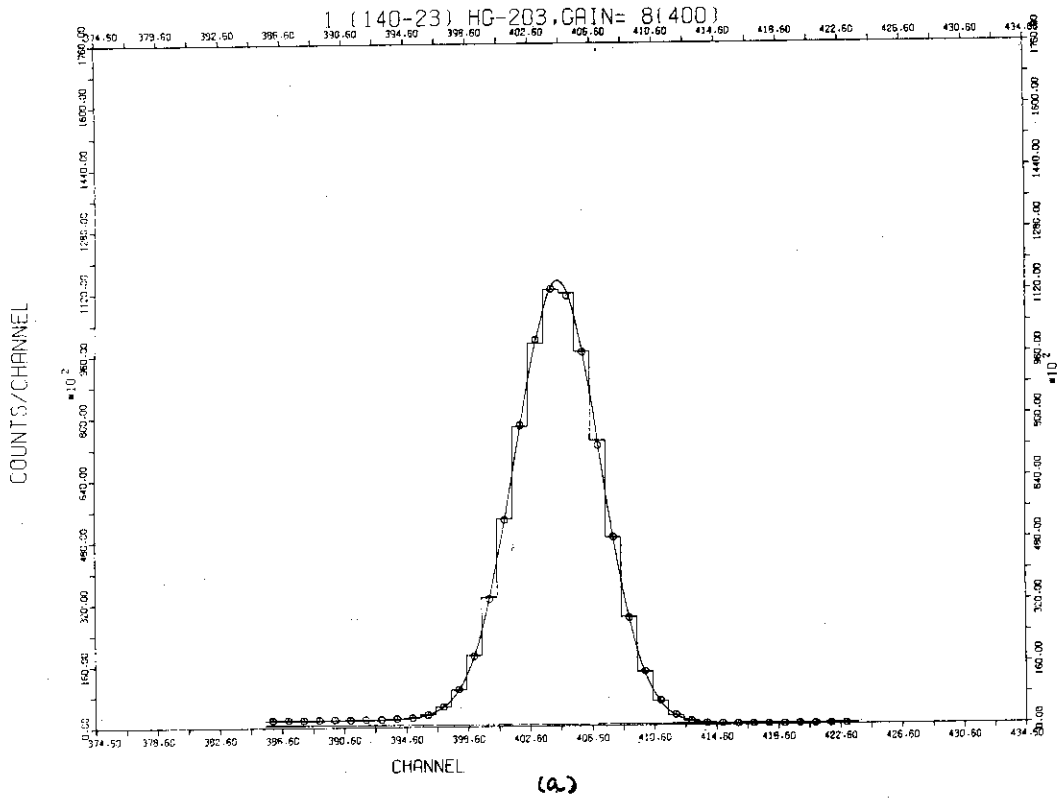


Fig.5 Gamma-ray spectrum of ^{203}Hg is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 0.6903 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

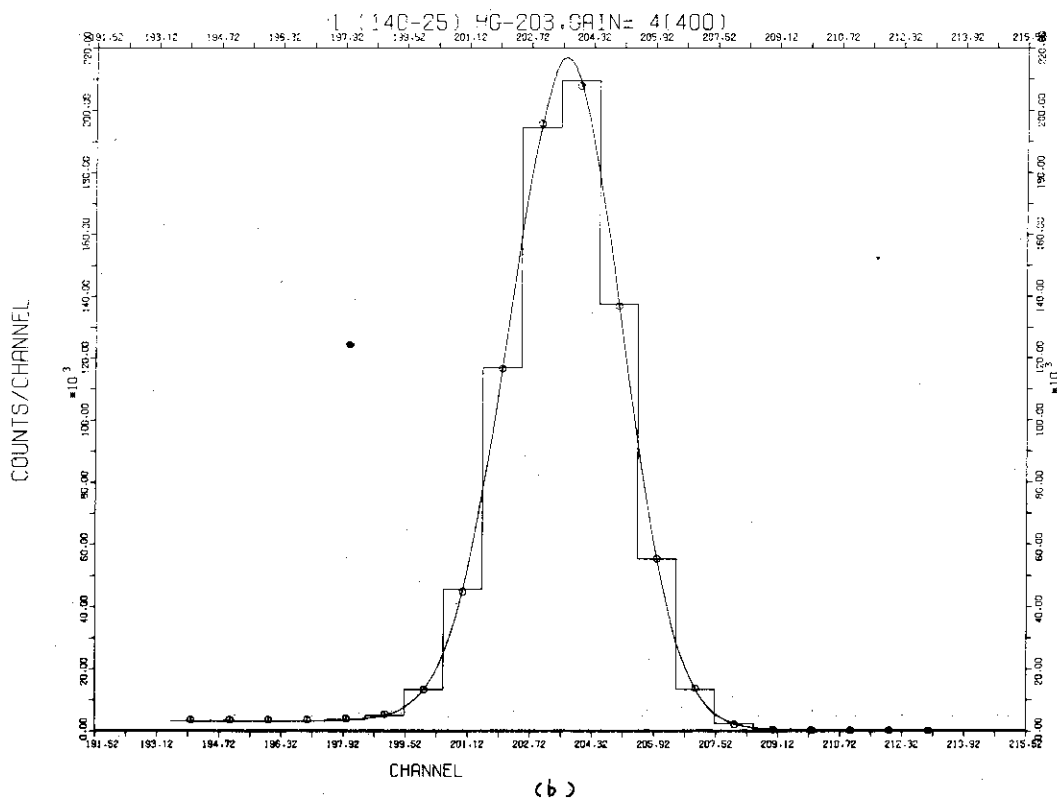
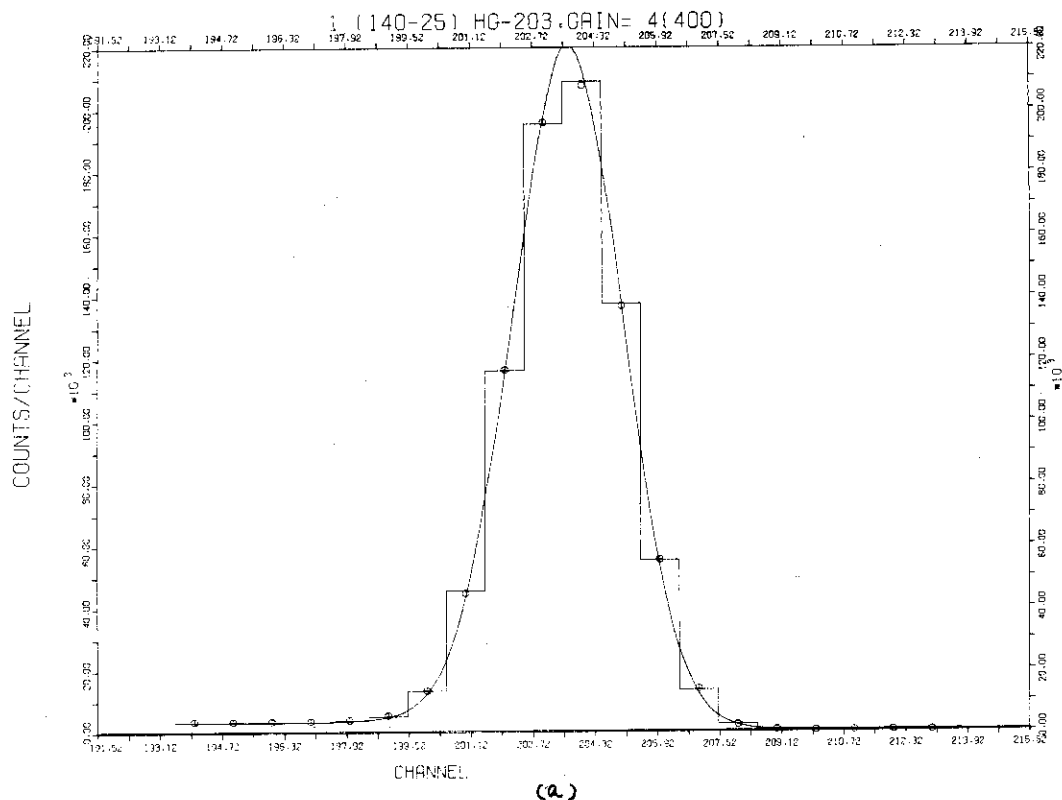


