

JAERI-M

5 7 3 3

ハイブリッド計算機による分布定数系の  
シミュレーション法

1974年6月

島崎潤也・渡辺光一・原 昌雄

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

ハイブリッド計算機による分布定数系のシミュレーション法

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

島崎潤也，渡辺光一・原 昌雄

(1974年5月21日受理)

分布定数系の動特性解析に関してハイブリッド計算機による基本的な解析方法を論じた。まず分布定数系の多点集中近似法とCSDT法について一般的に述べ，次にむだ時間要素を分布定数系としてとりあげ，単純なむだ時間系についてシミュレーションの扱い方を検討した。

次に双曲型の偏微分方程式で表わされる分布系においてむだ時間系から単一流体の熱交換器さらに向流型の熱交換器についてそれらのハイブリッドシミュレーションの扱い方について詳しい考察を進め，許容できる精度内で演算を高速化するための工夫を示した。

なおむだ時間系の基本的な問題やCSDT法とDSCT法の比較などは付録に載せた。

Simulation Techniques of Distributed Parameter Systems  
using a Hybrid Computer

Junya SHIMAZAKI, Koichi WATANABE and Masao HARA

Division of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received May 21, 1974)

Basic methods used in hybrid computer simulations for dynamic analysis of a distributed parameter system are described. A nodal analysis and a CSDT methods are treated, and simulation methods of a simple time lag system are investigated from the view point of a kind of a distributed parameter system.

Hybrid simulation techniques on time lag systems and both of single and counter flow heat exchangers are studied in detail, which are expressed in the form of hyperbolic partial differential equations, and important methods to accelerate operation speed with reasonable accuracy are presented. General discussions on time lag systems and comparisons between CSDT and DSCT methods are given in the appendices.

## 目 次

1. はじめに .....	1
2. 分布定数系としてのむだ時間要素 .....	2
2.1  むだ時間要素の分布定数系記述	
2.2  差分法によるシミュレーションと空間巾一時間巾に対する条件	
2.3  CSDT (連続空間一不連続時間)法による2種のシミュレーション と時間幅の決定	
2.4  CSDT法によるハイブリッドシミュレーションと例題	
3. 熱交換器 (流体が1つの場合)の空間温度分布 .....	12
3.1  分布定数系記述と差分法による動特性シミュレーション	
3.2  CSDT法による3種のシミュレーションと基本的考察	
3.3  CSDT法によるハイブリッドシミュレーションと入口温度変化に対する 空間温度分布応答の例題	
4. 向流型熱交換器の空間温度分布 .....	28
4.1  分布定数系記述と中間金属壁温度の特性	
4.2  差分法による動特性シミュレーションの基本的考察	
4.3  CSDT法を用いるハイブリッドシミュレーション	
4.3.1  シリーズ計算法	
4.3.2  パラレル計算法	
5. 結  び .....	36
参考文献 .....	37
付  録	
A  むだ時間要素の集中定数率近似 .....	38
B  むだ時間要素における状態の概念 .....	40
C  分布定数系の伝達関数 .....	41
D  CSDT法とDSCT法の比較 .....	42
E  通常CSDT法の検討 .....	44
F  プログラム(1) 単一流体の熱交換器 .....	50
G  プログラム(2) 向流型熱交換器 .....	53

## 1. はじめに

今まで分布系の動特性シミュレーションは空間的にノードに分割したいわゆる多点集中定数系近似が広く用いられてきた。この方法は分布系の構造自体が比較的にとり入れやすく、パラメータの空間依存性がノードごとにはあるが考慮される。しかし最大の欠点はシミュレーションにおいてノードの総数をあまり多くとることができないことから生じてくる。空間のノード数と正解との間に本来ならば定性的かつ定量的な議論がなされなければならないところである。すなわち分布定数系への入力のパターンや解軌道の性質によってノードの個数が精度との関係で定められるべきである。この問題はここでは直接的には扱わず（間接的には関連があるが）分布定数系の動特性解析として有効なもう1つの方法を扱う。これはCSDT法（Continuous-Space-Discrete-Time Method）とよばれ、空間は連続変数で、時間は不連続変数とする解析方法であり、ハイブリッド計算機で分布定数系の解析に有効に用いられている。ここで考える分布定数系は輸送現象（Transport Phenomena）のごく簡単なものであるが種々のタイプの熱交換器を含むものである。この輸送現象を分布系としてのむだ時間から流体が1つの熱交換器さらに流体が2つの向流型熱交換器という風に少しシステム論的あるいは構造的に扱っていく。動特性シミュレーションにおいて、分布定数系への種々の入力（入口温度、初期分布、流速変化など）が正確にとり入れられていなければならない。CSDT法においては時間を不連続に扱うものであるから入力信号の特性によってそのきざみ幅 $\Delta t$ を定めることになる。また時刻 $t$ の分布を求めるためにはその $\Delta t$ 前の分布が必要となりこの波形再現の問題、広くはこのときのデータ処理の問題が含まれてくる。これらの問題は計算時間短縮のためには特に重要になってくることである。ここでの考察は正確な分布シミュレーションが行われることをまず考え、そのための有効なCSDT法を提出することである。それによってCSDT法のメリットが明らかにされる。

## 2. 分布定数系としてのむだ時間要素

入力を  $u(t)$ ，出力を  $\theta(t, x)$  とするときむだ時間要素は簡単に次式で表わされる。

$$\theta(t, x) = u\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (1)$$

$v$ ；流速  $x$ ；距離 を示す。

$x = \ell$  (管長) でのみ考えれば

$$\theta(t, L) = u(t - L) \quad (2)$$

$L = \frac{\ell}{v}$  としている。

で表わされ，(2)式のむだ時間要素伝達関数  $G(s)$  はよく知られているように

$$G(s) = e^{-sL} \quad (3)$$

となる。ここで問題としたいのはこのような入力-出力間の伝達関数として把握するのではなく，分布定数系の1つとしてとらえなおし，その空間分布に注目したいのである。(3)式の種々の近似の問題，特に有理多項式近似がどのような観点で行われているか，むだ時間要素の状態変数とはなにか(集中系と結合した系においては重要になってくる)，これらと分布系としての把握(特にCSDT法として)の関連についての考察は付録(A, B)にまわした。ここでは(1)式から直接的に次の偏微分方程式を導き，どのようなシミュレーションが可能かを検討していく。

$$\frac{\partial \theta(t, x)}{\partial t} + v \frac{\partial \theta(t, x)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

初期データとして

$$\theta(0, x) = \theta_0(x) \quad (\text{初期関数; } u(t), -L \leq t < 0) \quad (5)$$

$$\theta(t, 0) = \theta_1(t) \quad (\text{入力信号; } u(t), t \geq 0) \quad (6)$$

が与えられていることになる。

(4)~(6)式を解くのに差分法を次のように用いて正解を求めるための条件を少し考えておこう。この結果はCSDT法で解く場合に直接的に用いられる。

(4)式において，時間微分については前進差分にとり，また空間微分については後進差分にとってそれぞれのきざみ幅を  $\Delta t, \Delta x$  とする。

$$\theta(j\Delta t, i\Delta x) = \theta_i^j \quad \text{と} \quad \text{おいて}$$

$$\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta t} + v \frac{\theta_i^j - \theta_{i-1}^j}{\Delta x} = 0 \quad (7)$$

から

$$\theta_i^{j+1} = \left(1 - \frac{v\Delta t}{\Delta x}\right) \theta_i^j + \frac{v\Delta t}{\Delta x} \theta_{i-1}^j \quad (\text{図1}) \quad (8)$$

(8)式では(5)式の初期分布は  $\theta_i^0$ ,  $i=0, 1, \dots, I$  で与えられ, (6)式の入力信号は  $\theta_0^j$ ,  $j=0, 1, \dots, J$  で与えられ, これらのデータをもとにして  $j$  方向についてもあるいは  $i$  方向についても解ける形である。

いま(9)式の条件で考えれば(8)式は最も簡単になる。

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} \equiv \alpha = 1 \quad (9)$$

$$\theta_i^{j+1} = \theta_{i-1}^j \quad (10)$$

(10)式は  $\Delta t$  ごとにデータの移動を行うことを意味し, むだ時間のデジタルメモリーによる普通のシミュレーションである。 $\Delta t$  時間に移動する距離は  $v\Delta t = \Delta x$  である。

この場合における一定入力信号がステップに下る場合の応答をこれからよく用いる方式で図2, 図3に示しておこう。

図3の波形を  $x$  について連続波形で処理し, ハイブリッドシミュレーションをしようとするばいくつか方法が考えられるであろう。

まずはじめに考えられるのは図4の①で各時刻の分布データを直線で結ぶシミュレーションですぐ後で考察するものである。次に簡単に考えられるのは一次遅れでシミュレーションする図4の②の曲線である。さらに③なども考えられるが時間が進んだときにその波形くずれが起ってくる。むだ時間要素はその入力信号をその要素内に波形くずれなく貯えある時間後に出力されるものであるから波形くずれは望ましいことではない。これをなくすためには  $x$  方向の  $\Delta x$  ごとのサンプル操作を有効に利用すべきである。(差分法においてはまさにそうしている。) サンプル操作によって  $\Delta x$  の間の波形変化は無視されるが, ③の近似では  $\Delta x$  点で  $T_m$  (数値的に  $200^\circ\text{C}$  としている) にまだ達していないので, この誤差分が後々までさらに強められて伝播していくことになる。これらのハイブリッドシミュレーションとしての問題はさらに別の観点から後に論じられる。

ここで考察しておきたいもう1つのことは(9)式が成立しない場合にも(8)式の差分法はつねに正解に近い解を与えるかどうかということである。

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} = \alpha < 1 \quad (11)$$

$$\text{の場合に, } \theta_i^{j+1} = \alpha \theta_{i-1}^j + (1-\alpha) \theta_i^j \quad (12)$$



たとえば  $\alpha = \frac{1}{2}$  について前と同様のステップ応答を図示してみよう (図6, 図7)。

$$\theta_i^{j+1} = \frac{1}{2} (\theta_{i-1}^j + \theta_i^j) \tag{13}$$

$$\Delta t_2 = \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{v} \tag{14}$$

$\Delta x$  を  $\alpha = 1$  の場合と  $\alpha = \frac{1}{2}$  の場合同じ値を与えたとすると,  $\alpha = \frac{1}{2}$  のときの時間メッシュ  $\Delta t_2$  は  $\alpha = 1$  のときの  $\frac{1}{2}$  である。それにもかかわらず図から分るように波形くずれを起し, ぐちゃぐちゃ分布として悪い結果になっている。 $\frac{v\Delta t}{\Delta x} = 1$  という条件は上記の差分近似において本質的のように思われる。

さらに  $\alpha > 1$  の場合を考えると上の差分法は発散してしまう。これは一般的に熱交換器等の差分法による近似解法の収束条件と一致している。 $\alpha = 2$  として前と同様のステップ応答を図8に示しておく。

$$\theta_i^{j+1} = 2\theta_{i-1}^j - \theta_i^j \tag{15}$$

$$\Delta t_3 = 2 \frac{\Delta x}{v} \tag{16}$$

$\Delta t$  を細かくする必要は入力信号の波形 (周波数帯域) によって起ってはくるが, 上で示されたようにむだ時間のシミュレーションでは  $\Delta t$  を小さくしたからただちに正確なシミュレーションができるということはいえない。前記の差分法では  $\frac{v\Delta t}{\Delta x} = 1$  の条件が満足されないと  $\frac{v\Delta t}{\Delta x} < 1$  では波形くずれがまた  $\frac{v\Delta t}{\Delta x} > 1$  では本質的にシミュレーション不可能ということになってしまう。

次に(4)~(6)式のCSDT法による解法を述べよう。差分法との本質的な違いは空間軸について一方は不連続にとり, CSDT法では連続にとるという点である。しかし時間軸を不連続にとるということが含まれているのでむやみにCSDT法の有利さを主張することはできなく, そこにデータ処理を有効に行うべき問題が起ってくる。また分布を正確に求めるためには  $\Delta t$  と  $\Delta x$  (これは分布をデジタルメモリーにストアしておくためのサンプリング間隔) の間に差分法のとくと同様の条件が満足されていなければならないことが容易に示される。分布定数として与えたむだ時間要素の基礎方程式(4)からCSDT法を用いて式を変形している。

$\theta(t, x)$  は時刻  $t$  を固定した形で  $\theta^t(x)$  や  $\theta^j(x)$  と記す。

$$\frac{d\theta^t(x)}{dx} = -\frac{1}{v\Delta t} \{ \theta^t(x) - \theta^{t-\Delta t}(x) \} \tag{17}$$

(17)式自身のハイブリッドシミュレーションは右辺の解釈により次の2つの方法が考えられる。

1) 右辺の  $\theta^t(x)$  をそのままフィードバックしてシミュレーションする方法。

これは(17)式をそのままシミュレートする方法で普通一般的に用いられているものであるが, 分布のシミュレーションとしては問題がある。 $\theta^{t-\Delta t}(x)$  の値は  $x$  の関数としてもとの波形の

再現が必要であるかなども含めて後に議論しよう。

2) 右辺の  $\theta^i(x)$  を  $\theta^{i-\Delta t}(x)$  のストアーされているデータと  $x$  軸を合せて不連続に評価してフィードバックする方法

この方法は  $v\Delta t = \Delta x$  の条件のもとで非常によく分布をシミュレーションしている。このメカニズムについて少し説明しておこう。

ハイブリッド回路は図9に示すものである。時刻  $t$  における分布  $\theta^i(x)$  を求めるには次のようにすればよい。まず積分器の初期値は現時刻における入力信号  $m(t)$  にセットする。 $x$  について  $\Delta x$  ごとのサンプリングで  $\theta^i(i\Delta x)$  をADCで読み、直ちに前の分布  $\theta^{i-\Delta t}(i\Delta x)$  との差を求めてDACでアウトプットし、積分器の入力とする。これを  $i=1, \dots, I$  まで行わせれば  $\theta^i(x)$  が連続分布として求められる。

ステップ入力がある時間系へ入ってきたとき、この2)の方法による解法とそのときのグラフは次のようになる。

$t = \Delta t$  で始めの  $[0, \Delta x]$  区間の分布  $\theta^1(x)$  は

$$\theta^0(0) - \theta^1(0) = m(0) - m(\Delta t) = T_m / 2$$

$$\theta^1(x) = \frac{T_m}{2} + \frac{T_m}{2} \cdot \frac{1}{v\Delta t} x$$

$$\theta^1(\Delta x) = \frac{T_m}{2} + \frac{T_m}{2} \cdot \frac{\Delta x}{v\Delta t} = T_m \left( \frac{v\Delta t}{\Delta x} = 1 \text{ の条件のもとで} \right)$$

$\Delta x \leq x \leq I \cdot \Delta x = L$  においては

$$\theta^0(i\Delta x) - \theta^1(i\Delta x) = T_m - T_m = 0, \quad i \geq 1$$

$$\therefore \theta^1(x) = T_m$$

$t = 2\Delta t$  の分布  $\theta^2(x)$  は

$$[0, \Delta x] \text{ では } \theta^1(0) - \theta^2(0) = m(\Delta t) - m(2\Delta t) = \frac{T_m}{2} - \frac{T_m}{2} = 0 \text{ から}$$

$$\theta^2(x) = \frac{T_m}{2}$$

$$[\Delta x, 2\Delta x] \text{ では } \theta^1(\Delta x) - \theta^2(\Delta x) = T_m - \frac{T_m}{2} = \frac{T_m}{2}$$

$$\theta^2(x) = \frac{T_m}{2} + \frac{T_m}{2} \cdot \frac{(x - \Delta x)}{v\Delta t}, \quad \theta^2(2\Delta x) = T_m$$

$[2\Delta x, L]$  では、同じように考えて

$$\theta^2(x) = T_m$$

$t = j\Delta t$  の分布もまったく同様に定まり図10に示すとうりである。

この方法の差分式を書き下しておくと、

$$\theta_{i+1}^j = \theta_i^j - \frac{\Delta x}{v \Delta t} (\theta_i^j - \theta_i^{j-1}) \quad (18)$$

となり、前にとった差分法とは異なっている。

ここで  $\frac{\Delta x}{v \Delta t} = 1$  が成立しない場合に上の CSDT 第 2 法がうまく使えるかどうか考えておこう。

図 11 に示すように流体の移動は  $\Delta t$  の後に  $v \Delta t$  の距離だけ行なわれ DAOUT のデータを少し変更しただけでは分布の正確なシミュレーションは  $\frac{\Delta x}{v \Delta t} > 1$  のときも  $\frac{\Delta x}{v \Delta t} < 1$  のときもむずかしい。  $v \Delta t$  が  $\Delta x$  の整数倍あるいはその逆の場合には少しの変更でさらに近似的シミュレーションができる。しかし、この CSDT 法においては  $\frac{\Delta x}{v \Delta t} = 1$  の条件は本質的であると考えられる。そしてたとえば流速変化を考えると  $\Delta x$  のサンプリングもそのまま  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$  ごとの時間間隔で分布計算がなされているものと簡単に考えた方がよい。もしサンプリング幅が変えられるならば  $v$  と比例して  $\Delta x$  を変化させれば  $\Delta t$  は変えずにすむ。もちろんこの場合は  $\Delta x$  が変わるので  $\theta^{t-\Delta t}(x)$  のデータは内挿が必要になってくる。分布系への入力と初期分布は次のものを与えている。

初期分布は簡単に

$$t = 0, \theta^t(x) = T_m \text{ (一定)} \quad (19)$$

で考え、  $x = 0$  における境界条件として入ってくる入力については図 12 の波形を考える。この波形の伝播の様子をハイブリッドシミュレーションで調べていくことになる。  $t_1 = 0$  とすればステップ入力が入られる。時刻  $t_2$  までには分布系は定常状態におちつき、そこから周波数  $f$  の正弦波が系に加わっていきそれがどのように移動していくか、出口端の温度は歪を生じていないかが問題となる。

$$x = 0, \theta^t(x) = m(t) \quad (20)$$

CSDT 法の時間きざみ  $\Delta t$  はまず (20) 式の入力パターンによって制約をうける。入力信号が  $W$  cycle/sec 以下の周波数成分しか含まないならば、染谷-Shannon のサンプリング定理によって  $\frac{1}{2W}$  のサンプリングの値で完全に波形再現が可能であることがわかっている。しかしそこに用いられるサンプリング関数は  $\sin(2\pi W t) / (2\pi W t)$  を各サンプル値にずらして用いなければならないので実際の再現実行は少しめんどりである。これを 0 次ホールド、1 次ホールド、折れ線近似で再現が簡単にできるようにするために  $\frac{1}{2W}$  より以上のデータのサンプリングが必要となってくる。1 つの目安としてサンプリング定理のサンプリング幅のさらに  $\frac{1}{5}$  を考えることにする。すなわち入力信号の周波数が  $W$  cycle/sec まで含まれているならば、

$$\Delta t = \frac{1}{10W} \quad (21)$$

に  $\Delta t$  を定めなければならない。逆に  $\Delta t$  の間隔では  $W = \frac{1}{10 \Delta t}$  の周波数までの入力が正確に

入れられているものと考えることができる。

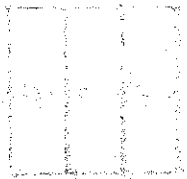
具体的な数値として次のものを用いる。

$$T_m = 200 [^{\circ}\text{C}] , v = 4 [\text{m}/\text{sec}]$$

$$L = 10 [\text{m}] , t_1 = 0 , t_2 = 4 , t_3 = 10 [\text{sec}]$$

$$A = T_m \times 0.1 , f = 0.5 , B = 0.002 \text{ (デジタルとアナログのスケールファクタ)}$$

入口から出口までのむだ時間の長さは  $\frac{10}{4} = 2.5 \text{ sec}$  となり、2.5 sec から 4 sec までは  $\frac{T_m}{2}$  の一定分布になっているはずである。10 sec 間の入力信号のシミュレーションは  $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$  ( (21)式から計算すると 0.2 sec でよいことになるが) にとって 100個のデータで扱う。また  $\Delta t$  前の分布  $\theta^{t-\Delta t}(x)$  が必要になるが、これは  $\Delta x = v\Delta t$  から 0.4 としてサンプルした  $\frac{10}{0.4} = 25$  個のデータで近似することを基本に考える。この計算結果を図 13, 図 14 に示す。



