

JAERI-M

5712

統計的探索法によるゼノン・サマリウム
最適制御問題の解析

1974年5月

北村 正晴* 篠原 慶邦

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

統計的探索法によるゼノン・サマリウム最適制御問題の解析

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

北村正晴 * , 篠原慶邦

(1974 年 5 月 8 日受理)

高中性子束の熱中性子炉の炉停止運転に関連して生ずる最適化問題を統計的探索法を応用して数値的に解析している。原子炉の動特性モデルはゼノン毒作用ならびにサマリウム毒作用にもとづく反応度効果および温度効果を含んでいる。

最適化の数値結果ならびに応用した探索法の収束性についての議論がなされている。

JAERI-M 5712

Study of the Optimal Xenon-Samarium Control Problem
by a Statistical Search Method

Masaharu KITAMURA* and Yoshikuni SHINOHARA

Div. of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received May 8, 1974)

The optimal control problem in shutdown of a high flux thermal reactor is studied by means of the statistical search method. The reactor dynamics model involves reactivity effect due to xenon and samarium poisoning and temperature reactivity effect.

The numerical results thus obtained and the convergence property of the search method are also described.

* Cooperative research staff; Department of Nuclear Engineering,
Tohoku University

目 次

1. 緒 言	1
2. 系の記述と問題の設定	2
3. 最適解決定法	13
4. 解析結果	16
5. 結果に関する考察	28
6. 結 言	35
謝 辞	35
参考文献	35

1. 緒 言

熱中性子束炉における炉停止最適化問題としては、これまでに ^{135}Xe に着目した研究が多くなってきた。

この問題に対しては、ポントリヤーギンの最大原理⁽¹⁾に基づく解析が効果的であり、比較的簡単に炉停止プログラムを構成することができる。^{(2)~(4)} しかしながら定常中性子束レベルの高い炉の停止に際しては、 ^{141}Sm による毒作用の寄与も増大する。特に、炉停止後ある程度長時間おいて、炉を再起動するような場合には ^{135}Xe よりむしろ ^{149}Sm の毒作用の方が支配的になるような事態も考えられるが、このような事態の生じる条件（あるいは逆に、 ^{149}Sm の効果が無視可能であるための条件）は、単に定常時の中性子束レベルや反応度余裕にだけ依存するのではなく、炉停止プログラム—それが、いかなる規範から導かれたにせよ——の形にも依存することは明らかである。このように、最適化問題の設定と、複数個のダイナミカル・プロセスの内で支配的になるプロセスとが相互に密接な関連をもつ場合において最適化問題設定を先駆的に行なってしまうことには疑問がある。関連したダイナミカル・プロセス全体に着目した、一般性ある最適化規範に対しての最適化問題を、たとえ近似的にもせよ解いた後で始めて、妥当性をもった問題の簡略化がなされるべきであろう。炉停止問題においても、 ^{135}Xe と ^{141}Sm の両方を含んだ毒作用プロセスをとりあげ、最適化規範、制約条件、その他の問題の基本的性質に影響を及ぼす諸条件を、なるべく一般性のある形に設定するか、物理的・工学的に有意味な範囲で変化させて、最適炉停止プログラムと最適化の結果についての基礎的な情報を得た後で、その知識に基づいて個々の具体的な場合における最適化問題の再設定を行うことがより望ましいと考える。

この観点から、本研究では、炉停止最適化問題として、 ^{135}Xe と ^{149}Sm の毒作用の和を、炉停止後の指定された時刻において最小化する問題を考え、さらに、この種の問題では分離されてきた温度による反応度変化の効果も考慮に入れて考察を行った。このような、一般化された炉停止問題において、最大原理等による解析的なアプローチは極めて困難であり、また、これに代って数値的な最適化技法による求解を行うにしても、所要計算量は膨大なものになると予想される。筆者らは、これまでにいくつかの最適化問題を統計的探索法を用いて解いた経験から^{(5), (6)}、本問題においても、この方法によれば、実用的な計算量の範囲で比較的良好い精度での最適解決定をなしうると考え、これを採用して解析を行った。得られた結果について以下に報告する。

2. 系の記述と問題の設定

2.1 数学的定式化

^{135}Xe と ^{149}Sm の濃度の時間的なふるまいは、一点近似炉において、以下の微分方程式の組で表現されると仮定する。

$$\dot{I} = \gamma_I \sum_f \phi_f - \lambda_I I \quad (1)$$

$$\dot{X} = \gamma_X \sum_f \phi_f + \lambda_I I - \lambda_X X - \sigma_X \phi X \quad (2)$$

$$\dot{P} = \gamma_P \sum_f \phi_f - \lambda_P P \quad (3)$$

$$\dot{S} = \lambda_P P - \sigma_S \phi S \quad (4)$$

ここで、 I , X , P , S はそれぞれ ^{135}I , ^{135}Xe , ^{149}Pm , ^{149}Sm の濃度である。 γ は核分裂当りの収量、 σ は中性子吸収断面積、 λ は崩壊定数であり、添字の I , X , P , S がそれぞれ対応する同位元素を表す。

原子炉が十分に長い時間、一定の中性子束レベル ϕ_e に保たれる時は、各同位元素は次式で表わされる平衡値に達しているとみなしてよい。

$$I_{eq} = \gamma_I \sum_f \phi_e / \lambda_I \quad (5)$$

$$X_{eq} = (\gamma_I + \gamma_X) \sum_f \phi_e / (\sigma_X \phi_e + \lambda_X) \quad (6)$$

$$P_{eq} = \gamma_P \sum_f \phi_e / \lambda_P \quad (7)$$

$$S_{eq} = \gamma_P \sum_f \phi_e / \sigma_S \quad (8)$$

炉停止問題においては、式(1)～(4)で表わされる系の初期条件として、これらの平衡値を考えてよい。炉の出力を定常値から、零まで瞬間に下げる事ができたと仮定すると、この時、各同位元素の濃度は次式にしたがって変化する。

$$I(t) = I_{eq} e^{-\lambda_P t} \quad (9)$$

$$X(t) = -\alpha I_{eq} e^{-\lambda_I t} + (X_{eq} + \alpha I_{eq}) e^{-\lambda_X t} \quad (10)$$

$$\text{ただし } \alpha = \lambda_P / (\lambda_I - \lambda_X)$$

$$P(t) = P_{eq} e^{-\lambda_P t} \quad (11)$$

$$S(t) = S_{eq} + P_{eq} (1 - e^{-\lambda_P t}) \quad (12)$$

式(11), (12)は、時間の経過につれ ^{149}Sm が毒作用反応度中で占める割合が増大することを示している。

毒作用反応度 ρ_p を上式につき Table-1 の定数を用いて計算した結果を Fig. 1 に示しておく。ただし ρ_p は次式のように書けると仮定した。

$$\rho_p(t) = (X(t) + w_1 S(t)) / X_{eq} \quad (13)$$

λ_x	2.00×10^{-3}
λ_z	2.10×10^{-3}
γ_z	5.60×10^{-2}
γ_x	3.00×10^{-3}
σ_x	3.50×10^{-18}
λ_p	3.56×10^{-6}
Σ_f	6.05×10^{-1}
γ_p	1.12×10^{-2}
σ_p	5.00×10^{-20}

Table-1 Parameters employed in the calculations

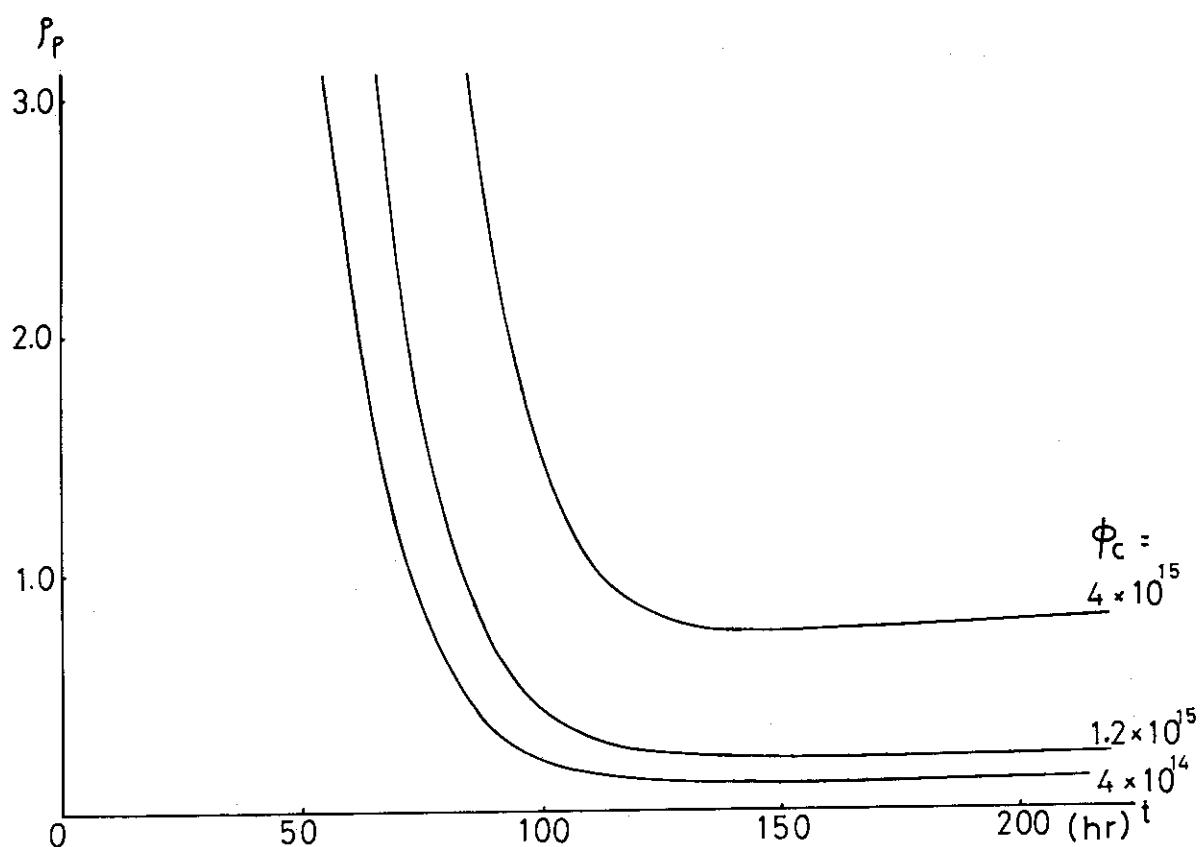


Fig.1 Variation of poison reactivity after shutdown.

w_1 は ^{149}Sm の量を等価な ^{135}Xe に換算する係数であり、ここでは簡単に (σ_s/σ_x) を用いた。

最適化の目的量、すなわち評価関数としては、場合により種々のものが提示されうるであろうが、ここでは 1.に述べたような趣旨に基づき、炉停止終了後、時間 t_f 経過した時点での毒物反応度を考えることにした。すなわち、評価関数として

$$J = X(t) + w_1 S(t) \quad |_{t=t_f+t_c} \quad (14)$$

あるいは 式(13)と同様の規格化をおこなって

$$\tilde{J} = \rho_p(t) \quad |_{t=t_f+t_c} = (X(t) + w_1 S(t)) / X_{eq} \quad |_{t=t_f+t_c} \quad (14')$$

を考える。ただし t_c は制御時間である。 t_f を以下では評価時間と呼ぶことにする。 J を最小化するための操作量としては、通常の ^{135}Xe のみに着目した炉停止問題におけると同様に、中性子束 $\phi(t)$ を用いた。 J の最小化は、 t_f が充分大ならば $S(t_c+t_f)$ の最小化に殆ど一致し、逆にこれが充分小である場合には $X(t_c+t_f)$ の最小化と一致することとは明らかであるが、このような場合をとりあげたとしても、毒物質の一方のみに着目した解析では不完全な結果しか得られない恐れがあることが、まさに本研究の動機である。

炉停止問題においては、毒物質濃度の制約値が、しばしば重要な意味をもつが、この制約値は本来は、炉の反応度余裕に対応して定められる量である。この反応度余裕については、炉の温度レベルも無視できない影響をもつゆえ、本研究では温度に比例した反応度フィードバック効果を仮定して解析を行うことにした。温度は、次式により中性子束レベルと結びつくものとする。

$$T = \epsilon \phi - k T \quad ; \quad T(0) = \epsilon \phi_{max} / K \quad (15)$$

温度 T については、任意の規格化が可能である。後では、必要に応じて次の規格化方程式

$$\tilde{T} = K \left(\frac{\phi}{\phi_{max}} \right) - K \tilde{T} \quad ; \quad \tilde{T}(0) = 1 \quad (16)$$

を用いる。これにより、ごく簡単な形ではあるが温度の反応度フィードバックを含んだ解析を行うことができる。以上のような条件下では、システムの状態は、 I, X, P, S, T なる 5 つの変数（状態変数）により表わされる。この状態空間内での、反応度余裕に対応する制約条件としては、次式を考える。

$$X + w_1 S + w_2 T \leq \beta (X + w_1 S + w_2 T) \quad |_{t=0} \quad (17)$$

$$\beta \geq 1 \quad , \quad 0 \leq t \leq t_c$$

ここで、 w_2 は、温度とゼノンの反応度フィードバック平衡値の比である。 $\beta = 1$ が反応度余裕の大きさを表わしており、 $\beta = 1$ のとき反応度余裕が全くないことになる。操作量 ϕ については、制約条件

$$0 < \phi \leq \phi_{max} \quad (18)$$

が満たされねばならない。

これらの仮定の下で、一般化最適炉停止問題は、システム方程式(1)～(4)および(15)で表わされる系について、与えられた制御時間 t_c の間に、制約式(17), (18)を満しつつ、評価関数(14)を最小

にするような最適制御 $\phi^*(t)$ ($0 \leq t \leq t_c$) を見出す問題として定義される。実際の計算においては、(I ・ X)に関する式を X_{eq} 、(P ・ S)に関する式は S_{eq} の単位に規格化し、出力 ϕ_{max} で規格化しておくのが便利である。(Tについての式は、前述のように、既に規格化されている*)。規格化されたシステム方程式は、各状態変数の規格化量を記号~で表わすと

$$\dot{\tilde{I}} = (\bar{\sigma}_x + \lambda_x) \tilde{\phi} / (1 + r_x / r_I) - \lambda_I \tilde{I} \quad (19)$$

$$\dot{\tilde{X}} = (\bar{\sigma}_x + \lambda_x) \tilde{\phi} / (1 + r_I / r_x) + \lambda_I \tilde{I} - \lambda_x \tilde{X} - \bar{\sigma}_x \tilde{\phi} \tilde{X} \quad (20)$$

$$\dot{\tilde{P}} = \bar{\sigma}_s \tilde{\phi} - \lambda_p \tilde{P} \quad (21)$$

$$\dot{\tilde{S}} = \lambda_p \tilde{P} - \bar{\sigma}_s \tilde{\phi} \tilde{S} \quad (22)$$

と書かれる。ただし、ここで

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_x \phi_{max} \quad (23), \quad \bar{\sigma}_s = \sigma_s \phi_{max} \quad (24)$$

である。状態変数についての制約は形式的には不变で

$$\tilde{X} + \bar{w}_1 \tilde{S} + \bar{w}_2 \tilde{T} \leq \beta (\tilde{X} + \bar{w}_1 \tilde{S} + \bar{w}_2 \tilde{T}) \Big|_{t=0} \quad (25)$$

