

JAERI-M

5076

高速炉核計算における摂動法の検討

1972年12月

関 泰

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

高速炉核計算における摂動法の検討

日本原子力研究所動力炉開発管理室

関 泰

(1972年12月4日受理)

高速炉の核計算における摂動法の役割を原点に立ち返って検討した。その結果摂動法の適用に際して最も問題となるのは、精度が不明確である点であると結論された。そこで基底体系に加える摂動と摂動法の精度との関係を明らかにするために、典型的な高速炉体系の大きさの異なる中心領域に様々な形で核的性質の異なる物質を加えた場合の反応度変化を直接計算法と厳密な摂動法および後者に対する1次近似、2次近似である1次摂動法、2次摂動法により計算した。

計算結果の検討より以下のことが明らかになった。

1. 式の上では完全に一致すべき直接計算法により求めた反応度変化と厳密な摂動公式を用いて得られた反応度変化との間には系統的な数値計算上の差がある。
2. 反応度変化の厳密な計算方法としては数値計算上の設定条件である領域のメッシュ巾と収束条件に対する依存度が小さい厳密な摂動公式を用いる方法が直接計算法より優れている。
3. 典型的な高速炉体系において10%の精度を得るための1次摂動法の適用基準を定めることができた。
4. 摂動に伴う中性子束の変化量が基底体系の中性子束より小さい場合には一般化摂動法に基づく2次摂動法を用いると1次摂動法の精度を一桁向上できる。
5. 摂動に伴う中性子束の変化量が大きい場合に簡便に反応度変化を精度良く求めるには、緩やかな収束判定条件にて求めた摂動体系の中性子束を厳密な摂動公式に用いれば良い。

Study of the Perturbation Methods Used in Fast Reactor Analysis

Yasushi SEKI
Office of Power Reactor Projects, JAERI

(Received December 4, 1972)

The role of the perturbation methods in fast reactor analysis is thoroughly investigated. As a result it is concluded that the ambiguity in the accuracy of the perturbation method brings the main limitation in the applicability of the method. The reactivity changes caused by the insertion of various kinds of core materials into a typical fast reactor in various manners are calculated by the direct method, an exact perturbation formula, and the first and second order perturbation methods.

Following facts are shown from the calculated results:

1. There is a systematic difference between the values of reactivity change obtained by the direct calculation and by the exact perturbation formula.
2. As an exact calculation method of reactivity change, the exact perturbation formula is recommended rather than the direct method because the latter is too sensitive to the conditions imposed on the numerical calculation.
3. The applicability criterion of the first order perturbation method can be determined for a typical fast reactor.
4. The second order perturbation method based on the generalized perturbation method is effective in improving the accuracy of the first order perturbation method by a factor of 10, for the case where the neutron flux change caused by the perturbation is smaller than the unperturbed neutron flux.
5. For the accurate and simple calculation of a reactivity change, the exact perturbation formula with the real and adjoint neutron fluxes obtained under relaxed convergence criteria is appropriate.

目 次

1. 序 言	1
2. 摂動法の検討	2
2.1 厳密な摂動公式	2
2.2 1次摂動法	5
2.3 一般化摂動法	7
3. 物質反応度ワースの計算	11
3.1 計算体系	11
3.2 計算方法	11
3.3 物質の加え方	13
4. 結果と検討	14
4.1 摂動法と直接計算法の比較	14
4.2 厳密な摂動公式と直接計算法の不一致	24
4.3 1次摂動法の適用基準	30
4.4 1次摂動法の精度向上	35
5. 結 言	36
謝 辞	36
参考文献	37

1. 序 言

原子炉の核計算において摂動計算を行なうことの意義を検討してみる。量子力学などで摂動論を用いるのは厳密な解を得ることが困難である場合に解を近似的に求めるためであることが多い。これに対して原子炉計算における摂動論の適用は厳密解の代りの近似解というよりはむしろ1次の精度でより多くの反応度変化を比較的短時間で計算することを主な目的としている。最近の電子計算機の急激な発展に伴い直接的に摂動体系の中性子束を計算することがますます容易になるに従って、単なる計算時間の節約という目的だけでは1次の精度で反応度変化を求めるだけの摂動法の有用性は低下してきたと言わざるを得ない。

そこで本論文では、高速炉核計算における摂動法の役割を再評価してみた。その結果摂動法を用いなければ精度良く求まらない量として微小な摂動による反応度変化、および反応度変化の各反応成分毎の値があり、また摂動法を用いることにより反応度変化を各反応成分毎に、各空間点毎に、各エネルギー群毎に与えることができるので炉物理解析をするために有効であることを示した。

しかしながら従来の1次摂動法では摂動体系の中性子束の代りに基底体系の中性子束を用いるために、中性子束の変化に直接依存する量である反応比の変化、出力分布の変化、中性子エネルギースペクトルの変化などを求めることはできなかった。上記の各量は $U_{SACHEV}^{(1)}$ と $G_{ANDINI}^{(2)}$ によって発展させられた一般化摂動法を用いることにより1次の精度で計算できることを示した。

他方通常用いられる反応度変化に対する1次摂動法で特に問題となるのは、加える摂動の大きさと種類により精度が大きく変わる点である。この点を明らかにするために大型ナトリウム冷却高速炉の大きさの異なる中心領域における物質反応度ワースを、加える物質の種類と加え方をパラメトリックに変化させて直接計算法と厳密な摂動法および後者に対する1次近似としての1次摂動法と2次近似である2次摂動法を用いて計算した。その結果に基づいて1次摂動法の誤差を評価して適用基準を設定した。なお1次摂動法の精度を向上させるために2次摂動法が特に大きな摂動の場合を除いて有効であり、また緩やかな収束判定条件の下で求めた摂動体系の中性子束を厳密な摂動公式に適用することにより反応度変化が精度よく求まることが明らかになった。

なお反応度変化の計算値の比較の際には、基準として厳密な摂動公式を用いて得られた値を用いるべきで直接計算法による値は不適當であることがわかった。両者の間には系統的な数値計算上の差があり、後者は数値計算上の設定条件である領域のメッシュ巾と収束条件に大きく依存することが明らかになった。

2. 摂動法の検討

この章では原子炉の核計算に用いられる摂動法の公式を導きその適用性について議論する。まず初めに何ら近似を行なわないうで求められる反応度変化に対する厳密な摂動公式と直接計算により求められる反応度変化の式を導き両者を比較する。次に反応度変化に対する厳密な摂動公式に含まれる摂動体系の中性子束 φ' を基底体系の中性子束 φ で置き換えて得られる1次摂動法の公式について、その誤差と適用性を議論する。第3節では U_{SACHEV}⁽¹⁾ と G_{ANDINI}⁽²⁾ によって開発された一般化摂動法の役割の位置付けを行なう。まずこの方法を用いて2次摂動法の公式が導かれることを示し、次に通常の摂動法では求められない中性子束の1次汎函数の比の形をした積分量に関する摂動公式について説明する。さらに反応度変化を摂動による直接の変化分と中性子束および随伴中性子束の変化による成分とに分けて求める摂動法の公式を示す。最後に以上に得られた摂動公式の相互関係をわかりやすい形にまとめておく。

2.1 厳密な摂動公式

この節では反応度変化を求める二通りの方法、すなわち随伴中性子束を含む厳密な摂動公式と直接的に摂動体系の実効増倍率を計算する直接法の公式の両者について説明する。

ある原子炉の非摂動体系（基底体系）における中性子束 φ を

$$P\varphi=0 \quad (1)$$

と表わす。ここで P は BOLTZMANN 演算子であり

$$P=-A+\lambda F \quad (2)$$

と書き表わす。 λ は固有方程式(1)の最大固有値であり、 F は P の中で核分裂による中性子の発生に対応する部分であり、 $-A$ は中性子の吸収、洩れ、散乱に対応する部分である。中性子束 φ は空間座標と中性子のエネルギーと速度方向の函数であり、原子炉内で正で有限な値をとり原子炉の境界 r_s において

$$(i) \quad \varphi(r_s, v_{in})=0$$

なる境界条件を満たすものとする。但し v_{in} は外部から原子炉の内部へ向う中性子の速度ベクトルを表わす。演算子 P も空間座標とエネルギーに依存する量であるが、通常の数値計算により(1)式を解く場合には P は洩れに対応する部分以外は組成毎に計算される巨視的断面積から成っている。そこでいくつかの組成から成る原子炉体系についての数値計算では

(ii) 異なる組成の境界面において中性子束が連続である
という境界条件が新たに必要となる。

ここでの議論は記述が簡単な演算子表示で行なうが、多群近似計算の場合には演算子を行列で、函数をベクトルで置き換えればよい。

(1) 式を Source Iteration 法で解くには、以下の様にする。まず Source の推定値として任意の $F\varphi_0$ を与えて

$$A\varphi_1=F\varphi_0 \quad (3)$$

を解き φ_1 を求める。次に

$$\lambda_1 = \frac{1}{\langle F\varphi_1 \rangle} \quad (4)$$

として λ_1 を計算する。ここで

$$\langle F\varphi_1 \rangle = \iiint d\mathbf{r} dE d\Omega (F\varphi_1) \quad (5)$$

であり積分範囲は全原子炉体積，中性子の全エネルギー範囲と速度方向に及ぶものとする。次に

$$A\varphi_2 = \lambda_1 F\varphi_1 \quad (6)$$

を解き φ_2 を求める。以下同様にして

$$A\varphi_{j+1} = \lambda_j F\varphi_j, \quad (j=1, 2, \dots), \quad (7)$$

$$\lambda_j = \frac{1}{\langle F\varphi_j \rangle}, \quad (j=1, 2, \dots) \quad (8)$$

を繰り返し計算して適当な収束条件

$$\frac{|\lambda_j - \lambda_{j-1}|}{\lambda_j} < \varepsilon_1 \quad (9)$$

或いは全ての空間点で

$$\frac{|F\varphi_j - F\varphi_{j-1}|}{F\varphi_j} < \varepsilon_2 \quad (10)$$

が満たされるまで計算を続ける。このようにして求められた実効増倍率は

$$k = \frac{1}{\lambda} \langle F\varphi \rangle \quad (11)$$

で与えられその誤差は ε_1 で押えられる。

(1)式の随伴方程式を

$$P^*\varphi^* = 0 \quad (12)$$

と表わす。以後 $*$ はもとの演算子或いは函数に対して随伴関係にあるものを意味する。すなわち

$$\langle \varphi^*, P\varphi' \rangle = \langle P^*\varphi^*, \varphi' \rangle, \quad (13)$$

但し $\varphi^* \in \{\varphi\}$

が成立するものとする。ここで φ' は φ と同じ境界条件(i), (ii)を満たす φ の函数群に属する函数である。また $\langle \varphi^*, P\varphi' \rangle$ の意味は函数 φ' に演算子 P を作用させたものに函数 φ^* をかけて(5)式と同様の積分を行なったものである。

(1)式で表わされる基底体系において， P に δP という形で摂動を加えた体系を考える。この摂動体系の中性子束を φ' とすると BOLTZMANN 方程式は

$$(P + \delta P)\varphi' = F'\varphi' = 0 \quad (14)$$

と表わされる。ここで(2)式より

$$\begin{aligned} \delta P &= F' - P \\ &= -\Delta A + \Delta(\lambda F) \\ &= -\Delta A + \lambda \Delta F + \Delta\lambda (F + \Delta F), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta A = A' - A, \quad (16)$$

$$\Delta F = F' - F, \quad (17)$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda \quad (18)$$

である。(14)式に φ^* をかけて積分すると

$$\langle \varphi^*, (F + \delta F) \varphi' \rangle = 0 \quad (19)$$

となる。(17)と(18)式より

$$\langle \varphi^*, F \varphi' \rangle = \langle P^* \varphi^*, \varphi' \rangle = 0 \quad (20)$$

である。(19)式と(20)式より

$$\langle \varphi^*, \delta F \varphi' \rangle = 0 \quad (21)$$

(15)式を(21)式に代入すると

$$\langle \varphi^*, \{-\Delta A + \lambda \Delta F + \Delta \lambda (F + \Delta F)\} \varphi' \rangle = 0 \quad (22)$$

を得る。よって

$$\Delta \lambda = - \frac{\langle \varphi^*, (-\Delta A + \lambda \Delta F) \varphi' \rangle}{\langle \varphi^*, (F + \Delta F) \varphi' \rangle} \quad (23)$$

となる。

実効増倍率 k の体系において反応度は

$$\rho = \frac{k-1}{k} \quad (24)$$

として定義される。実効増倍率 k と(1)式の最大固有値 λ との関係は

$$\lambda = \frac{1}{k} \quad (25)$$

である。そこで摂動体系における実効増倍率を k' で表わすとこの体系における反応度は

$$\rho' = \frac{k'-1}{k'} \quad (26)$$

であるので摂動 δF による反応度変化は

$$\begin{aligned} \delta \rho &= \rho' - \rho = \frac{1}{k'} - \frac{1}{k} \\ &= \lambda - \lambda' = -\Delta \lambda \end{aligned} \quad (27)$$

である。(23)式を(27)式に代入すると

$$\delta \rho (\text{EXACT}) = \frac{\langle \varphi^*, (-\Delta A + \lambda \Delta F) \varphi' \rangle}{\langle \varphi^*, (F + \Delta F) \varphi' \rangle} \quad (28)$$

である。(28)式の導出において何ら近似を用いていないのでこの式は厳密であるので左辺の様に表わした。

他方摂動体系における実効増倍率 k' を(11)式と同様に書き表わすと

$$k' = \langle F' \varphi' \rangle \quad (11')$$

である。(11)式と(11')式の k と k' とを(27)式に代入すると

$$\begin{aligned} \delta\rho(\text{DIRECT}) &= \frac{k' - k}{kk'} \\ &= \frac{\langle F'\psi \rangle - \langle F\psi \rangle}{\langle F\psi \rangle \langle F'\psi \rangle} \end{aligned} \quad (29)$$

が得られる。この場合には k' を直接計算して求めるので左辺の様に表わした。(29)式の導出においても何ら近似は含まれていない。

(28)式と(29)式の $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の計算には何ら近似が含まれていないので両者は完全に一致する筈である。ところが後に第4章で見るように両者には系統的な差があり

$$|\delta\rho(\text{EXACT})| > |\delta\rho(\text{DIRECT})| \quad (30)$$

なる関係があり、その相対誤差は0.3~3.0%程度であることが確かめられた。この誤差の原因は数値計算上の誤差によるものであることを第4章で明らかにする。

$\delta\rho(\text{EXACT})$ の計算には φ^* と φ の計算が必要であり $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の計算には φ と φ' の計算が必要であるのでどちらの方法を用いても計算時間に大きな差はない。 $\delta\rho(\text{EXACT})$ の導出には(28)式が成立することを前提としている。そのために結果として得られる(28)式の分子には演算子の摂動による変化分だけが含まれているので、(28)式の項の計算に伴う数値計算上の累積誤差が結果に入ることを免がれている。他方 $\delta\rho(\text{DIRECT})$ は分子に実効増倍率の差を含むので精度は(9)式で定義した ε_1 で押えられ、微小な摂動に対する精度は低下する。

2.2 1次摂動法

この節ではまず反応度変化に対する1次摂動法の精度について調べる。そして1次摂動法の原子炉核計算における役割について議論する。

反応度変化に関する1次摂動法の公式は、厳密な公式(28)式において摂動体系の中性子束 φ' を非摂動体系の中性子束 φ で置き換えて得られる。

$$\delta\rho(\text{FOP}) = \frac{\langle \varphi^*, (-\Delta A + \lambda \Delta F) \varphi \rangle}{\langle \varphi^*, (F + \Delta F) \varphi \rangle} \quad (31)$$

摂動体系の中性子束 $\varphi = \varphi + \delta\varphi$ とおくと $\delta\rho(\text{FOP})$ の $\delta\rho(\text{EXACT})$ に対する誤差は

$$\begin{aligned} \Delta\delta\rho(\text{FOP}) &= \delta\rho(\text{FOP}) - \delta\rho(\text{EXACT}) \\ &= \frac{\langle \varphi^*, \Delta P \varphi \rangle \langle \varphi^*, F \delta\varphi \rangle - \langle \varphi^*, \Delta P \delta\varphi \rangle \langle \varphi^*, F' \varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F' (\varphi + \delta\varphi) \rangle \langle \varphi^*, F' \varphi \rangle} \end{aligned} \quad (32)$$

