

JAERI-M

5664

サマリウム毒作用を考慮した最適炉停止
プログラム

1974年4月

北村 正晴・篠原 慶邦

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

サマリウム毒作用を考慮した最適炉停止プログラム

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

北村 正晴*・篠原 麻邦

(1974年3月22日受理)

本報告は、高中性子束熱中性子炉の炉停止後におけるサマリウム蓄積による原子炉毒作用を最小化するための最適な中性子束プログラムについて述べている。連立常微分方程式系における解軌道最適化問題として定義された問題は、系の動特性を時間的に離散化近似することにより、多次元ユークリッド空間内の最適点探索問題に変換される。

統計的探索法の一種であるランダム・リワード法を用いることにより、許容できる計算量の範囲内で数値解が見出された。最適化の有効性を調べることで、他の反応度効果（すなわち温度効果、ゼノン蓄積など）を総合した、より一般的な炉停止最適化問題に関する有意義な情報が得られている。よく知られた非線形最適化技法の1つである Powell のアルゴリズムを用いた最適解探索もおこない、これら2つの最適化技法の動作特性を比較している。

* 協力研究員 東北大学工学部原子核工学科

Optimal Reactor Shutdown Programs Involving
Samarium Poisoning

Masaharu KITAMURA* and Yoshikuni SHINOHARA

Div. of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received March 22, 1974)

The optimal flux programs are described which minimize the reactor poisoning due to samarium buildup after shutdown of a high flux thermal reactor. The problem, defined as the trajectory optimization for the system described by a set of ordinary differential equations, is transformed to the optimum seeking problem in a multi-dimensional Euclidian space by approximating the continuous-time system by discrete-time one.

By the statistical search technique, called random reward method, numerical solutions are obtained within the acceptable computational efforts. The effectiveness of optimization is evaluated, and some useful information for more general shutdown optimization problems involving other reactivity effects (viz. temperature effect, xenon buildup, .etc.) are obtained. The optimum seeking is also made by the Powell's algorithm, a well-known nonlinear optimization technique. The performance of the two optimization techniques are compared.

*Cooperative research staff; Department of Nuclear Engineering,

Tohoku University

目 次

1. 緒 言	1
2. サマリウム毒作用の動特性	2
3. 最適制御問題	7
4. 統計的探索法による最適解探索	16
5. 検 討	28
6. 結 論	33
謝 辞	
参考文献	

1. 緒 言

核分裂によって生成される多くの同位元素のうちでいくつものものは大きな熱中性子吸收断面積をもち、その蓄積量が増大した時にひきおこされる原子炉反応度の低下、すなわち分裂生成物毒作用がしばしば運転上の大きな障害となることは周知のとおりである。毒作用をひきおこす同位元素のうちで、 ^{135}Xe と ^{149}Sm とは、特にその吸收断面積が大なるうえ、炉停止時には蓄積量が大巾に増すため、その作用をできるかぎり小さくするような炉停止法を見出すことが重要な課題となっている。この問題につき、 ^{135}Xe のみを対象として考えた場合に関してはすでに多くの研究がなされており、^{1)~4)} 最大原理⁵⁾、動的計画法⁶⁾などを用いることで効率良く解を見出しうることが知られている。他方、 ^{149}Sm については、その毒作用は ^{135}Xe に比して小さく、炉停止運転プログラムの決定に際しては実効的に無視しうるという考え方方が一般的にとられてきた。¹⁾ しかしながら照射用熱中性子炉などでは $10^{15} (\text{n}/\text{cm}^2 \text{sec})$ 程度の定常中性子束レベルが達成されつつある現在、 ^{135}Xe のみに着目した解析の妥当性には疑問がある。しかも ^{109}Sm は、放射性核種ではないため一度生成されてしまうと自己崩壊はしないという点が ^{135}Xe と本質的に異なっており、高中性子束炉で通常の炉停止をおこなうと、長時間経過後に極めて大きな毒物反応度が蓄積される。このためサイクル末期に炉停止をした場合などには再起動のための燃料交換所要量が増大し、原子炉の運転コストに悪影響を生じることもありうる。このように ^{135}Xe の場合とは性質の全く異なった問題が生じるため、 ^{149}Sm を独立にとりあげ、この毒作用を最小にするような最適炉停止法を見出すことが必要と考え、本研究を行った。

^{149}Sm の毒作用を解析する際に、 ^{135}Xe の効果、温度効果などを総合した全体の反応度の変動も考慮に入れて扱う方が望ましいのはもちろんであるが、 ^{149}Sm の時間的特性が他の要因とは大きく異なっていることから、本研究では一応これを分離して扱うこととした。

最適解の決定手法としては、最大原理の適用も可能ではあるが、問題の設定条件（変数の数、拘束条件の形、等）によっては、正しい最適解を得るのが困難になる恐れがある。

本研究では、主として、統計的探索法を用いて最適解を決定することにした。この方法は、すでに報告したように⁷⁾、最適解決定手法として簡便かつ適用範囲が大であり、問題の形、設定条件に余り影響を受けないという特色をもつ。この手法を用いて、 ^{149}Sm の毒作用に関する最適炉停止プログラムを求めると共に、問題設定、制約条件等が解に及ぼす影響、最適化の効果などについて検討した。

2. サマリウム毒作用の動特性

2.1 サマリウム-149の生成と消滅

^{149}Sm の生成消滅はFig.1に示す過程で行なわれる。⁸⁾

^{149}Sm は ^{149}Pm の β 崩壊によって生成される。 ^{149}Pm は核分裂によって直接に生成されるものと ^{149}Nd の β 崩壊によって生成されるものがあるが、 ^{149}Pm の半減期に比して ^{149}Nd のそれは小さいから、 ^{149}Pm がすべて核分裂の結果直接生成されるとして扱っても実際上さしつかえない。

^{149}Sm は安定核種であり、中性子を吸収することによってのみ消滅することは先に述べたとおりである。

これらの生成消滅過程の動特性を支配する関係式としては、1点炉近似モデルに対し、次式を用いることができる。

$$\frac{dP}{dt} = \gamma_p \sum_f \phi - \sigma_p P \phi - \lambda_p P \quad (1)$$

$$\approx \gamma_p \sum_f \phi - \lambda_p P \quad (1)'$$

$$\frac{dS}{dt} = \lambda_p P - \sigma_s \phi S \quad (2)$$

ただし P : ^{149}Pm の濃度 (atoms/cm³)

S : ^{149}Sm の濃度 (atoms/cm³)

γ_p : ^{149}Pm の生成率 (atoms/fission)

λ_p : ^{149}Pm の崩壊定数 (sec⁻¹)

σ_s : ^{149}Sm の熱中性子吸収断面積 (cm²)

σ_p : ^{149}Pm の熱中性子吸収断面積 (cm²)

(1)式において、 $\sigma_p P \phi$ は他の項に比べて非常に小さいゆえ、通常、この項と無視した(1)'式が用いられる。以下の考察も(1)'を用いて行なった。

2.2 動特性方程式の解

(1)', (2) の両式の一般解は次の形に表わすことができる。

$$P(t) = e^{-\lambda_p t} \left\{ \gamma_p \sum_f \int_0^t \phi(\tau) e^{\lambda_p \tau} d\tau + P(0) \right\} \quad (3)$$

$$S(t) = e^{-\sigma_s \int_0^t \phi(\tau) d\tau} \left\{ \lambda_p \int_0^t P(\tau) e^{\sigma_s \int_0^{\tau} \phi(\tau') d\tau'} d\tau + S(0) \right\} \quad (4)$$

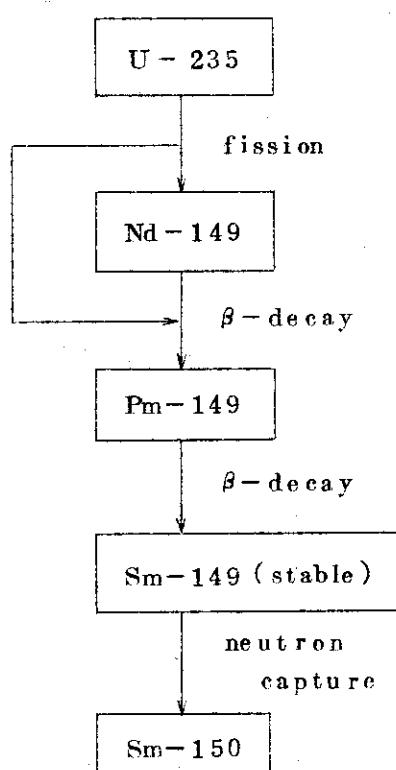


Fig. 1. Schematic diagram of Sm-149 dynamics.

これから、中性子束 $\phi(t)$ が時間的に一定の値 ϕ_c をとる場合の解は

$$P(t) = e^{-\lambda_p t} \left\{ \frac{\gamma_p \Sigma_f \phi_c}{\lambda_p} (e^{\lambda_p t} - 1) + P(0) \right\} \quad (5)$$

$$S(t) = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s} (1 - e^{-\sigma_s \phi_c t}) + \frac{\lambda_p P(0) - \gamma_p \Sigma_f \phi_c}{\sigma_s \phi_c - \lambda_p} (e^{-\lambda_p t} - e^{-\sigma_s \phi_c t}) \\ + S(0) e^{-\sigma_s \phi_c t} \quad (6)$$

となることは容易に知られる。

高中性子束レベルが長時間一定値に保たれると ^{149}Sm の濃度は平衡に達する。この値は、(6)式で $t \rightarrow \infty$ とすることにより得られ、中性子束レベルによらず一定値をとり

$$S_{eq} = \frac{\lambda_p \Sigma_f}{\sigma_s} \quad (7)$$

となる。他方、(5)式から明らかに知られるように、 ^{149}Pm の平衡値は

$$P_{eq} = \frac{\gamma_p \Sigma_f \phi_c}{\lambda_p} \quad (8)$$

となり、中性子束レベルに比例した値をとる。

$\phi = \phi_c$ に対応する平衡状態より炉停止を行えば、 ^{149}Sm の濃度は $t \rightarrow \infty$ で

$$S_f = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s} + \frac{\gamma_p \Sigma_f \phi_c}{\lambda_p} = S_{eq} + P_{eq} \quad (9)$$

なる値に漸近することが知られる。Table-1 の定数を用いてこの様子を、種々の ϕ_c 値について計算した結果を時間と S の関係について Fig. 2 に、P と S の関係については Fig. 3 に示した。 (P, S) 面では炉停止後の軌道は $S = -P + \text{const}$ (10)

なる直線群を形成する。この直線群を以下ではゼロ出力軌道群と呼ぶこととする。なお Fig. 2 における時間軸は、 ^{149}Pm の半減期単位でとった。この値は Table-1 の λ_p 値を用いた場合 54.07 hr である。

2.3 ^{135}Xe の影響

本研究では § 1 に述べたように、 ^{149}Sm の毒作用のみに着目した解析を行うが、その前に炉停止後の ^{135}Xe のふるまいを計算し、この扱いの妥当性を調べると共に、 ^{149}Sm の最適制御問題が有意性をもつ設定条件について検討した。2.1 におけると同様、1 点炉近似モデルに対して ^{135}Xe のふるまいは以下の式であらわされると考える。

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda_I I + \gamma_I \Sigma_f \phi \quad (11)$$

$$\frac{dX}{dt} = \lambda_I I - \lambda_X X + \gamma_X \Sigma_f \phi - \sigma_X X \phi \quad (12)$$

ここで、I, X は ^{135}I , ^{135}Xe の濃度、 λ の崩壊定数、 γ は核分裂当たりの生成率、 σ は吸収断面積であり、添字 I, X はそれぞれ ^{135}I , ^{135}Xe に対応するものとする。

炉停止後の I , X のふるまいは、(10), (12) 式で $\phi = 0$ とすることにより

$$\frac{dI}{dt} = -\lambda_I I \quad (13)$$

$$\frac{dX}{dt} = \lambda_I I - \lambda_X X \quad (14)$$

となり、これを解いて次式を得る。

$$I(t) = I(0) e^{-\lambda_I t} \quad (15)$$

$$X(t) = -\alpha I(0) e^{-\lambda_I t} + (X(0) + \alpha I(0)) e^{-\lambda_X t} \quad (16)$$

ただし、ここで $\alpha = \lambda_I / (\lambda_I - \lambda_X)$ である。

$I(0)$, $X(0)$ はそれぞれ $\phi = \phi_0$ に対する平衡値で

$$I(0) = \gamma_I \Sigma_f \phi_c / \lambda_I \quad (17)$$

$$X(0) = \Sigma_f \phi_c (\gamma_I + \gamma_X) / (\lambda_X + \sigma_X \phi_c) \quad (18)$$

で与えられる。

(15), (16) 式に従い、炉停止後の I , X のふるまいを ϕ_c の値を変えて計算した結果を Fig. 4 に示す。用いたパラメータ値は Table-2 に示した。時間の単位は Fig. 2 と異なり (hr) である。この図から知られるように、 ϕ_c が 4.0×10^{14} ($n/cm^2 \cdot sec$) の場合で約 65 時間、 10^{15} ($n/cm^2 \cdot sec$) の場合でも 80 時間程度たてば ^{135}Xe の値はその平衡値以下に減じている。この時点以後は、 ^{135}Xe の半減期 (約 9.58 時間) 経過するごとに、濃度が $1/2$ に減じるのであるから、炉停止後 4 日程度経過した後では ^{135}Xe の値は平衡値の 20% 以下に減少してしまうことになる。他方、 ^{149}Sm は、Fig. 2 に示されるように炉停止後 3 日で、平衡値の 4 倍 ($\phi_c = 4 \times 10^{14}$) から 10 倍以上 ($\phi_c = 10^{15}$) に達する。それゆえ、 ^{135}Xe と ^{149}Sm の熱中性子吸收断面積の差を考慮に入れてても炉停止から 4 ~ 5 日以上経過後の毒物反応度は殆ど ^{149}Sm によるものとみなして良く、このような時間領域における毒物反応度を対象として考えた場合に、本報に述べる問題が実際的意味をもつことになる。

