

JAERI-M
5462

外部導体電流によるプラズマ柱の平衡配位

1973年11月

前田 彦祐・下村 安夫・狐崎 晶雄・吉川 允二

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

外部導体電流によるプラズマ柱の平衡配位

日本原子力研究所東海研究所核融合研究室

前田 彦祐・下村 安夫

狐崎 晶雄・吉川 允二

(1973年11月8日受理)

外部導体中に流れる電流の作る磁場中で表皮電流モデルのプラズマ柱の平衡配位を求めた。計算方法はNamiotが無限平行平板間中の表皮電流モデルのプラズマ柱の平衡配位を求めたものと基本的には同じである。

Equilibrium Configurations of a Plasma Column with
External Current-Carrying Conductors

Hikosuke MAEDA, Yasuo SHIMOMURA, Akio KITSUNEZAKI
and Masaji YOSHIKAWA

Thermonuclear Fusion Lab., Tokai, JAERI

(Received November, 8, 1973)

Equilibrium configurations have analytically been obtained for a straight plasma column with a surface current in the magnetic field produced by external current-carrying conductors. The method of analysis is similar to that used by Namiot to derive equilibrium configurations of a plasma column placed between parallel conducting plates.

目 次

1. 序 論	1
2. 計算方法	1
2.1 $f(Z(\xi))$ の構成	2
2.2 $\Omega(Z(\xi))$ の構成	2
3. 計 算 例	3
おわりに	5
参考文献	5

1. 序 論

外部コイル電流のみによるプラズマの平衡配位がいくつか考察されている。1) 2) 3) この種の問題の特徴はプラズマ境界の形が予め分かっているところであり、これが問題を難しいものとしている原因である。本メモではプラズマが(1)直線状であること、(2)完全表皮電流であること、の仮設のもとに、このタイプの問題が解析的に解けることを示す。本メモで用いられた数学的方法は、Namiot et al³⁾が無限平行平板間に於ける完全表皮電流プラズマの平衡を求めたものと基本的には同じ方法であり、流体力学における空洞の問題の方法を踏襲するものである。

2. 計 算 方 法

外部導体中の電流がつくる磁場中でプラズマの平衡が存在し、その境界が解析的な曲線で構成されるとすれば、プラズマの外部領域を円外の領域の上へ1対1に等角写像する事ができる。原平面をZ-面 ($Z=x+iy$)、写像面をζ-面 ($\zeta=\xi+i\eta$)とする。真空磁場に対して磁気ポテンシャル関数φおよび磁力線関数Ψを考えると我々は複素ポテンシャル関数としてZの解析関数

$$f(Z) = \phi + i\Psi$$

を考えることができる。良く知られているようにφとΨとは共役調和関数であり、次の関数により磁場と関係づけられている。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -B_x$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -B_y$$

ここで、新しく次式で定義されるZの解析関数Ω(Z),

$$\Omega(Z) \equiv \ell_n \frac{df}{dZ} \tag{1}$$

を考える。これはその実数部分が磁場の対数、虚数部分が磁力線の傾角を表わす解析関数で一種の複素ポテンシャルである。f(Z); Ω(Z)に課せられるプラズマ境界での境界条件は

$$\text{Im } f(Z) = \text{定数} \tag{2}$$

$$\text{Re } \Omega(Z) = \ell_n B_0 \tag{3}$$

と書ける。(2)は磁力線がプラズマ境界に沿っていることを示し、(3)はプラズマ内部の一定圧力

1. 序 論

外部コイル電流のみによるプラズマの平衡配位がいくつか考察されている。1) 2) 3) この種の問題の特徴はプラズマ境界の形が予め分かっているところであり、これが問題を難しいものとしている原因である。本メモではプラズマが(1)直線状であること、(2)完全表皮電流であること、の仮設のもとに、このタイプの問題が解析的に解けることを示す。本メモで用いられた数学的方法は、Namiot et al³⁾が無限平行平板間に於ける完全表皮電流プラズマの平衡を求めたものと基本的には同じ方法であり、流体力学における空洞の問題の方法を踏襲するものである。