であるが、変換係数 w_1 は次のような \tilde{w}_1 となる。

$$\tilde{w}_1 = w_1 (S_{eq}/X_{eq}) = w_1 (\bar{\sigma}_x + \lambda_x) r_p / \sqrt{\bar{\sigma}_s r_I + r_x} \quad (26)$$

操作量についての制約は

$$0 \leq \tilde{\phi} \leq 1 \quad (27)$$

となる。規格化システムにおける評価関数としては既に述べた式(4')で与えられる \tilde{J} を用いれば良い。

2.2 予備的考察

一般化最適炉停止問題を解析するに先立ち、問題の性質についての見通しを得るために若干の予備計算を行った。問題の性質に最も支配的な影響をもつのはパラメータ t_f であると考えられる。 t_f が小であって、状態変数のうち X の評価関数值に対する寄与が圧倒的に大きいような場合、 t_c を ^{135}Xe の半減期に比して余りに大きく（たとえば半減期の 10 倍以上）となることは、一般には適切でない。また逆に、 t_f が大で、 ^{149}Sm が主として評価関数值を規定するような場合、 t_c をサマリウム動特性を規定する時間因子（ ^{149}Pm の半減期）に比べて、ある程度大きな値に選ばなければ、効果的な毒作用制御は期待できないであろう。議論の便宜上、以下では、 t_f 、 t_c が小である場合をゼノン形炉停止問題、逆の場合をサマリウム形炉停止問題と呼ぶことにする。各カテゴリーを明確に定義することは難しいが、 ^{135}Xe と ^{149}Pm の半減期を考えれば、 t_f 、 t_c とも 24 時間より大、100 時間より大であるような場合は、それぞれをゼノン形、サマリウム形炉停止問題と見なして差支えないと考えられる**。なお、 ϕ_{max} の値もパラメータとして重要なことは明らかであるが、この値が 10^{14} ($n/cm^2 \cdot sec$)

* ただし、この時は w_2 を $\tilde{w}_2 (= w_2 \epsilon \phi_{max} / k)$ におきかえる必要がある。

** この中間の時間領域については、解が求まった後で、与えられた問題がいずれのカテゴリーに属するかの判定がなされるべきである。

よりも小さいような場合、 ^{149}Sm の毒作用はごく小さいことが知られている。⁶⁾ それゆえ本報では、 ϕ_{\max} の値として、 $10^{14}(\text{n}/\text{cm}^2 \cdot \text{sec})$ 以上の範囲を考えることとした。ゼノン形、サマリウム形の炉停止問題各自について行った考察を以下に述べる。

2.2.1 ゼノン形炉停止問題

始めに、 ^{135}Xe だけに関する最適炉停止問題の解の例を Fig. 2 に示しておく。この解は、最短時間炉停止問題 ($J = t_c$; t_c 未定) に対し、ポントリヤーギンの最大原理を用いて得られたものであるが、本報におけるような評価関数に対しても解の基本的構造は同じになることが知られている。最適解に対応する炉停止プログラムは、図のように零出力運転、制約境界運転、最大出力運転の 3 つの部分から構成されるのが普通であるが、制約境界運転部がなくなる (one-burst 形炉停止)，あるいは特異制御部が入ってくる等の場合も起ることがある。 t_f, t_c の値が小で、かつ他の反応度 (この場合、サマリウムと温度によるもの) の寄与が、炉停止運転の実行中不变であるならば、2.1 のようなシステムを考えた際にも実質的にゼノンだけに関する最適解と一致した解が得られようが、Fig. 2 のような中性子束変化パターンにおいて、このようなこと (不变性) は考えられない。サマリウムと温度の変化が、大きく影響するのは零出力運転から制約境界運転に移行する時点であると考え、ゼノン形炉停止問題に対する一般化した扱いの必要性の目安をうるために、この時点での S と T の値を調べてみた。ゼノンだけに着目した時、零出力運転の終了時刻 t_z は、この時刻において X の値が βX_{eq} になっていることを考慮して、式 (10) より

$$-\alpha I_{eq} e^{-\lambda_I t_z} + (X_{eq} + \alpha I_{eq}) e^{-\lambda_X t_z} = \beta X_{eq} \quad (29)$$

を満すことが知られる。

この時刻 t_z (β, ϕ_{\max}) において

$$\tilde{X}(t_z) + \bar{w}_1 \tilde{S}(t_z) + w_2 \tilde{T}(t_z) \leq \beta (1 + \bar{w}_1 + \bar{w}_2)$$

あるいは、これを書きかえて

$$R_x \equiv [\bar{w}_1 \tilde{S}(t_z) + w_2 \tilde{T}(t_z)] / \beta (\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \leq 1 \quad (30)$$

であれば、炉は再起動可能であるとしてよい。 R_x の値が 1 に比して小さくなるにつれ、 ^{135}Xe だけに着目した炉停止プログラムは反応度余裕を残しそぎ、その意味では眞の“最適”炉停止プログラムからは離れていることになる。また $R_x > 1$ であれば、炉は再起動できないのであるから、ゼノンだけに着目した炉停止プログラムは全然実行できない。このように、 R_x はゼノン形炉停止問題における、一般化した解析必要性の (あるいは、ゼノンだけに着目する妥当性の)、一つの評価を与えるものである。もちろん、この R_x の値は β の値に依存するゆえ、この β の決め方は重要である。この節での議論は、 β の指定が、サマリウムと温度の反応度寄与が不变という仮定の下に、炉停止開始時の反応度余裕と平衡時のゼノン反応度から単純になされていることを前提としていることを再度記しておく。

Fig. 3 に、 t_z と β の関係をパラメータ ϕ_{\max} について示した。考へている ϕ_{\max} の範囲全体にわたり、 $\beta = 5$ としたとき $t_z \leq 2$ (hr), $\beta = 3$ とすれば、 $t_z \leq 1.2$ (hr) となつており、零出力運転期間は、通常、ゼノンについての炉停止問題で扱っているような、 $\phi_{\max} \leq 10^{14}$ の場合に比し、著しく短いことがわかる。Fig. 4~6 には、 t_z に対する R_x の値の変化を、やはり ϕ_{\max} をパラメータとして示した。ただし \bar{w}_2 については 0.5 と 0.25,

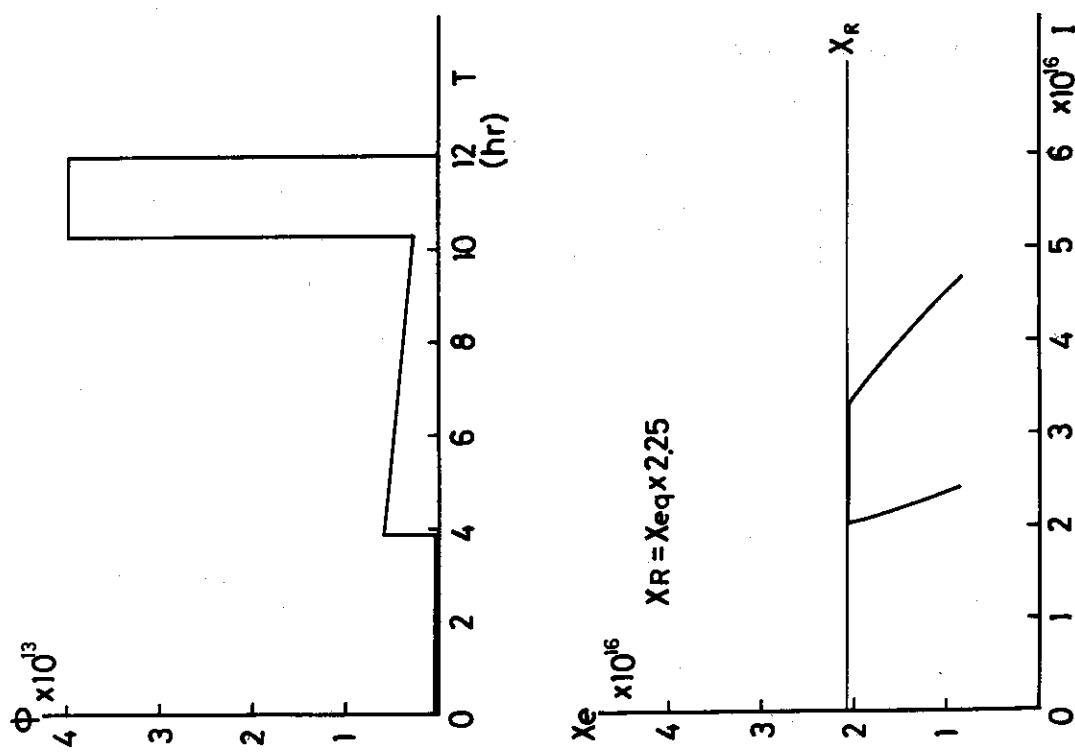


Fig. 2 Typical optimal shutdown program for Xe-control problem.

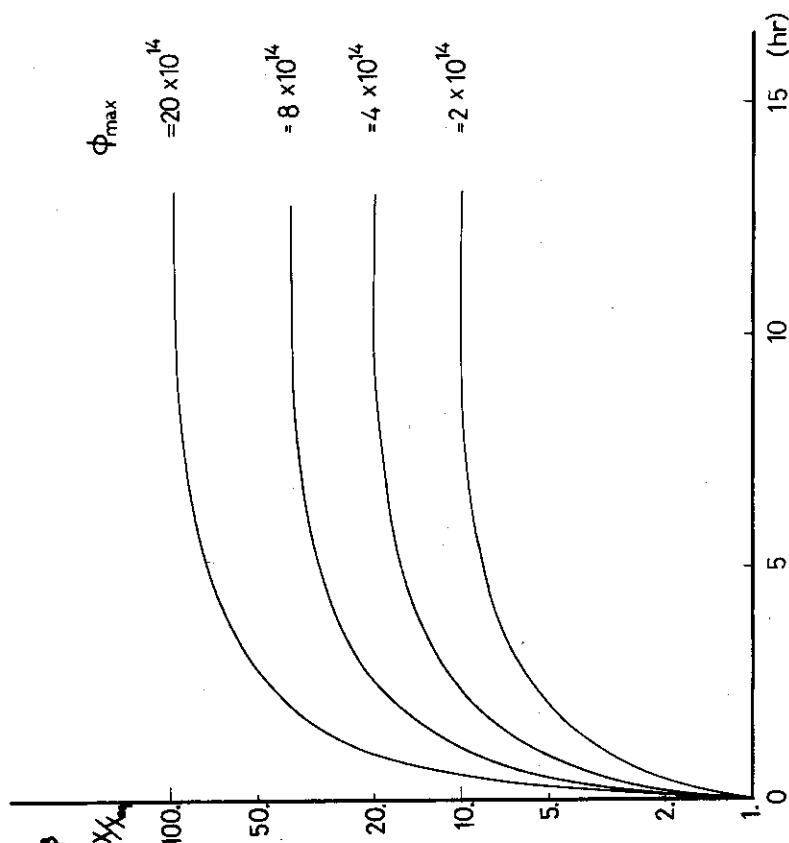


Fig. 3 Dependence of the zero-power period on reactivity constraint.

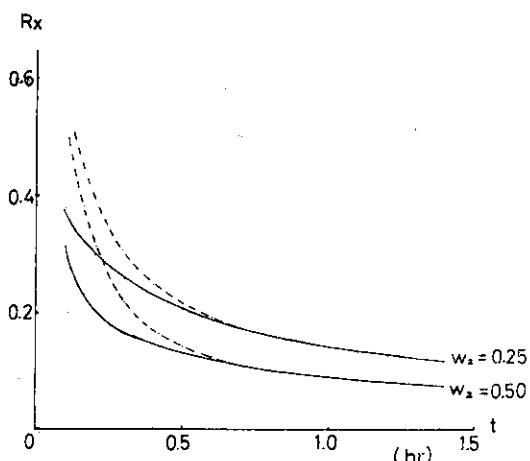


Fig.4 Variation of Rx after shutdown, $\Phi_{\max} = 2 \times 10^{14}$ (n/cm²sec),
----- : $\ln 2/\kappa = 1.0$, ——— : $\ln 2/\kappa = 0.25$.

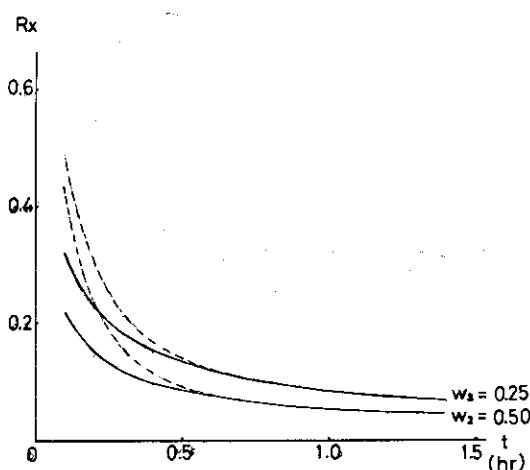


Fig.5 Variation of Rx after shutdown, $\Phi_{\max} = 4 \times 10^{14}$ (n/cm²sec),
----- : $\ln 2/\kappa = 1.0$, ——— : $\ln 2/\kappa = 0.25$.