炉停止運転の過程において選ばれる中性子束時間変化パターンによっては ^{135}Xe の値が大巾に増大する可能性が当然考慮されねばならない。しかしながら、各同位元素の時間的特性を考えれば、炉停止後の ^{149}Sm の値を何らかの意味で最適制御する運転方式をとった場合、この中性子束変化パターン (最適制御パターン) の近傍で、中性子束に時間的に短い小変動を与えて、最終的な結果はそれほど影響は受けないと推測される。すなわち、 ^{149}Sm の最適制御結果と極めて近い結果を与えつつ ^{135}Xe の値を適当に調整するような準最適制御法の存在が十分に期待できる。このような観点から、 ^{135}Xe の効果は除外した形で最適炉停止法を求めておくことは妥当であると考え検討を進めた。

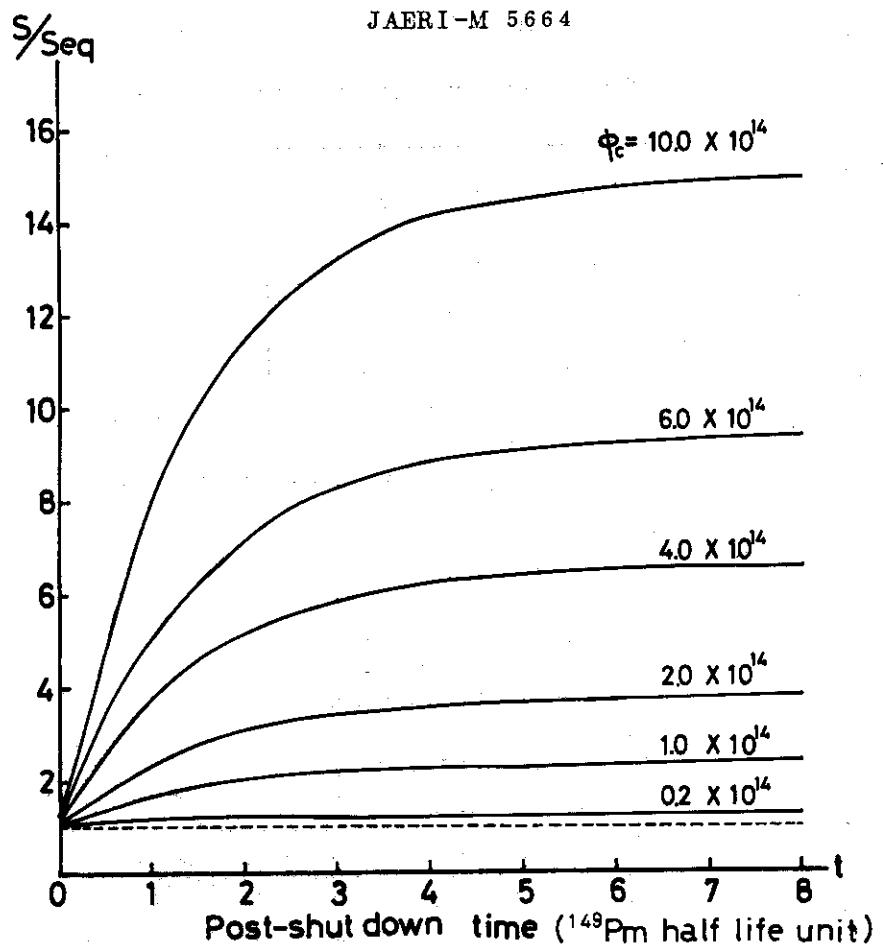


Fig. 2 . Variation of Sm-149 density after immediate shutdown.

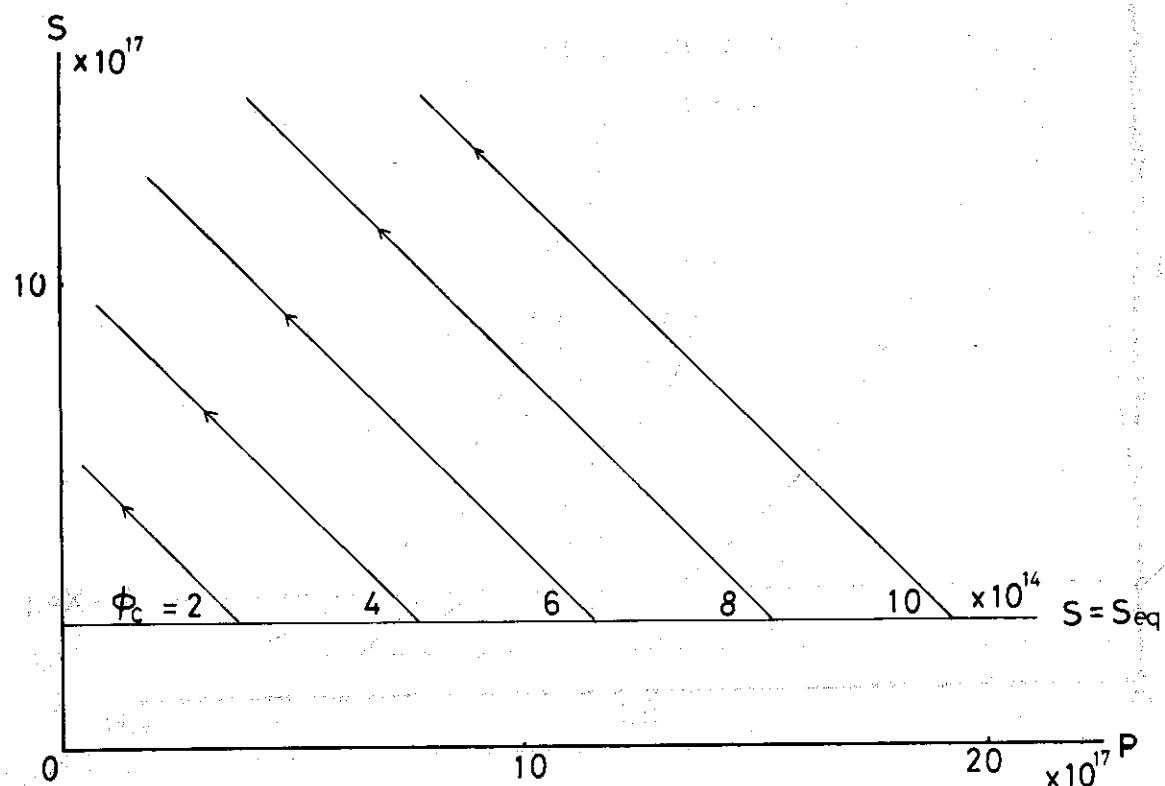


Fig. 3 . Zero-power trajectories in (P, S) plane.

λ_p	3.56×10^{-6} (sec ⁻¹)
Σ_f	6.05×10^{-1} (cm ⁻¹)
γ_p	1.12×10^{-2} (/fission)
σ_s	5.00×10^{-20} (cm ²)

Table-1 Parameters employed in calculations of Sm-149 dynamics

λ_i	2.90×10^{-5} (sec ⁻¹)
λ_x	2.10×10^{-5} (sec ⁻¹)
γ_i	5.60×10^{-2} (/fission)
γ_x	3.00×10^{-3} (/fission)
σ_x	3.50×10^{-18} (cm ²)

Table-2 Parameters employed in calculations of Xe-135 dynamics

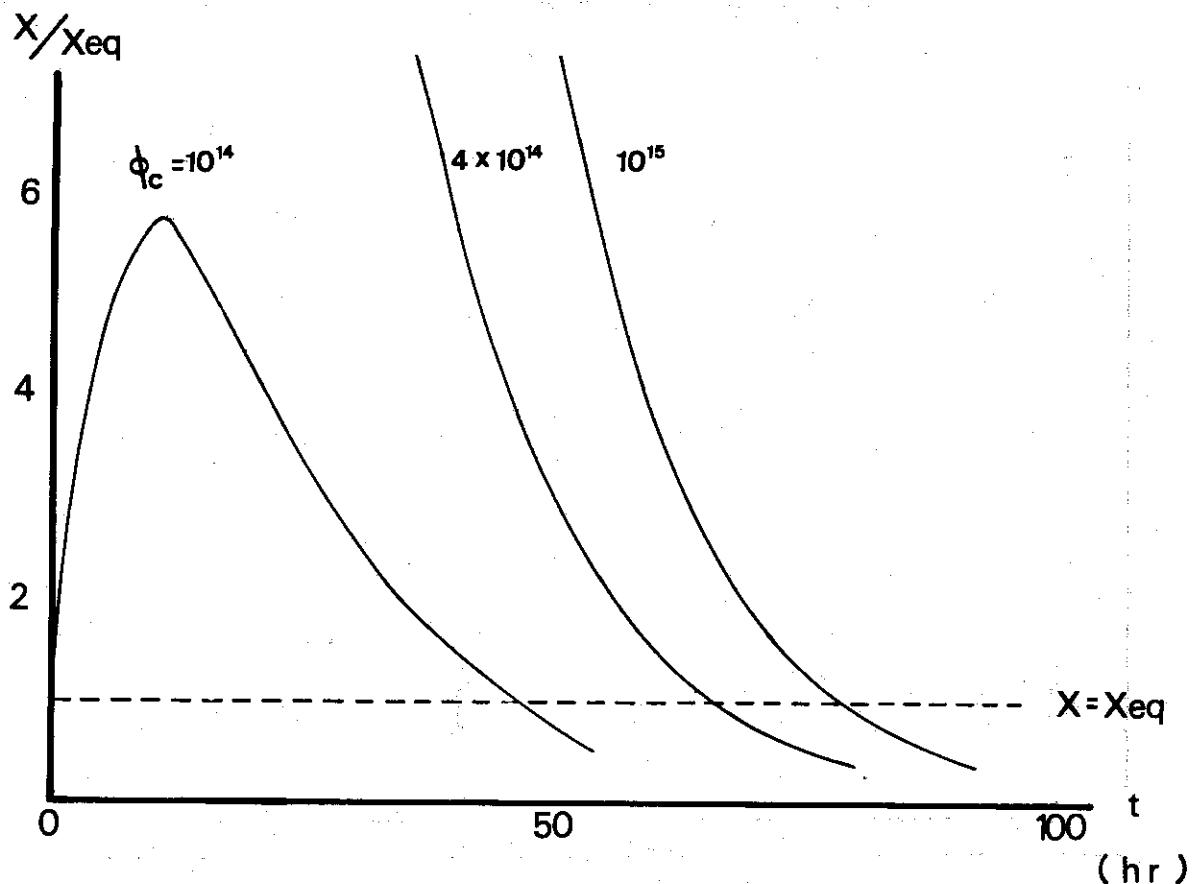


Fig. 4 . Variation of Xe-135 density after immediate shutdown.

3. 最適制御問題

3.1 最適制御問題の設定

前章に述べたように、長時間一定出力運転をした後に停止した炉では、 ^{149}Sm の値は単調に増大する。 ^{135}Xe のような場合と異なり、 ^{149}Sm では次の 2 つの最適化基準を考えた。

(i) 制御時間 T_c が与えられた場合に、制御終了から時間 T_f が経過した後の ^{149}Sm の値を最小にする制御を求める。

(ii) 制御終了後 T_f での ^{149}Sm の値を指定した値に抑える制御のうちで、制御時間 T_c が最小になるものを求める。

系の動特性方程式としては、(1)'、(2)式を考えれば良い。また、炉停止運転中、毒物反応度がある程度以上に高くなると、その時点では停止してしまうため、このような事態が生じないよう制御を行う必要がある。

本問題の場合には ^{149}Sm の値があるレベル以下に抑えられねばならない。以上をまとめると各最適化基準について、問題を数式的に記述することができる。

問題 i) 最適化基準(i) に対応して

システム方程式(1)', (2), および初期条件(7), (8) で表わされる系において、次の評価量 J

$$J = S(T_c + T_f) \quad T_f : \text{指定量} \quad (19)$$

を最小にするような制御

$$\phi(t), \quad 0 \leq t \leq T_c, \quad T_c : \text{指定量}$$

を求めよ。ただし、制約条件として

$$S(t) \leq S_R \quad 0 \leq t \leq T_c \quad (20)$$

が満たされねばならない。この問題は、制御時間指定の終端値制御問題となっている。

問題 ii) 最適化基準 ii) に対応して

システム方程式、初期条件、制約条件は問題 i)と同じとする。評価関数としては、次の量 J を考える。

$$J = \int_0^{T_c} dt \quad (= T_c) \quad T_c : \text{未定量} \quad (21)$$

さらに終端条件として

$$S(T_c + T_f) = S_f \quad S_f : \text{指定量} \quad (22)$$

が付加される。この問題は、終端状態指定の最短時間制御問題となっている。

これらの問題はいずれも、与えられた初期条件から適当な終端状態へ至る経路のうち最も良いものを求めることを要請している。求められている望ましい終端の条件について若干検討しておく。すなわち、制御終了時に系の状態点が到達する (P, S) 面上の点 ($P(T_c)$, $S(T_c)$) が満たすべき関係を調べる。

目的多様体 (Target Manifold) として、式(2)の関係を満たすような ($P(T_c)$, $S(T_c)$) の集合を考えれば良いことは容易に知られる。問題(i)においては、この S_f の値をなるべく

小にすること、問題(ii)においては、指定された S_f 値に対し T_c をなるべく小にすることが要求されているわけであり、いずれの場合においても目的多様体は式(22)に対応づけられる。

炉停止後の状態点の様子は、式(5), (6)で $\phi = 0$, $P(0) = P(T_c)$, $S(0) = S(T_c)$ とおくことにより、

$$P(t) = e^{-\lambda_p(t-T_c)} \cdot P(T_c) \quad (23)$$

$$S(t) = S(T_c) + (1 - e^{-\lambda_p(t-T_c)}) P(T_c) \quad (24)$$

これより式(22)の関係は

$$S_f = S(T_c) + (1 - e^{-\lambda_p T_f}) P(T_c) \quad (25)$$

T_f は指定されているゆえ目的多様体は (P, S) 面上で直線となり、その傾きが $(1 - e^{-\lambda_p T_f})$ で与えられることがわかる。したがって T_f , 及び S_f の値を指定することにより、 (P, S) 面上に目的多様体（この場合、目標直線）が確定し、その上のいずれの点も終端条件を満していることになる。実際には問題(i)においては S_f が未定であるが、このことは後に示すように解決定上の本質的困難には結びつかない。

