JAERI-M
5557

中性子・ガンマ線輸送と動特性計算コードのベンチマーク・テストの問題点

1974年2月

朝岡　卓見・中原　康明・伊勢　武治
筒井　恒夫・西田　雄彦・堀上　邦彦
藤村統一郎・出田　隆士・鈴木　忠和

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

中性子・ガンマ線輸送と動特性計算コードのベンチマーク・テストの問題点

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部
朝岡　卓見・中原　康明・伊勢　武治
筒井　恒夫・西田　雄彦・堀上　邦彦
藤村藤一郎・出田　隆士・鈴木　忠和

（1974年1月17日受理）

原子炉計算コードの大型化，多様化に伴い，それらの適用性，有効性あるいは精度の評価のためベンチマーク・テストが要求されている。ベンチマーク・テストには，実験の解析による核断面積などのチェックのテストもあるが，本報では数値解析の立場からのテストのみを扱う。この際には誤差評価ずみのいわゆる厳密解を基準とするわけで，テストのためのベンチマーク問題もその観点からえらばれなければならない。

当面の興味の対象として，中性子とガンマ線の輸送を扱うモンテカルロ，S_N，拡散近似，およびこれらの方法による空間依存動特性の代表的計算コードがえらばれた。そして，現在までに各国で実施された，これらコードの性能テストの総括と評価をした。特に1次元 S_N コードについては，計算に適している角度求積法と S_N の近似オーダー，および計算時間についての一般的結論を得た。

1次元 S_N コードの球体系と，2次元拡散コードの矩形体系に対するベンチマーク問題は一応確立されていると考えられる。しかしその他については，解法の誤差解析をはじめとし，安定性，収束性などの解析の上にたつて，ベンチマーク問題が設定されなければならない。現実的問題の解のベンチマークを求めるためにはモンテカルロ法がしばしば使われるので，その方面の整備も要求される。

Status of Benchmark Tests on Neutron and Gamma-ray Transport and Reactor Kinetics Computer Codes

Takumi ASAOKA, Yasuaki NAKAHARA, Takeharu ISE,
Tsuneo TSUTSUI, Takahiko NISHIDA, Kunihiko HORIKAMI,
Toichiro FUJIMURA, Takashi IDETA and Tadakazu SUZUKI

Division of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received January 17, 1974)

The recent development of the large number of complex computer codes has resulted in the increase of the necessity of benchmark tests for the evaluation of the ability (applicability, efficiency and precision) of computer programs. There is another category of the benchmark test that orientates towards providing a means of checking nuclear data through the analysis of integral experiments. The present report is concerned not with this category but with reference calculations from the viewpoint of numerical analysis. The benchmark test therefore requires as benchmarks "exact" results with evaluated numerical errors. This means that the benchmark problem should carefully be selected to be useful to develop numerical solution techniques or error analysis methods for this special problem.

We choose for our present interest some representative computer codes to solve neutron and gamma-ray transport problems on the basis of the Monte Carlo, S_N or diffusion method and to deal with space-dependent reactor kinetics based on these three methods. Our review is then given for various tests so far performed in different laboratories for the evaluation of these computer programs. For one-dimensional S_N codes, general conclusion is given about the best suited angular quadrature, appropriate order of angular quadrature and total machine time required for the calculation.

As a result of the review, we see that the benchmark problems have been set up for one-dimensional S_N codes in spherical geometry and for two-dimensional diffusion codes in rectangular geometry, so that these problems can be used also for our benchmark tests. For all other fields, however, the benchmark problems should be established through studies on error analysis methods as well as the stability or reliability of numerical solution techniques. In this connection, it is urged to enlarge the range of applicability of the Monte Carlo method for obtaining benchmarks for solutions of realistic problems.

目　　次

CONTENTS

1. 序論（ベンチマークの必要性[1]）

電子計算機の急速な大型化，高速化，普遍化に伴い，計算コードも多様化と共に大型化し，このため計算コード中に含まれている物理はかくれてしまい，その計算コードによる結果が本当に信用できるかどうか判定に苦しむことが多い。又例えば，外部から導入したコードを整備した場合や，新しい問題を解くために既存のコードを改造した場合，その計算コードが完全に作動していることを保証することは非常に困難であろう。さらに作成者や整備者の手を離れたコードの内容は，一般利用者にとってはブラック・ボックスとなってしまう。このため，ある問題に対して納得できない結果が得られた場合，一般利用者がその原因を突きとめるのは，コードの大型化と共に極めて困難になってきている。従って，計算コードが（少くともある特定の場合に対して）正しく作動していることをチェックするための基準，すなわちベンチマークが不可欠であることは明らかである。

計算コードの信頼性及び適合性のチェックの他に，計算に使われる核断面積などのデーターのチェックも必要で，このためには正確な実験の解析が要求されるが，これは本報の範囲外であるので触れないことにする。

この報告では，中性子とガンマ線の輸送を扱う典型的な方法であるモンテカルロ，S_N，拡散近似法の代表的計算コード，およびこれら3方法に基づく空間依存動特性コードのチェックのためのベンチマークについて考察する。

ベンチマークは，いわゆるベンチマーク問題の解として与えられ，我々はベンチマーク問題を解いて，すなわちベンチマーク・テストにより，計算コードのチェックをするわけである。次章でまず，このベンチマーク問題の持つべき特質についてまとめる。第3章では我々の当面の興味の対象である代表的計算コードを列挙してみる。すなわちこれらコードのベンチマーク問題に対する解が，これらのコードは勿論，他の類似の計算コードのベンチマークを与えると考えられるものである。勿論すでにいくつかの問題に対して，これら代表的計算コードの性能テスト，すなわち計算精度，計算速度などのテストがなされている。第4章でこれらの概略を見て，その結果のまとめを行う。

我々の行なっていくベンチマーク・テストの終局の目的は，計算コード使用者が常にそれぞれの問題に応じてベストのコードを使えるようにすることである。このため我々はそれぞれの計算コードの適用性，有効性などの性能の評価をまずしなければならない。今後のベンチマーク・テストの進め方については最後の第5章で考察する。

2. ベンチマーク問題の特質[2)3)]

計算コードのチェックのためにはテスト問題の確立が要求されるが，普通計算コードに付いているサンプル問題はしばしばこの目的には不適当である。すなわち，現実の問題に近いものがえらばれるべきであり，且つそれの厳密あるいは正確な解が分っていることが前提となる。

1. 序論（ベンチマークの必要性[1]）

電子計算機の急速な大型化，高速化，普遍化に伴い，計算コードも多様化と共に大型化し，このため計算コード中に含まれている物理はかくれてしまい，その計算コードによる結果が本当に信用できるかどうか判定に苦しむことが多い。又例えば，外部から導入したコードを整備した場合や，新しい問題を解くために既存のコードを改造した場合，その計算コードが完全に作動していることを保証することは非常に困難であろう。さらに作成者や整備者の手を離れたコードの内容は，一般利用者にとってはブラック・ボックスとなってしまう。このため，ある問題に対して納得できない結果が得られた場合，一般利用者がその原因を突きとめるのは，コードの大型化と共に極めて困難になってきている。従って，計算コードが（少くともある特定の場合に対して）正しく作動していることをチェックするための基準，すなわちベンチマークが不可欠であることは明らかである。

計算コードの信頼性及び適合性のチェックの他に，計算に使われる核断面積などのデーターのチェックも必要で，このためには正確な実験の解析が要求されるが，これは本報の範囲外であるので触れないことにする。

この報告では，中性子とガンマ線の輸送を扱う典型的な方法であるモンテカルロ，S_N，拡散近似法の代表的計算コード，およびこれら3方法に基づく空間依存動特性コードのチェックのためのベンチマークについて考察する。

ベンチマークは，いわゆるベンチマーク問題の解として与えられ，我々はベンチマーク問題を解いて，すなわちベンチマーク・テストにより，計算コードのチェックをするわけである。次章でまず，このベンチマーク問題の持つべき特質についてまとめる。第3章では我々の当面の興味の対象である代表的計算コードを列挙してみる。すなわちこれらコードのベンチマーク問題に対する解が，これらのコードは勿論，他の類似の計算コードのベンチマークを与えると考えられるものである。勿論すでにいくつかの問題に対して，これら代表的計算コードの性能テスト，すなわち計算精度，計算速度などのテストがなされている。第4章でこれらの概略を見て，その結果のまとめを行う。

我々の行なっていくベンチマーク・テストの終局の目的は，計算コード使用者が常にそれぞれの問題に応じてベストのコードを使えるようにすることである。このため我々はそれぞれの計算コードの適用性，有効性などの性能の評価をまずしなければならない。今後のベンチマーク・テストの進め方については最後の第5章で考察する。

2. ベンチマーク問題の特質[2)3)]

計算コードのチェックのためにはテスト問題の確立が要求されるが，普通計算コードに付いているサンプル問題はしばしばこの目的には不適当である。すなわち，現実の問題に近いものがえらばれるべきであり，且つそれの厳密あるいは正確な解が分っていることが前提となる。

しかしながら厳密解といっても計算機内のデーター処理などに伴い，その結果には誤差が導入されるので，むしろベンチマーク問題には以下のことが要求されるであろう。

(1) 2つ以上のいわゆる厳密解を求める方法があり，それらの結果の誤差が評価できるような現実的問題であること。

(2) (1)のためには，この問題に対して効果的な数値解法とか誤差評価法が調べられるので，このような研究開発に値する代表的な問題であること。

(3) 当然のことであるが，計算体系の幾何形状とか，使われる核断面積などのデーターが完全に指定されており，信頼性のある解がどこででも計算できる問題であること。

(4) 種々の計算方法を用いたコードの標準テスト問題でもあるべきなので，種々の方法による計算結果が，計算の前提と共に詳細に記述されている問題が望ましい。

3. ベンチマーク・テスト用の代表的計算コード

本報の興味の対象は，中性子とガンマ線の輸送を扱う計算コードなので，まず輸送方程式を簡単に論じ，それから代表的計算コードを見ていく。

3.1 中性子・ガンマ線輸送方程式

中性子あるいはガンマ線の輸送を統計的立場から扱うボルツマン方程式は，一般に以下のように書ける。

$$\left[\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}+\underline{\Omega}\cdot\nabla+\Sigma_t(v,\underline{r})\right]\phi(\underline{r},\underline{v},t)$$
$$=\int dv'\int d\underline{\Omega}'\,\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r})\,\phi(\underline{r},\underline{v}',t)+S(\underline{r},\underline{v},t) \qquad (1)$$