Fig.6 Gamma-ray spectrum of ^{203}Hg is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 1.3710 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

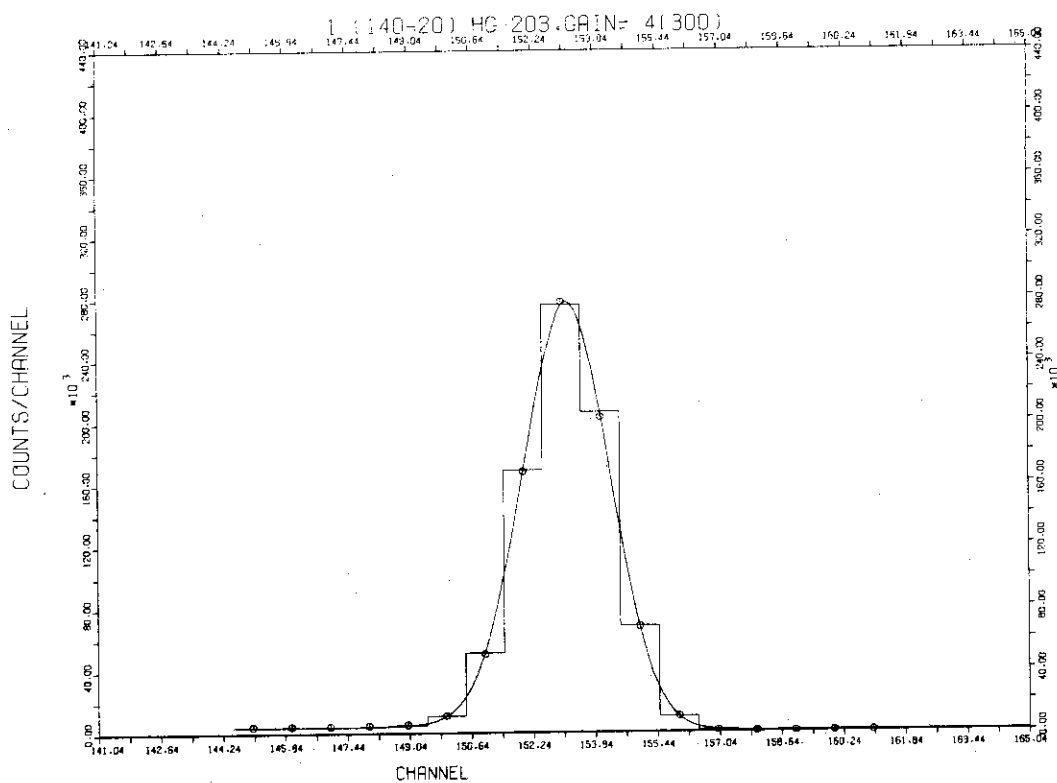
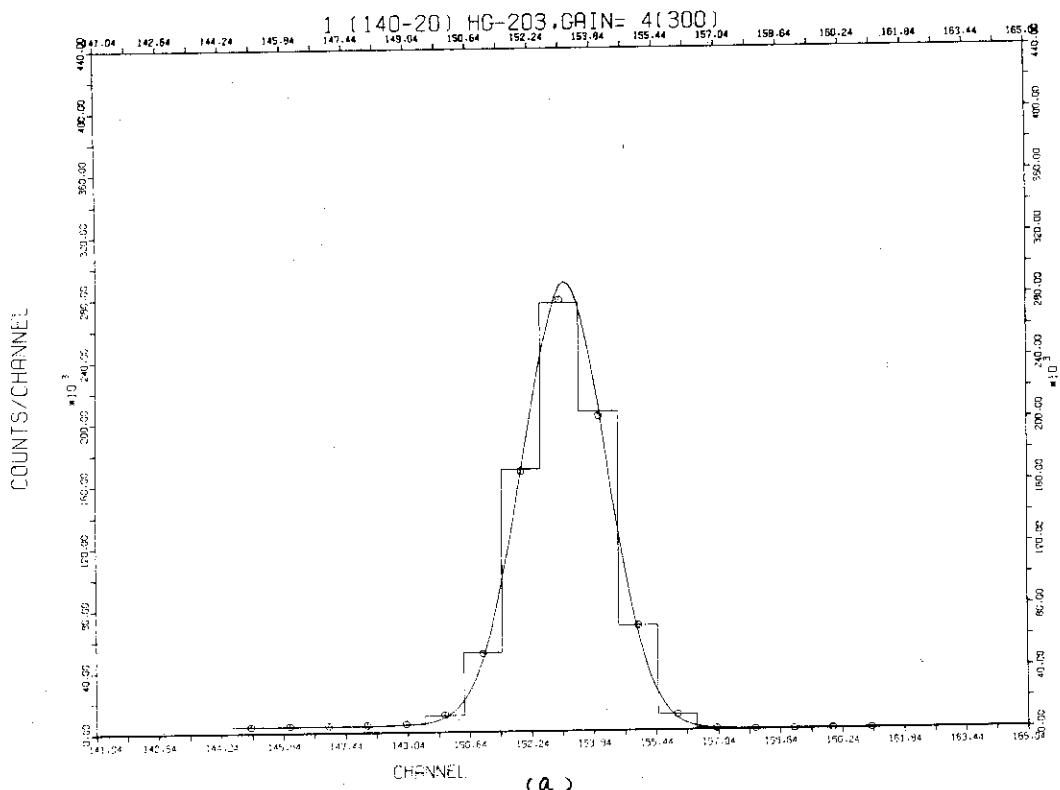


Fig.7 Gamma-ray spectrum of ^{203}Hg is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 1.8231 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

