

JAERI-M

5351

パルス中性子法による軽水・アルミニウム正方格子における非等方中性子拡散係数の測定

1973年8月

金子 義彦・秋濃 藤義・鈴置 善郎*
北館 憲二・黒川 良右・小山 謙二

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

パルス中性子法による軽水・アルミニウム正方格子における非等方中性子拡散係数の測定

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

金子 義彦・秋濃 藤義・鈴置 善郎*

北館 憲二・黒川 良右・小山 謙二

(1973年7月12日受理)

原子炉の格子における非等方中性子拡散係数に関する理論の妥当性を証明することを目的として、パルス中性子法により軽水・アルミニウム正方格子について実験が行なわれた。この格子はピッチが 1.9 および 2.4 mm でボイドチャンネルを模擬したアルミニウム棒の直径は 1.5 mm である。実験結果は主として 2 次元 Sn 法によって解析された。この方法の特徴は実験体系の有限性が直接とり入れられることと、体系の挿外距離と格子の実効的な中性子輸送距離の関係を数値的に求めることである。この二つの利点によって、これまで黒鉛減速格子について報告してきた減速材の中性子輸送距離に比較して大きな半径をもつボイドチャンネルを有する正方格子におけるボイドチャンネルと平行方向の拡散係数 D_{axial} に対する理論と実験の不一致は大巾に改善された。また一方、ボイドチャンネルに垂直な方向の拡散係数 D_{radial} に対しては、従来通り Benoist の理論が精度よく適用され体系の有限性にもとづく Dipole 効果等による精度の低下は認められないことが結論された。

*) 名古屋大学工学部原子核工学科修士課程在学中、原研へ学生研究生として派遣されていた期間にこの研究に参加した。現在、三菱原子力工業株式会社大宮研究所勤務。

Measurement of Anisotropic Neutron Diffusion Coefficients in
the H₂O-Al Square Lattices by Pulsed Neutron Method

Yoshihiko KANEKO, Fujiyoshi AKINO, Yoshiro SUZUOKI*,
Kenji KITADATE, Ryosuke KUROKAWA and Kinji KOYAMA

Division of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received 12 July, 1973)

Neutron diffusion coefficients were measured for the light water square lattices (pitch 19 and 24 mm) with aluminum channels (dia. 15 mm) in both the axial (D_{axial}) and the radial (D_{radial}) directions, by means of the pulsed neutron technique. The measured results were compared with those of calculation based on either the 2-dimensional discrete S_n or the Benoist method, taking into consideration of the anisotropic scattering by use of transport-corrected scattering cross sections. Fairly good agreement was obtained between theory and experiment for D_{axial} as well as D_{radial} . The relation between extrapolation distance and effective transport length in the axial direction, I_{axial} and D_{axial} / V was also studied. The ratios of I_{axial} to $3 D_{\text{axial}} / V$ were then numerically determined from the plots of calculated neutron fluxes, which are slightly higher than the widely used value of 0.71. This latter value has ever been postulated in interpretation of the geometrical buckling of heterogeneous media.

* Faculty of Engineering, Nagoya University

目 次 な し

1. まえがき

原子炉からの中性子漏洩量を正確に評価することは、原子炉物理の基本的問題の一つである。この中性子漏洩量は原子炉格子について正当に拡散係数を定義することができれば、拡散近似の適用により容易に求められるようになる。また正当に定義された拡散係数を使用することにより、漏洩以外の問題、例えば炉内の出力分布等の評価も拡散近似によって精度よく行うことができるようになる。従来原子炉格子の拡散係数は、格子の構成物質を均質に混合した媒質の拡散係数として計算されてきた。この単純な計算方法は、軽水炉においては十分成立するだろうが、冷却用チャンネルを多数有する黒鉛減速炉については慎重な吟味を要する。黒鉛減速炉においては、燃料棒に沿って軸方向に円筒あるいは円環状の冷却ガスの流路が多数配置されるが、このため軸方向に対する中性子漏洩が加速されることが多い。そのため炉心設計にさきだち炉の主要な核的特性である臨界質量、余剰反応度、停止余裕、出力ピーキング等を正確に把握するための基礎の一つとして、格子系の拡散係数を正当に評価しておくことが必要となる。これらの要求を満すために、かなり古くから理論的研究が進められている。Behrens⁽¹⁾ (1949) は円柱形炉の軸方向に円筒形ボイドチャンネルが多数貫通している場合の格子に対して、つきの拡散係数の計算式を示した。

$$D_{\text{axial}}/D_m = 1 + \frac{V_c}{V} (1 + 2R/\lambda_{tr}) \quad (1)$$

$$D_{\text{radial}}/D_m = 1 + \frac{V_c}{V} (1 + R/\lambda_{tr}) \quad (2)$$

ここで D_{axial} , D_{radial} および D_m はそれぞれ、ボイドチャンネルに平行と垂直な方向の拡散係数と減速材の拡散係数である。また V_c と V はボイドチャンネルおよびセル全体の体積を示しているし、 R と λ_{tr} はボイドチャンネルの直徑と減速材の中性子輸送距離である。しかしこの理論の誤りは 1958 年に Schaefer⁽²⁾ によって指摘された。すなわち、拡散面積が吸収にいたるまでの平均二乗距離からではなく、素過程の道のりの平均二乗の和より計算されていること、つまり均質媒質中でしかなりたたない特性を格子系にもちこんでしまっていたわけである。そのため、チャンネルの直徑が大きくなるほど(1)(2)式は信頼できなくなる。⁽³⁾その後拡散係数に関する理論的研究は、Benoist⁽³⁾ (1964) と Leslie⁽⁴⁾ (1961) によっていちじるしい進歩がもたらされた。Benoist は格子における拡散係数をセル中の領域における方向づけられた衝突確率を基礎にして、一般的に記述する定式化に成功した。つまり、格子セルにおいて k 方向 (つまりチャンネルに平行あるいは垂直) への中性子漏洩量の中性子束に対する相対比 J_k はセルの位置に関係なく k 方向への巨視的バックリング B_k^2 と関係づけられると仮定した。

$$J_k \equiv D_k B_k^2 \quad (3)$$

(3)式によって D_k が k 方向の拡散係数として定義されたわけである。 D_k はセル中の各領域間の衝突確率によってつきのように表現された。

$$D_k = \frac{\sum_{i,j} V_i \lambda_{ij} \phi_j \sum_{l=0,\infty}^{(l)} P_{ij,k}^{(l)}}{3 \sum_i V_i \phi_i} \quad (4)$$

そして

$$P_{ij,k}^{(0)} = \frac{1}{V_i \lambda_{ij} V_j} \int d^3 r \int_{V_i} d^3 r' \frac{e^{-\sum R}}{4\pi R^2} \quad (5)$$

ここに, V_i は領域 i の体積を, ϕ_i は中性子束を λ_{ij} は全断面積の逆数をそれぞれ示す。さらに $P_{ij,k}^{(l)}$ は最初と最後の経路の間の角度相關を考慮した k 方向への $(l+1)$ 回の衝突確率と呼ばれるものである。 $l=0$ の項は主要項と呼ばれおり(5)式のように記述される。Rは r' と r との距離であって, $\sum R$ は対応する光学距離である。 Ω_k は単位ベクトル $\vec{\Omega} = (\vec{r} - \vec{r}')/R$ の k 方向への成分である。この主要項は, i, j 領域間の衝突確率 P_{ij} と次式で結びつけられていることはよく知られている。

$$\frac{1}{3} \sum_k P_{ij,k}^{(0)} = P_{ij} \quad (6)$$

$l \geq 1$ の角度相關項を計算することは極めて多くの衝突経路を考えねばならないので, かなりめんどうである。 D_{axial} の計算にあたっては, 幸いなことに, 媒質が等方散乱体であれば $l \geq 1$ の角度相關項は消失する。 $D_{\text{radial}}^{(3)}$ については, たとえ等方散乱体であっても, 角度相關項は残り, かつ l に関して収束が遅いので, 高次項を多数考慮せねばならない。

D_{radial} に関する角度相關項の寄与の様子は, 土橋⁽⁵⁾ (1970) によって, 軽水を減速材とし, 中心にアルミニウム棒の入った正方格子について調べられ, 主要項近似は過大評価となり, 本当の値はむしろ均質化して求めた拡散係数の値に近いことが示されている。Benoist⁽³⁾ は(4)式の収束が遅いという難点を解決するために, 三領域円筒化セルについて角度相關項を取り入れた積分型の実用式を導出した。この実用式は広くガス冷却黒鉛炉の設計に使用されている。しかし最近, Blackburn⁽⁶⁾ (1972) は炉中性子束の Dipole 成分と拡散係数の間の関連を詳細に吟味して, Benoist の定義(4)による拡散係数の値を第一次近似で求めると, ある種のガス冷却黒鉛炉では熱および高速中性子の漏洩量を ± 20%誤って評価すると主張している。これはセル中の領域ごとに平坦な中性子束を仮定したために生ずるものである。

以上のように理論的研究の進展にもかかわらず $l \geq 1$ の角度相關項の寄与と格子構造の関係, また拡散係数に対する中性子束のチャンネルの周りの Dipole 効果等明らかにされていない点が多い。これらの問題を解決していくためには, 実験との比較による理論の妥当性の吟味が不可欠である。

格子における中性子拡散に関する実験は, 次の三つの方法によって進められてきた。

1) 指数実験

2) セル中の中性子束の Dipole 成分の測定

3) パルス中性子実験

1) の代表例は Palmedo⁽⁷⁾ (1969) の実験である。Palmedo⁽⁷⁾ は研究炉の熱中性子柱に, 軽水-アルミニウムの平板格子をとりつけ, この中での熱中性子束の空間的減衰を箔放射化法

によって測定した。この実験では熱中性子束分布の指數関数的空間的減衰から、拡散距離が求められ Shenelev⁽⁸⁾ (1957) の理論による計算値と比較された。

2) の方法は原子炉の格子に直接応用しうることおよび Dipole 成分が測定にかかることが特徴である。⁽⁹⁾しかしチャンネルに垂直な方向への中性子拡散の問題に限定されること、かなり測定値の解釈がまわりくどいことが有用性を制限している。

3) が最も一般的で、どんな格子にも適用しうる。また中性子減衰定数 α と非等方拡散係数の関係を明確にして理論計算値との詳細な照合ができる。

格子体系に対するパルス中性子法の適用は、Page⁽¹⁰⁾ (1967) によって報告されており、さらに最近では Deniz⁽¹¹⁾ (1968) と Bull et al⁽¹²⁾ (1971) の実験がある。Page は軽水を減速材とし、アルミニウム管（直径 1.3"）を模擬ボイドチャンネルとした三角格子（ピッチ 3.68"）をつくり、このチャンネルに垂直方向の拡散係数を測定した。この実験の特徴は挿外距離にまつわる不確さをのがれるため非常に大きなタンクを使用していることであるが、半面減衰定数 α の変化範囲がせまく拡散係数の誤差がある程度大きくなっている。この実験から Behrens⁽¹³⁾ の式はかなり拡散係数を過大評価してしまうことが示された。Deniz⁽¹¹⁾ (1968) はガス冷却黒鉛炉の開発に関連して、ボイドチャンネル（直径 1.5 ~ 7 cm）を有する黒鉛正方形格子（ピッチ 2.0 cm）に関する拡散係数の測定を行った。実験結果は、 D_{radial} については彼自身の理論による計算値とよく一致したが、 D_{axial} については、ボイドチャンネルが太くなるにしたがい計算値の方が約 10 % 高くなかった。Bull⁽¹²⁾ (1971) らも最近同様のボイドチャンネルを有する黒鉛正方形格子について、さらに広い格子ピッチ（1.461 ~ 24.34 cm）とチャンネルの直径（3.18 ~ 10.16 cm）の範囲について実験を行い、Bensist の理論による計算値と比較した。彼等の実験結果も Deniz⁽¹¹⁾ の実験と同様に D_{radial} については誤差の範囲で計算値と一致したが、 D_{axial} については、チャンネルの直径が大きくなるにつれ不一致が大きくなり最高 12 % にも達した。この不一致の原因はまだ不明である。著者は、さきに水 8 mm 一アルミニウム 8 mm の平板格子についてパルス中性子実験を進めた。⁽¹³⁾ この実験結果も層面に垂直方向の拡散係数 D_{\perp} については、拡散面積を衝突確率法を用いて計算するコード MLSQ⁽¹⁴⁾ による理論値とよく一致したが、層面に平行方向の拡散係数 D_{11} については、理論値より 19 % も低くなかった。これまでの実験では、減速材の中性子輸送距離 λ_{tr} に比較して、かなり大きい口径のボイドチャンネルあるいは、ボイドに近いつまり散乱断面積の低いアルミニウム層などに沿った方向の拡散係数について、理論値が実験値を 10 % 以上、うわまわるという傾向がはっきりしているといえよう。この不一致の原因は明らかにされていないが、著者は文献 13において実験体系の挿外距離 ℓ_{axial} と拡散係数 D_{axial} の間のこれまで仮定してきた関係式

$$\ell_{\text{axial}} = 0.71 \times 3 \times \frac{D_{\text{axial}}}{V} \quad (7)$$