2. 計 算 方 法

外部導体中の電流がつくる磁場中でプラズマの平衡が存在し、その境界が解析的な曲線で構成されるとすれば、プラズマの外部領域を円外の領域の上へ1対1に等角写像する事ができる。原平面をZ面 ($Z=x+iy$)、写像面をζ面 ($\zeta=\xi+i\eta$)とする。真空磁場に対して磁気ポテンシャル関数φおよび磁力線関数Ψを考えると我々は複素ポテンシャル関数としてZの解析関数

$$f(Z) = \phi + i\Psi$$

を考えることができる。良く知られているようにφとΨとは共役調和関数であり、次の関数により磁場と関係づけられている。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = -B_x$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -B_y$$

ここで、新しく次式で定義されるZの解析関数Ω(Z),

$$\Omega(Z) \equiv \ell_n \frac{df}{dZ} \tag{1}$$

を考える。これはその実数部分が磁場の対数、虚数部分が磁力線の傾角を表わす解析関数で一種の複素ポテンシャルである。f(Z), Ω(Z)に課せられるプラズマ境界での境界条件は

$$\text{Im } f(Z) = \text{定数} \tag{2}$$

$$\text{Re } \Omega(Z) = \ell_n B_0 \tag{3}$$

と書ける。(2)は磁力線がプラズマ境界に沿っていることを示し、(3)はプラズマ内部の一定圧力

Pとプラズマ表面での磁場圧 $B_0^2 / 2\mu_0$ とがつり合っていることの表現である。ここに導入された2つの複素ポテンシャル関数 $f(Z)$, $\Omega(Z)$ は外部導体電流および磁場の零点に対応した特異性を持つよう構成されなければならない。これらの特異性は $f(Z)$ と $\Omega(Z)$ の関係(1)と一致しなければならない。 ξ 面 で関係(1)を満たす $f(Z(\xi))$ と $\Omega(Z(\xi))$ を求めることができた場合には Z 面 と ξ 面 との写像関数 $Z(\xi)$ を次の関係により求めることができる。

$$\frac{dZ}{d\xi} = e^{-\Omega(Z)} \frac{df}{d\xi} \quad \dots\dots(4)$$

(4)の積分 $Z(\xi)$ が Z から ξ の上の1対1の写像を与えるより外部電流位置および強さ等のパラメタが選べるとき、この問題が解けたことになる。

2.1 $f(Z(\xi))$ の構成

$Z(\xi)$ により写像された ξ 面 で $f(Z(\xi))$ を考える。 ξ 面 ではプラズマ境界は半径Rの円周により表わされる。また、電流配置を ξ 面上 で α_i と示す。(Fig.1) また、 I_p をプラズマ電流の値、 I_i を各配置に流れる外部導体電流の値とする。境界条件(2)を満足し、外部導体電流とプラズマ電流とにより構成される複素ポテンシャル $f(Z(\xi))$ は外部電流のプラズマに対する鏡像電流を考えることにより得られる。

$$f(Z(\xi)) = i \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n \mu_0 I_i \ell_n(\xi - \alpha_i) - i \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n \mu_0 I_i \ell_n(\xi - \alpha'_i) + i \frac{1}{2\pi} \mu_0 (I_p + \sum_{i=1}^n I_i) \ell_n \frac{\xi}{R} + \text{定数} \quad \dots\dots(5)$$

ここで α'_i は α_i のプラズマに対する鏡像点であり、次の関係がある。

$$\begin{aligned} \arg \alpha'_i &= \arg \alpha_i \\ |\alpha'_i| |\alpha_i| &= R^2 \end{aligned}$$

2.2 $\Omega(Z(\xi))$ の構成

$\Omega(Z(\xi))$ の定義(1)より

$$\Omega(Z) = \ell_n \frac{df}{d\xi} - \ell_n \frac{dZ}{d\xi} \quad \dots\dots(6)$$

が成立する。(6)において $\frac{dZ}{d\xi}$ は写像関数の性質より定義域(プラズマ外部領域)で零にも無限大にもならないから $\ell_n \frac{dZ}{d\xi}$ は定義域ではいたるところ正則である。したがって $\Omega(Z)$ の特異性は $\ell_n \frac{df}{d\xi}$ のそれと一致する。(5)において構成された $f(Z(\xi))$ より次式が得られる。

$$\frac{df}{d\xi} = \frac{i \mu_0 (I_p + \sum_{i=1}^n I_i) \Pi(\xi - \beta_i)}{2\pi \xi \Pi(\xi - \alpha_i)(\xi - \alpha'_i)} \quad \dots\dots(7)$$

