

JAERI-M
5 2 9 5

JRR-4 の出力炉雑音
—原子炉出力、一次冷却材流量をパラメータ
として—

1973年6月

岡 芳明^{*}・富井 格三・安 成弘^{*}

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

J R R - 4 の出力炉雑音
(原子炉出力、一次冷却材流量をパラメータとして)

日本原子力研究所東海研究所研究炉管理部

岡 芳明*・富井裕三・安 成弘*

(1973年5月23日受理)

原子炉異常診断を目標にした炉雑音研究の一環としてJRR-4において原子炉出力および一次冷却材流速をパラメータとした炉雑音の実験を行い、周波数スペクトルを解析した。測定した中性子密度のゆらぎのこれらのパラメータに対する増減の挙動から、JRR-4の炉雑音は制御板の振動によって生じた成分が支配的であると結論された。また中性子密度のゆらぎの空間的差違は、2個の検出器を用いた同時測定から3Hz以下ではほとんど認められなかった。上記パラメータの種々の値に対するパワースペクトル密度も与えられている。

Experimental Analysis of JRR-4 Reactor Noises on Various
Reactor Power and Coolant Flow Rate

Yoshiaki OKA^{*}, Kakuzo TOMII and Shigehiro AN^{*}

Division of Research Reactor Operation, Tokai, JAERI

(Received May 23, 1973)

Reactor noise analysis was conducted on JRR-4 at various operational conditions. The dependence of fluctuation levels on flow rate and reactor power reveals that the noise source of JRR-4 is the vibration of the shim control rods. Simultaneous measurements with two compensated ionization chambers clarify that there is no spatial difference in neutron density fluctuation below 3 Hz. The power spectral densities at various operational conditions are also presented.

* Faculty of Engineering, University of Tokyo

目 次

1. まえがき	1
2. 出力炉雜音と炉出力および冷却材流速との関係	3
3. 測定及び解析方法	7
4. 測定結果	12
4.1 中性子密度のゆらぎの分散(相対値)と炉出力の関係	12
4.2 中性子密度のゆらぎの分散と冷却材流量との関係	12
4.3. 炉出力をバラメータとしたときのパワースペクトル密度	12
4.4. 冷却水流量をバラメータとしたときのパワースペクトル密度	13
4.4.1 炉出力 1 MW	13
4.4.2 炉出力 200 KW	13
4.4.3 炉出力 50 KW	13
4.5 検出器の位置によるゆらぎの比較	13
5. 検討	19
6. 結論,あとがき	23
7. 謝辞	23
8. 参考文献	23
9. 付録	24

表1 原子炉運転バラメータに対する各種雜音源の挙動,及び,中性子密度ゆらぎの挙動 6

表2 ゆらぎの分散と炉出力との関係(冷却材流量 5.4 m³/m) 12

表3 ゆらぎの分散と冷却材流量との関係(炉出力 1 MW) 12

図1 JRR-4 炉心断面図と,計測器の位置	8
図2 測定系ブロックダイアグラム	9
図3 解析系ブロックダイアグラム	9
図4 ゆらぎの分散と炉出力,冷却材流量との関係	14
図5 炉出力をバラメータとした時のパワースペクトル密度	15
図6 冷却水流量をバラメータとした時のパワースペクトル密度(炉出力 1 MW)	15
図7 冷却水流量をバラメータとした時のパワースペクトル密度(炉出力 200 KW)	16
図8 冷却水流量をバラメータとした時のパワースペクトル密度(炉出力 50 KW)	16
図9 検出器の位置による fluctuation signal ベニレコーダトレースの比較	17
図10 同上(その2)	17
図11 検出器の位置によるパワースペクトル密度(その1)	18
図12 同上(その2)	18
図13 燃料集合体の振動スペクトル(文献⑦より引用)	21
図14 炉心縦断面図	22

1. まえがき

本メモは JRR-4 と東大工学部との協力研究として昭和 47 年に行なった JRR-4 炉雜音解析実験の結果と検討についての報告である。

運転中の原子炉の出力計の表示は、よく観察すると、ある平均値のまわりでこまかく変動している。この変動の原因は、

- I 増巾器等の測定計器の雜音
- II 検出が確率的に生じるための検出器雜音
- III 中性子密度自体の変動

が考えられる。IIIを(独義の)原子炉雜音というが、それはさらに

- III-1 中性子の分枝過程によるもの
- III-2 他の反応度変動要因によるもの

に分けられる。

III-1 が雜音源として支配的な範囲を零出力炉雜音といい、内外の研究者の十数年にわたる研究の結果、理論的にも実験的にもほぼ完成され、中性子寿命、未臨界度の測定や、炉出力の較正等に用いられている。^{①, ②}

一方、III-2 の雜音源が支配的になった時には、中性子密度のゆらぎの周波数スペクトルが数ヘルツから数十ヘルツ以下の低周波領域で零出力炉のそれとことなり、出力炉雜音と呼ばれる。この場合の雜音源は熱的要因によるものと機械的要因によるものに大別できるが、さらにこまかく分類すると、前者としては、冷却材の温度のゆらぎ、燃料温度のゆらぎ、蒸気のアワによるもの等が考えられ、後者としては、制御棒の振動、燃料棒の振動、構造材の振動、冷却水に混入した空気のアワによるもの等が考えられる。前者は原子炉の出力が大きくなつてかなりの熱発生がないと効果を持つようにはならないが、後者は原子炉の出力が零出力とみなせるほど小さくとも支配的になることもあるので、前者の熱的要因によって生じた中性子密度のゆらぎを持に出力炉雜音と呼ぶ事もある。

このように出力炉雜音は出力運転時の原子炉の状態を sensitive に表わす量であるため従来の測定法では検知できないような原子炉の異常状態を知るのに利用できると考えられ、最近内外の研究者たちに注目されている。

さて、今、出力の出た原子炉について中性子密度のゆらぎを測定した時、そのゆらぎがどういう雜音源によって生じているのかを決定することは容易ではない。一番良い方法は雜音源になつていると推定されるもののゆらぎと、中性子密度のゆらぎを同時に測定して相互相関を求めたり、各々の周波数スペクトルを比較したりする事である。しかし一般に原子炉において雜音源そのものを測定することは測定技術上、及び原子炉運転上の制約から不可能な事がほとんどである。雜音源のゆらぎを十分応答よく測定するには、原子炉の測定系として設置されている測定器よりも応答のよい測定器やそのための特別の測定器を設置して測定する必要があるが、例えば、応答のよい熱電対を燃料棒間の流路にとりつけたり、振動測定器を制御棒等にとりつけたりすることは研究炉においてさえもなかなか簡単には実施できない。まして動力炉ではこ

れらの事は全く不可能といつてもよい。

これにかわる方法として、原子炉の運転パラメータをいろいろ変えて炉雑音を測定し、各パラメータに対する炉雑音の挙動から雑音源を推定することが考えられる。この方法は雑音源の運転パラメータに対する挙動が推定できておれば、雑音源自身をはからなくてもすますことができるので、動力炉に対しても適用可能である。有効な運転パラメータとしては原子炉出力、冷却材流速があり、特に冷却水の温度のゆらぎは冷却水流量の増加により小さくなるという炉外実験の結果があるので⁽³⁾⁽⁴⁾冷却水流量を増減させて炉雑音を測定することは大きい意味があると考えられる。

本研究は JRR-4においてこの方法を実際に試み、それによって JRR-4 の出力運転状態で一番支配的な雑音源を求め、周波数スペクトルを解析し、運転に資する情報を得ようとするものである。

なおこの方法では、「1つの原子炉について支配的な雑音源はふつうは1個であり、その雑音源によって生じた炉雑音が他の雑音源によって生じている炉雑音を覆いかくしてしまっている。」という事が仮定されているが、ある運転状態で偶然2個の雑音源が同等の効果を持つ時でも、運転パラメータを変えてやることで一方の雑音源の方を他方よりずっと支配的にできると考えられる。

2. 出力炉雜音と炉出力および冷却材流速との関係

原子炉の運転パラメータをいろいろに変えて炉雜音を測定すると、各雜音源とそれらパラメータとの固有の関係からきまる変化が測定データに認められるようになる。例えば、機械的要因による雜音源は原子炉出力に無関係な反応度外乱を系に与えるのに対し、熱的要因による雜音源は雜音源自身が原子炉出力(発熱量)に依存した挙動を示すので原子炉に与える反応度外乱も原子炉出力に依存したものになる。この熱的要因による雜音源のうち冷却水の温度ゆらぎに関しては、実際の炉外模擬ループによる実験から、温度ゆらぎのRMS値は原子炉出力に比例し、流量に逆比例して増減することがわかった。^{③, ④}

雜音源推定のために対象となる運転パラメータとしては

- I 原子炉出力
 - II 一次冷却材流量
 - III 制御棒挿入パターン
 - IV ドップラー係数および冷却材温度係数
- 等、BWRではさらに
- V 蒸気含有率
 - VI 水位
 - VII 圧力
 - VIII サブクール度

を考えればよいであろう。

これらの運転パラメータに対する各種雜音源の挙動および中性子密度のゆらぎの挙動をランシェバンの表式で書くと次のようになる。

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{\beta}{\theta} \right) \delta n - \lambda \delta e + \frac{\alpha_5}{\theta} \bar{n} \delta T_f + \frac{\bar{\alpha}_m}{\theta} \bar{n} \delta T_m = - \frac{\delta kxt}{\theta} \bar{n} + \frac{\alpha_f}{\theta} \bar{n} \delta T_f' + \frac{\alpha_m}{\theta} \bar{n} \delta T_m' \quad (1)$$

$$- \frac{\beta}{\theta} \delta n + \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \delta e = 0 \quad (2)$$

$$- \frac{Q_o}{C_f} \delta n + \left(\frac{d}{dt} + \frac{h}{C_f} \right) \delta T_f - \frac{h}{C_f} \delta T_m = 0 \quad (3)$$

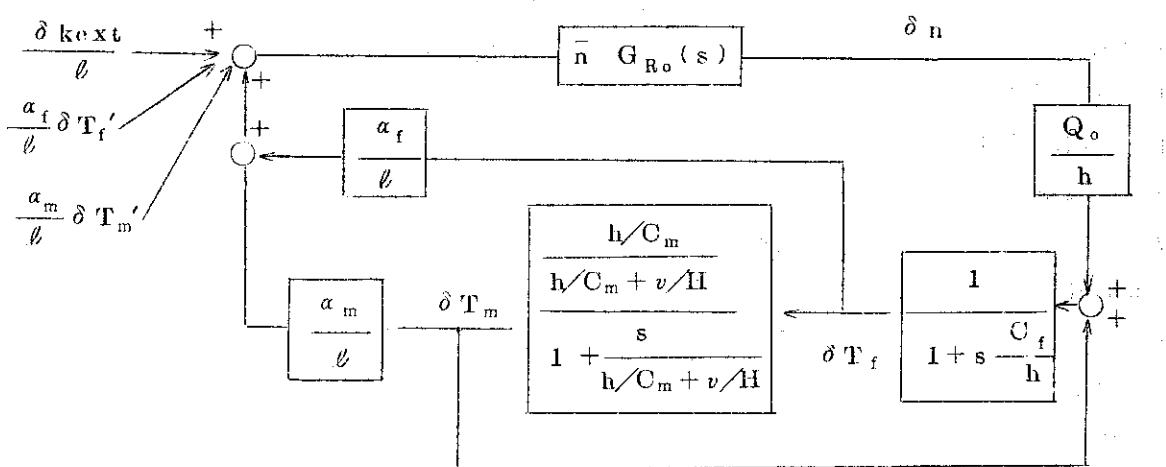
$$- \frac{h}{C_m} \delta T_f + \left(\frac{d}{dt} + \frac{h}{C_m} + \frac{\nu}{H} \right) \delta T_m = 0 \quad (4)$$