V = 中性子平均速度

が正確には成立せず、 ℓ_{axial} は(7)式で与えられるより、やや大きくなるのではないかと推論した。この問題に対して Deniz⁽¹¹⁾ は(7)式の吟味を彼の実験した格子について、2 次元 S₄ 近似 (TDC 使用)によりボイドチャンネルに沿っての中性子束分布を計算して、これを外挿して

外挿距離を求めるという方法で行い、妥当であるという結論を得ているがさらに詳細な検討が必要であると判断される。つぎに、理論面におけるあいまいさも不一致の原因としてあげられるが、一方これまで非均質体系の中性子束減衰定数 α と拡散係数およびバックリングの三者の関係が厳密にとりあつかわれていないため、理論と実験の比較が正確に行われていないのではないかという疑問も残っている。

この論文は、軽水を減速材としボイドチャンネルをアルミニウム棒で模擬した正方格子に対するパルス中性子法による非等方拡散係数の測定について述べている。この実験の目的はつきの通りである。

1. 軽水を減速材とした正方格子(ピッチ 1.9 および 2.4 mm)についてよい精度の拡散係数の実験値を得る。この結果を理論計算値と比較することにより、理論の妥正性を吟味しとくにこれまで問題にされてきた中性子輸送距離に比べて、大きい直径のボイドチャンネルのある格子の D_{axial} に関する理論、実験の不一致の原因を明確にする。実験体系の設計にあたっては、実験値の信頼性を高めるため、完全なボイドではなくアルミニウム棒(直径 1.5 mm)を使って離散的な漸近減衰が得やすいようにした。また体系の格子の数を中性子漏洩が制限される横巾方向については、これまでの実験^(11, 12)よりかなり多くとった。

2. 実験解析の面では、これまで明らかでなかった減衰定数と拡散係数およびバックリングの関係を厳密に規定する。そのため体系の有限性が直接とり入れられる 2 次元 Sn 法を主として解析法に用いることとし、挿外距離と拡散距離の数値的関係を明らかにして、実験データの処理にとり入れる。

2. 測定原理

2.1 減衰定数 α とバックリングの関係

ある程度大きな非均質体系にパルス中性子を投入すると、均質体系におけると同様に、空間的高周波の消失した後では、中性子密度は単一指数関数的減衰を示すことが観測されている。^(10, 11, 12, 13)

このように、単一指数関数的減衰を示すようある程度大きな直方体状の非均質体系の中性子密度の減衰定数 α は、各方向の拡散係数を定義しながら次式で与えられる。

$$\alpha = \sum aV + \sum_{k=x, y, z} D_k B_k^2 - \sum_{k=x, y, z} \sum_{k'=x, y, z} C_{kk'} B_k^2 B_{k'}^2 \quad (8)$$

ここに、 D_k ; k 方向の拡散係数

B_k ; k 方向のバックリング

$C_{kk'}$; k, k' 方向の拡散冷却係数

$\sum aV$; 格子による吸収効果

実験体系の設計にあたって水平方向の x, y 方向には十分広くとって中性子漏洩を少くし、かつ垂直方向の z 方向を小さくしておくと、中性子漏洩は z 方向に集中する。 z 方向の高さ、つまりバックリング B_z^2 のみを変化させて、 α の変化を測定すれば、その勾配として D_z を求めることができる。(8)式を変形して

$$\alpha = (\sum aV + D_x B_x^2 + D_y B_y^2 - C_{xx} B_x^4 - C_{yy} B_y^4 - C_{xy} B_x^2 B_y^2) + (D_z - C_{yz} B_y^2 - C_{zx} B_x^2) B_z^2 - C_{zz} B_z^4 \quad (9)$$

拡散冷却項と x, y 方向への中性子漏洩を無視すれば

$$\alpha = \sum aV + D_z B_z^2 \quad (10)$$

となる。

式(8)(9)および(10)において各 k 方向へのバックリングは体系の辺の長さをそれぞれ L_x, L_y および L_z として次式により与えられる。

$$B_k^2 = \left(\frac{\pi}{L_k + 2\ell_k} \right)^2 \quad (11)$$

ここで ℓ_k は体系の k 方向への挿外距離である。

体系はすでに述べたように、ある程度大きいものであることが必要なので注意を要する。体系にかなり大きな空洞が広がっていたり、体系が小さすぎると Williams⁽¹⁵⁾ の指摘しているように、体系の基本モードは離散的に確立せず、多くの連続固有値のモードの重ね合せとして中性子束の時間的減衰が表現されるようになることが、 Dance⁽¹⁶⁾ の黒鉛体系の実験、著者の軽水—アルミニウム平板格子系の実験⁽¹³⁾において経験された。厳密にいうと、離散的固有値は $(V\Sigma)_{min}$ で制限されてしまう。しかし体系がある程度大きければ $(V\Sigma)_{min}$ 値よりやや大きい α の値がほぼ離散的として考えてよいほどはっきり観測されている。^(12, 13) 文献 13 の著者の実験についていふと、アルミニウムの $(V\Sigma)_{min} = 4.4 \times 10^3 \text{ sec}^{-1}$ によって減衰が制限される中性子は、アルミニウム層に平行して飛行している例外的なものに限定されていて、他のほとんどの中性子は、すぐ水中に入り散乱される。したがって体系の global 中性子束の減衰は、

実効的には $(V\Sigma)_{\min}$ 値によってすぐ制限されるということがないと解釈された。

2.2 插外距離の考察

よく知られているように、半無限平板形状の均質体系においては、挿外距離 ℓ は媒質の平均輸送距離 λ_{tr} より

$$\ell = 0.71 \lambda_{tr} \quad (12)$$

で与えられることは中性子輸送理論よりよく知られている。⁽¹⁷⁾

これまでの非均質体系における実験データの解釈にあたっては、^(10, 11, 12, 13) 実効的な輸送距離が $3 D_k / V$ で与えられると類推して(7)式のような関係を挿外距離と拡散距離の間に仮定してきた。しかし(7)式は各々の実験格子について慎重に検討してから使用すべきであって、むしろ一般的には k 方向の挿外距離 ℓ_k は、 V を中性子の平均速度として、

$$\ell_k = S_k \frac{3 D_k}{V} \quad (13)$$

という一つ一つの格子の性質に依存したパラメータ S_k を介して、拡散係数 D_k と関係づけられると考えるのが自然であろう。今回の実験では2次元 Sn 法による解析から S_{axial} を決めることにし、 S_{radial} についてはこれまでと同様 0.71 を採用することにした。

3. 実験

3.1 実験体系

実験装置は Fig. 1に示すように配置された。正方格子の軸方向の拡散係数 D_{axial} および半径方向の拡散係数 D_{radial} を測定するために、それぞれ Axial assembly および Radial assembly を製作した。

Axial assembly : この集合体は直方体形のアルミニウム製タンク（内容積 $46.0 \times 46.0 \times 33.0 \text{ cm}^3$ ）の中に組立てられた。まず格子ピッチ 19あるいは 24 mm に対応してこれらの間隔をもって 24×24 あるいは、 19×19 本のアルミニウム管（外径 $15 \text{ mm} \phi$ ，内径 $13 \text{ mm} \phi$ ，高さ 260 mm ）を上部および下部グリッド板（巾 $45.6 \times 45.6 \text{ cm}^2$ ，厚さ 5 mm ）に末端を固定し垂直に支持した。（Photo. 1 参照）Assembly の高さ L_z の変化はこれらのアルミニウム管にアルミニウムペレット（直径 12.8 mm ，長さ 15.2 mm ）を必要数装填すると共に、タンクにイオン交換水をそいで、ペレットと同じ高さに調整することによって行われた。水位 H の測定はバックリングを決めるため精度よく行わなければならない。ノギスのプローブの先に縫針を取りつけ上部グリッド板より垂直に下降させ、水との接触を電気的に検出するという方法によって水位計測を行った。測定精度は $\pm 0.2 \text{ mm}$ と考えられる。タンクの内壁および下部グリッド板の下面をカドミウム（厚さ 0.6 mm ）板によっておおい熱中性子遮蔽を行った。アルミニウムペレットの材料中の不純物の量は体系の ΣaV に少し寄与するので、分析センターにて O⁻ フェナトロリン吸光光度法により分析された。

Radial assembly : この集合体も同じアルミニウムタンク中に組立てられた。19あるいは 24 mm 格子に対応して、24あるいは 19 本のアルミニウム棒（直径 15 mm ，長さ 45.6 mm ）を 19 あるいは、 24 mm 間隔で水平にならべ、両端をアルミニウム端板（高さ 19 あるいは 24 mm ，長さ 46.5 mm ，厚さ 5 mm ）にかじめて固定し単位層を作った。この集合体の高さはこの単位層を必要数つ重ねると共に、イオン交換水を満たして変化させた。構造を Photo. 2 に示した。

両集合体の物理的および幾何学的因素を Table 1 に一括して示した。

3.2 パルス中性子発生装置と測定系

Fig. 1 の実験装置の配置図に示すように、SH-E に附設された 150 KV コッククロフト型加速器の延長管をアルミニウムタンクの下部中央まで導き、D-T 反応によりパルス巾約 $1.0 \mu\text{sec}$ ，パルスあたり約 5×10^4 の中性子を発生させた。パルス尖頭電流は約 $130 \mu\text{A}$ ，くりかえし周波数は、400 Hz であった。またパルス中性子のパルス尖頭値とバックグラウンドとの比は約 1.0^5 であって、イオン源のパルス化と加速後の偏向法の併用によって、この高い値が実現された。体系内の中性子密度の減衰は Fig. 2 に示すブロック図の測定系によって行われた。Fig. 1 に示すように集合体の上部（Radial assembly のみ）と下部には $1'' \phi$ の BF₃ カウンター（Hitachi EB-125），また内部には $1/4'' \phi$ の小型 BF₃ カウンター（20 Century, 5EB7016）を配置した。この小型 BF₃ カウンターは Axial assembly については、アル

ミ管中につるして固定し、また Radial assembly に対しては、ビニール管中に収め水密とした上、アルミ棒を斜めに切って入れた。BF₃カウンターからの出力パルスは、原研モジュールにより端末弁別され、パルス中性子の投入からの時間変化が 256 チャンネル時間分析器により記録された。時間分析器は Nuclear Data 社の ND-2200 Multi Channel Analyzer に Time of Flight Unit を附加したものである。チャンネル幅は 8 μsec であった。

3.3 減衰定数の測定

2.の測定原理の章で述べたように、集合体の高さ L_z を変化させて、各々の L_z について減衰定数 α を測定した。各集合体に対して中性子束の時間的減衰は、パルス中性子の打込み後～400 μs 経過すればかなり純粋に単一の指数関数で表現できるようになった。一例として 19 mm 格子の Axial assembly の各高さにおける中性子束の時間的減衰の様子を Fig. 3 に示した。減衰カーブの測定値 $n(t)$ を最小自乗法により次式の単一指数関数減衰式にあてはめた。

$$n(t) = C_1 e^{-\alpha t} + C_2 \quad (14)$$

ここで、 C_1 と C_2 は定数である。

以上のようにして定めた減衰定数 α の値は、最小自乗法のあてはめ開始時点にある程度依存している。しかし、これは空間高周波の効果によるものであって、開始時点を遅らせると Assembly の上部、下部、内部の BF₃ カウンターの位置に対する依存性は弱まってくる傾向がはっきりしている。この様子の例として 19 mm 格子の高さ $L_z = 21.42$ cm の Axial assembly の場合について Fig. 4 に示した。 α の漸近値は各 BF₃ カウンター位置に対する α の平均値として決定されると共に、誤差 σ は、2 σ がカウンターの位置による α の小さな相違をカバーするように定められた。また、あてはめ開始時間は全測定に対して共通して 400 μs とした。2.1において、実験体系はある程度大きいものが必要であることを述べた。しかし最低の高さ (16 cm) の体系についても Williams⁽¹⁵⁾ が指摘していた離散的固有値の消失による α の漸近値の消失現象は認められなかった。

両集合体の各高さに対する減衰定数 α の漸近値を Table. 2 にまとめた。

3.4 非等方拡散係数の決定

格子の軸方向および半径方向の挿外距離 ℓ_{axial} と ℓ_{radial} は(13)式の形で対応する拡散係数 D_{axial} と D_{radial} と関係づけられるものと仮定する。

$$\ell_{\text{axial}} = S_{\text{axial}} \cdot \frac{3 D_{\text{axial}}}{V} \quad (15)$$

$$\ell_{\text{radial}} = S_{\text{radial}} \cdot \frac{3 D_{\text{radial}}}{V} \quad (16)$$

S_{axial} は次章 4. で述べるように二次元 Sn 法による数値解析により次の Table. 3 のように定められた。

S_{radial} は幾何学的形状に関する制限から決定できないので従来通り 0.71 と仮定した。以上の(15)(16)式を使用して、それぞれの方向の拡散係数と iterative にて(11)式によって assembly の各方向のバックリングを評価することが可能である。各集合体について高さ L_z を変えた 5

