

JAERI-M

5890

FCAV炉心系における密度係数

(FCAによる高速実験炉模擬実験研究報告)

1974年11月

飯島 勉・弘田 実弥・白方 敬章

小林 圭二・藤崎 伸吾・草野 譲一

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

F C A V 廉心系における密度係数
(F C Aによる高速実験炉模擬実験研究報告)

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

飯島 勉・弘田実弥・白方敬章

小林圭一*・藤崎伸吾・草野譲一

(1 9 7 3 年 3 月受理)

高速実験炉「常陽」のモックアップである一連のFCA V炉心系において行なった密度係数に関する実験結果をまとめたものである。密度係数法に関する理論、密度係数法で組成の異なる他の炉心の臨界性を予測する場合の適用性（外挿可能範囲、精度等）を検討した結果についても述べられている。「常陽」の臨界性に対してはPuの高次同位元素とくにPu-241の効果が重要であることが明らかにされている。又、密度係数法のどとく大きな反応度を扱う際注意しなければならない2, 3の点についての考察が付録にまとめられている。

Measurement and Analysis of Density Coefficient on FCA-V

Tsutomu IIJIMA, Jitsuya HIROTA, Keisho SHIRAKATA

Keiji KOBAYASHI*, Shingo FUJISAKI, Joichi KUSANO

Div. of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received March 1973)

This report summarizes the results of density coefficient measurement performed on FCA-V which are mock-ups of the Experimental Fast Reactor "JOYO". Theoretical aspect of the Density Coefficient Method is given and applicability of the method to prediction of the criticality is examined for a core of different composition. It is revealed that the effect of plutonium higher isotope, especially Pu-241, is important in prediction of the criticality of "JOYO".

The work performed under contracts between Power Reactor & Nuclear Fuel Development Corporation and JAERI.

* Research Reactor Institute of Kyoto University

目 次

| | |
|-------------------------------------|----|
| 1 緒 論 | 1 |
| 2 密度係数法の概要 | 1 |
| 2.1 密度係数法の理論 | 1 |
| 2.2 密度係数法の適用性のチェック | 4 |
| 2.3 燃料物質組成密度係数による反応度スケールの較正 | 7 |
| 3 密度係数の測定 | 8 |
| 3.1 密度係数の測定方法 | 8 |
| 3.2 測定体系 | 8 |
| 3.3 測定結果 | 8 |
| 3.3.1 V - 2 集合体 | 8 |
| 3.3.2 V - 2 - B 集合体 | 9 |
| 3.3.3 V - 3 - B 1 集合体 | 10 |
| 3.3.4 V - 3 - B 2 集合体 | 10 |
| 3.3.5 V - 3 - B 3 集合体 | 10 |
| 4 密度係数法の応用 | 19 |
| 4.1 異なる組成の炉心の臨界性予測への応用 | 19 |
| 4.2 プランケット効果への応用 | 21 |
| 5 むすび | 23 |
| 参考文献 | 23 |
| Appendix 反応度の扱いについての 2, 3 の考察 | 24 |

1 緒 論

従来高速炉系においては熱中性子炉におけるような Systematic を取扱いはあまり行なわれず、そのため臨界実験によるほう大なデータも十分有効に使われていないのが実情である。通常は種々の実験値を多群計算による計算値と比較するにとどまる場合が多い。そこで最近、高速炉系の臨界性を Systematic に取扱うことを目指した新しい手法——密度係数法 (Density Coefficient Method (D.C.M.))¹⁾ ——を提案した。密度係数法は臨界実験を行なう炉心において密度係数（ある物質の密度を一様に変化させたときの反応度変化の割合）を測定することにより組成、体積の異なる炉心の臨界性を実験値にもとづく外挿により求めようとするもので、これによりデータのより有機的、能率的な利用が可能になる。とくに組成を完全に合わせことの困難なモックアップ実験においては有力な方法である。

本法の開発の発端は「常陽」と FCA-V 廉心との fissile 物質の密度の違い、とくにプルトニウムの高次同位元素の違いの影響を実験的に求めようとするところに発している。しかしその後本法の適用性を調べて行くうちに適用範囲が意外に広いことが判明し、又、系統的、一般論的な理論的な裏付けがなされて、その有用性が確立されるに至った。本法を用いれば適当な間隔で行なうベンチマーク炉心の実験からすべての炉心の臨界性が実験的にカバーされることになる。以後は臨界量については実験が不要になる。このように無数の炉心の臨界量の実験値が得られることにより炉定数の評価、改良は飛躍的に進むことが考えられる。換言すれば密度係数自身断面積についてそれほどの情報を含んでいるのであり、臨界性に関する断面積評価にとって極めて有用な量である。

本報告書では、第2章で密度係数法に関する理論と方法、適用性についての検討結果について述べる。第3章で FCA-V-2, V-3-B, V-2-R 集合体で行なった密度係数の測定結果について記す。第4章では実際に応用した結果、すなわちこれらの密度係数を用いての「常陽」および V-1 集合体の臨界性予測について述べる。最後に密度係数法の如く大きな反応度を扱う際注意しなければならない 2, 3 の点についての考察が付録にまとめてある。

2 密度係数法の概要

2.1 密度係数法の理論

(1) 体系ベクトル

各領域の寸法（体積）と各物質の密度を与えると体系が決定される。そこで、体系ベクトル (assembly vector) を

$$\vec{A} \equiv \begin{pmatrix} N_{k m} \\ V_k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} N_{11} \\ \vdots \\ N_{km} \\ V_1 \\ \vdots \\ V_k \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} k : \text{領域} \\ m : \text{物質} \end{array}$$

1 緒 論

従来高速炉系においては熱中性子炉におけるような Systematic を取扱いはあまり行なわれず、そのため臨界実験によるほう大なデータも十分有効に使われていないのが実情である。通常は種々の実験値を多群計算による計算値と比較するにとどまる場合が多い。そこで最近、高速炉系の臨界性を Systematic に取扱うことを目指した新しい手法——密度係数法 (Density Coefficient Method (D.C.M.))¹⁾ を提案した。密度係数法は臨界実験を行なう炉心において密度係数（ある物質の密度を一様に変化させたときの反応度変化の割合）を測定することにより組成、体積の異なる炉心の臨界性を実験値にもとづく外挿により求めようとするもので、これによりデータのより有機的、能率的な利用が可能になる。とくに組成を完全に合わせことの困難なモックアップ実験においては有力な方法である。

本法の開発の発端は「常陽」と FCA V 廉心との fissile 物質の密度の違い、とくにブルトニウムの高次同位元素の違いの影響を実験的に求めようとするところに発している。しかしその後本法の適用性を調べて行くうちに適用範囲が意外に広いことが判明し、又、系統的、一般論的な理論的な裏付けがなされて、その有用性が確立されるに至った。本法を用いれば適当な間隔で行なうベンチマーク炉心の実験からすべての炉心の臨界性が実験的にカバーされることになる。以後は臨界量については実験が不要になる。このように無数の炉心の臨界量の実験値が得られることにより炉定数の評価、改良は飛躍的に進むことが考えられる。換言すれば密度係数自身断面積についてそれほどの情報を含んでいるのであり、臨界性に関する断面積評価にとって極めて有用な量である。

本報告書では、第 2 章で密度係数法に関する理論と方法、適用性についての検討結果について述べる。第 3 章で FCA V-2, V-3-B, V-2-R 集合体で行なった密度係数の測定結果について記す。第 4 章では実際に応用した結果、すなわちこれらの密度係数を用いての「常陽」および V-1 集合体の臨界性予測について述べる。最後に密度係数法の如く大きな反応度を扱う際注意しなければならない 2, 3 の点についての考察が付録にまとめてある。

2 密度係数法の概要

2.1 密度係数法の理論

(1) 体系ベクトル

各領域の寸法（体積）と各物質の密度を与えると体系が決定される。そこで、体系ベクトル (assembly vector) を

$$\vec{A} \equiv \begin{pmatrix} N_{k m} \\ V_k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} N_{11} \\ \vdots \\ N_{km} \\ V_1 \\ \vdots \\ V_k \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} k : \text{領域} \\ m : \text{物質} \end{array}$$

で定義すれば臨界性は \vec{A} で一義的に決まる。すなわち

$$\rho = \rho (\vec{A}) \quad (2)$$

(2) 密度係数と周辺質量係数(体積係数)

臨界性を表わす関係式において基本的な量として密度係数と周辺質量係数を考える。

密度係数の定義：ある領域 k のある物質 m の密度を一様に変えたときの反応度変化の割合、

$$C_{km} = \frac{\partial \rho}{\partial N_{km}} \quad (3)$$

周辺質量係数の定義：組成を一定にして体積を変えた場合の反応度変化の割合、

$$M_k = \frac{\partial \rho}{\partial V_k} \quad (4)$$

これらはもちろん \vec{A} の関数である。

体系が \vec{A}_1 から \vec{A}_2 に変ったときの反応度変化はこれらの量の積分によって求められる。すなわち、すべての体系の臨界性がこれらの量で記述される。微分形式では

$$d\rho = \sum_{k,m} C_{km} dN_{km} + \sum_k M_k dV_k \quad (5)$$

積分形式では

$$\Delta\rho (\vec{A}_1 \rightarrow \vec{A}_2) = \rho (\vec{A}_2) - \rho (\vec{A}_1) = \int_{\vec{A}_1 \rightarrow \vec{A}_2} \left[\sum_{k,m} C_{km} dN_{km} + \sum_k M_k dV_k \right] \quad (6)$$

(3) 密度係数法による臨界性の外挿(曲線外挿)

\vec{A}_1 における係数の値を用いて通常の摂動論で直線外挿出来る範囲は比較的せまい。したがって係数の変化をとり入れた曲線外挿を行なわなければならない。(5), (6)式より、 \vec{A}_1 から \vec{A}_2 へ移る途中の \vec{A} について係数 C , M の値がすべて分れば \vec{A}_1 の臨界性から \vec{A}_2 の臨界性が求まるが、具体的には \vec{A} とともにこれらの係数が変化するのを如何にしてうまく取扱うかが問題になる。さらに又、(6)式は線積分なので積分経路によって係数の値が変ることも注意を要する。以下では密度だけを先ず \vec{A}_2 の値に変え次いで体積を \vec{A}_2 の値まで変えるという順序で考える。

体系 \vec{A}_1 で臨界実験を行なったとして実験によって得られる密度係数は \vec{A}_1 における微小密度変化に対する値であり一次近似の摂動論による計算値に対応する。

体系 \vec{A}_1 から \vec{A}_2 への密度変化による反応度変化の外挿による求め方は次の通りである。すなわち $\vec{A}_1 \rightarrow \vec{A}_2$ 間の実効的な密度係数 C_m を求めて外挿する。原子炉方程式を $(-A + \frac{F}{K}) \phi = 0$ とすると exact perturbation theory では

$$\Delta\rho (\vec{A}_1 \rightarrow \vec{A}_2) = \frac{\frac{1}{k^2} \langle \phi_1^+ \Delta F \phi_2 \rangle - \langle \phi_1^+ \Delta A \phi_2 \rangle}{\langle \phi_1^+ F_1 \phi_2 \rangle} \quad (*) \quad (7)$$

と表わされる。ここで $\langle \rangle$ はエネルギーおよび空間についての積分、 $\Delta F = \Delta (\nu \Sigma_f)$, $\Delta A =$

