

JAERI-M

5 6 2 1

外部導体電流による非円形断面プラズマ
の平衡

1974年3月

下村安夫・前田彦裕・狐崎晶雄・吉川允二

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

外部導体電線による非円形断面プラズマの平衡

日本原子力研究所東海研究所核融合研究室

下村安夫・前田彦裕・孤崎晶雄・吉川允二

(1974年2月8日受理)

外部導体電流によって、非円形断面プラズマの平衡を得る場合のプラズマ電流分布による平衡配位への影響を数値計算によって求めた結果を得た。プラズマの電流が中心に集中しているほど、非円形断面プラズマを得るための外部導体電流を大きくする必要がある。またプラズマの断面形状が一定でも、プラズマ電流が中心に集中しているほど、磁気軸近傍の磁気面は円に近くなる。このことは、一定の断面形状をもつプラズマを維持するためには、プラズマの電流分布に合わせて外部導体電流を制御する必要があることを示している。

Shaping of a Plasma Cross-section by
External Current-carrying Conductors

Yasuo SHIMOMURA, Hikosuke MAEDA,
Akio KITSUNEZAKI, Masaji YOSHIKAWA
Thermonuclear Fusion Lab., Tokai, JAERI

(Received February 8, 1974)

Equilibrium configurations have been studied numerically of a straight plasma column with various current density profiles in the magnetic field produced by external current-carrying conductors. The intensity of external currents to keep a shape of the plasma cross-section is larger when the plasma current concentrates on the magnetic axis than when it diffuses over the plasma cross-section. It is thus necessary to control the currents of external conductors in order to keep a suitable shape of the plasma cross-section when the plasma current density profiles varies with time.

目 次

1. 序 論	1
2. 計算方法	1
3. 計算結果および考察	2
おわりに	3
参考文献	4

1 序 論

プラズマの断面形状をD形、涙滴形、ダブレット型等にする事によって、プラズマの磁気流体的安定性を高められる事が理論的に予想され¹⁾、実験的な研究も始められている²⁾。これらの研究のほとんどは、プラズマの断面形状が導体シェルによって与えられるものとして行なわれている。しかし、プラズマの発生時間を長くするためには、導体シェルをもちいないで、外部導体電流によってプラズマの平衡を得る必要がある。

外部導体電流とプラズマ電流のみによるプラズマの平衡配位については、すでに解析的あるいは数値的にいくつかの結果が得られている³⁾が不十分な点が多い。我々はW.Fenebergら⁴⁾が使用した数値計算法を直線プラズマに適用し、プラズマの電流分布の平衡配位への影響を研究した。本論文では、計算結果、とくに楕円プラズマについての結果を述べる。

2 計 算 方 法

直線プラズマを磁気流体近似で解析する。基礎方程式は次式で与えられる。

$$\Delta \psi = \mu_0 J_z (\psi) \quad (1)$$

ここで ψ は磁場の流れ関数で、 J_z はプラズマ電流である。極座標 (r, ψ) にて、逐次近似を用いて ψ を求める。(1)式は次のように書きかえることができる。

$$\frac{\partial^2 \psi_D^{n+1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_D^{n+1}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_D^{n+1}}{\partial \psi^2} = \mu_0 J_z^n (\psi_0 + \psi_D^n) \quad (2)$$

$$\psi^n = \psi_0 + \psi_D^n \quad (2')$$

ここで ψ_0 は外部導体電流による流れ関数である。 ψ_D^n および ψ_D^{n+1} はn回目およびn+1回目に求まる流れ関数から ψ_0 を差引いた流れ関数である。

ここでは ψ_D^{n+1} および J_z が ψ に関して偶関数である場合を考えると、 ψ_D^{n+1} および J_z^n は次式のように展開できる。

$$\psi_D^{n+1} = \sum_{m=0}^{\infty} f_m^{n+1}(r) \cos m \psi \quad (3)$$

$$\mu_0 J_z^n = \sum_{m=0}^{\infty} g_m^n(r) \cos m \psi \quad (4)$$

この時、(2)式は次式のように解くことができる。

$$\psi^{n+1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[-r^m \int_r^{\infty} \frac{g_m^n(r')}{2m} r'^{-m+1} dr' - r^{-m} \int_0^r \frac{g_m^n(r')}{2m} r'^{m+1} dr' \right] \cos m \psi$$

$$+ \ln r \int_0^r r' g_0^n(r') dr' - \int_0^r r' \ln r' g_0^n(r') dr' \quad (5)$$

1 序 論

プラズマの断面形状をD形、涙滴形、ダブルット型等にする事によって、プラズマの磁気流体的安定性を高められる事が理論的に予想され¹⁾、実験的な研究も始められている²⁾。これらの研究のほとんどは、プラズマの断面形状が导体シェルによって与えられるものとして行なわれている。しかし、プラズマの発生時間を長くするためには、导体シェルをもちいないで、外部导体電流によってプラズマの平衡を得る必要がある。