ここで

$\phi(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{r}\ d\underline{v}$＝時刻 t に空間点 $\underline{r}$ の周りの体積要素 $d\underline{r}$ 中にあり，速度は $\underline{v}=v\underline{\Omega}$ 周りの $d\underline{v}$ 中にある中性子，あるいは光子の線束（ v と分布関数との積）。

$S(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{r}\ d\underline{v}\ dt$ ＝時刻 t の dt に放出される $d\underline{r}\cdot d\underline{v}$ 中の外部源の粒子数。

$\Sigma_t(v,\underline{r})$ ＝巨視的全断面積。

$\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r})d\underline{v}$ ＝ $\underline{v}'$ の粒子の $\underline{r}$ での衝突（散乱，核分裂など）により $\underline{v}$ 周りの $d\underline{v}$ に放出される粒子数。

又(1)式と等価な積分方程式は，(1)式を時間についてラプラス変換するか，又は(1)式と同様な物理的考察から以下のように求められる（$d\underline{r}'=|\underline{r}'-\underline{r}|^2\,d|r'-\underline{r}|\,d\underline{\Omega}$ に注意）。

$$\phi(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{\Omega}=\int\frac{d\underline{r}'}{|\underline{r}-\underline{r}'|^2}\int dv'\int d\underline{\Omega}'\,\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r}')\,\phi\left(\underline{r}',\underline{v}',t-\frac{|\underline{r}-\underline{r}'|}{v}\right)$$
$$\times\exp\left[-\int_0^{|\underline{r}-\underline{r}'|}ds\,\Sigma_t(v,\underline{r}-s\underline{\Omega})\right]+\int ds\ S\left(\underline{r}-s\underline{\Omega},\underline{v},t-\frac{s}{v}\right)$$
$$\times\exp\left[-\int_0^{s}ds'\,\Sigma_t(v,\underline{r}-s'\underline{\Omega})\right] \qquad (2)$$

しかしながら厳密解といっても計算機内のデーター処理などに伴い，その結果には誤差が導入されるので．むしろベンチマーク問題には以下のことが要求されるであろう。

(1) 2つ以上のいわゆる厳密解を求める方法があり，それらの結果の誤差が評価できるような現実的問題であること。

(2) (1)のためには，この問題に対して効果的な数値解法とか誤差評価法が調べられるので，このような研究開発に値する代表的な問題であること。

(3) 当然のことであるが，計算体系の幾何形状とか，使われる核断面積などのデーターが完全に指定されており，信頼性のある解がどこででも計算できる問題であること。

(4) 種々の計算方法を用いたコードの標準テスト問題でもあるべきなので，種々の方法による計算結果が，計算の前提と共に詳細に記述されている問題が望ましい。

3. ベンチマーク・テスト用の代表的計算コード

本報の興味の対象は，中性子とガンマ線の輸送を扱う計算コードなので，まず輸送方程式を簡単に論じ，それから代表的計算コードを見ていく。

3.1 中性子・ガンマ線輸送方程式

中性子あるいはガンマ線の輸送を統計的立場から扱うボルツマン方程式は，一般に以下のように書ける。

$$\left[\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}+\underline{\Omega}\cdot\nabla+\Sigma_t(v,\underline{r})\right]\phi(\underline{r},\underline{v},t)$$
$$=\int dv'\int d\underline{\Omega}'\,\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r})\,\phi(\underline{r},\underline{v}',t)+S(\underline{r},\underline{v},t) \qquad (1)$$

ここで

$\phi(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{r}\ d\underline{v}$＝時刻 t に空間点 $\underline{r}$ の周りの体積要素 $d\underline{r}$ 中にあり，速度は $\underline{v}=v\underline{\Omega}$ 周りの $d\underline{v}$ 中にある中性子，あるいは光子の線束（ v と分布関数との積）。

$S(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{r}\ d\underline{v}\ dt$ ＝時刻 t の dt に放出される $d\underline{r}\cdot d\underline{v}$ 中の外部源の粒子数。

$\Sigma_t(v,\underline{r})$ ＝巨視的全断面積。

$\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r})d\underline{v}$ ＝ $\underline{v}'$ の粒子の $\underline{r}$ での衝突（散乱，核分裂など）により $\underline{v}$ 周りの $d\underline{v}$ に放出される粒子数。

又(1)式と等価な積分方程式は，(1)式を時間についてラプラス変換するか，又は(1)式と同様な物理的考察から以下のように求められる（$d\underline{r}'=|\underline{r}'-\underline{r}|^2\,d|r'-\underline{r}|\,d\underline{\Omega}$ に注意）。

$$\phi(\underline{r},\underline{v},t)d\underline{\Omega}=\int\frac{d\underline{r}'}{|\underline{r}-\underline{r}'|^2}\int dv'\int d\underline{\Omega}'\,\Sigma(\underline{v}'\to\underline{v},\underline{r}')\,\phi\left(\underline{r}',\underline{v}',t-\frac{|\underline{r}-\underline{r}'|}{v}\right)$$
$$\times\exp\left[-\int_0^{|\underline{r}-\underline{r}'|}ds\,\Sigma_t(v,\underline{r}-s\underline{\Omega})\right]+\int ds\ S\left(\underline{r}-s\underline{\Omega},\underline{v},t-\frac{s}{v}\right)$$
$$\times\exp\left[-\int_0^{s}ds'\,\Sigma_t(v,\underline{r}-s'\underline{\Omega})\right] \qquad (2)$$

(1)あるいは(2)式の典型的な数値的解法としては，モンテカルロ法と S_N 法があげられるが，更に(1)式の拡散近似による解法も，その簡単さのため広く使われている。ここではこれら3つの方法にもとづく数値計算コードのうち，現在比較的広く利用され，今後とも標準的なコードになると考えられるものを以下に列挙しておく。

3.2 モンテカルロ・コード[4)5)]

粒子と媒質との相互作用はもともと統計的過程なので，ランダム・サンプリングを使うモンテカルロ法は，輸送過程をたやすくシミュレイトでき，種々の物理量の期待値に対する近似解を与える。従って特に複雑な幾何形状体系中の粒子の輸送に関する，正確で詳細な情報を求めるためにこのモンテカルロ法が使われる。又これはいわゆる厳密解を与える方法として，他の計算方法，計算プログラム，あるいは核断面積データーのチェックのためにも，その重要性を増して来ている。

代表的な計算コードとしてはO5R[6)7)]，TIMOC[8)]，MORSE[9)]があげられる。この3つのコードの特長をTable 1 にまとめておく。

3.3 S_N コード[13)14)]

S_N 法では(1)式を解く際，まず角度変数 $\underline{\Omega}$ を有限個の不連続な方向でおきかえ，$\underline{\Omega}$ についての積分をquadrature形式で近似し，微分は差分におきかえて数値解を求める。従ってこの S_N 法は統計的なモンテカルロ法に対してdeterministicな方法として，拡散近似の使えない問題に広く使用されている。

定常一次元体系を扱う代表的な S_N 計算コード，DTF-IV[15)]，ANISN[16)] および二次元体系に対するDOT[17)]，TWOTRAN[18)]の特長はTable 2 にまとめた。

3.4 拡散コード

全線束 $\varphi(\underline{r},v,t)=\int d\underline{\Omega}\ \phi(\underline{r},\underline{v},t)$ と $\Sigma_t(v,\underline{r})$ の距離 $1/\Sigma_t$ にわたる変化が小さい時には，よく知られているように，(1)式は拡散係数 $D(v,\underline{r})$ を使って次式で近似できる。

$$\left[\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}-\mathrm{div}\cdot D(v,\underline{r})\,\mathrm{grad}+\Sigma_t(v,\underline{r})\right]\varphi(\underline{r},v,t)$$

$$=\int dv'\ \Sigma(v'\rightarrow v,\underline{r})\varphi(\underline{r},v',t)+S(\underline{r},v,t) \qquad (3)$$

これはもはや角度変数を含まないので比較的簡単に解くことが出来るので，上記の仮定が成立し，かつ全線束のみで処理できる問題の解法として広く用いられている。Table 3 に定常一次元体系に対する代表的拡散コード，EXPANDA[19)20)]とGURNET[21)]，二次元体系に対するEXTERMINATOR-2[22)]，GAMBLE-5[23)]，更に三次元体系に対するCITATION-2[24)]の特長を簡単にまとめておいた。

3.5 空間依存動特性コード[25)26)27)]

空間依存動特性の問題は，一般に核断面積などもすべて時間に依存する(1)，あるいは(3)式に，

Table 1 Characteristics of representative Monte Carlo codes

Program name	Geometries	External sources	Output	Special techniques
O5R	General	General (SOURCE)	Collision tape[10]	Splitting, Russian roulette, Method of fractional generated neutrons, Importance sampling
TIMOC	Periodic multi-layer slab, 3-dimensional sector cylinder, O5R geometries	Steady source, $\delta(t)$ burst	k_{eff}, Time eigenvalue, Flux, Current, Collision density, Time-dependent flux	Standard weight estimator, Russian roulette, Method of fractional generated neutrons, Expected leakage probability,[11] Semi-systematic sampling
MORSE	O5R geometries	General (SORIN)	Collision tape[12]	Splitting, Russian roulette, Importance sampling

Table 2 Characteristics of representative S_N computer codes

Program name	Geometries	Boundary conditions	External sources	Rebalancing acceleration techniques
DTF-IV	1-dimensional slab, sphere & cylinder	Vacuum, Reflective, Periodic	Isotropic volume	Whole-system, One-factor upscatter
ANISN	1-dimensional slab, sphere & cylinder	Vacuum, Reflective, Periodic, White or albedo	Isotropic volume, Angular shell	Whole-system, Pointwise, One-factor upscatter
DOT	(x, y), (r, z), (r, θ)	Vacuum, Reflective, Periodic, White, Incoming angular flux (on top or/and right)	Isotropic volume,	Whole-system, Pointwise, One-factor upscatter
TWOTRAN	(x, y), (r, z), (r, θ)	Vacuum, Reflective, Periodic, White, Incoming angular flux (on top, bottom or/and right)	Anisotropic volume	Whole-system, Coarse space-mesh, Coarse mesh upscatter, Coarse mesh eigenvalue