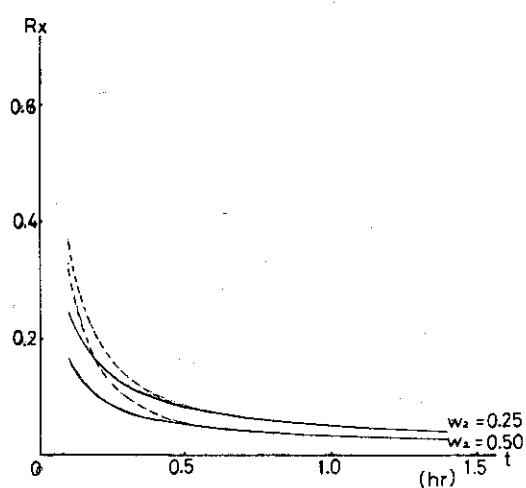


Fig.6 Variation of Rx after shutdown, $\Phi_{\max} = 8 \times 10^{14}$ (n/cm²sec),
----- : $\ln 2/\kappa = 1.0$, ——— : $\ln 2/\kappa = 0.25$.

k については、温度の半減期($\ln 2/k$)が 1.0 hr と 0.25 hr となるような値についての結果を推いたものである。いずれの場合においても、 R_x の値は、 $t = 0$ での値1から急速に減少し、着目時間領域では1をこえることはない。

温度半減期が短い場合、温度減少による反応度余裕の増加が速く、そのことが R_x 値の減少が速いことにあらわれている。同じ観点から、温度半減期が同じ値であれば w_2 が大である方がより速く R_x が減少していることも説明できる。これらの結果から、一般化した扱いの必要性に関して次のような見通しが得られた。

- (1) 扱ったパラメータ値の範囲では、サマリウム・温度の効果が変化しても、零出力運転から制約境界運転への移行は常に可能である。
- (2) ゼノンだけに着目した反応度制約は、温度低下の影響のために、実際には余裕を残したものになっている。この余裕は、制約境界運転開始時において特に大きいが、制約境界運転開始後は温度の上昇に伴い減少する。
- (3) ϕ_{max} が大で β 値が小さい場合、 X の値が βX_{eq} に近接する際(制約境界近傍)において、 X 値の増大速度は大であり、反応度余裕が多少残されていても、これが消費されるに要する時間はごく短いものとなる。

これらを総合すると、ゼノン形炉停止問題の解は、(t, ϕ)面上ではゼノンのみに着目した最適炉停止プログラムと殆ど変わらないと推測される。ただし(I, X)面の解軌道においては、前以って定めた X の最大値に沿う制約境界軌道の形に若干の変化があると考えられる。

もちろん、これらの考察は、零出力運転から制約境界運転への移行時点のみに着目してなされたものであり、上記推論は第一近似的なものにすぎない。この妥当性の確認のためにも一般化した炉停止問題の求解がなされることが必要なわけである。

2.2.2 サマリウム形炉停止問題

一般化最適炉停止問題で t_f を大きくした極限においては、 S の値のみが評価関数値に寄与することになる。

この場合と結びつけて考えるため、サマリウムのみに着目した最適炉停止問題の解の例を Fig. 7 に示す。解パターンは、零出力運転、制約境界運転、特異制御運転、最大出力運転から構成されることが知られており⁽⁷⁾、基本的構成はゼノン毒作用最適制御の場合に類似したものとなっている。ただし、ゼノン問題に比べると、特異制御部が解に含まれることが多いのが特色といえる。解パターンの各構成部分は、ゼノン問題の場合よりもはるかに長い継続時間をもつことは当然であろう。一般化した扱いの必要性に関して、2.2.1におけると同様、温度ならびにゼノンの効果を含めた時の、この炉停止プログラムの実行可能性を考えてみる。零出力部の終端に続く再起動時の反応度収支を考えるわけであるが、ゼノン毒作用がサマリウム毒作用に比べると、最大毒作用が大である一方、減衰速度も大であることに着目して、2.2.1とは異なった観点から以下の検討を行った。

サマリウム毒作用最小化のための炉停止法に関しては、これまでの解析から、次のような性質が知られている。

- (1) 運転時間 t_c が大であり、かつ反応度に余裕があれば、零出力運転から直ちに特異制御

運転への移行がなされる。

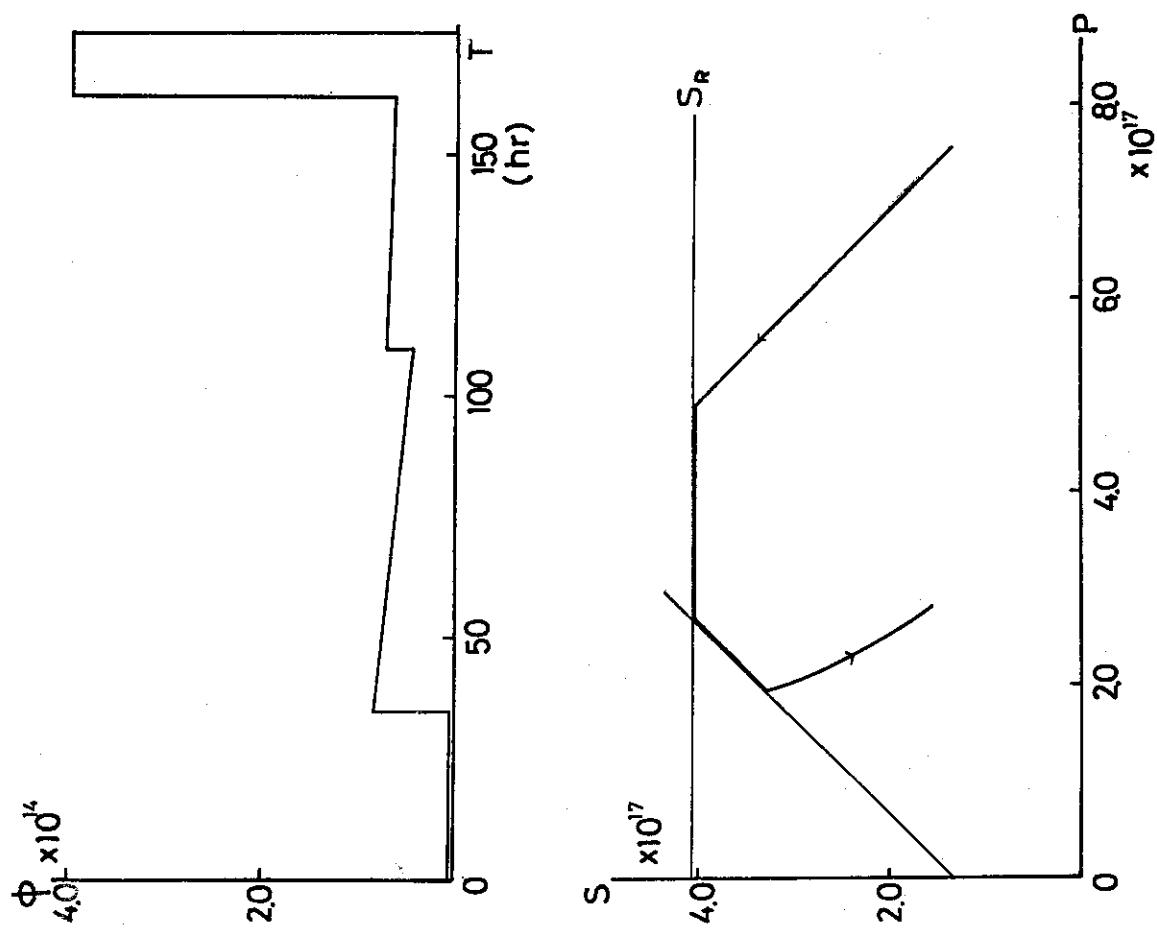
- (2) (P , S) 面上で, 特異制御に対応する軌道は, $S = P + S_{eq}$ なる直線となる。
- (3) 零出力運転に対応する軌道は, $S = S_{eq} + P_{eq} - P$ なる直線である。
- これらから直ちに, 零出力軌道と特異軌道との接合点は, (P , S) 面上で $(\frac{P_{eq}}{2}, \frac{P_{eq}}{2} + S_{eq})$ となることが知られる。したがってこの場合には, 零出力運転の継続時間は明らかに ^{149}Pm の半減期と一致し, 約 54.07 であることがわかる。この時点 ($t = t_{1/2}^p$) において, ゼノン, サマリウム, 温度による全反応度を考え, その平衡値との比を β_0 とする。

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{X(t) + w_1 S(t) + w_2 T(t)}{X_{eq} + w_1 S_{eq} + w_2} \Big|_{t=t_{1/2}^p} \\ &= \frac{\bar{X}(t) + \bar{w}_1 \bar{S}(t) + \bar{w}_2 \bar{T}(t)}{1 + \bar{w}_1 + \bar{w}_2} \Big|_{t=t_{1/2}^p}\end{aligned}\quad (31)$$

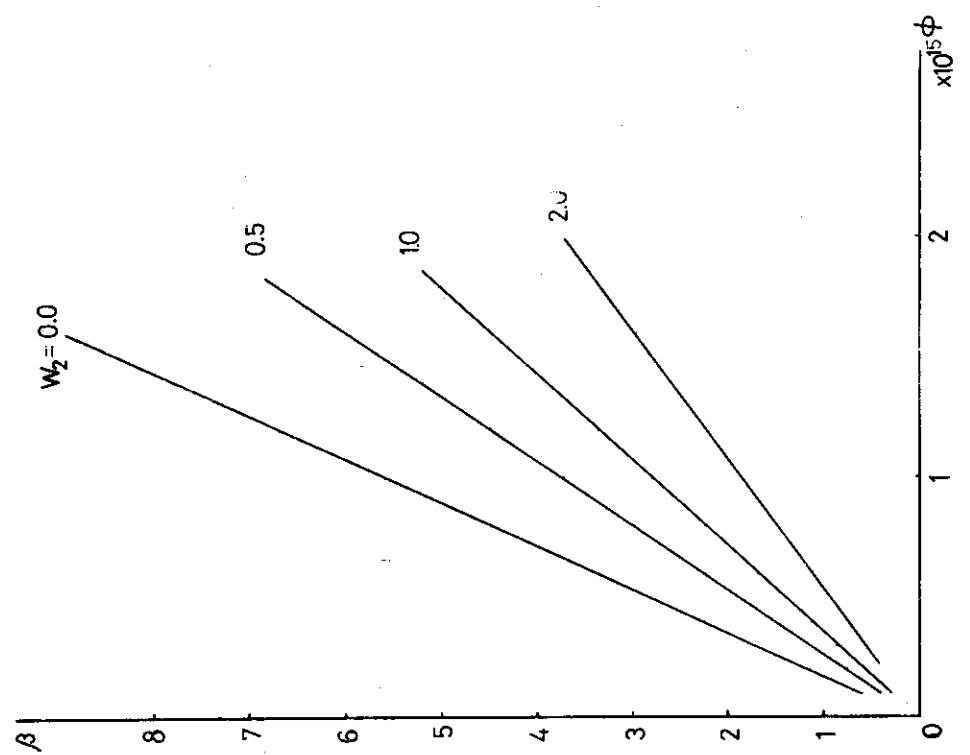
ここで $\beta_0 \leq 1$ は, この時点における毒物質および温度による反応度フィードバックの量が, 廉停止運転開始時より小さいことを意味する。それゆえ, このときは, 廉停止運転開始時に反応度余裕が全く残されていなかったとしても, 零出力運転から特異制御運転への移行が可能なわけである。

$\beta_0 > 1$ であると, 廉停止開始時の反応度が少なければ炉の再起動が難しい。毒物質および温度による反応度フィードバックが, 平衡値の β 倍迄増大することを許すような反応度余裕があったとすれば, $\beta \geq \beta_0$ のときには見かけ上制約がないような形で, 零出力運転から特異制御運転への移行をおこなうことが出来る。 $\beta < \beta_0$ の時には, これは不可能であり, 制約境界運転部を入れることが不可能となる。Fig. 8 に, ϕ_{max} と β_0 の関係を, \bar{w}_2 を変えて求めた結果を示した。 \bar{w}_2 は炉によって一定値が定まるゆえ, この図から, 見かけ上, 制約を無視できるために必要な, 廉停止開始時における反応度余裕を知ることができる。たとえば $\bar{F}_2 = 0.5$, $\phi_{max} = 4 \times 10^{14} (\text{n/cm}^2 \cdot \text{sec})$ の炉では $\beta_0 = 1.5$ であるから, 毒物および温度による反応度フィードバック量が平衡値の 1.5 倍まで増すことが許されるだけで, 反応度制約は無視して求めたサマリウム毒作用最小化の廉停止プログラムが実行可能である。この時の廉停止プログラムの形は, $\beta = 1.5$ としてサマリウムだけに着目して求めた廉停止プログラムの形とは全く異なったものであり, サマリウム形廉停止問題における一般化した扱いの必要性は明らかといえる。

以上の議論は, 物理的には, 零出力運転中においては炉は再起動できなくてもよいという前提を認めた場合の廉停止プログラムに關係したものとなっている。これと別に, 2.2.1 におけると同様, 廉停止運転中, 常時(それが零出力運転期間中でも), 再起動が可能であることを要求する立場からも一般化扱いの必要性は明白である。すなわち, 炉出力を最大値から零まで低下させた時, ゼノン濃度は極めて急速に増大し, 本報で考えている ϕ_{max} 値の領域では, 平衡時の反応度余裕は全く不定なものになると考えられる。それゆえ, ゼノンの増大を抑止するための制御部がどうしても必要になり, Fig. 7 のような形とは, かなり異なった廉停止プログラムが採用されねばならないことになる。



- 11 -



これらの考察は、 t_c が $t_{1/2}^p$ に比べて充分大きい場合に対して成り立つものであるが、 t_f が大である時は既述のように t_c も大きいことが要求されることを考えれば、この条件は通常、満たされると考えてよい。

本節の予備的考察の結果から、次章以下では主としてサマリウム形炉停止問題について検討していく。

3. 最適解決定法

3.1 システムの離散化近似

最適解決定には次節に述べる統計的探索法アルゴリズムを用いるが、このアルゴリズムの適用を容易にするため、システムを離散化近似し、問題を制約されたパラメータ空間における最適点探索問題として再定義する。

本問題における操作量は $\phi(t)$ ($0 \leq t \leq t_e$) であるが、時間領域 t_e を N 等分して時間巾 Δt の小区間に分け、各小区間内での $\phi(t)$ は一定とすると都合良い。

すなわち、 $\phi(t)$ に対して、一定時間毎にステップ状変化のみを許すこととする。この時、システム方程式 (16) および (19) ~ (22) は解析的に解けて、第 i 番目の小区間の終りにおける各状態変数値は、次の各漸化式を満すことが知られる。

$$\tilde{T}_i = \tilde{T}_{i-1} e^{-\lambda_I \Delta t} + \frac{(\bar{\sigma}_x + \lambda_x) \tilde{\phi}_i}{(1 + r_x / r_I)} (1 - e^{-\lambda_I \Delta t}) \quad (32)$$

$$\tilde{X}_i = A_i (\tilde{\phi}_i) + B_i (\tilde{\phi}_i) e^{-\lambda_I \Delta t} + C_i (\phi_i) e^{-(\lambda_x + \bar{\sigma}_x \tilde{\phi}_i) \Delta t} \quad (33)$$

$$A_i (\tilde{\phi}_i) = \frac{1 + \lambda_x / \bar{\sigma}_x}{1 + \lambda_x / \bar{\sigma}_x \tilde{\phi}_i} \quad (34)$$

$$B_i (\tilde{\phi}_i) = \frac{1}{(\lambda_x + \bar{\sigma}_x \tilde{\phi}_i - \lambda_I)} \left[\lambda_I \tilde{T}_i - \frac{(\lambda_x + \bar{\sigma}_x) \tilde{\phi}_i}{(1 + r_x / r_I)} \right] \quad (35)$$

$$C_i (\tilde{\phi}_i) = \tilde{X}_{i-1} - A_i (\tilde{\phi}_i) - B_i (\tilde{\phi}_i) \quad (36)$$

$$\tilde{P}_i = \tilde{P}_{i-1} e^{-\lambda_p \Delta t} + \frac{\bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i}{\lambda_p} (1 - e^{-\lambda_p \Delta t}) \quad (37)$$

$$\tilde{S}_i = \tilde{S}_{i-1} e^{-\bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i \Delta t} + (1 - e^{-\bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i \Delta t}) \quad (38)$$

$$+ \frac{(\lambda_p \tilde{P}_{i-1} - \bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i)}{(\bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i - \lambda_p)} (e^{-\lambda_p \Delta t} - e^{-\bar{\sigma}_s \tilde{\phi}_i \Delta t}) \quad (39)$$

$$\tilde{T}_i = \tilde{T}_{i-1} e^{-k \Delta t} + \tilde{\phi}_i (1 - e^{-k \Delta t}) \quad (40)$$

初期条件は、規格化条件と、式(5)~(8), (15)より

$$\tilde{T}_0 = \frac{T_{eq}}{X_{eq}} = \frac{\bar{\sigma}_x + \lambda_x}{\lambda_I (1 + r_x / r_I)} \quad (41)$$

$$\tilde{X}_0 = 1 \quad (42)$$

$$\tilde{P}_0 = -\frac{\bar{\sigma}_s}{\lambda_p} \quad (43)$$

$$\tilde{S}_n = 1 \quad (43)$$

$$\tilde{T}_n = 1 \quad (44)$$

をとれば良いことが知られる。

この漸化式は、各 Δt 中での状態変数挙動を解析的に解いて得たものであるゆえ、通常の時間差分近似による離散化よりも精度の良い近似となっており、 Δt の値がある程度以上小さければ元の時間連続系の解と本質的差異のない解を得ることが期待できる。