となり、2次の微小量の差の形をしている。但しここで $\Delta P = -\Delta A + \lambda \Delta F$ と置いている。

次に1次摂動法の原子炉の核計算における役割について述べる。1次摂動法の長所としては次の諸点が挙げられる。

- (i) ある基底体系に対する多数の摂動体系の反応度変化を1次の精度で求める場合には、計算時間が短かくてすむ。
- (ii) 炉心パラメータの変化により生ずる微小な反応度変化を精度良く求めることができる。
- (iii) ある炉心パラメータの変動による反応度変化を各反応成分毎に分けて求めることができる。
- (iv) 反応度変化を各空間点毎に求めることができる。
- (v) 多群近似計算では反応度変化を各エネルギー群毎に求めることができる。

以下にこれらの長所をより詳しく検討する。

1次摂動法は摂動体系における反応度変化を1次の精度で計算する方法である。そのために非摂動体系(基底体系)の中性子束分布 φ と随伴中性子束分布 φ^* を必要とする。しかしして反応度変化を求めようとしている摂動体系の数が少なくとも3以上でないといふと計算時間の短縮という利点は失われてしまうし、摂動体系の数が多ければ程有利であると言える。最近の電子計算機の飛躍的進歩に伴って摂動体系の中性子束 φ' の計算はますます容易になって来ているがそれでもなお多群近似の輸送計算、或いは2次元、3次元の多群計算などにおいては、摂動計算による時間短縮の効果は大きい。しかしながら1次摂動法の適用に際して特に注意を要する点は、その精度があくまで1次であり、2次以上の高次摂動項の寄与が大きい場合には使えないことである。1次摂動法では、厳密とされている摂動公式において φ' の代りに φ を用いるので φ' が φ と大きく変わる場合には誤差は大きくなる。そこである一定の精度を得るための炉心パラメータの変動の大きさの限界を把握しておくことが必要である。この限界は加える摂動の種類により大きく異なるので1次摂動法の一般性のある適用基準を設定するのは困難である。

反応度変化を直接計算法により求めるためには、前節で述べたように基底体系と摂動体系の実効増倍率 k と k' を繰り返し計算法により求め、両者の差を計算する。そのために精度は収束判定因子 ϵ_1 によって押えられ 10^{-7} 以下の微小な反応度変化を求めるためには倍精度の計算をなわなない限り意味のある値を得ることはできない。これに対して摂動法では、炉心パラメータの摂動部分だけを取り出して計算を行ない、摂動を受けない部分は打消し合うようになっている。しかも近似としては φ' を φ で置き代えるだけであるので、摂動が小さい程精度は良い。

上述の様に直接計算では反応度変化を基底体系と摂動体系の実効増倍率の差から求めるので、各反応成分毎に求めることはできない。しかしながら φ と φ' とを計算するので各反応率の変化を求めることができる。これに対して摂動法では中性子の反応度に対する寄与を表わすインボータンスとしての随伴中性子束 φ^* を用いているので反応度変化を各反応成分毎に求めることができる。このことは反応度変化が競合するいくつかの反応成分で符号の異なるものの和となっている場合に摂動に伴う反応度変化を定性的に把握するには有効である。しかし通常の1次摂動法では中性子束の変化に直接関係のある反応率の変化などを1次の精度で求めることはできない。

摂動法を用いて反応度変化を各空間的毎に求めると、material worth traverseやDoppler sample traverseなどの計算を一回の計算で行なうことができるので便利である。また反応度変化を各エネルギー群毎に出力させることにより、多群断面の各群の反応度変化に対する寄与がわかり、炉物理解析上便利である。

以上の点から1次摂動法はある基底体系に対する広範なパラメータ・サーベ이를1次の精度で行ない、多くの摂動に対する反応度変化を定性的に把握する場合に特に有効である。しかし直接 φ' を計算する方法と較べて以下の点が短所となっている。

- (i) 精度が1次であるために適用範囲が限定されている。
- (ii) 適用基準がはっきりしていないので誤差については推定するほかない。
- (iii) φ' に直接依存する量、つまり反応率の変化、中性子スペクトルの変化、出力分布の変化を求めることはできない。

(i)と(ii)の短所を補うために一般化摂動法が有効であることを次節で示す。(ii)の点に関しては4.3で詳しく議論する。

2.3 一般化摂動法

この節ではUSACHEV⁽¹⁾とGANDINI⁽²⁾によって開発された一般化摂動法から導かれるいくつかの公式について説明する。まず前節で述べた1次摂動法の精度を改善する目的で一般化摂動法に基づいて得られる2次摂動法の公式が有効であることを示す。次に1次摂動法では求められない摂動体系の中性子束 ϕ' に関する情報を1次の精度で求めることができる一般化摂動法の公式について説明する。第3に反応度変化を摂動による直接の変化分と中性子束および随伴中性子束の変化による成分とに分けて求める摂動法の公式を示す。最後に今迄に議論した摂動公式の相互関係をまとめておく。

前節で述べたように1次摂動法では反応度変化が1次の微小量までしか正しく計算されないために適用範囲が限定されてくる。そこで一般化摂動法に基づく反応度変化に関する2次摂動法の公式について以下に説明する。

一般化摂動法を用いて反応度変化を2次の微小量まで正しく計算する2次摂動公式の導出はJAE RI - M 4992⁽³⁾に示してある。ここではその公式と2次摂動誤差とを示すことにする。

文献(3)の(10)式と(5)式より2次摂動法によって表わした反応度変化の公式は

$$\delta\rho(\text{SOP}) = \delta\rho(\text{FOP}) + \delta\rho(\text{FOP}) \langle \psi^*, \Delta P\varphi \rangle, \quad (33)$$

である。ここで ψ^* は以下の各式で定義される。

$$\psi^* = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j^*, \quad (34)$$

$$\begin{cases} A^* \varphi_1^* = \frac{\Delta P^* \varphi^*}{\langle \varphi^*, \Delta P\varphi \rangle} - \frac{F'^* \varphi^*}{\langle \varphi^*, F'\varphi \rangle}, \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} A^* \varphi_j^* = \lambda^* F'^* \varphi_{j-1}^*, \quad (j=2, 3, \dots) \end{cases} \quad (36)$$

但し文献(3)では $\delta\rho$ を ρ と表記している。2次の摂動公式の誤差は(33)式より

$$\begin{aligned} \Delta\delta\rho(\text{SOP}) &= \delta\rho(\text{SOP}) - \delta\rho(\text{EXACT}) \\ &= \delta\rho(\text{FOP}) - \delta\rho(\text{EXACT}) + \delta\rho(\text{FOP}) \cdot \langle \psi^*, \Delta P\varphi \rangle \\ &= \Delta\delta\rho(\text{FOP}) + \delta\rho(\text{FOP}) \cdot \langle \psi^*, \Delta P\varphi \rangle \end{aligned} \quad (37)$$

となる。但し(32)式より

$$\begin{aligned} \Delta\delta\rho(\text{FOP}) &= \delta\rho(\text{FOP}) - \delta\rho(\text{EXACT}) \\ &= \frac{\langle \varphi^*, \Delta P\varphi \rangle \langle \varphi^*, F'\delta\varphi \rangle - \langle \varphi^*, \Delta P\delta\varphi \rangle \langle \varphi^*, F'\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F'(\varphi + \delta\varphi) \rangle \langle \varphi^*, F'\varphi \rangle} \\ &= \frac{\langle \varphi^*, \Delta P\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F'\varphi \rangle} \cdot \left\{ \frac{\langle \varphi^*, F'\delta\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F'\varphi \rangle} - \frac{\langle \varphi^*, \Delta P\delta\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, \Delta P\varphi \rangle} \right\} \cdot \frac{\langle \varphi^*, F'\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F'(\varphi + \delta\varphi) \rangle} \\ &= \delta\rho(\text{FOP}) \cdot \langle \varphi^*, -G\delta\varphi \rangle \cdot \frac{\langle \varphi^*, F'\varphi \rangle}{\langle \varphi^*, F'(\varphi + \delta\varphi) \rangle} \end{aligned} \quad (38)$$

となる。ここで

$$G = \frac{\Delta P}{\langle \psi^*, \Delta P \psi \rangle} - \frac{F}{\langle \psi^*, F \psi \rangle} \quad (38)$$

とおいた。文献(3)の(15)式より

$$\langle \psi^*, G \delta \psi \rangle = \langle \psi^*, \Delta P \psi \rangle \quad (39)$$

が1次の精度で成り立つことが知られている。(38)式と(39)式より

$$\begin{aligned} \delta \rho(FOP) \cdot \langle \psi^*, \Delta P \psi \rangle &= \delta \rho(FOP) \cdot \langle \psi^*, G \delta \psi \rangle \\ &= \Delta \delta \rho(FOP) \cdot \left(- \frac{\langle \psi^*, F(\psi + \delta \psi) \rangle}{\langle \psi^*, F \psi \rangle} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

となる。(40)式を(37)式に代入すると

$$\Delta \delta \rho(SOP) = \Delta \delta \rho(FOP) \cdot \left(- \frac{\langle \psi^*, F \delta \psi \rangle}{\langle \psi^*, F \psi \rangle} \right) \quad (41)$$

を得る。つまり $\Delta \delta \rho(SOP)$ は(32)式に示した1次摂動法の誤差 $\Delta \delta \rho(FOP)$ と1次の微小量

$$f = - \frac{\langle \psi^*, F \delta \psi \rangle}{\langle \psi^*, F \psi \rangle} \quad (41')$$

との積である。

しかし $\Delta \delta \rho(SOP)$ は3次の微小量であり $\Delta \delta \rho(FOP)$ よりも f 倍だけ小さくなっている。そこで(32)式の2次摂動公式を用いると反応度変化を2次の微小量まで正しく計算することができる。

2.2において通常の1次摂動法では、中性子束の変化に直接関係する物理量を求めることはできないことが指摘された。この点を補う目的で反応率の比などの中性子束の1次汎函数の比の形をした積分量を1次の精度で求める一般化摂動法の公式が開発された^{(1),(2),(4)}次に反応率の比に関する結果を示し、この方法を応用してスペクトル・インデックスおよび出力ピーキング・ファクターを求める方法を検討する。

文献(2)の(10)式より反応率の比 R の摂動 ΔP による変化に対する摂動公式は

$$\frac{\delta R}{R} = \langle \delta g \psi \rangle + \langle \psi^*, \Delta P \psi \rangle \quad (42)$$

と表わされる。ここで

$$R = \frac{\langle \Sigma_1 \psi \rangle}{\langle \Sigma_2 \psi \rangle} \quad (43)$$

$$\delta R = \frac{\langle \Sigma'_1 \psi' \rangle}{\langle \Sigma'_2 \psi' \rangle} - \frac{\langle \Sigma_1 \psi \rangle}{\langle \Sigma_2 \psi \rangle} \quad (44)$$

$$\delta g = \frac{\Sigma'_1 - \Sigma_1}{\langle \Sigma_1 \psi \rangle} - \frac{\Sigma'_2 - \Sigma_2}{\langle \Sigma_2 \psi \rangle} \quad (45)$$

であり、 ψ^* は以下の各式によって定義される。

$$\psi^* = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j^* \quad (46)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A^* \varphi_1^* &= \frac{\Sigma_1}{\langle \Sigma_1 \psi \rangle} - \frac{\Sigma_2}{\langle \Sigma_2 \psi \rangle} \end{aligned} \right. \quad (47)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A^* \varphi_j^* &= \lambda^* F^* \varphi_{j-1}^* \quad (j=2, 3, \dots) \end{aligned} \right. \quad (48)$$

但し Σ_1, Σ_2 はそれぞれ反応 1 と反応 2 の断面積を表わしている。また' のついている量は摂動体系の値であることを表わしている。

(42)式を用いて例えば第 K 領域のスペクトル・インデックス

$$(S.I.) = \frac{\int_{V_K} \int_{E_{th}} \varphi dE dV}{\int_{V_K} \int_0^{E_{th}} \varphi dE dV} \quad (49)$$

を計算するためには Σ_1 と Σ_2 を次の様に選べば良い。

$$\Sigma_1 = \begin{cases} 1; k=K, E \geq E_{th} \\ 0; k \neq K \text{ or } E_{th} > E \geq 0 \end{cases}$$

$$\Sigma_2 = \begin{cases} 1; k=K, E_{th} > E \geq 0 \\ 0; k \neq K \text{ or } E \geq E_{th} \end{cases}$$

但し k は領域番号を表わし, E_{th} は高エネルギー群と低エネルギー群の境界エネルギー値を表わす。

(42)式を用いて出力ピーキング・ファクター/V (炉心体積),

$$(P.F.) = \frac{[\int \Sigma_f \varphi(r_0) dE]_{\max.}}{V \int \Sigma_f \varphi dE dV} \quad (50)$$

を求めるには次の様に Σ_1 と Σ_2 を選べば良い。

$$\begin{cases} \Sigma_1 = \Sigma_f \delta(r-r_0), \\ \Sigma_2 = \Sigma_f \end{cases}$$

一般化摂動法を用いた中性子束と随伴中性子束に関する双 1 次汎函数の比に関する摂動公式を以下に示す。この式の導出については文献(2)と(4)に示してある。ここでは双 1 次汎函数の比として 1 次摂動法で表わした反応度変化 $\delta\rho(\text{FOF})$ をとり, $\delta\rho(\text{FOF})$ が摂動 δP により変化した場合について示す。

$$\frac{\delta\rho(\text{FOF})' - \delta\rho(\text{FOF})}{\delta\rho(\text{FOF})} = \langle \psi^*, \delta G \varphi \rangle - \langle \varphi^*, \delta P \psi \rangle + \langle \psi^*, \delta P \varphi \rangle. \quad (51)$$

ここで

$$\delta G = - \frac{(F' + \Delta F') - (F + \Delta F)}{\langle \varphi^*, (F + \Delta F) \varphi \rangle} \quad (52)$$