*) 付録 2 6 頁脚注参照

$\Delta \Sigma_a + \text{grad} \cdot \Delta D \text{grad}^*$ である。したがって容易に分るように実効的な密度係数は初期値 C_{m1} に対し次の如く補正係数をかけば求まる ((7)式で ϕ_2 を ϕ_1 でおきかえて考える)。

$$\left. \begin{aligned} \text{核分裂物質に対して} \quad \bar{C}_m &= C_{m1} \left(\frac{\nu \sigma_f}{k_2} - \bar{\sigma}_a \right) / \left(\frac{\nu \sigma_f}{k_1} - \bar{\sigma}_a \right), \\ \text{吸収物質に対して} \quad \bar{C}_m &= C_{m1}, \\ \text{散乱物質に対して} \quad \bar{C}_m &= C_{m1} \frac{\bar{D}_2}{\bar{D}_1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

全反応度変化は $\Delta \rho = \sum_m \bar{C}_m \Delta N_m$ により求められる。

(8)式で右辺の断面積における $\bar{\cdot}$ は \vec{A}_1 のスペクトルでの平均を表わす。 $1/k_2$ については正確には iteration が必要である。又、散乱物質については厳密には散乱項成分にだけ \bar{D}_2/\bar{D}_1 をかけるべきであるが \bar{D} の変化が大きくない場合には厳密係数自体に \bar{D}_2/\bar{D}_1 をかけても大きな誤差は生じない。Table 1 に FCA V-2 集合体から FCA V-1 および JOYO に外挿する場合の補正係数の計算値を示す。実際の応用の場合も補正係数としては計算値を用いるが補正係数の誤差にもとづく結果の誤差は一般に小さい。

(4) 周辺質量係数による臨界量の外挿

炉心体積を一定にしたままの組成変化による臨界性の変化は前述の如く求められるが、次に組成を一定にした状態で炉心体積を目標とする炉心まで変えたときの反応度変化は周辺質量係数を用いて求める。周辺質量係数も炉心体積とともに変るのでやはり曲線外挿法を用いる。かなり広い体積変化にわたって

$$\frac{d\rho}{dV} = B/kV \quad (9)$$

の関係がよく成り立っていることが計算で確かめられている。 ***)

ここで B は定数である。又、この B は計算精度の極めて良い量である。臨界量については ~10%, k 値については ~3% の差のある断面積セット間でもこの B には 1 ~ 2% の差しか生じない。これは k-V 曲線が同体積での k 値で規格化してしまえば断面積セット間にほとんど差のないことによる。周辺質量係数の実験値を 1 ~ 2% の精度で求めることは困難なので上述の如き計算値を用いて曲線外挿する。 $d\rho = d(k/k)^{***}$ の関係を使うと (9) 式は

$$\frac{dk}{k} = B \frac{dV}{V} \quad (10)$$

と表わせるので

$$\frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^B \quad (11)$$

により状態 \vec{A}_2 での臨界性 k_2 が求まる。B を計算値より求めるには体積 V_1, V_2 での k 値の計算値から (11) 式より求める。

B の計算値の精度が良いことから周辺質量係数の実験値との比較より反応度スケールの正確

$$*) \quad \Delta D = \frac{1}{3\Sigma_{tr_1}} - \frac{1}{3\Sigma_{tr_2}} = \frac{\Sigma_{tr_1} - \Sigma_{tr_2}}{3\Sigma_{tr_1}\Sigma_{tr_2}} = -3D_1 D_2 \sum_m \sigma_{trm} \Delta N_m$$

**) 但し体積変化の比 V_2/V_1 を一定にすれば、

***) Appendix P24 参照

Table 1 Correction factors for effective density coefficients

| Material | V-2→V-1 | | V-2→JOYO | |
|----------|---------|-------|----------|-------|
| | J-F-O | ABBN | J-F-O | ABBN |
| Pu-239 | 0.896 | 0.894 | 0.884 | 0.900 |
| -240 | 0.877 | 0.834 | 0.862 | 0.843 |
| -241 | 0.899 | 0.896 | 0.886 | 0.902 |
| U-235 | 0.877 | 0.871 | 0.862 | 0.878 |
| -238 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| O | 0.889 | 0.897 | 1.058 | 1.033 |
| Na | " | " | " | " |
| Al | " | " | " | " |
| SUS | " | " | " | " |
| Mo | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 |

Table 2 Core density coefficients in FCA Assembly
V-2 (units of $\Delta k/k \times 10^{24}$ atoms/cm³)

| Material | J-F-O | RCBN ⁵⁾ | ABBN | Experimental |
|--------------|---------|--------------------|---------|--------------|
| Pu-239 | 250.0 | 239.3 | 232.6 | 231.7 ± 2 |
| -240 | 66.4 | 61.0 | 40.5 | 53.9 ± 5 |
| -241 | 389.6 | 322.6 | 288.7 | 290.4 ± 1.5 |
| U-235 | 163.0 | 166.6 | 150.9 | 146.8 ± 1.8 |
| -238 | -3.45 | -2.68 | -2.10 | -1.21 ± 0.15 |
| O | 2.56 | 2.78 | 2.68 | 2.58 ± 0.08 |
| Na | 2.39 | 2.82 | 2.61 | 3.84 ± 0.10 |
| Al | 1.69 | 1.84 | 1.84 | 1.80 ± 0.07 |
| SUS | 1.11 | 1.29 | 1.29 | 1.15 ± 0.05 |
| Mo | -5.47 | -8.16 | -2.35 | |
| $k_{eff}^*)$ | 0.98847 | 0.98733 | 1.01957 | 1.000 |

*) for the experimental core volume

な較正を行なうことも考えられるが周辺質量係数の実験値に問題があるので、反応度較正は2.3で述べる燃料物質組成密度係数を用いて行なう方が良い。

2.2 密度係数法の適用性のチェック

密度係数法の大きな特徴は摂動論に基づきながら“曲線外挿”によってその適用範囲を出来るだけ拡げようとするところにある。適用範囲の広さや外挿の精度がどの程度であるかと

いうことは密度係数法の有用性を左右する重要なポイントである。この適用性のチェックは計算の範囲内だけでも行なうことが出来る。ここでは FCA V-2 廉心²⁾における密度係数（計算値）を用いて FCA V-1 廉心³⁾および JOYO 廉心の臨界性および臨界量を推定して直接計算による値と比較検討し適用性をチェックした結果について述べる。

密度係数の計算は一次元拡散球形モデルで摂動コード SIMPLE-D⁴⁾により行なった (Table 2)。Table 2 には 3.3.1 で述べる実験値の密度係数も併記してある。

これらの密度係数に補正係数 (Table 1) をかけて実効密度係数を求め V-1 および JOYO の臨界性を求めた。但し ABBN の場合には ABBN セットによる補正係数を掛けた。結果を Table 3 および 4 に示す。この結果から、反応度変化にして ~7%△k/k、臨界体積にして ~70% と、かなり離れた体系に対しても 0.1%△k 程度の精度で臨界性が予測出来ることが認められた。これは実際に臨界実験を行なうのとさほど変わらない精度で臨界量が求められることを示している。

以上の結果から“曲線外挿”自身の適用範囲はかなり広いことが分ったが、密度係数法は摂動論にその基礎を置いてるので一番心配になるのはスペクトル変化の影響がどのくらいあるかという点についてであろう。V-1, JOYO ともスペクトルは V-2 からそれほど大きくずれてはいないから良かったが、どの程度までスペクトルが異つても適用出来るのかは重要な問題である。この点についても予想外に適用範囲は広い。Table 3, 4 における密度係数法と直接計算の差も大部分は“外挿”法による誤差であって、スペクトル変化の影響は無視しうるほど小さい。密度係数法では exact perturbation 表示（これはスペクトル変化の影響も含めて exact である）を

$$\Delta \rho_{1 \rightarrow 2} = \frac{\frac{1}{k_2} \langle \phi_1^+ \Delta F_2 \rangle - \langle \phi_1^+ \Delta A \phi_2 \rangle}{\langle \phi_1^+ F_1 \phi_2 \rangle} \rightarrow \frac{\frac{1}{k_2} \langle \phi_1^+ \Delta F \phi_1 \rangle - \langle \phi_1^+ \Delta A \phi_1 \rangle}{\langle \phi_1^+ F_1 \phi_1 \rangle} \quad (12)$$

の如く ϕ_2 を ϕ_1 で置き換えて使っている点だけが exact 値からのズレの原因をなしているのである。したがって ϕ_1 と ϕ_2 で断面積の実効値がどの程度異なるかということが問題になるわけである。一般に、 $\Delta \rho_{1 \rightarrow 2}$ のうち核分裂物質の寄与が非常に大きいが、核分裂物質の実効断面積はスペクトルがかなり變つてもそれほど敏感には變らず、これを 10% も変えようとしたらスペクトルを大幅に変えなくてはならない。たとえ 10% 変つたとしても分母、分子とも似たような変化をするから反応度変化に対してはせいぜい 2~3% しか影響し得ない。したがって $\Delta \rho_{1 \rightarrow 2} = 10\% \Delta k/k$ としてもスペクトル効果は 0.2~0.3%△k/k 以下となることになる。この程度のスペクトル効果による誤差が実用上許される限界であるとすると核分裂物質の実効断面積が 10%ずつ變るような間隔でベンチマーク炉心の実験を行ない密度係数の測定をすれば、スペクトル的にはすべての体系が密度係数法でカバーされることになる。

そもそも摂動論はスペクトル変化の影響を取り入れていてスペクトル的には適用範囲がきわめて広かつたにもかかわらず、通常は直線外挿をするため、分母の normalisation や fission source の $1/k$ 効果のため適用範囲をせばめてしまい、あたかも本質的に適用範囲がせまいかの如く思いこんでいたにすぎない。

Table 3 Calculated criticality of Assembly V-1 by density coefficient method (D.C.M.)

| Material | Reactivity change ($\Delta k/k$) | |
|--|------------------------------------|-----------------------|
| | J-F-O | ABBN |
| U-235 | 0.07003 | 0.06438 |
| U-238 | -0.00671 | -0.00409 |
| O | 0.00767 | 0.00810 |
| Na | -0.00443 | -0.00489 |
| Al | 0.00337 | 0.00368 |
| SUS | -0.00129 | -0.00151 |
| $\Delta\rho_{\text{total}} (\Delta k/k)$ | +0.06863 | +0.06566 |
| * D.C.M. | 1.06041 | 1.09273 |
| k_{v-1} Direct cal. | 1.05920 | 1.09196 |
| $\delta_k=k$ (D.C.M.)-k (Direct) | (+0.12% Δk) | (+0.077% Δk) |
| Critical volume (**) | (ℓ) | (ℓ) |
| D.C.M. | 161.4 | 139.6 |
| Direct cal. | 162.3 | 140.1 |

| Material | Reactivity change ($\Delta k/k$) | | Reactivity change ($\Delta k/k$) |
|--|------------------------------------|-----------------------|------------------------------------|
| | J-F-O | ABBN | |
| Pu-239 | 0.01039 | 0.00984 | 0.00984 |
| | -240 | 0.01700 | 0.01015 |
| | -241 | 0.02328 | 0.01755 |
| U | -235 | 0.02740 | 0.02583 |
| | -238 | 0.00114 | 0.00069 _s |
| O | 0.01133 | 0.01158 | 0.00291 |
| Na | 0.00272 | -0.01582 | -0.01675 |
| Al | 0.00048 _s | 0.00054 _r | 0.00054 _r |
| SUS | -0.00139 | -0.00059 _s | -0.00059 _s |
| Mo | | | |
| $\Delta\rho_{\text{total}} (\Delta k/k)$ | +0.07653 | +0.06174 | |
| D.C.M. | 1.05934 | 1.08807 | |
| k_{YOYOD} Direct cal. | 1.06836 | 1.08777 | |
| (δ_k) | (+0.098% Δk) | (+0.030% Δk) | |
| Critical volume | (ℓ) | (ℓ) | |
| D.C.M. | 158.0 | 145.5 | |
| Direct cal. | 158.6 | 145.7 | |