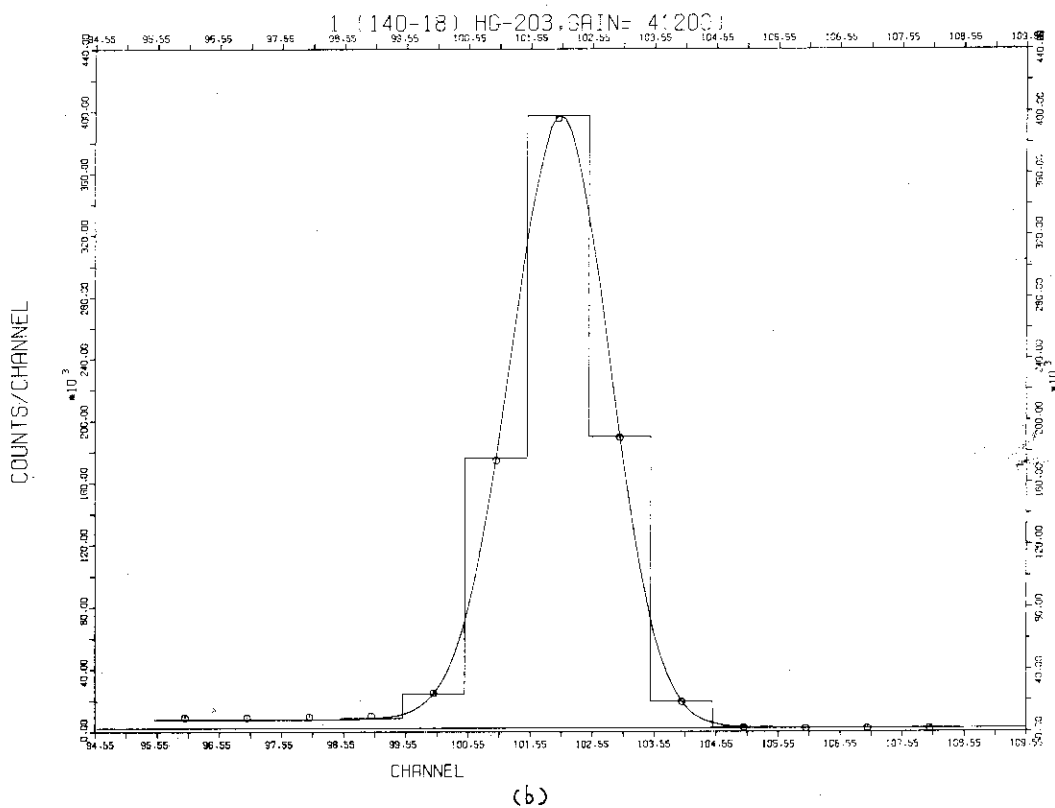
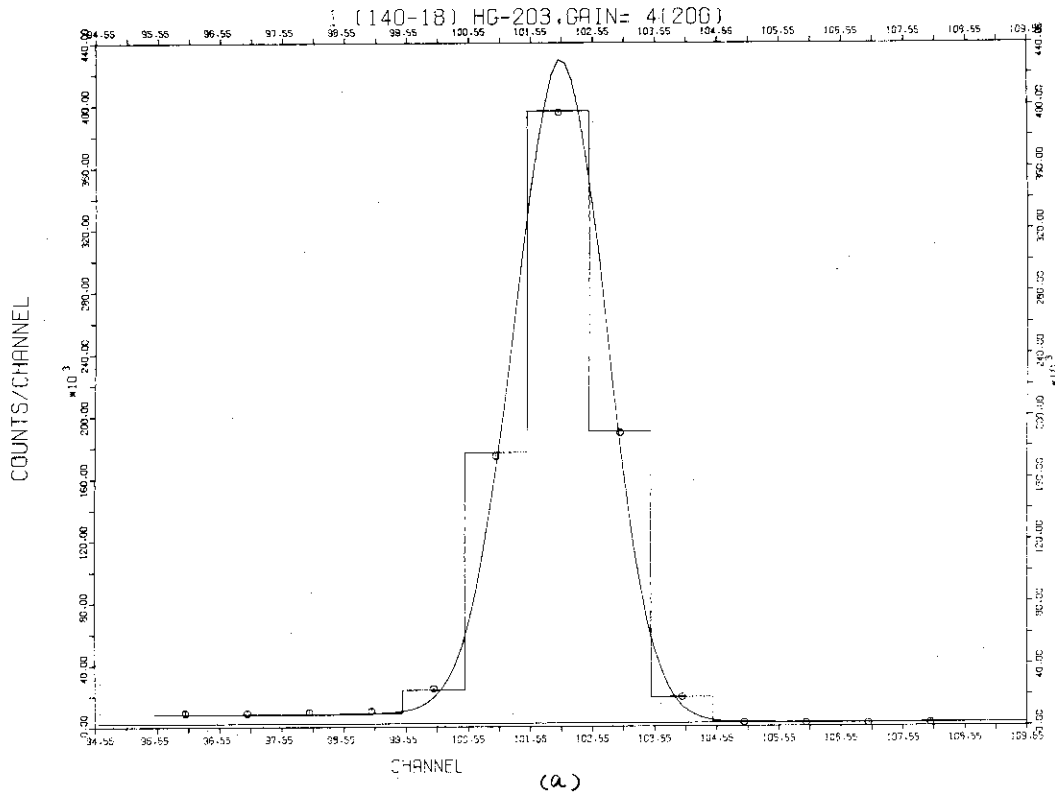


Fig.8 Gamma-ray spectrum of ^{203}Hg is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 2.7360 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

