

JAERI-M

5 3 0 7

高速炉核計算における 2 次元拡散計算法の検討

1973年6月

関 泰・大杉俊隆・飯島 進

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

高速炉核計算における 2 次元拡散計算法の検討

日本原子力研究所動力炉開発管理室

関 泰，大杉俊隆，飯島 進

(1 9 7 3 年 6 月 7 日受理)

最近の電子計算機の性能向上に伴い、高速炉の核計算において 3 次元拡散コードが実用化されつつある。そこで目下のところ主に用いられている階差方程式を解く型の 2 次元拡散コードの信頼性をいくつかの数値計算例に基づいて評価した。その結果 2 次元拡散コードを用いて計算される実効増倍率は中性子束の勾配の大きい領域の空間メッシュ巾の大きさに強く依存することが明らかになった。2 次元拡散コードを用いて実効増倍率を 1 % の精度で求めるためにには大型電子計算機 C D C - 6 6 0 0 を用いて 1 0 0 K words 以上の記憶容量と十数分の計算時間を必要とした。これより階差方程式を解く型の 3 次元拡散コードを使用する場合でもメッシュ巾を粗くとると精度が低下するため、現在の電子計算機の性能では 3 次元計算を精度良く行うのはかなり困難であると云える。

なお 2 次元拡散計算では実際の高速炉体系を 2 次元化した体系を用いて計算するために、2 次元 R Z 計算では形状模擬により、また 2 次元 X Y 計算では軸方向バックリング近似により計算された実効増倍率に誤差が生ずる。この 2 種類の誤差が単純に加算された形で 1 次元円柱計算に生ずるものと仮定してそれぞれの誤差を求めて、逆に 3 次元 X Y Z 計算の実効増倍率を推定した。この結果より制御棒挿入状態の 2 次元 R Z 計算以外では、2 次元拡散コードは体系の 2 次元化に伴い実効増倍率を 0.1 ~ 0.7 % 過大評価することがわかった。

Evaluation of the Two-Dimensional Numerical
Calculation Used in Fast Reactor Neutronics

Yasushi SEKI, Toshitaka OSUGI and Susumu IIJIMA
Office of Power Reactor Projects, JAERI

(Received June 7, 1973)

Two-dimensional multi-group neutron diffusion codes based on finite-difference methods are extensively used in fast reactor neutronics. The reliability of the codes are evaluated through several numerical calculations. It is found that the effective multiplication factors calculated by the codes are strongly dependent on the size of the spatial mesh width of the region where the gradient of the neutron flux is large.

Two-dimensional models of the real fast reactor system are used in the two-dimensional diffusion calculations. As the result, there arises the errors in the calculated effective multiplication factor due to geometrical modification in the case of RZ calculation, and the error due to the axial buckling approximation in the case of XY calculation. Under the assumption that both of the errors appear as the simple sum in one-dimensional cylindrical calculation, the two errors are calculated. Using the errors thus obtained, the effective multiplication factor of the three dimensional XYZ calculation is estimated. It is found that the two-dimensional diffusion code generally overestimate the effective multiplication factor.

目 次

1. 序 言	1
2. 2次元拡散コードの現状	2
2.1. 2次元拡散コードの概説	2
2.2 拡散計算フローチャートと入力データ	13
3. 反射体付小型高速炉の制御棒計算	15
3.1 計算体系	15
3.2 粗メッシュ計算結果	21
3.3 入力データの実効増倍率に対する影響	23
4. メッシュ効果	29
4.1 1次元計算によるメッシュ効果の検討	29
4.2 単純な小型高速炉におけるメッシュ効果	40
5. 体系の2次元モデル化に伴う誤差評価	47
5.1 3次元XYZ計算実効増倍率の推定法	47
5.2 実効増倍率の最確値の求め方	49
5.3 計算結果と検討	49
6. 結 言	51
謝 辞	51
参考文献	52

1 序 言

最近の電子計算機の性能の向上に伴い、高速炉の核計算を行う目的でいくつかの3次元拡散コードが開発されている。^{(1), (2)} そこで今迄よく用いられている2次元拡散コードの信頼性を評価して問題点を明らかにして3次元拡散コードの実用化に役立たせる目的で本文は書かれた。

まず第2章では検討の対象とした3種の2次元拡散コードFURNACE⁽³⁾, EXTERMINATOR-2⁽⁴⁾, と CITATION⁽²⁾の解法を概説して、使用するときの計算フローチャートと必要な入力データについて簡単に述べる。

次にこの評価を行う発端となった反射体付小型高速炉の制御棒計算とその結果を示す。同じ計算を3種の2次元拡散コードを用いて行ったところ、計算コードにより得られた実効増倍率にかなりの不一致が表われた。この不一致の原因を明らかにするために入力データのいくつかを変化させてそれぞれの入力データが実効増倍率に及ぼす影響を調べた。その結果2次元拡散コードの実効増倍率はメッシュ巾のとり方に強く依存することがわかった。

そこでこのメッシュ効果の性質を明らかにするために1次元拡散計算におけるメッシュ効果と単純な組成をした小型高速炉体系におけるメッシュ効果を詳細に調べた。

第5章では実際の高速炉体系を2次元モデル化するときに生ずる誤差について調べた。2次元RZ計算、2次元XY計算および1次元円柱計算の結果に基づいて3次元XYZ計算の実効増倍率を推定する方法を説明する。そしてこの方法を実際の計算例に適用してこの方法が有効であることを示した。推定された3次元計算の実効増倍率から2次元モデル化に伴う誤差を求めた。

2. 2次元拡散コードの現状

この章ではまず検討の対象とした3種の2次元拡散コード, FURNACEJ⁽³⁾, EXTERMINATOR-2⁽⁴⁾とCITATION⁽²⁾を概説し空間階差式を導くときのメッシュ体積の取り方について述べる。次に拡散計算のフローチャートと必要とされる入力データを説明する。

2.1 2次元拡散コードの概説

この論文にて使用された3種の2次元拡散コード, CITATION⁽²⁾, EXTERMINATOR-2⁽⁴⁾, FURNACEJ⁽³⁾について簡単に説明する。また、これらの計算コードは拡散方程式を差分近似にて解くものであるが、空間階差式を導くときのメッシュ体積の取り方に若干の相違があるので、それについても説明する。

CITATION は米国の ORNL (Oak Ridge National Laboratory) にて開発された汎用拡散コードである。形状は1次元から3次元までの、球・平板・円柱体系が扱われ六角メッシュも可能である。また、臨界計算のみならず、最終的には焼焼・動特性の計算も予定されている。EXTERMINATOR-2 も ORNL にて開発された2次元拡散コードであり、X-Y, R-Z, R-θ の3つの形状が取扱われる。FURNACEJ は原研にて開発された2次元拡散コードであり、エネルギー群数は6群でR-Z体系の臨界及び燃焼計算が可能である。

EXTERMINATOR-2 及びFURNACEJ の、その拡散計算の部分は、ORNL にて開発された2次元拡散コードTWENTY GRAND⁽⁵⁾を改良したものである。即ち、TWENTY GRAND の改良コードとして原研にて、2次元拡散コードTWENTY FAST⁽⁶⁾が開発され、さらに、燃焼ルーチンを結合させて FURNACE⁽⁷⁾が開発された。FURNACE は群定数として ABBNセット⁽⁸⁾が組み込まれていたが、原研にて開発されたJAERI FASTセット⁽⁹⁾及びRCBN セット⁽¹⁰⁾をも使用可能にしたもののがFURNACEJ である。EXTERMINATOR-2 では、加速法に大巾な改良がなされており、TWENTY GRAND, FURNACEJ に比べて計算時間はずっと速くなっている。

さて、ここで、2次元拡散方程式の数値解を求めるためのエネルギー及び空間階差式を導出しておく。

エネルギー・空間依存の拡散方程式は一般に次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 & \Delta \cdot D(r, E) \Delta \psi(r, E) - \Sigma_T(r, E) \psi(r, E) \\
 & + \int_E^{\infty} \Sigma_s(r, E' \rightarrow E) \psi(r, E') dE' \\
 & + \frac{1}{K} \chi_f(r, E) \int_E^{\infty} \nu_f(r, E') \Sigma_f(r, E') \psi(r, E') dE' \\
 & + S(r, E) = 0,
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

但し ψ : 中性子束 D : 拡散係数 $\Sigma_T = \Sigma_a + \Sigma_s$; 全断面積 Σ_a ; 吸収断面積 $\Sigma_s = \int_E \Sigma_s(r, E \rightarrow E') dE'$; 散乱断面積 χ_f ; 核分裂スペクトル

$$\int_E \chi_f(r, E) dE = 1.0$$

 ν_f ; 1核分裂当たり放出される中性子の平均数 Σ_f ; 核分裂断面積 K ; 実効増倍係数 S ; 外部中性子源

(2.1)式は、外部中性子源 S が零のときには、固有値 $1/K$ と固有函数 ψ を、ある境界条件の下に解く境界値問題となる。

エネルギー階差式を得るために(2.1)式をエネルギー区間 $\Delta E_g (= E_g - E_{g-1})$ について積分すると、次の多群拡散方程式を得る。

$$D \cdot Dg(r) \Delta \phi^g(r) - \Sigma_T^g(r) \phi^g(r) + Qg(r) = 0, \quad (2.2)$$

$$\text{但し, } \phi^g(r) = \int_{\Delta E_g} \psi(r, E) dE, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} Qg(r) &= \sum_{h=1}^G \Sigma_s(h \rightarrow g, r) \phi^h(r) \\ &+ \frac{\chi_f^g}{K} \sum_{h=1}^G \nu_f(r) \Sigma_f^h(r) \phi^h(r) + Sg(r), \\ (g &= 1, \dots, G). \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、(2.2)式にて表わされる中性子場に於て、中性子束 ϕ^g 及び中性子流 $Dg \cdot \Delta \phi^g$ が連続であるという次のようないくつかの内部境界条件を導入する。

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \phi^g(r-\delta) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \phi^g(r+\delta), \quad (2.5)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} Dg(r-\delta) \Delta \phi(r-\delta) = \lim_{\delta \rightarrow 0} Dg(r+\delta) \Delta \phi(r+\delta), \quad (2.6)$$

$$(g = 1, \dots, G).$$

そして、空間階差式を得るために(2.2)式を単位メッシュ体積 V について積分する。

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot Dg(r) \nabla \phi^g(r) dV - \int_V \Sigma_T^g(r) \phi^g(r) dV \\ + \int_V Qg(r) dV = 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

(2.7)式の第1項はGaussの定理を使うと、

$$\int_V \nabla \cdot D^g(r) \nabla \phi^g(r) dV = \int_S D^g(r) \nabla \phi^g(r) \cdot n dS, \quad (2.8)$$

となる。但し、 S は単位メッシュ体積 V を囲む表面積であり、 n は S に垂直な外向きの単位ベクトルである。(2.8)式を(2.7)式へ代入すると、

$$\begin{aligned} & \int_S D^g(r) \nabla \phi^g(r) \cdot n dS - \int_V \Sigma_T^g(r) \phi^g(r) dV \\ & + \int_V Q^g(r) dV = 0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

さて、ここで(2.9)式の積分を実行して、空間階差式を得るわけであるが、単位メッシュ体積 V のとり方によって空間階差式の係数が若干異ってくる。ここでは、2次元平板($X-Y$)体系について、2つの種類の単位メッシュ体積 V_1 (方法1), V_2 (方法2)について、それぞれ空間階差式を求めてみる。他の形状の場合は積分変数の適当な変換によって同様に得られる。

2次元 $X-Y$ 体系では単位メッシュ体積 V は長方形となる(Fig. 2.1)。(2.9)式の第1項は単位メッシュ体積 V からの中性子のもれであり、左方向・右方向・上方向・下方向の4つの項に分けることができる。それぞれを L_L , L_R , L_T , L_B とする (以下、簡単のため、エネルギー群を示す g の記号を省略する。)

$$\int_S D(r) \nabla \phi(r) \cdot n dS = -L_L - L_R - L_T - L_B, \quad (2.10)$$

$$L_L = D(x, y) \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) \Big|_{x=x_L} \Delta y, \quad (2.11)$$

$$L_R = -D(x, y) \frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) \Big|_{x=x_R} \Delta y, \quad (2.12)$$

$$L_T = -D(x, y) \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) \Big|_{y=y_T} \Delta x, \quad (2.13)$$

$$L_B = D(x, y) \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) \Big|_{y=y_B} \Delta x, \quad (2.14)$$

$$\text{但し, } \Delta x = x_R - x_L, \quad (2.15)$$

$$\Delta y = y_T - y_B, \quad (2.16)$$

$$V = \Delta x \Delta y. \quad (2.17)$$

(1) 方法1; EXTERMINATOR-2, FURNACE J

単位メッシュ体積 V_1 をFig. 2.2の如くとる。ここで (x_i, y_i) はインプットにて指定されたメッシュ点で、 V_1 は (x_i, y_i) を囲む4つの長方形 V_a , V_b , V_c , V_d からなり、差分化された中性子束 $\phi_{i,j}$ は (x_i, y_i) の上にて定義される。また

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, \quad (2.18)$$

$$\Delta y_j = y_j - y_{j-1}, \quad (2.19)$$

であり、積分範囲 x_L , x_R , y_T , y_B はそれぞれ次のようにとる。

$$x_L = x_{i-1} + \frac{\Delta x_i}{2}, \quad (2.20)$$

$$x_R = x_i + \frac{\Delta x_{i+1}}{2}, \quad (2.21)$$

$$y_T = y_j + \frac{\Delta y_{j+1}}{2}, \quad (2.22)$$

$$y_B = y_{j-1} + \frac{\Delta y_j}{2}. \quad (2.23)$$

(2.15)～(2.17)式と(2.20)～(2.23)式を代入すると

$$\Delta x = \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2}, \quad (2.24)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}}{2}, \quad (2.25)$$

$$V_1 = V_a + V_b + V_c + V_d = \frac{(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})(\Delta y_j + \Delta y_{j+1})}{4}. \quad (2.26)$$

ここで、領域間のもの式を導く。簡単のため、1次元体系にて考える(Fig. 2.3)。

x_{i-1} , x_i はインプットされたメッシュ点であり、 x_L をその中点とする。

$\phi(i-1)$, $\phi(L)$, $\phi(i)$ はそれぞれ x_{i-1} , x_L , x_{i+1} にて定義される中性子束とする。

x_i と x_{i-1} との間のメッシュ領域の拡散係数を D_i とする。Fig. 2.3 の領域 1 から領域 2 への中性子のもれ $L(x_L)$ を求める。このとき、 x_L の右側(+)、左側(-)での中性子束 ϕ の1次微分を次のように近似する。

$$\frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^+} \doteq \frac{\phi(i) - \phi(L^+)}{\frac{\Delta x_i}{2}}, \quad (2.27)$$

$$\frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^-} \doteq \frac{\phi(L^-) - \phi(i-1)}{\frac{\Delta x_i}{2}}. \quad (2.28)$$

中性子束及び中性子流の連続条件(2.5)(2.6)式に代入すると

$$\phi(L) = \phi(L^+) = \phi(L^-),$$

$$D_i \frac{\phi(i) - \phi(L)}{\frac{\Delta x_i}{2}} = D_i \frac{\phi(L) - \phi(i-1)}{\frac{\Delta x_i}{2}}.$$

故に

$$\phi(L) = \frac{\phi(i) + \phi(i-1)}{2} . \quad (2.29)$$

故に、 x_L を通つて領域 1 から領域 2 へもれる中性子束 $L(x_L^+)$ は

$$L(x_L^+) = D(x) \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^+} \doteq D_i \frac{\phi(i) - \phi(i-1)}{\Delta x_i} . \quad (2.30)$$

(2.11)式、(2.30)式を使って Fig. 2.2 に於ける L_L を求めると

$$\begin{aligned} L_L &= D_b \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta x_i} + \frac{\Delta y_{j+1}}{2} + D_c \frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{\Delta x_i} - \frac{\Delta y_j}{2} \\ &= A_L (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) , \end{aligned} \quad (2.31)$$

但し、

$$A_L = \frac{D_b \Delta y_{j+1} + D_c \Delta y_j}{2 \Delta x_i} . \quad (2.32)$$

同様にして、

$$L_R = A_R (\phi_{i,j} - \phi_{i+1,j}) , \quad (2.33)$$

$$A_R = \frac{D_a \Delta y_{j+1} + D_d \Delta y_j}{2 \Delta x_{i+1}} , \quad (2.34)$$

$$L_T = A_T (\phi_{i,j} - \phi_{i,j+1}) , \quad (2.35)$$

$$A_T = \frac{D_b \Delta x_i + D_a \Delta x_{i+1}}{2 \Delta y_{j+1}} , \quad (2.36)$$

$$L_B = A_B (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) , \quad (2.37)$$

$$A_B = \frac{D_c \Delta x_i + D_d \Delta x_{i+1}}{2 \Delta y_j} . \quad (2.38)$$

但し、メッシュ点 (x_i, y_j) の中性子束 $\phi(i, j)$ として、領域 V_1 の平均中性子束 ϕ_{ij} を用いた。

以上で、(2.9)式の第1項の差分化が終了した。第2項、第3項の積分は次のようになる。

$$\int_{V_1} \Sigma_T^g(r) \phi^g(r) dV = \sum_\ell \Sigma_{T,\ell}^g V_\ell \phi_{i,j}^g , \quad (2.39)$$

$$\int_{V_1} Q^g(r) dV = \sum_\ell Q_\ell^g V_\ell , \quad (2.40)$$

但し、

$$Q_\ell^g = \sum_{h=1}^G \sum_{s,\ell} (h \rightarrow g) \phi_{i,j}^h + \frac{\chi_{\ell}^g}{K} \sum_{h=1}^G v_{\ell} \sum_{f,\ell}^h \phi_{i,j}^h, \\ (\ell = a, b, c, d) . \quad (2.41)$$

故に、方法1によるエネルギー・空間階差式は(2.31), (2.33), (2.35), (2.37), (2.39), (2.40)式を用いて次のようになる。

$$-A_L^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i-1,j}^g) - A_R^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i+1,j}^g) \\ - A_T^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i,j+1}^g) - A_B^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i,j-1}^g) \\ - \sum_{\ell} \sum_{T,\ell}^g V_{\ell} \phi_{i,j}^g + \sum_{\ell} Q_{\ell}^g V_{\ell} = 0 . \quad (2.42)$$

$\phi_{i,j}^g$ についてまとめると、

$$\phi_{i,j}^g = \frac{A_L^g \phi_{i-1,j}^g + A_R^g \phi_{i+1,j}^g + A_T^g \phi_{i,j+1}^g + A_B^g \phi_{i,j-1}^g + \sum_{\ell} Q_{\ell}^g V_{\ell}}{A_L^g + A_R^g + A_T^g + A_B^g + \sum_{\ell} \sum_{T,\ell}^g V_{\ell}} . \quad (2.43)$$

$\left. \begin{array}{l} g = 1, \dots, G \\ i = 1, \dots, I \\ j = 1, \dots, J \\ \ell = a, b, c, d \end{array} \right\}$

即ち、方法1によるメッシュ点(x_i, y_j)についての $\phi_{i,j}, \phi_{i-1,j}, \phi_{i+1,j}, \phi_{i,j-1}, \phi_{i,j+1}$ に関する5点階差式が得られた。