*) for the experimental critical volume of

V-2

**) cylindrical core

2.3 燃料物質組成密度係数による反応度スケールの較正

通常行なわれている反応度較正法は「ペリオドー逆時間方程式法」である。しかしこの方法には $\beta_{eff,i}$, λ_i の誤差が入つて来る。 β_i, λ_i の核データにかなりの誤差がある上に、特に高速炉では U-238 の核分裂の寄与分の不確定さに伴う誤差が加わり反応度にして 5-10% の誤差が考えられる。

最近 FCA では燃料物質の密度係数を用いて反応度較正を行なっている。炉心組成中の全燃料物質 (U および Pu) の濃度を一様に変化させた場合の密度係数を

$$C_f = \frac{\partial \rho}{\partial N_f} \quad (\text{燃料物質組成密度係数}) \quad (13)$$

と定義する。非摂動系の燃料物質の密度を密度の単位にとり $N_f = 1$ とする。

この C_f は極めて計算精度の良い量である。これは燃料物質の一様な密度変化に対しては反応度変化を表わす(7)式の摂動分母と分子がほぼ比例するため断面積の誤差が大部分打消されるからである。Table 5, 6 に FCA V-2, V-2-R 集合体における C_f の計算値、実験値を示す。臨界量に関しては 1.5% もくい違う断面積セット間にも C_f には 1% 以下の違いしかない。但し C_f を EU と Pu の成分に分けてみると成分間には大きな差があることが分る。したがって C_f の計算値を 1% 程度の精度で正しいとして実験値をこの値に normalize することによって反応度の較正を行なうことが出来る。Table 4, 5 からペリオドによる反応度スケールを夫々 4% (V-2), 12% (V-2-R) 変更するのが適当であることが分る。

Table 5 Reactivity calibration by fuel density coefficient (Assembly V-2)

| Fuel | Fuel density coefficient ($\Delta k/k/\Delta N_f/N_f$) | | | |
|---|--|-------|---|-------------------|
| | J-F-O | RCBN | ABBN | Experiment |
| Pu | 0.267 | 0.254 | 0.258 | (685±6) ρ_o |
| EU | 0.213 | 0.223 | 0.219 | (575±6) ρ_o |
| Pu + EU | 0.480 | 0.477 | 0.477 | (1260±9) ρ_o |
| $\rho_o = 0.0379\% \Delta k/k$ (D.C.M.) | | | | |
| $\rho_o = 0.0363\% \Delta k/k$ (period) | | | $\frac{\rho_o(\text{D.C.M.})}{\rho_o(\text{period})} = 1.045$ | |

ρ_o : reactivity worth for 0-30mm stroke of #9 safety rod

Table 6 Reactivity calibration by fuel density coefficient (Assembly V-2-R)

| Fuel | Fuel density coefficient ($\Delta k/k/\Delta N_f/N_f$) | | | |
|---|--|------|---|-------------------|
| | J-F-O | RCBN | ABBN | Experiment |
| Pu | 0.273 | | 0.264 | (683±6) ρ_o |
| EU | 0.209 | | 0.221 | (567±6) ρ_o |
| Pu + EU | 0.482 | | 0.485 | (1250±9) ρ_o |
| $\rho_o = 0.0387\% \Delta k/k$ (D.C.M.) | | | | |
| $\rho_o = 0.0345\% \Delta k/k$ (period) | | | $\frac{\rho_o(\text{D.C.M.})}{\rho_o(\text{period})} = 1.122$ | |

3 密度係数の測定

3.1 密度係数の測定方法

求めようとする密度係数はある物質の密度を炉心全体にわたって一様に微少変化させた場合の反応度変化の割合であるが、実際に炉心全体にわたって一度に密度を微少変化させることは実行不可能である。したがって密度係数の測定は測ろうとする物質の反応度価値の空間分布を測定しそれを炉心全体にわたって体積積分するという方法による。FCA-V炉心系における実際の測定では、体系が円筒炉心なので測ろうとする物質の量を標準の燃料引出しと変えた“サンプル引出し”の炉心半径方向反応度トラバースの結果を炉心断面について数値積分することによって求めた（軸方向については測定の際積分済み）。反応度変化の小さいものについては移動側（M側）および固定側（F側）集合体各4本づつ計8本のサンプル引出しの“十字トラバース”により、炉心中心および変化の大きいものについてはF、M各1本のサンプル引出しにより測定した。

3.2 測定体系

密度係数を測定した体系は FCA-V-2²⁾, V-2-R⁶⁾, V-3-B₁⁷⁾, V-3-B₂⁷⁾, V-3-B₃⁷⁾ の各集合体である。これら集合体の装荷図を Fig.1~5 に示す。図中 0, 1, 2, 3 等の番号はサンプル引出しとの差し換えを行なった位置を示し炉心中心からの距離を格子ユニット（5.52 cm）で測った値にもなっている。

V-2集合体は JOYO の物理的モックアップ炉心で天然ウランブランケットを持つ。V-2-R集合体は JOYO Mk II 計画のモックアップで V-2集合体の天然ウランブランケットを SUS 反射体に置換したものである。V-3-B₁~-B₃集合体は一連のブランケット効果実験のための集合体で JOYO の工学的モックアップ炉心 V-3 集合体⁸⁾ の径方向ブランケット（金属ウラン）を種々の模擬ブランケットに置換したものである。V-3-B₁ は酸素を多く含むブランケット（I, II），V-3-B₂ は Na を含むブランケット（III）と酸素リッチのブランケット（II）のゾーン系，V-3-B₃ は両者によるセクター系である。これらの集合体の軸方向寸法はいずれも炉心部が長さ 60.96 cm，ブランケット又は反射体が 30.48 cm 厚である。Table 7 にこれら集合体の組成（原子数密度）を示す。

これら集合体の炉心セルの構成は Pu(92%) / 20% EU(1/8) / Na(1/4) / Al₂O₃ (1/8) = 2/3/4/4 である。V-3-B集合体のブランケット（I），（II）は DUO₂ (1/4) / Al₂O₃ (1/4) / Al (voided, 1/8) / SUS (1/16) = 4/2/2/4，ブランケット（III）は DUO₂ (1/4) / Na (1/4) = 4/4 である。

3.3 測定結果

3.3.1 V-2集合体

V-2集合体では炉心構成物質全てについて密度係数を測定した。サンプル引出しの装填状態、測定条件は次の通りである。

- (1) 75% fissile Pu : 標準引出しの Pu(92%) (2-2-1/16, 2枚/パック) をすべて dirty Pu(75%) に置換。F, M 8本の十字トラバース。
- (2) 81% fissile Pu : 同上 dirty Pu(81%) に置換し十字トラバース。
- (3) 92% fissile Pu : 標準引出しの Pu(2-2-1/16, 2枚/パック) の半数を Al_2O_3 (1/16) に置換。F, M 計 2 本の一字トラバース。
- (4) 20% EU : 標準引出しの EU(2-2-1/8, 3枚/パック) をすべて 2-1-1/8 EU に置換(引出し上半分にボイド)。F, M 計 2 本の一字トラバース。
- (5) NU : 標準引出しの Al_2O_3 (2-2-1/8, 4枚/パック) をすべて Al_2O_3 (2-2-1/16) + NU (2-2-1/16) に置換し十字トラバース。
- (6) Na : 標準引出しの Na (住友製 2-2-1/4, 4枚/パック) の半数を Empty-can に置換し十字トラバース。
- (7) Al_2O_3 : 標準引出しの Al_2O_3 をすべて 2-1-1/8 Al_2O_3 に置換し十字トラバース。
- (8) SUS : 標準引出しの Al_2O_3 すべてを SUS (2-2-1/16, 8枚/パック) に置換し十字トラバース。
- (9) Al : 同上 Al (2-2-1/8, 4枚/パック) に置換し十字トラバース。

又、これら置換反応度の測定値(但し Al_2O_3 スペーサ効果は補正済である)をTable 8 にまとめて示す。Fig. 1 に示すごとくこれらの測定値が炉心断面の各円環を代表するものとして円環の面積を重みとにとり体積積分値を求めた。等断面積の円筒炉心としたときの炉心-ブランケット境界は半径 $R=6.05^*$ (格子ユニット)となるので最外周の片数部分の寄与は径方向分布の外挿より求めた。体積積分値の結果もTable 8 に示してある。

これらの体積積分値から各元素毎の値を求めた(Al と Al_2O_3 の値より Al_2O を分離)。又、Pu については 92%Pu, 9.2%→75%Pu, 9.2%→81%Pu の値から 3元1次連立方程式を解いて Pu-239, -240, -241 の値に分離し、Uについては 20%EU と NU の値から U-235 と U-238 の値に分離した。分離に用いた Pu の組成マトリックスを Table 9 に示す。Pu-241 の値は 1970年11月現在のものである。

$\Delta k / k \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$ の単位で表わした V-2 炉心密度係数実験値を一次元拡散・擾動コード SIMPLE-D による計算値とともに Table 2 に示す。ここで実験値の反応度スケールはペリオド法によるものを用いている。同表からとくに Pu-241, U-238 の一致が良くないことが分る。

3.3.2 V-2-R集合体

V-2-R集合体では燃料物質密度係数による反応度スケールの較正を目的として Pu(92%) と 20%EU の炉心密度係数を、又、軸方向(SUSブロック)および径方向(SUSプレート)反射体の密度の違いを補正するため反射体における SUS 密度係数の測定を行なつた。サンプル引出しの装填状況、測定条件は次の通りである。

- (1) Pu : 標準引出しの Pu(2-2-1/16, 2枚/パック) の半数を SUS(2-1-1/16) に置換し F, M 計 2 本の一字トラバース。
- (2) 20%EU : 標準引出しの EU(2-2-1/8, 3枚/パック) のすべてを 2-1-1/8 EU に置換し F, M 計 2 本の一字トラバース。

*) 非均質円筒炉心の半径は 6.06 でありどちらを用いるかの差は非常に小さい。

(3) SUS：径方向反射体引出しの軸方向 6 パックの SUS プレート 2-2-1/4, 8 枚／パックを 7 枚／パックにし、F, M 計 8 本の反射体十字トラバース。

体積積分した後(1)の SUS スペーサおよび被覆の効果の補正には V-2 炉心の SUS 密度係数の値を用いた。置換反応度の測定値および体積積分値を Table 10 に示す。この結果から V-2-R 炉心における燃料物質組成密度係数 C_f (2.3 参照) は

$$C_f = (1250 \pm 9) \rho_0 / \Delta N_f / N_f$$

となる。内訳は Pu が $(683 \pm 6) \rho_0$, EU が $(567 \pm 6) \rho_0$ である。一方、V-2 炉心の C_f は Table 8 の Pu (92%) と EU の値を 2 倍して (0.5D の測定値) 足し合わせると求められ $C_f = (1260 \pm 9) \rho_0$ となる。これらの C_f の値を使っての反応度スケールの較正に関しては 2.3 で述べられている。