$S_f = S_R$ とした時の目標直線の様子を Fig. 5 に示す。

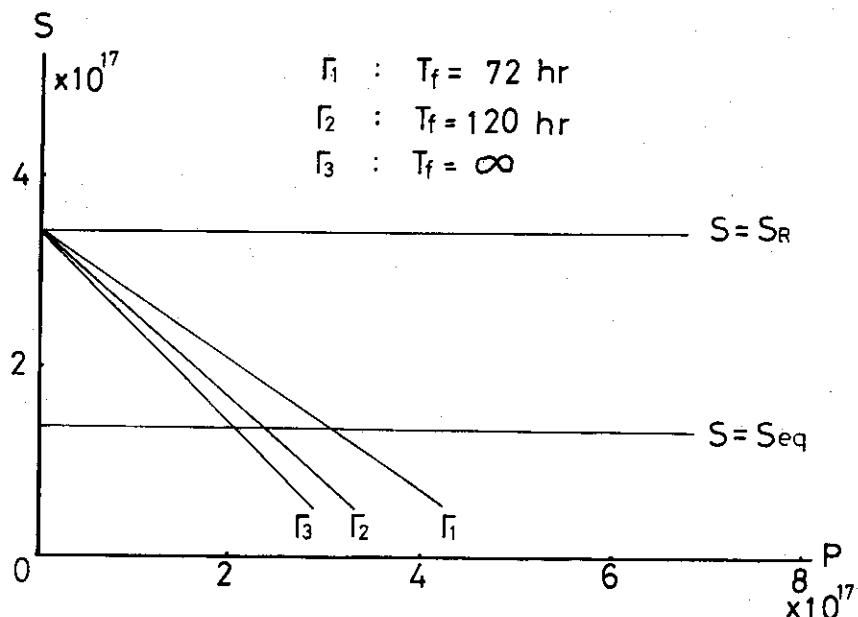


Fig. 5 Target manifold for attaining $S_f = S_R$

目標直線到達以後 ϕ の値は完全に 0 とされ、状態点は Fig. 3 に示したように傾き -1 の直線上を動いて、時間 T_f 後に S の値が S_R に一致する。 $T_f = \infty$ とした時には目標直線の傾きも -1 となるため、制御終了後の状態点は目標直線上を移動することになる。

なお問題(ii)においては、初期点が指定された目標直線の右方になければ問題が意味をもたないことは明白である。

3.2 最大原理による考察

¹⁴⁹ S_f の毒作用最適制御問題を、前節で述べたように設定すれば、その求解はポントリヤンの最大原理によっておこなうことができる。本研究では後述するように、具体的な数値解は統計的探索法を用いて求め、最大原理によつては、問題(ii)の求解のみを行つて解の基本的性質について考察するに止めた。

以下、問題(ii)について考える。

システム方程式は(1)', (2)', 初期条件は(7), (8), 評価関数は(1)式で与えられる。終端条件は(22)式に対応し

$$S_f = S_R = \beta_{eq} \quad (26)$$

とした。通常の手続にしたがい、補助変数 Ψ_p , Ψ_s を導入して H 関数を次のように定義する。

$$\begin{aligned} H &= \Psi_p \frac{dP}{dt} + \Psi_s \frac{dS}{dt} \\ &= (\gamma_p \Sigma_f \phi - P) \Psi_p + (\lambda_p P - \sigma_s \phi S) \Psi_s \\ &= \lambda_p P (\Psi_s - \Psi_p) + K \phi \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 K は切りかえ関数と呼ばれ

$$K = \gamma_p \Sigma_f \Psi_p - \sigma_s S \Psi_s \quad (28)$$

である。

状態変数に対する制約条件(20)は次のように書ける。

$$g(s) = S - S_R \leq 0 \quad (29)$$

古典変分法におけると同様、この条件下での最適化問題はラグランジエの未定乗数を用いることにより、制約条件なしの問題におきかえられる。式(29)の形は、制御変数を得に含まないので、代りに $dg/dt = 0$ をとりいれた修正された H 関数を考え

$$H^* = H - \lambda \frac{dg}{dt} = H - \lambda \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^T \left(\frac{dx}{dt} \right) = H - \lambda q (P, S, \Psi) \quad (30)$$

とする。ただし $x = (P, S)^T$ なるベクトルである。

$$\text{関係式 } q(P, S, \phi) = \lambda_p P - \sigma_s \phi S \quad (31)$$

は容易に導びかれる。

λ は状態点が制約境界の内側にある時には 0 であるが、境界上を軌道が通る場合には、その値は停留条件

$$\frac{\partial H^*}{\partial \phi} = 0 \quad (32)$$

から定まる値をもつ。すなわち、式(32)から

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \phi} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \phi} &= 0 \\ \lambda &= \frac{\partial H}{\partial \phi} / \frac{\partial g}{\partial \phi} \end{aligned} \quad (33)$$

として、ラグランジュ乗数の値が求められる。

$$\frac{\partial H}{\partial \phi} = K = \gamma_p \Sigma_f \Psi_p - \sigma_s S \Psi_s \quad (34)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \phi} = - \sigma_s S \quad (35)$$

であるから

$$\lambda = \Psi_s - \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s S} \Psi_p \quad (36)$$

となる。

補助変数が満すべき方程式は

$$\frac{d \Psi_p}{dt} = - \left(\frac{\partial H^*}{\partial P} \right) = - \frac{\partial H}{\partial P} + \lambda \frac{\partial q}{\partial P} = - \lambda_p (\Psi_s - \lambda) + \lambda_p \Psi_p \quad (37)$$

$$\frac{d \Psi_s}{dt} = - \left(\frac{\partial H^*}{\partial S} \right) = - \frac{\partial H}{\partial S} + \lambda \frac{\partial q}{\partial S} = \sigma_s \phi (\Psi_s - \lambda) \quad (38)$$

境界上軌道と、境界内部軌道との接合点において、補助変数は次の跳躍条件を満す。

$$\Psi_p^+ = \Psi_p^- \quad (39)$$

$$\Psi_s^+ = \Psi_s^- + \mu \quad (40)$$

ただし、 $\mu = \begin{cases} 0 & : \text{境界上から内部へ} \\ \neq 0 & : \text{境界内から境界上へ} \end{cases}$

である。

さらに、補助変数が満すべき境界条件として、次の横断条件が成立しなければならない。

$$\begin{pmatrix} \Psi_p \\ \Psi_s \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta P \\ \delta S \end{pmatrix} = 0$$

軌道終端では明らかに $\delta P / \delta S = -1$ ゆえ、 $\Psi_p / \Psi_s = 1$ 、補助変数についての方程式が齊次であることから

$$\Psi_s = \Psi_p = 1 \quad (41)$$

が補助変数の境界条件となる。

以上でシステム方程式と補助変数方程式、およびそれぞれが満すべき境界条件が定まり、この二点境界値問題を解くことにより、最適制御に対応する軌道を計算できる。

しかしながら、本問題に対し解が次の制御法の合成により与えられることは、必らずしも二点境界問題を解かなくても容易に知ることができる。

すなわち、切りかえ関数の正負に対応して

(A) 制御下限運転 $\phi = 0$ ($\kappa < 0$ のとき)

(B) 制御上限運転 $\phi = \phi_{\max}$ ($\kappa > 0$ のとき)

が行なわれねばならないことは、最大原理から直ちに明らかである。さらに、制約条件を考慮すれば

(C) 制約境界運転 $\phi = \phi_B$

も最適制御の一部になりうる。最後に κ の値が 0 をとり続ける場合に対応して

(D) 特異制御 $\phi = \phi_s$

も考慮しなければならない。

ϕ_B の形は、 $g = 0$, $\frac{dg}{dt} = 0$ から

$$\phi_B = \frac{\lambda_p P}{\sigma_s S} \quad (42)$$

と与えられ、状態点の位置に対応して計算できる。

ϕ_s がとられる場合には $\kappa = 0$, $\frac{d\kappa}{dt} = 0$ となっていることから

$$\gamma_p \Sigma_f \Psi_p - \sigma_s S \Psi_s = 0 \quad (43)$$

$$\gamma_p \Sigma_f \frac{d\Psi_p}{dt} - \sigma_s \Psi_s \frac{dS}{dt} - \sigma_s S \frac{d\Psi_s}{dt} = 0 \quad (44)$$

(44)/(2), (37), (38) を代入すれば

$$\gamma_p \Sigma_f \lambda_p (\Psi_p - \Psi_s) - \sigma_s \Psi_s \lambda_p P = 0$$

(43)を用いて上式の Ψ_p を消去すると

$$\lambda_p \sigma_s \Psi_s - \gamma_p \Sigma_f \lambda_p \Psi_s - \sigma_s \Psi_s \lambda_p P = 0$$

Ψ_s は、恒等的に 0 ではないから

$$\lambda_p \sigma_s S - \gamma_p \Sigma_f \lambda_p - \lambda_p \sigma_s P = 0$$

これより、特異軌道の方程式として

$$S = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s} + P \quad (45)$$

が導かれ、(1), (2) と (45) から対応する制御として

$$\phi_s = \frac{2 \lambda_p P}{\gamma_p \Sigma_f + \sigma_s S} \quad (46)$$

が求められる。

実際に、逆時間解法により二点境界値問題を解いた結果を Fig. 6 に示す。用いたパラメータ値は、やはり Table-1 のものである。最短時間制御問題に対する解はこの場合 A → C → D → B という制御法則の組み合わせにより与えられることが知られた。 ϕ_{max} , S_R などのパラメータ値が変れば Cあるいは D の部分が不要になるような事態も考えられるが、上記のような順序以外の制御法則の組合せが最適制御となりえないことは位相面軌道に照らして考えれば、殆ど直観的に明らかである。

一度、解の構造がこのように明らかにされ、その物理的妥当性が確認されれば、実際上の数値解は上の各制御法の接合時刻を求める問題として再定義することもできる。A, C, D, B それぞれの制御法則の継続時間をそれぞれ t_z , t_B , t_s , t_m で表わす。

このうち、 t_z と t_B とは、次のように計算できる。

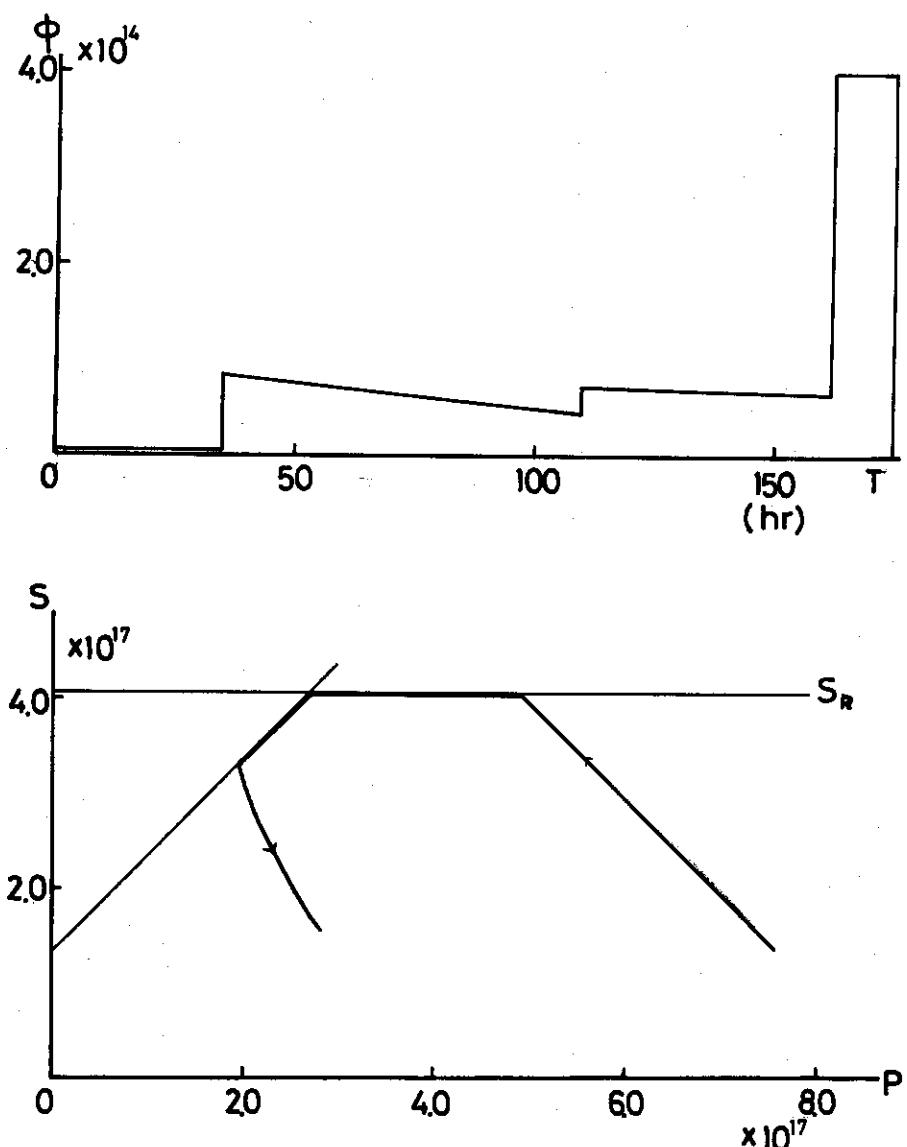


Fig. 6. Typical example of optimal solution for continuous-time problem

(i) t_z の計算

$$\phi = 0 \text{とした時, } p = p_{\text{eq}} = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\lambda_p} \phi_{\max} \text{ (ただし } \phi_c = \phi_{\max})$$

$S = S_{\text{eq}} = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s}$ なる平衡点から出発して

$$S = S_{\text{eq}} + (1 - e^{-\lambda_p t}) P_{\text{eq}}, \quad P = e^{-\lambda_p t} P_{\text{eq}}$$