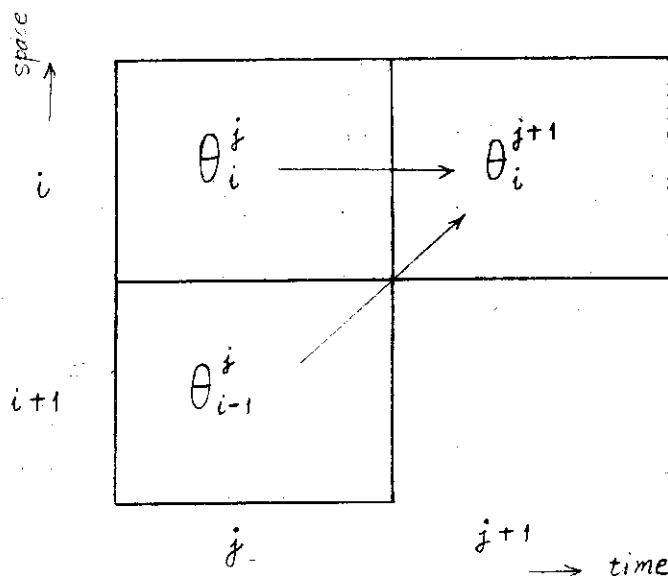


Fig.1 Future temperature to be determined from past temperatures

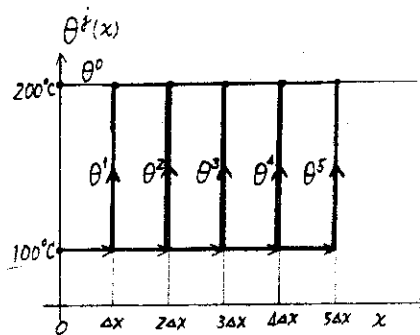
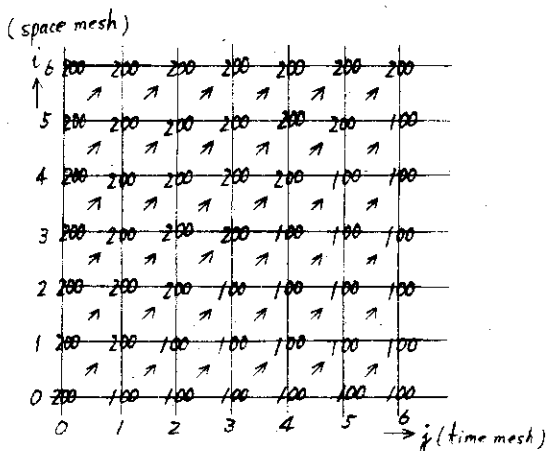


Fig.2 Temperature at each node in time-space domain

Fig.3 Temperature distribution at the time of  $j\Delta t$

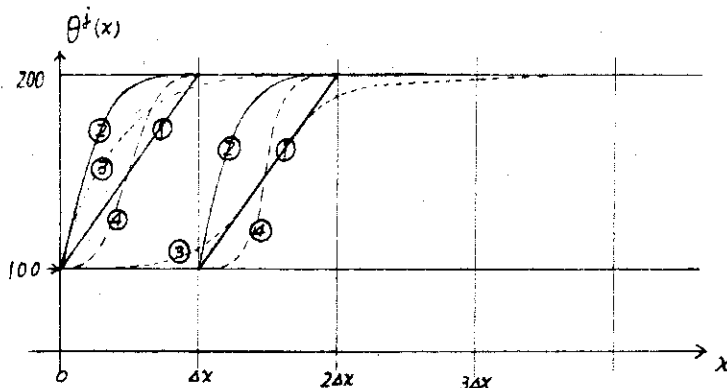


Fig.4 Continuous curves to be treated by hybrid simulation

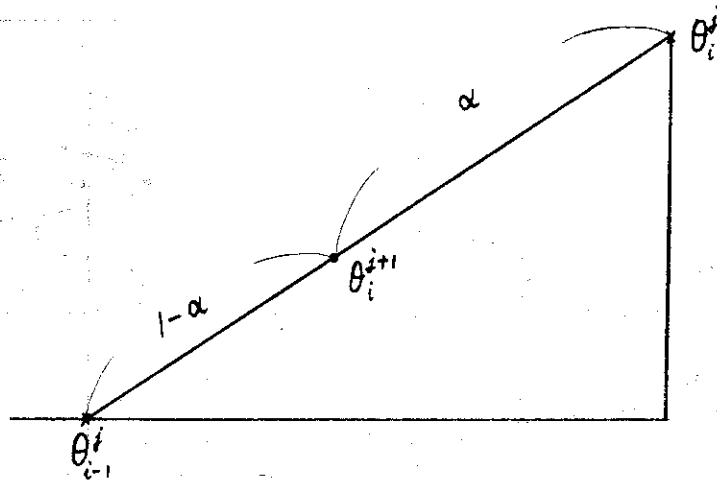


Fig.5  $\theta_i^{t+1}$  to be interpolated between  $\theta_{i-1}^t$  and  $\theta_i^t$

$i \uparrow$	5	200	200	200	200	200	200
	4	200	200	200	200	200	193
	3	200	200	200	200	187	168
	2	200	200	200	175	150	131
	1	200	200	150	125	112	106
	0	200	100	100	100	100	100
		0	1	2	3	4	5 $\rightarrow j$

Fig.6 Temperature at each node in the case of  $\alpha=0.5$

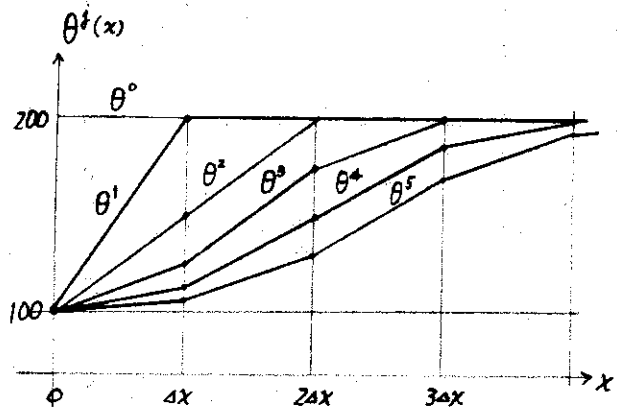


Fig.7 Temperature distribution at various times ( $\alpha=0.5$ )

$i \uparrow$	4	200	200	200	200	200
	3	200	200	200	200	$200 \times 3$
	2	200	200	200	200	$200 \times 3$
	1	200	200	0	200	0
	0	200	100	100	100	100
		0	1	2	3	4 $\rightarrow j$

Fig.8 Temperature at each node in the case of  $\alpha=2$

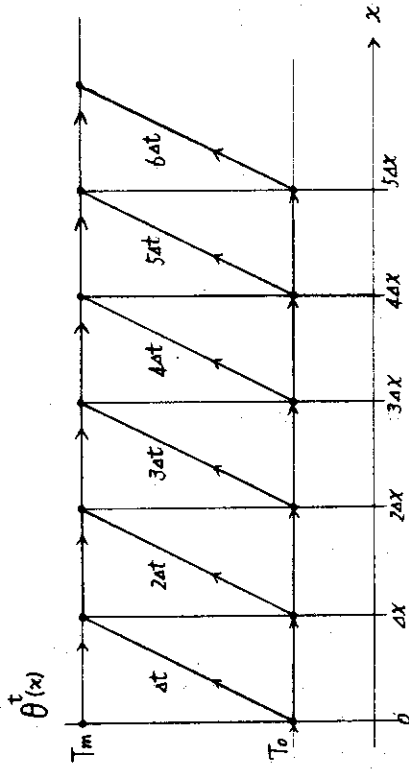


Fig. 10 Temperature distribution by a hybrid simulation of delay element

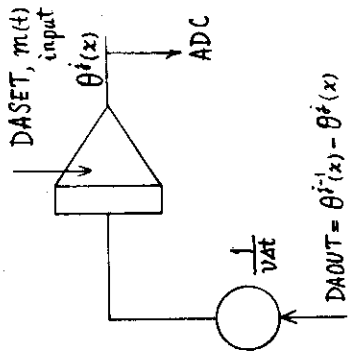


Fig. 9 Analog program for delay element as a distributed parameter system

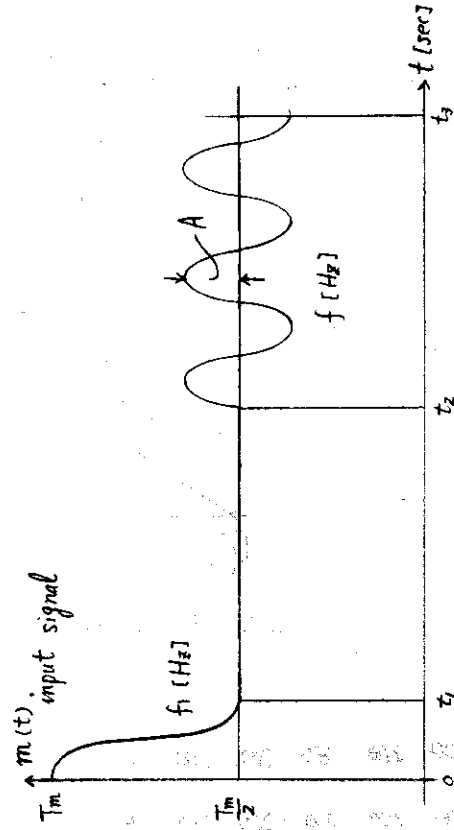


Fig. 12 Input test signal

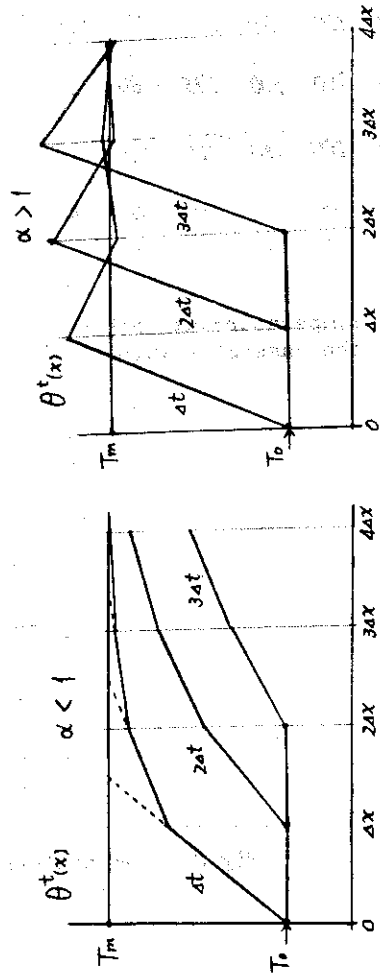


Fig. 11 Temperature distribution in the case of  $\alpha < 1$

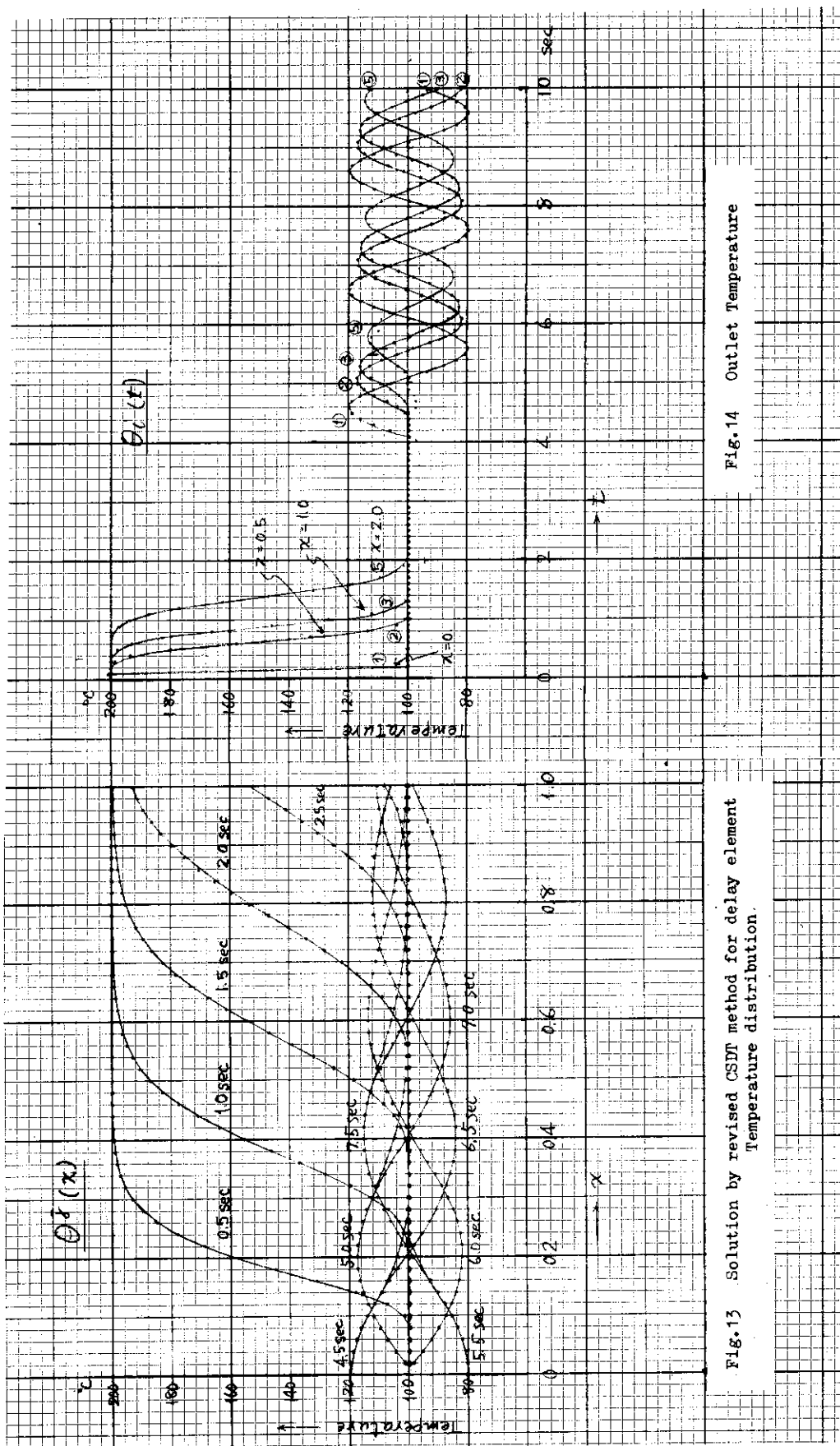


Fig.13 Solution by revised CSDT method for delay element Temperature distribution.

Fig.14 Outlet Temperature



### 3. 熱交換器（流体が1つの場合）

ここで扱う熱交換器は流体が液体（非圧縮性）であり，エネルギー収支のみを考えればよい，構造的にも最も簡単なタイプである。前章においてむだ時間要素を分布定数系として把握し，そのCSDT法による1つのハイブリッドシミュレーションを示しておいたのは，熱交換器シミュレーションに直ちに利用されるからでもあった。2章の分布定数系に管壁を通して外部と熱伝達を行わせる系をここで考察する。数式で表わせば

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{U \cdot S}{C_p \cdot \rho \cdot A} (\theta_s - \theta) \quad (22)$$

$C_p$ ；比熱， $\rho$ ；密度， $A$ ；断面積， $U$ ；熱伝達係数， $S$ ；側面積

となり， $\theta_s(t, x)$ は外部温度分布で始めに与えられるものとする。原子炉の冷却材温度分布は中性子分布から与えられてくる燃料ピンの表面温度が $\theta_s(t, x)$ になっていると考えれば(22)式で扱うことができる。(22)式を簡単に解釈してしまえば，左辺の流体の移動現象を表わすシミュレーションはすでにできており，右辺は一次遅れ系と考えられるのでより安定にシミュレーションされるはずであるといえる。CSDT法の解法を述べるに先だって第2章で行ったと同様のもとの現象を差分法を用いて考察しておきたい。それはCSDT法の種々の解法がいかにか現象のダイナミクスをシミュレーションしているかを明確にするのに有用と思われるからである。

$$\frac{U \cdot S}{C_p \cdot \rho \cdot A} = a \quad (23)$$

とおき，むだ時間を差分法でシミュレーションしたときと同じ差分を(22)式に用いる。

$$\frac{\theta_i^{j+1} - \theta_i^j}{\Delta t} + v \frac{\theta_i^j - \theta_{i-1}^j}{\Delta x} = a (\theta_{s,i}^j - \theta_i^j) \quad (24)$$

$v \Delta t / \Delta x = 1$  の条件を上式につければ

$$\theta_i^{j+1} = \theta_{i-1}^j + a \cdot \Delta t (\theta_{s,i}^j - \theta_i^j) \quad (25)$$

となる。 $\theta_i^{j+1}$ は $\theta_{i-1}^j$ が時間 $\Delta t$ たつて移動してきたものとその場所の外部温度と流体温度差によって生じている熱伝達による温度上昇を加えたものである(図15)。

(25)式を用い， $\theta_{s,i}^j = 200^\circ\text{C}$ ， $a \Delta t = 0.1$ とした入力温度をステップに下げたときの応答を前と同じ図で表わしてみよう(図16)。

時刻  $t = j \Delta t$ における  $x$  分布  $\theta^j(x)$ をみると  $i = j - 1$ において  $100^\circ\text{C}$ となり，ここで分布が

歪んでいる。このデータは他には歪として伝播していないことを考えれば、無視されるデータであると解釈してよい。もちろん(25)式のアルゴリズムにおいては必要なデータである。ここでこの不必要な歪を(25)式の計算アルゴリズムを変更してなくすことを考える。それには(25)式第2項の評価を*i*-1で行えばよい。

$$\theta_i^{j+1} = \theta_{i-1}^j + a \cdot \Delta t (\theta_{s,i-1}^j - \theta_{i-1}^j) \quad (26)$$

(26)式の意味は $\theta_{i-1}^j$ の流体に着目し、まずその場所で熱伝達によって $\tilde{\theta}_{i-1}^j$ に変わり、それが $\theta_i^{j+1}$ に移動すると考えられる(図17)。あるいは移動してから逆に熱伝達が行なわれるという風にも解釈できる。この(26)式による前と同様のステップ応答を図18, 図19に示す。

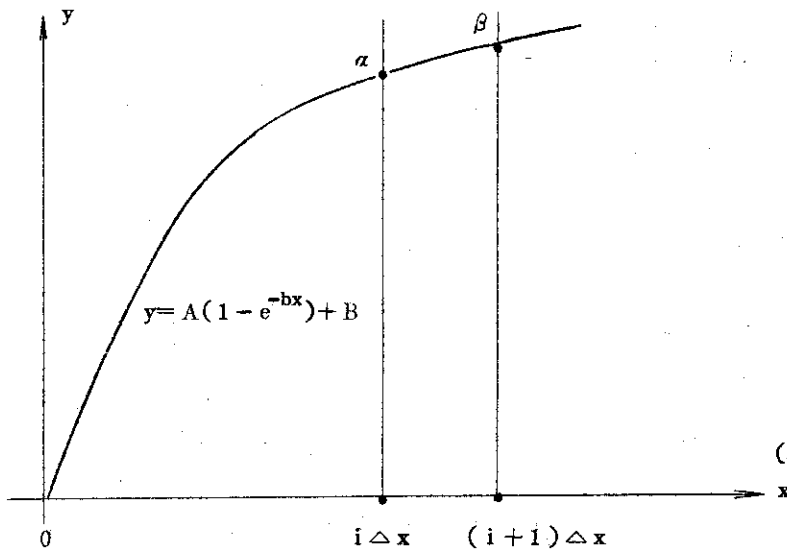


Fig.20 Exponential curve as the steady state

図20で

$$\begin{aligned} \alpha &= A(1 - e^{-b \cdot i \Delta x}) + B \\ \beta &= A(1 - e^{-b \cdot (i+1) \Delta x}) + B \\ \beta - \alpha &= A e^{-b \cdot i \Delta x} (1 - e^{-b \Delta x}) \\ &\approx (A + B - \alpha) b \Delta x \\ \beta &= \alpha + (A + B - \alpha) b \Delta x \end{aligned} \quad (27)$$