外部导体電流とプラズマ電流のみによるプラズマの平衡配位については、すでに解析的あるいは数値的にいくつかの結果が得られているが³⁾不十分な点が多い。我々はW.Feneberg らが使用した数値計算法を⁴⁾直線プラズマに適用し、プラズマの電流分布の平衡配位への影響を研究した。本論文では、計算結果、とくに楕円プラズマについての結果を述べる。

2 計 算 方 法

直線プラズマを磁気流体近似で解析する。基礎方程式は次式で与えられる。

$$\Delta \psi = \mu_0 J_z (\psi) \quad (1)$$

ここで ψ は磁場の流れ関数で、 J_z はプラズマ電流である。極座標 (r, ψ) にて、逐次近似を用いて ψ を求める。(1)式は次のように書きかえることができる。

$$\frac{\partial^2 \psi_D^{n+1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_D^{n+1}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_D^{n+1}}{\partial \psi^2} = \mu_0 J_z^n (\psi_0 + \psi_D^n) \quad (2)$$

$$\psi^n = \psi_0 + \psi_D^n \quad (2')$$

ここで ψ_0 は外部导体電流による流れ関数である。 ψ_D^n および ψ_D^{n+1} はn回目およびn+1回目に求まる流れ関数から ψ_0 を差引いた流れ関数である。

ここでは ψ_D^{n+1} および J_z が ψ に関して偶関数である場合を考えると、 ψ_D^{n+1} および J_z^n は次式のように展開できる。

$$\psi_D^{n+1} = \sum_{m=0}^{\infty} f_m^{n+1}(r) \cos m \psi \quad (3)$$

$$\mu_0 J_z^n = \sum_{m=0}^{\infty} g_m^n(r) \cos m \psi \quad (4)$$

この時、(2)式は次式のように解くことができる。

$$\psi^{n+1} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[-r^m \int_r^{\infty} \frac{g_m^n(r')}{2m} r'^{-m+1} dr' - r^{-m} \int_0^r \frac{g_m^n(r')}{2m} r'^{m+1} dr' \right] \cos m \psi$$

$$+ \ln r \int_0^r r' g_0^n(r') dr' - \int_0^r r' \ln r' g_0^n(r') dr' \quad (5)$$

3 計算結果および考察

計算の手順は、電流分布の初期値 $J_z^0(r, \psi)$ と ψ_0 を与え、(4)式および(5)式に従って逐次近似を進める間、適当な保存量を選ぶ必要がある。ここでは ψ_0 一定、プラズマの全電流一定、および定点 (r_0, ψ_0) が常にプラズマ表面上に上るとして計算を行った。

プラズマの全電流分布の形によって、平衡配位がどのような影響をうけるかを知るために、代表的な下記の電流分布についての計算を行った。それらの電流分布を円筒プラズマの場合の性質から、下記のようにそれぞれ一様電流分布、放物線形電流分布および集中形電流分布と名づける。

$$\begin{aligned} \text{一様電流分布} & : J_z(\psi) = \alpha \\ \text{放物線形電流分布} & : J_z(\psi) = \beta(1 - \psi/\psi_s) \\ \text{集中形電流分布} & : J_z(\psi) = \gamma(e^{-2\psi/\psi_s} - e^{-2}) \end{aligned}$$

ここで、 ψ_s はプラズマ表面での流れ関数であり、 α 、 β 、 γ はプラズマの全電流値から決定される定数である。

収束の様子を第1図(A)~(C)に示す。これは第1図(A)に示す外部導体電流によって作られる。放物線形電流分布プラズマの計算例である。第1図(A)より明らかのように $n > 2$ ですでにプラズマの表面の形状はメッシュの大きさ ($\Delta r = 0.02$, $\Delta \psi = \pi/55$) の範囲内で収束している。 J_z^n 、 ψ^n をそれぞれ 図(B)、(C)に示すが、これらは $n=6, 7$ でほぼ収束している。 ψ^6 と ψ^7 の相異は1%以下であり、 J^6 と J^7 の相異は0.1%以下である。他の2つの電流分布の場合には、上述ほど早くは収束しないが、計算回数を1.5~2倍程度にすることによって、放物線形電流分布の場合と同程度の収束結果を得ることができた。このことは、1.で述べた計算方法が(1)式が線形でない場合にも、きわめて有効な方法であることを示している。