(2) 方法2 ; CITATION

単位メッシュ体積 V_2 をFig. 2.4の如くとる。 (x_i, y_i) はインプットされたメッシュ点であり、

$$x_L = x_{i-1}, \quad (2.44)$$

$$x_R = x_i, \quad (2.45)$$

$$y_T = y_j, \quad (2.46)$$

$$y_B = y_{j-1} \quad (2.47)$$

とする。(2.15)~(2.17)式より

$$\Delta x = \Delta x_i = x_i - x_{i-1}, \quad (2.48)$$

$$\Delta y = \Delta y_j = y_j - y_{j-1}, \quad (2.49)$$

$$V_2 = \Delta x \Delta y = \Delta x_i \Delta y_j . \quad (2.50)$$

即ち、方法2では(2.9)式に於てほどこす積分の単位メッシュ体積 V_2 として、インプット

されたメッシュ点によって囲まれる領域をとり、メッシュ領域内の平均の中性子束は、この領域の中点に於て定義される。拡散方程式の係数としての D , Σ_{T_1} ……などはこの領域内で一定の値をもつことになる。

方法 1 のときと同様に 1 次元体系にて、メッシュ領域間のもの式を導く (Fig. 2.5 参照)。 x_i と x_{i-1} , x_{i-1} と x_{i-2} とのそれぞれの中点での中性子束を $\phi(i)$, $\phi(i-1)$ とし、 x_L (即ち x_{i-1}) での中性子束を $\phi(L)$ とする。このとき、 x_L の右側(+)、左側(-)での、中性子束の一次微分をそれぞれ次のように近似する。

$$\frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^+} \approx \frac{\phi(i) - \phi(L^+)}{\frac{\Delta x_i}{2}}, \quad (2.51)$$

$$\frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^-} \approx \frac{\phi(L^-) - \phi(i-1)}{\frac{\Delta x_i}{2}}. \quad (2.52)$$

中性子束及び中性子流の連続条件 (2.5) (2.6) 式より

$$\phi(L) = \phi(L^+) = \phi(L^-),$$

$$D_i \frac{\phi(i) - \phi(L)}{\frac{\Delta x_i}{2}} = D_{i-1} \frac{\phi(L) - \phi(i-1)}{\frac{\Delta x_{i-1}}{2}}. \quad (2.53)$$

$\phi(L)$ を求めると

$$\phi(L) = \frac{\frac{2D_i}{\Delta x_i} \phi(i) + \frac{2D_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} \phi(i-1)}{\frac{2D_i}{\Delta x_i} + \frac{2D_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}}. \quad (2.54)$$

故に、 $x_L (= x_{i-1})$ を通って領域 1 から領域 2 へもれる中性子 L (x_L^+) は

$$\begin{aligned} L(x_L^+) &= D(x) \frac{d}{dx} \phi(x) \Big|_{x=x_L^+} \approx D_i \frac{\phi(i) - \phi(L)}{\frac{\Delta x_i}{2}} \\ &= \frac{1}{\frac{\Delta x_i}{2D_i} + \frac{\Delta x_{i-1}}{2D_{i-1}}} (\phi(i) - \phi(i-1)). \end{aligned} \quad (2.55)$$

(2.11) 式、(2.55) 式を使って Fig. 2.4 に於ける L_L を求めると、

$$L_L = A'_L (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) , \quad (2.56)$$

$$A'_L = \frac{\Delta y_j}{\frac{\Delta x_i}{2 D_{i,j}} + \frac{\Delta x_{i-1}}{2 D_{i-1,j}}} \quad (2.57)$$

同様にして、

$$L_R = A'_R (\phi_{i,j} - \phi_{i+1,j}) , \quad (2.58)$$

$$A'_R = \frac{\Delta y_j}{\frac{\Delta x_i}{2 D_{i,j}} + \frac{\Delta x_{i+1}}{2 D_{i+1,j}}} \quad (2.59)$$

$$L_T = A'_T (\phi_{i,j} - \phi_{i,j+1}) , \quad (2.60)$$

$$A'_T = \frac{\Delta x_i}{\frac{\Delta y_j}{2 D_{i,j}} + \frac{\Delta y_{j+1}}{2 D_{i,j+1}}} \quad (2.61)$$

$$L_B = A'_B (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) , \quad (2.62)$$

$$A'_B = \frac{\Delta x_i}{\frac{\Delta y_j}{2 D_{i,j}} + \frac{\Delta y_{j-1}}{2 D_{i,j-1}}} \quad (2.63)$$

但し、メッシュ領域中点での中性子束 $\phi(i, j)$ として、領域平均の中性子束 $\bar{\phi}_{i,j}$ を用いた。 (2.9) 式の第2項、第3項の積分は簡単にできて、

$$\int_{V_2} \Sigma_T^g(r) dV = \Sigma_{T,i,j}^g \bar{\phi}_{i,j} V_2 , \quad (2.64)$$

$$\int_{V_2} Q_f^g(r) dV = Q_{f,i,j}^g V_2 , \quad (2.65)$$

但し、

$$Q_{f,i,j}^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,i,j} (h \rightarrow g) \bar{\phi}_{i,j}^h + \frac{\chi_f^g}{K} \sum_{h=1}^G \nu_{f,i,j} \Sigma_{f,i,j}^h \bar{\phi}_{i,j}^h + S_{i,j}^g$$

故に方法2によるエネルギー、空間階差式は $(2.56), (2.58), (2.60), (2.62)$, $(2.64), (2.65)$ 式を用いて次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & -A'_L^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i-1,j}^g) - A'_{RR}^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i+1,j}^g) \\
 & - A'_T^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i,j+1}^g) - A'_B^g (\phi_{i,j}^g - \phi_{i,j-1}^g) \\
 & - \Sigma_{T,i,j}^g \phi_{i,j}^g V_2 + Q_{i,j}^g V_2 = 0 . \tag{2.66}
 \end{aligned}$$

$\phi_{i,j}^g$ についてまとめると、

$$\phi_{i,j}^g = \frac{A'_L^g \phi_{i-1,j}^g + A'_R^g \phi_{i+1,j}^g + A'_T^g \phi_{i,j+1}^g + A'_B^g \phi_{i,j-1}^g + Q_{i,j}^g V_2}{A'_L^g + A'_R^g + A'_T^g + A'_B^g + \Sigma_{T,i,j}^g V_2} \tag{2.67}$$

$$\begin{pmatrix} g = 1, \dots, G \\ i = 1, \dots, I \\ j = 1, \dots, J \end{pmatrix}$$

即ち、方法2による、メッシュ点(x_i, y_j)についての $\phi_{i,j}$, $\phi_{i-1,j}$, $\phi_{i+1,j}$, $\phi_{i,j-1}$, $\phi_{i,j+1}$ に関する5点階差式が得られた。

方法1の結果、(2.43)式と方法2の結果(2.67)式とを比較すると、形の上では、方法1、方法2共全く等しくなり、それに掛かる係数のみが若干異なることになる。但し、同一組成、同一メッシュ巾の体系に於ては両者は全く等しい。異った組成或いはメッシュ巾の異なる領域の境界に於て両者の差異がでてくる。

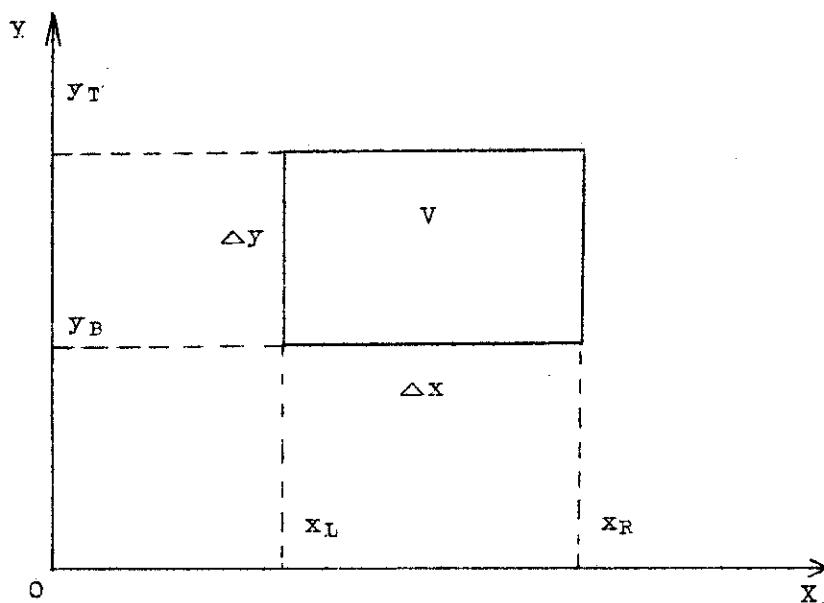


Fig. 2.1 単位メッシュ体積 V

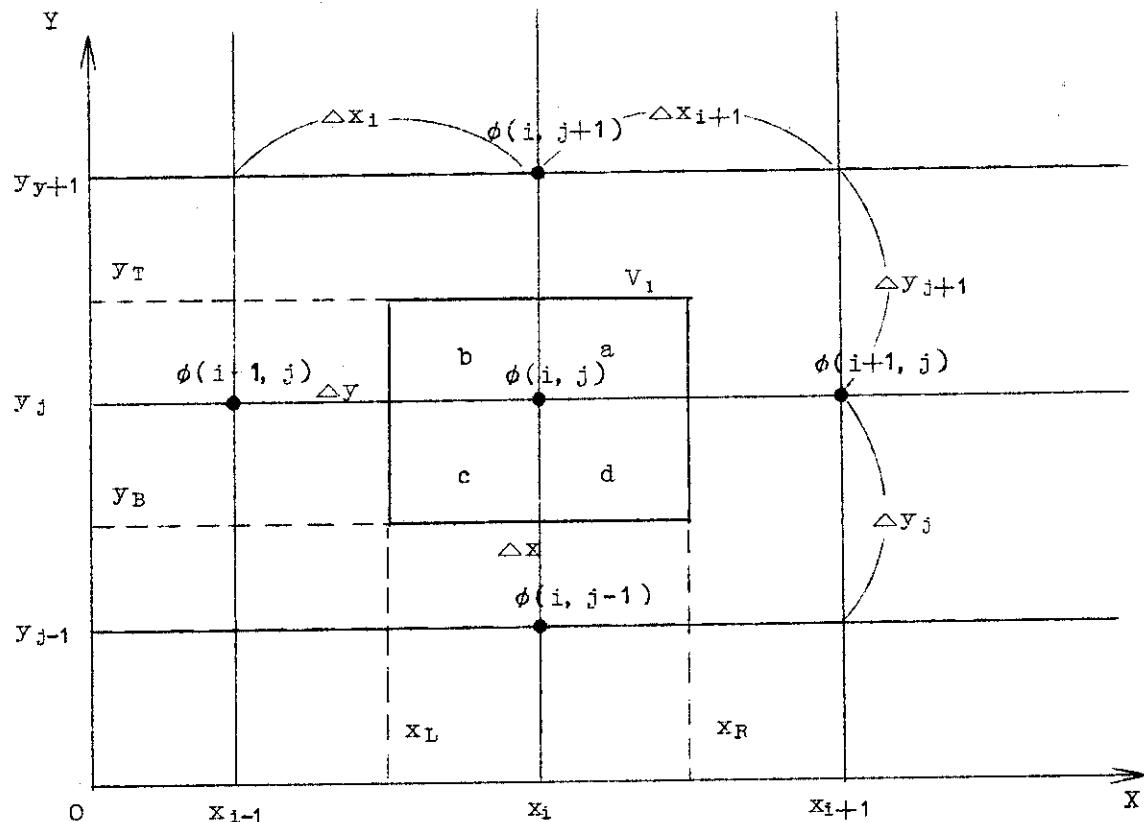
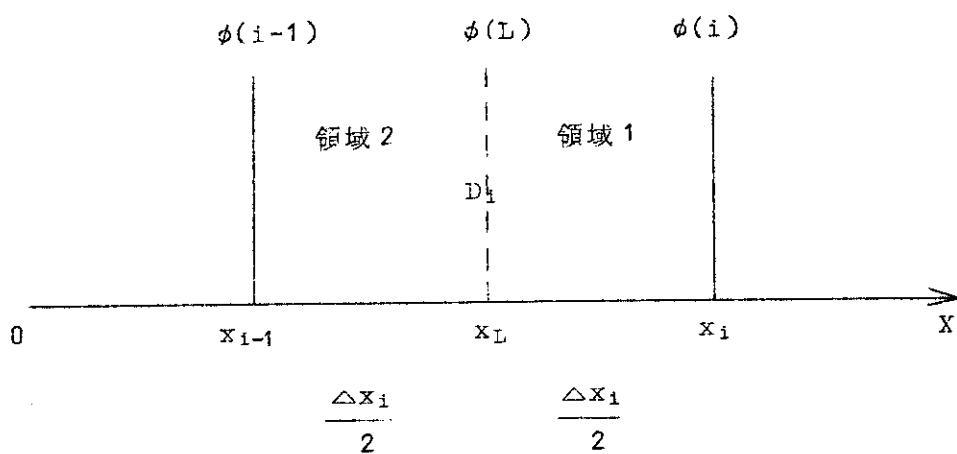
Fig. 2.2 方法 1 : 単位メッシュ体積 V_1 

Fig. 2.3 方法 1 : 1次元体系

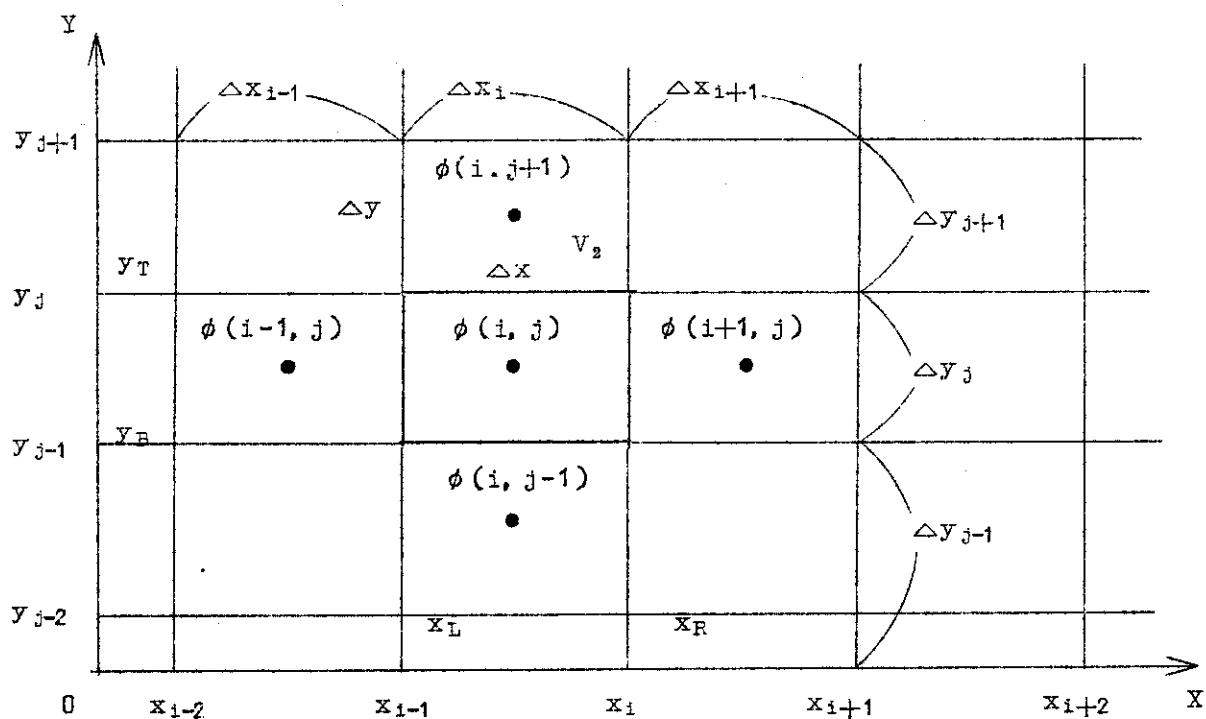
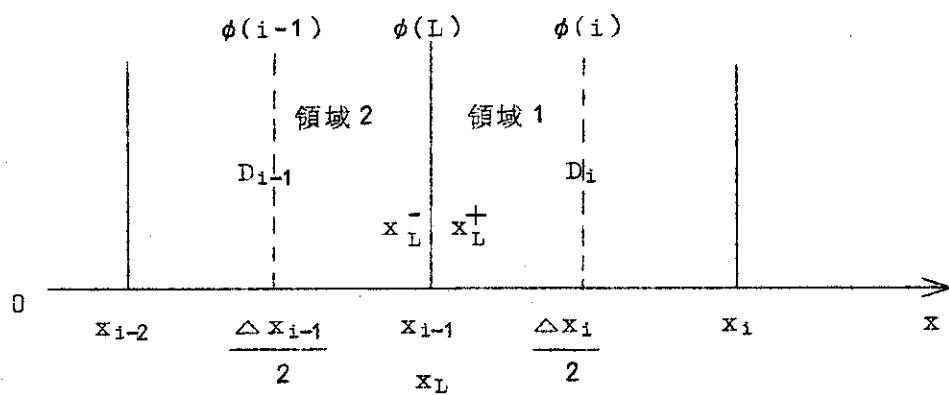
Fig. 2.4 方法 2 ; 単位メッシュ体積 V_2 

Fig. 2.5 方法 2 ; 1 次元体系

2.2 拡散計算フローチャートと入力データ

評価の対象とした3種の2次元拡散コード, FURNACEJ⁽³⁾, EXTERMINATOR-2⁽⁴⁾とCITATION⁽²⁾を使用するときの計算のフローチャートをFig. 2.6に示す。この図においては2次元拡散計算には全て6群縮約断面積を用いて6群計算を行っている。

まず25群JAERI FAST Set⁽⁹⁾を用いてMAKECX⁽¹¹⁾或いはFURNACEJに内蔵されている1次元球計算を行い、求められた25群の領域積分スペクトル $\phi_{s,k}^{25}$ を使用して6群縮約断面積 $\Sigma_{s,k}^6$ を作成している。 $\Sigma_{s,k}^6$ を用いて3種の2次元拡散コードによるRZ計算が行われた。FURNACEJの2次元RZ計算から領域依存軸方向バックリング $B_z^2)_{k}$ と領域およびエネルギー依存軸方向バックリング $B_z^2)_{k}^6$ とを求める。 $B_z^2)_{k}$ を用いてMAKECX⁽¹¹⁾により25群1次元円柱計算を行い、求められた25群領域積分スペクトル $\phi_{s,k}^{25}$ を使用して6群縮約断面積 $\Sigma_{s,k}^6$ を作成している。CITATIONとEXTERMINATOR-2による2次元XY計算には $B_z^2)_{k}^6$ と $\Sigma_{s,k}^6$ を使用して、AIDLE⁽¹²⁾による1次元円柱計算には $B_z^2)_{k}^6$ と $\Sigma_{s,k}^6$ を使用した。CITATIONによる2次元XY計算で $B_z^2)_{k}^6$ と $\Sigma_{s,k}^6$ を使用した計算も行っている。

入力データ

6群縮約断面積を用いて2次元拡散計算を行う際の入力データの中で、与え方に任意性がありしかも与え方により収束した計算結果にかなりの影響を与えるものは以下の通りである。

