

JAERI-M

5947

標準スペクトル法による $\gamma$ 線スペクトルの  
解析およびその照射済燃料への適用

1975年1月

田坂完二

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

# 標準スペクトル法による $\gamma$ 線スペクトルの解析 およびその照射済燃料への適用

日本原子力研究所動力炉開発管理室

田坂 完二

(1974年12月12日受理)

複雑な $\gamma$ 線スペクトルを精度よく解析する方法として標準スペクトル法が提唱され、その適用性に検討が加えられた。標準スペクトル法は解析する $\gamma$ 線と近いエネルギーの単色の $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果をもとに、それからバックグラウンドを差引きデータを平滑化したものを標準スペクトルと定義し、この標準スペクトルでフォトピークの形を表わし、バックグラウンドを1次式で近似し、最小2乗法により $\gamma$ 線スペクトルを解析するものである。ピークの形が精度よく必要最小限の数のパラメータで表現されている為、数多くのピークが複雑に重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルも精度よくしかも収束性よく簡単に解析できる。照射済燃料の複雑な $\gamma$ 線スペクトルに本方法を適用し、 $^{238}\text{U}$ の中性子捕獲反応率、燃料の燃焼率、燃焼履歴などが求められた。

JAERI-M 5947

Standard Spectrum Method for Analysis of a Gamma-Ray  
Spectrum and its Application to an Irradiated Fuel

Kanji TASAKA

Office of Power Reactor Projects, JAERI

( Received December 12, 1974 )

The standard spectrum method has been developed for accurate analysis of a complicated gamma-ray spectrum. The method analyses the observed gamma-ray spectrum by the least-square method, using a standard spectrum for expressing the line shape and a linear function for the background continuum. The standard spectrum is derived directly from the observed spectrum of a single photopeak by subtracting the background and smoothing the data. The line shape is expressed accurately by the standard spectrum with a minimum number of parameters; this makes it possible to analyse overlapping peaks accurately with little computer time. Applicability of the method is examined extensively. It is then applied to analysis of the complicated gamma-ray spectrum of an irradiated fuel to obtain its burnup and irradiation history and the neutron capture rate of  $^{238}\text{U}$ .

## 要 旨

原子炉燃料の燃焼率等をその $\gamma$ 線スペクトルから求めることを目的とし、 $\gamma$ 線スペクトルを精度よく解析する方法—標準スペクトル法—が提唱されその適用性に検討が加えられた。照射済燃料は多くの核分裂生成物を含みその $\gamma$ 線スペクトルは各核種から放出される $\gamma$ 線により非常に複雑な様相を呈している。エネルギー分解能のすぐれた半導体検出器で測定しても個々のフォトピークは完全には分離してはず、隣接のフォトピークと重なりあっていることが多い。従って照射済燃料の $\gamma$ 線スペクトルから精度よく燃焼率を求める為には、複雑にフォトピークが重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルから個々のピーク成分を精度よく分離して取り出すことが必要かつ不可欠である。

標準スペクトル法は解析する $\gamma$ 線と近いエネルギーの単色の $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果をもとに、それからバックグラウンドを差引きデータを平滑化したものを標準スペクトルと定義し、この標準スペクトルでフォトピークの形を表わし、バックグラウンドを一次式で近似し、最小2乗法により $\gamma$ 線スペクトルを解析するものである。

標準スペクトル法の第1の特徴はピークの形が精度よく必要最小限の数のパラメータで表現されている為、数多くのピークが複雑に重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルでも精度よくしかも収束性よく簡単に解析できる点にある。第2の特徴はチャンネル幅に対する適用性が広く、ピークの形が数チャンネルのみで表現されているような場合にも精度よく解析できる点にある。標準スペクトル法に於ては各チャンネルに於ける各ピークからのピーク成分は標準スペクトルをチャンネルの幅にわたって積分することにより正しく与えられている。第3の特徴は初期推定値を入力する必要があるパラメータの数が少ないということである。半値巾およびピーク位置の初期推定値のみ入力すれば他のパラメータの初期推定値は自動的に与えられる。バックグラウンドの初期推定値はフィッティング範囲の両端の2点を通る直線として与えられ、各ピークの高さの初期推定値はそのピーク近傍の $\gamma$ 線スペクトルがそのピーク成分とバックグラウンドのみから成立っており、他のピークからの寄与は無視しうるといふ仮定のもとに与えられる。

標準スペクトル法の適用性を理論的ならびに実験的に調べた結果、解析結果の精度の面からも収束性の面からもすぐれた方法であることが確かめられた。標準スペクトルに関する種々の問題点、パラメータの初期推定値に関する問題、フィッティング範囲に関する問題点、 $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル幅に対する適用性、ピークの分離能などについて検討された。

また標準スペクトル法による結果と他の解析関数をフィッティング関数として使った場合の結果とを比較検討した結果、標準スペクトル法による解析結果が精度、収束性ともに他のフィッティング関数を使った場合よりすぐれていることが確かめられた。

標準スペクトル法は $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率の測定に適用されその有効性が確かめられた。中性子で照射した劣化ウラン試料の100 keV 近傍(80-130 keV)に存在する9つの密接したフォトピークを標準スペクトル法により同時に解析し、 $^{239}\text{Np}$ の $\beta$ 崩壊に起因する103.8 keV と 106.1 keV の2つのピーク成分を取出し、その面積の和として $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率が与えられることが示された。この2本のフォトピークが精度よく分離されていることはそのピークエネルギーおよび冷却挙動から確かめられている。複雑に重なりあ

ている9本のフォトピークを同時に精度よくしかも収束性よく解析することは、フォトピークの形を精度よく必要最小限の数のパラメータで表現している標準スペクトル法により始めて可能になったと考えられる。

標準スペクトル法を照射済燃料の $\gamma$ 線スペクトルの解析に適用し、各ピークのピーク面積から燃料の燃焼率が求められた。また $\gamma$ 線スペクトル中に含まれる半減期の異なる数種類の核種からのフォトピークの面積をもとに燃料の照射履歴が推定された。これは照射時間を数ステップに分割し、 $\gamma$ 線スペクトルを測定した時点に於ける各ステップからの各核種の生成量への寄与をあらかじめ計算しておき、 $\gamma$ 線スペクトル中に含まれている各フォトピークのピーク面積をできるだけ正しく与えるように各ステップの出力を最小2乗法により求めるものである。

本方法により照射履歴の未知な炉に対してはその照射履歴を推定することが可能となった。また実用規模の動力炉に於ては原子炉全体としての出力履歴はかなり詳しく分かっていることが多いが、燃料のシャッフリングを行う為、各燃料要素の照射履歴は未知である。従って本方法により、動力炉のシャッフリングによる各燃料要素の出力レベルの変化を推定することが可能である。またシャッフリングを行わない動力炉に於ても燃料交換、制御棒位置の変化、ボイド分布の変化等により出力分布はかなり大巾に変化する。従って本方法を適用することにより原子炉中の各位置に於ける出力履歴を推定することが可能である。照射済燃料の $\gamma$ 線スペクトルから燃焼率および燃焼履歴を求めることは、複雑に重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で解析し、半減期の異なる各核種からのフォトピークを精度よく分離して取出すことにより、はじめて可能になったと考えられる。

以上の検討を通じて標準スペクトル法により半導体検出器により測定された $\gamma$ 線スペクトルを精度よくしかも収束性よく解析しうるということが結論された。標準スペクトル法は半導体検出器以外の検出器、たとえばシンチレーションカウンタなどにより測定した $\gamma$ 線スペクトルはいうにおよばず、 $\alpha$ 線や $\beta$ 線のスペクトルの解析にも適用できると考えられる。

## Summary

The standard spectrum method has been developed and its applicability was examined for the precise analysis of the gamma-ray spectrum of an irradiated fuel to estimate its burnup or breeding ratio. An irradiated fuel contains many kinds of fission-product nuclides which release so many gamma-rays with different energies that photopeaks in the gamma-ray spectrum are usually not well isolated from each other even if the spectrum is measured by using a semiconductor detector with high resolving power. Then a method becomes necessary for the accurate analysis of the complicated gamma-ray spectrum to determine the burnup of an irradiated fuel.

The standard spectrum method analyses the observed gamma-ray spectrum by the least square technique by using a standard spectrum for the expression of the line shape and a linear function for the background continuum. The standard spectrum is derived directly from the observed spectrum of a single photopeak corresponding to the incident monochromatic gamma-rays whose energy is close to those of the photopeaks to analyse.

The first distinctive feature of the present method is that the line shape is expressed accurately by the standard spectrum with the minimum necessary number of parameters, which makes it possible to analyse overlapping photopeaks accurately with little computer time. The second is that it has wide applicability for the channel width and it enables the accurate analysis of the spectrum whose photopeak is expressed only by a few channels. The third, initial estimations of parameters are necessary only for the width and the position of each photopeak. The others are

given automatically in the program. The background spectrum is initially set to cross the two points in the observed spectrum at the two extremities of the fitting interval. The initial estimation for the peak height parameter is given by the assumption that the gamma-ray spectrum around each photopeak is solely composed of the photopeak and the background continuum, there being no contribution from the other photopeaks.

The applicability of the method is examined theoretically and experimentally about the various problems in the standard spectrum, the initial estimations of parameters, the fitting interval, the channel width of the spectrum, energy resolution, etc.. And it is confirmed that the present method is reliable from the standpoint of accuracy and convergence.

The present method is compared with the ordinary ones which use analytical fitting functions, and the former is confirmed to be superior to the latter about the accuracy and the convergence of the results.

The standard spectrum method is applied to the measurement of the relative neutron capture rate of  $^{238}\text{U}$ . The closely-situated nine photopeaks, around 100 keV ( 80 - 130 keV ) in the gamma-ray spectrum of the irradiated-depleted-uranium sample, were analysed at once by the present method and the relative neutron capture rate of  $^{238}\text{U}$  was given as the sum of the intensities of the two photopeaks with peak energies of 103.8 keV and 106.1 keV, which originated from the beta decay of  $^{239}\text{Np}$ . The correctness of the results for the two peak components were confirmed from the peak energies and the decay behaviors of them. The standard spectrum method, which expresses the line shape accurately with the minimum necessary



number of parameters, made it possible to analyse the complicated nine photopeak spectrum accurately with small number of iterations.

The method was also applied to the analysis of the gamma-ray spectrum of an irradiated fuel, and the burnup of the fuel was obtained from the peak area of each photopeak. The burnup history of the fuel was also estimated by using the peak intensities of several nuclides with different half lives. The irradiation time is divided into several time steps and each contribution to the accumulation of each nuclide was calculated beforehand. Then, the power level of each time step was obtained by the least-square technique so as to reproduce the peak area of each photopeak in the gamma-ray spectrum.

The present method enabled the estimation of the unknown burnup history. The burnup history of each fuel element is usually unknown for a commercial reactor and differs appreciably from the average power history because of the shuffling and exchange of the fuel element and also the changes in the control-rod pattern and the void distribution. It is possible to estimate the burnup history at any position in the reactor by the present method.

It is concluded from the above examination that the gamma-ray spectrum from the semiconductor detector may be analysed accurately by the standard spectrum method with little computer time. This method may be applied to the gamma-ray spectrum with other detectors and also to the alpha- or beta-ray spectrum.

## 目 次

1. 序 論	1
2. 標準スペクトルを用いる $\gamma$ 線スペクトルの解析方法	11
2.1 方法の概要	11
2.2 フィッティング関数	17
2.2.1 標準スペクトル	19
2.2.2 フィッティング関数の標準スペクトルによる表現	27
2.2.3 フィッティングパラメータおよびその初期推定値	28
2.2.4 フィッティング関数のフィッティングパラメータによる偏微分	30
2.2.5 ピーク位置, ピーク面積およびFWHMの定義	32
2.3 誤差の検討	34
2.3.1 誤差の2乗和	34
2.3.2 フィッティングパラメータの誤差およびパラメータの相関係数行列	36
2.3.3 ピーク位置, ピーク面積およびFWHMの誤差	39
2.3.4 $\gamma$ 線スペクトルの最確値の誤差	39
3. 標準スペクトル法の適用性の検討	42
3.1 標準スペクトルに関する問題点の検討	42
3.1.1 標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性	42
3.1.2 標準スペクトルの $\gamma$ 線源と検出器との距離に対する依存性	52
3.1.3 標準スペクトルの線源と検出器との間に挿入された 吸収物質による変化	57
3.1.4 標準スペクトルのチャンネル数に関する問題点	57
3.1.5 標準スペクトルの凹凸が解析結果に及ぼす影響	60
3.1.6 標準スペクトルのピーク位置, ピーク面積および FWHMの定義に関する問題点	62
3.1.7 小結論	64
3.2 パラメータの初期推定値およびフィッティング範囲の検討	65
3.2.1 フィッティングパラメータの初期推定値に関する検討	65
(a) 単1ピークによる検討	66
(b) 2重ピークによる検討	73
3.2.2 フィッティング範囲の検討	79
(a) 単1ピークによる検討	79
(b) 2重ピークによる検討	81
(c) 解の収束性について	83
3.2.3 小結論	91
3.3 $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾に対する 適用性およびピーク分離能の検討	93

3.3.1	チャンネル巾に対する適用性の検討	93
(a)	ガウス関数で模擬に $\gamma$ 線スペクトルによる検討	93
(b)	実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルによる検討	100
3.3.2	ピークの変離能の検討	120
(a)	ガウス関数で模擬した2重ピークによる検討	120
(b)	実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルによる検討	123
3.3.3	小結論	131
3.4	解の収束性と解析結果の精度について	133
4.	他の方法との比較	137
5.	$^{238}\text{U}$ の中性子捕獲反応率の相対測定に対する 標準スペクトル法の適用(適用例その1)	144
5.1	はじめに	144
5.2	$\gamma$ 線スペクトルの測定	144
5.3	$\gamma$ 線スペクトルの解析	146
5.4	$^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率	150
6.	原子炉燃料の燃焼率測定への標準スペクトル法の適用(適用例その2)	153
6.1	はじめに	153
6.2	$\gamma$ 線スペクトルの測定と解析	154
6.2.1	$\gamma$ 線スペクトルの測定	154
6.2.2	$\gamma$ 線スペクトルの解析	158
6.3	燃焼率の決定	168
6.4	出力履歴のくわしさが燃焼率の解析結果に及ぼす影響	176
6.5	同位体相関による燃焼率の決定	183
6.5.1	$^{133}\text{Cs}$ の中性子捕獲断面積および $^{235}\text{U}$ の核分裂断面積の計算	184
6.5.2	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ と燃焼率との関係	189
6.5.3	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ による燃焼率の決定	189
6.6	燃焼履歴の推定	192
6.6.1	解析方法	192
6.6.2	解析結果	194
6.7	検 討	209
7.	結 論	215
	謝 辞	229
	参照文献	230
Appendix A	誤差の伝播の式	236
Appendix B	検出器の検出効率について	242
Appendix C	標準スペクトル法による $\gamma$ 線スペクトル解析プログラム「FIT-K」	246
Appendix D	標準スペクトルの内挿プログラム「INTASS」	265
Appendix E	核分裂生成物の生成量計算プログラム「FP-BU」	269
Appendix F	燃焼履歴推定プログラム「FIT-BU」	280

## 1. 序 論

放射線を測定する為には放射線と物質との相互作用を通じてそのエネルギーを電気信号に変換してとり出すことが必要である。この放射線のエネルギーを吸収して電気信号を発生する装置が放射線検出器であり、電離箱，GM計数管，比例計数管，シンチレーションカウンタ，半導体検出器などがある。

放射線の数のみでなくそのエネルギーに関する情報をも取出す為には，その出力パルスの高さがエネルギーを表わしている放射線検出器—例えば比例計数管，シンチレーションカウンタ，半導体検出器など—を使って放射線を測定し，その波高分布を記録することが必要である。この放射線検出器の出力パルスの波高分布を測定し記録する装置を波高分析器 ( Pulse Height Analyser ，略してPHA ) と呼ぶ。

この波高分析器で求められた出力パルスの波高分布は放射線のエネルギーや強さに関する多くの情報を含んでいる。従ってこの多くの情報を処理して解析し，できるだけ精度よく放射線のエネルギーや強さなどを決定したいわけである。しかし精度よく解析する為には，それにとまって処理する情報量は増え，解析方法も複雑となり，その労力は増大する。

従って利用される情報量ならびに解析方法は多くの実験に於て精度と労力とのかねあいから決定されることが多い。また放射線および放射線検出器の性質および実験上の特殊な条件を活かして簡便な方法で解析されることも多い。つまり放射線の波高分布の解析方法としてこれが最良であるというようなものは決っていない，それぞれの方法には長所と短所が並存し，個々の方法にはその得意とする適用範囲がある。

本稿に於て述べる標準スペクトル法<sup>(1)~(5)</sup>もこのような方法の一つであり，特に半導体検出器により測定した $\gamma$ 線スペクトルを精度よくしかも収束性よく簡便に労力少なく解析するのに適している。

本方法は単一のエネルギーの $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果からBGを取除きデータを平滑化したものを標準スペクトルと定義し，この標準スペクトルをピーク関数として使い，バックグラウンドを一次式で近似し，最小2乗法<sup>(6)~(10)</sup>により $\gamma$ 線スペクトルを解析するものである。

ピークの形が標準スペクトルにより精度よくしかも必要最小限の数のフィッティングパラメータで表わされている為，複雑に重なりあった $\gamma$ 線スペクトルでも精度よくしかも簡便にそして収束性よく解析を行いうることが期待される。

$\gamma$ 線スペクトルの解析法としては最小2乗法によるもの以外にも簡単なコヴェル法<sup>(11)</sup>，ピークの形がガウス関数または修正ガウス関数で表現できるとしてピークに関する情報を解析的に求める方法，フーリエ変換による方法<sup>(12)，(13)</sup>およびマトリックス法<sup>(14)，(15)</sup>などがある。

まずコヴェル法であるがこれは簡単に手計算でピーク面積を求めるのに適した方法である。ピークの前後一定のチャンネル範囲の $\gamma$ 線の計数値を加えあわせ，それから両端のチャンネルに於けるピーク成分が零となるように定められた一次式バックグラウンドを差引きピーク面積を求める方法である。このコヴェル法によってはピーク面積の精度には多くは望みえず，ピーク位置に関してもなんら眼で得る以上の情報はえられない。また重なりあったピークを解析することは不可能である。

次にガウス関数を使った解析法であるが、これはフォトピークの形がガウス関数

$$f(x) = \frac{S}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \exp \left[ -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1.1.1)$$

で表現されるという仮定のもとに、実験結果をプロットしガウス関数のパラメータを求めそれをもとにガウス関数の性質からピーク位置およびピーク面積を決定するものである。

入射放射線が単一のエネルギーであっても出力波高分布がある広がりをもつのは、放射線の電離作用によって生ずるイオン対、光電子、キャリアーなどが統計的法則に従うことが主な原因となっている。<sup>(16)</sup>従ってこのピークの形は(1.1.1)式で与えられる如くほぼガウス関数に従うと考えることができる。

(1.1.1)式に於て横軸 $x$ はパルス波高であり普通チャンネル番号で表わされる。 $x_0$ はピーク位置を示し、 $x = x_0$ に於て $f(x)$ は最大値

$$H = f(x_0) = \frac{S}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}, \quad (1.1.2)$$

をとる。また $\sigma$ はガウス分布の標準偏差を示し、最大値 $H$ の半分の高さに於けるガウス分布の巾すなわち半値巾(Full Width at Half Maximum 略してFWHM)と、

$$\frac{1}{2}f(x_0) = f\left(x_0 + \frac{\text{FWHM}}{2}\right)$$

従って

$$\frac{\text{FWHM}}{\sigma} = 2.35482 \quad (1.1.3)$$

なる関係がある。

放射線の強さはガウス分布の積分値

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = S, \quad (1.1.4)$$

から与えられ、これは(1.1.2)式により、 $H$ と $\sigma$ とを使って、

$$S = \sqrt{2\pi} \sigma H \quad (1.1.5)$$

と表現される。従ってガウス分布に於てはピーク位置は(1.1.1)式の $x_0$ で与えられ、ピーク面積は $S$ で与えられFWHMは $\sigma$ から与えられることが分った。この $x_0$ および $S$ を $r$ 線スペクトルの実試値から求める手順は次のようになる。

ガウス関数の定義式(1.1.1)から

$$Q(x) = \frac{f(x-1)}{f(x+1)} = \exp \left[ \frac{2(x-x_0)}{\sigma^2} \right] \quad (1.1.6)$$

従って

$$\ln [Q(x)] = \frac{2(x-x_0)}{\sigma^2} \quad (1.1.7)$$

故に横軸  $x$  に対して縦軸に  $\ln [Q(x)]$  をプロットすると (1.1.7) に従う直線となり、 $[Q(x)] = 0$  になる点から  $x_0$  が与えられ、直線の傾きから  $2/\sigma^2$ 、したがって  $\sigma$  が与えられる。 $x_0$  が以上のようにして求まると  $x$  チャネルに於ける  $\gamma$  線スペクトルを内挿して  $H$  が求められる。するとピーク面積は  $\sigma$  と  $H$  から (1.1.5) 式により与えられる。しかし  $H$  を求める内挿の精度はあまり良くなく、ピーク面積  $S$  は  $\gamma$  線スペクトルのピーク位置  $x_0$  より高エネルギー側のスペクトルを加えあわせ、その2倍として定義されることが多い。実測されたフォトピークの形は特にピークの低エネルギー側の裾でガウス分布とのずれが大きいことから、この  $S$  の定義は理にかなっている。

以上の如くピークの形をガウス関数で表わし手計算で解析する方法は解析に時間がかかり、特に  $x$  vs.  $\ln [Q(x)]$  のグラフをかく手間がわずらわしく多くの  $\gamma$  線スペクトルを解析するのには不向である。またバックグラウンドの除去方法にも確立したものがなく、特にバックグラウンドが大きい時には解析結果の精度に多くは期待できない。

また重なりあったピークの解析に於てはピークの近傍の  $\gamma$  線スペクトルを数チャンネルに束ね、各チャンネルに於ける計数値を (1.1.1) 式のガウス関数を積分してガウス関数のパラメータの関数として表現し、それが実測値に等しいと置いて、パラメータの数に等しい方程式を作る。そしてこの方程式を解いて2つのガウス分布のパラメータ  $x_0$ 、 $\sigma$ 、 $S$  をそれぞれ求める。<sup>(10)</sup>すると各ピークのピーク位置は  $x_0$ 、ピーク面積は  $S$  と与えられ、FWHMは  $\sigma$  から (1.1.3) 式により与えられる。従って重なりあったピークの解析に於ては計数値の統計的変動に対する考慮がなされておらず、この計数値の統計的変動が直接解析結果の誤差の原因となる。

従って精度の面からも労力の面からもガウス関数による手計算の解析法はあまり望ましくなく、その適用範囲はごく狭いものである。即ち電子計算機の使用が不可能で、しかも解析する  $\gamma$  線スペクトルの量が少く、バックグラウンドが簡単に除去できる場合について、フォトピークのピーク位置、ピーク面積およびFWHMの値をおおまかに求める、といった範囲にその適用範囲は限定されるものと考えられる。

次にフーリエ変換による方法であるが、これはエネルギー平面に於ける  $\gamma$  線スペクトルを周波数平面に変換し解析するものである。入射  $\gamma$  線のスペクトルを  $f(E)$  とし、デルタ関数  $\delta(E)$  の入射に対する応答関数を  $h(E)$  とすると、 $\gamma$  線スペクトルの測定結果  $g(E)$  は

$$g(E) = \int_{-\infty}^{\infty} f(E') h(E-E') dE \quad (1.1.8)$$

(12)

と表わされる。(1.1.8) 式をフーリエ変換すると

$$G(\omega) = F(\omega) \cdot H(\omega) \quad (1.1.9)$$

となる。ここで  $G(\omega)$ ,  $F(\omega)$ ,  $H(\omega)$  はそれぞれ

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega E) g(E) dE \quad , \quad (1.1.10a)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega E) f(E) dE \quad , \quad (1.1.10b)$$

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega E) h(E) dE \quad , \quad (1.1.10c)$$

と定義される。

$\gamma$ 線スペクトルの解析とは、 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果  $g(E)$  から入射  $\gamma$ 線  $f(E)$  を求めるということである。(1.1.9)式に於て  $G(\omega)$  および  $H(\omega)$  は分っている量であり、この式から  $F(\omega)$  が求められ、さらに  $F(\omega)$  をフーリエ逆変換すれば  $f(E)$  が求められる。またフーリエ逆変換をしなくても  $F(\omega)$  から各ピークのピーク位置およびピーク面積に関する情報を周波数平面に於て取出すことも可能である。入射  $\gamma$ 線が2つのエネルギーの  $\gamma$ 線から成立っているとすると、入射  $\gamma$ 線スペクトルは、

$$f(E) = A_1 \delta(E - E_1) + A_2 \delta(E - E_2) \quad (1.1.11)$$

と表わされる。従って

$$\begin{aligned} \frac{G(\omega)}{H(\omega)} &= F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega E) f(E) dE \\ &= A_1 \exp(-i\omega E_1) + A_2 \exp(-i\omega E_2). \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

$F(\omega)$  は  $\omega = (2n-1)\pi / |E_1 - E_2|$  に於て最小となり、 $\omega = 2n\pi / |E_1 - E_2|$  に於て最大となる。そして最大値および最小値はそれぞれ  $A_1 + A_2$ ,  $|A_1 - A_2|$  となる。従って  $g(E)$  をフーリエ変換した  $G(\omega)$  を  $H(\omega)$  で割って  $F(\omega)$  を求めると、その最大値、最小値およびそれらの対応する周波数から2つのピークのピーク位置およびピーク面積が求められる。

このフーリエ変換による方法の限界は、 $h(E)$  をフーリエ変換して  $H(\omega)$  を求めるに際し、どうしても  $h(E)$  に含まれている統計的変動による誤差が結果に入りこむということである。従って  $F(\omega)$  を逆変換した  $f(E)$  も完全な線スペクトルになりえず、もとのスペクトル  $g(E)$  よりはやがて狭くなっているが分離は不充分である。

またフーリエ変換の積分範囲ならびに積分法の精度の限界から多くの小さい擬似ピークが  $f(E)$  に生ずる。従って実際の  $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては(1.1.12)式の  $[1/H(\omega)]$  はガウス関数と定数の和で近似されることが多い。しかしこの近似により方法の統一性が失われる。またフーリエ変換にさいしては非常に多くの積分を行わなければならない、計算時間も他の方法と比較して長いと考えられる。

また精度を向上する為には、まずデータを平滑化してバックグラウンドを除去し、求められたスペクトルに対して上述の方法を適用して  $F(\omega)$  を計算し、 $F(\omega)$  をフーリエ逆変換した  $f(E)$  をガウス関数を使って最小2乗法により解析する方法がある。<sup>(13)</sup>

しかし  $f(E)$  にはすでに  $H(\omega)$  からの誤差が入っており、バックグラウンドの除去方法にも問題があり、ピークの形をガウス関数で近似することも問題であり、これにより精度が向上することはあまり期待できない。

従ってこのフーリエ変換による方法で精度のすぐれた解析結果を求めるのはかなり難しいと考えられる。しかしフーリエ変換することによりデータの平滑化およびピークの分解能の向上はかなり有効に行うことが出来る。従って最小2乗法で  $\gamma$  線スペクトルを解析する時必要なパラメータの初期推定値、特にピーク位置の初期推定値を求める方法として適していると考えられる。

次にマトリックス法による波高分布の解析であるが、この方法の概要は次のようなものである。

エネルギー  $E$  の放射線が1個、放射線検出器に入射した時  $i$  チャンネルに放射線が計数される確率を  $K_i(E)$  とすると、入射放射線のエネルギー分布が  $F(E)$  の時、波高分析器の  $i$  チャンネルに計数されるパルス数  $P_i$  は

$$P_i = \int K_i(E) F(E) dE, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.1.13)$$

で与えられる。ここで  $n$  は波高分析器のチャンネル数であり、 $F(E)$  も普通この波高分析器のチャンネル数に対応する  $n$  個のエネルギー区間に分割される。この  $j$  番目の区間のエネルギーを  $E_j$  で代表し、その区間の放射線の全量を  $N(E_j)$  とすれば、(1.1.13)式は

$$P_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} N(E_j), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.1.14)$$

と近似される。そしてこの(1.1.14)式は  $n$  が大きくなるにつれて精度が向上するが、実際には  $n$  はあまり大きな値とすることは出来ず、 $K_{ij}$  の値としては  $j$  番目のエネルギー区間の放射線の  $i$  チャンネルに計測される確率の平均値を使う必要がある。この  $K_{ij}$  を要素とする行列  $\mathbf{K}$  は  $n$  行  $n$  列の正方行列であり、感度行列と呼ばれることがある。行列  $\mathbf{K}$  の  $j$  列の要素  $K_{ij}$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) はエネルギー  $E_j$  の入射放射線に対する応答関数を表わしている。行列  $\mathbf{K}$  および  $n$  次元縦ベクトル  $\mathbf{P}$  および  $\mathbf{N}$  を用いて(1.1.14)式は

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{N} \quad (1.1.15)$$

と表わすことが出来る。(1.1.14)式の  $n$  個の方程式がそれぞれ一次独立の場合には行列  $\mathbf{K}$  は逆行列  $\mathbf{K}^{-1}$  をもち、入射  $\gamma$  線のエネルギー分布は、

$$\mathbf{N} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{P} \quad (1.1.16)$$



と求められる。

(1.1.14)式に於てチャンネル数  $n$  が大きい時には(1.1.14)式の精度はよい。しかし現実には行列  $\mathbf{K}$  の逆行列を求める必要性からチャンネル数  $n$  は普通 5.0 程度以内にとられる。従ってチャンネル巾はかなり大きなものとなり、エネルギー分解能のよい半導体検出器の  $\gamma$  線スペクトルに対する応答関数に於ては全エネルギー吸収ピークは1つのチャンネル内に含まれてしまい、フォトピークの統計現象に基づく統計的拡がりを考慮することはできない。従って入射放射線の全体としてのエネルギー分布を求めることは可能であるが、個々のピーク成分を精度よく取出すことは不可能である。つまりマトリックス法はエネルギー分解能のすぐれた半導体検出器による  $\gamma$  線スペクトルの測定結果の解析にはそのチャンネル数が多い為不向であることがわかる。ピーク近傍のみをマトリックス法で取扱う為には  $\gamma$  線スペクトルからバックグラウンドを取除くことが必要であり、その方法に任意性が大きく問題がある。

また半導体検出器に於てはエネルギー分解能がすぐれており、フォトピークの巾(拡がり)は小さくフォトピークとコンプトンピークとの間には計数率が非常に低く一定の領域があり両者はよく分離されている。従ってピークから低エネルギー側の全エネルギーに対する応答関数を使うマトリックス法の必要性は半導体検出器で測定した波高分布の解析には小さい。

以上の検討から半導体検出器により測定した放射線の波高分布を精度よく解析する為には最小2乗法による解析が適していることが分る。

また解析結果の誤差、すなわち各ピーク成分のピーク位置、ピーク面積およびFWHMの  $\gamma$  線スペクトルの統計的変動からくる誤差についての議論をする為にも最小2乗法は適している。

最小2乗法を使った波高分布の種々の解析法に於て主に異なるのはピークの形およびバックグラウンドの形を表現する関数形すなわちフィッティング関数のちがいである。最小2乗法により放射線の波高分布を精度よく安定して解析する為にはこのフィッティング関数を注意深く選ばなければならない。

最小2乗法による解析方法は半導体検出器により測定した  $\gamma$  線スペクトルの解析に適しているが、NaI(Tl) 検出器により測定した  $\gamma$  線スペクトルに対しても R.L. Heath 等によって提唱された方法<sup>(17), (18)</sup>があり、それをまず検討する。彼等は単一のエネルギーの  $\gamma$  線のスペクトルを NaI(Tl) シンチレーションカウンターで測定し、この  $\gamma$  線スペクトルのピークの形を修正ガウス関数

$$y(x) = y_0 \left[ 1 + \alpha_1 (x - x_0)^4 + \alpha_2 (x - x_0)^{12} \right] \exp \left\{ - \frac{(x - x_0)^2}{b_0} \right\}, \quad (1.1.17 a)$$

で表現し、その他の部分を数個の領域に分けそれぞれの領域チャンネル数  $N$  を正弦関数

$$g(u) = a + bu + \sum_{k=1}^M b_k \sin \left( \frac{k\pi u}{N-1} \right), \quad (1.1.17 b)$$

で表わしてフィッティングし、単一エネルギーの  $\gamma$  線に対する応答関数を解析的な関数として

求めた。この応答関数を数種類のエネルギーの入射 $\gamma$ 線に対して求めておき (Fig. 1.1.1 参照) これをもとに内挿により各エネルギーに対する応答関数を与え、 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から各ピーク成分を取出す試みを行った。

Heath の方法に於ても各ピークのピークエネルギーならびにピーク強度をかえて解析することが可能である。しかし広い範囲の $\gamma$ 線スペクトルを同時に解析する為、各 iteration 毎に各ピークに対する応答関数を求めなおす必要があり、ピークエネルギーを最小 2 乗法により求めるに際しては直接法を採用している。これは各ピーク位置のパラメータを独立に誤差の 2 乗和が小さくなる方向へ各パラメータに対して入力された量だけ動かすものである。この移動量は各 iteration 毎に各パラメータに対して入力されている。こうして新しいピークエネルギーが求まるとそれに対してそれぞれ応答関数を求めなおし、ピーク強度は線型の最小 2 乗法により直接求められる。そしてこの新しく求められたピーク強度に対して、また前述の方法により誤差の 2 乗和が小さくなる方向へ各ピークエネルギーを入力させた量だけ移動させる。この過程を誤差の 2 乗和がさらに小さくなくなるまで繰返す。

以上の如く Heath の方法に於てはピークエネルギーとピーク強度を別々に取扱い、ピークエネルギーに関しては各ピーク毎にディスクリットに動かしていく。従って求められた誤差の 2 乗和が確かに最小となっているという保証がない。フィッティング関数が精度よく $\gamma$ 線スペクトルを表現しており、フィッティングが精度よく行なわれた時は誤差の 2 乗和  $Q$  を自由度  $(N-K)$  で除したものは 1 近傍の値になるはずである (2.3.1 項参照)。ここで  $N$  はチャンネル数、 $K$  はパラメータ数を表わしている。ところが Heath の方法に於てはフィッティングが精度よく行われたという基準を  $Q/(N-K)$  が 2 から 4 の間の値となった時としている。<sup>(17)</sup> この点からも Heath の方法に於けるピークエネルギーおよびピーク強度の求め方に問題があることが推測される。

また Heath の方法は本来 NaI(Tl) シンチレーションカウンタによる $\gamma$ 線スペクトルの測定結果の解析の為考えられたものであり、半導体検出器により測定した $\gamma$ 線スペクトルの解析に適用するには問題となる点が 2, 3 ある。

まず第 1 に測定した $\gamma$ 線スペクトルの全エネルギー範囲を同時に解析する方法である為、Ge(Li) 検出器の分解能がすぐれておりピークとバックグラウンドがよく分離して測定されるという特性が活かされない。逆に Ge(Li) 検出器は分離能がすぐれている為、同じエネルギー範囲の $\gamma$ 線スペクトルを測定する為にも多くのチャンネル (1000~8000) が必要であり、それを解析する為には膨大な記憶容量をもった計算機を使わなければならないという欠点を生じる。第 2 に Ge(Li) 検出器に於てはその高分解能を活かして密接した $\gamma$ 線のスペクトルを測定し解析することが多いが、その場合には各ピークのピーク位置はお互に強い相関をもち、Heath の方法に於けるように各パラメータを独立にしかも指定された量だけ動かしていった正しい解析結果をうるのは難しいと考えられる。