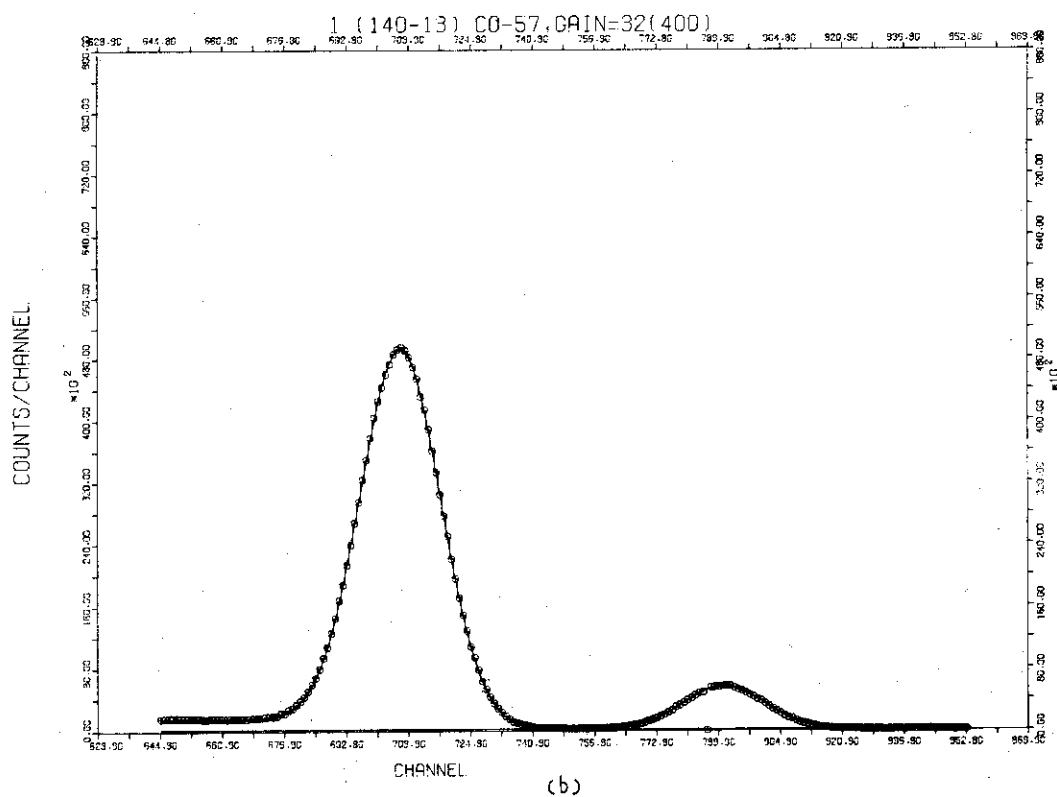
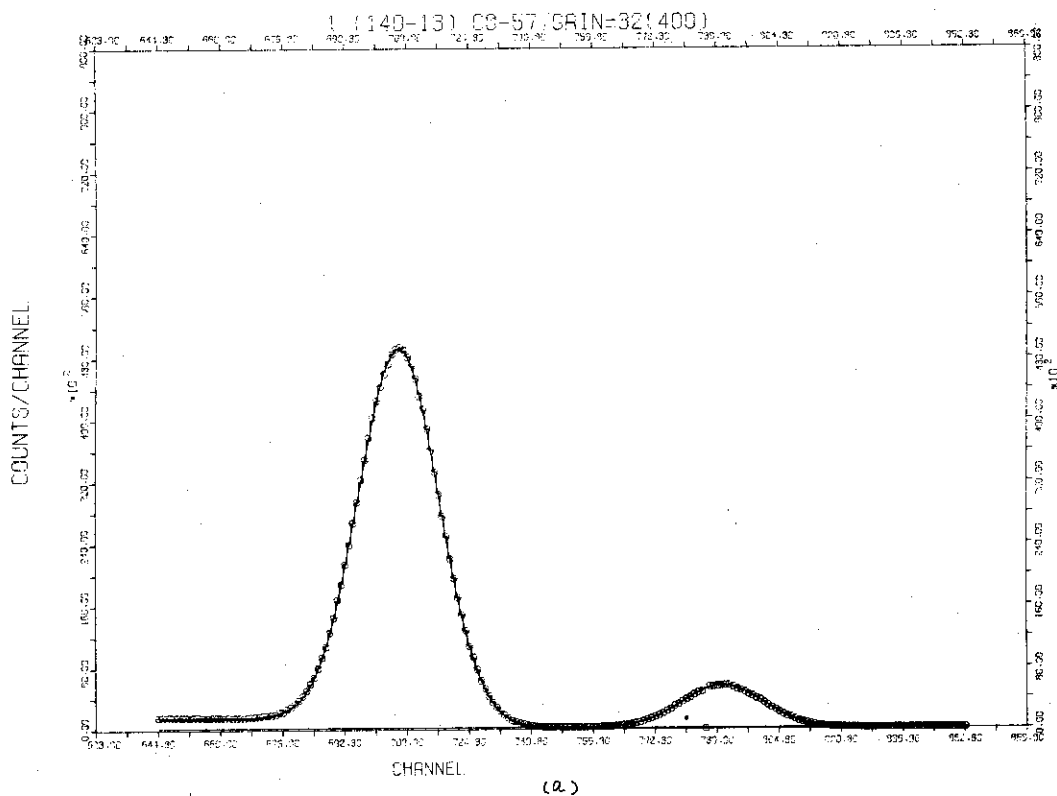


Fig.9 Gamma-ray spectrum of ^{57}Co is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 0.1719 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

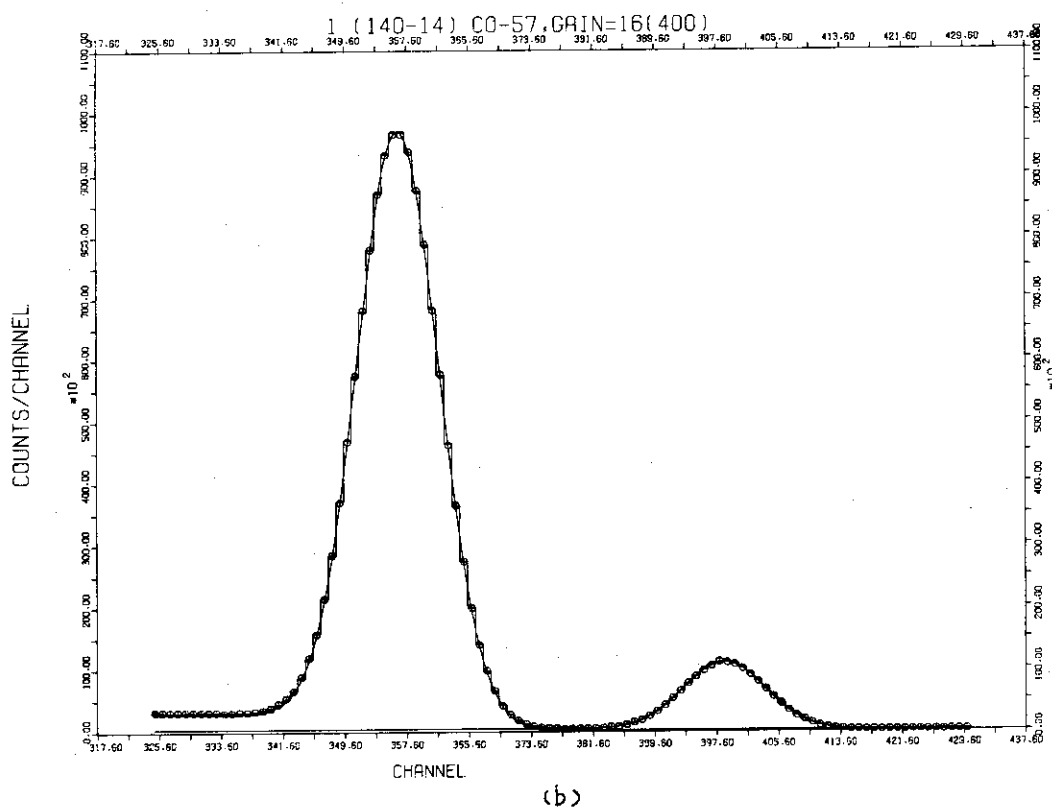
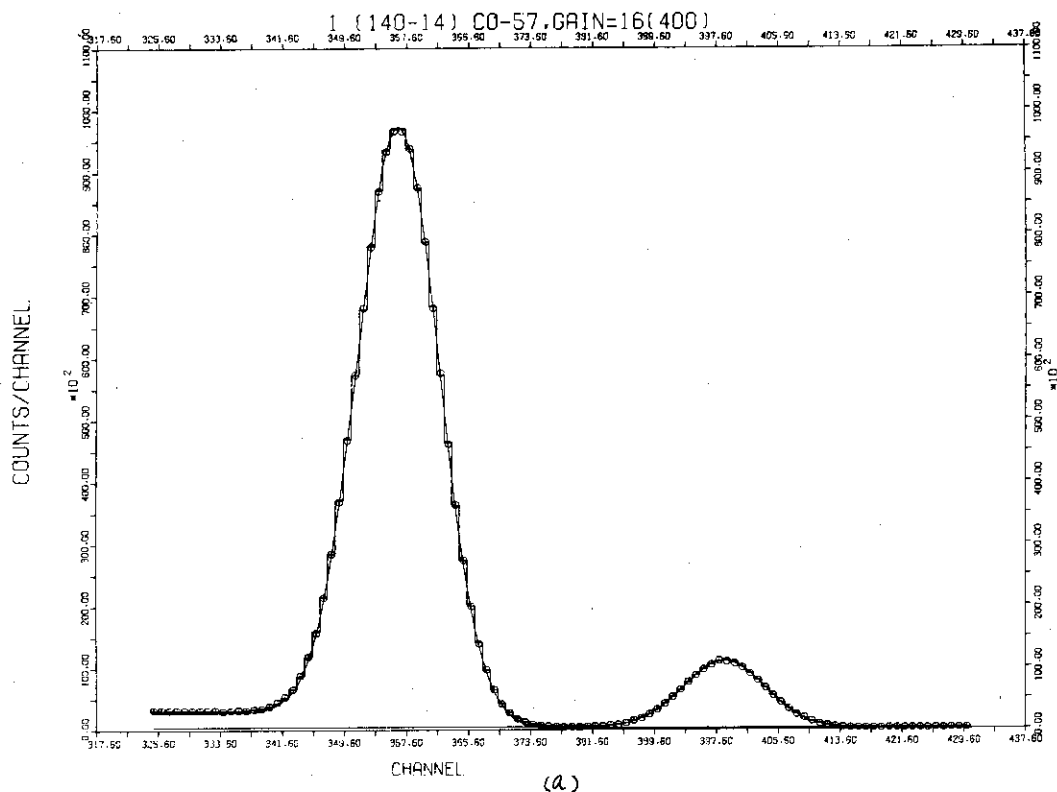