第2図(A)~(C)に、外部導体電流が等しく、しかもプラズマの全電流が等しい場合の一様電流分布、放物線形電流分布および集中形電流分布をもつほぼ楕円形断面プラズマの平衡配位を示す。第3図(A)~(C)にはプラズマ断面形状がプラズマの電流分布にかかわらず、ほぼ一定である場合の平衡配位を示す。第4図に外部導体電流とプラズマ全電流の比を変えた場合の上記3種の電流分布をもつプラズマの平衡配位についての特徴的な量の変化を示す。第4図(A)に示すように停留点を (s, α) 、プラズマ表面の長軸半径を b 、短軸半径を a 、および磁気軸近くの磁気面の長軸、短軸のそれぞれの半径を b' ($=0.2b$)、 a' とする。磁気軸上の電流密度を(B)に、 s/b を(C)に、 $K (=a/b)$ を(D)に、 $K' (=a'/b')$ を(E)に、それぞれ示す。

これらの計算結果から下記のことから明らかとなる。

(1) プラズマ電流が中心に集中するほど、プラズマの断面形状は円に近づく。たとえば、第2図に示す例では、

$$\text{一様電流分布} : K \approx 0.45$$

$$\text{放物線形電流分布} : K \approx 0.55$$

$$\text{集中形電流分布} : K \approx 0.58$$

である。したがって同じ断面形状を得ようとする場合、プラズマ電流が中心に集中しているほど、外部導体電流を大きくする必要がある。たとえば第3図の場合 $K \approx 5.5$ を得るのに必要な

外部導体電流の相異は、一様電流分布と放物線形電流分布とで、約5.0%である。したがって現実の装置で、プラズマの断面形状を一定に保とうとした場合、プラズマの電流分布が一定でない場合には、電流分布に応じて外部導体電流を制御する必要があることを示している。

(2) プラズマの電流が中心に集中するほど、磁気軸近くの磁気面断面の形状は円にきわめて近くなる。たとえば第2図に示す、外部導体電流が同じ場合には

$$\text{一様電流分布} : K' = 0.55 \quad (K = 0.45)$$

$$\text{放物線形電流分布} : K' = 0.7 \quad (K = 0.55)$$

$$\text{集中形電流分布} : K' = 0.8 \quad (K = 0.58)$$

である。またプラズマの断面形状がほぼ同じ場合にも、磁気軸近くの形状が、電流分布によって、異なる。たとえば第3図の場合 $K = 0.55$ で、

$$\text{一様電流分布} : K' = 0.6$$

$$\text{放物線形電流分布} : K' = 0.7$$

$$\text{集中形電流分布} : K' = 0.8$$

である。しかも一様電流分布以外は、外部導体電流を大きくしても K' は上記の値以下にすることができない。このことは、プラズマの電流分布が一様に近い場合以外は、局所不安定性⁵⁾に対して最も不安定な磁気軸近くの磁気面が円形に近くなるため、非円形断面効果による、局所不安定性の安定化は、あまり効果的でないことが予想される。この傾向は、局所不安定性が磁気軸近くの電流密度と磁気面の形状によって決定されることから、電流密度が中心で大きい集中形電流分布の場合にますます大きくなることが考えられる。

(3) 停留点の位置は、電流分布によって、ほとんど影響をうけない。

第4図に示すように3種の電流分布プラズマの停留点の位置の相異は、停留点がプラズマ表面にきわめて近くならないかぎり、大きくないことが解る。放物線形電流分布および集中形電流分布の場合の停留点の位置は、プラズマ電流を線電流で近似した場合の停留点の位置とほぼ一致している。

お わ り に

導体シェルの効果を利用しないで、外部導体電流によって非円形断面プラズマの平衡を得る場合に予想される問題のうち、本論文ではプラズマの電流分布と断面形状の関係について述べた。さらにこの問題をトロイダル・プラズマについて拡張することによって、不安定性との関係を定量的に検討すること、および他の重要な問題の一つである位置的不安定性についての検討を予定している。

最後に、田中正俊氏をはじめとして、議論、御指導いただいた核融合研究室の各氏に感謝します。

外部導体電流の相異は、一様電流分布と放物線形電流分布とで、約5.0%である。したがって現実の装置で、プラズマの断面形状を一定に保とうとした場合、プラズマの電流分布が一定でない場合には、電流分布に応じて外部導体電流を制御する必要があることを示している。