であり, ψ と ψ^* は(34)~(38)式と同様の式で定義される。

最後に今迄に表われた摂動法の公式, つまり

(28)式; 反応度変化に関する厳密な式,

(31)式; 反応度変化に関する 1 次摂動法の式,

(33)式; 反応度変化に関する 2 次摂動法の式,

(42)式; 中性子束の 1 次汎函数の比に関する摂動公式と

(51)式; 中性子束と随伴中性子束の双 1 次汎函数の比に関する摂動公式

を, 相互関係がわかりやすい形でまとめておく。

The formulae of perturbation methods		
<p>Reaction rate ratio ;</p> $R_0 = \frac{\langle \sum_{10} \mathcal{Y}_0 \rangle}{\langle \sum_{20} \mathcal{Y}_0 \rangle}$ $R_i = \frac{\langle \sum_{1i} \mathcal{Y}_i \rangle}{\langle \sum_{2i} \mathcal{Y}_i \rangle}$	<p>Reactivity ; $\rho_0 = \frac{k_0 - 1}{k_0}$</p> <p>$P_0 = -A_0 + F_0 / k_0$</p> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \text{Unperturbed State ; 0} & \xrightarrow{\Delta P_i} & \text{Perturbed State ; 0} \\ \left(\begin{matrix} P_0 \mathcal{Y}_0 = 0 \\ P_0^* \mathcal{Y}_0^* = 0 \end{matrix} \right) & & \left(\begin{matrix} P'_0 \mathcal{Y}'_0 = 0 \end{matrix} \right) \end{matrix}$ </div> <p style="text-align: center;">$\downarrow \delta P_i$</p> <p>$P_i = P_0 + \delta P_i$</p> <div style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \text{Unperturbed State ; i} & \xrightarrow{\Delta P_i} & \text{Perturbed State ; i} \\ \left(\begin{matrix} P_i \mathcal{Y}_i = 0 \\ P_i^* \mathcal{Y}_i^* = 0 \end{matrix} \right) & & \left(\begin{matrix} P'_i \mathcal{Y}'_i = 0 \end{matrix} \right) \end{matrix}$ </div>	<p>Reactivity change ;</p> <p>EXACT ; $\delta \rho_{0E} = \rho'_0 - \rho_0$</p> $= \frac{k'_0 - k_0}{k_0 k'_0}$ $= \frac{\langle \mathcal{Y}_0^* \Delta P \mathcal{Y}_0 \rangle}{\langle \mathcal{Y}_0^* F_0 \mathcal{Y}_0 \rangle}$ <p>FOP ; $\delta \rho_{0F} = \frac{\langle \mathcal{Y}_0^* \Delta P_i \mathcal{Y}_0 \rangle}{\langle \mathcal{Y}_0^* F_0 \mathcal{Y}_0 \rangle}$</p> <p>SOP ; $\delta \rho_{0S} = \delta \rho_{0F} (1 + \langle \mathcal{Y}_0^* \Delta P_i \mathcal{Y}_0 \rangle)$</p> <p>FOP ; $\delta \rho_{iF} = \frac{\langle \mathcal{Y}_i^* \Delta P_i \mathcal{Y}_i \rangle}{\langle \mathcal{Y}_i^* F_i \mathcal{Y}_i \rangle}$</p>
<p>The generalized perturbation formula for reaction rate ratio ;</p> $\frac{R_i - R_0}{R_0} = \langle \delta g \mathcal{Y}_0 \rangle + \langle \psi_{i2}^* \delta P_i \mathcal{Y}_0 \rangle,$ $\delta g = \frac{\sum_{1i} - \sum_{10}}{\langle \sum_{10} \mathcal{Y}_0 \rangle} - \frac{\sum_{2i} - \sum_{20}}{\langle \sum_{20} \mathcal{Y}_0 \rangle},$ $\psi_{i2}^* = \sum_{j=1} \psi_j^*,$ $\begin{cases} A_0^* \phi_1^* = g \\ A_0^* \phi_1^* = F_0^* \phi_{1-1}^* / k_0, \quad (j=2,3,\dots) \end{cases},$ $g = \frac{\sum_{10}}{\langle \sum_{10} \mathcal{Y}_0 \rangle} - \frac{\sum_{20}}{\langle \sum_{20} \mathcal{Y}_0 \rangle},$ $g = \frac{\sum_{10}}{\langle \sum_{10} \mathcal{Y}_0 \rangle} - \frac{\sum_{20}}{\langle \sum_{20} \mathcal{Y}_0 \rangle}, \quad (j=2,3,\dots)$	<p>The generalized perturbation formula for reactivity change ;</p> $\frac{\delta \rho_{iF} - \delta \rho_{0F}}{\delta \rho_{0F}} = \langle \mathcal{Y}_0^* \delta G \mathcal{Y}_0 \rangle + \langle \psi_{i2}^* \delta P_i \mathcal{Y}_0 \rangle,$ $\delta G = - \frac{F'_i - F_0}{\langle \mathcal{Y}_0^* F_0 \mathcal{Y}_0 \rangle}, \quad \psi_{i2}^* = \sum_{j=1} \psi_j^*,$ $\begin{cases} A_0^* \phi_1^* = G_i \mathcal{Y}_0 \\ A_0^* \phi_j^* = F_0^* \phi_{j-1}^* / k_0, \quad (j=2,3,\dots) \end{cases},$ $G_i = \frac{\Delta P_i}{\langle \mathcal{Y}_0^* \Delta P_i \mathcal{Y}_0 \rangle} - \frac{F'_0}{\langle \mathcal{Y}_0^* F_0 \mathcal{Y}_0 \rangle}, \quad G_i^* = \frac{\Delta P_i^*}{\langle \mathcal{Y}_0^* \Delta P_i^* \mathcal{Y}_0 \rangle} - \frac{F_0^*}{\langle \mathcal{Y}_0^* F_0 \mathcal{Y}_0 \rangle}.$	

3. 物質反応度ワースの計算

物質反応度ワースの計算にはいくつかの困難を伴うので、高速臨界集合体における測定値と計算値との間にかなりの不一致があることが知られている。物質反応度ワースの計算には通常1次摂動法が用いられる。ここでは実験値と計算値を比較することはせずに計算法による不一致について検討する。ここでの議論は拡散近似の範囲内で行ない、まず拡散近似の下で得られる最も精度が良いと考えられる反応度ワースの計算法を基準として、その基準値に対して各種近似計算法の誤差を明らかにする。物質反応度ワースを計算した理由は加える物質の種類を変えることにより、様々な核的性質の摂動を加えることができるためである。

第2章で述べたように反応度変化を摂動法により計算するとき、(8)式で表わされる1次摂動法を用いた場合には(9)式で表わされた2次の微小量の差の形をした誤差が生じ、(10)式で表わされた2次摂動法を用いると(11)式で示した3次の微小量の誤差がある。そこでここでは、加える摂動の性質と摂動法の精度との関係を明らかにするために標準的な高速炉体系を設定し、その基底体系に様々な形で核的性質の異なる物質を加えて物質反応度ワースを三通りの摂動公式および直接法にて計算した。この章では設定した高速炉の計算体系、四通りの計算方法および摂動として加えた物質の加え方について述べる。

3.1 計算体系

計算の対象とした標準的な高速炉体系には1,000 MWe級の大型ナトリウム冷却高速炉を設定した。この高速炉を球形にモデル化した体系に対して1次元拡散計算を行なった。Fig.1に計算モデルを示す。Fig.1において物質を加えたのは炉心中央に於ける球形の摂動領域に対してである。摂動領域の大きさを変えたときの摂動法の精度の変化を調べるために摂動領域の半径 R_p を4 cm, 8 cm, 16 cm, 32 cmの4通りに変化させた。Fig.1には $R_p=32$ cmの場合が示されている。この場合でも摂動領域の外側の炉心の厚さは60 cmもあるので物質を加えたことによる中性子の洩れの変化は小さい。 R_p の最小値を4 cmとした理由はCore Iにおける中性子のmean free pathが3.92 cmでありほぼ4 cmであったので、摂動領域のmean chord lengthがその2倍以上であれば拡散近似がほぼ成り立つであろうと期待したためである。本文での議論は拡散近似の範囲内で行なっているので、拡散近似が成り立たないことは本文で得られた結論を変えるものではない。

TABLE I に各領域の組成を原子数密度単位で示した。摂動領域においてはCore Iの組成に、加える物質の原子数密度がさらに加算されることになる。

3.2 計算方法

物質反応度ワースを4通りの方法で計算した。

- (i) (9)式を用いて、摂動体系の実効的増倍率を求めて計算する直接(DIRECT)法、
- (ii) (9)式により(i)から得られた ρ' を用いて計算する厳密な摂動(EXACT)法、

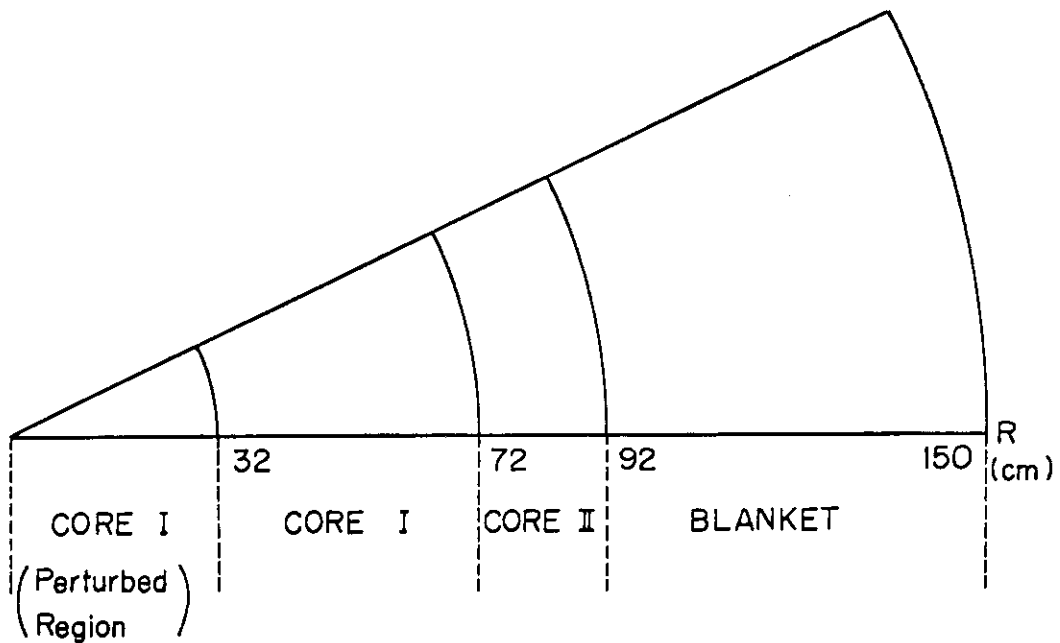


Fig. 1. Calculational Model of the LMFBF One-Dimensional Sphere

TABLE I
Atomic Composition of the LMFBF ($\times 10^{24}$ atoms/cm³)

Isotope	Core I	Core II	Blanket
²³⁹ Pu	0.000886	0.001113	0.0
²⁴⁰ Pu	0.000209	0.000262	0.0
²⁴¹ Pu	0.000049	0.000063	0.0
²³⁵ U	0.0	0.0	0.000030
²³⁸ U	0.008859	0.008566	0.009972
O	0.020007	0.020007	0.020007
Na	0.008740	0.008740	0.008740
Cr	0.002485	0.002485	0.002485
Fe	0.009003	0.009003	0.009003
Ni	0.001346	0.001346	0.001346
Mo	0.000075	0.000075	0.000075

(iii) (3)式を用いた一般化摂動法に基づく2次摂動 (Second Order Perturbation) 法, および

(iv) (3)式を用いた通常の1次摂動 (First Order Perturbation) 法である。

使用した計算コードは(i)の直接法は1次元拡散計算コード, EXPANDA-4⁽⁵⁾であり(ii)~(iv)の方法は一般化摂動計算コード, GENPER-M⁽³⁾を用いた。計算に使用した断面積セットは1971年に作成された25群JAERI-FAST Set^{(6), (7)}である。

3.3 物質の加え方

この章の初めに述べたようにここでの物質反応度ワースの計算は, 拡散近似の下で摂動法の適用性を検討することが目的である。そこで計算の対象とした物質の加え方は実験との対応を考慮せずに, 計算し易い形でしかも計算値同志の比較が容易になるような形にした。

摂動法の適用性を調べるためにまず直接計算法で求められた物質反応度ワースを基準として比較を行なった。直接計算法では繰り返し計算の収束条件, 2.1の(9)式から通常の計算方法では反応度変化を $10^{-7}\Delta K/K^2$ 以上の精度で求めることは困難である。そこでまず各種の摂動による $10^{-4}\Delta K/K^2$ のオーダーの反応度変化を検討することにした。加える物質の種類はナトリウム冷却高速炉に通常用いられる次の8核種を選んだ。酸化燃料の構成核種として ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu と 0 , 冷却材として Na , 構造材として Fe および吸収材として ^{10}B である。これらの核種の原子1個あたりの反応度ワースはそれぞれ異なっているので, 全反応度ワースが $10^{-4}\Delta K/K^2$ のオーダーとなるように原子数密度の増加分を核種毎に調整した。物質を加える領域の半径 R_p は3.1で述べた理由から4 cm, 8 cm, 16 cm, 32 cmと変化させた。 R_p の大きさが2ⁿ倍になったときに加える物質の原子数密度の増分 δN_p を $(2^n)^{-\frac{1}{3}}$ 倍にして

$$\int_0^{R_p} \delta N_p dV = \text{const.}, \quad (53)$$

すなわち加える原子数の総量が一定になるようにした。各核種についての R_p と δN_p とそのときに直接計算法で計算した反応度変化 $\delta\rho(\text{DIRECT})$ をTABLE IIの2~4行に示してある。

上述の様に加える物質の原子数の総量を一定に保つことにより反応度変化の大きさもほぼ一定になるが, そのためには(53)式を満たすように R_p と δN_p とを同時に変化させるので, R_p の変化だけ或いは δN_p の変化だけの摂動法の誤差におよぼす影響を調べることができない。そこで次に R_p を一定にして, すなわち

$$R_p = \text{const.} \quad (54)$$

として δN_p を変えた場合を ^{235}U , Na と ^{10}B の3核種について検討した。また R_p の変化の効果を知るために $R_p=4\text{ cm}$ と 32 cm の二つの場合についてそれぞれ δN_p を変化させた。 $R_p=4\text{ cm}$ のときは $\delta\rho(\text{DIRECT})$ は $10^{-7}\Delta K/K^2$ まで小さくなり, $R_p=32\text{ cm}$ のときは $10^{-4}\Delta K/K^2$ まで大きくなっている。TABLE IIIの2~4行にこの場合の R_p , δN_p , $\delta\rho(\text{DIRECT})$ を示してある。

4. 結果と検討

物質反応度ワースの計算結果をまず4.1で直接計算法により求められた反応度ワース $\delta\rho(\text{DIRECT})$ を基準にして検討を加えた。その結果、式の上では一致すべき厳密な摂動公式を用いて計算された反応度ワース $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ との間には系統的な差があることが示された。4.2においてこの差は $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の計算に伴う数値計算誤差によるものであり、反応度ワース計算の基準としては $\delta\rho(\text{EXACT})$ を用いる方が良いことを明らかにした。また1次摂動法と2次摂動法はそれぞれ厳密な摂動公式の1次近似、2次近似として導出されたものであるので、これらの摂動法の精度を $\delta\rho(\text{EXACT})$ を基準にして再検討した。4.3では通常用いられる1次摂動法の誤差について述べ適用基準を示した。4.4では簡便に反応度変化を1次摂動法より精度よく求める方法について検討した。

4.1 摂動法と直接計算法の比較

3.3で述べた二通りの物質の加え方の中、加える物質の総量を一定にして反応度ワースの大きさが $10^{-4} \Delta K/K^2$ のオーダーとなるようにした場合の物質反応度ワースの計算結果を各物質毎に Fig.2から Fig.9に示す。物質反応度ワースの計算は4通りの計算方法にて行ない、物質を加える領域の大きさと、原子数密度の増分とを反比例させて加える総量を一定にした。摂動法により計算された反応度ワースの直接計算法による反応度ワース $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差、すなわち

$$\frac{\Delta\delta\rho(\text{EXACT})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} = \frac{\delta\rho(\text{EXACT}) - \delta\rho(\text{DIRECT})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} \times 100 (\%), \quad (55)$$

$$\frac{\Delta\delta\rho(\text{SOP})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} = \frac{\delta\rho(\text{SOP}) - \delta\rho(\text{DIRECT})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} \times 100 (\%), \quad (56)$$

$$\frac{\Delta\delta\rho(\text{FOP})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} = \frac{\delta\rho(\text{FOP}) - \delta\rho(\text{DIRECT})}{\delta\rho(\text{DIRECT})} \times 100 (\%), \quad (57)$$

を Fig.10 から Fig.13 に示す。また物質の加え方と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の絶対値とともに TABLE II に相対誤差をまとめておく。