で表わされる軌道を動くことは前にも述べた。

この S の値が $S_R (\equiv \beta S_{\text{eq}})$ になった時点で、制御法則が切りかえられるのであるから、 t_z は

$$\frac{S}{S_{\text{eq}}} = 1 + (1 - e^{-\lambda_p t_z}) \cdot \frac{P_{\text{eq}}}{S_{\text{eq}}} = \beta \quad (47)$$

を満たすような時刻である。

$$\text{ここで } \frac{P_{\text{eq}}}{S_{\text{eq}}} = \frac{\sigma_s}{\lambda_p} \phi_{\max} (\approx 1.4 \times 10^{-14} \phi_{\max}) \quad (48)$$

である。(47)を t_z について解くと

$$t_z = -\frac{1}{\lambda_p} \ln \left[1 - \frac{\beta - 1}{P_{\text{eq}}/S_{\text{eq}}} \right] \quad (49)$$

となる。この値は、 β と ϕ_{\max} の値を指定すれば直ちに定まる。

(ii) t_B の計算

境界上で(42)に対応する制御がとられ続けると、 S の値は変化せず、 P のみが変化する。この変化は、

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= -\lambda_p P + \frac{\lambda_p \gamma_p \Sigma_f P}{\sigma_s S_R} \\ &= -\lambda_p \left(1 - \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s S_R} \right) P \end{aligned} \quad (50)$$

で与えられ、あたかも崩壊定数が

$$\frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s S_R} = \frac{S_{\text{eq}}}{S_R} = \frac{1}{\beta} \text{ なる割合だけ減少したようなふるまいをすることがわかる。}$$

(50)を解くと

$$P(t) = P(0) e^{-\lambda_p (1-\beta^{-1}) t} \quad (51)$$

となる。ただし、ここで時間は境界軌道に入った時刻を初期時刻として考えている。

特異軌道への切りかえ時刻では、先に導いた(45)から

$$\begin{aligned} P(t_B) &= S(t_B) - S_{\text{eq}} \\ S(t_B) &= \beta S_{\text{eq}} \end{aligned} \quad (52)$$

なる関係が満されねばならない。

(52)を(51)に代入し、さらに $P(0) = P_{\text{eq}} + S_{\text{eq}} - \beta S_{\text{eq}}$ であることを用いると

$$\beta S_{\text{eq}} - S_{\text{eq}} = (P_{\text{eq}} + S_{\text{eq}} - \beta S_{\text{eq}}) e^{-\lambda_p(1-\beta^{-1})t_B} \quad (53)$$

なる関係が得られる。これを書き直すと

$$(\beta - 1) = (\frac{P_{\text{eq}}}{S_{\text{eq}}} - (\beta - 1)) e^{-\lambda_p(1-\beta^{-1})t_B} \quad (54)$$

となり、これから t_B について次式を得る。

$$t_B = -\frac{1}{\lambda_p(1-\beta^{-1})} \ln \left[\frac{\beta - 1}{P_{\text{eq}}/S_{\text{eq}} - (\beta - 1)} \right] \quad (55)$$

(III) t_s, t_m の決定

t_s, t_m については、 t_z, t_B の場合におけるような確定的な表現を得ることはできない。しかしながら t_s を操作変数とみなして、最大出力軌道への切りかえ点 (P_s, S_s) を計算することは容易である。この点から更に最大出力軌道を計算し、終端条件(2)が満たされる迄に要する時間を t_m とすれば良い。ただし、(2)が満たされぬうち $S(t) + (1 - e^{-\lambda_p t_f}) P(t)$ の値が極小点をすぎて増大を始めたならば、計算は打切ることにし、その時の t_s の値は棄却するものとする。このように、指定した t_s に対し $t_m(t_s)$ を定めることができるゆえ

$$J(t_s) = t_s + t_m(t_s) \quad (56)$$

の値を最小にするような t_s を選ぶことにより、各制御法則の持続時間すべて決定することができる。

この方法で最適解を求め、(2)の J の値を計算した結果を Table-3 に示す。ただし、ここで $T_f = \infty$ とし、 ϕ_{\max} と β の値をパラメータとしている。

Table-3 Minimum shutdown period obtained by iterative synthesis of optimal control (time unit : half life of Pm-149)

	$\beta = 2.5$	$\beta = 3.0$
$\phi_{\max} = 4.0 \times 10^{14}$	5.09 ± 0.01	3.66 ± 0.01
$\phi_{\max} = 8.0 \times 10^{14}$	6.90 ± 0.01	5.29 ± 0.01

この結果は、他の数値的最適化技法で解を求めた場合の精度評価の基準として利用できる。

以上のように、問題の着目範囲が $^{149}\text{S}_{\text{m}}$ の毒作用のみに限定され、単純な形に記述できる場合には最大原理を用いることによって最適解を構成することも可能である。しかし、1に述べたように、種々の付加的制約を考えたり、設定条件が変ったりした場合、本章に示した解析な

らびにアルゴリズムは大巾な変更を必要とし、アルゴリズムが構成できないこともありうる。このような適用上の制約をもたない手法としては統計的探索法が最も有望と考え、この手法の適用を行った。ただし、この場合には制御時間 T_c を指定した方が求解に好都合であるため、問題(i)を解くことにしている。明らかに指定する T_c の値が同じ S_R 値に対して問題(i)の解として定まる T_c^* と一致する時、問題(ii)から求まる S_f^* は S_R に一致するはずであり、解パターンも全く同一となる。

4. 統計的探索法による最適解探索

4.1 統計的探索法

最適解を求める際に、時間巾 T_c を N 等分し

$$\Delta T = T_c / N \quad (57)$$

なる区間内では中性子束は一定値をとるとすれば、最適な $\phi(t)$ を求める問題はベクトル $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)^T$ に対応する N 次元ユークリット空間内の点の最適な位置を見出す問題におきかえられる。ただし、ここで ϕ_i は $(i-1)\Delta t \leq t < i\Delta t$ なる時間領域での中性子束値である。時間点 $t_i = i \cdot \Delta T$ における状態変数の値 P_i , S_i は Φ を指定し、(5), (6)式を用いることにより

$$P_i = e^{-\lambda_p \Delta T} \left\{ \frac{\gamma_p \sum_f \phi_i}{\lambda_p} (e^{\lambda_p \Delta T} - 1) + P_{i-1} \right\} \quad (58)$$

$$S_i = \frac{\gamma_p \sum_f}{\sigma_s} (1 - e^{-\sigma_s \phi_i \Delta T}) + \frac{\lambda_p P_{i-1} - \gamma_p \sum_f \phi_i}{\sigma_s \phi_i - \lambda_p} (e^{-\lambda_p \Delta T} - e^{-\sigma_s \phi_i \Delta T}) + S_{i-1} e^{-\sigma_s \phi_i \Delta T} \quad (59)$$

のように逐次計算可能である。

P_N , S_N の値が得られれば S_f の値は(5)から直ちに計算される。それゆえ、 Φ を何らかの法則に従って変化させ、最小の S_f 値を与える $\Phi^* = (\phi_1^*, \phi_2^*, \dots, \phi_N^*)$ を求めればよい。この最適点決定を統計的探索法の一種である Fixed Step Random Reward 法 (F. S. R. R. 法と略記) により行った。この方法の特性については既に報告したので、ここではその概略を述べるに止める。

ベクトル X によって定まる評価関数 $Q(X)$ の最小化を目的とすると、探索論理は

$$\left. \begin{aligned} X^{i+1} &= X_{opt}^{i+1} + \Delta X^i \\ \Delta X^i &= -\Delta X^{i+1} & \text{if } \Delta Q^{i+1} \geq 0 \\ \Delta X^i &= \sigma \xi & \text{if } \Delta Q^{i+1} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

により表わされる。

ここで X_{opt}^{i+1} は $i+1$ 回の探索迄の最適点、 ΔX^i は、 i 番目の探索のための試行ステップ、 X^i は i 番目の探索点である。 ξ は、 $B = (\pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1)^T$ なる 2^N 個の方向ベクトルの中から、ランダムに抽出された 1 つの方向ベクトルである。 $\Delta Q^{i+1} < 0$ は前回の試行において Q の値が減少したこと、すなわち試行が成功したことを意味し、 $\Delta Q^{i+1} \geq 0$ は、逆に、試行が失敗であったことを意味する。探索論理の中に ξ のようなランダム性を含むことがこの方法の特徴であり、一見、無駄が多いようこの論理が却って最適点の探索には有利であることが知られている。

なお、制約条件 $S \leq S_R$ については、この条件が侵された時、評価関数値が急増するよう

$Q(X)$ の形を修正する方法(ペナルティ関数法)により、また、探索範囲の制約 $0 \leq \phi_i \leq \phi_{\max}$ については、 ϕ_i がこの範囲の外に移ろうとした場合は境界値をとらせるこことにより、探索論理の本質的変更なしに処理することができる。

ステップ幅 $\Delta \phi$ の値としては、 $\phi_{\max} / 50$ を初期値として用い、N個の変数についての探索が収束した後、変数を4個のブロックに分け、各ブロックごとに探索を続けた。この時 $\Delta \phi$ の値は、初期値の $1/2$ に減少させている。探索の精度を、より高めるために、各ブロックでの探索終了後、ブロックを作り替え、 $\Delta \phi$ の値もさらに $1/2$ にして探索をくり返した。

Fig.7に、上述の探索アルゴリズムのブロック図を示す。

4.2 最適制御方策

最適解探索は、次のようなパラメータ範囲についておこなった：

$$\begin{aligned}\phi_{\max} &= 2, 4, 6, 8, 10 \times 10^{14} \quad (\text{n/cm}^2 \cdot \text{sec}) \\ T_c &= 80, 100, 120, 140, 160, 180 \quad (\text{hr}) \\ T_f &= 72, 120 \quad (\text{hr})\end{aligned}$$

離散化近似の影響を知るため、Nの値を20から100の間で変えて計算をおこなったが、N = 20で十分精度の良い結果が得られることが確認できたので、この値を採用した。探索の結果得られた解のパターンを、 $\phi_{\max} = 4 \times 10^{14}$ (case-1), 10^{15} (case-2)について Fig. 8～15 に示す。

これらの図において、(t, ϕ)面での解パターンは炉停止運転期間に対応しているが、(P, S)面での解軌道は、炉停止運転終了後、時間 T_f が経過するまでのものを示した。このため、Fig.6 の例と異なり、最大出力運転軌道について、傾き -1 の零出力軌道が再度現れている。零出力軌道の最終点が、ちょうど時刻 $t = T_c + T_f$ における系の状態を示しているわけである。探索の初期推定解としては、単純に、一定中性子束パターンを選んだ。探索の収束は大体において良好であり、評価関数の値にして有効数字4桁目までは一定値となるまで探索過程が逐行されている。

得られた結果を整理することにより最適制御方策について、以下のようないくつかの結論が可能である。

(1) 最適中性子束操作

中性子束の操作方式は、代表的な場合については、次の3段階より成る。

- (A) 完全炉停止部
- (B) 中間出力部
- (C) 最大出力部

これらのうち、(B)の中間出力部は § 3 で求めた制約境界制御 $\phi = \phi_B$ に対応している。 $\phi_{\max} = 10^{15}$ の場合は、 $\phi_{\max} = 4 \times 10^{14}$ の場合に比べると、(t, ϕ)面での解パターンの収束が若干不十分であるが、位相面での解軌道を参照すれば、最適制御法が上記(A)～(C)の形で構成されていることは明らかといえる。離散化形式に変換した問題についても、このように、連続系に対し最大原理を適用した場合と一致する結果が得られた。

なお、これらの結果では、Fig.6 の例と異なり、特異制御部はあらわれていない。これは、Fig.6 の結果が $\beta = 3.0$ であるのに対し、ここでは $\beta = 2.5$ となっているため、制約