この α の測定値が Table 2 にまとめられている。これらの α の測定値を(9)式に最適にあてはめ、 D_{axial} と D_{radial} を決定した。あてはめる方法は次のとおりである。

i) 拡散冷却効果の項は熱中性子化の理論により、あらかじめ計算しておいて、 α の測定値に加えて α' とし B_z^2 の 1 次項までを考えた次式をあてはめ式に使う。

$$\alpha' = \text{const.} + D' B_z^2 \quad (17)$$

最小自乗あてはめにさいしては、 α の測定誤差 σ の逆数を重みとして用いるが、 C_{zz} に +100, -50 % の誤差を見込んでその影響を系統誤差として評価した。

ii) 拡散冷却係数 C_{kk} は水とアルミニウムを均質に混合した体系について熱中性子化理論から計算した拡散冷却係数 C_{homo} と拡散係数 D_{homo} より次式により与えられると仮定する。

$$C_{kk} = C_{\text{homo}} \left(\frac{D_k}{D_{\text{homo}}} \right)^2 \quad (18)$$

$$C_{kk'} = \sqrt{C_{kk} \cdot C_{k'k'}} \quad (19)$$

iii) 測定値の α の他に、 $B_z^2 = 0$ のときの α' の計算値を(7)式によるあてはめに加える。

$$\alpha' (B_z^2 = 0) \equiv \Sigma aV + D_x B_x^2 + D_y B_y^2 \quad (20)$$

ΣaV はセル中に平坦な中性子束を仮定して Table. 4 に示す各領域の吸収断面積を体積比で重みづけして求めた。Table. 4 の群定数は BNL-325 等の核データ^(19, 20, 21, 22) より決定したものである。

iv) D_z は収束した D' の値から

$$D_z = D' + C_{yz} B_y^2 + C_{zx} B_x^2 \quad (21)$$

より定める。

以上の手順によって定められた最も確かと考えられる拡散係数の測定値を Table. 5 にまとめた。また B_z^2 と α の測定値の関係を各集合体について Fig. 5 と 6 に示した。測定は 19 と 24 mm 格子について、それぞれ 21°C と 12°C において行なわれたが、23°C を標準温度として温度差を軽水の拡散係数の温度係数 1.15 cm⁻² sec/²¹°C を基礎として補正してある。

4. 理論的解析

4.1 Sn法による格子の減衰定数 α の計算

実験的研究の観点にたつと、これまでの実験解析^(9,10,11,12)の欠点は1.でのべたように、減衰定数 α と拡散係数 D_k および体系のバックリング B_k^2 の関係が明確でなかったことがあげられる。この欠点を克服して、実験と理論の厳密な比較を行うことを目的として今度の実験解析は、(9)式を D_k の定義式として2次元Sn法を中心として行なった。この方法によれば正方格子のaxial方向および平板格子についてはparallelとperpendicularの両方向への中性子漏洩を厳密に解析しうる。つまり、x, y方向には無限に広がった平板形状のこれらの格子体系についてz方向の厚みを変えたときの α を計算しうる。また、同時にz方向の中性子束分布が計算しうるので、COS関数へのあてはめにより、体系の挿外距離も決定しうるという利点もある。計算は今回実験した正方格子を円筒化した円筒格子と、前回実験した平板格子⁽¹²⁾について行なった。この理由は、後者の格子は前者の場合の円筒化近似のような形状に関する単純化をすることなしにSn法を適用しうることおよび、Sn法では D_{radial} は計算できないが、ポイド領域に垂直に中性子が拡散していく現象をとりあつかうという意味で似ている平板格子の、 D_{11} がとりあつかえるので参考になると考えたからである。

各々の格子に対応する平板形状の体系の減衰定数 α が輸送近似を加えた散乱断面積を使用した熱中性子一群のS₈近似で、計算コードTwotran⁽²²⁾を用いて計算された。

また、一部、中性子散乱の異方性の影響を調べるために、P₁散乱をP₀散乱と同時に考慮する計算も行なった。群定数をTable.4にまとめた。これらの群定数は軽水の拡散係数の値が実測値^(20,21,22)と一致するように調整されている。

つまり上の群定数から軽水の拡散係数 D_{H_2O} は

$$D_{H_2O} = \frac{V}{3 \Sigma_{tr}} = 35384 \text{ (cm}^2 \text{ sec}^{-1}) \quad (22)$$

となる。一方実測値は23°CでCampbell⁽¹⁸⁾と、Küchle⁽¹⁹⁾によりそれぞれ34800 (cm² sec⁻¹)と35400 ± 700 (cm² sec⁻¹)と報告されている。計算値はこれらの実測値の間にある。

Twotranの使用にさいしてのcoarseおよびfine meshの切り方等の数値計算の細い条件はTable.6に示した。また減衰定数 α の計算はTwotran⁽²³⁾の実効倍率 k_{eff} の計算ルーチンを使って行った。つまり入力として ν を核分裂あたりの中性子発生数として、仮想の核分裂断面積 $\Sigma_f = \frac{\nu}{\nu - 1} (\frac{\alpha}{v})$ と仮想の核分裂中性子源 $S = \frac{1}{\nu - 1} (\frac{\alpha}{v})$ を与える、 $k_{eff} = 1.0$ になるように α を内挿した。内挿は次式によって効率よく行なわれた。

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} = \frac{\nu}{\nu - 1} \cdot \frac{1 - k_{eff}}{k_{eff}} \quad (23)$$

計算結果はTable.6にまとめられた。

4.2 挿外距離と拡散係数の関係

4.1で述べられた計算法によって求められた中性子束の空間分布を各格子について代表例をプロットしたのがFig.7からFig.9である。

各体系について考察をすすめると、共通して体系の真空への境界近傍では $A\ell$ 中の中性子束が H_2O 中よりやや高くなっていることがわかる。つぎに体系の内部では中性子束は H_2O と $A\ell$ 中で一致しているが、とくに中心領域では H_2O 中の方が高くなっている。この傾向は体系の厚みが薄いほど著しい。したがって中性子漏洩現象が強くなると、セル中の中性子束の微視的な分布にもある程度影響を与えることがわかる。各体系の挿外距離は、中性子束を余弦関数にあてはめ最小自乗法によって決定した。そのさい境界域では過渡的分布が無視できないので、漸近分布のみに着目するため、境界から近い点は最小自乗法のあてはめから除き、みかけ上の挿外距離の変化を調べてみると Fig.10 と 11 のようになつた。 $A\ell$ 中における方が、また体系の厚みが大のほど大きな挿外距離が得られるが、除く点が実効的な輸送距離の 2 倍～ $2 \frac{3D_z}{V}$ に達すると、ほぼ等しい値になることがわかる。それで厚みの最大の 24 cm と最小の 16 cm の体系について、また H_2O 中と $A\ell$ 中の平均をとつて各格子の挿外距離とした。これを Table.7 にまとめた。

4.3 拡散係数の決定

Table.7 の各格子の挿外距離を使うと、Table.6 にまとめた各厚みの体系の z 方向のバックリング B_z^2 の値を式(11)によって求めることができる。そこで x, y 方向への漏洩と拡散冷却効果を無視したときの α と B_z^2 の関係式(10)をあてはめ式として最小自乗法により D_z の理論値を求めた。その結果を Table.5 に示した。また α と B_z^2 の関係を Fig.12 と 13 に示した。

19 mm の正方格子については

D_{axial} について実験・理論の一一致はきわめてよい。一方 24 mm の正方格子については、理論値の方が 5.9 % 高くなっているが、実験誤差～5 % と、熱中性子群定数の不確定さ～2 % を考慮すると、実験と理論の間にくい違いがあるとは言えない。一方平板格子については、 D_{11} は理論値の方が 9.2 % 実験値より低くなっているが、 D_{\perp} に対してはほぼ両者の一致はよい。

以上の Sn 法によって求めた非等方拡散係数 D_k と Table.7 にまとめた挿外距離 ℓ_k から式(15)によって両者を結びついている因子 S_k の値を求めることができる。この結果を Table.3 に示した。

4.4 その他の方法による拡散係数の計算

これまで提唱されてきた方法により、それぞれの格子の非等方拡散係数の計算を種々の計算コードにより行い、これらの方の評価をこころみた。結果を Table.5 に添えた。

Benoist の実用式： 文献(3)の Benoist の実用式により正方格子の D_{axial} と D_{radial} を計算した結果を Table.5 に添えた。 D_{axial} は 19 mm 格子では Sn 法による計算値とよく一致するが、24 mm 格子では約 12 % 大きくなり実験との不一致が明らかになる。 D_{radial} は実験値より 19 mm 格子では 4.8 % 24 mm 格子では 4.9 % 高くなっているが、測定誤差の範囲に入っていると考えてよいだろう。

Benoist の主要項近似： Benoist の式(4)による非等方拡散係数の定義式において $\ell = 0$ で総和を打切った主要項近似による計算値が PATH-PIJF⁽²⁴⁾ コードにより求められた。

D_{axial} については Sn 法と Benoist の実用式による値と極めて近いが、 D_{radial} についてはこれらの方による値よりも 7 ~ 10 % 大きく実験との一致も悪くなっている。これは角度相関項の無視によって起きたものと推察される。

Haywood model⁽²⁴⁾ を使った 30 群の結果は、一群の場合より ~ 1 % 小さいが大きな変りはない。

拡散面積を計算する方法： MLSQ⁽²⁶⁾ コードによって平板格子についてのみ、中性子エネルギー 30 群で計算した。このコードは平面中性子源によってできる無限に広い格子体系の中性子束分布を衝突確率法を基礎にして計算して格子の拡散面積を求めている。結果は、 D_{\perp} は実験値より 9.4 % 高いが、 D_{\parallel} は誤差の範囲でほぼ一致している。

5. 討論

この研究の主な目的は 1. でのべた 2 項目に集約されている。まず第一の項目つまり、これまでデータの欠けている軽水を減速材としたボイドチャンネルを有する正方格子における非等方拡散係数について精度のよい実験値を得るという目的は、3. で述べたように達成されたと考えてよからう。ボイドチャンネルを有する正方格子に関する実験は、すでにのべたように黒鉛を減速材として Deniz⁽¹⁰⁾ と Bull et al.⁽¹¹⁾ によって行なわれている。彼等の実験値と一緒に実験値の集積の様子をまとめられると討論に便利である。黒鉛と軽水の減速材の相違はボイドチャンネル（アルミニウム棒）の直径と格子ピッチをそれぞれの中性子輸送距離 λ_{tr} ($\lambda_{tr, H_2O} = 0.425 \text{ cm}$, $\lambda_{tr, graphite} = 3.1 \text{ cm}$) で規格化すれば、中性子散乱の異方性の点をのぞいて中性子輸送に関して問題なくなると考えられる。このことは、中性子輸送方程式において中性子吸収がない場合には λ_{tr} で各項を除すれば、中性子の輸送現象は λ_{tr} を単位とする無次元空間変数で支配されるようになることから明らかであることに基礎をおいている。このように格子のピッチとボイドチャンネル（アルミニウム棒）の直径を λ_{tr} で除した二つのパラメータで格子を表現することにして、Fig. 14 に実験値の集積状況を示してみた。実験値は、格子ピッチ / λ_{tr} が 4.5 ~ 7.9, チャンネル直径 / λ_{tr} 0.97 ~ 5.6 の間に分布している。またチャンネルとチャンネルが密着してしまう限界域として格子ピッチ = チャンネルの直径を示す制限条件の点線を Fig. 14 中に記した。今度の実験点はこれらの中でもチャンネルの直径 / λ_{tr} が大きく、かつ格子ピッチ / λ_{tr} が小さい領域に位置していて、特に 1.9 mm 格子は制限条件の点線に最も近接しているところに特徴がある。また各実験点についてそれの方法による計算値の実験値からの相違を % 単位で表示してある。Deniz⁽¹⁰⁾ の実験には Deniz の理論が、Bull⁽¹¹⁾ の実験には Benoist⁽³⁾ の実用式が使用されている。

これまでの Deniz⁽¹⁰⁾ と Bull⁽¹¹⁾ の実験について実験と理論の一致を調べてみよう。まず、チャンネルの直径が λ_{tr} の 2 倍より小さい領域では、格子ピッチに関係なく D_{axial} , D_{radial} の両方について実験・理論の一一致は非常によい。

これよりチャンネルの直径が大きくなると、 D_{axial} については格子ピッチの大きさを領域で全実験点共、理論値の方が ~ 10 % くらいまで大きくなる。一方我々の格子ピッチの小さな 1.9 mm 格子の実験点については、理論実験の一一致がよい。2.4 mm 格子については、Deniz⁽¹⁰⁾ と Bull⁽¹¹⁾ の場合と同様に、理論値が実験値より Benoist の実用式を使った場合 11.7 %, S_8 計算の場合 5.9 % 高くなっているが、後者の相違は実験誤差に近い範囲にとどまっている。このように、太いチャンネルのある格子についてこれまで大きかった実験・理論の不一致はかなり改善されたと結論してよい。