(27)式と(26)式を比較して

$$\begin{aligned} b \Delta x &= a \Delta t \\ \therefore b &= a \Delta t / \Delta x = \frac{a}{v} \end{aligned} \quad (28)$$

(27)式の近似が許されるには

$$1 - e^{-b \Delta x} \approx b \Delta x \quad (29)$$

が成り立つことで $\Delta x = v \Delta t$ から $\Delta t$ をいく分小さくしておけばよい。

よって(26)式を用いたときの定常分布は

$$\theta_{s,i}^j = \theta_s \text{ (一定)}, \theta_s = A + B, B = \theta_0 \text{ として}$$

$$\theta(x) = \theta_0 + (\theta_s - \theta_0) (1 - e^{-\frac{a}{v} x}) \quad (30)$$

にほとんど一致した分布を与えることになる。(30)式は原方程式(22)から $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ として直接に求めた定常分布そのものである。(25)式を用いても同じ定常分布を与える。

以上が差分法による標準的な扱い方であるが、以下にはCSDT法を用いたハイブリッドシミュレーションについて述べる。(22)式のCSDT法による近似式は次のように書かれ、それ

をシミュレーションするには3つの方法が考えられる。

$$\frac{d\theta^j(x)}{dx} = -\frac{1}{v\Delta t} \{ \theta^j(x) - \theta^{j-1}(x) \} + \frac{a}{v} \{ \theta_s^j(x) - \theta^j(x) \} \quad (31)$$

1) (31)式の右辺の2項ともサンプル巾 $\Delta x$ ごとに不連続に評価し、積分器へそのつど加えていく方法。

$$\theta_{i+1}^j = \theta_i^j + \left\{ -\frac{1}{v\Delta t} (\theta_i^j - \theta_i^{j-1}) + \frac{a}{v} (\theta_{s,i}^j - \theta_i^j) \right\} \Delta x \quad (32)$$

$\frac{\Delta x}{v\Delta t} = 1$  の条件で処理すれば

$$\theta_{i+1}^j = \theta_i^{j-1} + a \cdot \Delta t (\theta_{s,i}^j - \theta_i^j) \quad (33)$$

となる。(31)式の右辺第2項を時刻 $(j-1)$ で評価すれば(33)式に相当する式は

$$\theta_{i+1}^j = \theta_i^{j-1} + a \cdot \Delta t (\theta_{s,i}^{j-1} - \theta_i^{j-1}) \quad (34)$$

となって、差分法で用いた(26)式と同じものである。

このCSDT法は積分器が単にはだかに等しく使われているのみで安定な使用法ではない。もっとハイブリッド計算らしいより安定なCSDT法が考えだされるはずであり、2), 3)で述べる方法である。ただここで指摘しておきたいことは差分法でうまくシミュレーションできる問題(もちろんすべてという訳にはいかない。たとえば、Implicitな解法や非線形を含む場合は問題がある)はこのレベルのCSDT法でアナログ回路、ADC、DACの誤差や遅れが問題にならないように処理すれば解けるということである。さらに $x$ が連続的に扱っているので少しの工夫を加えれば、より簡単なシミュレーションにすることが可能であろう。すなわち $\Delta t$ や $\Delta x$ をわり合い大きくとれるとかの工夫が考えられる。ついでに1つ一般的にCSDT法による解法の特徴を述べておきたい。動特性の式で $t \rightarrow \infty$ とすれば定常分布が $x$ の関数として求まってくるわけだが、この定常分布がCSDT法においては $x$ が連続変数にとっているので正確に定まってくる。この性質はいろいろ応用できることで、途中の分布を非常にあらいものでよいとすれば $\Delta t$ を大きくとってより早く定常分布に収束することができる。

2) (31)式の右辺第1項 $(\theta^j - \theta^{j-1})$ は不連続に扱い、第2項 $(\theta_s^j - \theta^j)$ は連続に扱う方法

第1項のこのような処理の仕方は2章において解析したように、流体の流動(輸送おくれ)はこの方法で正確にシミュレーションされた。しかし、いま第2項の熱伝達が一次おくれの形で入ってくるので、その流動が乱され波形くずれを起し、それが分布系を伝播して行くのではないかの心配があるが、以下これを解析する。(31)式から

$$\frac{d\theta^j}{dx} + \frac{a}{v} \theta^j = u_1 + u_2 \quad (35)$$

$$u_1 = -\frac{1}{v\Delta t} (\theta^j - \theta^{j-1}), \quad u_2 = \frac{a}{v} \theta_s^j$$

このアナログプログラムを図21に示す。

(35)式をラプラス変換して

$$\theta^j(s) = \frac{u_1}{S(S+\frac{a}{v})} + \frac{u_2(s)}{(S+\frac{a}{v})} + \frac{\theta_0^j}{(S+\frac{a}{v})} \quad (36)$$

$\theta_s^j = \theta_s$  (一定) として定常分布  $\theta(x) = \theta_s$  から, 入口温度がステップに下ったときの応答を調べる。

$$\theta_0^j = \theta_0 = 100^\circ\text{C}, \quad j \geq 1, \quad \theta_0^0 = \theta_s = 200^\circ\text{C} \quad (37)$$

流動による項から

$$\theta_0^1 - \theta_0^0 = 100 - 200 = -100$$

$$\frac{\frac{1}{v\Delta t} (\theta_s - \theta_0)}{S(S+\frac{a}{v})} \rightarrow \frac{1}{a\Delta t} (\theta_s - \theta_0) (1 - e^{-\frac{a}{v}x}), \quad 0 \leq x \leq \Delta x \quad (38)$$

熱伝達と初期値による項から

$$\frac{\frac{a}{v} \theta_s}{S(S+\frac{a}{v})} + \frac{\theta_0}{S+\frac{a}{v}} \rightarrow \theta_s (1 - e^{-\frac{a}{v}x}) + \theta_0 e^{-\frac{a}{v}x} = \theta_0 + (\theta_s - \theta_0) (1 - e^{-\frac{a}{v}x})$$

$$, \quad 0 \leq x \leq \Delta x \quad (39)$$

よって  $\theta^1(x)$  は (22)式と (23)式を加えて

$$\theta^1(x) = \theta_0 + (\theta_s - \theta_0) \left( \frac{1}{a\Delta t} + 1 \right) (1 - e^{-\frac{a}{v}x}), \quad 0 \leq x \leq \Delta x \quad (40)$$

$\Delta x = v\Delta t$  の条件を再び考え, (24)式を  $\Delta x$  で評価すると

$$\begin{aligned} \theta^1(\Delta x) &= \theta_0 + (\theta_s - \theta_0) (1 + a\Delta t) \left( 1 - \frac{1}{2!} a\Delta t + \frac{1}{3!} (a\Delta t)^2 - \dots \right) \\ &= \theta_s + (\theta_s - \theta_0) \left( \frac{1}{2} a\Delta t - \frac{1}{3} (a\Delta t)^2 + \frac{1}{8} (a\Delta t)^3 - \dots \right) \end{aligned}$$

$$\approx \theta_s \quad (a\Delta t \text{ が十分小さい}) \quad (41)$$

$\theta^1(\Delta x) = \theta_s$  が成りたてば,  $\Delta x \leq x$  の分布は正確に

$$\theta^1(x) = \theta_s, \quad \Delta x \leq x \leq L \quad (42)$$

となる。

もし、 $\theta^1(\Delta x) = \theta_s = \delta$  の誤差があったとすると次の  $\Delta x$  区間の  $\theta^1(x)$  の分布は同様に解析され

$$\theta^1(2\Delta x) \approx \theta^1(\Delta x) - \delta \left(1 + \frac{1}{2} a \Delta t\right) = \theta_s - \frac{1}{2} a \Delta t \times \delta$$

となり、 $\frac{1}{2} a \Delta t < 1$  は当然満たされているので、より  $\theta_s$  に近づくことになる。すなわち  $\Delta x$  で生じた歪は系に positive には伝播しないことを示している (図 22)。  $\theta^2(x)$ ,  $\theta^3(x)$ , …… へのこの誤差の伝播について考えておこう。

熱伝達よりも流動が支配的なセクションで考えると、始めの誤差は初期値  $\theta_0$ 、目標値との差  $\theta_s - \theta_0$  で出発して  $\theta^1(\Delta x)$  で  $+\delta$  の誤差であった。流動の回路でこの誤差が生じ、以後同様に起ると仮定する。熱伝達は正確に行われているとし (流動との大きさの比は  $1 : a \Delta t$  で小さいものである)。それによる変化分を  $x = \Delta x, 2\Delta x, \dots$  において  $b_1, b_2, \dots$  とする。  $\theta^2(2\Delta x)$  の誤差は  $\theta_0 + b_1$ 、 $\theta^1(\Delta x) - \theta_0 - b_1 = \theta_s - \theta_0 - b_1 + \delta$  から出発した誤差であるので  $\delta$  だけ大きな値が流動項として加わりより大きな誤差を生じる。正しく働いている場合は  $\theta_0 + b_1$ 、 $\theta_s - \theta_0 - b_1$  から出発して  $\theta^2(2\Delta x) = \theta^1(\Delta x) = \theta_s$  に移される。もちろん前に考えたように  $\theta^2(x)$ ,  $x \geq 2\Delta t$  への伝播は positive には起らない。  $\theta^0(0) = \theta_s \rightarrow \theta^1(\Delta x) \rightarrow \theta^2(2\Delta x) \rightarrow \theta^3(3\Delta x) \rightarrow$  の移動において上で考えている誤差は流動ゲインが大きいため起ると考えられるのでそのゲインを少し低めてやれば改良されることになる。さらに伝播誤差まで一定におさえてしまうためには前に計算した  $\theta^1(\Delta x)$  の値を  $\theta^2(2\Delta x)$  の計算に用いず  $\theta^0(0)$  を使うことである。すなわち分布系のシミュレーションにおいて一度乱されたデータは除けず系内をある時間近くに影響を与えながら伝播していくので、それを処理してしまいうためには思いきってデータを捨てる他はないからである。もっともこのような処理は好ましいことではなくシミュレーションの工夫によって伝播の positive 性を少なくすることを考えるべきであろう。

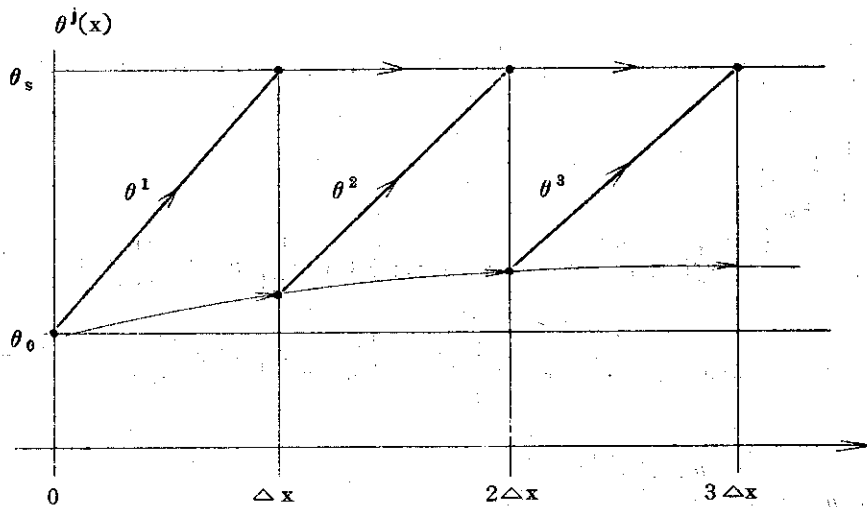


Fig.23 Simple temperature distribution changes

流動と熱伝達が表わされる $\Delta x$  区間の分布にはたいした意味がなく図 23 のようにシミュレーションしてもよい。この区間では流動を正確にシミュレーションすればよいのである。いままで熱伝達とやってきたものは流体の流れに乗った温度分布を表わしており、全微分形式を解いているように思われる。流動とやってきたものは輸送おくれを処理するための信号を得るのに用いられるのである。

流体と管壁を通して接している外部温度 $\theta^j(x)$ が一定の場合の温度変化について、そのステップ応答を図示してきたが、 $\theta^j(x)$ が変化したときその分布系への影響を調べよう。この外部温度変化に対する分布系の応答が正確にシミュレーションできることが次章で扱う向流型熱交換器等のシミュレーションにかかせないことである。

図 21 で $\theta_s^j(x)$ は $x$ のなめらかな連続関数として $\Delta t$ ごとに変えられる形で入れることができる。ここでは $\theta_s^j(x) = \theta_s$  がある $j$ にある $\Delta x$ 区間で $\Delta \theta_s$  ステップに変化したとしてその効果を簡単に図示していく。

$\Delta \theta_s$  の変化が  $i < j+1$  に入ってくる時 ..... 図 24

$i = j+1$  に  $\Delta \theta_s$  の変化がある時 ..... 図 25

$i > j+1$  に  $\Delta \theta_s$  の変化がある時 ..... 図 26

各場合において乱された値が正確に系内を伝播していくことが分る。ある時点の温度分布が別の原因で直接乱された場合も、流動による伝播がまったく同様に考えられる。

第 2 章で考えた入力信号に対するこの分布定数系の応答を求めておこう。ハイブリッドプログラムは変更を必要とせず、ただアナログ回路を図 21 のようにすればよい。

$$\frac{a}{v} = \frac{US}{v C_p \rho A} = \frac{0.1 \times 30}{4 \times 0.5 \times 54 \times 0.4} = 0.06944$$

を用い、その $\theta^j(x)$ 分布を図 27 (a) に $\theta(t, L)$ を (b) に図示する。

3) (31)式右辺の $\theta^j(x)$ をすべて連続として扱う方法。

これはむだ時間要素のシミュレーションのとき考察を除いておいたもう一つの方法を含んでいる。熱伝達が無視される場合にはまさにむだ時間そのものを表わしている ( $a \rightarrow 0$ としたとき)。まずこれが正確にシミュレートされていなければならない。(31)式の表現はこの方法では次のように考えることである。

$$\frac{d\theta^j}{dx} + \left( \frac{1}{v\Delta t} + \frac{a}{v} \right) \theta^j = \frac{1}{v\Delta t} \theta^{j-1} + \frac{a}{v} \theta_s \quad (\text{図} 28) \quad (43)$$

普通は $\Delta t$ をある程度小さくとっているのだから(43)式では $\theta^{j-1}$ の方が $\theta_s$ の熱伝達より支配的である。その効果の比は $1 : a\Delta t$ である。このこともあってまず熱伝達を無視するいわゆるむだ時間についてこの方法が正確にシミュレーションするための条件を考察しよう。

$$\frac{d\theta^j}{dx} + \frac{1}{v\Delta t} \theta^j = \frac{1}{v\Delta t} \theta^{j-1} \quad (44)$$

$\theta^{j-1}(x)$ は $\Delta x$  ごとの不連続値で扱う。この意味は後に明らかになるであろう。

(44)式を  $i\Delta x \leq x \leq (i+1)\Delta x$  で考え  $i\Delta x$  を新しくゼロ点としてラプラス変換する。

$$\theta^j(s) = \frac{\frac{1}{v\Delta t} \theta_i^{j-1}}{S(S + \frac{1}{v\Delta t})} + \frac{\theta_i^j}{(S + \frac{1}{v\Delta t})}$$

$$\theta^j(x) = \theta_i^{j-1} (1 - e^{-\frac{x}{v\Delta t}}) + \theta_i^j e^{-\frac{x}{v\Delta t}} = \theta_i^j + (\theta_i^{j-1} - \theta_i^j) (1 - e^{-\frac{x}{v\Delta t}}) \dots\dots\dots(45)$$

この  $x$  は  $i\Delta x$  をゼロとして  $\Delta x$  区間を表わす。

$$\exp(-\Delta x / v\Delta t) \approx 0 \tag{46}$$

という条件が満足されれば (45)式から

$$\theta^j(i+1 \cdot \Delta x) \equiv \theta_{i+1}^j = \theta_i^{j-1} \tag{47}$$

となり正確にむだ時間シミュレーションが行われることが分る。(46)式の条件を  $\Delta x, \Delta t$  の条件に書きかえるために

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} = \alpha \leq \frac{1}{3} \tag{48}$$

位にはアナログ計算でもとっておかねばならない。

$$\alpha = \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \text{ に対して}$$

$$1 - e^{-3} = 0.95, \quad 1 - e^{-4} = 0.982, \quad 1 - e^{-5} = 0.993 \tag{49}$$

前と同様にステップ応答について波形の伝播を図 29 に示しておこう。

$x$  のサンプル間隔  $\Delta x$  が一定に定められていると考えればこの CSDT 法における  $\Delta t$  は (48)式から

$$\Delta t \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta x}{v} \tag{50}$$

にはとっておかねばならない。これは流量変化をシミュレーションするときは特に注意すべきことである。前記の CSDT 法において  $\Delta t$  は  $\frac{\Delta x}{v}$  にとればよかった。しかしここでもっと重要な注意事項がある。それは上記の  $\Delta t$  きざみで計算が行われているのではなく  $\Delta x$  のサンプリングできまってくる  $\frac{\Delta x}{v}$  で実は分布計算が進められていくのである。(50)式でたとえば  $\Delta t$  を  $\frac{1}{3} \frac{\Delta x}{v}$  にとったのは流動のシミュレーションのためのテクニックである。 $\Delta x$  のサンプリングをむだ時間要素の分布系シミュレーションに有効に用いていることになる。これは  $\theta^{j-1}(x)$  をなめらかなもとの波形を再現することになるが、かえって分布のシミュレーション

としては問題である。前にも述べたように $\Delta t$ は分布系への入力信号の性質によって定めるべきで、これは直接的に $\Delta x$ を定めることになるが、 $\Delta x$ をわり合い大きくとってアナログ回路上の $\Delta t$ をゆるく満足させるようにした方がよいであろう。

もし(46)式(50)式ではゆるすぎるが)が満足されていないとき各時刻とともにその分布に波形くずれがいかに行われるかを図示しておこう。図30の右図は $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ にとったやや極端な場合である。

3)の方法で分布系としてのむだ時間系をシミュレーションするための条件が与えられ、簡単に正確にシミュレーションできることが分った。次に熱伝達を1次おくれとして導入してもそのままシミュレーションが成り立つことを示さなければならない。それには重ねの理を用いて次のように考えられる。

(43)式で右辺をサンプリング間で一定値のデータとして前と同様に解析する。

$$\frac{1}{v\Delta t} = \alpha, \quad \frac{a}{v} = \beta \quad (51)$$

として

$$\theta^j(s) = \frac{\alpha \theta_i^{j-1}}{s(s+\alpha+\beta)} + \frac{\beta \theta_s}{s(s+\alpha+\beta)} + \frac{\theta_i^j}{s+\alpha+\beta} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \theta^j(x) &= \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \theta_i^{j-1} (1 - e^{-(\alpha+\beta)x}) + \frac{\beta}{\alpha+\beta} \theta_s (1 - e^{-(\alpha+\beta)x}) + \theta_i^j e^{-(\alpha+\beta)x} \\ &= \theta_i^j + \left( \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \theta_i^{j-1} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} \theta_s - \theta_i^j \right) (1 - e^{-(\alpha+\beta)x}) \\ &= \theta_i^j + (\theta_i^{j-1} - \theta_i^j) (1 - e^{-(\alpha+\beta)x}) + \frac{\beta}{\alpha+\beta} (\theta_s - \theta_i^{j-1}) (1 - e^{-(\alpha+\beta)x}) \end{aligned} \quad (53)$$

$$\exp\left(-\left(\frac{1}{v\Delta t} + \frac{a}{v}\right)\Delta x\right) \approx 0 \quad (54)$$

の条件はアナログ的には

$$\left(\frac{\Delta x}{v\Delta t} + \frac{a}{v}\Delta x\right) \geq 5 \quad (55)$$