ここで α_f, α_m ; 燃料, 冷却材温度係数

C_f, C_m ; 燃料, 冷却材の熱容量

- H ; 炉の高さ
 v ; 冷却材流速
 h ; 燃料 - 冷却材間熱伝達係数
 δ_{kext} ; 制御棒等の振動による反応度変化
 δ_n ; 中性子密度の変動（ゆらぎ）
 $\delta T_f, \delta T_m$; 中性子密度の変動によって生じた燃料温度及び冷却材温度の変動
 $\delta T_{f'}, \delta T_{m'}$; 流れによる混合等の外的な原因によって生じた燃料温度及び冷却材温度の変動。

これをブロックダイアグラムでかくと



となるが、冷却材中の温度のゆらぎは発熱部近傍の温められた流体部分が、それ自身の浮力や流れの乱れによりかすめとられたり、混合される事によって生じており、発熱量自身が変化しないと考えられる場合でも冷却材中の温度のゆらぎは存在する。そこで一般的な動特性の表現で用いられる中性子密度の変化 δ_n によって生じる燃料温度、冷却材温度の変動 $\delta T_f, \delta T_m$ の他に、流れによる混合等の外的原因为によって生じた燃料温度、冷却材温度のゆらぎ $\delta T_{f'}, \delta T_{m'}$ が存在し、これが反応度係数を通して中性子密度のゆらぎをひきおこしていると考えた方がよい。それ故、(1)式でこの $\alpha_f T_f'/\ell$ 及び $\alpha_m T_{m'}/\ell$ をランジェバン外力としてとっている。なお $\delta T_{f'}, \delta T_{m'}$ によって生じた中性子のゆらぎによって又温度がかわるという効果も考えられるが、これは2次の微小量の効果となる。(1)～(4)式を使って中性子密度のゆらぎのパワースペクトル密度を求める(5)式となる。

$$\begin{aligned}
 S_p(\omega) = & \varepsilon^2 \Lambda_f^2 \ell^2 |G_R(j\omega)|^2 \left\{ \frac{\bar{n}}{\ell} \frac{\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} + \frac{\bar{n}^2}{\ell^2} \Phi_{\delta_{kext}}(\omega) \right. \\
 & \left. + \frac{\bar{n}^2}{\ell^2} \alpha_f^2 \Phi_{\delta T_{f'}}(\omega) + \frac{\bar{n}^2}{\ell^2} \alpha_m^2 \Phi_{\delta T_{m'}}(\omega) \right\} + \varepsilon \Lambda_f \bar{n} \quad (5)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、 $\varepsilon \Lambda_f$ は検出効率 $\Phi_{\delta_{kext}}, \Phi_{\delta T_{f'}}, \Phi_{\delta T_{m'}}$ は、それぞれ制御棒等の振動、燃料温度のゆらぎ、冷却材温度のゆらぎのパワースペクトル密度である。又 $\bar{n} (\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}) / \ell^2$

(6) は branching process による雑音源であり, $G_R(j\omega)$ は原子炉伝達関数である。

ところで冷却材温度のゆらぎは一定流速の下では発熱体の発熱量に比例して大きくなり, 一定発熱の下では冷却材流速がはやいほど流体の単位体積当たりに来る熱が少くなるので, 温度ゆらぎは小さくなる。定量的には, $\Phi_{\delta T_m}$ は出力の $2 \times n^2$ に比例して増大し, 流速の $2 \times v^2$ に逆比例して減少する。そしてこの雑音源が一番支配的に中性子密度のゆらぎをひきおこしているときの中性子密度のゆらぎのスペクトル $S_p(\omega)$ は(5)式の $n^2 \alpha_m^2 \Phi_{\delta T_m}(\omega) / \theta^2$ の項より, 炉出力の $4 \times n^4$ に比例して増大し, 流速の $2 \times v^2$ に逆比例して減少する。一方入口温度のゆらぎとか F P の γ -heating のように炉出力によって変わらないと考えられる発熱による温度ゆらぎは炉出力に依存しないので中性子密度のゆらぎのスペクトル $S_p(\omega)$ は(5)式の $n^2 \alpha_m^2 \Phi_{\delta T_m}(\omega) / \theta^2$ の項より炉出力の $2 \times$ に比例する。このようにして種々の雑音源の中性子密度のゆらぎのパワースペクトル密度に対する依存性を検討すると表 1 のようになる。

今までに報告されている出力炉雑音実験の解析では主にゆらぎの周波数スペクトルを求めて検討を加える事が行われてきた。そしてその変化から原子炉内の小異常の発見が可能な事がわかつってきた。しかし, ゆらぎの各パラメータに対する増減等を報告したものはほとんどない。今回の J R R - 4 での雑音実験では運転パラメータとして一次冷却水流量及び原子炉出力をとり, 中性子密度のゆらぎの挙動を調べるとともに, 周波数スペクトルの解析を行って異常の有無を調べることとした。

なお, 中性子密度のゆらぎの空間分布については, J P D R で炉心内の C I C と炉心外の C I C の信号の比較が行われているが, それ以外には, ほとんど報告されていない。^⑤ 今回の実験では, C I C を 2 個使用して, 同時測定を行ってゆらぎの空間分布を調べた。

又, 2 種類の空間的に分布した雑音源がある時の中性子密度変動の周波数スペクトルの理論式を, 線形グリーン関数と雑音源自身の相互独立性を仮定して導出したものを付録に示す。单一の雑音源のかわりに雑音源の周波数スペクトルの和を考えればよいという結果は特に目新しいものではない。

表 1 原子炉運転パラメータに対する各種雑音源の挙動及び中性子密度ゆらぎ(炉出力のゆらぎ)の挙動

雑音源	雑音源自身の挙動	左の雑音源によって生じた炉出力のゆらぎの分散の炉出力依存性	左の雑音源によって生じた炉出力のゆらぎの分散の冷却材流速依存性
branching process		$n \nearrow$	なし
制御棒 燃料棒の振動	炉出力に無関係 流速に依存 (注6)(注7)	$n^2 \nearrow$ (注5) (注8)	$(v^2 \nearrow)$
冷却材温度のゆらぎ 炉出力に依存するもの	$n^2 \nearrow$ $v^2 \searrow$	$n^4 \nearrow$ (注1)	$(v^2 \searrow)$
炉出力に依存しないもの	$(v^2 \searrow)$	$n^2 \nearrow$ (注2)	$(v^2 \searrow)$
fuel can (コール型) の温度のゆらぎ	局所中性子束 に比例 燃料要素の種類に 依存(注4)	$(n^4 \nearrow)$?
沸騰が生じる時	圧力 サブタール度 水位 等による	$(n^4 \nearrow)$	$(v^2 \nearrow)$
燃料温度の ゆらぎ	?	?	?
空気のアワ	炉出力に無関係流 速により混入量変 る事あり	$(n^2 \nearrow)$	$(v^2 \nearrow)$?

ここで n : 炉出力 v : 冷却材流速

n 又は v の増加とともに増加 減少

() 推測 ? 不明

分散とは RMS 値の 2 乗, 相関関数の $\tau = 0$ の値のこと。

注 1 ガス冷却, 水減速炉ML-1の炉雑音のRMS値は炉出力の2乗に比例して増大する。雑音源は, 水減速材の温度ゆらぎと考えられると報告されている。

J.A.Thie AGN-TM-190 Appendix

注 2 F.P. の γ ヒーティングによって生じた冷却材温度ゆらぎが雑音源の時, γ 線束のゆらぎの RMS 値が炉出力に比例する。

W.K. hecht et.al N.S.E. 33 225~237 (1968)

注 3 HPR-23, HPR-53

注 4 P.G.Bentley et.al. J. Nucl. Energy part A/B 19 313~324 (1965)

注 5 J.C.Robinson ORNL-4149

注 6 村尾良夫, 他日本原子力学会 46 年年会予稿集 F44

注 7 村尾良夫 燃料集合体の流動伝熱に関する報告書 P. 315

日本原子力学会 ナトリウム技術専門委員会 1972 年 6 月

注 8 D.N.Fry Nuclear Technology 10 march 1971 P. 273 - 282

3. 測定及び解析方法

JRR-4はMTTR型の板状燃料を使用したスイミングプール型炉で、約90cm角の炉心タンク内を冷却水が流れ、その外には静止したプール水がある。中性子密度のゆらぎを測定するのに使われた補償型電離箱はアルミニウム製の水密容器に入れこのプール中におかれた。制御棒も板状で4枚の粗調整板（約1.9% δk ）と1枚の微調整板（約0.5% δk ）及び2枚の後備安全板（約1.8% δk ）より成立っている。粗調整板とそのフォロワーとのギャップは1mm以下であるが冷却水によって振動するのが目視で観測された。粗調整板は4枚とも運転中はその約1/3が挿入された状態であり、後備安全板は炉心から抜けた状態であった。なお、通常は原子炉の出力を一定に保つため自動運転を行っているが、その際は微調整板が周期的に上、下に動くため2Hz程度の周期で中性子密度は変動している。今回の実験中は自動運転を解除して微調整棒の上、下への運動のない状態で測定を行った。

図1にJRR-4の炉心断面図と計測器の設置位置を示す。燃料要素1個は15枚の燃料板から成立っており、燃料板は90%濃縮ウラン0.5mm厚のミートに0.38mmのアルミニウムの被覆がついている。板間の流路は4.1mmである。反射体要素は黒鉛でできている。補償型電離箱ⅠはWestinghouse WL-6377大きさ80mm ϕ ×600mmで位置4で使用し、補償型電離箱ⅡはReuter-Stokes 234A-m1大きさ39 ϕ ×330mmで位置5及び5'で使用した。Reuter-Slotec CICの熱中性子感度は仕様書によると 1×10^{-14} amps/nvである。

CICには90Vの電池を直列につないで作った高圧電源で電圧を印加し、信号電流は直流分をとりのぞいた後、Keithley 417 $\mu\mu$ でアンメータで0.5V程度にまで増幅し、それを計測用のテープレコーダ（TEAC-R410）に録音した。