Fig.10 Gamma-ray spectrum of ^{57}Co is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 0.3410 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

JABRI-M 5067

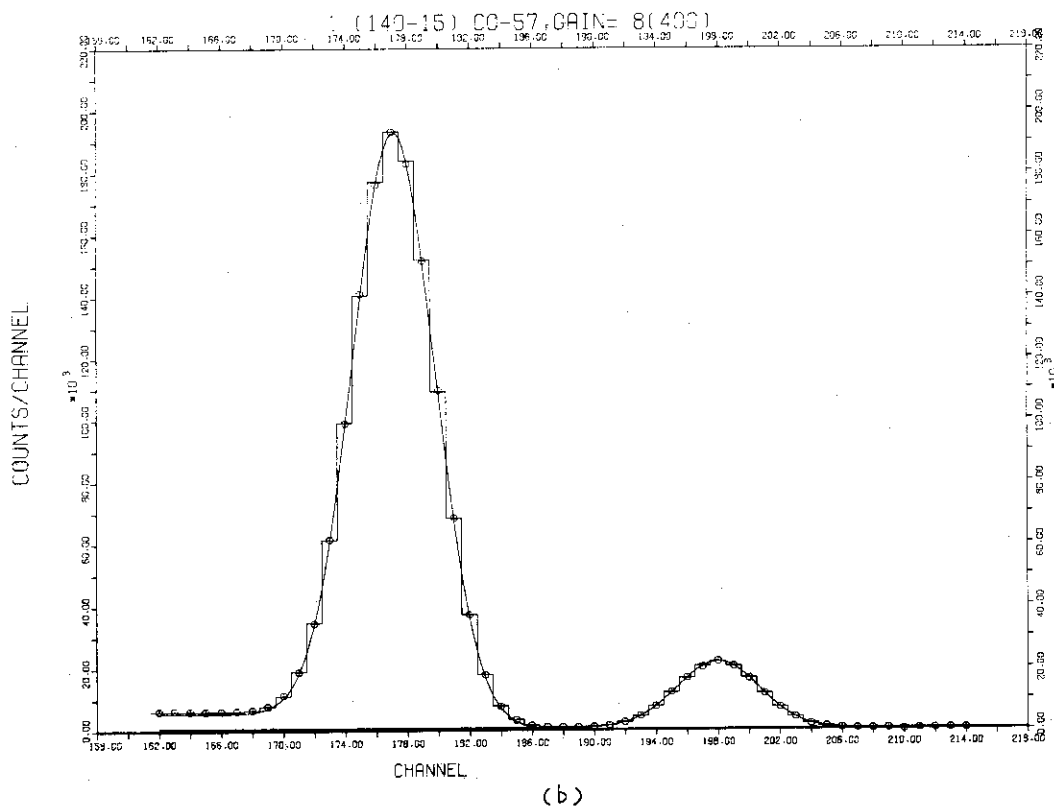
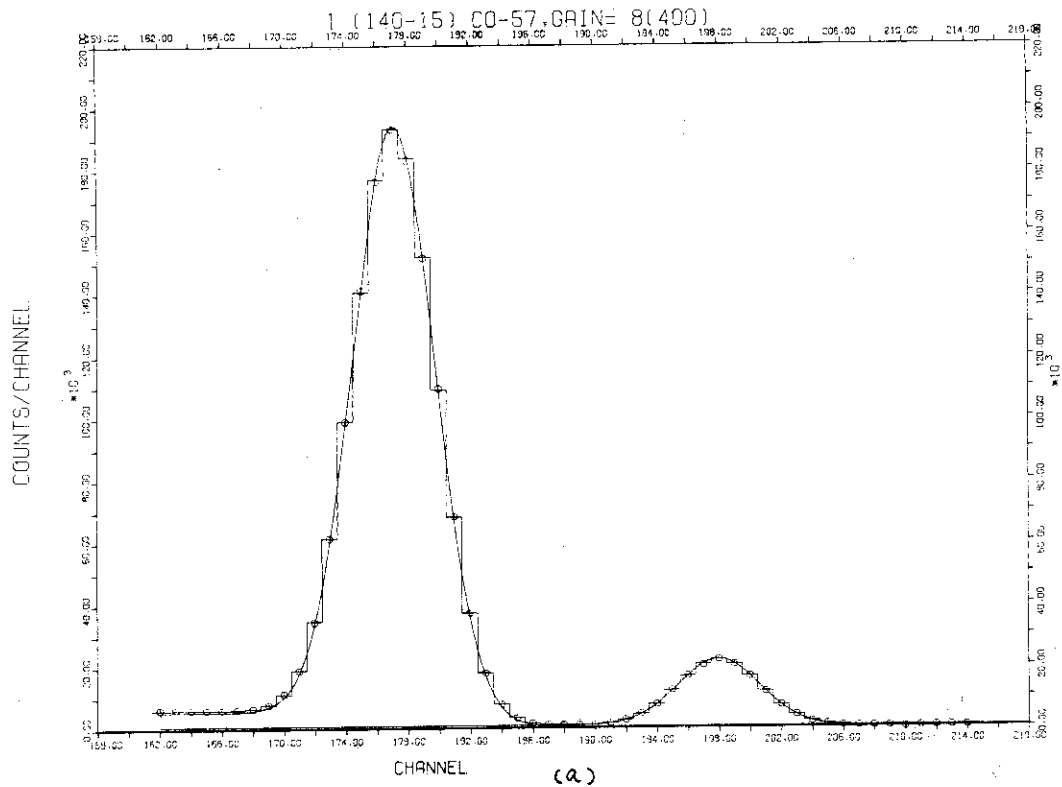


