

JAERI-M

5805

移動カーネル表示による
原子炉ノード理論の研究

1974年8月

下桶 敬則

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

移動カーネル表示による原子炉ノード理論の研究

日本原子力研究所原子炉データ解析室

下 桶 敬 則

(1974年7月22日受理)

FLARE型ノード方程式に関する理論的研究を扱っている。従来のFLARE方程式の持っている理論的矛盾点を指摘し、これを改良するため数値実験的な立場より一つの改良型方程式を導出した。

この導出に際し、ノードからノードへの中性子「移動カーネル」、および反射材ノードから炉心への中性子反射効果を表すアルベドの定義を与えると共に、このカーネルを実際に計算するため空間六重積分を近似的に遂行する方法を見出した。

最後に研究の締めくくりとして、1次元体系に対する非対称2群モデルに基づいて純理論的方法により、一般拡張型FLARE方程式を導出し、この一般式の特種近似として原FLARE方程式および本研究の中間段階で見出した改良型FLARE方程式のいずれも導びけることを示した。

The Studies on the Reactor Nodal Theory in Terms
of the Migration Kernel

Takanori SHIMOOKE

Office of Power Reactor Projects, JAERI

(Received July 22, 1974)

The theoretical studies have been performed on the FLARE-type nodal equations. A modified equation is derived, by a semi-empirical method of the result adjustments to the reactor data, in order to solve the theoretical difficulty of the original FLARE equation.

In this derivation, we define the neutron "migration kernel" from the node to node and the albedo relating to the neutron reflection from the reflector node to the core, and an approximate method is found to integrate the six-multiple space-integration of the kernel.

To complete the studies, a generalized FLARE equation is derived in purely theoretical way using the asymmetric two-group model in one-dimensional systems. The derived equation can be shown to reduce to the original FLARE equation in a special approximate assumption, and also to the above-mentioned modified equation under another theoretical condition. It is made clear from this study that the original FLARE equation is only valid if the node width is relatively small so that the neutron leakages are dominant in epithermal energies (rather than thermal energies), and if the criticality condition is sustained in each node itself.

目 次

1	序 論	1
1.1	原子炉ノード理論について	1
1.2	本研究の対象(移動カーネル表示によるノード理論)	1
1.3	原FLARE方程式の概要と問題点	2
2	ノード方程式に必要な中性子移動カーネルの基礎的導出	8
2.1	ノード理論における中性子移動カーネルの一般形	8
2.1.1	中性子移動カーネルの定義	8
2.1.2	無限媒質における点線源からの核分裂中性子の減速および 拡散	8
2.1.3	中性子移動カーネルの一般形	10
2.2	六重空間積分の遂行	11
2.2.1	積分の詳細; y' および z' についての積分	11
2.2.2	g 因子の評価と y および z についての積分	16
2.2.3	x および x' についての積分と最終結果	23
2.2.4	ノード周外へ逃げる中性子の補正	25
2.3	異なった方向に対する中性子移動カーネルの導出	28
2.4	中性子移動カーネルの計算例	31
3	ノード方程式に必要なアルベドの基礎的導出	35
3.1	ノード理論におけるアルベドの定義	35
3.2	境界面が平面の場合のアルベドの導出	35
3.3	種々の幾何学的形状を有する境界面でのアルベド	36
3.3.1	コーナ境界ノード	36
3.3.2	L-型境界ノード	38
3.3.3	L-型境界隅部ノード	39
3.3.4	コーナL-型境界ノード	39
3.3.5	コーナL-コーナ境界ノード	40
3.3.6	W-型境界ノード	40
4	FLAREノード方程式の半実験的改良	42
4.1	FLARE方程式の改良に至る道筋	42

1 序 論

1.1 原子炉ノード理論について

原子炉ノード理論とは、原子炉の核的挙動を記述または数値計算する際に、炉内を大きな巾を有する少数箇の領域（これをノードと呼ぶ）に分割して行うもので、従来の精密メッシュ分割による方法に比して数値計算上の経済性が何よりの利点となる様を理論である。しかも実用上の精度は充分あるのがその第2の特徴でもある。

原子炉の性能および安全性の評価計算例が増加する一方の昨今、原子炉諸特性の根底となる核的特性に関して炉心の全領域にわたってスピードある計算が出来ることは非常に重要なことであり、この方法を組込んだ動特性ないしは事故過渡特性評価計算が可能となる日が待たれる所以でもある。

この理論の最初のものが世に出たのは1964年のことで¹⁾、可成古いことになる。その後現在迄数は多くないが重要な進展があった。しかしながら完全に理論的に整備された体系にはなっていないのが現状であり、この方法の今日的意義も考えて、ここに本論文の研究を発表する。

1.2 本研究の対象（移動カーネル表示によるノード理論）

現在、ノード理論とここで呼んでいる分野の中では合計4種類の（異なった物理モデルによる）基礎方程式が存在している。基礎方程式が2種以上存在すると云うのは、ちょっと変であるが、これらは原子炉の中の中性子の振舞いを如何にモデル化するかと云う点で観点を異にしており、その結果形式上違った方程式に到達しているわけである。又、或るものは他のものの特長を応用例になっているものもある。要は提案者なり、その提案の歴史的背景が違っている結果、便宜上ここで4種類を列挙したものであると考えていただきたい。これらの方程式は発表の年代順に挙げると、

- (1) FLARE方程式（D.L.Delp等¹⁾により1964年発表）
- (2) TRILUX方程式（L.Goldstein等²⁾により1967年発表）
- (3) 反射および透過関数表示のノード方程式（Z.Weiss³⁾により1972年発表）
- (4) 一般拡張型FLARE方程式（本論文により著者が発表するもの。1974年）

となる。物理的意味を離れてその数学的型式に着目する時、これらの式に共通に云えることは、Z.Weissによれば、各ノード*i*に指定された変数*X_i*との間に次に述べる様な一次結合関係が成立していることである。

$$(A_i + \sum_m C_{i,m}) X_i - \sum_m C_{m,i} X_m = Q_i \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

ここで

$$C_{i,m} = X_i \text{ の結合係数}$$

A_i = ノードの特性を決めるパラメータであり、通常ノード i における中性子の生成および吸収過程に関係している。

Q_i = 外部ソース

又、 $\sum_m C_{i,m}$ が 0 でないすべての隣接ノードについての和を表すものとする。実は連続媒質中における中性子の拡散方程式と云えども、差分近似表示で表現する場合は(1)式の形式に還元されて仕舞う。従って上の論述と逆の方向で、(1)式の形式を有す方程式をノード方程式と呼び、この様な方程式を扱う理論をノード理論と称するわけにはいかない。要は形式(1)は、ここでノード理論と呼んでいる分野の特徴の一つであると云うことである。他の特徴を更に挙げるならば、形式(1)が最初から広い巾を有するノードに対して厳密に成立している点を指摘出来よう。とまれ、本研究ではこれらのうち FLARE 型ノード方程式に関する問題を主題としたものである。FLARE 型の特徴は、基本方程式の表現に或る種のカーネル(本論文、第 2 章で初めて導入するもので、ここで「移動カーネル」と名付ける)を使用することにあると考えられるので、表記の如き表題を採用したものである。

本論文で取扱った研究内容を具体的に挙げると、先ず第 2 章において移動カーネルを定義し、且これを実際使用するためにカーネルを規定している空間六重積分を解析的に遂行する近似的方法を示した。続く第 3 章では、ノード理論に必要な反射体アルベドについて、その表式をカーネルと同様に一般的に導びき、且、炉心境界面の幾何学的形状に依存するこれらアルベドの値を、各種境界面形状につき具体的に計算し得る近似表式を得た。第 4 章は、原 FLARE 方程式にまつわる理論と実験との矛盾を、主として数値実験的に解決する試みについて述べたもので、その結果一つの経験的改良式を提唱している。第 5 章は、第 4 章の数値実験に道具として使用した計算プログラム「SCOPERS」について触れたものである。第 6 章は以上と性格を異にし FLARE 方程式の改良を純理論的に試みたもので、その結果は原 FLARE 方程式ならびに上述の経験的改良式をもそれぞれ特殊解として含む様な一つのノード方程式を導出し得た。この、いわば一般拡張型 FLARE 方程式によれば、原 FLARE 方程式の持つ矛盾も解消し得ることが示せる。最後の第 7 章では全体的に見た結論を扱った。

以上が本論文の内容のあらましであるが、第 2 章以下の研究本題に入る前に、本章次節で原 FLARE 方程式の概要について触れ、記号の定義等で本題の準備とする。

1.3 原 FLARE 方程式の概要と問題点

今、炉心の X-Y 断面を燃料要素断面の一边或いはその整数倍の長さに等分割する。更に Z 方向は燃料の実効長を適当に等分割して、その一边の長さが X-Y 平面の分割の長さと略等しくなる様にとり。こうして得られた長さ L_x, L_y, L_z ($L_x = L_y$) を三辺に持つ直方体(以下ノードと称する)で全炉心(反射体領域を除く)が構成されることになる。すべての物理量はこのノード単位で与えられる。換言すればこのノード内の変化或いは分布は無視する。

或るノード ijk に於ける核分裂中性子の生成割合を Φ_{ijk} ($\frac{n}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}}$) とする。更に A_{ijk} をノード ijk における中性子の吸収割合 ($\frac{n}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}}$) とすると、

$$\Psi_{ijk} = k_{\infty ijk} A_{ijk} \quad \text{又は} \quad \Psi_{\ell} = k_{\infty \ell} A_{\ell} \quad (2)$$

(後半の式は方程式を簡単に書くために、添字 ijk の代わりに添字 ℓ を用いたものである。以下同様)

式(2)において k_{∞} が通常定義される無限大増倍係数 k_{∞} に等しくなるためには、ノード ℓ における中性子エネルギースペクトルがノード ℓ の無限大配列の系の中で存在するであろうそれと等しい時に限る。今、ノードの一边を熱中性子の拡散距離 L やフェルミ年令 τ に比べて相当大きくとれば、方程式(2)は通常定義の k_{∞} の値の下で充分成立することが予想出来る。

ノード m で生れた中性子が減速・拡散の後に最終的に或るノード ℓ で吸収される確率を $K_{\ell m}$ と定義する。しかる時、ノード ℓ で吸収される割合 A_{ℓ} は

$$A_{\ell} = \sum_{m=1}^6 K_{\ell m} \Psi_m + K_{\ell \ell} \Psi_{\ell} \quad (3)$$

ここで m についての和は一般的に云えば移動カーネル $K_{\ell m}$ が 0 でない範囲について実施すれば良いが、最初の提案者の Delp 等はここにも大胆な近似をして、今、考えるノード m に対して面接触をするノード (6 々に限定される) についてのみカーネル $K_{\ell m}$ は 0 でない有限な値を有するとした。ノード m に近接するノードとしてはその他に線接触をするノードが 12 ヶあり、更に点接触をするノードも数えると 8 ヶある (図 1.1 ~ 図 1.3 を参照)。Delp 等は物理モデルを簡単にするためにこれらのノードへの中性子の伝播は無視した¹⁾。これは第 2 章に述べる様に実際には正しくない。

又ノードの一边を大きくとるのがモデルの特徴なので隣接ノードの更に外側へのノードの中性子の伝播は、隣接ノードへのそれに比べて無視出来ると考えられた。この点についても本論文第 2 章においてこの近似は正しくないことを示すが、それにも関わらず、又その他の矛盾にも関わらず FLARE 型方程式が実験的には良く合う事実に対して基礎付けを与えたのが同じく第 4 章および第 6 章である。いずれにしろ、最初のモデルではカーネル $K_{\ell m}$ は面接触をする隣接ノード ℓ についてのみ値が存在すると仮定された。

式(3)を(2)に代入して整理すると

$$\Psi_{\ell} = \frac{k_{\infty \ell} \sum_{m=1}^6 K_{\ell m} \Psi_m}{1 - k_{\infty \ell} K_{\ell \ell}} \quad (4)$$

式(4)が内部ノード点に対して解くべき基本ノード方程式である。

反射体は、炉心境界面でのアルベドの概念で取扱い、反射体領域におけるメッシュ分割を不用とする。即ち、炉心境界面で境界ノード ℓ より洩れる中性子の割合 L_{ℓ} は次式で与えられるとする。

$$L_{\ell} = \Psi_{\ell} \sum_{m'=1}^F K_{m' \ell} (1 - \beta_{\ell}) \quad (5)$$

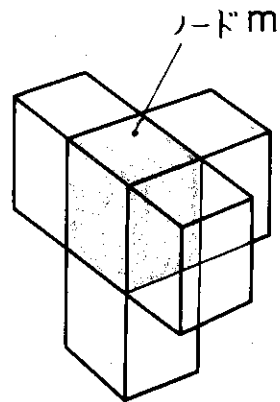


図1・1 ノード m に面接触するノードの4例
(面接触ノードは全部で6ヶある)

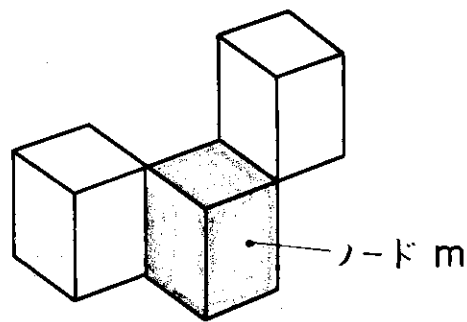


図1・2 ノード m に線接触するノードの2例
(線接触ノードは全部で12ヶある)

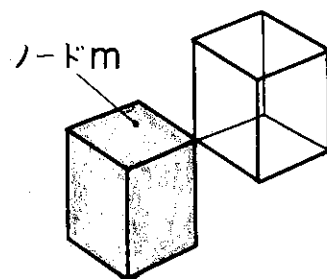


図1・3 ノード m に点接触するノードの1例
(点接触ノードは全部で8ヶある)

ここで m' についての和はノード l より反射体領域* に向うカーネルについての和とする。即ち反射体より反射によって炉心に戻る中性子の割合が一方向について $K_{m'l} \beta_l$ である。ここで β_l がいわゆるアルベドである。

自分自身で吸収される割合 K_{ll} は内部ノードに対しては

$$K_{ll} = 1 - \sum_{m=1}^6 K_{ml} \quad (6)$$

境界ノードに対しては前記アルベドの効果 β_l を考慮に入れて

$$K_{ll} = 1 - \sum_{m=1}^{6-n} K_{ml} - \sum_{m'=1}^n K_{m'l} (1 - \beta_l) \quad (7)$$

となる。自己吸収の確率 K_{ll} に対して上記の式を代入し、更に k_{∞} を λ (固有値) で割って(4)を一般化した方程式は次の様になる。

$$\Psi_l = \frac{\frac{k_{\infty l}}{\lambda} \sum_{m=1}^6 K_{lm} \Psi_m}{1 - \frac{k_{\infty l}}{\lambda} \left[1 - \sum_{m=1}^{6-n} K_{ml} - \sum_{m'=1}^n K_{m'l} (1 - \beta_l) \right]} \quad (8)$$

ここで具体的には示されていないが、 β は炉心頂部反射体、炉心底部反射体および炉心周辺燃料要素の各露出面についてそれぞれ与えることが出来る。

固有値 λ は次の式で示される様に全炉心を通じて集計された中性子バランスの式より求まる。

ソース = 吸収 + 洩れ

$$\sum_l \Psi_l = \sum_l \frac{\Psi_l \lambda}{k_{\infty l}} + \sum_l \Psi_l \sum_m K_{ml} (1 - \beta_l)$$

$$\therefore \lambda = \frac{\sum_l \Psi_l - \sum_l \Psi_l \sum_m K_{ml} (1 - \beta_l)}{\sum_l \frac{\Psi_l}{k_{\infty l}}} \quad (9)$$

* 反射体領域も便宜上炉心ノードと同寸法のノードに分割して考えている。これらの反射体領域ノードを m' とした。例えば図 3.2 でノード l に当る。

1.3.1 カーネルA

旧 FLARE理論においては、式(8)および(9)が解くべき基本方程式であるが、問題はここから出て来る移動カーネル K_{lm} をどう与えるかと云うことである。Delp等は本小節および次小節に述べる二通りの式を提案したが、いずれも半経験的に考案したもので、提案者自身が断っている様に決して唯一のものでなければ一番良いものでもない¹⁾。

第一のもの(仮にカーネルAと呼ぶ)は次式で与えられる

$$K_{lm} = (1-g) \frac{\sqrt{M_m^2}}{2r_{lm}} + g \frac{M_m^2}{r_{lm}^2} \quad (10)$$

ここで M_m^2 はノードmの移動面積で、 r_{lm} はノードlおよびm間の中心間距離である。又 g は(10)式の第一項および第二項を交ぜ合わせるパラメーターでインプットで与える定数である。

(10)式の第一項は、一次元のスラブからスラブへの拡散カーネルを考えた時その最も大きな項が $L/2r$ であり、 L の代りに $\sqrt{M^2}$ を代入して得られたカーネルである。第二項は、第一項の条件とは反対にノード間距離 r_{lm} が移動距離 $\sqrt{M_m^2}$ に比べて小さい極限を考えた時、拡散方程式を書き直した一群一次元三点階差方程式を中央の点の ϕ_i について解いた式より推定されたカーネルである。

混合パラメーター g については、実験的に、或いは他のより基本的な計算の助けを借りて定めなければならぬ。更にカーネル K_{lm} を(10)式で定義した場合、自分自身のノードで吸収される確率 K_{ll} 、即ち

$$K_{ll} = 1 - \sum_{m=1}^6 K_{ml}$$

が必ず正になる保証がない。

1.3.2 カーネルB

自分自身のノードで吸収される確率 K_{ll} が負になる様なことが起きない様に、他のもう一つのカーネルが同時に提案された¹⁾。このカーネルBは K_{ll} について次式の形を仮定することから出発する。

$$K_{ll} = 1 - e^{-r^2 \left(\frac{a^2}{M^2} \right)} \quad (11)$$

ここで r は任意の定数、 a は等価な平均飛跡距離を有する球の半径である。従ってノードの各辺の長さを L_x 、 $L_y (= L_x)$ 、 L_z とすると

$$a = \frac{3L_x L_z}{2L_x + 4L_z} \quad (12)$$

更に水平方向および鉛直方向のカーネルの間に次の関係を仮定する。

$$\frac{(K_{\ell m})_{\text{horiz}}}{(K_{\ell m})_{\text{vert}}} = \left(\frac{L_z}{L_x}\right)^n \quad (13)$$

しかる時次のカーネルを得る。

$$(K_{\ell m})_h = \frac{e^{-\gamma^2 \left(\frac{a^2}{M^2}\right)}}{4 + 2 \left(\frac{L_x}{L_z}\right)^n} ; \quad \gamma \equiv g'_h, \quad n \equiv g'_v \quad (14)$$

$$(K_{\ell m})_v = \left(\frac{L_x}{L_z}\right)^n \cdot (K_{\ell m})_h ; \quad n \equiv g'_v \quad (15)$$

しかしながら、このカーネルBより先述のカーネルAの方が、問題点がありながら、炉心内出力分布が良く合う結果になってしまった。これは矢田等⁴⁾が両者のカーネルを使用して、それぞれJ P D R炉の出力分布計算をして実測値と比較した結果を見ても明らかであり、又、著者自身⁵⁾もJ P D R炉の初期炉心および燃焼炉心の諸特性データをFLAREモデルで解析した一連の研究^{5), 6), 7), 8)}において使用したのはカーネルAの方であった。そうして実験値と一番良く合う結果を与えるケースのカーネルAの実際の数値的大きさを調べて見ると

$$\sum_{m=1}^6 K_{m\ell} > 1$$

又は $K_{\ell\ell} < 0$

となっていることを見出した⁸⁾。これは明らかに理論的には矛盾である*。そうして又この事実は、実験的立場を優先する考え方に従うなら、原FLARE方程式およびそのモデルについてより基礎的な面よりの解明が必要であることを示唆するものに他ならない。

* ここに示した如く具体的な裏付けを示しながらの発言ではないが、FLAREモデルに対して定性的な疑いの気持ちを述べたものはその他にも散見される。例えば文献³⁾参照。

2 ノード方程式に必要な中性子移動 カーネルの基礎的導出

2.1 ノード理論における中性子移動カーネルの一般形

2.1.1 中性子移動カーネルの定義

ノード理論では、炉心は各辺共移動距離程度の長さを有する直方体（以後ノードと呼ぶ）による一様分割により構成され、炉心内における中性子の振舞いは、第1.3節(2)式のノード l における核分裂中性子の生成率、 Ψ_l (ケ/cm³・sec)によって記述される。即ち、

$$\Psi_l = k_{\infty l} \cdot A_l \quad (1)$$

中性子の減速および拡散が全体として或るカーネル K_{lm} で記述されると仮定すると、このカーネルは、ノード m で生成した或る核分裂中性子が減速を受け更に拡散を経た後、他のノード l で吸収される確率として定義されねばならない（以後このカーネルを我々は「移動カーネル」と呼ぶ）。移動カーネルのこの定義に従えば、先述の中性子吸収率 A_l は次の様に書くことも出来る。

$$A_l = \sum_{m=1}^{18} K_{lm} \cdot \Psi_m + K_{ll} \Psi_l \quad (2)$$

ここで m についての和は考えているノード l の隣接ノードのみに限定して良い。その理由は、ノードとノードの間の距離は熱中性子の移動距離に比較して同程度か又は大きく、任意の方向で隣り合せたノード間に対してのみ移動カーネルの値は零でない有限の値を持ち得るからである。

2.1.2 無限媒質における点線源からの核分裂中性子の減速および拡散

先ず第一に、単位時間当り一ケの中性子を生成している点線源を仮定し、これより r の距離において単位時間当り単位体積当りに吸収される中性子の数を計算して見よう。点線源から距離 r における熱中性子減速密度は、フェルミの年令理論によれば次の様に与えられる。

$$q(r, \tau) = \frac{e^{-r^2/4\tau}}{(4\pi\tau)^{3/2}} \quad (3)$$

ここで τ は熱中性子のフェルミ年令である（点線源周りの媒質は当分の間無限大と考える）。しからは、位置 r' における体積要素 dr' 内の熱中性子数は

$$S(r') dr' = \frac{e^{-r'^2/4\tau}}{(4\pi\tau)^{3/2}} dr' \quad (4)$$

他方、拡散理論の初歩に従えば無限媒質中における点線源拡散カーネルは、

$$G_{pt}(r, r') = \frac{e^{-\kappa|r-r'|}}{4\pi D|r-r'|} \quad (5)$$

で与えられる。ここで κ は逆拡散距離、 D は拡散係数である。

(4)式および(5)式を組み合わせると、位置 r に於ける熱中性子束 $\phi(r)$ が次の様に求まる。

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \int_{\text{全空間}} G_{pt}(r, r') S(r') dr' \\ &= \frac{1}{4\pi D} \cdot \frac{1}{(4\pi\tau)^2} \int_{\text{全空間}} \frac{\exp(-\kappa|r-r'| - r'^2/4\tau)}{|r-r'|} dr' \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式の積分を遂行するために、方向 r を球面座標系の z -軸にとろう(図2.1参照)。こうした座標系の下では(6)式は、