(2) プラズマの電流が中心に集中するほど、磁気軸近くの磁気面断面の形状は円にきわめて近くなる。たとえば第2図に示す、外部導体電流が同じ場合には

$$\text{一様電流分布} : K' = 0.55 \quad (K = 0.45)$$

$$\text{放物線形電流分布} : K' = 0.7 \quad (K = 0.55)$$

$$\text{集中形電流分布} : K' = 0.8 \quad (K = 0.58)$$

である。またプラズマの断面形状がほぼ同じ場合にも、磁気軸近くの形状が、電流分布によって、異なる。たとえば第3図の場合 $K = 0.55$ で、

$$\text{一様電流分布} : K' = 0.6$$

$$\text{放物線形電流分布} : K' = 0.7$$

$$\text{集中形電流分布} : K' = 0.8$$

である。しかも一様電流分布以外は、外部導体電流を大きくしても K' は上記の値以下にすることができない。このことは、プラズマの電流分布が一様に近い場合以外は、局所不安定性⁵⁾に対して最も不安定な磁気軸近くの磁気面が円形に近くなるため、非円形断面効果による、局所不安定性の安定化は、あまり効果的でないことが予想される。この傾向は、局所不安定性が磁気軸近くの電流密度と磁気面の形状によって決定されることから、電流密度が中心で大きい集中形電流分布の場合にますます大きくなることが考えられる。

(3) 停留点の位置は、電流分布によって、ほとんど影響をうけない。

第4図に示すように3種の電流分布プラズマの停留点の位置の相異は、停留点がプラズマ表面にきわめて近くならないうえ、大きくないことが解る。放物線形電流分布および集中形電流分布の場合の停留点の位置は、プラズマ電流を線電流で近似した場合の停留点の位置とほぼ一致している。

お わ り に

導体シェルの効果を利用しないで、外部導体電流によって非円形断面プラズマの平衡を得る場合に予想される問題のうち、本論文ではプラズマの電流分布と断面形状の関係について述べた。さらにこの問題をトロイダル・プラズマについて拡張することによって、不安定性との関係を定量的に検討すること、および他の重要な問題の一つである位置的不安定性についての検討を予定している。

最後に、田中正俊氏をはじめとして、議論、御指導いただいた核融合研究室の各氏に感謝します。

参 考 文 献

- (1) M.Tanaka and T.Tuda, JAERI-M 4532 (1971)
L.A.Artsimovitch and V.D.Shafranov, JETP 15 (1971) 72
P.Grelot and J.Weisse, sixth European Conference on Controlled
Fusion and Plasma Physics Moscow (1973) 79
- (2) T.Ohkawa et al, Sixth European Conference on Controlled Fusion and
Plasma Physics Moscow (1973) 161
A.V.Bortnikov et al, Six European Conference on Controlled Fusion
and Plasma Physics, Moscow (1973) 165
M.Yoshikawa et al., Six European Conference on Controlled Fusion and
Plasma Physics, Moscow (1973) 173
- (3) H.Maeda et al, JAERI-M 5462 (1973)
G.Lehmer and F.Pohl, IPP Report III/6 (1973)
- (4) W.Feneberg and K.Lackner, IPP Repot III/7 (1975)
- (5) L.S.Solov'ev, JETP 26 (1968) 1167