測定系のブロックダイアグラムを図2に示す。

データ処理は録音データを再生したものをバンドバスフィルター（NF回路ブロック製）を用いて、今解析する周波数範囲の波のみをバンドバスさせた後、AD変換部のついたミニコンピュータCLOAP-2000EのAD部に入力し、AD変換した後ディジタル的に計算を行わせた。

データ解析系のブロックダイアグラムを図3に示す。

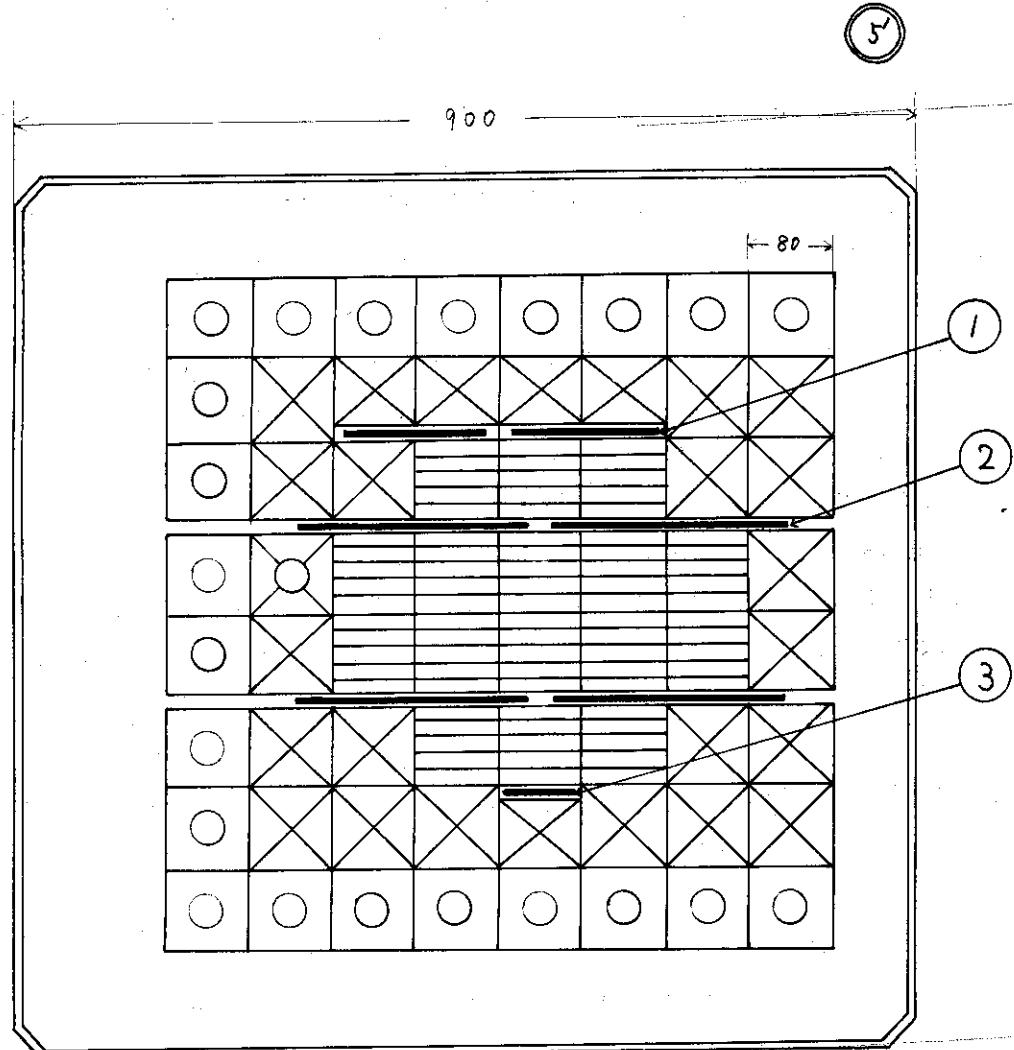
ディジタルコンピュータで行わせた計算は次のようなものである。

ゆらぎの分散（RMS値の2乗、自己相関関数の $\tau=0$ の値）はAD変換したデータを y_i とするとまずその平均値 \bar{y} を求める。Nは全データ数

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

次に

$$Y_i = y_i - \bar{y}$$



4

	燃料要素	1 ; 安全板
	反射体要素	2 ; 粗調整板
	中性子源	3 ; 微調整板
	格子栓	4 ; 補償型電離箱 I
		5, 5' ; 補償型電離箱 II

図1 JRR-4 炉心断面図と計測器の位置

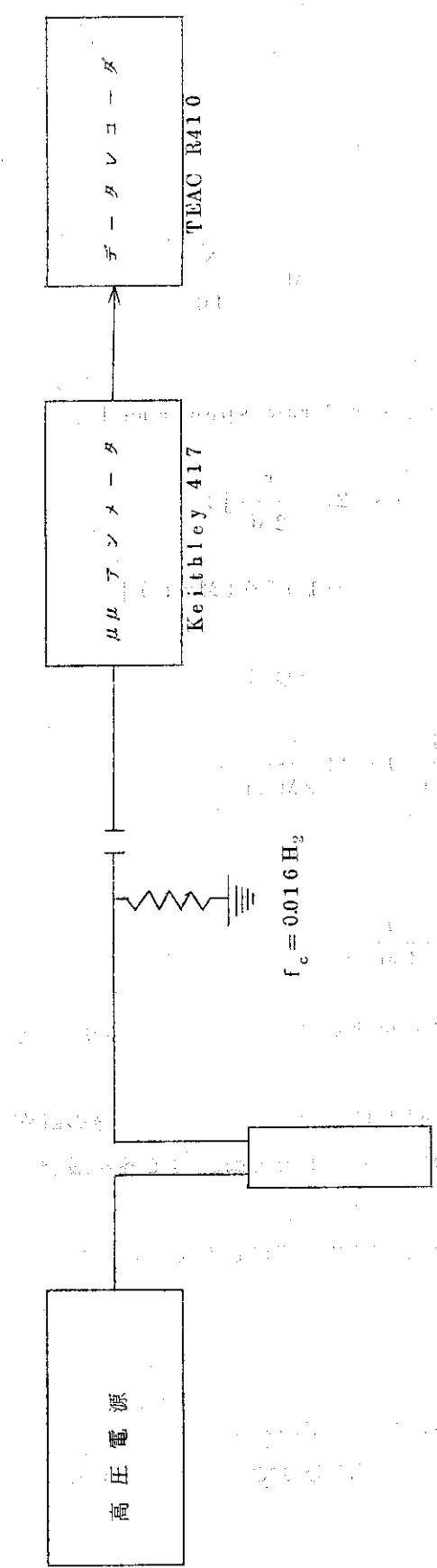


図2 測定系プロックダイアグラム

— 9 —

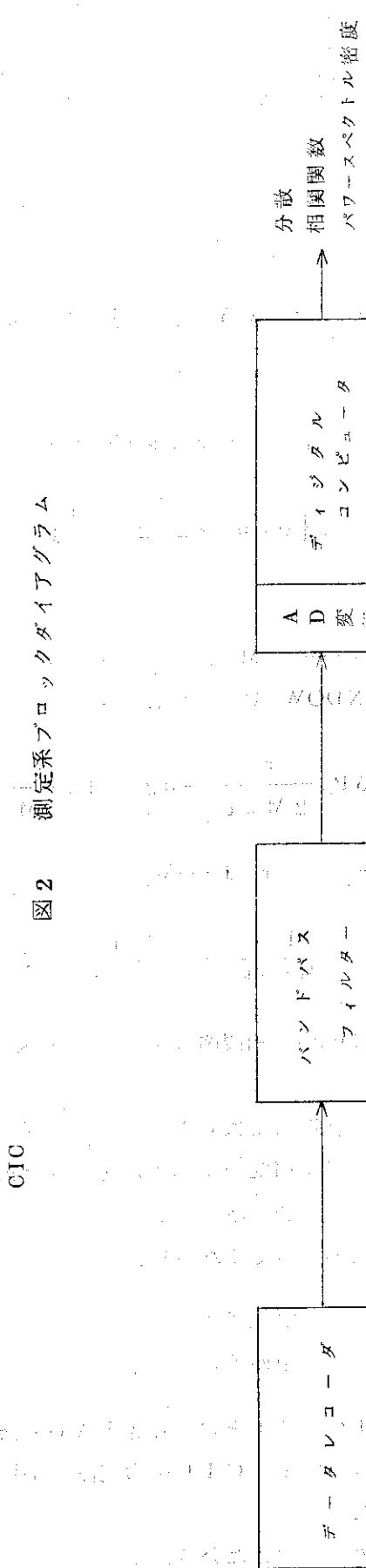


図3 データ解析系ブロックダイアグラム

で直流分をとり去った後

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i^2$$

で分散 σ_1^2 を計算した。

自己相関関数は、

$$\phi_j = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} Y_i Y_{i+j} \quad j = 0 \sim M, \text{ここで } M = \frac{N}{10}$$

で計算し、

パワースペクトル密度は Δt をサンプリング間隔とすると、まず raw spectrum P は

$$P\left(\frac{r}{M}, \frac{1}{2\Delta t}\right) = \Delta t \left\{ \phi(0) + 2 \sum_{j=1}^{M-1} \phi(j\Delta t) \cos\left(2\pi \frac{r}{2M} j\right) + (-1)^r \phi(M\Delta t) \right\}$$

$$r = 1, \dots, M$$

これを HANNING WINDOW で平滑化して、パワースペクトル密度は

$$PP\left(\frac{r}{2M\Delta t}\right) = 0.5 P\left(\frac{r}{2M\Delta t}\right) + 0.25 \left[P\left(\frac{r-1}{2M\Delta t}\right) + P\left(\frac{r+1}{2M\Delta t}\right) \right]$$

ここで周波数は $f = \frac{r}{2M\Delta t}$ $r=1 \dots M$ で与えられる。

ゆえに $PP(f)$ は周波数 $\frac{M-1}{M \cdot \Delta t}$ から $\frac{1}{M \cdot \Delta t}$ まで $\frac{1}{2M\Delta t}$ 間隔で計算される。

Nとしては分散の時は 500, 相関関数, パワースペクトル密度計算のときは 2000 をとった。

さて、このままのデータ整理法では CIC の検出効率や CIC の位置によって σ^2 等の値がちがうため好ましくない。特に精度のよい測定を行うためには、低出力と高出力で各自最適な感度の位置に CIC を動かす必要があった。

ゆらぎを平均値でわった相対値でこれらを表示すると検出効率等に依存しなくなる。

$$\text{ゆらぎの相対値} = \frac{\text{中性子密度のゆらぎ}}{\text{中性子密度の平均値}}$$

そこで上述の y_i は CIC 出力電流のゆらぎを AD 変換したものであるが、これに測定系、解析系のゲインの補正を行った後、CIC 出力電流の平均値（直流分）で割ったものを新たに y_i として計算を行わせた。