3.3.3 V-3-B1 集合体

密度係数法をプランケット領域に適用するため V-3-B1 集合体のプランケットにおける密度係数を測定した。測定した物質は Pu (92% fissile), 20%EU, DUO₂, Al₂O₃, Al, Na, C, SUS の 8 種類で、これらの十字トラバースによる測定値から各元素毎（但し U については U-235 と U-238 に分離し SUS については合金組成のまま）の値に分離した。Table 11 にトラバースの測定結果および体積積分値を示す。分布に関する F, M 計 2 本のサンプル引出しの 1 パック当たり 2"-2"-1/8" 板 1 枚の密度変化に対する反応度変化という単位で表わしてある。プランケットの十字の部分はすべてあらかじめプランケット(I)の標準引出しに置きかえられた。

Table 12 は各元素別の密度係数を $\Delta k / k / 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$ の単位で示す。

3.3.4 V-3-B2 集合体

DUO₂ についてはプランケット全体 (R=7, 8, 9, 10), Al₂O₃, Al, Na については R=7, 8 について十字トラバースの測定を行なった。結果を Table 13 に示す。

3.3.5 V-3-B3 集合体

プランケット(Ⅲ) 中での密度係数がプランケット(I)の場合とどの程度違うかを見るためにセクターの(Ⅲ) 中での DUO₂ トラバースを行なった。又、セクターブランケット系での対称性を見るためプランケット(Ⅱ) の R=7 の位置での測定も行なった。結果を Table 14 に示す。

J.AERI-M 5890

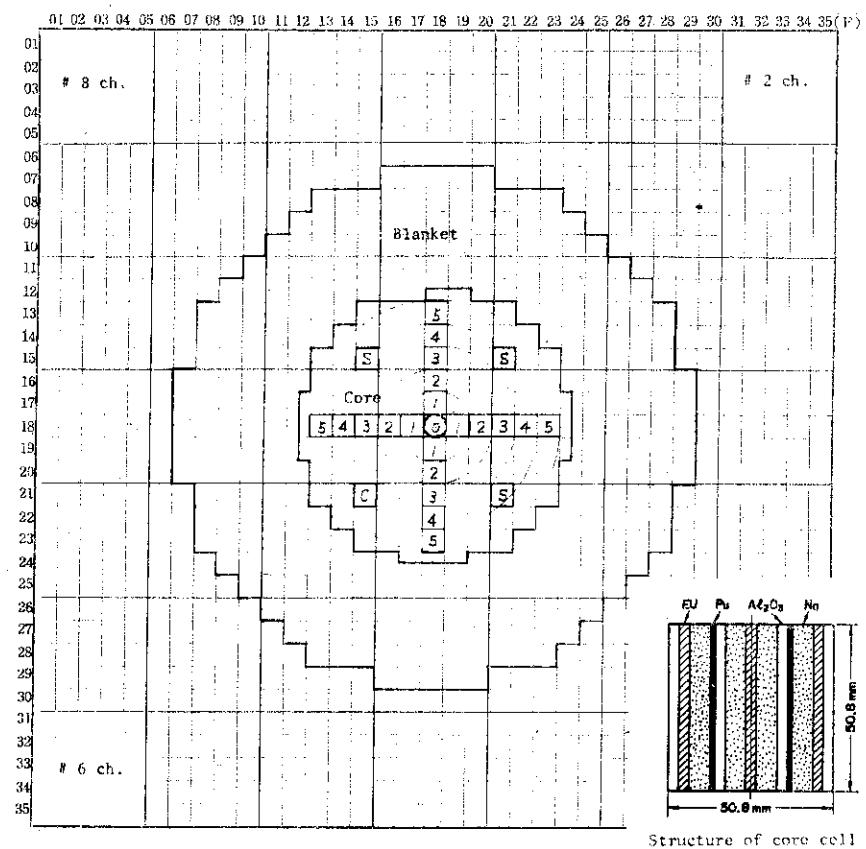


Fig.1 Loading pattern of Assembly V-2 (fixed half)

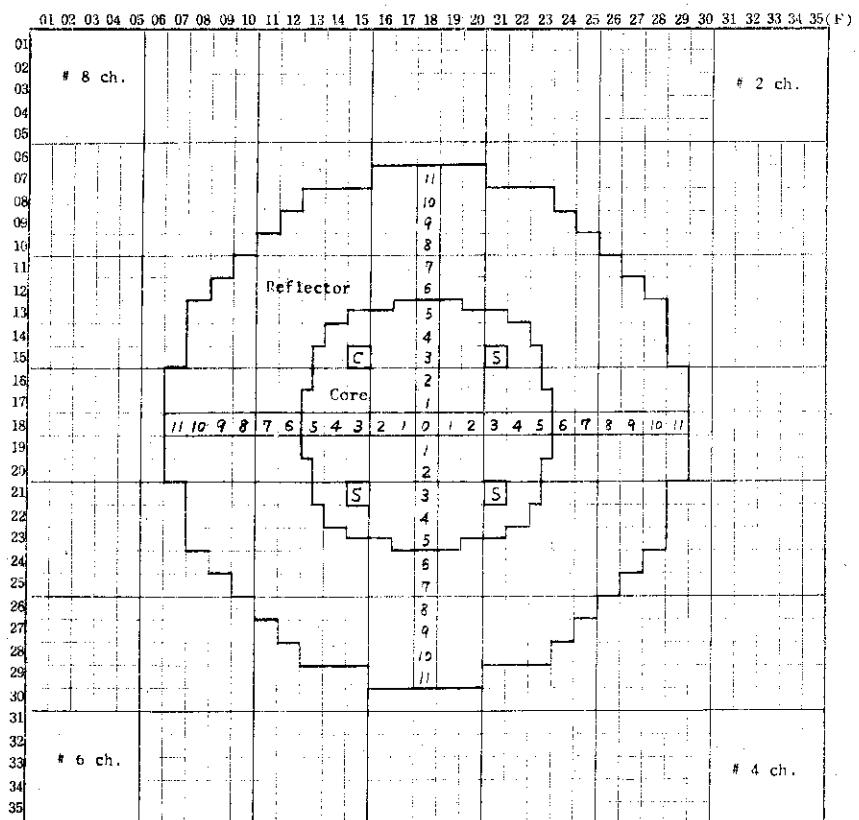


Fig. 2 Loading pattern of Assembly V-2-R (fixed half)

JAERI-M 5890

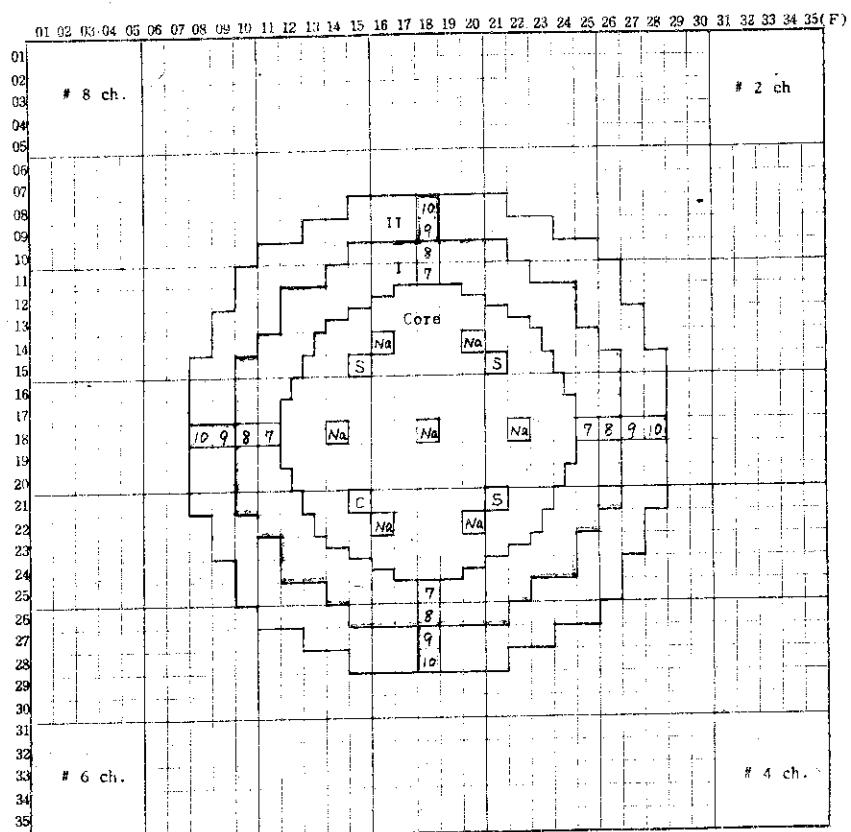


Fig. 3 Loading pattern of Assembly V-3-B1 (fixed half)

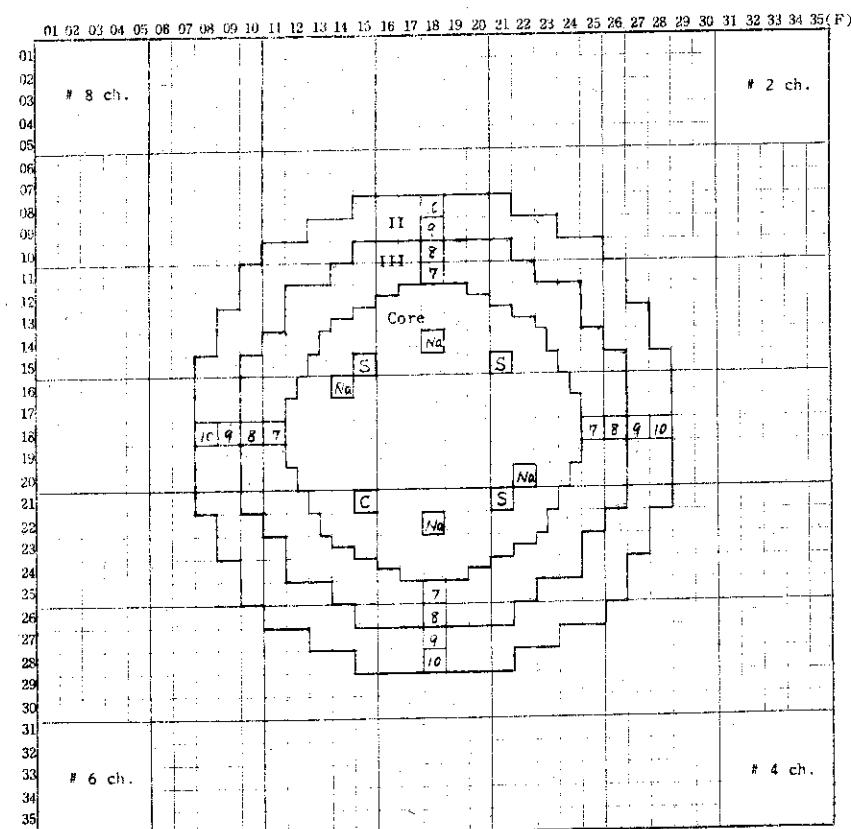


Fig. 4 Loading pattern of Assembly V-3-B2 (fixed half)