Table 3 Characteristics of representative diffusion codes

Program name	Geometries	Boundary conditions	Acceleration techniques	Notes
EXPANDA	1-dimensional slab, sphere & cylinder	$\varphi=0$, $\varphi'=0$	Overrelaxation	No upscattering, No adjoint calculation
GURNET	1-dimensional slab, sphere & cylinder	$\varphi'=-\alpha\varphi$	Overrelaxation	—
EXTERMINATOR-2	(x, y), (r, z) (r, θ)	$\varphi=0$, $\varphi'=0$, $\varphi'=-\alpha\varphi$, Periodic	Whole-system rebalancing, Group rebalancing, Point & line relaxation, Overrelaxation, Exponential-β overrelaxation	With perturbation calculations
GAMBLE-5	(x, y), (r, z)	$\varphi'=-\alpha\varphi$	Whole-system rebalancing, Coarsh energy-space mesh rebalancing, Line overrelaxation, Wielandt method	No adjoint calculation
CITATION-2	(x, y, z), (r, θ, z), Hexagonal z Trigonal z	$\varphi'=-\alpha\varphi$, Reflective	Whole-system rebalancing, Group rebalancing, Line relaxation, Constrained overrelaxation	With perturbation calculations

遅発中性子の効果も入れて扱われる。種々の数値解法による計算コードが各国で開発されているが，公開されている代表的コードは限られており，一次元拡散方程式を扱ったWIGL−2[28]，GAKIT[29]，一次元 S_N のTDA[30]と二次元拡散のVARI−QUIR[31]くらいである。この3つのコードの特長はTable 4 にまとめておいた。

なおモンテカルロのTIMOCコードは，時間依存の問題用になっているが，TDAと同様，遅発中性子は考慮されていない。

4. ベンチマーク・テストの現状評価

従来多くのベンチマーク・テストが実施されているが，これらは主に計算を実験と対比する立場でなされている。これに対し，数値解析あるいはアルゴリズムの観点からのベンチマーク・テストは余り数がない。特に空間依存動特性コードについては，まだ各研究所で開発されたコードを相互に比較している段階で（例えばイスプラでの専門家会議の報告書の付録参照[27]），系統的なテストは開始されたばかりである。種々の数値解法の動特性コードの比較検討は，別の報告書にまとめられるので，テストの結果もその報告にゆずることにする。以下では前章で列挙した S_N，拡散，モンテカルロ法の代表的コードについてのテストの現状の概略を見てみる。勿論すべてのテストをもうらすることは不可能であるが，最近実施された主なものは拾っていると思う。

4.1 S_N コードのテスト

一次元球体系

一次元球体系である小型の高速臨界系Godivaに対する一次元 S_N コードのテストが，従来のベンチマーク・テストの中で最も完全なものと思われる。[3] ただしこれは裸の最も簡単な形状の体系なので，このテストで完全に一次元 S_N コードがチェックされたことにならないのは当然である。この系の寸法，テストに使われた6エネルギー群核断面積，その他必要なデーターは，すべて文献(3)に記載されている。ここでは結果のみをまとめてみる。

まずTable 5 にここで比較される5つの計算手法の要点と，空間メッシュ数と S_N のオーダーNを無限にもっていった極限として求められた k_{eff} の値をまとめた。最後の行はLathropが積分型輸送方程式を有限差分で数値的に解き，その空間メッシュ数を無限にもっていった極限の k_{eff} である。[32] 積分方程式の固有値を求める際には，角度についての求積法の問題がないので正確な値を求めやすい。これに対し S_N 法では2変数について外挿しなければならないが，その収束が一様でないので，まず空間メッシュ幅を無限小にもっていってから角度幅を無限小にしなければ，外挿された k_{eff} は積分方程式による値と一致しない。[32] しかしながらそれら k_{eff} の差は最大0.03％で，計算機種の差だけでも0.02％近いので，Table 5 から計算コード，角度求積法などの差を見出すことは出来ない。

Table 6 には各々の方法の外挿 k_{eff} への収束状態を，Table 7 にはそれぞれの k_{eff} 計算に要した全計算時間をまとめた。この体系は，半径が中性子平均自由行路の2倍程度の小さい

遅発中性子の効果も入れて扱われる。種々の数値解法による計算コードが各国で開発されているが，公開されている代表的コードは限られており，一次元拡散方程式を扱ったWIGL−2[28]，GAKIT[29]，一次元 S_N のTDA[30]と二次元拡散のVARI−QUIR[31]くらいである。この3つのコードの特長はTable 4 にまとめておいた。

なおモンテカルロのTIMOCコードは，時間依存の問題用になっているが，TDAと同様，遅発中性子は考慮されていない。

4. ベンチマーク・テストの現状評価

従来多くのベンチマーク・テストが実施されているが，これらは主に計算を実験と対比する立場でなされている。これに対し，数値解析あるいはアルゴリズムの観点からのベンチマーク・・テストは余り数がない。特に空間依存動特性コードについては，まだ各研究所で開発されたコードを相互に比較している段階で（例えばイスプラでの専門家会議の報告書の付録参照[27]），系統的なテストは開始されたばかりである。種々の数値解法の動特性コードの比較検討は，別の報告書にまとめられるので，テストの結果もその報告にゆずることにする。以下では前章で列挙した S_N，拡散，モンテカルロ法の代表的コードについてのテストの現状の概略を見てみる。勿論すべてのテストをもうらすることは不可能であるが，最近実施された主なものは拾っていると思う。

4.1 S_N コードのテスト

一次元球体系

一次元球体系である小型の高速臨界系Godivaに対する一次元 S_N コードのテストが，従来のベンチマーク・テストの中で最も完全なものと思われる。[3] ただしこれは裸の最も簡単な形状の体系なので，このテストで完全に一次元 S_N コードがチェックされたことにならないのは当然である。この系の寸法，テストに使われた6エネルギー群核断面積，その他必要なデーターは，すべて文献(3)に記載されている。ここでは結果のみをまとめてみる。

まずTable 5 にここで比較される5つの計算手法の要点と，空間メッシュ数と S_N のオーダーNを無限にもっていった極限として求められた k_{eff} の値をまとめた。最後の行はLathropが積分型輸送方程式を有限差分で数値的に解き，その空間メッシュ数を無限にもっていった極限の k_{eff} である。[32] 積分方程式の固有値を求める際には，角度についての求積法の問題がないので正確な値を求めやすい。これに対し S_N 法では2変数について外挿しなければならないが，その収束が一様でないので，まず空間メッシュ幅を無限小にもっていってから角度幅を無限小にしなければ，外挿された k_{eff} は積分方程式による値と一致しない。[32] しかしながらそれら k_{eff} の差は最大0.03％で，計算機精の差だけでも0.02％近いので，Table 5 から計算コード，角度求積法などの差を見出すことは出来ない。

Table 6 には各々の方法の外挿 k_{eff} への収束状態を，Table 7 にはそれぞれの k_{eff} 計算に要した全計算時間をまとめた。この体系は，半径が中性子平均自由行路の2倍程度の小さい

Table 4 Characteristics of space-dependent kinetics codes

Program name	Geometries	Boundary conditions	Time-integral techniques	Feedback
WIGL-2	1-dimensional slab, sphere & cylinder	$\varphi=0$, $\varphi'=0$	Semi-implicit θ-method	Xenon, Temperature, Control
GAKIT	1-dimensional slab, sphere & cylinder	$\varphi=0$, $\varphi'=0$	Exponential transformation	Xenon, Time-dep. cross sections, Temperature with heat transfer
TDA	1-dimensional slab, sphere & cylinder	Vacuum, Reflective, Periodic, White or albedo	Implicit weighted diamond difference, Exponential difference	—
VARI-QUIR	(x, y), (r, z), (r, θ)	$\varphi=0$, $\varphi'=0$	Implicit (Variational method for space)	Temperature

Table 5 Extrapolated values of k_{eff} for a small spherical critical system Godiva obtained from various 6-group calculations

	Computer code	Computer	Angular quadrature	Required accuracy 10^{-6}	k_{eff}
DTF(G)	DTF-IV	IBM-7030	Gauss-Legendre	Pointwise	0.99604
DTF(S)	DTF-IV	CDC-3600	Standard	Total system	0.99630
ANISN(36)	ANISN	IBM-360/75	Gauss-Legendre	Pointwise	0.99596
ANISN(79)	ANISN	IBM-7090	Gauss-Legendre	Pointwise	0.99612
Integral	Numerical solution of the Boltzmann integral equation in a finite difference approximation			Total system	0.99597

Table 6 Percent deviation of k_{eff} from the extrapolated value for Godiva in a 6-group model

No. of equal space meshes	Method	Order of angular quadrature N						
		4	8	12	16	24	32	48
10	DTF(G)	+0.906	+0.253	+0.119	+0.068	+0.031	+0.017	+0.007
	DTF(S)	+0.989	+0.274	+0.134	+0.077	+0.030	–	–
	ANISN*	+0.913(+0.897)		–	–	–	–	–
20	DTF(G)	+0.914	+0.253	+0.117	+0.066	+0.028	+0.014	+0.004
	DTF(S)	+0.996	+0.274	+0.132	+0.074	+0.026	–	–
	ANISN	–	+0.258(+0.242)		–	–	–	–
	Integral	−0.045						
40	DTF(G)	+0.914	+0.252	+0.115	+0.064	+0.026	+0.012	+0.002
	DTF(S)	+0.997	+0.273	+0.130	+0.072	+0.024	–	–
	ANISN	–	–	–	+0.071(+0.056)		–	–
	Integral	−0.011						
80	DTF(G)	+0.915	+0.252	+0.115	+0.064	+0.025	+0.012	+0.002
	DTF(S)	+0.997	+0.273	+0.130	+0.072	+0.024	–	–
	ANISN	–	–	–	–	–	+0.017(–)	
	Integral	−0.002						
160	DTF(G)	+0.915	+0.252	+0.115	+0.064	+0.025	+0.011	+0.001
	DTF(S)	+0.997	+0.273	+0.130	+0.072	–	–	–
	Integral	0.000						

* Results on the IBM-360/75 and in parenthesis on the IBM-7090

Table 7 Total machine execution times (min.) for 6-group k_{eff} S_N calculations for Godiva