評価関数 \bar{J} の値は、 $i = N$ に対する状態変数値から

$$\begin{aligned} \bar{J} = & -\alpha \tilde{I}_N e^{-\lambda_1 t_f} + (\tilde{X}_N + \alpha \tilde{I}_N) e^{-\lambda_N t_f} \\ & + \{ \tilde{S}_N + \tilde{P}_N (1 - e^{-\lambda_N t_f}) \} \bar{w}_1 \end{aligned} \quad (45)$$

として求めることができる。したがって、状態変数についての制約条件を別に考えるとすれば、問題は、 N 次元パラメータ空間の超立方体 $0 \leq \tilde{\phi}_i \leq 1$ ($i = 1, 2, \dots, N$) の内部の領域で、評価関数(45)を最小化するという意味で最適な点 $\Phi^* = (\tilde{\phi}_1^*, \tilde{\phi}_2^*, \dots, \tilde{\phi}_N^*)$ を求める問題に帰着する。状態変数についての制約(25)については、これを操作量 $\tilde{\phi}_i$ に関する形で表現することが困難であるため、いわゆるペナルティ関数法を用い、制約条件の評価関数へのうめこみを計った。

式(25)を N ケの時間点における不等式制約の集合

$$g_i(\tilde{X}_i, \tilde{S}_i, \tilde{T}_i) \equiv \beta (1 + \bar{w}_1 + \bar{w}_2) - (\tilde{X}_i + \bar{w}_1 \tilde{S}_i + \bar{w}_2 \tilde{T}_i) \geq 0 \quad (46)$$

でおきかえる。さらに評価関数に次のような修正を施す。

$$\tilde{Q} = \tilde{J} + \sum_{i=1}^N M_i (1 - s g_i) |g_i| \quad (47)$$

ただし、 M_i は充分大きな正の値をとるものとする。

この修正をすることにより、制約を満さない状態点はたとえそれが、より小さい \bar{J} の値を与えるものであったとしても、不適当であるとして排除され、結果的に制約は満されることになる。

3.2 統計的探索アルゴリズム

このアルゴリズムについては既に報告したので、ここではその概要をごく簡単に記すに止め る。

探索の論理は、次式のように表現できる。

$$\Phi^i = \Phi_{\text{opt}}^{i-1} + \Delta \Phi^i \quad (48)$$

$$\Delta \Phi^i = \begin{cases} -\Delta \Phi^{i-1} & \text{if } \Delta Q^{i-1} \geq 0 \\ \pm \xi & \text{if } \Delta Q^{i-1} < 0 \end{cases} \quad (49)$$

ここで、 Φ_{opt}^{i-1} は($i-1$)番目迄の探索試行中の最良の点、 $\Delta \Phi^i$ は i 番目の探索のための試行ステップ、 Φ^i は i 番目の探索点である。 ξ は

$$= \underbrace{(\pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1)}_N$$

なる 2^N 個の移動許容方向ベクトルの集合からランダムに抽出された1つのベクトルを表わしている。このアルゴリズムでは、先行する試行で、より良い評価関数値が見出された場合（成功）、次の探索方向がランダムに決定され、先行する試行でそのような点が見出されなかつた場合（失敗）には、その探索の逆方向が探索される。変数の個数が大になると、この方法は確定論的最適化法に比して相対的に効率が良くなることが知られており、本報の場合のように時間的に連続な問題を離散化して扱う場合には有利な方法であると考えられる。

このアルゴリズムの適用に際しては、Nとして20から30の間の値を問題の設定条件に応じて選択した。aの値すなわち探索ステップ幅としては(1/50)を用いた。探索が、打切条件を満した段階で、この値を半分にし、同時にN個の変数を4つのグループに分けて、各グループ毎に探索を行い、精度の向上を計っている。

4. 解 析 結 果

4.1 ゼノン形炉停止問題の解

この種の問題については2.で述べたように、温度、サマリウムの変化は解のパターンに対してそれほど重大な影響はもたず、ゼノンのみを単独にとりあげて得られた炉停止プログラムを用いても実際上、支障はないと考えられる。X-S結合問題での、統計的探索アルゴリズムの精度検討の目的で、ゼノン形問題についても若干例の最適解探索を行ってみた。得られた結果の代表的な例をFig. 9, 10に示す。ただし、この例は温度の効果は除いて計算されたものである。 (t, ϕ) 面に関しては、離散化に起因する多少の誤差を別にすれば、Fig. 2の解析的な解とよく類似した解パターンが得られている。 (I, X) , (P, S) 面での解軌道では、零出力運転に続きXの値がほぼ一定の値に保たれている部分があり、その時のSの値の変化幅も小さくなっている。このXとSの効果が相加された毒作用反応度が、制約値に極めて接近していることがFig. 9の (t, ρ_p) 面での解表示からわかる。この、反応度制約境界運転部に続き、最大出力運転がなされ、結局これら3つの部分で炉停止プログラムが構成されている。 t_f, t_c などのパラメータ値を変えて計算した場合にも、同様の結果が得られており、前述の予備的考察での推測を裏付けることができた。最適解を得るまでに要した計算量（評価関数値計算の回数）は、ゼノン、あるいはサマリウムを単独で扱った場合と同程度であり、統計的探索アルゴリズムの最適解探索能力は、対象システムの複雑化によってそれほど影響を受けていない。

4.2 サマリウム形炉停止問題

4.2.1 反応度制約なしの時の最適解

サマリウム形炉停止問題では2.に述べたようにゼノンとの相互作用が大きく影響してくること、これに伴い終端状態の指定も单一の毒作用を考える場合にくらべて難かしくなることなどから、ゼノン形炉停止問題におけるような、はっきりした見通しを得にくい。それゆれ、まず反応度に関する制約条件を除外した場合について解の構造を調べてみた。この場合には、温度効果は無視して差支えない。

$\phi_{\max} = 4 \times 10^{14} (\text{n/cm}^2 \cdot \text{sec})$ の場合につき、 $t_f = 48, 72, 120 (\text{hr})$, $t_c = 80, 100, 120, 140, 160, 180 (\text{hr})$ として計18 case の最適解探索を行った。 t_f, t_c の変化に対する解パターンの変化はFig. 11のようになる。計算量についての制約から、 (t, ϕ) 面解パターンの収束は十分でない場合もあるが、 (P, S) 面での解軌道を併せて考えることにより、解の構成と、それに対する t_f, t_c の影響について以下の知見が得られた。

〔 t_f の効果〕

Fig. 11の (t, ϕ) 面で、同一の t_c に対応する中性子束変化パターンを比較すると、 t_f が $120 (\text{hr})$ の時には最大出力運転部で炉停止プログラムが終るのに対し、 t_f の減少につれ、最大出力部の後に、出力が零に近い運転部分が現れ、特に t_f が $48 (\text{hr})$ の時には

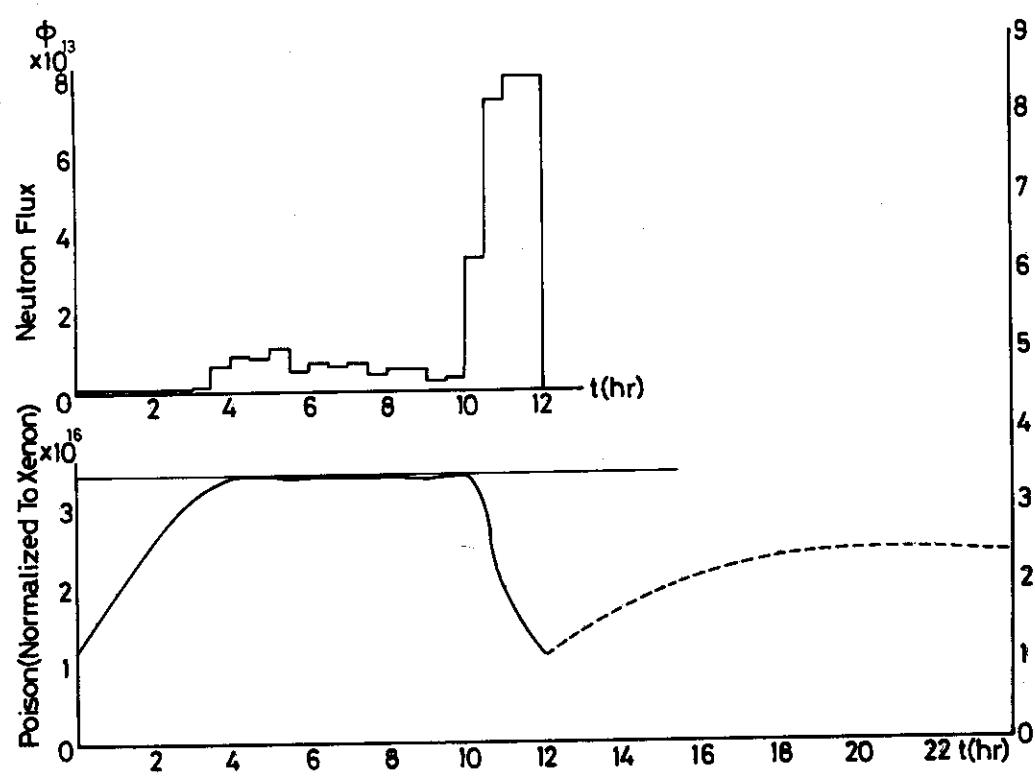


Fig. 9 Optimal solution for Xe-dominated problem.

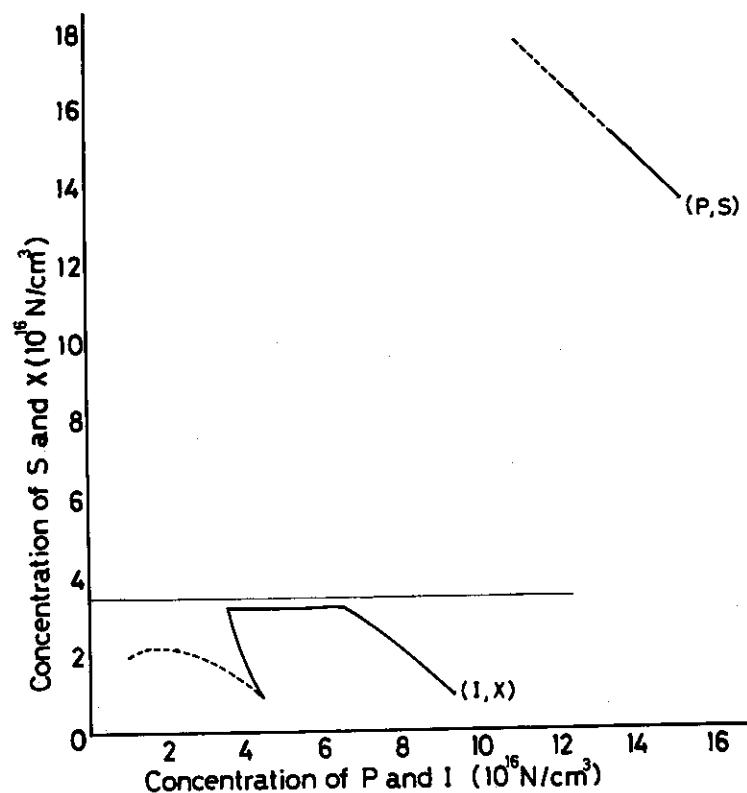


Fig. 10 Optimal solution for Xe-dominated problem (phase-plane).

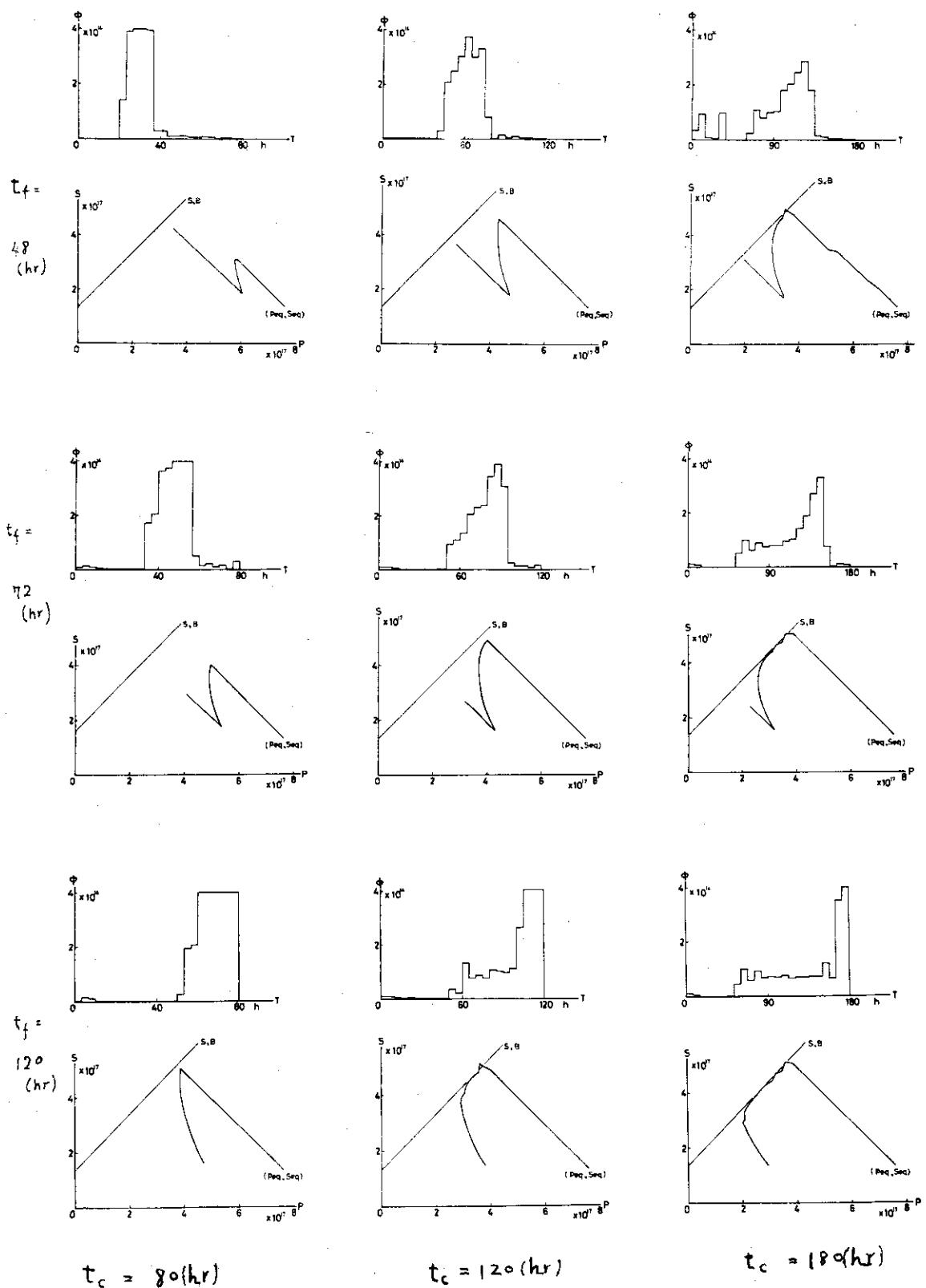


Fig.11 Optimal solutions for Sm-dominated problem (without reactivity constraint).