D_{axial} の計算値にふくまれる計算誤差について吟味してみよう。 D_{axial} の計算値については、第 1 に正方格子を円筒化するさいに何等かの誤差が入らないかという疑いがある。H₂O + Al 平板格子については、 D_{11} の実験値は S_8 の計算値より 10 % くらい大きく、正方格子における傾向と全く逆になっていることである。二次元 S_8 計算の精度が平板格子と円筒化された正方格子において同程度と考えるのが普通であるから、円筒化の操作に誤差の発生原因が疑われる。

た。そこで主要項近似による計算コード PATH-PIJF⁽²⁾によってこの円筒化近似の効果を定量的に調べてみた。24 mm 格子について、Table.5 に円筒化しないで正方格子のまま計算した場合と、円筒化した格子についての計算した場合の両方の値を併記してみた。円筒化の操作により約 0.3 % D_{axial} は大きくなるにとどまっている。したがってこの円筒化操作は、さして大きな計算誤差をもたらさないと判断され上記の疑いは消失した。一方第二にこれまで理論面で指摘されてきた非等方散乱の効果による誤差は、むしろ小さいと考えられる。つまり、非等方散乱媒質である軽水を減速材とする今回の実験体系については、高次の角度相関項が D_{axial} ⁽³⁾ についても消失しないといわれている。しかし今回の S_8 計算による解析では、散乱断面積に transport 近似を加えた計算結果は、 P_1 散乱を P_0 散乱と分離して考慮した結果よりわずか 1 % 程度小さくなるだけであった。したがって、 D_{axial} に対する高次角度相関項の寄与は十分 transport 近似により考慮されたと考えてよい。理論面での第三の問題は体系の有限性と拡散係数の関係である。24 mm 格子の実験理論の不一致は Benoist の実用式では 11.7 % もあったが、 S_8 法によると 5.9 % に減少している。(Fig.14(a) 参照) Fig.7 と Fig.8において明かのように、平板形状体系の厚みが薄くなると中性子束分布は、体系の中央附近では、Al 中で H_2O 中より約 2 ~ 3 % 低くなっている。このように物理的にみて中性子漏洩が抑えられる現象を、 S_n 法は本質的に評価している。この傾向はチャンネル間距離が大きな 24 mm 格子の方が著しい。この最後の体系の有限性の問題に対して S_n 法による解析を導入することにより、実験と理論の差を 2 ~ 5 % 少くすることに成功したといえよう。

さて本研究の第 2 の目的は、実験体系の挿外距離 ℓ_k と実効的な格子の輸送距離 $3 D_k / v$ との数値的な関係を明らかにすることであった。

従来の実験では、^(10,11,12,13) 均質体系の場合からの類推から $S_k = 0.71$ が仮定されてきたが、今回の 2 次元 S_n 法による数値解析の結果から、今回実験した $H_2O - Al$ 正方格子については、Table.3 のような結果をえている。Axial assembly の z 方向について 19 mm 格子では 0.824, 24 mm 格子では 0.8857 という S_k の値をえている。 S_k の値が 0.71 より約 25 % 大きくなると、実験データの処理のプロセスにおいてバックリング B_z^2 を低くみつめるようになり、その結果約 5 % D_{axial} の値を低く決定することになる。以上のように D_{axial} について従来指摘されてきた約 10 % の理論と実験の不一致は、拡散係数の評価に体系の有限性を固有にとり入れた S_n 法の導入と、格子固有の挿外距離と拡散係数の関係の明確化により大巾に改善された。

つぎに D_{radial} について考察してみよう。チャンネルの口径が減速材の平均輸送距離の 2 倍より大きくなると、Bull⁽¹¹⁾ の実験では理論値が 5 ~ 8 % 大きくなるが、Deniz⁽¹⁰⁾ の実験では、そのような大きなボイドチャンネルに対しても実験・理論の一一致はよい。我々の実験では、Benoist の実用式による計算値が実験値を約 5 % 上まわっているが、約 5 % の測定誤差と核データの誤差 ~ 2 % を考慮すると、両者の間には有意の差異が認められない。同様の考察が Bull⁽¹¹⁾ の場合についても言えるであろう。したがって Benoist の実用式はかなり広い範囲のボイドチャンネルの口径や格子ピッチのことなる正方格子について、かなりよい精度で D_{radial} の値を計算しうると結論される。残された問題点として、実験データのハンドリングのうえで必要な体系の挿外距離の実効的な輸送距離に対する比 S_{radial} が幾何学的制限から

2次元 Sn 法によっても求められていないので、従来通り $S_{11} = 0.71$ を仮定した点に僅かではあるが不確定さが残っている。平板格子に対する解析からは、perpendicular な方向には $S_{11} = 0.71$ という値が得られている事実から $S_{radial} = 0.71$ という仮定はかなり信頼しうると考えてよいであろう。

6. 結 論

軽水を減速材とし、ポイドチャンネルを直径 15 mm のアルミニウム棒で模擬したピッチ 1.9 および 2.4 mm の正方格子の非等方中性子拡散係数 D_{axial} および D_{radial} が良い精度 ($\sigma < 5\%$) で、パルス中性子法により測定された。この実験結果は主として 2 次元 Sn 法によつて解析された。この解析法の採用により、これまでの方法では考慮することが困難であったところの、実験体系の有限性の拡散係数への影響およびバックリングの評価に必要な挿外距離と実効的な中性子輸送距離の関係を明らかにしつつ厳密な D_{axial} に関する理論・実験の比較が行えた。この結果、これまで減速材の中性子輸送距離より大きな半径をもつポイドチャンネルを有する黒鉛正方格子について報告してきた D_{axial} に関する理論・実験の不一致は、^(11,12) 今度の実験では非常によく改善され、両者はかなりよく一致した。この結果、 D_{axial} については二次元 Sn 法の適用が極めて有効であること。またチャンネルに垂直方向の拡散係数に対しては従来通り Benoist の理論が精度よく適用されることが結論された。また Blackburn⁽⁶⁾ の指摘した体限の有限性にもとづく Dipole 効果等による Benoist の実用式の精度の低下は認められなかった。しかし、これは今回の実験体系格子が燃料棒等の中性子のやや強い吸収体を含んでいないためかも知れないので、なお実際の原子炉格子への適用にあたっては Benoist の実用式の吟味が必要であると考えられる。

7. 謝 辞

炉物理実験研究室、土橋敬一郎氏から、主要項近似、および拡散面積法による格子系の非等方拡散係数に関する理論計算について多大な指導と援助をいただいた。さらに化学部分析センター永井斉氏にはアルミニウム中の不純物の分析を心よく引受けさせていただいた。またこの研究は昭和 45 年より開始され約 3 ケ年を要して一応の結論を得たのであるが、その間室長として協力を惜しまれなかつた坂田聰氏（現在 PNC）および後藤頼男氏に謝意を表する。

References

1. Behrens, D.J. : Proc. Phys. Soc. (London) A62 607 (1949)
2. Schaefer, G.W. and Parkyn, D.M. : "A Monte Carlo Study of Thermal Utilization Factor and Diffusion Area in Gas-Cooled Graphite Moderated Lattices", Proc. Intern. Conf. Peaceful Uses At. Energy Geneva, 16, 496 (1958)
3. Benoist, P. : Nucl. Sci. Eng. 34 285 (1968)
4. Leslie, D.C. : Reactor Sci. Tech., J. Nucl. Energy A/B, 15, 76 (1961)
5. Tsuchihashi, K. : Proceeding of 1970 Fall Meeting on Reactor Physics and Engineering A19 (1970)
6. Blackburn, D. : AEEW-M292 (1972)
7. Palmedo, P. et al. : Nucl. Sci. Eng., 36 326 (1968)
8. Shvleev, YA, V. : J. Nucl. Energy, 11, 6, 132 (1957)
9. Zhezherrum, I.F. : J. Nucl. Energy, B1, 200 (1960)
10. Page, R.W. : J. Nucl. Energy 21, 403 (1967)
11. Deniz, V. et al. : Nucl. Sci. Eng., 32 201 (1968)
12. Bull, S.R. et al. : J. Nucl. Energy, 25 179 (1971)
13. Kaneko, Y. et al. : J. Nucl. Sci. Technol. 8 70 (1971)
14. Tsuchihashi, K. : private communication (1972)
15. Williams, M.M.R. : Nucleonik, 12 (3), 129 (1969)
16. Dance, K.D. et al. : J. Nucl. Energy 25 155 (1971)
17. Davison, K.D. et al. : J. Nucl. Energy 25 155 (1971)
18. Ghatak, A.K. and Boneck, H.C. : Nucl. Sci. Eng. 21, 227 (1965)
19. Hughes, D.J. et al. : BNL-325 second edition (1958)
20. Campbell, E.C. et al. : ORNL-2076, 32 (1956)
21. Küchle, M. : Nucleonik 2 131 (1960)
22. Kobayashi, K. et al. : J. Nucl. Sci. Technol. 3 (7) 275 (1966)
23. Lathrop, K.D. : Twotran code LA-4432 (1970)
24. Tsuchihashi, K. et al. : JAERI-memo 3834 (1969)
25. Haywood, B.C. : J. Nucl. Energy 21 249 (1967)
26. Tsuchihashi, K. : private communication

Table 1 Physical and geometrical factors of experimental assemblies

Lattice pitch	Item of the factors	Axial assembly	Radial assembly
19mm	Number of Al rods used and their size 24×24Al tubes (O.D.15mm, I.D.13 mm, length 260mm) were inserted with Al pellets (O.D.13mm, length 15.2mm), following the change of the water height (15.20-22.82 cm) 2s(Al 99.75w/o, Fe 0.25w/o) Side lengths of the assembly 45.6×45.6cm ² Quantity of water Ion exchanged water (0.1 ppm Cl ⁻)	24 Al rods (dia.15mm) per unit layer Number of the used unit layers was changed from 8 to 12 Same as for axial assembly	24 Al rods (dia.15mm) per unit layer Number of the used unit layers was changed from 6 to 10 Same as for axial assembly
24mm	Number of Al rods used and their size 19×19Al tubes (O.D.15mm, I.D.13 mm, length 260mm) were inserted with Al pellets (O.D.13mm length 15.2mm), following the change of the water height (14.40-24.0 cm) 2s(Al 99.75w/o, Fe 0.25w/o) Side lengths of the assembly 45.6×45.6cm ² Quantity of water Ion exchanged water (0.1 ppm Cl ⁻)	19 Al rods (dia.15mm) per unit layer Number of the used unit layers was changed from 6 to 10 Same as for axial assembly	19 Al rods (dia.15mm) per unit layer Number of the used unit layers was changed from 6 to 10 Same as for axial assembly

Table 2 Measured values of decay constants

Lattice pitch	Type of assembly	Height, L_z (cm)	Decay constant α (sec $^{-1}$)
19mm pitch	Axial assembly	1 5.2 0	7780 \pm 100
		1 7.1 2	7240 \pm 100
		1 9.0 0	6820 \pm 100
		2 0.9 2	6373 \pm 100
		2 2.8 2	6157 \pm 75
	Radial assembly	1 5.2 0	7352 \pm 100
		1 7.1 0	6777 \pm 75
		1 9.0 0	6475 \pm 75
		2 1.0 0	6249 \pm 75
		2 2.9 0	6044 \pm 75
24mm pitch	Axial assembly	1 4.4 0	7373 \pm 45
		1 6.8 9	6774 \pm 50
		1 9.2 1	6405 \pm 88
		2 1.5 9	6183 \pm 98
		2 4.0	5967 \pm 73
	Radial assembly	1 4.4 6	7079 \pm 70
		1 6.8 6	6508 \pm 60
		1 9.2 6	6152 \pm 50
		2 1.6 6	6043 \pm 50
		2 4.0 6	6006 \pm 60

*) The values are corrected for the diffusion cooling effect.

Table 3 Calculated ratio of the extrapolation distance
to the effective transport length in the experimental
assemblies

Lattice Direction	Square Lattice (Cylindricalized) Pitch 19mm	Pitch 24mm	Slab lattice H_2O 8mm - Al 8mm
Axial (parallel)	0.824	0.8857	0.789
Radial (perpendicular)	(0.71)	(0.71)	0.7151

unit in cm

Table 4 Group constants used in the theoretical analysis

Material	H_2O	$A\ell$
Cross section		
Scattering cross section (transport corrected) Σ_{tr} (cm^{-1})	2.3551	0.09188
Absorption cross section Σ_a (cm^{-1})	0.01913	0.01246

with neutron velocity of 250000 cm/sec.