No. of equal space meshes	Method	Order of angular quadrature N						
		4	8	12	16	24	32	48
10	DTF(G)	0.33	0.52	0.70	0.88	1.23	1.58	2.30
	DTF(S)	0.50	0.60	0.78	0.88	1.02	—	—
	ANISN(36)	0.39	—	—	—	—	—	—
20	DTF(G)	0.58	0.90	1.48	1.58	2.23	2.90	4.22
	DTF(S)	0.68	0.95	1.13	1.25	1.65	—	—
	ANISN(36)	—	0.58	—	—	—	—	—
40	DTF(G)	1.05	1.70	2.32	3.00	4.37	5.50	7.88
	DTF(S)	1.08	1.47	1.83	2.15	2.90	—	—
	ANISN*	—	—	—	1.32(~5)	—	—	—
80	DTF(G)	2.02	3.27	4.48	5.72	8.03	10.37	15.07
	DTF(S)	1.77	—	—	—	7.37	—	—
	ANISN(36)	—	—	—	—	—	4.32	—
160	DTF(G)	3.88	6.33	8.57	10.95	15.55	20.37	29.73
	DTF(S)	3.13	—	—	—	—	—	—

* Values on the IBM-360/75 and in parenthesis on the IBM-7090

球なので，空間メッシュ数は10以上で殆んど固有値への影響はみられない。S_N のオーダー，Nについては，Table 6 では大体誤差が$1/N^2$に比例しており，このような小さな体系の固有値にはS_8 近似以上が要求されることが分る。

計算時間は，DTF−Ⅳでは空間メッシュ数に対し，予想されるように大体比例しているが，オーダーNに対しては，その増加はゆるく，Nの2／3乗程度に比例している（Table 7参照）。これに対し，ANISNの際には，空間メッシュ数が少ないときはDTF−Ⅳと同程度の計算時間が要求されているが，メッシュ数の多いときには半分位に減っている。これはANISNに組入れられているinner iteration の1つの加速法であるpointwise rebalance 法のためと思われる。実際S_{16}，40メッシュの際の収束までのouter iteration 数は，Table 5の4つのS_N 計算とも17であるが，全inner iteration 数はDTF(G) が761，DTF(S)が569に対し，ANISN(36) が467，ANISN(79) が412である。このようにANISNの際には，計算時間は空間メッシュ数の3／4乗程度に比例しているようである。

k_{eff} が空間とエネルギーについての積分量であるのに対し，体系の表面についての積分量である各エネルギー群毎のもれる中性子数の結果も示されている。しかしDTF−ⅣとANISNの間の相対誤差は10^{-5}以下で，むしろIBM−360／75と7090の間の差の方が大きいが，これも10^{-5}のオーダーにすぎない。

上述のGodivaの例以外では完全なベンチマーク・テストは見あたらないが，参考になるものとして，種々の角度求積法についてのテスト結果がある。Table 8 に種々の求積法を使って1群モデルで求められた，裸の球形媒質の臨界半径（平均自由行路単位）の相対誤差をまとめておいた。Table 8 中のcは衝突毎に発生する平均二次中性子数を表わしている。角度求積法でStandardはLeeによるもので，90°の回転と反射に対して不変である要求のもとで求められており，モーメントの条件も漸近的に満足する。[33] Gauss，D.Gauss は通常のGauss-Legendre およびdonble(half-range) Gauss-Legendre求積法を表わしている。これに対し，Even，Odd，Level は三次元的なすべての90°回転について不変の要求のもとに，Even は偶数次の角度モーメントが正確になる求積法で，Oddは奇数次のモーメントを合わせるもの，Levelは各レベル毎のモーメントを合わせる求積法である。[34]

Standard，Gauss，D.Gauss，およびEven の結果は殆んど一致しており，他の求積法より精度がよい。cが1に近い大きな体系に対しては，これらの求積法を使ったS_4 で充分正確な解が得られているが，体系の大きさが平均自由行路の数倍位になるとS_8 が要求され，更に平均自由行路程度になるとS_{16} が必要となっている。全体的に見て球体系にはhalf-range Gauss-Legendre(D.Gauss)か，偶数次モーメント対称求積法（Even）が適しているようである。[34]

なおLudewig が半径6.3849cm のPu 金属炉心をANISNを使い，ガウス求積法，74群で扱っている。[35] k_{eff}のS_N オーダーによる収束状態はTable 6 のGodivaの際と同じ傾向を示し，外挿された値に対する相対誤差はS_4，S_8，S_{16}でそれぞれ＋1.272％，＋0.356％，＋0.092％となっている。

この他に球形状に対するベンチマーク・テストとしては遮蔽用として，無限大気（半径2kmの球）中の点状核分裂中性子源と14MeV中性子源によるエネルギー・スペクトルをANISN

Table 8 Percent deviations of critical radii (in units of mean-free-path) of spheres obtained from various monoenergetic S_N calculations

Value of c, Exact radius	Angular quadrature*	Order of angular quadrature N					
		2	4	6	8	12	16
1.02, 12.0270	Standard	−0.916	−0.056	+0.033	+0.053	+0.062	+0.063
	Gauss	〃	+0.005	+0.021	+0.033	+0.042	+0.045
	D. Gauss	〃	−0.286	−0.015	+0.024	+0.042	+0.045
	Even	—	−0.081	—	−0.047	—	−0.034
	Odd	—	−0.434	—	−0.182	—	—
	Level	—	−0.248	—	−0.091	—	−0.072
1.05, 7.2772	Standard	−1.704	−0.298	−0.099	−0.047	−0.008	+0.003
	Gauss	〃	−0.216	−0.102	−0.059	−0.025	−0.012
	D. Gauss	〃	−0.475	−0.122	−0.055	−0.019	−0.008
	Even	—	−0.283	—	−0.127	—	−0.072
	Odd	—	−0.696	—	−0.238	—	—
	Level	—	−0.470	—	−0.179	—	−0.121
1.10, 4.8727	Standard	−2.518	−0.564	−0.228	−0.133	−0.057	−0.031
	Gauss	〃	−0.464	−0.218	−0.129	−0.060	−0.035
	D. Gauss	〃	−0.651	−0.201	−0.103	−0.045	−0.025
	Even	—	−0.464	—	−0.142	—	−0.059
	Odd	—	−0.991	—	−0.305	—	—
	Level	—	−0.739	—	−0.276	—	−0.118
1.20, 3.1720	Standard	−3.512	−0.927	−0.407	−0.255	−0.129	−0.079
	Gauss	−3.449	−0.807	−0.378	−0.224	−0.104	−0.060
	D. Gauss	〃	−0.880	−0.306	−0.164	−0.073	−0.041
	Even	—	−0.841	—	−0.294	—	−0.099
	Odd	—	−1.366	—	−0.432	—	—
	Level	—	−1.127	—	−0.430	—	−0.167
1.40, 1.9854	Standard	−4.588	−1.360	−0.635	−0.413	−0.222	−0.146
	Gauss	〃	−1.219	−0.584	−0.348	−0.161	−0.096
	D. Gauss	〃	−1.158	−0.443	−0.247	−0.116	−0.071
	Even	—	−1.268	—	−0.445	—	−0.168
	Odd	—	−1.841	—	−0.566	—	—
	Level	—	−1.579	—	−0.591	—	−0.223

(to be continued)

Table 8 (Continued)

Value of c, Exact radius	Angular quadrature*	Order of angular quadrature N					
		2	4	6	8	12	16
1.60, 1.4761	Standard	−5.183	−1.606	−0.766	−0.501	−0.271	−0.176
	Gauss	〃	−1.463	−0.698	−0.413	−0.190	−0.108
	D.Gauss	〃	−1.321	−0.522	−0.291	−0.088	−0.081
	Even	−	−1.517	−	−0.530	−	−0.199
	Odd	−	−2.098	−	−0.642	−	−
	Level	−	−1.830	−	−0.662	−	−0.250
1.80, 1.1833	Standard	−5.578	−1.783	−0.854	−0.558	−0.313	−0.203
	Gauss	〃	−1.631	−0.777	−0.465	−0.211	−0.127
	D.Gauss	〃	−1.437	−0.575	−0.346	−0.152	−0.093
	Even	−	−1.683	−	−0.587	−	−0.218
	Odd	−	−2.270	−	−0.695	−	−
	Level	−	−1.996	−	−0.717	−	−0.269
2.00, 0.9906	Standard	−5.855	−1.898	−0.919	−0.606	−0.333	−0.222
	Gauss	〃	−1.746	−0.838	−0.495	−0.232	−0.131
	D.Gauss	〃	−1.514	−0.616	−0.353	−0.162	−0.091
	Even	−	−1.810	−	−0.634	−	−0.236
	Odd	−	−2.399	−	−0.738	−	−
	Level	−	−2.123	−	−0.760	−	−0.286

* Standard = standard quadrature based on a rotational-reflection symmetry condition.[33]
Gauss/D.Gauss = single/double(half-range) Gauss-Legendre quadrature.[34]
Even/Odd/Level = completely symmetric quadrature satisfying even/odd/level moment conditions.[34]

で解いた結果がモンテカルロ・コードO5Rの結果と対比されている。[1)2)] 空間メッシュは中性子源近傍は5m，外の方は20m間隔で全部で105，エネルギー群は104と22の両方の場合をS_{16}で扱っている。22群の群常数は，104群のANISN計算のスペクトルを使って縮約しているので，22と104群の計算結果の差は無視できている。なお散乱の角度分布はP_5成分までを考慮している。使われている核断面積はORNLのRSIC(原子炉遮蔽情報センター)から入手できるので，ANISNコードが正しく作動していることをチェックするための一つのテストにはなる。しかしANISNの結果の精度については，O5R計算は異った物理モデルを使っているので比較の対象にはならない。

なお中性子の透過の問題でS_Nの近似オーダーを変えてテストした例としては，Mynattらの ANISN計算があげられる。[36)] 点状核分裂中性子源から120cmの水中の線量を1cm間隔メッシュ，27群，P_3散乱近似で扱っている。S_{32}の結果に対するS_6，S_8，S_{12}，S_{16}の相対誤差は，それぞれ−42%，−25%，−8%，−2%となっており，この問題にはS_{12}〜S_{16}が要求されることが分る。