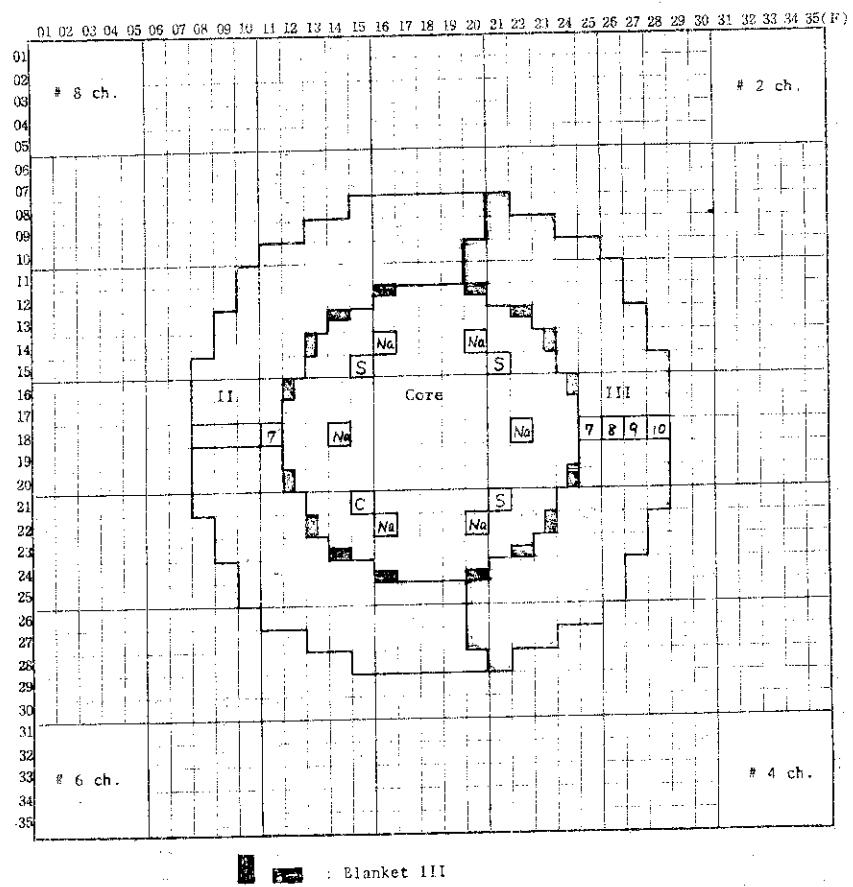


Fig. 5 Loading pattern of Assembly V-3-B3 (fixed half)

Table 7 Composition of V-series Assemblies (Atomic number density ($10^{22}/\text{cm}^3$))

| Material | Core | Na-channel | NU blanket | SUS reflector | Axial | Radial | Blanket-I | -II | -III |
|----------|---------|------------|------------|---------------|--------|--------|-----------|---------|----------|
| Pu-239 | 0.10458 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| Pu-240 | 0.00933 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| Pu-241 | 0.00107 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| U-235 | 0.1470 | — | 0.0289 | — | — | — | 0.002021 | 0.00187 | 0.002021 |
| U-238 | 0.5836 | — | 3.9890 | — | — | 0.9207 | 0.9228 | 0.9207 | — |
| O | 1.3101 | — | — | — | — | 3.2167 | 3.2215 | 1.8548 | — |
| Na | 0.8134 | 1.6592 | — | — | — | — | — | — | 0.7656 |
| Al | 0.8830 | — | — | — | — | 1.1905 | 1.1905 | — | — |
| Cr | 0.3273 | 0.4065 | 0.1827 | 1.6319 | 1.5915 | 0.5280 | 0.5280 | 0.3134 | — |
| Fe | 1.1950 | 1.4936 | 0.6652 | 5.7849 | 5.6420 | 1.9184 | 1.9184 | 1.1504 | — |
| Ni | 0.1535 | 0.1752 | 0.0796 | 0.7135 | 0.6959 | 0.2258 | 0.2258 | 0.1420 | — |

Table 8 Reactivity traverse measurements for V-2
core density coefficients

| Material | Sample drawer | Reactivity change (ρ_o) | | | | | | |
|--------------------------------|---|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------|
| | | R=0* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Volume integral |
| Pu 9.2%→7.5% replacement | 2 plate/pack 8 drawers | | 3.27 | 2.94 | 2.48 | 1.84 | 1.28 | 51.9±1. |
| Pu 9.2%→8.1% replacement | " | | 1.80 | 1.65 | 1.45 | 1.15 | 0.77 | 30.0±1. |
| *** Pu (9.2%) | 1 plate/pack 2 drawers | | 5.31 | 4.78 | 4.01 | 3.09 | 2.22 | 344.6±3. |
| 2.0% EU | 2-1-1/8 EU 3 plates/pack 2 drawers | 4.10 (×4) | 3.97 | 3.65 | 3.16 | 2.58 | 1.96 | 237.4±3. |
| NU *** | 2-2-1/16 NU 4 plates/pack 8 drawers | | -2.77 | -2.06 | -1.05 | -0.05 | +0.87 | -20±1.5 |
| Na | 2-2-1/4 Na 2 plates/pack 8 drawers | | 1.58 | 1.62 | 1.61 | 1.49 | 1.34 | 41.4±1. |
| Al ₂ O ₃ | 2-1-1/8 Al ₂ O ₃ 4 plates/pack 8 drawer | | 1.94 | 2.14 | 2.38 | 2.55 | 2.48 | 68.3±1. |
| SUS *** | 2-2-1/16SUS 8 plates/pack 8 drawer | | -0.77 | -0.04 | +0.93 | +2.06 | +2.87 | 55.2±2.5 |
| Al *** | 2-2-1/8 Al 4 plates/pack 8 drawers | | 1.13 | 1.48 | 1.92 | 2.32 | 2.50 | 62.1±2.5 |

accuracy of reactivity traverse : ±0.02~0.05 ρ_o

* in matrix unit (5.5 cm), core-blanket boundary : R=6.05

** corrected for Al₂O₃ Spacer effect

*** uncorrected for SUS-can effect (2.28 ρ_o in volume integrated value)

Table 9 Composition matrix of Pu fuel plates
(2 Plates / pack)

| | Atomic number density ($10^{22}/\text{cm}^3$) | | |
|----------------|---|----------|----------|
| | Pu-239 | Pu-240 | Pu-241 |
| 92% fissile Pu | 0.104754 | 0.009186 | 0.000888 |
| 81% fissile Pu | 0.102260 | 0.024300 | 0.003818 |
| 75% fissile Pu | 0.095337 | 0.033752 | 0.010333 |

Table 10 Reactivity traverse measurements for
V-2-R density coefficients

| Material | Sample drawer | R=0 | Reactivity change (ρ_o) | | | | | | Volume integral |
|----------------------------|---|-------------------|--------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|-----------------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| Pu (92%) | Pu → SUS 1.plate/pack | 6.06 | 5.66 | 5.25 | 4.29 | 3.19 | 2.14 | 341.1 ± 3. | *) |
| | | ± 0.02 | | | | | | | |
| 20% EU | EU ↓ half size EU 3. plate/pack | 4.47 | 4.35 | 3.96 | 3.41 | 2.73 | 2.01 | 283.5 ± 3. | |
| | | ± 0.02 | | | | | | | |
| | | R=6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | | |
| SUS (reflector) removal | 2-2-1/4 SUS plate 1.plate/pack | 1.50 ₄ | 0.77 ₆ | 0.40 ₇ | 0.21 ₈ | 0.12 ₁ | 0.07 ₂ | 17.2 ± 0.5 | |
| | | ± 0.01 | | | | | | | |

*) uncorrected for SUS can (-2.28 ρ_o) and spacer (+3.54 ρ_o)

Table 11 Reactivity traverse measurements for
V-3-B1 blanket density coefficients

| Material | Reactivity worth (ρ_o /plate(1/8)/pack/F+M2 drawers) | | | | Volume integral (ρ_c /plate/pack) |
|--------------------------------|---|--------------------|--------------------|--------------------|---|
| | R-7 | 8 | 9 | 10 | |
| Pu (92%) (with can) | 1.828 ± 0.01 | 0.958 | 0.432 | 0.137 | 163.4 ± 2 |
| 20% EU | 0.727 ± 0.01 | 0.415 | 0.200 | 0.079 | 69.4 ± 1 |
| DUO ₂ | 0.115 _s ± 0.0005 | 0.050 _s | 0.026 _s | 0.015 _s | 10.1 _s ± 0.1 |
| Al ₂ O ₃ | 0.197 _s ± 0.001 | 0.078 _s | 0.034 _s | 0.017 _s | 15.6 _s ± 0.2 |
| Al (voided) | 0.046 _s ± 0.001 | 0.020 _s | 0.009 _s | 0.004 _s | 3.8 _s ± 0.2 |
| Na (with can) | 0.067 _s ± 0.0005 | 0.033 _s | 0.015 _s | 0.007 _s | 6.0 _s ± 0.1 |
| C | 0.154 _s ± 0.003 | 0.056 _s | 0.025 _s | 0.014 _s | 11.9 _s ± 0.5 |
| SUS | 0.137 _s ± 0.001 | 0.070 _s | 0.032 _s | 0.016 _s | 12.4 _s ± 0.2 |

Table 12 Whole radial blanket density
coefficients in V-3-B1 assembly.

| Material | Density coefficient ($\Delta k/k \times 10^{24}$ atoms/cm ³) |
|---------------|--|
| 92%Pu-fissile | 53.1 \pm 1. |
| U-235 | 48.6 \pm 1. |
| U-238 | 0.43 \pm 0.05 |
| C | 0.93 \pm 0.05 |
| O | 0.99 \pm 0.05 |
| Na | 1.34 \pm 0.05 |
| Al | 0.98 \pm 0.05 |
| SUS | 0.51 \pm 0.03 |

Table 13 Reactivity traverse measurements
in V-3-B2 blanket

| Material | Reactivity worth (ρ_0 /plate(1/8)/pack/F+M2 drawers) | | | | Volume integral (ρ_0 /plate/pack) |
|--------------------------------|---|--------------------|--------------------|--------------------|---|
| | R=7 | 8 | 9 | 10 | |
| DUO ₂ | 0.159 _s ±0.0005 | 0.069 _t | 0.034 _s | 0.021 _t | 14.3 _s ±0.1 |
| Al ₂ O ₃ | 0.202 _s ±0.001 | 0.086 _s | | | 13.6 _s *) ±0.2 |
| Al (voided) | 0.073 _t ±0.001 | 0.035 _s | | | 5.86 *) ±0.2 |
| Na (with can) | 0.082 _s ±0.0005 | 0.038 _s | | | 5.5 _s *) ±0.1 |

*) integration upto R=8.5

Table 14 Reactivity traverse measurements
in V-3-B3 blanket

| Material | Reactivity worth (ρ_0 /plate(1/8)/pack/F+M2 drawers) | | | | Volume integral (ρ_0 /plate/pack) |
|-----------------------------------|---|--------------------|--------------------|--------------------|---|
| | R=7 | 8 | 9 | 10 | |
| DUO ₂ (Blanket III) | 0.162 ±0.002 | 0.079 _t | 0.042 _s | 0.025 _s | 15.2 _s ±0.3 |
| DUO ₂ (Blanket II) | R=7 | | | | |