以上の如く Heath の方法は Ge(Li) 検出器の分解能がすぐれている点を活かせず、むしろそれが解析の為には欠点となるのであるから Ge(Li) 検出器により測定した $\gamma$ 線スペクトルの解析には適していない。

次に半導体検出器により測定した $\gamma$ 線スペクトルに対する最小 2 乗法による解析方法である

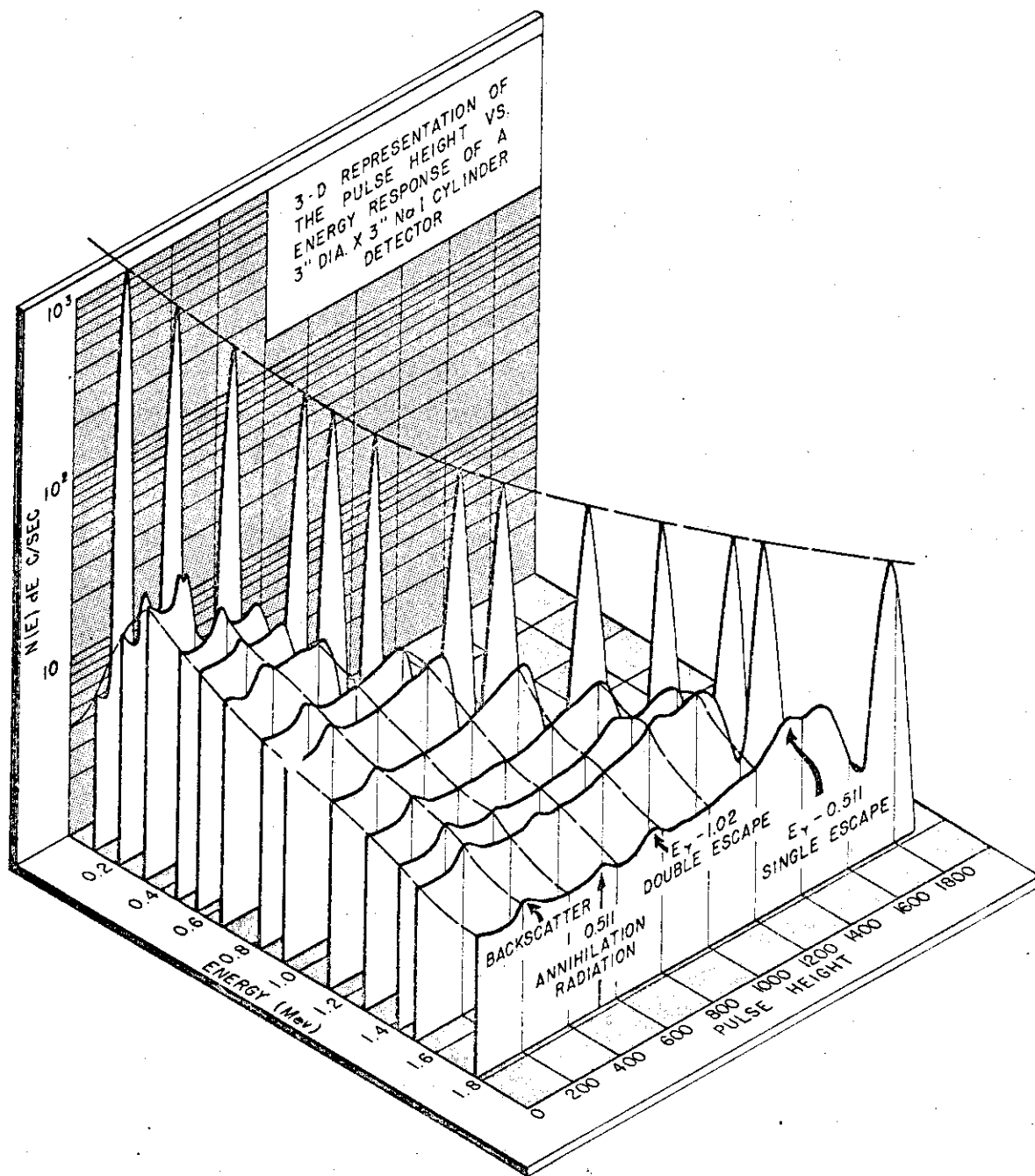


Fig.1.1.1 Three-dimensional representation of the response of a NaI(Tl) scintillation spectrometer to monoenergetic gamma-rays. (Heath et al.<sup>(17)</sup>)

が、M.A. Mariscottiをはじめとして多くの人々が簡単の為、ピーク関数としてガウス関数<sup>(19)~(21)</sup>を使い解析を行っている。しかし実際に測定したフォトピークの形はガウス関数では完全には表現されず、特にピークの裾の部分なかならず低エネルギー側の裾の部分での不一致が大きいことはよく知られている。従ってガウス関数をピーク関数として使った解析に於ては誤差の2乗和はある程度よりは小さくなりえずあまり解析結果の精度は期待できない。ガウス関数でピークの形を表現し、しかも解析精度を上げる為には複雑なバックグラウンド・スペクトルを仮定しなければならず、それにともなって必要なフィッティングパラメータの数が増え収束性が悪くなる。

またフォトピークの形をより精度よく記述する為ガウス関数に多項式を乗じた修正ガウス関数を使ったり<sup>(22)</sup>、2つのガウス関数を重ねあわせて使ったり<sup>(23)</sup>、ガウス関数と指数関数を接続したり<sup>(24)</sup>する試みがなされている。しかしこれらのピーク関数に於てはピークの形を表現するパラメータの数が多く収束性が悪いという欠点がある。特に複雑に重なりあっている数多くのピークを同時に解析する場合にはパラメータの数が多くなり、解が発散して求められない場合が多い。

物質と $\gamma$ 線との相互作用は $\gamma$ 線のエネルギーによってその主な反応がことなり、低エネルギーから高エネルギー領域に移るに従ってその主反応は光電効果、コンプトン効果、電子対生成と変化する。それにつれてフォトピークの形も質的な変化を示し特にピークの低エネルギー側の裾での変化が大きい。従って数+keVから数MeVまでにわたる $\gamma$ 線のピークの形を簡単な関数で表現するのには無理があり、関数形そのものにも任意性が大きい。ガウス関数以外の成分には物理的意味がはっきりしない。

そこでフォトピークの形を精度よくしかも必要最小限の数のパラメータで簡単に表現し、半導体検出器による $\gamma$ 線スペクトルの測定結果を精度よく簡便にしかも収束性よく解析したいという要請から標準スペクトル法が考え出されたわけである。

標準スペクトル法に於てはピーク関数は既に述べた如く解析する $\gamma$ 線のエネルギーに近いエネルギーをもった単色の $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果から直接作られる標準スペクトルを使う。

また在来の最小2乗法による $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては各チャンネルに於けるピーク成分を求めるのにそのチャンネル中心に於けるピーク関数の値に高さのパラメータを乗じて表現していた。従って $\gamma$ 線スペクトルの測定に於けるPHAのチャンネル巾が大きくなるにつれて、たとえピーク関数そのものが正しくピークの形を表現しているとしても、各チャンネルに於けるピーク成分の実験値と計算値とのずれが大きくなり、解析結果の精度もそれにつれて悪くなった。数MeVのエネルギー範囲にわたるFPの $\gamma$ 線スペクトルを測定するような場合にはどうしてもチャンネル巾が大きくなり、ピークの形を表わすチャンネルの数が少なくなりがちであり、この点に関する考慮が必要である。

そこで標準スペクトル法に於てはこの点を正しく考慮し、各チャンネルに於けるピーク成分を求めるのに、標準スペクトルをそのチャンネルの巾にわたって積分して正しく与えるようにした。これによりフォトピークのピーク位置、ピーク面積、FWHM等の情報がチャンネル巾に関係なく正しく求めうることを期待される。

標準スペクトル法に於てはピーク位置およびFWHMの初期推定値は $\gamma$ 線スペクトルの測定結果をプロッターで出力し、その図をみて人間が与えている。一方 $\gamma$ 線スペクトル中に存在するピークを自動的に捜し出し、フィッティングに必要なパラメータの初期推定値を完全に自動的に与えて解析する方法(19), (20), (21), (24)がある。これは $\gamma$ 線スペクトルの測定結果のデータを多項式を使って平滑化し、その1次微分および2次微分の値のピーク近傍での性質からピークを認識するものである。しかしこの方法によっては単一のピークかもしくはある程度以上よく分離している2重ピークの解析までしか行えず、多くのピークが複雑に重なりあっている場合にも精度よく解析できることをめざしている標準スペクトル法の目的にはあわない。2つ以上の多ピークの解析に於ては自動解析の結果をそのまま最終結果とすることは困難であり、途中に人間の判断を入れ再計算をしなければ精度のいい解析結果はえられない。

本来パターン認識は人間が最も得意とするところであり、逆に電子計算機にとっては最も不得意な領域である。電子計算機の得意な領域は多量のデータの計算処理である。そこで標準スペクトル法に於ては人間と電子計算機のそれぞれ得意な面をいかし、FWHMとピーク位置の初期推定値は人間のすぐれたパターン認識を使い入力し、以後の計算処理を電子計算機により行うことにした。標準スペクトル法は初期推定値の入力の仕方としては完全に自動的に初期推定値を与える方法と全部のパラメータの初期推定値を手で入力する方法との中間的な位置にあるといえることができる。

一連の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に於てはそのパターンが一定していることが多く、その場合には一度ピーク位置を定めておけば、再度求めなおす必要がなくピーク位置およびFWHMの初期推定値を与えるのに必要な労力は小さい。ピーク位置およびFWHM以外のパラメータの初期推定値は自動的に与えられる。

本稿の各章の内容は次のようになっている。まず第2章では方法について述べられ、解析に必要なフィッティング関数、パラメータの初期推定値の与え方が示される。また解析結果の標準偏差を与える式が示される。第3章では標準スペクトル法の適用性すなわち解析結果の精度および収束性に関する議論が与えられる。3.1節では標準スペクトルに関する問題点が議論される。3.2節に於てはフィッティング範囲およびパラメータの初期推定値の適用性に与える影響が議論される。3.3節に於ては $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾およびピーク間隔に対する標準スペクトル法の適用性が調べられる。3.4節に於ては解の収束性と精度についての問題点が整理される。第4章に於ては他の方法との比較が示される。解析関数をフィッティング関数として $\gamma$ 線スペクトルを解析した結果が標準スペクトル法による結果と比較される。第5章および第6章には適用例が示される。まず第5章に於ては $^{238}\text{U}$ の相対捕獲反応率の測定に標準スペクトル法が適用され、その有効性が確かめられる。第6章に於ては照射済の原子炉燃料の複雑な $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により精度よく解析し、燃料の燃焼率が求められる。第7章に於ては結論が述べられる。なお標準スペクトル法は電子計算機で計算できるようにプログラミングされており、そのプログラム・リストおよび簡単な説明がAppendix Cに与えられる。また図、表および式の番号は各節毎に連続番号をつけられており、いずれも3つの数字で表わされている。例えばFig. 3.1.5は3.1節の第5図を示している。

## 2. 標準スペクトルを用いる $\gamma$ 線スペクトルの解析方法

この章に於ては標準スペクトル法による  $\gamma$ 線スペクトルの解析方法について述べる。2.1節に於ては  $\gamma$ 線スペクトルに対するフィッティング関数が求まっていると仮定し、最小2乗法によりフィッティングパラメータを求める方法を示す。2.2節に於てはフィッティング関数について述べる。標準スペクトルの作り方を示し、 $\gamma$ 線スペクトルに対するフィッティング関数をこの標準スペクトルと一次式のバックグラウンドで表現する。またフィッティングパラメータの初期推定値の与え方が示される。2.3節に於ては誤差の議論を行い、解析結果の標準偏差を与える式を示す。

### 2.1 方法の概要

標準スペクトル法により  $\gamma$ 線スペクトルを解析する為には  $\gamma$ 線スペクトルに対するフィッティング関数を求める必要がある。 $\gamma$ 線スペクトルに対するフィッティング関数とは、 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から統計的変動や系統的誤差などの種々の誤差や変動をとりのぞいた  $\gamma$ 線スペクトルの最確値を表現する関数のことであり、チャンネル番号とフィッティングパラメータの関数として与えられる。

標準スペクトル法の特徴は主にこのフィッティング関数の表現方法にある。フィッティング関数の中でピークの形を表現する部分はピーク関数と定義されるが、このピーク関数に単1のピークの  $\gamma$ 線スペクトルから直接作られた標準スペクトルを使う為、この名称がつけられた。標準スペクトルの求め方、ならびにフィッティング関数に関しては後で述べることにし、この節ではフィッティング関数が既に求められていると仮定し、標準スペクトル法による  $\gamma$ 線スペクトルの解析方法の概要を述べることにする。

標準スペクトル法は標準スペクトルをピーク関数とし、バックグラウンドの  $\gamma$ 線スペクトルを1次式で近似し、最小2乗法により  $\gamma$ 線スペクトルを解析するものである。 $\gamma$ 線スペクトルの解析は最小2乗法の分類に従えば、関接測定の場合でありしかも求めるパラメータに関してフィッティング関数が非線型となっている場合に対応する。また各独立変数に対応する測定結果の測定精度が不様な場合である。 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に於ては各チャンネル  $I$  の計数値  $y(I)$  の標準偏差は  $\sqrt{y(I)}$  と与えられる。

いま  $\gamma$ 線スペクトルの測定結果を

$$(x_i, y_i), \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (2.1.1)$$

とする。ここで  $x_i$  は独立変数でありチャンネル番号をあらわしており、従属変数  $y_i$  は各チャンネル  $x_i$  に於ける計数値をあらわしている。この観測値  $(x_i, y_i)$  を関数

$$y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_K) = f(x, \underline{a}), \quad (2.1.2)$$

へフィッティングすることを考える。ここでフィッティング関数  $f(x, \underline{a})$  に含まれているフィ

フィッティングパラメータ  $\underline{a}$  の次元は  $K$  であるとする。  $K$  個のパラメータを求めるためには、データ数  $N$  が  $K$  より大きいこと、すなわち  $N > K$  であることが必要である。  $N = K$  の場合には  $(x_i, y_i)$  の各点を完全に通るようにパラメータ  $\underline{a}$  を与えることができ、最小 2 乗法には意味がなくなる。なぜなら誤差が零で精度の議論が無意味となるからである。

各点での誤差を  $\epsilon_i$  とすると

$$\epsilon_i(\underline{a}) = f(x_i, \underline{a}) - y_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2.1.3)$$

(2.1.3) 式に於て誤差  $\epsilon_i$  が偶然誤差であり、平均値が零で標準偏差が  $\sigma_i$  の誤差法則に従うとすると、一組の誤差  $\sigma_i$  ( $i = 1 \sim N$ ) が互いに独立にそれぞれ  $\epsilon_i$  と  $\epsilon_i + d\epsilon_i$  の間の値をとる確率は、

$$P(\underline{a}) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^N \frac{1}{\prod_{i=1}^N \sigma_i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_i^2}{\sigma_i^2} \right\} d\epsilon_1 d\epsilon_2 \dots d\epsilon_N, \quad (2.1.4)$$

とフィッティングパラメータ  $\underline{a}$  の関数として与えられる。測定値として  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1 \sim N$ ) が現実にえられたということは、そういう測定結果に対して  $P(\underline{a})$  が最大となると考えるのが自然である。

確率的に稀な場合が実際に起ったとするよりも、最も起りやすい場合が起ったとする方が自然なわけである。

そこで  $P(\underline{a})$  を最大とする  $\underline{a}$  の値を  $\tilde{\underline{a}}$  とすれば、この  $\tilde{\underline{a}}$  を  $\underline{a}$  の最確値 (most probable value) と呼ぶことができる。  $P(\underline{a})$  が最大となるのは (2.1.4) 式の指数関数の括弧の中が最大となる時、すなわち誤差の 2 乗和

$$Q(\underline{a}) = \sum_{i=1}^N \frac{\epsilon_i^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^N \frac{(f(x_i, \underline{a}) - y_i)^2}{\sigma_i^2}, \quad (2.1.5)$$

が最小になるときに相当する。(2.1.5) 式に於て  $\frac{1}{\sigma_i^2}$  を  $w_i$  と書きなおすことにより (2.1.5) 式は  $w_i$  を重みとする誤差の 2 乗和

$$Q(\underline{a}) = \sum_{i=1}^N w_i \epsilon_i^2, \quad (2.1.6)$$

となる。

この重み付きの誤差の 2 乗和を最小とするパラメータ  $\underline{a}$  を求める方法には各種の方法があるがここでは電子計算機による計算に適しており、しかも考え方が簡潔で適用範囲の広い Gauss-Seidel 法<sup>(8)</sup> を使う。

(2.1.6) 式の誤差の 2 乗和  $Q$  がパラメータの値が  $\underline{a}$  の時に最小である為には  $\underline{a}$  に於ける  $Q$  の各パラメータ  $a_p$  による偏微分が零となっていることが必要である。即ち、

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}} = 2 \sum_{i=1}^N w_i \epsilon_i \left( \frac{\partial \epsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}} = 0, \quad (p = 1, 2, \dots, K). \quad (2.1.7)$$

いま (2.1.7) 式を満たす  $\underline{a}$  の近似値を  $\underline{a}^0$  とし,  $\Delta \underline{a}$  が充分小さいとして  $\varepsilon_i(\underline{a})$  を  $\underline{a}^0$  のまわりに展開し, 二次以上の高次の微小量を無視すると

$$\varepsilon_i(\underline{a}) = \varepsilon_i(\underline{a}^0 + \Delta \underline{a}) \doteq \varepsilon_i(\underline{a}^0) + \sum_{p=1}^K \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} \cdot \Delta a_p, \quad (2.1.8)$$

となる。  $\varepsilon_i(\underline{a})$  が (2.1.3) 式により  $f(x_i, \underline{a})$  と  $y_i$  の差として与えられ, 観測値  $y_i$  はパラメータ  $\underline{a}$  には依存しないから, (2.1.8) 式の展開はとりもなおさず, フィットング関数  $f(x_i, \underline{a})$  をパラメータ  $\underline{a}$  に関して展開しその一次の項までとったことと等価である。即ち

$$f(x_i, \underline{a}) \doteq f(x_i, \underline{a}^0) + \sum_{p=1}^K \left( \frac{\partial f}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} \cdot \Delta a_p. \quad (2.1.9)$$

又 (2.1.3) 式から当然のことながら

$$\left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0}, \quad (2.1.10)$$

となる。ここで  $f(x_i, \underline{a})$  は  $f_i$  と省略した。

(2.1.8) 式を (2.1.6) 式に代入すると

$$Q(\underline{a}) = Q(\underline{a}^0 + \Delta \underline{a}) = \sum_{i=1}^N w_i \left\{ \varepsilon_i(\underline{a}^0) + \sum_{p=1}^K \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} \cdot \Delta a_p \right\}^2. \quad (2.1.11)$$

ここで  $\underline{a}^0$  を固定し,  $Q(\underline{a}^0 + \Delta \underline{a})$  を最小とするパラメータ  $\underline{a}$  の増分  $\Delta \underline{a}$  を求めるという問題を設定する。即ち (2.1.11) 式を各フィッティングパラメータの増分  $\Delta a_q$  で偏微分したものを零とする,

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial a_q} \right)_{\underline{a}^0} = \left( \frac{\partial Q}{\partial (\Delta a_q)} \right)_{\underline{a}^0} = 2 \sum_{i=1}^N w_i \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_q} \right)_{\underline{a}^0} \left\{ \varepsilon_i(\underline{a}^0) + \sum_{p=1}^K \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} \Delta a_p \right\} = 0, \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (2.1.12)$$

(2.1.12) 式を満たす  $\Delta \underline{a}$  を求めることになる。(2.1.12) 式は未知変数  $\Delta a_q$  の数が  $K$  個であり, 式の数も又  $K$  個であるからそれらの中に一次従属なものがないという条件のもとに一意的に解くことが出来る。(2.1.12) 式は正視方程式とよばれる。 $\Delta \underline{a}$  に関する連立一次方程式である (2.1.12) 式を行列で表示し書きなおすと,

$${}^1\mathbf{B}\underline{\varepsilon} + {}^1\mathbf{B}\mathbf{A}(\Delta \underline{a}) = 0, \quad (2.1.13)$$

となる。ここで  $\underline{\varepsilon}$  は  $\varepsilon_i$  を成分とする  $N$  次元の縦ベクトルであり,  $\Delta \underline{a}$  は  $\Delta a_p$  を成分とする  $K$  次元の縦ベクトルである。即ち



$$\underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix}, \quad \underline{\Delta a} = \begin{pmatrix} \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \\ \vdots \\ \Delta a_K \end{pmatrix}, \quad (2.1.14)$$

であり、それぞれ  $\underline{\varepsilon}$  は  $N$  行一列、 $\underline{\Delta a}$  は  $K$  行一列の行列と考えることができる。また  $\mathbf{A}$  および  $\mathbf{B}$  は  $N$  行  $K$  列の行列であり、その成分はそれぞれ

$$A_{ip} = \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0}, \quad (2.1.15)$$

$$B_{ip} = w_i \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} = w_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} = w_i A_{ip}, \quad (2.1.16)$$

と与えられる。(2.1.13)式に於て行列 ( ${}^t\mathbf{BA}$ ) が正則の場合には ( ${}^t\mathbf{BA}$ ) の逆行列が存在し  $\underline{\Delta a}$  は

$$\underline{\Delta a} = -({}^t\mathbf{BA})^{-1}({}^t\mathbf{B}\underline{\varepsilon}), \quad (2.1.17)$$

と求められる。

関数  $f(x, \underline{a})$  がパラメータ  $\underline{a}$  に関して線型である場合には (2.1.8) ~ (2.1.12) の展開式は厳密に成り立ち、従って (2.1.17) 式もまた厳密に正しい。従ってフィッティングパラメータの初期推定値  $\underline{a}^0$  がいかなる値であっても、(2.1.17) 式の  $\underline{\Delta a}$  から誤差の 2 乗和 (2.1.6) を最小とするフィッティングパラメータは

$$\underline{a} = \underline{a}^0 + \underline{\Delta a} \quad (2.1.18)$$

と求められる。従ってこの場合には  $\underline{a}$  の初期推定値は簡単の為すべて零ととられることが多い。フィッティング関数がフィッティングパラメータ  $\underline{a}$  に関して線型で独立変数が一つの場合フィッティング関数は一般に

$$f(x, \underline{a}) = a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \dots + a_K g_K(x), \quad (2.1.19)$$

と書きあらわされる。ここで  $g_p(x)$  は変数  $x$  の任意の関数である。ただし各  $g_p(x)$  は互いに独立であることが必要である。よく使われるのは  $g_p(x)$  が  $x$  の多項式の場合であり、

$$g_p(x) = x^{p-1}, \quad (2.1.20)$$

と与えられる。即ち

$$f(x, \underline{a}) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_K x^{K-1}. \quad (2.1.21)$$

この多項式によるフィッティングを利用してデータの平滑化が行われることが多い。<sup>(26), (27)</sup>

$\gamma$ 線スペクトルの解析の場合はフィッティング関数  $f(x, a)$  がパラメータ  $a$  に関し非線型の場合に相当し、その場合には (2.1.8) ~ (2.1.12) の展開式はあくまでも近似式である。従ってフィッティングパラメータの初期推定値を充分正しく与えることによつてのみ解は収束する。この非線型の場合にフィッティングパラメータ  $a$  を求める方法を示すと以下の如くなる。

(2.1.6) 式の誤差の2乗和を最小とするフィッティングパラメータを求めるにはまずパラメータの初期推定値  $a^0$  を出来るだけ精度よく与え、フィッティング関数を線型近似、すなわち (2.1.9) 式で表現し線型の場合と同じくフィッティングパラメータ  $a$  の増分  $\Delta a$  を (2.1.17) 式から求める。次に  $(a^0 + \Delta a)$  を新たにフィッティングパラメータの推定値  $a^0$  とおきかえ前と同じ手順で行列  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\underline{\varepsilon}$  を求めなおし新たにパラメータの増分  $\Delta a$  を求めなおす。この過程を繰返し  $a$  の増分  $\Delta a$  が何らかの基準と比較して充分小さくなった時、解は収束したと考え iteration を打ち切る。そしてこの時点でのフィッティングパラメータを求める誤差の2乗和を最小とするパラメータと考える。従つて、フィッティング関数がフィッティングパラメータに関し非線型の場合には、繰返しフィッティング関数を線型近似してパラメータを求め、順次正しい値、すなわち誤差の2乗和を最小とする値に近づけていくということになる。

この計算順序をもう少し詳しく示すと次のようになる。

- ① フィッティングパラメータの初期推定値  $a^0$  を出来るだけ精度よく与える。
- ② フィッティング関数を線型近似し (2.1.17) 式に従つて、フィッティングパラメータの増分  $\Delta a^{(n)}$  を求める。

$$\Delta a^{(n)} = -(\mathbf{B}^{(n-1)} \mathbf{A}^{(n-1)})^{-1} \cdot (\mathbf{B}^{(n-1)} \underline{\varepsilon}^{(n-1)}) \quad (2.1.22)$$

ここで  $n$  は iteration の回数を示すサフィックスである。また行列  $\underline{\varepsilon}^{(n-1)}$ ,  $\mathbf{A}^{(n-1)}$  および  $\mathbf{B}^{(n-1)}$  は  $(n-1)$  回目の iteration に於けるフィッティング関数およびその各パラメータによる偏微分をもとに、それぞれ (2.1.3), (2.1.15) および (2.1.16) 式から与えられる。

- ③ フィッティングパラメータ  $a$  を

$$\underline{a}^{(n)} = \underline{a}^{(n-1)} + h \cdot \Delta a^{(n)} \quad (2.1.23)$$

で改良する。ここで  $h$  は安定してパラメータが収束するように与えられる収束安定化因子であり、零と1との間の値をとる。

#### 収束安定因子 $h$ の決定

それぞれの iteration 番号  $(n)$  の範囲に対して  $h$  は以下の如く与えられる。

- (a)  $1 \leq n \leq 5$  の時

各パラメータ毎に  $h$  はきめられ、 $a_p^{(n)}$  と  $a_p^{(n-1)}$  の符号が逆転している場合には同符号になるまで  $h$  を半分にして行く。 $a_p^{(n)}$  と  $a_p^{(n-1)}$  が同符号の時は  $h=1.0$  とする。

- (b)  $5 < n < 25$  の時

全パラメータに対し同じ  $h$  が使われる。

$$a_p^{(n-1)} \neq 0 \quad ,$$

$$\left| \frac{\Delta a_p^{(n-1)}}{a_p^{(n-1)}} \right| \geq 10^{-6} \quad (2.1.24)$$

(2.1.24)式の条件を満たすパラメータ  $a_p$  のうち1つでも,

$$|\Delta a_p^{(n)}| \geq |\Delta a_p^{(n-1)}| \quad (2.1.25)$$

の条件を満たすパラメータがある時は  $h=0.5$  とする。それ以外の場合には  $h=1.0$  とする。

(c)  $n=25$

標準スペクトル法に於ては iteration の最大回数は、25回であり、iteration回数(n)が25となった時、および収束した場合には  $h=1.0$  と与えられる。

#### ④ 収束判定

解の収束判定は  $\Delta a^{(n)}$  の各成分の絶対値がすべて充分小さくなったことにより行われる。 $\Delta a_p^{(n)}$  ( $p=1, \dots, K$ ) がすべて充分小さくなったという判定は標準スペクトル法に於ては以下のように行われている。

(a) すべてのパラメータ  $a_p$  に対して,

$$\left| \frac{a_p^{(n)} - a_p^{(n-1)}}{a_p^{(n-1)}} \right| \leq 10^{-6} \quad (2.1.26)$$

が成り立つ時、解は収束したと判定する。

(b) ただしパラメータの変化分  $\Delta a_p^{(n)}$  の符号が1回前の iteration における変化分  $\Delta a_p^{(n-1)}$  の符号とすべて逆転している場合には、すべてのパラメータ  $a_p$  に対して,

$$\left| \frac{\Delta a_p^{(n)} + \Delta a_p^{(n-1)}}{a_p^{(n-1)}} \right| \leq 10^{-2} \quad (2.1.27)$$

の条件が満たされれば、解は収束したと考える。

(a)が一般の場合であり、(b)は2点の間をパラメータが iteration 毎に変動する場合に対応し、この場合には求められたパラメータが正規方程式を精度よく満しているという保証はない。しかし、(a)の収束判定により解が求められた場合にはその解が正規方程式を精度よく満していることが確かめられている。

収束判定で未収束と判定された場合には求められた  $a^{(n)}$  をあらたな近似値とし、②にもどり iteration 番号を1つふやし、 $\Delta a^{(n+1)}$  を求め、収束するまで②、③、④の過程を繰返す。

収束と判定された場合にも、もう一度だけ②、③の過程を繰返し、パラメータをよびフィッティング関数の最終結果を求めなおす。また誤差の2乗和も再計算する。ただしこの場合には収束安定化因子  $h$  は1に固定される。

## 2.2 フィッティング関数

$\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で解析する為には $\gamma$ 線スペクトルをチャンネル番号  $I$  およびフィッティングパラメータ  $a = (a_1, a_2, \dots, a_K)$  の関数として

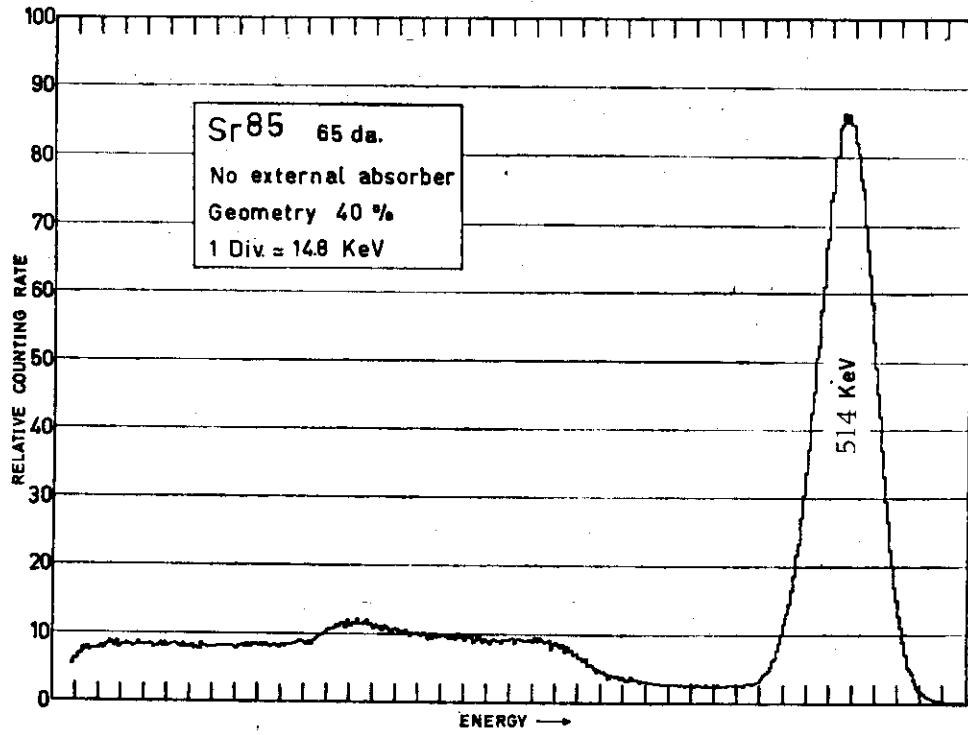
$$f(I, a) = f(I, a_1, a_2, \dots, a_K)$$

と表現することが必要である。この  $f(I, a)$  と  $\gamma$ 線スペクトルの実測値  $y(I)$  との差の2乗和を最小にするようにパラメータ ( $a_1 \sim a_K$ ) をフィッティングすることになる。

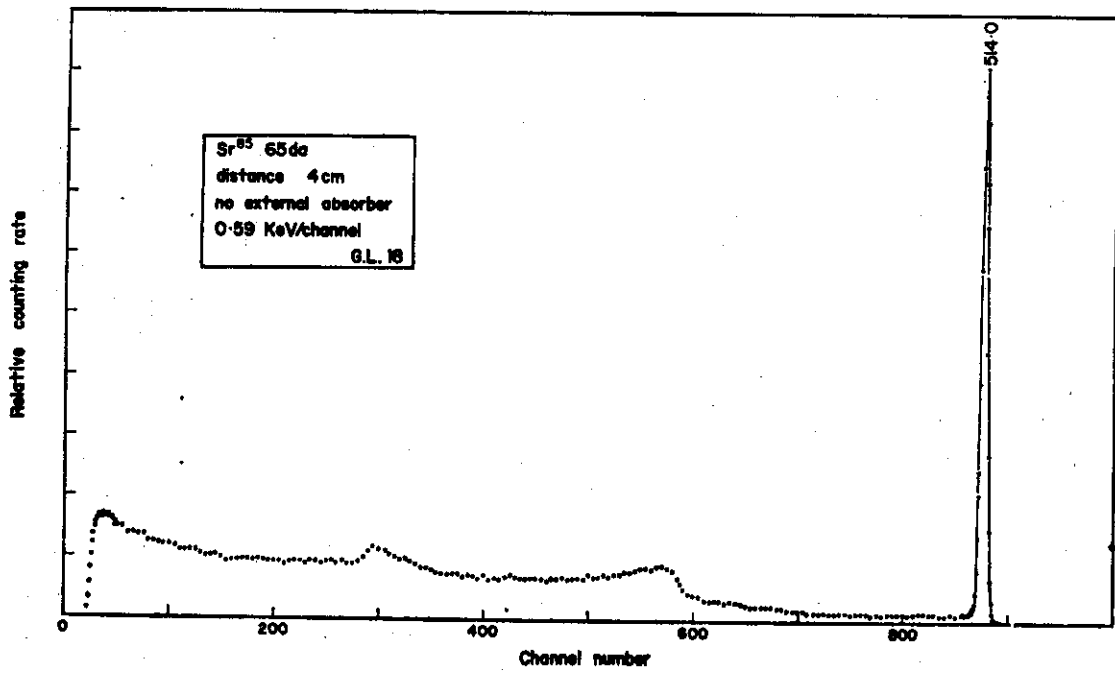
$\gamma$ 線スペクトルは入射 $\gamma$ 線のエネルギーに対応するフォトピーク、および入射 $\gamma$ 線がコンプトン散乱、光電効果などの過程を通じて物質—検出器および検出器に入る前に通過する物質—と相互作用をして生ずる連続スペクトルからなると考えられる。また 1.02 MeV 以上のエネルギーを持った $\gamma$ 線は物質と相互作用をして電子対生成反応を起こすことが出来、その時にはもとの $\gamma$ 線そのものに対応するフォトピーク以外に電子対生成によるフォトピーク、即ち single escape peak, double escape peak および 511 keV の消滅ピークが $\gamma$ 線スペクトルに付け加えられる。<sup>(25)</sup>

シンチレーションカウンタによって $\gamma$ 線スペクトルを測定するとフォトピークの半値巾 (FWHM) が大きいばかりでなくフォトピークとコンプトンピークとの間にもかなりの計数値がありフォトピークとバックグラウンドを分離して取扱うことがむづかしい。<sup>85</sup>Sr からの 514 keV の $\gamma$ 線のスペクトルを (3" diam.  $\times$  3") の NaI(Tl) シンチレーションカウンタ測定した結果を Fig. 2.2.1(a) に示す。<sup>(25)</sup>