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \frac{1}{(4\pi D)(4\pi\tau)^2} \int \int \frac{\exp(-\kappa\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta'})}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta'}} \\ &\quad \cdot \exp(-r'^2/4\tau) r'^2 dr' \sin\theta' d\theta' d\phi' \end{aligned} \quad (7)$$

先ず(7)式を ϕ' について積分する。続いて積分変数 θ' を $p \equiv \sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta'}$ に変換すると(7)式は次の様に積分出来る。

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \frac{1}{4\pi D} \cdot \frac{2\pi}{(4\pi\tau)^2} \int \frac{e^{-r'^2/4\tau}}{rr'} \left(\int \frac{e^{-\kappa p} dp}{|r-r'|} \right) r'^2 dr' \\ &= \frac{1}{4\pi D} \cdot \frac{2\pi}{(4\pi\tau)^2} \int_0^\infty \frac{e^{-r'^2/4\tau}}{rr'} \frac{1}{\kappa} (e^{-\kappa|r-r'|} - e^{-\kappa|r+r'|}) r'^2 dr' \\ &= \frac{1}{2\kappa D} \cdot \frac{1}{(4\pi\tau)^2} \cdot \frac{1}{r} \int_0^\infty r' e^{-r'^2/4\tau} (e^{-\kappa|r-r'|} - e^{-\kappa|r+r'|}) dr' \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式の積分は教科書に書かれているのと同様な方法で遂行することが出来る(例えば、グラストン&エドランドの教科書⁹⁾の186頁を参照)。その解は、

$$\phi(r) = \frac{e^{\kappa^2\tau}}{8\pi D} \left[\frac{e^{-\kappa r}}{r} \left\{ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}} - \kappa\sqrt{\tau}\right) \right\} - \frac{e^{\kappa r}}{r} \left\{ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}} + \kappa\sqrt{\tau}\right) \right\} \right] \quad (9)$$

となる。即ち(9)式は、原点にある点線源(単位時間当たり核分裂中性子一箇を放出している)の周りにおける熱中性子束の分布を与えているものである。点線源の周囲における中性子束の分布は当然等方的でなければならぬから、(9)式で与えられる中性子束分布は任意の方向の距離 r に対して適用可能である。

$\phi(r)$ に巨視的吸収断面積 Σ_a を掛けると、我々は、原点に於いて単位の強度を有する線源か

ら距離 r だけ離れた点における単位時間当り単位体積に吸収される熱中性子の数を求めることが出来る。

$$\begin{aligned}
 K(r) &= \Sigma_a \phi(r) \\
 &= \frac{\kappa^2 e^{\kappa^2 \tau}}{8\pi} \left[\frac{e^{-\kappa r}}{r} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}} - \kappa\sqrt{\tau} \right) \right\} - \frac{e^{\kappa r}}{r} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}} + \kappa\sqrt{\tau} \right) \right\} \right] \\
 &= \frac{\kappa^2 \sqrt{\tau}}{2\pi \sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{2\kappa\tau - r} f \left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{r}{2\sqrt{\tau}} \right) - \frac{1}{2\kappa\tau + r} f \left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{r}{2\sqrt{\tau}} \right) \right\} \frac{e^{-r^2/4\tau}}{r} \quad (10)
 \end{aligned}$$

ここで $f(x)$ はコンプリメンタル誤差関数に $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ を乗じたもの、即ち、

$$f(x) \equiv \frac{\sqrt{\pi}}{2} x e^{x^2} \operatorname{erfc}(x) \quad (10.1)$$

この結果は、点線源の位置を一般的に r' とし、任意の点 r における中性子の吸収の確率と云う形に一般化出来る。こうして求める無限媒質における点線源中性子移動カーネルは、次の様になる。

$$\begin{aligned}
 &K(|r-r'|) \\
 &= \frac{\kappa^2}{2\pi} \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{1}{2\kappa\tau - |r-r'|} f \left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{|r-r'|}{2\sqrt{\tau}} \right) - \frac{1}{2\kappa\tau + |r-r'|} f \left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{|r-r'|}{2\sqrt{\tau}} \right) \right\} \\
 &\quad \times \frac{e^{-\frac{(r-r')^2}{4\tau}}}{|r-r'|} \quad (11)
 \end{aligned}$$

2.1.3 中性子移動カーネルの一般形

本小節ではいよいよ、ノード m で生成した中性子がノード l で吸収される確率である移動カーネルを求めよう。

まず、3辺が L_x, L_y および L_z cm である直方体(ノード)の三次元的配列を考える。今、ノード m で単位時間当り1箇の中性子が生成されるものとしよう。この時ノード内の中性子源強度は、ノードの体積 $V \equiv L_x L_y L_z$ とすると、 $1/V$ となる。従ってノード m 内の任意の点 \mathbf{X}' における体積要素 $d\mathbf{X}'$ 当りの線源強度は $\frac{1}{V} d\mathbf{X}'$ である。この線源に対して、点 \mathbf{X} において単位時間当り単位体積に対して dK 箇の中性子が吸収されるとすると、(10)式より、

$$dK = K(|\mathbf{X}-\mathbf{X}'|) \frac{d\mathbf{X}'}{V} \quad (12)$$

ここで点 \mathbf{X}' にノード m 内の点をとリ、又点 \mathbf{X} としてノード l 内の点をとリ、それぞれのノード内で積分すると求める中性子移動カーネル K_{lm} は

$$K_{lm} = \frac{1}{V} \int_l \int_m K(|\mathbf{X}-\mathbf{X}'|) d\mathbf{X}' d\mathbf{X}$$

又は具体的に表現すると

$$K_{\ell m} = \frac{1}{V} \frac{\kappa^2}{2\pi} \sqrt{\tau} \int_{\ell} \int_m \left[\frac{1}{2\kappa\tau - R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) - \frac{1}{2\kappa\tau + R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] \times \frac{e^{-\frac{R^2}{4\tau}}}{R} dx' dy' dz' dx dy dz \quad (10)$$

$$\text{但し} \quad R \equiv \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

(10)式の導出に当り、実は、ノード ℓ および m 共に中性子媒質は同一であると云う仮定をしている。更に ℓ および m に隣接する他のノードについても(例えば図2.2に示す④および⑤の様なもの)同一の媒質より構成されていると云う仮定がある。この仮定は明らかに良くない。我々の近似法(粗メッシュ)の立場に立てば、任意のノード内では近似的に一樣媒質であると云う仮定は大前提として受入れねばならないが、別のノードに移れば一般には媒質が変化してもかまわないからである。従って我々は(10)式を導出した後では、導出の途中の仮定を忘れることにして、(10)式を実際に計算する場合必要となる核定数は、ノード ℓ 又は m のいずれかの媒質に対応する定数を採用することにする。

2.2 六重空間積分の遂行

前節迄で、ノード理論における中性子移動カーネルの一般形(10)式を導びくことが出来たが、このまゝの形ではおよそ実用に適しない。ノード理論に基いた原子炉性能計算プログラムを組む場合も、計算の基本となるカーネルの値はプログラムの中で容易に計算出来ねばならない。そのためにも(10)式で与えられた六重積分を何とか遂行して、解析的表現によつた中性子移動カーネルを得る必要がある。しかしながら、六重もある積分をそのまゝ何の工夫もしないで遂行することは決して賢明な方法でもないし、第一それは不可能であろう。六重積分の遂行と云う難問題にいとむに当り、(10)式で与えられる確率は若し線源および吸収点の二点がお互いに遠く、例えば或る距離 L_c cm以上離れた場合は、実質的に零になると云う事実からヒントが得られる。この様な距離 L_c は考えている原子炉媒質に依つて変化するが、熱中性子炉の場合は移動距離程度のオーダーであると云える。以下の各小節にこのヒントを利用して、近似的ではあるが六重積分を如何に工夫して遂行したかを順を追って記述する。

2.2.1 積分の詳細： y' および z' についての積分

当分の間、我々は問題を、図2.3に示される様な位置関係で互いに隣接しているノード ℓ と m に関するものに限定しよう。各々のノードに対して同じく図2.3に示す様な直交座標系を設定する。

我々は、線源ノード内の点 x' を固定して、先ず y' および z' について積分しよう。この時、吸収ノード内の点 $X(x, y, z)$ も一応固定して考える。この事は、物理的には、点 X に於ける吸収に対する平板上 (y', z') の線源からの寄与を評価することと同等である。こう考え

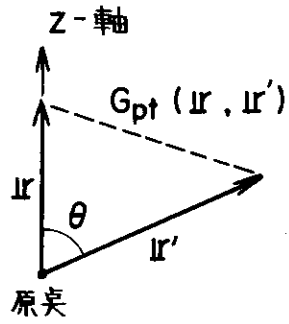


図2・1 カーネル $G_{pt}(r, r')$ の積分のために設定された球面座標系

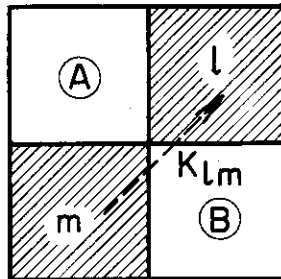


図2・2 線源ノード m および吸収ノード l とそれらに隣接するノード

ると、点 X に対する最も大きな寄与は、平板上 (y', z') の諸点のうち $y'=y$ 且 $z'=z$ の点から得られることが明らかとなる。即ち、点 X から見ると最短距離に当る点である。点 X への寄与は、線源の位置が平板上でこの最大の寄与のある点から外側に向けて拡がって行くにつれて、段々と減少して行く。

従って我々は、四角形の平板上 (y', z') についての積分の代りに、或る半径 r_c の円内についての積分を考え、この円の外の部分で且平板上の点からの寄与は無視することにする。かかる限界半径 r_c は次の式で与えられる。

$$r_c^2 + (x+x')^2 = L_c^2 \text{ 又は, } r_c = \sqrt{L_c^2 - (x+x')^2}$$

今、(14)式の中で y' および z' に関する積分の部分をも $A(x, y, z; x')$ と置くと、

$$\begin{aligned} A(x, y, z; x') &\equiv \\ &\equiv \int_{\text{平板}(y', z')} \int \left[\frac{1}{2\kappa\tau - R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) - \frac{1}{2\kappa\tau + R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] e^{-\frac{R}{4\tau}} dy' dz' \end{aligned} \quad (15)$$

しかる時、上述の議論に従い、

$$\begin{aligned} A(x, y, z; x') &\equiv \\ &\equiv \varphi(y, z; x+x') \int_0^{r_c} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2\kappa\tau - \sqrt{r'^2 + (x+x')^2}} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{\sqrt{r'^2 + (x+x')^2}}{2\sqrt{\tau}}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2\kappa\tau + \sqrt{r'^2 + (x+x')^2}} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{\sqrt{r'^2 + (x+x')^2}}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] e^{-\frac{r'^2 + (x+x')^2}{4\tau}} r' dr' d\varphi' \end{aligned} \quad (16)$$

と書ける。ここで r' および φ' は、平板上で原点を点 (y, z) にとった時の極座標のうち、それぞれ半径座標および方位角座標を表す。又、因子 $\varphi(y, z; x+x')$ は、図 2.4 に示す様に、半径 r_c の円が四角形平板の境界からはみ出した時に(16)式で近似された積分の過大評価分を補正するための補正因子である。この様な半径 r_c の円のはみ出しは、一般的には、ノードの境界に近い位置に吸収点 X が考えられた時、そして又は距離 $(x+x')$ が短い時におこる。後者の場合、寄与する円の半径が大きくなり(式(16)を参照)、四角形平板境界を越えることになる。しかしながら、この様な半径 r_c の円のはみ出しが生じて、それにかまわず(16)式の積分は全円について実行し、この後こうして得られた値に、全円の面積に対する実際の積分すべき領域の面積の割合を乗じて近似的に補正を実施するものとする。従って、 $\varphi(y, z; x+x')$ としては次の様に与えることが出来る。

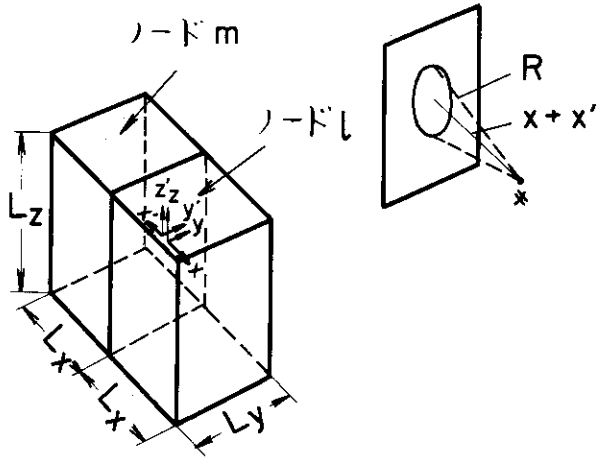


図2・3 隣接した二つのノードと各々に設定された直交座標系

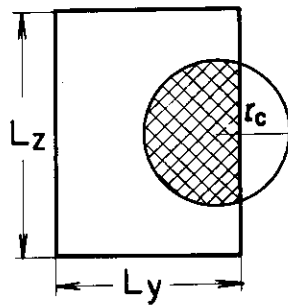


図2・4 半径 r_c の円のノード断面からのみ出し

$$\varphi(y, z; x+x') = 1 \quad (\text{半径 } r_c \text{ の円が四角形平板内に収まる場合})$$

又は,

$$\varphi(y, z; x+x') = \frac{\text{実際に積分すべき範囲 (図 1.4 で斜線部分)}}{\pi r_c^2}$$

(半径 r_c の円が四角形平板をはみ出した場合)

式(16)に現われた積分部分, $B(x+x')$ は次に示す様に簡単に計算出来る。

先ず, $R \equiv \sqrt{r'^2 + (x+x')^2}$ と変数変換すると, $dR = r' dr' / \sqrt{r'^2 + (x+x')^2}$ となる。そこで,

$$\begin{aligned} B(x+x') &= 2\pi \int_{x+x'}^{Lc} \left[\frac{1}{2\kappa\tau - R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) - \frac{1}{2\kappa\tau + R} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{R}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] e^{-\frac{R^2}{4\tau}} dR \\ &= \frac{2\pi}{\kappa} \left[\left\{ \frac{1}{2\kappa\tau - (x+x')} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{x+x'}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{1}{2\kappa\tau + (x+x')} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{x+x'}{2\sqrt{\tau}}\right) \right\} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \frac{1}{2\kappa\tau - Lc} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{Lc}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{1}{2\kappa\tau + Lc} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{Lc}{2\sqrt{\tau}}\right) \right\} e^{-\frac{Lc^2}{4\tau}} \right] \quad (17) \end{aligned}$$

我々の当面の関心は熱中性子炉, それも軽水炉なので, 一般的に $x+x' \ll 2\kappa\tau$ と考えて良い。これより

$$f\left(\kappa\sqrt{\tau} \pm \frac{x+x'}{2\sqrt{\tau}}\right) \approx f(\kappa\sqrt{\tau}) \approx \frac{1}{2}$$

と出来る。式の後半は f -関数の性質によっている。これによって上で得られた $B(x+x')$ の表現を更に次の様に簡単に出来る。

$$\begin{aligned} B(x+x') &\approx 4\pi\tau \left[\frac{1}{(2\kappa\tau)^2 - (x+x')^2} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \frac{1}{(2\kappa\tau)^2 - Lc^2} e^{-\frac{Lc^2}{4\tau}} \right] \\ &\sim \frac{\pi}{\kappa^2\tau} \left[\left(1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2}\right) e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left(1 + \frac{Lc^2}{(2\kappa\tau)^2}\right) e^{-\frac{Lc^2}{4\tau}} \right] \quad (17-1) \end{aligned}$$

(17-1)式および $\varphi(y, z; x+x')$ 因子を使用して, 結局 y' および z' に関する積分の結果は次の様に求まる。

$$A(x, y, z; x') = \varphi(y, z; x+x') \cdot B(x+x') \quad (18)$$

次に $A(x, y, z; x')$ を y および z に関して積分しよう。この時 $A(x, y, z; x')$ は(18)式で与えられるので, 実際には $\varphi(y, z; x+x')$ 因子のみを y および z に関して積分すれば良いことになる。以下の節に φ 因子の積分について述べる。

2.2.2 g -因子の評価と y および z についての積分

$$A. \quad 0 \leq r_c \leq \frac{L_y}{2}$$

先ず最初に、限界直径 $2r_c$ がノードの二辺の長さ L_y および L_z cm のうち短い方よりも更に小さい様なケースを考えよう(ノードの三辺のうち、 $L_x \equiv L_y$ とする前提がある。以下もすべて同様)。この様な事情は線源点と吸収点がお互いに速くに離れている場合に起る。但し充分寄与のある距離内であるべきであるから、 $x+x' \approx L_c$ と云える。

半径 r_c の円が長方形 $ABCD$ 内に収まるかどうか判断するために、図 2.5 に示す様に、長方形を四つの小さな長方形に分割して見よう。但し図 2.5 では、問題の持つ対称性のために全体の $1/4$ 部分のみが示されている。

若し円の中心が領域 I にある場合は、円の全体は長方形 $ABCD$ の中に完全に入る。従って、 $0 \leq y \leq \frac{L_y}{2} - r_c$ および $0 \leq z \leq \frac{L_z}{2} - r_c$ の時は、

$$g(y, z; x+x') = g_1(y, z) \equiv 1 \quad (19)$$

若し円の中心が領域 II にある場合は、円の一部は境界 AD を越えることになる(図 2.6 参照)。この場合は以下の答を得ることが容易に示される。

$$g(y, z; x+x') = g_2(y, z) \\ \equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{L_y}{2} - y \right) \cdot \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{L_y}{2} - y \right)^2} + r_c^2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{\frac{L_y}{2} - y}{r_c} \right) \right\} \quad (20)$$

$$\left(\text{但し, } \frac{L_y}{2} - r_c < y \leq \frac{L_y}{2} \quad \& \quad 0 \leq z \leq \frac{L_z}{2} - r_c \right)$$

円の中心が図 2.5 の領域 III に来る場合も、情況はよく似ており、この場合は円の一部は境界 AD の代りに境界 AB を越えることになる。従って、

$$g(y, z; x+x') = g_3(y, z) \\ \equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{L_z}{2} - z \right) \cdot \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{L_z}{2} - z \right)^2} + r_c^2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{\frac{L_z}{2} - z}{r_c} \right) \right\} \quad (21)$$

$$\left(\text{但し, } 0 \leq y \leq \frac{L_y}{2} - r_c \quad \& \quad \frac{L_z}{2} - r_c < z \leq \frac{L_z}{2} \right)$$

円の中心が隅の領域 IV に来た場合、円は境界 AB および AD の両方からはみ出すことになる(図 2.7 参照)。この場合は、

$$g(y, z; x+x') = g_4(y, z)$$

$$\begin{aligned} &\equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{Ly}{2} - y \right) \cdot \left(\frac{Lz}{2} - z \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{Ly}{2} - y \right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} - y \right)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{Lz}{2} - z \right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Lz}{2} - z \right)^2} + \frac{r_c^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{Ly - y}{r_c} + \sin^{-1} \frac{Lz - z}{r_c} \right) \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$\left(\text{但し, } \frac{Ly}{2} - r_c < y \leq \frac{Ly}{2} \ \& \ \frac{Lz}{2} - r_c < z \leq \frac{Lz}{2} \right)$$

以上により、 φ -因子の対称性を考慮に入れて φ -因子の積分は以下の様に処理出来る。

$$\begin{aligned} &\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz \\ &= 4 \int_0^{\frac{Ly}{2}} \int_0^{\frac{Lz}{2}} \varphi(y, z; x+x') dy dz \\ &= 4 \left[\int_0^{\frac{Ly}{2} - r_c} \int_0^{\frac{Lz}{2} - r_c} \varphi_1(y, z) dy dz + \int_{\frac{Ly}{2} - r_c}^{\frac{Ly}{2}} \int_0^{\frac{Lz}{2} - r_c} \varphi_2(y, z) dy dz \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\frac{Ly}{2} - r_c} \int_{\frac{Lz}{2} - r_c}^{\frac{Lz}{2}} \varphi_3(y, z) dy dz + \int_{\frac{Ly}{2} - r_c}^{\frac{Ly}{2}} \int_{\frac{Lz}{2} - r_c}^{\frac{Lz}{2}} \varphi_4(y, z) dy dz \right] \quad (23) \end{aligned}$$

(23)式に(19)式、(20)式、(21)式および(22)式を代入して所定の積分をすると、結局次の答を得ることが出来る。

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = LyLz - \frac{4}{3\pi} (Ly + Lz) r_c + \left(\frac{11}{3\pi} - 1 \right) r_c^2 \quad (24)$$

但しここで、 $r_c = \sqrt{Lc^2 - (x+x')^2}$

(24)式の φ の積分には如何なる近似も入っていない。

$$B. \ \frac{Ly}{2} < r_c \leq \frac{Lz}{2}$$

次に我々は限界直径 $2r_c$ が Ly と Lz の中間の長さになる場合を考えよう(但し便宜上 $Ly < Lz$ と仮定する)。半径 r_c の円が長方形に対して占める位置関係を調べるために、図2.8で示す様に長方形ABCDを6ヶの領域に分割する。例によって、問題の対称性のために長方形の $1/4$ 部分のみを考えれば充分である。