- (1) 群定数セット
- (2) 空間メッシュ点
- (3) 境界条件
- (4) 縮約スペクトル
- (5) 2次元XY計算では軸方向バックリング

与え方に任意性のある他の入力データとしては出力分布或いは中性子束分布の初期推定値、加速因子などがあり、これらの与え方により計算時間は異なるが、収束判定条件を十分厳しくとれば計算結果にはほとんど影響を与えない。

今回の検討では上の5つの入力データの中(2)~(5)を変えたときに2次元拡散計算による実効増倍率がどの程度変化するかを調べた。

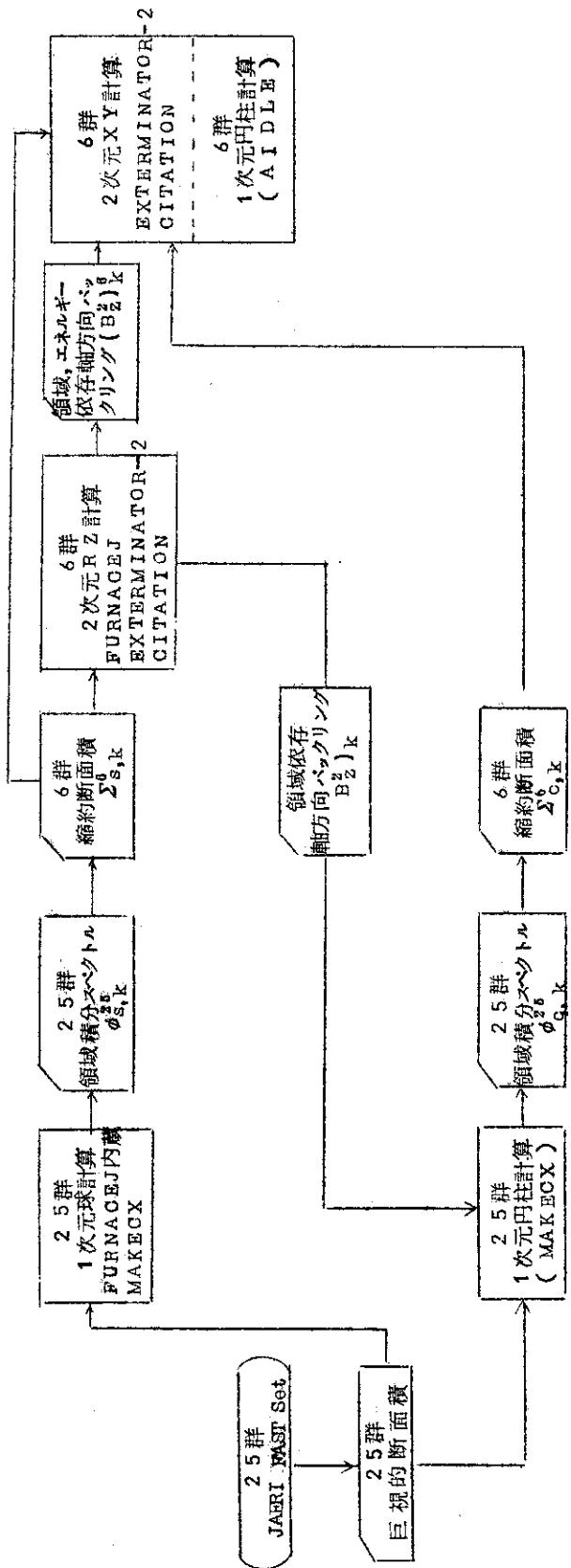


FIG. 2.6 1次および2次元拡散計算フローチャート

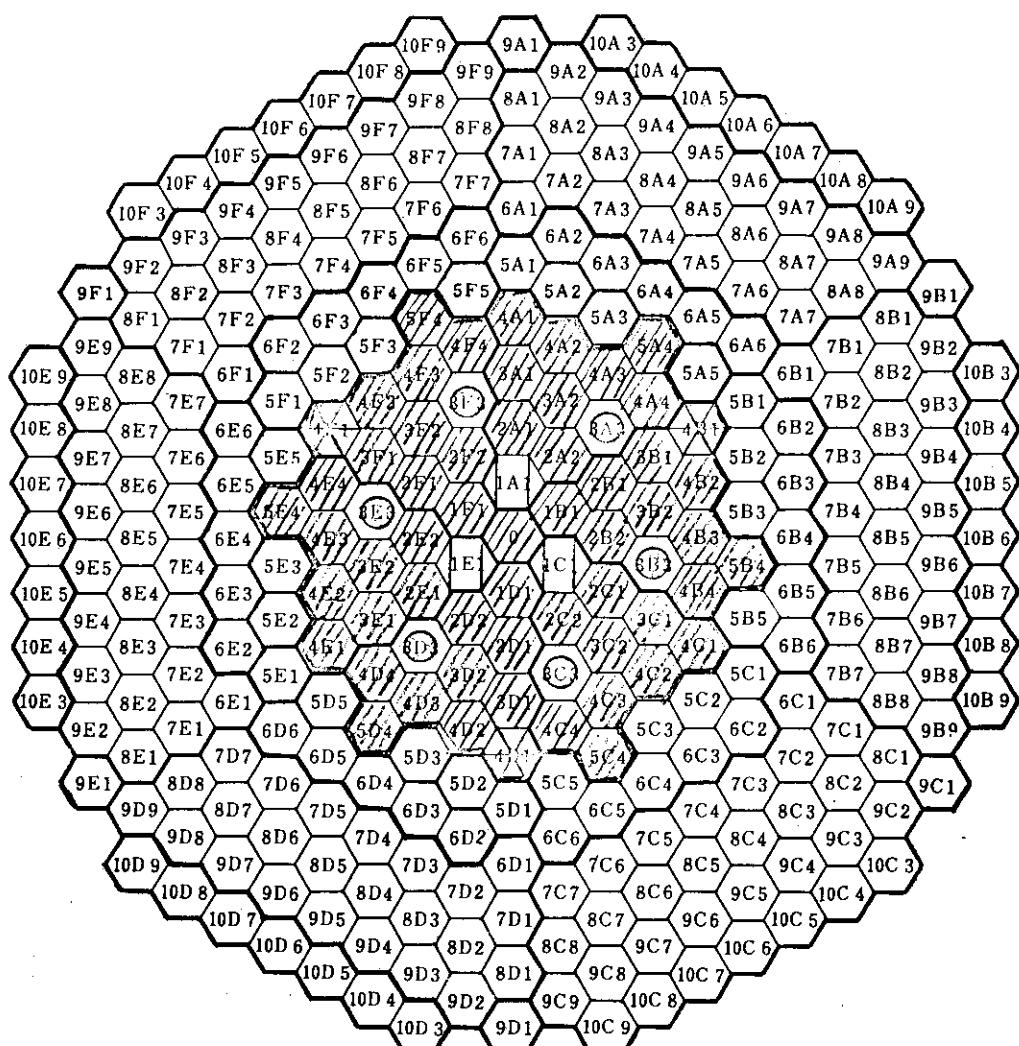
3 反射体付小型高速炉の制御棒計算

この章ではこの評価の発端となった反射体付小型高速炉の制御棒計算の結果と入力データを変えたときの実効増倍率の変化の様子について述べる。

3.1 計算体系

検討の対象とした反射体付小型高速炉は炉心容積約200 lのナトリウム冷却高速炉で燃料照射を目的とするものである。その炉心マトリックスはFig. 3.1で表わされこれを標準炉心と名付ける。この図に示されるように標準炉心は六角形の断面をした55本の炉心燃料集合体と6本の制御棒集合体、Type IおよびType IIの照射燃料集合体を3本ずつと246本のステンレススチール製の反射体集合体とから成っている。この炉心マトリックスを2次元XY座標で表わした体系をFig. 3.2に示す。標準炉心において制御棒を体系の外に出した状態を2次元RZ座標で表わした体系<OUT>をFig. 3.3に示す。制御棒引上げ状態<UP>と制御棒引抜状態<IN>の2次元RZ体系をそれぞれFig. 3.4とFig. 3.5に示す。各組成の原子数密度をTABLE 3.1に示す。

基準方位(トランスマッローラ)



制御棒	6本
炉心燃料	55本
照射用集合体 Type I	3本
照射用集合体 Type II	3本
反射体	

高速実験炉炉心マトリックス

Fig. 3.1 標準炉心

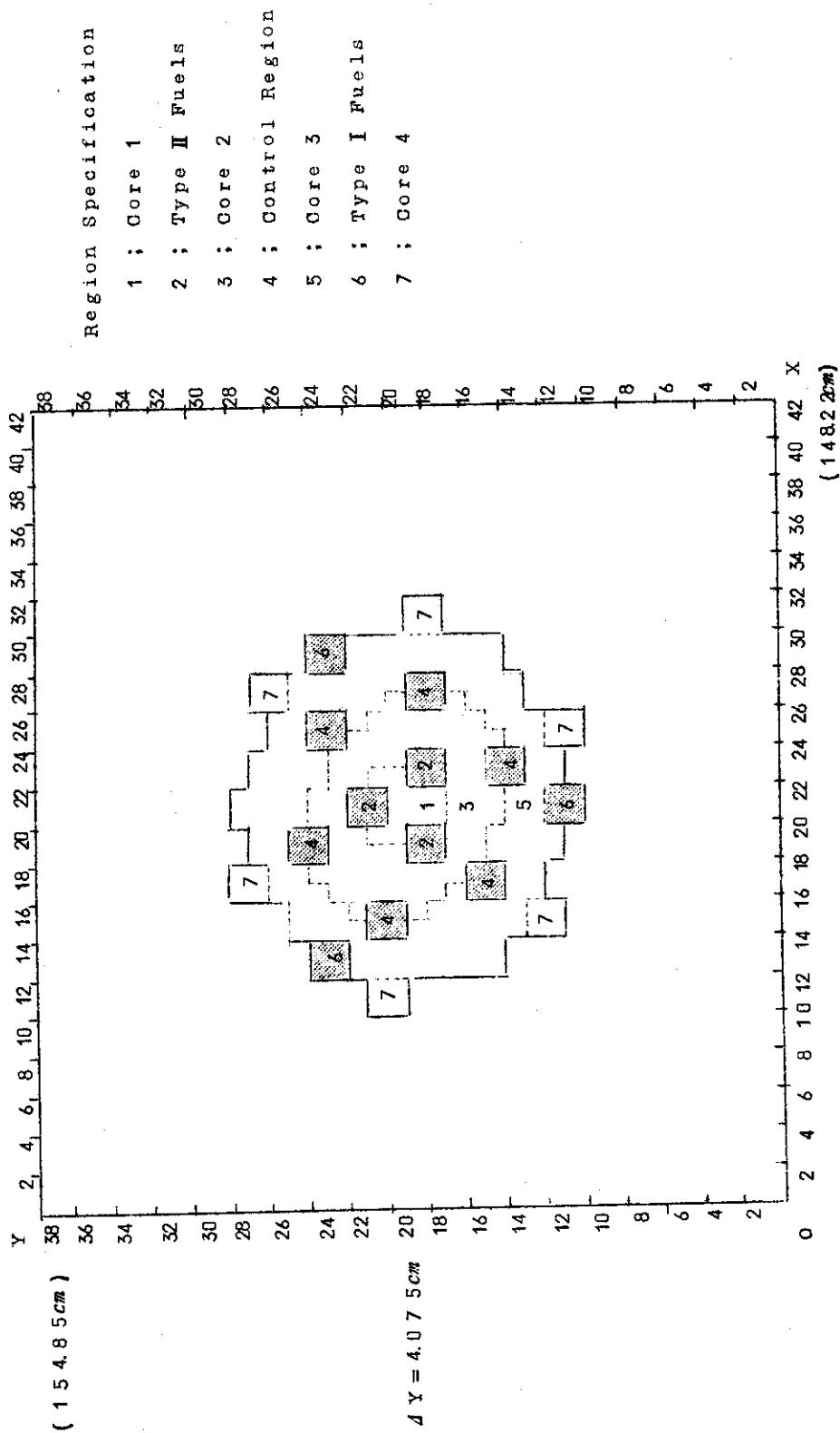


Fig. 3.2 標準炉心2次元XY粗メッシュ計算体系(55 Driver Fuels)