その結果例えれば相対値であらわした分散は、

$$\sigma_2^2 = \left(\frac{\text{中性子密度のゆらぎ}}{\text{中性子密度の平均値}} \right)^2 = \left(\frac{\text{C I C 出力電流のゆらぎ}}{\text{C I C 平均出力電流}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{\text{検出効率} \times \text{炉出力のゆらぎ}}{\text{検出効率} \times \text{炉出力}} \right)^2$$

となる。これからわかるように相対値であらわした分散は炉出力の2乗で割ったことに相当する。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

この結果、炉出力のゆらぎを炉出力の2乗で割ることによって、炉出力のゆらぎを炉出力の相対的ゆらぎとしてあらわすことができる。これは、炉出力のゆらぎが炉出力を大きく超える場合に適用される。

4. 測 定 結 果

4.1 中性子密度のゆらぎの分散(相対値)と炉出力の関係

冷却材流量を $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ 一定に保ち、炉出力を 10 KW, 50 KW, 200 KW, 1 MW, 2 MW, と変更した時の中性子密度のゆらぎの分散 (RMS 値の 2 乗) を相対値であらわしたものを作表 2 に示す。

表 2 ゆらぎの分散と炉出力との関係 (冷却材流量 $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$)

	10 KW	50 KW	200 KW	500 KW	1 MW	2 MW
分散(相対値)	2.15×10^{-6}	6.6×10^{-6}	8.25×10^{-6}	9.1×10^{-6}	8.1×10^{-6}	7.9×10^{-6}

分散は 7 Hz 以下をアクティブフィルター (ゲイン Od B) でローパスさせた後 100 msec 各に 500 個サンプリングして、前節に述べた方法で求めたものである。

この表からわかるように 50 KW 以上において相対値であらわした分散 $\sigma_2^2 = (\Delta N/N_o)^2$ は一定である。即ち、分散 $\sigma_1^2 = (\Delta N)^2$ は、中性子密度 (炉出力) の平均値 N_o の 2 乗に比例して増大する。

4.2 中性子密度のゆらぎの分散と冷却材流量との関係

原子炉出力を 1 MW で一定とし、冷却材流量を $3.6 \text{ m}^3/\text{m}$ から $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ まで 4 段階に変えた時の中性子密度のゆらぎの分散を表 3 に示す。

表 3 ゆらぎの分散と冷却材流量との関係 (炉出力 1 MW)

冷却材流量	$3.6 \text{ m}^3/\text{m}$	$4.2 \text{ m}^3/\text{m}$	$4.8 \text{ m}^3/\text{m}$	$5.4 \text{ m}^3/\text{m}$
分散(相対値)	1.75×10^{-6}	6.75×10^{-6}	6.6×10^{-6}	9.35×10^{-6}

中性子密度のゆらぎは流速が大きいほど大きいことがわかる。しかもそのふえ方はリニアではない。

表 2 と表 3 をまとめて図 4 に示す。

4.3 炉出力をパラメータとしたときのパワースペクトル密度

前節に述べた方法で、周波数スペクトル (パワースペクトル密度) を求めた。これも C I O 出力電流の平均値 j_o の 2 乗で割って相対値で表示した。図 5 に示す。

1.6 Hz 付近にスペクトルの小さいピークがあり、0.1 Hz 以上でだいたいスペクトルの形は一致していることがわかる。

4.4 冷却水流量をパラメータとしたときのパワースペクトル密度

4.4.1 炉出力 1 MW

原子炉出力を 1 MW とし流量を $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ から $3.6 \text{ m}^3/\text{m}$ まで 4 段階に変えたときのパワースペクトル密度を図 6 に示す。流量 $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ の時は $3.6 \text{ m}^3/\text{m}$ の時に比べて $0.4 \sim 1.5 \text{ Hz}$ 付近のゆらぎが多い。

4.4.2 炉出力 200 KW

原子炉出力を 200 KW とし流量を $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ 及び $2 \text{ m}^3/\text{m}$ とした時のパワースペクトル密度を図 7 に示す。流量 $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ の時は流量 $2 \text{ m}^3/\text{m}$ の時に比べて $0.4 \sim 2 \text{ Hz}$ 付近のゆらぎが多い。又 $2 \text{ m}^3/\text{m}$ の時の 2 Hz 以上のゆらぎが白色なのは測定系の雑音のためではないかと思われる。(ゆらぎが小さかったために $\mu\mu$ アンメータのゲインを上げて測定せざるをえなかったので。)

4.4.3 炉出力 50 KW

原子炉出力を 50 KW として流量を $0 \text{ m}^3/\text{m}$ (自然循環), $2 \text{ m}^3/\text{m}$, $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ としたときのパワースペクトル密度を図 8 に示す。 $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ の時は 200 KW 時及び 1 MW 時と同様に 1.6 Hz 付近のゆらぎが大きい。この傾向は $2 \text{ m}^3/\text{m}$ になんでも少しみられる。自然循環では 0.1 Hz 以下でパワースペクトルの傾きが急になるが、それ以上では測定系の雑音の成分によると思われる白色なスペクトルになっている。 3.5 Hz 付近のピークは録音したデータによっては現われていないものもあり原因不明である。

4.5 検出器の位置によるゆらぎの比較

実験は 2 個の C I C を用いて独立な 2 系統の測定系で行った。C I C の炉心に対する位置をお互いに炉心をはさんで反対側にしたときと同じ側にしたとき(図 1 参照)の中性子密度のゆらぎをペンレコーダにとったものを図 9 及び図 10 に示す。原子炉出力は 1 MW 、流量は $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$ である。

ゆっくりしたゆらぎに関しては全く同期して振動していることがわかる。なおはやいゆらぎに関しては測定系のゆらぎが大きくなるためよくわからなかった。

2 系統の信号を同時にサンプリングして A D 変換した後パワースペクトル密度を求めたものを図 11, 図 12 に示す。

3 Hz 以下のパワースペクトル密度の傾きは全く同じであることがわかる。大きさが 50% ほどちがうのは、C I C - II の方の γ コンベンセーションが行えず、平均電流 i_0 が大きくなり、そのため i_0 で割った相対値が小さく表示されたためである。