Table 5 Measured and calculated values of diffusion coefficients

Type of lattice	Lattice pitch ΔL	Direction	Measured values ($\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$)	Calculated values ($\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$)			
				$S_8 P_0 + P_1$ 1 group	S_8 transport 1 group	PATH-PI JF 1 group	ML SQ 1 group
Square lattice	1.9mm ΔL dia. 15mm $D_{\text{hom}} = 65994$	D_{axial}	96826 ± 1400	98256	97073	99840	99590 98519
		D_{radial}	73474 ± 1030			82540	82140 76971
	2.4mm ΔL dia. 15mm $D_{\text{hom}} = 49752$	D_{axial}	67038 ± 2700	72695	71504	74625 (74800)	773700 74848
		D_{radial}	53901 ± 2500			62500 (62600)	56589
Slab lattice	H_2O 8mm ΔL 8mm $D_{\text{hom}} = 67251$	D_{parallel}	109727 ± 2800		99676		120050 126830
		$D_{\text{perpendicular}}$	68000 ± 2600		64301		66978 71038

Table 6 Calculated values of decay constants of the lattice used
in the experiment

Type of lattice	Lattice pitch and other properties of lattice	Height of slab L_z (cm)	Calculated decay constant (sec. ⁻¹) S_8 , transport correction $S_8, P_0 + P_1$ scattering included	Remarks for mesh intervals used
Square lattice (cylindricalized)	pitch 19mm axial assembly type dia. of ΔL rod, 15mm	16 18 20 22 24	6.955.1 6.388.9 5.966.5 5.647.2 5.398.7	4 or 3 coarse meshes in ΔL or H_2O region respectively for R intervals. 1 cm, coarse mesh for Z intervals. 4 fine meshes for each coarse mesh.
	pitch 24mm axial assembly type dia. of ΔL rod, 15mm	16 18 20 22 24	6.579.9 6.136.9 5.807.5 5.528.0 5.365.1	4 or 3 coarse meshes in ΔL or H_2O region respectively for R intervals. 1 cm length coarse mesh for Y intervals. 4 fine meshes for each coarse mesh.
Slab lattice	H_2O 8mm, ΔL 8mm parallel assembly type	16 18 20 22 24	7.006.0 6.424.9 5.991.0 5.660.9 5.403.0	4 coarse meshes for R intervals of 4 cm 1 coarse length mesh for each of H_2O or ΔL layers for Z intervals 4 fine meshes for each coarse mesh.
	H_2O 8 mm, ΔL 8 mm perpendicular assembly type	12.8 (8 layers) 14.4 (9 layers) 16.0 (10 layers) 17.6 (11 layers) 19.2 (12 layers)	7.221.7 6.584.6 6.113.1 5.756.0 5.479.1	4 coarse meshes for R intervals of 4 cm 1 coarse length mesh for each of H_2O or ΔL layers for Z intervals 4 fine meshes for each coarse mesh.

Table 7 Calculated values of extrapolation distance
for the various lattices

Lattice Direction	Square lattice (cylindricalized) (cm) Pitch 19mm Pitch 24mm	Slab lattice H_2O 8mm Al 8mm (cm)
Axial (parallel)	0.96 0.765	0.945
Radial (perpendicular)	-- --	0.55

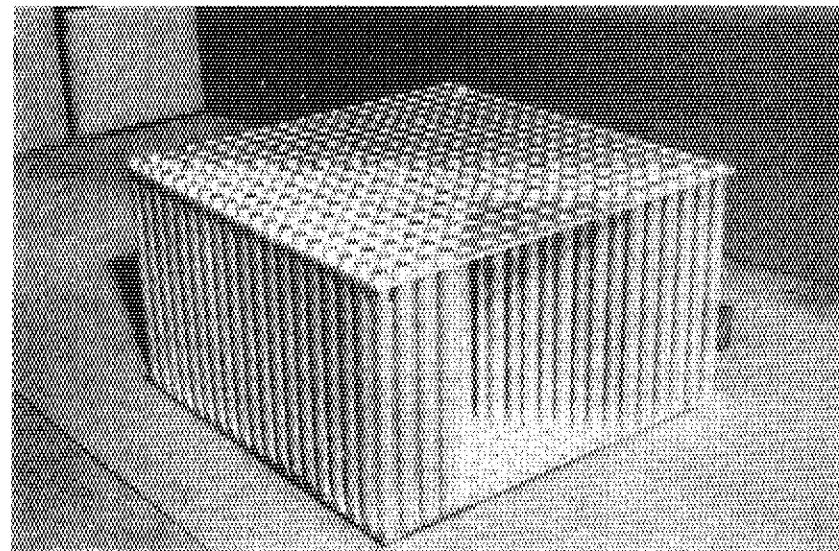


Photo.1 Axial assembly

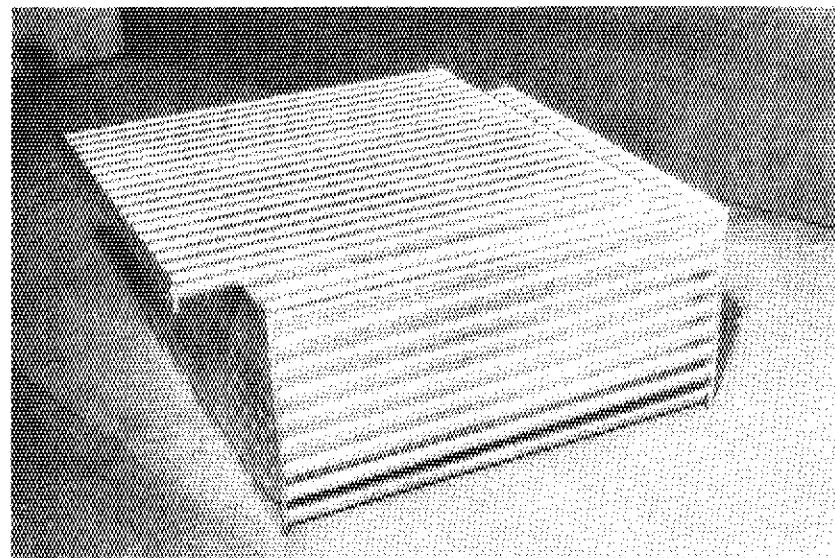
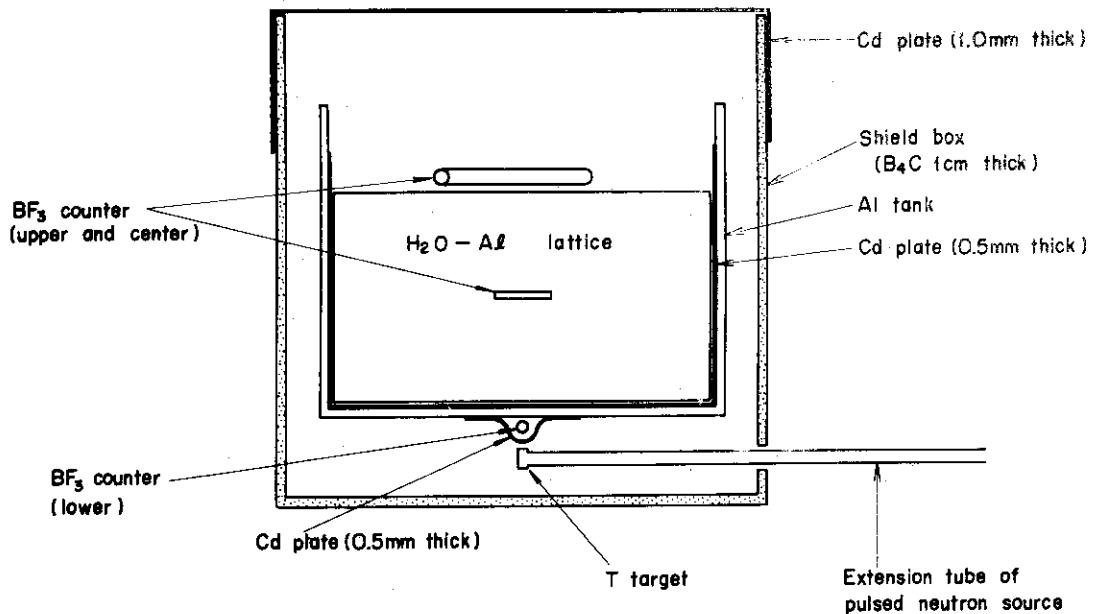


Photo.2 Radial assembly



Experimental assembly.

Fig. 1 Set up experiemntal assembly

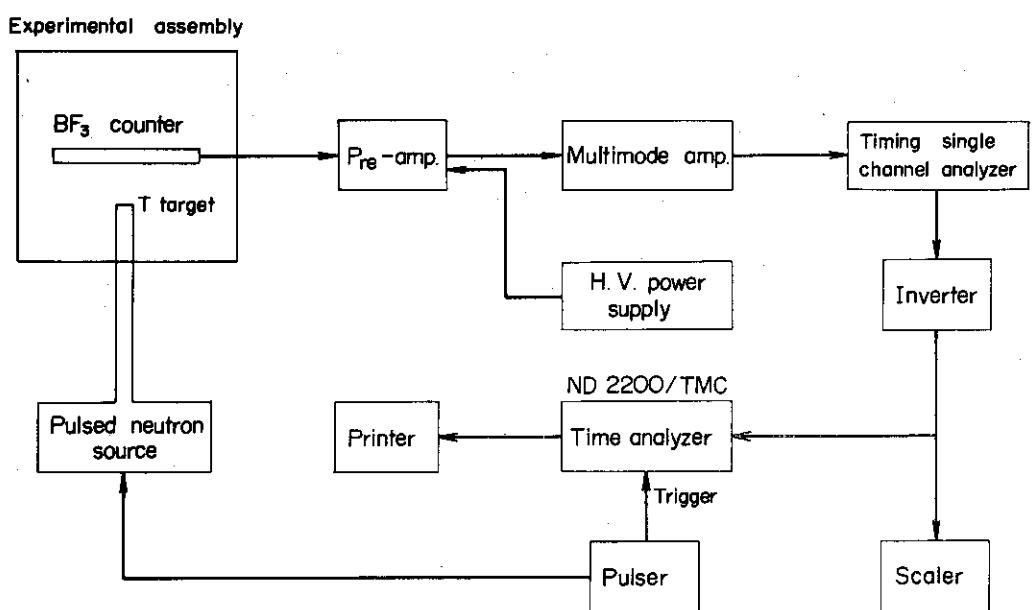


Fig. 2 Block diagram of measuring system

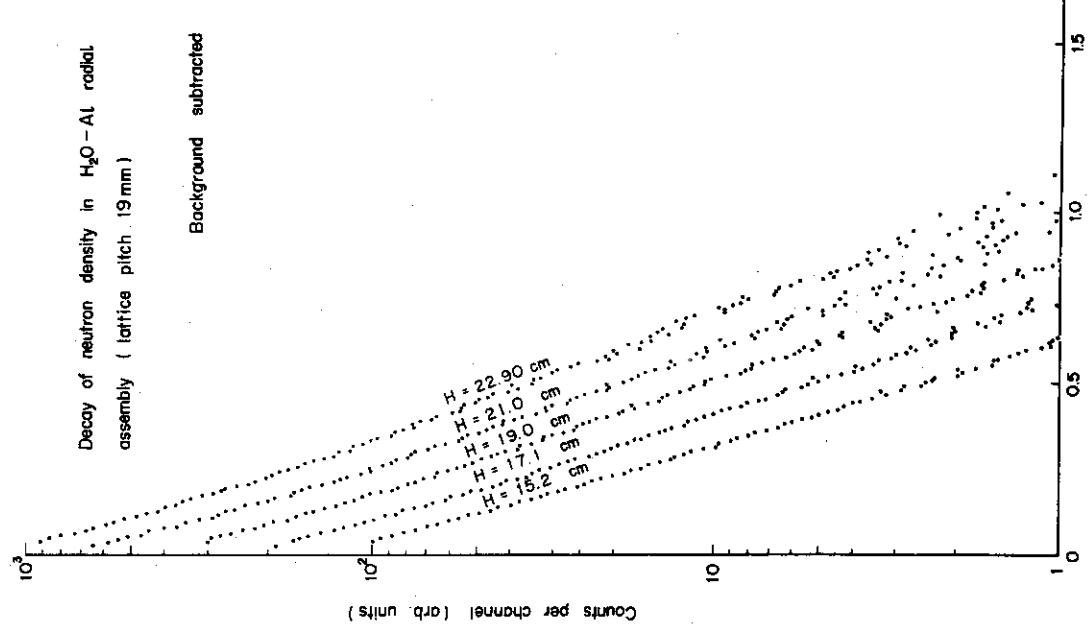


Fig. 3

Decay of neutron density in a $\text{H}_2\text{O}-\text{Al}$ radial assembly of the square lattice with a pitch 19mm, detected by a lower counter