一次元板状体系

一次元板状体系については，球体系に対するTable 8と同様，種々の角度求積法のテストがある。テストの結果として求められた，臨界を与えるスラブの厚さをまずTable 9にまとめた。[33)34)] 奇数次のモーメントを合せた完全対称求積法(Odd)を使った結果は精度が悪い。これに対しhalf-range Gauss-Legendre求積法(D.Gauss)の精度が良く，大きい体系(cが1に近い)に対してはS_4で正確な値が得られている。しかしスラブの厚さの半分が，中性子平均自由行路程度になるとS_6〜S_8が必要であるが，それでもD.Gaussが板状体系には全範囲にわたって推奨できる。[34)]

固有関数，すなわち中性子束分布についてはWagshalが，中性子平均自由行路の10倍の厚さのスラブの一境界に等方源がある場合を，種々の求積法を使い，100の等間隔空間メッシュ，1群エネルギー，S_8で解き，厳密解$E_1(x)$と比較している。[37)] Table 10から分るようにLeeの求積法(Standard)の結果は，特に境界$x=10$で1割近くも中性子束を過小評価しているが，half-range Gauss-Legendre求積法(D.Gauss)ではすべての場所で誤差は1%以下である。

実際の原子炉に関する計算例としては，ZPR−3−48の炉心ドロアー・セルについての非均質効果の計算がある。[38)] ZPR−3−48の炉心セルは，厚さ0.125インチのPu金属板と0.250インチの20%Pu−U合金板が，C，Na，減損ウラン板などにはさまれたもので，全部で2インチの厚さである。このため実際の大型高速発電炉と同じ柔いエネルギー・スペクトルをもっている。計算は47群，P_3散乱のANISNで行っている。Table 11に燃料中中性子束のセル中平均値に対する比ϕ_{Pu}/ϕ_{cell}の計算値の相対誤差を，half-range Gauss-Legendre求積法を使ったS_{32}の結果を基準としてまとめておいた。Double(half-range) Gauss求積法がsingle Gaussより優れていることは明らかに示されており，又このような問題にはS_8程度が要求されることも分る。

一次元円筒体系

まずTable 12に種々の角度求積法を使って求められた，1群S_N計算による無限円筒の臨

Table 9 Percent deviations of critical half-thicknesses (in units of mean-free-path) of infinite slabs obtained from various monoenergetic S_N calculations

Value of c, Exact result	Angular quadrature*	Order of angular quadrature N					
		2	4	6	8	12	16
1.02, 5.6655	Standard	+3.355	+0.097	+0.251	+0.237	+0.184	+0.147
	Gauss	〃	+0.385	+0.164	+0.097	+0.053	+0.035
	D.Gauss	〃	+0.071	+0.042	+0.032	+0.025	+0.021
	Even	—	+0.307	—	+0.091	—	+0.054
	Odd	—	−0.761	—	+0.025	—	—
	Level	—	−0.390	—	−0.156	—	−0.037
1.05, 3.3002	Standard	+5.939	+0.100	+0.406	+0.394	+0.303	+0.236
	Gauss	〃	+0.633	+0.245	+0.133	+0.064	+0.036
	D.Gauss	〃	−0.024	+0.027	+0.018	+0.012	+0.009
	Even	—	+0.652	—	+0.194	—	+0.068
	Odd	—	−1.403	—	+0.014	—	—
	Level	—	−0.728	—	−0.346	—	−0.122
1.10, 2.1134	Standard	+9.468	+0.241	+0.648	+0.615	+0.473	+0.364
	Gauss	〃	+1.088	+0.379	+0.199	+0.085	+0.043
	D.Gauss	〃	−0.284	+0.019	+0.005	0	−0.005
	Even	—	+1.194	—	+0.311	—	+0.102
	Odd	—	−2.172	—	+0.013	—	—
	Level	—	−1.086	—	−0.591	—	−0.216
1.20, 1.2893	Standard	+15.373	+1.024	+1.225	+1.070	+0.799	+0.620
	Gauss	〃	+2.311	+0.737	+0.372	+0.163	+0.085
	D.Gauss	〃	−0.907	+0.039	+0.008	+0.008	+0.008
	Even	—	+2.591	—	+0.605	—	+0.197
	Odd	—	−2.839	—	−0.064	—	—
	Level	—	−1.113	—	−0.946	—	−0.375
1.40, 0.7366	Standard	+24.939	+3.801	+2.824	+2.159	+1.439	+1.072
	Gauss	〃	+5.485	+1.346	+0.842	+0.326	+0.176
	D.Gauss	〃	−1.819	−0.109	−0.027	0	0
	Even	—	+6.144	—	+1.491	—	+0.413
	Odd	—	−2.047	—	−0.535	—	—
	Level	—	+0.582	—	−1.163	—	−0.664

(to be continued)

Table 9 (Continued)

Value of c, Exact result	Angular quadrature*	Order of angular quadrature N					
		2	4	6	8	12	16
1.60, 0.5120	Standard	+32.871	+7.090	+4.941	+3.613	+2.266	+1.621
	Gauss	〃	+9.141	+3.516	+1.621	+0.566	+0.273
	D.Gauss	〃	−1.816	−0.469	0	0	0
	Even	—	+10.018	—	+2.844	—	+0.740
	Odd	—	+1.094	—	−1.045	—	—
	Level	—	+3.281	—	−0.678	—	−0.789
1.80, 0.3887	Standard	+39.799	+10.471	+7.306	+5.377	+3.370	+2.367
	Gauss	〃	+12.760	+5.454	+2.727	+0.952	+0.463
	D.Gauss	〃	−1.209	−0.798	−0.051	+0.026	+0.026
	Even	—	+13.882	—	+4.546	—	+1.284
	Odd	—	+2.737	—	−1.273	—	—
	Level	—	+6.308	—	+0.365	—	−0.651
2.00, 0.3108	Standard	+46.010	+13.867	+9.781	+7.304	+4.633	+3.314
	Gauss	〃	+16.248	+7.593	+4.054	+1.512	+0.740
	D.Gauss	〃	+2.317	−0.997	−0.161	+0.097	+0.064
	Even	—	+17.603	—	+6.470	—	+2.014
	Odd	—	+5.489	—	−1.171	—	—
	Level	—	+9.363	—	+1.750	—	−0.245

* See the footnote of Table 8.

Table 10 Neutron flux distributions in a 10-mean-free-path thick slab resulting from an isotropic boundary source, obtained from various monoenergetic S_8 calculations

Space coordinate x in units of mean-free-path	Exact result E_1 (x)	Percent deviation from E_1(x)		
		Standard quadrature	Gauss quadrature	D.Gauss quadrature*
1	2.194×10^{-1}	−1.823	−2.233	+1.003
2	4.890×10^{-2}	+3.885	+4.908	−0.429
3	1.305×10^{-2}	+3.065	+0.077	+0.153
4	3.779×10^{-3}	−1.455	−0.370	+0.026
5	1.148×10^{-3}	−3.310	−0.436	−0.436
6	3.601×10^{-4}	−4.804	−0.417	−0.750
7	1.155×10^{-4}	−5.974	−0.433	−0.779
8	3.767×10^{-5}	−6.929	−0.504	−0.531
9	1.245×10^{-5}	−7.711	−0.643	−0.241
10	4.157×10^{-6}	−8.997	−1.419	−0.722

* See the footnote of Table 8

Table 11 Percent deviation of the neutron flux ratio ϕ_{Pu}/ϕ_{cell} for the ZPR-3-48 core, obtained from various 47-group ANISN calculations, from the double Gauss-S_{32} value

Energy group	Angular quadrature	Order of angular quadrature N				S_{32} value
		4	8	16	32	
7	Gauss	−16.341	−10.803	−5.235	−1.691	−
(7.40-8.18MeV)	D.Gauss	−10.323	− 1.365	+0.047	−	1.2894
27	Gauss	− 5.030	− 3.175	−1.458	−0.461	−
(1.00-1.10MeV)	D.Gauss	− 2.953	− 0.323	+0.018	−	1.0835
41	Gauss	− 0.189	− 0.020	+0.040	+0.010	−
(0.24-0.27MeV)	D.Gauss	+ 0.020	+ 0.040	−0.010	−	1.0040

Table 12 Percent deviations of critical radii (in units of mean-free-path) of infinite cylinders obtained from various monoenergetic S_N calculations

Value of c, Exact radius	Angular quadrature*	Order of angular quadrature N					
		2	4	6	8	12	16
1.02, 9.0433	Standard	+0.569	−0.226	+0.033	+0.065	+0.073	+0.067
	Even	—	−0.105	—	+0.004	—	—
	Odd	—	−0.763	—	−0.247	—	—
	Level	—	−0.532	—	−0.144	—	—
1.05, 5.4118	Standard	+0.902	−0.506	−0.052	+0.018	+0.042	+0.041
	Even	—	−0.258	—	−0.039	—	—
	Odd	—	−1.224	—	−0.421	—	—
	Level	—	−0.894	—	−0.281	—	—
1.10, 3.5783	Standard	+1.403	−0.833	−0.143	−0.020	+0.031	+0.034
	Even	—	−0.499	—	−0.138	—	—
	Odd	—	−1.808	—	−0.652	—	—
	Level	—	−1.343	—	−0.462	—	—
1.20, 2.2884	Standard	+2.285	−1.293	−0.271	−0.066	+0.026	+0.031
	Even	—	−0.781	—	−0.260	—	—
	Odd	—	−2.706	—	−1.048	—	—
	Level	—	−2.030	—	−0.772	—	—
1.40, 1.3973	Standard	+3.850	−1.761	−0.344	−0.029	+0.115	+0.129
	Even	—	−0.966	—	−0.369	—	—
	Odd	—	−3.831	—	−1.649	—	—
	Level	—	−2.860	—	−1.144	—	—
1.60, 1.0209	Standard	+5.123	−1.949	−0.353	+0.029	+0.196	+0.215
	Even	—	−0.948	—	−0.439	—	—
	Odd	—	−4.537	—	−2.224	—	—
	Level	—	−3.328	—	−1.438	—	—
1.80, 0.8067	Standard	+6.273	−1.897	−0.223	+0.174	+0.359	+0.372
	Even	—	−0.740	—	−0.389	—	—
	Odd	—	−4.878	—	−2.678	—	—
	Level	—	−3.492	—	−1.578	—	—
2.00, 0.6673	Standard	+7.298	−1.753	−0.060	+0.345	+0.539	+0.539
	Even	—	−0.474	—	−0.309	—	—
	Odd	—	−5.040	—	−3.081	—	—
	Level	—	−3.520	—	−1.665	—	—