4 密度係数法の応用

4.1 異なる組成の炉心の臨界性予測への応用

2.2において密度係数法の適用性に関して計算の範囲内でチェックした結果を述べたが、ここではそれに加えて実験値の密度係数を用いて実際の予測をする場合の精度、適用性について述べる。まず臨界量のよく分っているV-1集合体に適用した結果をTable 15に示す。

Table 15 Prediction of Criticality of Assembly

V-1 by Density Coefficient Method (D.C.M.)

| Material | Core composition ($10^{22}/\text{cm}^3$) | | | Reactivity change (Eq.(2)) ($\% \Delta k/k$) | | |
|---|---|-------------|--------------------|--|--------|---------------|
| | N_m (V-2) | N_m (V-1) | ΔN_m (V-2) | J-F-O | ABBN | Experiment |
| Pu-239 | 0.10458 | 0.10458 | 0. | 0. | 0. | 0. |
| Pu-240 | 0.009325 | 0.009325 | 0. | 0. | 0. | 0. |
| Pu-241 | 0.0010688 | 0.0010688 | 0. | 0. | 0. | 0. |
| U-235 | 0.1470 | 0.1960 | 0.0490 | 7.003 | 6.438 | 6.306 |
| U-238 | 0.5836 | 0.7781 | 0.1945 | -0.671 | -0.409 | -0.235 |
| O | 1.3101 | 1.6476 | 0.3375 | 0.767 | 0.810 | 0.773 |
| Na | 0.8134 | 0.6043 | -0.2091 | -0.443 | -0.489 | -0.713 |
| Al | 0.8830 | 1.1065 | 0.2235 | 0.337 | 0.368 | 0.358 |
| S.S. | 1.6758 | 1.5452 | -0.1306 | -0.129 | -0.151 | -0.133 |
| Total | | | | 6.863 | 6.566 | 6.36±0.10 |
| Criticality ^(a) : | | | | | | |
| k_{eff} (V-1) | $\left\{ \begin{array}{l} \text{D.C.M.} \\ \text{Direct calculation} \end{array} \right.$ | | | 1.0604 | 1.0927 | 1.0678±0.0010 |
| | | | | 1.0592 | 1.0920 | |
| Critical volume (ℓ) ^(b) : | | | | | | |
| | $\left\{ \begin{array}{l} \text{D.C.M.} \\ \text{Direct calculation} \\ \text{Critical experiment} \end{array} \right.$ | | | | | |
| | | | | 161.4 | 139.6 | 155.8±0.9 |
| | | | | 162.3 | 140.1 | 154.6±0.8 |

(a) for V-2 core volume (218.0 ℓ) . k_{eff} (V-2) = 0.9885 (J-F-O)
= 1.0196 (ABBN)

(b) cylindrical core

V-2→V-1組成変化による反応度変化は $+ (6.36 \pm 0.1) \% \Delta k/k$, k 値に直すと 1.0678 ± 0.001 となる。実効密度係数のための補正係数としてはJ-F-Oセットによる計算値を用いているがABBNセットによる補正係数を用いても結果にはほとんど影響がなく密度係数実験値の誤差の中にかくれてしまう。V-1組成での周辺質量係数の計算値を用いて臨界量（臨界体

積)を求めるとき $(15.58 \pm 0.9) \ell$ となり V-1 集合体の臨界実験による臨界量 (15.46 ± 0.8) ℓ と誤差が重なり合う範囲に一致する。Table 2 の密度係数実験値はペリオド法による反応度スケールを用いているが、2.3で述べた如く燃料物質の組成密度係数の値から ρ_0 の値を 4%ほどペリオド法より大きくすれば臨界量は $(15.38 \pm 0.9) \ell$ となり臨界実験の値により近くなる。表 15 の計算値による結果もそうであるが密度係数法は直接計算よりもわずかではあるが臨界量を小さめに予測する傾向がある。これは密度係数法の方がより reactivity に臨界性を予測していることによる(同表より J-F-O は $+0.12\% \Delta k$, ABBN は $+0.077\% \Delta k$)。反応度スケール ρ_0 の値を 4%大きくすることにより実験値による密度係数法も同じ傾向になるのでこの点からも 4%大きい反応度スケールの方が正しいことが推定される。

次に JOYO 炉心の臨界性予測について述べる。但しここでいう JOYO 炉心は 30cm 厚の金属天然ウランブランケットを持つ均質炉心を指す。結果を Table 16 に示す。密度係数法に

Table 16 Prediction of Criticality of JOYO by Density Coefficient Method

| Material m | Density change($10^3/\text{cm}^3$) V-2 → JOYO | Reactivity change (Eq.(2)) (% $\Delta k/k$) | | |
|--|--|--|------------------|--------------------|
| | | J-F-O | ABBN | Experiment |
| Pu-239 | 0.0047 | 1.039 | 0.984 | 0.963 |
| Pu-240 | 0.0297 | 1.700 | 1.015 | 1.379 |
| Pu-241 | 0.00674 | 2.328 | 1.755 | 1.735 |
| U-235 | 0.0195 | 2.740 | 2.583 | 2.469 |
| U-238 | -0.0331 | 0.114 | 0.069 | 0.040 |
| O | 0.4189 | 1.133 | 1.158 | 1.144 |
| Na | 0.1078 | 0.272 | 0.291 | 0.438 |
| Al | -0.8830 | -1.582 | -1.675 | -1.678 |
| S.S. | 0.0410 | 0.048 | 0.055 | 0.050 |
| Mo | 0.0254 | -0.139 | -0.060 | -0.139(c) |
| Total | | 7.653 | 6.174 | 6.40 ± 0.2 |
| Criticality ^(a) : | | | | |
| $k_{\text{eff}}(\text{JOYO})$ | D.C.M. Direct calculation | 1.0693 1.0684 | 1.0881 1.0878 | 1.0684 ± 0.002 |
| Critical volume(ℓ) ^(b) : | | | | |
| | D.C.M. Direct calculation | 153.0 158.6 | 145.5 145.7 | 158.7 ± 1.5 |

(a) for V-2 core volume (218.0 ℓ)

(b) cylindrical core

(c) calculated value (J-F-O)

よる V-2 と同体積の JOYO 炉心の k 値は 1.068 ± 0.002 , 臨界量は (158.7 ± 1.5) となる。同表の計算値における直接計算と密度係数法の一一致の良さ ($\leq 0.1\% \Delta k$) から考えて、実際に JOYO 炉心の臨界実験を行なつたとしても上と誤差の範囲内で一致する臨界量が得られるであろう。実験値と J-F-O は JOYO 炉心の臨界量についてはたまたまよく一致しているが、しかし各物質の寄与分には大きな差があり密度変化による全反応度変化も実験値が $+ (6.4 \pm 0.2)\% \Delta k/k$ であるのに對して計算値は $+7.65\% \Delta k/k$ と大きく違っている。とくに Pu の高次同位元素の効果に大きな差がある。一方 V-2 炉心の k 値は実験値 1.00 に対し計算値は 0.9885 である。これらのことから分ることは従来行なわれていたようなモックアップ実験での D/E 値で JOYO 炉心の計算値を補正するやり方では大きな誤差 ($\geq 1\% \Delta k$) を生ずるということである。

4.2 ブランケット効果への応用

V-3-B1 のブランケット密度係数を用いて -B2, -B3 のブランケットに置換された場合の反応度変化を予測して臨界実験による直接の値と比較した。又、計算の範囲内でも適用性をチェックした。但し計算モデルとしては Fig. 6 の如き一次元モデルを採用した。結果を Table 17 および 18 に示す。J-F-O セットによる V-3-B1 ブランケット密度係数の計算値を Table 19 に示す。一次元モデルでの全ブランケット密度係数なので Table 12 の実験値と直接比較することは出来ないが物質間の相対的な比較は可能である。

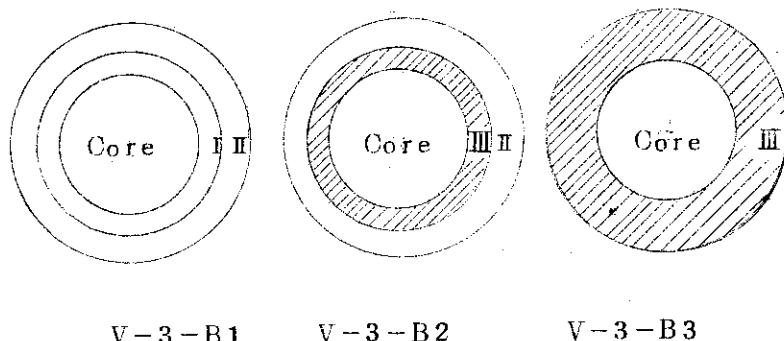


Fig.6 Calculation models

Table 17 Blanket effect (Experiments)

| Blanket change | Reactivity change (%Δk/k) | | |
|--------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------|
| | D.C.M. Linear extr. | D.C.M. D/D_0 corrected | Critical exp. |
| -B1 → -B2 (zone) | -1.43 | -2.34 | -1.45 ± 0.02 |
| -B1 → -B3 (sector) | -0.83 | -1.32 | -0.95 ± 0.01 |

Table 18 Blanket effect(Calculation/J-F-O)

| Blanket change | Reactivity change (% $\Delta k/k$) | | |
|----------------------------|-------------------------------------|----------------------------|------------|
| | D.C.M. | D.C.M. | Direct cal |
| | Linear extr. | D/D ₀ corrected | |
| -B1→-B2 | -2.96 | -4.84 | -3.65 |
| -B1→-B3 (whole blanket) | -3.51 | -5.37 | -5.24 |

Table 19 Whole blanket density coefficients in Assembly
V-3-B1 (calculation/J-F-O)

| Material | Density coefficient ($\Delta k/k \times 10^{24}$ atoms/cm ³) |
|----------|--|
| U-235 | 77.00 |
| U-238 | 0.399 |
| O | 1.281 |
| Na | 1.626 |
| Al | 1.372 |
| SUS | 1.290 |

(-B1→-B3)よりも (-B1→-B2)の方が、又計算よりも実験の方が真値が直線外挿値(通常の擾動論)に近くなっているのは、-B2の方が変化領域がせまく、さらに実験では軸方向のブランケットは変更せず-B3ではセクター状に変えていること等によるものと考えられる。すなわちD成分が主要な成分を占める場合の“曲線外挿”は広い領域を変えた場合に成り立ち、領域がせまくなつた極限では“直線外挿”的になるからである。一般に真値は両外挿法の間に来る。したがってブランケット模擬実験を行なう際、本質的なことは拡散係数Dの値を出来るだけ模擬しようとするものに合わすことである。拡散係数が一致していれば両外挿法はD成分について一致し密度係数法により真値が得られる。スペクトル変化の影響は一般に小さいことが確かめられている。

今回 (-B1→-B2, -B1→-B3) は D が 1.5 倍も変り、かつせまい領域しか変えられなかつたため結果は良くなかつたが D の近いブランケットに対してもかなり精度良く適用出来ると考えられる。

しかしブランケットのごとく D 成分が圧倒的に大きい領域では中性子束分布(勾配)の変化の影響も大きく炉心における如き広範囲な精度の良い応用は望めない。うまく行けば JOYO のブランケット効果の予測に用いる予定であったが密度係数を測定したベースとなる V-3-B1 ブランケットが極めて dense でありしたがって D の変化、空間分布の変化が大きくなりその JOYO ブランケットへの適用をあきらめざるを得ない。