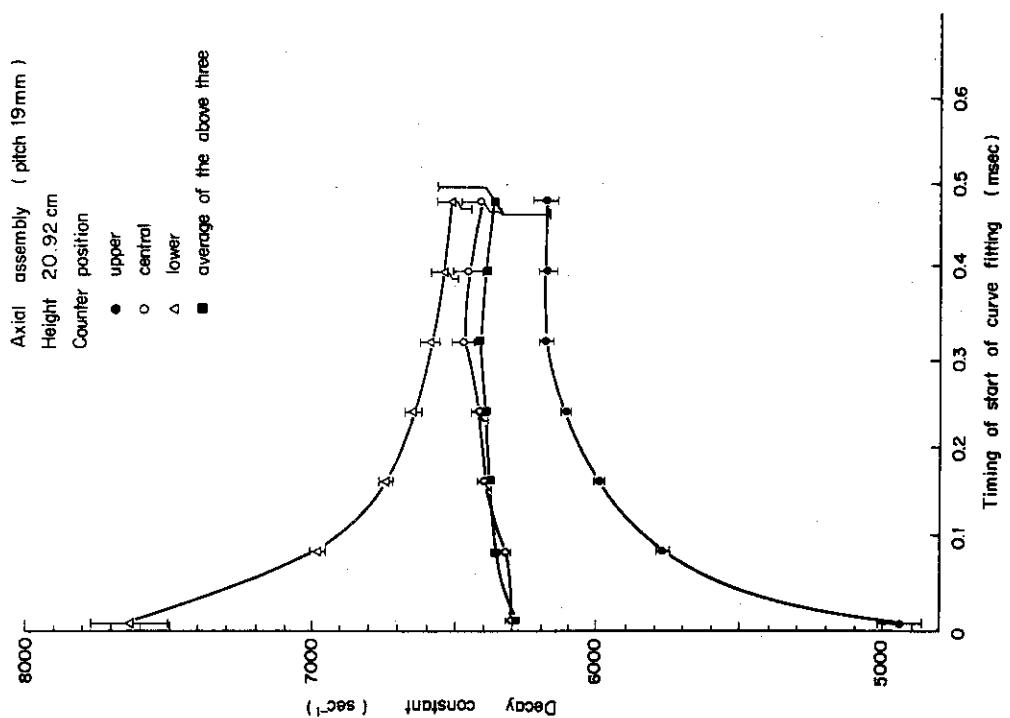


Fig. 4

Change of apparent decay constant α with starting time of curve fitting for each of the upper, center and lower counters

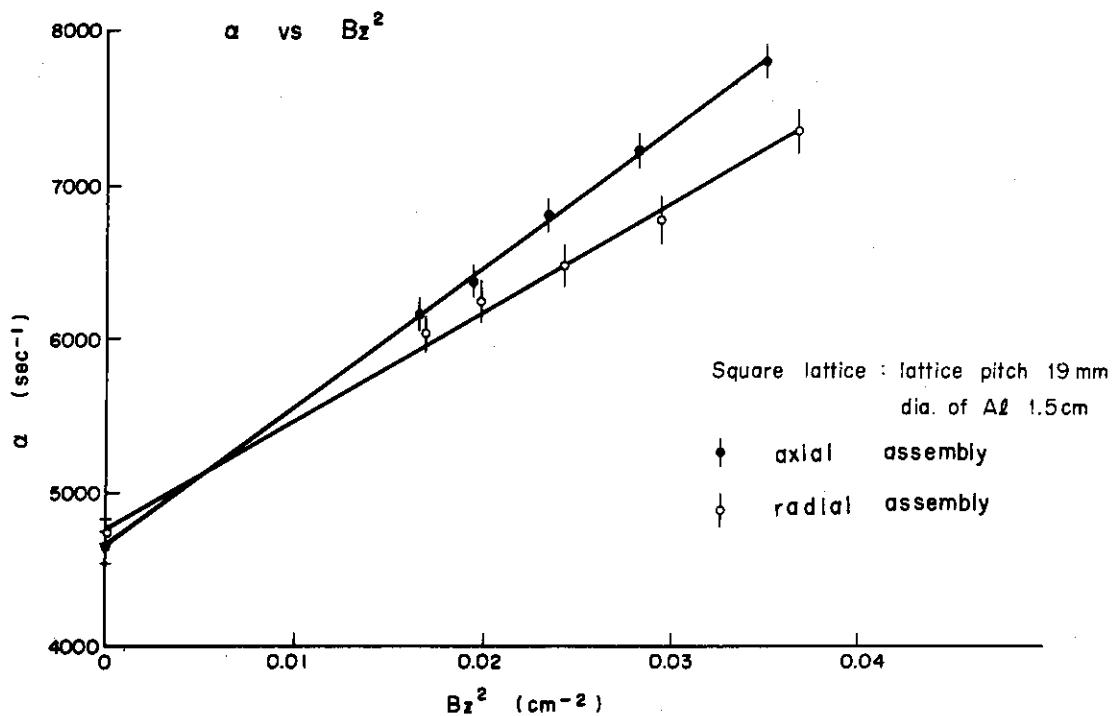


Fig. 5 Measured decay constant vs. buckling in the z direction for the axial assembly with pitch, 19mm

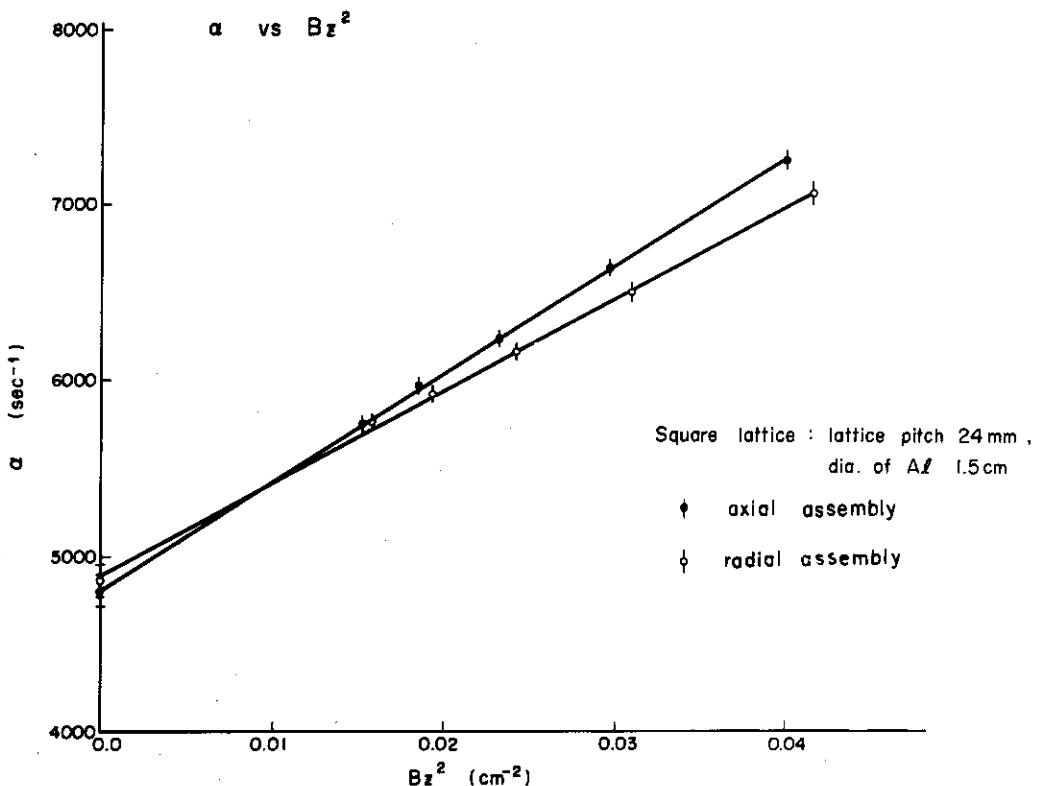
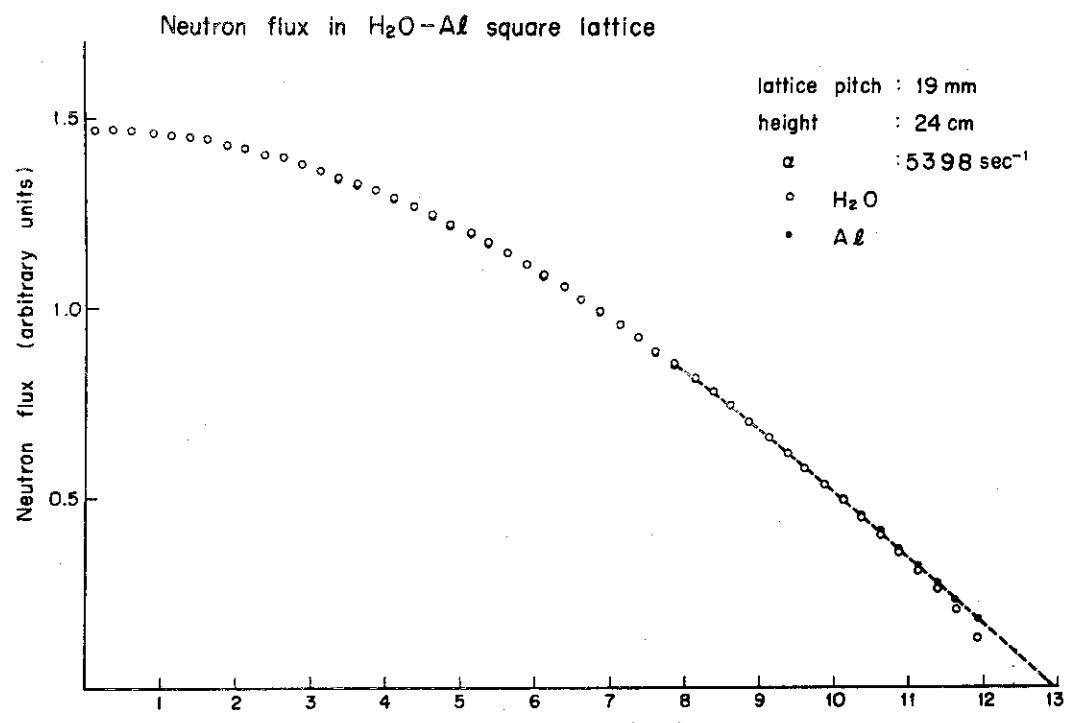
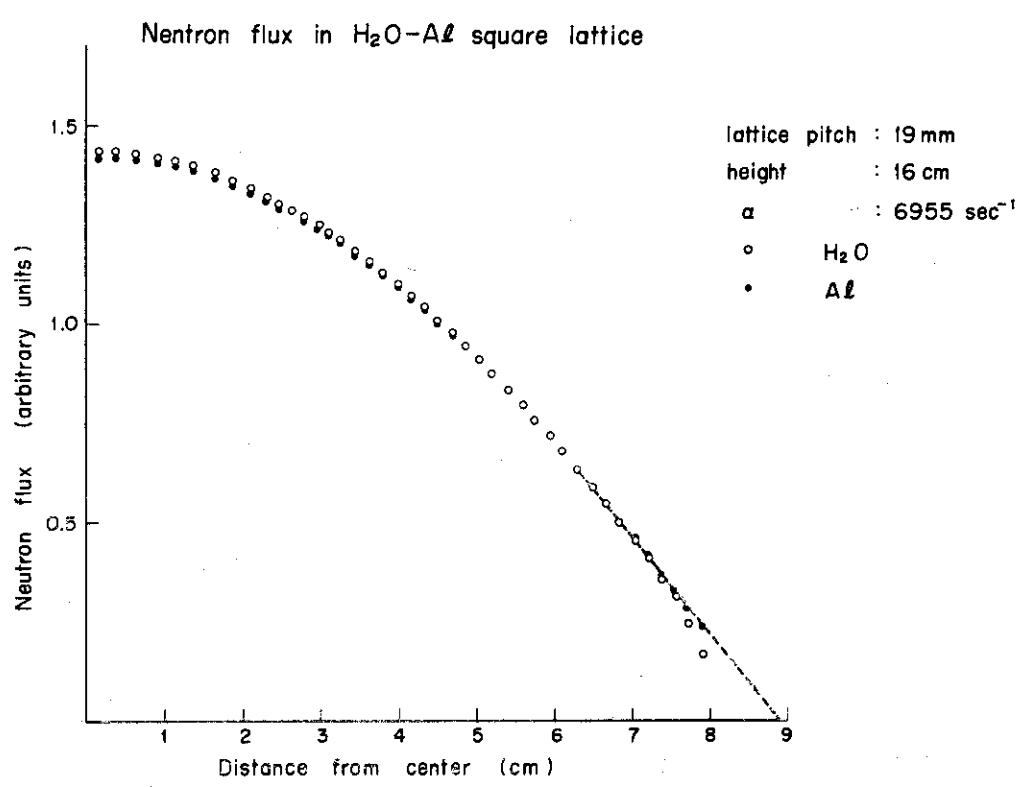


Fig. 6 Measured decay constant vs. buckling in the z direction for the axial assembly with pitch, 24mm



a) with height of 16 cm



b) with height of 24 cm

Fig. 7 Calculated neutron flux distribution in a slab of $\text{H}_2\text{O-Al}$ cylindricalized square lattice with pitch, 19 mm