* See the footnote of Table 8

界半径をまとめておく。[33)34)] この体系には特に偶数次モーメントを合せた完全対称求積法（Even）がよく，半径が平均自由行路の数倍以上の大きい円筒はS_4，それ以下ではS_8でよい精度が得られている。Standardの求積法もよい結果を示している。

Table 13は直径5ft，高さ3ftのUO_2-PuO_2炉心をもつ，全体の直径10ft，高さ6.5ftの液体金属冷却高速増殖炉の一次元円筒モックアップを，ANISNで扱った結果である。[39)] 高さ方向はバックリングで扱い，散乱の異方性はP_3，エネルギー群の総数は30である。この体系の半径は中性子平均自由行路の30倍程度であるが，k_{eff}については空間メッシュを15以上にしても余り精度に変化がみられない。ただし，特に炉心から離れた領域の吸収中性子数などについては，30以上のメッシュ数が要求されることが分る。又S_Nの近似オーダーについては，大きい体系なのでk_{eff}はS_4近似で十分な精度が得られており，各領域での吸収中性子数もS_4～S_6で十分のようである。炉心，ブランケット，圧力容器，Naプールを経て，炉心中央から5m程離れた中間熱交換器のところの放射線線量，発熱量を10中性子群S_Nで計算した例もあるが，この結果もS_6で十分収束している。[40)]

最後に，半径1.5mのプラズマ領域に14MeVの一様中性子源のある制御熱核融合炉を扱った例をあげておく。[41)] 100群DTF-IVで，ブランケット中の3つの核反応率を計算している。Table 14にS_4，S_8による結果のS_{12}に対する相対誤差をまとめた。プラズマ領域の外には50cm程度の真空領域があり，その外にNbの構造材（領域3，5）にはさまれた数cmの領域4がある。領域6，7，8はブランケットをそれぞれ20cmくらいの厚さに分割しており，領域10は30cm程度の黒鉛遮蔽外の数cmの領域で，これで外径は3mになっている。この表から分るように，$^6Li(n,\alpha)$のように低いエネルギーで起るので外の領域でも値が大きい際には，S_4でも十分である。しかしNb(n,2n)のような高エネルギー反応は，外部の領域で値が非常に小さくなり，S_8～S_{12}でなければよい精度が得られていない。

二次元体系

計算コードDOTを使った例としては，1.78g/cm³黒鉛反射体，18.76g/cm³，93.15重量%^{235}U濃縮ウラン金属環状炉の16群での臨界性計算がある。[42)] Table 15に形状とその計算結果をまとめておいたが，高濃縮の小さい体系なので，S_4では十分な精度が得られていない。S_6計算は収束条件$\varepsilon=2\times10^{-4}$で，IBM-360/75で計算しており，計算時間は第1の場合が約1時間，第2の場合は約1.5時間と報告されている。なお空間メッシュについても触れており，熱中性子平均自由行路以上の粗いメッシュを炉心・反射体境界でとると，k_{eff}を2%も過大評価したと述べている。

TWOTRANの計算には，3インチの天然ウラン反射体をもつ，半径3インチ，高さ1.55インチのPu（95%^{239}Pu，5%^{240}Pu）高速炉心系を扱った例がある。[43)] 炉心の1/4に5×5の空間メッシュ，反射体も含め15×15のメッシュをとり，9群で扱っている。結果はTable 16にまとめたが，この系の中性子平均自由行路は約1.5インチで，体系は小さいのでS_6程度が必要のようである。計算の際，中性子束の最初の推定として，低次近似の結果の中性子束を使っているので，この表中の繰返し計算時間には低次近似計算の時間も合せているが，S_NのオーダーNの1.2乗程度に比例している。反射体付きU体系につきx－y形状のTWOTRANでk_{eff}を求めた例もあるが，これでも繰返しに要した計算時間は，S_NのNの1.2乗程度に比

Table 13 Percent deviations of one-dimensional cylindrical 30-group ANISN results for a UO_2-PuO_2-fueled LMFBR from the S_{16} values

Order of angular quadrature		S_4				S_6	S_{16} result
Number of space intervals		15	30	39	50	50	50
k_{eff}		−0.156	+0.076	+0.041	+0.048	+0.016	0.99022
Absorption	Core 1	−0.176	−0.200	−0.254	−0.211	+0.011	0.46496
	Core 2	−0.531	+0.212	+0.230	+0.218	+0.032	0.33922
	Radial blanket	+1.848	+0.448	+0.216	+0.054	+0.008	0.12936
	Reflector	−9.640	+0.742	+1.143	+1.171	−0.100	0.007002
Fission	Core 1	−0.139	−0.206	−0.266	−0.228	+0.006	0.50468
	Core 2	−0.580	+0.207	+0.233	+0.224	+0.028	0.42912
	Radial blanket	+2.936	+1.573	+1.365	+1.202	+0.012	0.056406

Table 14 Percent deviations of reaction rates obtained from 100-group S_N calculations from the S_{12} results for a CTR blanket

Region	Nb (n,2n)			^{7}Li (n,n'α)			^{6}Li (n,α)		
	S_4	S_8	S_{12} result	S_4	S_8	S_{12} result	S_4	S_8	S_{12} result
3 (Nb structure)	+13.99	+ 6.72	5.36×10^{-2}	—	—	—	—	—	—
4 (94%Li, 6%Nb)	+10.69	+ 3.14	1.59×10^{-2}	+ 9.01	+2.38	7.55×10^{-2}	+2.64	+0.88	4.54×10^{-2}
5 (Nb structure)	+ 5.65	− 0.54	3.72×10^{-2}	—	—	—	—	—	—
6 (94% Li, 6% Nb)	− 8.20	− 3.20	5.00×10^{-2}	− 6.52	−2.44	2.87×10^{-1}	+0.72	+0.36	2.77×10^{-1}
7 (94% Li, 6% Nb)	− 8.85	− 1.22	1.64×10^{-2}	− 9.32	−1.69	1.18×10^{-1}	−1.33	−0.44	2.26×10^{-1}
8 (94% Li, 6% Nb)	+ 7.94	+ 2.47	5.67×10^{-3}	+ 2.52	+0.84	4.76×10^{-2}	−1.42	−0.36	2.81×10^{-1}
10 (94%Li, 6%Nb)	+70.91	+16.34	6.67×10^{-5}	+42.86	+9.73	7.91×10^{-4}	+0.48	0	6.24×10^{-2}

Table 15 k_{eff} obtained from 16-group DOT calculations

Case		1	2
U region diameter (inch)	Outside	14.996	10.996
	Inside	11.003	9.002
Material within annulus		Graphite	Air
Graphite reflector thickness (inch)		2.997	17.004
k_{eff}	S_4	1.0000	1.0214
	S_6	1.0083	1.0220

Table 16 Percent deviations of 9-group TWOTRAN results from the S_{12} values for a natural U reflected Pu core

Order of angular quadrature		S_4	S_6	S_{12} value
k_{eff}		+0.78	+0.29	1.0423
Absorption	Core	+1.23	+0.46	0.29562
	Reflector	−0.69	−0.29	0.17922
Leakage	Radial	+1.15	−0.43	0.25587
	Axial	−1.99	+0.10	0.26930
Iteration time (min)		3.5	6.4	13.1

例している。[44]

最後にELLIOTT−503計算機で行なわれた円筒形状に対する，1群での二次元S_N 計算テストをあげておこう。[45] 衝突毎に発生する平均二次中性子数cが0.2と0.6の2つの媒質の，殆んど無限長の円筒の無限に近い半径の底面の中心に，垂直に中性子が入射した場合を扱っている。偶数次モーメントを合せた対称求積法により求められた計算結果をTable 17にまとめた。大きい体系なので，積分値の計算にはS_4 ～ S_6 で十分である。しかし全中性子束，更にその角度分布となると，高いオーダーの近似が必要となるので，一般的に最適のオーダーを決めるのは困難であると述べられている。[45]

S_N コードのテストのまとめ

(a) 文献(3)のGodivaの問題は，一次元S_N コードの球体系に対するベンチマーク・テストの一つとして完全で，文献(32)と合せて，我々のベンチマーク問題として採用できる。

(b) 一次元コードのANISNとDTF−Ⅳは，共にDTFを共通の祖先にしているので，各々かなり手を加えられているが，殆んどその性能には差がない。ただ，ANISNの方にはpointwise rebalance法が採用されているので，空間メッシュ数が数十以上のときには，計算時間がDTF−Ⅳの半分くらいになる。

空間メッシュ幅については体系的なテストはないが，平均自由行路程度よりせまい必要があるようである。固有値のみを求める際には，固有関数のときより，粗いメッシュが使える。

角度求積法については，球体系には最もhalf-range Gauss-Legendreがよく，偶数次モーメントを合せる完全対称求積法もよい。板状体系にはhalf-range Gauss-Legendreが常によい。円筒体系に対しては偶数次モーメントを合せる完全対称のがよく，又LeeのStandard求積法も悪くない。

計算時間は球体系のとき，空間メッシュ数に対しDTF−Ⅳは1次，ANISNは3／4乗程度で比例している。S_N の近似オーダーNに対しては2／3乗程度で比例している。

S_N の近似オーダーに関しては，その近似結果の正確な値からのずれは，大体$1/N^2$に比例している。固有値を求める際に要求されるNは，平均自由行路に対する体系の大きさに依存し，球体系では，半径が数倍以上でS_4，数倍から1倍でS_8，それ以下でS_{16}程度である。板状体系では，厚さが2倍以上でS_4，それ以下はS_6 ～ S_8，円筒体系では，半径が数倍以上のときS_4，それ以下ではS_8 程度でよい。固有関数の際には固有値計算より高い近似が要求され，特に遮蔽問題などで，平均自由行路の10倍程度の透過ではS_8 ～ S_{12}，20倍程度になるとS_{12} ～ S_{16} が要求される。

(c) 二次元コードのDOTとTWOTRANについては，まだ殆んど体系的なテスト結果はみられない。このコードはDDF／2DFを共通の祖先にしているが，DOTは遮蔽計算用に，TWOTRANは熱中性子炉用に開発されてきた上，数値計算上の収束加速法にもTable 2にみられるように大きな差がある。一般にDOT−2の方がTWOTRANより，相当長い計算時間を要求するようである。