これが顕著になっていることがわかる。これに対応して(P , S)面の解軌道では、 $t_f = 120$ (hr) の時には、軌道の最終部が下向き、かつ下方に凸な弧(最大出力軌道)となっているのに対し $t_f = 48$ (hr) では、その後に傾きが概ね -1 の直線に沿って、S が増大する部分が続く形となっている。この部分の存在により、評価関数値に対してのゼノンの寄与が大巾に減少する。 t_f が小さい場合、最大出力部で蓄積された ^{135}I と ^{135}Xe が、 ^{135}Xe の自己崩壊で減少する量が少ないため、その後に実質的に零出力の部分を設け、ゼノン減少の待ち時間を増やすことが最適な方策となっている。

[t_c の効果]

評価時間 t_f は解の最終段階に影響を与えるが、制御時間 t_c は解の途中の特異制御部の大きさに影響する。

$t_c = 80$ (hr) の場合の最適解は、零出力運転と最大出力運転だけから成る。いわゆる bang-bang 形となり、ただ、 t_f によってその最大出力運転がなされる時間点が異なっている。これに対し、 $t_c = 180$ (hr) の場合には、零出力部と最大出力部の間に、中間出力部があり、(P , S)面軌道から、これがサマリウム毒作用に対しての特異制御であることが知られた。ただし $t_f = 48$ (hr) の場合、前述のように最大出力部の後に待ち時間が要求されるため、結果としてサマリウム毒作用の制御のために費しうる時間が短縮されることになる。このため、特異制御に対応する解パターンはあらわれず、むしろ bang-bang 形に近い解が得られている。

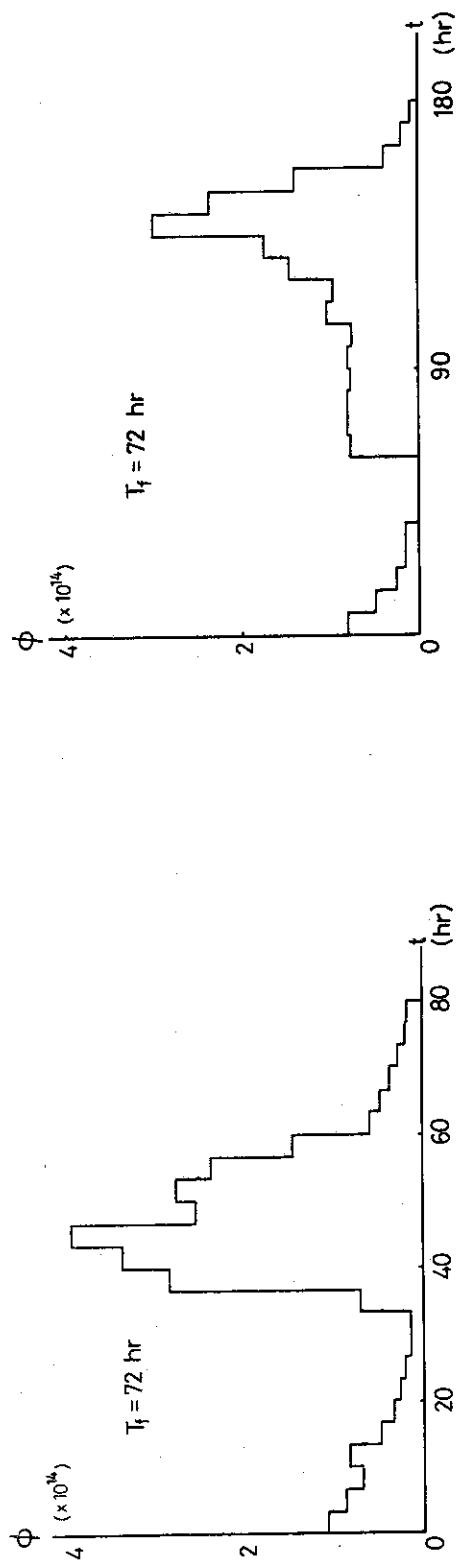
以上により、パラメータ t_f , t_c が最適解の形に及ぼす影響を知ることができた。

4.2.2 反応度制約がある場合の最適解

現実の炉停止運転に際しては毒物反応度最大値の制約がきつい場合が普通である。特に本研究で考えているような高中性子束炉では、毒作用も大きなものとなるゆえ、この反応度制約については充分に配慮する必要がある。Fig. 12~15 ($\beta = 2.5$, $\phi_{max} = 4 \times 10^{14}$ (n/cm² · sec)) につき、求められた解を示す。ただし、温度の効果については、この場合にも除き、後に考えることとした。解の構成は(P , S)面軌道に関する限り、制約条件なしの場合の解とよく似たものになっているが、(t , ϕ)面の解パターンには制約条件の影響が明らかに認められる。すなわち、制約条件なしの場合には、炉停止運転開始時、直ちに零出力運転がなされるが、制約条件があると、この段階で、出力を比較的緩やかに減少させる運転がなされることが知られた。 t_f が小さく、最大出力運転以後に前記の待ち時間が必要な場合は、この待ち時間部でも出力漸減運転がなされねばならない。

ϕ_{max} の値が、より大になると(β の値は同じであっても)この出力漸減部が、炉停止運転全体中に占める時間が増大する。 $\phi_{max} = 1.2 \times 10^{15}$ (n/cm² · sec) の時には、Fig. 16~18 にみられる通り、零出力運転部が全然なくなってしまう。これらの図には、毒物反応度の時間的变化の様子も併せて示した。中性子束レベルの小変動に対してゼノン濃度が大きく変化するため、毒物反応度の値にも大きな変動が見られるが、全体的に見てこの出力漸減運転部は反応度境界運転になっていることが理解できる。

$t_f = 72$ (hr) の時には、最大出力部があまり明確にはあらわれない傾向がみられる。これに対し、 $t_f = 120$ (hr) では、はっきりと最大出力部が見出されている。これは、 t_f が小



- 20 -

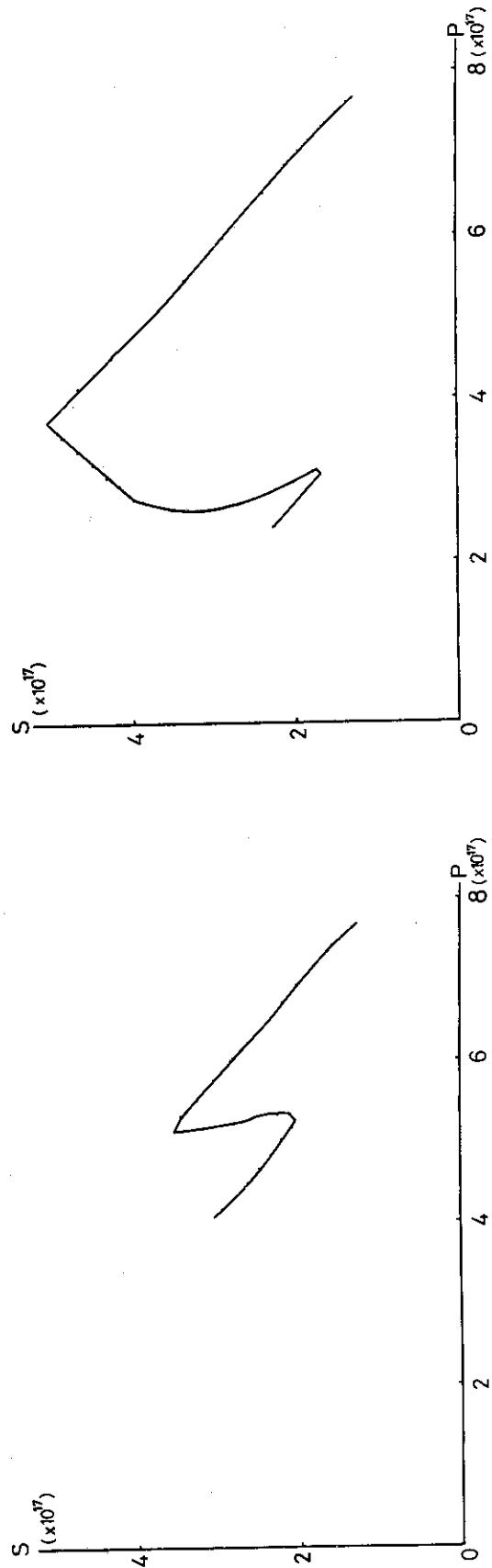


Fig.12 Optimal solution for Sm-dominated problem, $\beta = 2.5$, $t_f = 72$ (hr)
 $t_c = 80$ (hr).

Fig.13 Optimal solution for Sm-dominated problem, $\beta = 2.5$, $t_f = 72$ (hr),
 $t_c = 180$ (hr).

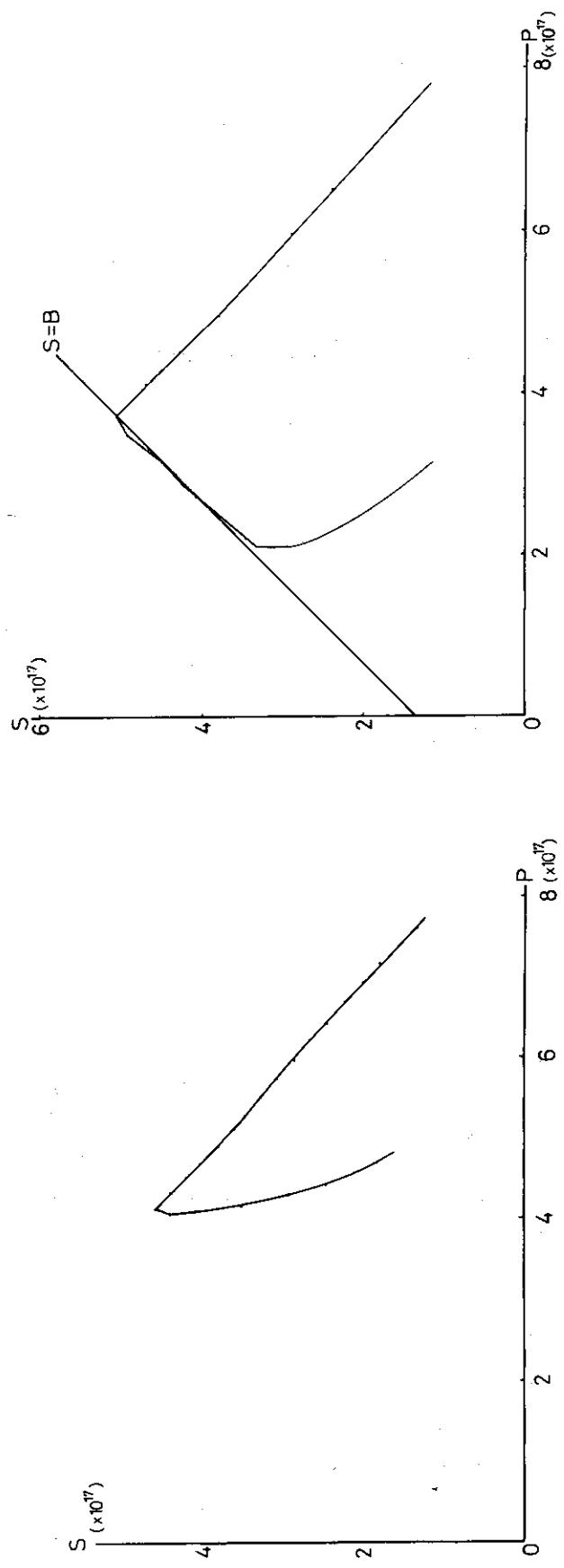
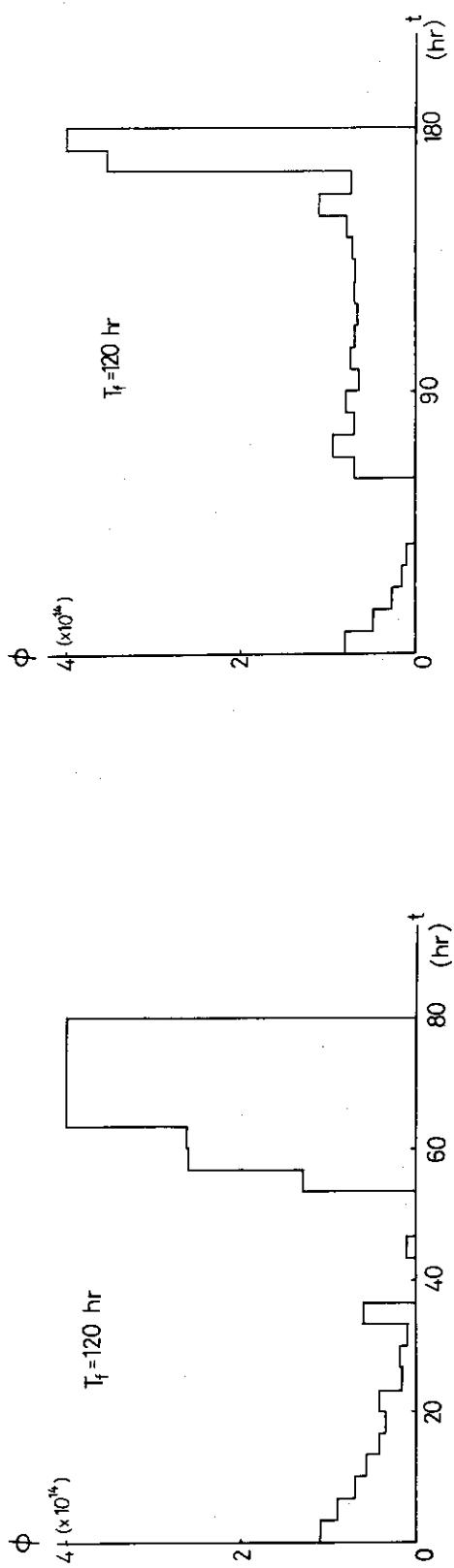


Fig.14 Optimal solution for Sm-dominated problem, $\beta = 2.5$, $t_f = 120$ (hr),
 $t_c = 80$ (hr).

Fig.15 Optimal solution for Sm-dominated problem, $\beta = 2.5$, $t_f = 120$ (hr),
 $t_c = 180$ (hr).