ここで β_i は磁場の零点である。プラズマの外部領域に存在する β_i および $\xi = \infty$, および

α_i が $\Omega(Z(\xi))$ の特異点を与えることがわかる。(7)により $\Omega_{reg}(\xi)$ として次の関数を定義するとそれはプラズマ外部領域いたるところで正則な関数となる。

$$\Omega_{reg}(Z) \equiv \ell_n \frac{df}{d\xi} \cdot \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)\xi}{\Pi'(\xi - \beta_i)} - \ell_n \frac{dZ}{d\xi} \quad \dots\dots(8)$$

ここで $\Pi'(\xi - \beta_i)$ は $|\beta_i| > R$ のものについてのみの乗積を示す。 $\Omega(Z)$ と $\Omega_{reg}(Z)$ との関係は次の式で与えられる。

$$\Omega(Z) = \Omega_{reg}(\xi) - \ell_n \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)\xi}{\Pi'(\xi - \beta_i)} \quad \dots\dots(9)$$

複素関数論によれば円外いたるところで正則な解析関数 $\Omega_{reg}(\xi)$ は円周上での実数部分の値が与えられれば次式により決定することができる。

$$\Omega_{reg}(\xi) = iC - \frac{1}{2\pi i} \oint_{|\xi'|=R} \text{Re } \Omega_{reg}(\xi') \cdot \frac{\xi' + \xi}{\xi' - \xi} \cdot \frac{d\xi'}{\xi'} \quad \dots\dots(10)$$

一方 $\Omega_{reg}(\xi)$ のプラズマ境界上 ($\Gamma_{p\ell}; |\xi|=R$) の値は(9)により計算できる。

$$\text{Re } \Omega_{reg}(\xi) |_{\Gamma_{p\ell}} = \text{Re } \Omega(Z) |_{\Gamma_{p\ell}} + \text{Re } \ell_n \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)\xi}{\Pi'(\xi - \beta_i)} |_{\Gamma_{p\ell}} \quad \dots\dots(11)$$

ここで右辺第1項は(3)より $\ell_n B_0$ であるので $\text{Re } \Omega_{reg}(\xi)$ のプラズマ境界上の値は既知のものとなる。したがって(10)により $\Omega_{reg}(\xi)$ を計算し、さらに(9)により $\Omega(Z)$ を計算することができる。 $\Omega(Z)$ の求め方からこの特異点は $\ell_n \frac{df}{dZ}$ の特異点と一致していることは明らかである。

3. 計 算 例

話を簡単にするため外部導体電流2本の場合について計算例を示す。 $Z(\xi)$ により写像された ξ 面でのプラズマ境界および電流配置を Fig. 2 のように考えよう。外部導体電流の位置および電流値をそれぞれ d, d' および $I_D, I_{D'}$ とし、プラズマ電流値を I_p とすると境界条件(2)を満たす複素ポテンシャル $f(Z(\xi))$ は、

$$\begin{aligned} f(Z(\xi)) = & i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_D \ell_n(\xi - d) - i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_D \ell_n\left(\xi - \frac{R^2}{d}\right) \\ & + i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_{D'} \ell_n(\xi - d') - i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_{D'} \ell_n\left(\xi - \frac{R^2}{d'}\right) \\ & + i \frac{1}{2\pi} \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_p) \ell_n \frac{\xi}{R} \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

α_i が $\Omega(Z(\xi))$ の特異点を与えることがわかる。(7)により $\Omega_{reg}(\xi)$ として次の関数を定義するとそれはプラズマ外部領域いたるところで正則な関数となる。

$$\Omega_{reg}(Z) \equiv \ell_n \frac{df}{d\xi} \cdot \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)\xi}{\Pi'(\xi - \beta_i)} - \ell_n \frac{dZ}{d\xi} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここで $\Pi'(\xi - \beta_i)$ は $|\beta_i| > R$ のものについてのみの乗積を示す。 $\Omega(Z)$ と $\Omega_{reg}(Z)$ との関係は次の式で与えられる。

$$\Omega(Z) = \Omega_{reg}(\xi) - \ell_n \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)\xi}{\Pi'(\xi - \beta_i)} \quad \dots\dots\dots(9)$$