で十分で、これはむだ時間のみの回路より $\Delta t$ についてゆるい条件である。熱伝達を考えるとより安定に解析できることを示している。

(55)式の条件が満たされているとして(53)式から

$$\theta^j(\Delta x) \equiv \theta_{i+1}^j = \theta_i^{j-1} + \beta \Delta x (\theta_s - \theta_i^{j-1}) \quad (56)$$



$$\frac{1}{\alpha + \beta} (1 - e^{-(\alpha + \beta)\Delta x}) \rightarrow \Delta x \text{ を用いている。}$$

$$\theta_{i+1}^j = \theta_i^{j-1} + \frac{a}{v} \Delta x (\theta_s - \theta_i^{j-1}) \quad (57)$$

(55)式のように  $\Delta t$  をえらんでも、この  $\Delta t$  の時間ステップで計算が進んでいくのでなく  $\frac{\Delta x}{v}$  ごとに行われるので (57) 式は差分法による (26) 式のアプローチとまったく同じものである。

$\theta_1^2 \rightarrow \theta_2^3 \rightarrow \theta_3^4 \rightarrow \dots$  の系列をとると一般的に

$$\theta_i^{i+1} = \theta_{i-1}^i + \frac{a}{v} \Delta x (\theta_s - \theta_{i-1}^i) \quad (58)$$

(58) 式は差分近似であり、CSDT法ではもっとよく定常分布が求められる。

$$\theta_i^{i+1} = \theta_0^1 + (\theta_s - \theta_0^1) (1 - e^{-\frac{a}{v} i \Delta x}) \quad (59)$$

ステップ入力するとき

$$\theta_0^j = \theta_0 \quad (\text{一定}), \quad j \geq 1 \quad (60)$$

を用いて

$$\theta_1^2 = \theta_1^3 = \theta_1^4 = \dots \quad (61)$$

さらに

$$\theta_2^3 = \theta_2^4 = \theta_2^5 = \dots \quad (62)$$

$$\theta_3^4 = \theta_3^5 = \theta_3^6 = \dots \quad (63)$$

..... (図 31)

正確な定常分布は (58) 式から

$\Delta t \rightarrow \infty, \alpha \rightarrow 0, \theta^j(x) \rightarrow \theta^\infty(x)$  として

$$\theta^\infty(x) = \theta(0) + (\theta_s - \theta(0)) (1 - e^{-\frac{a}{v} x}), \quad 0 \leq x \leq L \quad (64)$$

である。

波形再現の問題を簡単に扱っておく。

むだ時間や熱交換器の流動について  $\theta^{j-1}(x)$  は連続量として再現しては正確な分布のシミュレーションがかえってできにくくなる。しかし外部温度  $\theta_s^j(x)$  は熱伝達が連続量  $\theta^j(x)$  と行われるのでとの波形に近いものを再現した方がよい。特に  $\Delta x$  を比較的大きくとしたときに重要になってくる。波形再現の1つの方法は折線近似である。デジタル計算機に貯えられて

いる  $\theta_s(i)$ ,  $i=1, \dots, N$  のデータを  $\Delta x$  のサンプリングごとに直線でつないでアウトプットしてやればよい。簡単なロジックとアナログ回路でハイブリッドシミュレーションができる。アナログ回路を図 3 2 に, 折線近似を図 3 3 に示す。

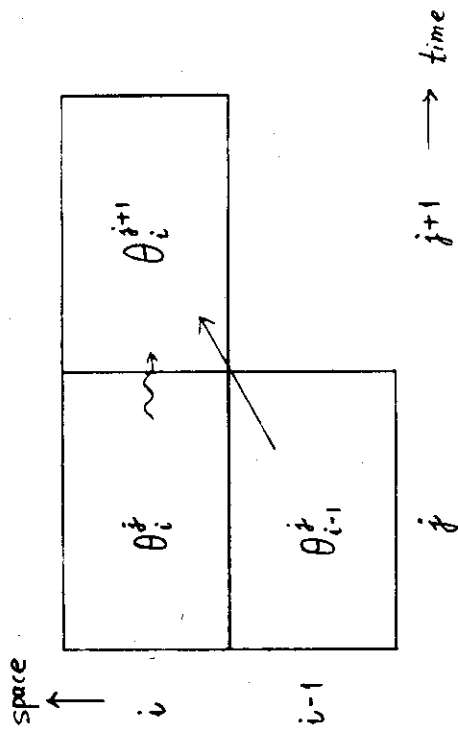


Fig. 15 Future temperature to be determined from past temperature (one fluid heat exchanger)

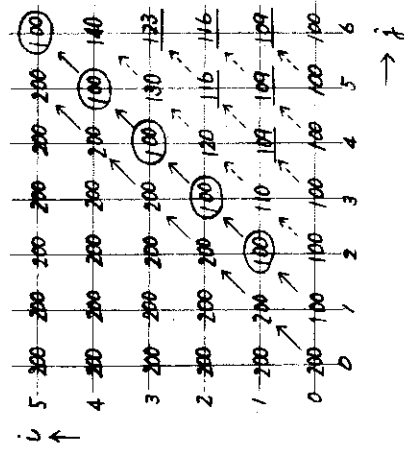


Fig. 16 Temperature at each node in time-space domain

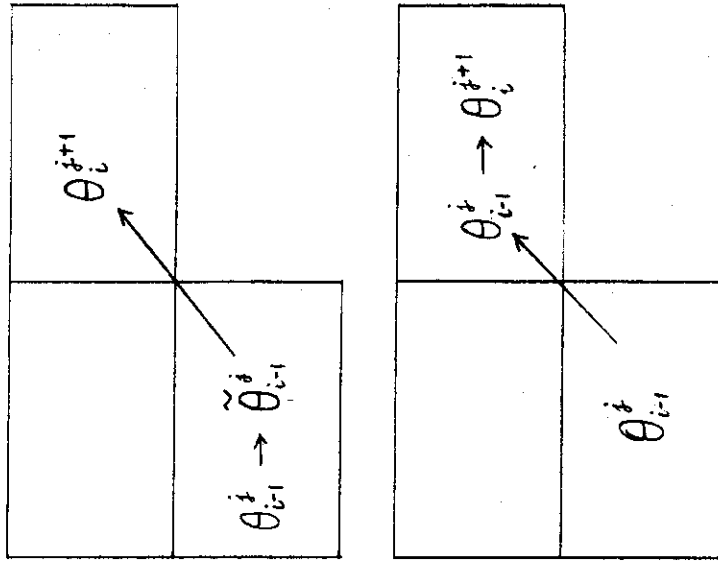


Fig. 17 Future temperature by another algorithm

$i \uparrow$	5	200	200	200	200	200	200
	4	200	200	200	200	200	134
	3	200	200	200	200	127	127
	2	200	200	200	119	119	119
	1	200	200	110	110	110	110
	0	200	100	100	100	100	100
		0	1	2	3	4	5
							$\rightarrow j$

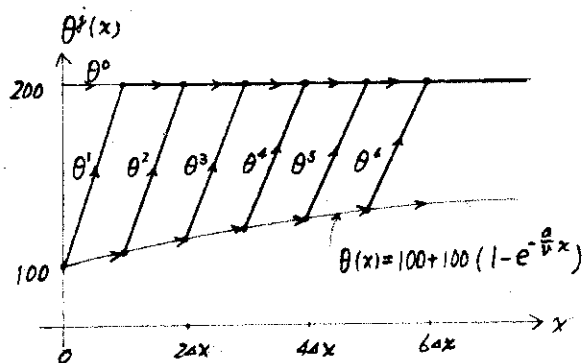


Fig.18 Temperature at each node when inlet temperature changes from 200 °c to 100 °c

Fig.19 Temperature distribution of a heat exchanger at various times

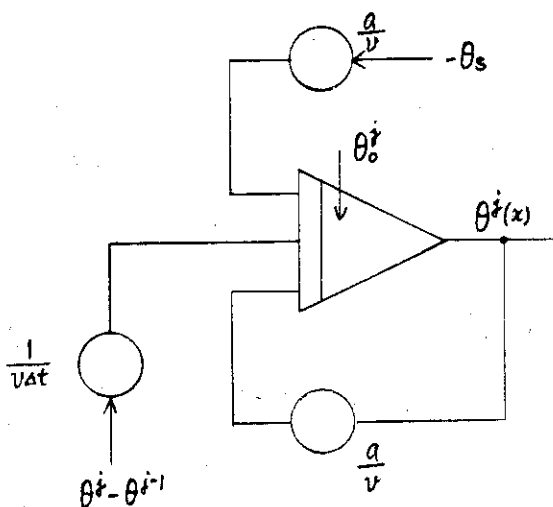


Fig.21 A analog program for single fluid heat exchanger

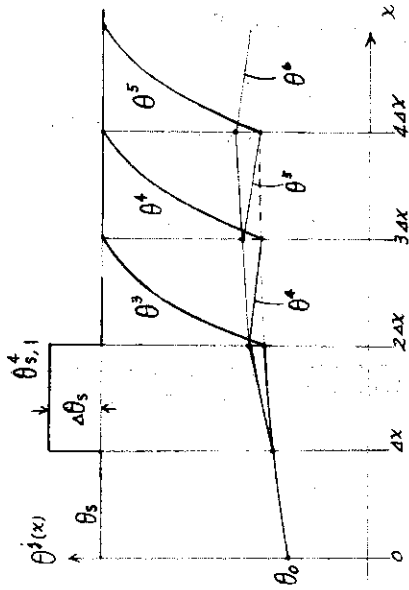


Fig. 24 Temperature distribution when wall temperature changes (1)

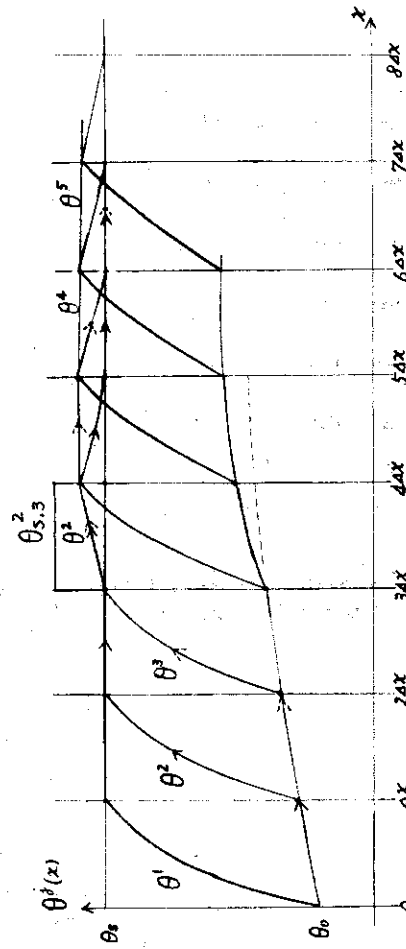


Fig. 26 Temperature distribution when wall temperature changes (3)

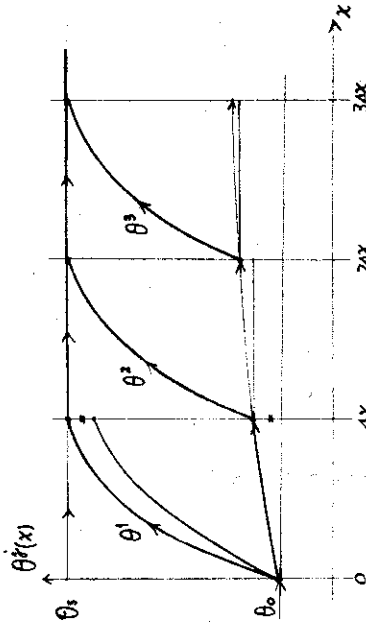


Fig. 22 Temperature distribution changes

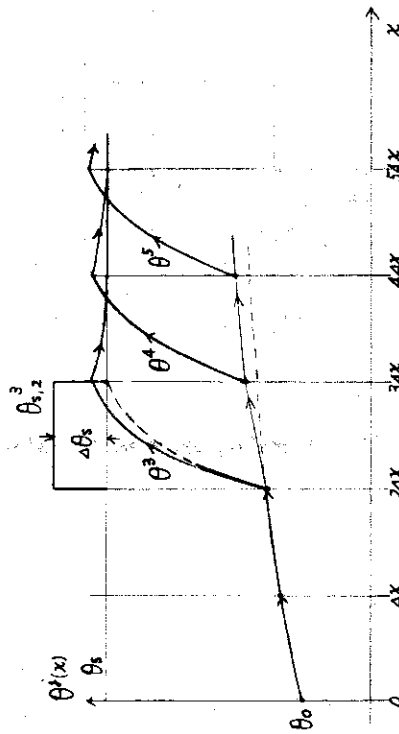
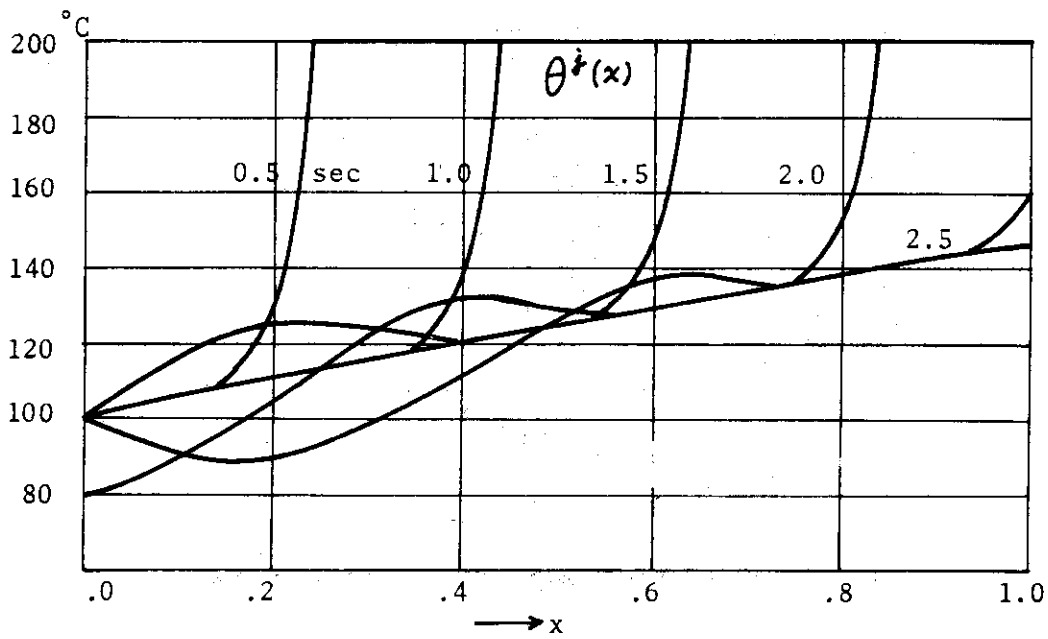
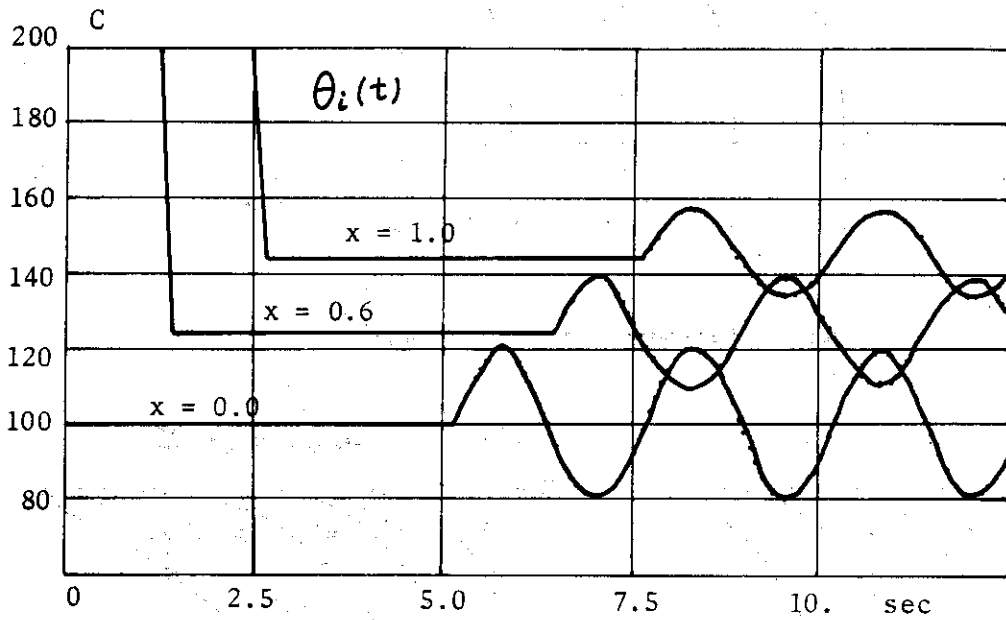


Fig. 25 Temperature distribution when wall temperature changes (2)



(a)



(b)

Fig.27 Solution by revised CSDT method for single fluid heat exchanger

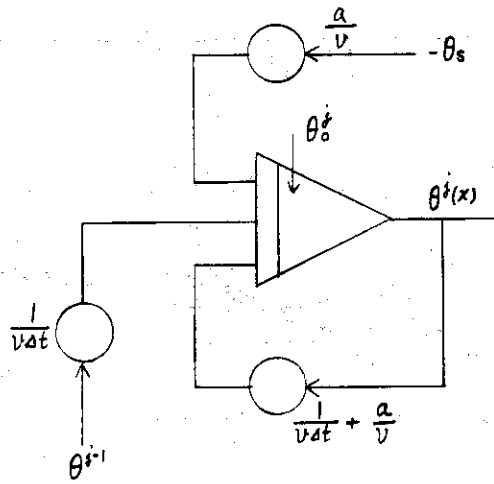


Fig.28 Another analog program for one fluid heat exchanger

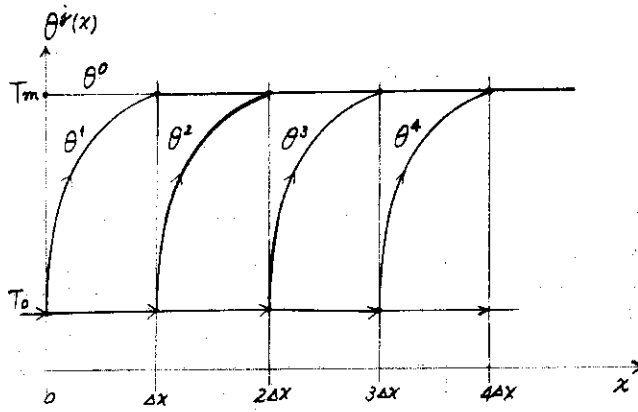


Fig.29 Temperature distribution changes

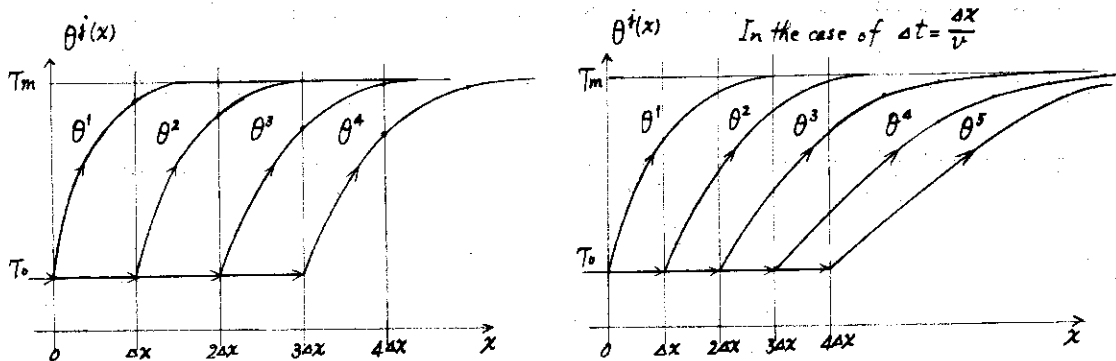


Fig.30 Wave distortion as time increment

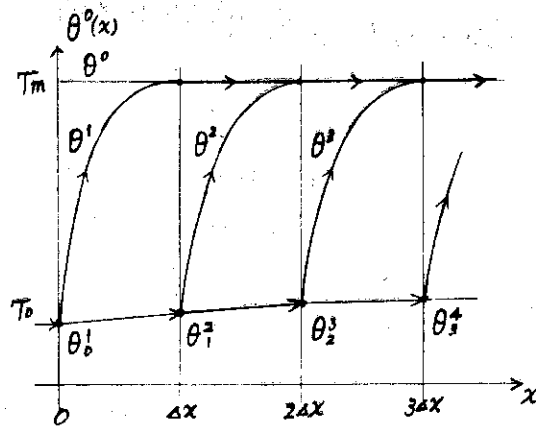


Fig.31 Temperature distribution for one fluid heat exchanger ( $\frac{\Delta x}{V \Delta t} \cong 5$ )