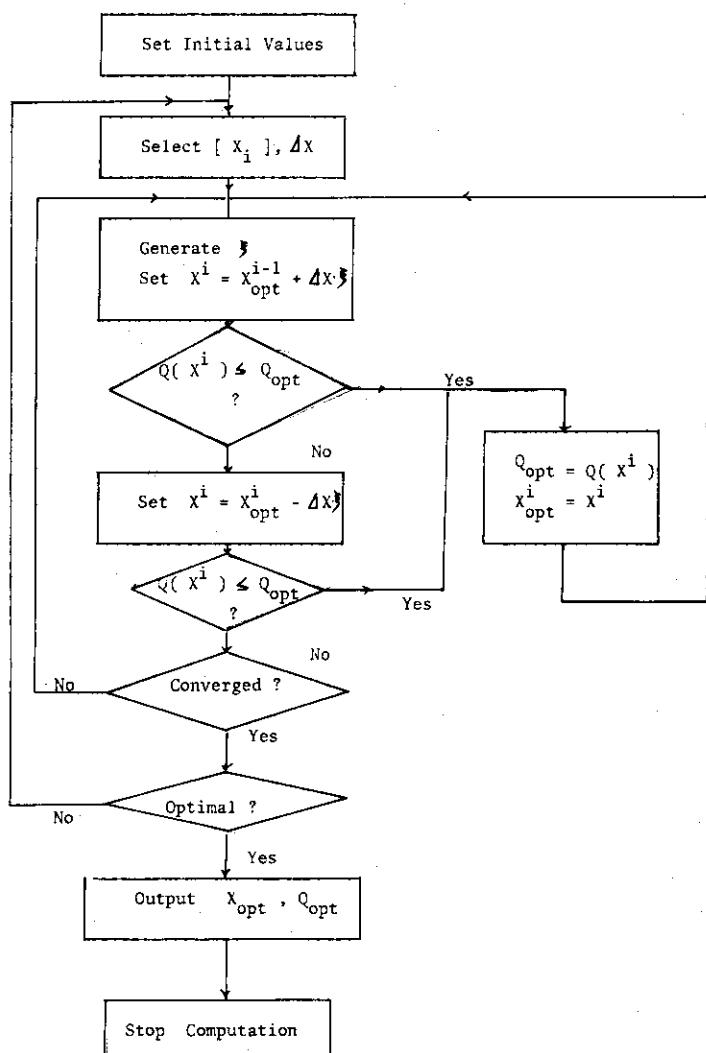
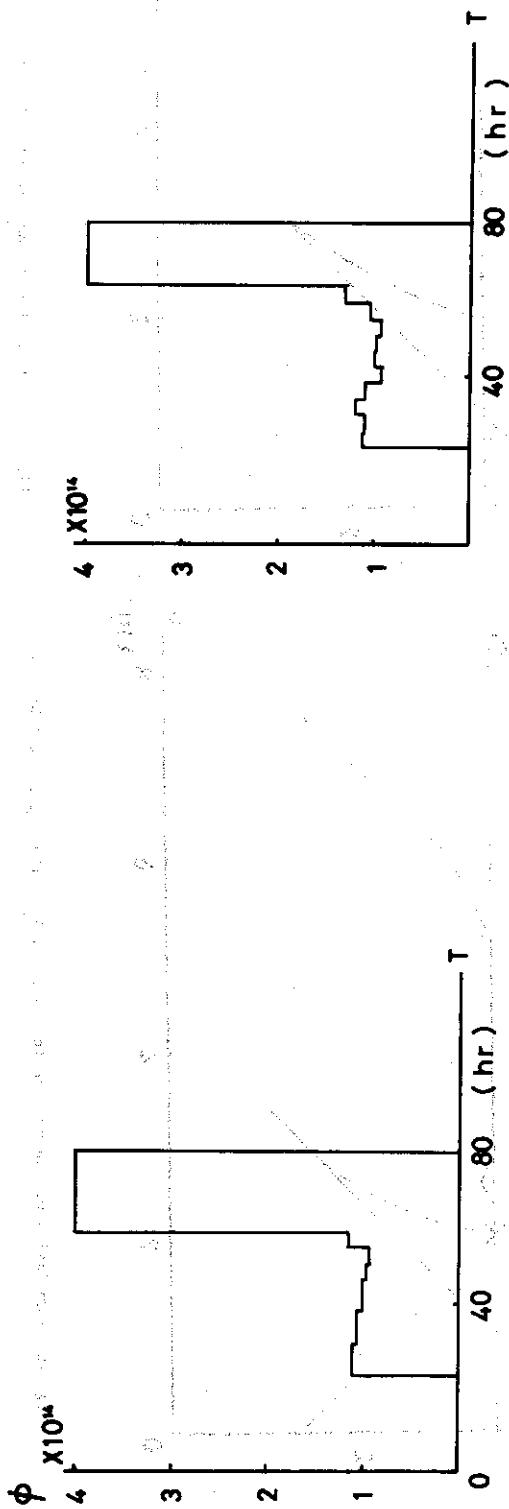
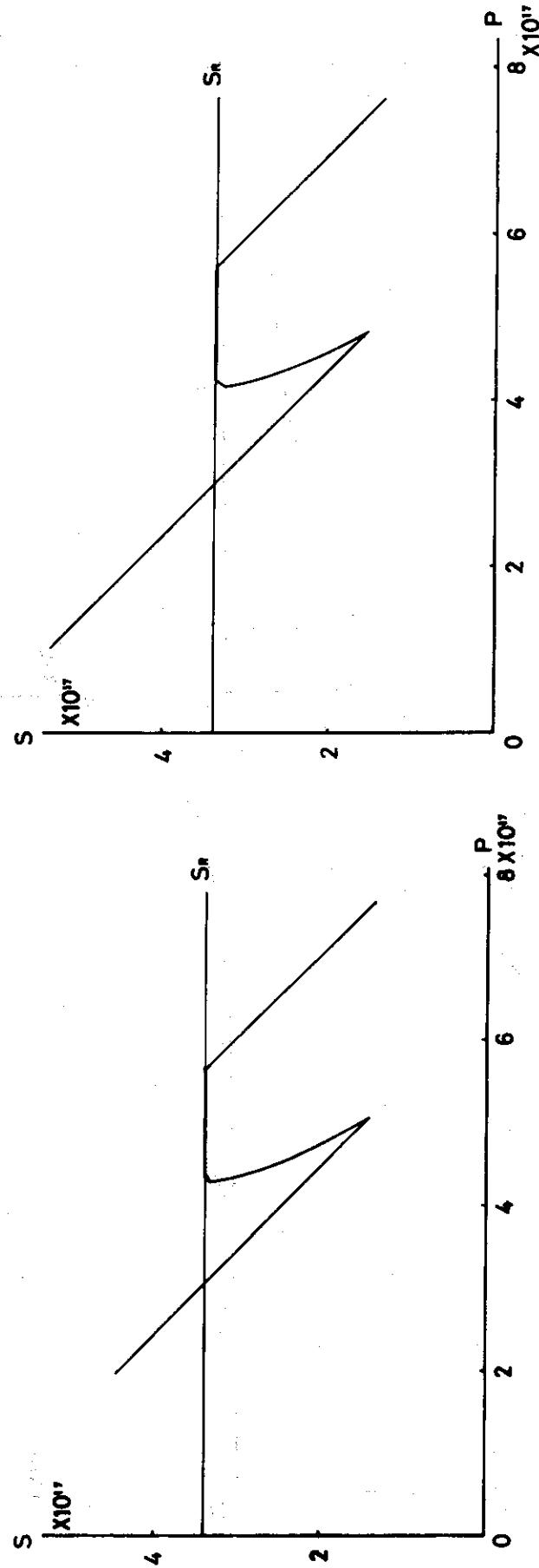
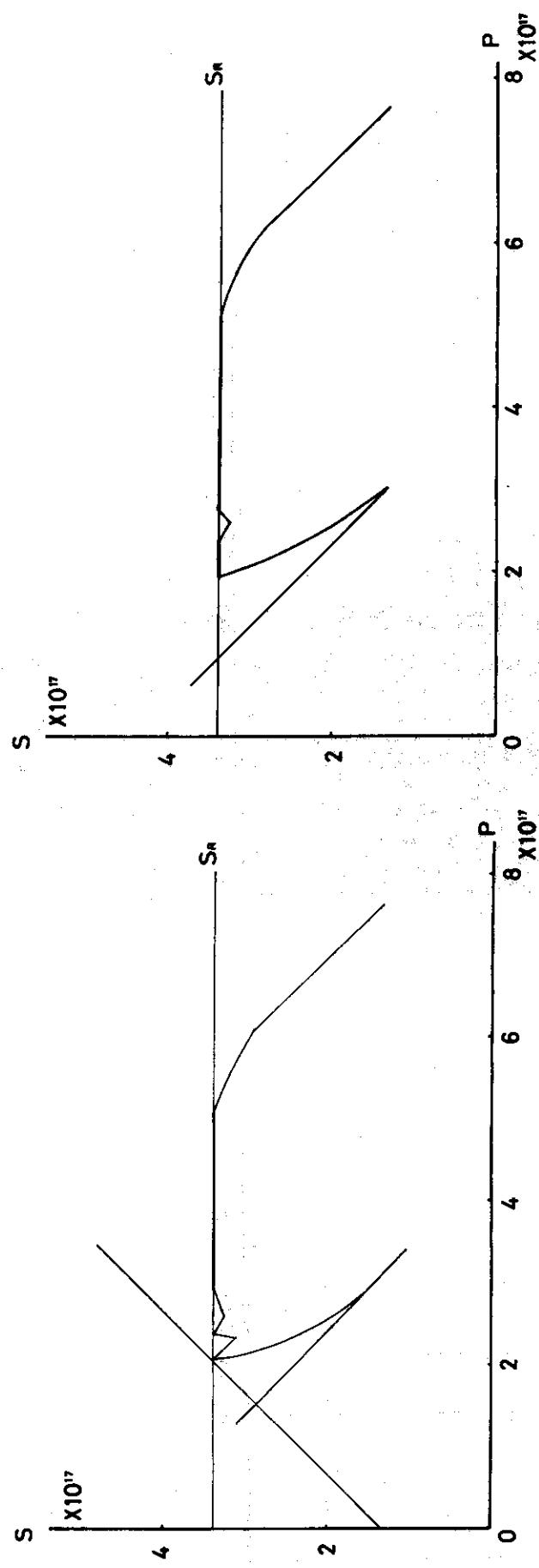
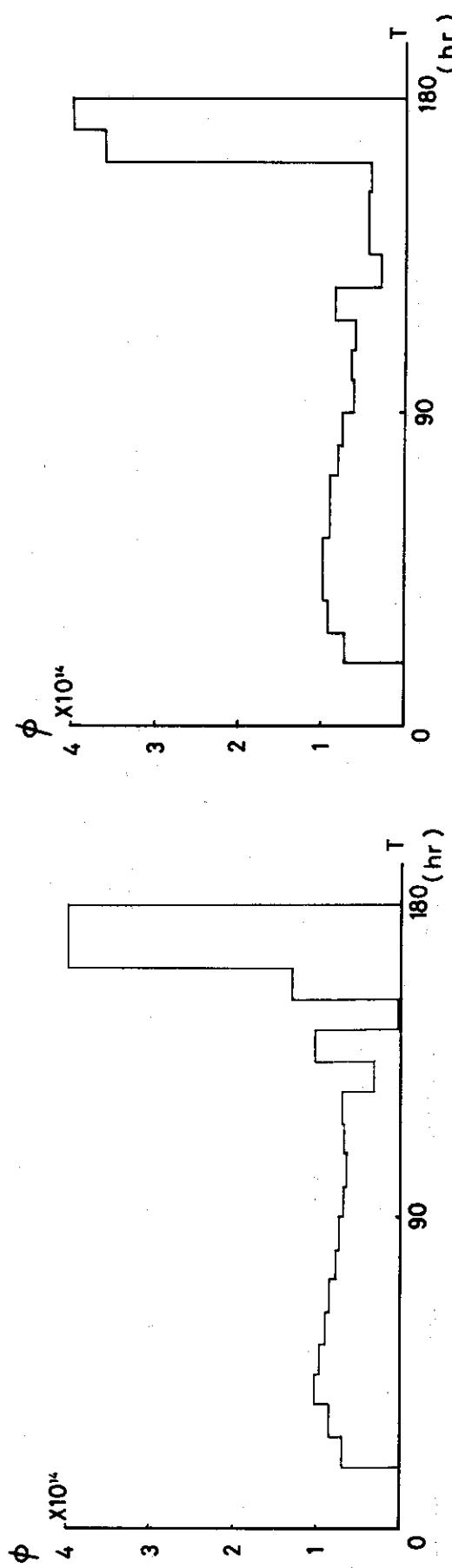


Fig. 7 . Simplified block diagram of Random Reward algorithm.



-19-

Fig. 8 . Optimal shutdown program for case-1 ($T_c : 80$, $T_f : 72$ (hr)).Fig. 9 . Optimal shutdown program for case-1 ($T_c : 80$, $T_f : 120$ (hr)).

Fig. 10. Optimal shutdown program for case-1 ($T_c : 180$, $T_f : 72$ (hr)).Fig. 11. Optimal shutdown program for case-1 ($T_c : 180$, $T_f : 120$ (hr)).