領域Iは二辺の長さが $r_c - \frac{Ly}{2}$ と $\frac{Lz}{2} - r_c$ である長方形である。従って円の中心が領域

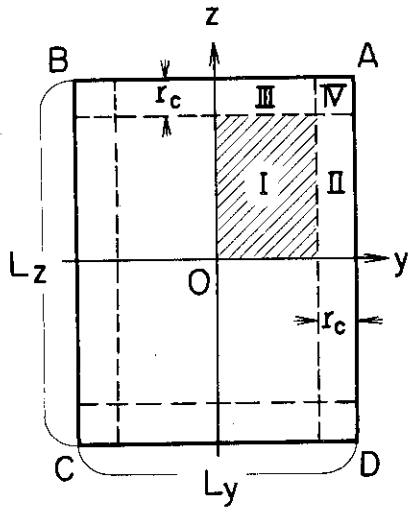


図2.5 ノード断面の4領域への分割

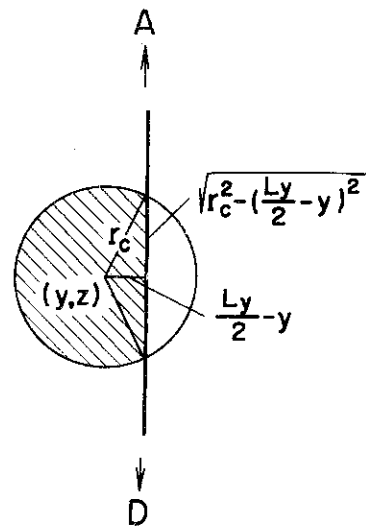


図2.6 半径 r_c の円の中心が領域 II にある場合

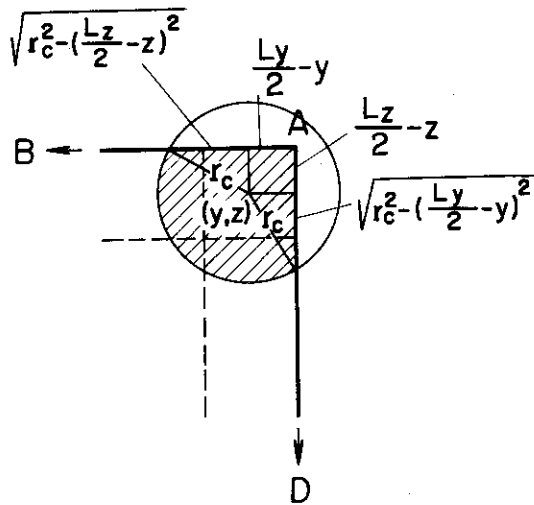


図2.7 半径 r_c の円の中心が領域 IV にある場合

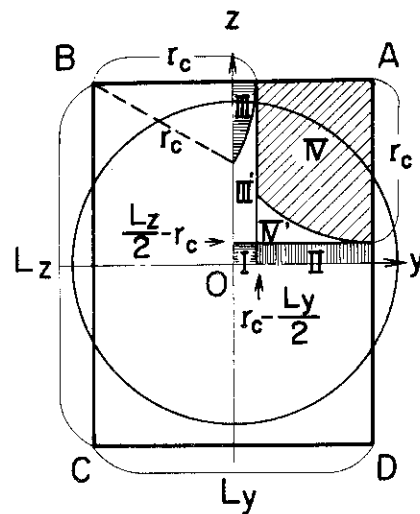


図2.8 ノード断面の6領域への分割

Iにある場合は、円は辺ADおよびBCをそれぞれ2点で切る(図2.9参照)。しかる時、

$$\begin{aligned} g(y, z; x+x') &= g_1(y, z) \\ &\equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{Ly}{2} - y\right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} - y\right)^2} + \left(\frac{Ly}{2} + y\right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} + y\right)^2} \right. \\ &\quad \left. + r_c^2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} - y}{r_c} - \cos^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} + y}{r_c} \right) \right\} \quad (29) \\ &\quad (\text{但し, } 0 \leq y \leq r_c - \frac{Ly}{2} \text{ \& } 0 \leq z \leq \frac{Lz}{2} - r_c) \end{aligned}$$

若し円の中心が領域IIに来た場合は、円は辺ADのみを2点で切る(図2.10参照)。この場合は、

$$\begin{aligned} g(y, z; x+x') &= g_2(y, z) \\ &\equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{Ly}{2} - y\right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} - y\right)^2} + r_c^2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} - y}{r_c} \right) \right\} \quad (30) \\ &\quad (\text{但し, } r_c - \frac{Ly}{2} < y \leq \frac{Ly}{2} \text{ \& } 0 \leq z \leq \frac{Lz}{2} - r_c) \end{aligned}$$

領域IIIは、y軸および辺ABおよび中心が点Bにあり半径が r_c の円の円周の一部の計3箇の境界に囲まれた領域である。円の中心がこの領域にある場合は、円周は決して辺ABと交わらない。その代わりに辺BCおよび辺ADをそれぞれ1点で切る(図2.11参照)。この場合、

$$\begin{aligned} g(y, z; x+x') &= g_3(y, z) \\ &\equiv \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ L_y \left(\frac{Lz}{2} - z \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{Ly}{2} - y \right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} - y \right)^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{Ly}{2} + y \right) \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} + y \right)^2} + \frac{r_c^2}{2} \left(\pi - \cos^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} - y}{r_c} - \cos^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} + y}{r_c} \right) \right\} \quad (31) \end{aligned}$$

厳密に云えば、(31)式の結果は座標 (y, z) が領域IIIにある時のみ妥当なものであるが、我々はここで少し近似して、(31)式は座標 (y, z) が領域III'にある場合も適用可能であると仮定しよう。この近似の下では(31)式は $0 \leq y \leq r_c - \frac{Ly}{2}$ および $\frac{Lz}{2} - r_c < z \leq \frac{Lz}{2}$ の時に成立すると置くことができる。

領域IVは、辺AB、辺AD、更に方程式 $y = r_c - \frac{Ly}{2}$ で記述される直線および中心が点Aにあり半径が r_c の円の円周の一部の計4箇の境界によって囲まれた部分である。円の中心がこの範囲にあれば、円は辺ABおよび辺ADをそれぞれ1点で切る(図2.12参照)。しかるば

$$g(y, z; x+x') = g_4(y, z)$$

$$= \frac{1}{\pi r_c^2} \left\{ \left(\frac{Ly}{2} - y \right) \left(\frac{Lz}{2} - z \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{Ly}{2} - y \right) \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Ly}{2} - y \right)^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{Lz}{2} - z \right) \right. \\ \left. \times \sqrt{r_c^2 - \left(\frac{Lz}{2} - z \right)^2} + \frac{r_c^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{\frac{Ly}{2} - y}{r_c} + \sin^{-1} \frac{\frac{Lz}{2} - z}{r_c} \right) \right\} \quad (8)$$

(8)式は座標 (y, z) が領域Ⅳにある時に限り妥当なものであるが、上と同様な近似をして、領域Ⅳは小さな領域Ⅳ' を含むとする。しかる時、(8)式は $r_c - \frac{Ly}{2} < y \leq \frac{Ly}{2}$ および

$\frac{Lz}{2} - r_c < z \leq \frac{Lz}{2}$ の範囲で成立する。領域Ⅲ' 又は領域Ⅳ' の面積は小さく、且つそれぞれ領域Ⅲ又はⅣに隣接しているので、(8)式又は(8)式の適用範囲をこれらの部分に拡大した事は、充分良い近似であると云えよう。

さて以上の準備の後、我々はいよいよ q -因子を長方形 ABCD 内で y および z について以下に述べる様に積分する。

$$\iint_{ABCD} q(y, z; x+x') dy dz = 4 \int_0^{\frac{Ly}{2}} \int_0^{\frac{Lz}{2}} q(y, z; x+x') dy dz \\ = 4 \left[\int_0^{r_c - \frac{Ly}{2}} \int_0^{\frac{Lz}{2} - r_c} q_1(y, z) dy dz + \int_{r_c - \frac{Ly}{2}}^{\frac{Ly}{2}} \int_0^{\frac{Lz}{2} - r_c} q_2(y, z) dy dz \right. \\ \left. + \int_0^{r_c - \frac{Ly}{2}} \int_{\frac{Lz}{2} - r_c}^{\frac{Lz}{2}} q_3(y, z) dy dz + \int_{r_c - \frac{Ly}{2}}^{\frac{Ly}{2}} \int_{\frac{Lz}{2} - r_c}^{\frac{Lz}{2}} q_4(y, z) dy dz \right] \quad (9)$$

(8)式、(8)式、(8)式および(8)式を(9)式の中に代入して積分を実行すると次の様な答を得ることが出来る。

$$\iint_{ABCD} q(y, z; x+x') dy dz = LyLz - \frac{4}{3\pi} (Ly+Lz)r_c + \left(\frac{11}{3\pi} - 1 \right) r_c^2 \quad (10)$$

但しここで $r_c \equiv \sqrt{Lc^2 - (x+x')^2}$ である。この結果は、 $0 \leq r_c \leq \frac{Ly}{2}$ の場合に得られた結果(4)式とまったく同一の式であることは注目に値する。

$$C. \quad \frac{Lz}{2} < r_c \leq \frac{1}{2} \sqrt{Ly^2 + Lz^2}$$

次に r_c が $\frac{Lz}{2}$ と $\frac{1}{2} \sqrt{Ly^2 + Lz^2}$ の中間の大きさを持った場合を考えよう。この場合、半径 r_c の円が長方形 ABCD に対して占める相対的位置関係を分類するために、長方形を図 2.13 に示す様に、4 箇の領域と 3 箇の追加的な小領域の計 7 箇に分割する。例によって図 2.13 では長方形の $\frac{1}{4}$ 部分のみが考察されている。

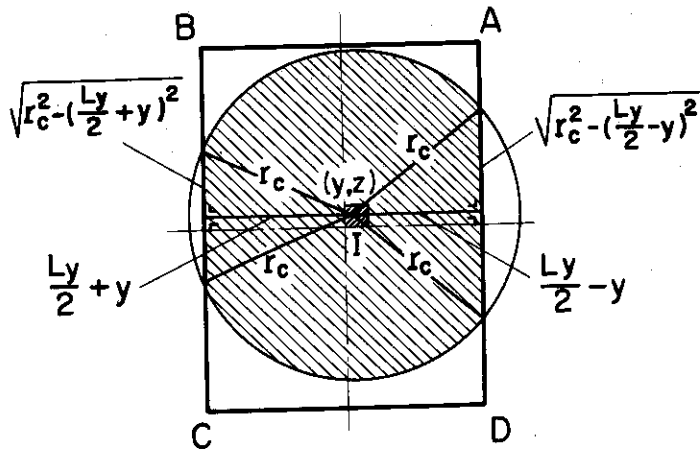


図2・9 半径 r_c の円の中心が領域 I にある場合

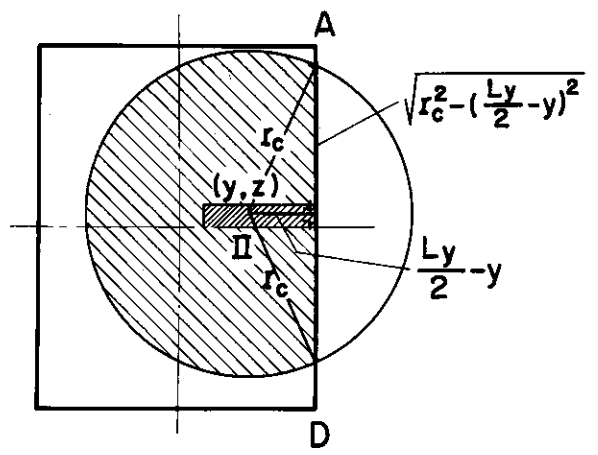


図2・10 半径 r_c の円の中心が領域 II にある場合

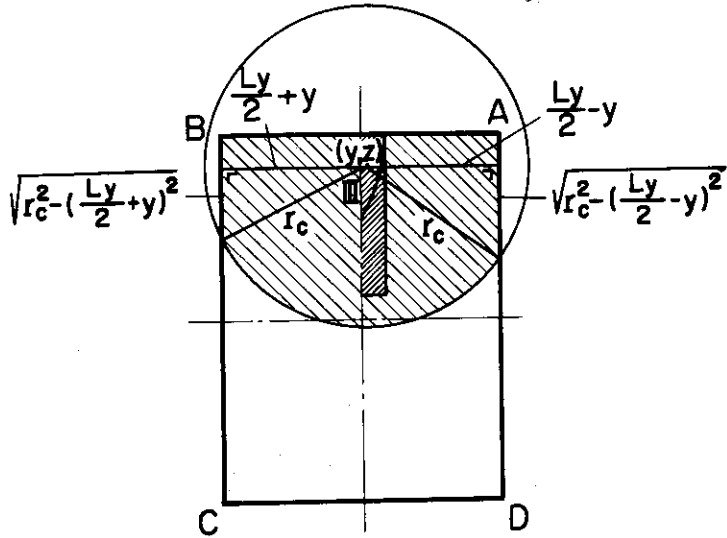


図2・11 半径 r_c の円の中心が領域 III にある場合

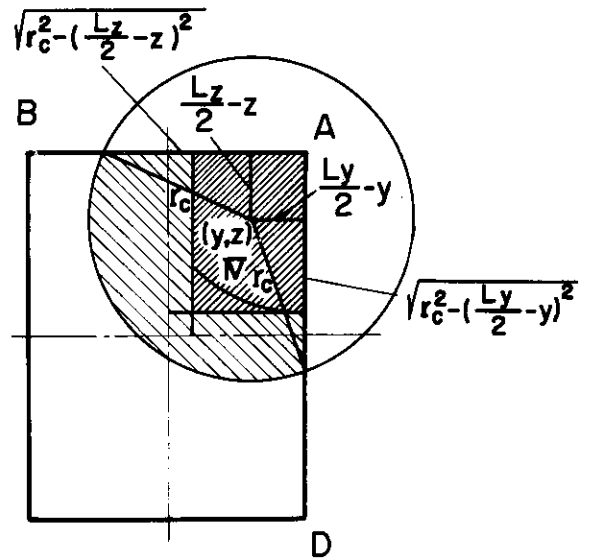


図2・12 半径 r_c の円の中心が領域 IV にある場合

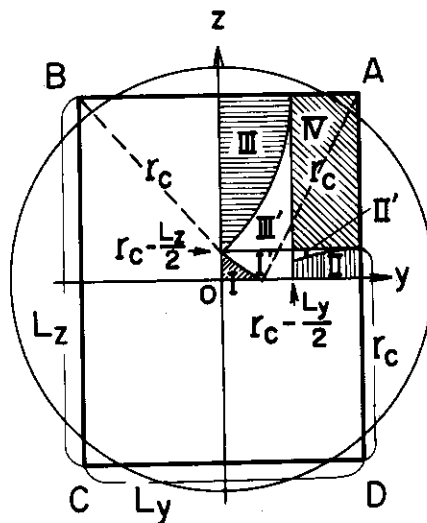


図2・13 ノード断面の7領域への分割

若し円の中心が、 y 軸、 z 軸および式 $z = r_c - \frac{Lz}{2}$ で表される直線および中心が点 A にあり半径が r_c の円の円周の一部の計 4 箇の境界に囲まれた領域 I の中にある場合、円は確かに長方形の 4 辺をそれぞれ 1 点ずつで切る。この場合、我々は辺 AB および CD からの円のはみ出しは無視することにして、何となれば、そのはみ出し面積は辺 AD および BC を越えた他のはみ出し部分に比する時相対的に小さいからである。更にこれに追加して、領域 I' も領域 I に含まれると云う近似をする。

上と同様な近似を領域 II および III についても仮定すると、 φ -因子の長方形内の y および z に関する積分を容易に遂行することが出来て、その結果は次に示す如くなる。

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = LyLz - \frac{4}{3\pi} (Ly+Lz)r_c + \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right)r_c^2 \quad (31)$$

これを見ると、前 2 ケースと同様に r_c の同じ関数形である。この様な結果になったのも、各ケース共小領域毎の積分結果はお互いに相異しているが、それらを加える段階で相殺が生じどのケースも近似的に r_c の同じ関数となったものに違いない。

$$D. \quad \frac{1}{2} \sqrt{Ly^2 + Lz^2} < r_c \leq Ly$$

この様なケースは、正反対の 2 点、即ち線源点と吸収点の x 座標がお互いに近付き、吸収点 x に対して無視出来ない寄与を与える線源の範囲がノードの長方形断面の殆んど全域に亘り拡がる場合に生ずる。この場合もケース C と同様な考え方により φ -因子の積分を求めると、次の結果を得る。

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = LyLz - \frac{4}{3\pi} (Ly+Lz)r_c + \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right)r_c^2 \quad (32)$$

やはり今回も前回迄と同一の表現による結果となった。

ここ迄の結果をまとめると、我々はすべての $r_c \leq Ly$ に対して

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = LyLz - \frac{4}{3\pi} (Ly+Lz)r_c + \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right)r_c^2 \quad (33)$$

と云う結果を得た。式 (33) は Ly と Lz に関して対称であるので、本節の冒頭で便宜上 Lz は Ly より大きいとした仮定に関係なく、式 (33) の結果は一般的に使えることが結論出来る。

$$E. \quad Ly < r_c \leq Lc$$

r_c が Ly に比べてずっと大きい極限の場合は、 φ -因子の定義により以下の様に書ける。

$$\varphi(y, z; x+x') = LyLz / \pi r_c^2 \quad (\text{但し } (y, z) \text{ は任意の点とする})$$

しかる時、

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = \frac{LyLz}{\pi r_c^2} LyLz \quad (34)$$

今 $r_c = L_y$ と置くと、式(34)は $\frac{L_y L_z}{\pi L_y^2} L_y L_z = \frac{L_z^2}{\pi} \approx \frac{L_y L_z}{\pi}$ となる。但しノードの定義により $L_y \approx L_z$ と考えた。一方、 $r_c \leq L_y$ の範囲で成立する式(33)の値は、 $r_c = L_y$ の時には、

$$\begin{aligned} &\approx L_y L_z - \frac{8}{3\pi} L_z L_y + \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right) L_y^2 \\ &\approx L_y L_z \left(1 - \frac{8}{3\pi} + \frac{11}{3\pi} - 1\right) = \frac{1}{\pi} L_y L_z \end{aligned}$$

となって、式(33)と式(34)の結果は $r_c = L_y$ に於いて近似的には一致することが明らかとなる。そこで我々は r_c の全レンジに亘り適用可能な式を見付けるために、この2式をつなぐことを考えよう。但し以下便宜上 $L_c \equiv 2L_y$ にとることとする。式(33)の中で r_c に関して二次の項は、 $0 \leq r_c < L_y$ の範囲では、他の二項に比べて小さい。従ってこの項を修正することにより、式(33)の値が $r_c = L_c (\equiv 2L_y)$ では、 $L_y L_z / 4\pi$ (式(34)の極限值) に一致する様に考えよう。これを式で書くと、

$$L_y L_z - \frac{4}{3\pi} (L_y + L_z) r_c + \delta \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right) r_c^2 \rightarrow \frac{L_y L_z}{4\pi}, \text{ 但し } r_c \rightarrow L_c$$

この条件より $\delta \left(\frac{11}{3\pi} - 1\right) = \frac{1}{4} \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right)$ と求まる。

以上により結論として、すべての $r_c = \sqrt{L_c^2 - (x+x')^2} \leq L_c$ の値に対して、 φ -因子の y および z に関する積分の結果は、近似的に次の様に求まると云える。

$$\iint_{ABCD} \varphi(y, z; x+x') dy dz = L_y L_z - \frac{4}{3\pi} (L_y + L_z) r_c + \frac{1}{4} \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) r_c^2 \quad (35)$$

2.2.3 x および x' についての積分と最終結果

求めている移動カーネル $K_{\mathcal{L}m}$ は、ここ迄の段階では次式の様に書ける。

$$\begin{aligned} K_{\mathcal{L}m} &= \frac{1}{V} \frac{\kappa^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \iiint A(x, y, z; x') dx dy dz dx' \\ &= \frac{1}{V} \frac{\kappa^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \iint \{ \iint \varphi(y, z; x+x') dy dz \} B(x+x') dx dx' \quad (36) \end{aligned}$$

ここで $A(x, y, z; x')$ は元来は式(10)により定義されたもので、これが(10)式又は(18)式によって近似された結果を使用した。 $B(x+x')$ に(17-1)式で求められた結果を代入し、且、 $\iint \varphi(y, z; x+x') dy dz$ の解として(35)式の結果を代入すると、 $K_{\mathcal{L}m}$ は、

$$K_{lm} = \frac{1}{V} \frac{1}{2\tau} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \{ a + b \sqrt{L_c^2 - (x+x')^2} + c (L_c^2 - (x+x')^2) \} \\ \times \left[\left\{ 1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left\{ 1 + \frac{L_c^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{L_c^2}{4\tau}} \right] dx dx' \quad (37)$$

但し $a \equiv LyLz$, $b \equiv -\frac{4}{3\pi} (Ly+Lz)$ および $c \equiv \frac{1}{4} \left(\frac{67}{12\pi} - 1 \right)$

(37)式の積分を解析的に遂行するためには、 $\sqrt{L_c^2 - (x+x')^2}$ の項を $(x+x')$ の多項式で近似しなければならない。我々はこの円関数の一部分を $(x+x')$ の二次式で近似することにする。この時、

$$\sqrt{L_c^2 - (x+x')^2} = L_c \left(1 - \frac{\alpha}{2L_c^2} (x+x')^2 \right)$$

となる。ここで $\alpha \equiv \frac{8}{7} (9\sqrt{3} - 4\pi - 2) = 1.1681$ である。 α の値は上記の式の両辺の積分が等しくなる様に定めたものである。即ち、

$$\int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \sqrt{L_c^2 - (x+x')^2} dx dx' = L_c \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \left(1 - \frac{\alpha}{2L_c^2} (x+x')^2 \right) dx dx'$$

但し、ここで $L_c \equiv 2L_x$ と置いた。(37)式の被積分関数のうち第二因子に注目して見ると、それは指数関数なので、 $x+x'=0$ の近傍で最大の寄与があり、 $x+x' \rightarrow L_c$ に従い次第に減少し $x+x'=L_c$ の点では完全に零となる。従って問題とする被積分関数からの主たる寄与は $x+x' \ll L_c$ の範囲から生ずる。故にこの様な変数の範囲のみで先述の円関数を二次式で近似することにすれば、 α は丁度1となる。この種の大胆な近似に比較すれば、上に述べた近似はより精度が高いと云える。

次に我々は(37)式の積分を具体的に実行する。先ず、

$$A_1 \equiv \frac{1}{2\tau} \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \left[\left\{ 1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left\{ 1 + \frac{L_c^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{L_c^2}{4\tau}} \right] dx dx' \quad (38)$$

と置こう。この積分は次の公式を使えば部分積分により簡単に実行出来る。

$$\int e^{ax} \operatorname{erf}(bx) dx = \frac{1}{a} \left\{ e^{ax} \operatorname{erf}(bx) - e^{\frac{a^2}{4b^2}} \operatorname{erf}\left(bx - \frac{a}{2b}\right) \right\} \quad (39)$$

および

$$\int \operatorname{erf}(x) dx = x \cdot \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \quad (40)$$

答は次の通りである。

$$\begin{aligned}
 A_1 &= A_1(L_x) \equiv \\
 &\equiv \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau}\right) + \left\{4 \left(1 + \frac{1}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{L_x}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2 \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau}\right)\right\} e^{-\frac{L_x^2}{4\tau}} \\
 &\quad - \left\{2 \left(1 + \frac{1}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{L_x}{\sqrt{\tau}}\right) - \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau}\right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau}\right) \frac{L_x^2}{\tau}\right\} e^{-\frac{L_x^2}{\tau}} \quad (41)
 \end{aligned}$$

ここで $f(x)$ はコンプリメンタル誤差関数に $\sqrt{\pi}/2$ を乗じたものである。(10.1)式、
 図 2.17 参照。) (41) 式において $L_c = 2L_x$ と具体的に置き換えてあるのは、従来と同じ
 である。

次に、

$$A_2 \equiv \frac{1}{8\tau^2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} (x+x')^2 \left[\left(1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2}\right) e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left(1 + \frac{L_c^2}{(2\kappa\tau)^2}\right) e^{-\frac{L_c^2}{4\tau}} \right] dx dx' \quad (42)$$