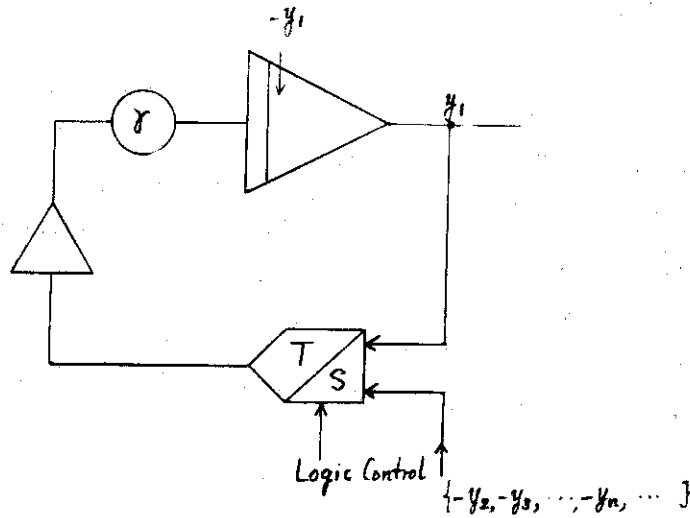


Fig.32 Analog program for polygonal line approximation

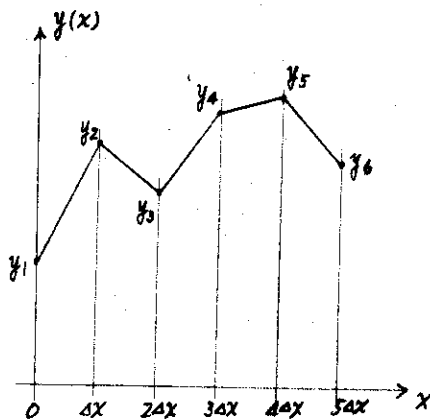


Fig.33 Polygonal line approximation



## 4. 熱交換器（流体が2つの場合）

第3章において(22)式で表わされる分布系のCSDT法によるハイブリッド・シミュレーションがいかに行われるかを述べた。その分布シミュレーションの特徴をまとめれば次のようなものである。

- 1) 分布系への入力として入口温度変化が直接的に  $x=0$  における積分器の初期値として入る。
- 2)  $\Delta t$  ごとの  $x$  分布が流体の流れにのった温度分布として与えられ、現在どの点まで流動が行われたかがよくシミュレートされている。
- 3)  $\Delta x$  ごとのサンプリング操作はこの流動をシミュレートするのに本質的であり、計算の時間間隔  $\Delta t$  が逆に  $\frac{\Delta x}{v}$  で与えられてくる。流量変化はこの  $\Delta t$  が変化したとして扱えば容易に行うことができる。
- 4)  $\Delta t$  は入力信号の性質と  $\frac{\Delta x}{v}$  の値によって制限されてくる。 $\Delta x$  は というと初期分布や外部温度の空間分布さらに解曲線自身の性質によって定められるべきであるができるだけ大きい値にした方がここで述べたシミュレーションでは回路的にらくになる。
- 5)  $\Delta t$  前の分布  $\theta^{t-\Delta t}(x)$  は流動のシミュレーションとして用いられている限り、ディスクリートのままフィードバックさせる。
- 6) 外部温度  $\theta_s^j(x)$  の変化もよくシミュレートされている。

この章においては6)の性質をフルに利用して流体が2つ(以上)あって金属壁を通して熱伝達が行われる系のシミュレーションを考えている。

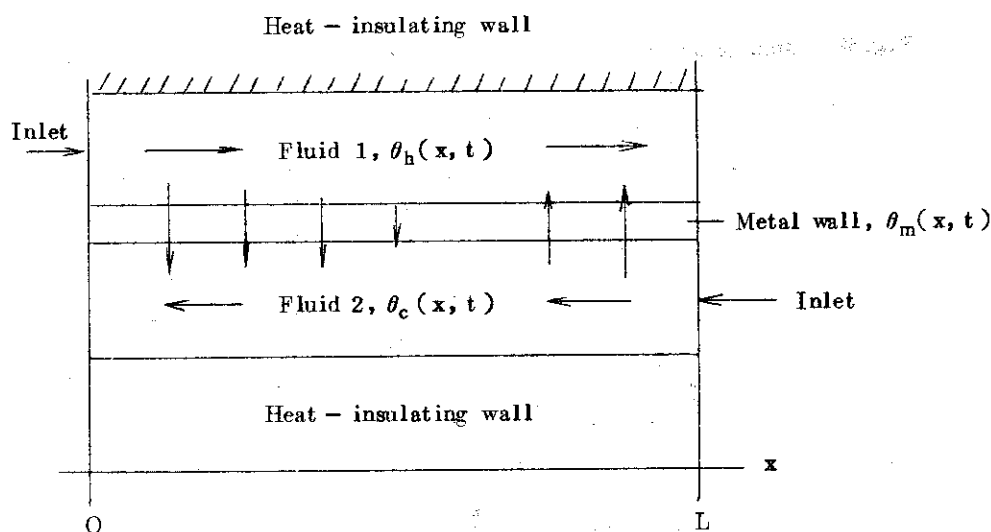


Fig. 34 Counter current heat exchanger

図34に示すような熱の伝達現象をシミュレーションしたいわけである。断熱壁1, 2(共通としてもよい)を熱伝達が行われるシェルとして加えてもよいが簡単のために断熱とした。並列タイプは第3章の解析方法で簡単にシミュレーションできるのでここでは向流タイプを扱う。普通に向流型熱交換器を解析しようとするとき  $x=0$  と  $x=L$  で別々に境界条件が与えられる分布系の問題になってしまう。ここではこの境界値問題をうまくさけてしまい、さらに流体1と2の入口温度変化および流量変化が分布系への入力としていれられるような解析方法を考えたいのである。いろいろの仮定をおいて向流型熱交換器の数式モデルが書き下せるのであるが、ここではこの仮定については省略し、次の偏微分方程式で記述されるものとしよう。

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial t} + v_h \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = \frac{U_1 S_1}{w_h} (\theta_m - \theta_h) \quad (65)$$

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{U_1 S_1}{C_m} (\theta_h - \theta_m) + \frac{U_2 S_2}{C_m} (\theta_c - \theta_m) \quad (66)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial t} - v_c \frac{\partial \theta_c}{\partial x} = \frac{U_2 S_2}{w_c} (\theta_m - \theta_c) \quad (67)$$

$v$  : 流速 [m/min]

$w$  : 単位長さあたり流体の熱容量 [kcal/m °C]

$c$  : 単位長さあたりの金属壁の熱容量 [kcal/m °C]

$U$  : 熱伝達率

$S$  : 伝熱面積 [m<sup>2</sup>/m]

境界条件 ;

$$\theta_h(0, t) = \theta_{h,i}(t) \quad (68)$$

$$\theta_c(L, t) = \theta_{c,i}(t) \quad (69)$$

金属壁の熱容量が十分小さいときには、金属壁のダイナミックスは略される。

$C_m \rightarrow 0$  として

$$\theta_m = \frac{U_1 S_1 \theta_h + U_2 S_2 \theta_c}{U_1 S_1 + U_2 S_2} \quad (70)$$

差分法を(65)式~(67)式に用いるのに次のように差分をとれば境界条件(68), (69)について、初期分布を与えて解が求まるであろう。正確な解を求めるためにはさらに各メッシュ幅について条件がつくことになる。

$$\frac{\theta_{h,i}^{j+1} - \theta_{h,i}^j}{\Delta t} + v_h \frac{\theta_{h,i}^j - \theta_{h,i-1}^j}{\Delta x} = a_1 (\theta_{m,i-1}^j - \theta_{h,i-1}^j) \quad (71)$$

$$\frac{\theta_{m,i}^{j+1} - \theta_{m,i}^j}{\Delta t} = \frac{a_1}{C_m} (\theta_{h,i}^j - \theta_{m,i}^j) + \frac{a_2}{C_m} (\theta_{m,i}^j - \theta_{c,i}^j) \quad (72)$$

$$\frac{\theta_{c,i-1}^{j+1} - \theta_{c,i-1}^j}{\Delta t} - v_c \frac{\theta_{c,i}^j - \theta_{c,i-1}^j}{\Delta x} = a_2 (\theta_{m,i}^j - \theta_{c,i}^j) \quad (73)$$

$\frac{v_h \Delta x_1}{\Delta t_1} = 1$  の条件を流体 1 のメッシュ幅につければ (71) 式は

$$\theta_{h,i}^{j+1} = \theta_{h,i-1}^j + a_1 \cdot \Delta t_1 (\theta_{m,i-1}^j - \theta_{h,i-1}^j) \quad (74)$$

(73) 式を解くのため (71) 式のメッシュ幅とは別に同様の条件  $\frac{v_c \Delta x_2}{\Delta t_2} = 1$  を用いて

$$\theta_{c,i-1}^{j+1} = \theta_{c,i}^j + a_2 \cdot \Delta t_2 (\theta_{m,i}^j - \theta_{c,i}^j) \quad (75)$$

となる。(74), (75) 式の意味は明確であろう。これらの式で主要な働きをするのが金属壁温度で前章で扱った系の外部温度そのものである。ここでは (72) 式を予測の意味に解釈して動特性シミュレーションとして有効に用いていく。いま時刻  $j$  における  $x$  分布  $\theta_h^j(x)$ ,  $\theta_c^j(x)$  と  $\theta_m^j(x)$  が定まっていて (定常分布であってよい) 入口温度変化等の入力に対する応答がいかに求まってくるかを考えよう。

1つの方法は熱交換のダンパーとして入っている金属壁温度と流体の温度を同じ時間間隔で解いていくものである。すなわち、(74) 式から与えられている  $\theta_m^j(x)$ ,  $\theta_h^j(x)$  を用いて  $\theta_h^{j+1}(x)$  が  $x$  について前向きに定まり、(75) 式からは同様ではあるが後向きに  $\theta_c^{j+1}(x)$  が定まってくる。 $\theta_m^{j+1}(x)$  は (72) 式から求めるのであるが、(74) 式の  $\Delta t_1$ ,  $\Delta x_1$  と (75) 式の  $\Delta t_2$ ,  $\Delta x_2$  が異なることに注意して、まず  $\Delta x$  を次に  $\Delta t$  を内挿、あるいは外挿によって変数をそろえて  $\Delta t$  先の分布  $\theta_m^{j+1}(x)$  が求まってくる。この  $\theta_m^{j+1}(x)$  を用いて次のステップの  $\theta_h(x)$ ,  $\theta_c(x)$  を求めることになる。めんどろな内挿計算を少しでも減らすことを考えて、たとえば  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$  に定めておく方がよい。さらに流量比が 1 : 2 であれば時間幅は  $2\Delta t_1 = \Delta t_2$  となる。この場合には、 $t = j \cdot 2\Delta t_1 = j \cdot \Delta t_2$  の各温度分布から (74) 式を用いて  $\theta_h^{t+\Delta t_1}(x)$  が (75) 式を用いて  $\theta_c^{t+2\Delta t_1}(x)$  が求まる。 $\theta_c^{t+\Delta t_1}$  を  $\theta_c^t$  と  $\theta_c^{t+2\Delta t_1}$  から内挿して定め、そうすれば (72) 式を 2 度用いて  $\theta_h^t, \theta_c^t, \theta_m^t$  から  $\theta_m^{t+\Delta t_1}$  がさらに  $\theta_h^{t+\Delta t_1}, \theta_c^{t+\Delta t_1}, \theta_m^{t+\Delta t_1}$  から  $\theta_m^{t+2\Delta t_1}$  が求まる。 $\theta_h^{t+2\Delta t_1}$  は (74) 式を再び用いて  $\theta_m^{t+\Delta t_1}$  から定まる。こうして  $t+2\Delta t_1 = (j+1)\Delta t_2$  の温度分布がすべて求まったことになり、次のステップに進むことができる。他のもう 1つの方法を述べよう。

いま  $\theta_h(x)$  の分布が  $t_1$  で与えられ、 $\theta_c(x)$  の分布が  $t_2$  で与えられているとしよう。さらに

$$t_1 < t_2 < t_1 + \Delta t_1 < t_2 + \Delta t_2 < t_1 + 2\Delta t_1 < t_2 + 2\Delta t_2 < \dots \quad (76)$$

とする。 $t_1$  における  $\theta_m(x)$  が与えられたとすれば (74) 式から  $\theta_h^{t_1+\Delta t_1}(x)$  が求まる。内

挿によって  $\theta_h^{t_2}(x)$  が定まり、また  $\theta_m^{t_2}(x)$  が (72) 式から求まる。これを用いて (75) 式から  $\theta_c^{t_2+\Delta t_2}(x)$  が求まってくる。内挿によって  $\theta_c^{t_1+\Delta t_1}(x)$  を定め、一方 (72) 式から  $\theta_m^{t_1+\Delta t_1}(x)$  が与えられるので  $\theta_h^{t_1+2\Delta t_1}(x)$  が (74) 式から求まってくることになる。以下計算が進められていく。

いま述べた 2 つの方法で前の方が、ハイブリッド計算機では並列計算に、後の方が直列計算として用いられるものである。

差分のとり方を次のようにしてはどうなるか。

$$\frac{\theta_{h,i}^j - \theta_{h,i}^{j-1}}{\Delta t} + v_h \frac{\theta_{h,i+1}^j - \theta_{h,i}^j}{\Delta x} = a_1 (\theta_{m,i}^j - \theta_{h,i}^j) \quad (77)$$

$\frac{v_h \Delta x_1}{\Delta t_1} = 1$  の条件をおけば

$$\theta_{h,i+1}^j = \theta_{h,i}^{j-1} + a_1 \cdot \Delta t_1 (\theta_{m,i}^j - \theta_{h,i}^j) \quad (78)$$

(77) 式右辺を  $j-1$  で評価すれば (78) 式は (74) 式と同様となる。(73) 式についても同様に考えて (75) 式の代わりに次式をえる。

$$\theta_{c,i-1}^j = \theta_{c,i}^{j-1} + a_2 \cdot \Delta t_2 (\theta_{m,i}^j - \theta_{c,i}^j) \quad (79)$$

(78)(79) においても前と同様に

$$t_1 < t_2 < t_1 + \Delta t_1 < t_2 + \Delta t_2 < \dots$$

のときを考えると

$t_1 + \Delta t_1$  の分布  $\theta_h(x)$  を求めるには同時刻の  $\theta_m(x)$  が必要になる。(72) 式から求めるためにはなお  $t_2$  における  $\theta_h(x)$  が必要。そこで  $\theta_h^{t_2}(x)$  は以前のデータから外挿して求めることにし、これを用いて  $\theta_m^{t_1+\Delta t_1}(x)$  が定まりさらに (78) 式から  $\theta_h^{t_1+\Delta t_1}(x)$  が求まる。 $\theta_c^{t_2+\Delta t_2}(x)$  を求めるためには、 $\theta_c^{t_1+\Delta t_1}(x)$  を外挿によって求め、(72) 式から  $\theta_m^{t_2+\Delta t_2}$  を定めて  $\theta_c^{t_2}(x)$  とともに (79) 式を用いればよい。

この差分方程式においてはこのように外挿計算が必要になってくる。R.Vichnevetsky のハイブリッド計算における方法は本質的には上の方法であろう。しかし上の方法ではダンパーの役割をしている金属壁のダイナミックスを推定のために用いている。

いままで述べてきた熱交換器シミュレーションの基本的な特徴をあげれば 2 つあり、これはそのままハイブリッド・シミュレーションに用いられることである。

- ① 流体の 1 および 2 の流れの方向にそって解を求めていく方法である。
- ② 流体 1 あるいは 2 について解を求めるとき、それぞれの時刻における金属壁温度 (推定値を用いていても) は一定分布として固定して、計算時刻が変わるごとに変更していく。

金属壁のダイナミックスが省略される場合についてCSDT法を用いるハイブリッド・シミュレーションを次に示そう。(65)~(67)式の代わりに次の2式を考える。

$$\frac{\partial \theta_h}{\partial t} + v_h \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = \alpha_1 (\theta_c - \theta_h) \quad (80)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial t} - v_c \frac{\partial \theta_c}{\partial x} = \alpha_2 (\theta_h - \theta_c) \quad (81)$$

CSDT法を用いて

$$\frac{d \theta_h^j}{d x} = - \frac{1}{v_h \Delta t} (\theta_h^j - \theta_h^{j-1}) + \frac{\alpha_1}{v_h} (\theta_c^j - \theta_h^j) \quad (82)$$

$$- \frac{d \theta_c^j}{d x} = - \frac{1}{v_c \Delta t} (\theta_c^j - \theta_c^{j-1}) + \frac{\alpha_2}{v_c} (\theta_h^j - \theta_c^j) \quad (83)$$

上式の $\Delta t$ に対する差分のとり方は差分法の(78)式、(79)式と同じものである。ここで(82)式と(83)式をそれぞれ流れ方向に積分したいわけであるがそれには(82)式において $\theta_c^j(x)$ の分布を固定し、また(83)式において逆に $\theta_h^j(x)$ を固定しなければならない。それには(82)式を $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ で考えられる式と考え、また(83)式を $t = \frac{3}{2}\Delta t, \frac{5}{2}\Delta t, \frac{7}{2}\Delta t, \dots$ ごとく与えられる式と考える。

(82)式を $t = j \cdot \Delta t$ で解くには $\theta_c^j(x)$ が必要になってくるが、これを $j - \frac{1}{2}$ と $j - \frac{3}{2}$ の時刻の値から外挿して求める。

$$\theta_c^j(x) = \theta_c^{j-\frac{1}{2}}(x) + \frac{1}{2} \{ \theta_c^{j-\frac{1}{2}}(x) - \theta_c^{j-\frac{3}{2}}(x) \} \quad (84)$$

この推定分布を固定して(82)式を解けば $\theta_h^{j+\frac{1}{2}}(x)$ が求まる。(83)式は上の解釈により次の表現で表わされる。

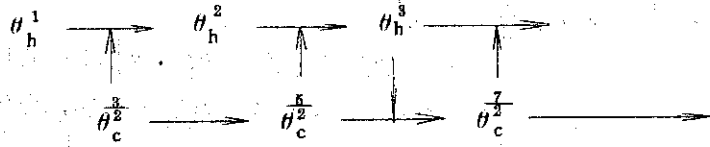
$$- \frac{d \theta_c^{j+\frac{1}{2}}}{d x} = - \frac{1}{v_c \Delta t} (\theta_c^{j+\frac{1}{2}} - \theta_c^{j-\frac{1}{2}}) + \frac{\alpha_2}{v_c} (\theta_h^{j+\frac{1}{2}} - \theta_c^{j+\frac{1}{2}}) \quad (85)$$

(85)式は $\theta_c$ の入口温度とともに $x$ について後向きに解くわけであるが、そのためには、今度は $\theta_h^{j+\frac{1}{2}}(x)$ が必要となってくる。前の外挿する方法を用いれば

$$\theta_h^{j+\frac{1}{2}}(x) = \theta_h^j(x) + \frac{1}{2} \{ \theta_h^j(x) - \theta_h^{j-1}(x) \} \quad (86)$$

の推定温度が使える、(85)式を後向き(安定な方向)に積分して分布 $\theta_c^{j+\frac{1}{2}}(x)$ が求まることになる。以下これを繰り返せば次のような時間間隔で各時刻の分布が定まってくる。

$$j=1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$$



この方法は (82) 式と (83) 式を別々に積分するための 1 つの考え方、近似法である

( R.Vichnevetsky )。

この近似の精度に対する 1 つのチェックは (82) 式の  $\theta_c^j(x)$  に 1 つの推定分布 (たとえば  $\theta_c^{j-1}(x)$ ) を与えて流れにそって解き  $\theta_h^j(x)$  を求め、これを用いて (83) 式から逆に  $\theta_c^j(x)$  を求める。始めに与えた推定分布をいま求めた  $\theta_c^j(x)$  で修正して (82) 式を、続いて (83) 式を解く。以下  $\theta_c^j(x)$  が収束するまでくり返す。この収束した分布  $\theta_h^j(x)$ ,  $\theta_c^j(x)$  が  $t=j \cdot \Delta t$  におけるより正確な解といえることができる。そしてこの分布と比較することで誤差チェックが行えるであろう。(もちろん  $\theta_h^j(x)$  を与えてこれが収束するまで行わせることもできる)。