一方 Ge(Li) 検出器等の半導体検出器は分解能がすぐれておりそれにより $\gamma$ 線スペクトルを測定するとフォトピークはバックグラウンドからよく分離して測定され、フォトピークとコンプトンピークとの間には計数率が大変小さいプラトーの領域がある。従って、半導体検出器による $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に対してはフォトピークとバックグラウンドを別々に表現して解析し、各フォトピークに関する情報を取り出すことが可能である。<sup>85</sup>Sr からの 514 keV の $\gamma$ 線スペクトルを体積 18cm<sup>3</sup> の Ge(Li) 検出器で測定した結果を Fig. 2.2.1(b) に示す。<sup>(25)</sup> シンチレーションカウンタによる測定結果と比較してピークとバックグラウンドがよく分離されていることが分る。 $\gamma$ 線スペクトルを最小2乗法で解析する為にはこのフォトピークの形とバックグラウンドの形をそれぞれ何らかの関数で表現する必要がある。しかしいずれに対しても理論的根拠がはっきりしており、しかもそれぞれの形を精度よく表わしている解析関数は存在せず、この点に問題がある。またピークとバックグラウンドがよく分離しているといったが、どこまでピークでどこからがバックグラウンドであるというはっきりした境界は存在しない。従って、ピークの表現とバックグラウンドの表現はある程度依存しあっており、ピークの形として表現するエネルギー範囲およびその精度がいい時にはバックグラウンドの表現は比較的単純となり、逆にピークの形をガウス関数のみで簡単に表現し、残りの部分をバックグラウンドとして取扱うとバックグラウンド $\gamma$ 線の形は解析精度を落さない為にはある程度複雑とならざるをえない。標準スペクトル法に於ては、前者の立場をとる。すなわちピークの形を表現するピーク関数を精度よく与えピークの低エネルギー側のプラトーの部分以上のエネルギー範囲を一括してピーク関数で表現する。そしてフォトピーク以外の連続スペクトルはバックグラウンド $\gamma$ 線として一括し、フィッ



(a)



(b)

Fig.2.2.1 Gamma-ray spectra of <sup>85</sup>Sr are measured by using a NaI(Tl) detector (a) and a Ge(Li) detector (b).  
(Adams and Dams.<sup>(25)</sup>)

ティング範囲内に於てチャンネルに関する一次式で近似した。

### 2.2.1 標準スペクトル

標準スペクトル法に於ては、フォトピークの形を正確にしかも必要最小限の数のパラメータで簡単に表現する為、単一エネルギーの入射 $\gamma$ 線に対応する $\gamma$ 線スペクトルから直接標準スペクトルを作り、それをピーク関数として使う。単一エネルギーの入射 $\gamma$ 線に対応する $\gamma$ 線スペクトルを単ピーク・スペクトルと呼ぶことにする。この単ピーク・スペクトルから標準スペクトルを作る大略の順序を示すと以下の如くなる。

(標準スペクトルの作り方)

- ① 標準スペクトルのピーク位置 $N_p$ 、ピーク面積 $S_G$ およびFWHMを求める。その為

$$[N_p^0 - 0.25 \text{FWHM}^0] \leq I \leq [N_p^0 + 2.5 \text{FWHM}^0], \quad (2.2.1)$$

$N_p^0$  : ピーク位置の初期推定値

$\text{FWHM}^0$  : 半値巾 (FWHM) の初期推定値

のチャンネル範囲に於てはピーク成分はガウス関数のみで表現しうると考え、この範囲の単ピーク・スペクトルをガウス関数と定数のバックグラウンド (BG) でフィッティングする。そして求められたガウス成分のピーク位置、ピーク面積およびFWHMをもって標準スペクトルのピーク位置 $N_p$ 、ピーク面積 $S_G$ および半値巾FWHMの定義とする。

- ② 単ピーク・スペクトル $y(I)$ から①のフィッティングにより求められた定数のBGを差引いたもの、すなわち

$$f_1(I) = y(I) - \text{BG} \quad (2.2.2)$$

をガウス関数で平滑化したものが標準スペクトルである。ガウス関数による平滑化について後に述べる。

- ③ 便宜的に標準スペクトルのチャンネル番号はもとの $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル番号 $I$ とは独立に定義しなおされる。第1チャンネル ( $n=1$ ) はもとのスペクトルの  $[N_p - 3 \cdot \text{FWHM}]$  チャンネルに対応し、最終チャンネル ( $n=n_{\max}$ ) はもとのスペクトルの  $[N_p + 2 \cdot \text{FWHM}]$  チャンネルに対応する。つまり標準スペクトルはピーク位置から低エネルギー側にはFWHMの3倍、高エネルギー側にはFWHMの2倍のチャンネル範囲に対して定義される。また標準スペクトルのピーク位置 $N_p$ も

$$n_p = N_p - [N_p - 3 \cdot \text{FWHM}]$$

と定義しなおされることとなる。ここで $[x]$ は、 $x$ の整数部を表わすガウス記号である。

以上の如くして作られる標準スペクトルは解析する $\gamma$ 線のエネルギーとできるだけ近いエネルギーの単ピーク・スペクトルをもとに作るのが望ましい。解析する $\gamma$ 線のエネルギー近傍に単一の $\gamma$ 線を出す核種が存在しない場合には、その近くのエネルギーの標準スペクトルを内挿

して使うことも可能である。標準スペクトルの形はエネルギーと共に徐々にスムーズに変化する。またピークの形を正しく表現する為には標準スペクトルを作るもとなる単ピーク・スペクトルのFWHMが20チャンネル程度以上あるようにチャンネル巾を選定して測定することが望ましい。

(ガウス関数による平滑化について)

普通データの平滑化は多項式を使って行われることが多い。<sup>(26)(27)</sup>これは一定チャンネル範囲のデータを多項式を使い、各データの測定精度が等しいと仮定して最小2乗法によるフィッティングを行い、中心チャンネルに於ける値を求めるものである。フィッティング関数が多項式の場合にはフィッティング関数はパラメータに関し線型であり(cf. Eq. (2.1.21))フィッティングパラメータは(2.1.17)式により直接正しく求められる。さらに $\gamma$ 線スペクトルの場合には独立変数であるチャンネル番号は等間隔であり、この場合に対してはあらかじめパラメータは求められており、データを平均する為の重みの形で整理されている。

すなわちIチャンネルに於ける $\gamma$ 線スペクトル $y(I)$ をIチャンネルの前後mチャンネルの合計(2m+1)個のチャンネルのデータで平滑化する場合には、 $y(I)$ の平滑化された値 $\bar{y}(I)$ は

$$\bar{y}(I) = \frac{\sum_{i=-m}^m W_i y(I+i)}{\sum_{i=-m}^m W_i}, \quad (2.2.3)$$

と与えられる。そして $W_i$ が多項式の次数と平滑化するデータ数(2m+1)の関数としてそれぞれ与えられているわけである。たとえば2次式で11点の範囲のデータを使って平滑化する場合にはその重み $W_i$ は

$$(W_{-5}, W_{-4}, \dots, W_5) = (-36, 9, 44, 69, 84, 89, 84, 69, 44, 9, -36)$$

と与えられている。<sup>(28)</sup>

一方フォトピークの形は基本的にはガウス関数に従うことが分っているので、標準スペクトルを作る際の平滑化に於ても出来るならガウス関数により平滑化した方が精度よく平滑化できると考えられる。ガウス関数の対数をとれば、それが独立変数の2次式になることは明らかである。従って従属変数の対数をとってからそれを2次式で平滑化し、その値の指数をとればそれがもとのデータをガウス関数により平滑化したものになる。そこで標準スペクトルの平滑化に於ても、(2.2.2)式の $f_1(I)$ の対数をとったもの、すなわち、 $\ln(f_1(I))$ を2次式で平滑化し、その結果の指数をとって行うこととした。

<sup>137</sup>Csからの662 keVの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から定数のBGを差引き、それをガウス関数で平滑化したものを普通の2次式で平滑化したものと比較してFig.2.2.2の(a), (b)に示す。(a)がガウス関数による平滑化による結果であり、(b)が2次式による平滑化の結果である。平滑化はいずれも11点のデータに対して行われ、結果は実線で示されている。また標準スペクトルに含まれているピーク成分が点線で示されている。

ガウス関数で平滑化した場合(Fig.2.2.2(a))はピーク近傍で平滑化データはほぼ完全にガウス

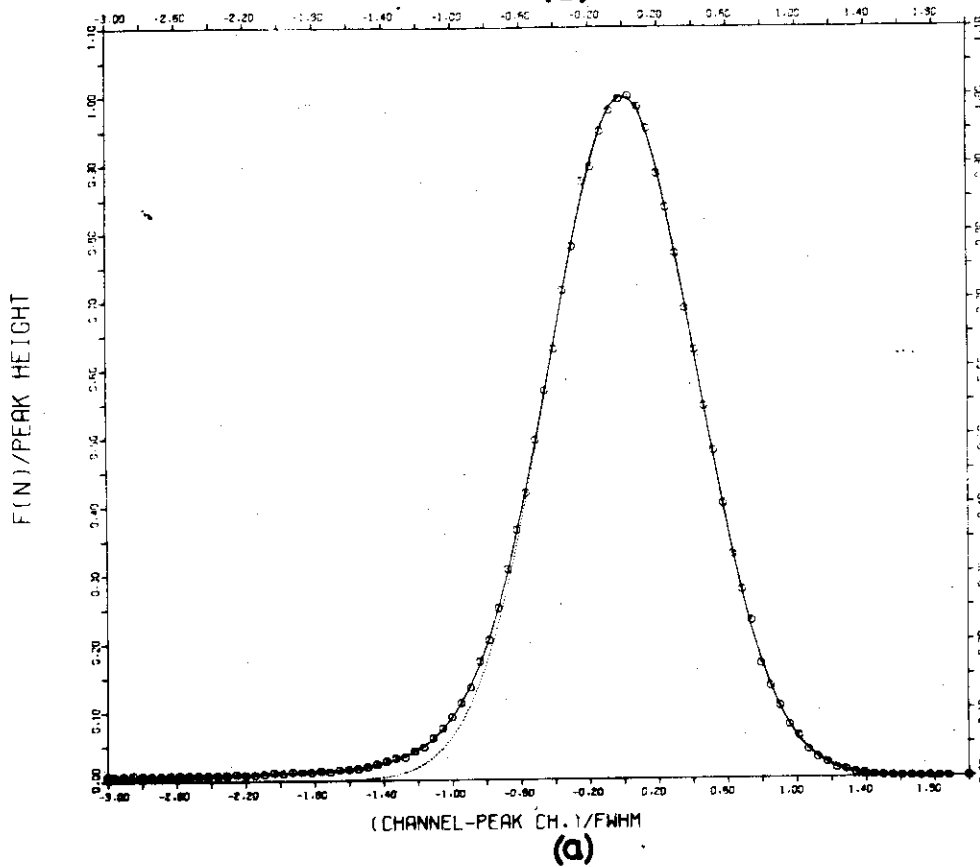
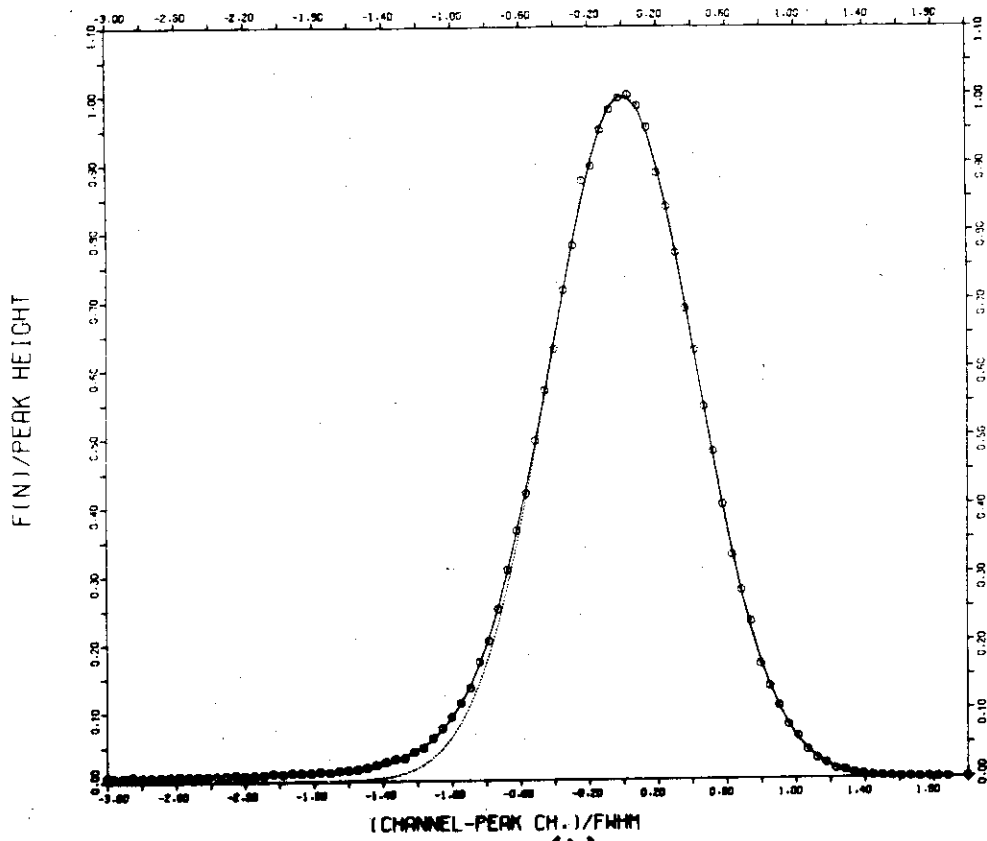


Fig.2.2.2 Gaussian smoothing (a) is compared with parabolic smoothing(b).



成分と一致している。一方2次式で平滑化した場合 (Fig.2.2.2(b))には平滑化データはピーク近傍でガウス成分よりやや低くなっている。この傾向は一般的なものであり、フォトピークのピーク近傍を2次または4次の多項式で平滑化するとピーク近傍に於て平滑化データが実験値 (生データ)より低めの値となることはよく知られている。

従って普通の $\gamma$ 線スペクトルの平滑化に於ても標準スペクトル法に於て提唱されたこのガウス関数による平滑化を行えばピーク近傍で平滑化されたデータが低めの値となるという問題が解決されるものと考えられる。

標準スペクトルの例を次に示す。まず単ピーク・スペクトルの

$$[N_p - 0.25 \times \text{FWHM}] \leq I \leq [N_p + 2.5 \times \text{FWHM}]$$

のチャンネル範囲をガウス関数と一定数のバックグラウンドで解析した結果をFig.2.2.3に示す。これは $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線を実効体積 $30\text{cm}^3$ のGe(Li)検出器および1024チャンネルの波高分析器で測定したものである。Fig.2.2.3には比較の為

$$[N_p - 3 \text{FWHM}] \leq I \leq [N_p - 0.25 \text{FWHM}]$$

のチャンネル範囲に対してもフィッティングにより求められたガウス成分 (点線) が示されている。縦軸はスペクトルからバックグラウンドを差引き、ピークの高さで規格化して与えられている。横軸もピーク位置を基準にFWHMを単位として与えられている。

またガウス関数を使い11点の範囲のデータで平滑化されたデータ即ち標準スペクトルが実線で示されている。図からピークの裾の部分でガウス関数と実測されたスペクトルとの間に不一致が大きいことがよく分る。特に低エネルギー側の裾での不一致は大きい。

以上のようにしてFWHMが約4 keV, 体積が $30\text{cm}^3$ のGe(Li)検出器に対して作った標準スペクトルの例をガウス関数と比較してFig.2.2.4に示す。(a)は $^{241}\text{Am}$ からの59.6 keVの $\gamma$ 線のスペクトルをもとに作ったものであり、(b)は $^{57}\text{Co}$ からの122 keVの $\gamma$ 線、(c)は $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線にそれぞれ対応する標準スペクトルである。

(標準スペクトルの内挿について)

標準スペクトルの内挿は次のようにして行った。まず標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーに関する内挿を簡単にする為、内挿するもととなる標準スペクトルをチャンネルに関してガウス関数を使って内挿し、チャンネル数を201に規格化した。FWHMは40チャンネルであり、ピーク位置は121チャンネルである。チャンネルに関してガウス関数で内挿することは、 $y$ 座標方向の値の自然対数を取り、 $x$ 座標の値はそのまゝにして、3点で2次式の内挿を行い、求められた $y$ 座標方向の値の指数をとることに対応する。このようにして作られた $\gamma$ 線エネルギー $E_N$ に対応する規格化された標準スペクトルを

$$s(E_N, N) ; N = 1, 2, \dots, 201,$$

とすると、 $\gamma$ 線エネルギー $E$ に対応する標準スペクトルは $\gamma$ 線エネルギー $E_M$ および $E_N$ に対応する標準スペクトルを内挿して

$$s(E, N) = s(E_M, N) + \left\{ s(E_N, N) - s(E_M, N) \right\} \times \frac{(\log E - \log E_M)}{(\log E_N - \log E_M)}, \quad (2.2.4)$$

$$N = 1, 2, \dots, 201,$$

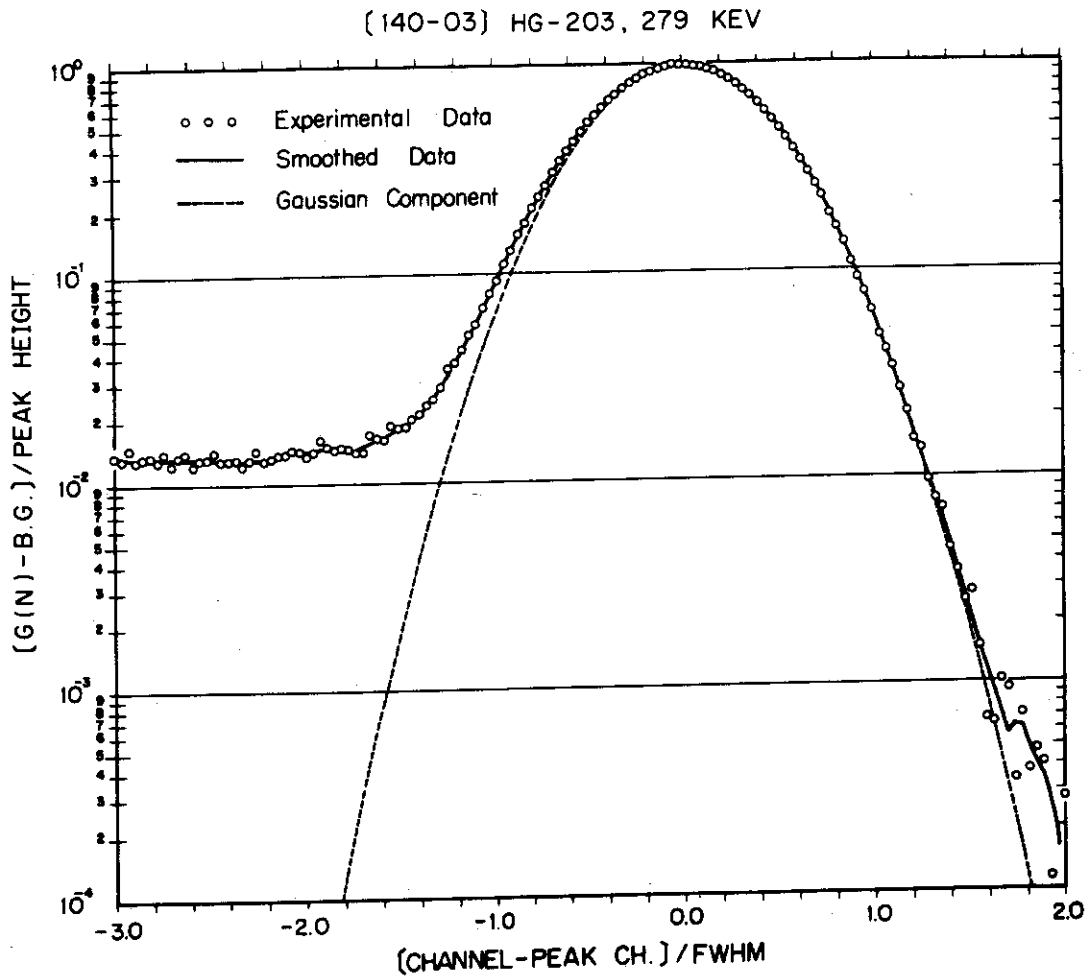


Fig.2.2.3 Gamma-ray spectrum of  $^{203}\text{Hg}$  is analysed by using a Gaussian peak function and constant background continuum for the fitting interval of  $(N_p - 0.25 \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p + 2.5 \times \text{FWHM})$ , where  $N_p$  means peak position.

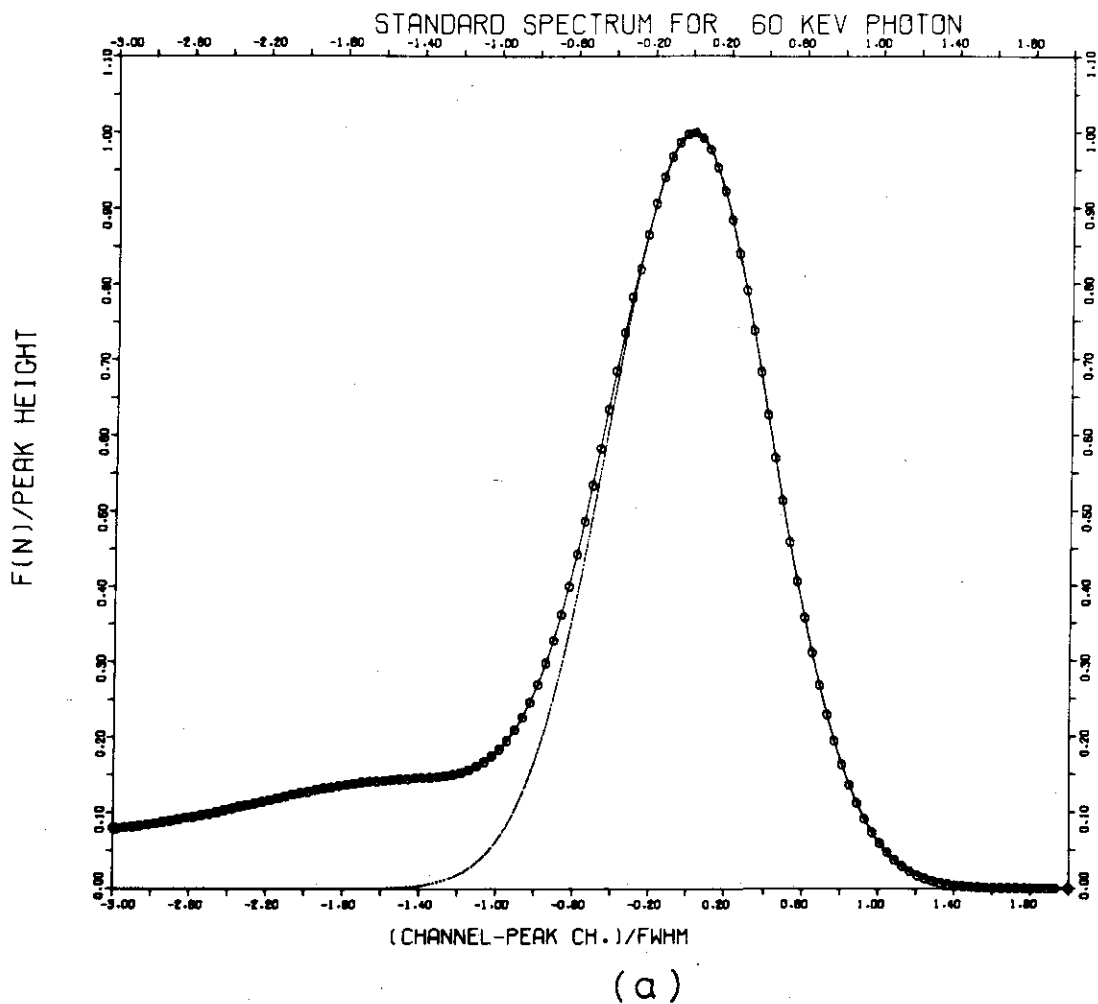


Fig.2.2.4 Standard spectra of a coaxial type Ge(Li) detector ( $30 \text{ cm}^3$ ) for the gamma-rays of (a) 60keV, (b) 122 keV and (c) 279 keV. Standard spectra are shown in open circles and connected by solid line, and they are compared with the Gaussian (dotted line).

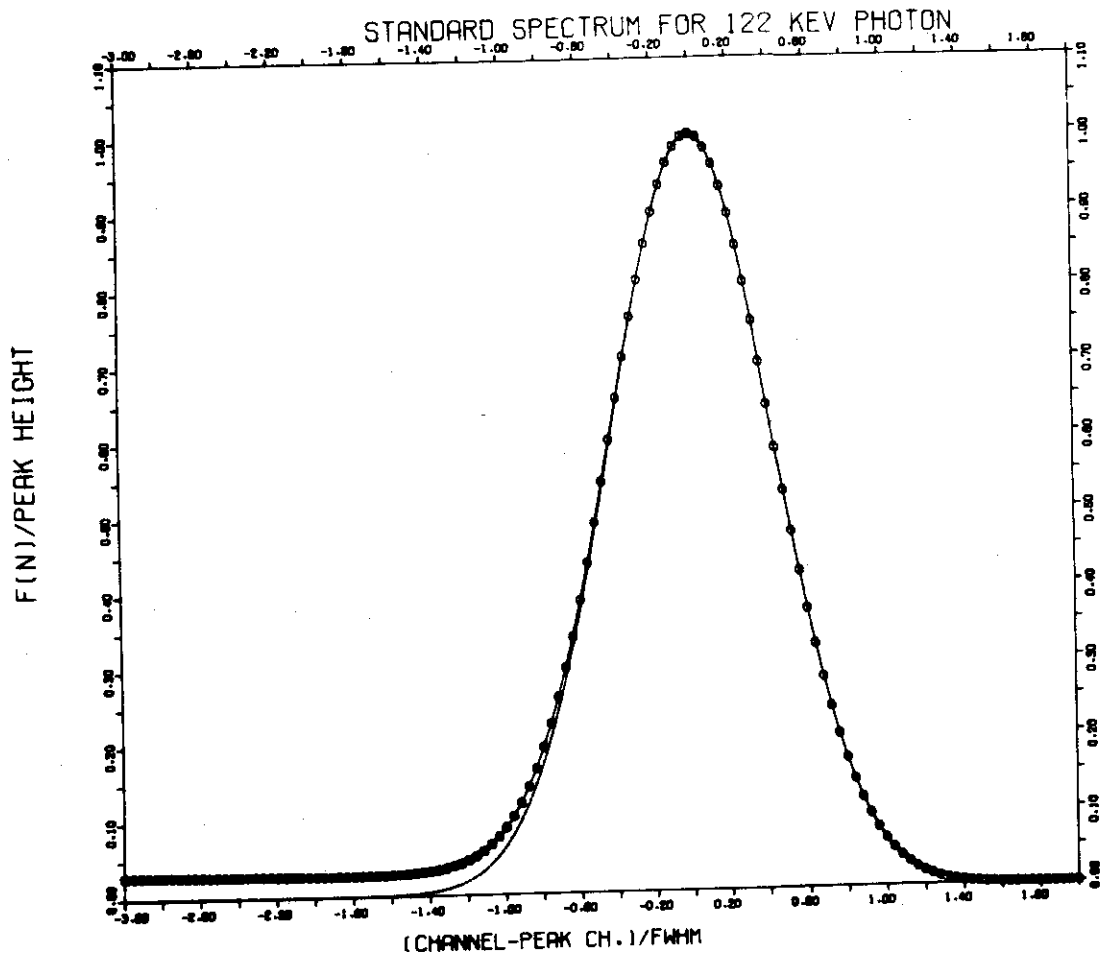


Fig.2.2.4 (b)

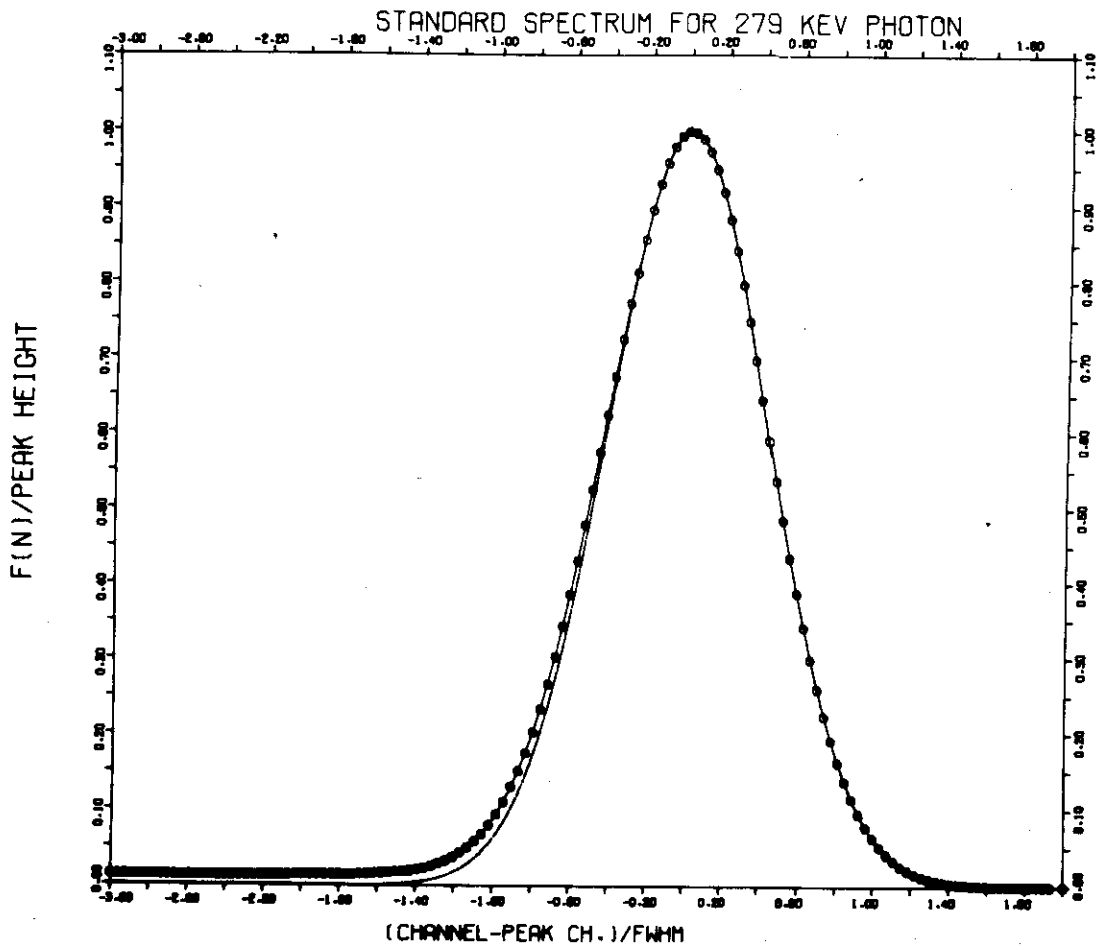


Fig.2.2.4 (c)

と与えられる。このことは  $\gamma$  線エネルギーを  $\log$  目盛であらわし、標準スペクトルは *linear* 目盛であらわし、一次式で内挿したことに相当する。この標準スペクトルを内挿するプログラムを Appendix D に示す。

### 2.2.2 フィッティング関数の標準スペクトルによる表現

各種のエネルギーをもった単色の入射  $\gamma$  線のスペクトルの測定結果をもとにそれぞれの  $\gamma$  線エネルギーに対応する標準スペクトルを作り、その中から解析しようとしている  $\gamma$  線のエネルギーに最も近いエネルギーをもったものを選び出し、それを

$$s(n) ; (n=1, 2, \dots, n_{\max})$$

と定義する。そうすると  $\gamma$  線スペクトルの観測値  $y(I)$  はこの標準スペクトルのピーク位置、高さ、巾を調節してフィッティングされることになる。フィッティング関数  $f(I, \underline{a})$  は次式で与えられる。

$$f(I, \underline{a}) = \sum_{k=1}^J a_k P_k(I) + \{ A(I - M_2) + B \}, \quad (2.2.5 a)$$

$$P_k(I) = \int_{n_k(I-0.5)}^{n_k(I+0.5)} s(n) dn, \quad (2.2.5 b)$$

$$n_k(I) = c(I - b_k) + n_p \quad (2.2.5 c)$$

ここで

$I$  : チャンネル番号 ( $M_1 \leq I \leq M_2$ )

$M_2$  および  $M_1$  はフィッティング範囲の上限および下限を示す。

$J$  : フィッティング範囲に存在する  $\gamma$  線ピークの数

(2.2.5 a) 式に於て右辺の第 1 項は  $J$  個の  $\gamma$  線ピークによる項を示し、第 2 項は一次式で近似されたバックグラウンド  $\gamma$  線を示している。

$a_k P_k(I)$  は  $k$  番目のピークの  $I$  チャンネルに於けるピーク成分を表わしており、関数  $P_k(I)$  をピーク・スペクトルと呼ぶことにする。

$a_k$  は  $k$  番目の  $\gamma$  線ピークの高さを示すパラメータであり、 $b_k$  は  $k$  番目のピークのピーク位置を示すパラメータである。一方フォトピークの巾に関連するのがパラメータ  $c$  であり、これは (2.2.5 c) 式から明らかな如く、測定された  $\gamma$  線スペクトルの 1 チャンネルの巾に相当する標準スペクトルのチャンネル数である。従つてこのパラメータ  $c$  は標準スペクトルの半値巾 (FWHM)<sub>s</sub> と実測された  $\gamma$  線ピークの半値巾 FWHM との比に一致する。フィッティング範囲内 ( $M_1 \leq I \leq M_2$ ) に於てはパラメータ  $c$  はピーク毎には変らないと仮定した。このことはフィッティング範囲内に於て各ピークの FWHM が変化しないという仮定と同じであり、フィッティング範囲が比較的狭いエネルギー範囲で、FWHM が  $\gamma$  線エネルギーと共にゆっくり増加する関数であることから妥当な仮定であると考えられる。

各チャンネルに於てk番目のピークのピーク・スペクトルは(2.2.5b)式により標準スペクトルをチャンネルの巾にわたって積分することにより正しく与えられている。積分は台形公式を繰返し使ってなされる。在来のフィッティング関数に於てはIチャンネルに於けるピーク・スペクトルはチャンネル中心に於けるピーク関数の値として与えられていた、即ち

$$P_k(I) = s(n_k(I)) \quad (2.2.6)$$

従ってチャンネル巾が大きくなるにつれてピーク成分の計算値が正しい値からずれてゆき、フィッティング結果の精度も悪くなり、特に半値巾(エネルギー単位)が顕著に大きくなる傾向があった。しかし同一の検出器で同じエネルギーの $\gamma$ 線を測定した場合、ピークの半値巾はエネルギーの単位で表わせればチャンネル巾によらず一定のはずである。この点は今回の修正——即ち各チャンネルに於けるピーク成分をピーク関数をチャンネルの巾にわたって積分して与えること——により解決されたと考えられる。

FWHMのみでなく、ピーク位置、ピーク面積の面からも今回の方法により改良がみられ、誤差の2乗和も在来のフィッティング関数と比較して小さくなった。ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルおよび実測された $\gamma$ 線スペクトルの両者について解析し、在来の方法による結果と比較検討した結果は後に第3章の3.3節に於て示す。

なお標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲の下限 $M_1$ 、および上限 $M_2$ は特にことわらないかぎり、

$$\begin{aligned} M_1 &= [N_p^{\min} - 2.5 \text{ FWHM}], \\ M_2 &= [N_p^{\max} + 2.5 \text{ FWHM}], \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