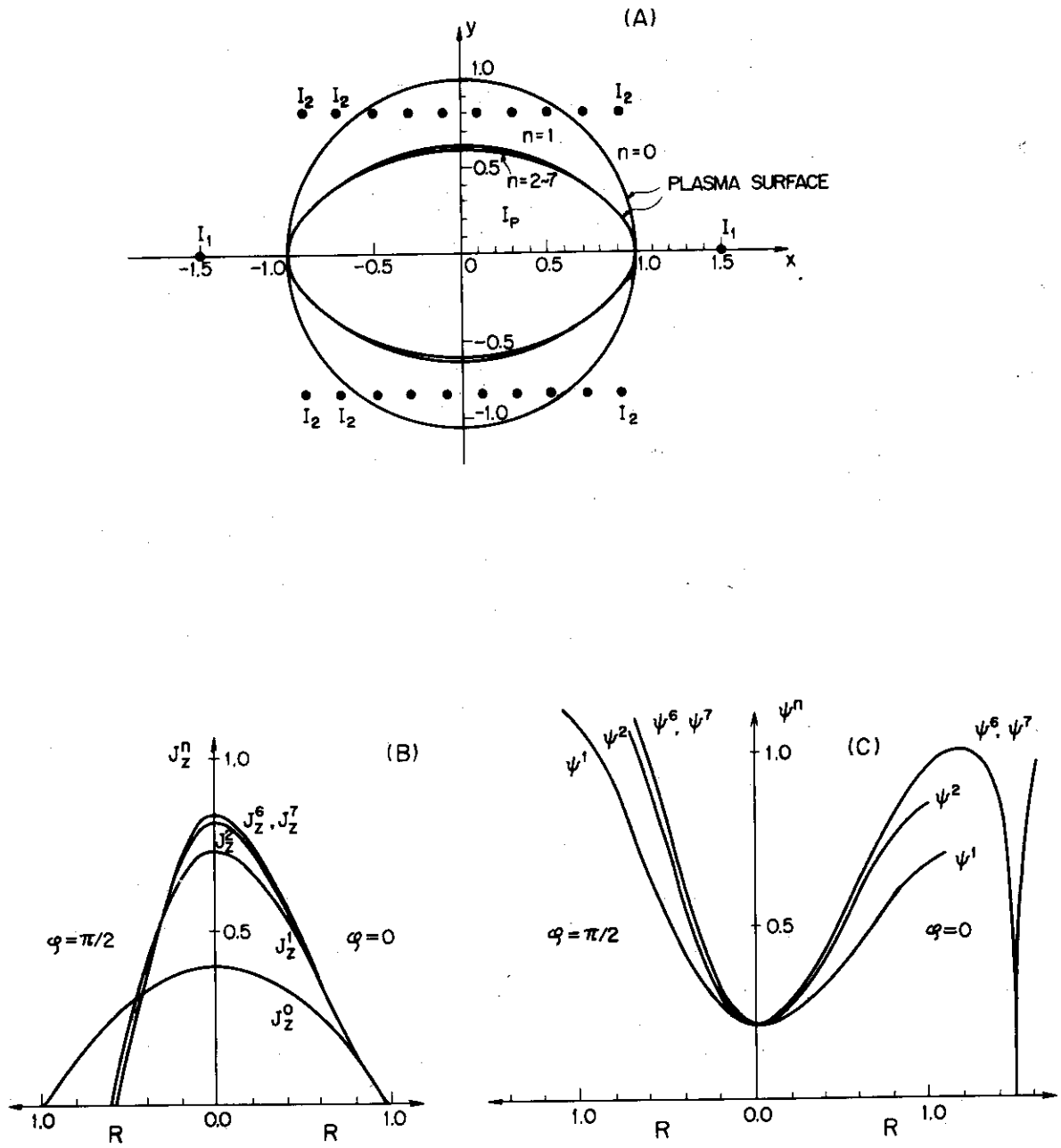


Fig. 1 Converging process

$$J_z = \beta (1 - \psi / \psi_s), \quad I_1 = 0.25 I_p$$

$$\text{and } I_2 = -0.025 I_p$$

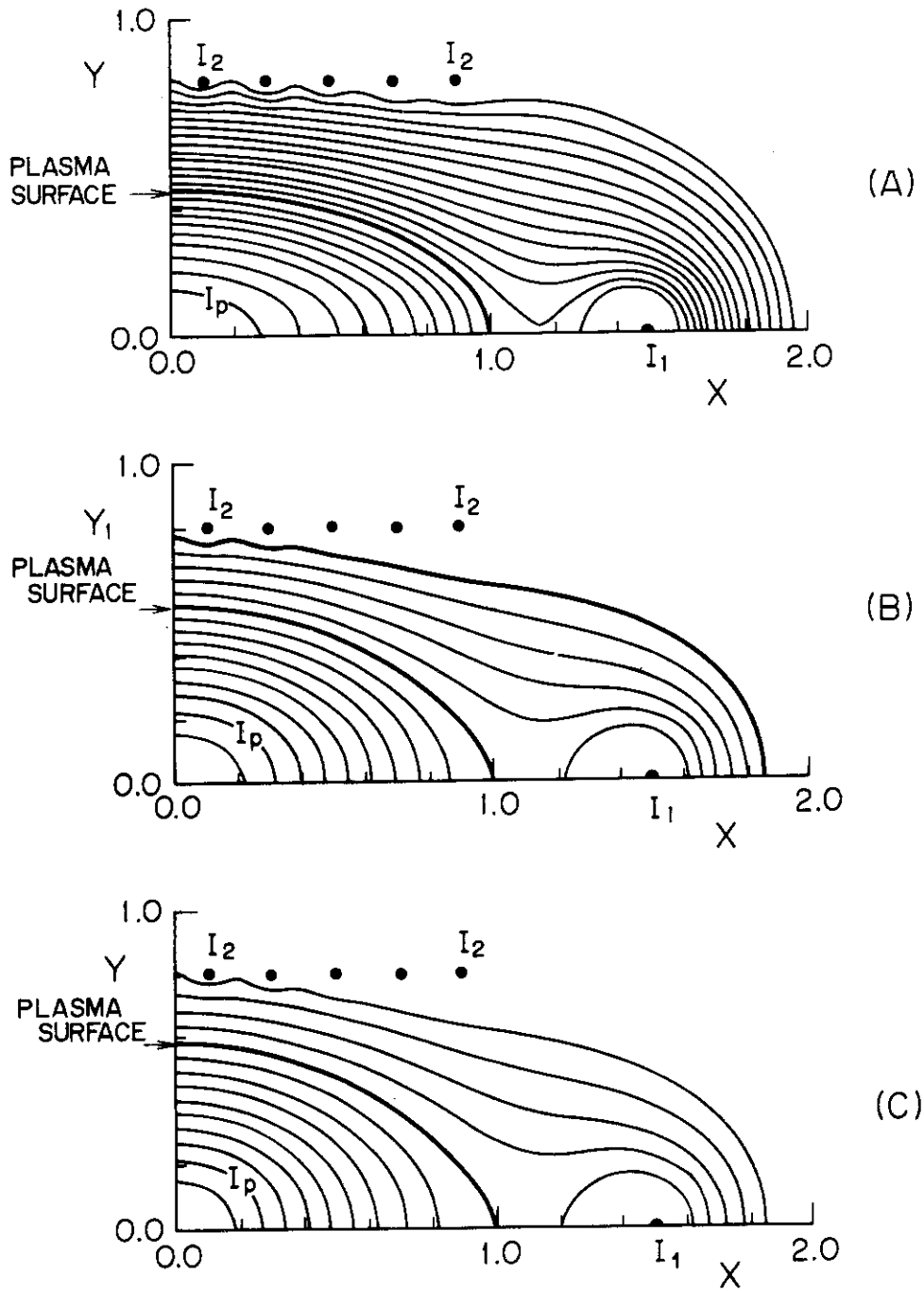


Fig. 2 Examples of equilibrium configurations.