冷却材流量の減少に対する炉出力の変化と炉内熱流束分布の関係

（炉内熱流束分布の測定による）

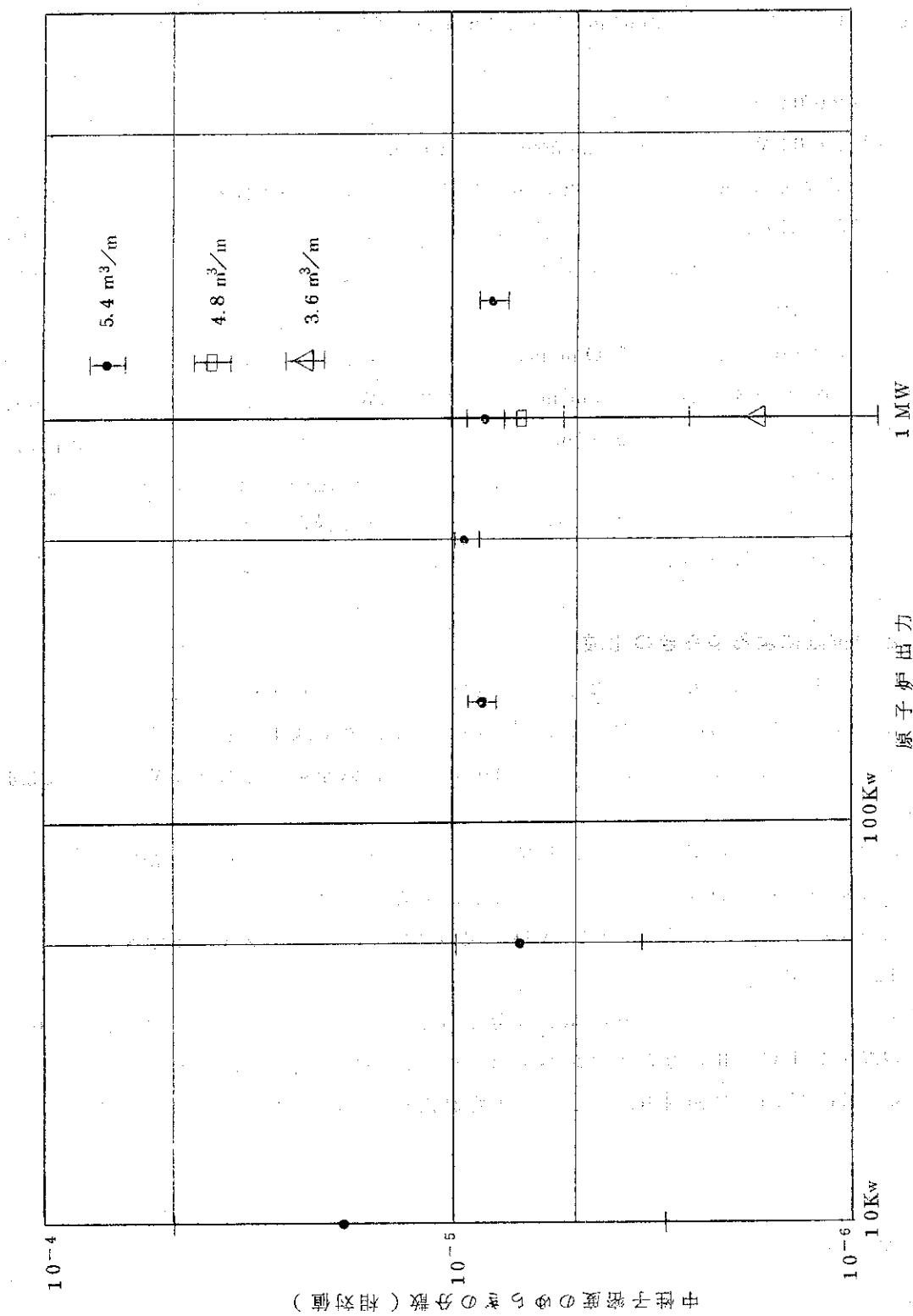


図4 炉内熱流束分布の測定による炉内熱流束分布と炉出力との関係

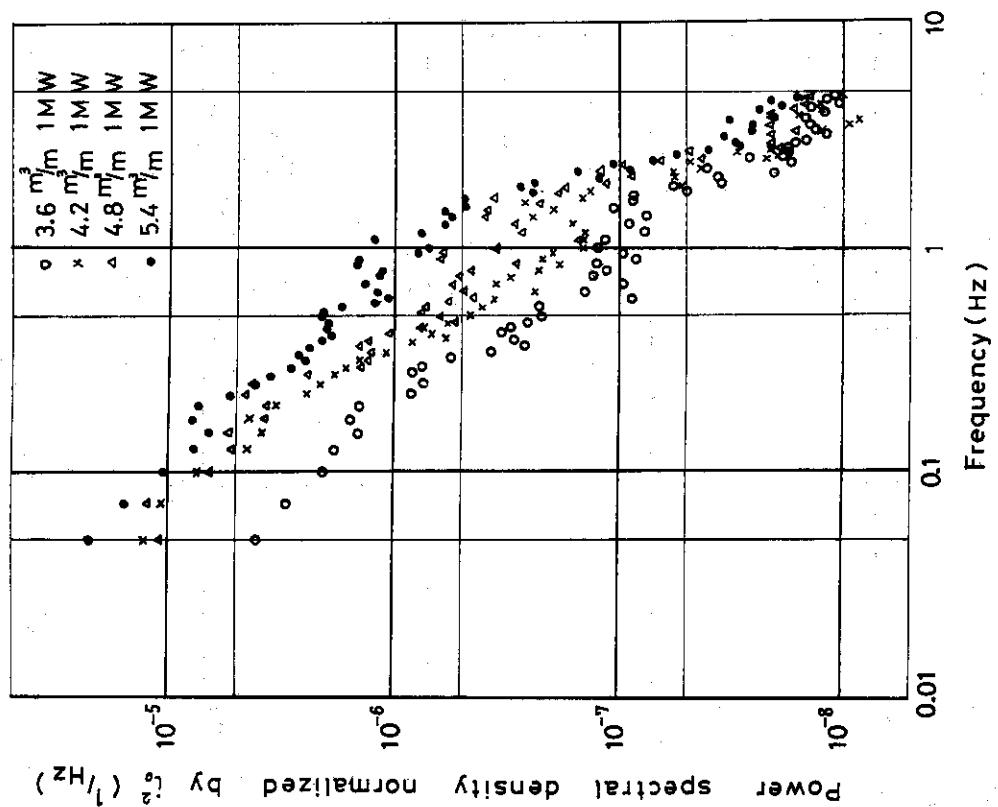


図 6 冷却水流速をパラメータとした時のパワースペクトル
トル密度(炉出力 1 MW)

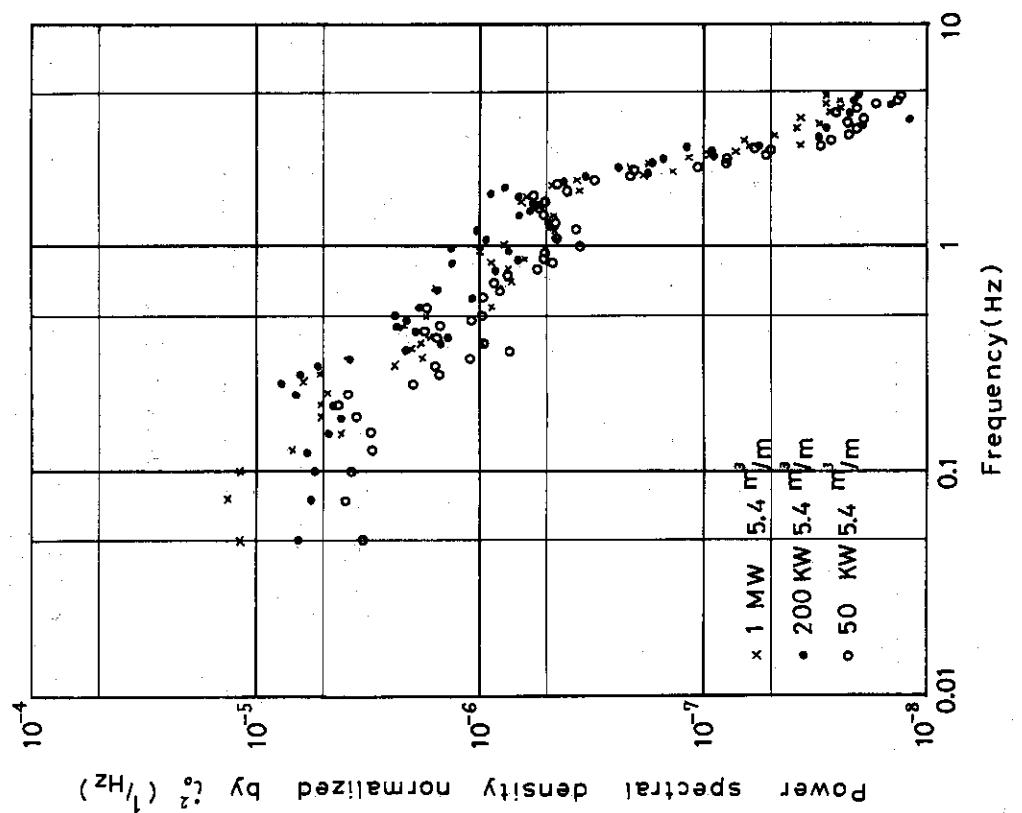


図 5 炉出力をパラメータとした時のパワースペクトル
密度(冷却水流速 $5.4 \text{ m}^3/\text{m}$)

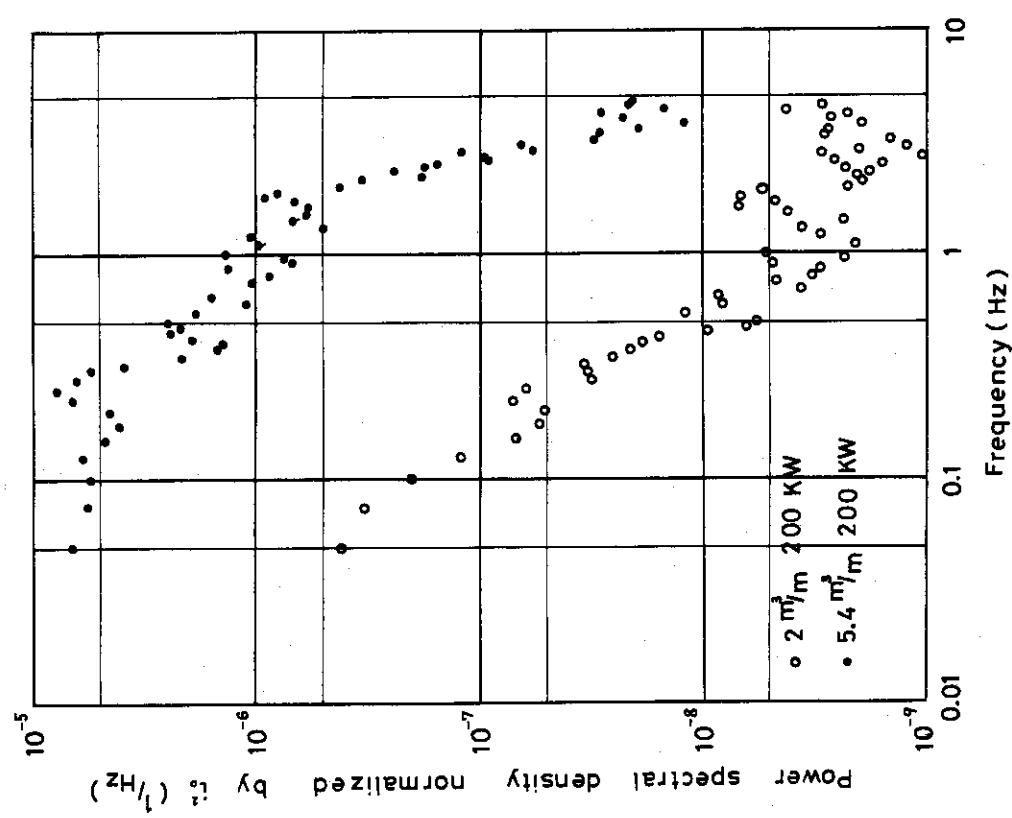


図 7 冷却水流速をパラメータとした時のパワースペク
トル密度(炉出力 200 KW)

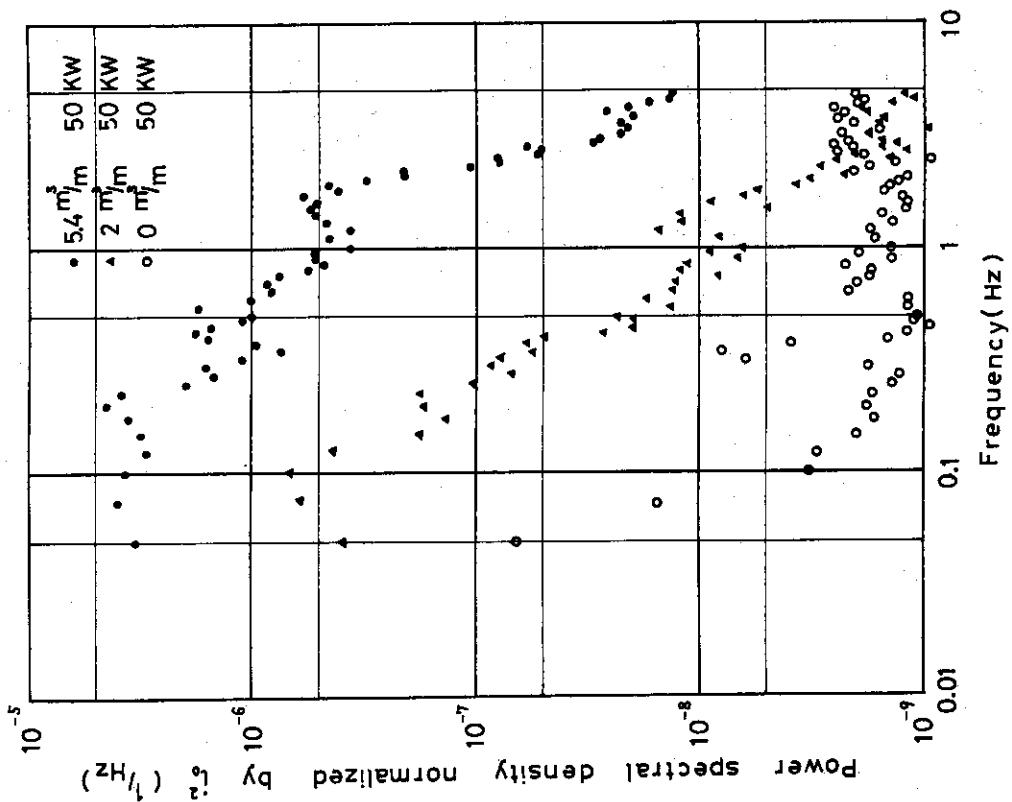


図 8 冷却水流速をパラメータとした時のパワースペク
トル密度(炉出力 50 KW)