複素関数論によれば円外いたるところで正則な解析関数 $\Omega_{reg}(\xi)$ は円周上での実数部分の値が与えられれば次式により決定することができる。

$$\Omega_{reg}(\xi) = iC - \frac{1}{2\pi i} \oint_{|\xi'|=R} \text{Re } \Omega_{reg}(\xi') \cdot \frac{\xi' + \xi}{\xi' - \xi} \cdot \frac{d\xi'}{\xi'} \quad \dots\dots\dots(10)$$

一方 $\Omega_{reg}(\xi)$ のプラズマ境界上 ($\Gamma_{pl}; |\xi|=R$) の値は(9)により計算できる。

$$\text{Re } \Omega_{reg}(\xi) |_{\Gamma_{pl}} = \text{Re } \Omega(Z) |_{\Gamma_{pl}} + \text{Re } \ell_n \frac{\Pi(\xi - \alpha_i)}{\Pi'(\xi - \beta_i)} |_{\Gamma_{pl}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで右辺第1項は(3)より $\ell_n B_0$ であるので $\text{Re } \Omega_{reg}(\xi)$ のプラズマ境界上の値は既知のものとなる。したがって(10)により $\Omega_{reg}(\xi)$ を計算し、さらに(9)により $\Omega(Z)$ を計算することができる。 $\Omega(Z)$ の求め方からこの特異点は $\ell_n \frac{df}{dZ}$ の特異点と一致していることは明らかである。

3. 計 算 例

話を簡単にするため外部導体電流2本の場合について計算例を示す。 $Z(\xi)$ により写像された ξ 面でのプラズマ境界および電流配置を Fig. 2 のように考えよう。外部導体電流の位置および電流値をそれぞれ d, d' および $I_D, I_{D'}$ とし、プラズマ電流値を I_p とすると境界条件(2)を満たす複素ポテンシャル $f(Z(\xi))$ は、

$$\begin{aligned} f(Z(\xi)) = & i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_D \ell_n(\xi - d) - i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_D \ell_n\left(\xi - \frac{R^2}{d}\right) \\ & + i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_{D'} \ell_n(\xi - d') - i \frac{1}{2\pi} \mu_0 I_{D'} \ell_n\left(\xi - \frac{R^2}{d'}\right) \\ & + i \frac{1}{2\pi} \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_p) \ell_n \frac{\xi}{R} \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

したがって

$$\frac{df}{d\xi} = i \frac{1}{2\pi} \mu_0 \frac{Q(\xi)}{(\xi-d)(\xi-\frac{R^2}{d})(\xi-d')(\xi-\frac{R^2}{d'})\xi} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここで $Q(\xi)$ は

$$\begin{aligned} Q(\xi) = & (I_D + I_{D'} + I_P) \xi^4 + \{ I_D (d - \frac{R^2}{d}) + I_{D'} (d' - \frac{R^2}{d'}) \} \\ & - (I_D + I_{D'} + I_P) (d + \frac{R^2}{d} + d' + \frac{R^2}{d'}) \} \xi^3 \\ & + \{ I_D (\frac{R^2}{d} - d)(d' + \frac{R^2}{d'}) + I_{D'} (\frac{R^2}{d'} - d')(d + \frac{R^2}{d}) \} \\ & + (I_D + I_{D'} + I_P) \{ 2R^2 + (d + \frac{R^2}{d})(d' + \frac{R^2}{d'}) \} \} \xi^2 \\ & + R^2 \{ I_D (d - \frac{R^2}{d}) + I_{D'} (d' - \frac{R^2}{d'}) - (I_D + I_{D'} + I_P) \\ & (d + \frac{R^2}{d} + d' + \frac{R^2}{d'}) \} \xi + R^4 (I_D + I_{D'} + I_P) \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$\ell_n \frac{d}{d\xi}$ の特異点、つまり $Q(\xi) = 0$ の根は $Q(\xi)$ の対称性から $R_1, R^2/\bar{R}_1, R_2, R^2/\bar{R}_2$ の形であることは明らかである。したがって R_1, R_2 をプラズマ外部の根とすれば、他の2つはプラズマ内部になる。前節の方法にたがって $\Omega(Z)$ を計算すると、