と置こう。上とまったく同様な手法により、以下の答を得る。

$$\begin{aligned}
 A_2 &= A_2(L_x) \equiv \\
 &\equiv \left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) + \left\{2 \left(1 + \frac{3}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{L_x}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2 \left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) - \frac{1}{\kappa^2 \tau} \frac{L_x^2}{4\tau}\right\} e^{-\frac{L_x^2}{4\tau}} \\
 &\quad - \left\{\left(1 + \frac{3}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{L_x}{\sqrt{\tau}}\right) - \left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) - \frac{1}{2\kappa^2 \tau} \frac{L_x^2}{\tau} + \frac{7}{48} \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau}\right) \frac{L_x^2}{\tau}\right\} e^{-\frac{L_x^2}{\tau}} \quad (43)
 \end{aligned}$$

式(41)および(43)を使い、同時に a, b, c に具体的な値を代入し、且つ $L_c = 2L_x$ と
 置けば、我々は(37)式で与えられた移動カーネル K_{Lm} の積分結果として次の表式を得ること
 が出来た。

$$\begin{aligned}
 K_{Lm} &= \frac{1}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{L_y L_z - \frac{8}{3\pi} L_x(L_y + L_z) + \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) L_x^2\right\} \cdot A_1(L_x) \right. \\
 &\quad \left. + \left\{\frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_y + L_z}{L_x} - \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right)\right\} \tau \cdot A_2(L_x) \right] \quad (44)
 \end{aligned}$$

2.2.4 ノード周外へ逃げる中性子の補正

或る数の中性子は、たとえノードの寸法を大きくとった体系を考へても、隣接ノードに吸収
 されないうで、その外側のいわば第3のノードに達することがあろう。第3のノードの一つに達
 する確率は可成り小さく、典型的な場合では1%以下の値になろう。しかしながら第3のノード
 の数は非常に多く、一つ一つの確率は小さく共、その合計は無視出来ない値になる。

ノード理論の枠の中では中性子移動カーネルは隣接のノードに対してのみ考慮されるが、隣
 接ノードを越えて行く中性子の確率を何らかの方法で隣接ノードに対するカーネルの中にくり

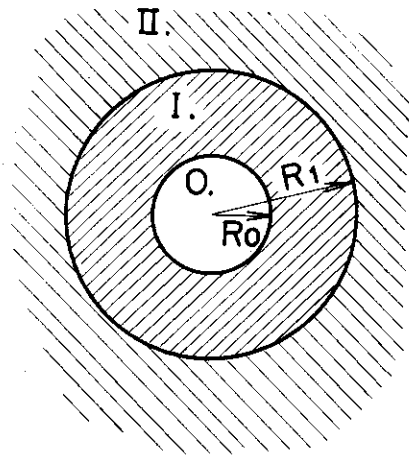


図2・14 球殻で区切られた3領域

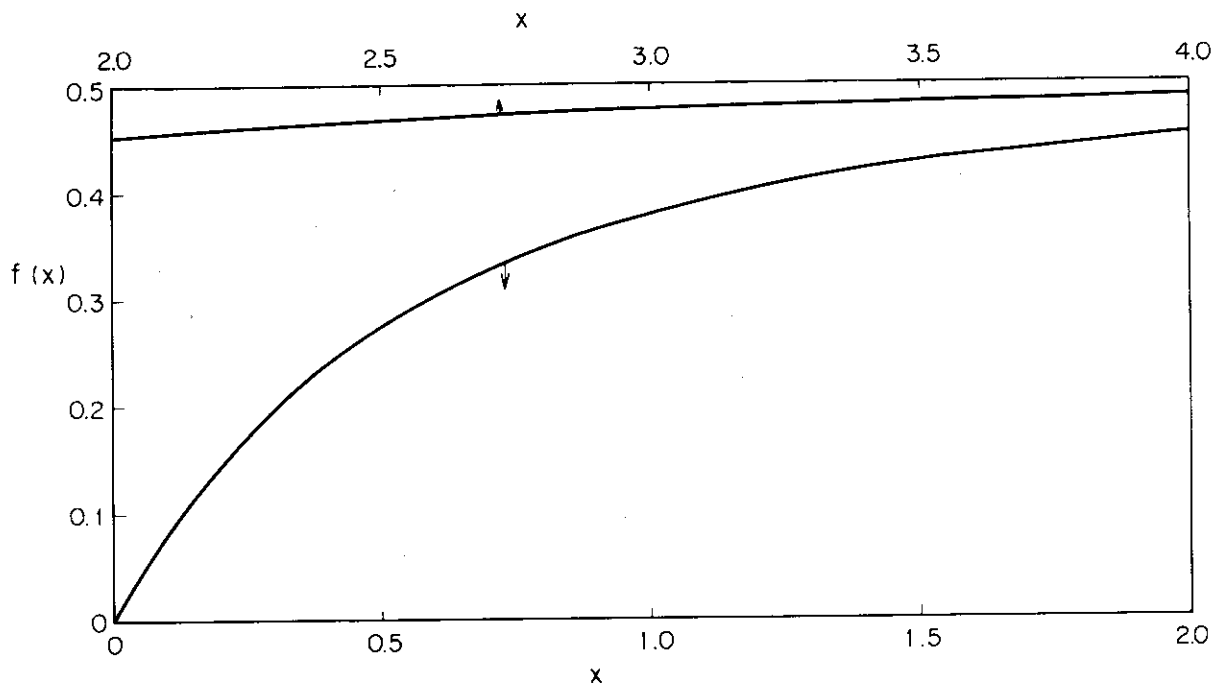


図2・17 関数 $f(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} x \exp(x^2) \operatorname{erfc}(x)$

込む必要がある。この効果を評価するために、図 2.14 に示す様に球殻で区切られた 3 領域を考えよう。これらの 3 領域のうち中心の球 (半径 R_0) は線源ノードに対応するもので、中間の球殻 (半径 R_1) は線源ノードに隣接するノードの全体を表わすとす。最も外側の領域は隣接ノード周外の全体に対応している。しかる時、中性子が隣接ノードに吸収される確率の合計 P_I は、第 2.1.2 節で求めた原点に単位強さの線源がある場合の点線源移動カーネル $K(r)$ を球殻 R_0 から R_1 まで積分して、

$$\begin{aligned}
 P_I &= 4\pi \int_{R_0}^{R_1} K(r) r^2 dr \\
 &= \left[\operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left\{ \frac{\kappa r + 1}{2\kappa\tau - r} f\left(\kappa\sqrt{\tau} - \frac{r}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{\kappa r - 1}{2\kappa\tau + r} f\left(\kappa\sqrt{\tau} + \frac{r}{2\sqrt{\tau}}\right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. \times e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \right]_{R_0}^{R_1} \tag{45}
 \end{aligned}$$

となる。ここで球殻の半径 R_0 および R_1 は

$$R_0 = \frac{1}{4} \sqrt{Lx^2 + Ly^2 + Lz^2}$$

$$R_1 = R_0 + Lx$$

と置く。 $f\left(\kappa\sqrt{\tau} \pm \frac{r}{2\sqrt{\tau}}\right) \approx f\left(\kappa\sqrt{\tau}\right) \approx \frac{1}{2}$ であるので、 P_I はもっと簡単になる。即ち、

$$\begin{aligned}
 P_I &= \left[\operatorname{erf}\left(\frac{r}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \frac{r(2\kappa^2\tau + 1)}{(2\kappa\tau)^2 - r^2} e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \right]_{R_0}^{R_1} \\
 &= 2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left\{ \frac{2}{R_0} f\left(\frac{R_0}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_0(2\kappa^2\tau + 1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_0^2} \right\} e^{-\frac{R_0^2}{4\tau}} - 2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left\{ \frac{2}{R_1} f\left(\frac{R_1}{2\sqrt{\tau}}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{R_1(2\kappa^2\tau + 1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_1^2} \right\} e^{-\frac{R_1^2}{4\tau}} \tag{46}
 \end{aligned}$$

同様にすれば、第 3 のノードで吸収される確率の合計 P_{II} は、

$$P_{II} = 2 \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left\{ \frac{2}{R_1} f\left(\frac{R_1}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_1(2\kappa^2\tau + 1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_1^2} \right\} e^{-\frac{R_1^2}{4\tau}} \tag{47}$$

従って、中性子がノード l の後背にある領域で吸収される確率は、 $K_{lm} \times \frac{P_{II}}{P_I}$ のオーダーであると云える。

この確率をカーネル K_{lm} に加えることにより、我々は粗メッシュ近似下の移動カーネル K'_{lm}

を得ることが出来る。即ち、

$$K_{\mathcal{L}m}' = K_{\mathcal{L}m} + K_{\mathcal{L}m} \frac{P_{II}}{P_I} = K_{\mathcal{L}m} \frac{P_I + P_{II}}{P_I}$$

補正係数 $(P_I + P_{II})/P_I$ は、以後 q で表すことにするが、(46)式および(47)式を用いて次の様になる。

$$q = \frac{P_I + P_{II}}{P_I} = \frac{\left\{ \frac{2}{R_0} f\left(\frac{R_0}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_0(2\kappa^2\tau+1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_0^2} \right\} e^{-\frac{R_0^2}{4\tau}}}{\left\{ \frac{2}{R_0} f\left(\frac{R_0}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_0(2\kappa^2\tau+1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_0^2} \right\} e^{-\frac{R_0^2}{4\tau}} - \left\{ \frac{2}{R_1} f\left(\frac{R_1}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_1(2\kappa^2\tau+1)}{(2\kappa\tau)^2 - R_1^2} \right\} e^{-\frac{R_1^2}{4\tau}}}$$

(48)

この補正係数を導入すれば、移動カーネルは最終的に

$$K_{\mathcal{L}m} = \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ LyLz - \frac{8}{3\pi} Lx(Ly+Lz) + \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right)Lx^2 \right\} \cdot A_1(Lx) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{4\alpha}{3\pi} \frac{Ly+Lz}{Lx} - \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) \right\} \tau \cdot A_2(Lx) \right]$$

(49)

と書ける。

2.3 異なつた方向に対する中性子移動カーネルの導出

本節では、前節迄で取扱つた x -方向以外の方向についての移動カーネルを導びよう。

$A \cdot z$ -方向のカーネル

z -方向についてのカーネルは、前2.2節の結果について、 $Ly \rightarrow Lx$, $Lz \rightarrow Ly$, $Lx \rightarrow Lz$ の置き換えをすれば良い。得られた結果は、

$$K_{\mathcal{L}m} = \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ LxLy - \frac{8}{3\pi} Lz(Lx+Ly) + \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right)Lz^2 \right\} \cdot A_1(Lz) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{4\pi}{3\alpha} \frac{Lx+Ly}{Lz} - \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) \right\} \tau \cdot A_2(Lz) \right]$$

(50)

ここで、

$$A_1(Lz) \equiv \left(1 + \frac{1}{\kappa^2\tau}\right) + \left\{ 4\left(1 + \frac{1}{2\kappa^2\tau}\right) f\left(\frac{Lz}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2\left(1 + \frac{1}{\kappa^2\tau}\right) \right\} e^{-\frac{Lz^2}{4\tau}} \\ - \left\{ 2\left(1 + \frac{1}{2\kappa^2\tau}\right) f\left(\frac{Lz}{\sqrt{\tau}}\right) - \left(1 + \frac{1}{\kappa^2\tau}\right) + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\kappa^2\tau}\right) \frac{Lz^2}{\tau} \right\} e^{-\frac{Lz^2}{\tau}}$$

$$A_2(Lz) \equiv \left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) + \left\{2\left(1 + \frac{3}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{Lz}{2\sqrt{\tau}}\right) - 2\left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) - \frac{1}{\kappa^2 \tau} \frac{Lz^3}{4\tau}\right\} e^{-\frac{Lz^2}{4\tau}}$$

$$- \left\{\left(1 + \frac{3}{2\kappa^2 \tau}\right) f\left(\frac{Lz}{\sqrt{\tau}}\right) - \left(1 + \frac{2}{\kappa^2 \tau}\right) - \frac{1}{2\kappa^2 \tau} \frac{Lz^2}{\tau} + \frac{7}{48} \left(1 + \frac{1}{\kappa^2 \tau} \frac{Lz^2}{\tau}\right) \frac{Lz^4}{\tau^2}\right\} e^{-\frac{Lz^2}{\tau}}$$

尚、y-方向のカーネルは、我々のモデルの前提としてノードの寸法が $L_x = L_y$ と仮定されているので、即ち求めた x-方向のカーネルと同一の値を持つので、とり立てて取り上げないことにする。

B・x-y平面上の対角線方向のカーネル

ここでは、x-y平面上対角線方向で隣接している二つのノード(図2.15参照)間の移動カーネルを求めよう。今、 $K_{(\alpha, \beta) \rightarrow (r, \delta)}$ を二つのノード α と β より構成されている領域 (α, β) から、二つのノード r と δ で定義される領域 (r, δ) への移動カーネルとしよう。これらのノードの相対的位置関係は図2.16に示す通りとする。

しかる時、カーネルの定義により

$$K_{(\alpha, \beta) \rightarrow (r, \delta)} = \frac{1}{2} (K_{\alpha \rightarrow r} + K_{\alpha \rightarrow \delta}) + \frac{1}{2} (K_{\beta \rightarrow r} + K_{\beta \rightarrow \delta}) = K_{\alpha \rightarrow r} + K_{\alpha \rightarrow \delta}$$

但しこの式において、ノード α と β では同一の材料から成立つとしている。又 r と δ についても同様である。この方程式の関係から対角線方向のカーネルは、次式の様に求まる。

$$K_{\alpha \rightarrow \delta} = K_{(\alpha, \beta) \rightarrow (r, \delta)} - K_{\alpha \rightarrow r} \tag{51}$$

(51)式に於いてカーネル $K_{\alpha \rightarrow r}$ は前節で求まっているので、カーネル $K_{\alpha \rightarrow \delta}$ を求めるためにはカーネル $K_{(\alpha, \beta) \rightarrow (r, \delta)}$ を求めれば充分であることが判る。

このためには L_z を $2L_y$ に、又 L_y を L_z に変えて(しばらくの間は L_x と L_c は変えないで)、前節で K_{L_m} の導出に際して用いた議論とまったく同じ議論をすれば良い。先ず、

$$\int_0^L \int_0^L dy dz = 2L_y L_z - \frac{4}{3\pi} (2L_y + L_z) r_c + \frac{1}{4} \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) r_c^2$$

となる。ついで、

$$K_{(\alpha, \beta) \rightarrow (r, \delta)} =$$

$$= \frac{1}{2V} \frac{1}{2\tau} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \left[2L_y L_z - \frac{4}{3\pi} (2L_y + L_z) r_c + \frac{1}{4} \left(\frac{67}{12\pi} - 1\right) r_c^2\right] \times$$

$$\times \left[\left\{1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2}\right\} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left\{1 + \frac{L_c^2}{(2\kappa\tau)^2}\right\} e^{-\frac{L_c^2}{4\tau}} \right] dx dx'$$

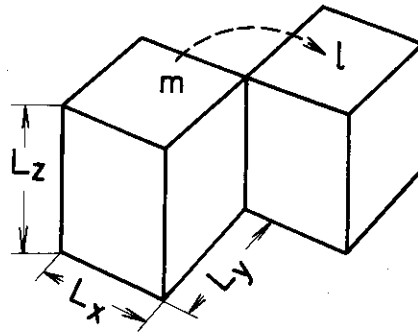


図2・15 X-Y平面上対角線方向で隣接している二つのノード

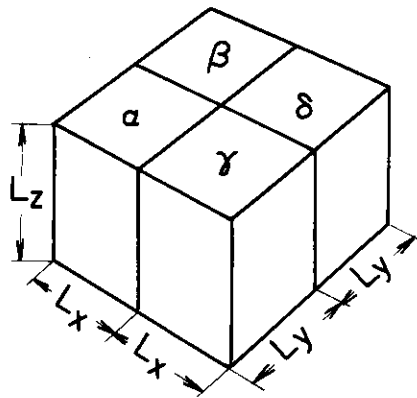


図2・16 互いに隣接している四つのノード

この式より(35)式, (36)式で与えられる積分形のカーネル $K_{\alpha \rightarrow \gamma}$ を差し引けば, 求めるカーネル $K_{\alpha \rightarrow \delta}$ は

$$K_{\alpha \rightarrow \delta} = \frac{1}{V} \frac{1}{2\tau} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \int_0^{L_x} \int_0^{L_x} \left[\frac{2}{3\pi} L_z r_c - \frac{1}{8} \left(\frac{67}{12\pi} - 1 \right) r_c^2 \right] \times \left[\left\{ 1 + \frac{(x+x')^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{(x+x')^2}{4\tau}} - \left\{ 1 + \frac{L_c^2}{(2\kappa\tau)^2} \right\} e^{-\frac{L_c^2}{4\tau}} \right] dx dx'$$

となる。積分を実行すれば結局次の答を得る。

$$K_{\alpha \rightarrow \delta} = \frac{1}{2} \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ \frac{8}{3\pi} L_x L_z - \left(\frac{67}{12\pi} - 1 \right) L_x^2 \right\} A_1(L_x) + \left\{ -\frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_z}{L_x} + \left(\frac{67}{12\pi} - 1 \right) \tau \cdot A_2(L_x) \right\} \right]$$

周外へ逃げる中性子の補正係数 q は既に乘じてある。これが $x-y$ 平面上で対角線方向のカーネルの最終的表式である。

尚, $x-z$ 平面上での対角線方向のカーネルもまったく同様に求めることが出来る。以上求めた4種類のカーネルのみが, 我々のモデルではお互い独立であり, その他の方向のカーネルはこれらのいずれかと一致する。こうして求まったノードからノードへの中性子移動カーネルのすべてを表2.1にまとめた。

2.4 中性子移動カーネルの計算例

以上の六重積分の結果求めた中性子移動カーネル K_{xx} , K_{zz} , K_{xy} , K_{xz} および自己吸収確率 K_{ll} , 即ち,

$$K_{ll} \equiv 1 - 4K_{xx} - 2K_{zz} - 4K_{xy} - 8K_{xz}$$

の値を, 実際の原子炉体系(BWR炉およびPWR炉)で考えられる範囲の L_x , L_y , L_z , τ および κ の値に対して計算して見た。結果を表2.2に示す。

Case^{#1}は, ノードの大きさ(L_x , L_y , L_z)にJPDR炉心の燃料集合体セルの大きさをとったもので, 核定数 τ および $1/\kappa$ の値も同炉の0%ポイド率の時の値を採用したものである。Case^{#2}は, L_z の値に同炉の燃料全高の $1/12$ の値をとったケースである。Case^{#3}はノードの大きさとして, JPDR炉心の燃料集合体セルの2倍のサイズを考えたケースである。Case^{#4}は, 原子力船「むつ」の加圧水型原子炉の燃料集合体の大きさをノードの単位にとったもので, τ および $1/\kappa$ も同炉の3.24%濃縮度燃料の定格温度・圧力の時の値である。Case^{#5}は, Case^{#4}と同じでノードの高さ L_z を変えたものである。Case^{#21}は,

表 2.1 中性子移動カネルのまとめ

方向	移動カネル, K_{Lm}
x-方向又は y-方向	$K_{xx} = \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ \frac{L_y L_z}{L_x} - \frac{8}{3\pi} L_x (L_y + L_z) + \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) L_x^2 \right\} A_1(L_x) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_y + L_z}{L_x} - \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) \right\} \tau A_2(L_x) \right]$
z-方向	$K_{zz} = \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ \frac{L_x L_y}{L_z} - \frac{8}{3\pi} (L_x + L_y) L_z + \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) L_z^2 \right\} A_1(L_z) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_x + L_y}{L_z} - \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) \right\} \tau A_2(L_z) \right]$
x-y平面上 で対角線方向	$K_{xy} = \frac{1}{2} \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ \frac{8}{3\pi} L_x L_z - \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) L_x^2 \right\} A_1(L_x) \right. \\ \left. + \left\{ -\frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_z}{L_x} + \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) \right\} \tau A_2(L_x) \right]$
x-z平面上 で対角線方向	$K_{xz} = \frac{1}{2} \frac{q}{V} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left[\left\{ \frac{8}{3\pi} L_x L_z - \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) L_z^2 \right\} A_1(L_z) \right. \\ \left. + \left\{ -\frac{4\alpha}{3\pi} \frac{L_x}{L_z} + \left(\frac{6.7}{1.2\pi} - 1 \right) \right\} \tau A_2(L_z) \right]$
備考	$V = L_x L_y L_z, \quad \alpha = 1.1681, \quad K_{LL} = 1 - 4K_{xx} - 2K_{zz} - 4K_{xy} - 8K_{xz}$ $q = \frac{\left\{ \frac{2}{R_0} f\left(\frac{R_0}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_0(2\kappa^2\tau+1)}{(2\kappa\tau^2-R_0^2)} \right\} e^{-\frac{R_0^2}{4\tau}}}{\left\{ \frac{2}{R_0} f\left(\frac{R_0}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_0(2\kappa^2\tau+1)}{(2\kappa\tau^2-R_0^2)} \right\} e^{-\frac{R_0^2}{4\tau}} - \left\{ \frac{2}{R_1} f\left(\frac{R_1}{2\sqrt{\tau}}\right) + \frac{R_1(2\kappa\tau+1)}{(2\kappa\tau^2-R_1^2)} \right\} e^{-\frac{R_1^2}{4\tau}}}$ $R_0 = \frac{1}{4} \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}, \quad R_1 = R_0 + L_x, \quad A_1(L_x) = \text{方程式(41)}, \quad A_2(L_x) = \text{方程式(43)}$

Case#2と同じでノードの高さ Lz を燃料全高の $1/10$ にとったものである。Case#11の6ケースは、JPDR炉心でCase#1の場合において、 τ の値を 3.6 cm^2 から 100 cm^2 まで変化させた時のカーネルの値の変化を示すものである。Case#31の6ケースは、上と同じく原子力船「むつ」原子炉の場合で、 τ の値を変化させている。Case#12の4ケースは、JPDR炉心の場合で、 τ は固定にして $1/\kappa$ の値を 2.0 cm から 3.5 cm まで変化させたものである。

表2.2の結果から一般的に云えることは、移動カーネル 1 ケの値は思っていたよりは小さい値を示すことである。 K_{xx} で約 5% 程度しかない。従って自己吸収確率 K_{ll} は案外に大きいことが判る($K_{ll} \approx 20\% \sim 50\%$)。それにも関わらず、隣接ノードの外周に洩れる割合は、 q に示されている様に、隣接ノード迄で吸収される割合の 2 割ないしは 5 割もある。隣接ノード迄で殆んど吸収されるのは、ノードの大きさがCase#31の如く大きな場合に限られることが判る。この事は、ノード理論の基本的仮定である、中性子の移動は隣接ノード迄を考えれば良いと云うモデルと矛盾する。従って筆者は、この第 3 のノードまで洩れる効果を隣接ノードへの移動確率に繰り込むために、補正係数 q を考案したのである。