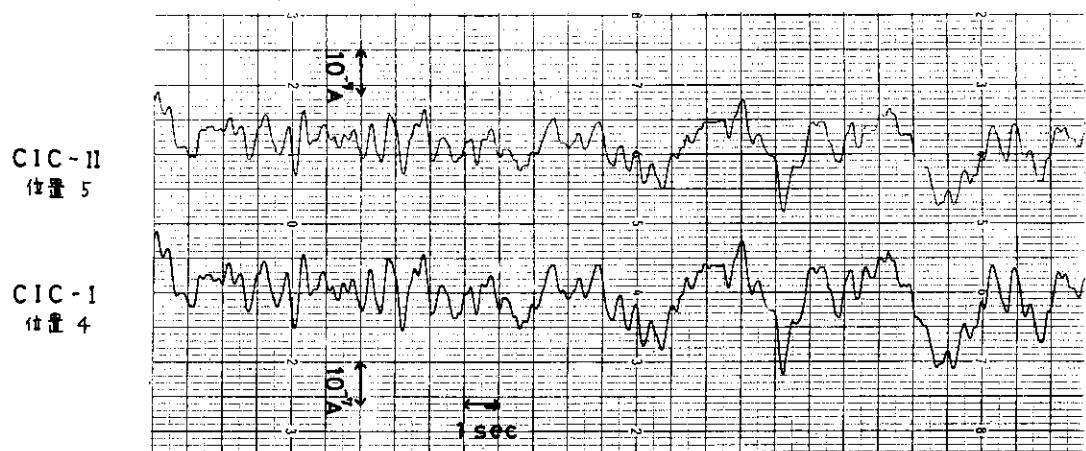


図 9 検出器の位置による fluctuation signal の比較(その 1)

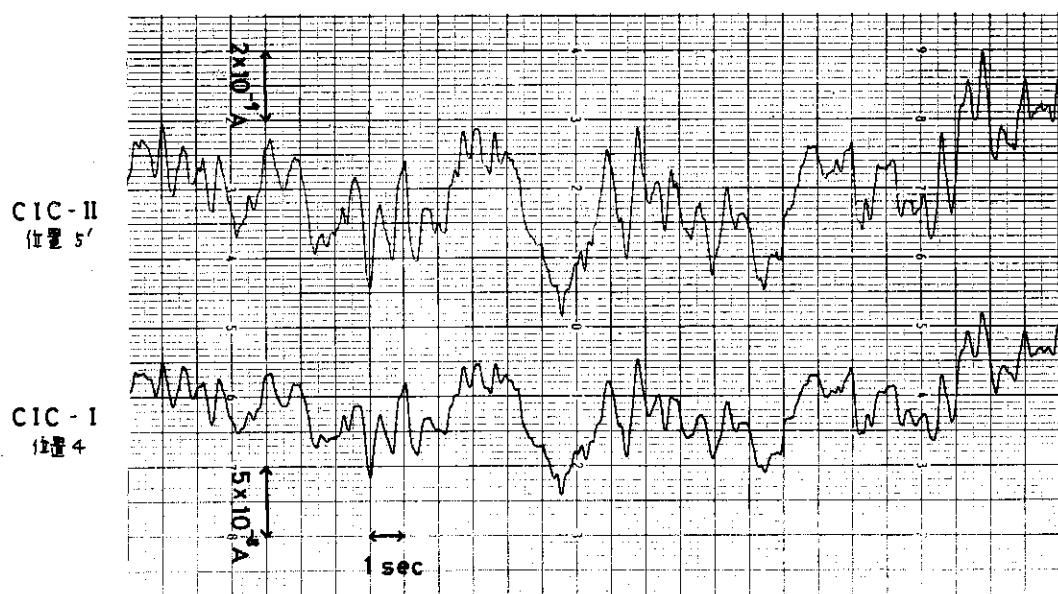


図 10 検出器の位置による fluctuation signal の比較(その 2)

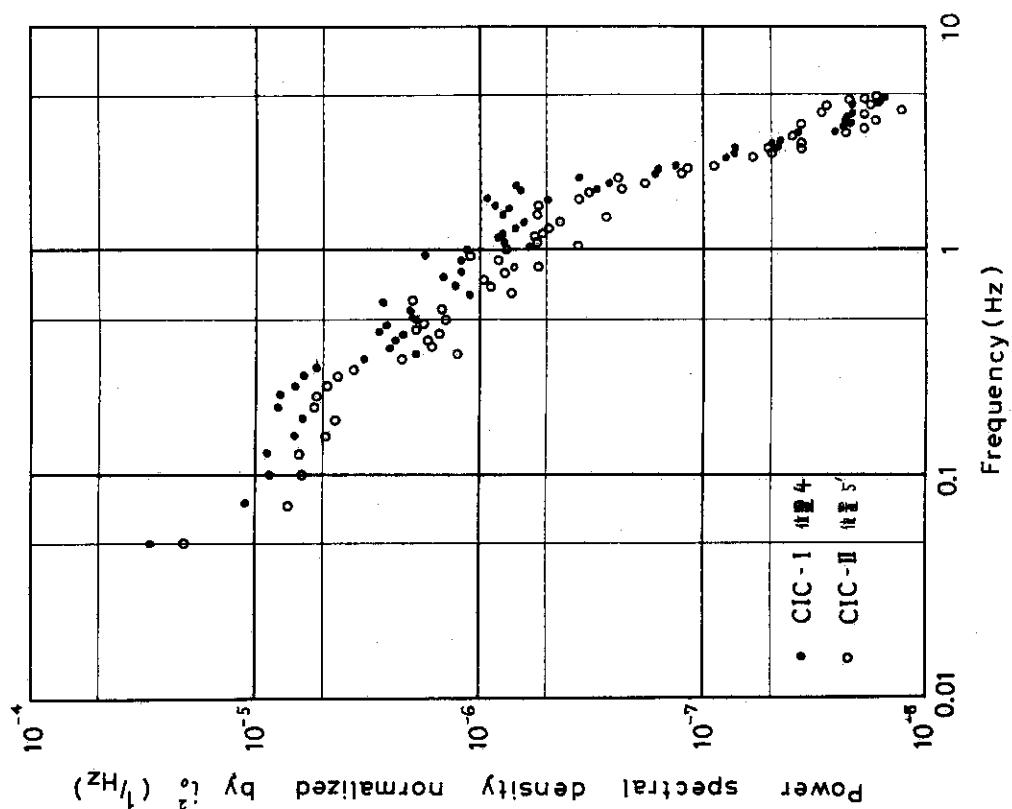


図 12 検出器の位置によるパワースペクトル密度(その2)
(二個の検出器からのデータを同時に解析したもの)

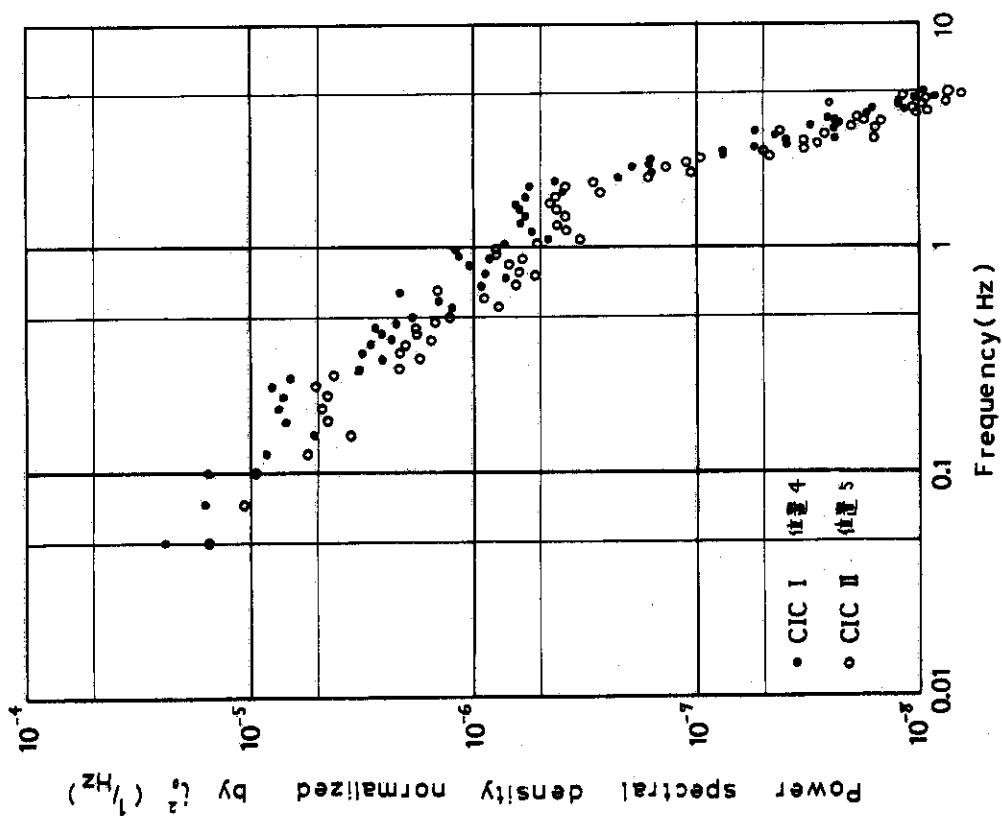


図 11 検出器の位置によるパワースペクトル密度(その1)
(二個の検出器からのデータを同時に解析したもの)

5. 検討

表2より2MW 5.4m³/mの時の相対値で示した分散は

$$\left(\frac{\Delta N}{N_0} \right)^2 = 7.9 \times 10^{-6}$$

だから RMS 値では

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 0.28\%$$

となる。

0.1~10Hz付近の伝達関数のゲインを $1/\beta$ と考えると、これは反応度のゆらぎになおして

$$2.1 \times 10^{-5} \delta k$$

である。

このゆらぎが冷却材温度のゆらぎによって生じる場合は温度係数が $-10^{-4} \delta k/C$ だから 0.2°C の温度変動が生じている必要がある。この程度の温度ゆらぎは 5MW, 5.4m³/m の条件下では不可能ではない。

一方このゆらぎが目でも観測されていた粗調整板の振動によって生じていると仮定する。1 次元拡散計算で全挿入した制御板1枚が 1mm 横方向へずれた時の反応度変化を計算すると

$$3.4 \times 10^{-3} \delta k/mm$$

であるから

今、 $2.1 \times 10^{-5} \delta k$ のゆらぎを生じるのに必要な粗調整板の移動量はわずか
 0.006 mm

でよい。

以上では雑音源は冷却材温度のゆらぎによるものか、粗調整板の振動によるものか確定できないが、冷却材流量の増加により中性子密度のゆらぎが増加したのは冷却材温度のゆらぎには見られない特徴であり、制御板の流れによる振動が流速が増すと大きくなつたと考えられる事及び炉出力の2乗に比例して中性子密度のゆらぎの分散 σ^2 が増加したのは炉出力に無関係な雑音源による反応度外乱が加わったと考えられる事の2点から JRR-4 の雑音源は粗調整制御板の振動と考えられる。

さらにこの事を確かめるためには、今回のように4枚の粗調整板を4枚とも $1/3$ 挿入で実験せずに、4本各々の挿入量を変えて実験して両者を比べてみるとよい。

制御波の振動の原因は

- a 制御板の両側を流れる冷却水の流速の相違が生じる圧力差のため
- b フォロワー部での流れの乱れにより制御板にモーメントがかかるため

と考えられるが、制御板の振動に燃料ピンの振動のような固有振動があるであろうか。^⑥

一様断面のまっすぐなあまり太くない棒の固有振動数は、

$$f = \frac{\lambda^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{Eg I}{\gamma A}}$$