$$\Omega(Z) = \ell_n \frac{B_0 R (\frac{R^2}{\xi} - d) (\frac{R^2}{\xi} - d') (\xi - R_1) (\xi - R_2)}{(\frac{R^2}{\xi} - \bar{R}_1) (\frac{R^2}{\xi} - \bar{R}_2) (\xi - d) (\xi - d') \xi} \quad \dots\dots\dots(15)$$

(4)により $\frac{dZ}{d\xi}$ を求めると、

$$\frac{dZ}{d\xi} = \frac{i \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_P) \cdot \bar{R}_1 \bar{R}_2}{2\pi B_0 R} \cdot \frac{(\xi - \frac{R^2}{R_1}) (\xi - \frac{R^2}{R_2}) (\xi - \frac{R^2}{R_2}) (\xi - \frac{R^2}{R_2})}{(\xi - \frac{R^2}{d})^2 (\xi - \frac{R^2}{d'})^2} \quad \dots\dots\dots(16)$$

R_1, R_2 が共に実数の場合のみを考えよう。

$$\frac{dZ}{d\xi} = \frac{i \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_P) \cdot R_1 R_2}{2\pi B_0 R} \cdot \frac{(\xi - \frac{R^2}{R_1})^2 (\xi - \frac{R^2}{R_2})^2}{(\xi - \frac{R^2}{d})^2 (\xi - \frac{R^2}{d'})^2} \quad \dots\dots\dots(17)$$

Z面とξ面が1対1に対応する条件は(17)式より、

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \quad \dots\dots\dots(18)$$

したがって、(14)式の根がパラメータ $I_P, I_D, I_{D'}, d, d'$ の値を適当に選び(18)の関係式を満足するようであれば(17)の積分 $Z(\xi)$ が求める写像関数となる。そのとき(17)式の積分は次のようになる。

$$Z(\xi) = \frac{i \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_P)}{2 \pi B_0 R} \cdot \frac{R_1 R_2}{d d'} \cdot \left[X + \frac{A^2 - B^2}{A} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right. \\ \left. - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4 A^2} \left(\frac{1}{X-A} + \frac{1}{X+A} \right) - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4 A^3} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right] \quad \dots\dots(19)$$

ここで

$$X = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} + \frac{R^2}{d'} \right) = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} + \frac{R^2}{R_2} \right)$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} - \frac{R^2}{d'} \right)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} - \frac{R^2}{R_2} \right)$$

したがって、 ξ 面で得られた磁場配位、 $\text{Im}f(\xi) = \text{定数}$ 、を(19)により Z 面にもどせば我々の問題が解けたことになる。典型的な磁場配位をFig. 3, Fig. 4に示す。

お わ り に

流体力学の空洞、あるいは自由流線の問題において有用な等角写像法を柱状プラズマの平衡の自由境界問題に適用したものであるが、その際に外部導体電流による磁場の特異点および磁場の零点のある場合に生ずる困難を回避する方法を示すものである。なお、この問題について議論、御指導をいただいた田中正俊氏、ならびに永見正幸氏に感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) G. Lehner and F. Pohl, IPP Report III/6 (1973)
- (2) W. Feneberg and K. Lackner, IPP Report III/7 (1973)
- (3) V. A. Namiot, Zhur. Tenkh. Fiz. XVIII 853 (1973)

$$Z(\xi) = \frac{i\mu_0(I_D + I_{D'} + I_P)}{2\pi B_0 R} \cdot \frac{R_1 R_2}{d d'} \cdot \left[X + \frac{A^2 - B^2}{A} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right. \\ \left. - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4A^2} \left(\frac{1}{X-A} + \frac{1}{X+A} \right) - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4A^3} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right] \quad \dots\dots(19)$$