と与えられる。ここで $N_p^{\min}$ は同時に解析されるピークのうち最低エネルギーのピークのピーク位置を示し、 $N_p^{\max}$ は最高エネルギーのピークのピーク位置を示している。また $[x]$ はガウス記号であり、 $x$ の整数部を意味する。

### 2.2.3 フィッティングパラメータおよびその初期推定値

(2.2.5)式の $\gamma$ 線スペクトルの解析の為のフィッティング関数に現われるフィッティングパラメータは(2.2.5)式から明らかな如く、 $a_k, b_k$  ( $k = 1, 2, \dots, J$ ),  $c, A, B$ の $(2J+3)$ 個である。ここで $J$ はフィッティング範囲に存在するピークの数をあらわす。ピークの位置、高さ、巾などに関し何らかの情報が前もってわかっていない限り、 $J$ 個のフォトピークを同時にフィッティングする為には、最小限この $(2J+3)$ 個のパラメータが必要と考えられる。ピークをいかなる関数で表現してもピーク位置を示すパラメータとピークの高さを示すパラメータおよびピークの巾を示すパラメータは必要であり、ピークを表現する関数が複雑になると必然的にパラメータの数は増える。たとえばピークを2つのガウス関数を重ねあわせて表現すると2つめのガウス成分

$$a_2 \exp \left\{ -\frac{(x-b_2)^2}{2\sigma^2} \right\},$$

に対するピーク位置  $b_2$  と高さ  $a_2$  を示すパラメータが必要となり、修正ガウス関数、

$$y(x) = \sum_{k=1}^J y_{0k} \exp \left\{ -\frac{(x-b_k)^2}{2\sigma_k^2} \right\} \left[ 1 + \alpha_{1k}(x-b_k)^{m_1} + \alpha_{2k}(x-b_k)^{m_2} \right], \quad (2.2.8)$$

を使うとガウス関数に乗ずる多項式に対する2つのパラメータ  $\alpha_{1k}, \alpha_{2k}$  が新たに必要となる。又、バックグラウンド  $\gamma$  線を表現する為には2つのパラメータは最小限必要であり、もっと複雑な関数を使うとバックグラウンドを表現する為にもパラメータの数は当然増加する。ピークの形が正確に標準スペクトルにより表現されている標準スペクトル法に於てはバックグラウンドは一次式で近似してもそう悪い近似ではないと考えられる。標準スペクトル法に於ては普通この  $(2J+3)$  個のパラメータをフィッティングして  $\gamma$  線スペクトルの解析が行われる。しかし必要に応じてパラメータの自由度に制限を加えることができピーク位置を示すパラメータおよびその他のパラメータの自由度に応じて次の4つの場合が取扱えるようになっている。それに応じてフィッティングパラメータの数も変化する。

(1) NFIX = 0 ( $b_k$  の自由度は J )

ピーク位置を示すパラメータ  $b_k$  を含めてすべてのパラメータを自由パラメータとして動かしフィッティングを行う。これが一番一般的な場合でありピーク位置、巾などに関し何ら前もって情報がない場合に対応する。必要なフィッティングパラメータの数は  $(2J+3)$  である。

(2) NFIX = 1 ( $b_k$  の自由度は零)

ピーク位置を示すパラメータ  $b_k$  は初期推定値に固定してフィッティングを行う。これはピーク位置があらかじめ分かっている場合に使われている。必要なフィッティングパラメータの数は従って  $a_k, c, A, B$  の  $(J+3)$  個となる。

(3) NFIX = 2 ( $b_k$  の自由度は 2 )

ピーク位置を示すパラメータ  $b_k$  は初期推定値  $b_k^0$  をもとに次式の  $\gamma$  および  $\delta$  を自由パラメータとして動かしフィッティングを行う。

$$b_k = \gamma \cdot b_k^0 + \delta \quad (2.2.9)$$

これは各ピークのピークエネルギーは分かっているがチャンネル番号と  $\gamma$  線のエネルギーとの関係が正確に求められていない時に有用である。つまり  $\gamma, \delta$  を動かすことによってエネルギー校正をやりなおしていることに相当する。このオプションを使う為にはフィッティング範囲内に2つ以上のピークを含んでいることが必要である。この場合に必要フィッティングパラメータは  $c, A, B, a_1, a_2, \dots, a_k, \gamma, \delta$  の  $(J+5)$  個である。

(4) NFIX  $\geq 3$

$(2J+3)$  個のパラメータのうち、指定した  $(NFIX-2)$  個のパラメータを固定してフィッティングする。従ってフィッティングするパラメータの数はこの場合  $(2J+3) - (NFIX-2) = (2J-NFIX+5)$  個となる。

以上のフィッティングパラメータのうち初期推定値  $c^0$  はそのままは入力されず、半値巾の初期推定値  $(FWHM)^0$  として入力され、プログラムの中で  $c^0$  は



$$c^0 = \frac{(FWHM)_s}{(FWHM)^0} \quad (2.2.10)$$

と与えられる。ここで  $(FWHM)_s$  は標準スペクトルの半値巾を示す。従って入力する必要があるのはピーク位置の初期推定値  $b_k^0$  および FWHM の初期推定値  $(FWHM)^0$  であり、これらはチャンネル単位またはエネルギー単位のいずれでも与えることができるようになっている。 $b_k$  および  $c$  以外のパラメータの初期推定値すなわち、 $a_k^0, A^0, B^0, (r^0, \delta^0)$  は標準スペクトル法に於ては自動的に与えられる。

バックグラウンド  $r$  線スペクトルの初期推定値  $\{A^0(I-M_2)+B^0\}$  はフィッティング範囲の両端の 2 点に於ける  $r$  線スペクトルの観測値すなわち  $(M_1, y(M_1))$  と  $(M_2, y(M_2))$  を通る直線として与えられる。即ち、

$$A^0 = \frac{y(M_2) - y(M_1)}{M_2 - M_1} \quad (2.2.11a)$$

$$B^0 = y(M_2) \quad (2.2.11b)$$

ただし標準スペクトルを作る場合のようにフィッティング範囲がフォトピークの全体を含まずピークの高エネルギー側のみのような場合には、傾きの初期推定値は

$$A^0 = 0 \quad (2.2.11c)$$

と与えられる。

また  $k$  番目の  $r$  線ピークの高さを決めるパラメータの初期推定値  $a_k^0$  は、 $k$  番目の  $r$  線のピーク位置  $b_k$  の近傍の  $r$  線スペクトルの観測値  $y([b_k])$  が  $k$  番目の  $r$  線ピークとバックグラウンド  $r$  線のみから成り立っているという仮定のもとに与えられる。即ち他のピークからの寄与が無視しうるという仮定のもとに次式で与えられる。

$$a_k^0 = \frac{y([b_k^0]) - \{A^0([b_k^0] - M_2) + B^0\}}{P_k([b_k^0])} \quad (2.2.12)$$

またピーク位置を線型に変化させてフィッティングを行う NFIX が 2 の場合には、 $r$  と  $\delta$  の 2 つのパラメータに対する初期推定値が必要となり、それらはそれぞれ  $r^0=1, \delta^0=0$  とプログラムの中で与えられている。このことは (2.2.9) 式に於て、ピーク位置の初期推定値が  $b_k^0$  であるから当然である。

#### 2.2.4 フィッティング関数のフィッティングパラメータによる偏微分

(2.2.5) 式に於てフィッティング関数が与えられたが、標準スペクトル法により  $r$  線スペクトルを解析し、誤差の 2 乗和を最小とするフィッティングパラメータを 2.1 節の (2.1.22), (2.1.23) 式より求める為には誤差  $\epsilon_i$  又はフィッティング関数  $f(x_i, a)$  をフィッティングパラメータ  $a_p$  により偏微分した値が必要である。これらの値を使うことにより (2.1.15) 式、および (2.1.16) 式の行列、**A** および **B** が求められ、フィッティングパラメータの各 iteration

毎の変化量が(2.1.22)式により与えられる。r線スペクトルの解析に於ては誤差 $\epsilon_i$ 等のサフィックスiはチャンネル番号Iに対応し、サフィックスpはフィッティングパラメータの番号を示す。またサフィックスkはフィッティング範囲に含まれているフォトピークの番号を示す為主に使われる。誤差の定義の(2.1.3)式に於いて観測値 $y_i$ がフィッティングパラメータに独立であることから誤差のそれぞれのフィッティングパラメータによる偏微分はフィッティング関数の各フィッティングパラメータによる偏微分に等しいことが明らかである((2.1.10)式参照)。この節では標準スペクトル法に於けるr線スペクトルのフィッティング関数((2.2.5)式)をその中に含まれているフィッティングパラメータで偏微分した値を求める。

(2.2.5)式に含まれるフィッティングパラメータは $a_k, b_k$  ( $k=1, 2, \dots, J$ ),  $c, A, B$ の(2J+3)個であるが、2.2.3項に於て述べたNFIX=2の場合にはさらにパラメータ $r$ および $\delta$ の2個が存在する((2.2.9)式参照)。まずバックグラウンドr線に対するパラメータ $A, B$ およびピークの高さを示すパラメータ $a_k$ であるがこれらに関する偏微分は(2.2.5)式から簡単に以下の式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)_{I, \underline{a}^0} = I - M_2 \quad , \quad (2.2.13)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)_{I, \underline{a}^0} = 1 \quad , \quad (2.2.14)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial a_k}\right)_{I, \underline{a}^0} = P_k(I) = \int_{n_k^L}^{n_k^H} s(n) dn \quad . \quad (2.2.15)$$

ここで

$$n_k^H = n_k(I + 0.5) = c(I + 0.5 - b_k) + n_p \quad , \quad (2.2.16a)$$

$$n_k^L = n_k(I - 0.5) = c(I - 0.5 - b_k) + n_p \quad . \quad (2.2.16b)$$

次にピーク位置を示すパラメータ $b_k$ に関する偏微分であるが、これは標準スペクトル $s(n)$ の不定積分関数を $S(n)$ と定義することにより以下の如く与えられる。まず(2.2.5)のフィッティング関数 $f(I, \underline{a})$ を $S(n)$ を使って書きなおすと、

$$f(I, \underline{a}) = \sum_{k=1}^J a_k \{ S(n_k^H) - S(n_k^L) \} + \{ A(I - M_2) + B \} \quad , \quad (2.2.17)$$

となる。したがって位置のパラメータ $b_k$ によるフィッティング関数の偏微分は

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial b_k}\right)_{I, \underline{a}^0} &= a_k \left\{ \left(\frac{\partial S(n_k^H)}{\partial n_k^H}\right) \left(\frac{\partial n_k^H}{\partial b_k}\right) - \left(\frac{\partial S(n_k^L)}{\partial n_k^L}\right) \left(\frac{\partial n_k^L}{\partial b_k}\right) \right\} \\ &= a_k \{ s(n_k^H) - s(n_k^L) \} (-c) \quad , \quad (2.2.18) \end{aligned}$$

と与えられる。

同様にしてフィッティングパラメータ $c$ および $r$ と $\delta$ とに関する偏微分はそれぞれ、

$$\left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)_{I, a^0} = \sum_{k=1}^J a_k \{s(n_k^H)(I+0.5-b_k) - s(n_k^L)(I-0.5-b_k)\}, \quad (2.2.19)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \tau}\right)_{I, a^0} = \sum_{k=1}^J a_k \{s(n_k^H) - s(n_k^L)\}(-c \cdot b_k), \quad (2.2.20)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \delta}\right)_{I, a^0} = \sum_{k=1}^J a_k \{s(n_k^H) - s(n_k^L)\}(-c), \quad (2.2.21)$$

と与えられる。

(2.2.13)式から(2.2.21)式により,

$$\left(\frac{\partial \epsilon_i}{\partial a_p}\right)_{a^0} \quad \text{または} \quad \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_p}\right)_{a^0}$$

が求められると、これらから(2.1.15)式の行列 $\mathbf{A}$ および(2.1.16)式の行列 $\mathbf{B}$ の要素が与えられる。従って(2.1.22)式によりパラメータ $\underline{a}$ の前の推定値 $\underline{a}^{(n-1)}$ からの変化量 $\Delta \underline{a}^{(n)}$ が求められ、この過程を繰返し行うことにより、誤差の重みつき2乗和を最小とするパラメータ $\underline{a}$ が求められる。

## 2.2.5 ピーク位置、ピーク面積およびFWHMの定義

非線型パラメータを含むフィッティング関数により $\gamma$ 線スペクトルを解析し、フィッティング関数の中に含まれるパラメータが求められると、各フォトピークに関する求める情報はパラメータそのものまたはこれらのパラメータの関数として与えられる。k番目のフォトピーク位置はパラメータ $b_k$ として与えられ、ch単位で表示されている $b_k$ をエネルギー単位に換算することによってピークエネルギーが求められる。その為にはあらかじめエネルギーのよく分っている $\gamma$ 線数種類に対して測定を行い、チャンネル番号と $\gamma$ 線エネルギーとの関係を求めておくことが必要である。

フォトピークのFWHMはパラメータ $c$ から

$$\text{FWHM} = \frac{(\text{FWHM})_s}{c}, \quad (2.2.22)$$

と求められる。ここで $(\text{FWHM})_s$ は解析に使った標準スペクトルの半値巾である。標準スペクトルの半値巾は2.2.1項に於て述べた如く標準スペクトル中に含まれているガウス成分に対するFWHMの値として定義された。従って(2.2.22)式に於ける半値巾も実測されたピークの半値巾とは完全には一致せず、そのピークに含まれていると考えられるガウス成分に対するFWHMである点に注意すべきである。しかしFWHMそのものもあまりはっきり定義が与えられるわけではなく、ピークの広がりすなわちピーク巾の目安と考えるなら(2.2.22)式で与えれば充分で

あると考えられる。

また標準スペクトル法に於ては $\gamma$ 線ピークのピーク面積 $S_k$ もそのピークに含まれているがガウス成分の面積としてピークの高さを示すパラメータ $a_k$ から

$$S_k = a_k \cdot S_G \quad , \quad (2.2.23)$$

と与えられる。ここで $S_G$ は標準スペクトルに含まれているガウス成分の面積である。ピーク面積の定義としてはこの他にも標準スペクトルそのものの面積から、

$$S_k = a_k \sum_{n=1}^{n_{max}} s(n) \quad , \quad (2.2.24)$$

とする定義も考えられ、さらに標準スペクトルの一定チャンネル範囲の面積から、

$$S_k = a_k \int_{n_p - \alpha_L(FWHM)_S}^{n_p + \alpha_H(FWHM)_S} s(n) dn \quad , \quad (2.2.25)$$

と定義することも考えられる。いずれの定義がすぐれているかの判定は物理的概念がはっきりしているかどうか、また検出器の検出効率を標準 $\gamma$ 線源を使って精度よく簡単に求めることが出来るかどうかといった点から行われる。

本稿に於ては各フォトピークのピーク位置、ピーク面積およびFWHMはすべてそのフォトピークに含まれているガウス成分のピーク位置、ピーク面積、FWHMとして定義した。

## 2.3 誤差の検討

この節では標準スペクトル法により求められた解析結果の誤差の検討をする。誤差の2乗和を与える式を示し、求められたフィッティングパラメータおよびフィッティング関数の標準偏差を与える式を誤差の伝播の式をもとに導出する。誤差の伝播の式の詳細については Appendix Aを参照されたい。

### 2.3.1 誤差の2乗和

最小2乗法は重み付きの誤差の2乗和(2.1節の(2.1.6)式参照)が最小になるようにパラメータ  $a_1 \sim a_K$  を変化させて調節するものであり、最終的に求められたパラメータに対する  $r$ 線スペクトルの誤差の単純な2乗和は

$$\text{Variance} = \sum_{i=1}^N \{y_i - f(x_i, a_1, \dots, a_K)\}^2, \quad (2.3.1)$$

と与えられ、その重み付きの2乗和は

$$Q = \sum_{i=1}^N w_i \{y_i - f(x_i, a_1, \dots, a_K)\}^2, \quad (2.3.2)$$

と与えられる。重み  $w_i$  は測定値  $y_i$  の標準偏差の2乗の逆数として定義されるものであり、放射線の測定に於ては普通  $y_i$  の変動にポアソン分布を仮定し、

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{y_i}, \quad (2.3.3)$$

と与えられる。また  $Q$  を測定の自由度すなわち測定点の数  $N$  からパラメータの数  $K$  をひいたもので割ったものはこの測定結果のフィッティング全体の精度をあらわす目安となり、

$$s^2 = \frac{Q}{N-K} = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N w_i \{y_i - f(x_i, a_1, \dots, a_K)\}^2 \quad (2.3.4)$$

と与えられる。  $N$  個の測定点からすでに  $K$  個の自由パラメータを定めたのだから残っている自由度は  $(N-K)$  となるわけである。

(2.3.2) 式の  $Q$  は自由度  $(N-K)$  の  $\chi^2$  分布をすることはよく知られている。この点に関しては Appendix A の (A.12) 式を参照されたい。従ってその期待値は  $\chi^2$  分布の性質から  $(N-K)$  となる。従って  $Q$  を  $(N-K)$  で割った (2.3.4) 式の  $s^2$  の期待値は 1 となり、 $\chi^2$  分布に比例した分布を示す。従って解析の結果求められた  $s^2$  の値が 1 に近い値になればフィッティングがほぼ満足すべき精度で行われたことが分る。解析結果の誤差、すなわち 2.3.2 項から 2.3.4 項に於てこれから述べるフィッティングパラメータ、ピーク成分およびフィッティング関数の値の標準偏差はすべて  $r$  線スペクトルの統計的変動から説明される。

$Q/(N-K)$  が 1 近傍の値となる為には (1) フィッティング関数が  $r$  線スペクトルを正しく表現しており、(2) 生データの統計的変動が正しく考慮されており、しかも (3) フィッティングパラメータが正しく求められ誤差の2乗和が最小となっている、ことが必要である。

いっぽう  $Q/(N-K)$  の値が 1 から大きくずれている場合には  $r$  線スペクトルの生データの

持っている標準偏差とフィッティングにより求められた $\gamma$ 線スペクトルのフィッティング結果の間に何らかの矛盾があることが予想される。 $Q/(N-K)$ が1より極端に小さくなる場合は実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析ではあまりないが、その場合には $\gamma$ 線スペクトルの各チャンネルの計数值 $y(I)$ のばらつきが仮定した標準偏差 $\sqrt{y(I)}$ より小さいか、もしくは $\gamma$ 線スペクトルの測定結果のバラツキとピーク関数のバラツキの間に強い相関関係のある場合の2つの原因が考えられる。実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果 $y(I)$ の標準偏差が $\sqrt{y(I)}$ より小さくなる可能性はほとんどなく、 $\gamma$ 線スペクトルをガウス関数等で模擬して与えたような場合に $Q/(N-K)$ が異常に小さい値をとることがある。後者の例としては単一ピークの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果からBGをさしひいたものをそのまま平滑化せず標準スペクトルとして使い、その $\gamma$ 線スペクトルを解析したような場合を考えることが出来る。自由度が100の場合に $\frac{Q}{(N-K)}$ が0.7より小さくなる確率は $\chi^2_{N-K}$ 分布からは1%と与えられる。従って $Q/(N-K)$ が0.7より小さい場合には上述の原因を考えてみる必要がある。

また $Q/(N-K)$ が1.5より大きくなりうる確率は、自由度が100の $\chi^2$ 分布に於ては約0.1%である。従って $Q/(N-K)$ が1.5より大きい場合はデータの統計的変動からはその説明はしにくく、 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果またはフィッティング関数にその原因を求めなければならない。まず第一に考えられるのは $\gamma$ 線スペクトルの変動が統計的変動のみでなく、系統的な変動も含んでいる場合である。たとえば $\gamma$ 線スペクトルを測定する際、PHAの零点の変動とか増巾器のゲインの変動等の系統的な変動があり、それによる $\gamma$ 線スペクトルの変動がその統計的変動より大きい場合には $Q/(N-K)$ は1.5より大きくなることが可能である。第二の原因としてはフィッティング関数が $\gamma$ 線スペクトルの形を充分には正しく表現していない場合を考えることが出来る。この場合にはいくらパラメータを調節してもフィッティング関数は $\gamma$ 線スペクトルとその統計的変動で説明できる範囲内では一致せず、 $Q/(N-K)$ は1.5より大きくなって不思議はない。

また $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては各チャンネルの計数值 $y_i$ のVariance  $\sigma_i^2$ は $y_i$ そのものと与えて普通解析されるが(Eq.(2.3.3))、もし $\sigma_i$ が不明な場合には

$$\sigma_i = \sigma$$

とすべてのチャンネルに於ける誤差が等しいと置いて解析することになる。この場合に於てはすべての $w_i$  ( $i=1, \dots, N$ )を1と置いて解析することに相当し、そうして求められ解析結果から $\sigma^2$ は

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N \{y_i - f(x_i, a_1, \dots, a_k)\}^2, \quad (2.3.5)$$

となり((A.10)式参照)、(2.3.4)式との関係が明らかである。

すなわち

$$w_i = 1, \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

と置いて解析した場合には(2.3.4)式の $s^2$ が測定結果 $y_i$ のVariance  $\sigma^2$ そのものを表わすことになる。

## 2.3.2 フィッティングパラメータの誤差およびパラメータの相関係数行列

この項では $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析することによって求められたフィッティングパラメータの誤差の評価をする。

2.1節の結果から、収束する1回前のフィッティングパラメータを $\underline{a}^0 = (a_1^0, \dots, a_K^0)$ とし、求められたパラメータの最終値を $\underline{a} = (a_1, \dots, a_K)$ とすれば $\underline{a}$ と $\underline{a}^0$ との関係は(2.1.15)~(2.1.18)式により与えられる。これらの式は書き直すことにより、以下の如く表現される。

$$\underline{a}_p = \underline{a}_p^0 + \sum_{q=1}^K e_{pq} \beta_q \quad (p=1, \dots, K) \quad (2.3.6)$$

ここで $e_{pq}$ および $\beta_q$ はそれぞれ

$$e_{pq} = (\underline{\alpha}^{-1})_{pq} \quad \left( \begin{array}{l} p=1, \dots, K \\ q=1, \dots, K \end{array} \right) \quad (2.3.7a)$$

$$\alpha_{pq} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_p} \right)_{\underline{a}^0} \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_q} \right)_{\underline{a}^0} \quad (2.3.7b)$$

$$\beta_q = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - f_i) \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_q} \right)_{\underline{a}^0} \quad (2.3.7c)$$

と与えられ、これらは2.1節の行列 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ および $\underline{\varepsilon}$ と

$$\underline{\alpha} = \mathbf{B} \mathbf{A} \quad (2.3.8a)$$

$$\underline{\beta} = -\mathbf{B} \underline{\varepsilon} \quad (2.3.8b)$$

なる関係がある。行列 $\underline{e}$ は行列 $\underline{\alpha}$ の逆行列であり、フィッティングパラメータ $\underline{a} = (a_1, \dots, a_K)$ に対する誤差行列となっている。この行列 $\underline{e}$ はAppendix Aに於ける誤差行列と同じものであり、これによりパラメータ $\underline{a} = (a_1, a_2, \dots, a_K)$ のVarianceが与えられることを以下に示す。フィッティングパラメータ $a_p$ が誤差をもつのは $\gamma$ 線スペクトルの各チャンネルに於ける計数 $y_i$ が統計的変動をするからである。測定系の系統の変動はここでは議論しない。系統的な誤差はもともと最小2乗法では取扱えない誤差である。来って $y_i$ の統計的変動が誤差の伝播によってパラメータ $a_p$ の誤差を与えると考えることができる。

系統的な変動がない場合 $\gamma$ 線スペクトルに於ては各チャンネルの測定値 $y_i$ はお互いに独立に統計的変動をし、 $y_i$ の変動と $y_j$  ( $i \neq j$ )の変動との間には相関はない。従ってAppendix Aの(A.26)式に於て $\sigma_{ij}^2 = 0$  ( $i \neq j$ )となり、パラメータ $a_p$ のVariance  $\sigma_{a_p}^2$ は(A.26)式から、

$$\sigma_{a_p}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)^2 \quad (p=1, 2, \dots, K) \quad (2.3.9)$$

と与えられる。ここで $\sigma_i^2$ は $y_i$ のVarianceを示している。パラメータ $a_p$ と $y_i$ との関係は(2.3.6)、(2.3.7)式で与えられ、

$$\left(\frac{\partial a_p}{\partial y_i}\right) = \sum_{q=1}^K e_{pq} \left(\frac{\partial \beta_q}{\partial y_i}\right) = \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{q=1}^K e_{pq} \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \underline{a^0}, \quad (2.3.10)$$

となる。

(2.3.10)式を(2.3.9)式に代入すると,

$$\begin{aligned} \sigma_{a_p}^2 &= \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \left[ \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{q=1}^K e_{pq} \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{q=1}^K \sum_{r=1}^K e_{pq} e_{pr} \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_r}\right) \\ &= \sum_{q=1}^K \sum_{r=1}^K e_{pq} e_{pr} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_r}\right) \\ &= \sum_{q=1}^K \sum_{r=1}^K e_{pq} e_{pr} \alpha_{qr} \quad (\because (2.3.7b)) \\ &= \sum_{r=1}^K e_{pr} \sum_{q=1}^K \alpha_{pq}^{-1} \alpha_{qr} \quad (\because (2.3.7a)) \\ &= \sum_{r=1}^K e_{pr} E_{pr}, \end{aligned}$$

$$\therefore \sigma_{a_p}^2 = e_{pp}. \quad (2.3.11)$$

これが求めるパラメータ  $a_p$  の Variance  $\sigma_{a_p}^2$  であり, 行列  $e$  の対角成分  $e_{pp}$  に等しいことが分る。最後から2番目の式に於て  $E_{pr}$  は  $K$  行  $K$  列の単位行列を示している。

$r$  線スペクトルの各チャンネルの測定値  $y_i$  の Variance  $\sigma_i^2$  は計数値の変動にポアソン分布を仮定することにより,

$$\sigma_i^2 = y_i, \quad (2.3.12)$$

と与えられ,  $\sigma_i^2$  が分っている場合にはパラメータ  $a_p$  の Variance  $\sigma_{a_p}^2$  は(2.3.11)式で与えられる。

次に  $y_i$  の Variance  $\sigma_i^2$  が不明の場合を取扱う。この場合には  $\sigma_i^2$  は皆等しいと仮定し, (2.3.5)式から, その推定値は

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N (y_i - f_i)^2, \quad (2.3.13)$$

と与えられる。従ってこの場合フィッティングパラメータ  $a_p$  および行列  $e$  は(2.3.6), (2.3.7)



式に於て、すべての $\sigma_i$  (または $w_i$ ) を1とおいて求められる。従って(2.3.9)~(2.3.11)式の計算を(2.3.13)式を代入してやり直すことにより $\sigma_{a_p}^2$ は、

$$\sigma_{a_p}^2 = \sigma^2 e_{pp} (\sigma_i = 1) , \quad (2.3.14)$$

と求められる。ここで $e_{pp} (\sigma_i = 1)$ は $\sigma_i = 1$ の条件で求められた行列 $\underline{e}$ の対角成分を表わしている。

$r$ 線スペクトルを解析するさいフィッティング関数にでてくるフィッティングパラメータの相互間の相関係数を求める為、パラメータ $a_p$ と $a_q$ とのCovarianceを(2.3.11)式と同様にして求める。この場合にも $a_p$ と $a_q$ のCovariance  $\sigma_{a_p a_q}^2$ は $y_i$ のVarianceをもとに与えられ、 $y_i$ が互に独立であることからAppendix Aの(A.27)式により、

$$\sigma_{a_p a_q}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right) \left( \frac{\partial a_q}{\partial y_i} \right) , \quad (2.3.15)$$

と与えられる。

(2.3.15)式に於ける $\left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)$ および $\left( \frac{\partial a_q}{\partial y_i} \right)$ は(2.3.10)式で与えられ、(2.3.11)式の場合と同様の変形をすることにより、 $\sigma_{a_p a_q}^2$ は、

$$\sigma_{a_p a_q}^2 = e_{pq} , \quad (2.3.16)$$

と与えられる。したがって行列 $\underline{e} = \|e_{pq}\|$ の対角成分 $e_{pp}$ は $a_p$ のVarianceを与え、非対角成分 $e_{pq}$ は2つのパラメータ $a_p$ 、 $a_q$ のCovarianceを与えており、行列 $\underline{e}$ がパラメータ $\underline{a}$ の誤差行列であることが確かめられた。この場合にも各点 $y_i$ のVarianceの $\sigma_i^2$ が不明の時には(2.3.14)式と同様にパラメータ $a_p$ と $a_q$ とのCovarianceは、

$$\sigma_{a_p a_q}^2 = \sigma^2 e_{pq} (\sigma_i = 1) , \quad (2.3.17)$$

と与えられる。ここで $\sigma^2$ は等しいと仮定した各点 $y_i$ のVarianceであり(2.3.5)式で与えられる。 $e_{pq} (\sigma_i = 1)$ は $\sigma_i$ をすべて1(従って $w_i$ をすべて1)とおいて $r$ 線スペクトルを解析し、その解析結果をもとに(2.3.7)式から与えられる行列 $\underline{e}$ のpq成分をあらわしている。この場合には行列 $\underline{e}$ に $\sigma^2$ を乗じたものがパラメータ $\underline{a}$ の誤差行列となる。

(2.3.11)式および(2.3.16)式をAppendix Aの(A.18)式に代入することにより、相関係数行列 $\underline{C}$ のpq成分 $C_{pq}$ 、すなわちパラメータ $a_p$ と $a_q$ との相関係数は誤差行列 $\underline{e}$ を使い、

$$C_{pq} = \frac{e_{pq}}{\sqrt{e_{pp} \times e_{qq}}} , \quad (2.3.18)$$

と表現される。

各チャンネルの計数值 $y_i$ の標準偏差 $\sigma_i$ が不明の場合にも、 $a_p$ のVariance(2.3.14)式および $a_p$ と $a_q$ とのCovariance(2.3.17)式をAppendix Aの(A.18)式に代入することにより、パラメータ $a_p$ と $a_q$ との相関係数 $C_{pq}$ は同じく(2.3.18)式で与えられることが分る。

## 2.3.3 ピーク位置, ピーク面積およびFWHMの誤差

この項に於てはピーク成分の解析結果に対する標準偏差を誤差の伝播の式を使い簡単に導く。

ピーク位置はフィッティングパラメータ  $b_k$  として与えられている。従ってその標準偏差はパラメータ  $b_k$  に対する標準偏差として(2.3.11)式により与えられる。

また2.2.3項のNFIX=2の場合, すなわちピーク位置をlinearに動かす場合には, ピーク位置  $b_k$  は(2.2.9)式によりパラメータ  $r$  および  $\delta$  の一次式で表わされる。したがって  $b_k$  の標準偏差はパラメータ  $r$  および  $\delta$  のVariance およびCovarianceをもとに誤差の伝播の式から,

$$\sigma_{b_k} = \sqrt{\sigma_r^2 (b_k^0)^2 + \sigma_\delta^2 + 2\sigma_{r\delta} b_k^0}, \quad (2.3.19)$$

と与えられる。

次にピーク面積の標準偏差であるが, ピーク面積は標準スペクトル法(積分方式)に於ては(2.2.23)式で定義され, パラメータ  $a_k$  に比例する。したがってその標準偏差は

$$\sigma_{S_k} = \sigma_{a_k} \cdot S_G, \quad (2.3.20)$$

となる。また在来の中心値方式((2.2.6)式参照)によりピーク・スペクトルを表現した場合にはピーク面積は

$$S_k = \frac{a_k}{c} S_G, \quad (2.3.21)$$

と表わされる。したがってこの場合にはピーク面積の標準偏差はパラメータ  $a_k$  および  $c$  のVariance およびCovarianceをもとに誤差の伝播の式により,

$$\sigma_{S_k} = \sqrt{\sigma_{a_k}^2 \left(\frac{S_G}{c}\right)^2 + \sigma_c^2 \left(\frac{S_k}{c}\right)^2 + 2\sigma_{a_k c} \frac{S_G S_k}{c^2}}, \quad (2.3.22)$$

と与えられる。

またFWHMは(2.2.22)式によりパラメータ  $c$  の関数として与えられる。したがってその標準偏差は

$$\sigma_{FWHM} = \frac{\sigma_c}{c} \cdot FWHM, \quad (2.3.23)$$

と与えられる。なおピーク位置およびFWHMをエネルギー単位で表現する時にはその標準偏差もエネルギー単位に換算して与えればよい。

2.3.4  $\gamma$ 線スペクトルの最確値の誤差

$\gamma$ 線スペクトルの各チャンネル  $x_i$  に於ける計数值  $y_i$  の標準偏差  $\sigma_i$  又はそれを2乗したVariance  $\sigma_i^2$  は  $y_i$  の分布にポアソン分布を仮定することにより,  $\sigma_i^2 = y_i$  と与えられることはすでに何度も述べた。 $\gamma$ 線スペクトルを表現するフィッティング関数  $f(x_i, a_1, \dots, a_K)$

の中に含まれるフィッティングパラメータ  $(a_1, \dots, a_K)$  の最確値は  $y_i$  の値をもとに標準スペクトル法により定められる。それにともなってフィッティング関数  $f_i$  も定まる。従ってこの  $f_i$  は  $y_i$  の最確値としての意味をもっている。r線スペクトル  $y_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) を何回も同条件で測定すれば各チャンネルの計数值  $y_i$  の平均値はこのフィッティングにより求められた最確値  $f_i$  に近い値になると考えられる。従ってこの最確値は何回も直接測定した場合の  $y_i$  の最小2乗法により定められる最確値と似た性格があり、その平均値の不確定さ又は Variance を考えることが出来る。この Variance は1回の直接測定に対応する  $\sigma_i^2$  より小さいはずで、又、N回直接測定したことに対応する  $\frac{1}{N} \sigma_i^2$  より大きいはずである。即ち、

$$\frac{1}{N} \sigma_i^2 < \sigma_{f_i}^2 < \sigma_i^2 \quad (2.3.24)$$

ここでNはフィッティングを行ったr線スペクトルのチャンネル数である。(2.3.24)式は  $y_i$  の最確値  $f_i$  の Variance は1回しか測定しない場合の精度よりはよくなっており、しかも他のチャンネルの計数結果が直接皆  $y_i$  を直接測定したと同程度までは  $f_i$  の精度の向上に寄与していないことを示している。 $y_i$  をN回直接測定してその最確値  $\bar{y}_i$  の分散 Variance を求めると、それが  $\frac{1}{N} \sigma_i^2$  となることは以下のようにして簡単に示すことが出来る。

$y_i$  をN回直接測定した場合  $y_i$  の最確値  $\bar{y}_i$  がN回の測定結果の単純平均から与えられることはよく知られている。すなわち、

$$\bar{y}_i = \frac{1}{N} \sum_{\ell=1}^N y_i^\ell \quad (2.3.25)$$

ここで各測定結果  $y_i^\ell$  はお互いに独立であり、その Variance を  $\sigma_i^2$  とおくと  $\bar{y}_i$  の Variance は誤差の伝播の式から、

$$\sigma_{\bar{y}_i}^2 = \sum_{\ell=1}^N \sigma_i^2 \left( \frac{\partial \bar{y}_i}{\partial y_i^\ell} \right)^2 = \sum_{\ell=1}^N \sigma_i^2 \left( \frac{1}{N} \right)^2 = \frac{\sigma_i^2}{N} \quad (2.3.26)$$