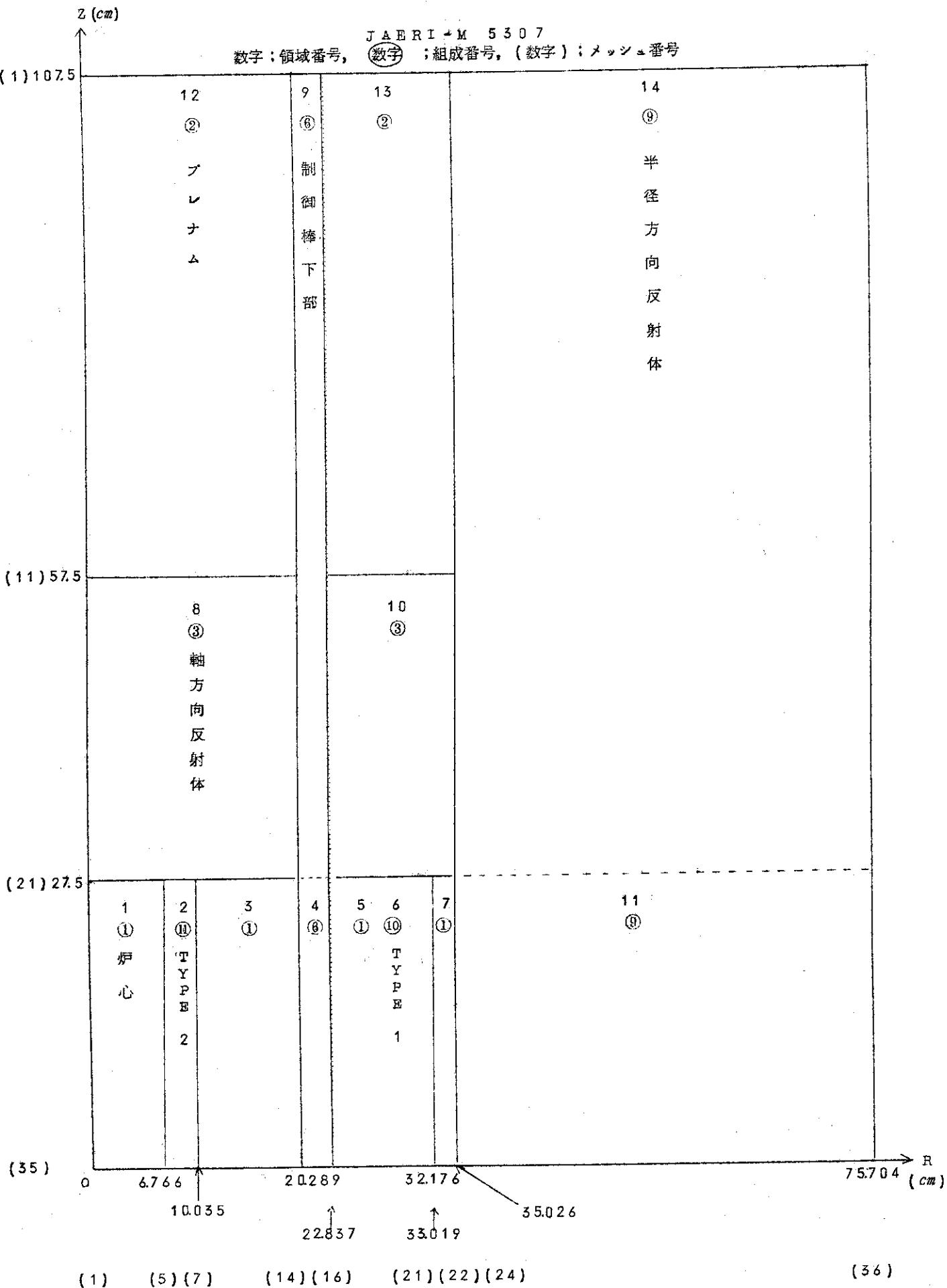


Fig. 3.3 標準炉心 2 次元 R Z 粗メッシュ計算体系
<制御棒は体系外 OUT>

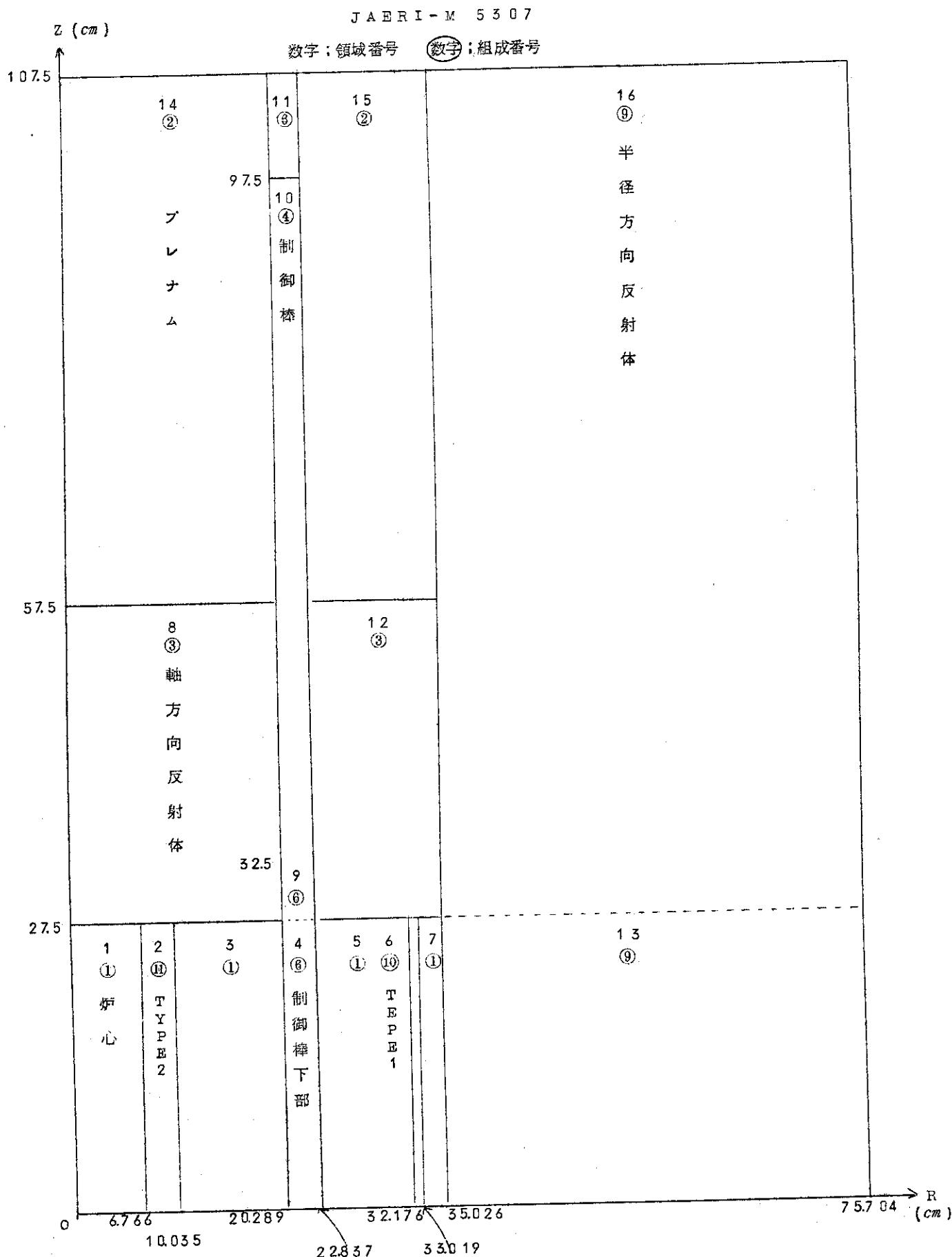


Fig. 3.4 標準炉心2次元RZ粗メッシュ計算体系<制御棒引上状態UP>

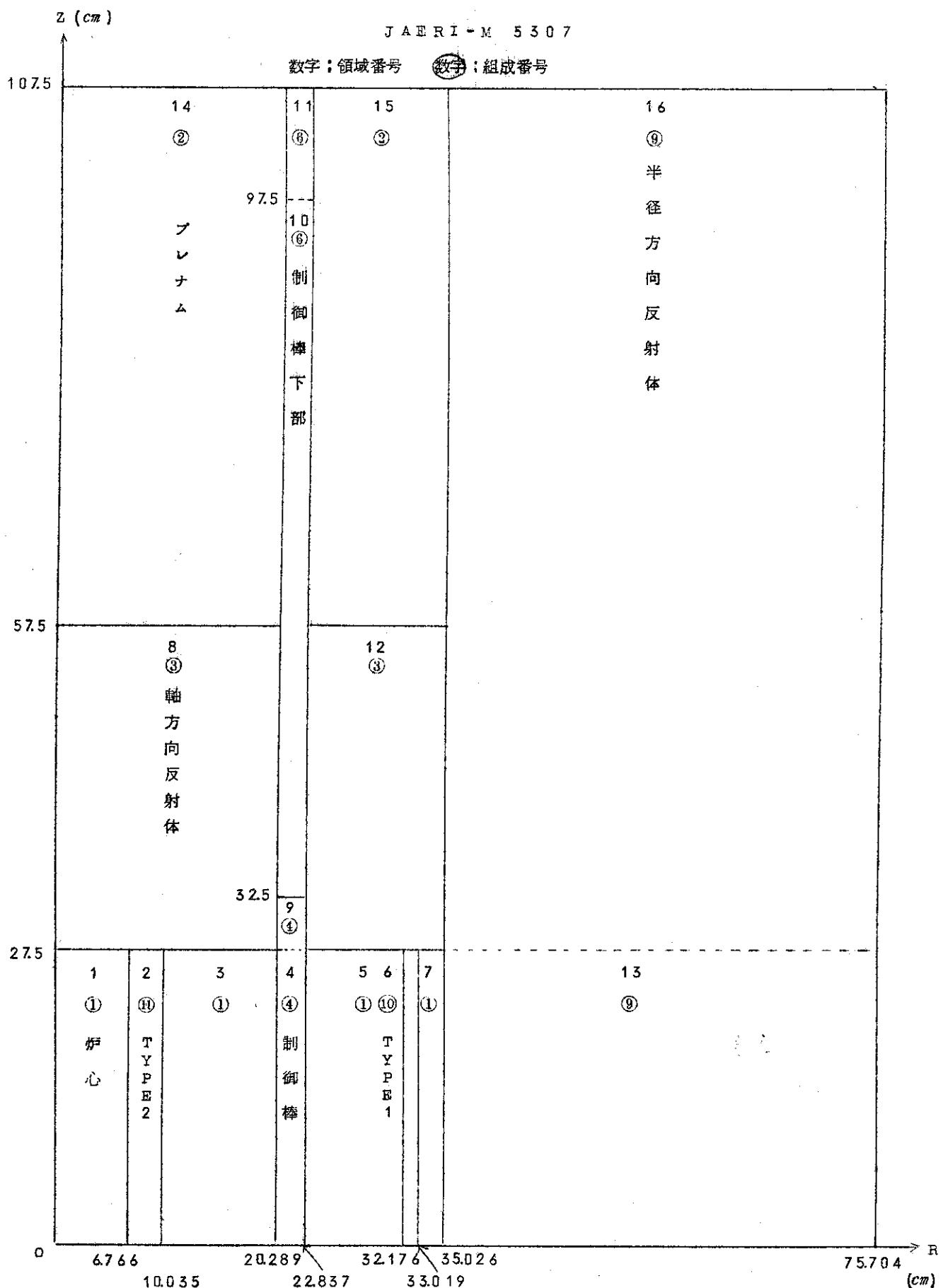


Fig. 3.5 標準炉心 2次元 R Z 粗メッシュ計算体系<制御棒挿入状態 IN >

TABLE 3.1 標準炉心組成原子数密度

 $(\times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3)$

組 核 成 種	炉心燃料	プレナム	軸方向 反射体	制御棒	制御棒 下部	半径方向 反射体	Type I 照射燃料	Type II 照射燃料
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
^{235}U	9.18-4						4.00-6	1.05-5
^{238}U	4.83-3						1.99-3	5.25-3
^{239}Pu	1.71-3						4.97-4	1.31-3
^{240}Pu	6.11-4						1.33-4	3.49-4
^{241}Pu	1.22-4						3.32-5	8.72-5
^{16}O	1.62-2						5.32-3	1.40-2
Na	8.46-3	8.46-3	8.46-3	1.25-2	1.25-2	6.79-3	1.10-2	8.35-3
Cr	3.55-3	3.66-3	9.30-3	3.54-3	4.74-3	1.10-2	5.10-3	3.86-3
Fe	1.29-2	1.33-2	3.39-2	1.29-2	1.73-2	4.00-2	1.86-2	1.41-2
Ni	2.59-3	2.67-3	6.78-3	2.58-3	3.46-3	8.00-3	3.72-3	2.81-3
Mo	2.83-4	2.92-4	7.41-4	2.82-4	3.78-4	8.74-4	4.07-4	3.07-4
^{10}B				2.07-2				
^{11}B				1.86-3				
O				5.63-3				

3.2 粗メッシュ計算結果

標準炉心における制御棒計算を3種の2次元拡散コード, FURNACE J⁽³⁾, EXTERMINATOR-2⁽⁴⁾, CITATION⁽²⁾で行った。Fig. 2.6の計算フローチャートに従ってまずFURNACE Jにより1次元球計算から求められる6群縮約断面積 $\Sigma_{s,k}^6$ を用いて2次元RZ計算を行った。このときの計算体系はFig. 3.3に示される2次元RZ計算体系のR方向メッシュを密にとったもので、これを「密メッシュ計算体系」と名付ける。密メッシュ計算体系のR方向メッシュの切り方をFig. 3.6に示す。密メッシュ計算体系にてFURNACE Jを用いて2次元RZ計算を行ったところ、実効増倍率を 5×10^{-5} 以下の精度で求めるためにCDC-6600で20分以上の計算時間がかかった。そこでR方向メッシュの切り方を粗くしたFig. 3.3に示す「粗メッシュ計算体系」を用いたところ計算時間はほぼ10分で 10^{-5} 以下の精度で実効増倍率が求められた。他の2次元拡散コードを用いた2次元RZ計算も粗メッシュ計算体系にて $\Sigma_{s,k}^6$ を使用して行った。

2次元XY計算はFig. 2.6のフローチャートに示すように1次元円柱計算から求められる6群縮約断面積 $\Sigma_{c,k}^6$ とFURNACE Jから出力される領域およびエネルギー依存軸方向バックリング $B_Z^2)^6_k$ とを使用して行った。XY計算体系はFig. 3.2に示す体系でこれを便宜上「2次元XY粗メッシュ計算体系」と呼ぶことにする。

3種の2次元拡散コードを用いて得られた粗メッシュ計算体系における制御棒の各状態の実効増倍率を TABLE 3.2 に示す。この実効増倍率を比の形で TABLE 3.3 に示す。この表より2次元 R Z 計算において FURNACE J と EXTERMINATOR-2 とは <IN> の状態を除いてほぼ等しい実効増倍率を与えるが CITATION は EXTERMINATOR-2 よりも 0.2 ~ 1.2 % 大きな値を与えることがわかる。2次元 X Y 計算においても CITATION は EXTERMINATOR-2 より 0.3 ~ 2.1 % 大きな実効増倍率を与える。計算コードの違いによる実効増倍率の不一致は制御棒挿入状態 <IN> で著しい。同じ計算コードを用いて行った X Y 計算と R Z 計算の実効増倍率はいづれも前者が大きく特に IN のときその差が大きい。

なお、3種の2次元拡散コードの計算速度は Fig. 3.3 の2次元 R Z 粗メッシュ計算体系に対する計算において、FURNACE J, EXTERMINATOR-2, CITATION の順に速くなり、計算時間はほぼ 6 : 1.5 : 1 の割合であった。FURNACE J の場合には1次元球計算による縮約断面積作成に費やされる時間が余分にかかっていることを考慮に入れても他の二種のコードに較べてかなり収束性が悪い。

TABLE 3.2 粗メッシュ計算体系の実効増倍率

制御棒状態	使用した2次元拡散コードと計算体系				
	FURNACE J R Z	EXTERMINATOR R Z	CITATION R Z	CITATION XY	EXTERMINATOR XY
<OUT>	1.04569	1.04657	1.04890	1.05134	1.04765
<UP>	1.02847	1.02818	1.03287	1.03319	1.02964
<IN>	0.87961	0.87506	0.88526	0.90536	0.88662

<OUT> : 制御棒は体系外

<UP> : 制御棒引上げ状態

<IN> : 制御棒挿入状態

TABLE 3.3 粗メッシュ計算の実効増倍率の比

制御棒状態	k (F, RZ)	k (C, RZ)	k (C, XY)	k (E, XY)	k (C, XY)
	k (E, RZ)	k (E, RZ)	k (E, XY)	k (E, RZ)	k (C, RZ)
<OUT>	0.9992	1.0022	1.0035	1.0010	1.0023
<UP>	1.0003	1.0046	1.0034	1.0014	1.0003
<IN>	1.0052	1.0117	1.0211	1.0132	1.0227

括弧内の一一番目の文字は計算コードの頭文字を表わし、次の二文字は計算体系の形状を表わしている。

3.3 入力データの実効増倍率に対する影響

TABLE 3.2 に見られるように粗メッシュ計算体系の実効増倍率は使用する計算コードにより 2 % 以上の不一致がある。この節では 2.2 で述べた 2 次元計算において与え方に任意性のある入力データの実効増倍率に対する影響を調べる。

- (1) 炉定数セット 本論文に示した全ての計算には 25 群の JAERI FAST Set 或いはこの炉定数セットから得られた縮約断面積セットを使用している。
- (2) 空間メッシュ点の数を倍にして、メッシュ巾を粗メッシュ計算の半分にしたときの実効増倍率を TABLE 3.4 に示す。FURNACEJ はこの「倍メッシュ計算」を行うにはコードのディメンションが小さく計算時間がかかり過ぎるので、この検討の対象から外した。EXTERMINATOR-2 と CITATION を用いて求められた実効増倍率の比を TABLE 3.5 に示す。この表においても粗メッシュ計算の場合の TABLE 3.3 と同様に CITATION は EXTERMINATOR-2 よりも大きな実効増倍率を与えるが、両者の差は TABLE 3.3 と較べるとほぼ半分以下となっていて、一致が良くなっている。同じ計算コードを用いて行った XY 計算と RZ 計算の実効増倍率の差は、制御棒状態が <OUT> と <UP> のときは 0.1 ~ 0.2 % であり <IN> のときは 1.8 % となっている。

粗メッシュ計算と倍メッシュ計算の実効増倍率を Fig. 3.7 にまとめて示す。1 次元拡散コード AIDLE⁽¹²⁾ MAKECX⁽¹¹⁾ を用いて得られた実効増倍率も同じ図に示す。表記法を簡単にするために今後の議論には、例えば CITATION を用いて RZ 形状で計算された実効増倍率を $k(C, RZ)$ という様に、計算コード名の頭文字と計算体系の形状を括弧内に示して実効増倍率を表わす。Fig. 3.7 より以下のことが結論される。

- (2a) メッシュ巾を小さくするに従って $k(C, RZ)$, $k(C, XY)$ は小さくなり $k(E, RZ)$, $k(E, XY)$ は大きくなり、 $k(C, RZ)$ と $k(E, RZ)$, $k(C, XY)$ と $k(E, XY)$ の一致は良くなる。
- (2b) $k(C, RZ)$ と $k(C, XY)$ のメッシュ巾依存性が、それぞれ $k(E, RZ)$ と $k(E, XY)$ のメッシュ巾依存性より大きいので両者の平均値 [$k(C, RZ) + k(E, RZ)$] / 2 および [$k(C, XY) + k(E, XY)$] / 2 もメッシュ巾が小さくなるに従って小さくなるが、この平均値のメッシュ巾依存性は比較的小さくほぼ一定である。
- (2c) 実効増倍率のメッシュ巾依存性は制御棒状態 <OUT>, <UP> と較べて <IN> の状態で特に大きい。
- (2d) $k(F, RZ)$ はほぼ $k(E, RZ)$ と一致しているのでメッシュ巾を小さくするに従って大きくなるものと予想される。 $k(A, 円柱)$ もやはりメッシュ巾を小さくすると大きくなる。 $k(M, 円柱)$ が $k(A, 円柱)$ より大きい値をとるのは MAKECX では領域依存バックリンク $B_z^2)_k$ を用いているのに対して AIDLE では領域およびエネルギー依存バックリング $(B_z^2)_k^6$ を用いているためである。 $(B_z^2)_k^6$ を用いたときと $(B_z^2)_k^6$ を用いたときより実効増倍率が大きくなることが知られている⁽¹³⁾。
- (3) 境界条件としては体系の外側で中性子束が零となる位置を実際の体系の外側境界にとるか、外挿距離を考慮した位置にとるかの任意性がある。TABLE 3.6 の 3 行目と 4 行目の結果より、標準炉心の $k(C, XY)$ に対する外挿境界条件の違いの及ぼす影響は 0.1 % 以下である。

TABLE 3.2 と TABLE 3.4 の計算では中性子束が零となる位置は全て実際の体系の外側境界と一致させてある。

- (4) 縮約スペクトルの計算体系を1次元球にするか1次元円柱とするかの違いが、 $k(C, XY)$ に及ぼす影響は TABLE 3.6 の1行目と2行目の結果より0.07%以下である。TABLE 3.2 と TABLE 3.4 の全てのRZ計算には1次元球体系より求められた縮約断面積 $\Sigma_{s,k}^6$ を使用し、全ての2次元XY計算には1次元円柱体系より求められた $\Sigma_{c,k}^6$ を用いている。
- (5) 軸方向バックリングを計算する2次元RZ計算体系のR方向メッシュをFig. 3.6の粗メッシュ体系とするか、密メッシュ体系とするかの違いが $k(C, XY)$ に及ぼす影響は0.05%以下である。TABLE 3.2 と TABLE 3.4 の全ての2次元XY計算は粗メッシュ体系から求められた $B_z^2)^6_k$ を用いている。

以上の結果より2次元拡散計算にて計算された実効増倍率が計算コードにより0.1%以上の不一致を示している最も大きな原因は有限なメッシュ巾をとっているために生じている数値計算上の誤差であると結論される。

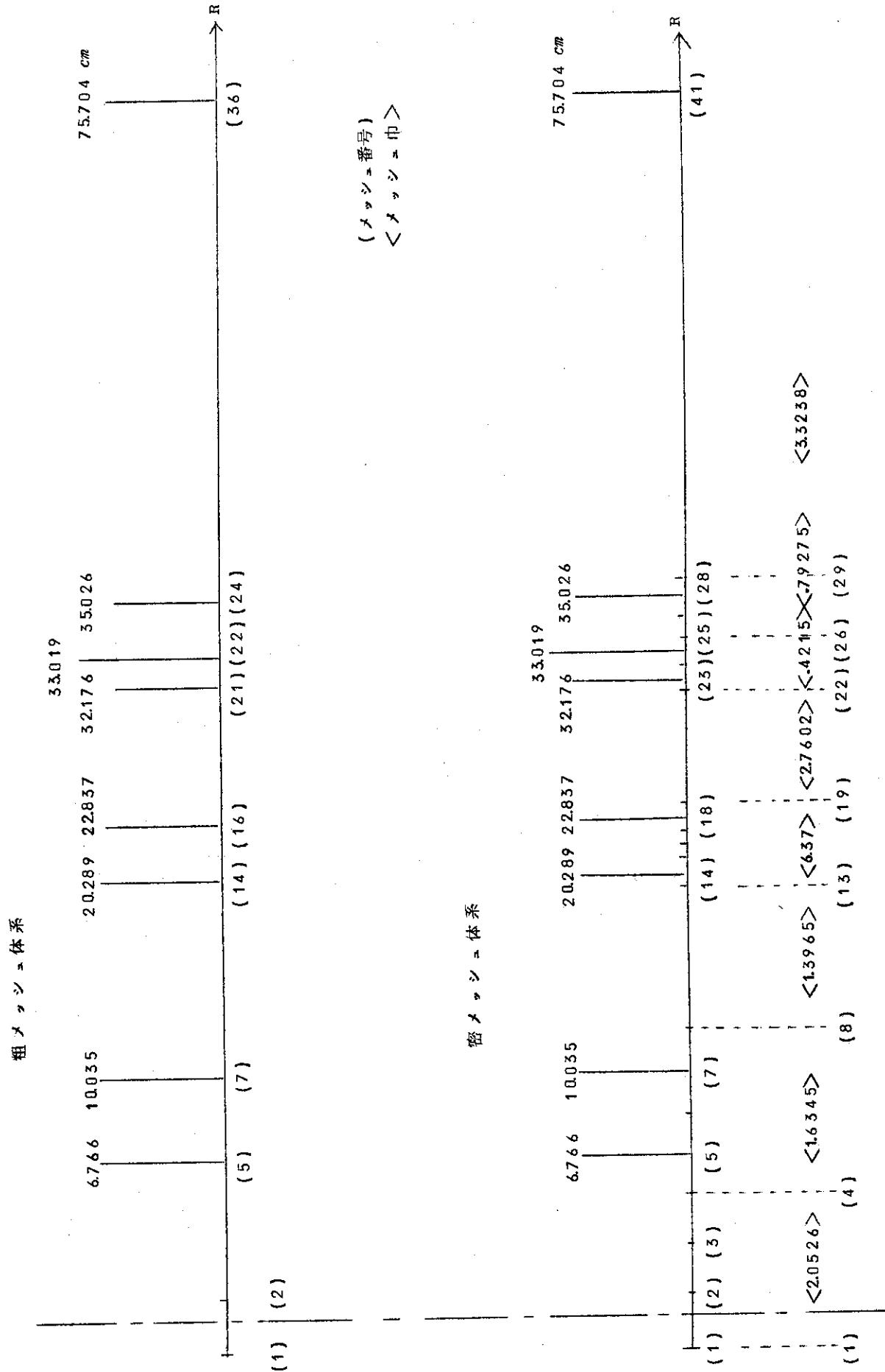


TABLE 3.4 倍メッシュ計算体系の実効増倍率

制御棒状態	使用した2次元拡散コードと計算体系				
	FURNACEJ RZ	EXTERMINATOR RZ	CITATION RZ	CITATION XY	EXTERMINATOR XY
<OUT>		1.04729	1.04735	1.04992	1.04866
<UP>		1.02922	1.03079	1.03187	1.03060
<IN>		0.87648	0.88260	0.89801	0.89229