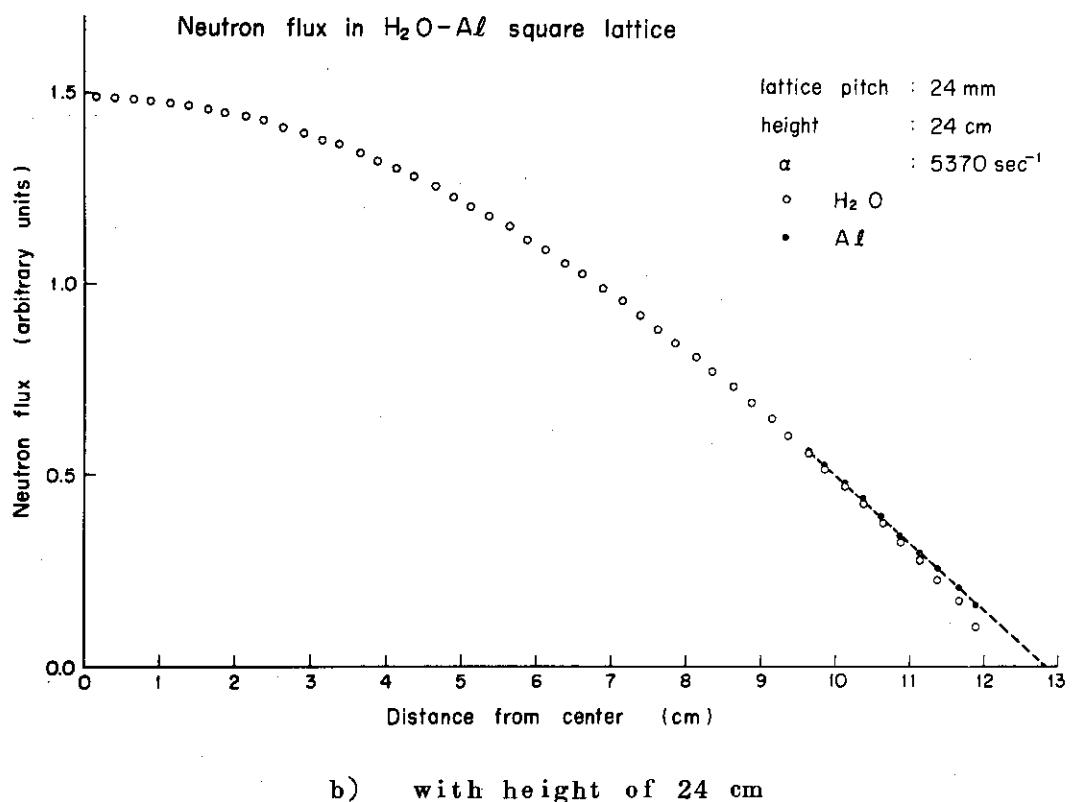
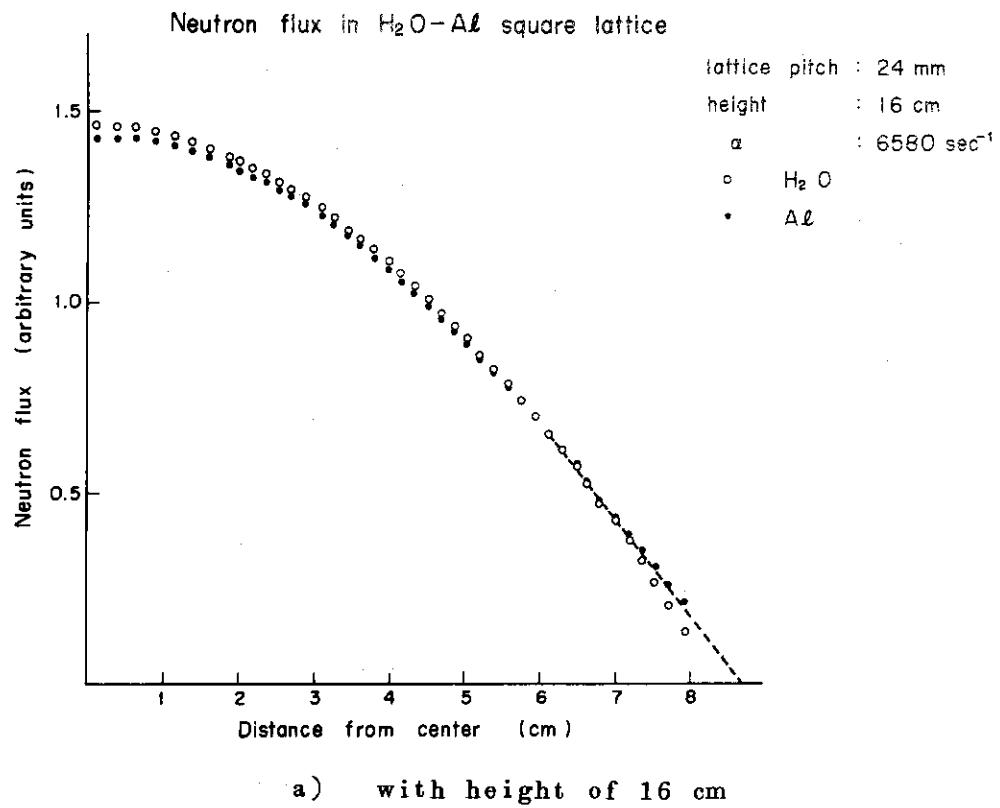
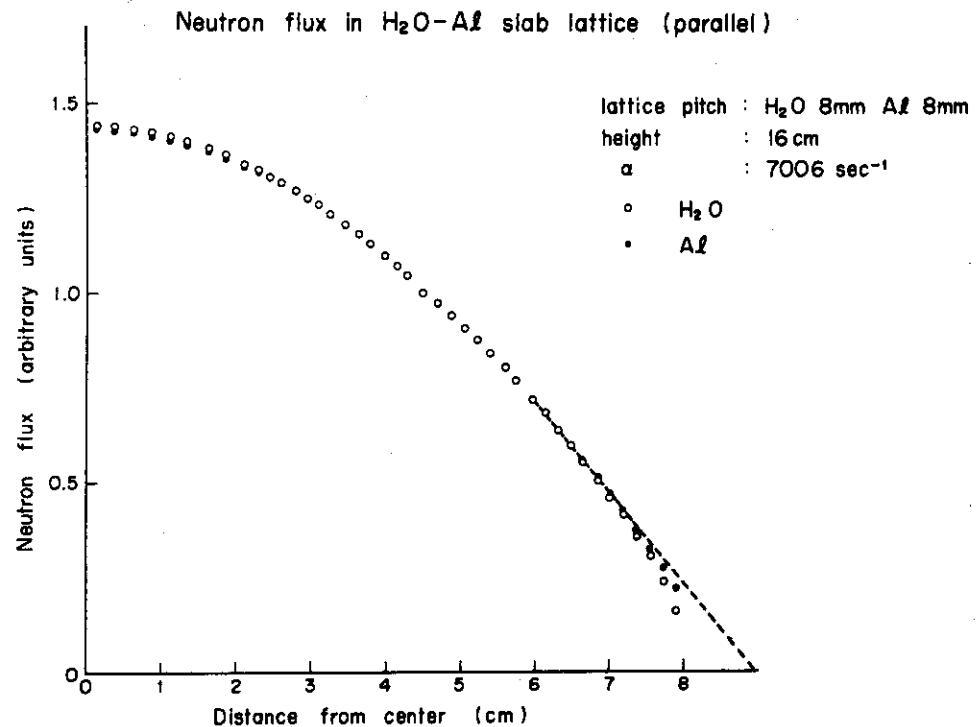
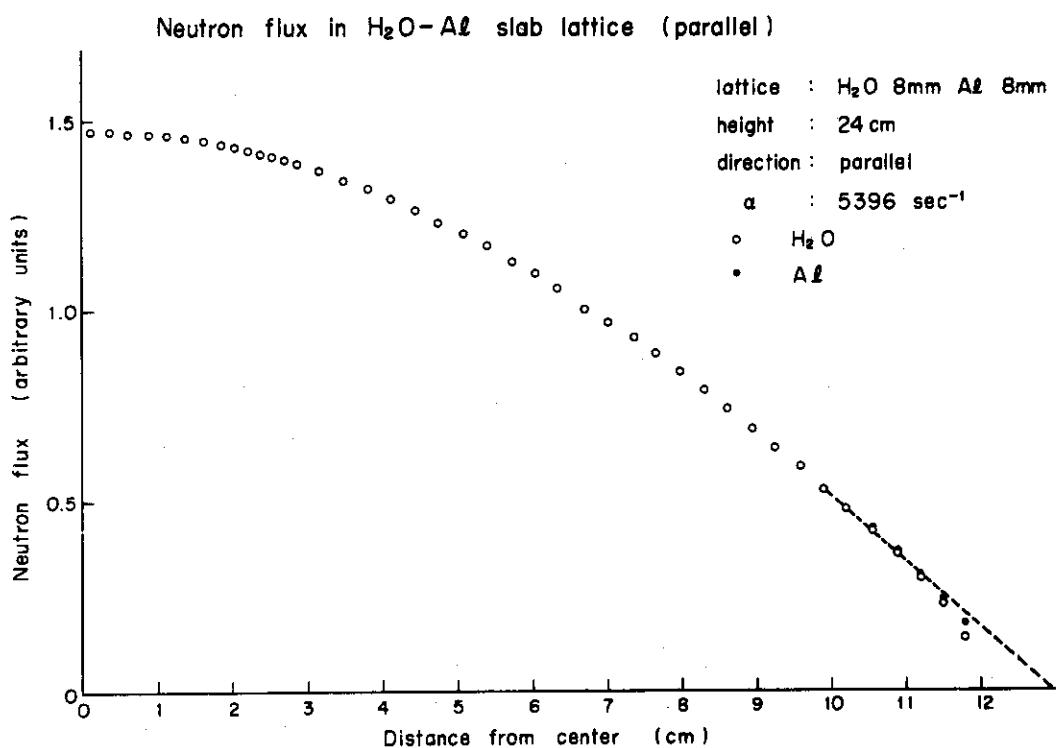


Fig. 8 Calculated neutron flux distribution in a slab of $\text{H}_2\text{O-Al}$ cylindricalized square lattice with pitch, 24 mm.

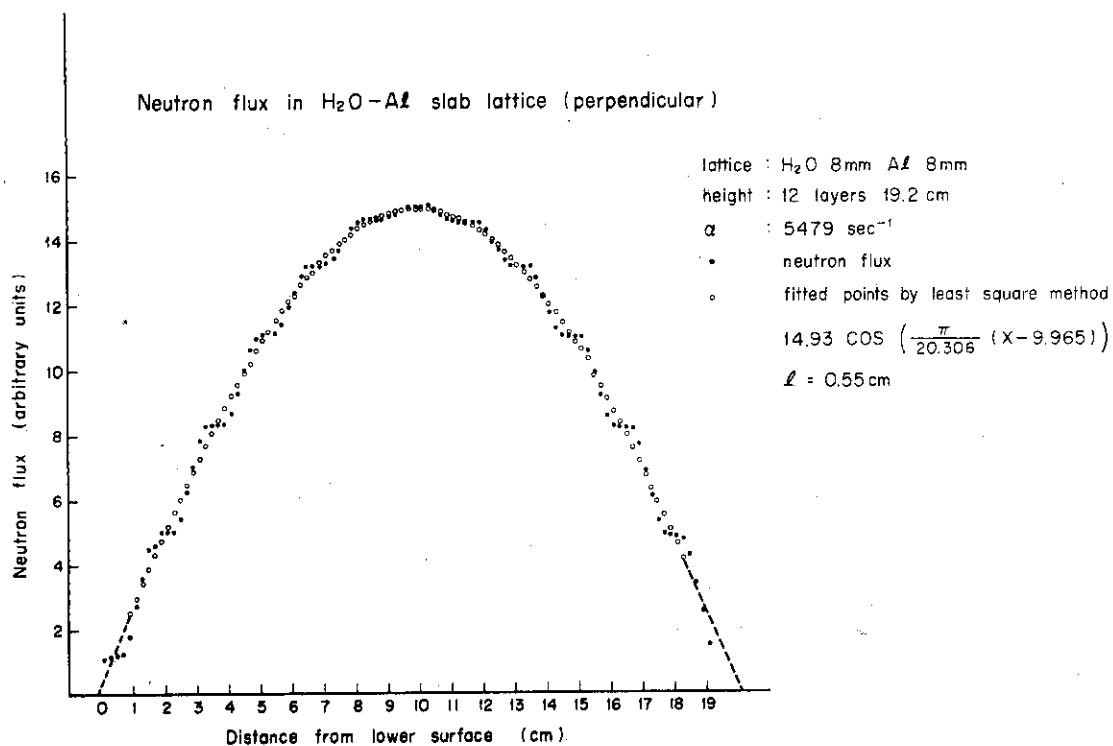


a) slab lattice (parallel) with height of 16 cm



b) slab lattice (parallel) with height of 24 cm

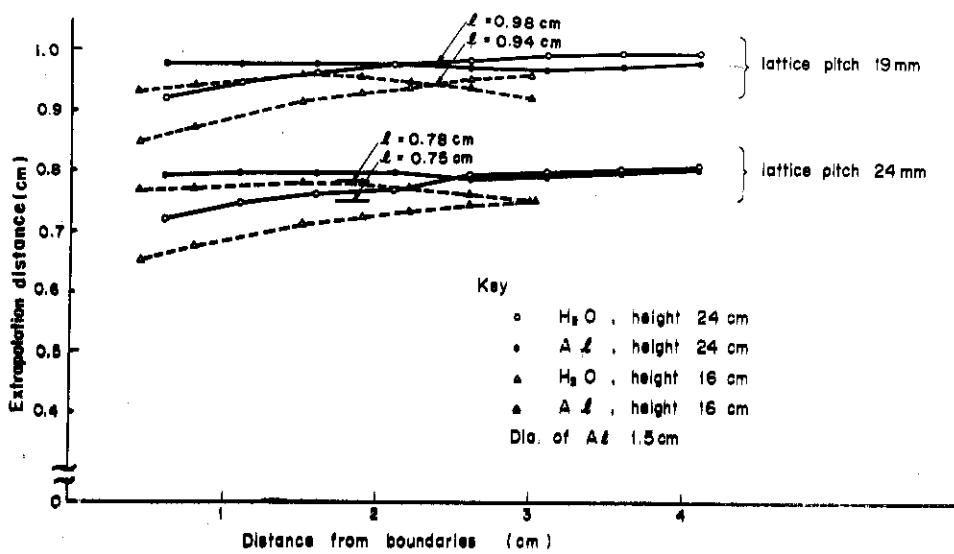
Fig. 9 Calculated neutron flux distribution in a slab of $\text{H}_2\text{O-Al}$ slab lattice with pitch, 8mm.



c) slab lattice (perpendicular) with height of 19.2 cm

Fig. 9 Calculated neutron flux distribution in a slab of $\text{H}_2\text{O}-\text{Al}$ slab lattice with pitch, 8mm.