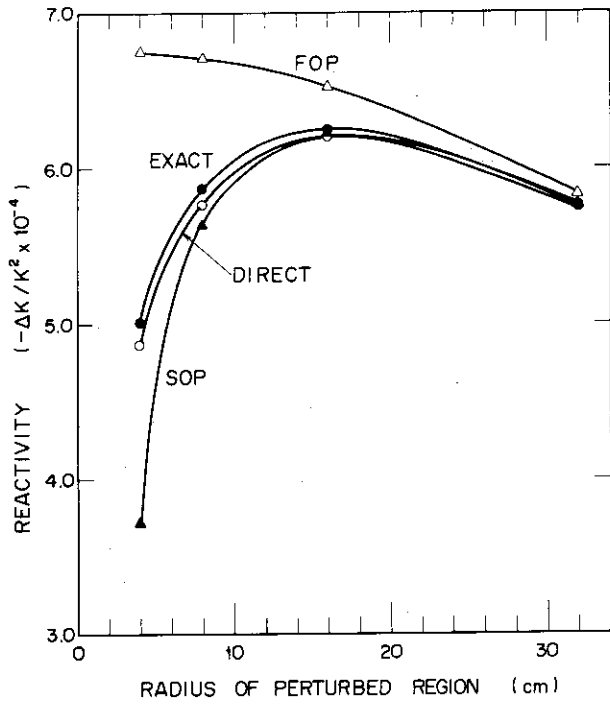


Fig. 2 Material Worth of ¹⁰B

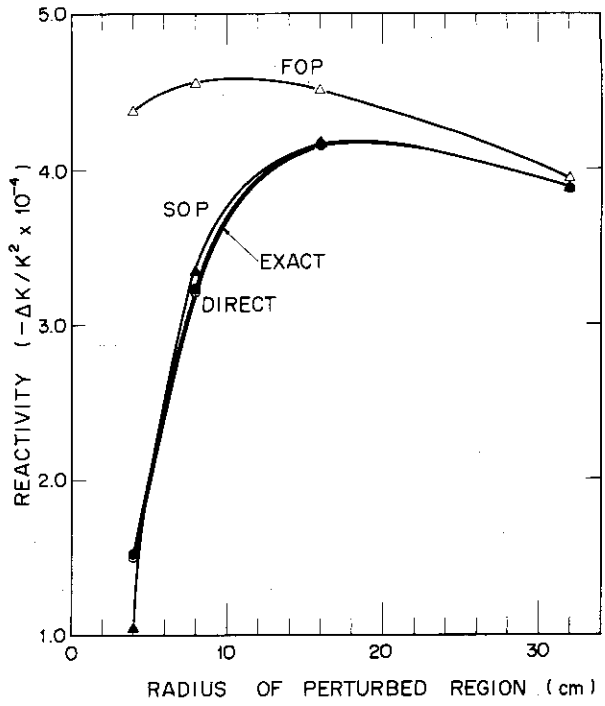


Fig. 3 Material Worth of 0

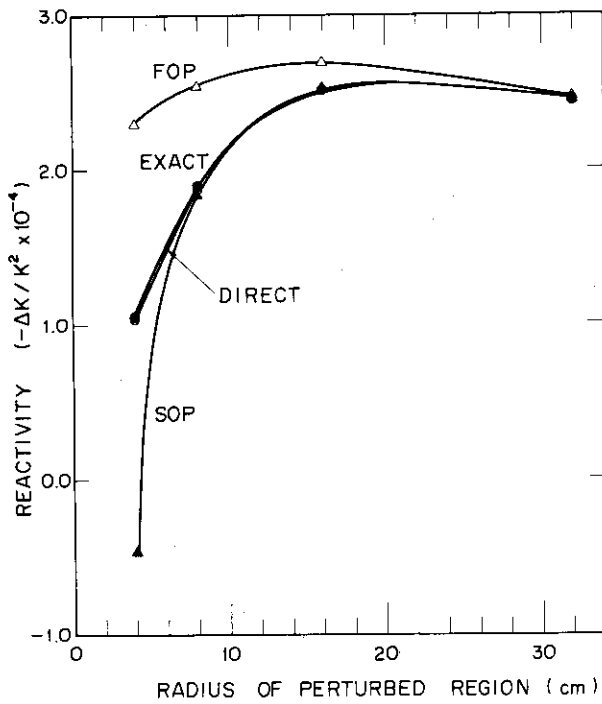


Fig. 4 Material Worth of Na

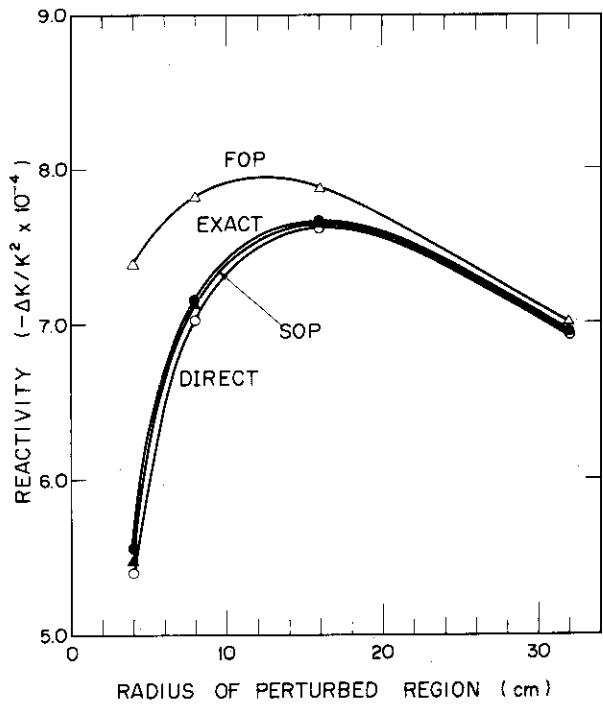


Fig. 5 Material Worth of Fe

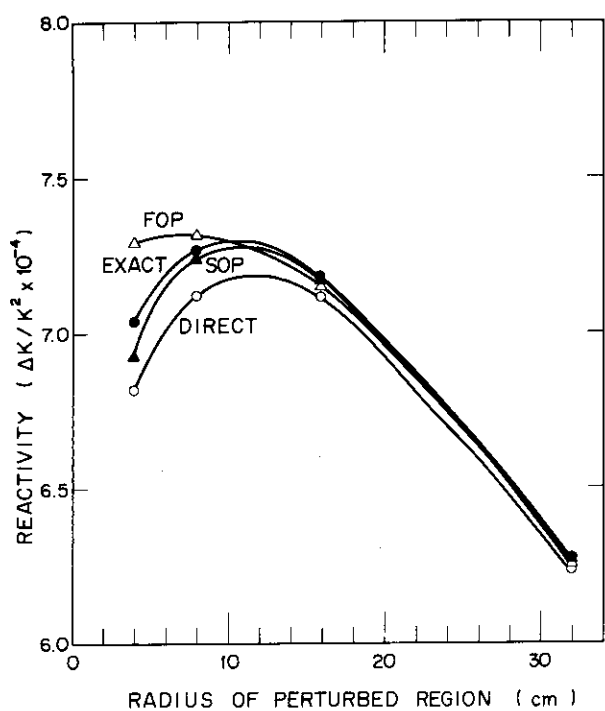


Fig.6 Material Worth of ^{235}U

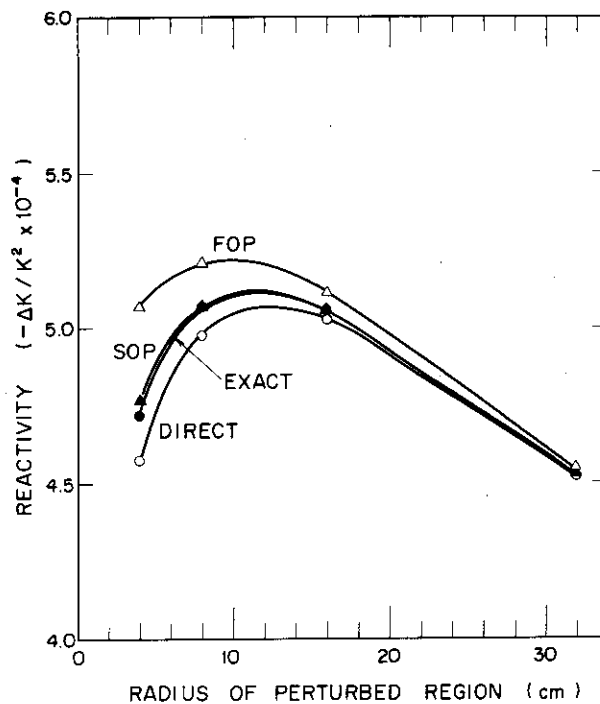


Fig.7 Material Worth of ^{238}U

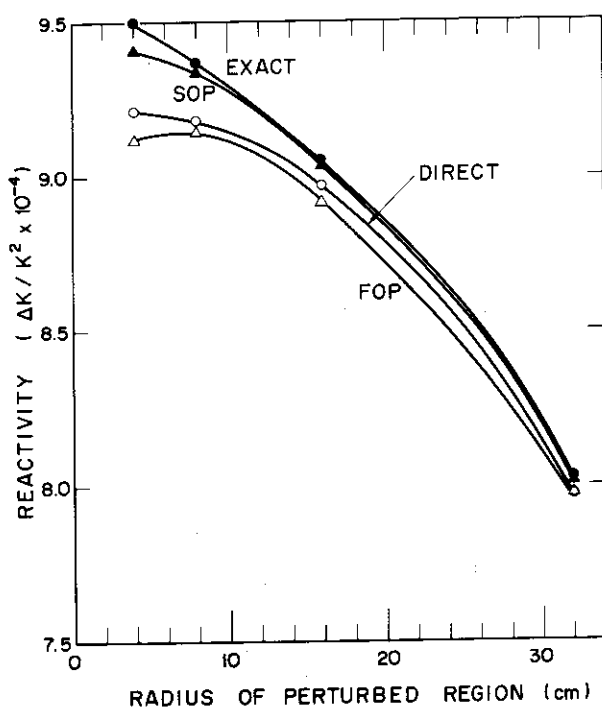


Fig.8 Material Worth of ^{239}Pu

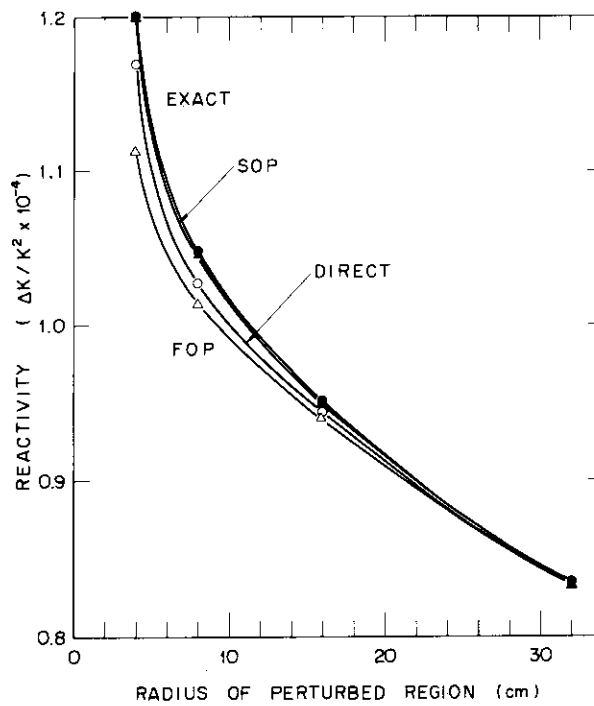


Fig.9 Material Worth of ^{240}Pu

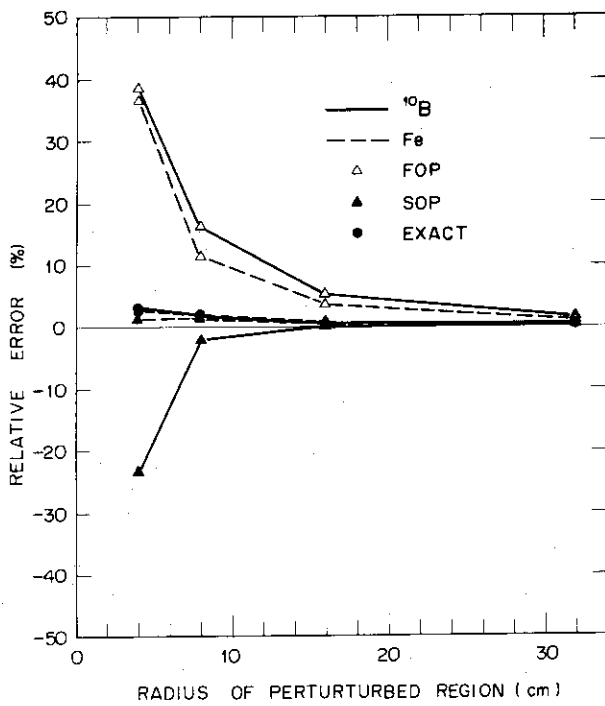


Fig. 10 The relative error of material worth for ^{10}B and Fe

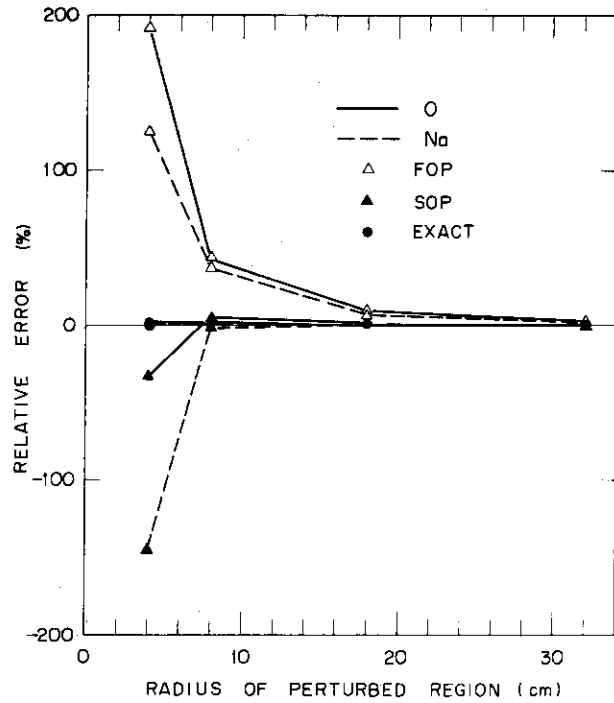


Fig. 11 The relative error of material worth for O and Na

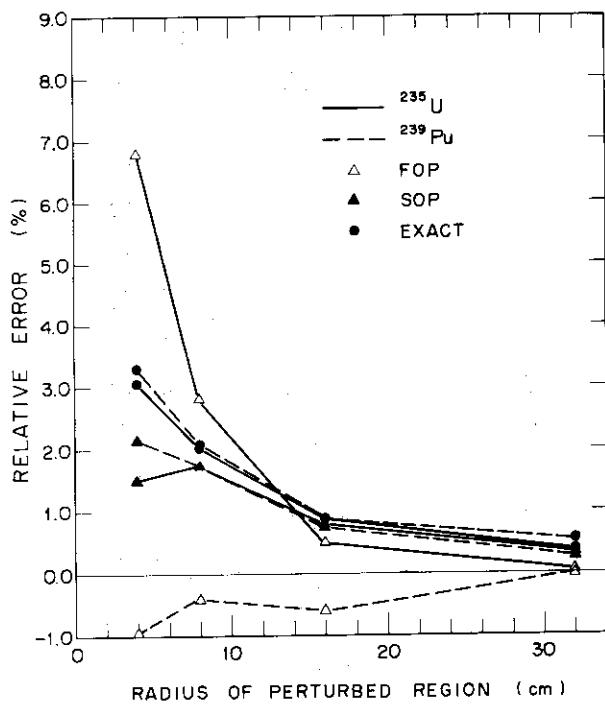


Fig. 12 The relative error of material worth for ^{235}U and ^{239}Pu

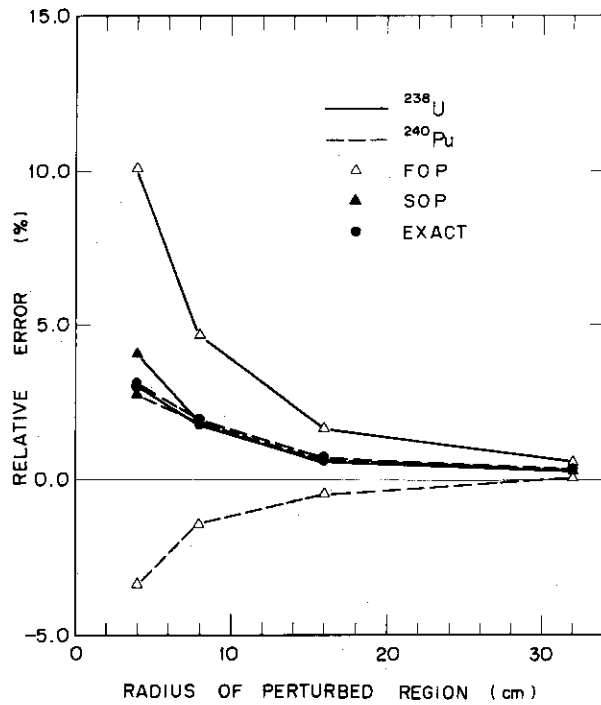


Fig. 13 The relative error of material worth for ^{238}U and ^{240}Pu

TABLE II The relative error of calculated material worth (%)