<OUT>：制御棒は体系外

<UP>： 制御棒引上げ状態

<IN>： 制御棒挿入状態

TABLE 3.5 倍メッシュ計算の実効増倍率の比

制御棒状態	$k(C, RZ)$	$k(C, XY)$	$k(E, XY)$	$k(C, XY)$
	$k(E, RZ)$	$k(E, XY)$	$k(E, RZ)$	$k(C, RZ)$
<OUT>	1.0001	1.0012	1.0013	1.0024
<UP>	1.0016	1.0012	1.0013	1.0010
<IN>	1.0070	1.0064	1.0180	1.0175

括弧内の一一番目の文字は計算コードの頭文字を表わし，次の二文字は

計算体系の形状を表わしている。

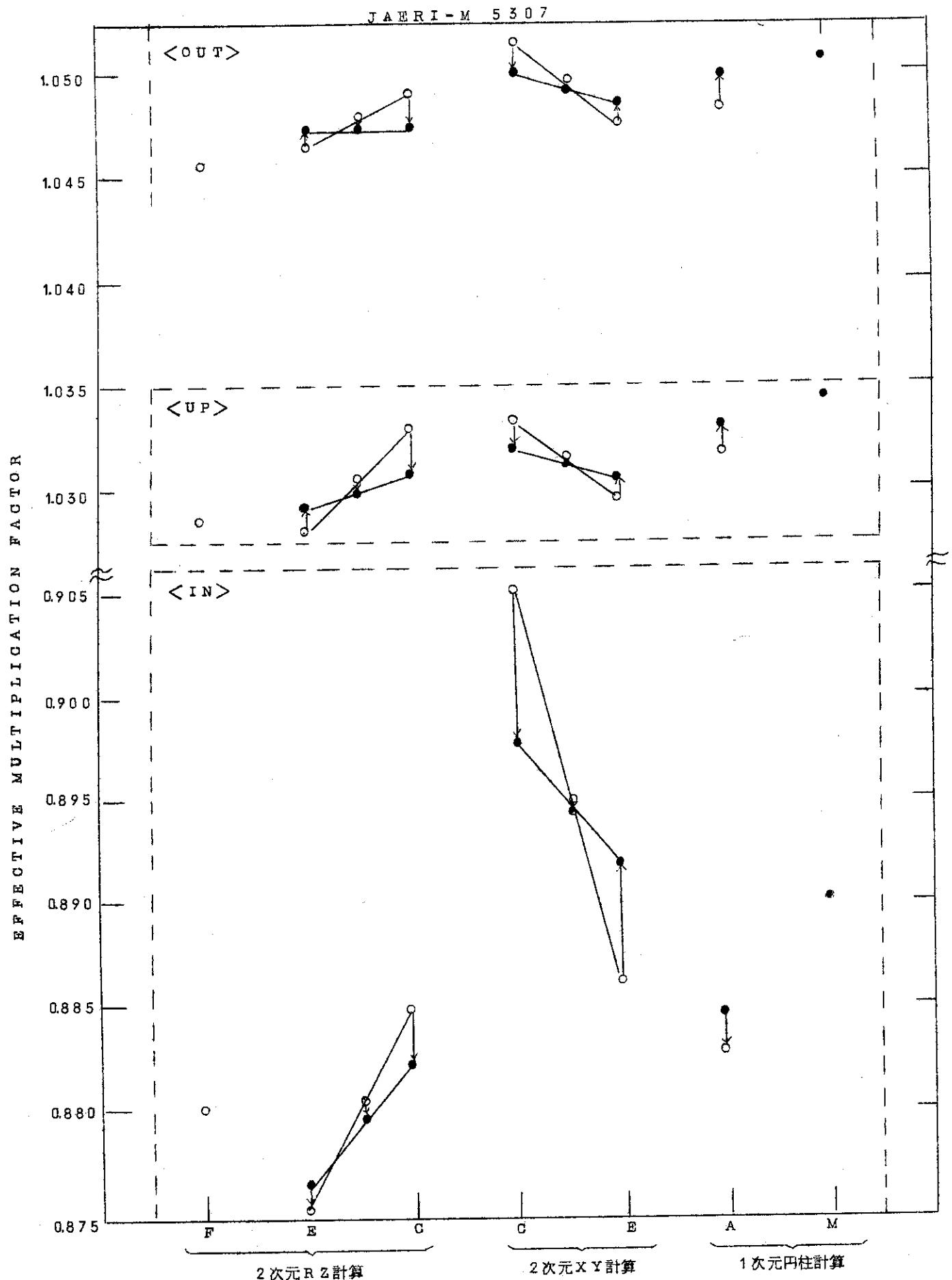


Fig. 3.7 各種の拡散コードで計算した実効増倍率のメッシュ巾依存性

E : FURNACEJ	A : AIDLE	○ 粗メッシュ
E : EXTERMINATOR-2	M : MAKECX	○ 倍メッシュ
C : CITATION		

TABLE 3.6 入力データの実効増倍率に対する影響

縮 約 スペクトル 計算体 系	軸方向パックリング B_z^2 計算体系メッシュ	外側境界条件 $-\left[\frac{1}{\phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial R}\right]_{R_c}$	CITATIONによる2次元XY計算の実効増倍率		
			制 御 棒 状 態 <OUT>	<UP>	<IN>
球	粗メッシュ	10^{24}	1.05077	1.03385	0.90503
円 柱	粗メッシュ	10^{24}	1.05134	1.03319	0.90536
円 柱	密メッシュ	10^{24}	1.05182	—	—
円 柱	密メッシュ	0.4692	1.05273	—	—

4 メッシュ効果

第3章において階差方程式を解く型の2次元拡散コードにより得られる実効増倍率はメッシュ巾のとり方により大きく変化することがわかった。このメッシュ効果の性質を明らかにするために1次元拡散計算によるメッシュ効果の検討と、単純な小型高速炉におけるメッシュ効果の検討を行った。

4.1 1次元円柱計算によるメッシュ効果の検討

2次元拡散計算に於て、メッシュ巾の効果が無視できない程大きいことが判った。ここでは、1次元円柱モデルによって、より詳細にメッシュ効果を検討する。2次元計算へのフィードバックを考えて、エネルギー群構造、断面積を2次元計算のものと一致させる。即ち、1次元6群計算を行う。計算コードは1次元拡散コードAIDLE⁽¹²⁾を用いた。

先ず、どの領域のメッシュ巾が、どの程度系の実効増倍係数に影響を与えるかを見る。計算モデルは、大きく分けて3つの組成、燃料、制御棒、反射体からなる。メッシュ効果は組成によってその大きさが異なると思われるから、同一組成を持つ領域のメッシュをそれぞれ独立に変化させて、その効果を見る。細かく言えば、燃料にも3つの異った組成があり、また、同じ組成のものでも領域が異なれば異なる断面積を持つが、燃料領域として1つにまとめる。次に、系の実効増倍係数に大きな影響を与える、制御棒領域と反射体領域のメッシュ効果について、より詳細な検討を加える。

計算体系をFig. 4.1に示す。また、Reference系として選ばれた各領域のそれぞれのメッシュ巾も示す。これらは1.0～0.4 cmの範囲で選んだものである。

各領域のメッシュ効果

Fig. 4.1に示された計算体系に於て、各組成、燃料、制御棒、反射体について、それぞれ独立にそれらのメッシュ巾を2倍にして、それぞれのメッシュ効果を見る。これらをTable 4.1に示す。メッシュ効果として、Reference系メッシュ巾に対する反応度変化△ρを示してある。これをみると、燃料領域のメッシュ巾を2倍にしても、各ケース、<OUT>、<UP>、<IN>共に、メッシュ効果は小さい。高々±0.01%である。これに対して、制御棒領域のメッシュ巾を2倍に(0.637→1.274 cm)すると、ケース<OUT>、<UP>についてはメッシュ効果が小さいが、ケース<IN>ではメッシュ効果が0.1%と、燃料領域のメッシュ効果より1桁大きくなる。また反射体領域についてみると、(0.85→1.7 cm)各ケース共0.02%程度のメッシュ効果がある。反射体領域のメッシュ巾は、炉心領域に比して、普通大きくとられるので、より詳細な検討が必要である。

その他、注意すべきこととして、燃料領域の<OUT>、<UP>のケースを除いて、メッシュ巾を大きくすると、系の実効増倍係数は小さくなる。

さて、次に全ての領域のメッシュ巾を2倍にして、そのメッシュ効果をみる。この結果もTable 4.1に示す。これをみると、全ての領域のメッシュ巾を同時に2倍にしたものとのメッシュ効果は、個々の領域のメッシュ巾を2倍にしたときのそれぞれのメッシュ効果の和に等しくなる。これは、個々の領域のメッシュ効果が、他の領域のメッシュ効果の影響を受けないで、独立に効くことを意味する。

制御棒領域のメッシュ効果

制御棒領域 2.548 cm を $2 \sim 10$ メッシュ間隔（メッシュ巾にして $1.274 \sim 0.2548\text{ cm}$ ）に分割し、それぞれのメッシュ巾について系の実効増倍係数を計算した。他の領域メッシュ巾は Reference メッシュ巾として、制御棒領域のメッシュ巾のみを変化させた。これを Table 4.2 に示す。また、Fig. 4.2 に図示する。制御領域のメッシュ巾 $\Delta r (C/R)$ を 0 としたときの実効増倍係数 k ($\Delta r \rightarrow 0$) をグラフより外挿して求め、次式により反応度変化 $\Delta\rho$ を求めて、これをメッシュ効果とした。

$$\Delta\rho = \frac{k - k(\Delta r \rightarrow 0)}{k \cdot k(\Delta r \rightarrow 0)} \times 100 \quad [\Delta k / k^2 \%]$$

各ケース共、メッシュ巾を小さくしていくと、実効増倍係数は大きくなるが、その大きくなる割合はだんだん小さくなる。先にみたようにケース $<OUT>$, $<UP>$ ではメッシュ効果は小さく、ケース $<IN>$ より約 1 衍小さい。ケース $<IN>$ の場合のメッシュ巾とメッシュ効果を Fig. 4.3 に示す。グラフより外挿して求めた k ($\Delta k \rightarrow 0$) が真の値を与えるとすれば、制御棒のように強い吸収物質の領域を含むときには、精度を 0.05% 期待するときには、 $\Delta r (C/R) \leq 0.7\text{ cm}$, 0.1% 期待するときには $\Delta r (C/R) \leq 1.0\text{ cm}$ とする必要があることになる。

Fig. 4.4 に制御棒領域のメッシュ巾を変えたときの、第 6 群の中性子束を示す。図では制御棒領域を主として示してあるが、制御棒領域より充分離れたところ、炉心中心及び反射体領域では、どのメッシュ巾の場合でも、中性子束はほぼ一致する。また、1～5 群の中性子束もメッシュ巾に対する中性子束の変化の傾向は第 6 群中性子束と同様である。

図をみると、メッシュ巾を小さくすればする程、制御棒領域の中性子束の depression が大きくなることが判る。この depression の程度を、制御棒領域の内側境界での中性子束 ϕ_1 及び外側境界での中性子束 ϕ_0 と、制御棒領域の中で、中性子束が最も小さいところの中性子束 ϕ_{∞} との比の ϕ_1/ϕ_{∞} で表わし、Table 4.3 に示す。但し、 ϕ_0 としては、 $\Delta r = 0.2548\text{ cm}$ のものをとる。Fig. 4.4 により、 ϕ_0 は、どのメッシュ巾のものでも、ほぼ等しくなるからである。また、 ϕ_0 の値は、AIDLE のアウト・プットとして得られたものであって、系の実効増倍係数を k とすると、系の全体にて次のように規格化されている。

$$k = \iint dE dV \phi \cdot \nu \Sigma_f$$

記号は通常使われているものである。

もれ及び吸収・散乱を示すオペレータを A 、核分裂を示すオペレータを F とすると、系に於

て、次のようにバランスされている。

$$A\phi = \frac{1}{k} F\phi$$

ここで、メッシュ巾を変えたことにより、 ϕ の分布の形が変わると、上記のバランスがこわれ、新たに分裂源の大きさが与えられて iteration が行われることになる。

メッシュ巾 Δr と ϕ との関係は複雑で一概には言えないが、今回の場合、定性的には次のようなことが言えよう。今、メッシュ巾の効果を一種の擾動と考え、制御棒領域のメッシュ巾を変化させた場合、制御棒領域中の中性子束のみが変化したとする。即ち、制御棒領域中の中性子束の depression が大きくなつたとする。このとき、制御棒領域の中の中性子の吸収は小さくなる。即ち、系全体での中性子束の吸収は小さくなる。一方、制御棒領域中では、 Σ_f は零であるから、核分裂項には変化がない。即ち、上記の式で、左辺が小さくなり、右辺は変わらないから、系の中性子の生成・消滅に関するバランスがくずれることになる。しかし、次の iteration に於ては、制御棒領域中の中性子束の depression による吸収項の減少を補償すべく、 ϕ の値を系の全体で大きくすることになる。その大きくする程度は、中性子の生成・消滅のバランスをとるのと同時に、次式の規格化によって決まる。

$$\frac{1}{k} \iint dE dV \phi \nu \Sigma_f = 1.0$$

かくして、制御棒領域のメッシュ巾を小さくすれば、中性子束 ϕ は系全体で大きくなり、結果として実効増倍係数 k も大きくなる。

反射体領域のメッシュ効果

反射体領域(厚さ 4.0.6.7.8 cm)のメッシュ巾を 3.3.9 ~ 0.8.5 cm の範囲で変化させてメッシュ効果を調べた結果を Table 4.4 に示す。また Fig. 4.2 に図示する。メッシュ効果の定義は制御棒領域のメッシュ効果同様、グラフより k ($\Delta r \rightarrow 0$) を外挿して求め、それとの反応度変化とした。反射体のメッシュ効果は各ケース同じ程度の大きさである。そして、0.0.5 % の精度を要求するときには、反射体領域のメッシュ巾 Δr (Ref1) を 3 cm 以下にする必要があることが判る。

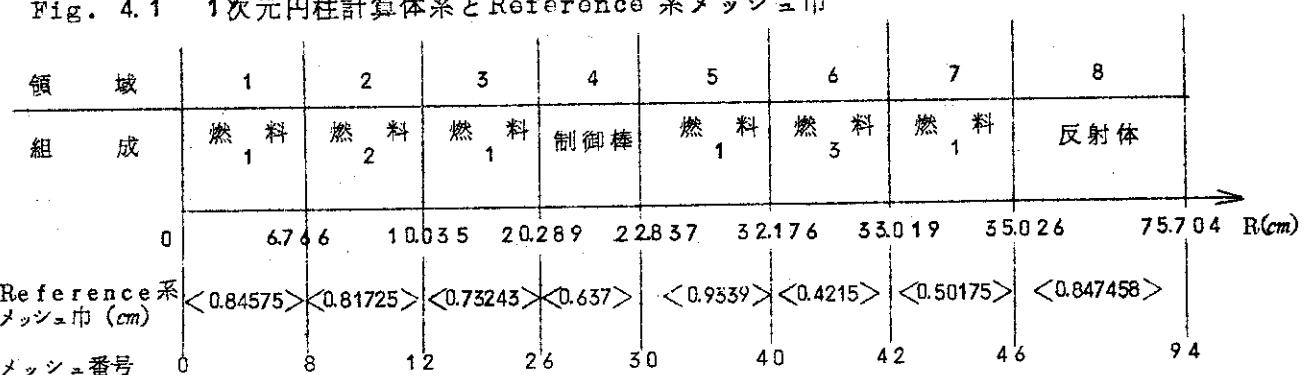
制御棒領域及び反射体領域のそれぞれのメッシュ巾 ($\Delta r (C/R)$, $\Delta r (Ref1.)$) とメッシュ効果 ($\Delta \rho (C/R)$, $\Delta \rho (Ref1.)$) を Fig. 4.3 に示す (ケース <IN>)。それぞれのメッシュ効果が $-0.0.5 [\Delta k / k^2 \%]$ である制御棒領域及び反射体領域のメッシュを求めると、それぞれ、 $\Delta r (C/R) = 0.7 \text{ cm}$, $\Delta r (Ref1.) = 2.2 \text{ cm}$ となる。これらのメッシュ巾を用いて計算を行えば、得られた実効増倍係数に含まれるメッシュ効果は、制御棒領域、反射体領域のメッシュ効果の和に等しくなり、 $-0.1 [\Delta k / k^2 \%]$ となる。燃料領域のメッシュ巾は反射体領域と同程度かより小さくしておけば無視できる。他のケース <OUT>, <UP> の場合には、ケース <IN> の場合よりもメッシュ効果が小さいから、ケース <IN> がメッシュ効果の上限を与える。

反射体領域のメッシュ巾を変えたときの、第1群及び第6群中性子束を、反射体領域の中心に、Fig. 4.5に示す。メッシュ巾 $\Delta r = 0.847458\text{ cm}$ のときの中性子束を ϕ 、 $\Delta r = 3.38983\text{ cm}$ のときの中性子束を ϕ' とする。第6群中性子束は反射体中軸心寄りの位置に乙ピークを持つ。ピークより外側では $\phi > \phi'$ 、ピークより内側では $\phi < \phi'$ となっている。また、第1群～第5群の中性子束は、系の全体にて $\phi > \phi'$ となっている。

以上の検討により、メッシュ効果として一般的に次のようなことが言えよう。

- ① メッシュ効果の大きさは、領域の組成によって異なる。特に、強い吸収物質の領域のメッシュ巾は充分小さくする必要がある。また、反射体領域のメッシュ効果は、同程度のメッシュ巾の変動に対して、燃料領域よりも大きい。
- ② 各領域のメッシュ効果は、それぞれ独立に大きさが決まる。即ち、隣り合う領域のメッシュ巾の影響を受けない。
- ③ ①、②より、要求される精度に対して、それぞれの領域の適当なメッシュ巾を定めることができる。今回検討した体系(Fig. 4.1に示された寸法と組成をもつ体系)について言えば、制御棒領域のメッシュ巾を 0.7 cm 、反射体領域のメッシュ巾を 2 cm とすれば、メッシュ効果は $0.1 [\Delta k / k^2 \%]$ 以下になる(Fig. 4.3参照)。燃料領域のメッシュ巾は反射体領域のメッシュ巾と同程度にしても、メッシュ効果は小さい。

Fig. 4.1 1次元円柱計算体系とReference 系メッシュ巾

Table 4.1 各領域のメッシュ巾をそれぞれ2倍にしたときの実効増倍係数と反応度変化 $\Delta\rho^*$

	<OUT>		<UP>		<IN>	
	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k / k^2\%$]	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k / k^2\%$]	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k / k^2\%$]
Reference 系	1.05019		1.03350		0.88525	
燃料領域のメッシュ巾を2倍	1.05024	0.005	1.03354	0.004	0.88517	-0.010
制御棒領域のメッシュ巾を2倍	1.05013	-0.005	1.03343	-0.006	0.88451	-0.095
反射体領域のメッシュ巾を2倍	1.04997	-0.020	1.03327	-0.021	0.88507	-0.023
	Total $\Delta\rho = -0.020$		Total $\Delta\rho = -0.023$		Total $\Delta\rho = -0.128$	
全ての領域のメッシュ巾を2倍	1.04996	-0.020	1.03326	-0.022	0.88425	-0.128

$$* \Delta\rho = \frac{k - k(\text{Reference})}{k \cdot k(\text{Reference})} \times 100 \quad [\Delta k / k^2\%]$$