と求められる (Appendix A の (A.27) 式参照)。これが求める結果である。

次にr線スペクトル  $y_i$  に対して実際にその最確値  $f_i$  の Variance  $\sigma_{f_i}^2$  を誤差の伝播の式 (A.27) を使って求める。 $f_i$  はパラメータ  $(a_1, \dots, a_K)$  から

$$\begin{aligned} f_i &= f_i(a_1, a_2, \dots, a_K) \\ &= f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_K) \end{aligned} \quad (2.3.27)$$

と表現される。従って  $(a_1, \dots, a_K)$  の変動が  $f_i$  にどれぐらいの変動を与えるかを考えればよいわけであり、(A.27)式から  $\sigma_{f_i}^2$  は、

$$\sigma_{f_i}^2 = \sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^K \sigma_{a_p a_q}^2 \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_p} \right) \left( \frac{\partial f_i}{\partial a_q} \right) \quad (2.3.28)$$

と与えられる。

ここで  $f_i$  の  $a_p$  および  $a_q$  による変微分の値  $\left(\frac{\partial f_i}{\partial a_p}\right)$ ,  $\left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right)$  はいずれもパラメータ  $(a_1,$

$\dots, a_K)$  の最確値に於て評価された値であるが表示は略した。

パラメータ  $a_p$  と  $a_q$  との Covariance はパラメータ  $\underline{a}$  の誤差行列  $\underline{e}$  の  $pq$  成分として与えられ、 $\sigma_{f_i}^2$  を誤差行列を使って表現すると、

$$\sigma_{f_i}^2 = \sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^K e_{pq} \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_p}\right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \quad (2.3.29)$$

となる。また  $y_i$  の Variance が不明の時は  $a_p$  と  $a_q$  との Covariance は (2.3.17) 式で与えられこの場合には、

$$\sigma_{f_i}^2 = \sigma^2 \sum_{p=1}^K \sum_{q=1}^K e_{pq} (\sigma_i = 1) \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_p}\right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial a_q}\right) \quad (2.3.30)$$

となる。ただし  $\sigma^2$  は (2.3.5) 式で与えられる  $y_i$  の共通の Variance であり、 $e_{pq} (\sigma_i = 1)$  は  $\sigma_i (i=1 \sim N)$  をすべて 1 として解析した結果をもとに (2.3.7) 式から求められる。

(2.3.29) および (2.3.30) 式から  $y_i$  の最確値  $f_i$  の Variance もパラメータ  $\underline{a}$  の誤差行列から与えられることが分る。

### 3. 標準スペクトル法の適用性の検討

この章に於ては標準スペクトル法の適用性の検討を行う。解析に際し問題となると考えられる点について実験的ならびに理論的に検討を加え、標準スペクトル法による解析結果の精度ならびに収束性を調べる。

$\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で解析する時、解の収束性および解析結果の精度に影響を与え問題となる点はいずれも $\gamma$ 線スペクトルと解析方法の両方と関連をもっている。しかしおもに解析方法に関連した問題点と、おもに $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に関連した問題点に分けることができる。

解析方法におもに関連した問題としてはフィッティング関数の問題、フィッティング範囲の問題およびフィッティングパラメータの初期推定値の問題などがある。

一方 $\gamma$ 線スペクトルにおもに関連した問題としてはチャンネル巾の問題、測定誤差の問題、それからピーク間隔およびピーク面積比と解の収束性および解析結果の精度との関係などが考えられる。

本方法は標準スペクトルによりフォトピークの形を精度よく少ない数のパラメータで表現するという点に、その精度がよくしかも収束性がすぐれていることの基礎をおいている。従って標準スペクトルの作り方に於ける問題点、そのエネルギー依存性、検出器と $\gamma$ 線源との距離による変化など標準スペクトルに関する問題点に対してはかなり詳しく調べられた。結果を3.1節に示す。

3.2節に於てはフィッティングパラメータの初期推定値およびフィッティング範囲と解析結果の精度ならびに収束性の関係が調べられる。

3.3節に於ては $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾と解析結果の精度との関係が調べられ、さらに接近したピークの解析に於てピーク間隔ならびにピーク面積比がどう収束性ならびに解析結果の精度に影響するか検討される。

また3.4節に於ては解の収束性と精度の面から問題点が整理しなおされる。

#### 3.1 標準スペクトルに関する問題点の検討

この章に於ては標準スペクトルに関する種々の問題点について検討し、標準スペクトルという概念の適用出来る範囲を調べる。

##### 3.1.1 標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性

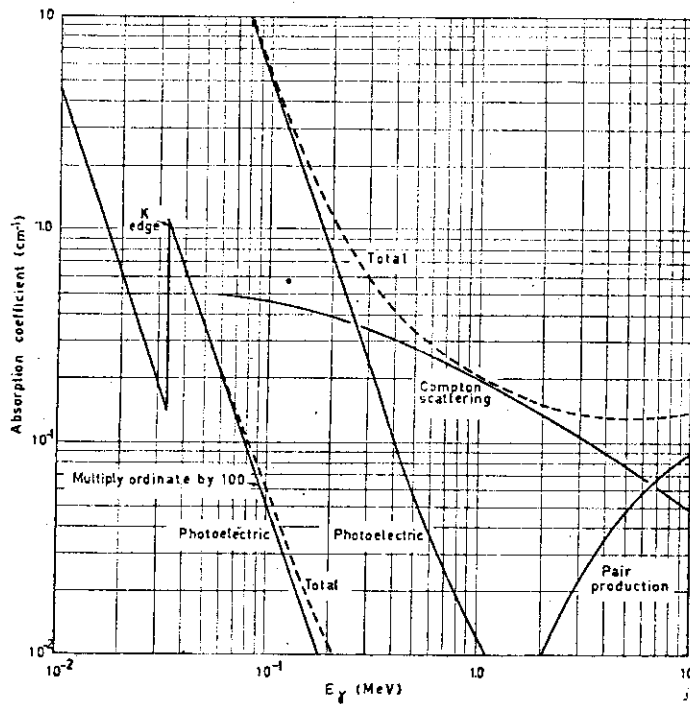
$\gamma$ 線は物質と光電効果、コンプトン散乱および電子対生成という主に3つの過程を通して相互作用をし、その $\gamma$ 線のエネルギーによって主な反応がことなることはよく知られている。エネルギーの低い領域では光電効果が主な反応であり、ややエネルギーが高くなるとコンプトン散乱が大きな割合をしめるようになり、1.02 MeV 以上のエネルギー領域では電子対生成反応が可能となる。この3つの相互作用の割合はエネルギーと共に変化する。GeおよびNa Iに対

する  $\gamma$  線の線吸収係数を例として Fig. 3.1.1 に示す。<sup>(28), (29)</sup>  $\gamma$  線のエネルギーが 100 keV 以下では光電効果が主であり、それ以上のエネルギーではだんだんコンプトン散乱の方が大きくなり、500 keV 程度以上になると光電効果は無視しうる程度に小さくなる。1.02 MeV 以上では電子対生成反応も現れるが、それがコンプトン散乱と比較しうる大きさとするのは約 2 MeV 程度からである。

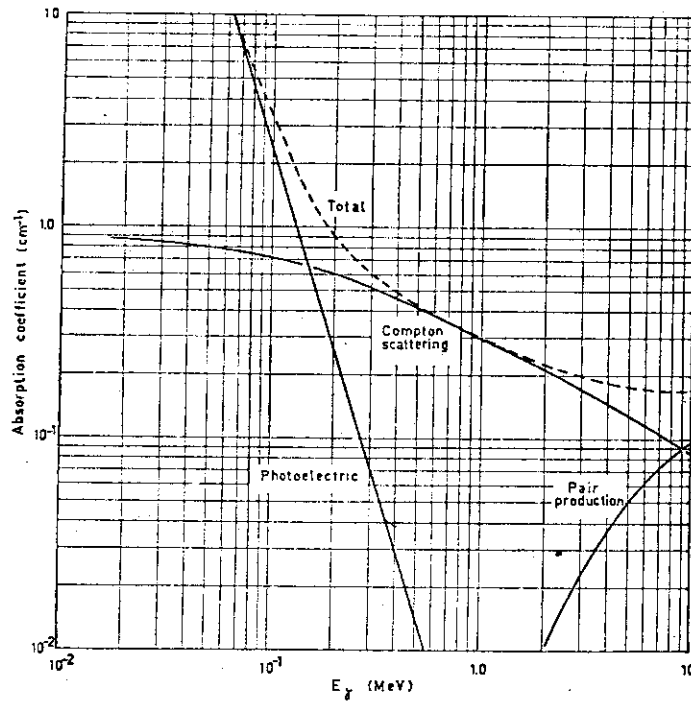
$\gamma$  線のスペクトルを測定するというのもこの物質と  $\gamma$  線との相互作用を使って行いわけであり、Ge(Li) 検出器に於ては Ge と入射  $\gamma$  線との相互作用および  $\gamma$  線が Ge(Li) 検出器に入射する前に通過する物質との相互作用によって  $\gamma$  線スペクトルの形が決定する。入射  $\gamma$  線のエネルギーが変化するにつれて物質との相互作用に於ける 3 つの効果の比率も変化し、それによってフォトピークより低エネルギー側のバックグラウンド  $\gamma$  線の形は直接的な影響を受ける。フォトピークの形も無関係ではなく特にピークの低エネルギー側の裾が入射  $\gamma$  線のエネルギーによって変化する。特に全エネルギーピークのうち、多重散乱によって形成されたものが大きな影響をうける。

体積  $30\text{cm}^3$  および  $60\text{cm}^3$  の 2 つの同軸型 Ge(Li) 検出器 (Fig. 3.1.2 参照) に対して、それぞれフォトピークの形すなわち標準スペクトルの入射  $\gamma$  線エネルギーに対する依存性を調べた結果を Fig. 3.1.3 と Fig. 3.1.4 に示す。ピークの低エネルギー側に於ける形の変化が明確に分るよう縦軸は対数目盛で表示してある。また横軸はピーク位置を基準にとって FWHM を単位として表示してある。これにより  $\gamma$  線エネルギーによる FWHM の変化を補正してフォトピークの形の変化をみる事が出来る。

Fig. 3.1.3(a)には体積  $30\text{cm}^3$  の Ge(Li) 検出器に対する 3 つのエネルギーの  $\gamma$  線に対応する標準スペクトルが示されている。<sup>241</sup>Am からの 59.6 keV, <sup>57</sup>Co からの 122 keV および <sup>203</sup>Hg からの 279 keV の  $\gamma$  線に対する標準スペクトルである。いずれも横軸が -0.4 以上、即ちピークチャンネルの低エネルギー側 0.4 FWHM のチャンネル以上の範囲ではガウス関数とほぼ一致している。<sup>203</sup>Hg からの 279 keV の  $\gamma$  線スペクトルをこの Ge(Li) 検出器で測定し、ピークの高エネルギー側をガウス関数と定数の BG でフィッティングした結果は Fig. 2.2.3 に示されているが、そこに於ても実線で示された標準スペクトルは横軸が約 -0.4 以上の範囲でほぼガウス関数と一致している。ただし横軸が 1.3 以上に於てはガウス関数より標準スペクトルはやや大き目となっているが、この領域ではその絶対値がピークより 2 桁以上小さい。従ってこの部分に対する標準スペクトルをガウス関数で代用しても、この標準スペクトルを使って行った解析の結果におよぼす影響は小さいと考えられる。そこでピークの高エネルギー側の標準スペクトルはガウス関数で与えられることがある。一方 Fig. 3.1.3 に於て逆にピーク的位置から低エネルギー側ほど標準スペクトルはガウス関数と大きくずれて行き一定値 (プラトー) に近づく。このプラトーは  $\gamma$  線のエネルギーが小さくなるにつれて急激に大きくなり、 $\gamma$  線のエネルギーが 100 keV 以下で特に増加の割合が大きい。このことは  $\gamma$  線のエネルギーが低くなるにつれて急激に光電効果が増加することとほぼ対応していると考えられる。Fig. 3.1.1 に於ても 100 keV に於て Ge に対して光電効果はコンプトン効果の 3 倍程度あり、この比はエネルギーが低くなると共に急に大きくなり 70 keV 以下ではほぼ光電効果のみとなる。59.6 keV に対する



( b )



( a )

Fig.3.1.1 Linear absorption coefficient in (a) germanium and (b) sodium iodide as a function of photon energy. (Grodstein.<sup>(28),(29)</sup>)

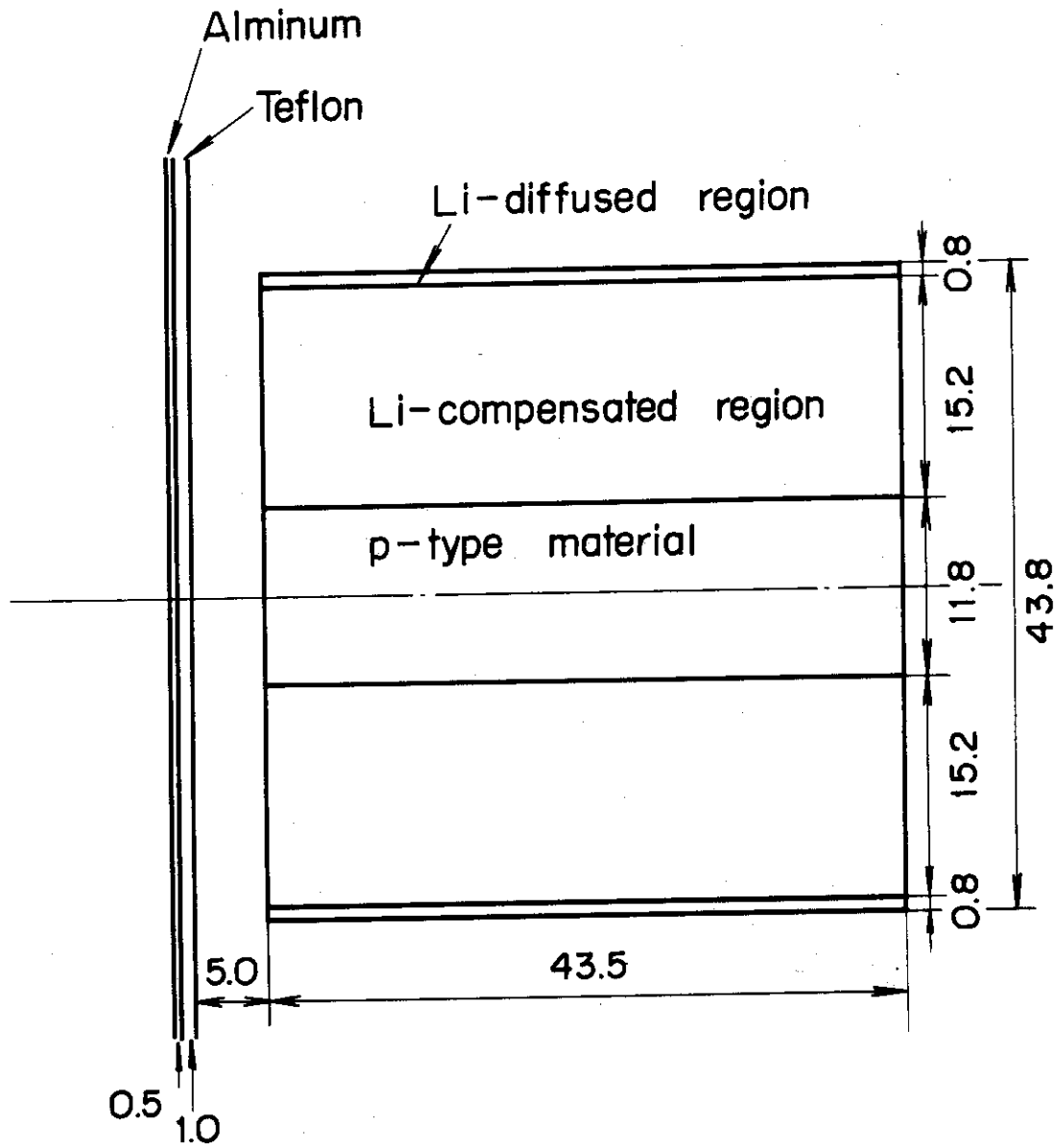


Fig.3.1.2 Geometry of a coaxial type Ge(Li) detector with active volume of  $60 \text{ cm}^3$ .



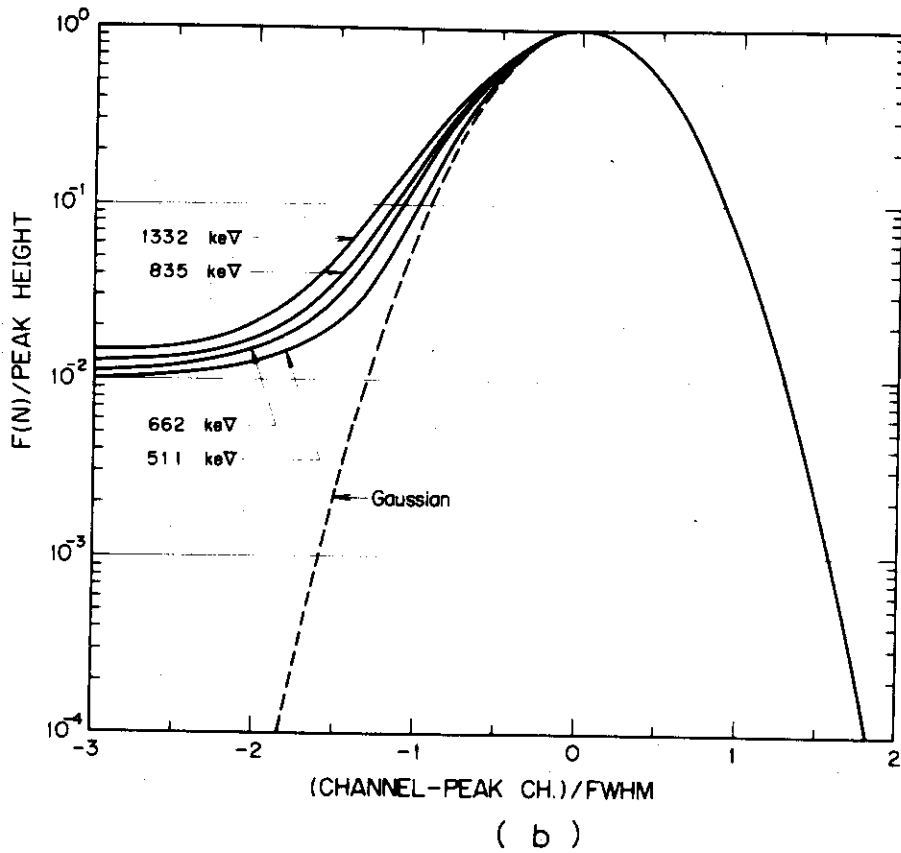
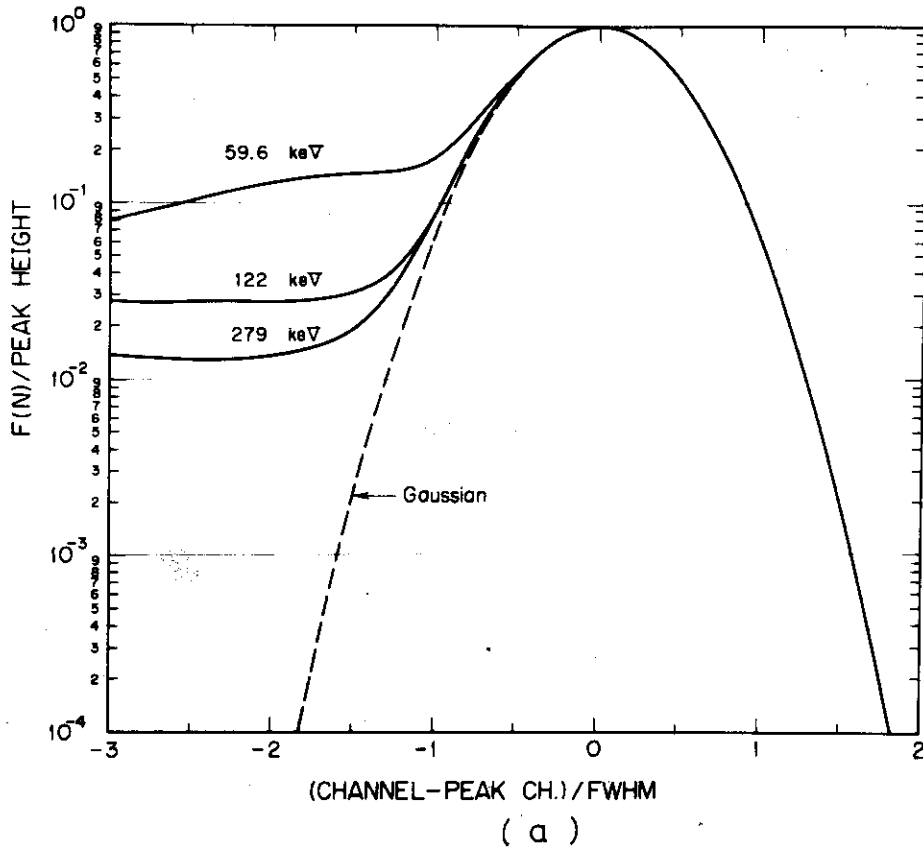
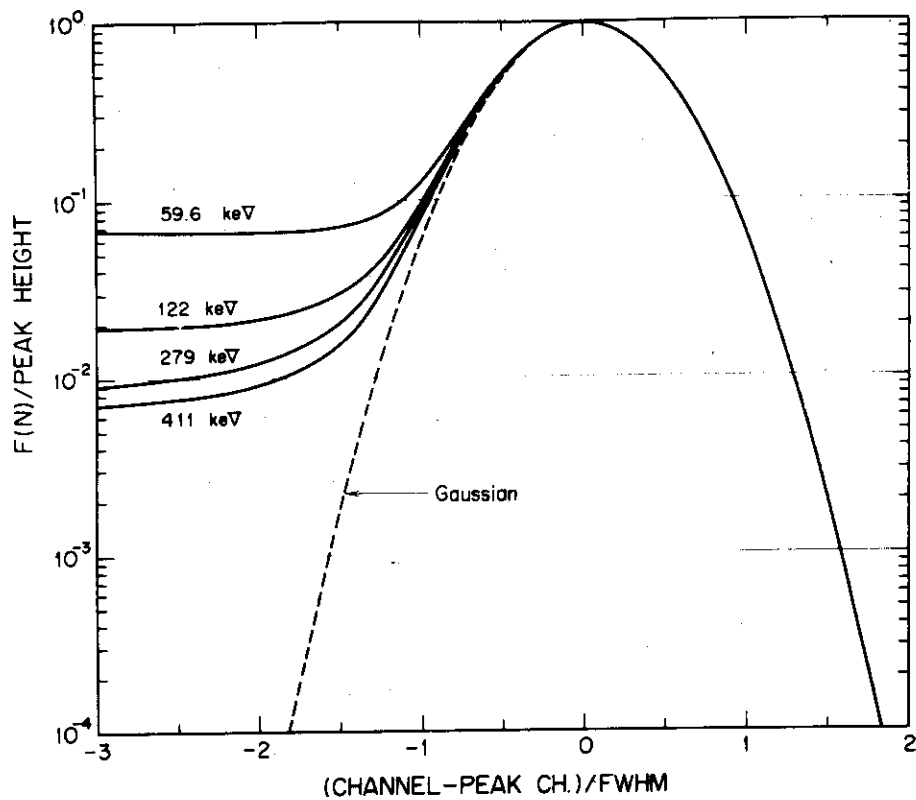
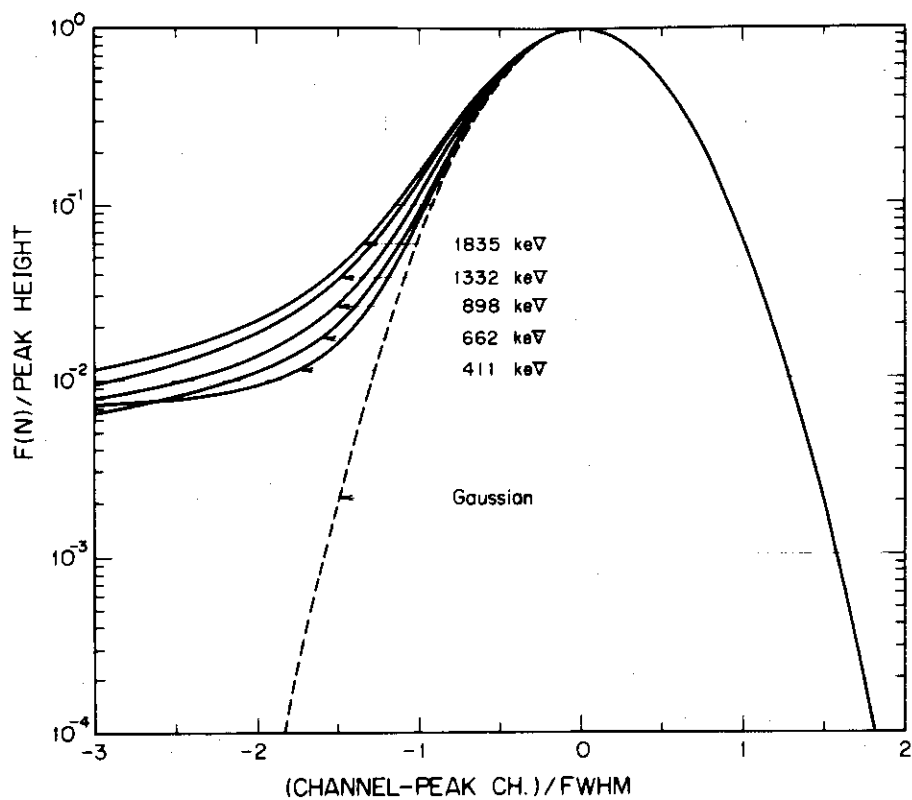


Fig.3.1.3 Standard spectra of a coaxial type Ge(Li) detector (30 cm<sup>3</sup>) are made for several photon energies and compared with each other.



( a )



( b )

Fig.3.1.4 Standard spectra of a coaxial type Ge(Li) detector ( $60 \text{ cm}^3$ ) are made for several photon energies, and compared with each other.

標準スペクトルの低エネルギー側の裾は単純に一定値には漸近せずやや複雑な挙動を示す。これも光電効果によるのではないかと考えられる。

Fig. 3.1.3(b)には同じく  $30\text{cm}^3$  の Ge(Li) に対する標準スペクトルのうち 500 keV 以上の 4 つのエネルギーに対するものが示されている。それらは  $^{22}\text{Na}$  からの 511 keV の  $\gamma$  線,  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線,  $^{54}\text{Mn}$  からの 835 keV の  $\gamma$  線および  $^{60}\text{Co}$  からの 1332 keV の  $\gamma$  線のスペクトルの測定結果からそれぞれ作ったものである。これら 4 つの標準スペクトルは横軸が  $-0.25$  以上でガウス関数とほぼ一致している。またエネルギーが高くなるにつれてピークが低エネルギー側に巾広くなり、値も大きくなっている。標準スペクトルの形はエネルギーと共に一様に変化しており、エネルギーと共にかなり複雑な変化を示した Fig. 3.1.3(a) の場合とはかなり異なっている。279 keV 以下ではコンプトン効果と光電効果の比率が大きく変りそれにつれて標準スペクトルの低エネルギー側のプラトーも大きく変化したのに対し、511 keV から 1332 keV のエネルギー範囲に対してはコンプトン効果がほぼ主反応であり、この一つの効果のエネルギー依存性により、標準スペクトルの低エネルギー側の裾の変化が与えられると考えられる。従ってコンプトン効果がエネルギーと共にゆるやかに一様に変化する為裾の形の変化も一様なものとなったと考えられる。

プラトーの高さは 59.6 keV から 279 keV の  $\gamma$  線に対してはエネルギーと共に順次低くなっていくのに対して、511 keV から 1332 keV の  $\gamma$  線に対してはエネルギーと共に徐々に大きくなる。即ち裾の高さは約 300~500 keV 程度で最も低くなる。279 keV と 511 keV の間に於いては標準スペクトルの変化は小さい。

体積  $60\text{cm}^3$  の同軸型 Ge(Li) 検出器に対する結果が Fig. 3.1.4 の (a) と (b) に与えられている。 $30\text{cm}^3$  の Ge(Li) 検出器の場合には検出器と  $\gamma$  線源との間は空気のみであったが、この場合には  $\gamma$  線源を支える為に厚さ 2 mm のアクリルが挿入されている。

この場合にも標準スペクトルの  $\gamma$  線エネルギーに対する依存性は  $30\text{cm}^3$  の Ge(Li) の場合とほぼ同じ傾向である。横軸が約  $-0.3$  以上の範囲ではいずれのエネルギーに対する標準スペクトルもほぼガウス関数と一致する。

Fig. 3.1.4(a)には  $^{241}\text{Am}$  からの 59.6 keV の  $\gamma$  線,  $^{57}\text{Co}$  からの 122 keV の  $\gamma$  線,  $^{203}\text{Hg}$  の 279 keV の  $\gamma$  線および  $^{198}\text{Au}$  からの 411 keV  $\gamma$  線に対する標準スペクトルが示され、Fig. 3.1.4(b) には  $^{198}\text{Au}$  からの 411 keV の  $\gamma$  線,  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線,  $^{88}\text{Y}$  からの 898 keV の  $\gamma$  線,  $^{60}\text{Co}$  からの 1332 keV の  $\gamma$  線および  $^{88}\text{Y}$  からの 1835 keV の  $\gamma$  線に対応する標準スペクトルが示されている。 $\gamma$  線のエネルギーが 59.6 keV から 411 keV までだんだん大きくなるにつれて、その低エネルギー側のプラトーは急に低くなる。そして 411 keV から 1835 keV までは逆にプラトーはエネルギーと共にだんだんまた高くなる傾向がある。しかし 662 keV 以上ではプラトーはやや傾きをもっており一定値ではない。662 keV から 1835 keV までは標準スペクトルはエネルギーと共に一様な変化を示し、プラトーは高くなり、低エネルギー側へピークの巾が広がる。 $\gamma$  線エネルギーと共に標準スペクトルの変化する割合は比較的ゆるやかである。

一方 411 keV 以下の  $\gamma$  線に対する標準スペクトルは、 $\gamma$  線のエネルギーが低くなるにつれて急な変化を示す。特にプラトーの高くなる割合が急である。ピークの巾もエネルギーが小さく

なるにつれて広がるが、その増加の割合は小さい。

以上  $30\text{cm}^3$  と  $60\text{cm}^3$  の Ge(Li) に対する標準スペクトルのエネルギー依存性を調べた結果から次の点が明らかである。即ち標準スペクトルの低エネルギー側のプラトーは  $60\text{keV}$  から  $400\text{keV}$  程度までは  $\gamma$  線のエネルギーと共に急に低くなり、 $400\text{keV}$  から  $600\text{keV}$  まではほぼ一定であり、 $600\text{keV}$  以上になるとまたエネルギーと共に徐々に大きくなる。ピークの巾の低エネルギー側への広がりには  $400\text{keV}$  以下では小さくエネルギーに対する依存性も小さい。しかし  $400\text{keV}$  以上では  $\gamma$  線のエネルギーと共に徐々に広がりが大きくなる。

次に実際に解析するフォトピークのエネルギーと標準スペクトルに対応するエネルギーの差がどの程度解析結果に対して影響を与えるかを調べる。その為  $^{203}\text{Hg}$  からの  $279\text{keV}$  の  $\gamma$  線に対する  $\gamma$  線スペクトルを各種のエネルギーの  $\gamma$  線に対応する標準スペクトルで解析し、結果を比較する。 $^{203}\text{Hg}$  からの  $279\text{keV}$  の  $\gamma$  線の測定は体積  $60\text{cm}^3$  の同軸型 Ge(Li) 検出器ならびに  $8000\text{ch}$  の PHA を使いチャンネル巾を  $1\text{keV}$  として行った。この Ge(Li) 検出器の FWHM は  $279\text{keV}$  の  $\gamma$  線に対して  $1.9\text{keV}$  と求められている。この Ge(Li) 検出器に対しては  $122$ ,  $136$ ,  $279$ ,  $392$ ,  $411$ ,  $662$ ,  $835$  の  $\gamma$  線に対応する標準スペクトルが求められている。このすべての標準スペクトルを使い、 $^{203}\text{Hg}$  からの  $279\text{keV}$  の  $\gamma$  線に対する  $\gamma$  線スペクトルの測定結果を解析した。その結果を Table 3.1.1 および Fig. 3.1.5 に示す。

解析するフォトピークのエネルギーと標準スペクトルのエネルギーがずれるに従って解析結果(ピーク位置, ピーク面積, FWHM)は正しい値からずれて行き、その標準偏差もだんだん増加する。ピーク位置は標準スペクトルのエネルギーが大きくなるにつれて高エネルギー側へずれる傾向がある。それに対してピーク面積および FWHM は標準スペクトルのエネルギーと共に小さくなる傾向が明らかである。

Fig. 3.1.5 より、 $279\text{keV}$  のフォトピークを約  $50\text{keV}$  ずれたエネルギーの  $\gamma$  線に対応する標準スペクトルで解析した場合ピーク面積は約  $0.4\%$ 、FWHM は約  $0.5\%$  の誤差を生ずることが分る。またピーク位置は約  $0.05$  チャンネルずれ、これは FWHM の約  $0.3\%$  に対応する。すなわちピーク位置のずれは FWHM の誤差の約半分程度である。

フォトピークのエネルギーと標準スペクトルの対応する  $\gamma$  線エネルギーとの差によって生ずる誤差は解析する  $\gamma$  線のエネルギーに依存するが、ここで求められた値により大体の目安をうることができる。

以上の結果から正しいピーク位置、ピーク面積および FWHM を求める為には解析するフォトピークのエネルギーと出来るだけ近いエネルギーをもった標準スペクトルを使い解析する必要があることが明らかである。

また解析する  $\gamma$  線のエネルギー近傍に標準スペクトルがない場合には近くのエネルギーの標準スペクトルを内挿して使うことも可能である。内挿の方法に関しては第 2 章の 2.2.1 項に於て述べられている。

$^{88}\text{Y}$  からの  $898\text{keV}$  の  $\gamma$  線を、 $662\text{keV}$  および  $1332\text{keV}$  の標準スペクトルを内挿して作った標準スペクトルを使って解析した結果を、他の標準スペクトルによる結果と比較して Table 3.1.2 および Fig. 3.1.6 に示す。比較した標準スペクトルはガウス関数、 $898\text{keV}$  の  $\gamma$  線スペ

Table 3.1.1 Analysis of 279 keV photopeak of  $^{203}\text{Hg}$  using several standard spectra with different energies.