もっと OSDT 法について  $\Delta t$  を不連続にとることによる誤差評価は簡単にはより小さく  $\Delta t$  をとったときの解をもとにして行われるのであろうがより詳しい解析が必要である。

上に示した計算方法は hot 側の計算のときは cold 側の分布を固定し、次に hot 側の分布を固定して cold 側の分布を求めるので、これを簡単にシリーズ計算とよんでおく。この結果を図 35 に示す。

これに対してパラレル計算とよぶ方法を示そう。金属壁のダイナミックスが省略されている (80) 式, (81) 式を次のように考える。 $\theta_h^j(x)$  と  $\theta_c^j(x)$  の平均温度を等価金属壁温度  $\theta_m^j(x)$  として導入する。

$$\theta_m^j(x) = \frac{a_1 \theta_h^j(x) + a_2 \theta_c^j(x)}{a_1 + a_2} \tag{87}$$

(82) 式と (83) 式は

$$\frac{d \theta_h^j}{d x} = - \frac{1}{v_h \Delta t} (\theta_h^j - \theta_h^{j-1}) + \frac{\alpha_1'}{v_h} (\theta_m^j - \theta_h^j) \tag{88}$$

$$- \frac{d \theta_c^j}{d x} = - \frac{1}{v_c \Delta t} (\theta_c^j - \theta_c^{j-1}) + \frac{\alpha_2'}{v_c} (\theta_m^j - \theta_c^j) \tag{89}$$

$$\alpha_1' = \alpha_1 (a_1 + a_2) / a_2, \quad \alpha_2' = \alpha_2 (a_1 + a_2) / a_1$$

$$a_1 = \alpha_2, \quad a_2 = \alpha_1 \quad \text{にとれば}$$

$$\alpha_1' = \alpha_2' = \alpha_1 + \alpha_2 \tag{90}$$

$$\theta_m^j = \frac{\alpha_2 \theta_h^j + \alpha_1 \theta_c^j}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (91)$$

(90)式(91)式が普通用いられる平均温度であろう。

$\theta_h^j$  と  $\theta_c^j$  の変化は普通逆方向に働くから上で与えた  $\theta_m^j$  の変化は  $\theta_h^j$  ,  $\theta_c^j$  に比較して小さいであろう。さらに金属壁自身のダイナミクスを考えるとダンパーの働きをし、変化がさらにゆるやかになり、より  $\Delta t$  先の温度が推定しやすくなる。(88)式と(89)式は  $\theta_m^j(x)$  さえ与えれば同時に流れ方向に解くことができる。そこでこれをパラレル計算とよんでおく。普通  $\theta_m^j$  は  $\theta_m^{j-1}$  と  $\theta_m^{j-2}$  の外挿によって与えることにし(88)式, (89)式に用いて  $\theta_h^{j-1}(x)$  ,  $\theta_c^{j-1}(x)$  から  $\Delta t$  先の分布  $\theta_h^j(x)$  ,  $\theta_c^j(x)$  が同時に求められる。熱伝達の効果は流動に比較して小さいことを考え  $\theta_m^j$  に推定値を用いずに(91)式を十分活用して次のように考えることができるであろう。すなわち(91)式の  $\theta_h^j$  ,  $\theta_c^j$  は  $\theta_h^{j-1}(x)$  ,  $\theta_c^{j-1}(x)$  に初期値変更が加わったものを考え、それらを用いて(91)式から  $\theta_m^j(x)$  を計算するのである。このようなシミュレーションをした結果を図3.6に示す。与えられた入口温度変化に対して非常によくシミュレーションされている。

等価金属壁温度  $\theta_m^j(x)$  はシリーズ演算に用いることもできる。それには前と同様に(88)式は  $j = \Delta t, 2\Delta t, \dots$  で与えられ、また(89)式は  $j = \frac{3}{2}\Delta t, \frac{5}{2}\Delta t, \dots$  で与えられている式であると解釈し、 $\frac{\Delta t}{2}$  ごとに  $\theta_m(x)$  を修正し各方程式の入力として逐次用いればよい。

これらの方法において1つの重要な問題がある。それはこの章の始めのところでもはっきり指摘しておいたように、輸送おくれからくる分布を正確にシミュレーションするためには hot 側と cold 側の時間巾  $\Delta t_1$  と  $\Delta t_2$  はその  $x$  のきざみ  $\Delta x_1$  と  $\Delta x_2$  に関係して定められることである。 $\Delta x_1 = \Delta x_2$  とそろえてとった場合、 $\Delta t_1$  と  $\Delta t_2$  がその流速のちがいによって異なってくる。パラレル演算、シリーズ演算とも、hot 側では  $\Delta t_1$  の時間幅で計算が進み、cold 側では  $\Delta t_2$  の幅で計算がされるので与えるべき推定値計算が少しめんどろになる。また別に  $\Delta t_1 = \Delta t_2$  とそろえた場合には  $\Delta x_1$  と  $\Delta x_2$  が異ってくるために  $x$  について内挿が必要となってくる。

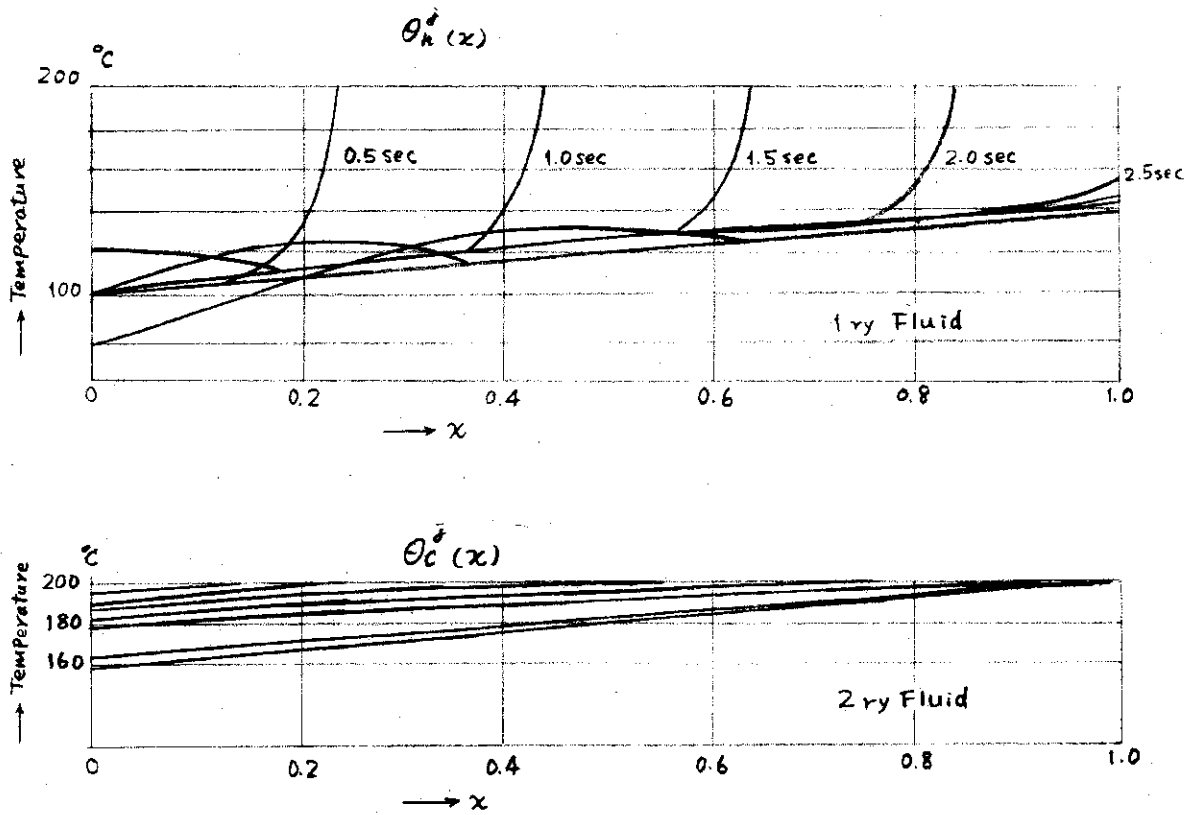


Fig.35 Solution by revised CSDT method for counter current heat exchanger

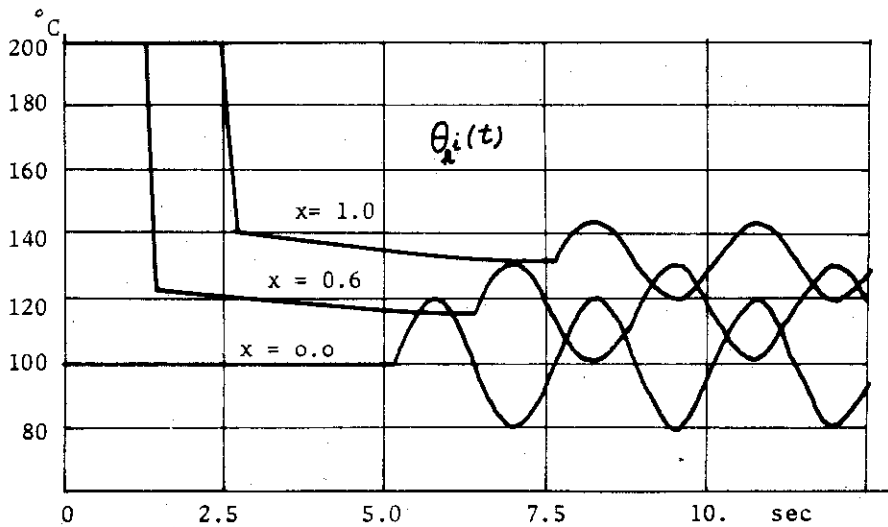


Fig.36 1-ry fluid outlet temperature



## 5. 結 び

分布定数系の動特性シミュレーションとしてCSDT法を用いるとき、いくつかの注意すべき点とシミュレーション上の工夫をすることが精度と計算時間にとって重要であることを述べた。CSDT法では時間を不連続に扱っており、ある時間幅 $\Delta t$ ごとに空間分布を求めるわけで、各瞬間の空間分布は分布定数系における状態を表わしている。分布定数系の状態空間は無次元空間であり、通常のノード法による近似ではどうしても無理がある。この点CSDT法では空間分布は連続変数で求めているので一応正確にシミュレーションできる可能性をもっている。議論は熱交換器型（双曲型）の分布定数系について、最も簡単なむだ時間要素から単一流体の熱交換器、さらに向流型の熱交換器へと進めた。分布定数系への入力は入口温度（境界条件）の変化を考え、時間の経過とともに分布系内の温度分布の移動が正確にシミュレーションされているかを調べた。この結果以下のような結論が得られた。

- (1) 輸送おくれを正確にシミュレーションするためにはデータ処理が必要となってくる。
- (2) 時間巾 $\Delta t$ の決定は分布系への入力信号によってのみ決定し、空間幅 $\Delta x$ を後から $\Delta x = v \Delta t$  ( $v$ : 流速) を満足するように定めて、データをストアしておけばよい。
- (3) (2)の条件のもとでシミュレーションを行えば $\Delta t$ と $\Delta x$ は比較的大きくとることができる。もし輸送おくれについて(1)のデータ処理を行わない場合（通常のCSDT法）には $\Delta t$ は十分小さくとらなければ入口温度変化を正確にシミュレーションできない。
- (4) 熱伝達のシミュレーションは連続変数の形で普通にシミュレーションしてよい。このとき流体と接する外部温度がデジタル計算機から与えられる場合分布再現の問題がでてくるが内挿計算で処理される。
- (5) 向流型熱交換器のシミュレーションは本来は2点境界値問題を解く必要があるが、そのための繰返し計算をさけるため金属壁温度をバッファに考え、1次側と2次側を並列に計算する方法を与えた。

今後の問題として(5)の解法を多元の偏微分方程式で記述される分布定数系へ適用、蒸気発生器などの流路に沿って複雑な物理現象をともなっている分布系の簡単なシミュレータをここで提出した方法で作成すること、流量変化のシミュレーションにおいて考察したいいくつかの方法を数値的に検討すること、などがあげられる。

## 参 考 文 献

- 1) Vichnevetsky, R. ; "Hybrid Solution of Partial Differential Equations in Nuclear Plant Simulations : A Review" , The Conference on the Effective Use of Computers in the Nuclear Industry (Apr.1969).
- 2) Vichnevetsky, R. ; "Analog/Hybrid Solution of Partial Differential Equations in the Nuclear Industry" , AICA Symposium at Versailles (Sept.1968).
- 3) Izume, A. ; "Simulation Techniques of Heat Exchanger Dynamics" , AICA Symposium at Tokyo ( Sept.1971)
- 4) 示村悦二郎 ; "むだ時間を含む制御系に関する基本的考察" , 第5回SICE講演会 (1966)
- 5) 自動制御便覧(改訂版), コロナ社(1968)
- 6) Korn, G.A. and T.M.Korn ; Electronic Analog and Hybrid Computers , McGraw-Hill (1964).
- 7) Bekey, G.A. and W.J.Karplus ; Hybrid Computation , John Wiley & Sons, Inc. (1968) ;
- 8) 島崎, 渡辺 ; "分布定数系のハイブリッドシミュレーション" , 第12回SICE講演会 (1973).
- 9) 島崎, "ウラン濃縮プラントのHybrid Computerによる解析" 室内資料72-13 (1972).

## 付 録

## A むだ時間要素の集中定数系近似

むだ時間伝達関数  $e^{-sL}$  のゲインと位相特性は次のように表わされる。

$$\left| e^{-j\omega L} \right| = 1, \quad \arg(e^{-j\omega L}) = -\omega L \quad (\text{A-1})$$

$$j) \quad e^{-sL} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 + \frac{L}{n}s} \right)^n \quad (\text{A-2})$$

から考えられる近似は1次系  $\frac{1}{1 + \frac{L}{n}s}$  をカスケードに  $n$  個接続することである。むだ時間要素は最小位相推移系ではないのでその近似はゲイン特性だけあわせればそれでよいというのではなく位相特性の近似の様子もチェックしておかなければならない。1次系  $n$  個のカスケード近似について折点周波数  $\omega = \frac{n}{L}$  を過ぎるとゲインは著しく下がり、位相の遅れは逆に小さくなって(A-1)式の特徴から離れてしまう。そこでこの近似の限界をゲインが3db下がるいわゆる遮断周波数までと考えることにする。

$$-3(\text{db}) = -20 \log \sqrt{2} = -20 \times n \log \sqrt{1 + \left(\frac{L}{n}\omega_n\right)^2} \quad (\text{A-3})$$

各  $n$  について遮断周波数  $\omega_n$  が求まる。この近似は周波数が高くなるにしたがってゲインが下るのでステップ応答において全域通過近似のような逆応答は起らない。

$$e^{-sL} = 1 - LS + \frac{L^2 S^2}{2!} - \frac{L^3 S^3}{3!} + \dots \quad (\text{A-4})$$

から高周波通過近似用として任意のところで打ち切って用いる。

$$e^{-sL} = 1 / \left( 1 + LS + \frac{L^2 S^2}{2!} + \frac{L^3 S^3}{3!} + \dots \right) \quad (\text{A-5})$$

からは低周波通過近似用として任意のところで打ち切って用いる。

$$ii) \quad e^{-sL} \approx \frac{P(LS)}{Q(LS)} \quad (\text{Padé 近似}) \quad (\text{A-6})$$

有理関数で近似する方法で(A-4)式(A-5)式はここに含まれる形である。p次の整式とq次の整式で(p+q+1)の係数があるが、これらは  $e^{-sL}$  のMaclaurin展開(A-4)か(A-5)の始めの(p+q+1)個の係数を一致させるように普通には用いられている。分母・分子の整式の次数が等しい近似が安定性の解析などに精度のよいものとして広く用いられている。

$$e^{-sL} \approx \frac{Q(-LS)}{Q(LS)} \quad (\text{同次形, 狭義の Padé 近似}) \quad (\text{A-7})$$

この近似ではゲインが周波数によらず1であるという本来のむだ時間特性が満たされている  
よって位相特性をむだ時間を除いた伝達関数  $G(s)$  の位相特性を考慮してどの周波数まで合わ  
せるかでその次数を決めればよいことになる。位相誤差  $\delta(\omega)$  は次のように表わされる。

$$\delta(\omega) = -2 \arg Q(j\omega) + \omega L \tag{A-8}$$

普通には2次同次式の近似でだいたいよいといわれている。すなわち

$$e^{-sL} \approx \left(1 - \frac{1}{2}LS + \frac{1}{6} \frac{L^2 S^2}{2!}\right) / \left(1 + \frac{1}{2}LS + \frac{1}{6} \frac{L^2 S^2}{2!}\right) \tag{A-9}$$

また次のような全域通過近似も考えられている。

$$e^{-sL} \approx \prod_{k=1}^m \frac{(T_k S)^2 - 2\zeta_k T_k S + 1}{(T_k S)^2 + 2\zeta_k T_k S + 1} \quad (\text{C.H. Single 近似}) \tag{A-10}$$

$$L = 4 \sum_{k=1}^m \zeta_k T_k \tag{A-11}$$

以上述べてきた近似はむだ時間要素を  $S$  の有理多項式で近似するものである。逆の問題すな  
わち高次遅れ系をむだ時間を導入して(むだ時間要素)+(低次系)で近似することが実際の  
プラントのシミュレーションにおいては有用である。以前高速炉の動特性シミュレーションの  
1部で用いた方法を示すと

2次遅れ, 3次遅れ, ……  $n$ 次遅れをむだ時間と一次遅れで近似するとき, むだ時間  $L$  と時定  
数  $T$  はそれぞれ次のように定めた。

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1+T_1 S)(1+T_2 S)} &\approx e^{-sL} \cdot \frac{1}{1+TS} \\ &= \frac{1}{(1+LS + \frac{L^2 S^2}{2!} + \dots)(1+TS)} \end{aligned} \tag{A-12}$$

$L$  と  $T$  を  $S$  の2乗の幅までの係数を一致させることにより

$$T_1 + T_2 = L + T, \quad T_1 T_2 = LT + \frac{L^2}{2}$$

から

$$L = T_1 + T_2 - \sqrt{T_1^2 + T_2^2}, \quad T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \tag{A-13}$$

3次遅れについても同様に  $L$  と  $T$  が決定される。

$$\frac{1}{(1+T_1 S)(1+T_2 S)(1+T_3 S)} \approx e^{-sL} \cdot \frac{1}{1+TS}$$

$$L = (T_1 + T_2 + T_3) - \sqrt{(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2)},$$

$$T = \sqrt{(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2)} \quad (A-14)$$

さらに n 次遅れ系について

$$L = \sum_{i=1}^m T_i = \left( \sum_{i=1}^n T_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad T = \left( \sum_{i=1}^n T_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (A-15)$$

1 次遅れのカスケードでない 2 次系, 3 次系についても同様に近似が考えられるが振動系の近似として (むだ時間要素) + (1 次遅れ) ではむりであることを注意すべきである。どうしても振動系を近似しようとするには (むだ時間要素) + (2 次遅れ) が必要となってくる。

**B むだ時間要素における状態の概念**

むだ時間を含む集中定数系の状態の概念は制御問題, 最適問題と結びついて議論がなされている。むだ時間要素の状態概念は分布定数系の状態を考えるとき重要で, 正確には関数空間で定義される。むだ時間要素の時刻 t における状態は  $0 \leq x \leq L$  で与えられる関数  $\theta(x)$  である。本文(4)式において状態は  $\{\theta(t, x); 0 \leq x \leq L\}$  で与えられ, CSDT法ではこの意味で正確に状態を与えていることになる。いま空間を n 等分し, それで空間分布を近似するものと考えよう (図 A-1)。

$$x = i\Delta x, \theta(t, i\Delta x) = \theta^i(t) \quad i = 0, 1, \dots, n \quad \text{と表わす。}$$