但し, k (Reference) : Reference 系の実効増倍係数

Table 4.2 制御棒領域のメッシュ巾 Δr (C/R) と実効増倍係数 k 及び反応度変化 $\Delta \rho^*$

制御棒領域 メッシュ巾 ^{**} Δr (C/R)	<OUT>		<UP>		<IN>	
	k	$\Delta \rho^*$ [$\Delta k/k\%$]	k	$\Delta \rho^*$ [$\Delta k/k\%$]	k	$\Delta \rho^*$ [$\Delta k/k\%$]
	1.274	1.05013	-0.008	1.03343	-0.008	0.88451
0.849333	1.05018	-0.004	1.03348	-0.003	0.88505	-0.068
0.637	1.05019	-0.003	1.03350	-0.002	0.88525	-0.042
0.5096	1.05020	-0.002	1.03350	-0.002	0.88535	-0.030
0.424667	1.05020	-0.002	1.03351	-0.001	0.88540	-0.023
0.2548	1.05021	-0.001	1.03351	-0.001	0.88547	-0.014
$\Delta r \rightarrow 0$	1.05022	0	1.03352	0	0.88558	0

$$* \Delta \rho = \frac{k - k (\Delta r \rightarrow 0)}{k \cdot k (\Delta r \rightarrow 0)} \times 100 \quad [\Delta k/k\%]$$

但し $k (\Delta r \rightarrow 0)$: メッシュ巾 Δr を $\Delta r \rightarrow 0$ としたときの実効増倍係数 k の外挿値

** 制御棒領域: 2.548 cm

Table 4.3 制御棒領域のメッシュ巾と第6群中性子束の depression ケース<IN>

Δr (cm)	内側境界の中 性子束 ϕ_1	外側境界の中 性子束 ϕ_2	制御棒領域の中 性子束の最小値 ϕ_0^*	ϕ_1/ϕ_0	ϕ_2/ϕ_0
1.274	1.094^{-5}	1.688^{-5}	0.7486^{-5}	1.461	2.255
0.849333	1.170	1.806	0.7486^{-5}	1.563	2.413
0.637	1.203	1.856	0.7486^{-5}	1.607	2.479
0.5096	1.220	1.881	0.7486^{-5}	1.630	2.513
0.424667	1.230	1.896	0.7486^{-5}	1.643	2.533
0.2548	1.244	1.918	0.7486^{-5}	1.662	2.562

* Fig. 4.4 より, ϕ_0 の値は制御棒領域のメッシュ巾に依存しないとして, $\Delta r = 0.2548$ cm のときの ϕ_0 の値を他のメッシュ巾の場合にも用いた。

Table 4.4 反射体領域のメッシュ巾 Δr (Ref1.) と実効増倍係数 k 及び反応度変化 $\Delta\rho^*$

反射体領域 メッシュ巾** Δr (Ref1.)	< O U T >		< U P >		< I N >	
	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k/k^2\%$]	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k/k^2\%$]	k	$\Delta\rho^*$ [$\Delta k/k^2\%$]
3.38983	1.04910	-0.107	1.03236	-0.118	0.88434	-0.131
2.54238	1.04961	-0.060	1.03289	-0.069	0.88477	-0.076
2.03339	1.04985	-0.039	1.03314	-0.045	0.88498	-0.049
1.694915	1.04997	-0.028	1.03327	-0.033	0.88507	-0.037
0.847458	1.05019	-0.008	1.03350	-0.012	0.88525	-0.014
$\Delta r \rightarrow 0$	1.05028	0.	1.03362	0.	0.88536	0

$$* \Delta\rho = \frac{k - k(\Delta r \rightarrow 0)}{k \cdot k(\Delta r \rightarrow 0)} \times 100 \quad [\Delta k / k^2\%]$$

但し, $k(\Delta r \rightarrow 0)$: メッシュ巾 Δr を $\Delta r \rightarrow 0$ としたときの実効増倍係数 k の外挿値

** 反射体領域: 40.678 cm

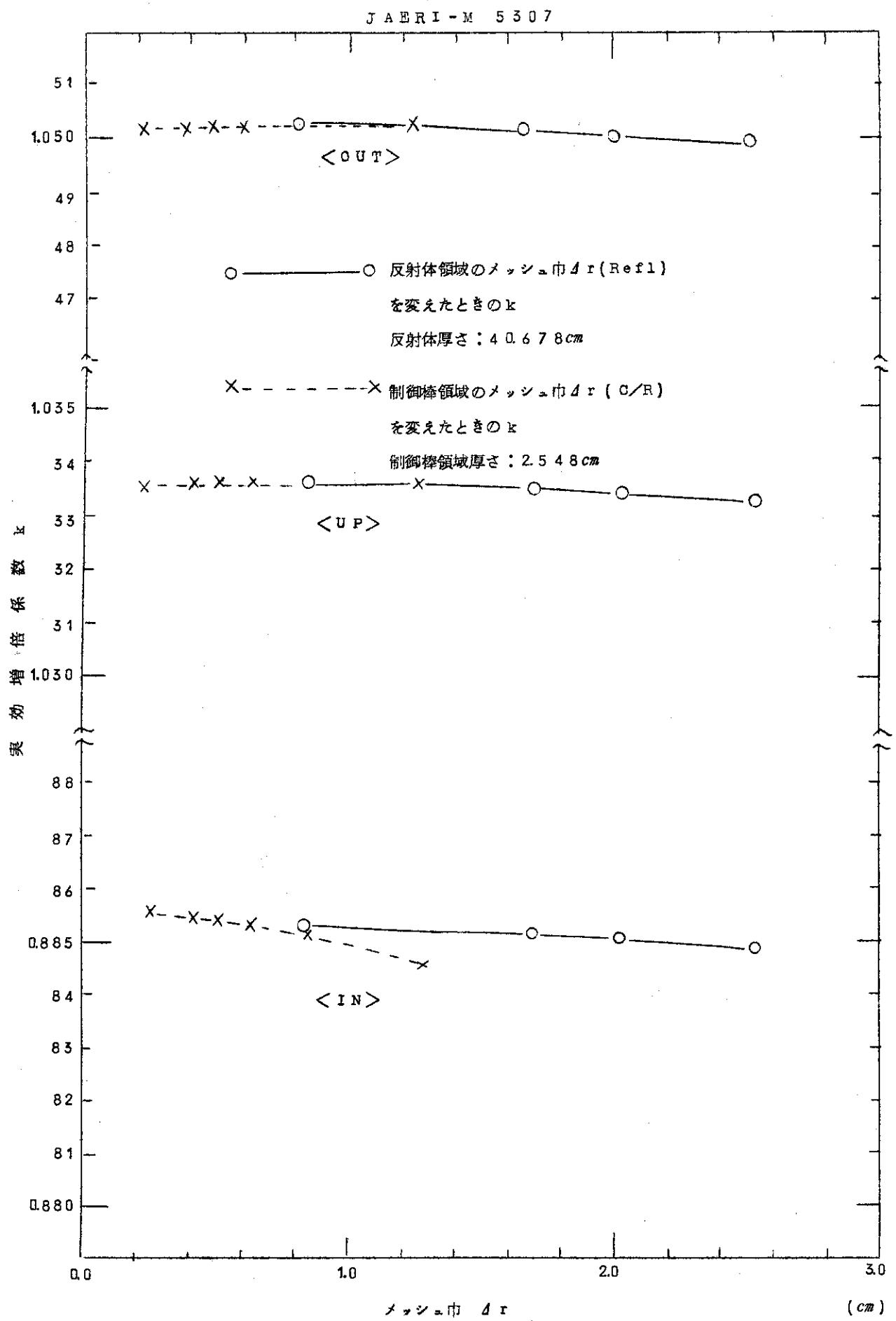


Fig. 4.2 制御棒領域及び反射体領域のメッシュ巾と実効増倍係数 k

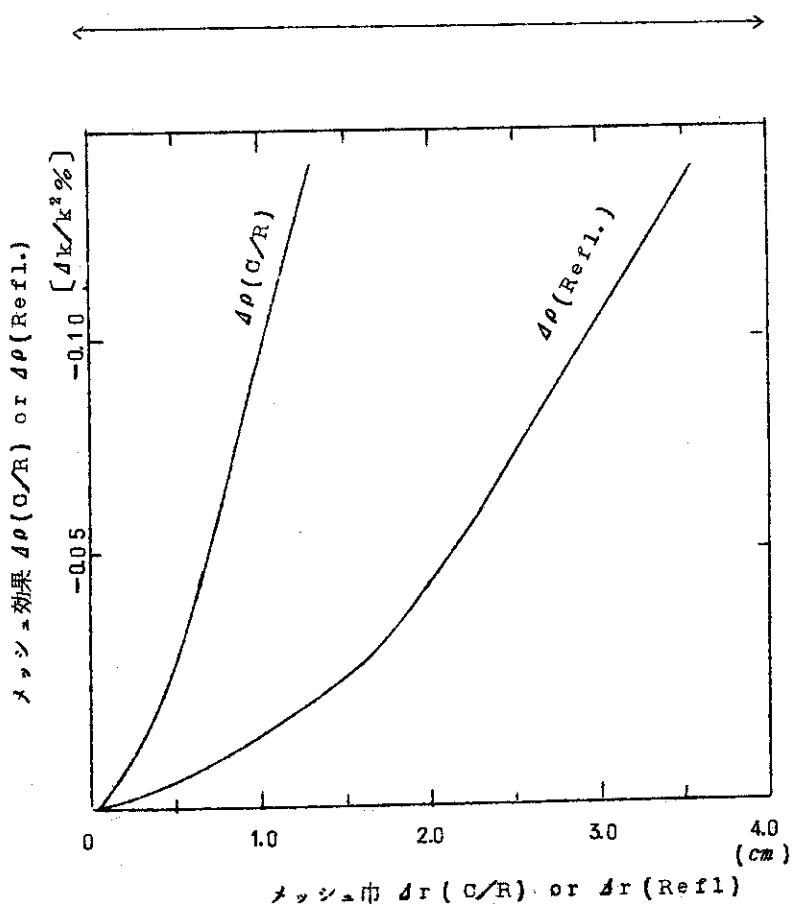


Fig. 4.3 メッシュ巾とメッシュ効果
ケース<IN>

第6群中性子束

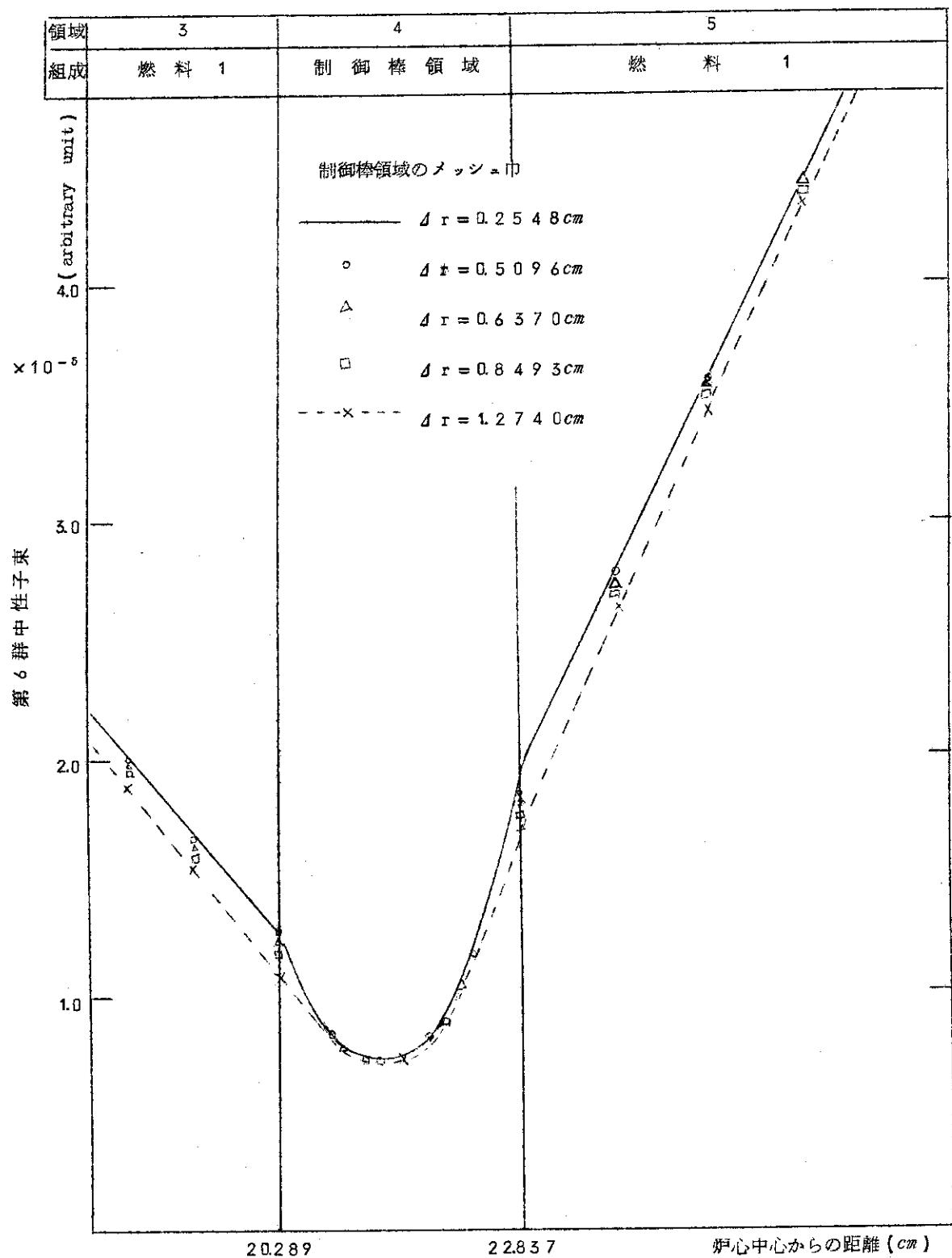


Fig. 4.4 制御棒領域のメッシュ巾と第6群中性子束 ケース<IN>

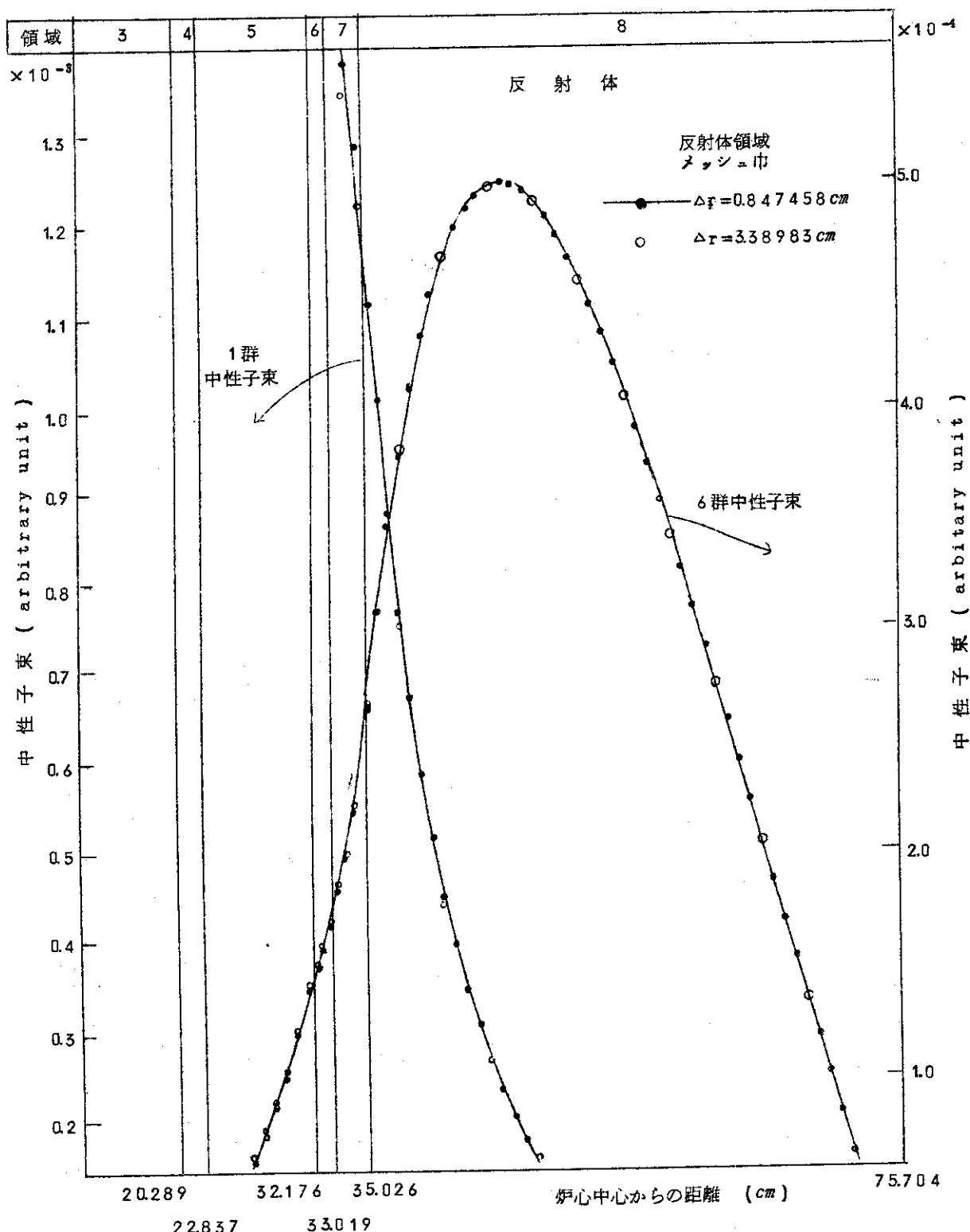


Fig. 4.5 反射体領域メッシュ巾と中性子束分布 ケース<IN>

4.2 単純な小型高速炉におけるメッシュ効果

拡散計算においてメッシュ巾の取り方の違いが実効増倍率に及ぼす影響を体系を単純化したモデルとした。原型となった体系はJAERI-Fast Critical Facility(FCA)のV-1炉心¹⁴⁾で、その炉心内のナトリウムドロワーの部分を燃料ドロワーに置き換えたものとした。V-1炉心の炉心中心部の断面図をFig. 4.6に示し、計算に用いた原子数密度をTable 4.5に示す。計算は全て25群計算とし、V-1炉心の炉心、ブランケット、周辺構造材(SUS)の3領域それぞれの体積を保存して模擬した1次元球計算、2次元R-Z計算を行った。1次元球体系をFig. 4.7に、R-Z体系をFig. 4.8に示した。計算に用いた断面積は25群のJAERI-FASTセットである。