Fig.11 Gamma-ray spectrum of ^{57}Co is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 0.6888 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

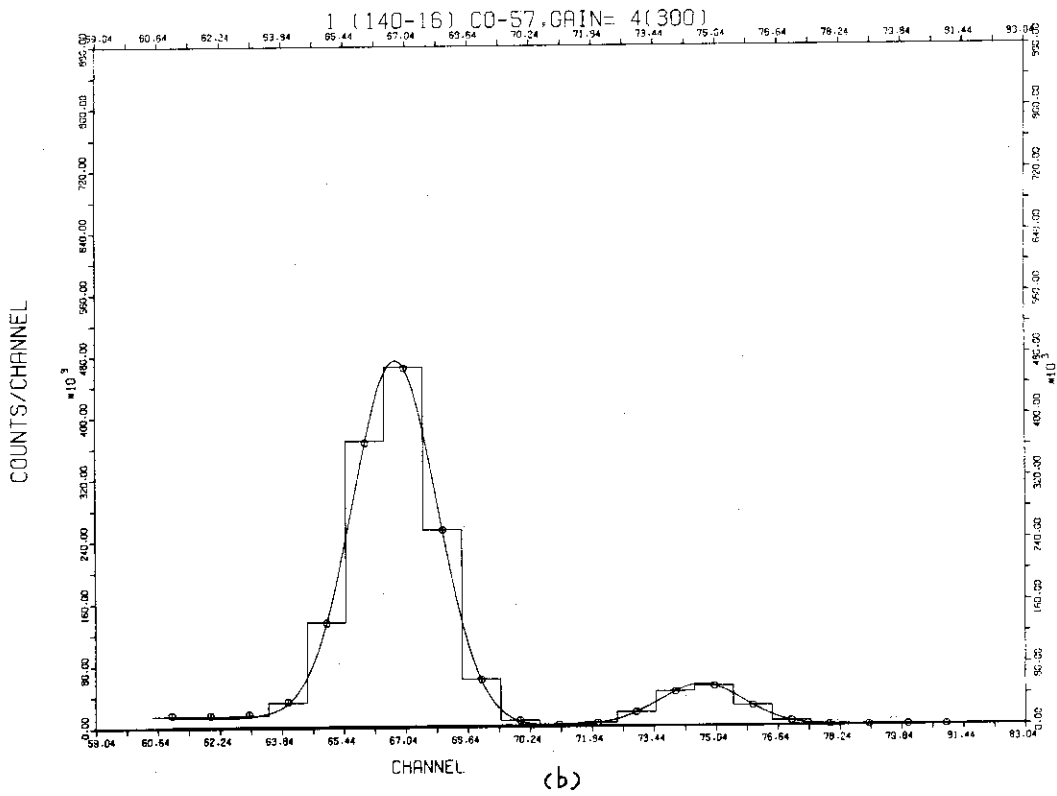
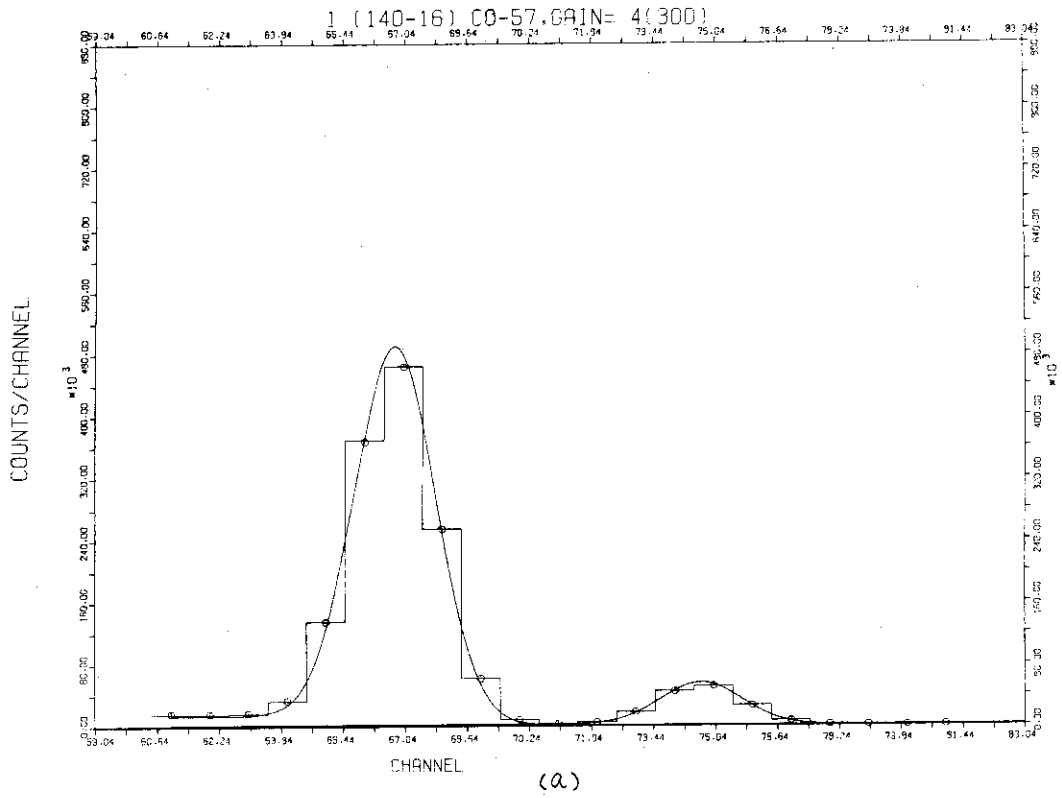


Fig.12 Gamma-ray spectrum of ^{57}Co is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 1.8186 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