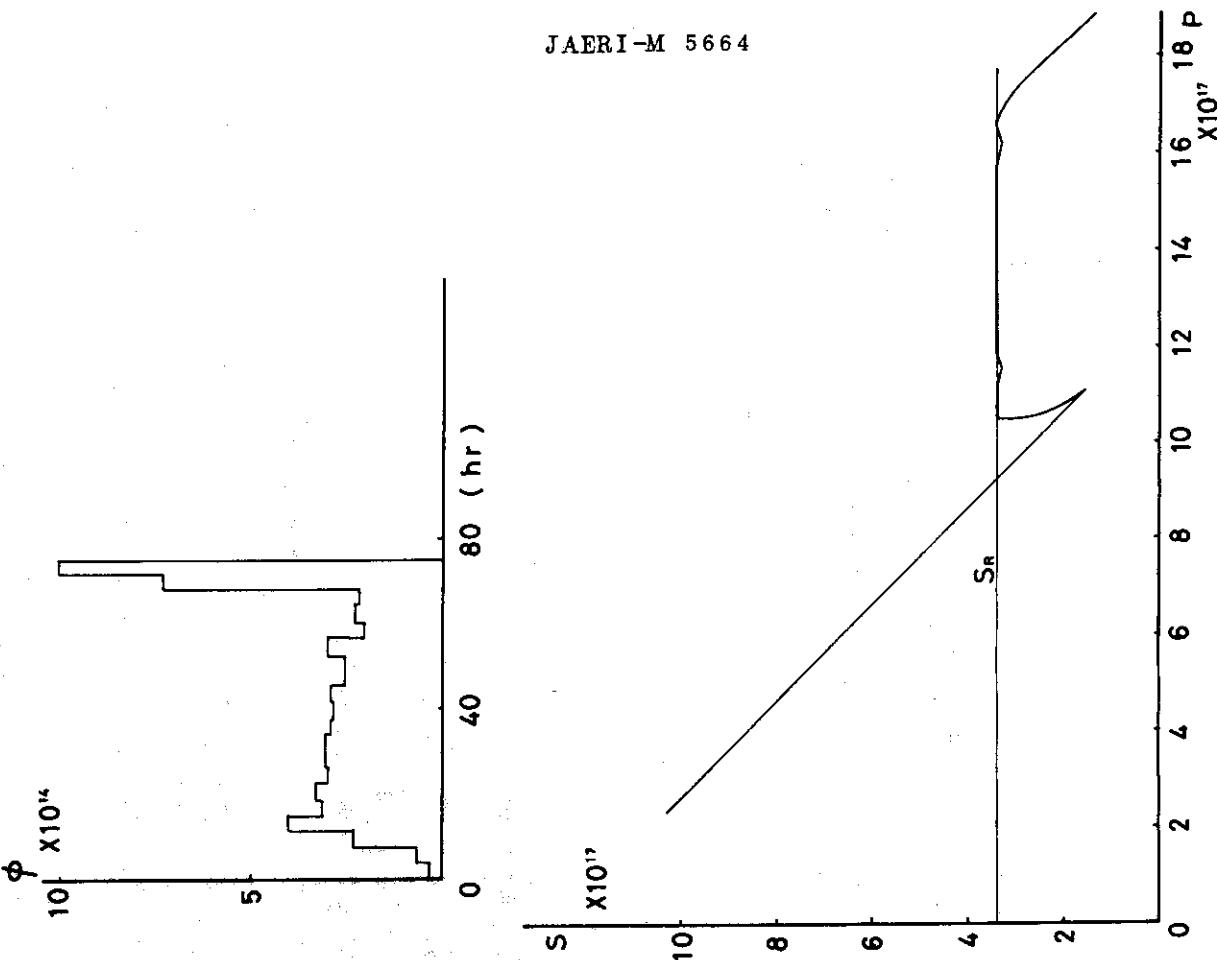
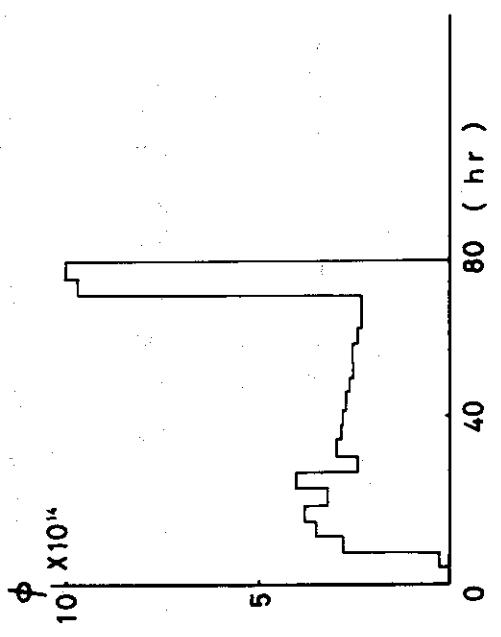
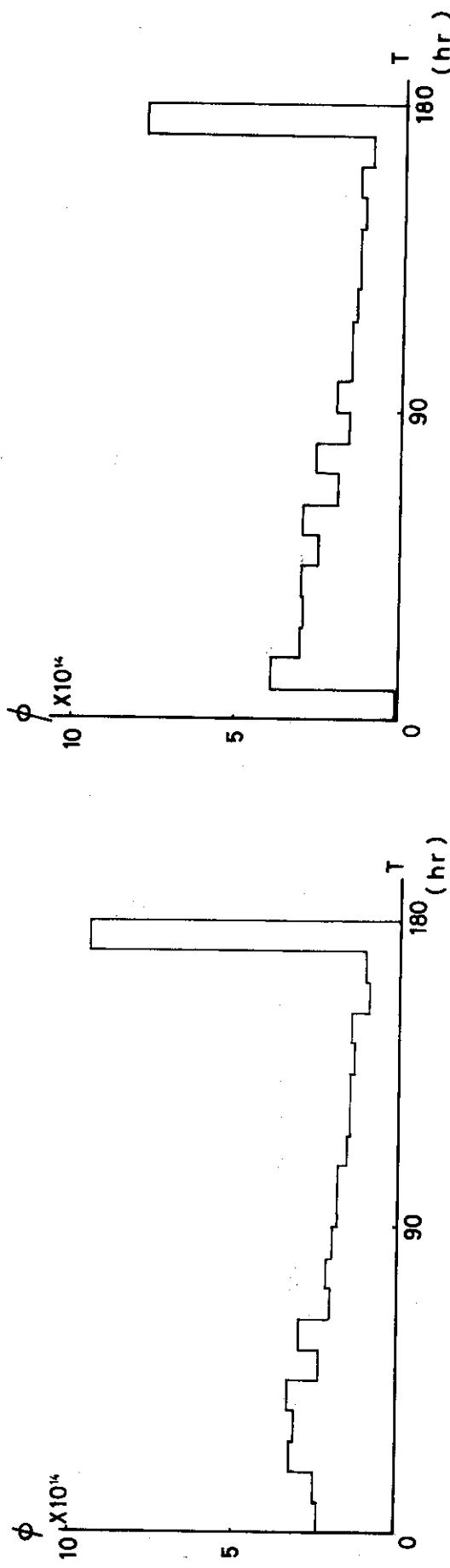
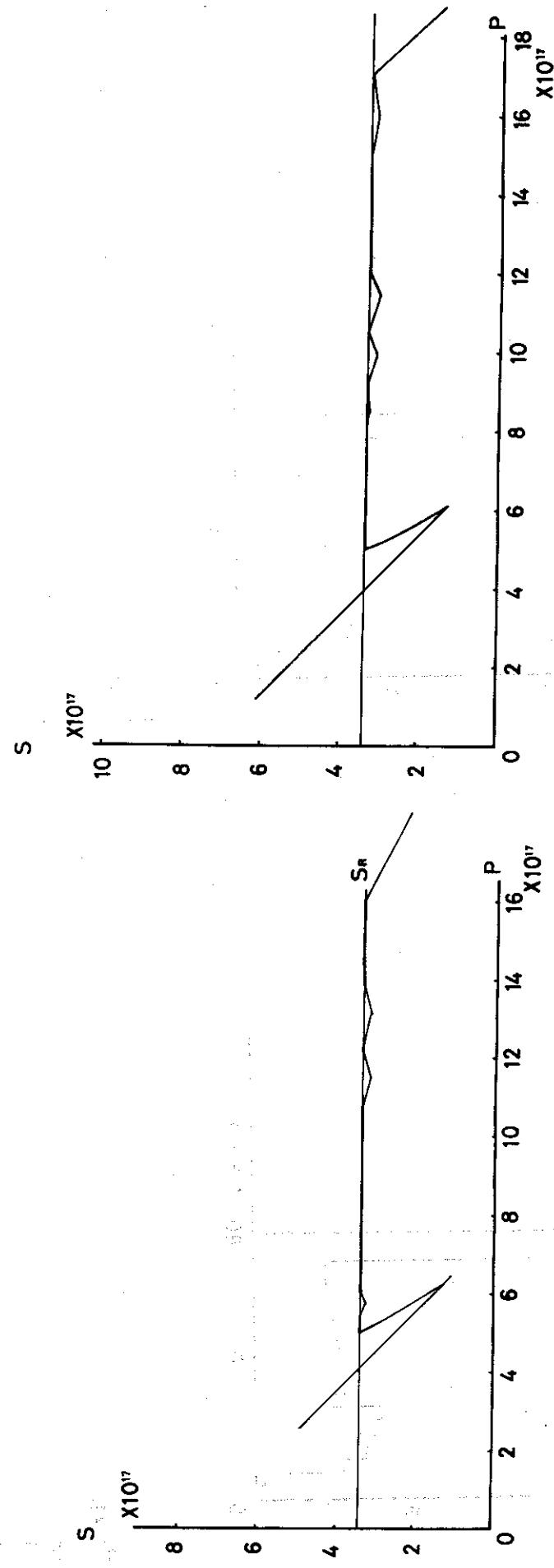


Fig. 12. Optimal shutdown program for case-2 ($T_c : 80$, $T_f : 72$ (hr)).

Fig. 13. Optimal shutdown program for case-2 ($T_c : 80$, $T_f : 120$ (hr)).

Fig. 14. Optimal shutdown program for case-2 ($T_c : 180$, $T_f : 72$ (hr)).Fig. 15. Optimal shutdown program for case-2 ($T_c : 180$, $T_f : 120$ (hr)).

境界運転で消費される時間が相対的に大きくなっていることに起因する。すなわち、指定された T_c の範囲では、境界運転の段階から直ちに最大出力運転に移らないと、より小さい S_f 値を与える目標直線に到達しえない。いいかえれば、 β あるいは T_c の値がもっと大であれば特異制御部も現われてくるはずである。また ϕ_{max} の値を小さくとった場合も、 β を大にとることと同様な効果があると考えられ、この場合もやはり特異制御部が入ってくると予想される。

III 制御時間の効果

制御時間 T_c を大きくとることができない場合の最適炉停止法においては、Fig. 8, 10あるいは Fig. 12, 14 間にみられるように、(B)の部分が相対的に短くなる。

この理由は、位相面軌道について考えれば殆ど白明といえる。より一層 T_c が短い場合、想定すれば、最適制御法は(A), (C)の 2 段階のみから構成されざるをえない。

IV 評価時間の効果

制御時間が同じで、評価時間 T_f のみが異なる場合 (Fig. 8 と Fig. 9, Fig. 12 と Fig. 13 等) を比較すれば、制御最終段階の(C)の部分に明らかな差異のあることがわかる。すなわち、 T_f が大な場合に、この部分の継続時間が短くなっている。また、Fig. 15 にみられるように、離散化の時間ステップが結果的に大であり、(C)の部分をそれ以上短くできない場合には、その代償として、対応する ϕ の値が ϕ_{max} より小さくなっている。この理由は、位相面における目標直線を参照して、次のように定性的に解釈できる。

T_c が同一で T_f のみが異なる場合、 T_f が大な方が、当然、より大きな S_f 値を与えることになり、たとえば $\phi_{max} = 4 \times 10^{14}$, $T_c = 180$ hr に対する目標直線は Fig. 16 に示すような相互関係にあることになる。制約値 S_R は、同一の値を考えているから、図の C_1 までは、解軌道は全く一致する。境界線 $S = S_R$ から出発する全出力軌道群は、図からも推察できるように、目標直線に到達するまでは、下向き、かつ下方に凸な、互に交わらない曲線群となる。(さらに時間がたてば、各曲線は上向きになり、 ϕ_{max} に対する平衡点に漸近する。) 図の Γ_1 , Γ_2 は最適解探索の結果求まったものであるが、假りに、これを確定しているものとして考えれば、 Γ_2 の方が問題となる領域で、 Γ_1 よりも $S = S_R$ に近いことから、 C_2 が C_1 の左側にならなければならないことは明らかである。それゆえ、 $S = S_R$ 上で C_1 から C_2 までの移行に要する時間だけ $T_f = 120$ hr の場合の方が、全出力運転が短かく(境界運転が長く)定まるわけである。 C_2 を、より右側(たとえば C_1 より右)にとれば、この全出力軌道は、与えられた T_c において、 Γ_2 をより上方に平行移動した目標直線にしか到達しない。

IV ϕ_{max} の解パターンへの影響

ϕ_{max} の値の増大は、 P_{eq} の値の増大すなわち(P , S)面上での初期点の右方への移動をもたらす。また、これと並んで、操作量変動に対する状態変数の変動の感度の増大が生じる。前者の結果として、解における(A)の部分の減少と(B)の部分の増大が、後者と関連して(C)の部分の減少がもたらされる。同じ T_f , T_c での case-1 と case-2 の解パターンには、この傾向がはっきりと認められよう。 T_c , T_f の値がどのような場合でも、 $\phi_{max} = 10^{15}$ に対する最適解では境界運転部が炉停止運転プログラムの大部分を占め、零出力部と最大出力部は、ごく短かい。特に Fig. 14 の場合には、零出力部の探索が失敗した結果に終っている。総体的に ϕ_{max} が大になると、同程度の計算量(試行回数)に対して、解の収斂の程度が不十分を

ものになる。これも、上記の $S = S_R$ 上の軌道部分の増大と、 $\Delta S / \Delta \phi$ 値の増大により最適解近傍における、改良方向探索の難度が大になることに起因するものと考えられる。

以上、(i)～(iv)に述べた各パラメータの効果を確認する目的で、 $\phi_{\max} = 2 \times 10^{14}$ (case-3) に対しての計算結果を Fig. 17 ～ 20 に示した。この中性子束レベルは、 ^{149}Sm の毒作用を考えるには、やや低すぎる値であるが、探索の収斂状況はこの場合が最も良好であり、上記傾向がより明らかに示されている。この中性子束レベルにおいて特徴的なこととして：(i) $T_c = 80$ hr の場合に(B)の部分がなくなり(A), (C)のみの組合せから成る。単一バースト形の運転が最適炉停止になっている。(ii) $T_c = 180$ hr でも ^{149}Sm の増大量が少ないため(B)の部分はやはり現われず、先に予想した通り、代りに特異制御部が構成要素となり、運転パターンとしては(B)に類似した中間出力部(B')が最適解に入ってくる。の2点があげられる。この違いを別にすれば Fig. 17 ～ 20 の結果は(i)～(iv)に述べた特徴を良く裏付けており、解パターン変化の直観的把握に適当である。

なお、この離散化問題に対しての解の、精度を知るため、Table-3 に示した問題(i)に対する解に対応する T_c 値を用いて、問題(ii)を解いたが、その時の S_f 値は S_R 値と有効数字4ケタ目迄完全に一致した。このことは、離散化近似と統計的探索法の精度の良さを示しているが同時に問題そのものの低感度性にも依ると考えられるので、一般性ある結論を得るために更に解析、経験を蓄積する必要があると考えている。