Material	R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ $\frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$	$\delta\rho$ (DIRECT) $\times 10^{-4}$ $\frac{\Delta K}{K^2}$	Relative Error (%)		
				$\frac{\Delta\delta\rho$ (EXACT) $\delta\rho$ (DIRECT)}	$\frac{\Delta\delta\rho$ (SOP) $\delta\rho$ (DIRECT)}	$\frac{\Delta\delta\rho$ (FOP) $\delta\rho$ (DIRECT)}
^{10}B	4	6.4×10^{-3}	-4.8692	3.01	-23.3	38.9
	8	8.0×10^{-4}	-5.7719	1.74	- 2.18	16.4
	16	1.0×10^{-4}	-6.2093	0.56	0.25	5.16
	32	1.25×10^{-5}	-5.7505	0.37	0.38	1.44
O	4	6.4×10^{-1}	-1.4950	1.20	-30.3	193
	8	8.0×10^{-2}	-3.1972	1.71	4.83	42.7
	16	1.0×10^{-2}	-4.1527	0.56	0.30	8.78
	32	1.25×10^{-3}	-3.8780	0.27	0.22	1.97
Na	4	6.4×10^{-1}	-1.0260	0.63	-145	125
	8	8.0×10^{-2}	-1.8693	1.47	- 1.40	36.7
	16	1.0×10^{-2}	-2.5251	0.38	0.11	6.51
	32	1.25×10^{-3}	-2.4353	0.36	0.36	1.49
Fe	4	6.4×10^{-1}	-5.4082	2.77	1.13	36.7
	8	8.0×10^{-2}	-7.0250	1.79	1.49	11.5
	16	1.0×10^{-2}	-7.6131	0.60	0.46	3.56
	32	1.25×10^{-3}	-6.9394	0.17	0.28	1.03
^{235}U	4	6.4×10^{-3}	6.8268	3.06	1.50	6.79
	8	8.0×10^{-4}	7.1220	2.02	1.73	2.82
	16	1.0×10^{-4}	7.1203	0.86	0.80	0.49
	32	1.25×10^{-5}	6.3146	0.37	0.35	0.06
^{238}U	4	6.4×10^{-2}	-4.5841	3.02	4.07	10.7
	8	8.0×10^{-3}	-4.9841	1.77	1.79	4.67
	16	1.0×10^{-3}	-5.0344	0.58	0.59	1.65
	32	1.25×10^{-4}	-4.5245	0.30	0.29	0.59
^{239}Pu	4	6.4×10^{-3}	9.2128	3.28	2.14	-1.00
	8	8.0×10^{-4}	9.1860	2.06	1.72	-0.42
	16	1.0×10^{-4}	8.9707	0.87	0.75	-0.61
	32	1.25×10^{-5}	7.9758	0.54	0.51	-0.02
^{240}Pu	4	6.4×10^{-3}	1.1706	3.12	2.75	-3.36
	8	8.0×10^{-4}	1.0276	1.90	1.87	-1.36
	16	1.0×10^{-4}	0.94446	0.66	0.65	-0.47
	32	1.25×10^{-5}	0.83278	0.36	0.35	0.10

これらの結果より以下の結論が得られた。

(i) Fig.2から9までより物質反応度ワースは加える物質の総量を一定にした場合には R_p が大きいところではどの計算法でもほぼ一致した値が得られるが R_p を小さくするに従って不一致が大きくなることがわかった。

(ii) Fig.2から7までは物質反応度ワースはいずれの計算法でも $R_p=8\text{cm}$ 或いは 16cm の近くで最大値をとる上に凸の曲線上に乗っている。これはインポートランスが炉心中心から離れるほど小さくなるために $R_p=32\text{cm}$ では反応度ワースが小さくなることと中心近くに大量の物質を加えた場合には自己吸収による中性子束の減少と共鳴自己遮蔽効果による実効断面積の減少のために反応度ワースが小さくなるためである。但し中性子束の減少の効果を考慮しない1次摂動法より求められた反応度ワースはいずれの場合も中心近くで過大な値をとっている。

(iii) Fig.8とFig.9の ^{239}Pu と ^{240}Pu の場合にはこれらの核種を加える密度を高くするに従って核分裂の増加する効果が最も大きいので中心に近いほど大きい値をとっている。 ^{240}Pu の場合には曲線が上に凹の形をしているが、これは通常の使用範囲よりも高い密度で ^{240}Pu を加えたために共鳴自己遮蔽効果の計算が正しく行なわれなかったためである。

(iv) Fig.10からFig.13およびTABLE IIの直接計算法より求められた反応度ワースに対する摂動計算法による反応度ワースの相対誤差の間にはほぼ

$$|\Delta\delta\rho(\text{EXACT})| < |\Delta\delta\rho(\text{SOP})| < |\Delta\delta\rho(\text{FOP})|$$

なる関係にある。 $R_p=4\text{cm}$ の場合以外では $\Delta\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\Delta\delta\rho(\text{SOP})$ はほとんど一致している。

(v) TABLE IIよりここで行なった32ケースの物質反応度ワースの計算では $\delta\rho(\text{EXACT})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差、 $\Delta\delta\rho(\text{EXACT})/\delta\rho(\text{DIRECT})$ は常に正である。すなわち $|\delta\rho(\text{EXACT})| > |\delta\rho(\text{DIRECT})|$ となっている。この相対誤差は摂動領域の半径 $R_p \geq 16\text{cm}$ のときは1%以下であるが、 R_p が小さくなるにつれて大きくなり $R_p=4\text{cm}$ のときには3%程度となることがFig.10からFig.13に示されている。2.1で述べたように式の上では一致すべき $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ がこのように大きな差を示すのは後者の数値計算上の誤差であることは4.2で明らかにする。

次に摂動領域の半径 R_p を一定にして加える物質の原子数密度 δN_p を変えた場合の反応度ワースの $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差をFig.14からFig.19に示す。物質の加え方と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の絶対値とともにこの相対誤差をTABLE IIIにまとめておく。

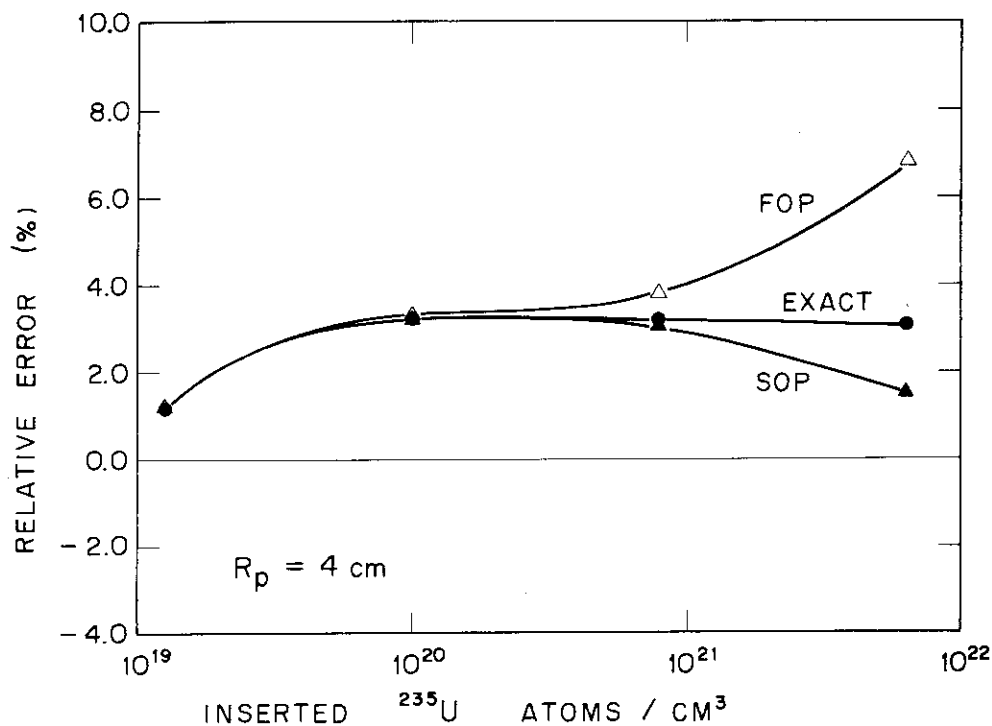


Fig.14 The relative error of ^{235}U material worth ($R_p = 4 \text{ cm}$)

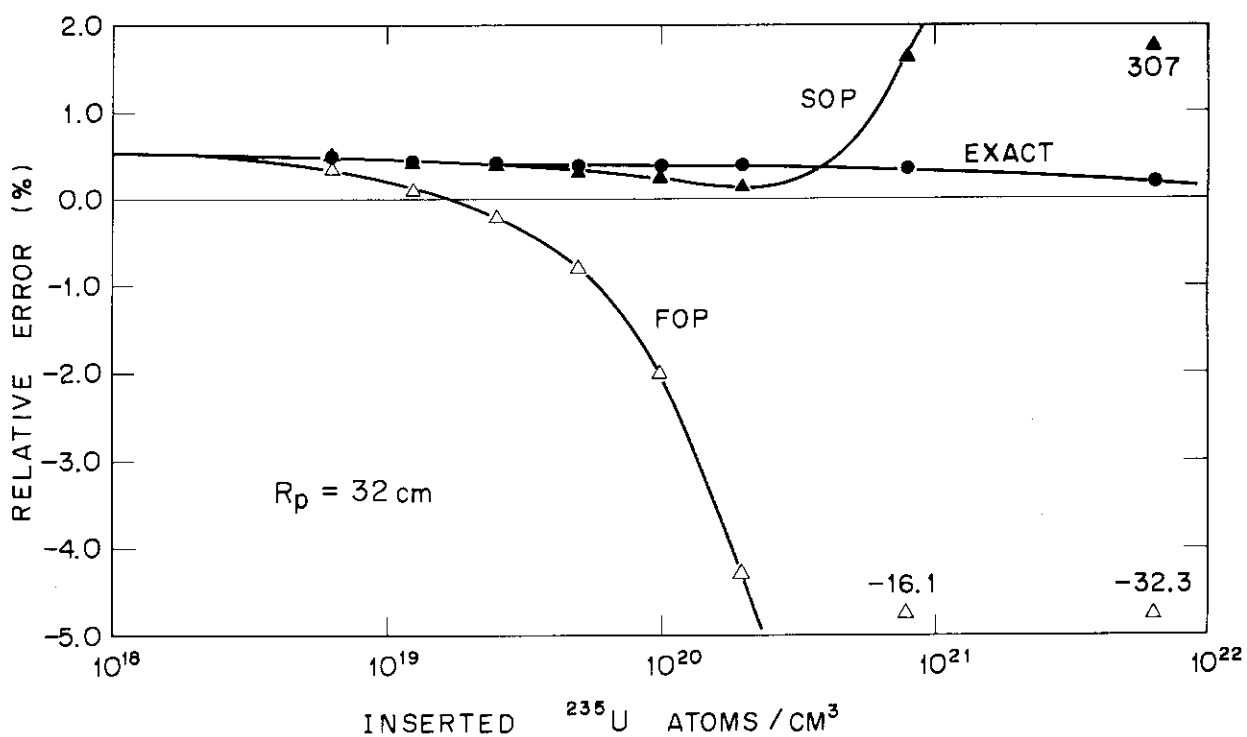


Fig. 15 The relative error of ^{235}U material worth ($R_p = 32 \text{ cm}$)

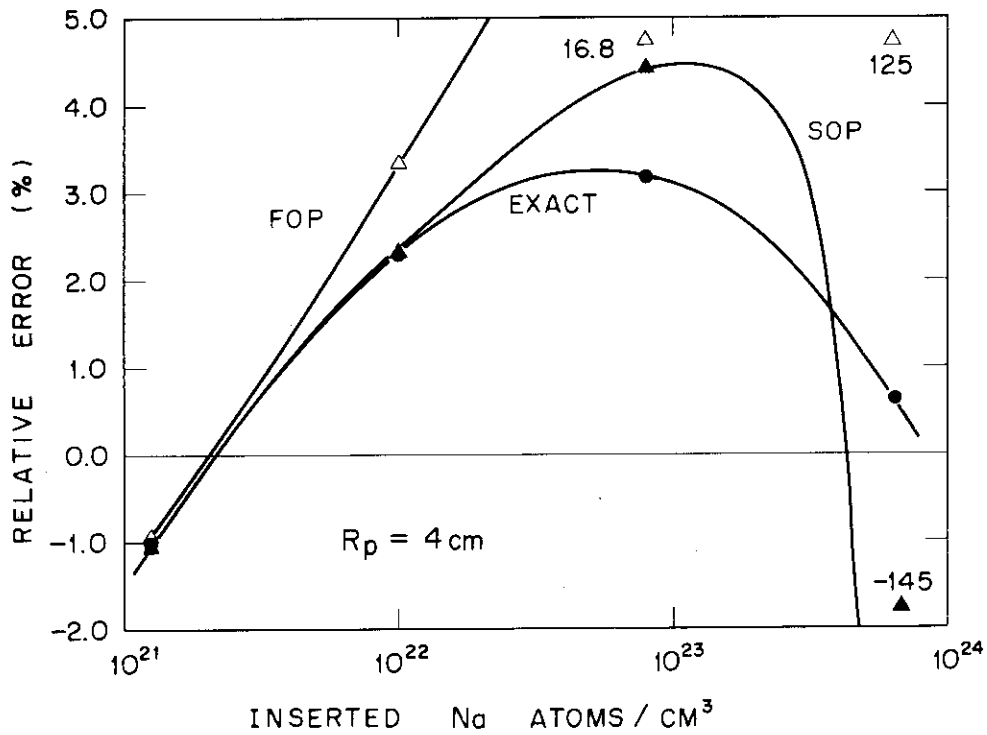


Fig. 16 The relative error of Na material worth ($R_p = 4$ cm)

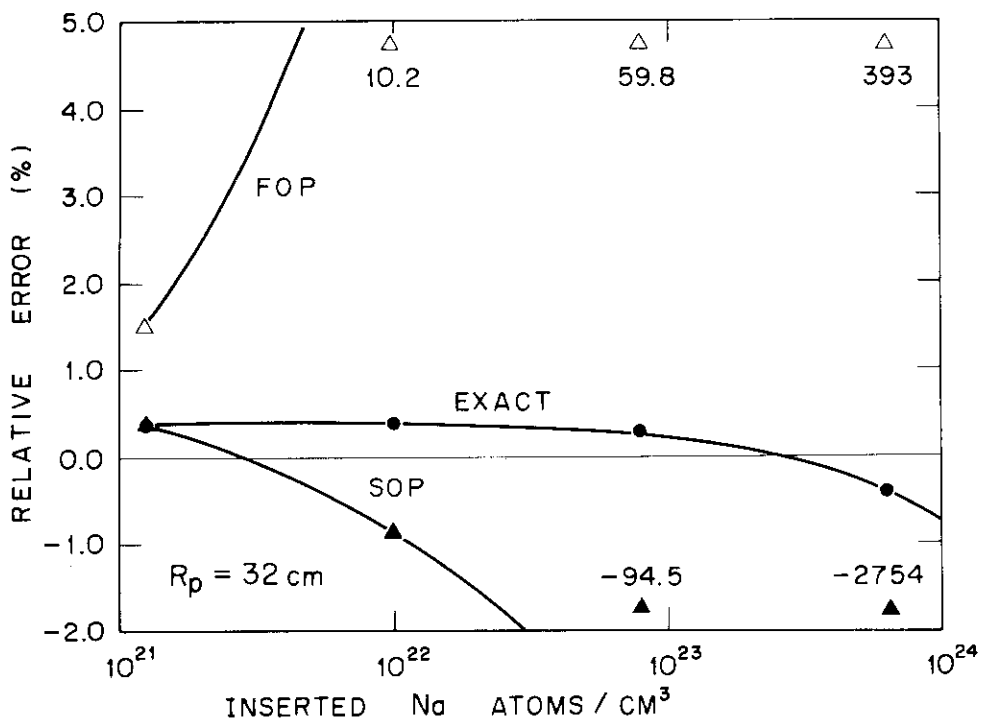


Fig. 17 The relative error of Na material worth ($R_p = 32$ cm)