$$I_1 = 0.3 I_p \text{ and } I_2 = -0.03 I_p$$

(A)..... $J_z = \alpha$

(B)..... $J_z = \beta (1 - \psi / \psi_s)$

(C)..... $J_z = \gamma (\exp(-2\psi / \psi_s) - \exp(-2))$

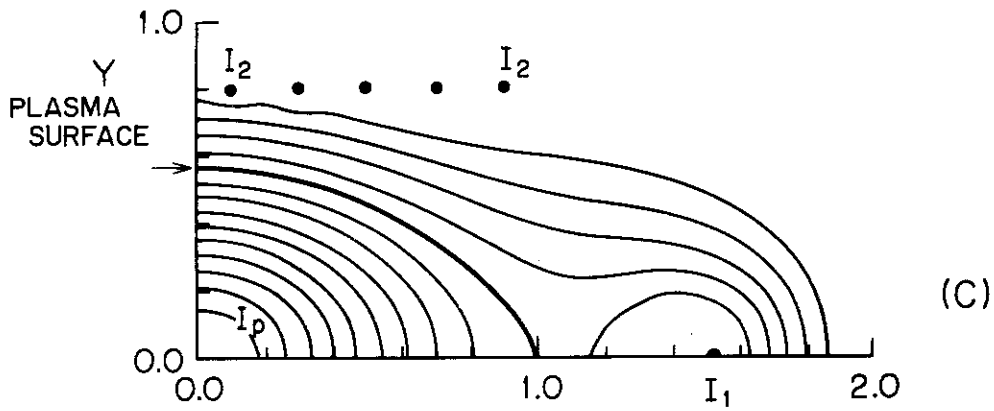
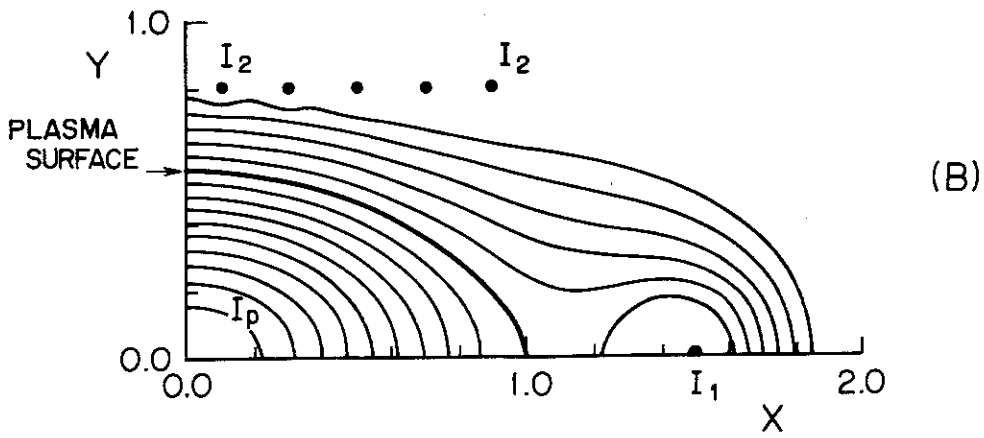
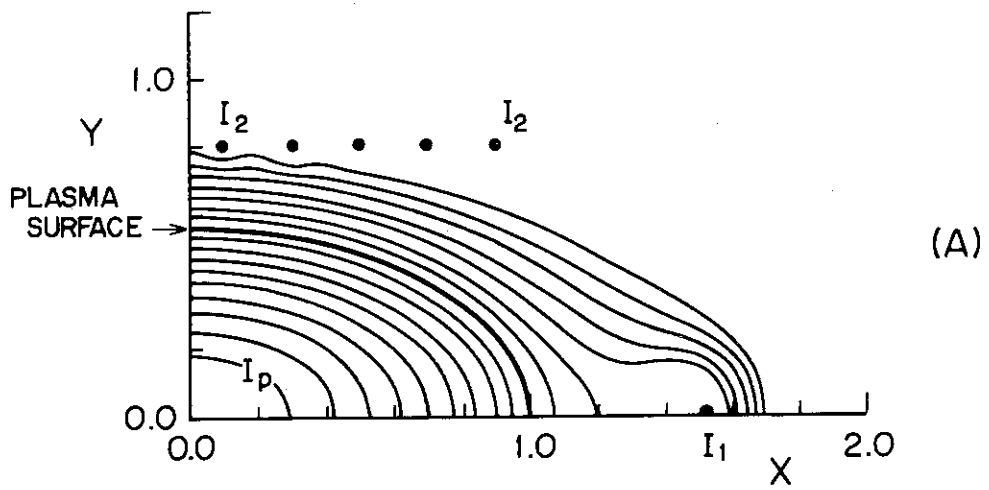