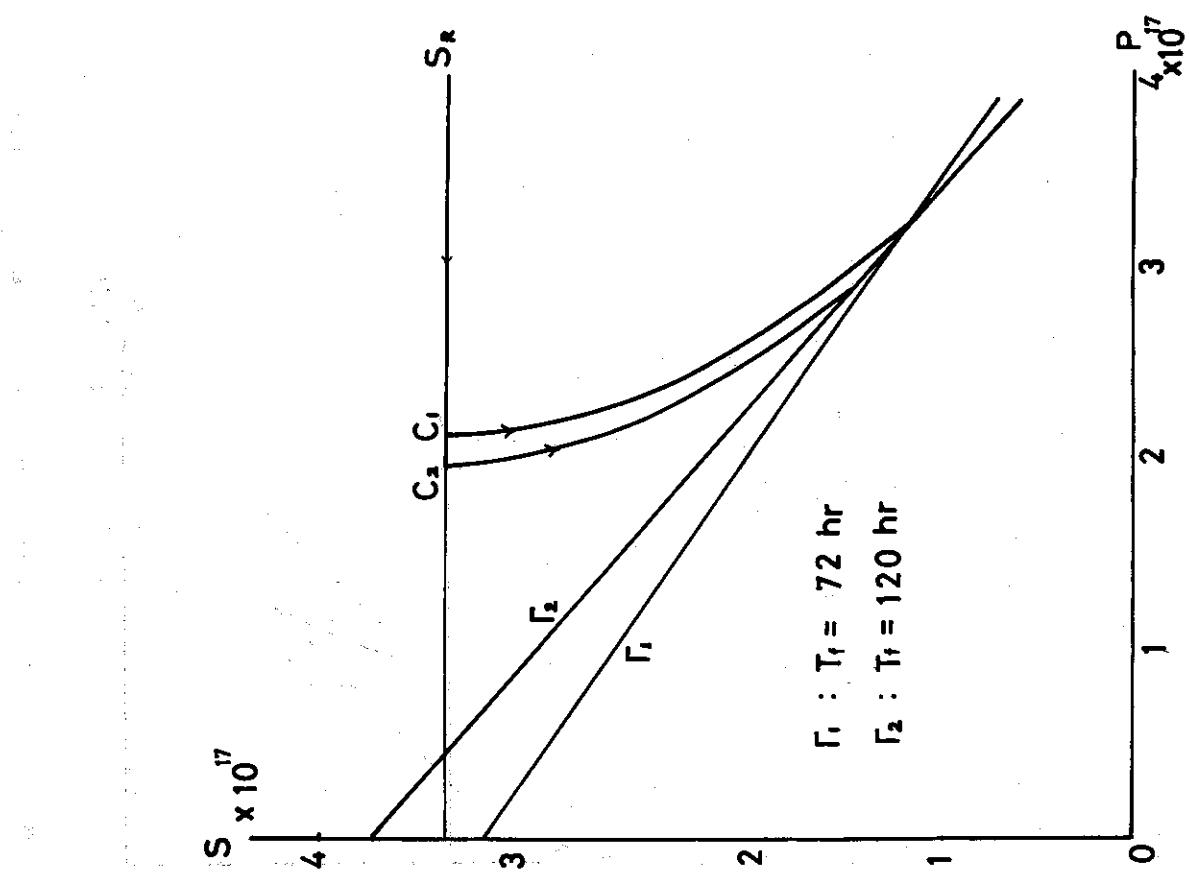


Fig. 16. Geometrical representation of target curves and full-power trajectories.

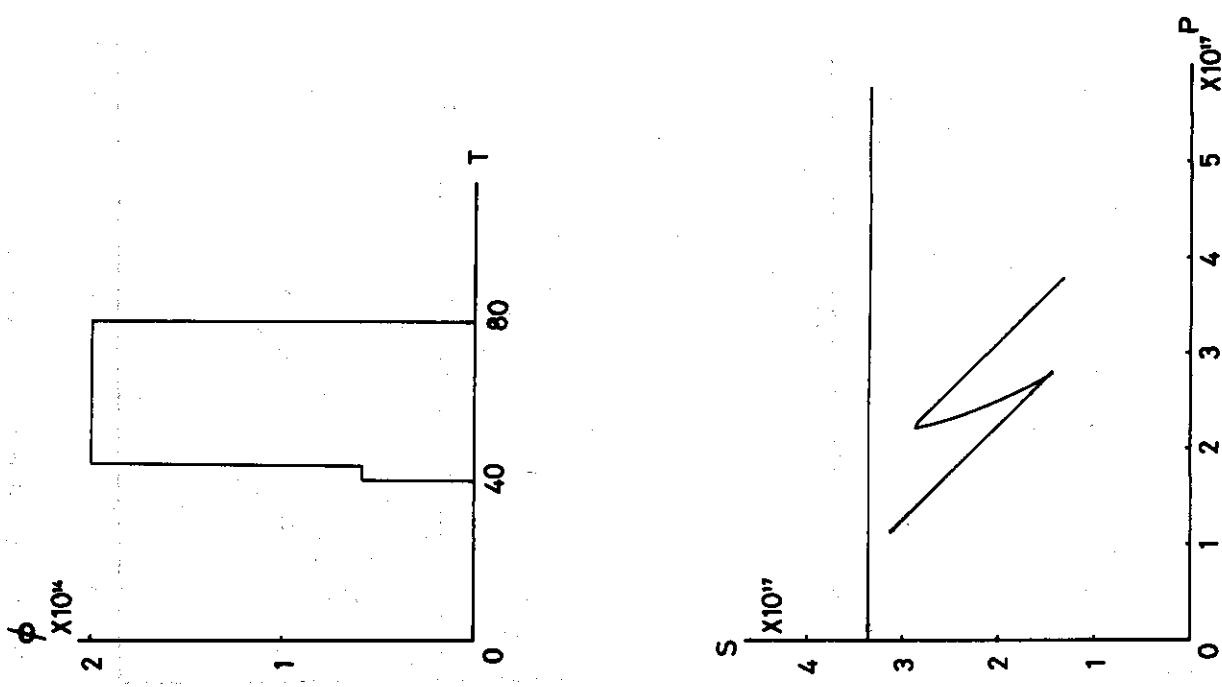
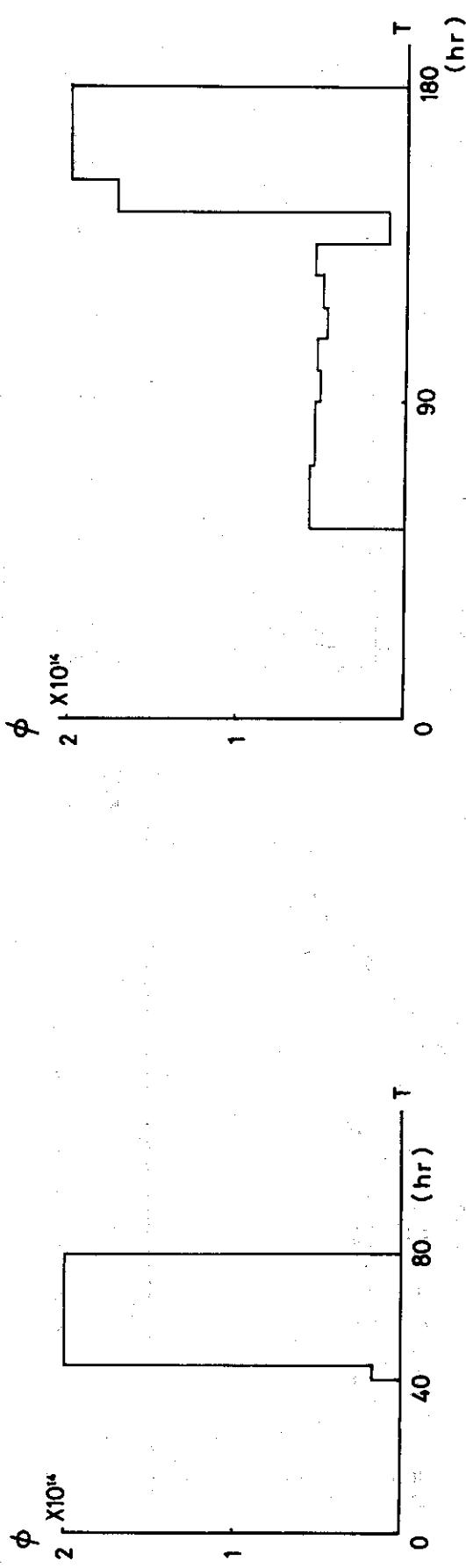
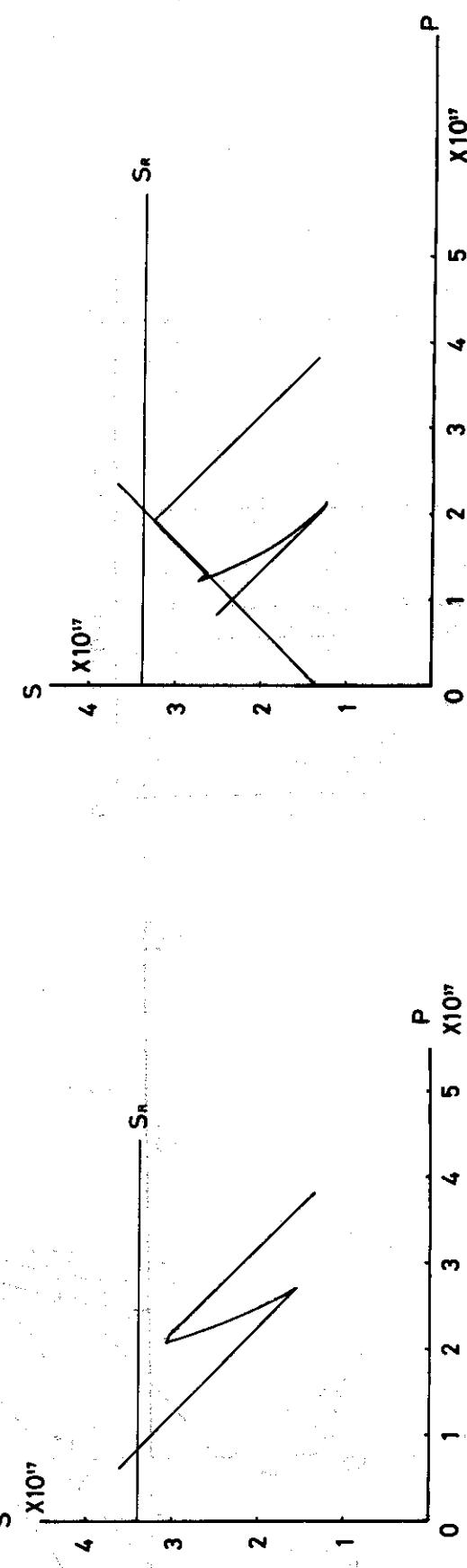


Fig. 17. Optimal shutdown program for case-3 ($T_c = 80$, $T_f = 72$ (hr)).

Fig. 18. Optimal shutdown program for case-3 ($T_c : 80$, $T_f : 120$ (hr)).Fig. 19. Optimal shutdown program for case-3 ($T_c : 180$, $T_f : 72$ (hr)).

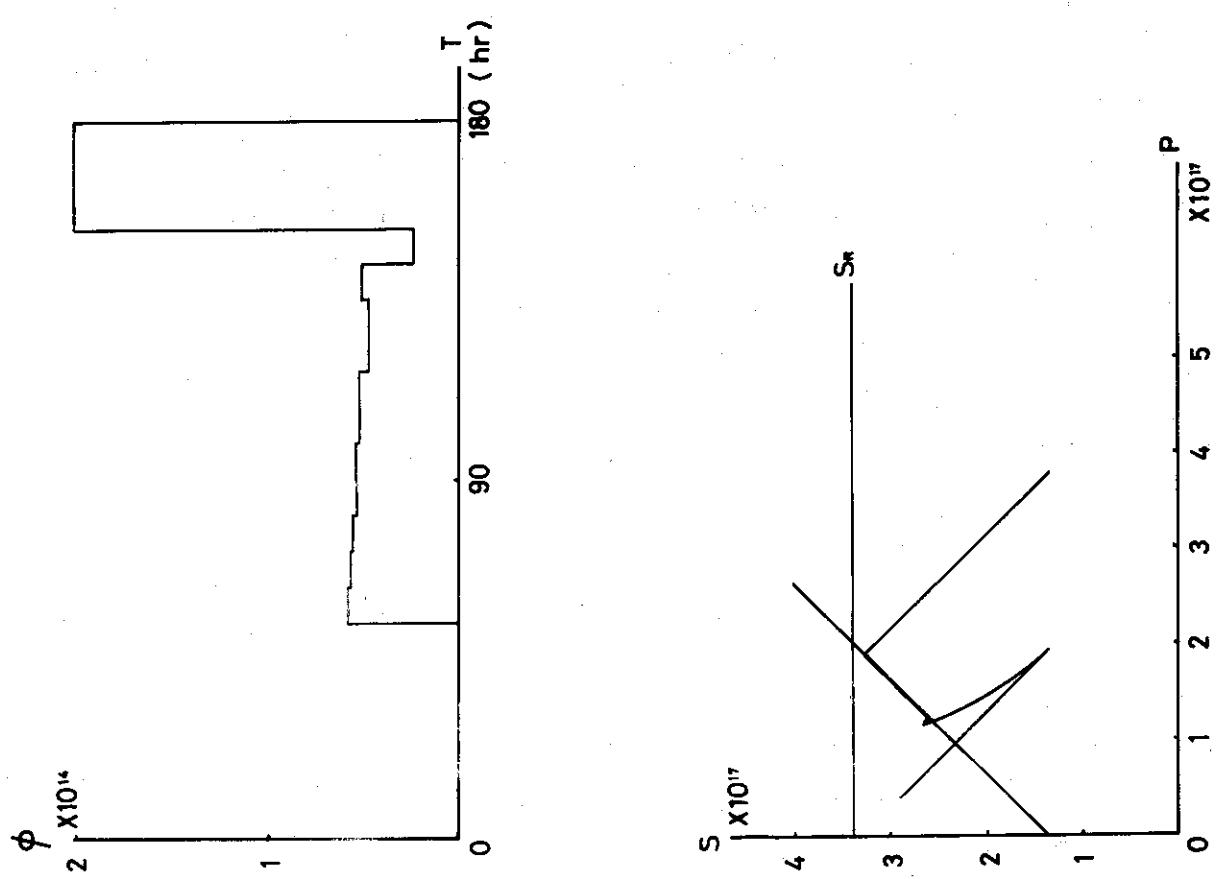


Fig. 20. Optimal shutdown program for case-3 ($T_c : 180$, $T_f : 120$ (hr)).