表 2・2 中性子移動カーネルの計算例

CASE NO.	LX,LY	LZ	TAU	1/K	KXX	KZZ	KXY	KXZ	KLL	Q
CASE 1	13.66	13.66	59.30	2.36	5.65063E-02	5.65063E-02	2.92562E-02	2.92562E-02	3.09888E-01	1.46771E 00
CASE 2	13.66	12.23	59.30	2.36	5.04072E-02	6.92956E-02	1.16825E-02	3.85895E-02	3.04335E-01	1.48965E 00
CASE 3	27.32	27.32	59.30	2.36	2.42603E-02	2.42603E-02	1.18230E-02	1.18230E-02	7.12563E-01	1.00666E 00
CASE 4	17.96	17.33	53.74	1.91	3.61984E-02	4.15950E-02	1.48120E-02	2.28234E-02	5.30182E-01	1.08462E 00
CASE 5	17.96	13.00	53.74	1.91	2.33561E-02	8.28878E-02	-2.53438E-02	3.81884E-02	5.36668E-01	1.09781E 00
CASE21	13.66	14.67	59.30	2.36	5.52897E-02	4.96286E-02	3.92818E-02	1.89831E-02	3.52192E-01	1.45205E 00
CASE11-1	13.66	13.66	36.00	2.36	4.74407E-02	4.74407E-02	2.42237E-02	2.42237E-02	4.24672E-01	1.21981E 00
CASE11-2	13.66	13.66	42.25	2.36	4.98874E-02	4.98874E-02	2.56033E-02	2.56033E-02	3.93436E-01	1.26557E 00
CASE11-3	13.66	13.66	49.00	2.36	5.26470E-02	5.26470E-02	2.71325E-02	2.71325E-02	3.58526E-01	1.33693E 00
CASE11-4	13.66	13.66	64.00	2.36	5.80963E-02	5.80963E-02	3.01283E-02	3.01283E-02	2.89883E-01	1.53350E 00
CASE11-5	13.66	13.66	81.00	2.36	6.30300E-02	6.30300E-02	3.28280E-02	3.28280E-02	2.27884E-01	1.79499E 00
CASE11-6	13.66	13.66	100.00	2.36	6.73202E-02	6.73202E-02	3.51700E-02	3.51700E-02	1.74038E-01	2.12139E 00
CASE31-1	27.32	27.32	36.00	2.36	1.88187E-02	1.88187E-02	8.96195E-03	8.96195E-03	7.79545E-01	9.99992E-01
CASE31-2	27.32	27.32	42.25	2.36	2.03164E-02	2.03164E-02	9.74248E-03	9.74248E-03	7.61192E-01	9.99892E-01
CASE31-3	27.32	27.32	49.00	2.36	2.18386E-02	2.18386E-02	1.05444E-02	1.05444E-02	7.42436E-01	9.98476E-01
CASE31-4	27.32	27.32	64.00	2.36	2.52386E-02	2.52386E-02	1.23467E-02	1.23467E-02	7.00408E-01	1.00724E 00
CASE31-5	27.32	27.32	81.00	2.36	2.86635E-02	2.86635E-02	1.41903E-02	1.41903E-02	6.57735E-01	1.01636E 00
CASE31-6	27.32	27.32	100.00	2.36	3.22350E-02	3.22350E-02	1.61259E-02	1.61259E-02	6.13079E-01	1.03579E 00
CASE12-1	13.66	13.66	59.30	2.00	5.44404E-02	5.44404E-02	2.81679E-02	2.81679E-02	3.35342E-01	1.42984E 00
CASE12-2	13.66	13.66	59.30	2.50	5.75065E-02	5.75065E-02	2.97824E-02	2.97824E-02	2.97572E-01	1.48657E 00
CASE12-3	13.66	13.66	59.30	3.00	6.24547E-02	6.24547E-02	3.23811E-02	3.23811E-02	2.36699E-01	1.58398E 00
CASE12-4	13.66	13.66	59.30	3.50	7.15470E-02	7.15470E-02	3.71420E-02	3.71420E-02	1.25014E-01	1.77495E 00

3 ノード方程式に必要なアルベドの基礎的導出

3.1 ノード理論におけるアルベドの定義

この理論の下では原子炉の炉心部は、炉心と反射材領域の境界面迄が取扱われ、数値計算上メッシュの数を減らすために反射材領域は考慮されない。しかしながら中性子バランスの計算上、炉心部から反射材領域へ洩れ出る中性子の効果を見捨てるわけには行かず、我々のモデルではいわゆる「アルベド」によってこれを行う。我々のノード理論ではアルベド β_m は次の様に定義される。

$$\beta_m = \frac{(\text{一回又はそれ以上反射体により反射され、結局元のノード}m\text{で吸収される中性子の数})}{(\text{ノード}m\text{で生成された中性子のうち、減速途上で反射材領域に洩れ出した数})}$$

筆者が本論文で新しく提案している理論では、上の如く定義されたアルベドについてもこれを基礎的に求めることが出来る。しかも近似的にはあるが、境界面の幾何学的形状も考慮し得る。以下の節でこれらを具体的に記す。

3.2 境界面が平面の場合のアルベドの導出

先ず最初に最も簡単なケース、即ち、炉心と反射材領域との境界が無限大に広がる平面の場合を考えよう。ここで、炉心から洩れ出した速中性子が境界面から距離 λ の位置で反射体中の熱中性子に対する平面線源の様に振舞うと云う仮説を樹てよう。しかる時反射体中の熱中性子束の分布は次の式で与えられる(図3.1参照)。

$$\phi(x) = \frac{S}{\kappa D} \sqrt{\frac{\tau_e}{\pi}} \left[\frac{1}{2\kappa\tau_e - x} f\left(\kappa\sqrt{\tau_e} - \frac{x}{2\sqrt{\tau_e}}\right) + \frac{1}{2\kappa\tau_e + x} f\left(\kappa\sqrt{\tau_e} + \frac{x}{2\sqrt{\tau_e}}\right) \right] e^{-\frac{x^2}{4\tau_e}} \quad (1)$$

ここで S は、炉心からの漏洩中性子の割合から定められるべき平面線源の強度であり、 τ_e は漏洩中性子のフェルミ年令、 κ および D は反射体中における熱中性子の逆拡散距離および拡散係数である。今、炉心と接した熱中性子はすべて炉心により吸収されるとしよう。この仮説が正しければ、炉心により吸収される中性子の数は、拡散理論により単位境界面積当りの単位時間当たり次の様に求まる。

$$J = \left(\frac{\phi}{4} \right)_{x=-\lambda} + \frac{D}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{x=-\lambda} \\ = \frac{S}{4\kappa D} \sqrt{\frac{\tau_e}{\pi}} \left[\frac{1-2\kappa D}{2\kappa\tau_e + \lambda} f\left(\kappa\sqrt{\tau_e} + \frac{\lambda}{2\sqrt{\tau_e}}\right) + \frac{1+2\kappa D}{2\kappa\tau_e - \lambda} f\left(\kappa\sqrt{\tau_e} - \frac{\lambda}{2\sqrt{\tau_e}}\right) \right] e^{-\frac{\lambda^2}{4\tau_e}} \equiv SR \quad (2)$$

次に平面線源の強度 S を求める。平面境界の場合、ノード m で生成した中性子のうち $K_{\ell m} \Psi_m$ 箇の中中性子が、ノード m の近傍の反射体中の線源の一部に成り得よう。更にノード m を取り囲む4ヶのノードのそれぞれから $K_{\ell m'} \Psi_{m'}$ 箇の中中性子が炉心より洩れ出て線源に加わると云える(図 3.2 参照)。結局、合計で

$$K_{\ell m} \Psi_m + \sum_{m'=1}^4 K_{\ell m'} \Psi_{m'}$$

箇の中中性子が炉心より洩れて、ノード m の近傍の反射体中に熱中性子の線源としてトラップされる。ここで、又これ以後も、炉心材料および出力分布 Ψ_m 共にとどの境界ノードでも同様と仮定する。故に、 S は次の式で与えられる。

$$S = \frac{1}{2L_x L_z} (K_{\ell m} + \sum_{m'=1}^4 K_{\ell m'}) \Psi_m$$

一方、我々の理論ではノード m からの中性子の漏洩率は $K_{\ell m} \Psi_m + \sum_{\ell'=1}^4 K_{\ell' m} \Psi_m$ である。よって定義によりアルベド β_m は

$$\beta_m = \frac{L_x L_z S R}{(K_{\ell m} + \sum_{\ell'=1}^4 K_{\ell' m}) \Psi_m} = \frac{\frac{1}{2} (K_{\ell m} + \sum_{m'=1}^4 K_{\ell m'}) \Psi_m R}{(K_{\ell m} + \sum_{\ell'=1}^4 K_{\ell' m}) \Psi_m} = \frac{R}{2} \quad (3)$$

但し(3)式を導くに当り $K_{\ell m'} = K_{\ell' m}$ の関係を使用した。

次に、ノード m から反射体中への正味の漏洩量を計算しよう。ノード m から対角線方向への中性子の洩れのうち β_m 分は反射されてノード m の隣接ノードへ戻って来るが、逆に隣接ノードからの斜め方向の中中性子の洩れのうちの β_m 分がノード m へ戻って来る。従ってノード m について考える時、対角線方向への中性子の洩れの一部 β_m 分が直接自分のノードに戻って来ると考えても同じことになる。こう考えるとノード m から反射体中へ洩れ出る中性子の正味 L_m は次式で与えることが出来る。

$$L_m = \Psi_m K_{\ell m} (1 - \beta_m) + \Psi_m \sum_{\ell'=1}^4 K_{\ell' m} (1 - \beta_m) \quad (4)$$

方程式(2)又はアルベドを与える関数 R は L_x 、 L_y 、 L_z には無関係であり、本節で得られた結果は、導出の過程で暗黙のうちに了承されていた炉心周辺部の反射体のみならず、炉心頂部或いは炉心底部の反射体にも適用出来るものである。

3.3 種々の幾何学的形状を有する境界面でのアルベド

3.3.1 コーナ境界ノード

図 3.3 に示されたケースを考えよう。反射体ノード ℓ に対する炉心からの漏洩中性子は、ノード m および m' に対して上下および横に隣接した3ヶのノード m' より来る。従って熱中性子

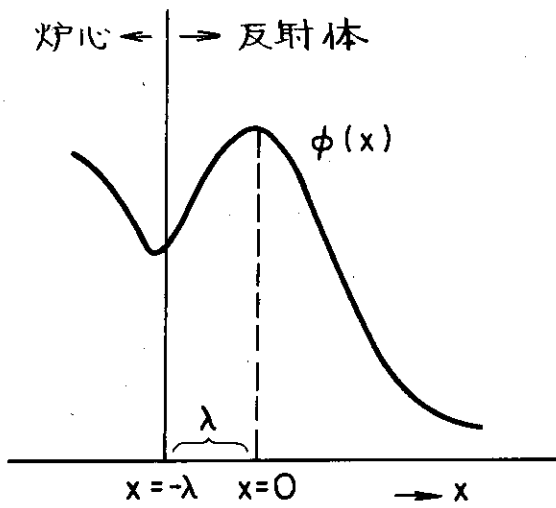


図3・1 反射体における熱中性子束分布

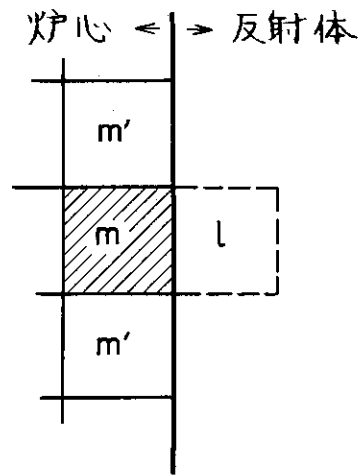


図3・2 平面境界ノードmと反射体との相互位置関係

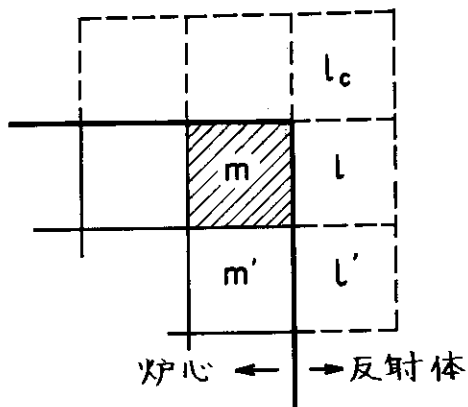


図3・3 コーナ境界ノードmと反射体との相互位置関係

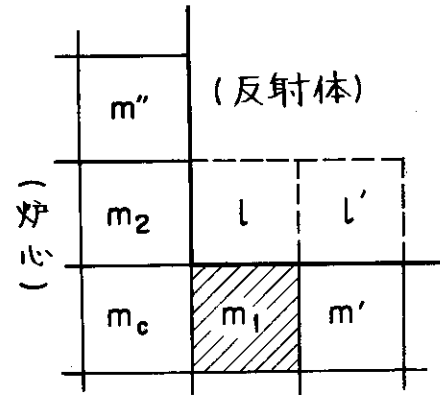


図3・4 L-型境界ノード m_1 およびL-型境界隅部ノード m_c と反射体との相互位置関係

に対する線源強度は、

$$S = \frac{1}{2L_x L_z} (K_{\ell m} + \sum_{m'=1}^3 K_{\ell m'}) \Psi_m$$

となる。又、ノード m に対する反射中性子の数は、

$$L_x L_z S R = (K_{\ell m} + \sum_{m'=1}^3 K_{\ell m'}) \Psi_m \times \frac{R}{2}$$

この式は、カーネル $K_{\ell m}$ および $K_{\ell' m}$ に対して(但し特別な方向のカーネル $K_{\ell c m}$ は除く)アルベドとして $\beta_m = \frac{R}{2}$ を適用すれば良いことを示している。この特別な方向($m \rightarrow \ell_c$)に対しては、我々のモデルでは反射が起らない(即ち、 $\beta = 0$)。コーナに関して対角線対称の方向についても同じ議論が成立するので、コーナ境界隅部ノード m からの正味の漏洩率は以下の如く書ける。

$$L_m = 2\Psi_m K_{\ell m} (1 - \beta_m) + 2\Psi_m \sum_{\ell'=1}^3 K_{\ell' m} (1 - \beta_m) + \Psi_m K_{\ell c m} \quad (5)$$

3.3.2 L-型境界ノード

L-型境界ノード(図3.4の m_1)の場合、反射体ノード ℓ への中性子の洩れ出しは、炉心の両方の側面よりおこる。従って、反射体ノード ℓ に於ける線源強度は以下に示す様に近似的に計算出来る。

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2L_x L_z} (K_{\ell m_1} \Psi_{m_1} + \sum_{m'=1}^3 K_{\ell m'} \Psi_{m'} + K_{\ell m_c} \Psi_{m_c}^*) \\ &\quad + \frac{1}{2L_x L_z} (K_{\ell m_2} \Psi_{m_2} + \sum_{m''=1}^2 K_{\ell m''} \Psi_{m''}^{**}) \frac{\lambda}{L_x} \\ &= \frac{1}{2L_x L_z} \left\{ K_{\ell m_1} \Psi_{m_1} \left(1 + \frac{\lambda}{L_x}\right) + \sum_{m=1}^2 K_{\ell m} \Psi_m \left(1 + \frac{\lambda}{L_x}\right) + K_{\ell m'} \Psi_{m'} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

尚、 λ は図3.1に示した線源と境界との距離である。ノード m_1 に対する反射中性子の数は、この時、次の様になる。

*) 反射体ノード ℓ に於ける漏洩中性子線源に対するこの項の寄与は便宜上無視した。

***) $m''=3$ なる項からの寄与も又同様に無視した。

$$L_X L_Z S R = K_{\ell m_1} \Psi_{m_1} \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2} + \sum_{m'=1}^2 K_{\ell m'} \Psi_{m'} \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2} + K_{\ell m'} \Psi_{m'} \frac{R}{2}$$

$$= K_{\ell m_1} \Psi_{m_1} \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2} + \sum_{\ell'=1}^2 K_{\ell' m_1} \Psi_{m_1} \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2} + K_{\ell' m_1} \Psi_{m_1} \frac{R}{2} \quad (7)$$

この式は、図 3.4 に示す様な位置にあるノード m_1 に対して、法線方向および上下方向での対角線方向に対するアルベドは $\beta_{m_1}' = \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2}$ であり、水平方向で対角線方向に対しては $\beta_{m_1} = \frac{R}{2}$ であることを示す。従ってノード m_1 からの正味の中性子漏洩量は、

$$L_{m_1} = \Psi_{m_1} K_{\ell m_1} (1 - \beta_{m_1}') + \Psi_{m_1} \sum_{\ell'=1}^2 K_{\ell' m_1} (1 - \beta_{m_1}') + \Psi_{m_1} K_{\ell' m_1} (1 - \beta_{m_1}) \quad (8)$$

となる。但しここで、

$$\beta_{m_1}' \equiv \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2} \quad (9)$$

および

$$\beta_{m_1} \equiv \frac{R}{2}$$

3.3.3 L-型境界隅部ノード

L-型境界隅部ノード、即ち図 3.4 に示すノード m_c に対しては、我々のモデルは如何なる中性子の反射も起らない。何故ならば、反射体中の熱中性子線源はノード m_c に対しては、線のみで接し、面で接していないからである。従ってノード m_c からの正味の中性子漏洩率は、

$$L_{m_c} = \Psi_{m_c} K_{\ell m_c} \quad (10)$$

となる。 $K_{\ell m_c}$ 方向に対するアルベドは零である。

3.3.4 コーナ L-型境界ノード

コーナ L-型境界ノード、即ち図 3.5 に示す様な位置にあるノード m に対しては、正味の中生子漏洩率は次式の如くなる。

$$L_m = \Psi_m K_{\ell_1 m} (1 - \beta_m) + \Psi_m \sum_{\ell'_1=1}^3 K_{\ell'_1 m} (1 - \beta_m)$$

$$+ \Psi_m K_{\ell_2 m} (1 - \beta_{m'}) + \Psi_m \sum_{\ell'_2=1}^2 K_{\ell'_2 m} (1 - \beta_{m'}) + \Psi_m K_{\ell_c m} \quad (11)$$

前節のケースと同様にして、(11)式において

$$\beta_m = \frac{R}{2} \quad \text{および} \quad \beta_{m'} = \left(1 + \frac{\lambda}{L_X}\right) \frac{R}{2}$$

であることが容易に示される。

3.3.5 コーナL・コーナ境界ノード

コーナL・コーナ境界ノード m とは図3.6に示す様な炉心位置にあるノードのことである。このノードに対して正味中性子漏洩率は次式の如くなる。

$$L_m = \Psi_m K_{\ell_1 m} (1 - \beta_m) + \Psi_m \sum_{\ell'_1=1}^3 K_{\ell'_1 m} (1 - \beta_m) \\ + \Psi_m K_{\ell_2 m} (1 - \beta_{m'}) + \Psi_m \sum_{\ell'_2=1}^2 K_{\ell'_2 m} (1 - \beta_{m'}) + \Psi_m K_{\ell_c m} \quad (12)$$

ここで $\beta_m = \frac{R}{2}$ および $\beta_{m'} = (1 + \frac{\lambda}{L_x}) \frac{R}{2}$ であることは、前節と同様である。

3.3.6 W-型境界ノード

W-型境界ノードとは図3.7に示す様な位置にあるノードである。このノードに対して正味中性子漏洩は次の如く与えられる。

$$L_m = 2\Psi_m K_{\ell_m} (1 - \beta_{m'}) + 2\Psi_m \sum_{\ell'=1}^2 K_{\ell' m} (1 - \beta_{m'}) + \Psi_m K_{\ell_c m} \quad (13)$$

但し、 $\beta_{m'} = (1 + \frac{\lambda}{L_x}) \frac{R}{2}$

以上であらゆる考えられる幾何学的配置に対してアルベドの表式を(具体的に)求めることが出来た。

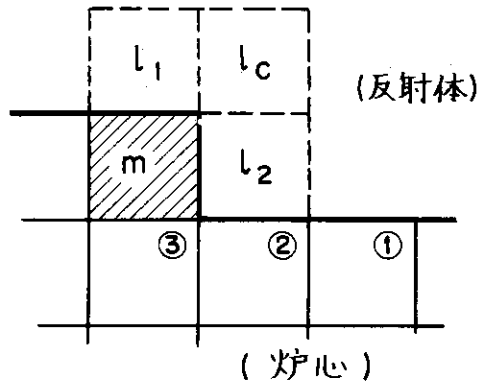


図3・5 コーナL-型境界ノードmと反射体との相互位置関係。この図でノード①は平面境界ノード，ノード②はL-型境界ノード，③はL-型境界隅部ノードと考えて，それぞれのアルベドを適用出来る。

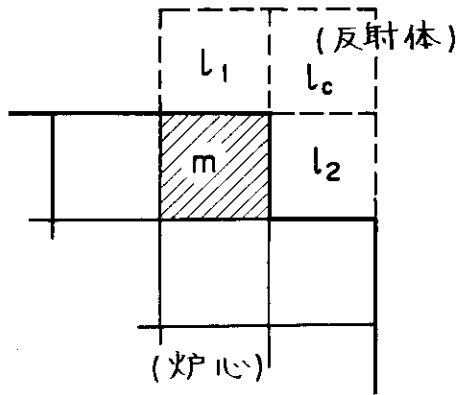


図3・6 コーナL・コーナ境界ノードmと反射体との相互位置関係

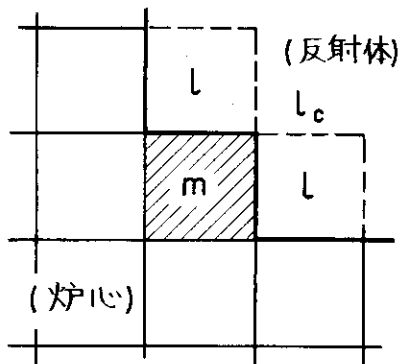


図3・7 W-型境界ノードと反射体との相互位置関係

4 FLAREノード方程式の半実験的改良

本章では原FLAREに方程式を再検討し、原方程式の持つ理論的欠陥を無くすることを試みた。旧理論で与えられる中性子移動カーネル(第1章(10)式)を使用した計算によれば、異なった方向のカーネルの総和は1.0を超え、自分自身のノードでの吸収割合は負となる。そしてこの様な非物理的なカーネルの時に限り、計算結果は実測値と良く合う結果を与える。と云う矛盾については、即ち第1章で述べた。

しからば、本研究第2章でより厳密に導びくことが出来た移動カーネル(および第3章で与えたアルベド値)を使用して原FLARE方程式を解いて見た場合には、如何なる結果になるであろうか。先ずこの結果から以下に述べる。

4.1 FLARE方程式の改良に至る道筋

移動カーネルの(近似的)解析解を、第1章(8)式で与えられる原方程式(但し式中 Σ は我々の移動カーネルの定義により $m=1\sim 18$ についての和となる)、又はこれを再録した次式

$$\psi_{\ell} = \frac{1}{1 - \frac{k_{\infty \ell}}{\lambda} (1 - W_{\ell} + (K_{\beta})_{\ell})} \frac{k_{\infty \ell}}{\lambda} \sum_{m=1}^{18} K_{\ell m} \psi_m \quad (1)$$