で与えられる。ここで l : 棒の長さ E : 棒材料の縦弾性係数 I : 振動方向に直角な主軸に関する断面慣性モーメント A : 断面積 γ : 単位体積の重さ g : 重力加速度
 λ : 振動数係数

この式を適用する時間題になるのは、

- a 制御板の振動する部分の長さ l をどうとるか。
- b 制御板は実効部のみがうすい板状であるとは円形断面であり一様断面という仮定が成立しない。
- c 制御板とフォロワーとのギャップが約 1 mm あること等支持状態がはっきりしない。点である。

今

イ 長さを粗調整板実効部の挿入されている深さ 20 cm にて両端支持で計算すると

$$f = 210 \text{ Hz}$$

ロ 長さを 80 cm にて片側支持とすると $f = 15.8 \text{ Hz}$

ハ 長さを 80 cm にて片側固定とすると $f = 7.5 \text{ Hz}$

となり、中性子密度のゆらぎのパワースペクトル密度に小さいピークがみられた $f = 1.5 \text{ Hz}$ 付近の共振をもつためには片側固定の条件では $l = 180 \text{ cm}$ が必要になる。

従来は制御棒の振動のような振動には固有振動があり大きい低周波成分は存在しないのではないかと考えられた事もあったが、燃料集合体の振動でも自立状態では大きい低周波成分のある事及びガタによる低い固有振動数があることが報告されている。図 13 fixed support と free Support の燃料集合体の振動スペクトルの比較を示す(⑦より引用)。

JRR-4 の制御板は支持状態も不明確で不均一断面であるので、顕著な共振周波数がなく大きい低周波成分が観測されたと考えても不合理ではない。

図 14 にて粗調整板が全挿入された状態の炉心の縦断面図を示す。



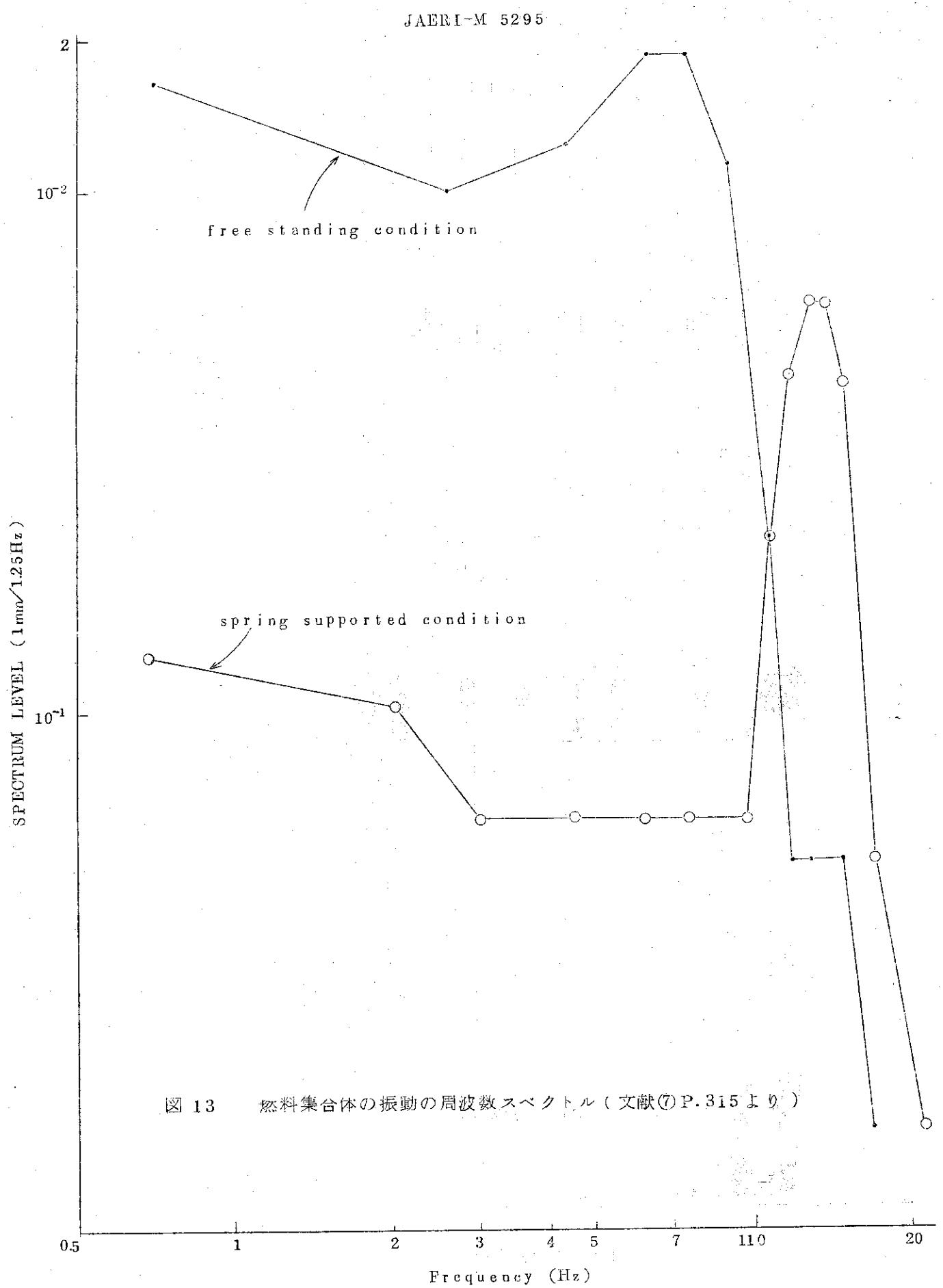


図 13 燃料集合体の振動の周波数スペクトル（文献⑦P. 315より）

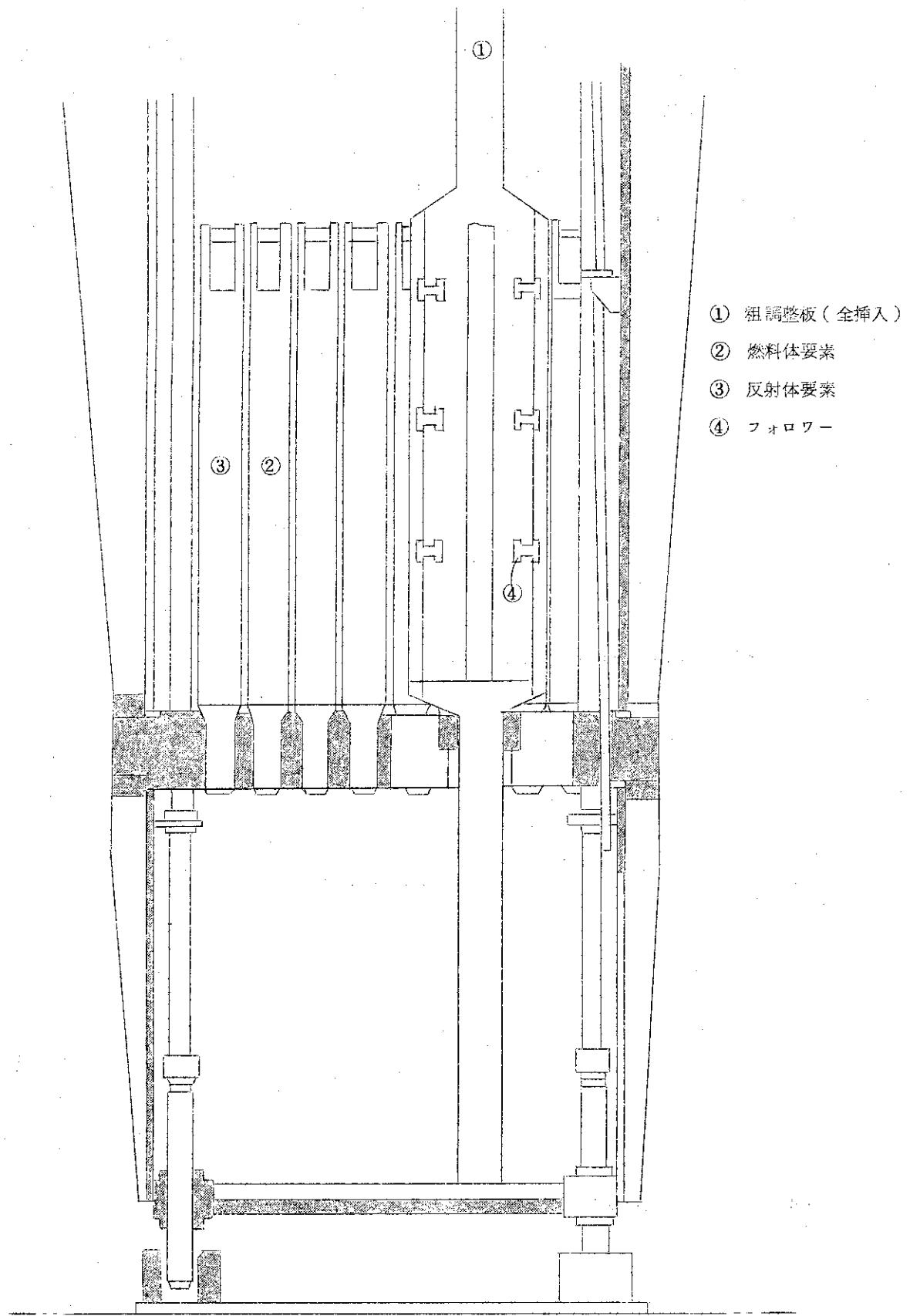


図14 炉心縦断面図

6. 結論 あとがき

1. JRR-4 の雑音源は、炉出力、冷却材流量をパラメータとしたときの中性子密度のゆらぎの挙動から制御板の振動と考えられる。
2. 廉外に設置した 2 個の測定器によると 3 Hz 以下のゆっくりしたゆらぎについては、空間的にゆらぎに差違はないことがわかった。それ以上のはやいゆらぎについては測定系の雑音のためわからなかった。

今後の課題としては、制御棒の挿入パターンを変えて炉雑音実験を行うと上記の結論をたしかめることができると思われる。

なお支配的な雑音源が制御板等の振動以外のものであると考えられる多くの原子炉について運転パラメータを変えて炉雑音の実験を行い、表 1 を確かめ訂正することがここに述べた方法の確立のためには必要である。