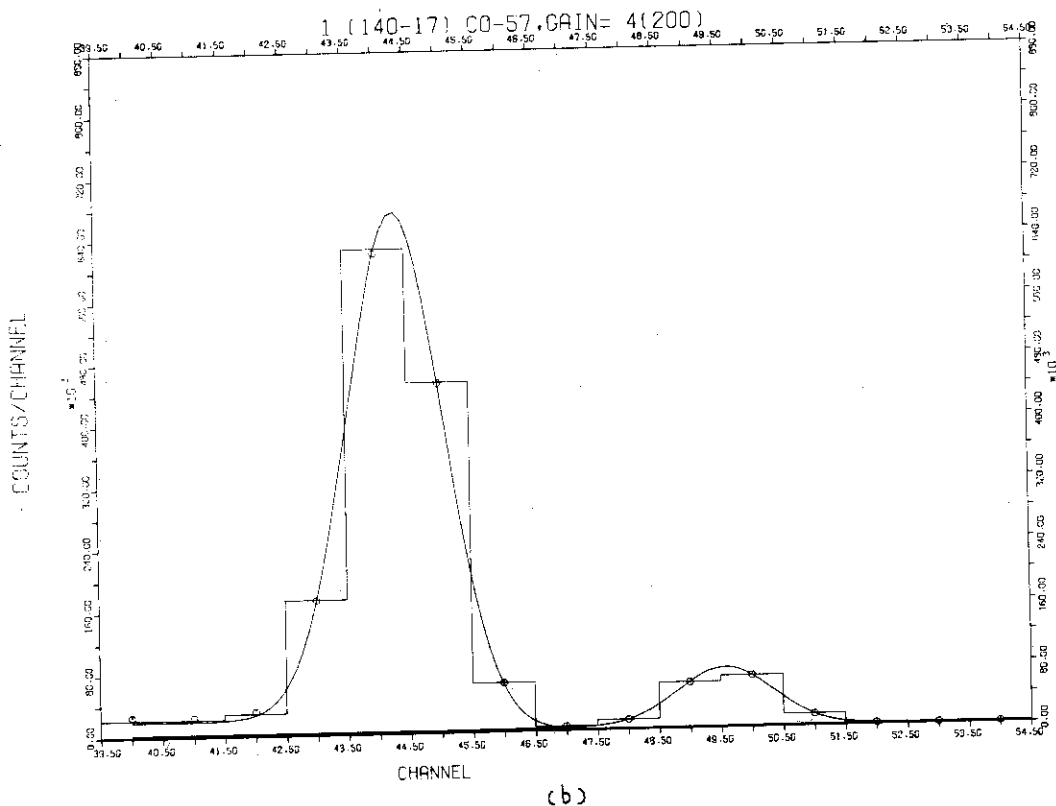
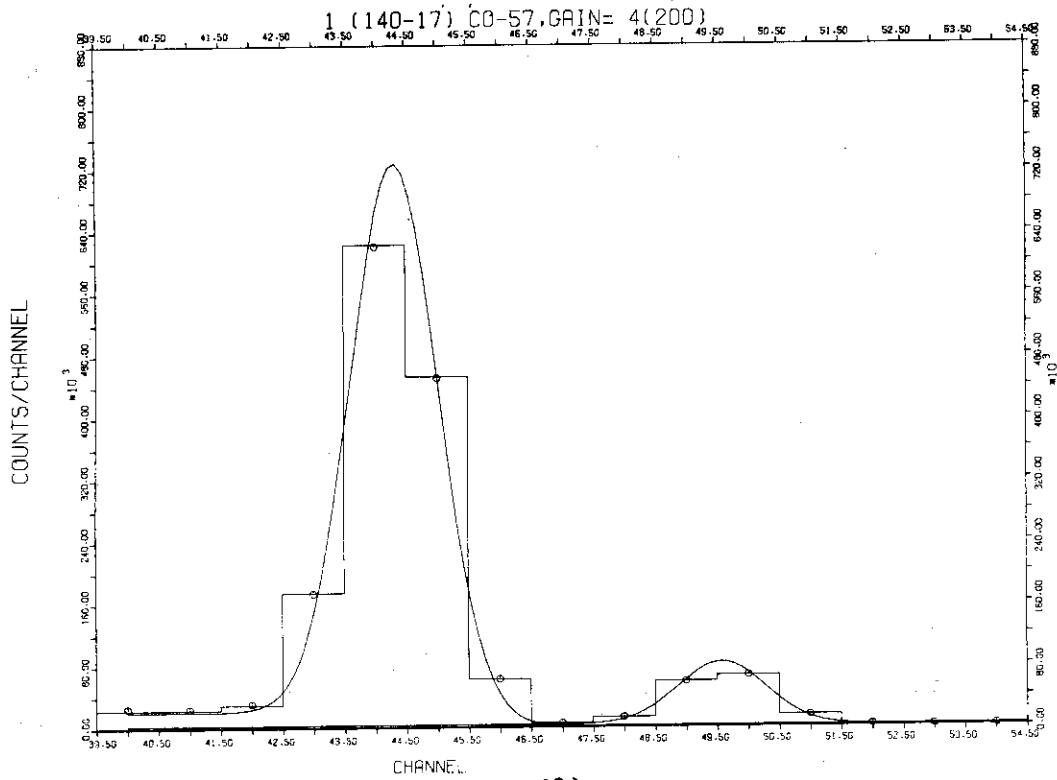


Fig.13 Gamma-ray spectrum of ^{57}Co is measured with a Ge(Li) detector (FWHM=4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set to be 2.7290 keV. The spectrum is fitted both by integration (a) and interpolation (b) of the shape function. The observed spectrum (dotted line) is compared with the fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid line on the back-ground spectrum.