しかし密度変化の小さな場合には炉心におけると同様に有効に利用することが出来る。V-2-R集合体の径方向反射体(SUSプレート使用)を軸方向と同じくSUSブロックに置換した場合の反応度変化がこの方法で求められ、その値は+7.88%であった。

5 む す び

密度係数法は炉心に対しては外挿可能範囲が予想外に広く、又実際に臨界実験を行なうのと同じ程度の精度で組成の異なる炉心の臨界量が求まるということが明らかになりモックアップ等の実用的な面からも、系統的な臨界性の研究という面からもきわめて有用な方法であることが示された。とくにV-2炉心で測定された密度係数は実験炉クラスの炉心であればほとんどすべての炉心に適用可能であると考えられる。しかしプランケットに対しては本法の適用範囲はかなりかぎられており適用する場合には注意が必要である。又、燃料物質の組成密度係数による反応度スケールの精度の良い較正方法が提案され反応度価値に関して計算値との比較が反応度の“絶対値”で精度よく行なえるようになつた。

参 考 文 献

- (1) 飯島 勉; 密度係数法とその応用、「新型炉の炉物理」(「新型炉に関する炉物理の総合的研究」)班報告) pp.57-65 (1972)
- (2) 飯島 勉他; FCA V-2 集合体の臨界量と特性試験 (1971), (Private Communication)
- (3) 平川直弘他; FCA V-1 集合体の特性試験と臨界質量 (1970), (Private Communication)
- (4) 西村秀夫; 一次元拡散・擾動計算コード SIMPLE-D(64), JAERI-memo 4381(公開) (1971)
- (5) 西村秀夫; 高速実験炉炉定数セット, (1970), (Private Communication)
- (6) 弘田実弥他; FCA V-2-R 集合体における反射体効果実験, (1973)
(Private Communication)
- (7) 弘田実弥他; FCA V-3-B 集合体におけるプランケット効果実験, (Private Communication)
- (8) 溝尾宜辰他; FCA V-3 集合体におけるB₄C模擬制御棒実験と解析(1)中性子源増倍法, (1972) (Private Communication)

しかし密度変化の小さな場合には炉心におけると同様に有効に利用することが出来る。V-2-R集合体の径方向反射体(SUSプレート使用)を軸方向と同じくSUSブロックに置換した場合の反応度変化がこの方法で求められ、その値は+7.88%であった。

5 む す び

密度係数法は炉心に対しては外挿可能範囲が予想外に広く、又実際に臨界実験を行なうのと同じ程度の精度で組成の異なる炉心の臨界量が求まるということが明らかになりモックアップ等の実用的な面からも、系統的な臨界性の研究という面からもきわめて有用な方法であることが示された。とくにV-2炉心で測定された密度係数は実験炉クラスの炉心であればほとんどすべての炉心に適用可能であると考えられる。しかしブランケットに対しては本法の適用範囲はかなりかぎられており適用する場合には注意が必要である。又、燃料物質の組成密度係数による反応度スケールの精度の良い較正方法が提案され反応度価値に関して計算値との比較が反応度の“絶対値”で精度よく行なえるようになつた。

参 考 文 献

- (1) 飯島 勉; 密度係数法とその応用、「新型炉の炉物理」(「新型炉に関する炉物理の総合的研究」班報告) pp.57-65 (1972)
- (2) 飯島 勉他; FCA V-2 集合体の臨界量と特性試験 (1971), (Private Communication)
- (3) 平川直弘他; FCA V-1 集合体の特性試験と臨界質量 (1970), (Private Communication)
- (4) 西村秀夫; 一次元拡散・擾動計算コード SIMPLE-D(M4), JAERI-memo 4381(公開) (1971)
- (5) 西村秀夫; 高速実験炉炉定数セット, (1970), (Private Communication)
- (6) 弘田実弥他; FCA V-2-R 集合体における反射体効果実験, (1973)
(Private Communication)
- (7) 弘田実弥他; FCA V-3-B 集合体におけるブランケット効果実験, (Private Communication)
- (8) 溝尾宜辰他; FCA V-3 集合体におけるB₄C模擬制御棒実験と解析(1)中性子源増倍法, (1972) (Private Communication)

しかし密度変化の小さな場合には炉心におけると同様に有効に利用することが出来る。V-2-R集合体の径方向反射体(SUSプレート使用)を軸方向と同じくSUSブロックに置換した場合の反応度変化がこの方法で求められ、その値は+7.88%であった。

5 む す び

密度係数法は炉心に対しては外挿可能範囲が予想外に広く、又実際に臨界実験を行なうのと同じ程度の精度で組成の異なる炉心の臨界量が求まるということが明らかになりモックアップ等の実用的な面からも、系統的な臨界性の研究という面からもきわめて有用な方法であることが示された。とくにV-2炉心で測定された密度係数は実験炉クラスの炉心であればほとんどすべての炉心に適用可能であると考えられる。しかしプランケットに対しては本法の適用範囲はかなりかぎられており適用する場合には注意が必要である。又、燃料物質の組成密度係数による反応度スケールの精度の良い較正方法が提案され反応度価値に関して計算値との比較が反応度の“絶対値”で精度よく行なえるようになつた。

参 考 文 献

- (1) 飯島 勉; 密度係数法とその応用、「新型炉の炉物理」(「新型炉に関する炉物理の総合的研究」班報告) pp.57-65 (1972)
- (2) 飯島 勉他; FCA V-2 集合体の臨界量と特性試験 (1971), (Private Communication)
- (3) 平川直弘他; FCA V-1 集合体の特性試験と臨界質量 (1970), (Private Communication)
- (4) 西村秀夫; 一次元拡散・擾動計算コードSIMPLE-D(64), JAERI-memo 4381(公開) (1971)
- (5) 西村秀夫; 高速実験炉炉定数セット, (1970), (Private Communication)
- (6) 弘田実弥他; FCA V-2-R 集合体における反射体効果実験, (1973)
(Private Communication)
- (7) 弘田実弥他; FCA V-3-B 集合体におけるプランケット効果実験, (Private Communication)
- (8) 溝尾宜辰他; FCA V-3 集合体におけるB₄C模擬制御棒実験と解析(1)中性子源増倍法, (1972) (Private Communication)

Appendix 反応度の取扱いについての2,3の考察

はじめに

モックアップ実験とともに大きな反応度変化を扱うことが多くなって来た。又、臨界状態における実験値を未臨界あるいは超過臨界における値に直したり、臨界状態にない計算値と比較する場合もしばしば出てくる。ここでは反応度と増倍係数の関係、これらの一般的な性質、加法性、等について調べ反応度価値の正しい取扱い方について述べる。

従来、反応度価値の正しくない取扱いがしばしば行なわれているので注意したい。

A1. 反応度の性質（その取扱い上の注意）

A1.1 反応度 ρ と実効増倍係数 k の関係

反応度 ρ と増倍係数 k の間の関係について簡単に述べる。反応度は増倍係数を用いて

$$\rho = \frac{k-1}{k} \text{ あるいは } k = \frac{1}{1-\rho} \quad (\text{A1})$$

と定義される。このように ρ と k は双曲線の関係にあり 1 対 1 に対応する (Fig. A1)。定義域は夫々 $-\infty < \rho < 1$ 、および $0 \leq k < \infty$ である。

又、勾配（スケール）の間には

$$d\rho = \frac{1}{k^2} dk = (1-\rho)^2 dk \quad (\text{A2})$$

の関係があり、臨界状態では同じスケールになるがその上下では大小関係が逆になる。

反応度変化（反応度価値）、増倍係数変化には夫々、

$$\Delta\rho_{1 \rightarrow 2} = \rho_2 - \rho_1$$

$$= \frac{k_2 - 1}{k_2} - \frac{k_1 - 1}{k_1}$$

$$= \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}$$

$$= \frac{k_2 - k_1}{k_1 k_2}$$

$$= \int_{k_1}^{k_2} \frac{dk}{k^2}$$

$$\Delta k_{1 \rightarrow 2} = k_2 - k_1$$

$$= \frac{1}{1-\rho_2} - \frac{1}{1-\rho_1}$$

$$= \frac{(1-\rho_1)(1-\rho_2)}{(1-\rho_1)(1-\rho_2)}$$

$$= \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{(1-\rho)^2}$$

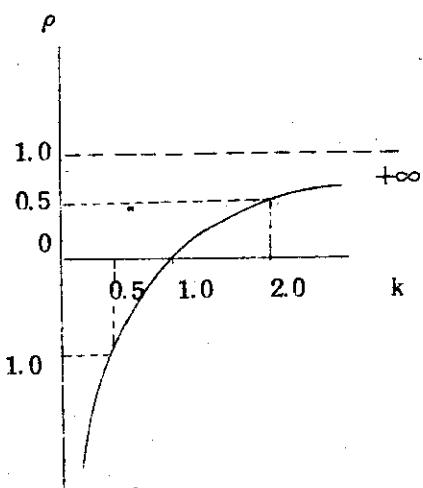


Fig. A1

$$\begin{aligned} \Delta k_{1 \rightarrow 2} &= k_2 - k_1 \\ &= \frac{1}{1-\rho_2} - \frac{1}{1-\rho_1} \\ &= \frac{(1-\rho_1)(1-\rho_2)}{(1-\rho_1)(1-\rho_2)} \\ &= \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{(1-\rho)^2} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

といったいろいろな表わし方が考えられる。*)

増倍係数 k の定義には static と dynamic の両方があるが、次節以降の考察では一般に広く用いられ使用に便利な static な方で考える。

static な増倍係数は原子炉方程式

$$-A\phi + \frac{F}{k_s}\phi = 0, \quad -A^+\phi^+ + \frac{F^+}{k_s}\phi^+ = 0 \quad (A4)$$

の固有値 k_s として定義される。A, F は夫々 removal および source operator, $+$ は随伴方程式を表わす。この k_s は核分裂当りの中性子発生数 ν を仮想的に ν_s まで変化させて臨界状態にした場合の ν/ν_c に等しい。又、

$$k_s = \frac{\langle F\phi \rangle}{\langle A\phi \rangle} = \frac{\langle \phi^+ F\phi \rangle}{\langle \phi^+ A\phi \rangle} \quad (A5)$$

一方 dynamic な増倍係数は時間依存原子炉方程式

$$-A\phi + F\phi = -\phi, \quad -A^+\phi^+ + F^+\phi^+ = -\phi^+ \quad (A6)$$

の固有関数 ϕ , ϕ^+ を用いて通常

$$k_d = \frac{\langle \phi^+ F\phi \rangle}{\langle \phi^+ A\phi \rangle} \quad (A7)$$

と定義される。 k_d は固有値ではないので $\frac{\langle \phi^+ F\phi \rangle}{\langle \phi^+ A\phi \rangle} \neq \frac{\langle F\phi \rangle}{\langle A\phi \rangle}$ に注意。 k_s と k_d の違いはスペクトル、空間分布が k_s は定常状態、 k_d は減衰状態でのものに対応していることによる。

A 1.2 加算性について

反応度も増倍係数も系の状態 \vec{A} (体系ベクトル) の関数であり系の状態が決まれば一義的に決まる。反応度あるいは増倍係数の変化量も変化の前後の状態 \vec{A}_1 , \vec{A}_2 を指定すれば一義的に決まる。逆にいうと、前後の状態を指定しないと一般には変化量だけを取り出して独立に考えることは出来ない (例えば「制御棒の Worth」というのは厳密ないい方ではない)。