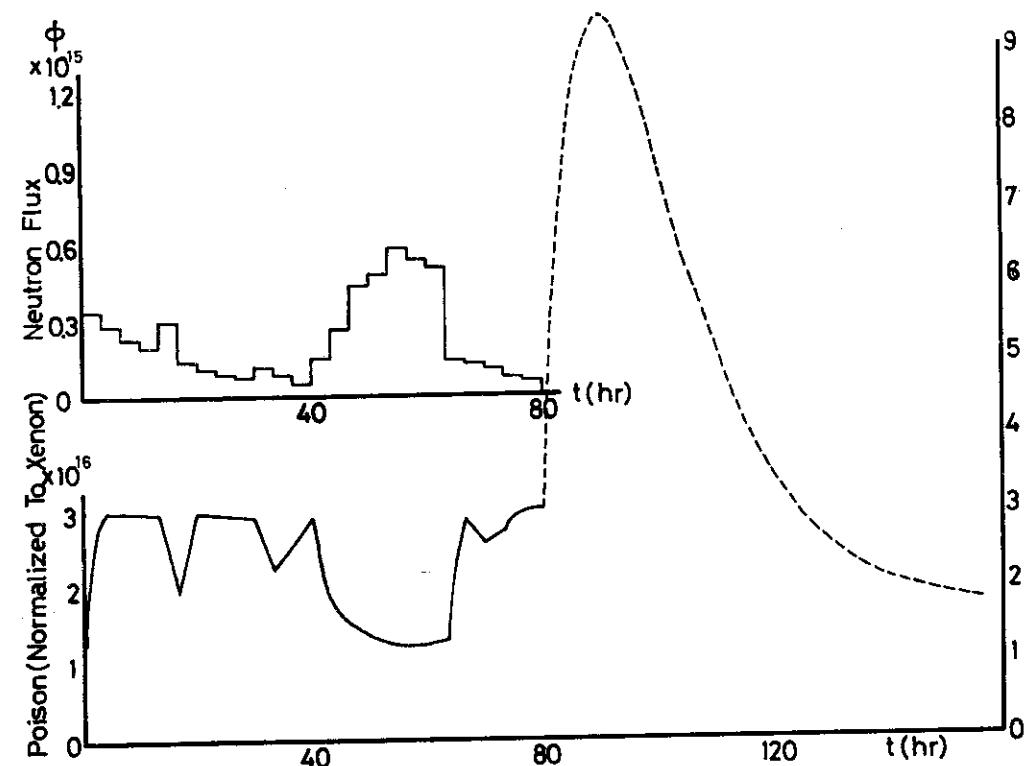


Fig.16 Optimal flux program and corresponding poison reactivity,
 $t_f = 72$ (hr), $t_c = 80$ (hr).

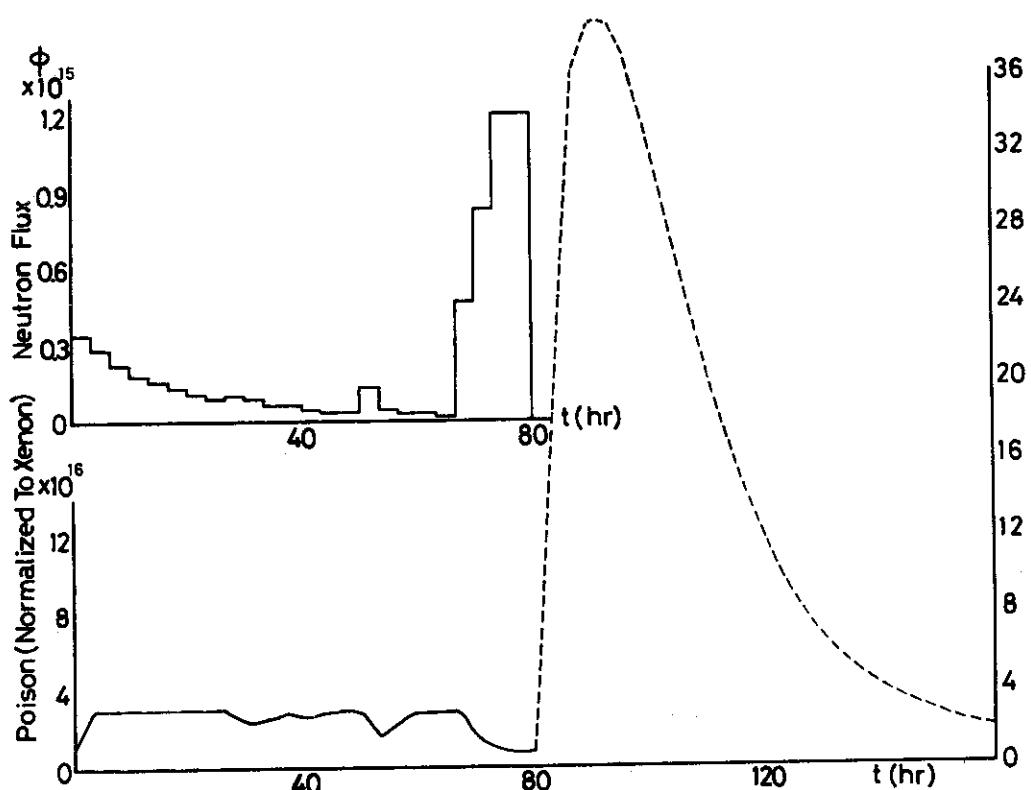


Fig.17 Optimal flux program and corresponding poison reactivity,
 $t_f = 120$ (hr), $t_c = 80$ (hr).

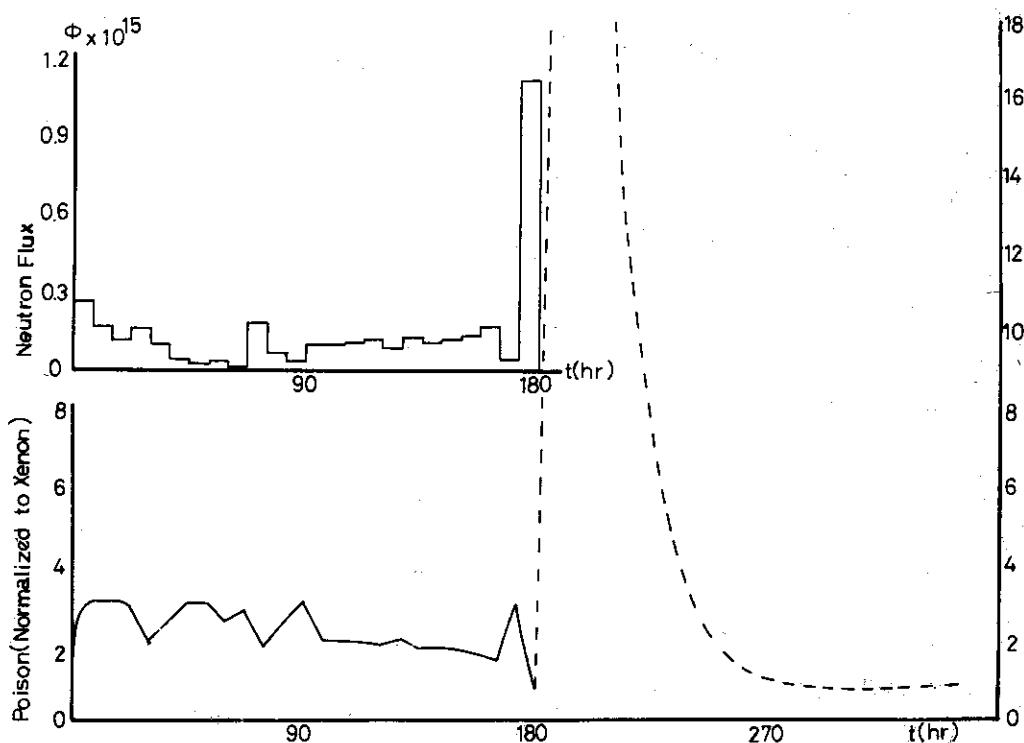


Fig.18 Optimal flux program and corresponding poison reactivity,
 $t_f = 120$ (hr), $t_c = 180$ (hr).

の時には、反応度境界運転部が最大出力部の前だけでなく後にも存在するため、収解近傍で操作量の値を変動させた時にペナルティにかかる確率が高くなり、探索の難しさが増大することによると考えられる。制約条件なしの場合の結果との対応において考えれば、 $t_f = 72(\text{hr})$ の場合も、実際には $t_f = 120(\text{hr})$ の場合と同様、最大出力部が得られるはずであるが、計算量の制限から、収束が不十分に終ったものと考えてよいであろう。

炉停止運転の開始段階で、最大（定常）出力運転から反応度制約境界運転に入る前に、厳密には零出力運転部が存在しなければならない。しかしながら、 t_c が、 $80(\text{hr}) \sim 180(\text{hr})$ であるため、 Δt の値は、約 $3.2(\text{hr}) \sim 7.2(\text{hr})$ となっており、第一番目の時間ステップだけを零出力運転した場合でも、ゼノン量の急増のために反応度制約は完全に侵されてしまうことになる。それゆえ、この離散化モデルを対象にする限り、炉停止運転の開始時、直ちに反応度制約運転に入ることが“最適”な方策といえるわけである。この点を含め一般にゼノンのふるまいが問題となるような時間領域について考えるには、本研究で用いた $N = 20 \sim 30$ という値は、やや小さいくらいがある。しかし、計算量と精度とのかね合いからは、この程度の値をとることが最も適当であった。

4.2.3 温度反応度の影響

前節までの結果は、温度の反応度フィードバック係数 w_2 を零にした時の最適炉停止プログラムに対応している。この値を考慮に入れた場合には、Fig. 19, 20 に示すような解パターンが得られた。ただし、ここで、 $\phi_{\max} = 4 \times 10^{14} (\text{n/cm}^2 \cdot \text{sec})$, $\beta = 2.5$, $t_f = 120(\text{hr})$, $w_2 = 0.5$, $k = \ln 2 / 3600$ とした。すなわち、定常出力時における温度反応度がゼノン反応度の半分、出力を定常値から瞬間に零まで下げてしまった時の温度の半減期が 1 時間である。これらの結果を Fig. 14, 15 の結果と比較すれば、 t_c が大きい時には殆ど差異がみられないのに對し t_c が $80(\text{hr})$ の時には制約境界運転部が減少していることがわかる。

t_c が大きい場合、先に述べたように Δt も大であるため、温度の減少が反応度収支に顕著に影響する時間領域が第一番目の時間ステップよりはるかに小さく、かつこの時間領域でゼノン量が急速に増大し、この効果の方が大であることから、解パターンには差異があらわれなかつたと考えられる。逆に t_c が小で、しかも w_2 の値が大であれば、温度効果の有無による解パターンの差異は、より明確にあらわれることになる。Fig. 21 に示した結果は、この確認のため $w_2 = 2, 0$ 、温度半減期 $0.25(\text{hr})$, $t_c = 80(\text{hr})$ として解探索を行った場合のものである。このような条件下での解パターンでは、反応度境界運転部が大巾に減少して実質的には零出力運転となっている。このように、温度効果は見かけの反応度余裕の増大として解パターンに影響していることが知られた。

温度の半減期の値の変化による解パターンの変化は、サーベイしたパラメータ範囲では全く認められなかった。温度半減期 $1(\text{hr})$ と $0.25(\text{hr})$ に対し、他の条件が同じであれば最終的に得られる解パターンは同一のものとなっている。

これらの結果から知られるように、サマリウム形炉停止問題では t_c が大きな値にとられていて、炉停止運転開始直後に温度は無視しうるレベルまで低下してしまうと近似的に見な

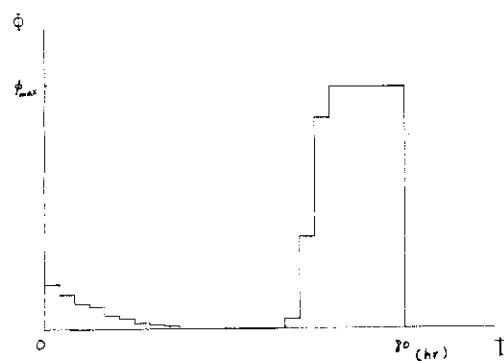


Fig.19 Optimal flux program involving temperature effect, $t_f = 120$ (hr),
 $t_c = 80$ (hr), $\omega_2 = 0.5$, $\ln 2/\kappa = 1.0$.

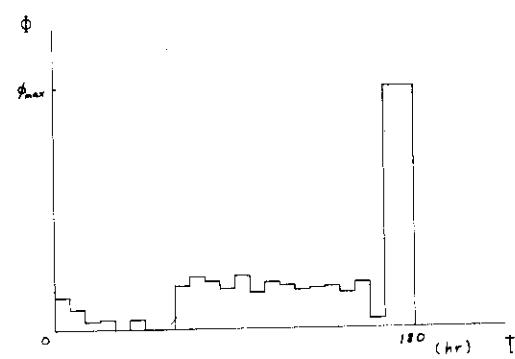


Fig.20 Optimal flux program involving temperature effect, $t_f = 120$ (hr),
 $t_c = 180$ (hr), $\omega_1 = 0.5$, $\ln 2/\kappa = 1.0$.

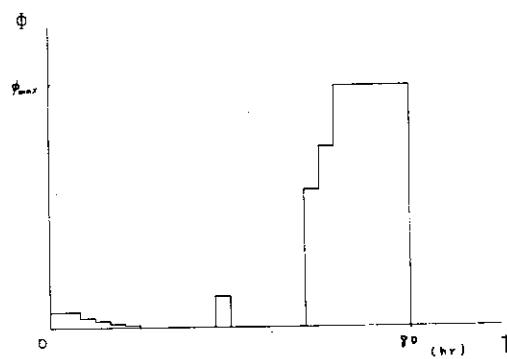


Fig.21 Optimal flux program involving temperature effect, $t_f = 120$ (hr),
 $t_c = 80$ (hr), $\omega_2 = 2.0$, $\ln 2/\kappa = 0.25$.

して良い*。したがって、炉停止運転開始直前に見つもられていた反応度余裕を、この温度効果の分だけ大きく修正して最適解を計算する方が、より有効なアプローチであると考えられる。この修正の程度は

$$\beta(1+\bar{w}_1+\bar{w}_2) = \beta(1+\bar{w}_1)\left(1 + \frac{\bar{w}_2}{1+\bar{w}_1}\right) \quad (50)$$

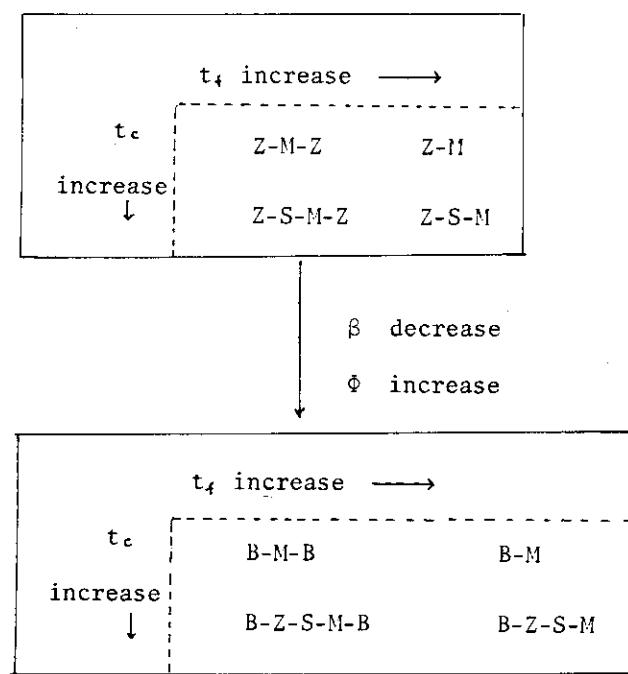
であるから、炉停止開始前の反応度余裕を、およそ $\{\bar{w}_2/(1+\bar{w}_1)\} \times 100\% \times 100\%$ だけ大きく考えて良いであろう。

4.3 最適炉停止プログラムについてのまとめ

一般化した最適炉停止問題の解について以上述べた結果をまとめて記しておく。

- (i) t_f, t_c が小でゼノン毒作用が主効果である場合、最適解はゼノン動特性のみに着目したモデルについて構成して差支えない。ただし、反応度余裕の評価（反応度制約の設定）は、サマリウムおよび温度の効果を正しく考慮して行うべきである。
 - (ii) t_f, t_c が大でサマリウム毒作用が主効果である場合、解の構成は基本的にはサマリウムのみについての最適解と同様になる。しかしながら、反応度制約に対するゼノンの寄与が大であることから反応度制約境界運転の時間が増大し、見かけ上、解パターンはサマリウムのみに関する最適解とはかなり異なったものとなる。
 - (iii) 温度効果は、反応度余裕を実効的に増加させる。近似的には炉停止運転中の温度変化を無視し、反応度余裕だけを、式(50)にしたがい評価し直して良い。
 - (iv) t_f の値によっては、評価関数値に対するゼノンとサマリウムのいずれの寄与も無視しきい場合がある。このような場合、 t_c の後部をゼノン量減少のための待ち時間として、 Δt_c だけ除き、残った $t_c - \Delta t_c$ だけの時間を用いてサマリウム毒作用最小化制御を行うという形の最適解が得られた。もちろん、 Δt_c の量は t_f が小になるにつれ増大する。以上の知見を概念的に Fig. 22 に示した。
- これらの結果は、離散化モデルに対し数値的に得られたものである。との時間連続系の解に関しては、ここに得られた結果に基づき、更に解析を進めることが必要であろう。

* 炉停止運転中、温度は再度上昇するが、この程度は通常小さく定格値の 10% ~ 20% 以下である。



Z : zero-power control

M : maximum power control

S : singular control

B : constraint boundary control

Fig.22 Illustration of the structure of optimal control.