5. 檢討

5.1 最適化の実効度

サマリウム毒作用を最小化する最適炉停止プログラムの形について前章に述べたが、そのような炉停止を行なうことによる評価関数値の減少の程度について以下に検討する。最適炉停止時の出力変動パターンは、必らずしも単純な形ではなく、炉運転者の負担の増大、原子炉稼働率の低下などのマイナス面を伴うことは避けえない。

このような犠牲をはらう以上、それによって評価関数値がどの程度改良されるかという点について調べておくことは、この炉停止法の採否の決定、あるいは、より実際的意味のある原子炉最適制御問題の再設定の必要性の判定、等と関連して重要である。最適炉停止を行なった時の評価関数値 S_{opt} と、制御なしで直ちに炉出力を零にした場合の評価関数値 S_{direct} との比を制御時間 T_c と、最大中性子束値 ϕ_{max} を変えて計算し、評価時間 $T_f = 72\text{ (hr)}, 120\text{ (hr)}$ に対して、それぞれ Table - 4, 5 にまとめて示した。同じ ϕ_{max} に対しては T_c が大である方が改良程度が良いのは物理的に当然といえる。また、同じ T_c に対しては ϕ_{max} が大である方が最適化の効果が著しいが、これは、むしろ制御をしなかった場合の評価関数値の増大によるものである。ここに示されるような改良程度を以て、良しとするか否かの決定は、本研究とは若干異なった立場からなされることであり、ここでは、その決定のための資料を提示するに止めた。なお、この点に関連して、探索の初期推定解における評価関数値 S_{ig} と S_{opt} の比を Table - 6, 7 に示した。初期推定解としては最大出力の 30 % での一定出力運転という、ごく単純な形を採用している。このような簡単な炉停止法を用いても多くの場合に S_{opt} に近い S_{ig} の値を得ることができ、特に T_c が小さな場合には S_{ig} は S_{opt} の 10 ~ 20 % 程度大であるにすぎない。この 30 % 出力という値は“最良”の値として選んだわけではなく、この値を適正に変えることで、より良い S_{ig} 値を実現できる余地が残されている。さらに、出力レベル変更を、このように一回だけと限定せず、たとえば 2 ~ 3 回の切りかえを許すとすれば、より S_{opt} に近い評価関数値を得ることももちろん可能である。実際の最適炉停止問題の設定に際しては、このような面からの考慮もなされることが望ましいと考える。

5.2 解探索手法に関する検討

本研究における最適化計算は § 4 に述べたようにすべて統計的探索法により行なった。この方法の有効性については既にいくつかの問題に適用して確認済みであるが、本研究ではさらに、通常用いられる確定論的な非線形最適化技法との比較を試みた。確定論的手法としては、問題の性質上、評価関数 Q の偏微分を用いない方法が望ましいため、Powell のアルゴリズムを用いた。⁸⁾

この方法の基本的探索論理を簡単に記す。

まず最初に、 n 個の独立なベクトル d_1, d_2, \dots, d_n をとる。次いで、初期推定解 $X^{(0)}$ に對し

(i) $Q(X^{(0)} + \lambda d_n)$ を最小にするように $\lambda = \lambda_0$ を定め $X^{(1)} = X^{(0)} + \lambda_0 d_n$ とする。

Table-4 Effectiveness of optimization (T_f : 72 hr)

Sopt/Sdirect

$T_c \backslash \phi$	2	4	6	8	10
180	0.691	0.529	0.455	0.411	0.386
160	0.717	0.561	0.491	0.450	0.423
140	0.747	0.598	0.530	0.491	0.467
120	0.781	0.693	0.578	0.540	0.521
100	0.820	0.647	0.633	0.598	0.582
80	0.865	0.752	0.696	0.665	0.650

Table-5 Effectiveness of optimization (T_f : 120 hr)

Sopt/Sdirect

$T_c \backslash \phi$	2	4	6	8	10
180	0.685	0.525	0.436	0.400	0.373
160	0.712	0.558	0.473	0.436	0.412
140	0.743	0.598	0.513	0.479	0.456
120	0.779	0.643	0.564	0.529	0.509
100	0.819	0.696	0.616	0.590	0.566
80	0.866	0.758	0.680	0.652	0.636

Table-6 Effect of power decrease on buildup of Sm-149 (T_f : 72 hr)

Sig/Sopt

$T_c \backslash \phi$	2	4	6	8	10	$\times 10^4$
180	1.152	1.168	1.421	1.202	1.582	
160	1.145	1.173	1.356	1.164	1.484	
140	1.139	1.179	1.300	1.147	1.411	
120	1.132	1.184	1.244	1.134	1.299	
100	1.121	1.183	1.200	1.126	1.225	
80	1.107	1.186	1.127	1.129	1.169	

Table-7 Effect of power decrease on buildup of Sm-149 (T_f : 120 hr)

Sig/Sopt

$T_c \backslash \phi$	2	4	6	8	10	$\times 10^4$
180	1.137	1.126	1.440	1.173	1.606	
160	1.127	1.125	1.365	1.140	1.492	
140	1.118	1.126	1.303	1.113	1.396	
120	1.109	1.130	1.237	1.094	1.302	
100	1.099	1.132	1.193	1.079	1.233	
80	1.085	1.131	1.151	1.088	1.168	

(II) $i = 1, 2, \dots, n$ について $Q(X^{(i)} + \lambda d_i)$ を最小にするように $\lambda = \lambda_i$ を定めて
 $X^{(i+1)} = X^{(i)} + \lambda_i d_i$ とする。

(III) $d_i = d_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$ とする。

(IV) $d_n = X^{(n+1)} - X^{(0)}, X^{(0)} = X^{(n+1)}$ とおく。

(V) (I)へ戻り、以下をくり返す。

この手続きをくり返し、 Q の値が改良出来なくなった段階で探索を打切り、この最終の Q を最適値とする。

この方法は、共役傾斜（Conjugate-Gradient）法、別名PARTAN法と呼ばれ、Fletcher-Powellの方法、Davidon の方法などの、偏微分を利用する最適化法と同程度の効率が原理的には期待できる。この方法と、統計的探索法とを用い、同一の問題を初期推定解のみを変えて解いた結果を、Table-8 に示す。ただし、初期推定解は、最大出力の 25 %から 70 %までの間で 6 段階選び、各場合に得られた評価関数の最終値の内で最良のもの、および 6 個の最終値を平均した値を、対応する試行数（評価関数の計算回数）とともに示した。統計的探索法では、すべての場合に、同一の最終値が得られるため、平均値と最良値が一致している。これに対し Powell 法では、いずれも統計的探索法より劣る値になっている上に、最終値のはらつきが多いため最良値と平均値が、はっきりと異なり、最終解が初期推定解に強く影響されていることが知られた。収束までの必要試行数は、統計的探索法において多いが、変数の数を 20 から 30 に増した時の試行数増加程度は、Powell 法において、はるかに大である。これらの結果にみられる傾向は、確定論的最適化法と、ランダム性を含んだ最適化法との特性の差異について従来知られている傾向と合致している。

Table-8 における評価関数値の違いは、工学的には無視しうる程度に小さいともいえよう。しかしながら、数学的に規定された対象についての最適解探索の精度という観点からは、この差異は無視しえないものである。Fig. 21 に、各方法で得られた解パターンを示した。Powell 法によって得られた解の中の最良のもの (Fig. 21.b) では、評価関数値は、統計的探索法によるものより 0.3 %多いにすぎないが、Fig. 21.a と比較して、零出力運転、最大出力運転に対応する部分の収束の不完全さが明らかに認められる。他の場合は、更に収束が不完全な状態で探索過程が終了している。

本節に述べた諸結果は、大規模、非線形システムのための最適化手法として、ランダム性を含むものを採用することの必要性を示唆するものと考えてよいであろう。

Table-8 Efficiency of Random Reward and Powell algorithm for seeking optimum

	Random Reward				Powell			
	Best		Average		Best		Average	
	Q_p	M_f	Q_p	M_f	Q_p	M_f	Q_p	M_f
$N = 20$	0.4225×10^{18}	8.00×10^3	0.4225×10^{18}	8.30×10^3	0.4238×10^{18}	1.20×10^3	0.4243×10^{18}	1.50×10^3
$N = 30$	0.4225×10^{18}	1.10×10^4	0.4225×10^{18}	1.15×10^4	0.4231×10^{18}	6.70×10^3	0.4240×10^{18}	4.60×10^3

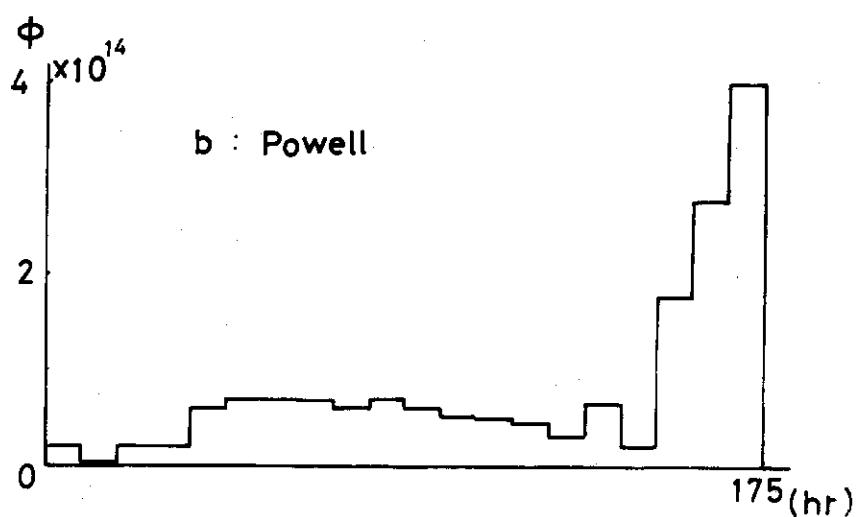
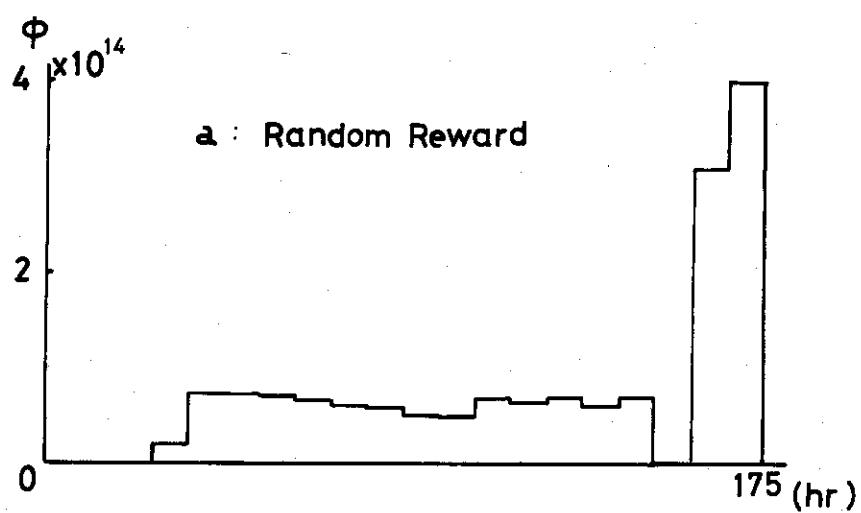


Fig. 21. Comparison of optimal flux programs obtained by Random Reward algorithm and Powell algorithm.

6. 結 論

高中性子束熱中性子炉の炉停止最適化問題を扱うための基礎として、簡略化したサマリウム毒作用最適制御問題についての考察を行った。求解手法としては、今後問題をより現実的なものに発展させた場合の適用性を考へて、非確定論的な手法である統計的探索法を用いた。

この方法を、時間的に離散化された問題に適用することにより、実用的な計算量と精度の範囲内で最適炉停止プログラムが求められ、制御時間、毒作用評価時間などの、問題設定パラメータが、最適解パターンに及ぼす影響を知ることができた。得られた最適炉停止プログラムの構成は、時間的に連続な形の問題に最大原理を適用して解析的に導かれた解の構成と定性的に一致し、最適な評価関数値も有効数字4桁目まで一致している。

最適化による評価関数改良を調べた結果から、最適化が有効であるためには、通常、100時間以上にわたる炉停止運転が必要であることが知られた。たとえば、定常中性子束が 10^{15} ($n/cm^2 \cdot sec$) の炉で、180時間の炉停止プログラムを実行することにより、サマリウム濃度は、制御終了後72時間から120時間において、直接炉停止を行った場合の36～38%であるが、80時間の炉停止プログラムでは、この値は63～65%になってしまふ。(ただし、最大濃度制約は、平衡値の2.5倍としている。)これらの結果は、現実的に意味のある最適炉停止問題を先驗的に設定することの困難を示すと同時に、場合によっては定常運転と炉停止運転を総合した、運転計画の最適化としての問題把握が必要となることを示唆するものである。

本研究で行った最適解探索経験を通じて、統計的探索法は、原子炉最適制御問題に止まらず、より広汎な、原子炉システムに関する最適化問題の求解手段としても有效地に用いうるという見通しを得ることができた。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、東北大学工学部 梶山一典教授より頂いた御助力に深く感謝する。また、原子炉制御研究室の皆様に種々御援助を受けた。心から御礼申し上げる次第である。

参 考 文 献

1. M.Ash ; Optimal Shutdown Control of Nuclear Reactors, Academic Press, New York. (1966)
2. Y.Shinohara and J.Valat ; Optimization of Xenon Poisoning by Minimization of the Xenon Peak, Compt Rend., vol.259, pp.1623-1626, (1964)
3. J.J.Roberts and H.P.Smith, Jr. ; Time Optimal Solutions to the Reactivity-Xenon Shutdown Problems, N.S.E., vol.22, pp.470-478, (1965)
4. S.Salo ; On the Use of Maximum Principle in Optimal Xenon Shutdown Problems, N.S.E., vol.50, pp.46-52, (1973)
5. L.S.Pontryagin, V.G.Boltyanskii, R.V.Gamkrelidze, and E.F.Mischenko

JAERI-M 5664

- ; The Mathematical Theory of Optimal Processes, Interscience Publishers
, (1962)
6. R.Bellman and S.E.Dreyfus ; Applied Dynamic Programming, Princeton
Univ.Press, (1962)
7. 北村正晴, 篠原慶邦 ; 統計的探索法による原子炉システム最適化, JAERI-M 5131,
(1973)
8. J.Kowalik and M.R.Osborne ; Methods for Unconstrained Optimization
Problems, American Elsevier, (1968)