Energy <sup>1)</sup> (keV)	Q/(N-K) <sup>2)</sup>	Peak Position (ch)	Peak Area (x 10 <sup>5</sup> )	FWHM (ch)
122	21	2739.15±0.08	2.562±0.02	18.76±0.14
136	19	2739.07±0.07	2.580±0.02	18.89±0.13
279	1.1	2739.14±0.02	2.592±0.005	18.73±0.03
392	2.0	2739.18±0.02	2.586±0.007	18.61±0.04
412	1.9	2739.30±0.02	2.559±0.007	18.45±0.04
662	5.7	2739.68±0.04	2.482±0.01	17.85±0.07
835	8.9	2739.84±0.05	2.447±0.01	17.58±0.09
898	5.0	2739.32±0.04	2.555±0.01	18.34±0.07
1173	13	2739.53±0.06	2.505±0.02	18.01±0.11
1275	18	2739.67±0.07	2.469±0.02	17.72±0.13
1332	18	2739.67±0.07	2.475±0.02	17.72±0.13
1835	29	2739.90±0.09	2.417±0.03	17.36±0.21
2757	76	2740.52±0.15	2.258±0.04	16.18±0.26

1) Energy of  $\gamma$ -ray which is used for the construction of standard spectrum

2)  $\frac{Q}{N-K} = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N w_i (y_i - f_i)^2$ , (cf. Eq. (2.3.4))

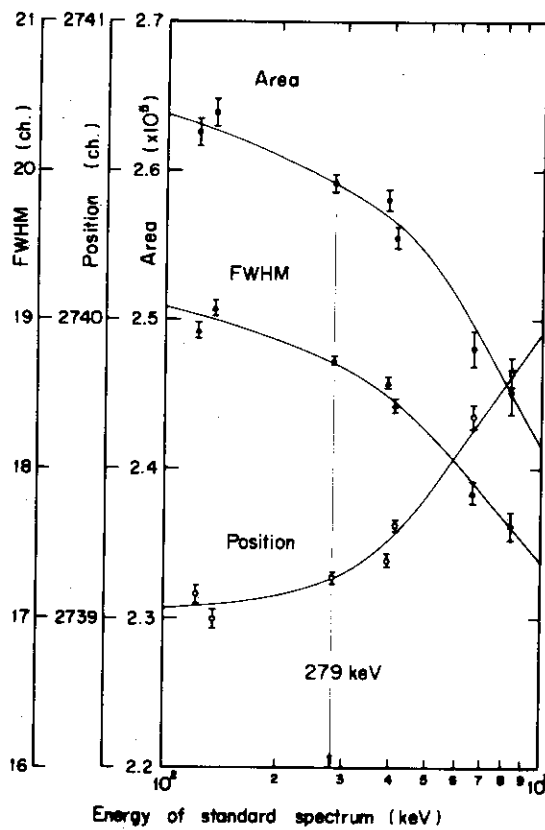


Fig.3.1.5 279 keV photopeak of  $^{203}\text{Hg}$  is analysed by using several standard spectra with different energies.

Table 3.1.2 Analysis of 898 keV photopeak of  $^{88}\text{Y}$  using the interpolated standard spectrum and other ones.

Standard Spectrum	Q/(N-K)	Peak Position (ch)	Peak Area ( $\times 10^5$ )	FWHM (ch)
Gaussian	1.29	$834.09 \pm 0.05$	$2.447 \pm 0.011$	$17.92 \pm 0.07$
898keV	1.06	$834.09 \pm 0.02$	$2.446 \pm 0.005$	$17.89 \pm 0.03$
Interpalated	1.15	$834.08 \pm 0.02$	$2.447 \pm 0.006$	$17.91 \pm 0.04$
662keV	2.88	$833.86 \pm 0.03$	$2.484 \pm 0.009$	$18.26 \pm 0.06$
1332keV	2.97	$834.37 \pm 0.03$	$2.393 \pm 0.009$	$17.41 \pm 0.06$

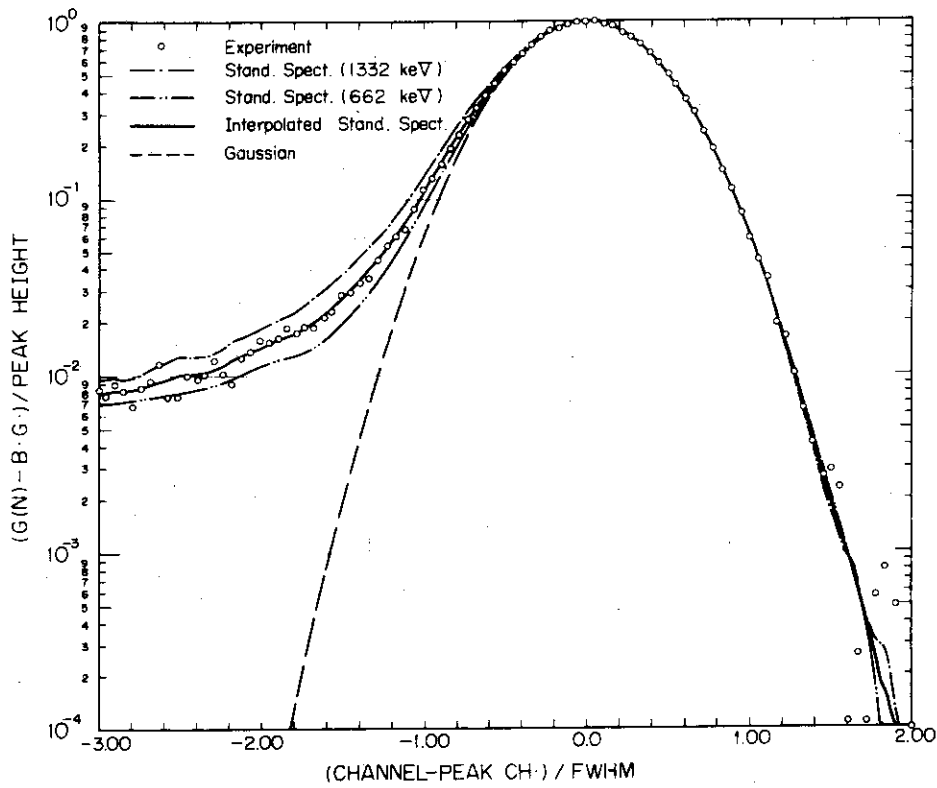


Fig. 3.1.6 Analysis of 898 keV photopeak of  $^{88}\text{Y}$  using the interpolated standard spectrum and other ones.

Table 3.1.3 Analysis of 898 keV photopeak of  $^{88}\text{Y}$  using several standard spectra interpolated by different methods.

Interpolation E - S.S.	Q/(N-K)	Peak Position (ch)	Peak Area ( $\times 10^5$ )	FWHM (ch)
898keV	1.06	$834.09 \pm 0.02$	$2.446 \pm 0.005$	$17.89 \pm 0.03$
log-lin	1.15	$834.08 \pm 0.02$	$2.447 \pm 0.006$	$17.91 \pm 0.04$
log-log	1.20	$834.07 \pm 0.02$	$2.449 \pm 0.006$	$17.94 \pm 0.04$
lin-log	1.36	$834.02 \pm 0.02$	$2.457 \pm 0.006$	$18.01 \pm 0.04$
lin-lin	1.23	$834.04 \pm 0.02$	$2.455 \pm 0.006$	$17.98 \pm 0.04$

クトルから作った標準スペクトルおよび内挿するもととなった662 keVおよび1332 keVの $\gamma$ 線に対応する標準スペクトルの合計4種類である。

Table 3.1.2 および Fig.3.1.6 から $\gamma$ 線エネルギーに関して内挿した標準スペクトルを使用することにより、精度よく $\gamma$ 線スペクトルの解析を行うことが出来ることが分る。誤差の2乗和を自由度で除した値は1.15と充分1に近い値であり、ピーク位置、ピーク面積およびFWHMの解析結果は898 keVの標準スペクトルを使ったフィッティング結果と標準偏差の範囲内で一致しており、標準偏差の値もごくわずか大きくなっているにすぎない。

一方662 keVおよび1332 keVの $\gamma$ 線に対応する標準スペクトルを使って898 keVの $\gamma$ 線スペクトルをフィッティングした場合には誤差の2乗和を自由度で除した値はそれぞれ2.88および2.97となり、系統的な誤差の存在が明らかである。Fig.3.1.6からも明らかなごとく、662 keVおよび1332 keVの標準スペクトルを使ったフィッティング結果は898 keVの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果とピークの低エネルギー側で系統的なずれを呈している。ピーク位置、ピーク面積およびFWHMのフィッティング結果も898 keVの標準スペクトルを使った結果とかなりくいちがっている。

2.2.1項の(2.2.4)式に於ては標準スペクトルの内挿はその対応する $\gamma$ 線のエネルギーをlog目盛で表わし、標準スペクトルをlin目盛で表わして一次式で行った。この場合をlog-linの場合とする。これ以外にもlog-log, lin-logおよびlin-linによる標準スペクトルの内挿が考えられ、その差が調べられた。662 keVおよび1332 keVの標準スペクトルをこの4種類の方法によって内挿して求めた標準スペクトルを使い、898 keVの $\gamma$ 線スペクトルを解析した結果をTable 3.1.3に示す。誤差の2乗和を自由度で除した値はlog-lin, log-log, lin-log, lin-linの場合に対してそれぞれ1.15, 1.20, 1.36, 1.23となっており、log-linの場合が一番1に近く望ましい内挿法であることが分る。ピーク位置、ピーク面積およびFWHMのフィッティング結果も898 keVの標準スペクトルを直接使った結果と比較して、log-lin内挿の場合が一番近い値を与えている。解析結果の標準偏差も差は小さいながらlog-lin内挿の場合が一番小さくなっている。他のエネルギーの $\gamma$ 線スペクトルの解析を内挿した標準スペクトルを使って行う場合に於てもlog-lin内挿が最も望ましいことが確かめられている。

以上の結果から、解析する $\gamma$ 線のエネルギー近傍の標準スペクトルを $\gamma$ 線エネルギーに関して内挿してその $\gamma$ 線に対する標準スペクトルを求め、それを使って $\gamma$ 線スペクトルを解析することにより精度のよい結果を求めることが分った。

### 3.1.2 標準スペクトルの $\gamma$ 線源と検出器の距離に対する依存性

検出器と $\gamma$ 線源との距離がある程度以上あれば、入射 $\gamma$ 線は検出器表面へほぼ一様の強さで、ほぼ垂直に入射するので標準スペクトルもほぼ一定であり、変化しないと考えられる。しかし検出器と $\gamma$ 線源との距離がある程度以下に小さくなると入射 $\gamma$ 線は検出器表面へ垂直には入射せず、斜に入射する割合が増加し、強度も一様ではなく検出器表面の中心付近で強くなる傾

向がある。同軸型 Ge(Li) 検出器に於ては  $\gamma$  線が p 相に入射するか、n 相に入射するかによって出力パルスの形は異なり、それに応じて検出効率も異なり、標準スペクトルの形も変化する。また入射する方向によっても出力パルスの形は異なり、それに応じて標準スペクトルも変化すると思われる。

標準スペクトルが  $\gamma$  線源と検出器との距離にどの程度依存するかを調べる為に行った実験結果を以下に示す。この依存性も入射  $\gamma$  線のエネルギーによって異なると考えられるが、一応  $^{198}\text{Au}$  からの 411 keV の  $\gamma$  線を使って、各種の距離に対して標準スペクトルを求めた。測定は体積  $60\text{cm}^3$  の同軸型 Ge(Li) 検出器と 8000 チャンネルの波高分析器を使って行った。また不感時間による数え落しが 5% 以下となるように線源の強度が調節された。線源をアクリル板上に置いて測定した為、検出器と線源との間には厚さ 2 mm のアクリルが挿入されている。

検出器の分解能は  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線に対して FWHM で 2.0 keV であり、波高分析器のチャンネル巾は 1.11 keV である。 $\gamma$  線スペクトルの測定結果を 2.2 章で述べた方法により処理し、標準スペクトルを作った結果を Fig. 3.1.7 に示す。横軸はピーク位置を基準として FWHM 単位で与えられており、縦軸はピークの高さで規格化して示されている。ただし見やすくする為順次約 0.8 倍に低くして表示してある。検出器表面と  $\gamma$  線源との距離の 1, 3, 5, 8, 12, 18, 24 および 36 cm に対して標準スペクトルが示されている。距離が 1 cm に対するものを除いてはいずれも非常にいい一致を示しており、ピークの低エネルギー側の裾の端近傍で少々ばらついている程度である。これもこの領域での標準スペクトルを作るもとなつた  $\gamma$  線スペクトルの計数値が低かつた為と考えられ、その統計誤差の範囲では一致している。計数を増す為計数時間を増すと測定系の安定性即ち増巾器のゲインの変動、PHA の零点の変動等が問題となり、今回の測定に於ては測定時間を 1 つの測定あたり 4 ksec を限度として行った。また計数を増す為線源を強くしすぎると数え落しが問題となる。数え落しが 5% 以下で、測定時間が 4 ksec 以下という範囲内で測定すると低エネルギー側の裾の部分での計数値はこの場合 (チャンネル巾 1.11 keV) 約 200 counts/ch 程度になり、この程度の変動はやむをえない。検出器と  $\gamma$  線源との距離が 1 cm の場合に於ては横軸が -3 から -2 までの範囲で標準スペクトルは他のものに比較してやや大きくなっている。しかしその差は小さく統計的変動の 3 倍程度の範囲におさまっている。

以上の結果よりこの検出器で 411 keV 近傍の  $\gamma$  線を測定する場合には検出器と  $\gamma$  線源との距離を 3 cm 程度以上離して測定すれば同一の標準スペクトルを使うことが出来ることが分る。それ以上近づけて測定した場合には新たにその距離に於ける 411 keV の  $\gamma$  線に対する標準スペクトルを求めなおす必要がある。

$\gamma$  線のエネルギーが高くなるにつれて標準スペクトルの距離依存性は小さくなることが予想され、400 keV 程度以上の  $\gamma$  線スペクトルの測定に於ては検出器の  $\gamma$  線源との距離を 3 cm 程度以上はなして行えば、標準スペクトルの検出器と線源との距離に対する依存性は考慮しなくてもよいと考えられる。

逆に  $\gamma$  線のエネルギーが低くなると標準スペクトルの検出器と線源との距離に対する依存性は大きくなる可能性があると考えられ、特に 100 keV 以下の標準スペクトルの取扱には注意を払う



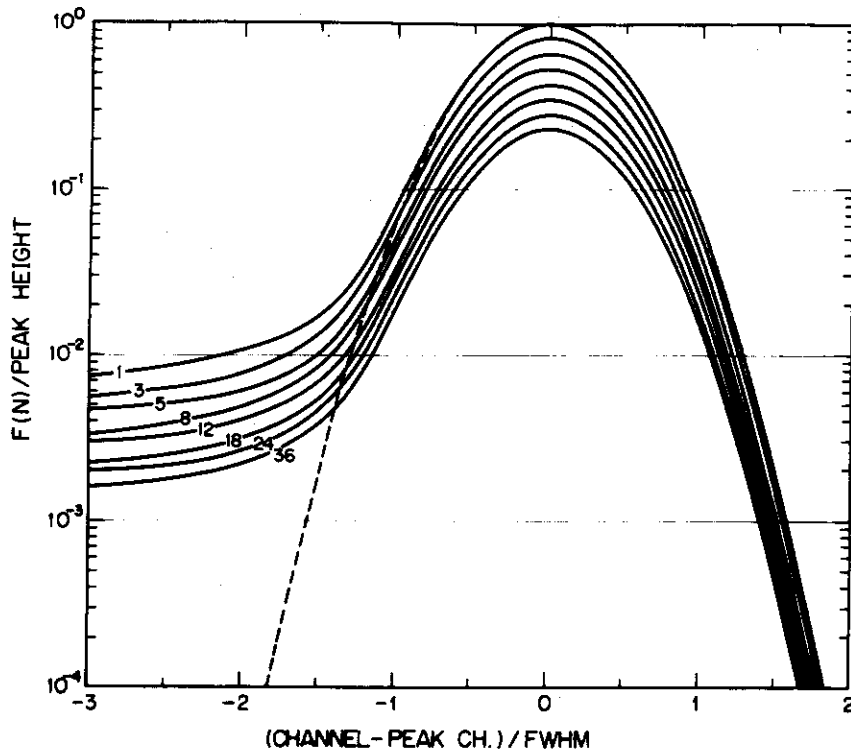


Fig. 3.1.7 Several standard spectra are made for 411 keV photons of  $^{198}\text{Au}$  varying the distance between the detector and the source.

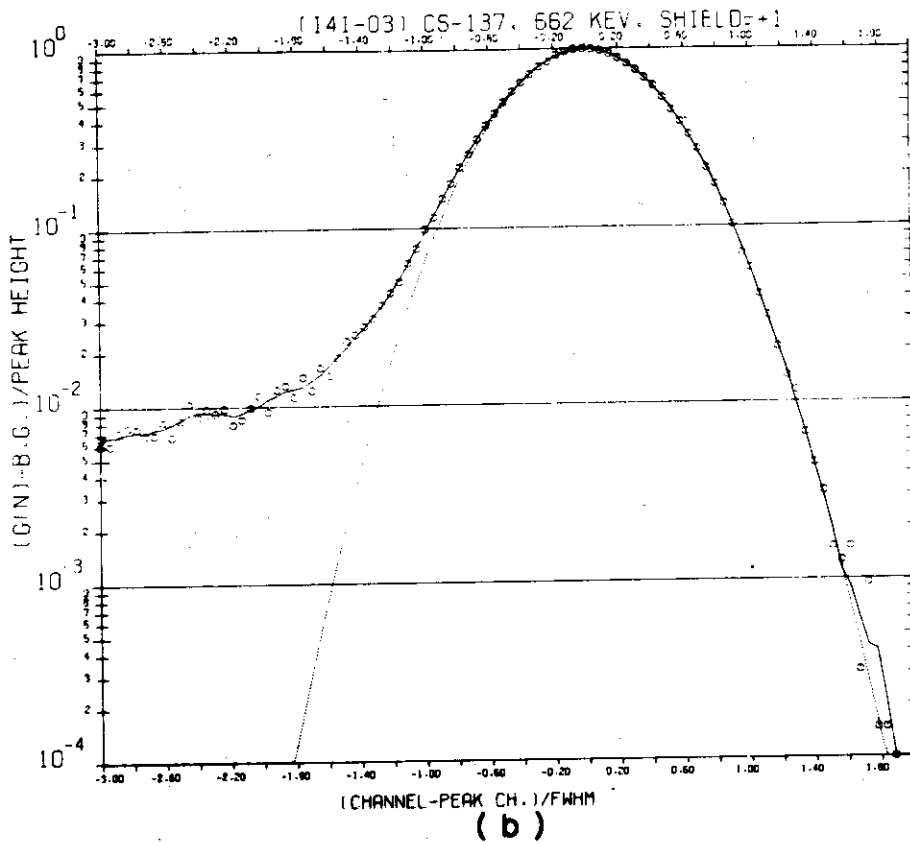
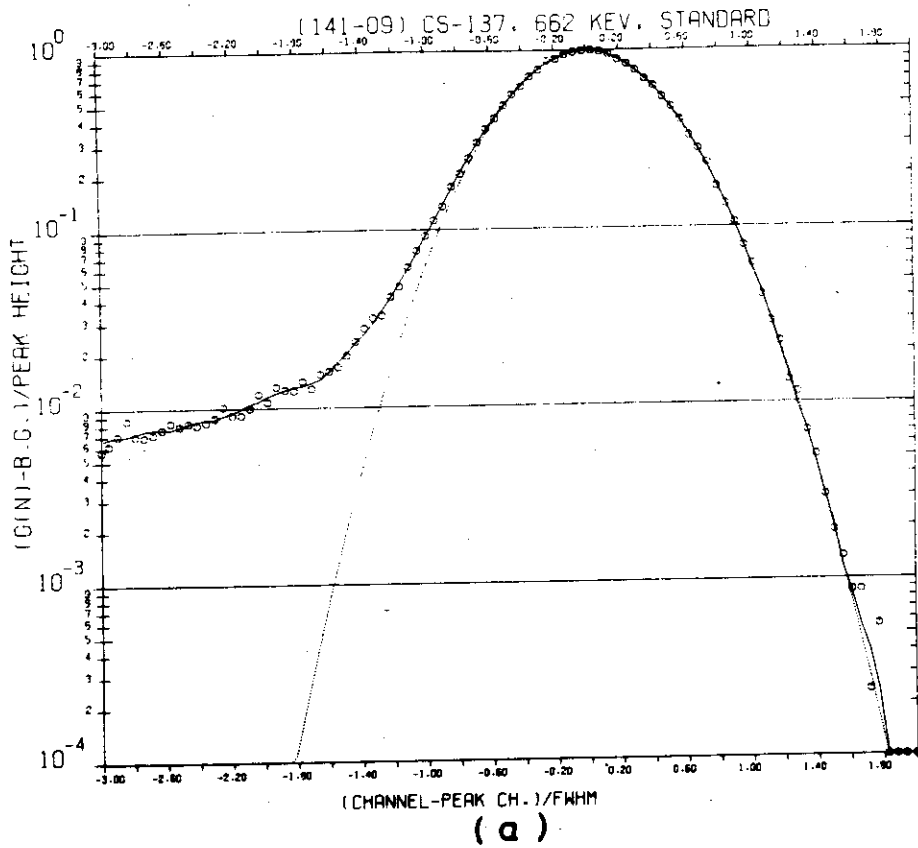
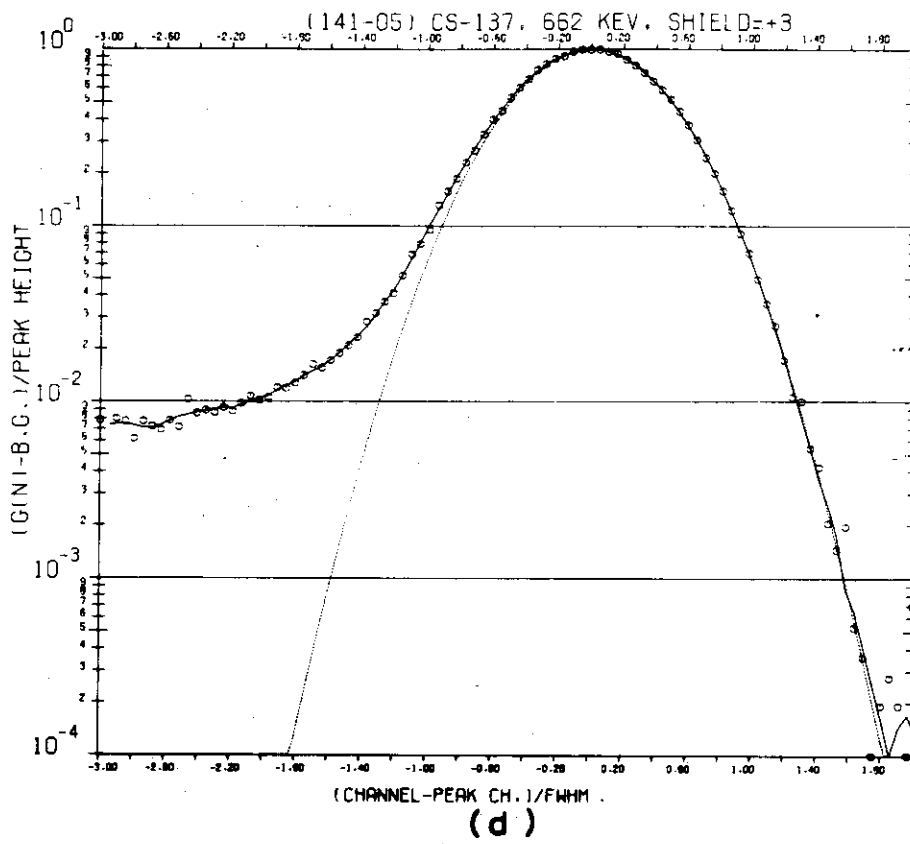
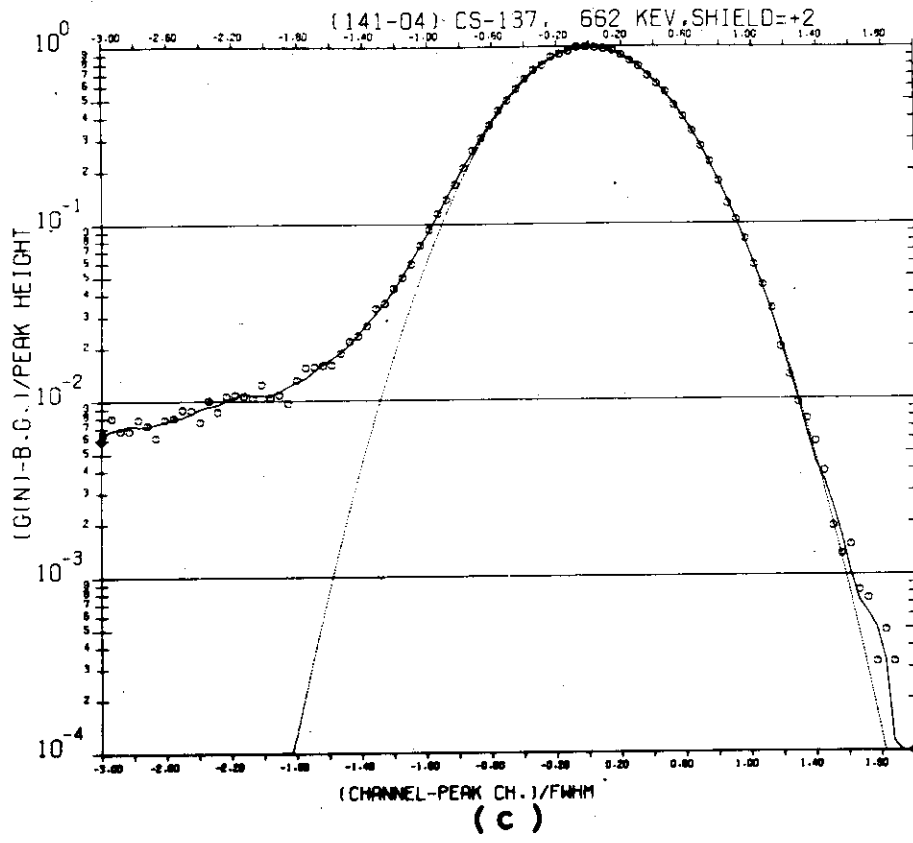


Fig. 3.1.8 Several standard spectra are made for 662 keV photons of  $^{137}\text{Cs}$  varying the thickness of absorber (acrylic resins) (a) 2 mm, (b) 4 mm, (c) 6 mm, (d) 8 mm.



必要がある。

### 3.1.3 標準スペクトルの線源と検出器の間に挿入された吸収物質による変化

$\gamma$ 線を測定する際、線源と検出器との間に存在する物質としては線源支持台、コリメータ、遮蔽材、空気、検出器の壁等が考えられ、それらの存在により標準スペクトルがどの程度変化するかを検討する。

3.1.2項の線源と検出器の距離を変えて行った検討から空気の層の厚さは標準スペクトルにほとんど影響を与えないと考えられる。また検出器の壁も測定条件によっては変化しないので考える必要はない。ここでは検出器と線源の間に挿入するアクリル板の厚さを変えて<sup>187</sup>Osからの662 keVの $\gamma$ 線に対する標準スペクトルの変化を調べた結果を示す。アクリルの厚さが2, 4, 6および8 mmの場合の標準スペクトルをそれぞれFig.3.1.8の(a), (b), (c), (d)に示す。いずれの図も統計的変動の範囲内で一致し、アクリルの厚さを2~8 mm程度変えても662 keVに対する標準スペクトルは影響を受けないことが分る。

しかし低エネルギーの $\gamma$ 線をカットする為鉛の薄板等を挿入したりする場合には標準スペクトルはある程度変化する可能性がある。

### 3.1.4 標準スペクトルのチャンネル数に関する問題点

標準スペクトルはピーク中心から高エネルギー側へは半値巾(FWHM)の2倍、低エネルギー側へはFWHMの3倍の範囲のデータで与えられる。またピークの形を正しく表現する為FWHMが20チャンネル程度もしくはそれ以上になるように波高分析器のチャンネル巾を調節して標準スペクトルを作るもとなる単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルは測定される。従って標準スペクトルは100チャンネル程度もしくはそれ以上のチャンネルのデータとして表現されることとなる。この項では標準スペクトルのチャンネル数をいくら位とれば必要とする精度でフォトピークの位置、面積および半値巾を求めることができるかを検討する。ガウス関数のフォトピークおよび一次式のバックグラウンドで模擬して与えた $\gamma$ 線スペクトルを同じくガウス関数の標準スペクトルおよび一次式のバックグラウンドにフィッティングし解析した結果をTable 3.1.4に示す。

模擬したフォトピークのエネルギーは60 keV、ピーク面積は $10^5$ 、FWHMは4 keVである。またバックグラウンド $\gamma$ 線のピーク中心即ち60 keVに於ける計数値は $3000 \text{ keV}^{-1}$ であり、その傾きは $-100 \text{ keV}^{-2}$ とした。そしてチャンネル巾が4 keVであるとして $\gamma$ 線スペクトルを計算し、この $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトルのチャンネル数 $n_{\text{max}}$ をパラメトリックに変えて解析した。ただしガウス関数はピーク位置に関し左右対称であり、その標準スペクトルはピーク中心位置の前後FWHMの2倍の範囲に対して与えられる。従ってガウス関数の標準スペクトルのチャンネル数 $n_{\text{max}}$ は実際のフォトピークの形を表現する標準スペクトルのチャンネル数の $n_{\text{max}} \times \frac{5}{4}$ に対応する。フィッティングに際してはピーク位置と半値巾の初期推定値が必要であるがそれ

らはそれぞれ 61 keV および 5 keV と与えられた。他のパラメータの初期推定値はこの 2 つの値から自動的に (2.2.10)~(2.2.12) 式により与えられる。

Table 3.1.4 に於て Variance は誤差の 2 乗和 (2.3.1) を示しており、標準スペクトルのチャンネル数  $n_{\max}$  が大きくなるにつれて小さくなり一定値に漸近することが分る。ピークエネルギー、ピーク面積および FWHM も  $n_{\max}$  が大きくなるにつれて精度がよくなるが、その依存性が小さいことが分る。 $n_{\max}$  が 11 と極端に小さい場合でもピークエネルギーとピーク面積とはかなりの精度で求められる。ピークエネルギーの誤差は FWHM の 0.2% 以内であり、ピーク面積の誤差は 0.05% 以下である。それに対し FWHM には 7% 程度の誤差があり、 $n_{\max}$  の影響を最も受けやすいことが分る。しかし  $n_{\max}$  が 51 チャンネル以上になるとピークエネルギーおよびピーク面積は約 5 桁の範囲で完全に正しく求まり、FWHM の誤差は 0.3% となる。さらに  $n_{\max}$  が 101 チャンネル以上になると FWHM の誤差も 0.1% 以下と急に小さくなる。

従って標準スペクトルのチャンネル数を 100 チャンネル程度以上にすれば、標準スペクトルを連続関数でなく、有限個の点に於ける値で表現することによる誤差は充分小さいと考えることが出来る。つまり標準スペクトルの FWHM は 20 チャンネル程度以上あることが望ましく、この条件を満たすように PHA のチャンネル巾を調節し標準スペクトルを作るもとなる単 1 ピークの  $\gamma$  線スペクトルを測定することが望ましい。また Table 3.1.4 から明らかなごとくフォトピークの半値巾すなわち FWHM を 4 桁の精度で正しく与える為には  $n_{\max}$  は 401 チャンネル以上必要であることが分る。このことは FWHM の 100 チャンネルに対応し、現在の PHA のチャンネル数、および零点とゲインの安定性から考えてフォトピークの FWHM が 100 チャンネルもある測定をすることは無意味である。従って FWHM には 0.1% 程度の誤差は許容して FWHM が 20 チャンネル程度になるように PHA のチャンネル巾を調節して標準スペクトルを作ることが得策と考えられる。

また Table 3.1.4 にはピーク成分を積分方式 (2.2.5 b) 式で与えず、在来の方法に従ってそれをピーク関数の各チャンネル中心に於ける値を使って表現した場合の結果も示してある。この場合ピーク成分は標準スペクトルを内挿して次式で与えた。

$$P_k(I) = s(m) + \{s(m+1) - s(m)\}(n_k(I) - m). \quad (3.1.1)$$

ここで  $m$  は  $n_k(I)$  の整数部分であり、 $n_k(I)$  は (2.2.5 c) 式で与えられる。

この場合には標準スペクトルのチャンネル数  $n_{\max}$  が大きくなってもピークエネルギー、ピーク面積および FWHM は正しく求まらない。それはピーク成分が (3.1.1) 式によっては正しく与えられないからである。

しかしこの場合にも  $n_{\max}$  が 101 以上になると解析結果はほぼ一定となりそれ以上  $n_{\max}$  を増しても変化しない。従って在来の方法でピーク成分を表現しても  $n_{\max}$  を 100 程度以上にすれば  $n_{\max}$  が有限個であることから生ずる誤差は無視しうることが分る。

Table 3.1.4 Number of channels of the standard spectrum and the accuracy of the fitting results.

Photopeak :  $S = 10^5$  ,  $E_p = 60 \text{ keV}$  ,  $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$   
 B G :  $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$  ,  $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$   
 Initial Value :  $E_p^0 = 61 \text{ keV}$  ,  $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$   
 E vs. CH :  $E (\text{keV}) = 4 \times (\text{CH} + 0.3)$

CASE	$N_{\text{max}}$	GorR <sup>a)</sup>	No. <sup>b)</sup>	Variance	$E_p$ (keV)	$N_p$ (CH)	FWHM (keV)	Si ( $\times 10^5$ )
1	11	G	6	3.07+2	59.992	14.698	3.717	1.00016
2	51	G	6	1.26	60.000	14.700	3.988	1.00000
3	101	G	6	4.79-1	60.000	14.700	3.997	1.00000
4	201	G	6	2.92-1	60.000	14.700	3.999	1.00000
5	401	G	6	2.28-1	60.000	14.700	4.000	1.00000
6	601	G	6	2.10-1	60.000	14.700	4.000	1.00000
7	1001	G	6	1.96-1	60.000	14.700	4.000	1.00000

1	11	R	5	1.50+4	60.019	14.705	4.480	1.01692
2	51	R	6	1.06+4	59.957	14.689	4.808	1.00531
3	101	R	6	9.62+3	59.959	14.690	4.824	1.00553
4	201	R	6	9.91+3	59.958	14.690	4.826	1.00538
5	401	R	6	1.00+4	59.958	14.690	4.827	1.00544
6	601	R	6	1.00+4	59.959	14.690	4.827	1.00544
7	1001	R	6	1.00+4	59.958	14.690	4.827	1.00543

a) G = integration , R = interpolation

b) number of iterations

### 3.1.5 標準スペクトルの凹凸が解析結果におよぼす影響

標準スペクトルは2.2節で述べた如く、単色の入射 $\gamma$ 線に対する $\gamma$ 線スペクトルからBGを取除き、データをガウス関係を使い平滑化して作られる。従ってそれを作る基になった $\gamma$ 線スペクトルよりは標準スペクトルの方が平滑であるが、まだ完全には平滑な曲線ではなく特にピークの裾における計数値の低い領域で凹凸が多く残る。そこでこの章に於ては標準スペクトルの凹凸が解析結果に及ぼす効果を調べる。

$^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線のスペクトルを前述の体積 $30\text{cm}^3$ のGe(Li)検出器で測定し、このスペクトルをもとに作った標準スペクトルがFig.2.2.3に示された。Fig.2.2.3に於て標準スペクトルは実線で示されているがピークの両裾の計数率の低い領域でデコボコが残っている。この標準スペクトル(CASE 1)の他に比較の為 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果からBGを差し引いたままのもの、即ちFig.2.2.3に於て丸で示されたものを標準スペクトルとした場合(CASE 2)、および標準スペクトルのピークの高エネルギー側としてFig.2.2.3に於て点線で示されたガウス関数を使った場合(CASE 3)の3種の標準スペクトルを使って $\gamma$ 線スペクトルを解析し、その結果を比較する。CASE 3に於て平滑化スペクトルとガウス関数とを接続する位置はピーク位置から低エネルギー側へFWHMの0.25倍だけへだった点とした。

解析した $\gamma$ 線スペクトルは標準スペクトルを作るもととなった $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線スペクトル(チャンネル巾=0.162 keV)、および同じ $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線スペクトルをチャンネル巾を約2倍(0.341 keV)にして測定したものの2種類である。結果をTable 3.1.5に示す。

Table 3.1.5から3種類の標準スペクトルによる結果の差が小さいことが分る。いずれもフィッティングから定められる標準偏差の範囲内で一致している。以上の点はチャンネル巾が0.162 keVの $\gamma$ 線スペクトルに於ても0.341 keVの $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ても変りがない。チャンネル巾を0.162 keVで測定したスペクトルに対して実験値をそのまま標準スペクトルとして解析した場合の誤差が小さいのはこの標準スペクトルに定数を加えたものに相当する $\gamma$ 線スペクトルをフィッティングしたのだから当然である(2.3.1項参照)。

もう少し詳しく結果を検討してみると、ピーク位置は実験値の標準スペクトルと普通の標準スペクトルを使った結果間には差は少なく、ガウス関数を標準スペクトルの高エネルギー側に使った結果がほんのわずか前2者よりピーク位置を高エネルギー側に与えている。これはFig.2.2.3に於てピークの高エネルギー側の裾で標準スペクトルがガウス関数よりやや大きくなっている効果によると考えられる。またピーク面積に於ても実験値を標準スペクトルとした場合および普通の標準スペクトルを使った場合と比較して、ガウス関数を標準スペクトルの高エネルギー側に使った結果は前2者による値より心もち小さくなっている。この原因もピークエネルギーの場合と同じく高エネルギー側の裾のガウス関数との系統的なズレが原因となっていると考えられる。一方FWHMはいずれの標準スペクトルを使ってもほぼ完全に同じ値にフィッティングされる。

以上の結果より次のことが分る。即ち単色の入射 $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果から定数のBGを差し引いたものをそのまま標準スペクトルとして使った場合と、このデータをさらにガウ

Table 3.1.5 Analysis of 279 keV photopeak of <sup>203</sup>Hg using the smoothed standard spectrum and unsmoothed one.