本文(4)式から

$$\frac{d}{dt} \theta(t, i\Delta x) = -v \{ \theta(t, i\Delta x) - \theta(t, (i-1)\Delta x) \} / \Delta x$$

$$\frac{d\theta^i(t)}{dt} = -\frac{v}{\Delta x} (\theta^i(t) - \theta^{i-1}(t)) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (A-16)$$

$\theta^0(t) = u(t)$  入力で  $\theta^n(t)$  は出力である。

$$\ell = n\Delta x = vL \quad (A-17)$$

から  $\beta \equiv \frac{v}{\Delta x} = \frac{n}{L}$

$$\frac{dy^i}{dt} = -\beta (y^i - y^{i-1}), \quad \beta = \frac{n}{L} \quad (A-18)$$

$$Y^i(s) / Y^{i-1}(s) = \frac{\beta}{s + \beta}$$

$$\frac{Y^n(s)}{Y^0(s)} = G_1(s) = \frac{Y^1}{Y^0} \dots \frac{Y^n}{Y^{n-1}}$$

$$= \left( \frac{\beta}{s + \beta} \right)^n = \left( \frac{1}{1 + \frac{s}{\beta}} \right)^n = \frac{1}{\left( 1 + \frac{L}{n} s \right)^n} \quad (A-19)$$

$$G_1(s) \rightarrow e^{-sL} \quad (n \rightarrow \infty)$$

よって  $n$  個のノードによるむだ時間要素の式 (A-18) 近似は (A-2) 式の近似と同じものである。しかしむだ時間要素の状態の構造的意味がよりはっきりする。

### C 分布定数系の伝達関数

第2章で考察した分布系の入口温度変化に対する伝達関数を CSDT 近似式と対比して求めよう。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = a(\theta_s - \theta) \quad (\text{A-20})$$

$\theta_s = \text{一定温度}$

$$\theta(0, x) = \theta_s \quad (\text{A-21})$$

$$\theta(t, 0) = \theta_{in}(t) \quad (\text{A-22})$$

CSDT 近似を (A-20) 式に用いて

$$\frac{d\theta(t, x)}{dx} + \frac{1}{v\Delta t} \{ \theta(t, x) - \theta(t - \Delta t, x) \} = \frac{a}{v} \{ \theta_s - \theta(t, x) \} \quad (\text{A-23})$$

(A-23) 式は差分微分方程式 (2 変数) である。

初期値を  $0$  ( $\theta_s = 0$ ) とし、入口温度に対するこの近似系 (A-23) 式の伝達関数  $G_1(s, x)$  を求めよう。

$\theta_s = 0$  とし (A-23) 式の時間  $t$  に対する Laplace 変換を行う。変数はそのまま用いるとして

$$\frac{d\theta(s, x)}{dx} + \left\{ \frac{1}{v\Delta t} (1 - e^{-s\Delta t}) + \frac{a}{v} \right\} \theta(s, x) = 0 \quad (\text{A-24})$$

この微分方程式を解いて

$$\theta(s, x) = A(s) \exp \left\{ - \left( \frac{1}{v\Delta t} (1 - e^{-s\Delta t}) + \frac{a}{v} \right) x \right\}$$

$$\theta(s, 0) = A(s) = \theta_{in}(s)$$

$$\therefore G_1(s, x) = \exp \left\{ - \left( \frac{1}{v\Delta t} (1 - e^{-s\Delta t}) + \frac{a}{v} \right) x \right\} \quad (\text{A-25})$$

$\Delta t \rightarrow 0$  の極限をとれば

$$G_2(s, x) = \exp \left\{ - \left( \frac{s+a}{v} \right) x \right\} \quad (\text{A-26})$$

となり、(A-20)式そのものの伝達関数を表わす。

$$G_2(s, l) = e^{-\frac{a}{v}l} \cdot e^{-\frac{l}{v}s} \quad (A-27)$$

(A-27)式は入力を  $\frac{l}{v} = L$  遅らせゲインを  $e^{-\frac{aL}{v}}$  倍にすることを示している。

さらに  $a \rightarrow 0$  とすれば

$$G_3(s, x) = e^{-\frac{x}{v}s} \quad (A-28)$$

となり、むだ時間要素を表わす。

#### D CSDT法とDSC T法の比較

(A-23)式を  $x$  について Laplace 変換する。

$$\left(s + \frac{1}{v\Delta t} + \frac{a}{v}\right) \theta(t, s) = \frac{1}{v\Delta t} \theta(t - \Delta t, s) + \frac{a}{v} \theta_s(t, s)$$

$$\theta(t, s) = \frac{1}{\left(s + \frac{1}{v\Delta t} + \frac{a}{v}\right)} \left\{ \frac{1}{v\Delta t} \theta(t - \Delta t, s) + \frac{a}{v} \theta_s(t, s) \right\} \quad (A-29)$$

(A-29)式は逐次  $\Delta t$  を増やしていけば前の分布をもとにして将来の分布が求まってくる形である。 $a=0$ としたすなわちむだ時間要素のシミュレーションを図A-2に示そう。

図の5つの積分器出力はそれぞれ  $\theta(\Delta t, x), \dots, \theta(5\Delta t, x)$  を表わし、入口温度はそれぞれの積分器の初期値として入りまた初期分布  $\theta^0(x)$  は  $\theta(\Delta t, x)$  の積分器入力として入る。オペレートは  $x$  について 0 から  $L$  まで行われ、5つの積分器出力からそれぞれ  $\Delta t, 2\Delta t, \dots, 5\Delta t$  の時刻の  $x$  分布が一度に求められる。 $\theta(5\Delta t, x) = \theta^5(x)$  を初期分布として図A-2の左から与え、積分器の初期値を  $\theta_0^6, \theta_0^7, \dots, \theta_0^{10}$  にセットしなおしてオペレートすれば次の時刻  $6\Delta t, 7\Delta t, \dots, 10\Delta t$  の分布が求まってくる。この普通のCSDT法によるシミュレーションの結果は付録Eに問題点とともに述べることにする。

(A-21)式を用いて入口温度のステップ変化等の応答を解析的に求めようとすれば次の式を用いればよい。

$$\theta^0(s) = \text{初期分布} = \frac{\theta_s}{s}$$

$$\theta^1(s) = \frac{\alpha}{s+\alpha} \frac{\theta_s}{s} + \frac{\theta_0^1}{s+\alpha}, \quad \frac{\theta_0^1}{s+\alpha} \rightarrow \theta_0^1 e^{-\alpha x}$$

$$\theta^2(s) = \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2} \frac{\theta_s}{s} + \frac{\alpha \theta_0^1}{(s+\alpha)^2} + \frac{\alpha \theta_0^2}{(s+\alpha)} \frac{\alpha \theta_0^1}{(s+\alpha)^2} \rightarrow \theta_0^1 \alpha x e^{-\alpha x}$$

⋮

$$\theta^{j+1}(s) = \frac{\alpha^{j+1}}{(S+\alpha)^{j+1}} \frac{\theta_s}{S} + \frac{\alpha^j \theta_0^1}{(S+\alpha)^{j+1}} + \frac{\alpha^{j-1} \theta_0^2}{(S+\alpha)^j} + \dots + \frac{\theta_0^{j+1}}{(S+\alpha)} \quad (\text{A-30})$$

$\theta_0^1 = \theta_0^2 = \dots = \theta_0^{j+1}$  のステップ変化とすれば

$$\text{第2項以下} = \theta_0^1 \left( 1 + \alpha x + \frac{(\alpha x)^2}{2!} + \dots + \frac{(\alpha x)^j}{(j)!} \right) e^{-\alpha x}$$

$$\text{第1項} = \theta_s \left\{ 1 - \left( 1 + \alpha x + \frac{(\alpha x)^2}{2!} + \dots + \frac{(\alpha x)^j}{(j)!} \right) \right\} e^{-\alpha x}$$

$$\theta^{j+1}(t) = \theta_s + (\theta_0^1 - \theta_s) \left( 1 + \alpha x + \frac{(\alpha x)^2}{2!} + \dots + \frac{(\alpha x)^j}{(j)!} \right) e^{-\alpha x} \quad (\text{A-31})$$

空間をノードに分割するすなわちDSCT法によるむだ時間要素近似と比較しよう。(A-19)式から

$$\beta = \frac{n}{L} = \frac{v}{\Delta x}$$

1次遅れ  $\frac{\beta}{S+\beta}$  の  $n$  個のカスケードとして近似されるアナログ回路で図示すれば図A-3のようになる。

図から明らかなように入口温度変化が第1番目の積分器  $\theta(t, \Delta x)$  へ入力信号として、初期分布  $\theta(0, x)$  はノードごとに各積分器の初期値として入れられる。これらの初期セット以後は何ら変更することなしに積分器のオペレートが時間について0から $\infty$ まで行われ、各ノード時間分布が求まる。時間が十分たつと各積分はそれぞれ一定値に近づき、これが近似定常分布を与えることになる。

上に述べたむだ時間要素近似の2つを比較してDSCT法とCSDT法の特徴を少し一般的な形で考えておきたい。DSCT法は直感的に空間依存性が入れられるし、任意の時刻までの応答がそのまま得られる。しかしアナログ要素の数によって空間メッシュ(普通は初めに与えておく)が大きく制限され本来的に空間分布を正確に求めているかには問題が残る。入力と出力の間に重点をおき内部の分布を少し犠牲にするならば積分器の数も少なくしてある程度の近似ができる。むだ時間のシミュレーションについていえば同次形Padé近似が考えられる。しかしこの場合には内部状態の意味が完全に失われてしまうので熱交換器のシミュレーションを分布系近似としては行わせることができない。(もちろんこの時には従来から行われているむだ時間要素+集中系で入出力伝達関数としてシミュレーションすることになる。)これに比較してCSDT法では $\Delta t$ を適当に小さくすることができ、さらにハイブリッドシミュレーションを行い正確な分布シミュレーションができるよういろいろの工夫がなされる。これは本文において述べたとおりである。



## E 通常のCSDT法の検討

ここでいう通常CSDT法は過去の必要な分布と現在求めようとしている分布の両方を普通の連続関数として扱う方法をいう。むだ時間要素のアナログ回路図は付録Dですでに与えてあり、これに外部温度を加えフィードバック係数を少し変更すれば直ちに単一流体の熱交換器のアナログ回路を得ることができる。ここでは、むだ時間要素と単一流体の熱交換器に通常CSDT法を用いてシミュレーションを行ったとき、入口温度変化に対する系の応答の結果について議論する。図A-4はむだ時間要素について積分器5台用意して1回の演算で0.5秒後の分布を0.1秒の時間巾で計算していくハイブリッドシミュレーションによって求めた結果である。入口温度変化はステップで200°Cから100°Cに下がり4秒間100°Cのままでその後振巾20°Cの正弦波をする。出口温度は入口温度がむだ時間2.5秒の系を通過してでてくるはずで、正確には原波形が再現される形となる。しかし結果はステップのシャープさと正弦波の振巾が本来の30%位に低下している。この点を少し改良するために $\Delta t$ を0.1秒から0.05秒にしてシミュレーションを行った。図A-5はこの結果である。ステップのシャープさも正弦波の振幅ゲインも確かに幾分改良されたがまだまだ $\Delta t$ を小さくすることが定量的に精度を上げるためには必要になってくる。図A-6と図A-7は単一流体の熱交換器における同様のシミュレーション結果である。熱交換器の場合には流体の輸送と管壁を通して流れる熱の伝達が重なってくるため少し複雑になっているが $\Delta t$ が大きいため再現できる周波数が低くなっている。目安として3db下がるところまで許せる周波数と $\Delta t$ の関係を定量的に考察することは通常CSDT法では重要である。これはシミュレーションによってでもごく大雑把に処理しておくべきである。

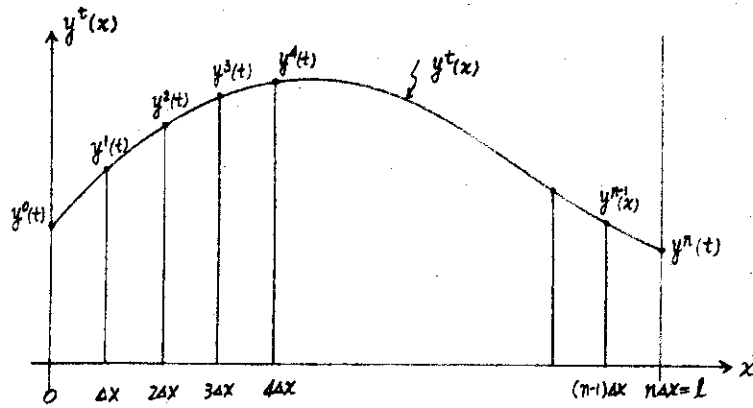


Fig.A-1 Approximation by node method for space distribution

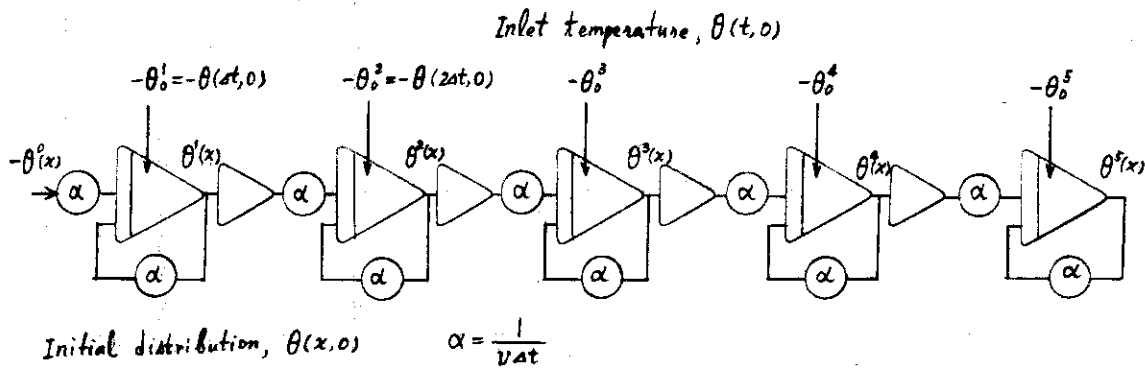


Fig.A-2 Analog program by CSDT method (Delay element)

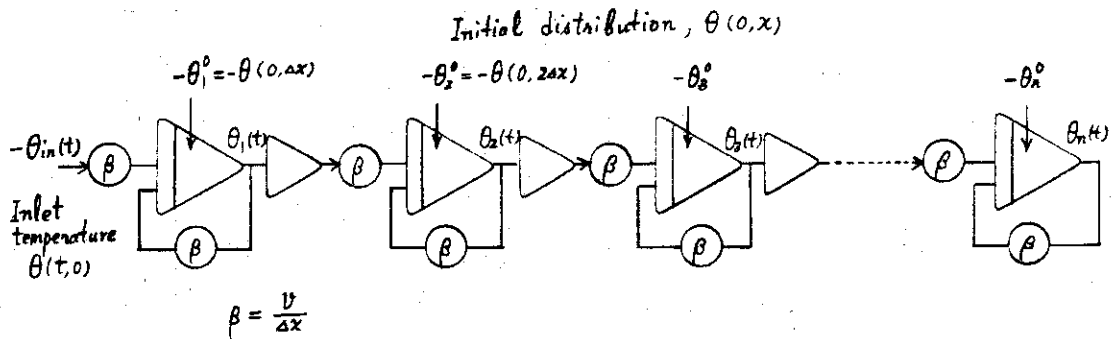


Fig.A-3 Analog program by DSCT method (Delay element)

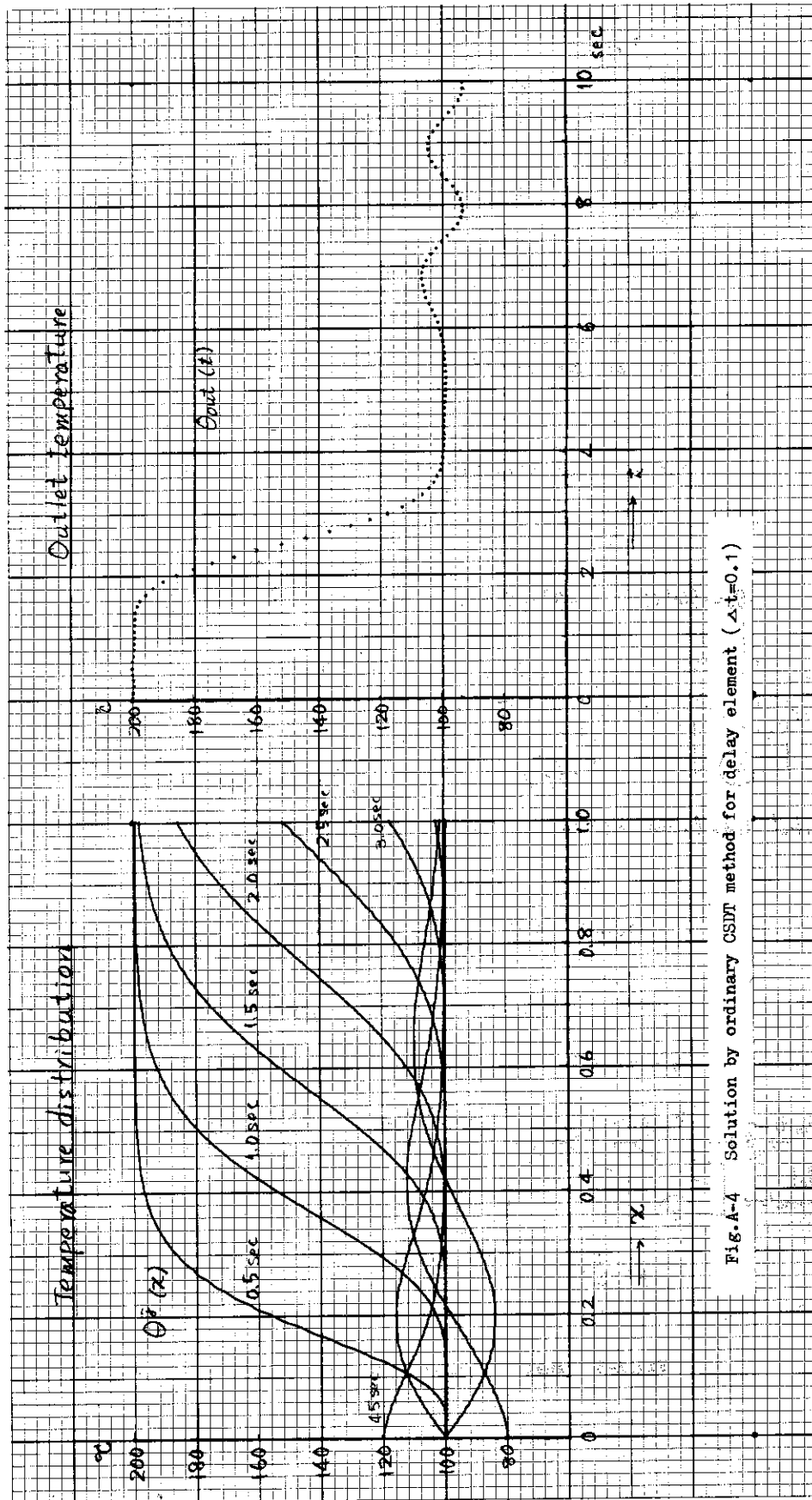


Fig.A-4 Solution by ordinary CSMT method for delay element ( $\Delta t=0.1$ )