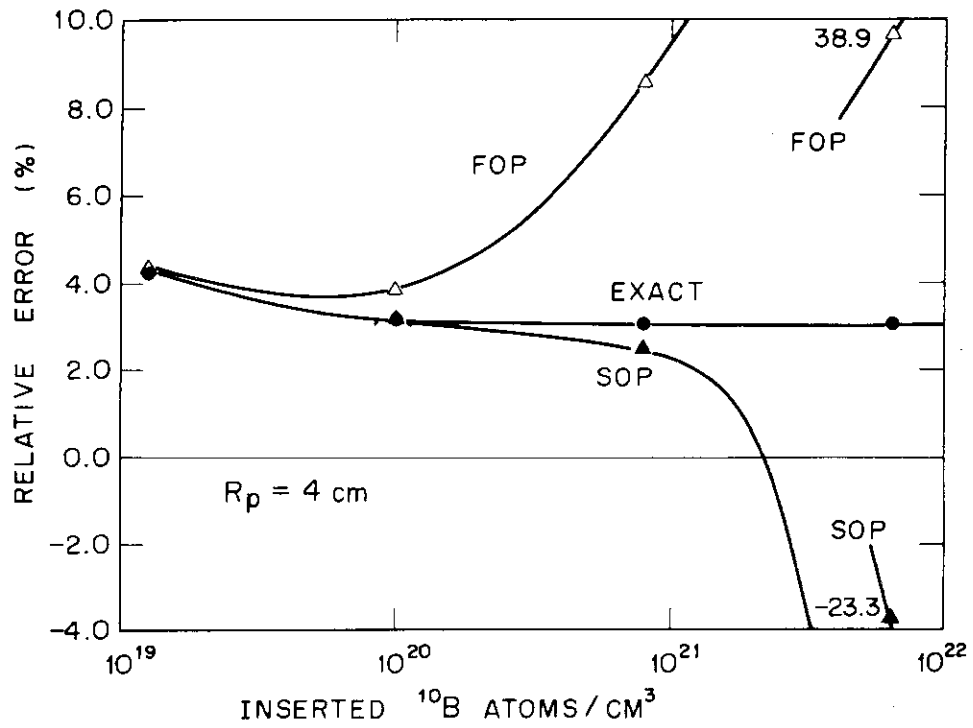


Fig.18 The relative error of ^{10}B material worth ($R_p = 4$ cm)

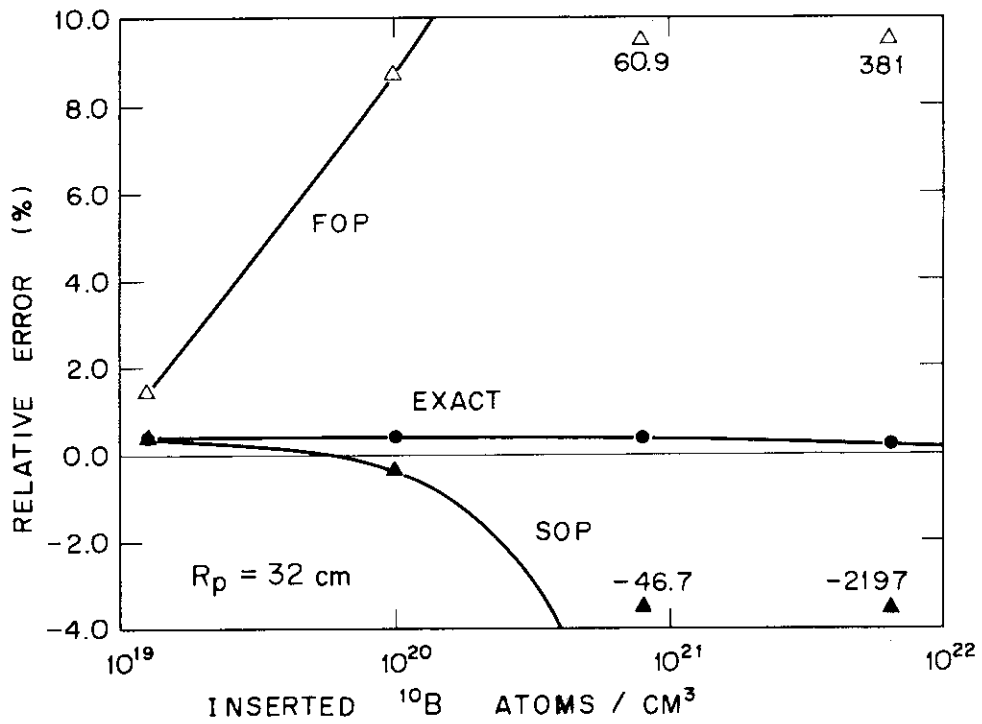


Fig.19 The relative error of ^{10}B material worth ($R_p = 32$ cm)

TABLE III The relative error of calculated material worth (%)

Material	R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ atoms cm ³	$\delta\rho$ (DIRECT) $\frac{\Delta K}{K^2}$	Relative Error (%)		
				$\frac{\Delta\delta\rho(\text{EXACT})}{\delta\rho(\text{DIRECT})}$	$\frac{\Delta\delta\rho(\text{SOP})}{\delta\rho(\text{DIRECT})}$	$\frac{\Delta\delta\rho(\text{FOP})}{\delta\rho(\text{DIRECT})}$
²³⁵ U	4	6.4×10^{-3}	6.83×10^{-4}	3.06	1.50	6.79
	4	8.0×10^{-4}	8.88×10^{-5}	3.09	3.04	3.79
	4	1.0×10^{-4}	1.12×10^{-5}	3.19	3.18	3.29
	4	1.25×10^{-5}	1.41×10^{-6}	1.18	1.18	1.20
	32	6.4×10^{-3}	3.02×10^{-1}	0.18	307	-32.3
	32	8.0×10^{-4}	4.52×10^{-2}	0.34	1.63	-16.1
	32	1.0×10^{-4}	5.18×10^{-3}	0.36	0.22	-2.02
	32	1.25×10^{-5}	6.32×10^{-4}	0.37	0.35	0.06
Na	4	6.4×10^{-1}	-1.03×10^{-4}	0.63	-145	125
	4	8.0×10^{-2}	-2.76×10^{-5}	3.16	4.43	16.8
	4	1.0×10^{-2}	-4.26×10^{-6}	2.31	2.33	3.33
	4	1.25×10^{-3}	-5.96×10^{-7}	-1.03	-1.03	-0.94
	32	6.4×10^{-1}	-3.44×10^{-2}	-0.40	-2754	393
	32	8.0×10^{-2}	-8.65×10^{-3}	0.28	-94.5	59.8
	32	1.0×10^{-2}	-1.68×10^{-3}	0.36	-0.87	10.2
	32	1.25×10^{-3}	-2.44×10^{-4}	0.36	0.36	1.49
¹⁰ B	4	6.4×10^{-3}	-4.87×10^{-4}	3.01	-23.3	38.9
	4	8.0×10^{-4}	-7.79×10^{-5}	3.07	2.50	8.59
	4	1.0×10^{-4}	-1.02×10^{-5}	3.12	3.11	3.85
	4	1.25×10^{-5}	-1.27×10^{-6}	4.26	4.26	4.35
	32	6.4×10^{-3}	-6.20×10^{-2}	0.21	-2197	381
	32	8.0×10^{-4}	-2.32×10^{-2}	0.35	-46.7	60.9
	32	1.0×10^{-4}	-4.29×10^{-3}	0.37	-0.36	8.74
	32	1.25×10^{-5}	-5.75×10^{-4}	0.37	0.38	1.44

これらの結果に基づいて以下の結論を得た。

(vi) TABLE III において $R_p=4\text{cm}$ で δN_p が最小の場合には、 $\delta\rho(\text{EXACT})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差は ^{235}U , Na , ^{10}B でそれぞれ 1.18%, -1.03%, -4.26% とまちまちの値をとっているが、

$$\Delta\delta\rho(\text{EXACT}) = \Delta\delta\rho(\text{SOP}) \approx \Delta\delta\rho(\text{FOP})$$

なる関係は成立している。これは $R_p=4\text{cm}$ で δN_p が小さいときには $\delta\rho(\text{DIRECT})$ が $10^{-6}\Delta\text{K}/\text{K}^2$ のオーダー以下になっていて、2.1 で述べたように $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の精度は $10^{-7}\Delta\text{K}/\text{K}^2$ までであるので $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の有効数字が二桁以下になってしまうためである。このように小さい反応度ワースの計算には直接計算法は使えないので、 $\delta\rho(\text{EXACT})$ を基準とみなすべきである。

TABLE III および Fig. 14, 16, 18 において $R_p=4\text{cm}$ で δN_p が小さいときの $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差の値は、 $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の精度が悪いのであまり意味がない。

(vii) TABLE III において $\delta\rho(\text{EXACT})$ の相対誤差は $R_p=3.2\text{cm}$ の場合には核種にも、 δN_p にもほとんど依存せずほぼ 0.36% という一定値をとっている。それに対して $R_p=4\text{cm}$ の場合には、上の (vi) の理由から無視できる δN_p が最小の場合を除くと核種や δN_p に依らずにこの相対誤差は約 3% になっている。以上より $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の不一致の度合は振動が局所的になるに従って大きくなることがわかり、その原因は $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の数値計算上の誤差によることを 4.2 で示す。

(viii) Fig. 14 から Fig. 19 において $\delta\rho(\text{SOP})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差は核種により R_p を一定にして δN_p を変えたときの変化の様子が異なっている。Fig. 14 の ^{235}U の $R_p=4\text{cm}$ の場合には δN_p にこの相対誤差が殆んど依存していない。Fig. 15 の ^{235}U の $R_p=3.2\text{cm}$ の場合にも $\delta N_p \approx 2.0 \times 10^{20} \text{ atoms/cm}^3$ までは δN_p に依存していないが $\delta N_p > 8.0 \times 10^{20} \text{ atoms/cm}^3$ では急激に大きくなっている。Na と ^{10}B の場合には δN_p がある程度大きいところで急に負の大きい値をとっている。このようにこの相対誤差の絶対値が δN_p とともに急激に大きくなるのは 4.4 で述べるように物質を加えたことによる中性子束の変動 $\delta\varphi$ が φ と較べて無視できなくなる場合である。

(ix) TABLE III において $\delta\rho(\text{FOP})$ の相対誤差の絶対値は δN_p の増大に伴って単調に大きくなる。 δN_p が 8 倍になる毎に $\delta\rho(\text{FOP})$ の相対誤差は平均して 5 倍になる。

(x) TABLE III において δN_p が小さいところでは $\delta\rho(\text{SOP})$ の相対誤差はほぼ $\delta\rho(\text{EXACT})$ の相対誤差と一致している。ところが δN_p が大きいため $\delta\varphi$ が φ よりも大きいような場合には $\delta\rho(\text{SOP})$ の誤差は非常に大きな値をとり $\delta\rho(\text{FOP})$ よりも精度が悪くなることがある。

4.2 厳密な振動公式と直接計算法の不一致

2.1 で述べたように厳密な振動公式を用いて得られる反応度変化 $\delta\rho(\text{EXACT})$ と直接計算より得られる反応度変化 $\delta\rho(\text{DIRECT})$ とは、式の上では完全に一致する筈である。にもかかわらず 4.1 において計算結果から得られた結論 (vi) と (vii) によると加える核種には依存しない以下の様な系統的な差があることが明らかになった。

(1) TABLE II と III において Na の $R_p=3.2\text{cm}$, $\delta N_p=6.4 \times 10^{23} \text{ atoms/cm}^3$ と $R_p=4\text{cm}$, $\delta N_p=1.25 \times 10^{23} \text{ atoms/cm}^3$ の 2 ケース以外の 54 ケースでは $\delta\rho(\text{EXACT})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に

に対する相対誤差は正である。この2ケースの中後者は4.1の結論(V)により $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の精度が低いために生じたものである。

(2) $\delta\rho(\text{EXACT})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する相対誤差は加える核種と δN_p にはほとんど依存せず、 $R_p=4\text{cm}$ では約3%であるのに対して $R_p=3.2\text{cm}$ では0.4%以下である。

(3) $\delta\rho(\text{EXACT})$ の相対誤差は同じ R_p に対しては δN_p にはほとんど依存しないが、 δN_p が小さくなるに従って僅かに大きくなる傾向が認められる。

以上の点から $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の不一致の原因は数値計算上の誤差と考えられしかもこの誤差は摂動領域を局所的にするほど大きくなることがわかった。

そこで $R_p=4\text{cm}$ のときに生ずる $\delta\rho(\text{EXACT})$ の $\delta\rho(\text{DIRECT})$ に対する約3%の相対誤差の性質を明らかにするために数値計算条件を変化させたときに $\delta\rho(\text{EXACT})$ と $\delta\rho(\text{DIRECT})$ がどのように変化するかを調べた。この相対誤差の大きさは上述のように加える核種には依らないので¹⁰Bの場合だけを調べた。変化させた数値計算条件は摂動領域のメッシュ巾と(9)式、(10)式で表わされる繰り返し計算の収束判定因子 ϵ_1 と ϵ_2 である。

TABLE II と III の計算においては、収束判定因子 ϵ_1 と ϵ_2 はともに 10^{-7} としてあり、領域のメッシュ巾は $R_p=4\text{cm}$ の場合には Fig. 1 に対応して以下のようにになっている。

I	II	III	IV	V	VI	VII	領域番号
4	8	16	32		72	92	152 半径 (cm)

領域番号	組成	メッシュ数	メッシュ巾
I	CORE I + ¹⁰ B	8	0.5 cm
II	CORE I	8	0.5 cm
III	CORE I	8	1.0 cm
IV	CORE I	16	1.0 cm
V	CORE I	20	2.0 cm
VI	CORE II	10	2.0 cm
VII	BLANKET	30	2.0 cm

まず領域IとIIのメッシュ巾 Δr_1 と Δr_2 を2倍および4倍にしたときの¹⁰Bの反応度ワースを直接計算法と厳密な摂動公式で計算した。その計算結果ともとのメッシュ巾により求められた反応度ワースに対する相対誤差をTABLE IVに示す。このTABLEよりメッシュ巾を2倍にすると直接計算法で求めた反応度ワース $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の絶対値は3%前後小さくなり、4倍にすると20%前後小さくなる。これに対して厳密な摂動公式より求められた反応度ワース $\delta\rho(\text{EXACT})$ の絶対値は δN_p が小さいときはほとんど変化せず、 δN_p が大きい場合には逆に僅かに大きくなる。

$\delta\rho(\text{DIRECT})$ と $\delta\rho(\text{EXACT})$ とメッシュ巾の関係をFig. 20に示す。この図よりメッシュ巾を小さくするに従って両者の一致は良くなることが明らかになった。

次に繰り返し計算の収束判定条件 ϵ_1 と ϵ_2 を 10^{-5} および 10^{-3} にしたときの¹⁰Bの $\delta\rho(\text{DIRECT})$

と $\delta\rho(\text{EXACT})$ の計算値をそれぞれのもとの値 ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-7}$ のときの値) に対する相対誤差とともに TABLE V に示す。 ϵ_1 と ϵ_2 に直接依存する $\delta\rho(\text{DIRECT})$ の値は δN_p が小さい場合には ϵ_1 と ϵ_2 を大きくした場合にはほとんど意味のある値を与えなくなる。これに対して $\delta\rho(\text{EXACT})$ は δN_p に依存せず、 ϵ_1 と ϵ_2 を 10^{-8} にした場合でもその値は 0.2% しか変化しない。