ここで

$$X = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} + \frac{R^2}{d'} \right) = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} + \frac{R^2}{R_2} \right)$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} - \frac{R^2}{d'} \right)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} - \frac{R^2}{R_2} \right)$$

したがって、 ξ 面で得られた磁場配位、 $\text{Im}f(\xi) = \text{定数}$ 、を(19)により Z 面にもどせば我々の問題が解けたことになる。典型的な磁場配位をFig. 3, Fig. 4に示す。

お わ り に

流体力学の空洞、あるいは自由流線の問題において有用な等角写像法を柱状プラズマの平衡の自由境界問題に適用したものであるが、その際に外部導体電流による磁場の特異点および磁場の零点のある場合に生ずる困難を回避する方法を示すものである。なお、この問題について議論、御指導をいただいた田中正俊氏、ならびに永見正幸氏に感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) G. Lehner and F. Pohl, IPP Report III/6 (1973)
- (2) W. Feneberg and K. Lackner, IPP Report III/7 (1973)
- (3) V. A. Namiot, Zhur. Tenkh. Fiz. XVIII 853 (1973)

$$Z(\xi) = \frac{i \mu_0 (I_D + I_{D'} + I_P)}{2 \pi B_0 R} \cdot \frac{R_1 R_2}{d d'} \cdot \left[X + \frac{A^2 - B^2}{A} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right. \\ \left. - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4 A^2} \left(\frac{1}{X-A} + \frac{1}{X+A} \right) - \frac{(A^2 - B^2)^2}{4 A^3} \ell_n \frac{X-A}{X+A} \right] \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここで

$$X = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} + \frac{R^2}{d'} \right) = \xi - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} + \frac{R^2}{R_2} \right)$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{d} - \frac{R^2}{d'} \right)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{R_1} - \frac{R^2}{R_2} \right)$$

したがって、 ξ 面で得られた磁場配位、 $\text{Im}f(\xi) = \text{定数}$ 、を(19)により Z 面にもどせば我々の問題が解けたことになる。典型的な磁場配位をFig. 3, Fig. 4に示す。

お わ り に

流体力学の空洞、あるいは自由流線の問題において有用な等角写像法を柱状プラズマの平衡の自由境界問題に適用したものであるが、その際に外部導体電流による磁場の特異点および磁場の零点のある場合に生ずる困難を回避する方法を示すものである。なお、この問題について議論、御指導をいただいた田中正俊氏、ならびに永見正幸氏に感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) G. Lehner and F. Pohl, IPP Report III/6 (1973)
- (2) W. Feneberg and K. Lackner, IPP Report III/7 (1973)
- (3) V. A. Namiot, Zhur. Tenkh. Fiz. XVIII 853 (1973)