空間メッシュ幅は前述の一次元コードの際と同様，平均自由行路程度以下にする必要があるようで，角度求積法には，偶数次モーメントを合せる完全対称求積法が適しているよ

Table 17 Percent deviations of monoenergetic S_N results from the analog Monte Carlo values for two cylindrical systems with c = 0.2 and 0.6

			S_2	S_4	S_8	Monte Carlo result
Total current leaving from the source surface		c = 0.2	+16.3	+4.9	+1.2	0.03554 ± 0.44 %
		c = 0.6	+12.0	+3.4	+0.9	0.15606 ± 0.34 %
Absorption	0 < z < 2.15	c = 0.2	− 5.9	−2.1	−0.9	0.13242 ± 0.15 %
		c = 0.6	− 7.9	−2.5	−1.3	0.33107 ± 0.18 %
	z > 2.15	c = 0.2	+ 6.5	+3.3	+2.3	0.03204 ± 0.47 %
		c = 0.6	+ 6.5	+2.6	+2.4	0.11287 ± 0.42 %

うである。計算時間はS_N のオーダーNの1.2乗程度に比例している。S_N 近似結果の誤差は，$1/N^2$に大体比例しており，平均自由行路の2～3倍の大きさの体系の固有値計算にはS_6 以上，それより大きい体系にはS_4 が適当である。

4.2 拡散コードのテスト

1次元拡散コードについては，もう問題もないので，ベンチマーク・テスト的なものは見あたらない。ただ最近では，原研の20%濃縮ウラン高速中性子臨界系FCA−Iの球形モデルに，25群EXPANDA を適用し，空間メッシュ数の影響を調べた結果がある。[46] この系は，中性子平均自由行路の数倍の半径の炉心まわりに，同じく数倍の厚さのブランケットがあり，割合小さい。このような体系に対しては，拡散計算の空間メッシュ幅は，S_N 計算の際の半分程度，すなわち，固有値計算のときでも中性子平均自由行路の半分以下が要求されるようである。

Table 3 に見られるように，EXPANDA，GURNET は同じ収束加速法を使っており，解法もWANDAコードの方法を流用している。従ってEXPANDA は高速炉用，GURNETは熱中性子炉用に開発されたが，それらの性能には殆んど差がないと思われる。

2次元拡散コードについては，アルゴンヌ・コード・センターの均質二次元スラブのベンチマーク・テストがある。[3] 1/4 体系が横67.5 cm，縦13.5 cm（平均自由行路単位で大体30×6）の上方散乱のある矩形スラブを7群拡散で扱っている。群定数などのすべてのデーターが与えられており，又普通の5点階差形式を使った解析解も示されている。差分メッシュでなく，連続的に空間変数を扱った解析解のk_{eff}= 0.774545 を基準として，種々の方法によるk_{eff}の相対誤差をTable 18にまとめた。

空間メッシュ数に対する解の収束状態は，いずれの方法も，誤差が全メッシュ数に近似的に反比例している。このような大きな体系では，メッシュ幅は平均自由行路程度，すなわち全メッシュ数は26×6程度でよいようである。3つの拡散コードによる計算は，一様中性子束分布の仮定から開始しているが，収束条件は異なり，例えば繰返し毎の最大の相対中性子束変化を5×10^{-6} とする時は，10^{-4}の時より，計算時間は2倍程度となるが，固有値k_{eff}の精度には殆んど差がない。EXTERMINATOR−2 の方がCITATION より数倍の計算時間を要求するようであり，GAMBLE−5 の計算時間はCITATION と同程度のようである。又概して計算時間は，全空間メッシュ数の1次よりいくらか高い次数で比例している。

実際の原子炉体系に対する例としては，上方散乱のある4領域高温ガス熱中性子炉の(x,y)形状を，7群のGAMBLE−5 で扱った計算が，同じくアルゴンヌ・コード・センターのベンチマーク・テストにあげられている。[3] 四半分の大きさが3.6 m四方で，これに37×37，および74×74程度の空間メッシュをとった2つの場合について計算している。中性子平均自由行路は5 cm 位なので非常に大きい体系で，k_{eff}は37×37メッシュで十分収束している。収束条件としての最大中性子束変化が10^{-4}と10^{-5}では，k_{eff}には差がないが，計算時間は50%近く増加している。又メッシュ数に対する計算時間は，前述の例と同じく，全メッシュ数の1次よりいくらか高い次数に比例している。しかし収束条件が約10^{-5}のとき，37×37メッシュで7.0分，74×74で32.3分で，Table 18の均質媒質の際の約2倍の繰返し時間が要求されている。

Table 18 Percent errors of k_{eff} obtained from various 7-group 2-dimensional diffusion calculations and the machine times (min.) required for the iterations

Method or computer code, Computer	Convergence criteria[a]		Total number of space meshes			
			9×3	24×6	69×15	204×42
Analytical	—	Δk_{eff}	+3.926	+0.438	+0.049	+0.005
EXTERMINATOR-2, IBM-360/75	5×10^{-6}	Δk_{eff}	+3.926	+0.438	+0.050 (+0.048)[b]	—
		Time	0.13	1.26	14.5 (17.3)[b]	—
CITATION,[c] IBM-360/75	10^{-4}	Δk_{eff}	—	+0.55	+0.06	−0.12
		Time	—	0.12	2.69	77.4
GAMBLE-5,[c] UNIVAC-1108	10^{-5}	Δk_{eff}	—	—	+0.12	+0.09
		Time	—	—	3.5	12.2

a) Maximum relative flux change,

b) Calculation in donble precision,

c) Precise comparisons cannot be made.

以上の2つのベンチマーク問題は，今後とも2次元拡散コードのテスト用に使えると思われる。EXTERMINATOR−2，CITATION，GAMBLE−5 とも，EXTERMINATOR を共通の祖先にしている。特にCITATION は，1，2，3次元用なので若干構造は異なるが，EXTERMINATOR−2 と同じ作者の手によっているので，それらの解法は類似していると思われる。Table 3 からも分るように，収束加速法も大体同じだが，これら計算コードの性能の，系統的な比較検討は，まだ今後の問題であろう。

4.3 モンテカルロ・コードのテスト

O5R のベンチマーク・テストは，1次元球体系に対する S_N コードのテストで述べた，無限大気中の高速中性子線量の計算がある。[2] 等方点状核分裂中性子源と，14MeV（実際は15〜12.2MeV に一様分布）中性子源に対する詳細な中性子束分布が，表とグラフで示されている。従ってこれを再現すれば，手元のO5R コードが正しく作動しているかどうかのチェックにはなる。

臨界計算に応用した例としては，Mendeison が3つの裸の熱中性子臨界体系を取扱っている。[47] 最初の核分裂源は拡散近似の分布を仮定し，中性子の1世代（1バッチ）毎に大体450ケの中性子を扱い，k_{eff}の世代と共に収束する状態をグラフにしている。1世代だけでなく，それまでの世代の累積によるk_{eff}は，均質直方体炉に対し約40世代後で標準偏差0.8％（1世代だけのk_{eff}の標準偏差は約5％），均質球形炉では30世代後で標準偏差0.5％（1世代のk_{eff}に対しては約3％）となっている。約25000のエネルギー点を使い，中性子散乱の角度分布はP_9 までを考慮しており，Philco−2000／212によるこれらの計算は約2時間かかっている。しかしこの時間は，O5R のパンキング，編集プロセスを改良することにより，CDC−6600 で50分程度になったと述べられている。

TIMOCは複雑な形状の高速炉用に開発されたコードで，これの臨界性計算への性能テストの結果は文献(8)にまとめられている。Godiva についての18群のk_{eff}と中性子平均寿命の計算は，約1万ヒストリーでk_{eff}は±0.5％，平均寿命は±1％の精度になっている。この計算時間はIBM−7090 で10分たらずである。又，95.5％^{239}Pu濃縮の裸のPu 球形炉Jezebel の26群k_{eff}計算では，最初の仮定中性子源分布の影響を調べている。大体計算時間10分，15000ヒストリーで，すべてのk_{eff}の値がお互いの誤差範囲内に入っており，最初の仮定中性子源分布に殆んど依存していない。3次元形状に対する例としては，一部分黒鉛反射体をもつ高濃縮^{235}U 円筒体系を26群で扱っており，13分でk_{eff}の統計誤差が±0.5％になっている。83領域の複雑な3次元体系のk_{eff}が，IBM−7090 で50分後に±0.4％になったことにも言及している。

TIMOCコードは，もともと時間依存輸送現象の解析を意図し，統計誤差低減のためExpected Leakage Probability法が取入れられている。[11] このため exp(−αt) で減衰していくような中性子の体系からのもれを計算する時，直接的モンテカルロ法では，その相対誤差が exp(αt／2) 程度で増加するが，TIMOCではtの係数がα／4〜α／3 に減少している。鉛ブロックの20×20インチ面に約2MeV の中性子パルスが入射したときを計算例として扱っている。IBM−7090 約1時間で，厚さ8インチの体系に対しては，中性子のもれの減衰が

10^4，1インチの体系では10^7程度までが計算できている。又，半径10cmのポリエチレン球の中心に2.5MeVの中性子パルスが入射したときを12群で扱った例もあるが，[48]この際には10^7の減衰を扱うため25万ヒストリー，IBM−7090で約5時間を必要としたことが述べられている。

MORSEは割合新しいコードなのでまだ系統的なテストは見あたらない。O5Rと同じくオークリッジ研究所で主に遮蔽用として作成されたもので，O5Rより相当計算時間が短縮されているようである。MORSEコードについては，当原子炉工学部内のワーキング・グループで整備が進んでおり，遮蔽ばかりでなく，臨界計算はじめ広い利用を考慮中である。

5. 結言（ベンチマーク・テストの進め方）

本報では中性子とガンマ線の輸送を扱うモンテカルロ法，S_N法，拡散近似法の計算コード，およびこれら3方法による空間依存動特性計算コードのベンチマーク・テストの現状の総括を行った。