以上の二通りの検討より、 $\delta\rho(\text{DIRECT})$ は数値計算条件に大きく依存して、計算条件を厳しくするに従って、計算条件にほとんど依存しない $\delta\rho(\text{EXACT})$ に近づくことがわかった。そこで反応度ワースの計算値の基準としては厳密な摂動公式による値 $\delta\rho(\text{EXACT})$ を用いるべきであると結論された。本論文では摂動法の精度を明らかにすることが目的であり、1次摂動法と2次摂動法はそれぞれ 2.2 と 2.3 において述べたように厳密な摂動法に対する1次近似および2次近似として導出されている。そこで次節とその次の節では、それぞれ1次摂動法と2次摂動法の精度を厳密な摂動法を基準として調べることにする。

TABLEIV The changes of ^{10}B material worth with region mesh widths, Δr_1 and Δr_2

Direct method ; $\delta\rho$ (DIRECT) of Eq. (29)

R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ (atoms/cm ²)	Mesh widths, Δr_1 and Δr_2			Relative error(%)	
		0.5 cm $\delta\rho_{0.5}$	1.0 cm $\delta\rho_{1.0}$	2.0 cm $\delta\rho_{2.0}$	$\frac{\delta\rho_{1.0}-\delta\rho_{0.5}}{\delta\rho_{0.5}}$	$\frac{\delta\rho_{2.0}-\delta\rho_{0.5}}{\delta\rho_{0.5}}$
4	6.4×10^{-3}	-4.8692×10^{-4}	-4.7335×10^{-4}	-4.1225×10^{-4}	-2.8	-15.3
4	8.0×10^{-4}	-7.7864×10^{-5}	-7.5212×10^{-5}	-6.3617×10^{-5}	-3.4	-18.3
4	1.0×10^{-4}	-1.0177×10^{-5}	-9.820×10^{-6}	-8.225×10^{-6}	-3.5	-19.2
4	1.25×10^{-5}	-1.266×10^{-6}	-1.236×10^{-6}	-9.68×10^{-7}	-2.4	-23.5

Exact perturbation method ; $\delta\rho$ (EXACT) of Eq. (28)

R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ (atoms/cm ²)	Mesh widths, Δr_1 and Δr_2			Relative error(%)	
		0.5 cm $\delta\rho_{0.5}$	1.0 cm $\delta\rho_{1.0}$	2.0 cm $\delta\rho_{2.0}$	$\frac{\delta\rho_{1.0}-\delta\rho_{0.5}}{\delta\rho_{0.5}}$	$\frac{\delta\rho_{2.0}-\delta\rho_{0.5}}{\delta\rho_{0.5}}$
4	6.4×10^{-3}	-5.0157×10^{-4}	-5.0542×10^{-4}	-5.2497×10^{-4}	0.77	3.87
4	8.0×10^{-4}	-8.0254×10^{-5}	-8.0391×10^{-5}	-8.1001×10^{-5}	0.17	0.76
4	1.0×10^{-4}	-1.0495×10^{-5}	-1.0498×10^{-5}	-1.0508×10^{-5}	0.03	0.10
4	1.25×10^{-5}	-1.3199×10^{-6}	-1.3199×10^{-6}	-1.3200×10^{-6}	0.00	0.01

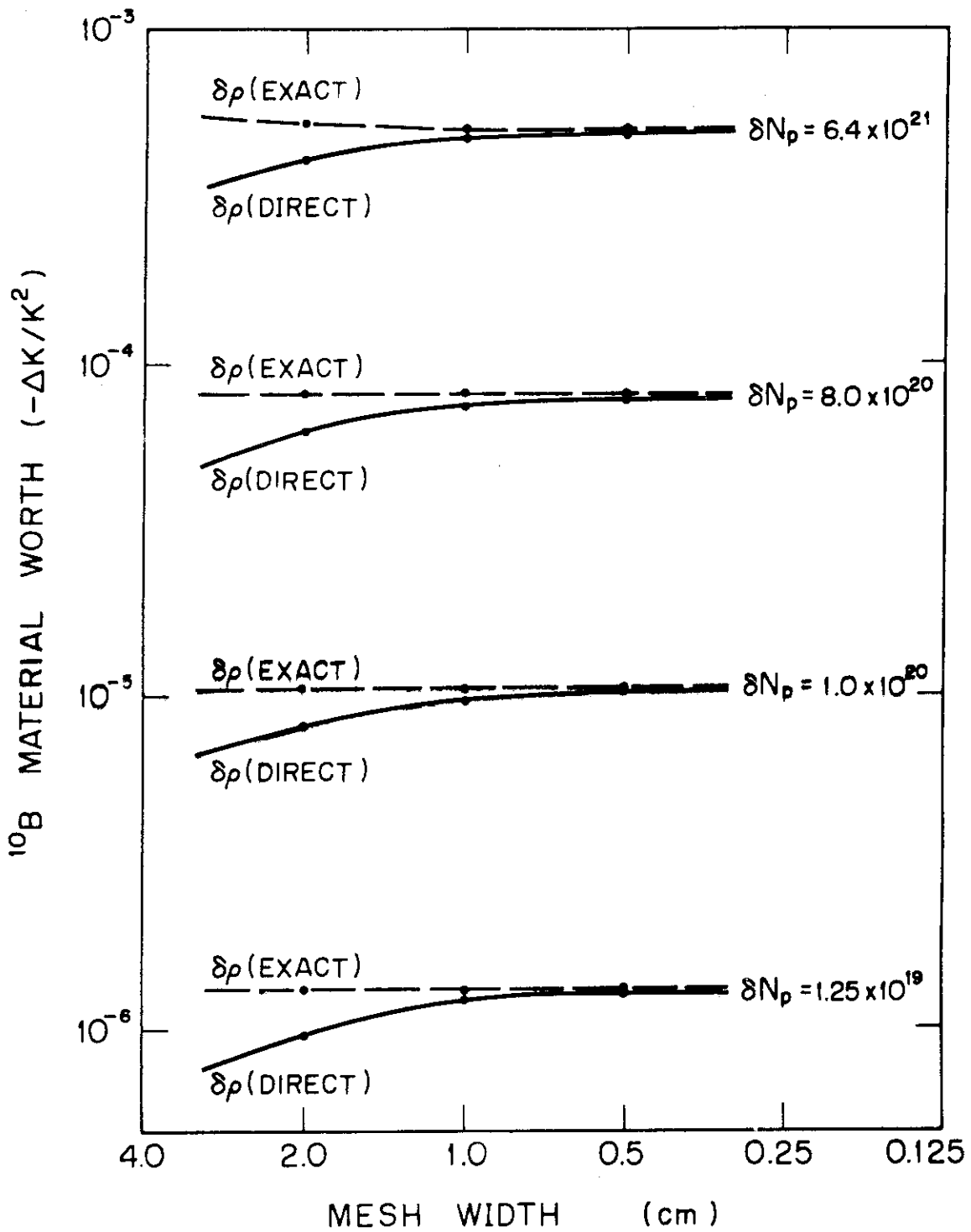


Fig. 20 The changes of ^{10}B material worth with mesh widths

TABLE V The changes of ^{10}B material worth with convergence factors*

Direct method ; $\delta\rho$ (DIRECT) of Eq. (29)

R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ (atoms/cm ³)	Convergence factors ϵ_1 and ϵ_2 *			Relative error (%)	
		10^{-7} $\delta\rho_7$	10^{-5} $\delta\rho_5$	10^{-3} $\delta\rho_3$	$\frac{\delta\rho_5 - \delta\rho_7}{\delta\rho_7}$	$\frac{\delta\rho_3 - \delta\rho_7}{\delta\rho_7}$
4	6.4×10^{-3}	-4.8692×10^{-4}	-4.8749×10^{-4}	-5.4385×10^{-4}	0.12	11.69
4	8.0×10^{-4}	-7.7864×10^{-5}	-7.8471×10^{-5}	-1.3606×10^{-4}	0.78	74.74
4	1.0×10^{-4}	-1.0177×10^{-5}	-1.0800×10^{-5}	-6.8601×10^{-5}	6.12	574.08
4	1.25×10^{-5}	-1.266×10^{-6}	-1.930×10^{-6}	-5.9722×10^{-5}	52.45	4617.38
Iteration No.		27	19	12		

Exact perturbation method ; $\delta\rho$ (EXACT) of Eq. (28)

R_p (cm)	δN_p $\times 10^{24}$ (atoms/cm ³)	Convergence factors ϵ_1 and ϵ_2			Relative error (%)	
		10^{-7} $\delta\rho_7$	10^{-5} $\delta\rho_5$	10^{-3} $\delta\rho_3$	$\frac{\delta\rho_5 - \delta\rho_7}{\delta\rho_7}$	$\frac{\delta\rho_3 - \delta\rho_7}{\delta\rho_7}$
4	6.4×10^{-3}	-5.0157×10^{-4}	-5.0152×10^{-4}	-5.0068×10^{-4}	-0.01	-0.18
4	8.0×10^{-4}	-8.0254×10^{-5}	-8.0246×10^{-5}	-8.0111×10^{-5}	-0.01	-0.18
4	1.0×10^{-4}	-1.0495×10^{-5}	-1.0494×10^{-5}	-1.0476×10^{-5}	-0.01	-0.18
4	1.25×10^{-5}	-1.3199×10^{-6}	-1.3198×10^{-6}	-1.3176×10^{-6}	-0.01	-0.17

* ϵ_1 and ϵ_2 are defined by Eqs.(9) and (10), respectively.

4.3 1次摂動法の適用基準

この節ではまず通常用いられる1次摂動法の精度について物質反応度ワースの計算結果に基づいて述べることにする。次に誤差を10%以内にするような摂動の大きさを推定して1次摂動法の適用基準の設定を試みる。

前節において1次摂動法および2次摂動法の精度を調べる際には、厳密な摂動法を基準とするべきであると結論された。そこでTABLE VI と VIIにおいて1次摂動法および2次摂動法を用いて得られた物質反応度ワースの計算値の厳密な摂動公式を用いて得られた値 $\delta\rho$ (EXACT) に対する相対誤差を示す。

2.2で示したように1次摂動法による反応度変化 $\delta\rho$ (FOP) の厳密な摂動公式を用いて得られる反応度変化 $\delta\rho$ (EXACT) に対する誤差は

$$\Delta\delta\rho(\text{FOP}) = \frac{\langle\varphi^*, \Delta P\varphi\rangle\langle\varphi^*, F'\delta\varphi\rangle - \langle\varphi^*, \Delta P\delta\varphi\rangle\langle\varphi^*, F'\varphi\rangle}{\langle\varphi^*, F'(\varphi+\delta\varphi)\rangle\langle\varphi^*, F'\varphi\rangle} \quad (32)$$

という2次の微小量の形をしている。(32)式において

$$\Delta P = \text{const. } F' \quad (33)$$

が全てのエネルギーおよび体系全体で成立するならば $\Delta\delta\rho$ (FOP) は0となる。このことは核分裂断面積が他の反応断面積と較べて大きい核種、特に基底体系の巨視的な核分裂断面積に近い核分裂断面積を有する核種、すなわち炉心燃料に多く含まれる核分裂性核種の反応度ワースが、1次摂動法で精度良く計算されることを示している。これがTABLE VI において ^{235}U 、 ^{239}Pu および ^{240}Pu の反応度ワースが1次摂動法で精度良く計算された理由である。炉心燃料の密度を変えたときの反応度変化を1次摂動法により計算する場合には精度はさらに良くなるであろう。

TABLE VII より δN_p を固定して R_p を8倍にした場合(このとき摂動領域の体積は $8^3=512$ 倍になる)に1次摂動法の誤差はほぼ8倍となっている。これに対して R_p を固定して δN_p を512倍にした場合に1次摂動法の誤差は数百倍になっている。そこで1次摂動法の精度を決定する主な因子が δN_p の大きさであることが結論される。

(32)式の1次摂動法の誤差は $\delta\varphi = \varphi' - \varphi$ に依存している。 $\delta\varphi$ は ΔP の核的性質とその大きさに依存していてその大きさを φ' を求めることなしに推定するのは困難である。

他方2.2で述べたように1次摂動法は、ある基底体系について広範なパラメータ・サーベイを行ない定性的な結論を得る場合に有効である。そこで1次摂動法に要求される精度としては誤差が10%以下であることとして、この条件を満たす摂動の大きさの限界を色々な種類の摂動 ΔP に対して推定してこれを1次摂動法の適用基準とする。物質を加えることにより生ずる反応度変化に対する寄与が最大の核反応の種類によってTABLE VI で示した8核種を核分裂性物質、吸収物質、減速散乱物質の三種類に分けてそのそれぞれに対する適用基準を $R_p = 4\text{cm} \approx \ell_f$ (平均自由行程) と $R_p = 32\text{cm} \approx 4\ell_f$ の場合について推定した。推定の方法は ^{235}U 、 Na 、 ^{10}B の3核種についてはTABLE VII の結果の内外挿により求め、その他の核種についてはTABLE VI の結果と、同種類の核種の誤差の挙動は同様なものであるとの仮定の下に推定した。誤差を10%以内にとどめておくために加えうる物質の限界濃度 $\delta N_{p,\text{max}}$ (atoms/cm³) と、 $\delta N_{p,\text{max}}$ の物質を加えたときの反応度変化 $\delta\rho_{\text{max}}$ ($\Delta K/K^2$) の推定値をTABLE VIII に示す。この表より以下のことが結論される。

TABLE VI The relative error of calculated material worth (%)

Material	R _p cm	ΔN _p x10 ²⁴ atoms cm ³	δρ(EXACT) x10 ⁻⁴ ΔK K ²	Relative Error (%)	
				$\frac{\delta\rho(\text{SOP})-\delta\rho(\text{EXACT})}{\delta\rho(\text{EXACT})} \times 100$	$\frac{\delta\rho(\text{FOPI})-\delta\rho(\text{EXACT})}{\delta\rho(\text{EXACT})} \times 100$
¹⁰ B	4	6.4x10 ⁻³	-5.0157	- 25.6	34.9
	8	8.0x10 ⁻⁴	-5.8722	- 3.86	14.4
	16	1.0x10 ⁻⁴	-6.2441	- 0.31	4.58
	32	1.25x10 ⁻⁵	-5.7720	0.00	1.06
O	4	6.4x10 ⁻¹	-1.5129	- 31.1	190
	8	8.0x10 ⁻²	-3.2518	3.07	40.3
	16	1.0x10 ⁻²	-4.1759	-0.25	8.17
	32	1.25x10 ⁻³	-3.8884	-0.05	1.70
Na	4	6.4x10 ⁻¹	-1.0325	-145	123
	8	8.0x10 ⁻²	-1.8967	- 2.83	34.7
	16	1.0x10 ⁻²	-2.5347	0.27	6.11
	32	1.25x10 ⁻³	-2.4440	0.00	1.13
Fe	4	6.4x10 ⁻¹	-5.5580	- 1.60	33.0
	8	8.0x10 ⁻²	-7.1510	- 0.30	9.49
	16	1.0x10 ⁻²	-7.6588	- 0.14	2.94
	32	1.25x10 ⁻³	-6.9515	0.11	0.85
²³⁵ U	4	6.4x10 ⁻³	7.0360	- 1.52	3.61
	8	8.0x10 ⁻⁴	7.2685	- 0.32	0.74
	16	1.0x10 ⁻⁴	7.1818	- 0.07	- 0.37
	32	1.25x10 ⁻⁵	6.3378	- 0.02	- 0.30
²³⁸ U	4	6.4x10 ⁻²	-4.7227	1.02	7.46
	8	8.0x10 ⁻³	-5.0723	0.02	2.85
	16	1.0x10 ⁻³	-5.0635	0.01	1.06
	32	1.25x10 ⁻⁴	-4.5379	0.00	0.30
²³⁹ Pu	4	6.4x10 ⁻³	9.5150	- 1.10	- 4.14
	8	8.0x10 ⁻⁴	9.3755	- 0.33	- 2.43
	16	1.0x10 ⁻⁴	9.0483	- 0.12	- 1.46
	32	1.25x10 ⁻⁵	8.0191	- 0.03	- 0.56
²⁴⁰ Pu	4	6.4x10 ⁻³	1.2071	- 0.36	- 6.28
	8	8.0x10 ⁻⁴	1.0471	- 0.03	- 3.20
	16	1.0x10 ⁻⁴	0.95074	- 0.01	- 1.13
	32	1.25x10 ⁻⁵	0.83577	0.00	- 0.26