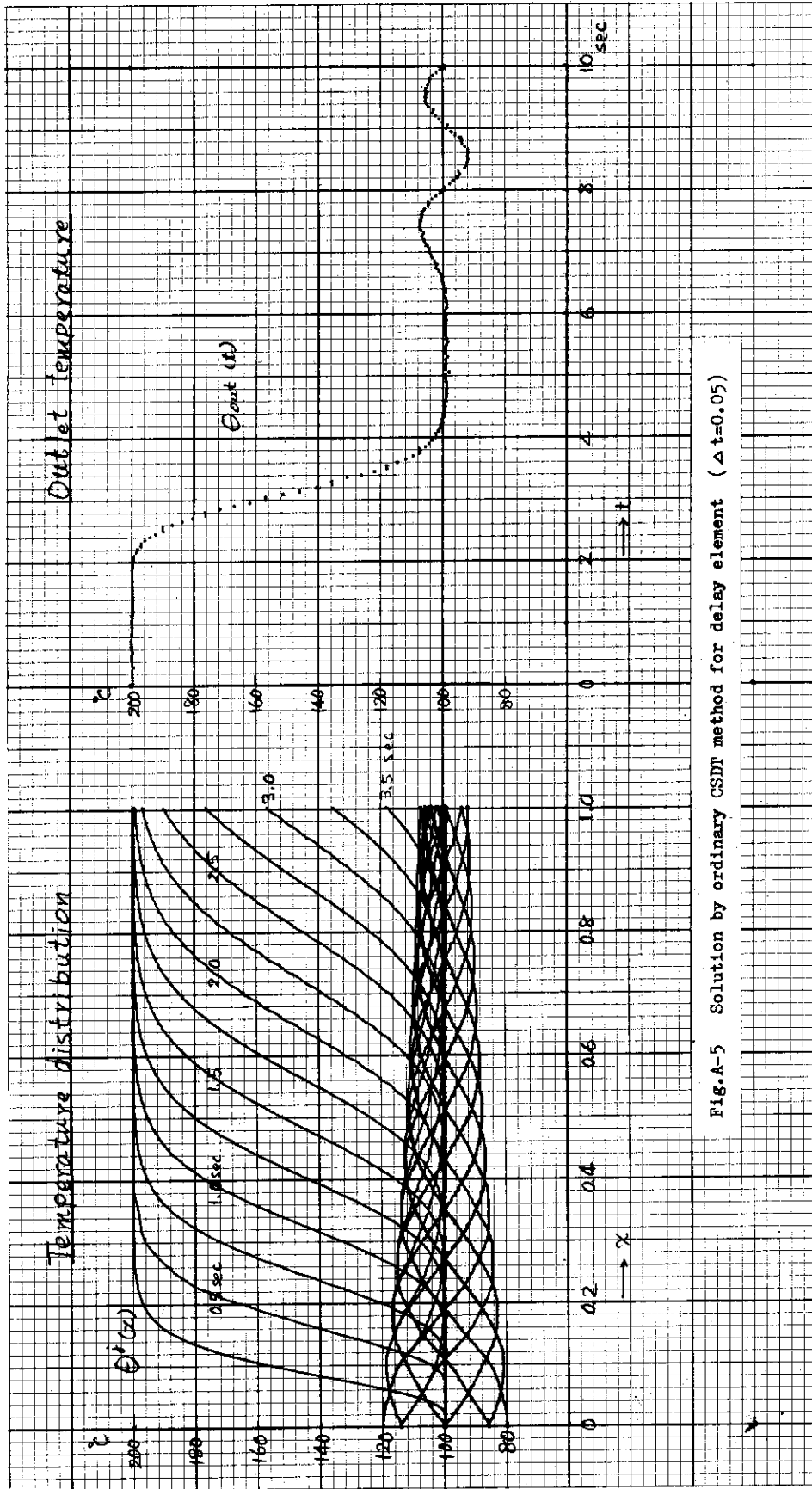


Fig.A-5 Solution by ordinary CSDF method for delay element ( $\Delta t=0.05$ )



Fig.A-6 Solution by ordinary CSFT method for single fluid heat exchanger ( $\Delta t=0.1$ )

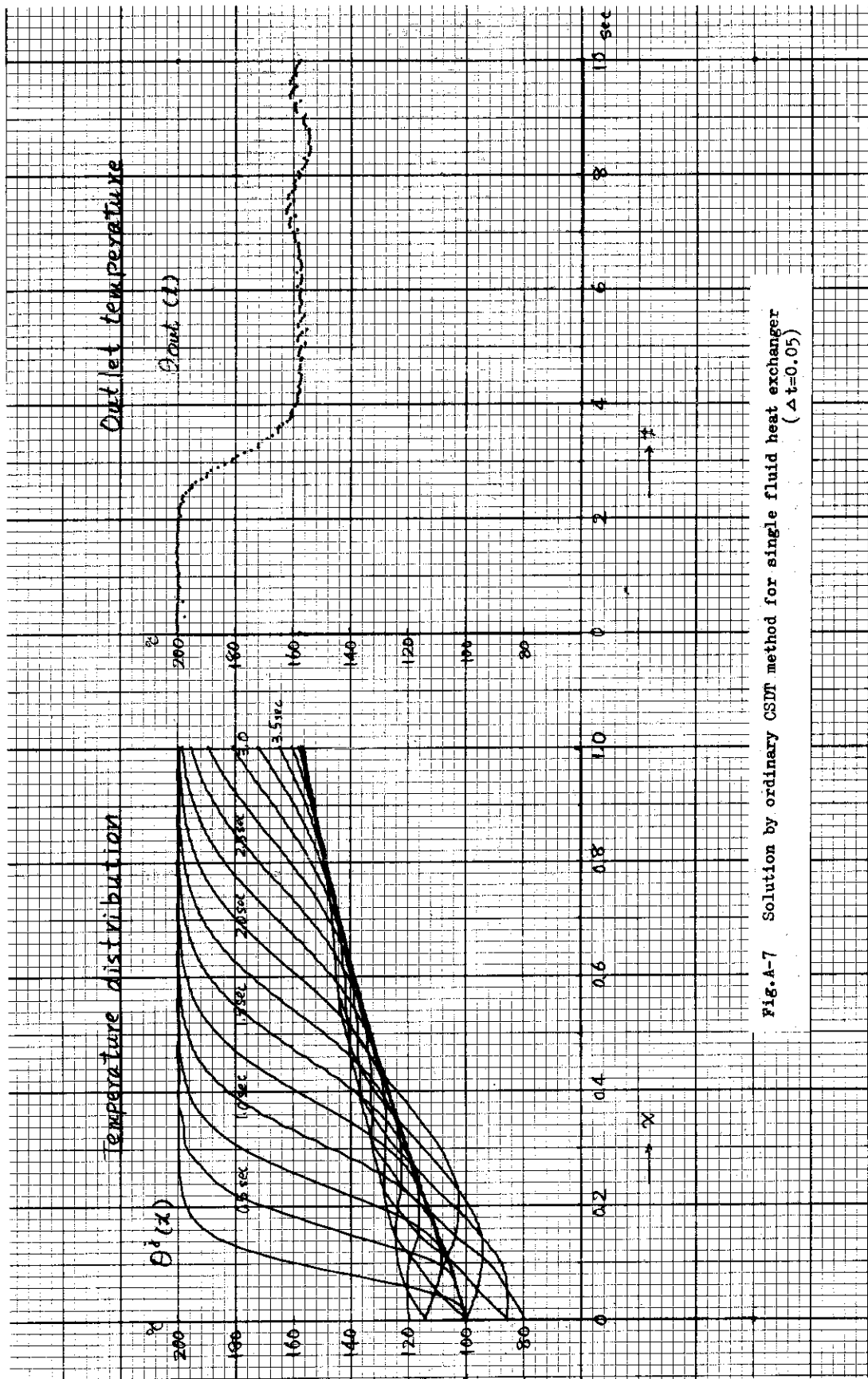


Fig.A-7 Solution by ordinary CSDF method for single fluid heat exchanger ( $\Delta t=0.05$ )

## F プログラム(1) 単一流体の熱交換器

PAGE 1 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(1)

```

DIMENSION TJO(100),TJ(100),TXT(5,100),TIJ(100)
LOGICAL SAMPL,SENSW
DATA POT/4HP041/
C INITIAL SET
CALL QSHYIN(IERR,680)
CALL QSC(1,IERR)
TM=200.
XL=10.
V=4.
A=0.1
F=0.5
F1=100.
B=0.002
C INITIAL CONDITION
2 TYPE3
3 FORMAT(/5X,14HTYPE DT AND DX/)
ACCEPT4, DT,DX
4 FORMAT( 2F10.3)
NI=XL/DX
NJ=10./DT
OP=NJ
DO 1 I=1,NI
TJO(I)=TM
1 CONTINUE
VAL=1.0/(V*DT)*0.1
VAL=2.*VAL
CALL QSSP(IERR)
CALL QSDLY(5)
CALL QWPR(POT,VAL,IERR)
CALL QSDLY(5)
CALL QSIC(IERR)
CALL QSDLY(3)
WRITE(16,5) DT,DX,VAL,OP
5 FORMAT(/5X,48HA SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS(1)//
18X,2HDT,10X,2HDX,9X,3HPOT,5X,7HOP TIME/4F12.5/)
TJO0=TM
NAA=0
J=0
10 RJ=J
T=RJ+DT
IF (J)16,15,11
11 IF(T=0.5/F1) 12,12,13
12 TJ0=TM*(0.75+0.25*COS(2.*3.14159*F1*T))
GO TO 20
13 IF(T=4.0) 14,15,15
14 TJ0=TM*0.5
GO TO 20
15 TJ0=TM*(0.5+A*SIN(2.*3.14159*F*(T-4.0)))
GO TO 20
16 TJ0=TM
20 DASET=TJ0+B
CALL QWJDAR(DASET,3,IERR)
I=1
DAOUT=(TJO0-TJ0)*B
CALL QWJDAR(DAOUT,12,IERR)
CALL QSDLY(3)

```

PAGE 2 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(1)

```

CALL QSOP(IERR)
98 CALL QRSLL(1,SAMPL,IERR)
99 CALL QRSLL(1,SAMPL,IERR)
IF(.NOT.SAMPL) GO TO 99
CALL QRRADR(ADIN,2,1,IERR)
TJ(I)=ADIN/B
DAOUT=(TJQ(I)-TJ(I))*B
CALL QWJDAR(DAOUT,12,IERR)
CALL QSDLY(3)
I=I+1
IF(I=NI) 98,98,100
100 CALL QSIC(IERR)
IF(J)30,30,32
30 WRITE(16,31)T,(TJ(I),I=1,NI)
31 FORMAT(26H TEMPERATURE PROFILE AT T=,F6,2,4H SEC/(1H,5F10.2))
NAA=0.5/DT
32 IF(NAA=NAA)34,33,33
33 NAA=0
WRITE(16,31)T,(TJ(I),I=1,NI)
C PLOT OF TJ(I)
IF(.NOT.SENSW(1)) GO TO 34
NIJ=NI
DO 39 I=1,NIJ
TIJ(I)=TJ(I)
39 CONTINUE
WRITE(1,40)
40 FORMAT (5X,22HREADY XY PLOTTER TJ(I)/)
GO TO 41
34 NAA=NAA+1
J=J+1
TXT(1,J)=TJ0
DO 35 II=2,5
I=5*II
TXT(II,J)=TJ(I)
35 CONTINUE
DO 36 I=1,NI
TJ0(I)=TJ(I)
36 CONTINUE
TJ00=TJ0
IF(T=10.) 10,37,37
37 WRITE(16,31) T,(TJ(I),I=1,NI)
C PLOT OF TI(J)
IF(.NOT.SENSW(2)) GO TO 46
J=1
NIJ=NJ
DO 50 I=1,NJ
TIJ(I)=TXT(J,I)
50 CONTINUE
WRITE(1,45)
45 FORMAT(//5X,25HREADY XY PLOTTER TI(J)!)
IF(J=5) 51,51,46
51 J=J+1
41 DOUTX=0.0
DOUTY=0.0
CALL QWJDAR(DOUTX,4,IERR)
CALL QWJDAR(DOUTY,5,IERR)
CALL QWCLL(15,,FALSE,,IERR)
PAUSE 01

```



PAGE 3 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(1)

```

I=1
CALL QWCLL(11,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(12,,FALSE,,IERR)
CALL QWCLL(13,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(14,,FALSE,,IERR)
200 CALL QRSLL(0,SAMPL,IERR)
201 CALL QRSLL(0,SAMPL,IERR)
IF(.NOT.SAMPL) GO TO 201
DOUTY=TIJ(I)/TM
CALL QWJDAR(DOUTY,5,IERR)
CALL QWCLL(15,,TRUE,,IERR)
CALL QSDLY(50)
CALL QWCLL(14,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(13,,FALSE,,IERR)
CALL QWCLL(12,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(14,,FALSE,,IERR)
CALL QWCLL(11,,FALSE,,IERR)
IF(I.GT.NIJ) GO TO 210
I=I+1
GO TO 200
210 CALL QWCLL(15,,FALSE,,IERR)
CALL QSDLY(50)
CALL QWCLL(11,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(12,,FALSE,,IERR)
CALL QWCLL(13,,TRUE,,IERR)
CALL QWCLL(14,,FALSE,,IERR)
IF(T-10.) 34,43,43
45 STOP
END

```

## G プログラム(2) 向流型熱交換器

G-1

PAGE 1 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(4)

```

DIMENSION TJO(100),TJ(100),TXT(5,100),TIJ(100)
DIMENSION TJCO(50),TJC(50)
DIMENSION TJMO(50)
LOGICAL SAMPL,SENSW
DATA POT,POT1/4HP041,4HP049/
C INITIAL SET
CALL QSHYIN(IERR,680)
CALL QSC(1,IERR)
TM=200.
XL=10.
V=4.
A=0.1
F=0.5
F1=100.
B=0.002
C INITIAL CONDITION
2 TYPE3
3 FORMAT(/5X,14HTYPE DT AND DX/)
ACCEPT4, DT,DX
4 FORMAT( 2F10.3)
NI=XL/DX
NJ=10./DT
OP=NJ
NI1=NI+1
DO 1 I=1,NI1
TJO(I)=220.
TJCO(I)=220.
TJ(I)=219.
TJC(I)=219.
TJMO(I)=220.
1 CONTINUE
VAL=1.0/(V*DT)*0.1
VAL=2.*VAL
CALL QSSP(IERR)
CALL QSDLY(5)
CALL QWPR(POT,VAL,IERR)
CALL QWPR(POT1,VAL,IERR)
CALL QSDLY(5)
CALL QSIC(IERR)
CALL QSDLY(3)
WRITE(16,5) DT,DX,VAL,OP
5 FORMAT(/5X,48HA SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS(1)//
18X,2HDT,10X,2HDX,9X,3HPOT,5X,7HOP TIME/4F12.5/)
TJO0=TM
TJCO0=TM
TJCO=TM
NAA=0
J=0
NB=0
10 RJ=J
T=RJ*DT
IF (J)16,16,11
11 JF(T-0.5/F1) 12,12,13
12 TJO=TM*(0.75+0.25*COS(2.*3.14159*F1*T))
GO TO 20
13 IF(T-4.0) 14,15,15

```

PAGE 2 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(4)

```

14  TJ0=TM*0.5
    GO TO 20
15  TJ0=TM*(0.5+A*SIN(2.*3.14159*F*(T-4.0)))
    GO TO 20
16  TJ0=TM
20  DASET=TJ0*B
    CALL QWJDAR(DASET,3,IERR)
    I=1
    DAOUT=(TJ00-TJ0)*B
    CALL QWJDAR(DAOUT,12,IERR)
    DAOUT2=(TJCO0-TJCO)*B
    CALL QWJDAR(DAOUT2,13,IERR)
    TJM0=(TJ0+TJCO(NI))/2.
    DAOUT4=TJM0*B
    CALL QWJDAR(DAOUT4,15,IERR)
    TJMM=(TJO(NI)+TJCO)/2.
    DAOUT3=TJMM*B
    CALL QWJDAR(DAOUT3,14,IERR)
    WRITE(1,300)TJMO(1),TJMO(NI+1),NC,TJO(1),TJ(1),TJMO(2)
300  FORMAT(2F10.2,15,3F10.2)
    CALL QSDLY(3)
    CALL QSOP(IERR)
98  CALL QRSLL(1,SAMPL,IERR)
99  CALL QRSLL(1,SAMPL,IERR)
    IF(.NOT.SAMPL) GO TO 99
    CALL QRBADR(ADIN,2,1,IERR)
    TJ(I)=ADIN/B
    DAOUT=(TJO(I)-TJ(I))*B
    CALL QWJDAR(DAOUT,12,IERR)
    CALL QRBADR(ADIN2,3,1,IERR)
    TJC(I)=ADIN2/B
    DAOUT2=(TJCO(I)-TJC(I))*B
    CALL QWJDAR(DAOUT2,13,IERR)
    KI=NI-I+1
    DAOUT4=TJMO(I+1)*B
    CALL QWJDAR(DAOUT4,15,IERR)
    DAOUT3=TJMO(KI)*B
    CALL QWJDAR(DAOUT3,14,IERR)
    CALL QSDLY(3)
    I=I+1
    IF(I-NI) 98,98,100
100  CALL QSIC(IERR)
    DO 102 I=1,NI
    TJCO(I)=TJC(I)
102  CONTINUE
    DO 103 I=2,NI
    KI=NI-I+1
    TJMO(I)=(TJ(I-1)+TJC(KI))/2.
103  CONTINUE
    TJMO(1)=(TJ0+TJC(NI))/2.
    TJMO(NI+1)=(TJ(NI)+TJC0)/2.
    TJCO0=TJC0
    IF(J)30,30,32
30  WRITE(16,31)T,(TJ(I),I=1,NI)
31  FORMAT(26H TEMPERATURE PROFILE AT T=,F6.2,4H SEC/(1H,5F10.2))
    NA=B*5/DT
32  IF(NA=NA)34,33,33
33  NA=0

```

PAGE 3 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(4)

```

NB=0
WRITE(16,31)T,(TJ(I),I=1,NI)
C PLOT OF TJ(I)
IF(.NOT.SENSW(1)) GO TO 34
NIJ=NI
DO 39 I=1,NIJ
TIJ(I)=TJ(I)
39 CONTINUE
WRITE(1,40)
40 FORMAT (5X,22HREADY XY PLOTTER TJ(I)/)
GO TO 41
C PLOT OF TJC(I)
65 IF(.NOT.SENSW(3)) GO TO 34
NII=NI-1
DO 60 I=1,NII
KI=NIJ+1-I
TIJ(I)=TJC(KI)-TM
60 CONTINUE
TIJ(NI)=TJC0-TM
WRITE(1,61)
61 FORMAT(5X,23HREADY XY PLOTTER TJC(I)/)
NB=1
GO TO 41
34 NAA=NAA+1
J=J+1
TXT(1,J)=TJ0
DO 35 II=2,5
I=5+II
TXI(II,J)=TJ(I)
35 CONTINUE
DO 36 I=1,NI
TJ0(I)=TJ(I)
36 CONTINUE
TJ00=TJ0
IF(T=10.) 10,37,37
37 WRITE(16,31) T,(TJ(I),I=1,NI)
C PLOT OF TI(J)
IF(.NOT.SENSW(2)) GO TO 46
J=1
NIJ=NJ
43 DO 50 I=1,NJ
TIJ(I)=TXT(J,I)
50 CONTINUE
WRITE(1,45)
45 FORMAT(//5X,25HREADY XY PLOTTER TI(J)/)
IF(J=5) 51,51,46
51 J=J+1
41 DOUTX=0.0
DOUTY=0.0
CALL QWJDAR(DOUTX,4,IERR)
CALL QWJDAR(DOUTY,5,IERR)
CALL QWCLL(15,.FALSE.,IERR)
PAUSE 01
DO 42 I=1,NIJ
RI=I-1
RMAXI=NIJ-1
DOUTX=RI/RMAXI
DOUTY=TIJ(I)/TM

```

PAGE 4 C A SIMULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEM(4)

```

CALL QWJDAR(DOUTX,4,IERR)
CALL QWJDAR(DOUTY,5,IERR)
CALL QSDLY(500)
CALL QWCLL(15,.TRUE.,IERR)
CALL QSDLY(100)
CALL QWCLL(15,.FALSE.,IERR)
CALL QSDLY(100)
42  CONTINUE
IF(NB)65,65,62
62  IF(T=10.) 34,43,43
46  STOP
END

```

JAPANESE 5753 正誤表

頁	行	誤	正
11	17	定数表	定数表
3	5	定数	定数
3	12	持	(a) 場合, 持
3	13	持	(a) 場合, 持
3	14	持	(a) 場合, 持
15	1	$S(S+3)$	$S(S+2)$
20	1	$S$	$S$