5. 結果に関する考察

5.1 問題の再設定

一般的に定式化された最適炉停止問題を数値的に解き前章のような結果を得た。この結果に基づき、より合理的に問題の設定を行うことができると考える。今後解析を進める際に考慮すべき若干の注意点を以下に記す。

5.1.1 制約境界運転の扱い

反応度制約境界運転部は、しばしば炉停止プログラム中に大きな割合を占めることが知られた。この運転を実行することは、炉のオペレータにとり、かなりの負担であると思われる。炉の運転能率の面からも、このような中間的な出力レベルでの運転は望ましいものではない。この運転部分は元来“炉停止運転中、常に原子炉は再起動できることが必要である”という条件を満すために生じたものである。しかしながら、この条件は、絶対的なものではない。たとえば“炉停止運転中、零出力運転を行うべき時間領域においては、原子炉は必ずしも再起動可能でなくても良い”という立場もあって良いはずである。第2章の予備的考察で既に、零出力運転から特異制御への移行可能性を論じたが、同様な議論は零出力運転から最大出力運転への移行可能性に関しても可能であり、零出力運転終了時点についてだけ、再起動可能性を調べれば良いことになる。

このような見方に立った時の最適解は、前章で示した最適解の反応度制約運転部を単純に零出力運転におきかえたものとは当然異なってくる。始めに、反応度制約を除いた条件下で解を求め、次いで、零出力部から特異制御部（あるいは最大出力部）への切りかえ時刻における反応度余裕を調べるのが正しい。この時点で再起動が可能であれば、プログラム実行上支障はない。再起動ができない場合には、この零出力運転部の一部を何らかの制御法則でおきかえて再起動を可能にすることが要求されるが、この制御法則の決定に際しては別な最適化問題が規定されることになり、更に検討を進める必要があろう。本報告の段階では、反応度制約を無視して求めた炉停止プログラムでも、しばしばその実行が可能であり、かつ、簡便さという点からは有利なものであることを指摘するに止める。

5.1.2 制御時間の設定

一般化炉停止問題において t_f が十分に大、あるいは十分に小である場合には、それぞれに対応して評価関数値に寄与する毒物質が、サマリウムもしくはゼノンだけとなるため、問題の内容が簡単になり、解の決定も比較的容易である。これに対し、 t_f がたとえば 48 (hr) ~ 72 (hr) 程度の中間的な値である場合には、両方の毒物質が評価関数値に対して無視できない寄与を持ち、着目している毒作用過程が満すべき終端条件を簡単に定めることは難かしくなる。しかしながら、このような場合についても、若干異なった視点に立つことにより、問題を定義し直すことができる。

t_f がこのような値をとる場合、解のパターンは前章に示したように、最大出力部に続いて反応度制約境界運転に対する出力漸減部があらわれ、その後で運転終了という形をとるのが特徴である。しかし、5.1.1 での議論と同様の観点に立てば、この出力漸減部で直ちに出力を

零にしてしまい反応度制約を侵しても、それ以後、時刻 $t_c + t_f$ までは再起動する必要はないのだから、最大出力運転の終了時で炉停止運転を打切って良いことになる。反応度制約なしの場合に得られた結果（Fig. 11）は、明らかにこのことを裏付けている。

この打切りを行うことは、4.3で既に述べたように、制御時間 t_c を Δt_c だけ短縮し、その分だけ評価時間 t_f を大にすることと等価である。すなわち、サマリウム動特性のみに着目し、ゼノンの効果は待ち時間を増して自己崩壊による減少により処理する。という考え方で一般化炉停止問題を簡略化することが、場合によっては許されると考えて良い。この簡略化が許されるなら、最適解の決定は、サマリウム毒作用最小化問題を t_c をパラメータとしてくり返し解き、指定した時刻 $t_c + t_f$ における \bar{J} ($\equiv \bar{w}_1 \bar{S} + \bar{X}$) を最小にする t_c^* を定めるという手続きで行うことができ、解析的にも、数値的にも扱いが簡単になる。もちろん、この見通しは経験的、帰納的なものであり、その成立条件については更に考察が必要であるが、本研究で得られた結果からは、この成立条件がそれほど強い制限を意味するものではないと考えられる。

5.1.3 最適化結果の評価

最適炉停止運転の実行は、炉停止運転期間の短縮、再起動時の所要反応度量の減少等の望ましい結果をもたらすものであるが、炉停止運転中の負荷率の減少、オペレータの負担増大等、不利な面も存在することに注意せねばならない。実際に本研究で求めたような炉停止プログラムを採用するか否かの決定は、これらの利害得失を比較、勘案してなされねばならない。もちろん、こうした利害得失の総合的評価を含んだ形の、新しい最適化問題を規定することも原理的には可能であろうが、何らの先駆的情報もない段階でこのような包括的最適化問題の規定を合理的に行なうことは実際上極めて難かしいのが普通である。やはり、それに先立つて本研究におけるように比較的簡単で物理的意味の把握しやすい段階で問題を解き、最適解の構造、最適化による評価関数改善の度合い等を明らかにしておく過程を経ておくことが必要である。

この観点から、本研究で行った最適化計算の結果を、毒物反応度の最適値 ρ_{opt} の t_c に対する依存性についてまとめ、 $t_f = 72(\text{hr}), 120(\text{hr})$ の場合をそれぞれ、Fig. 23, 24 に示した。 ϕ_{max} はパラメータとして変えたが、 β は 2.5 に定めている。最適化効果を評価するための基準として、定常出力運転に対する毒物反応度の平衡値 ρ_{eq} も各図上に示した。高中性子束領域ではゼノン平衡値が一定値に近くなり、サマリウムの平衡値は本来中性子束レベルには依存しないことから、この ρ_{eq} の値は殆ど ϕ_{max} によらず一定値となっている。 t_f, ϕ_{max} が指定されれば、これらの図から、 t_f での毒物反応度を、ある設定値以下にするために必要な制御時間 t_c を知ることができる。これらの図に示される結果から、最適化の効用に関して次のような結論が可能である。

- (i) ρ_{opt} を ρ_{eq} より低い値に抑えるためには、 $t_f = 72(\text{hr}), \phi_{max} = 10^{15} (\text{n/cm}^2 \cdot \text{sec})$ に対して 100 (hr) 程度の炉停止運転期間が必要になる。一般に、高中性子束炉の一運転サイクルの長さは、燃料劣化速度が大であることから、軽水形動力炉などのそれに比して格段に短かく、一ヶ月以下となることが多いと考えられる。それゆえ、 t_c は定常運転期間と比べて無視できない大きさを持つことになり、その値の設定は、炉停止のみでなく、定常運転も含めた対象炉の動作特性に大きく影響する。

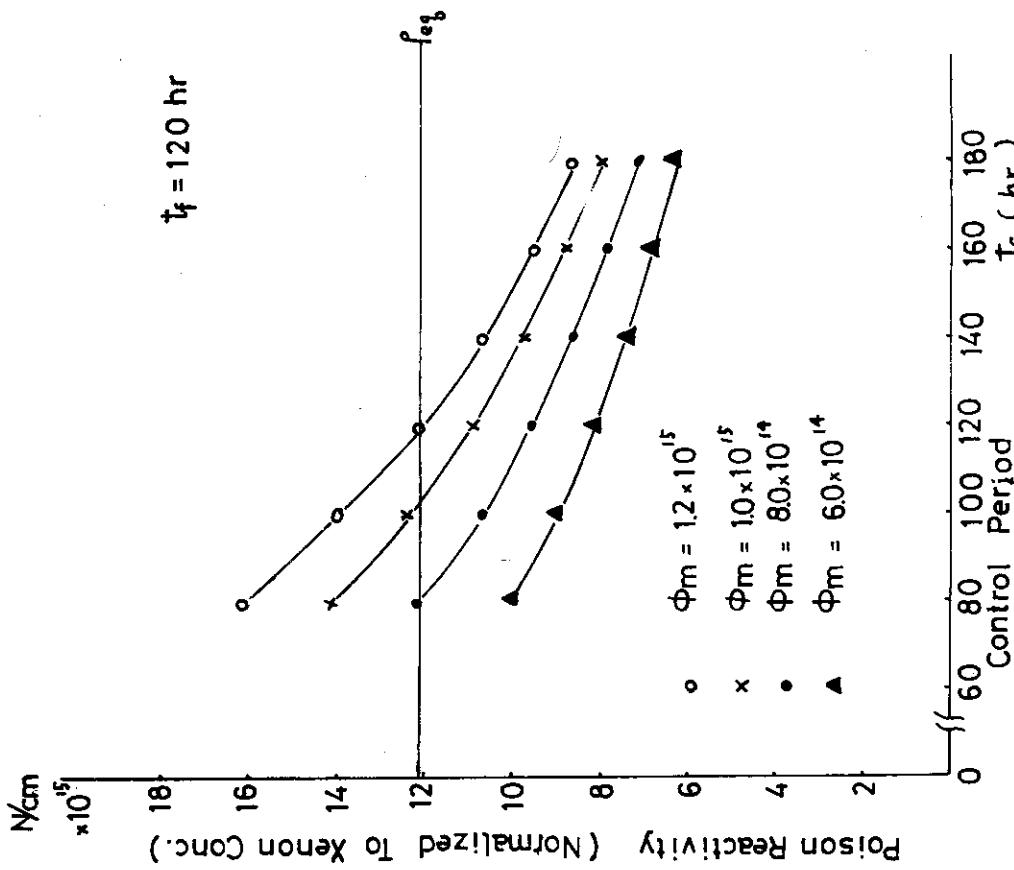
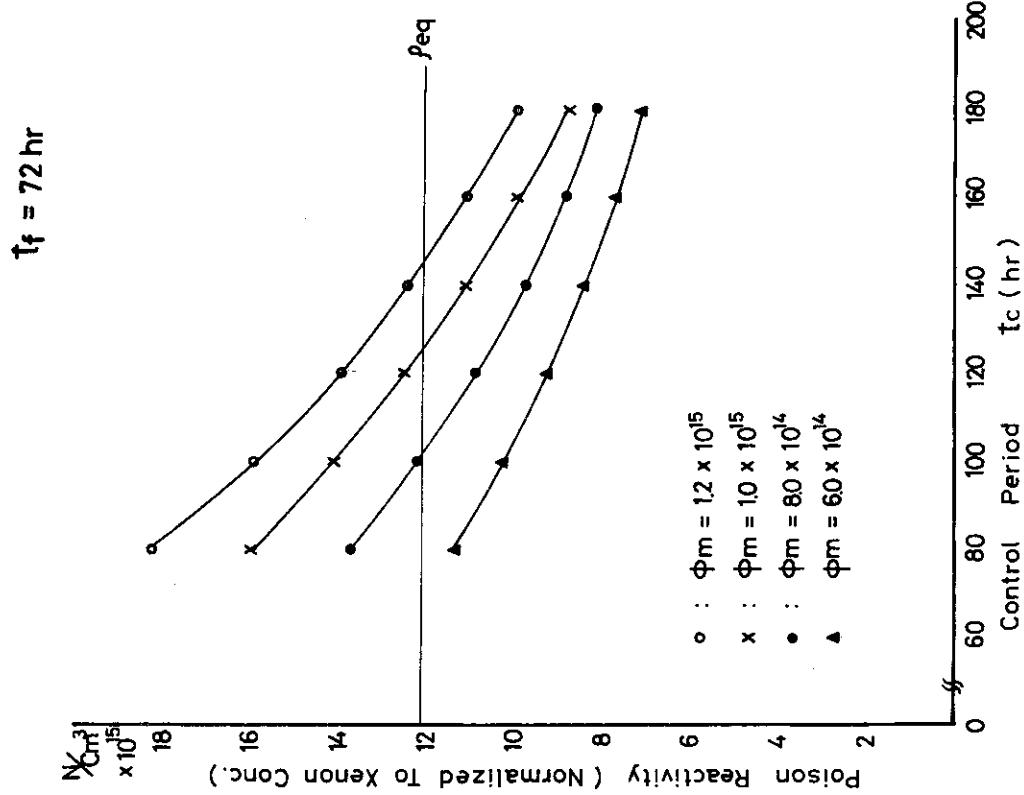


Fig. 23 Dependence of the optimal poison reactivity on shutdown period,
 $t_f = 72$ (hr).

Fig. 24 Dependence of the optimal poison reactivity on shutdown period,
 $t_f = 120$ (hr).

- (ii) t_c を大きくとると、 ρ_{opt} は当然減少する。しかし、その減少の程度 $\Delta\rho_{opt}/\Delta t_c$ は、 t_c の増大につれて小さくなる傾向をもつ。 t_c をいたずらに大きくとるのでなく、何らかの意味で“最適”に設定することの重要性が、ここにも示されているといえよう。
- (iii) これらの図から、5.1.2の議論と関連して、 $t_f + t_c = \text{constant}$ として t_c , t_f の配分を変えた場合の ρ_{opt} 値を知ることができる。 $\phi_{max} = 6 \times 10^{14}$ ($n/cm^2 \cdot \text{sec}$), 10^{15} ($n/cm^2 \cdot \text{sec}$) について、これを行った結果を Table-2 に示す。この結果からは明らかに t_f を小にとり t_c を大きくとった方が有利であることがわかる。

Table-2 Effect of t_f and t_c on the result of optimization under the condition ; $t_f + t_c = \text{constant}$.