但しここで

$$W_{\ell} \equiv \sum_{m=1}^{18} K_{m\ell} \quad (2)$$

$$(K_{\beta})_{\ell} = \sum_{m'=1}^{\text{反射体ノード}} K_{m'\ell} \beta_{m'\ell} \quad (3)$$

に代入して ψ_{ℓ} の計算を、JPDR初期炉心および対比のため原子力船「むつ」炉心について実施して見た結果は、初め予想していた程良好なものでなかった。当然アルベドその他の物理常数(M , τ 等)を許容し得る範囲で変化させた計算も試みられたが、それらの一連のパラメトリック計算の中で、移動カーネル $K_{\ell m}$ を単純に常数倍(全炉心共通)した計算も成された。これは移動カーネルの積分の際に誤差が介在した可能性も考えて、これをとり合えず補正するために成る常数 f を乗じたのである。

$$K_{\ell m} \rightarrow f K_{\ell m}$$

これは積分誤差の補正程度を考えたものであり、当初は

$$0.9 < f < 1.2$$

とされた。こうした一連のパラメトリック計算の中で、 $K_{\ell m}$ を f 倍する方法が結果が一番両炉心の実験値又は拡散計算値に対して追従性の良い(種々のケースに対して一般的に結果が合致する)ことが判り、この線で最良一致解を求めて行くと、 f の値は 1 に近い値ではなく、2 を超える様な値になることが判って来た。JPDR初期炉心で $L_x = L_y = 13.66$ cm, $L_z = 12.23$ cmとした時の W_ℓ は 0.70 であるから(第2章表 2.2より引用), 例えば $f = 2$ を乗ずると $W_\ell > 1$ となって我々の場合も旧 FLARE理論の矛盾点と同じ所へ到達してしまう。しかしながら、我々の場合、旧理論と異なり移動カーネルおよびアルベドについて(第2章と第3章に述べた如く)比較的厳密に求めており、それにも関わらず上記の結果になったことは、FLARE式の改訂にはカーネルに対して或る種の補正(それも確固たる物理的な意味を持つたぐいの)が必要と云う結論を示唆するものと考えざるを得なくなった。

カーネルの補正に使用する量としては、ノードの寸法や物質に関する情報を含んだものである必要が判り(JPDRと「むつ」では最適解を与える f の値は、判然と異っていた)、一方この種の量としてはカーネル自身が先ず挙げられる。又、上記程度の補正值の大きさにするには結論的に

$$1 + \frac{1}{W_\ell} \approx f$$

と置くと良いことが判る。こうして我々は、(1)式で与えられる FLARE 方程式の $K_{\ell m}$ に $K_{\ell m} (1 + \frac{1}{W_m})$ を代入して、簡単な整理の後次の改良型方程式に到達した。

$$\psi_\ell = \frac{1}{1 + \frac{k_{\infty \ell}}{\lambda} (W_\ell - \sum_{m'} K_{m' \ell} \beta_{m' \ell} (1 + \frac{1}{W_\ell}))} \sum_{m=1}^{18} \frac{k_{\infty \ell}}{\lambda} K_{\ell m} (1 + \frac{1}{W_m}) \psi_m \quad (4)$$

又は書き直して

$$\psi_\ell = \frac{1}{1 + \frac{k_{\infty \ell}}{\lambda} (W_\ell - (\bar{K}_\beta)_\ell)} \sum_{m=1}^{18} \bar{K}_{\ell m} \psi_m \quad (5)$$

$$\text{但しここで } \bar{K}_{\ell m} = K_{\ell m} (1 + \frac{1}{W_m}) \quad (6)$$

$$(\bar{K}_\beta)_\ell = \sum_{m'=1}^{\text{反射体ノード}} K_{m' \ell} (1 + \frac{1}{W_\ell}) \beta_{m' \ell} \quad (7)$$

と置いた。

こうして数値実験からのヒントに導びかれて得られたものが、新方程式(5)であるが、勿論これは最終的には測定値との比較を通じて検証されねばならない。著者はこれを次節で示す。し

かしながら多少共新しい仮説を樹てると式の上からも(5)式が導びけないこともない。この様な仮説に次の二つがある。

(A) 速中性子ソース(減速・吸収前の中性子)の間に中性子バランスが成立しているとする仮定。

この場合、ノード l から周辺ノード m へ(見かけ上)洩れる速中性子の総数 $\sum_{m=1}^{18} \frac{K_{ml}}{W_l} \psi_l$ は周辺ノード m から l へ集まるそれに等しいとして次のバランス式を得ることが出来る。

$$\sum_{m=1}^{18} \frac{K_{ml}}{W_l} \psi_l = \sum_{m=1}^{\text{炉内ノード}} \frac{K_{lm}}{W_m} \psi_m + \sum_{m=1}^{\text{反射体ノード}} \frac{K_{m'l}^{\beta m'l}}{W_l} \psi_l \quad (8)$$

但し右辺第2項は今考えているノード l が反射体に隣接したノードの場合に適用される。(8)式を、中性子の真のバランスを保証する第1章(3)式又はこれを再録した次式

$$A_l = \sum_{m=1}^{18} K_{lm} \psi_m + K_{ll} \psi_l \quad (9)$$

の中で K_{ll} を次の様に変形して

$$K_{ll} \psi_l = (1 - W_l + (K_{\beta})_l) \psi_l = \sum_{m=1}^{18} \frac{K_{ml}}{W_l} \psi_l - (W_l - (K_{\beta})_l) \psi_l \quad (10)$$

右辺や1項に代入すれば、結局、前出の(5)式に到ることが出来る。

(B) 自分自身で吸収される確率 K_{ll} を再定義する立場。

即ち(一群)ノード理論では、自分自身で吸収されると云う概念は成立しない。只、他のノードへ「移動」する(減速と拡散の後、吸収)と云う確率のみが明確に定義出来るとする仮説である。従ってすべての中性子は一度、すみやかに減速されることなく外へ出ると考える(これは一群モデルでは説明し切れないが、二群以上の構造を有する現象を一群で考える所から来る困難ではなかるうか)。こうして、今ある瞬間あるノード l に存在する中性子とは、周囲のノード m より、同様にすすみやかに外へ洩れ出た中性子のうちノード l に到達した中性子のことになる。これが次式の第1項である。これより通常の「移動」により外へ洩れる中性子数(次式の第2項)を引いた残りが、自分自身のノード l で吸収される中性子の数を与えることになる。こうして

$$K_{ll} \psi_l = \sum_{m=1}^{18} \frac{K_{lm}}{W_m} \psi_m - W_l \psi_l \quad (11)$$

とする。(11)式は炉内ノード l に対するものであるが、反射体隣接ノードについても同様に考えて、この場合も結局、前出(5)式を得ることが出来る。

以上二つの仮説的説明を試みたが、先きにも述べた様に結果が実験で検証されなければその補正の正当性は主張出来ない。著者はこれを次節で試みたが、更にその上に、第6章において純粹に理論的立場より(非対称2群モデルに基き)、改良型FLARE方程式(5)式を導びけることを示した。これによれば特に新しい仮説を導入することなく新方程式を説明出来ることが判った。

4.2 計算と実測値との比較

新しい中性子バランス方程式の妥当性を検証するために、この方程式を使用して実際の原子炉について固有値と出力分布の計算をした。計算の対象としてBWR炉の一例としてJPDRを、又PWR炉の例として原子力船「むつ」炉心を選んだ。これらの計算では中性子移動カーネルおよび反射体のアルベド効果も、本研究で導いた式や理論によっている。実際の計算は、これらの新しい理論を取り入れて組んだ計算機用プログラム「SCOPERS」によって(SCOPERSについては次章に述べる)。

先ずBWR炉心の計算であるが、JPDRの寿命初期の100hrおよび1000hr op. γ プローブ試験¹⁰⁾の条件で計算して、それぞれの γ プローブ試験結果と比較した。チャンネル相対出力比の計算を実測データと比べて結果を図4.1と図4.2に示す。又、新しい理論によるBWR炉の軸方向出力分布の計算結果の教例として、図4.3~図4.5に、上述の計算例から選んで示した。

このJPDRの計算では、炉心の基本的核定数および熱水力定数共に一つの例外を除き参考文献⁸⁾第2部で述べたFLAREコードによる計算の場合とまったく同一の値を使用した。一つの例外とは、旧FLARE計算で使ったいわゆる移動面積 M^2 であり、新計算ではこの代わりにフェルミ年令 τ と拡散面積 $(\frac{1}{k})^2$ を使う。従って我々の計算では、旧FLAREのインプット M^2 を τ と $(\frac{1}{k})^2$ に分割した。分割と同時に、 τ および $(\frac{1}{k})^2$ のボイド依存性を旧FLAREインプットと比較して、ボイド率50%の点で2割だけ強めた。又、反射体効果については、FLAREコードと違い反射体の核定数を与えれば良い。ここでは次の様な値を採用している。

上部反射体; $\lambda = 2 \text{ cm}$, $D = 0.35 \text{ cm}$, $\kappa = 0.19 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 1.2 \text{ cm}^2$

底部反射体; $\lambda = 1 \text{ cm}$, $D = 0.30 \text{ cm}$, $\kappa = 0.18 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 4 \text{ cm}^2$

側面反射体; $\lambda = 2 \text{ cm}$, $D = 0.30 \text{ cm}$, $\kappa = 0.22 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 6 \text{ cm}^2$

100hr op. γ プローブ試験データの軸方向分布について見ると、新SCOPERSの方が旧FLAREに比べてより良く実測値と合う結果を与えている(図4.3)。しかし、その他の例では旧FLAREに比べて未だ検討の余地がある面も見受けられる。固有値については、100hr op. γ プローブ試験条件の時、0.9977, 又1000hr op. γ プローブ試験条件の場合0.9975とそれぞれ非常に1.0に近い良好なる結果が得られた。旧FLAREによる同例の計算では、前者の場合0.9966, 後者の場合で1.0026となっており、両者の固有値のひらきは今回の場合より大きい。新しい理論(SCOPERSによる計算)は固有値の計算で精度が良いと云う事実を承喩するものかも知れないが、結論を出すには尙今後の多数の

180°迴転対稱

	0.79	0.99	1.10	0.84
	(0.66)	(0.88)	(1.08)	(0.80)
	0.99	1.16	1.22	1.18
	(0.88)	(1.08)	(1.25)	(1.27)
	1.10	1.22	1.16	1.06
	(1.08)	(1.25)	(1.23)	(1.16)
	1.11	1.18	1.06	0.96
	(1.17)	(1.27)	(1.16)	(1.10)
0.84	1.07	1.10	0.83	0.79
(0.80)	(1.10)	(1.13)	(0.84)	(0.85)
0.82	1.01	1.05	0.83	0.83
(0.77)	(0.98)	(1.08)	(0.86)	(0.84)
	0.89	1.02	1.05	1.10
	(0.80)	(0.99)	(1.08)	(1.13)
	0.71	0.89	1.01	1.07
	(0.59)	(0.80)	(0.98)	(1.10)
				0.82
				(0.77)

180°迴転対稱

0.84	X			
(0.82)				
1.11	1.11	1.00	0.80	
(1.12)	(1.06)	(0.94)	(0.70)	
1.19	1.23	1.17	1.00	
(1.27)	(1.28)	(1.16)	(0.94)	
1.09	1.19	1.23	1.11	X
(1.10)	(1.15)	(1.28)	(1.06)	
0.97	1.09	1.19	1.11	0.84
(0.97)	(1.10)	(1.27)	(1.12)	(0.82)
0.77	0.81	1.09	1.07	0.82
(0.72)	(0.80)	(1.20)	(1.16)	(0.79)
0.81	0.80	1.04	1.00	X
(0.80)	(0.76)	(1.00)	(1.06)	
1.09	1.04	1.01	0.88	
(1.20)	(1.00)	(1.02)	(0.85)	
1.07	1.00	0.88	0.71	
(1.16)	(1.06)	(0.85)	(0.63)	
0.82	X			
(0.79)				

計算値 → 0.71
測定値 → (0.59)

← 計算値 0.71
← 測定値 (0.63)

図4・2 SCOPERSによるBWR炉心のチャンネル相対出力比の計算 (1000hr op.7プロブ試験データ, JPDR^{1/2}炉心)

図4・1 SCOPERSによるBWR炉心のチャンネル相対出力比の計算 (100hr op.7プロブ試験データ, JPDR^{1/2}炉心)

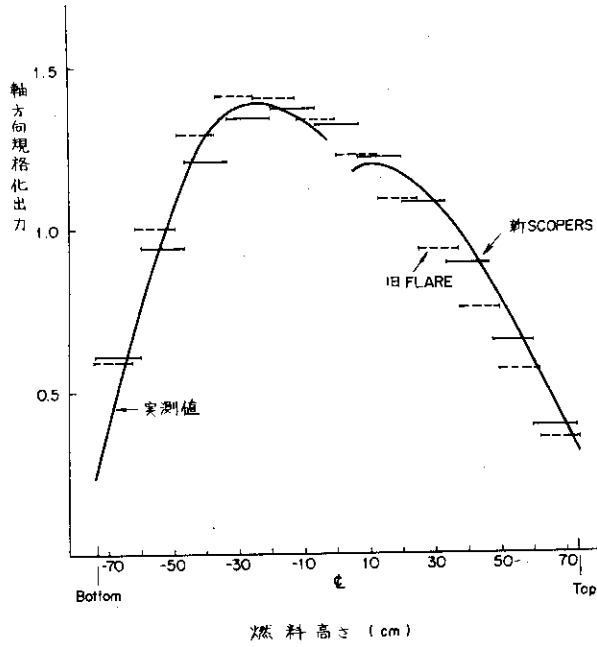


図4・3 SCOPERSによるBWR炉心の軸方向出力分布の計算 (100hr op. γ プローブ試験データ, 最大熱出力チャンネル, JPDR)

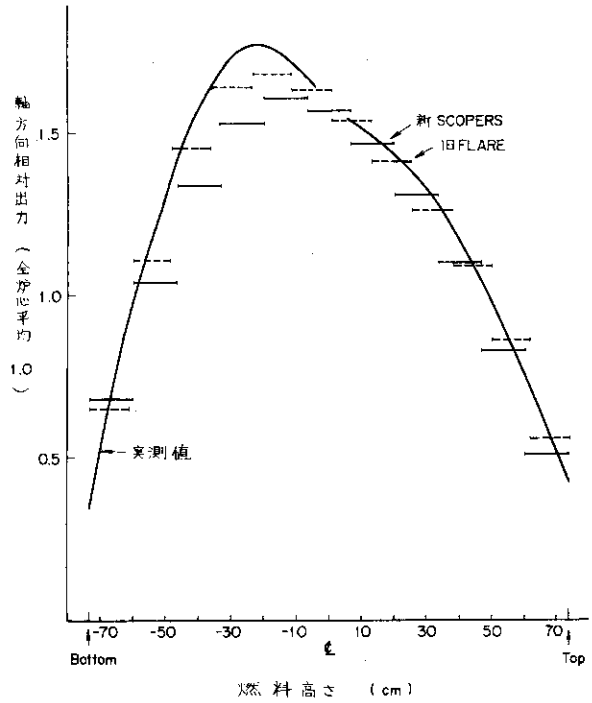


図4・4 SCOPERSによるBWR炉心の軸方向出力分布の計算 (1000hr op. γ プローブ試験データ, 最大熱出力チャンネル, JPDR)

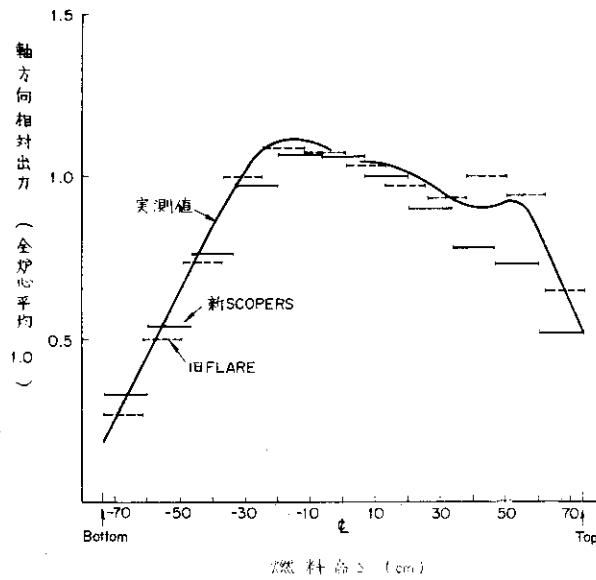


図4・5 SCOPERSによるBWR炉心の軸方向出力分布の計算 (1000hr op. γ プローブ試験データ, 制御チャンネル, JPDR)

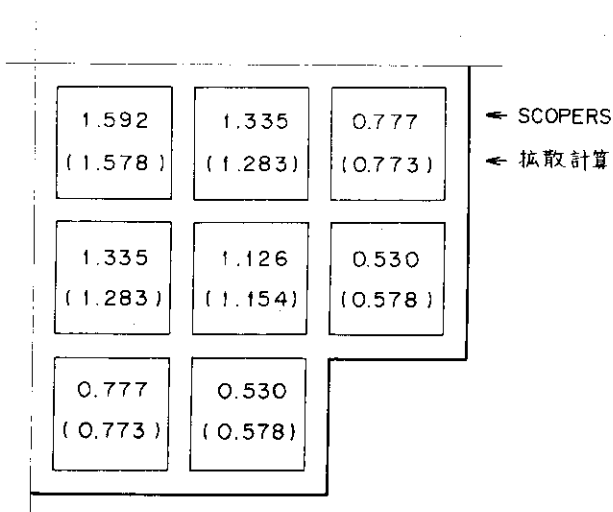


図4・6 SCOPERSによるPWR炉心のチャンネル相対出力比の計算(制御棒全引抜, 全出力, ゼノン無し, 原子力船むつⅣ炉心)

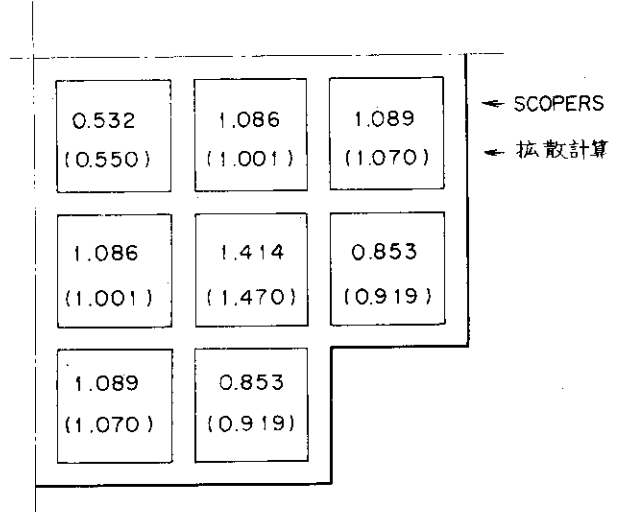


図4・7 SCOPERSによるPWR炉心のチャンネル相対出力比の計算(制御棒G1, G2挿入, 全出力, ゼノン無し, 原子力船むつⅣ炉心)

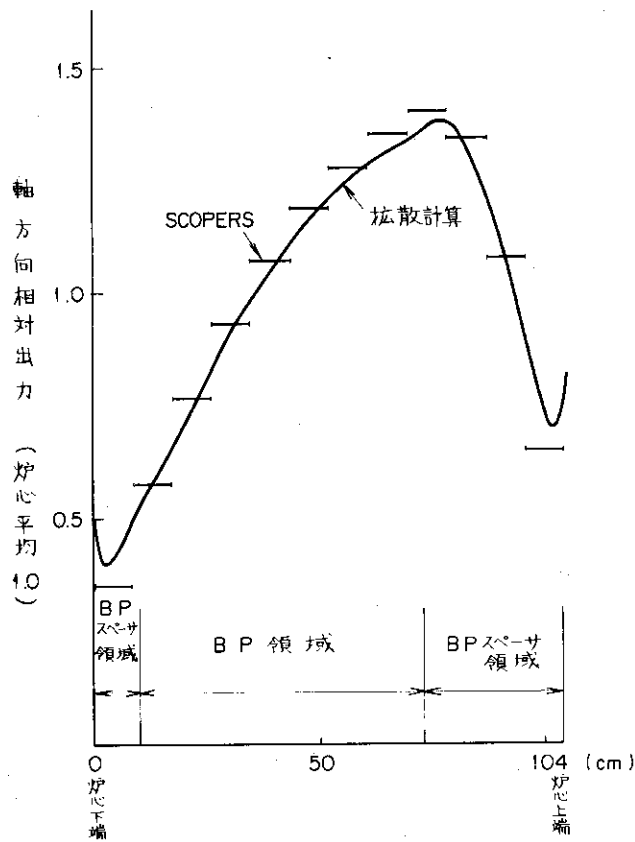


図4・8 SCOPERSによるPWR炉心の軸方向出力分布の計算(制御棒全引抜, 全出力, ゼノン無し, 全炉心平均軸方向分布, 原子力船むつⅣ)

計算を待つ必要がある。

次にPWR炉の計算例について述べよう。筆者の開発した原子炉計算コードSCOPERSは、FLAREがBWR炉のみ対象としているに対し、BWR炉の他に同じ軽水炉の仲間であるPWR炉にも適用可能なものである。この応用例として原子力船「むつ」炉心の寿命初期の定格出力状態で、制御棒引抜きパターンを3ケース選んで計算した。選んだ制御棒パターンおよび固有値計算の結果については表4.1参照。うち2ケースについては、チャンネル相対出力比の結果を図4.6と図4.7に示す。更に制御棒全引抜きパターン下での炉心平均軸方向出力分布の計算結果を図4.8に示した。

原子力船「むつ」炉心の計算においては、SCOPERSに使用したインプットはすべて基礎的にスペクトル計算および拡散計算をした結果得られた核定数で、原子炉製造メーカーであるMAPIが核設計に使用したもの¹¹⁾をそのまま流用して使用したものである。但し例によって、粗メッシュ近似に特有なインプットである反射係定数については、以下の値を採用した。

上部反射体； $\lambda = 3 \text{ cm}$, $D = 0.25 \text{ cm}$, $\kappa = 0.236 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 36 \text{ cm}^2$

底部反射体； $\lambda = 3 \text{ cm}$, $D = 0.25 \text{ cm}$, $\kappa = 0.236 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 36 \text{ cm}^2$

側面反射体； $\lambda = 3 \text{ cm}$, $D = 0.75 \text{ cm}$, $\kappa = 0.236 \text{ cm}^{-1}$, $\tau_e = 36 \text{ cm}^2$

このSCOPERSによる原子力船「むつ」炉心の出力分布計算の結果を、通常の核計算の手法である拡散計算の結果（核定数と同様にMAPIによって与えられたものである）と比較して見ると、チャンネル相対出力比、炉心平均軸方向出力分布共に両者の一致は非常に良いことが判る。（図4.6、図4.7、図4.8参照）。MAPIの核設計々算は、実装荷燃料を使用して実施した陸上臨界試験¹²⁾の実験データで校正済のものであり、この設計々算に合う結果を与え得たと云うことは筆者の提案した新理論に有力な検証となるものである。しかしながら、固有値の計算では1.5%~2.5%過大評価している（表4.1参照）。この点については今後の課題であると云える。