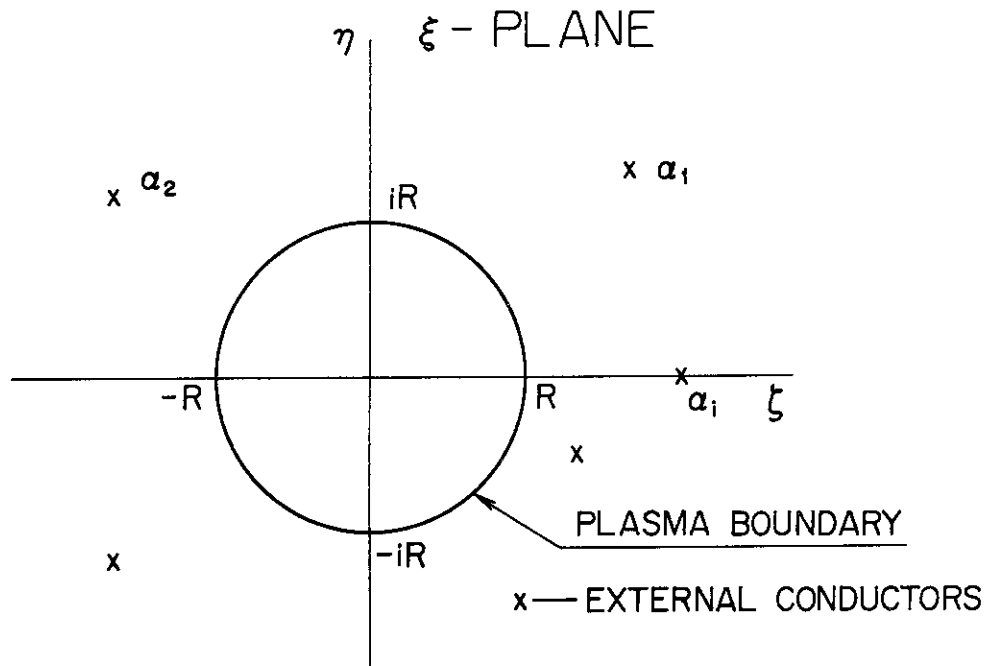


Fig. 1 ξ 面でのプラズマ境界と外部導体の配置

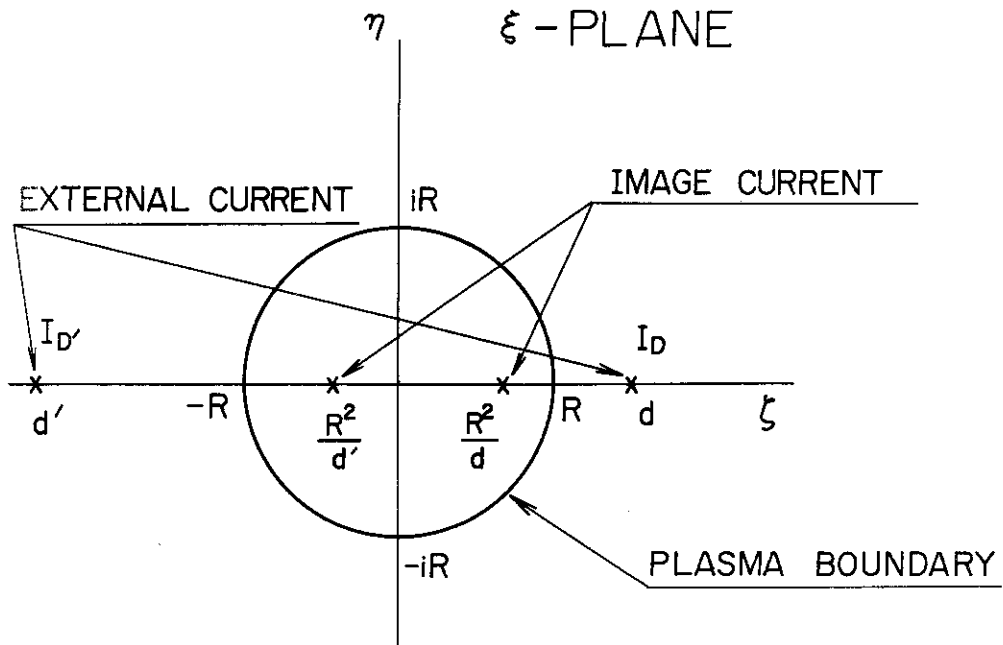


Fig. 2 外部導体が2本の場合の導体電流およびその鏡像電流の配置

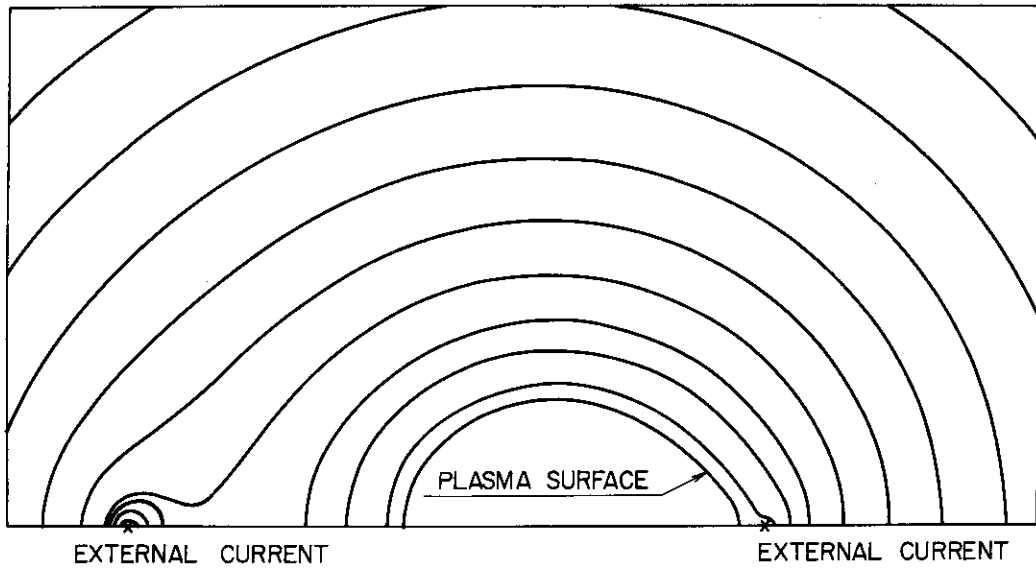