1) 1次元球計算

炉心40メッシュ、ブランケット40メッシュ、SUS領域8メッシュをとった体系の実効増倍率を基準にとり炉心のメッシュ数を $1/2$ にした場合、ブランケットとSUSのメッシュ数を $1/2$ にした場合など6ケースについてそれぞれ実効増倍率を計算し基準体系と比較した。結果をTable 4.6に示す。計算は1次元拡散コードEXPANDA-4¹⁵⁾で行った。炉心のメッシュ数を $1/N$ にした場合の実効増倍率の変化量を $\Delta k_{N, \text{Core}}$ 、ブランケット及びSUSのメッシュ数を $1/N$ にした場合の変化量を $\Delta k_{N, \text{Blanket}}$ とし全体のメッシュ数を $1/N$ にした場合を $\Delta k_{N, \text{All}}$ とすると次のような関係が成り立つ。

$$\Delta k_{N, \text{All}} \approx \Delta k_{N, \text{Core}} + \Delta k_{N, \text{Blanket}}$$

炉心のメッシュ数を減らした場合よりもブランケットのメッシュ数を減らした場合の方が K_{eff} の変化量がはるかに大きくなることがわかる。

EXPANDAにおいて1次元球体系の多群表示された拡散方程式は次のように表される¹⁶⁾。

$$\begin{aligned} -D^i(r) \left\{ \frac{d^2}{dr^2} \phi^i(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \phi^i(r) \right\} + \Sigma_T^i(r) \phi^i(r) \\ = \chi_i S(r) + \sum_{j=1}^{i-1} \Sigma_s^{j \rightarrow i}(r) \phi^j(r) \end{aligned}$$

空間の位置 r をメッシュ点 r_n で代表させ微分の項を階差式により近似すると上方程式は

$$\begin{aligned} \phi_{n+1}^i &= \frac{2a_n^i + \Sigma_{Tn}^i}{C_n^i} \phi_n^i - \frac{a_n^i \left(1 - \frac{\Delta r}{r_n} \right)}{C_n^i} \phi_{n-1}^i - \frac{\chi_i S_n + \sum_{j=1}^{i-1} \Sigma_{sn}^{j \rightarrow i} \phi_n^j}{C_n^i} \\ &= k_n^i \phi_n^i - \ell_n \phi_{n-1}^i - m_n^i \end{aligned}$$

と表される。 Δr : メッシュ巾

$$a_n^i = \frac{D_n^i}{(\Delta r)^2}$$

$$C_n^i = a_n^i \left(1 + \frac{\Delta r}{r_n} \right)$$

この式を以下の2点階差式に直す。

$$\phi_n^i = \frac{\phi_{n+1}^i + \beta_n}{\alpha_n^i}$$

$$\alpha_n^i = k_n^i - \frac{\ell_n}{\alpha_{n-1}^i}$$

$$\beta_n^i = \frac{\ell_n \beta_{n-1}^i}{\alpha_{n-1}^i} + m_n^i$$

実際の計算では体系の中心での条件を与えることにより α_0^i , β_0^i が求まり順次 α_n^i , β_n^i を求めることができる。次に外部境界条件を用いることにより最外点の中性子束 ϕ_R^i が求まり順次 ϕ_n^i を求めることができる。領域の境界では中性子の流れの連続性を考慮して中性子束をつなぐ。メッシュ巾 Δr を変えることによって実効増倍率が変化する原因を検討する。

① α_n^i , β_n^i の計算値の精度

② 領域境界において中性子束をつなぐ場合の誤差

③ Neutron Source S_n を計算する場合の空間点の数が少なくなることによる誤差

以上3つの項はそれぞれ独立なものと考えることはできず相互に関連し合って中性子束や S_n の空間分布に影響を与える。Table 4.6 に示した結果から炉心のメッシュ数を変えたケース1とケース2の実効増倍率の変化は①と③が主な原因となる。ケース3とケース4のプランケット及びSUSのメッシュ数を変えた場合の実効増倍率の変化は①, ②, ③の全てが影響していると考えられるが、この場合炉心の中性子束が変化した原因是②が主となり。プランケット及びSUSの領域での中性子束の変化は①と③が主な原因となる。炉心に比べてプランケットの中性子束のレベルが低いことから全体としては②の領域境界における中性子束をつなぐ場合の誤差が一番大きな影響を与える。別にSUS領域のみのメッシュ効果を計算したが中性子束のレベルが低いことから実効増倍率には影響を及ぼさないことがわかった。次にケース4について少し詳細に検討してみる。炉心とプランケットの境界付近における中性子束を基準体系と比較した例を Fig. 4.9 に示す。代表例として1群のグラフを示したが、他の群でもほぼ同様の傾向を示す。実線上の点が基準計算によるメッシュ点 r_n での中性子束である。プランケット領域では両者にほとんど変化が無いが境界点で差が表われ炉心内の中性子束にその影響が波及して実効増倍率が変化する。基準計算ではグラフ上のA点の中性子束を用いて境界の中性子束を求めるが、ケース4ではB点すなわち境界から離れた点の値から境界での中性子束を求めることになり中性子束の勾配に対する情報の不足が原因となってこの変化が現われる。

2) 2次元R-Z計算

基準となる計算のメッシュの取り方はR方向一炉心20メッシュ、プランケット20メッシュSUS領域4メッシュ、Z方向一炉心20メッシュ、プランケット20メッシュとした。計算コードはEXTERMINATOR-2とCITATIONを用いた。2つのコードを用いたのは3章で述べているようにメッシュを粗くした場合の効果が逆の傾向を示すことをチェックするためである。メッシュ巾は2つのコードとも一致するようになつた。結果をTable 4.7に示す。1次元の結果から予測されたことであるが炉心のメッシュ数を減らしても k_{eff} に与える影響は小さいことがわかる。ケース2の場合メッシュの取り方を粗くした場合EXTERMINATOR-2とCITATIONでは実効増倍率の変化の仕方は逆の傾向を示すことがわかる。このことからメッシュ効果は計算コードそれぞれの解法上の問題を含んでいるといえる。

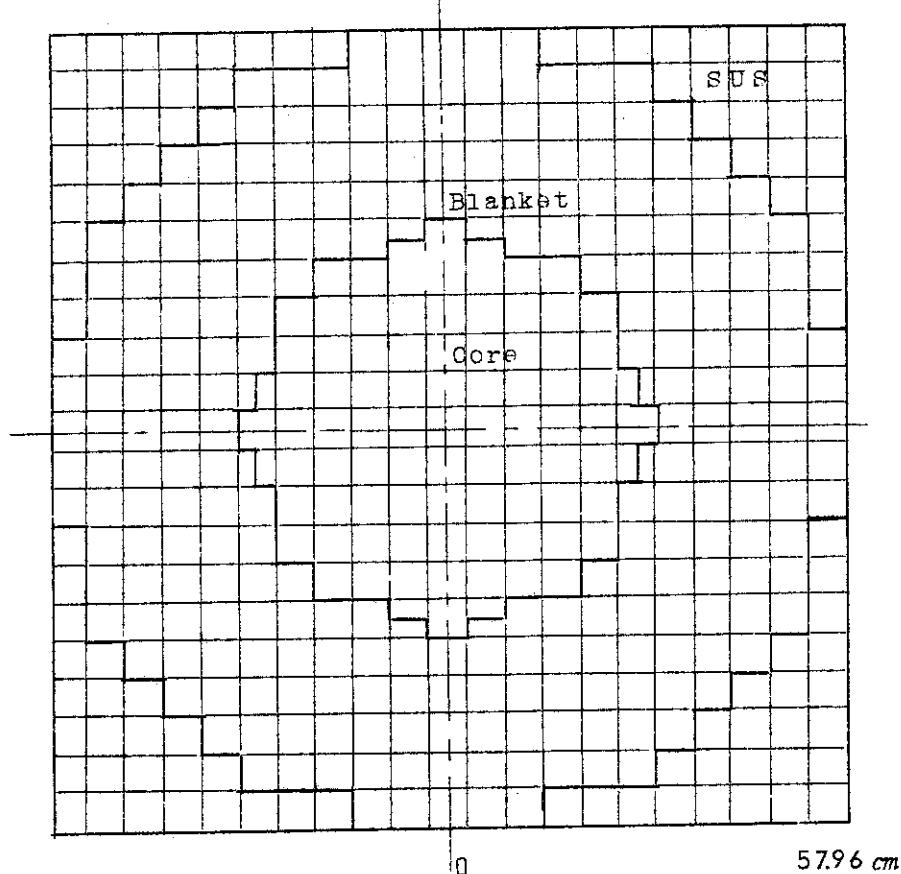


Fig. 4.6 FCA V-1 炉心断面図

Table 4.5 FCA V-1 集合体 ドロワー 平均原子数密度

($10^{22} \text{ atoms/cm}^3$)

	Core Drawer	Blanket Drawer	Matrix Tube
Pu - 2 3 9	0.1 0 4 4 6	0	0
Pu - 2 4 0	0.0 0 9 4 2 7	0	0
Pu - 2 4 1	0.0 0 1 1 2 4	0	0
U - 2 3 5	0.1 9 .6 0	0.0 2 8 9 1	0
U - 2 3 8	0.7 7 8 1 2	3.9 8 9 0	0
O	1.6 4 7 5 8	0	0
Na	0.6 0 4 3 1	0	0
Al	1.1 0 6 5 0	0	0
Cr	0.3 0 5 3 5	0.1 8 2 7	0.1 2 2 9
Fe	1.0 9 7 0 5	0.6 6 5 2	0.4 4 7 4
Ni	0.1 4 2 7 5	0.0 7 9 6 4	0.0 5 3 5 7

Table 4.6 1次元球計算のメッシュ効果

	メッシュ数 ($\Delta r : cm$)			keff	$\Delta k/k(\%)$
	炉心	ブランケット	SUS		
基準計算	40 (0.83825)	40 (0.83985)	8 (0.7510)	1.02471	
ケース1	20 (1.6765)	40 (0.83985)	8 (0.7510)	1.02484	0.013
ケース2	10 (3.3530)	40 (0.83985)	0.8 (0.7510)	1.02536	0.063
ケース3	40 (0.83825)	20 (1.6797)	4 (1.502)	1.02372	-0.097
ケース4	40 (0.83825)	10 (3.3594)	2 (3.004)	1.01971	-0.488
ケース5	20 (1.6765)	20 (1.6797)	4 (1.502)	1.02385	-0.084
ケース6	10 (3.3530)	10 (3.3594)	2 (3.004)	1.02037	-0.424

Table 4.7 2次元R-Z計算のメッシュ効果

	メッシュ数 (R-方向) (Z-方向) ($\Delta r : cm$)			keff ($\Delta k_{eff}/k_{eff}$)	EXTERMINATOR-2	CITATION
	炉心	ブランケット	SUS			
基準計算	R 19.5※ (1.4725)	20 (1.4398)	4 (1.9726)	1.00910	1.01015	
	Z 19.5 (1.5631)	20 (1.5240)	—			
ケース1	R 9.5 (3.0224)	20 (1.4398)	4 (1.9728)	1.00917 (0.0069%)	1.01016 (0.0010%)	
	Z 9.5 (3.2084)	20 (1.5240)	—			
ケース2	R 9.5 (3.0224)	10 (2.8797)	2 (3.9455)	1.00780 (-0.13%)	1.01196 (0.18%)	
	Z (3.2084)	10 (3.048)	—			

※Fig.4.8 の中心付近でのメッシュの取り方が座標の中心より半メッシュずれることから、実際のR-方向の

炉心の長さは $R_{core} = 1.4725 (cm) \times 19.5$ で求められる。

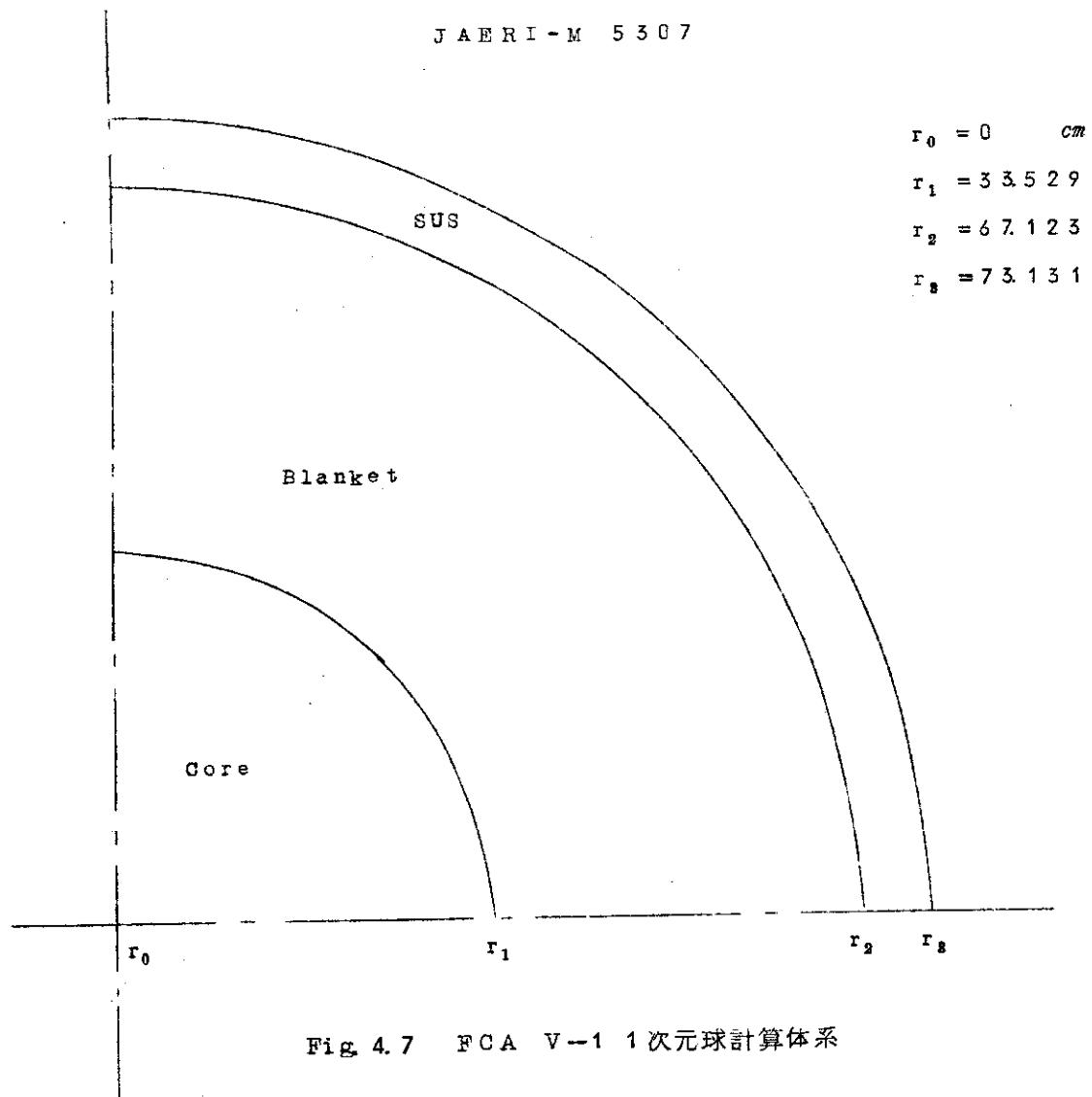


Fig. 4.7 FCA V-1 1次元球計算体系

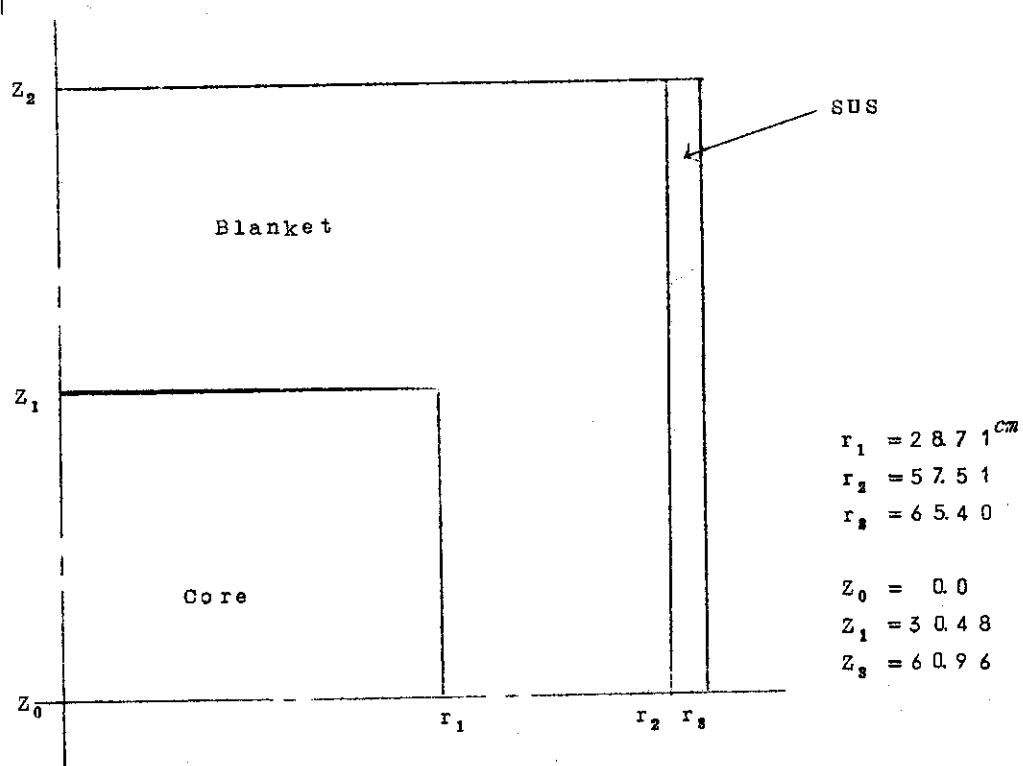


Fig. 4.8 FCA V-1 廢心 R-Z 計算体系

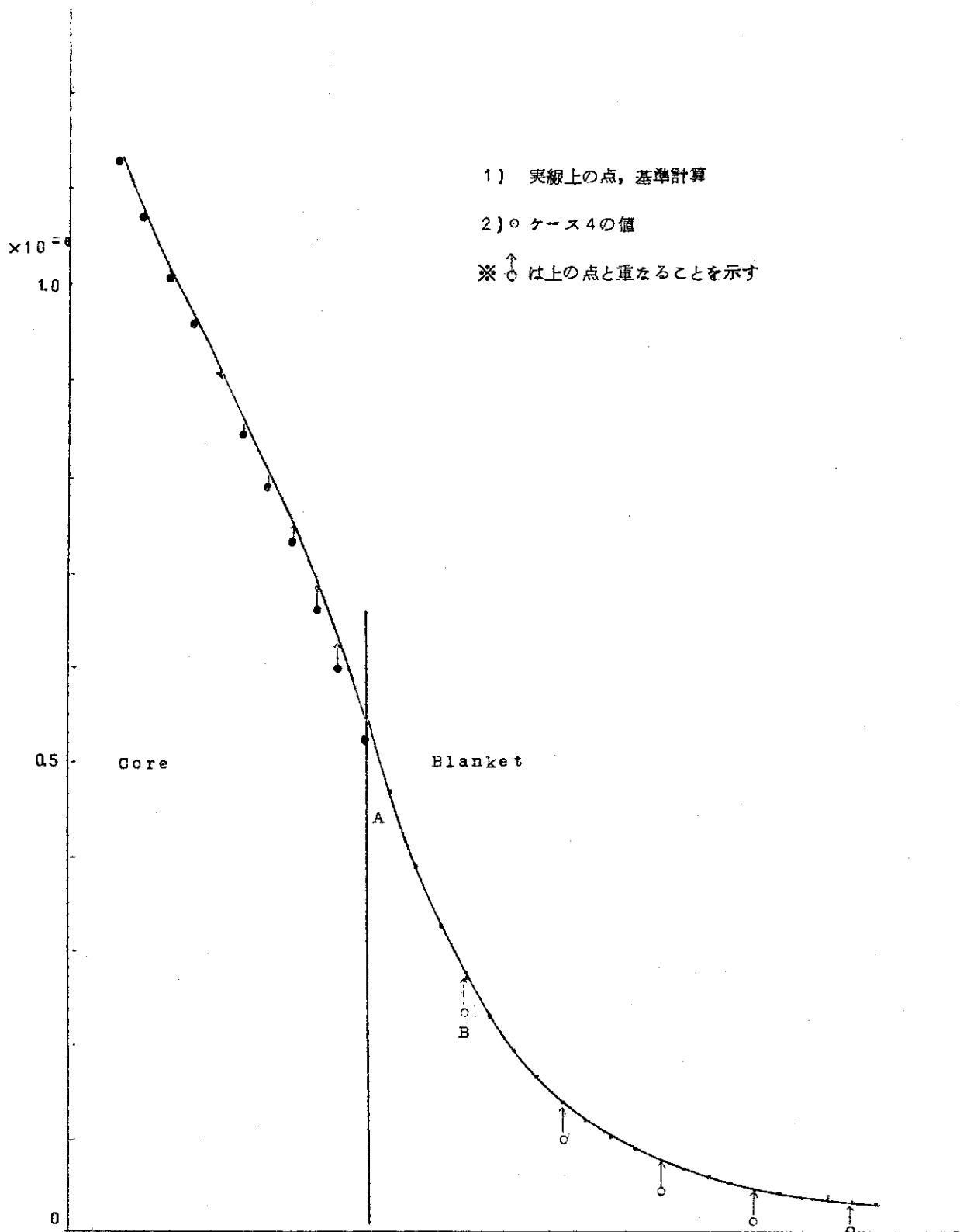


Fig. 4.9 炉心とプランケット境界付近の中性子束の変化 1群

5 体系の2次元モデル化に伴う誤差評価

この章では2次元RZ計算、2次元XY計算および1次元円柱計算より得られた実効増倍率を用いて3次元XYZ計算の実効増倍率を推定する方法について説明する。第3章で説明した反射体付小型高速炉の制御棒計算にこの方法を適用して、体系の2次元モデル化に伴う誤差の評価を行った。