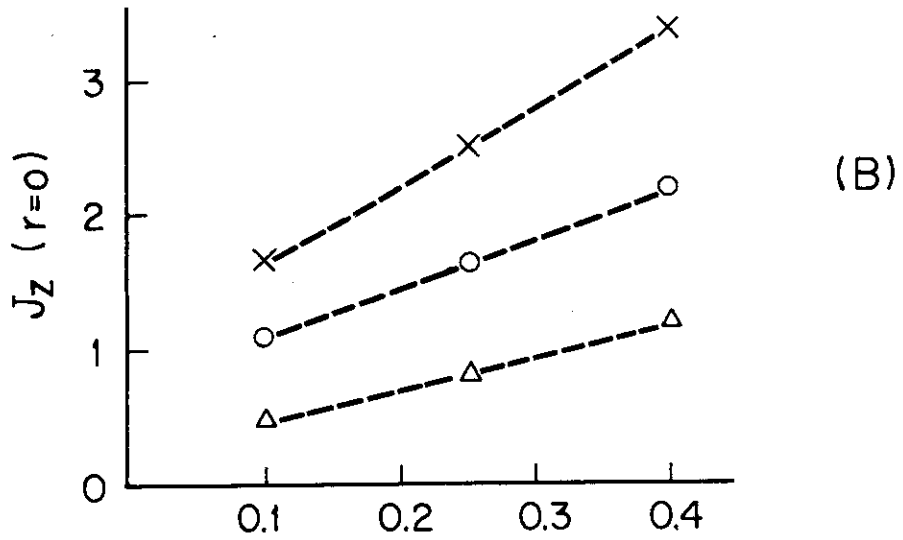
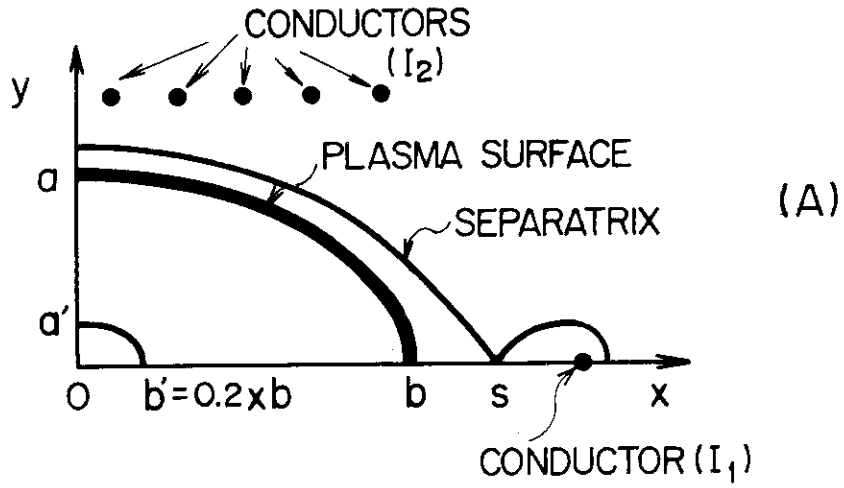
Fig. 3 Examples of equilibrium configurations.