Fig. 3 平衡例 $I_D = 0.0798 I_p$, $I_{D'} = 0.2002 I_p$

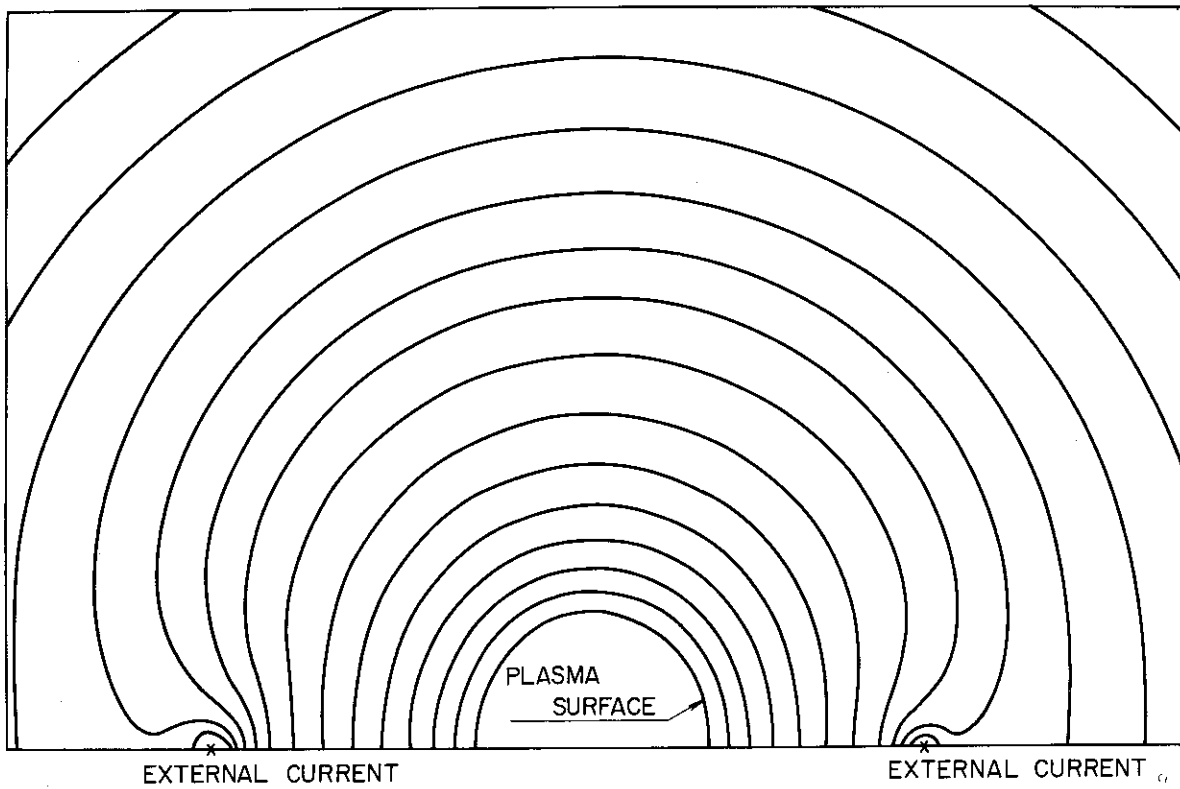


Fig. 4 平衡例 $I_D = -0.1243 I_p$, $I_{D'} = -0.1432 I_p$