表4.1

SCOPERSによるPWR炉の固有値計算

（ゼノン無，初期炉心，原子力船「むつ」炉心）

出力 %	制御棒パターン	k_{eff}		Δk_{eff}
		SCOPERS	拡散計算	SCOPERS - 拡散計算
100	G1&G2全挿入	0.9770	0.964	+1.3%
100	G1 = 410% G2 = 360% } 引抜	1.015	1.000	+1.5%
100	G1&G2全引抜	1.094	1.070	+2.4%

5 SCOPERS プログラム

本章では、前章迄に記述して来た 改良 FLARE 方程式を現実の原子炉体系に適用して、原子炉の三次元静特性計算をする計算機プログラム「SCOPERS」を作成したので、これについて報告する。

5.1 SCOPERS プログラムの特徴

SCOPERS プログラムは、その計算対象としては軽水沸騰型炉および同加圧型炉の両方に適用出来る様に考えてあり、それぞれの炉型の三次元的炉心構造を近似なして取扱い、炉心の反応度、炉内三次元出力分布、各燃料チャンネル毎の縦方向ポイド分布 (BWR) 又は同冷却材温度分布 (PWR) を求め得る。更に燃焼計算の結果、炉内三次元燃焼分布や達成燃焼度なども求まる計算プログラムである (プログラムの機能の詳細は次の 5.2 節に述べる)。

この SCOPERS プログラムの最大の特徴は、その炉物理モデルであり、本論文の第 2 章から第 4 章迄で展開して来た研究成果に基づいていることである。即ち、中性子バランス方程式は第 4 章(3)式を使用し、ここで必要な中性子移動カーネルは本研究で基礎的に求め表 2・1 にまとめたものを組み込んでいる。従って中性子バランス方程式そのものに従来あった矛盾が解消されている他、この中で隣接ノードが 18 ケ迄考慮されているのが従来に比べ進歩している点である。又、カーネルについては外部から何らパラメーターを与えることなく、すべて炉心の構造、材料、核定数より自動的に求まる。

反射体効果を取り入れるためのアルベドについても第 3 章(3)式および(2)式で基礎的に与え、必要なインプットは反射体の核定数 λ , D , κ , τ_0 で済む様に考えた。炉心周辺部反射体のアルベド効果は、炉心の外周部境界面の幾何学的形状により、それぞれ異なって来るので、FLARE ではこれらのアルベドをすべて外部より任意にインプットしているが、SCOPERS では、上記の反射体核定数のみ与えれば、境界面の幾何学的形状はプログラム自身が正確に考慮する様配慮されている。以上が SCOPERS プログラムの基礎部門に関する重要な特徴点である。旧理論をコード化した FLARE プログラムと比較した時の SCOPERS プログラムの改良点 (炉物理モデルに関するもの) を、判り易く表 5・1 にまとめた。

表 5.1

SCOPERSプログラムとFLAREプログラムの比較表
(物理モデルについて)

		FLARE	SCOPERS
方程式	式	$\Psi_{\ell} = \frac{k_{\infty \ell}}{1 - k_{\infty \ell}} \sum_{m=1}^6 K_{\ell m} \Psi_m$	$\Psi_{\ell} = \frac{k_{\infty \ell}}{1 + k_{\infty \ell} (W_{\ell} - (\bar{K}_{\beta})_{\ell})} \sum_{m=1}^{18} K_{\ell m} \Psi_m$ 但し $\bar{K}_{\ell m} \equiv K_{\ell m} (1 + \frac{1}{W_m})$
	ノード間相互作用	隣接ノード6ケのみ考慮	隣接ノード18ケを考慮
中性子移動カーネル	式	$K_{H, V} = (1 - g_{H, V}) \frac{\sqrt{M^2}}{2r} + g_{H, V} \frac{M^2}{r^2}$	表1.1参照
	カーネルの種類	水平, 垂直の二方向のみ (K_H, K_V)	水平, 垂直の他 斜め方向を二種類考えた。 ($K_{xx}, K_{zz}, K_{xy}, K_{xz}$)
	カーネルインプット定数	g_H, g_V	無し
反射体アルベド	アルベド用インプット	アルベドそのものをインプット 上部, 下部反射体については β_T, β_B 周辺反射体については各ノード毎に β_{ij} をインプットする。	反射体(上, 下, 周辺部)の核定数 λ, D, κ, τ をインプットすれば良い。
	反射体の幾何学的形状	幾何学的形状の効果は外部からのインプット β_{ij} で考慮する。	幾何学的形状はプログラムで自動的に考慮される。

その他に、計算機能上も多くの改良をした。計算対象をPWR炉にも広げ、且つ、炉心の構造についても種々の制御棒配列関係および炉心断面对称条件が取扱える様にプログラムの機能を拡大した。その他に臨界調整が出来る様にサブルーチンを加える等、使用し易さ、便利さを一層向上させる様に考えられている。FLAREコードと比較した時のSCOPERSコードの機能上の改良点の主要なものを表5.2にまとめた。

表 5.2

SCOPERS プログラムと FLARE プログラムの比較表
 (主たる機能上の改良点)

	FLARE	SCOPERS
対象炉心	BWR	BWRとPWR
制御棒の配列条件	4種(?)	7種
炉心対称条件	6種	11種
冷却材ボイド率	冷却材相対密度でアウトプット	直接ボイド体積率でアウトプット
冷却材温度分布	計算せず	計算する
臨界調整	なし	あり (最適制御棒パターン(BWR)又は臨界ボロン濃度(PWR)を求め得る)

5.2 SCOPERSの計算機能

プログラム“SCOPERS”の可能とする計算は以下の通りである(それぞれ1 runで出来る)。

BWRの場合

- 1) 任意の制御棒パターン・出力の下での(三次元的)出力分布が計算出来る(power distribution calculation)。
- 2) 任意の制御棒パターン・出力の下でのボイド分布が計算出来る(void calculation)。
- 3) 与えられた出力の下で臨界となる制御棒引抜き位置が計算出来る(critical search)。
- 4) 与えられた制御棒位置で達成出来る熱出力が計算出来る(power search)。
- 5) 制御棒パターンの変化をインプットして,途中での出力分布を計算しながら,最終的に各燃料要素の達成したバーンアップを計算出来る(burnup trace)。
- 6) 上記5)に於いて,途中の燃料配置の変化,ポイズンカーテンの取出しが考慮出来る。(burnup trace with fuel-shuffling)。
- 7) 与えられた制御棒引抜き優先順位の下に臨界となる制御棒位置を求めながら,その都度出力分布,および燃焼度分布を計算して,最終的に達成出来る炉心バーンアップを推定することが出来る(critical-exposure iteration)。
- 8) 計画された任意の燃料シャフリングの下で,上記7)の計算が可能である(critical-exposure iteration with fuel-shuffling)。

PWRの場合

省略

6 移動カーネル表示によるノード方程式

(FLARE方程式の一般的拡張)

6.1 Weissノード方程式の多群への拡張

先ず本節で、Weissにより与えられた1次元体系に対するノード方程式³⁾を多群へ拡張する。拡張に際しては便宜上2群を考え、諸量に行列を導入するが、この様にして一度行列量を扱っておくと、得られた結果は2群に限定されることなく、そのままの形で多群に適用出来る。記号その他Weissの原論文³⁾と同じものを使用することにして、重要な量以外のものについては一つ一つ断わらない。

最初にWeissと同様に、部分カレント $j_i^\pm = \begin{pmatrix} j_i^\pm(1) \\ j_i^\pm(2) \end{pmatrix}$ 相互の関連を律する量として反射お

よび透過関数

$$a_i^\pm = \begin{pmatrix} a_i^\pm(1,1), a_i^\pm(1,2) \\ a_i^\pm(2,1), a_i^\pm(2,2) \end{pmatrix}$$

$$t_i^\pm = \begin{pmatrix} t_i^\pm(1,1), t_i^\pm(1,2) \\ t_i^\pm(2,1), t_i^\pm(2,2) \end{pmatrix}$$

を導入する。かかる時、これら諸量の間には次の関係がある。

$$-j_{i+1}^+ = a_i^+ j_i^- + t_i^+ j_i^+ + R_i^+ \quad (1a)$$

$$j_{i-1}^- = t_i^- j_i^- + a_i^- j_i^+ + R_i^- \quad (1b)$$

(ここで R_i^\pm は外部中性子源 Q_i によるカレントへの寄与を表わしている。)

ここで(1a)式の第1成分を具体的に書き下すと次のようになる。

$$-j_{i+1}^+(1) = a_i^+(1,1) j_i^-(1) + a_i^+(1,2) j_i^-(2) \\ + t_i^+(1,1) j_i^+(1) + t_i^+(1,2) j_i^+(2)$$

このうちアンダラインを引いた部分が、2群化のために新たに出て来た項で、例えば $a_i^+ \{ 1, 2 \} j_i^- (2)$ なる項は、第2群(通常熱群)のエネルギーを有する部分カレント $j_i^- (2)$ がノード i に入った後、ノード中で何らかの相互作用の結果、そのうち $a_i^+ (1, 2)$ 部分が第1群(通常速群)として、ノード i から $(i+1)$ 方向(入射した部分カレントから見て反射方向)に出て行く第1群部分カレント $j_{i+1}^+ (1)$ に寄与することを表すものである。その他の量および項も同様に解釈する。

次に(1)式のそれぞれの両辺に適当なる同一の列ベクトルを加えることにより以下の様な式の変形をする。

$$j_{i+1}^+ - \underbrace{(a_i^+ - t_i^+)}_{\text{アンダライン}} j_i^- = t_i^+ (j_i^+ + j_i^-) + R_i^+ \quad (2a)$$

$$-\underbrace{(a_{i+1}^- - t_{i+1}^-)}_{\text{アンダライン}} j_{i+1}^+ + j_i^- = t_{i+1}^- (j_{i+1}^+ + j_{i+1}^-) + R_i^- \quad (2b)$$

アンダライン項がこの様にして加えられた項である。

ここで原論文³⁾と同様に次の諸量を定義する。

$$\rho_i^\pm \equiv a_i^\pm - t_i^\pm \quad (3)$$

$$J_i^\pm \equiv j_i^+ + j_i^- \quad (4)$$

$$M_i^\pm \equiv t_i^\pm J_i + R_i^\pm \quad (5)$$

これらの新しい量を(2)式に代入すると

$$j_{i+1}^+ - \rho_i^+ j_i^- = M_i^+$$

$$-\rho_{i+1}^- j_{i+1}^+ + j_i^- = M_{i+1}^-$$

上式を j_{i+1}^+ および j_i^- について解くと

$$(E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-) j_{i+1}^+ = M_i^+ + \rho_i^+ M_{i+1}^-$$

$$(E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+) j_i^- = M_{i+1}^- + \rho_{i+1}^- M_i^+$$

ここで E は単位行列で $E \equiv \begin{pmatrix} 1, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix}$

今、行列 $(E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)$ に左より乗じて結果が単位行列となる行列 X ;

$$X(E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-) = E$$

を $X \equiv (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1}$ と表わすと、求める答は

$$j_{i+1}^+ = (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1} (M_i^+ + \rho_i^+ M_{i+1}^-) \quad (6a)$$

$$j_i^- = (E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+)^{-1} (M_{i+1}^- + \rho_{i+1}^- M_i^+) \quad (6b)$$

となる。ここ迄の式は Weiss の原論文に与えられている。(12a) および (12b) とまったく一致している。

次に(6)式を使用してノード i から $i+1$ への正味カレント $J_{i \rightarrow i+1}$ を求め、これよりノード i に関する中性子バランス方程式を樹てる。

$$J_{i \rightarrow i+1} = J_{i+1}^+ - J_i^- = c_{i, i+1} M_i^+ - c_{i+1, i} M_{i+1}^- \quad (7)$$

$$= \{ (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1} (E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+)^{-1} \rho_{i+1}^- \} M_i^+$$

$$- \{ (E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+)^{-1} (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1} \rho_i^+ \} M_{i+1}^-$$

ここで新しい記号 $c_{i, i+1}$, $c_{i+1, i}$ を導入した。

$$c_{i, i+1} \equiv (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1} - (E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+)^{-1} \rho_{i+1}^- \quad (8a)$$

$$c_{i+1, i} \equiv (E - \rho_{i+1}^- \rho_i^+)^{-1} - (E - \rho_i^+ \rho_{i+1}^-)^{-1} \rho_i^+ \quad (8b)$$

(8a) および (8b) は、対応する Weiss の式 (20a) および (20b) の行列表示を与えるものである。ノード i に関するバランス方程式はノード i における中性子の (吸収 - 生成) を A_i 、外部ソースを Q_i で表わす時

$$A_i - Q_i = J_{i-1 \rightarrow i}^- - J_{i \rightarrow i+1}^+$$

で与えられる。ここで右辺に(7)式を代入すると

$$\text{右辺} = c_{i-1, i} M_{i-1}^+ - c_{i, i-1} M_i^-$$

$$- (c_{i, i+1} M_i^+ - c_{i+1, i} M_{i+1}^-)$$

$$\begin{aligned} \therefore A_i - Q_i &= \\ &= c_{i-1, i} M_{i-1}^+ + c_{i+1, i} M_{i+1}^- - (c_{i, i+1} M_i^+ + c_{i, i-1} M_i^-) \end{aligned} \quad (9)$$

(9)式は係数 c の正確な行列式にさえ注意すれば、その他の形式は Weiss の原論文で与えられている(2)式と一致している。我々は以下で、多群表示の(9)式を議論の出発点とするが、その前に以下の議論の制約とならないので、考えているノードは二方向に対して対称であると云う仮定を導入する。この様なノードに対しては $a_i^+ = a_i^-$, $t_i^+ = t_i^-$ であるので $M_i^+ = M_i^-$ となる。結局、次節以下の考察は(9)式より M の \pm の区別を除いた次式より出発する。

$$A_i - Q_i = \sum_m c_{m, i} M_m - \sum_m c_{i, m} M_i \quad (10)$$

6.2 熱外中性子群の導入と反射および透過関数

本節では我々は、原子炉での中性子の振舞いを、便宜上原子炉を分割して得られたノードとノードの間の結合の観点より論ずることにより議論を開始する。今、ノード巾を拡散方程式の差分近似が成立する程度の小さいものを考える場合、これらの小メッシュ下での中性子の特性は熱群中性子によって決まる。実際、熱群中性子束は燃料棒の所では落ち込み、水ギャップの場所ではピークを呈し、かくして全体の特性(例えば燃料アセンブリ・セル内)を決定している。これに反し熱外中性子群は、炉心を構成する材料・構造のこまかい点によらず、例えば燃料アセンブリ内では殆んど一様な分布をしている。これは熱外中性子の足が長く、そのソースの分布にも関らず一様に均されてしまうからである。従ってこの様な小メッシュ下での原子炉の特性は主として熱群中性子に着目してこれを解けば良いことになる。実際、熱中性子炉について採用されているのはこの方法である。

一方、ノード巾が大きくなり速中性子の移動距離に匹敵するようになった場合は事情が違って来る。この場合、或るノードの情報^{*}を隣りのノードに伝達するのは速中性子又は熱外中性子の役割りとなり、熱中性子の局所的な振舞いは重要ではなくなる。

この様な観点より、大ノードを、特性を議論する時の単位として採用する場合には、熱外中性子を主体とした方程式なり、解法を採用せねば、正しくない^{*}と云うのが著者の見解である。この様に考える時、FLARE の難問も元々拡散方程式の3点階差近似式(熱中性子、小メッシュを対象)にヒントを得て、これをこのまゝ大ノードに拡張した所より来る矛盾が表面化したものと考え得る。以上の考えに立って基本式(10)を一群化する試みをする。準備として、吸収行列 r_i および生成行列 p_i を用いて(10)式の A_i を次式で表わして置く。

$$A_i = r_i J_i - p_i J_i \quad (11)$$

* 勿論、ここではノード単位で議論しているので、この場合もノード全体としての総合的性質を云う。

先ず2群(第1群=熱外中性子, 第2群=熱中性子)を考える。部分入射カレントの各成分は j_1^i および j_2^i とする。本節ではノードを表す記号 i は上につけ, 群数を表す数字は下につけた。以下次の仮定をする。

- (1) j_1^i で入射した熱外中性子は, ノード i で減速を完了し, 拡散を経た後, 吸収されて核分裂により増倍した後, その一部は熱外中性子としてノード i よりノード外へ洩れる。(即ち, 直接的な二次洩れはない, 又拡散中の洩れもないとするモデルである。)
- (2) この漏洩熱外中性子の割合が, 入射方向に戻る方向(反射方向)で $a_{11}^i j_1^i$, 又入射方向と同一方向(透過方向)で $t_{11}^i j_1^i$ とする。
- (3) 核分裂後, 完全に熱化してノード外へ洩れる部分を反射および透過各方向で $a_{21}^i j_1^i$, $t_{21}^i j_1^i$ とする。
- (4) 核分裂後の減速過程での吸収は無いものとする(但しこの部分は後で補正する。)但し漏洩前に完全に熱化した場合, この部分は熱外グループのバランスを考える時吸収項となる(i. e., $r_{11}^i j_1^i$)。
- (5) (4)項の定義による熱化中性子部分は, 第2群のバランス方程式中では生成項として効く(i. e., $p_{21}^i j_1^i$)。

以上の考察より次の関係に注意のこと。

$$a_{11} + t_{11} + r_{11} = \nu \Sigma_f / \Sigma_a \quad (12)$$

$$r_{11} = p_{21} + a_{21} + t_{21} \quad (13)$$

他方, 熱中性子入射カレント j_2^i に対しては次のモデルを考える。

- (6) 入射した熱中性子は, 直接的に反射も透過もしない(従って $a_{22} j_2 = 0$, $t_{22} j_2 = 0$)。これは実際には直接的に反射或いは透過をすることも良い。但し, ノード巾が大きい場合, 直接作用による透過は無視し得る程度に小さくなる。又直接作用による反射は多少共存しようが, 現在のモデルでは, この部分はノード内部の情報を伝えるものでないと云う観点で(即ち熱中性子の反射は表面領域部分から生ずるので)無視する立場をとる。
- (7) 一方, 熱中性子には熱外中性子に対すると同様な, 一度核分裂を経た後の間接的な反射又は透過を考えない(従って $a_{12} j_2 = 0$, $t_{12} j_2 = 0$)。この様に熱外中性子と熱中性子を非対称に扱うのがこのモデルの特徴である。
- (8) (6), (7)項により熱中性子はすべてノード i で吸収される(i. e., $r_{22}^i = 1$)。この部分は第1群のバランス方程式中で生成項に寄与する。

最後の仮説より次の関係が求まる。

$$p_{12} j_2 = (\nu \Sigma_f / \Sigma_a) r_{22} j_2 = (\nu \Sigma_f / \Sigma_a) j_2 \quad (14)$$

6.3 二群中性子バランス方程式の具体的表現

以上の仮説の下に, 本節では(10)式, (11)式を具体的に書き下ろす。前節のモデルにより, 各物

理行列の具体的表示は次の様に与えられる。

$$a = \begin{pmatrix} a_{11}, 0 \\ a_{21}, 0 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} t_{11}, 0 \\ t_{21}, 0 \end{pmatrix}$$

$$r = \begin{pmatrix} r_{11}, 0 \\ 0, r_{22} \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} 0, p_{12} \\ p_{21}, 0 \end{pmatrix}$$

従って $\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11}, 0 \\ \rho_{21}, 0 \end{pmatrix}$ となるので以下の計算が可能となる。

$$\rho^i \rho^m = \begin{pmatrix} \rho_{11}^i, 0 \\ \rho_{21}^i, 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{11}^m, 0 \\ \rho_{21}^m, 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11}^i \rho_{11}^m, 0 \\ \rho_{21}^i \rho_{11}^m, 0 \end{pmatrix}$$

$$E - \rho^i \rho^m = \begin{pmatrix} 1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m, 0 \\ -\rho_{21}^i \rho_{11}^m, 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore (E - \rho^i \rho^m)^{-1} = \frac{1}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} \begin{pmatrix} 1 & , & 0 \\ \rho_{21}^i \rho_{11}^m & , & 1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\text{又, } (E - \rho^i \rho^m)^{-1} \rho^i = \frac{1}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} \begin{pmatrix} \rho_{11}^i, 0 \\ \rho_{21}^i, 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

同様にして

$$(E - \rho^m \rho^i)^{-1} = \frac{1}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} \begin{pmatrix} 1 & , & 0 \\ \rho_{21}^m \rho_{11}^i & , & 1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$(E - \rho^m \rho^i)^{-1} \rho^m = \frac{1}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} \begin{pmatrix} \rho_{11}^m, 0 \\ \rho_{21}^m, 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

従って(15)式より(18)式を引くことにより

$$c_{i,m} = \frac{1}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} \begin{pmatrix} 1 - \rho_{11}^m & 0 \\ \rho_{21}^i \rho_{11}^m - \rho_{21}^m & 1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m \end{pmatrix} \quad (19)$$

同様にして

$$c_{m,i} = \frac{1}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} \begin{pmatrix} 1 - \rho_{11}^i & 0 \\ \rho_{21}^m \rho_{11}^i - \rho_{21}^i & 1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i \end{pmatrix} \quad (20)$$

(19)および(20)式を使用して(10)式を具体的に書くと:

第1群に対して

$$\begin{aligned} r_1^i J_1^i - \rho_{21}^i J_2^i &= \\ &= \sum_m \frac{1 - \rho_{11}^i}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} M_1^m - \sum_m \frac{1 - \rho_{11}^m}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} M_1^i \end{aligned} \quad (21)$$

第2群に対して

$$\begin{aligned} J_2^i - \rho_{21}^i J_1^i &= \\ &= \sum_m \frac{\rho_{21}^m \rho_{11}^i - \rho_{21}^i}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} M_1^m + \sum_m M_2^m - \sum_m \frac{\rho_{21}^i \rho_{11}^m - \rho_{21}^m}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} M_1^i - \sum_m M_2^i \end{aligned} \quad (22)$$

(21)式は左辺の生成項 $\rho_{12}^i J_2^i$ を除いては, Weiss が TRILUX の式の証明に使用した基本式 (22)式と一致している。但し原式(22)式は明瞭に断っていないが, 熱中性子に対するものに対して, 我々の(21)式は導出の過程より明らかな如く熱外中性子をメインとして考えたもので, その代り熱中性子に基く熱外中性子のソース項 $\rho_{12}^i J_2^i$ が現われている。Weiss は原式(22)式に現われた (r_1/t_1) の項を, 固定核分裂分布近似 (FFS) を用いて表現し, TRILUX の式に達したが, 我々は以下(21)式(Weiss の(22)式相当)のソース項 $\rho_{12}^i J_2^i$ に(21)式を代入して, 所定の方程式, 即ち FLARE の改良式を導びよう。

その前に式の最後の変形として, (21), (22)式の M に, 定義に基づき

$$M^i = t^i J^i = \begin{pmatrix} t_{11}^i & 0 \\ t_{21}^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1^i \\ J_2^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11}^i J_1^i \\ t_{21}^i J_1^i \end{pmatrix}$$