(a) Channel Width = 0.162 keV

CASE	Standard Spectrum	Peak Position (ch)	Peak Area (x 10 <sup>5</sup> )	FWHM (ch)
1	Smoothed Spectrum	355.334±0.012	8.642±0.009	26.76±0.01
2	Experimental Spectrum	355.334±0.006	8.640±0.005	26.76±0.02
3	Smooth. + Gaussian	355.339±0.014	8.632±0.010	26.76±0.03

(b) Channel Width = 0.341 keV

CASE	Standard Spectrum	Peak Position (ch)	Peak Area (x 10 <sup>5</sup> )	FWHM (ch)
1	Smoothed Spectrum	818.282±0.016	7.710±0.021	12.70±0.03
2	Experimental Spectrum	818.283±0.017	7.708±0.023	12.70±0.03
3	Smooth. + Gaussian	818.285±0.015	7.702±0.020	12.70±0.03

Table 3.1.6 Analysis of 279 keV photopeak of <sup>203</sup>Hg using Gaussian peak function and a standard spectrum.

Fitting Function	Gaussian	Gaussian	Stand.Spec.	Stand.Spec.
Peak	Const	Linear	Const	Linear
Back Ground				
Fitting Interval <sup>1)</sup> C <sub>L</sub>	-0.25	-0.25	-2.5	-2.5
C <sub>U</sub>	2.5	2.5	2.5	2.5
Q/(N-K) <sup>2)</sup>	1.6	1.2	0.91	0.91
Peak Position(ch)	355.33±0.04	355.37±0.04	355.33±0.01	355.33±0.01
Peak Area (x10 <sup>5</sup> )	8.64±0.02	8.59±0.02	8.64±0.009	8.64±0.009
FWHM (ch)	26.76±0.06	26.63±0.06	26.76±0.02	26.76±0.02
BG Slope	0.0	-1.0 ±0.2	0.0	-0.05±0.04
Const	49±2	38±3	45±1	44±2

1)  $N_p + C_L \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p + C_U \times \text{FWHM}$ ,  $N_p$  : Peak Position

2)  $\frac{Q}{N-K} = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^N w_i (y_i - f_i)^2$ , (c.f. Eq. (2.3.4))



ス関数を使って平滑化したものを標準スペクトルとして解析した場合の結果の間にほとんど差がなかったことから、この平滑化した標準スペクトルをさらに完全に平滑化することは必要がなくかつ無意味なことと考えられる。また標準スペクトルの高エネルギー側の部分をガウス関数で与えることはピーク位置をほんのわずかながら高めに与え、ピーク面積をわずかに小さめに与える傾向がある。しかしこの差は小さくそれぞれの解析結果の標準偏差の範囲内におさまっている。

### 3.1.6 標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積、およびFWHMの定義に関する問題点

標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMは標準スペクトルに含まれているガウス成分のピーク位置、ピーク面積およびFWHMをもってその定義とした。このガウス成分は単色の入射 $\gamma$ 線に対する $\gamma$ 線スペクトルのピークの高エネルギー側

$$[N_p^0 - 0.25 \times \text{FWHM}^0] \leq I \leq [N_p^0 + 2.5 \times \text{FWHM}^0]$$

((2.2.1)式参照)をガウス関数と定数のバックグラウンドでフィッティングして求めた。しかし $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては標準スペクトルをピーク関数とし、バックグラウンド $\gamma$ 線を一次式で近似して行われる。またフィッティング範囲も

$$[N_p^0 - 2.5 \text{FWHM}^0] \leq I \leq [N_p^0 + 2.5 \text{FWHM}^0]$$

と低エネルギー側へ広がる。従って標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMのこの定義が正しいことを確める為には、この標準スペクトルを作るもととなった単色入射 $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果をこの標準スペクトルと一次式のバックグラウンドを使って解析し、その結果がピークの高エネルギー側のみをガウス関数と定数のバックグラウンドで解析した結果と一致することを確認しておく必要がある。

3.1.5項で述べた $^{203}\text{Hg}$ の279 keVの $\gamma$ 線スペクトルをここでも使って検討する。 $\gamma$ 線スペクトルはすでに述べたように体積 $30\text{cm}^3$ の同軸型Ge(Li)検出器および1024チャンネルのPHAを使って、FWHMが約27チャンネルとなるようにチャンネル巾を調節して測定した。解析結果をTable 3.1.6に示す。バックグラウンドを定数とした場合および一次式で近似した場合の両方の結果を比較の為示す。

ガウス関数と定数のバックグラウンドで解析した場合と標準スペクトルと一次式のバックグラウンドで解析した場合とを比較するとピーク位置、ピーク面積、FWHMともに標準偏差の範囲内でほぼ完全に一致している。

両者の結果の差は標準偏差よりかなり小さくピーク位置で0.001 ch、面積が $0.003 \times 10^5$ 、FWHMが0.002 chとなっている。ピーク位置のずれの0.001 chはFWHMが約27 chあることを考えるとほぼ無視しうる差である。またピーク面積の全計数値に対する統計的変動は

$$\sqrt{8.64 \times 10^5} = 9 \times 10^2 = 0.009 \times 10^5$$

であり、これと比較しても面積の差の $0.003 \times 10^5$ は充分小さい。FWHMの差は0.002 chでありこれは標準スペクトルを使った結果に対する標準偏差の0.022 chと比較して約1桁小さくな

っている。

標準偏差の値そのものを比較すると、いずれも標準スペクトルで解析した場合の方がガウス関数で解析した場合より小さくなっており、特にピーク成分の精度の差が大きい。つまり標準スペクトルで解析することにより、ガウス関数でピークの高エネルギー側のみを解析した場合よりも精度よく解析しうることが分る。これはガウス関数で解析する場合よりフィッティング範囲が低エネルギー側へ広くとれるのでデータの数が多く信頼性が増えたことによっている。

次にガウス関数でピークの高エネルギー側を解析するに際してバックグラウンド $\gamma$ 線を一次式で近似して解析した場合を定数で解析した場合と比較する。結果は同じく Table 3.1.6 に示されている。バックグラウンドを一次式で近似すると定数で近似した場合と比較してピーク位置は高エネルギー側にずれ、ピーク面積は小さくなり、FWHMも小さくなる。その差は標準偏差の2倍程度である。バックグラウンドに対してパラメータが1つ増え、自由度が1つふえたので求められた結果の誤差  $Q/(N-K)$  ( (2.3.4) 式参照 ) は定数のバックグラウンドで解析した場合より、ほんのわずかながら小さくなっている。しかし解析結果は標準スペクトルで解析した結果とはかなりずれている。一次式で近似したバックグラウンド $\gamma$ 線スペクトルの傾きは標準スペクトルで解析した場合の20倍以上の大きな傾きとなっており、このバックグラウンドを  $[N_p - 2 \cdot \text{FWHM}]$  チャンネルまで外挿するとバックグラウンドの方が $\gamma$ 線スペクトルの実測結果  $y(I)$  より大きくなる。これはガウス関数の解析に於てフィッティング範囲が狭かった為起ったことであり、物理的に望ましくない結果である。物理的にはフィッティング範囲が狭い場合の結果も、広い場合の結果と一致することが望ましい。しかしガウス関数をピーク関数として解析する場合はあまり低エネルギー側までフィッティング範囲を拡げると実際のピークの形とのずれが問題となり、本稿に於てその下限は  $[N_p - 0.25 \times \text{FWHM}]$  に限定されている。従ってガウス関数と一次式のバックグラウンドをフィッティング関数として解析する場合には高エネルギーにもっとフィッティング範囲を拡げる必要がある。しかし標準スペクトルをピーク関数とし、一次式でBG $\gamma$ 線を近似した結果をみると、そのBGの傾きは $-0.05$ と大変零に近い値でありしかもその標準偏差は $0.04$ と大きく、単色の入射 $\gamma$ 線の $\gamma$ 線スペクトルのピーク近傍に於てはBG $\gamma$ 線スペクトルの傾きはほぼ零と近似してよいことが分る。

従って標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMを定義する為、単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルをガウス関数で解析するに際しても、バックグラウンド $\gamma$ 線スペクトルは傾き零の定数として行い。フィッティング範囲の上限を大きくするのも一方法であるが、もともと零と分っているものは最初から固定して解析した方が物理的に変な結果を生ずる可能性も小さく望ましいと考えられる。

標準スペクトルで解析するに際してバックグラウンド $\gamma$ 線を一次式で近似した場合と定数で近似した場合の結果にはほとんど大した差はない。このことから標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMを求める為ガウス関数で解析する時BGを定数で近似し、実際の標準スペクトルで解析する時には一次式のバックグラウンドで解析することの間には矛盾はないことが分る。実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては解析するフォトピークより高エネルギー側に依存するフォトピークのコンプトン散乱 $\gamma$ 線がバックグラウンド $\gamma$ 線として存在しどうしてもバ

ックグラウンド $\gamma$ 線は傾きを持っており、その考慮が必要である。

### 3.1.7 小結論

標準スペクトルに関する種々の問題点を検討した結果以下の点が明らかとなった。

標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギー、検出器と線源との距離および吸収物質に対する依存性を調べた結果、 $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性には注意する必要があるが、それと比較して後者の2つの効果はあまり問題とならないことが明らかとなった。従って標準スペクトル法により $\gamma$ 線スペクトルを解析するに際しては、標準スペクトルは解析する $\gamma$ 線と出来るだけ近いエネルギーの単ピーク・スペクトルをもとに作ったものを使うべきであることが明らかである。

$^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線スペクトルを50 keV エネルギーのずれた標準スペクトルを使い解析した場合の誤差はピーク位置でFWHMの0.3%、ピーク面積で0.4%そしてFWHMで0.5%となった。また解析する $\gamma$ 線と近いエネルギーの標準スペクトルがない場合にはエネルギーに関して標準スペクトルを内挿してその $\gamma$ 線エネルギーに対応する標準スペクトルを作り、それを使って解析することにより精度よい $\gamma$ 線スペクトルの解析が可能である。

標準スペクトルのチャンネル数に関しては、それが100チャンネル程度以上となるようにすれば十分な精度で解析できることが分った。標準スペクトルのチャンネル数の100は半値巾(FWHM)の20チャンネルに対応する。

標準スペクトルはガウス関数で平滑化して作られるが完全には平滑ではなく、小さい凹凸が残っている。しかしそれによつては解析結果の精度が影響を受けないことが明らかとなった。

また標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMは単ピーク・スペクトルのピークの高エネルギー側をガウス関数と定数のバックグラウンドで解析して求められるガウス成分の対応するそれぞれの値として定義し、実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析は標準スペクトルと一次式のバックグラウンドをフィッティング関数とし、しかもピーク位置の前後FWHMの2.5倍の範囲をフィッティング範囲として行いが、両者の間には矛盾がないことが明らかとなった。単ピーク・スペクトルを標準スペクトルと一次式のバックグラウンドで解析した結果は、それをガウス関数と定数のバックグラウンドで解析した結果と一致した。

### 3.2 パラメータの初期推定値およびフィッティング範囲の検討

この節に於ては標準スペクトル法により  $\gamma$  線を解析する時必要となる FWHM およびピーク位置のパラメータの初期推定値が解の収束性ならびに精度に及ぼす影響を検討する。また標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲は普通ピーク位置の前後 FWHM の 2.5 倍のチャンネル範囲にとられるがその妥当性が検討される。

#### 3.2.1 フィッティングパラメータの初期推定値に関する検討

もしフィッティング関数がすべてのフィッティングパラメータに関して線型である場合には 2.1 節の (2.1.8) および (2.1.9) の近似式は厳密に成り立つ等式となり、誤差の 2 乗和 ((2.1.6) 式参照) を最小とする、フィッティングパラメータの初期推定値からの変化量は (2.1.17) 式により正しく与えられる。従ってフィッティングパラメータの初期推定値  $a^0$  がいかなる値であっても、(2.1.17) 式の  $\Delta a$  から誤差の 2 乗和を最小とするフィッティングパラメータは

$$\underline{a} = \underline{a}^0 + \Delta \underline{a}$$

と厳密に正しく求められる。しかしフィッティング関数が非線型の場合には 2.1 節の (2.1.8) ~ (2.1.12) の展開式はあくまでも近似式であり、(2.1.6) 式の誤差の 2 乗和を最小とするフィッティングパラメータを求める為には 2.1 節で述べた方法に従って iteration を行い、順次正しい値に近づけていかなければならない。従ってスムーズに収束をして正しい解がえられる為にはフィッティングパラメータの初期推定値を充分正しく与える必要がある。 $\gamma$  線スペクトルに対するフィッティング関数もこの非線型な場合に対応する。2.2 節の (2.2.5) 式に於て非線型なフィッティングパラメータはピーク位置を示すパラメータ  $b_k$  および FWHM に関連したパラメータ  $c$  である。FWHM と  $c$  との関係は (2.2.22) 式に与えられ逆比例の関係にある。従ってこのパラメータ  $b_k$  ( $k=1, 2, \dots, J$ ) および  $c$  の初期推定値は特に精度よく与える必要があり本方法に於ては  $\gamma$  線スペクトルの測定結果から直接推定される。この非線型のパラメータのみ精度よく与えれば他はすべて線型なパラメータなので解はスムーズに収束することが期待される。他のパラメータ  $A, B$  および  $a_k$  ( $k=1, 2, \dots, J$ ) の初期推定値は入力された  $b_k$  および  $c$  から (2.2.11) 式および (2.2.12) 式により自動的に与えられる。そこでこの項に於てはピーク位置のパラメータ  $b_k$  および FWHM の初期推定値を色々変えて解析し、パラメータの収束性およびえられた解の精度を調べ、解が収束するパラメータの初期推定値の範囲を検討する。非線型のパラメータに対しその初期推定値を正しい値に対しどの程度の誤差の範囲内に与えれば収束するかの議論を理論的に行うことは困難である。そこでこの項に於ても例に従って議論する。とりあげた  $\gamma$  線スペクトルは  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線を体積  $60\text{cm}^3$  の Ge(Li) 検出器で測定したものである。単 1 ピーク以外の場合についても検討する為、この 662 keV のフォトピークを一定チャンネルだけずらしてもとの  $\gamma$  線スペクトルに重ねあわせ、人為的に 2 重ピークを作った場合についても解析した。2 重ピークのピーク間隔は FWHM と等しい場合および FWHM の  $1/2$  の場合について検討した。また 2 つのピークのピーク面積比は 1 の場合と 4 の場合について検討を加えた。

## (a) 単1ピークによる検討

単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルに対する解析結果をFig.3.2.1に示す。Fig.3.2.1に於て横軸はピーク位置 $b_1$ の初期推定値 $b_1^0$ を示しており正しいピーク位置 $b_1$ を基準としてFWHMで規格化して与えられている。縦軸にはFWHMの初期推定値 $FWHM^0$ とFWHMの正しい値との差がFWHMで規格化して与えられている。この初期推定値を使って単1ピークを解析し、解が収束した場合は(○)印で示され、逆に発散した場合は(x)印で示されている。

Fig.3.2.1から次のことが明らかである。即ち、横軸 $x$ および縦軸 $y$ がそれぞれ、

$$\begin{aligned} -0.5 &\leq x \leq 0.5, \\ -0.25 &\leq y \leq 1.0, \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

の範囲、すなわち $b_1$ およびFWHMの初期推定値をそれぞれ

$$\begin{aligned} b_1 - 0.5 \times FWHM &\leq b_1^0 \leq b_1 + 0.5 \times FWHM, \\ 0.75 \times FWHM &\leq FWHM^0 \leq 2 \times FWHM, \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

の範囲に推定すれば必ず解は収束する。この範囲からかなりかけ離れた初期推定値でも収束する場合があるが、それはかなり特殊な場合である。 $y$ が0.5上にある $(-1.0, 0.5)$ 、 $(0.8, 0.5)$ および $(1.0, 0.5)$ の3点、それから $y$ が $-0.25$ の線上にある $(0.8, -0.25)$ 、 $(0.9, -0.25)$ 、 $(1.0, -0.25)$ の3点などがこの例である。

安定な収束範囲から大きく初期推定値がずれると、パラメータは各iteration毎に大きく振動し、それがたまたま何回目かのiterationで収束範囲((3.2.1)式)に入った場合に収束する。従って初期推定値がわずかに変わっても収束したり、収束しなかったりする。例えば $(0.9, 0.5)$ の初期推定値に於てはその両わきの点 $(0.8, 0.5)$ および $(1.0, 0.5)$ では収束しているにもかかわらず発散して解がえられない。 $y=0.5$ の直線上にある3点 $(0.2, 0.5)$ 、 $(0.9, 0.5)$ および $(1.0, 0.5)$ に於けるパラメータの初期推定値をもとに解析した結果のiteration historyをFig.3.2.2に示す。

$(0.2, 0.5)$ は収束範囲内((3.2.1)式)の点であり、初期推定値からフィッティングパラメータは滑かに、一様に正しいパラメータの値に収束する。一方 $(0.9, 0.5)$ および $(1.0, 0.5)$ の2点は共に収束範囲からかなりはずれた点であり、いずれも第1回目のiterationでパラメータは大きく動いている。ピーク位置を示すパラメータ $b_1$ は正しい値を通りこしてはるかに遠くまで移動し、パラメータ $c$ は正しい値とは反対の方向へ大きく移動している。2回目以後のiterationで2つの点を出発点とするiteration historyは異なって来て、 $(1.0, 0.5)$ を出発点とするiterationは2回目以後正しいパラメータの値の方向へ変化し、4回目のiterationで収束範囲内の点となり、以後急に正しい値に向って収束する。

一方初期推定値 $(0.9, 0.5)$ を出発点とするiterationに於ては2回目以後も正しい方向へは変化せず、6回目以後になってようやく正しいパラメータの値の方向へ変化しだすが7回目のiterationでピークの高さを示すパラメータ $a_1$ が負となり、8回目で発散してしまう。この2組の初期推定値 $(0.9, 0.5)$ 、 $(1.0, 0.5)$ はかなり近い位置にありながら、正しい値から

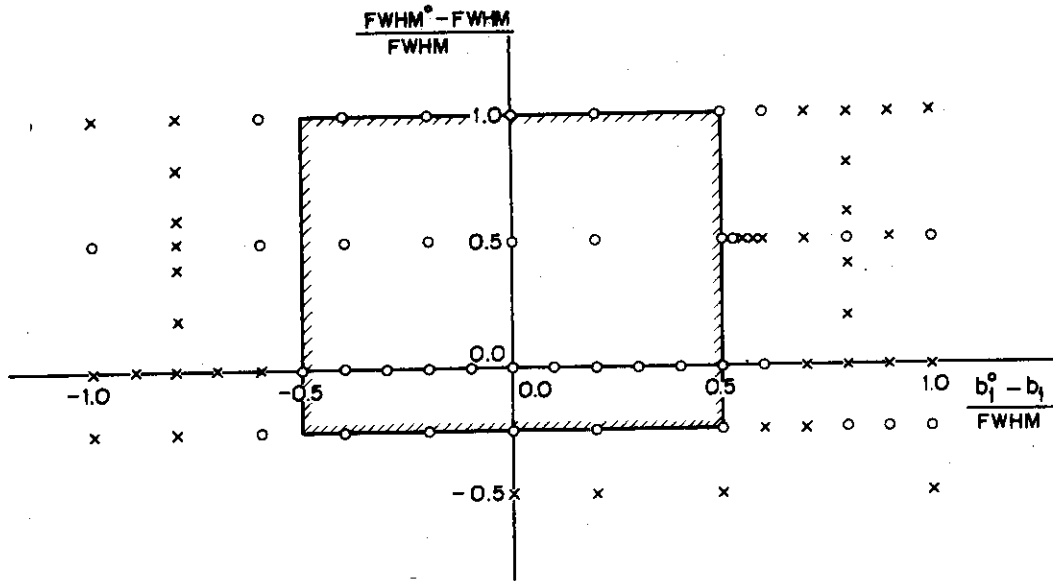


Fig.3.2.1 Convergence region of initial values of parameters for the analysis of a single photopeak.

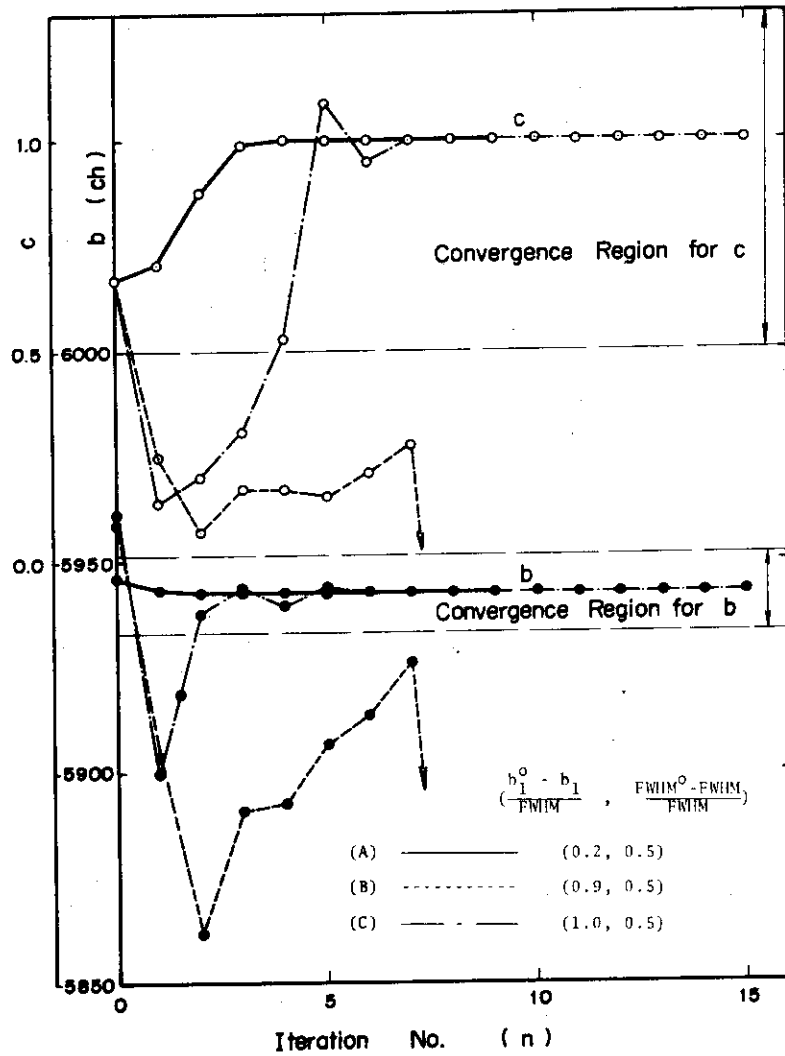


Fig.3.2.2 Iteration histories of parameters are shown for the analysis of a single photopeak starting from different initial values.

逆に遠い位置にある初期推定値の方が収束し、近い位置にある初期推定値の方が発散している。(3.2.1)式の収束範囲以外の初期推定値から出発すると iteration 毎にパラメータは大きく変動し、それが収束範囲に入ることがあるか、それとも収束範囲に入ることなくそのまま発散するかは、微妙な初期推定値の変化に大きく依存する。従って安定した解を得る為には単1ピークの解析に於ては(3.2.1)式を満たす範囲内で初期推定値を与えなければならない。しかし単1ピークに対してはピーク位置およびFWHMの初期推定値をこの精度で与えることは容易である。

解が収束するか発散するかは初期推定値に大きく依存するが、解が収束さえすれば、単1ピークの場合にはいずれも完全に正しい値に収束しており、初期推定値による解析結果のちがいはない。初期推定値が正しく(0.0, 0.0)と与えられた場合、収束範囲内の値(0.2, 0.5)の場合および収束範囲から遠くへだった値(1.0, 0.5)を初期推定値とした場合のフィッティング結果をTable 3.2.1に示す。

表からこの非常に異なった初期推定値を出発点とした3つの場合に於て、収束までの iteration の回数こそちがえ、解析結果が完全に一致していることが分る。このことは単1ピークの場合にはフィッティングパラメータの数が少なく、誤差の2乗和がパラメータの変化に対してかなりすなおな挙動を示すことを暗示している。つまりパラメータ空間に於て誤差の2乗和を極小とする点が一点しかなく(=最小値)、しかもそれがかなり明確な極小値であると考えられる。極小値近傍でのパラメータの変化に対し誤差の2乗和があまり変化しない場合には、初期推定値の与え方によってパラメータの最終値はかなり異なるはずである。

Table 3.2.1 Initial estimations of parameters and the fitting results of single peak of 662 keV gamma-ray of  $^{137}\text{Cs}$ .

Initial Estimation ( $b_1^0 - b_1$ ) / FWHM	0.0	0.2	1.0
( $\text{FWHM}^0 - \text{FWHM}$ ) / FWHM	0.0	0.5	0.5
Iteration No.	4	10	16
Variance	$2.9 \times 10^5$	$2.9 \times 10^5$	$2.9 \times 10^5$
Q/(N-K)	0.85	0.85	0.85
Peak Position (ch)	5942.386±0.015	5942.386±0.015	5942.386±0.015
Peak Area	249070±597	249070±597	249070±597
FWHM (ch)	18.372±0.028	18.372±0.028	18.372±0.028

誤差の2乗和の極小点近傍の挙動を調べた結果をFig.3.2.3~Fig 3.2.5に示す。Fig.3.2.3にはピーク位置の変化による $Q/(N-K)$ (cf. Eq.(2.3.4))の変化がパラメトリックに示されている。(A)が高さのパラメータ $a$ およびFWHMをそれぞれ正しく12715および18.4チャ

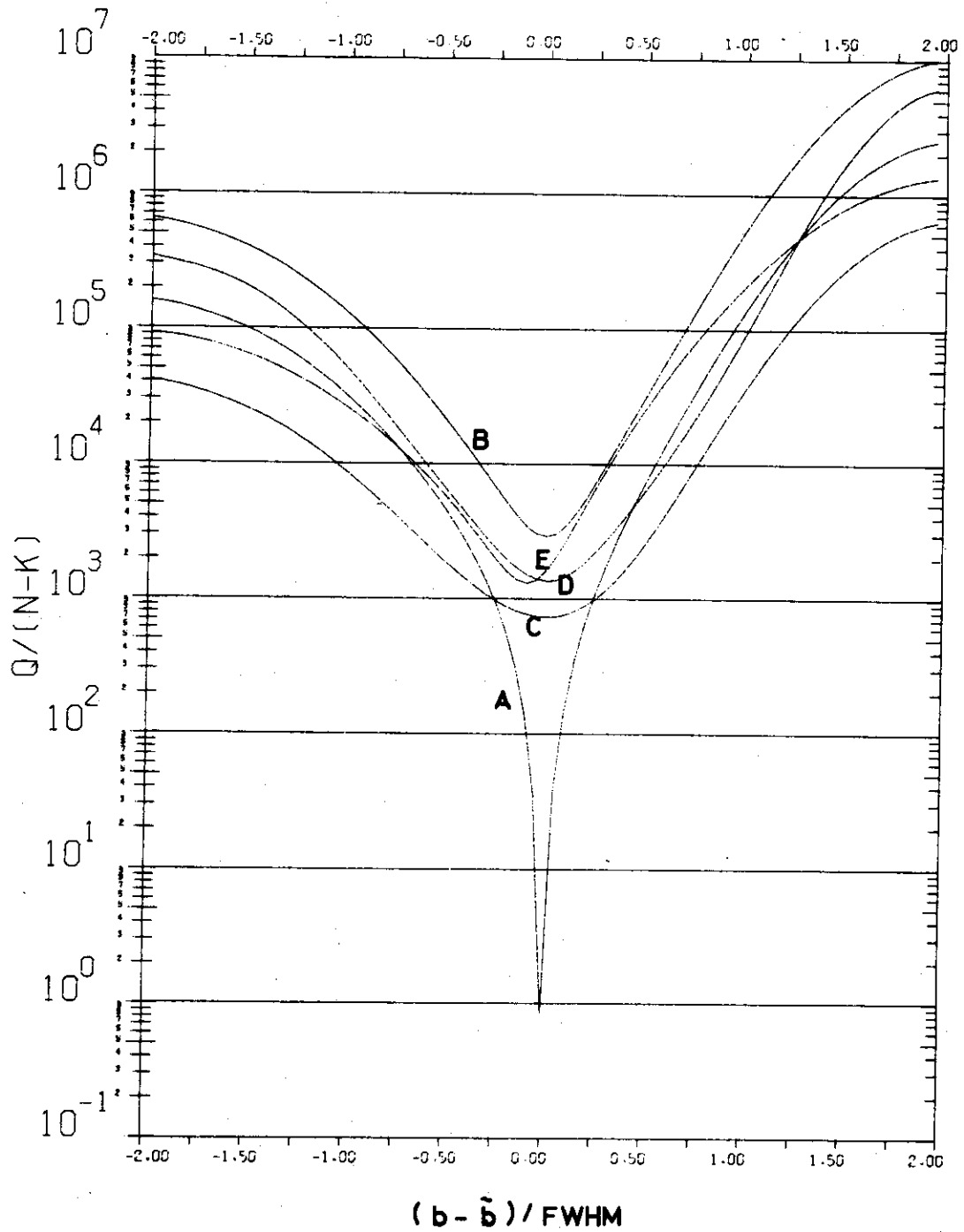
ンネル ( $c=1.0019$ ) と与えた場合であり、ピーク位置  $b$  が正しい値 5942.4 に近づくに従って急激に  $Q/(N-K)$  は小さくなり、5942.4 チャンネルに於て最小値 0.85 をとる。(B) および (C) は FWHM を正しく与え、高さのパラメータ  $a$  をそれぞれ 25430 および 6358 と正しい値 12715 のそれぞれ 2 倍および半分とした場合である。この場合にもピーク位置が正しい位置にきた時に  $Q/(N-K)$  は極小値をとり、極小値の位置が  $a$  に依存しないことが分る。このことは直感とも一致する。曲線 (D) および (E) はピークの高さ  $a$  を正しく与え、FWHM をそれぞれ正しい値の  $1/2$  および 1.5 倍とした場合である。この場合にも  $Q/(N-K)$  は  $b$  の変化に対してすなおな挙動を示し、 $b$  の正しい値近傍で極小値をとる。FWHM を 1.5 倍とした場合は極小点は正しい値から FWHM の約 0.1 倍だけ低エネルギー側へずれているが、この程度の誤差をみとめるなら  $b$  の変化に対しては他のパラメータがどんな値であるにしろほぼ正しい  $b$  の値の近傍で  $Q/(N-K)$  が極小値をとるといえることができる。従って他のパラメータをすべて固定し、 $b$  のみ動かして  $Q/(N-K)$  の変化を調べ  $b$  の正しい値を簡単に推定することが可能である。ただし  $Q/(N-K)$  の極小値そのものは他のパラメータの値に大きく依存する。他のパラメータもすべて正しく与えた (A) の場合には  $Q/(N-K)$  は 0.85 であったのがその他の (B)~(E) の場合にはいずれも  $10^3$  前後の大きな値となっている。

Fig. 3.2.4 には高さのパラメータ  $a$  の変化に対する  $Q/(N-K)$  の変化がパラメトリックに与えられている。Fig. 3.2.4 に於て (A) はピーク位置  $b$  および FWHM を正しく与えた場合であり、この場合にも Fig. 3.2.3 の場合と同様パラメータ  $a$  が正しい値に近づくに従って  $Q/(N-K)$  は急激に小さくなり、正しい値に於て最小値 0.85 をとる。ただしこの場合には  $Q/(N-K)$  の曲線は  $a$  の正しい値  $\tilde{a}$  を中心としてほぼ左右対称となっている。このことはピーク成分と比較して BG の寄与が非常に小さいことを示しており、ピーク成分が零の  $a=0$  の場合とピーク成分が 2 倍の  $a=2\tilde{a}$  の場合で  $Q/(N-K)$  はほぼ等しくなっている。またピーク成分が正の場合と負の場合の境界、即ち  $a=0$  に於ても  $Q/(N-K)$  は別に不連続とはならない。Fig. 3.2.4 に於て曲線 (B) および (C) はそれぞれ FWHM を正しい値の  $1/2$  および 1.5 倍とした場合に対応する。ただしピーク位置のパラメータ  $b$  は正しく与えられた。

この 2 つの場合に於ては  $Q/(N-K)$  の曲線には大きな差はなく、いずれも正しい  $a$  の値の 0.7 倍程度で極小値をもち、その極小値はいずれも  $10^3$  程度の大きさである。曲線 (D) および (E) は FWHM を正しく与え、ピーク位置を正しい位置から FWHM の 0.5 倍だけ低エネルギー側および高エネルギー側にそれぞれ移動した場合である。(D) と (E) の間にも大きな差はなく、正しい  $a$  の値のそれぞれ 0.4 倍および 0.3 倍の時それぞれ  $10^3$  程度の極小値をとる。FWHM および  $b$  を正しい値からずらせても、 $a$  の変化に対して  $Q/(N-K)$  はすなおな挙動を示す。しかしその極小点は正しい  $a$  の値から大きくずれ、必ず正しい値より小さくなる。特に  $b$  が正しい値からずれている場合には極小点は  $a$  の正しい値から大きくずれる。この点からも  $b$  および FWHM の初期推定値を正しく与える必要があることが分る。

Fig. 3.2.5 にはパラメータ  $c$  の変化に対する  $Q/(N-K)$  の変化をパラメトリックに求めたものである。Fig. 3.2.5 に於て曲線 (A) はピーク位置  $b$  および高さのパラメータ  $a$  を正しく与えた場合であり、この場合にも Fig. 3.2.3 の (A) および Fig. 3.2.4 の (A) の場合と同様  $c$  が正し