Change of extrapolation length of $\text{H}_2\text{O}-\text{Al}$ square lattice with distance between assembly boundaries and initial space points for least square fitting

Fig. 10 Change of the apparent extrapolation distance in a slab of $\text{H}_2\text{O}-\text{Al}$ cylindricalized square lattice with the increasing distance from its boundary where the least squares fitting starts.

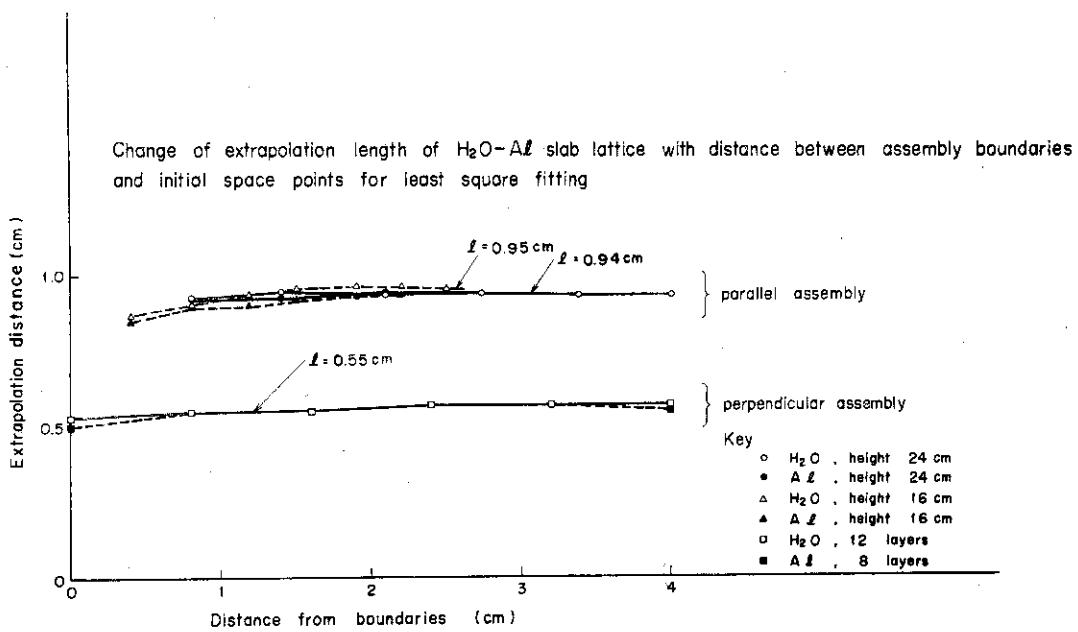


Fig. 11 Change of the apparent extrapolation lengths in a slab of $\text{H}_2\text{O-Al}$ slab lattice with the increasing distance from its boundary where the least squares fitting starts.

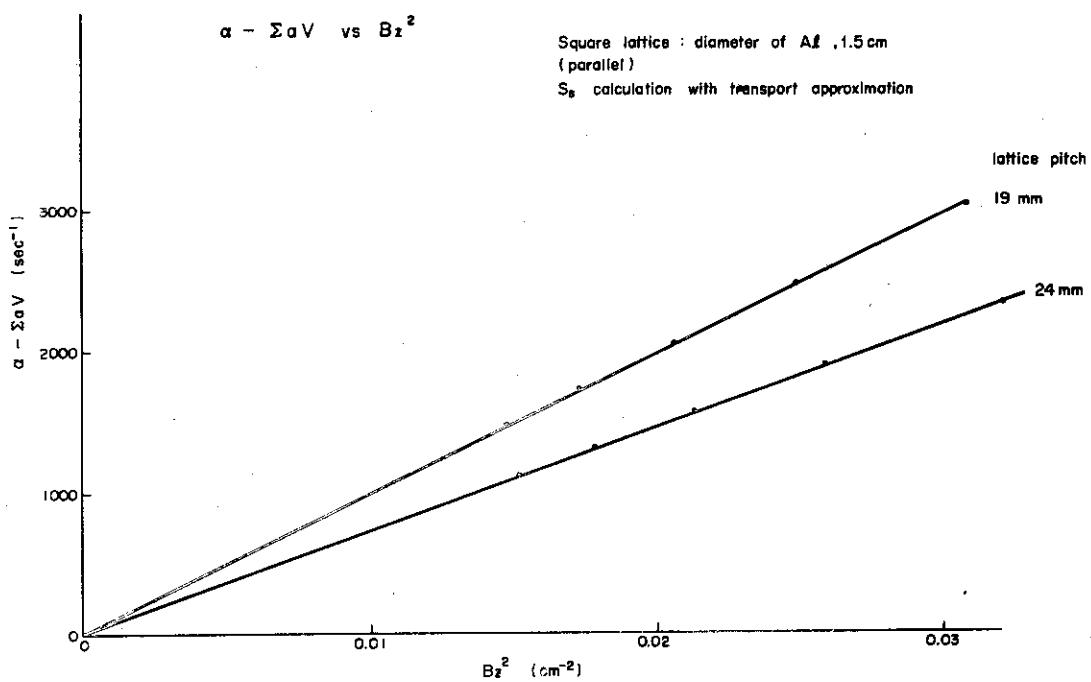


Fig. 12 Calculated dependence of decay constants α on buckling B_Z^2 for $\text{H}_2\text{O-Al}$ square lattice.

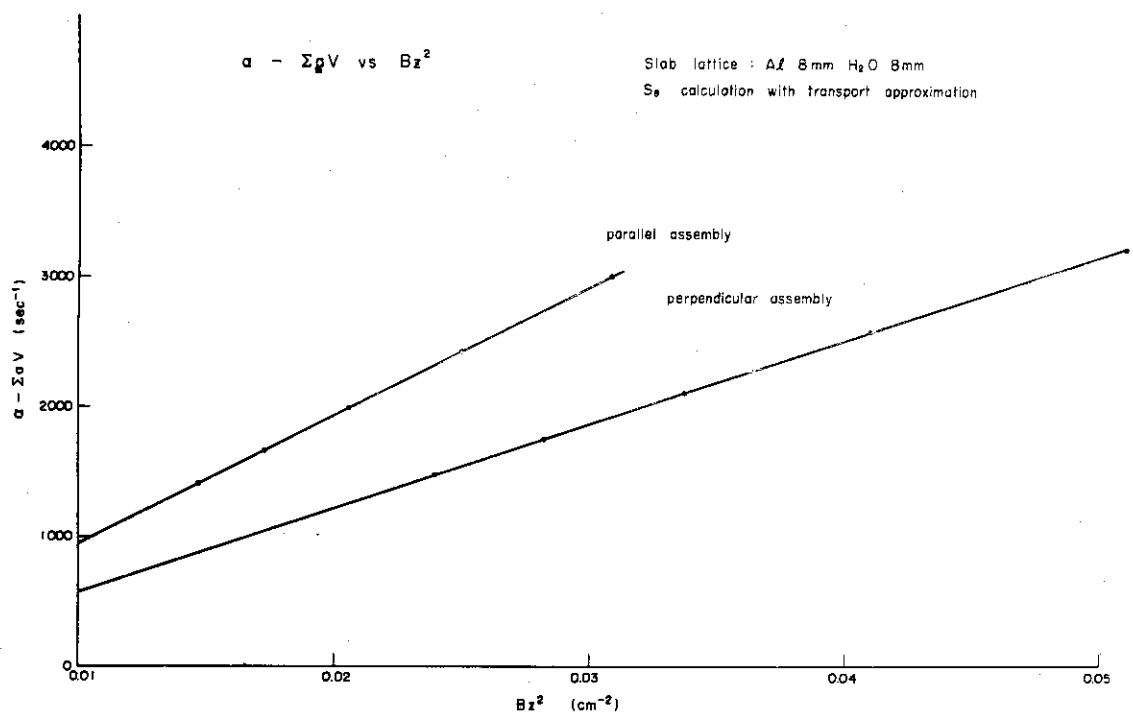


Fig. 13 Calculated dependence of decay constants α on buckling Bz^2 for H₂O-Al slab lattice.

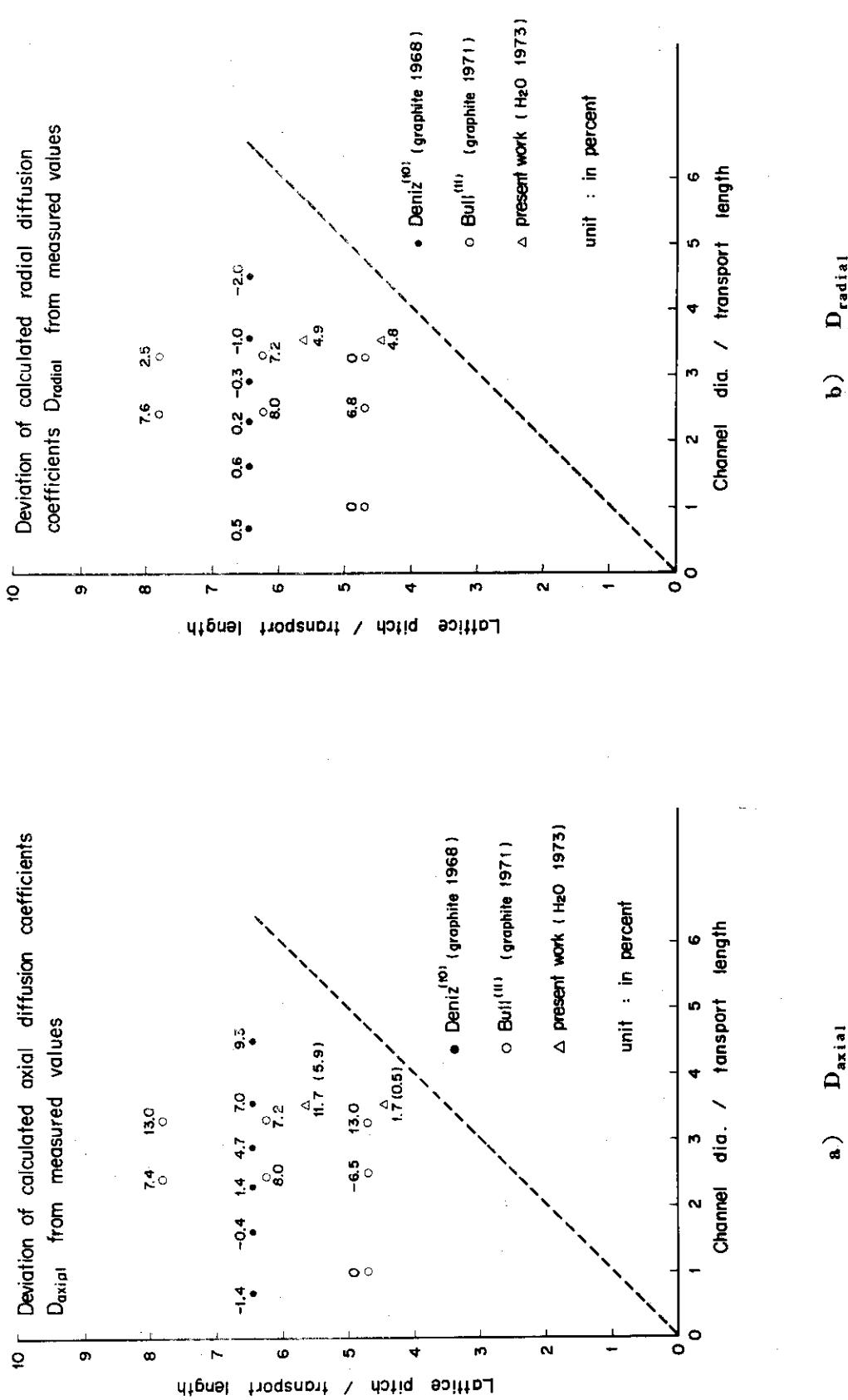


Fig. 14 Deviation of calculated anisotropic diffusion coefficients D_{axial} and D_{radial} from experimental ones.