を代入し, 従属変数を全入射カレント J_1, J_2 に統一して置く。この結果は次の如し。

$$r_{11}^i J_1^i - R_{12}^i J_2^i = \sum_m \frac{1 - \rho_{11}^i}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} t_{11}^m J_1^m - \sum_m \frac{1 - \rho_{11}^m}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} t_{11}^i J_1^i \quad (23)$$

$$J_2^i - R_{21}^i J_1^i = \sum_m \frac{(\rho_{21}^m \rho_{11}^i - \rho_{21}^i) t_{11}^m + (1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i) t_{21}^m}{1 - \rho_{11}^m \rho_{11}^i} J_1^m - \sum_m \frac{(\rho_{21}^i \rho_{11}^m - \rho_{21}^m) t_{11}^i + (1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m) t_{21}^i}{1 - \rho_{11}^i \rho_{11}^m} J_1^i \quad (24)$$

(23), (24)式は第 6.1 節の仮定の下に厳密に導びかれたもので何らの近似もない。

6.4 移動カーネルの導入

前節迄導びいた(23), (24)式はそのまゝで一つの方程式を与えるものであるが、ここでの我々の目的は前章迄で扱って来た移動カーネル $K_{i \rightarrow m}$ およびソース分布 Φ_i によって記述された式との対応をつけることにある。そのため、2 節に立ち帰り反射および透過関数を移動カーネルによって表現することを試みる。

2 節(1)および(2)より

$$a_{11}^i = \left(\frac{1}{2} + \epsilon\right) \eta_e K_s^i f^i \quad (25)$$

ここで $\epsilon = \nu \Sigma_f / \Sigma_a \cdot \eta_e K_s^i$ は核分裂中性子が減速の過程でノード i 外へ洩れる確率のうち熱外中性子分である。入射中性子は核分裂の後に入射の向きの記憶はなくなり、その後の洩れの方法は両方向で等しいと考え $\frac{1}{2}$ の因子を加えた。但しこの場合、核分裂分布がノード内で一様にならず、入射側に大きく反対側に小さくなるので、この結果多少共反射側へより沢山洩れると考えられる。この非等方の効果を ϵ で補正する。

同様に考えて

$$t_{11}^i = \left(\frac{1}{2} - \epsilon\right) \eta_e K_s^i f^i \quad (26)$$

この結果、我々のモデルでは

$$\rho_{11}^i = a_{11}^i - t_{11}^i = 2\epsilon \eta_e K_s^i f^i \quad (27)$$

となる(ここでノードを表わす記号 i は省略した。以下同じ)。

$$a_{21} = \left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right) \eta_t K_s f \quad (28)$$

$$t_{21} = \left(\frac{1}{2} - \varepsilon\right) \eta_t K_s f \quad (29)$$

但し η_t は減速の過程でノード外に洩れる確率のうち、第2中性子群(熱中性子)の部分を表す因子である($\eta_e + \eta_t = 1$)。従って上と同様

$$\rho_{21} = a_{21} - t_{21} = 2\varepsilon \eta_t K_s f \quad (30)$$

又、核分裂中性子がノード*i*中で熱化する確率を η_{th} とすると、

$$\gamma_{11} = \eta_{th} \cdot f \quad (31)$$

(19)式より

$$p_{21} = \gamma_{11} - (a_{21} + t_{21}) = \eta_{th} \cdot f - \eta_t K_s \cdot f \quad (32)$$

(12)式より

$$\eta_{th} + \eta_e K_s = 1 \quad (33)$$

以上のカーネル表示を用いて(8)式の右辺を変形し、同時に ε について一次迄をとると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_m (1 - \rho_{11}^i)(1 - 2\varepsilon) \eta_e^m K_s^m f J_1^m - \frac{1}{2} \sum_m (1 - \rho_{11}^m)(1 - 2\varepsilon) \eta_e^i K_s^i f J_1^i \\ &= \frac{1}{2} \sum_m (1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon \eta_e^i K_s^i f^i) \eta_e^m K_s^m f^m J_1^m \\ & \quad - \frac{1}{2} \sum_m (1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon \eta_e^m K_s^m f^m) \eta_e^i K_s^i f^i J_1^i \end{aligned}$$

同様にして(9)式の右辺は以下の様に変形される。

$$\begin{aligned} & \sum_m (t_{21}^m - \rho_{21}^i t_{11}^m) J_1^m - \sum_m (t_{21}^i - \rho_{21}^m t_{11}^i) J_1^i \\ &= \frac{1}{2} \sum_m \{(1 - 2\varepsilon) \eta_t^m K_s^m - \rho_{21}^i (1 - 2\varepsilon) \eta_e^m K_s^m\} f^m J_1^m \\ & \quad - \frac{1}{2} \sum_m \{(1 - 2\varepsilon) \eta_t^i K_s^i - \rho_{21}^m (1 - 2\varepsilon) \eta_e^i K_s^i\} f^i J_1^i \\ &= \frac{1}{2} \sum_m \{(1 - 2\varepsilon) \eta_t^m K_s^m - 2\varepsilon \eta_t^i K_s^i f^i \eta_e^m K_s^m\} f^m J_1^m \\ & \quad - \frac{1}{2} \sum_m \{(1 - 2\varepsilon) \eta_t^i K_s^i - 2\varepsilon \eta_t^m K_s^m f^m \eta_e^i K_s^i\} f^i J_1^i \\ &= \frac{\eta_t}{2} \sum_m (1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon \eta_e^i K_s^i f^i) K_s^m f^m J_1^m \\ & \quad - \frac{\eta_t}{2} \sum_m (1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon \eta_e^m K_s^m f^m) K_s^i f^i J_1^i \end{aligned}$$

(注意：(24)式の変形中 η_e, η_t 両因子についてはノードの種類によらず一定とした。) 以上により方程式は次の如くなる。

$$J_{11}^i J_1^i - p_{12}^i J_2^i = \sum_m \eta_e^m K_{m \rightarrow i} \psi^m - \sum_m \eta_e^i K_{i \rightarrow m} \psi^i \quad (34)$$

$$J_2^i - p_{21}^i J_1^i = \sum_m \eta_t^m K_{m \rightarrow i} \psi^m - \sum_m \eta_t^i K_{i \rightarrow m} \psi^i \quad (35)$$

但しここで $\psi^i = f^i J_1^i \quad (36)$

$$K_{m \rightarrow i} \equiv \frac{1}{2} K_s^m (1 - 2\varepsilon - 2\varepsilon \eta_e^i K_s^i f^i) \quad (37)$$

と置いた。

(35)式を J_2^i について解いて(34)式に代入すると

$$J_{11}^i J_1^i - p_{12}^i p_{21}^i J_1^i = \sum_m K_{m \rightarrow i} (\eta_e^m + p_{12}^i \eta_t^m) \psi^m - \sum_m K_{i \rightarrow m} (\eta_e^i + p_{12}^i \eta_t^i) \psi^i$$

左辺は(31)および(32)式により以下の如く書き直すことが出来る。

$$\begin{aligned} \eta_{th}^i f^i J_1^i - \left(\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} \right)^i (\eta_{th}^i - \eta_t^i K_s^i) f^i J_1^i \\ = \eta_{th}^i \psi^i - \left(\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} \right)^i \eta_{th}^i \left(1 - \frac{\eta_t^i}{\eta_{th}^i} K_s^i \right) \psi^i \\ = \eta_{th}^i \psi^i - \bar{k}_\infty^i \eta_{th}^i K_{th}^{ii} \psi^i \end{aligned}$$

ここで $\bar{k}_\infty^i \equiv \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}$, 又 $K_{th}^{ii} \equiv 1 - \frac{\eta_t^i}{\eta_{th}^i} K_s^i$ と置いた。

K_{th}^{ii} は定義により, ノード i で熱化した中性子のうちノード外へ洩れないで自分自身で吸収される確率を表わす量となる。

以上により*

$$\begin{aligned} (1 - \bar{k}_\infty^i K_{th}^{ii}) \psi^i - \bar{k}_\infty^i \sum_m K_{m \rightarrow i} \left(\frac{\eta_t^m}{\eta_{th}^m} + \frac{\eta_e^m}{\bar{k}_\infty^m \eta_{th}^m} \right) \psi^m \\ - \bar{k}_\infty^i \sum_m K_{i \rightarrow m} \left(\frac{\eta_t^i}{\eta_{th}^i} + \frac{\eta_e^i}{\bar{k}_\infty^i \eta_{th}^i} \right) \psi^i \end{aligned}$$

* 右辺第2項分母の \bar{k}_∞^i の添字 i を m に便宜的に置き換えている。

(38)式の左右両辺の分子にかかる \bar{k}_∞ は、後述する理由により、 $k_\infty = \epsilon p \eta f$ に置き換えることが出来る。又ここで記号 η を導入しておく。

$$\eta^i \equiv \frac{\eta_t}{\eta_{th}} \mp \frac{\eta_e^i}{\bar{k}_\infty^i \eta_{th}} \quad (39)$$

更に ψ^i の項を左右にまとめると、我々は最終的に次の形の方程式を得ることが出来る。

$$\left[1 - k_\infty^i \left(1 - \sum_m \eta^i K_{i \rightarrow m} - \frac{\eta_t^i}{\eta_{th}^i} K_s^i \right) \right] \psi^i = k_\infty^i \sum_m \eta^m K_{m \rightarrow i} \psi^m \quad (40)$$

こうして得られた(40)式を旧FLARE方程式(第1章(4)式)、又は同式中 $K_{\ell\ell} = 1 - \sum_m K_{m\ell}$ を代入した次式

$$\left[1 - k_{\infty\ell} \left(1 - \sum_m K_{m\ell} \right) \right] \psi_\ell = k_{\infty\ell} \sum_m K_{\ell m} \psi_m \quad (41)$$

と比較する時、我々の得た新方程式は次の2点でFLARE方程式の拡張になっていることが判る。

(1) 移動カーネル $K_{m \rightarrow i}$ (41)式 $K_{\ell m}$ に同じ、但し $i = \ell$) に η^m の補正があること。

(2) 左辺の自己吸収項に追加項 $\frac{\eta_t}{\eta_{th}} K_s$ が現われていること。

換言すれば、 $\eta_t \approx 0$ で且 $\eta = \approx 1$ の様な場合、(40)式はFLARE方程式(41)に帰着する。この点より、旧FLARE方程式が成立する場合は次の様な時であることが判る。

(1) ノード巾が比較的小さく ($\rightarrow \eta_t \approx 0$), 且

(2) $\eta_e \approx (\nu \Sigma_f / \Sigma_a) \eta_{th}$ が成立している。

(2)の条件を敷衍すると、(1)の条件より $\eta_e \approx 1$ となるので

$$(2)' \quad (\nu \Sigma_f / \Sigma_a) \eta_{th} = \bar{k}_\infty \cdot \eta_{th} \approx 1$$

これはノード自身で丁度臨界となる条件に他ならない。今、ノード巾が比較的小さくなければならぬので、このためにはノードの k_∞ が非常に大きくなければならぬ(例えば $k_\infty \approx 2$)。一般に、ノード方程式の適用対象の場合は、 $\eta_{th} \approx 0.3$ 位で

$$\frac{\eta_t}{\eta_{th}} + \frac{\eta_e}{\bar{k}_\infty \eta_{th}} - 1 = \frac{\bar{k}_\infty \eta_t + \eta_e - \bar{k}_\infty \eta_{th}}{\bar{k}_\infty \eta_{th}} > 0$$

となって、 $\eta > 1$ である。特殊なケースで、ノード巾が非常に大きい ($\rightarrow \eta_{th} \lesssim 1, \eta_e \approx 0$) 場合、 $\eta \geq 1$ となることがある。この場合移動カーネルの補正は不用となるも、替って $\eta_t \approx 0$ で大きくなるので、(40)式において追加項 $\frac{\eta_t}{\eta_{th}} K_s$ が効く様になって来る。いずれにしても旧FLARE方程式が厳密に成立している範囲又はケースは非常に限定されていることが、これで明らかとなった。既に著者は第4章において半実験的に、旧FLARE方程式(41)に使用され

ているカーネル K_{lm} には、1より大きな補正因子でもって補正する必要があることを述べた。本章の純理論的結果はこの経験的事実を裏付けるものである。

6.5 FLARE型方程式中の K_{∞} の概念の整理

FLARE方程式の持っていた概念上の不確定性の問題の一つとして、残っている k_{∞} （無限増倍係数）の件をここで取上げる。(38)式に出て来た \bar{k}_{∞} は定義により

$$\bar{k}_{\infty} \equiv \frac{\nu \Sigma f}{\Sigma a} \quad (42)$$

で与えられるものである。しかしながら、普通無限増倍係数と云えば、燃料集合体セル計算の結果から与えられるものを使用しており、この場合4因子表示で書けば

$$k_{\infty} = \epsilon p \eta f = \epsilon p \nu \Sigma f / \Sigma a \quad (43)$$

となる量である。両者の間には ϵp だけの違いがあり通常0.8~0.9位の差がある。式の導出の結果は(42)の量が出て来る。一方これらの式に基いた実際の計算には(43)で与えられるべき k_{∞} を使用しており、又、この場合実験結果と良く合っている。以上がこの問題点に関する概略のレビューであるが、ここで著者は以下の解答を与える。

即ち、我々は(38)式中のカーネル K を計算する際、減速中の速中性子の速中性子核分裂効果(ϵ)および共鳴吸収($1-p$)は考慮しなかった(第2節仮定(4)参照)。実際にこれらの効果を考える時真のカーネルは次の様に与えられるであろう。

$$K' = \epsilon p K$$

カーネルに関するこの補正を(38)式に代入して、補正因子 ϵp を式の中に既に出てくる $\nu \Sigma f / \Sigma a$ の係数とまとめることを考える。この結果を新たに k_{∞} と置く。この k_{∞} は(43)式で与えられるもので、通常の数値を用いて良いことになる。但し(38)式で分母に来る \bar{k}_{∞} のみは

$$\bar{k}_{\infty} = \nu \Sigma f / \Sigma a$$

と元の値の通りとする。こうして(38)式を使用する時、式中分子の k_{∞} には、セル計算から求まる無限増倍係数を使用する代わりに、同じく式中のカーネル K は減速中の共鳴吸収効果は無視して求めた値で良いと云うことになる(即ち、第2章で求めたもののままで良い)。

6.6 第4章で求めたFLARE改良方程式の理論的導出

ここで、第4章で半実験的に求められた方程式(3)を一般式(40)式より近似的に導出する。(40)式において、定義より $K_{i \rightarrow m}$ は第2章で導出されその後の計算にも使用されている移動カーネル K_{lm} に等しいことは自明である。ここで添字 i を l で置き直して

$$K_{i \rightarrow m} = K_{ml} \quad (44)$$

又、ここで我々は、ノード*i* (又は*ℓ*)からの中性子の洩れはすべて速中性子で洩れると仮定する。これより

$$\eta_i = 0, \quad \eta_e = 1 \tag{45}$$

と置く。この仮定は、すべての中性子がノード外へ洩れると云うことではなくて、洩れる中性子についてはそのエネルギー組が第1群と云う近似であり、残りの中性は洩れないで自分自身のノードで吸収される分を否定するものではない。今、核分裂中性子がノード*ℓ*に定常的に単位時間当り*N*ヶ発生すると仮定しよう。この中性子がノード*ℓ*で(洩れないで)熱化し吸収される確率が(8)式の定義により η_{th}^{ℓ} であるから吸収された後の核分裂中性子発生数は

$$\bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell} N$$

となる。この第2世代の核分裂中性子から前と同様にして発生する第3世代の核分裂中性子は

$$\bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell} \cdot \bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell} N$$

この様にしてノード*ℓ*で次々と生まれる核分裂中性子の総数*N'*は

$$\begin{aligned} N' &= N + \bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell} N + (\bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell})^2 N + (\bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell})^3 N + \dots \\ &= N \left(1 + \frac{\bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell}}{1 - \bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell}} \right) \end{aligned}$$

となる。ここで通常ノード理論が適用されるケースでは $\eta_{th}^{\ell} \approx 0.2 \sim 0.5$ となることに注意(第2章表2・2参照)。我々はここで、ノード*ℓ*の或る定常的中性子ソース*N*から得られた中性子増加分*N' - N*が、ノード*ℓ*から外へ洩れる中性子数に等しいと置こう。このモデルの下では従って

$$W_{\ell} = \frac{N' - N}{N} = \frac{\bar{k}_{\infty \ell} \eta_{th}^{\ell}}{1 - \bar{k}_{\infty \ell} \eta_{th}^{\ell}}$$

一方、(39)式により $\eta^{\ell} = \eta_e / \bar{k}_{\infty} \eta_{th}^{\ell} = 1 / \bar{k}_{\infty \ell} \eta_{th}^{\ell}$ であるから次に与える関係式を得ることが出来る。

$$\begin{aligned} W_{\ell} &= \frac{1}{\eta^{\ell} - 1} \\ \therefore \eta^{\ell} &= 1 + \frac{1}{W_{\ell}} \end{aligned} \tag{46}$$

以上求めた関係式(44), (45), (46)各式をFLARE一般拡張式(40)に代入すると(添字*i* → *ℓ*)、

$$\begin{aligned} & \left[1 - k_{\infty \ell} \left(1 - \sum_m K_{m\ell} \left(1 + \frac{1}{W_\ell} \right) \right) \right] \psi_\ell \\ & = k_{\infty \ell} \sum_m K_{\ell m} \left(1 + \frac{1}{W_m} \right) \psi_m \end{aligned}$$

ここで、 $\sum_m K_{m\ell} = W_\ell$ の関係に注意すると結局次の式を得ることが出来る。

$$\left(1 + k_{\infty \ell} W_\ell \right) \psi_\ell = k_{\infty \ell} \sum_m K_{\ell m} \left(1 + \frac{1}{W_m} \right) \psi_m \quad (47)$$

(47)式は第4章(3)式において $(K_\beta)_\ell = 0$ としたもの(内部ノードに対応する式)と一致する。

7 結 論

ノード理論のはしりとして世に出た FLARE 方程式の持つ矛盾点を基礎的に解明する目的で初めた研究の中で、次の様な成果を得た。又、明らかとすることが出来た。

- (1) ノード理論に基づく中性子移動カーネルに対してその一般形を導びいた。
- (2) 中性子移動カーネルを与える六重空間積分を物理的近似の下に遂行し、解析解を得た。この時工夫された方法は他の一般の多重空間積分に関する問題にも適用出来ると思われる。
- (3) ノード理論下の反射体アルベドについてその一般式を求め、合せて炉心境界形状の各々について具体的に計算出来る様にした。この点は従来理論が、反射体アルベドは任意のパラメトリックな定数としたのに対し、本成果においては炉心形状を与えれば、任意の境界面でアルベドが一義的に与えられると云う点で進歩している。
- (4) 旧 FLARE 方程式の持つ問題点を解決するため、半実験的手法により一つの改良型方程式を導びいた。実測値との対比と云う手法により、この種の改良が是非共必要なことを示した。
- (5) 一方、1次元体系に対して純理論的に (Weiss 理論を非対称 2 群モデルに適用することにより) 一般拡張型 FLARE 方程式を導びくことが出来た。これによれば、原 FLARE 方程式および上記の改良型 FLARE 方程式のいずれも、一般式の特殊応用例として導びける。
- (6) 原 FLARE 方程式の成立する条件は、(a) 考えているノード巾が、そこで発生した分裂中性子の大部分が熱外に洩れる程度に小さく、且 (b) ノード自身で臨界条件が成立している程度に無限増倍係数が大きいことであることが判った。この様な条件のノード巾を熱中性子炉に求めることは出来ない。

以上が本研究で得られた成果の重要な部分で、これより、今後は原子炉ノード計算をする場合は、FLARE 改良式乃至は拡張式を使用する必要があると結論出来る。尚、本研究の範囲内とはしなかったが、ここで導出した FLARE 拡張式を計算に使用した場合、実験との一致が (改良式に比較しても) 一段と良好になることを予測するに足る十分なデータがある。

謝

辞

本理論の前半部分のパラドックスに充ちた(難解な)理論展開を, サバンナ・リバー研究所の Dr.H.C.Honeck が来日された機会の或る半日をとらえて, 同博士にぶっつけ, 同氏の貴重な時間を浪費させた又, 有能なる頭脳を悩ませたことは, 一重に著者の同博士に対する尊敬の念のしからしめたことであつたが, これに耳を傾け, 後半部分への発展のために有用となつたヒントも下さつたことに深甚なる感謝をしたい。合わせてこの機会を著者に提供して下さつた朝岡卓見, 後藤頼男両先輩にも御礼を述べる。

Weiss の論文に著者の注意を喚起されたのは, 我が同僚江連秀夫氏であつた。又, 西原宏京大教授にはこの問題に対する深い御興味をお寄せいただき著者の刺激となつた。ここに記して感謝する。

この理論の一部が, 日本原子力船開発事業団の核燃料計量管理システムに組み込まれているのは, 一つの応用例と云えようが, これは著者が同団へ出向中のことであつた。この機会を与えて下さつた同事業団へ先ず感謝したい。又, この折同団において著者を助けてこの応用を可能とされたのは(現)日立造船所山田信行氏であつた。更に同様趣旨で日本アイ・ビー・エム社の巖藤正徳, 金木弘, 岡本一彰各氏にも御礼を述べる。

参 考 文 献

- 1) D. L. Delp, D. L. Fischer et al., "FLARE, A Three-Dimensional Boiling Water Reactor Simulator." GEAP-4598, Atomic Power Equipment Department, General Electric(1964).
- 2) L. Goldstein et al., Trans. Am. Nucl. Soc., 10, 300(1967).
- 3) Z. Weiss, Nucl. Sci. Eng., 48, 235(1972).
- 4) 矢田, 内藤, "第一次JPDR-IIバーンアップ計算"JAERI-memo 2641(1967).
- 5) T. Shimooke and K. Mochizuki, Proc. Joint Intern. Conf. on the Physics Problems in Thermal Reactor Design, p. 162, British Nuclear Energy Society(1967).
- 6) 下桶, "JPDR炉心三次元核熱特性解析計算,"JAERI-1159(1968).
- 7) T. Shimooke, Nucl. Technol., 10, 257(1971).
- 8) 下桶, "沸騰水型動力試験炉の特性試験と燃焼特性に関する研究,"JAERI-memo 5481, 第II部(1974).
- 9) S. Glasstone and M. C. Edlund, The Elements of Nuclear Reactor Theory, D. Van Nostrand Co. Inc., New York(1960).
- 10) 下桶, "沸騰水型動力試験炉の特性試験と燃焼特性に関する研究,"JAERI-memo 5481, 第I部(1974).
- 11) 三菱原子力工業, "原子力第1船「むつ」炉心核設計説明書,"JNS団内資料(1972).
- 12) 下桶, 大塚, 林, 山田, 隼田他"原子力船「むつ」炉心陸上臨界試験報告書,"JNS-10(1973).