5.1 3次元XYZ計算実効増倍率の推定法

Fig. 3.1に示されるように6角柱の形状をした炉心集合体からなる高速炉体系を厳密に取扱うためには6角形メッシュの3次元計算が必要である。6角柱の形状をした炉心集合体を4角柱で模擬すれば3次元XYZ計算体系が得られるが、この模擬に伴う実効増倍率の誤差は小さい。

3次元XYZ計算の実効増倍率を求めるには3次元XYZ拡散コードを用いれば良い訳であるが、2次元拡散コードにおいてもFig. 3.7に示されるようにメッシュ巾に対する依存性が大きく現在の電子計算機の性能では精度良い3次元計算はかなり困難である。

2次元RZ計算においてはFig. 3.3で示されるように、同じ組成の炉心集合体をまとめて円柱或いは円環柱で模擬するがこの模擬が実効増倍率に及ぼす効果は大きく、これを「形状模擬効果」と名付ける。2次元XY計算においてはFig. 3.2に示すように炉心集合体の6角形の断面を長方形で模擬しているが、この模擬の効果は小さい。2次元XY計算ではZ軸方向の中性子の洩れを2次元RZ計算のZ方向中性子束分布から得られる軸方向バックリングを用い考慮しているが、この「バックリング近似」に伴う誤差はかなり大きい。

3次元XYZ計算に対して、2次元RZ計算は形状模擬に伴う誤差を含み、2次元XY計算は軸方向バックリング近似に伴う誤差を含んでいる。この2種類の誤差が単純に加算されて1次元円柱計算に生ずるものと仮定して、それぞれの誤差を求め、逆に3次元XYZ計算の実効増倍率を推定する方法をFig. 5.1に示す。

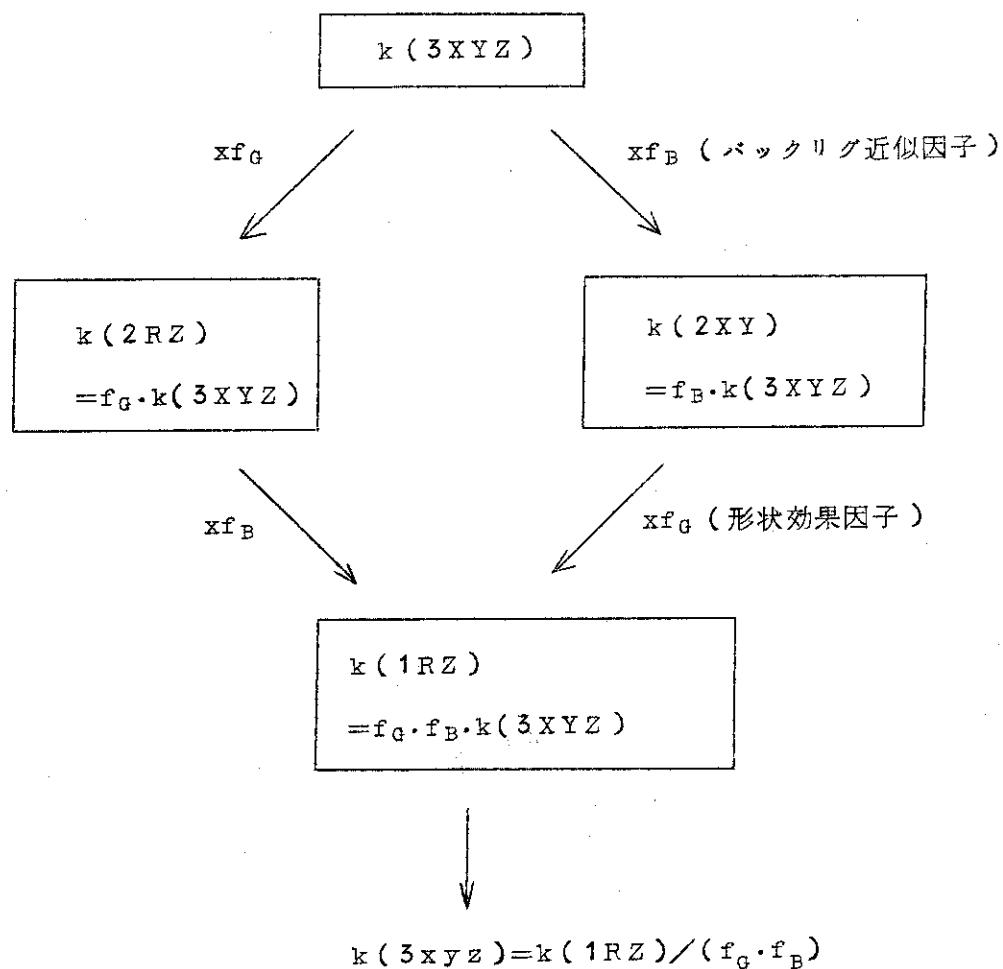


Fig. 5.1 3次元XYZ計算実効増倍率の推定法

この図において2次元RZ計算の実効増倍率 $k(2RZ)$ は3次元XYZ計算の実効増倍率 $k(3XYZ)$ に形状模擬因子 f_G を掛けて得られるものとした。同様に2次元XY計算の実効増倍率 $k(2XY)$ は $k(3XYZ)$ にバックリング近似因子 f_B を掛けて求められたとした。そして1次元円柱計算の $k(1RZ)$ は $f_G \cdot f_B \cdot k(3XYZ)$ で与えられるものとした。上の3つの仮定により、 f_G 、 f_B と $k(3XYZ)$ は

$$f_G = k(1RZ)/k(2XY),$$

$$f_B = k(1RZ)/k(2RZ),$$

$$k(3XYZ) = k(1RZ)/(f_G \cdot f_B)$$

として順に求められる。

5.2 実効増倍率の最確値の求め方

前節で述べた3次元XYZ計算の実効増倍率の推定法が有効であるためには $k(1RZ)$ 、 $k(2RZ)$ 、 $k(2XY)$ が精度良く求められていることが必要である。また3.2で述べた入力データの与え方の任意性から生ずる各値の差が十分小さくなくてはならない。

3章で述べた反射体付小型高速炉の制御棒計算にこの方法を適用して有効性を確かめる。 $k(1RZ)$ 、 $k(2RZ)$ 、 $k(2XY)$ の計算には同じ核分裂スペクトル、外側境界条件が用いられ、 $k(1RZ)$ と $k(2XY)$ の計算には $k(2RZ)$ の計算と同時に出力された領域およびエネルギー依存の軸方向バックリングを用いた。 $k(2RZ)$ と $k(1RZ)$ は1次元球計算に基づく同じ6群縮約断面積 $\Sigma_{s,k}^6$ が用いられているが、 $k(2XY)$ の計算には1次元円柱計算に基づく6群縮約断面積 $\Sigma_{c,k}^6$ が用いられた。3.3の(4)において $\Sigma_{c,k}^6$ と $\Sigma_{s,k}^6$ のいずれを用いるかにより $k(2XY)$ に生ずる差は0.07%以下であることが示されている。

Fig. 3.7に示したように各種の拡散コードにより計算された実効増倍率は、計算コードによりメッシュ巾を小さくしてもなおかなりの不一致がある。3.3の(2)で述べたように EXTERMINATOR-2とCITATIONで計算された実効増倍率の算術平均はメッシュ巾依存性が小さい。そこでTABLE 3.4の倍メッシュ計算の実効増倍率より、

$$k(2RZ) = [k(E, RZ) + k(C, RZ)]/2,$$

$$k(2XY) = [k(E, XY) + k(C, XY)]/2$$

とした。また $k(1RZ)$ としては1次元円柱計算においてメッシュ巾を0に外挿したときの実効増倍率(4.1のTABLE 4.2)を用いることとする。

5.3 計算結果と検討

TABLE 5.1に $k(1RZ)$ 、 $k(2RZ)$ 、 $k(2XY)$ の最確値および最確値から計算された形状模擬因子 f_G とバックリング近似因子 f_B と $k(3XYZ)$ を示す。この表より以下の結論を得る。

(1) 軸方向バックリング近似により $k(2XY)$ は $k(3XYZ)$ よりも0.27~0.65%過大評

価される。

- (2) 形状模擬により $k(2RZ)$ は制御棒が体系外 $\langle OUT \rangle$ のときは $k(3XYZ)$ より 0.08 % 過大評価され、制御棒引上げ状態 $\langle UP \rangle$ で 0.22 % 過大評価される。
- (3) 形状模擬により制御棒挿入状態 $\langle IN \rangle$ で $k(2RZ)$ は $k(3XYZ)$ より 1.11 % 過小評価される。

$k(2XY)$ が軸方向バックリング近似によって過大評価されるのは、Z 軸方向の中性子束に関する情報を、軸方向の洩れを保存するように決めた軸方向バックリングだけでは表わしきれないためである。

$\langle OUT \rangle$ および $\langle UP \rangle$ のとき $k(2RZ) > k(3XYZ)$ となる理由は 2 次元 RZ 体系では炉心燃料を実際以上に炉心に近づけてしまうためである。 $\langle IN \rangle$ の状態で $k(2RZ) < k(3XYZ)$ となるのは制御棒を薄い円環柱で模擬するために制御棒内の中性子束の自己吸収による遮蔽効果を過小評価しているためである。

TABLE 5.1 3 次元 XYZ 計算実効増倍率の推定

	項 目	制 御 棒 状 態		
		$\langle OUT \rangle$	$\langle UP \rangle$	$\langle IN \rangle$
実効増倍率の最確値	1次元円柱 ; $k(1RZ)$	1.05022	1.03352	0.88558
	2次元RZ ; $k(2RZ)$	1.04732	1.03001	0.87954
	2次元XY ; $k(2XY)$	1.04929	1.03124	0.89515
2次元化誤差因子	バックリング近似因子 $f_B = k(1RZ) / k(2RZ)$	1.0027	1.0034	1.0065
	形状模擬因子 $f_G = k(1RZ) / k(2XY)$	1.0008	1.0022	0.9889
推定値	3次元XYZ ; $k(3XYZ) = k(1RZ) / f_G \cdot f_B$	1.0464	1.0278	0.8890

6 結 言

2次元拡散コードの信頼性の評価をいくつかの計算例に基づいて行った。その結果2次元拡散コードについて以下のことが明らかにされた。

1. 階差方程式を解く型の2次元拡散コードは、計算機の記憶容量と計算時間による制約から空間メッシュ巾をある程度以上には小さくできないために数値計算上の誤差を含む。
2. メッシュ巾が大きくなるにつれて実効増倍率は計算コードにより過大に或いは過小に評価される。
3. 中性子束の勾配が大きい領域におけるメッシュ巾の大小が実効増倍率に特に影響を与える。各領域のメッシュ効果は、それぞれ独立に大きさが決まり隣り合う領域のメッシュ巾の影響を受けない。
4. 制御棒を含む体系の実効増倍率は、使用する計算コードにより2%以上の不一致を示すことがある。メッシュ巾を半分にすることによりこの不一致は0.7%以下になった。
5. 2次元拡散計算に使用する少数组縮約断面積の作成のための縮約スペクトルとして1次元球計算と1次元円柱計算のいづれから求められるものを使用しても、2次元拡散計算の実効増倍率に対する影響は0.07%以下である。
6. 2次元拡散計算において計算体系の外側境界で中性子束が零となる位置を実際の体系の外側境界にとったときと外挿距離を考慮した位置にとったときの実効増倍率の差は0.1%以下である。
7. 2次元X-Y計算の実効増倍率は軸方向バックリング近似によって0.3~0.7%過大評価される。
8. 2次元R-Z計算の実効増倍率は形状模擬により制御棒插入状態で1.11%過小評価され、制御棒引上げ状態、制御棒が体系外の状態でそれぞれ0.22%, 0.08%過大評価される。

階差方程式を解く型の3次元拡散コードを使用するときには、特に中性子の勾配の大きい領域のメッシュ巾を十分に小さくする必要がある。メッシュ巾に依存しない拡散方程式の解法の開発が望まれる。

謝 辞

本稿の作成にあたり貴重な討論をしていただきました高速炉設計班の猪川浩次氏と東稔達三氏に深く感謝いたします。計算コードの修正および計算の実行に御援助いただきましたセンチュリリサーチセンターの井原均氏、成田秀雄氏、小野正夫氏に深く感謝いたします。いくつかの有益なコメントをいただきました平田実穂氏に深く感謝いたします。

6 結 言

2次元拡散コードの信頼性の評価をいくつかの計算例に基づいて行った。その結果2次元拡散コードについて以下のことが明らかにされた。

1. 階差方程式を解く型の2次元拡散コードは、計算機の記憶容量と計算時間による制約から空間メッシュ巾をある程度以上には小さくできないために数値計算上の誤差を含む。
2. メッシュ巾が大きくなるにつれて実効増倍率は計算コードにより過大に或いは過小に評価される。
3. 中性子束の勾配が大きい領域におけるメッシュ巾の大小が実効増倍率に特に影響を与える。各領域のメッシュ効果は、それぞれ独立に大きさが決まり隣り合う領域のメッシュ巾の影響を受けない。
4. 制御棒を含む体系の実効増倍率は、使用する計算コードにより2%以上の不一致を示すことがある。メッシュ巾を半分にすることによりこの不一致は0.7%以下になった。
5. 2次元拡散計算に使用する少数组縮約断面積の作成のための縮約スペクトルとして1次元球計算と1次元円柱計算のいづれから求められるものを使用しても、2次元拡散計算の実効増倍率に対する影響は0.07%以下である。
6. 2次元拡散計算において計算体系の外側境界で中性子束が零となる位置を実際の体系の外側境界にとったときと外挿距離を考慮した位置にとったときの実効増倍率の差は0.1%以下である。
7. 2次元X-Y計算の実効増倍率は軸方向バックリング近似によって0.3~0.7%過大評価される。
8. 2次元R-Z計算の実効増倍率は形状模擬により制御棒挿入状態で1.11%過小評価され、制御棒引上げ状態、制御棒が体系外の状態でそれぞれ0.22%, 0.08%過大評価される。

階差方程式を解く型の3次元拡散コードを使用するときには、特に中性子の勾配の大きい領域のメッシュ巾を十分に小さくする必要がある。メッシュ巾に依存しない拡散方程式の解法の開発が望まれる。

謝 辞

本稿の作成にあたり貴重な討論をしていただきました高速炉設計班の猪川浩次氏と東稔達三氏に深く感謝いたします。計算コードの修正および計算の実行に御援助いただきましたセンチュリリサーチセンターの井原均氏、成田秀雄氏、小野正夫氏に深く感謝いたします。いくつかの有益なコメントをいただきました平田実穂氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) R.W. Hardie and W.W. Little Jr; 3DB, A Three Dimensional Diffusion Theory Burnup Code, BNWL-1264 (1970)
- (2) T.B. Fowler and D.R. Vondy; Nuclear Reactor Analysis Code; CITATION, ORNL-TM-2496, Revision 1 (1970)
- (3) 猪川浩次; (私信)
- (4) T.B. Fowler, M.L. Tobias and D.R. Vondy; EXTERMINATOR-2: A Fortran IV Code for Solving Multigroup Neutron Diffusion Equations in Two Dimensions, ORNL-4078 (1967)
- (5) M.L. Tobias and T.B. Fowler; The TWENTY GRAND Program for the Numerical Solutions of Few-Group Neutron Diffusion Equations in Two Dimensions, ORNL-3200 (1962)
- (6) 根田美佐子, 鈴木友雄; 高速炉臨界計算のためのTWENTY GRANDの改良 (TWENTY FASTコード), JAERI-memo 1966 (1965)
- (7) 鈴木友雄; 高速炉用2次元燃焼コードFURNACE, JAERI 1164 (1968)
- (8) L.P. Abagyan et al.; Group Constants for Nuclear Reactor Calculations, Consultants Bureau (1964)
- (9) S. Katsuragi, T. Tone and A. Hasegawa; JAERI Fast Reactor Group Constants Systems Part I, JAERI 1195 (1970)
S. Katsuragi, Y. Ishiguro, H. Takano and M. Nakagawa; JAERI Fast Reactor Group Constants Systems Part II-1, JAERI 1199 (1970)
- (10) 西村秀雄; (私信)
- (11) 飯島 進; MAKECXコード(私信)
- (12) 大杉俊隆; AIDLEコード(私信)
- (13) 大杉俊隆; (私信)
- (14) 平川直弘, 向山武彦, 白方敬章, 野本昭二, 弘田実弥, 松野義明, 小西俊雄; (私信)
- (15) 鈴木友雄; EXPANDA-4 JAERI-memo 3660 (1969)
- (16) 桂木 学, 鈴木友雄; 高速炉用一次元拡散コードEXPANDA JAERI-1091 (1965)