7. 謝 辞

実験に際し助言をたまわった JRR-4 管理課の両角氏大西氏及び実験を手伝っていただいた渡辺氏と東大の森山氏、安本氏に感謝します。

8. 参考文献

1. 斎藤慶一 炉雑音の理論(1) JAERI 1187
2. 中田宏勝 炉雑音解析による炉出力の測定 JAERI-memo 4276
3. Y. OKA, S. KONDO, SAN Experiments on Temperature and Flow Velocity Fluctuation of Coolant and the Possibility of Determination of Noise Source.
J.Nuel., Sci. Tech, 9 no.6, 330 ~ 338 (1972)
4. 角田十三男, 杉村 士, 米川智也, 野村
原子炉診断技術の開発(3)
日本原子力学会昭和 47 年炉物理炉工学分科会予稿集 D 37
5. 鹿毛豊, 星 雄, 藤沢武夫, 石塚信, 望月恵一
J PDR の炉雑音解析(1) JAERI-memo 2313
6. 村尾良夫, 内田英男 燃料集合体の振動特性(1)
日本原子力学会昭和 46 年年会要旨集 F 44
7. 村尾良夫 P. 315
燃料集合体の流動伝熱に関する報告書
日本原子力学会ナトリウム技術専門委員会 1972 年 6 月

6. 結論 あとがき

1. JRR-4 の雑音源は、炉出力、冷却材流量をパラメータとしたときの中性子密度のゆらぎの挙動から制御板の振動と考えられる。
2. 廉外に設置した 2 個の測定器によると 3 Hz 以下のゆっくりしたゆらぎについては、空間的にゆらぎに差違はないことがわかった。それ以上のはやいゆらぎについては測定系の雑音のためわからなかった。

今後の課題としては、制御棒の挿入パターンを変えて炉雑音実験を行うと上記の結論をたしかめることができると思われる。

なお支配的な雑音源が制御板等の振動以外のものであると考えられる多くの原子炉について運転パラメータを変えて炉雑音の実験を行い、表 1 を確かめ訂正することがここに述べた方法の確立のためには必要である。

7. 謝 辞

実験に際し助言をたまわった JRR-4 管理課の両角氏大西氏及び実験を手伝っていただいた渡辺氏と東大の森山氏、安本氏に感謝します。

8. 参考文献

1. 斎藤慶一 炉雑音の理論(1) JAERI 1187
2. 中田宏勝 炉雑音解析による炉出力の測定 JAERI-memo 4276
3. Y. OKA, S. KONDO, SAN Experiments on Temperature and Flow Velocity Fluctuation of Coolant and the Possibility of Determination of Noise Source.
J.Nuel., Sci. Tech, 9 no.6, 330 ~ 338 (1972)
4. 角田十三男, 杉村 士, 米川智也, 野村
原子炉診断技術の開発(3)
日本原子力学会昭和 47 年炉物理炉工学分科会予稿集 D 37
5. 鹿毛豊, 星 雄, 藤沢武夫, 石塚信, 望月恵一
J PDR の炉雑音解析(1) JAERI-memo 2313
6. 村尾良夫, 内田英男 燃料集合体の振動特性(1)
日本原子力学会昭和 46 年年会要旨集 F 44
7. 村尾良夫 P. 315
燃料集合体の流動伝熱に関する報告書
日本原子力学会ナトリウム技術専門委員会 1972 年 6 月

6. 結論 あとがき

1. JRR-4 の雑音源は、炉出力、冷却材流量をパラメータとしたときの中性子密度のゆらぎの挙動から制御板の振動と考えられる。
2. 廉外に設置した 2 個の測定器によると 3 Hz 以下のゆっくりしたゆらぎについては、空間的にゆらぎに差違はないことがわかった。それ以上のはやいゆらぎについては測定系の雑音のためわからなかった。

今後の課題としては、制御棒の挿入パターンを変えて炉雑音実験を行うと上記の結論をたしかめることができると思われる。

なお支配的な雑音源が制御板等の振動以外のものであると考えられる多くの原子炉について運転パラメータを変えて炉雑音の実験を行い、表 1 を確かめ訂正することがここに述べた方法の確立のためには必要である。

7. 謝 辞

実験に際し助言をたまわった JRR-4 管理課の両角氏大西氏及び実験を手伝っていただいた渡辺氏と東大の森山氏、安本氏に感謝します。

8. 参考文献

1. 斎藤慶一 炉雑音の理論(1) JAERI 1187
2. 中田宏勝 炉雑音解析による炉出力の測定 JAERI-memo 4276
3. Y. OKA, S. KONDO, SAN Experiments on Temperature and Flow Velocity Fluctuation of Coolant and the Possibility of Determination of Noise Source.
J.Nucl., Sci. Tech, 9 no.6, 330 ~ 338 (1972)
4. 角田十三男, 杉村 士, 米川智也, 野村
原子炉診断技術の開発(3)
日本原子力学会昭和 47 年炉物理炉工学分科会予稿集 D 37
5. 鹿毛豈, 星 雄, 藤沢武夫, 石塚信, 望月憲一
JPDRI の炉雑音解析(1) JAERI-memo 2313
6. 村尾良夫, 内田英男 燃料集合体の振動特性(1)
日本原子力学会昭和 46 年年会要旨集 F 44
7. 村尾良夫 P. 315
燃料集合体の流動伝熱に関する報告書
日本原子力学会ナトリウム技術専門委員会 1972 年 6 月

付 錄

お互いで独立な2個の雑音源 $\rho_1(\mathbf{r}, t)$, $\rho_2(\mathbf{r}, t)$ のある時, 中性子密度のゆらぎの相関関数, パワースペクトル密度はどうなるか。

G をグリーン関数, N を中性子密度として

$$N_1(\mathbf{r}_1, t_1) = \int_{\mathbf{r}'_1} d^3 r'_1 \int_0^\infty d\tau_1 G(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, \tau_1) \{ \rho_1(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1) + \rho_2(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1) \} \quad (1)$$

$$N_2(\mathbf{r}_2, t_2) = \int_{\mathbf{r}'_2} d^3 r'_2 \int_0^\infty d\tau_2 G(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, \tau_2) \{ \rho_1(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) + \rho_2(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) \} \quad (2)$$

と表わせるとする。

(1), (2)の積は,

$$\begin{aligned} N_1(\mathbf{r}_1, t_1)N_2(\mathbf{r}_2, t_2) &= \int_{\mathbf{r}'_1} d^3 r'_1 \int_0^\infty d\tau_1 \int_{\mathbf{r}'_2} d^3 r'_2 \int_0^\infty d\tau_2 G(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, \tau_1)G(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, \tau_2) \\ &\times \{ \rho_1(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_1(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) + \rho_1(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_2(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) \\ &+ \rho_2(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_1(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) + \rho_2(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_2(\mathbf{r}'_2, t_2 - \tau_2) \} \dots\dots \quad (3) \end{aligned}$$

$t_2 - t_1 = \tau$ において

$$\phi_{N_1 N_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T N_1(\mathbf{r}_1, t_1)N_2(\mathbf{r}_2, t_1 + \tau) dt_1 \text{ と書くと,}$$

$$\begin{aligned} \phi_{N_1 N_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= \int_{\mathbf{r}'_1} d^3 r'_1 \int_0^\infty d\tau_1 \int_{\mathbf{r}'_2} d^3 r'_2 \int_0^\infty d\tau_2 G(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, \tau_1)G(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, \tau_2) \\ &\times \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt_1 \{ \rho_1(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_1(\mathbf{r}'_2, t_1 + \tau - \tau_2) \\ &+ \rho_1(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_2(\mathbf{r}'_2, t_1 + \tau - \tau_2) \\ &+ \rho_2(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_1(\mathbf{r}'_2, t_1 + \tau - \tau_2) \\ &+ \rho_2(\mathbf{r}'_1, t_1 - \tau_1)\rho_2(\mathbf{r}'_2, t_1 + \tau - \tau_2) \} \dots\dots \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{N_1 N_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= \int_{\mathbf{r}'_1} d^3 r'_1 \int_0^\infty d\tau_1 \int_{\mathbf{r}'_2} d^3 r'_2 \int_0^\infty d\tau_2 G(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1, \tau_1)G(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2, \tau_2) \\ &\times \{ \phi_{\rho_1 \rho_1}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \tau + \tau_1 - \tau_2) + \phi_{\rho_1 \rho_2}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \tau + \tau_1 - \tau_2) \\ &+ \phi_{\rho_2 \rho_1}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \tau + \tau_1 - \tau_2) + \phi_{\rho_2 \rho_2}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \tau + \tau_1 - \tau_2) \} \end{aligned}$$

今2個の雑音源はお互いに独立だから

$$\phi_{\rho_1 \rho_2} = \phi_{\rho_2 \rho_1} = 0$$

すると雑音源の自己相関のみが残って

$$\begin{aligned}\phi_{N_1 N_2}(r_1, r_2, \tau) = & \int_{r_1'} d^3 r_1' \int_0^\infty d\tau_1 \int_{r_2'} d^3 r_2' \int_0^\infty d\tau_2 G(r_1', r_1, \tau_1) G(r_2', r_2, \tau_2) \\ & \times \{\phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', r_2', \tau + \tau_1 - \tau_2) + \phi_{\rho_2 \rho_2}(r_1', r_2', \tau + \tau_1 - \tau_2)\}\end{aligned}$$

これをフーリエ変換すると

$$\begin{aligned}\Phi_{N_1 N_2}(r_1, r_2, \omega) = & \int_{r_1'} d^3 r_1' \int_{r_2'} d^3 r_2' T^*(r_1', r_1, i\omega) T(r_2', r_2, i\omega) \\ & \times \{\Phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', r_2', \omega) + \Phi_{\rho_2 \rho_2}(r_1', r_2', \omega)\}\end{aligned}$$

ここで $\Phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', r_2', \omega)$ は同じ種類 ρ_1 の雑音源についての空間的には相互相関をとつたもの、ふつうは同じ種類の雑音源でも空間的には独立と考えられるので、

$$\Phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', r_2', \omega) = \Phi_{\rho_1}(r_1', \omega) \delta(r_1' - r_2') \text{ とできるから}$$

$$\begin{aligned}\Phi_{N_1 N_2}(r_1, r_2, \omega) = & \int_{r_1'} d^3 r_1' T^*(r_1', r_1, i\omega) T(r_1', r_2, i\omega) \\ & \times \{\Phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', \omega) + \Phi_{\rho_2 \rho_2}(r_1', \omega)\}\end{aligned}$$

中性子密度のゆらぎの自己相関を考えると $r_1 = r_2$ として、

$$\Phi_{N_1 N_1}(r_1, \omega) = \int_{r_1'} d^3 r_1' |T(r_1', r_1, i\omega)|^2 \times \{\Phi_{\rho_1 \rho_1}(r_1', \omega) + \Phi_{\rho_2 \rho_2}(r_1', \omega)\}$$

各雑音源の自己相関をとって $|T(r_1', r_1, i\omega)|^2$ を掛けて r_1' で積分したものが中性子密度のゆらぎのパワースペクトル密度になる。又雑音源の和になるので 4 本の制御棒の支持状態が少しづつちがっていたりして固有振動数がずれていたりすると必ずしも単一の顕著なピークがパワースペクトル密度に現われない。