TABLE VII The relative error of calculated material worth (%)

Material	R _p cm	ΔN _p x 10 ²⁴ atoms cm ³	δρ(EXACT) ΔK K ²	Relative Error (%)	
				$\frac{\delta\rho(SOP)-\delta\rho(EXACT)}{\delta\rho(EXACT)} \times 100$	$\frac{\delta\rho(FOP)-\delta\rho(EXACT)}{\delta\rho(EXACT)} \times 100$
²³⁵ U	4	6.4x10 ⁻³	7.0360x10 ⁻⁴	- 1.52	3.61
	4	8.0x10 ⁻⁴	9.1558x10 ⁻⁵	- 0.05	0.68
	4	1.0x10 ⁻⁴	1.1582x10 ⁻⁵	- 0.01	0.09
	4	1.25x10 ⁻⁵	1.4307x10 ⁻⁶	0.00	0.01
	32	6.4x10 ⁻³	3.0235x10 ⁻¹	307	-32.4
	32	8.0x10 ⁻⁴	4.5403x10 ⁻²	1.28	- 16.4
	32	1.0x10 ⁻⁴	5.2012x10 ⁻³	- 0.14	- 2.37
	32	1.25x10 ⁻⁵	6.3378x10 ⁻⁴	- 0.02	- 0.30
Na	4	6.4x10 ⁻¹	-1.0325x10 ⁻⁴	- 145	123
	4	8.0x10 ⁻²	-2.8438x10 ⁻⁵	1.23	13.3
	4	1.0x10 ⁻²	-4.3593x10 ⁻⁶	0.02	1.00
	4	1.25x10 ⁻³	-5.8983x10 ⁻⁷	0.00	0.10
	32	6.4x10 ⁻¹	-3.4284x10 ⁻²	-2764	393
	32	8.0x10 ⁻²	-8.6713x10 ⁻²	- 94.5	59.4
	32	1.0x10 ⁻²	-1.6837x10 ⁻³	- 1.23	9.81
	32	1.25x10 ⁻³	-2.4440x10 ⁻⁴	0.00	1.13
¹⁰ B	4	6.4x10 ⁻³	-5.0157x10 ⁻⁴	- 25.6	34.9
	4	8.0x10 ⁻⁴	-8.0254x10 ⁻⁵	- 0.56	5.36
	4	1.0x10 ⁻⁴	-1.0495x10 ⁻⁵	- 0.01	0.71
	4	1.25x10 ⁻⁵	-1.3199x10 ⁻⁶	0.00	0.09
	32	6.4x10 ⁻³	-6.2132x10 ⁻²	-2193	380
	32	8.0x10 ⁻⁴	-2.3275x10 ⁻²	- 47.0	60.4
	32	1.0x10 ⁻⁴	-4.3071x10 ⁻³	- 0.73	8.34
	32	1.25x10 ⁻⁵	-5.7720x10 ⁻⁴	0.00	1.06

TABLE VIII The applicability of first-order perturbation method in the LMFBR

Inserted Material	R_p (cm)	$\delta N_{p,max}$ (atoms/cm ³)	$\delta \rho_{max}$ $\Delta k/k^2$
Fissile (²³⁵ U, ²³⁹ Pu, ²⁴⁰ Pu)	4	1.0×10^{22}	1.0×10^{-3}
Absorber ¹⁰ B	4	1.0×10^{21}	-1.0×10^{-4}
Fe	4	1.0×10^{23}	-9.0×10^{-5}
²³⁸ U	4	1.0×10^{23}	-4.0×10^{-4}
Moderator Na	4	5.0×10^{22}	-2.0×10^{-5}
O	4	4.0×10^{22}	-1.6×10^{-5}
Fissile (²³⁵ U, ²³⁹ Pu, ²⁴⁰ Pu)	32	5.0×10^{20}	3.0×10^{-2}
Absorber ¹⁰ B	32	1.0×10^{20}	-4.3×10^{-3}
Fe	32	1.0×10^{22}	-3.6×10^{-3}
²³⁸ U	32	5.0×10^{21}	-1.6×10^{-2}
Moderator Na	32	1.0×10^{22}	-1.6×10^{-3}
O	32	8.0×10^{22}	-1.2×10^{-3}

$\delta N_{p,max}$; The maximum amount of the material inserted to acquire 10% accuracy.

$\delta \rho_{max}$; The material worth corresponding to $\delta N_{p,max}$.

大型ナトリウム冷却高速炉において

- (1) $R_p = 32\text{ cm}$ ほどの広い擾動領域に対しては、反応度変化 $\delta\rho$ の大きさが $10^{-8}\Delta K/K^2$ 以下であるならば1次擾動法の誤差は10%以内である。
- (2) $R_p = 4\text{ cm}$ 程度のときは $\delta\rho$ が $10^{-6}\Delta K/K^2$ 以下でないと1次擾動法の誤差は10%以下にならない。
- (3) $R_p = 4\text{ cm}$ のとき核分裂性物質の $\delta\rho_{\max}$ は $10^{-4}\Delta K/K^2$ のオーダーであり、吸収物質は $10^{-5}\Delta K/K^2$ 、減速散乱物質では $10^{-6}\Delta K/K^2$ のオーダーである。
- (4) $R_p = 32\text{ cm}$ のときは $\delta\rho_{\max}$ は $R_p = 4\text{ cm}$ の場合の $\delta\rho_{\max}$ のほぼ40倍となり、許容される反応度の大きさがずっと大きくなっている。

4.4 1次摂動法の精度向上

2.3の(41)式に示したように一般化摂動法に基づく2次摂動法により求められた反応度変化 $\delta\rho(\text{SOP})$ の厳密な摂動公式により求められた反応度変化 $\delta\rho(\text{EXACT})$ に対する誤差は

$$\Delta\delta\rho(\text{SOP}) = \Delta\delta\rho(\text{FOP}) \cdot \left(- \frac{\langle\varphi^*, F\delta\varphi\rangle}{\langle\varphi^*, F\varphi\rangle} \right) \quad (41)$$

と表わされる。つまり2次摂動法を用いることにより誤差を1次摂動法の

$$f = - \frac{\langle\varphi^*, F\delta\varphi\rangle}{\langle\varphi^*, F\varphi\rangle} \quad (41')$$

倍だけ小さくすることができる。

TABLE VI において $\delta\rho(\text{SOP})$ と $\delta\rho(\text{FOP})$ の $\delta\rho(\text{EXACT})$ に対する相対誤差を見ると(41)式の関係が $\Delta\delta\rho(\text{SOP})$ と $\Delta\delta\rho(\text{FOP})$ の間に成立していることが見てとれる。そして f の絶対値は $R_p \geq 1.6\text{cm}$ の場合には0.1より小さくなっているために $\delta\rho(\text{SOP})$ は $\delta\rho(\text{FOP})$ より $\delta\rho(\text{EXACT})$ に対する精度が1桁以上向上していることがわかる。しかしながら R_p が小さく、 δN_p が大きくなるに従って f が1に近くなり、精度の向上の割合は小さくなり N_a を $R_p = 4\text{cm}$ の摂動領域に加えた場合には却って精度が悪くなっている。 $|f|$ が1に近いかあるいは1より大きくなるのは物質を加えたために生ずる中性子束の変化 $\delta\varphi$ が φ と同程度或いはそれ以上の大きさとなっているためである。

TABLE VII では $\Delta\delta\rho(\text{SOP})$ の絶対値が $\Delta\delta\rho(\text{FOP})$ の絶対値より大きくなる場合が4ケースも見られる。これらの場合はいづれも加えた摂動が非常に大きいか、局所的であるために $|f|$ が1より大きくなったので生じたものである。しかしながらその他の20ケースでは $|\Delta\delta\rho(\text{SOP})| < |\Delta\delta\rho(\text{FOP})|$ であり、特に δN_p が小さい場合には f はほぼ0.1以下になり精度の向上が達せられている。

TABLE VII において $\delta\rho(\text{SOP})$ の計算は2.3の(33)式を用いて行なった。(33)に含まれる ψ^* は(34)~(36)式を用いて計算した。 $\psi^* = \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j^*$ の項数打ち切り条件としては

$$\frac{|\langle\varphi^*, \Delta P\varphi\rangle| - |\langle\varphi_1^*, \Delta P\varphi\rangle|}{|\langle\varphi_1^*, \Delta P\varphi\rangle|} < 0.1 \quad (59)$$

を満たす φ_j^* までを加え合わせることにした。その結果(59)式を満たす φ_j^* は $j = 6$ 或いは7であった。つまり6回か7回の繰り返し計算にて ψ^* を求めた訳である。以前に行った2次摂動法の解析⁽³⁾から項数打ち切りによる $\delta\rho(\text{SOP})$ の誤差は10%以下であることがわかっている。

一般化摂動法に基づく2次摂動法を用いると7回以下の繰り返し計算によって加える物質の密度が特に高くない限り1次摂動法より1桁良い精度で物質反応度ワースを求めることができることが示された。しかしながら(41')式で表わされる f を1以上にするほど高い密度で物質を加えた場合には精度は却って1次摂動法より悪くなる。

これに対してTABLE IV の収束判定条件を変えた場合の $\delta\rho(\text{EXACT})$ の計算結果を見ると、 ϵ_1 と ϵ_2 を 10^{-3} としたときでも、 10^{-7} とした場合の $\delta\rho(\text{EXACT})$ からの値のずれは僅かに0.2%以下であることがわかる。 ϵ_1 と ϵ_2 を 10^{-9} とした場合の摂動体系の中性子束 φ' の計算では12回の繰り返し計算で収束した。このことより反応度ワースを比較的短かい計算時間で精度良く求めるには、緩やかな収束判定条件の下で求めた φ' を(38)式の厳密な摂動公式に用いる方法が安定で優れていることがわかった。

5. 結 言

大型ナトリウム冷却高速炉において核的性質の異なる物質を様々な方法で加えたときの反応度変化を直接計算法、厳密な摂動公式とそれに対する1次近似、2次近似の式を用いて計算した。その結果より高速炉核計算における摂動法の適用性について以下のことが明らかになった。

- (1) 厳密な摂動公式を用いて得られる反応度変化の値と直接的に実効増倍率の差から計算する反応度変化の値は系統的な数値計算上の差があり前者は後者より絶対値が大きくなる。
- (2) 上記の不一致は加える物質の種類とその密度にはほとんど依存せずに、加える摂動が局所的であるほど大きくなる。
- (3) 上記の不一致は数値計算の際に有限な領域メッシュ巾を切る必要があるために生じたもので、メッシュ巾を小さくするに従って一致が良くなる。
- (4) 反応度変化の厳密な計算方法としては数値計算上の設定条件である領域のメッシュ巾と収束判定条件に対する依存度が小さい厳密な摂動公式を用いる方法が直接計算法より優れている。
- (5) 1次摂動法を用いて計算された物質反応度ワースについて次のことがわかった。
 - (i) 1次摂動法の誤差を決定する主な因子は加える物質の濃度であり誤差はほぼ濃度に比例する。
 - (ii) 加える物質の濃度を一定にして、摂動領域の半径を大きくした場合には、誤差は摂動領域の大きさ、すなわち体積には比例せず、むしろ半径に比例する。
 - (iii) 核分裂性物質の反応度ワースの計算精度は誤差の相殺によって良くなっている。
 - (iv) 吸収物質の反応度ワースの精度は同程度の反応度変化に対して核分裂性物質の場合よりほぼ1桁悪くなっている。
 - (v) 減速散乱物質を加えた場合には中性子スペクトル変化が大きく特に1次摂動法の精度は悪くなる。
- (6) 2次摂動法を用いることにより摂動が局所的でない場合には反応度変化の計算精度が1次摂動法より1桁以上向上することが明らかになった。しかしながら摂動に伴う中性子束の変化量が中性子束の大きさと同程度か或いはそれ以上の場合には精度の向上は達せられない。
- (7) 反応度変化を比較的短かい計算時間で精度良く求めるには緩やかな収束判定条件の下で求めた摂動体系の中性子束を厳密な摂動公式に用いる方法が安定で優れている。

謝 辞

本橋の作成にあたり有益な御助言をいただきました能沢正雄氏と平田実穂氏に深く感謝いたします。貴重な御討論をしていただきました東稔達三氏、中川正幸氏、大杉俊隆氏に深く感謝いたします。さらにいくつかの有益なコメントをいただきました田坂完二氏と清水健宏氏に深く

5. 結 言

大型ナトリウム冷却高速炉において核的性質の異なる物質を様々な方法で加えたときの反応度変化を直接計算法，厳密な摂動公式とそれに対する1次近似，2次近似の式を用いて計算した。その結果より高速炉核計算における摂動法の適用性について以下のことが明らかになった。

- (1) 厳密な摂動公式を用いて得られる反応度変化の値と直接的に実効増倍率の差から計算する反応度変化の値は系統的な数値計算上の差があり前者は後者より絶対値が大きくなる。
- (2) 上記の不一致は加える物質の種類とその密度にはほとんど依存せずに，加える摂動が局所的であるほど大きくなる。
- (3) 上記の不一致は数値計算の際に有限な領域メッシュ巾を切る必要があるために生じたもので，メッシュ巾を小さくするに従って一致が良くなる。
- (4) 反応度変化の厳密な計算方法としては数値計算上の設定条件である領域のメッシュ巾と収束判定条件に対する依存度が小さい厳密な摂動公式を用いる方法が直接計算法より優れている。
- (5) 1次摂動法を用いて計算された物質反応度ワースについて次のことがわかった。
 - (i) 1次摂動法の誤差を決定する主な因子は加える物質の濃度であり誤差はほぼ濃度に比例する。
 - (ii) 加える物質の濃度を一定にして，摂動領域の半径を大きくした場合には，誤差は摂動領域の大きさ，すなわち体積には比例せず，むしろ半径に比例する。
 - (iii) 核分裂性物質の反応度ワースの計算精度は誤差の相殺によって良くなっている。
 - (iv) 吸収物質の反応度ワースの精度は同程度の反応度変化に対して核分裂性物質の場合よりほぼ1桁悪くなっている。
 - (v) 減速散乱物質を加えた場合には中性子スペクトル変化が大きく特に1次摂動法の精度は悪くなる。
- (6) 2次摂動法を用いることにより摂動が局所的でない場合には反応度変化の計算精度が1次摂動法より1桁以上向上することが明らかになった。しかしながら摂動に伴う中性子束の変化量が中性子束の大きさと同程度か或いはそれ以上の場合には精度の向上は達せられない。
- (7) 反応度変化を比較的短かい計算時間で精度良く求めるには緩やかな収束判定条件の下で求めた摂動体系の中性子束を厳密な摂動公式に用いる方法が安定で優れている。

謝 辞

本稿の作成にあたり有益な御助言をいただきました能沢正雄氏と平田実穂氏に深く感謝いたします。貴重な御討論をしていただきました東総達三氏，中川正幸氏，大杉俊隆氏に深く感謝いたします。さらにいくつかの有益なコメントをいただきました田坂完二氏と清水健宏氏に深く

感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) L.N.USACHEV ; J.Nucl.Energy, PartA/B, 18, 571(1963)
- (2) A.GANDINI ; J.Nucl.Energy, 21, 755(1967)
- (3) 関 泰 ; JAERI-M 4992 (1972)
- (4) 関 泰, 吉田弘幸, 飯島 進 ; JAERI-M 4587 (1971)
- (5) 鈴木友雄 ; JAERI-memo 3660 (1969)
- (6) S.KATSURAGI et al ; JAERI-1195 (1970)
- (7) S.KATSURAGI et al ; JAERI-1199 (1970)