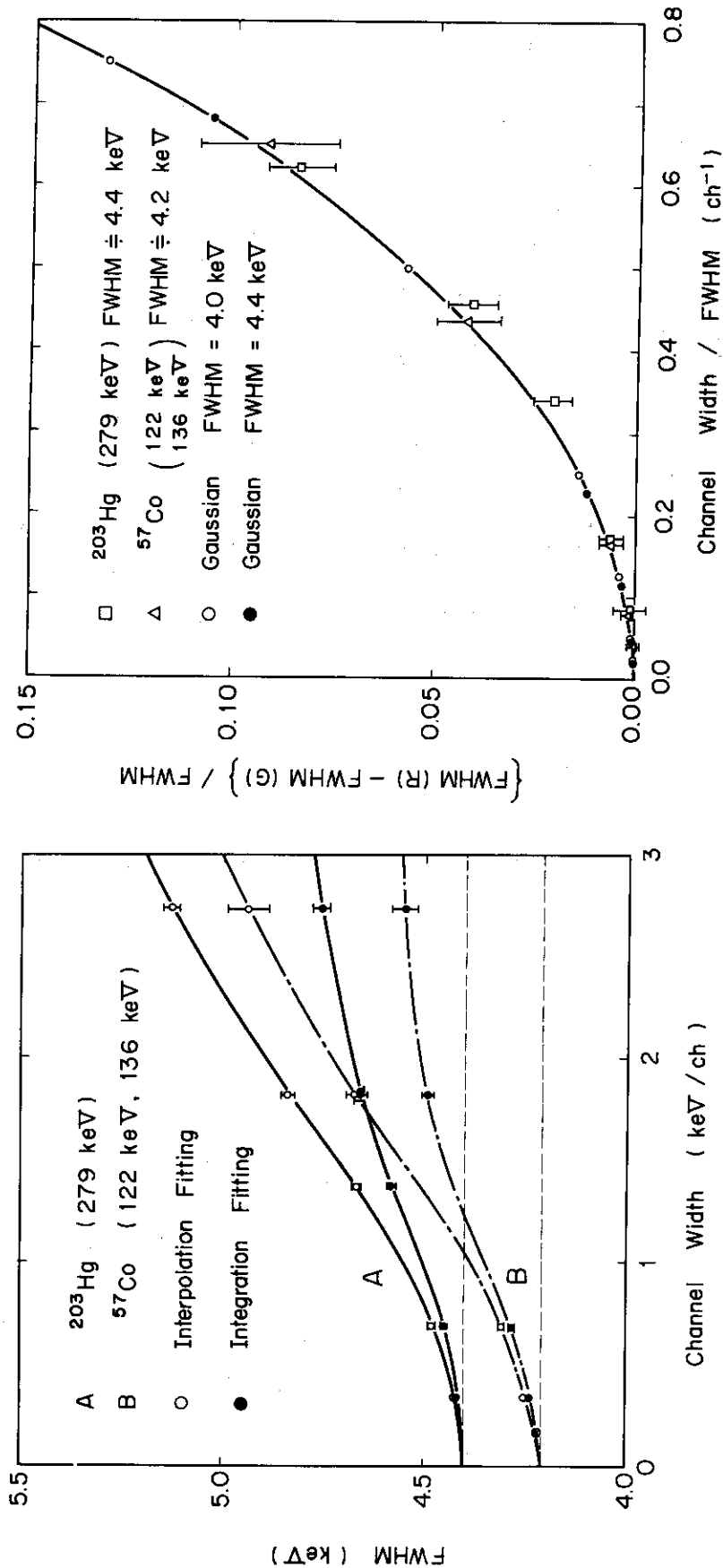


Fig.14 FWHM's are obtained by the integration fitting (●) and also by the interpolation fitting (○) for the 279 keV photopeak of ²⁰³Hg and for the double peaks of 122 keV and 136 keV of ⁵⁷Co.

Fig.15 Differences in the fitting results of FWHM by integration and interpolation of the shape function are shown as the function of the channel width over FWHM, comparing with the results for sham gamma-ray spectra of a Gaussian peak.

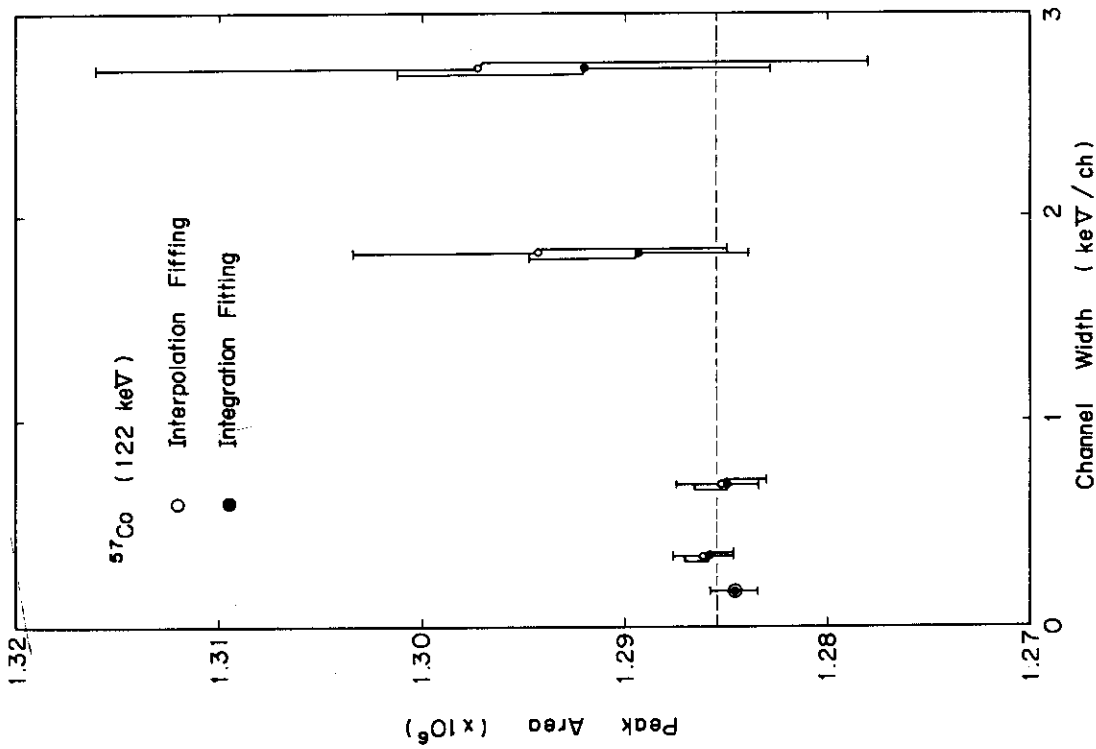


Fig.16 Results of integration fitting for the peak area of 122 keV photopeak of ⁵⁷Co are shown as the function of the channel width, and compared with the results by interpolation

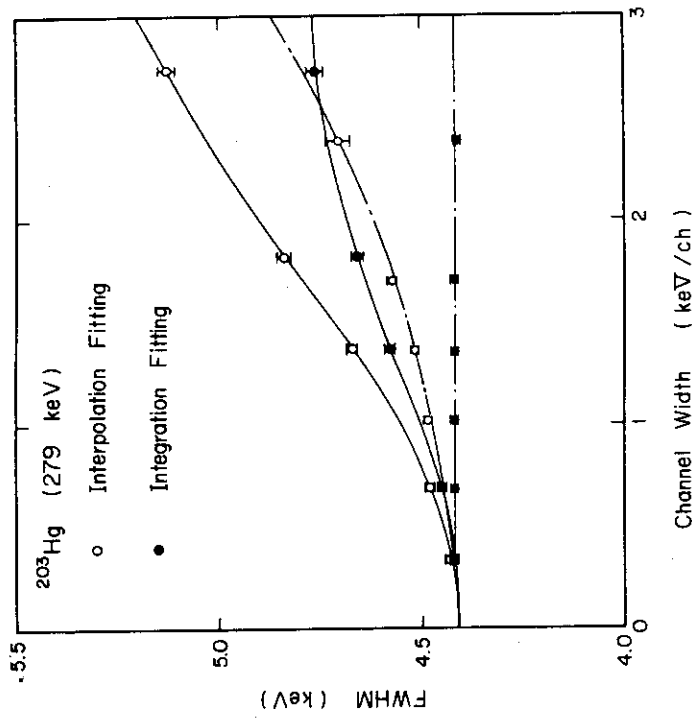


Fig.17 Gamma-ray spectra are artificially made for several channel widths by bundling the observed spectrum of ²⁰³Hg of which the channel width is 0.3412 keV. FWHM's of the peaks in these spectra are obtained both by integration fitting (●) and interpolation fitting (○), and the results are connected by broken lines. The results for the observed spectra are also shown for comparison and they are connected by solid lines.