$t_f + t_c$	t_c	t_f	$\phi_{max} = 6 \times 10^{14}$	10^{15}
252 (hr)	132	120	10.2 ($\times 10^{15} / cm^3$)	7.7
	180	72	8.8	7.1
200	80	120	14.0	10.1
	128	72	11.8	8.9

この(iii)の傾向は定性的には次のように解釈できる。

上記の計算結果は、5.1.2までの考察と異なって、常時再起動可能という条件を課した場合についてのものである。それゆえ、 $t_f = 72$ (hr) では、最大出力運転以後に反応度境界制御部が入ってくる。この制御部は、結果的には、 t_f が小な場合に影響の大きいゼノン毒作用を抑制する働きをする。逆に t_f が 120 (hr) の時の炉停止プログラムは、ゼノンに関しては無制御と同様であるため、炉停止後のゼノンピークが極めて高くなり、その影響が長時間残存するものとなっている。しかも、サマリウム毒作用低減化の面からは、やはり、 t_c 大、 t_f 小である方が有利であり、(iii)の傾向を助長することとなる。このために、本研究で扱ったパラメータ範囲では t_c を大にした方が、より小さな ρ_{opt} 値を与える結果となつたと考えられる。

以上、本節で述べた考察は、いずれも t_f , t_c の設定と関連したものである。炉停止問題の定式化を合理的に行うためには、この設定が重要なポイントになること、その際に、反応度制約条件のもつ工学的意味によっては、これらのパラメータの意味も変ること、を具体的な形で確認することができた。

5.2 解探索過程の収束性

本研究で最適解決定に用いた手法は、ランダム論理に基づく探索的手法である。この手法の最適点発見能力は、変数の数が大きくなるにつれて、確定論的を他の最適化技法に比して優れたものとなる。また、探索過程の収束速度は、パラメータ空間内での評価関数値改良可能方向の立体角の大きさのみによって定まり、その他の条件（たとえば線形性）には左右されないという特色をもつ。それゆえ、探索過程の収束の様子を調べることによって、パラメータ空間内での評価関数の大域的変化の様子に関する情報を得ることができる。

代表的な探索例につき、探索試行の回数に対する評価関数値改良の様子を Fig. 25 に、また、試行が成功する確率、すなわち評価関数値改良確率 P_s の変化を、Fig. 26 に示す。ただし P_s の厳密な評価は困難であるため、評価すべき試行の前後 $k/2$ 回の試行中における成功試行の相対頻度 \bar{P}_s によって近似的に評価した。 k の値は P_s に応じて変える必要がある。探索の初期段階では P_s が大であるため $k = 20$ にとったが、探索末期には、小さい P_s を評価するために、 $k = 500$ までふやした。

全変数を同時に扱う探索は 10^3 ないし 2×10^3 回の試行で、それ以上の改良をすることができなくなり、それ以後は、変数をグループ分けし、かつ探索ステップを小さくした探索がなされている。このため、これらの図で、グループ分け以前と以後を同一の尺度で定量的に比較することは余り意味がない。しかし、そのような比較は行なわなくとも、次のような諸特性を認めることができる。

- (i) 最適化による評価関数値の全改良分の内の 95%までは、約 10^3 回程度の試行段階で既に探索されてしまっている。特に、その前半において、改良進行の速度が大きいが、後半は急速に速度が減じる。
- (ii) \bar{P}_s は、試行数 30 回程度までは約 0.5 となっている。しかし、その後この値は急激に減少し、 10^2 回で 0.1, 10^3 回で 0.01 以下に低下してしまう。これが、(i)に記した改良進行速度急減の主要原因と考えられる。
- (iii) その確認のため、成功試行 1 回当たりの評価関数値の改良 ΔQ を計算し、Fig. 27 のような結果を得た。試行回数が 10^3 回をこえると、この ΔQ の値は \bar{P}_s の値とは無関係に、概ね一定の値を保つようになる。それゆえ、成功した試行については、ほぼ同程度の改良がなされているわけであり、評価関数の傾きは、探索が進行しても、それほど減少していないことになる。
- したがって、“改良進行速度の減少は P_s の減少に起因する”という、(ii)の主張は裏付けられたと考えて良いであろう。
- (iv) グループ分け探索の段階に入ると、操作量のうちの一部のみを改良していることから、 ΔQ の値は、著しく小さくなる。探索ステップの巾を小さくしていることも、この傾向を強める働きをしている。
- (v) 4×10^3 回の近傍で、やや大きな改良が見られる。これは、それ迄見落されていた改良方向が、この段階で探索されたことを意味している。グループ分け探索の効用が、ここに現れている。

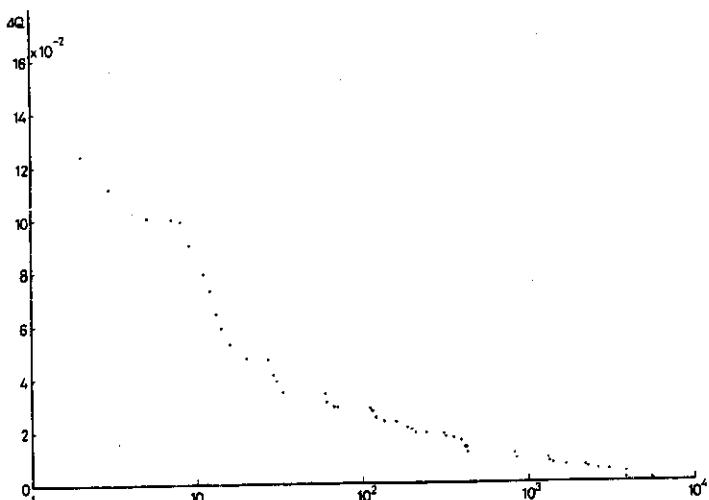


Fig.25 Convergence property of the search process, ($\Delta Q = J - J_{opt}$).

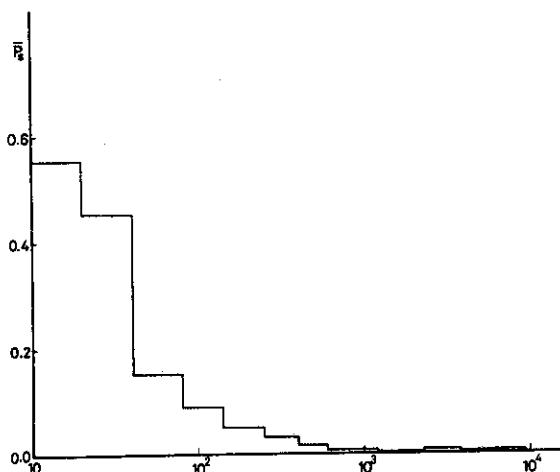


Fig.26 Probability for finding better solution.

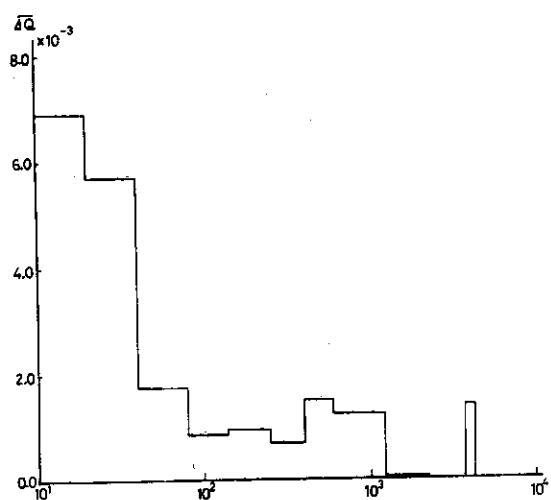


Fig.27 Incremental improvement in cost functional(poison reactivity)
for every successful trial.

なお、これらの特性全体として、準最適な解^{*}の構成が比較的容易であることを示唆しており、本研究では扱わなかった付加的制約条件が存在する場合にも、ほぼ同じ程度の計算量で解を決定できる可能性が大きいと思われる。

* ここでは、解の形は異なっていても評価関数値が殆ど違わないという意味で、“準最適”という語を用いている。

6. 結 言

高中性子束レベルで運転される熱中性子炉を対象として、これまで別個に扱われていたゼノン、およびサマリウム毒作用の最適制御問題を、温度反応度効果も含めた一般化形式で統一的に扱い、統計的探索アルゴリズムの適用による最適解求解を行った。種々の問題設定条件下での最適炉停止プログラムが、実用的な計算量の範囲で比較的精度良く得られ、その結果、解の物理的意味について、4.に述べたように、いくつかの有意義な情報を得ることができた。更に、得られた最適化結果につき考察を進めることにより、工学的に有意義な最適炉停止問題の構成とその実際的な解法に關し、5.に記したような興味ある見通しが得られている。特に、炉停止運転を行う時間 t_0 と、炉停止後再起動までの待ち時間 t_f を、与えられた条件下で適正に設定することの重要性に關しての知見は、今後の問題展開の基礎を与えるものと考える。

最適解の決定は、解析的にも、また本研究におけるような数値的手段によっても、相當に困難である。しかしながら、準最適な解を許容すれば、この困難を大巾に減少させうることが、探索過程の収束の様子を調べることにより推測できた。換言すれば、準最適解の構成には、ある程度の自由度が残されているのであるから、その自由度を用いて、他の評価関数に関する最適化を行う余地があることになる。この特性は、具体的な高中性子束炉の運転計画決定の際に有用性ある特性であり、炉停止運転と定常運転を包含した総合的運転計画最適化の可能性を示唆するものといえる。

以上により、複数個のダイナミカル・プロセスの相互作用を含んだ一般化問題の解析を通じて合理的な問題設定を見出そうという当初の目的は一応達成されたと考える。得られた諸結果をふまえて今後更に検討を進めていきたい。

謝 辞

本研究を行うにあたり、東北大学工学部の 山一典教授、日本原子力研究所原子炉工学部原子炉制御研究室の原昌雄室長より、種々御援助いただいた。ここに記して感謝の意を表する次第である。

参考文献

- (1) L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, R.V. Gamkrelidze, and E.F. Mishchenko, : The Mathematical Theory of Optimal Processes :, Interscience Pub. (1962)
- (2) Y. Shinohara, and J. Valat, : Optimization of Xenon Poisoning by Minimization of the Xenon Peak :, Comp. Rend. , vol. 259, P. 1623 -1626, P. 1836
- (3) J.J. Roberts and H.P. Smith, Jr., : Time Optimal Solution to the Reactivity-Xenon Shutdown Problem :, Nucl. Sci. Eng., vol. 22, P. 470-476 (1965)

6. 結 言

高中性子束レベルで運転される熱中性子炉を対象として、これまで別個に扱われていたゼノン、およびサマリウム毒作用の最適制御問題を、温度反応度効果も含めた一般化形式で統一的に扱い、統計的探索アルゴリズムの適用による最適解求解を行った。種々の問題設定条件下での最適炉停止プログラムが、実用的な計算量の範囲で比較的精度良く得られ、その結果、解の物理的意味について、4.に述べたように、いくつかの有意義な情報を得ることができた。更に、得られた最適化結果につき考察を進めることにより、工学的に有意義な最適炉停止問題の構成とその実際的な解法に關し、5.に記したような興味ある見通しが得られている。特に、炉停止運転を行う時間 t_0 と、炉停止後再起動までの待ち時間 t_f を、与えられた条件下で適正に設定することの重要性に関する知見は、今後の問題展開の基礎を与えるものと考える。

最適解の決定は、解析的にも、また本研究におけるような数値的手段によっても、相当に困難である。しかしながら、準最適な解を許容すれば、この困難を大巾に減少させうることが、探索過程の収束の様子を調べることにより推測できた。換言すれば、準最適解の構成には、ある程度の自由度が残されているのであるから、その自由度を用いて、他の評価関数に関する最適化を行う余地があることになる。この特性は、具体的な高中性子束炉の運転計画決定の際に有用性ある特性であり、炉停止運転と定常運転を包含した。総合的運転計画最適化の可能性を示唆するものといえる。

以上により、複数個のダイナミカル、プロセスの相互作用を含んだ一般化問題の解析を通じて合理的な問題設定を見出そうという当初の目的は一応達成されたと考える。得られた諸結果をふまえて今後更に検討を進めていきたい。

謝 辞

本研究を行うにあたり、東北大学工学部の 山一典教授、日本原子力研究所原子炉工学部原子炉制御研究室の原昌雄室長より、種々御援助いただいた。ここに記して感謝の意を表する次第である。

参考文献

- (1) L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, R.V. Gamkrelidze, and E.F. Mishchenko, : The Mathematical Theory of Optimal Processes :, Interscience Pub. (1962)
- (2) Y. Shinohara, and J. Valat, : Optimization of Xenon Poisoning by Minimization of the Xenon Peak :, Comp. Rend. , vol. 259, P.1623 -1626, P.1836
- (3) J.J. Roberts and H.P. Smith, Jr., : Time Optimal Solution to the Reactivity-Xenon Shutdown Problem :, Nucl. Sci. Eng., vol. 22, P.470-476 (1965)

6. 結 言

高中性子束レベルで運転される熱中性子炉を対象として、これまで別個に扱われていたゼノン、およびサマリウム毒作用の最適制御問題を、温度反応度効果も含めた一般化形式で統一的に扱い、統計的探索アルゴリズムの適用による最適解求解を行った。種々の問題設定条件下での最適炉停止プログラムが、実用的な計算量の範囲で比較的精度良く得られ、その結果、解の物理的意味について、4.に述べたように、いくつかの有意義な情報を得ることができた。更に、得られた最適化結果につき考察を進めることにより、工学的に有意義な最適炉停止問題の構成とその実際的な解法に關し、5.に記したような興味ある見通しが得られている。特に、炉停止運転を行う時間 t_c と、炉停止後再起動までの待ち時間 t_f を、与えられた条件下で適正に設定することの重要性に関する知見は、今後の問題展開の基礎を与えるものと考える。

最適解の決定は、解析的にも、また本研究におけるような数値的手段によっても、相當に困難である。しかしながら、準最適な解を許容すれば、この困難を大巾に減少させうることが、探索過程の収束の様子を調べることにより推測できた。換言すれば、準最適解の構成には、ある程度の自由度が残されているのであるから、その自由度を用いて、他の評価関数に関する最適化を行う余地があることになる。この特性は、具体的な高中性子束炉の運転計画決定の際に有用性ある特性であり、炉停止運転と定常運転を包含した。総合的運転計画最適化の可能性を示唆するものといえる。

以上により、複数個のダイナミカル、プロセスの相互作用を含んだ一般化問題の解析を通じて合理的な問題設定を見出そうという当初の目的は一応達成されたと考える。得られた諸結果をふまえて今後更に検討を進めていきたい。

謝 辞

本研究を行うにあたり、東北大学工学部の 山一典教授、日本原子力研究所原子炉工学部原子炉制御研究室の原昌雄室長より、種々御援助いただいた。ここに記して感謝の意を表する次第である。

参考文献

- (1) L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, R.V. Gamkrelidze, and E.F. Mishchenko, : The Mathematical Theory of Optimal Processes :, Interscience Pub. (1962)
- (2) Y. Shinohara, and J. Valat, : Optimization of Xenon Poisoning by Minimization of the Xenon Peak :, Comp. Rend. , vol. 259, P. 1623 -1626, P. 1836
- (3) J.J. Roberts and H.P. Smith, Jr., : Time Optimal Solution to the Reactivity-Xenon Shutdown Problem :, Nucl. Sci. Eng., vol. 22, P. 470-476 (1965)

- (4) S. Salo, : On the Use of Maximum Principle in Optimal Xenon Shutdown Problems :, Nucl. Sci. Eng., vol. 50, P-46-52 (1973)
- (5) 北村正晴, 篠原慶邦, : 統計的探索法による原子炉システム最適化 :, JAERI-M-5131, (1973)
- (6) 北村正晴, 篠原慶邦, : JAERI-M. 5664, (1974)