(A)..... $J_z = \alpha$, $I_1 = 0.2 I_p$ and $I_2 = -0.02 I_p$

(B)..... $J_z = \beta (1 - \psi / \psi_s)$, $I_1 = 0.3 I_p$ and $I_2 = -0.03 I_p$

(C)..... $J_z = \gamma (\exp(-2\psi / \psi_s) - \exp(-2))$, $I_1 = 0.35 I_p$ and

$I_2 = -0.035 I_p$



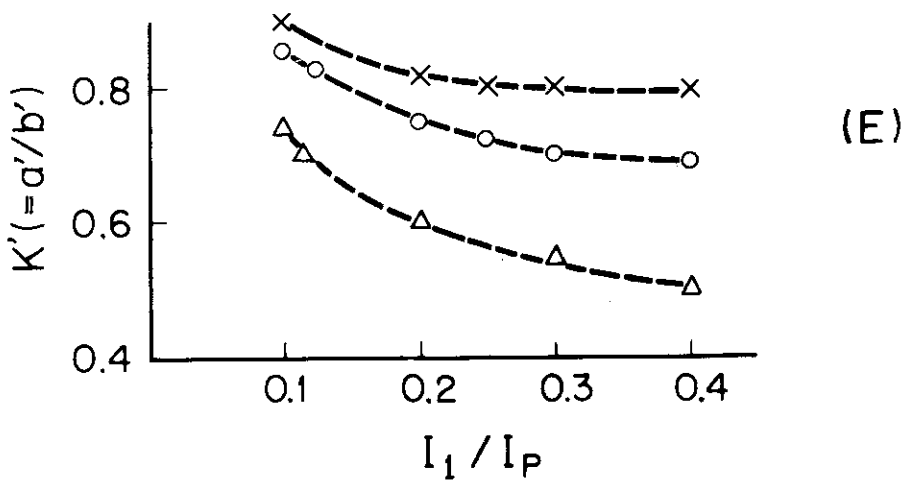
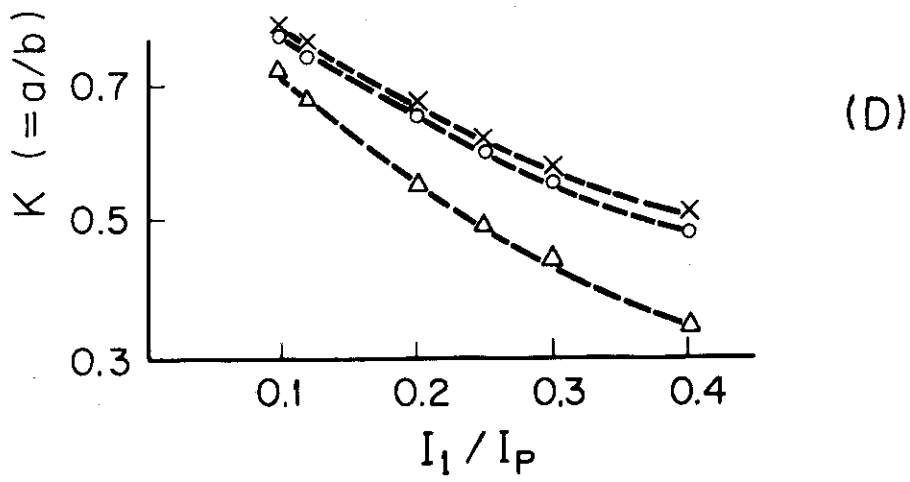
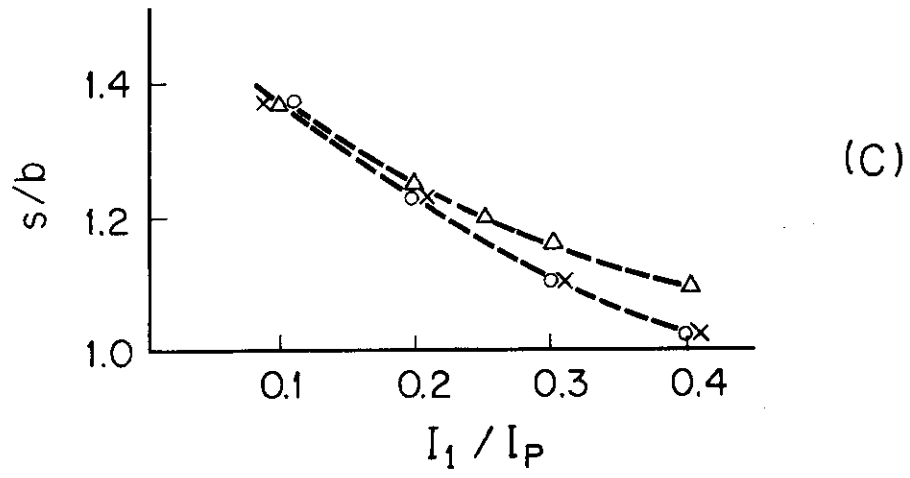


Fig. 4 Relations between equilibrium quantities and intensity of external currents