ここであげた代表的計算コードによるベンチマーク問題の解が，これらコード，および類似計算コードのベンチマークを与えると考えられるが，第2章で述べたように我々は誤差評価の出来たいわゆる厳密解を探さなければならない。しかしこのような解があるのは，1次元S_Nコードの均質球形炉Godivaに対する問題と，[3)32)] 2次元拡散コードの均質矩形体系に対するベンチマーク問題くらいである。[3)] 従ってモンテカルロ法による解が期待されるが，これがベンチマークとなるためには，それの統計誤差が十分におさえられなければならない。このためにはまずモンテカルロ・コードの整備，開発と評価が必要で，種々の問題へ効果的に応用できるように利用法の開発を進めると共に，統計誤差低減法の拡充による計算時間の短縮が望まれる。この作業は，当原子炉工学部内のモンテカルロ・コード開発評価ワーキング・グループで推進されるであろう。

又，一方，S_N法，拡散近似の計算コードについては，その誤差解析の研究推進の他に，性能評価のため，繰返し計算の収束加速法，解法の安定条件などの把握が必要である。特に空間依存動特性コードについては，種々の数値計算法の相互比較も要求されるであろう。これらについては別の報告で論じられるが，これらの調査および研究を経て，はじめて第2章で述べたようなベンチマーク問題が設定出来るであろう。本報でまとめた現在までのテストの結果をふまえて，これらの問題について数値解析的観点からのベンチマーク・テストが実施され，各種計算コードの性能評価がなされるのである。

10^4，1インチの体系では10^7程度までが計算できている。又，半径10cmのポリエチレン球の中心に2.5MeVの中性子パルスが入射したときを12群で扱った例もあるが，[48]この際には10^7の減衰を扱うため25万ヒストリー，IBM−7090で約5時間を必要としたことが述べられている。

MORSEは割合新しいコードなのでまだ系統的なテストは見あたらない。O5Rと同じくオークリッジ研究所で主に遮蔽用として作成されたもので，O5Rより相当計算時間が短縮されているようである。MORSEコードについては，当原子炉工学部内のワーキング・グループで整備が進んでおり，遮蔽ばかりでなく，臨界計算はじめ広い利用を考慮中である。

5. 結言（ベンチマーク・テストの進め方）

本報では中性子とガンマ線の輸送を扱うモンテカルロ法，S_N法，拡散近似法の計算コード，およびこれら3方法による空間依存動特性計算コードのベンチマーク・テストの現状の総括を行った。

ここであげた代表的計算コードによるベンチマーク問題の解が，これらコード，および類似計算コードのベンチマークを与えると考えられるが，第2章で述べたように我々は誤差評価の出来たいわゆる厳密解を探さなければならない。しかしこのような解があるのは，1次元S_Nコードの均質球形炉Godivaに対する問題と，[3)32)] 2次元拡散コードの均質矩形体系に対するベンチマーク問題くらいである。[3)] 従ってモンテカルロ法による解が期待されるが，これがベンチマークとなるためには，それの統計誤差が十分におさえられなければならない。このためにはまずモンテカルロ・コードの整備，開発と評価が必要で，種々の問題へ効果的に応用できるように利用法の開発を進めると共に，統計誤差低減法の拡充による計算時間の短縮が望まれる。この作業は，当原子炉工学部内のモンテカルロ・コード開発評価ワーキング・グループで推進されるであろう。

又，一方，S_N法，拡散近似の計算コードについては，その誤差解析の研究推進の他に，性能評価のため，繰返し計算の収束加速法，解法の安定条件などの把握が必要である。特に空間依存動特性コードについては，種々の数値計算法の相互比較も要求されるであろう。これらについては別の報告で論じられるが，これらの調査および研究を経て，はじめて第2章で述べたようなベンチマーク問題が設定出来るであろう。本報でまとめた現在までのテストの結果をふまえて，これらの問題について数値解析的観点からのベンチマーク・テストが実施され，各種計算コードの性能評価がなされるのである。

参考文献

(1) Straker E.A.: "Integral Experiments and Philosophy of Benchmark Calculations", CONF-720901, 349 (1972)

(2) Profio A.E. (Ed.): "Shielding Benchmark Problems", ORNL-RSIC-25 (ANS-SD-9)(1970)

(3) Argonne Code Center: "Benchmark Problem Book-Numerical Determination of the Space, Time, Angle, or Energy Distribution of Particles in an Assembly", ANL-7416 (TID-4500) (1968)

(4) Kalos M.H. et al.: "Monte Carlo Methods in Reactor Computations" in "Computing Methods in Reactor Physics", Cordon and Breach, New York (1968)

(5) Schmidt F.A.R.: "Status of the Monte-Carlo Development" in "Numerical Reactor Calculations", IAEA, Vienna (1972)

(6) Irving D.C. et al.: "05R, A General-Purpose Monte Carlo Neutron Transport Code", ORNL-3622 (1965)

(7) Yost K.J. and Greene N.M.: "CSP-I, A Neutron Cross-Section Averaging Package for Use with the 05R Data Tape", ORNL-4130 (1967)

(8) Rief H. and Kschwendt H.: Nucl. Sci. Engng., 30, 395 (1967)

(9) Straker E.A. et al.: "The MORSE Code-A Multigroup Neutron and Gamma-Ray Monte Carlo Transport Code", ORNL-4585 (1970)

(10) Kam F.B.K. and Franz K.D.: "ACTIFK, A General Analysis Code for 05R", ORNL-3865 (1966)

(11) Kschwendt H. and Rief H.: J. Nucl. Energy, 22, 127 (1968)

(12) Cain V.R.: "SAMBO, A Collision Analysis Package for Monte Carlo Codes", ORNL-CF-70-9-1 (1970)

(13) Carlson B.G.: "On a More Precise Definition of the Discrete Ordinates Method" in "Second Conference on Transport Theory", CONF-710107 (TID-4500) (1971)

(14) Lathrop K.D.: Reactor Technology, 15, 107 (1972)

(15) Lathrop K.D.: "DTF-IV, A Fortran-IV Program for Solving the Multigroup Transport Equation with Anisotropic Scattering", LA-3373 (1965)

(16) Engle W.W.Jr.: "A User's Manual for ANISN, A One Dimensional Discrete Ordinates Transport Code with Anisotropic Scattering", K-1693 (1967)

(17) Mynatt F.R.: "A User's Manual for DOT, A Two Dimensional Discrete Ordinates Transport Code with Anisotropic Scattering", K-1694 (1967)

(18) Lathrop K.D. and Brinkley F.W.: "Theory and Use of the General-Geometry TWOTRAN Program", LA-4432 (1970)

(19) 桂木学ほか: "高速炉用一次元拡散コード, EXPANDA", JAERI-1091 (1965)

(20) 鈴木友雄，桂木学："高速炉用一次元拡散コード EXPANDA の改良，EXPANDA-2 コード"，JAERI-1118 (1966)

(21) 伊勢武治，久保謙洋："汎用一次元拡散コード，GURNET"，JAERI-1215 (1971)

(22) Fowler T.B. et al.: "EXTERMINATOR-2, A Fortran IV Code for Solving Multigroup Neutron Diffusion Equations in Two Dimensions", ORNL-4078 (1967)

(23) Dorsey J.P. and Froehlich R.: "GAMBLE-5, A Program for the Solution of the Multigroup Neutron-Diffusion Equations in Two Dimensions, with Anisotropic Group Scattering, for the UNIVAC 1108 Computer", GA-8188 (1967)

(24) Fowler T.B. and Vondy D.R.: "Nuclear Reactor Depletion and Kinetics Code CITATION", ORNL-TM-2496 (Rev.2) (1971)

(25) Hansen K.F.: "Comparative Review of Two Dimensional Kinetics Methods", GA-8169 (1967)

(26) Stacey W.M.: Reactor Technol., 14, 169 (1971)

(27) Henry A.F.: "Status Report on Several Methods for Predicting the Space-Time Dependence of Neutrons in Large Power Reactors" in EUR 4731 f-e (1972)

(28) Henry A.F. and Vota A.V.: "WIGL2, A Program for the Solution of the One-Dimensional, Two-Group, Space-Time Diffusion Equations Accounting for Temperature, Xenon and Control Feedback", WAPD-TM-532 (1965)

(29) Froehlich R. et al.: "GAKIT-A One-Dimensional Multigroup Kinetics Code with Temperature Feedback", GA-8576 (1968)

(30) Dupree S.A. et al.: "Time-Dependent Neutron and Photon Transport Calculations Using the Method of Discrete Ordinates", LA-4557 (ORNL-4662) (1971)

(31) Riese J.W. et al.: "VARI-QUIR, A Two-Dimensional Time-Dependent Multi-Group Diffusion Code", WANL-TNR-133 (Rev. 1) (1965)

(32) Lathrop K.D.: Nucl. Sci. Engng., 33, 255 (1968)

(33) Lee C.E.: "The Discrete S_N Approximation to Transport Theory", LA-2595 (1962)

(34) Lathrop K.D. and Carlson B.G.: "Discrete Ordinates Angular Quadrature of the Neutron Transport Equation", LA-3186 (1965)

(35) Ludewig H.: Nucl. Sci. Engng., 44, 18 (1971)

(36) Mynatt F.R. et al.: Trans. Am. Nucl. Soc., 9, 366 (1966)

(37) Wagschal J.J.: Nucl. Sci. Engng., 30, 305 (1967)

(38) Edison G.E. and Bennett L.L.: Trans. Am. Nucl. Soc., 10, 529 (1967)

(39) Greene N.M. and Cobb W.R.: Trans. Am. Nucl. Soc., 13, 172 (1970)

(40) Protsik R.: Trans. Am. Nucl. Soc., 14, 335 (1971)

(41) Dudziak D.J.: Trans. Am. Nucl. Soc., 15, 630 (1972)

(42) Mihalczo J.T.: Nucl. Sci. Engng., 49, 489 (1972)
(43) Alcouffe R.E.: "A Generalized Finite-Differenced Diffusion Equation for Neutron Transport Computations", LA-4938 (1972)
(44) Alcouffe R.E.: Trans. Am. Nucl. Soc., 14, 217 (1971)
(45) Jauho P. and Heikki K.: Nucl. Sci. Engng., 31, 318 (1968)
(46) Hirota J. et al.: J. Nucl. Sci. Technol., 6, 35 (1969)
(47) Mendelson M.R.: Nucl. Sci. Engng., 32, 319 (1968)
(48) Kschwendt H.: J. Nucl. Energy, 23, 67 (1967)