一般に ρ の方が k よりも加算性が成り立ち易いので変化量を表わす場合には反応度の方を用いる。一方、加算性はほとんど成り立たないが、断面積、 ν その他の炉定数との比例性などから体系の臨界性を表わすのには増倍係数の方が適している。

ここでいう加算性とは

「2つ以上の原因によって反応度を変化させて新しい状態にした場合、加える順序によらず夫々の原因による反応度変化 (持ち分) が一定のとき加算性が成り立つと称する」ということである。もちろん全反応度変化は加える順序によらず一定である (最終の状態は変化を加える順序によらず同じであるからこれは当然である)。

例 系の状態が 1 から 2 へ変化した際の反応度変化は exact perturbation 表示で

*) しばしば見かける誤った使い方は: $\Delta\rho_{1 \rightarrow 2} = \frac{k_2 - k_1}{k_2}$ 又は $= \frac{k_2 - k_1}{k_1}$

$$\Delta \rho_{1 \rightarrow 2} = \frac{\frac{1}{k_2} \langle \phi_1^+ \Delta F \phi_2 \rangle - \langle \phi_1^+ \Delta A \phi_2 \rangle}{\langle \phi_1^+ F_1 \phi_2 \rangle} \quad (\text{A8})$$

*)

と書ける。これは exact を表示である。ここで $\langle \rangle$ は空間、エネルギーについての積分を表わす。

今、核分裂物質 (fissile) と吸収物質 (absorber) とで反応度を変え \vec{A}_1 から \vec{A}_2 の状態へ変えたとしよう。このとき全反応度変化は (A8) 式で求まるが fissile と absorber の各持ち分は一義的に決まるであろうか。答は否である。

状態変化 $\vec{A}_1 \xrightarrow{\Delta \rho_{f1}} \vec{A}' \xrightarrow{\Delta \rho_{a1}} \vec{A}_2$ の場合、

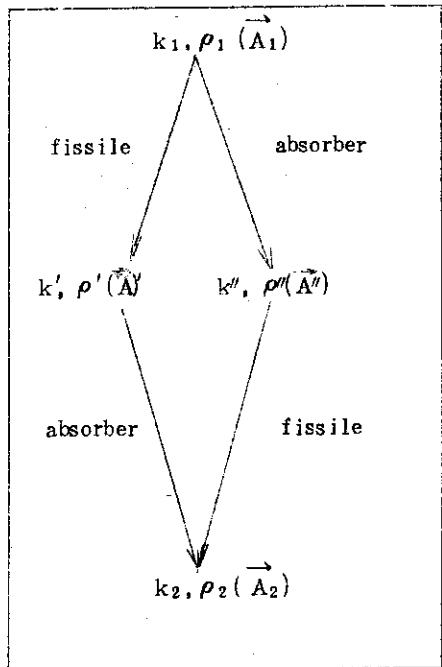
fissile の worth は

$$\Delta \rho_{f1} = k' \frac{\frac{1}{k'} \langle \phi_1^+ \Delta F_f \phi_1 \rangle - \langle \phi_1^+ \Delta A_f \phi_1 \rangle}{\langle \phi_1^+ F \phi_1 \rangle} \quad (\text{A9})$$

一方、 $\vec{A}_1 \xrightarrow{\Delta \rho_{a2}} \vec{A}'' \xrightarrow{\Delta \rho_{f2}} \vec{A}_2$ の場合、

fissile の worth は

$$\Delta \rho_{f2} = \frac{\frac{1}{k_2} \langle \phi_2^+ \Delta F_f \phi_2 \rangle - \langle \phi_2^+ \Delta A_f \phi_2 \rangle}{\langle \phi_2^+ F \phi_2 \rangle} \quad (\text{A10})$$



となる。スペクトル変化の影響を小さいとして $\phi^{++} = \phi_1^+$, $\phi_2 = \phi'_1 = \phi_1$ とすると (A9) 式と (A10) 式は $1/k$ の項だけ異なる。すなわち fissile の持ち分は最初に加えるか後で加えるかで

$$\Delta(\Delta \rho_f) = \Delta \rho_{f1} - \Delta \rho_{f2} = \left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k_2} \right) \frac{\langle \phi_1^+ \Delta F_f \phi_1 \rangle}{\langle \phi_1^+ F \phi_1 \rangle} = \rho_{a1} \frac{\langle \phi_1^+ \Delta F_f \phi_1 \rangle}{\langle \phi_1^+ F \phi_1 \rangle} \quad (\text{A11})$$

だけ異なる。このようにどんな経路で状態 \vec{A}_1 から \vec{A}_2 へもって来るかで各々の持ち分が異なるのである。ところが全反応度変化は最初と最後の状態さえ与えられれば一義的に決まるのであって、どのような経路で状態 \vec{A}_2 へもって来たかは全然知る必要のないことである。absorber

$$*) \quad \begin{aligned} -A_2 \phi_2 + \frac{F_2}{K_2} \phi_2 &= 0 & \times \phi_1^+(a) \\ -A_1^+ \phi_1^+ + \frac{F_1^+}{k_1} \phi_1^+ &= 0 & \times \phi_2(b) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} (a)-(b) \\ \hline \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} -\langle \phi_1^+ \Delta A \phi_2 \rangle + \left(\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1} \right) \langle \phi_1^+ F_1 \phi_2 \rangle + \frac{1}{k_2} \langle \phi_1^+ \Delta F \phi_2 \rangle \\ = 0 \quad \Delta \rho \equiv \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} = (\text{A8}) \text{ 式} \end{aligned}$$

(但し $\Delta A = A_2 - A_1$, $\Delta F = F_2 - F_1$)

と fissile とでは加算性が成り立たないことが分ったが、一方、以上の考察から absorber と absorber で反応度を変化させたときには加算性が成り立つことは容易に分る（但し中性子束変化が小さいとして）。このように加算性が成り立つのは反応度変化が absorber による場合だけであって、 fissile と absorber, fissile と fissile 間には加算性が成り立たない。このことは

「全反応度変化は一義的に決まるが個々の持ち分に分けて考えることは出来ない！」
ということを意味している。分けて考えるのは単に便宜的なことにすぎない。

「持ち分」に分けて考えるためには必ず変化の経路を指定しなければならない。持ち分を定義する一つの方法として (A8) 式にもとづいて摂動分子の各物質の寄与分をとることも考えられるが、これは変化させた各物質のうち absorber だけをまず先に変え、次いで全種類の fissile を一様に変えて行ったという一つの特別の経路に対応した持ち分であり、やはり一種の便宜的なものである。

fissile が加わると加算性が成り立たなくなるのは fissile の source 項が $1/k$ 依存性を持つていることから来ている。これは核分裂中性子の実効的なインポータンスが臨界以外では $1/k$ 倍になることによるものである。すなわち、同じ fissile のサンプルの反応度価値が系の臨界性とともに変化することから来ている。

以上、反応度変化について述べて来たが増倍係数 k の変化 Δk については absorber, fissile ともに加算性が成り立たない（今までの議論より、 $\Delta k = k_1 k_2 \cdot \Delta \rho$ ((A3式)) を考慮すれば容易に分る）。

A2. 2, 3 の例

A 2.1 FCA の制御安全棒 worth の場合

FCA の制御棒、安全棒は炉心物質から出来ている。臨界法（置換法）で較正した制御棒の worth はあくまで臨界状態での worth であって、未臨界状態では上述の source 項の $1/k$ 効果によって worth が大きくなる。

制御棒を抜いて未臨界にした場合その未臨界度は、 (A8) 式より容易に分るよう、臨界状態での worth で

$$f = \left\langle \phi^+ \left(\frac{\Delta F}{k}, -\Delta A \right) \phi \right\rangle / \left\langle \phi^+ (\Delta F - \Delta A) \phi \right\rangle \quad (A12)$$

なる補正係数を掛けることによって求められる。例えば $\Delta F / \Delta A = 1.7$ ($\approx k_\infty$) の場合、 $-2\% \Delta k$ の未臨界では worth は約 5 % 増加する。炉心周辺では ΔA の中の leakage 項 (grad $\phi^+ \cdot \Delta D$ grad ϕ) が効き Δk の約 2 倍程度の補正にとどまる。しかし k_∞ の小さい大型炉心組成の場合には Δk の 4 ~ 5 倍の補正になるから注意を要する。

以上は反応度変化の積算量についてであるが、 k' に達した後の微少変化量（勾配）はどのような方法でそこまで未臨界にしたかによっても異なる。例えば制御棒を抜いて行って $-2\% \Delta k$ の未臨界にすると 1 nm 当りの制御棒反応度は臨界状態における値にくらべて 10 % ほど大きくなる。一方、 $^{10}\text{B}_4\text{C}$ 等で $-2\% \Delta k$ の未臨界にしたときには 5 % ほど大きくなるといった具合である。正確には、

$$\Delta \rho_{1 \rightarrow 2} \text{ (微少変化)} = \frac{\left\langle \phi_1^+ \left(\frac{\Delta F_3}{k_3} - \Delta A_3 \right) \phi_3 \right\rangle - \left\langle \phi_1^+ \left(\frac{\Delta F_2}{k_2} - \Delta A_2 \right) \phi_2 \right\rangle}{\left\langle \phi_1^+ F_1 \phi_3 \right\rangle - \left\langle \phi_1^+ F_1 \phi_2 \right\rangle} - \frac{-\Delta \rho_{2 \rightarrow 3} \left\langle \phi_1^+ \Delta F_2 \phi \right\rangle + \frac{1}{k_3} \left\langle \phi_1^+ \Delta (\Delta F) \phi \right\rangle - \left\langle \phi_1^+ \Delta (\Delta A) \phi \right\rangle}{\left\langle \phi_1^+ F_2 \phi \right\rangle} \quad (*)$$

(A13)

$$= \frac{\frac{1}{k_3} \left\langle \phi_1^+ \Delta (\Delta F) \phi \right\rangle - \left\langle \phi_1^+ \Delta (\Delta A) \phi \right\rangle}{\left\langle \phi_1^+ F_2 \phi \right\rangle} \quad (A14)$$

(A13)式は状態1を基準にした表式であり、又、 $\phi_1^+ = \phi_2^+$ とおけば(A14)式は状態2を基準にした表式になる。 $^{10}\text{B}_4\text{C}$ のような吸収材で未臨界にした場合には $\Delta F_2 = 0$ ($F_1 = F_2$)である。

未臨界法(中性子源増倍法)による反応度測定の際に、反応度の標準として未臨界における制御棒の移動をとる場合には上述の補正が必要である。

A 2.2 大きな反応度変化を制御棒の臨界位置の変化から測る場合

この場合には臨界を保つように制御棒を出し入れして compensateするので一見上記のような補正是要らないように見えるが実際はそうではない。本当に知りたいのは測ろうとする大きな worth の挿入あるいは除去による反応度変化である。したがってこの状態にするためには制御棒を元の位置までもどさなければならず、これによる反応度変化に対しては上記(A12)式と同様な補正が必要である。

*) $2 \rightarrow 3$ は微少変化なので $\phi_2 = \phi_3 = \phi$ とする。

$$\Delta (\Delta F) = \Delta F_3 - \Delta F_2, \Delta (\Delta A) = \Delta A_3 - \Delta A_2,$$

$$F_2 = F_1 + \Delta F_2$$