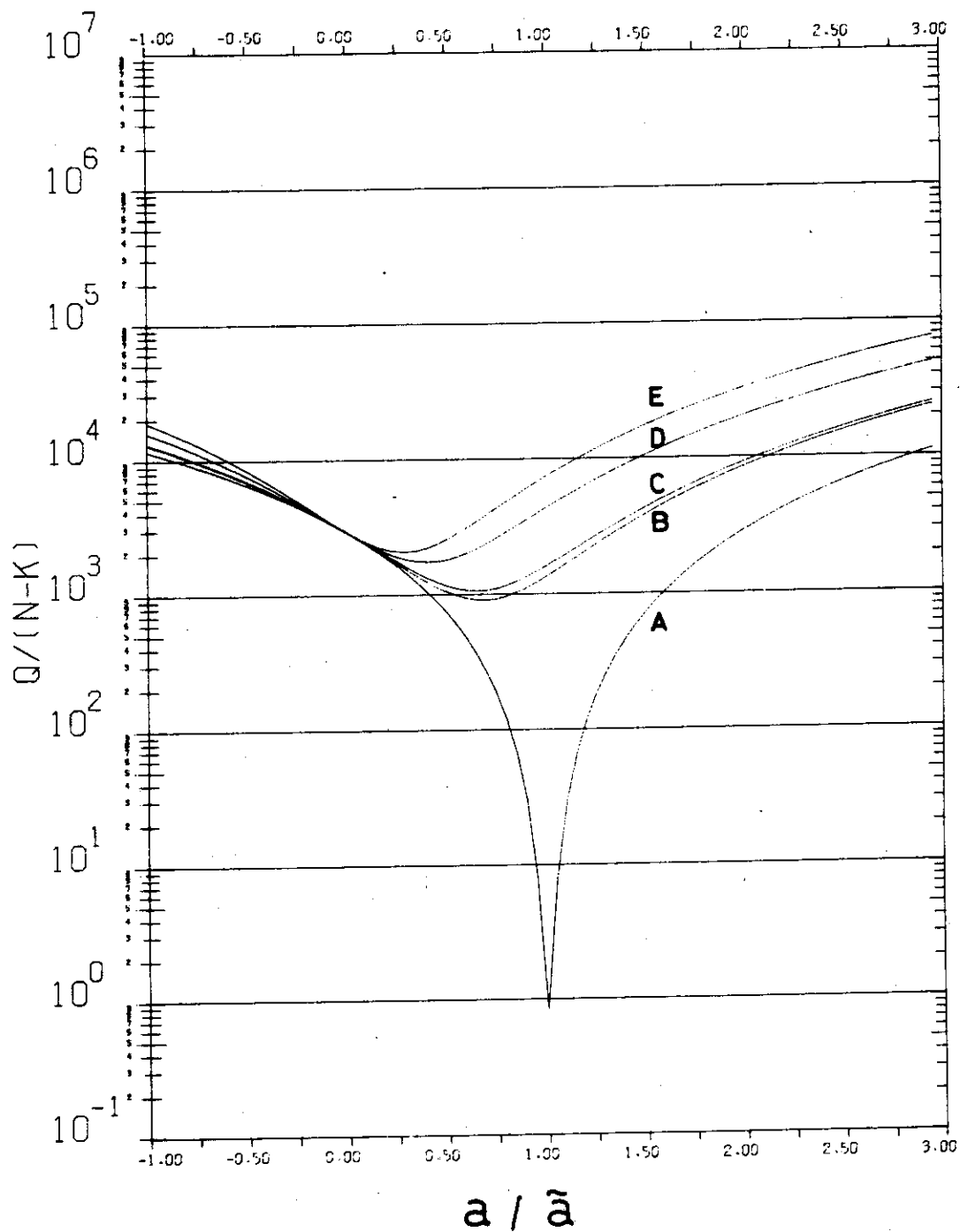




$\tilde{a} = 12715$ ,  $\tilde{b} = 5942.4$  ch,  $\tilde{c} = 1.0019$ , FWHM = 18.4 ch

- (A)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$
- (B)  $a/\tilde{a} = 2.0$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$
- (C)  $a/\tilde{a} = 0.5$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$
- (D)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $c/\tilde{c} = 2.0$
- (E)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $c/\tilde{c} = 0.667$

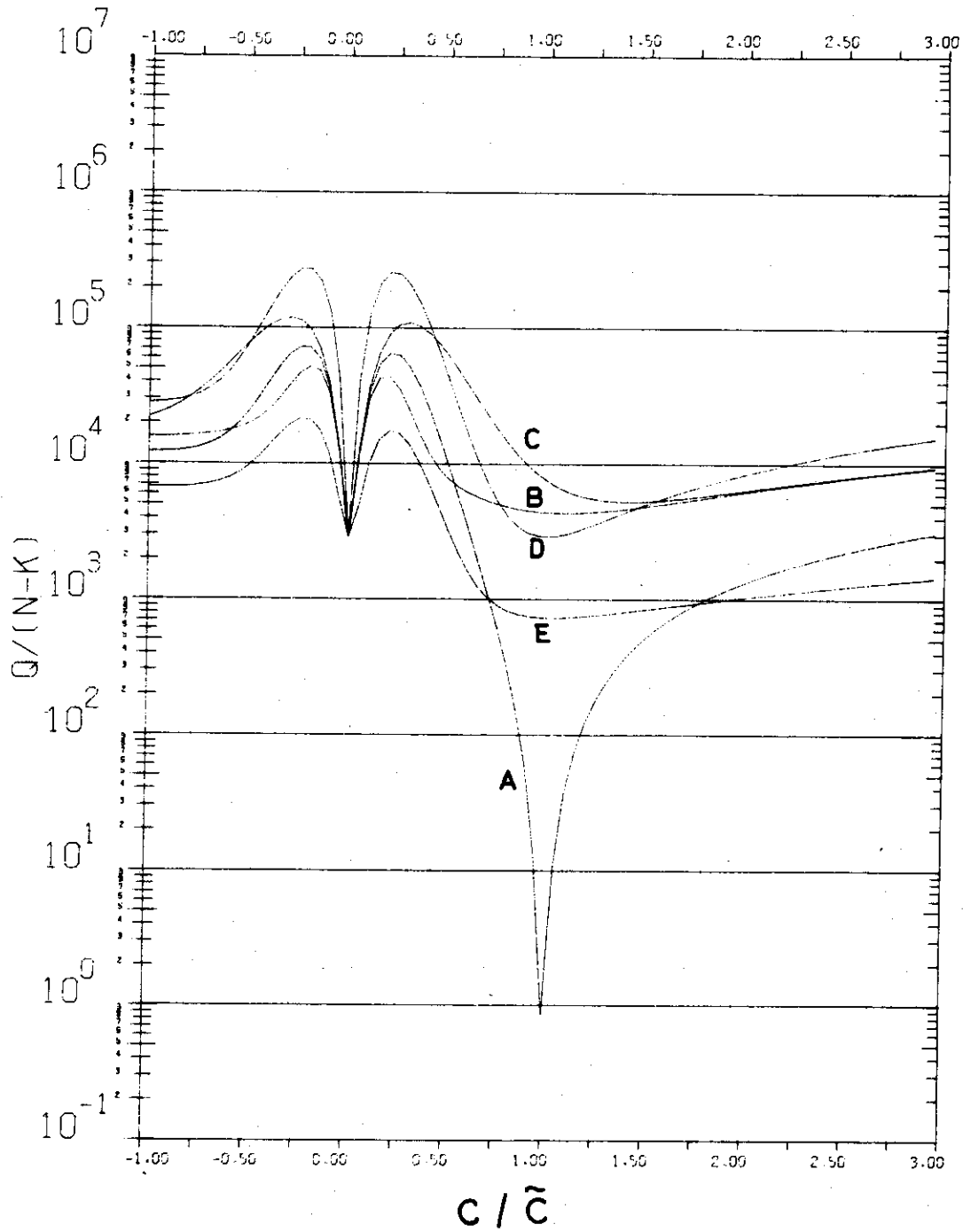
Fig.3.2.3  $Q/(N-K)$  versus peak position of a single photopeak.



$\tilde{a} = 12715$ ,  $\tilde{b} = 5942.4$  ch,  $\tilde{c} = 1.0019$ , FWHM = 18.4 ch

- (A)  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$
- (B)  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$ ,  $c/\tilde{c} = 2.0$
- (C)  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$ ,  $c/\tilde{c} = 0.667$
- (D)  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = -0.5$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$
- (E)  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.5$ ,  $c/\tilde{c} = 1.0$

Fig.3.2.4  $Q/(N-K)$  versus peak height of a single photopeak.



$\tilde{a} = 12715$ ,  $\tilde{b} = 5942.4$  ch,  $\tilde{c} = 1.0019$ , FWHM = 18.4 ch

- (A)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$
- (B)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = -0.5$
- (C)  $a/\tilde{a} = 1.0$ ,  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.5$
- (D)  $a/\tilde{a} = 2.0$ ,  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$
- (E)  $a/\tilde{a} = 0.5$ ,  $(b-\tilde{b})/\text{FWHM} = 0.0$

Fig.3.2.5  $Q/(N-K)$  versus parameter  $c$  of a single photopeak.

い値に近づくと従って  $Q/(N-K)$  は急激に小さくなり、正しい値  $\tilde{c}$  に於て最小値 0.85 をとる。ただしこの場合には Fig. 3.2.3 および 3.2.4 の場合とは異なり、 $c/\tilde{c} \approx \pm 0.2$  に於て  $Q/(N-K)$  は極大値をとる。また FWHM が無限大に対応する  $c=0$  近傍では極小値をとる。 $c$  が負ということはピークを左右逆転したことに相当し、 $c=0$  近傍ではかなり左右対称に近いが、 $c$  が大きく負になるにつれて対称性は悪くなる。 $c/\tilde{c} = 1$  に於ては  $Q/(N-K)$  は 0.85 なのに  $c/\tilde{c} = -1$  に於ては約  $10^4$  と非常に大きい。Fig. 3.2.5 に於て曲線 (B), (C) はそれぞれ位置のパラメータ  $b$  を FWHM の 0.5 倍だけ低エネルギー側および高エネルギー側に移動させた場合に対応する。高さのパラメータ  $a$  は正しく与えられた。曲線 (D), (E) は逆にパラメータ  $b$  を正しく与え、高さのパラメータ  $a$  をそれぞれ正しい値の 2 倍および半分とした場合である。曲線 (D), (E) から高さのパラメータ  $a$  がかなりずれていても  $Q/(N-K)$  を極小とする  $c$  の値はかなり正しく求まることが分る。ただしピークの高さが低い場合即ち  $a$  が小さい場合には極小点近傍に於ける  $Q/(N-K)$  の変化が小さく極小点がきめにくい。この事情は直感とも一致する。また位置のパラメータ  $b$  を正しい値からずらせた曲線 (B), (C) に於ても、極小値近傍の  $Q/(N-K)$  の変化は小さく極小値を決定しにくい。 $b$  を高エネルギー側にずらせた (C) の場合には  $Q/(N-K)$  を極小とする  $c$  は正しい値  $\tilde{c}$  からかなりずれている。この点からもパラメータ  $c$  を正しく求める為には位置のパラメータの初期推定値を正しく与える必要があることが分る。

以上誤差の 2 乗和のパラメータの値による変化を調べた結果からも、スムーズに収束した解を与える為には非線型のパラメータ  $b$  (ピーク位置) および  $c$  (または FWHM) の初期推定値を精度よく与えるべきであることが分る。これらが精度よく与えられている時には線型のパラメータは簡単に精度よく求めることが出来る。

また単 1 ピークの  $\gamma$  線スペクトルの解析をグリッド法<sup>(7)</sup> による最小 2 乗法で効率よく行う為には次のようにすればよいことが分る。まず高さのパラメータ  $a$  および FWHM を適当に与え、位置のパラメータ  $b$  を変化させて  $Q/(N-K)$  の変化をみる。そして  $Q/(N-K)$  を極小とする  $b^{(1)}$  を求める。パラメータ  $a$  および FWHM がかなり正しい値からずれていても  $b^{(1)}$  が正しく推定できることは Fig. 3.2.3 から明らかである。次にピーク位置を  $b^{(1)}$  に固定し、 $c$  を変化させて  $Q/(N-K)$  を計算し  $Q/(N-K)$  を極小とする  $c^{(1)}$  を求める。ピーク位置が正しく与えられている場合には高さのパラメータが正しい値からずれていてもパラメータ  $c$  を精度よく推定できることが Fig. 3.2.5 から明らかである。こうして求められたパラメータ  $b^{(1)}$  および  $c^{(1)}$  を固定し高さのパラメータ  $a$  を変化させて  $Q/(N-K)$  を計算し、 $Q/(N-K)$  を極小とする  $a^{(1)}$  を求める。高さのパラメータ  $a$  に対してはピーク位置および FWHM (または  $c$ ) を精度よく与えて初めて、正しく推定できることが Fig. 3.2.4 から分っている。この過程を数回繰返せばかなりの精度でパラメータ  $b, c, a$  を推定することが出来ると考えられる。

## (b) 2 重ピークによる検討

次に 2 重ピークの解析に於ける収束性を調べた結果を示す。2 重ピークの  $\gamma$  線スペクトルは  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線の測定結果を重ねあわせて作った。測定は体積  $60\text{cm}^3$  の Ge(Li) 検出器および 8,000 ch の PHA により行われた。また測定は測定時間を 1 k sec, 2 k sec

および4 k secとして行われた。これらの単1ピークとしての解析結果をTable 3.2.2に示す。

2重ピークの解析におけ解の収束性はピーク間隔およびピークの面積比に依存する為、ピーク間隔はFWHM(18.4 ch)にほぼ相当する18チャンネルの場合およびFWHMの約半分の9チャンネルの場合について、またピーク面積比に関しては1の場合と4の場合について検討した。また面積比が1の場合は測定時間が2 k secの $\gamma$ 線スペクトルをピーク位置をずらせて加えあわせたものであり、面積比が4の2重ピークは1 k secで測定した単1ピークと4 k secで測定した単1ピークとをピーク位置をずらせて加えあわせたものである。

パラメータの初期推定値を精度をかえて与えてこれらの2重ピークを解析し、収束範囲を調べる。その際FWHMの初期推定値は14.7チャンネルに固定した。これはFWHMの正しい値18.4 chの0.8倍に相当する。FWHMの初期推定値をこの程度の精度で与えることは現実の $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ては容易である。FWHMのエネルギー依存性は小さく2重ピークのエネルギーと似たエネルギーの単1ピークの測定結果を解析することにより、FWHMは正しく推定することが出来る。FWHMの初期推定値を固定したのはそれが容易に精度よく推定できることによる。解析に際しフィッティング範囲は低エネルギー側の正しいピーク位置からFWHMの2.5倍低エネルギー側のチャンネルから、エネルギーの高い方の正しいピーク位置からFWHMの2.5倍高エネルギー側のチャンネルまでとし、固定した。結局パラメトリックに動かしたのは2つのピーク位置の初期推定値である。単1ピークの解析に於てもピーク位置の初期推定値の与え方が最も重要であることが分っており、接近した2重ピークに於てもこのピーク位置の初期推定値の与え方が最も問題となる。フィッティング範囲が定められピーク位置およびFWHMの初期推定値が与えられると一次式のバックグラウンドのパラメータAおよびB、それからピークの高さを示すパラメータ $a_k$ の初期推定値はそれぞれ2.2節の(2.2.11)式および(2.2.12)式により与えられる。

2つのピーク位置のパラメータの初期推定値をパラメトリックに変化させ解の収束性を調べた結果をFig.3.2.6に示す。Fig.3.2.6に於て横軸は低エネルギー側のピークのピーク位置の初期推定値を示しており、縦軸は高エネルギー側のピークのピーク位置の初期推定値を示している。いずれも正しいピーク位置を基準とし、FWHMで規格化して与えられている。

Fig.3.2.6の(a)は2つのピーク面積比が1でピーク間隔がFWHMと同程度の場合であり、(b)は面積比が1でピーク間隔がFWHMの約半分の場合、(c)は面積比が4でピーク間隔がFWHM程度の場合、そして(d)は面積比が4でピーク間隔がFWHMの約半分の場合に対する結果を示している。図中で丸印(○)は収束したことを示しており、(×)印は発散して解が収束しなかったことを示している。また(△)印は収束したが解が正しい値とは大きく異なる値へ収束した場合を示しており、このことは2重ピークの解析に於ては正しいパラメータの値以外にも、誤差の2乗和を極小又は極大とする点があることを示している。しかし収束範囲内にピーク位置の初期推定値を与えれば収束までのiterationの回数こそちがえ、単1ピークの場合同様、解析結果は7桁の精度で一致している。フィッティングパラメータのみでなく誤差の2乗和も7桁の精度で一致している。これはパラメータのiteration毎の変化の割合が $10^{-6}$ 以下となった時収束したと判定する収束判定条件((2.1.26)式参照)と比較してもそれよりよい一致

Table 3.2.2 Analysis of single peak spectra of 662 keV gamma-ray of  $^{137}\text{Cs}$ , measured for different counting times.

Count Time (sec)	Peak Position (ch)	Peak Area ( $\times 10^5$ )	FWHM (ch)
1000	$5941.59 \pm 0.02$	$1.251 \pm 0.003$	$18.44 \pm 0.04$
2000	$5942.39 \pm 0.02$	$2.491 \pm 0.005$	$18.37 \pm 0.03$
4000	$5942.02 \pm 0.01$	$4.991 \pm 0.007$	$18.45 \pm 0.02$

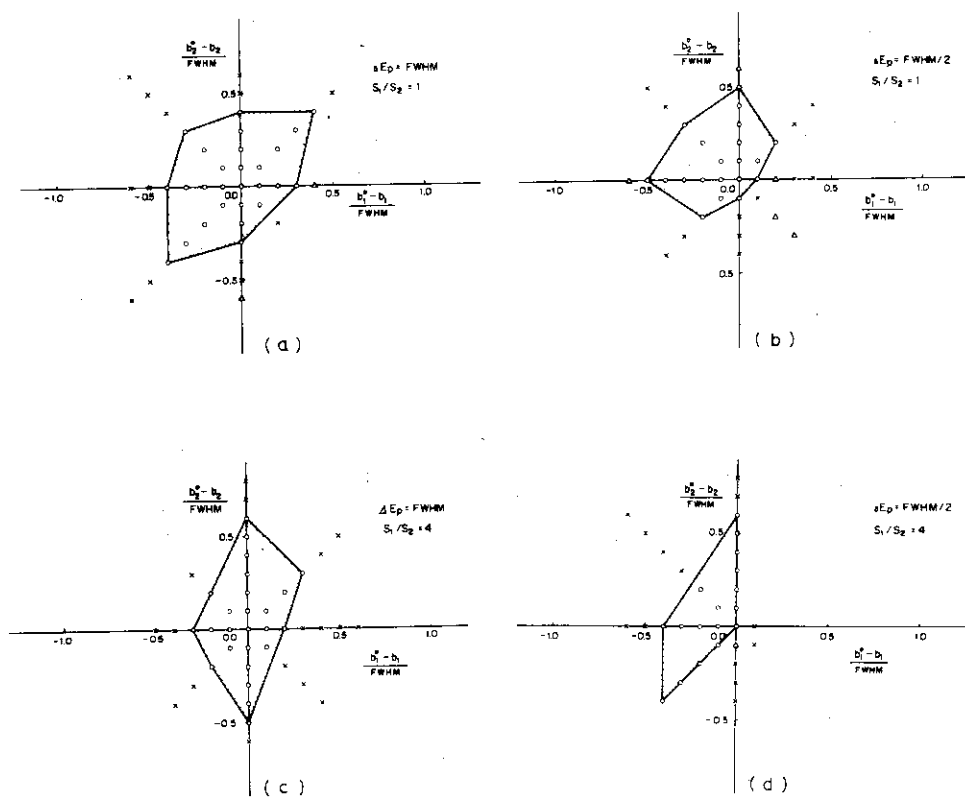


Fig.3.2.6 Convergence regions for initial estimations of parameters of peak positions are shown for double peaks of

(a)  $S_1/S_2=1$ ,  $\Delta E_p=FWHM$ ,

(b)  $S_1/S_2=1$ ,  $\Delta E_p=FWHM/2$ ,

(c)  $S_1/S_2=4$ ,  $\Delta E_p=FWHM$ ,

and (d)  $S_1/S_2=4$ ,  $\Delta E_p=FWHM/2$ .

Initial estimation of FWHM is set to be 0.8 times of the true value.

となっている。2つのピーク位置の初期推定値  $\left(\frac{b_1^0 - b_1}{FWHM}, \frac{b_2^0 - b_2}{FWHM}\right)$  を  $(0.0, 0.0)$ ,  $(0.4, 0.0)$  および  $(-0.3, 0.3)$  に与えた場合の結果を Table 3.2.3 に示す。結果はいずれもほぼ完全に一致しており、収束範囲内にピーク位置の初期推定値を与えれば2重ピークの場合に於ても極小値がただ一点しか存在せず、しかもかなり明確な極小値であることが確められた。

Fig.3.2.6 (a)に於て収束範囲は実験でかこまれる範囲として示されており、単1ピークの場合の

$$-0.5 \leq \frac{b_1^0 - b_1}{FWHM} \leq 0.5$$

の収束範囲と比較して、かなり狭くなっている。これは2番目のピークの存在によってピークの裾の形に関する情報が少なくなり収束性が悪くなった為と考えることができる。2つのピークの外側方向へは、一方のピーク位置の初期推定値を正しく与えた場合、もう一方のピークの初期推定値をFWHMの0.4倍までの範囲に与えれば解は収束する。一方2つのピークの内側へ初期推定値を与える場合にはFWHMの0.3倍以内の精度で与えなければ解は収束しない。

Fig.3.2.6 (b)は2つのピーク面積比が1であり、ピーク間隔をFWHMの約半分とした場合であり、収束範囲は当然(a)のピーク間隔が広い場合より、狭くなっている。特に2つのピークの間初期推定値を与えた場合(第4象現)は収束性が悪く、ピーク位置をFWHMの1/10以内の精度で初期推定しなければ解は収束しない。しかし2つのピークの外側に初期推定値を与える場合(第2象現)には収束性は(a)のピーク間隔が広い場合よりかえってよくなっている。また1つのピーク位置の初期値を2つのピークの外側におき、もう一方のピーク位置の初期値を2つのピークの間で与えた場合(第1, 3象現)にも(a)の場合と比較して収束範囲は大変狭くなっている。つまりピーク間隔が狭い場合の方が広い場合よりピーク位置の初期推定値を2つのピークの間で与える時と外側に与える場合との差が大きく収束性が大きく異なっている。従ってピーク間隔が狭い場合には特にピーク位置の初期推定値は2つのピークの外側に与えた方が収束性がよく望ましい。この傾向は2つのピーク面積比が4のFig.3.2.6 (c)および(d)の場合も同じである。

(c)はピーク間隔がFWHM程度の場合であり、この場合には2つのピークの外側にピーク位置の初期推定値を与えた方がやや収束性がよい傾向はあるものの(2.4象現の比較)、初期推定値を2つのピークの間で与えても外側に与えてもほぼ同程度の収束範囲をもっている。ただしこの場合には面積比が1の(a)の場合と比較して、低エネルギー側の大きいピークのピーク位置の初期推定値に対する制限範囲は狭くなり、高エネルギー側のより面積の小さいピークに対する制限範囲は広がっている。つまり収束範囲は(a)の場合と比較して縦長となっており、2つのピークの間隔が大きく異なる場合には大きい方のピークのピーク位置の初期推定値を特に精度よく与える必要があることが分る。小さい方のピーク位置は比較的精度を落して与えても収束する。

Fig.3.2.6 (d)は2つのピークの間隔がFWHM程度である(c)の時と比較して収束範囲は大きく変化している。

Table 3.2.3 Initial estimations of parameters for the double peak spectrum and the fitting results.

Initial Estimation <sup>1)</sup>			
$(b_1^0 - b_1)/FWHM$	0.0	-0.4	-0.3
$(b_2^0 - b_2)/FWHM$	0.0	0.0	0.3
Iteration No.	8	11	10
Variance <sup>2)</sup>	$6.8835253 \times 10^5$	$6.8835245 \times 10^5$	$6.8835245 \times 10^5$
Q/(N-K)	1.0900152	1.0900152	1.0900152
Peak Position $b_1$ (ch)	5942.3772 $\pm 0.0296$	5942.3772 $\pm 0.0296$	5942.3772 $\pm 0.0296$
$b_2$	5960.3782 $\pm 0.0291$	5960.3782 $\pm 0.0291$	5960.3782 $\pm 0.0291$
Peak Area $S_1$	249131 $\pm$ 781	249131 $\pm$ 781	249131 $\pm$ 781
$S_2$	249340 $\pm$ 784	249340 $\pm$ 784	249340 $\pm$ 784
FWHM (ch)	18.3944 $\pm$ 0.0037	18.3944 $\pm$ 0.0037	18.3944 $\pm$ 0.0037

1)  $FWHM^0 = 0.8 \times FWHM$

2) cf. Eq. (2.3.4)



正の  $y$  軸上を除き 1, 4 象限の初期推定値には収束するものが完全になくなり、2 つのピークの面積が異なっている場合の方が、面積が等しい場合よりピーク位置の初期推定値を 2 つのピークの外側へ与える必要性が大きいことが分る。2 つのピークの外側にピーク位置の初期推定値を与えた場合 (第 2 象限) にはピーク面積比が 1 の場合同様、ピーク間隔が大きい場合より収束範囲が広がっている。

以上 4 つの場合の収束範囲をまとめて Fig. 3.2.7 に示す。また 4 つの場合の共通の収束範囲を斜線で示す。この共通の収束範囲は 2, 3 象限にまたがる縦長の領域であり、2 重ピークの解析に於ては 2 つのピークの外側に 2 つのピーク位置の初期推定値を与えた方が収束性がよいことが分る。FWHM の大体 0.3 倍以内の精度でピーク位置の初期推定値を与えればいずれの場合にも解は収束する。この傾向は特に 2 つのピーク間隔が狭い場合にいちじるしい。逆にピーク間隔が広い場合には常識的に考えても 2 つのピークの内側にピーク位置の初期推定値を与えた場合と外側に与えた場合との差は小さい。だいたいピーク間隔が FWHM 程度以上ならあまり外側、内側にこだわる必要はない。従って複雑に多くのピークが重なりあっている  $\gamma$  線スペクトルを解析する場合には、最も近接しているピークから優先的にその 2 つのピークの外側領域にピーク位置の初期推定値をできるだけ精度よく与え、以後は順次近接しているピークの初期推定値を可能な範囲で 2 つのピークの外側領域になるように注意して与えていけばよいことが分る。その際 2 つの近接したピークのうち特に大きい方のピーク位置は精度よく初期推定値を与えることが必要である。

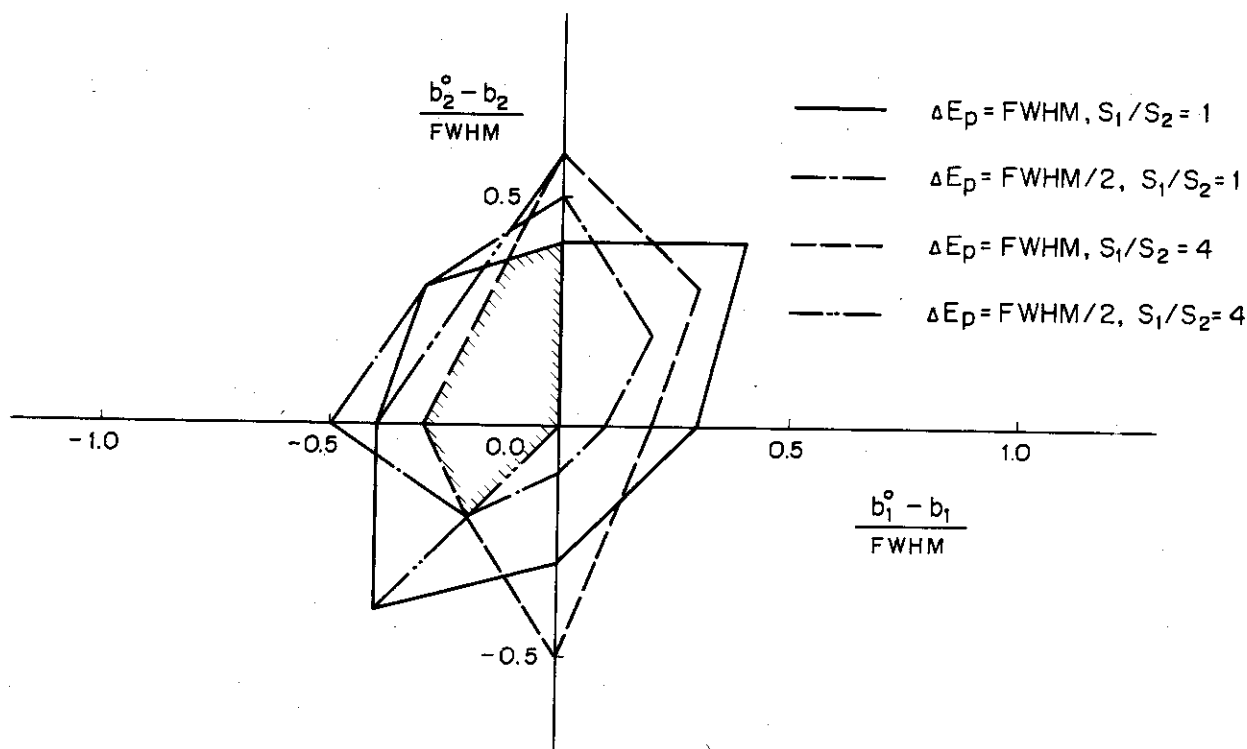


Fig. 3.2.7 Convergence regions for initial estimations of parameters of peak positions for four cases of double peaks. Initial estimation of half width is set to be 0.8 times of FWHM.

## 3.2.2 フィッティング範囲の検討

標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲は特にことわらない限りフォトピークのピーク位置の前後FWHMの2.5倍の範囲としている。

2つ以上のピークが複雑に重なりあっている場合にはフィッティング範囲の下限は勿論最低エネルギーのフォトピークを基準に定められ、上限は最高エネルギーのフォトピークを基準にFWHMの2.5倍の範囲に定められる。この項ではこのフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの2.5倍の範囲に定めた妥当性を検討する。

## (a) 単1ピークによる検討

$^{137}\text{Cs}$ からの662 keVの $\gamma$ 線を体積 $60\text{cm}^3$ のGe(Li)検出器および8000 chのPHAで測定した $\gamma$ 線スペクトルをフィッティング範囲を変化させて解析した結果をTable 3.2.4に示す。フィッティング範囲はピーク位置の前後FWHMの0.5倍、1.0倍、1.5倍、2.0倍、2.5倍、3倍、3.5倍および4倍の8つの場合について調べられた。以後フィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMのC倍の場合を $[N_p \pm C \times \text{FWHM}]$ と表示する。FWHMの初期推定値は正しい値の18.4 chの約0.8倍の14.7 chとし、ピーク位置の初期推定値は正しい値の5942.39チャンネルより低エネルギー側にFWHMの $1/10$ だけずらせて与えた。解析に使った標準スペクトルはこの $^{137}\text{Cs}$ の662 keVの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から直接作った。

Table 3.2.4 Fitting interval and the obtained results of single peak spectrum of 662 keV gamma-ray of  $^{137}\text{Cs}$ .

Fitting Interval C	1) Q/(N-K)	2) Peak Position (ch)	Peak Area ( $\times 10^5$ )	FWHM (ch)
0.5	1.3	5942.32 $\pm$ 0.12	2.093 $\pm$ 0.208	17.07 $\pm$ 0.76
1.0	1.2	5942.39 $\pm$ 0.03	2.489 $\pm$ 0.017	18.37 $\pm$ 0.10
1.5	1.1	5942.39 $\pm$ 0.02	2.490 $\pm$ 0.006	18.36 $\pm$ 0.04
2.0	0.96	5942.39 $\pm$ 0.02	2.490 $\pm$ 0.005	18.37 $\pm$ 0.03
2.5	0.85	5942.39 $\pm$ 0.02	2.491 $\pm$ 0.005	18.37 $\pm$ 0.03
3.0	0.92	5942.39 $\pm$ 0.02	2.491 $\pm$ 0.005	18.37 $\pm$ 0.03
3.5	1.0	5942.38 $\pm$ 0.02	2.492 $\pm$ 0.005	18.39 $\pm$ 0.03
4.0	1.3	5942.38 $\pm$ 0.02	2.494 $\pm$ 0.006	18.41 $\pm$ 0.03

1)  $N_p - C \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p + C \times \text{FWHM}$ ,  $N_p$  : Peak Position

2) cf. Eq. (2.3.4)

重み付きの誤差の2乗和 $Q$ は自由度 $(N-K)$ の $\chi^2$ 分布をすることが知られている(2.3.1項参照)。ここで $N$ はフィッティング範囲に含まれるチャンネル数を示し、 $K$ はフィッティングパラメータの数を示す。従って $Q$ を自由度 $(N-K)$ で割った $Q/(N-K)$ は約1の値に対してピークをもつ分布を呈する。Table 3.2.4に於て $Q/(N-K)$ はだいたい1に近い値であり、特にピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲をフィッティング範囲とした場合に $Q/(N-K)$ は1に近い小さな値となる。

フィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの0.5倍とした場合には $Q/(N-K)$ は1.3となり、この場合チャンネル数 $N$ は19であり、フィッティングパラメータの数 $K$ が5だから自由度は14となる。自由度14の $\chi^2$ 分布を調べると $Q/(N-K)$ が1.3以上の値になる確率は約20%となり、解析結果の誤差は生データの統計的変動からほぼ説明することができる。しかしピーク位置、ピーク面積、FWHMの標準偏差は他の場合より大きく、解析結果も正しい値から少しずれている。これはフィッティング範囲が狭くて5つのフィッティングパラメータを決める情報が充分なかつた為と考えられる。フィッティング範囲に含まれるチャンネル数が少ないというよりはむしろ、フィッティング範囲がピーク位置のごく近傍、FWHMの2.5倍の範囲に限定された為一次式で近似されたBGのパラメータを決める情報が不足していたものと考えられる。フィッティング範囲の上下の端に於てもピーク成分はピーク位置の半分の強さがある。

フィッティング範囲がやや広く $[N_p \pm 1 \times \text{FWHM}]$ の場合には $Q/(N-K)$ は1.2となっている。この場合の自由度 $38 - 5 = 33$ に対して $\chi^2$ 分布をみると $\chi^2/(N-K)$ が1.2以上となる確率は約20%である。この場合も前のピーク位置の前後FWHMの0.5倍の範囲をフィッティング範囲とした場合と同じ確率であるが、フィッティング結果の精度は格段に向上しており、ピーク位置、面積およびFWHMはそれぞれの標準偏差の範囲内で正しい値と一致しており、標準偏差の大きさも前の場合と比較してピーク位置に関しては約 $1/4$ 、面積に関しては $1/10$ 、FWHMについても約 $1/10$ となっている。この標準偏差はフィッティング範囲が $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$ の場合と比較するとおおよそ2~3.5倍程度の大きさはあるが、充分実用に耐える精度である。従って状況によっては少々精度は悪くなるが単1ピークの解析に於てはフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMにとることも可能であることを示している。

フィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲に於ては $Q/(N-K)$ の値は1に充分近い値であり、フィッティング結果の誤差はいずれも生データの誤差すなわち $\gamma$ 線スペクトルの測定結果の統計的変動から説明でき、フィッティングが充分精度よく行われていることが分る。事実この範囲でフィッティング範囲を変化させてもピーク位置、面積、FWHMのフィッティング結果はほとんど変わらず、その標準偏差もほぼ同程度の大きさである。フィッティング範囲が $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$ の場合はフィッティング結果がほとんど変わらないフィッティング範囲の領域の真中であり、しかもこのフィッティング範囲に対して、フィッティング結果の誤差は最小となっている。従って単1ピークの解析に対しては標準スペクトル法に於てフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの2.5倍としたのは適切な決定ということが出来る。

フィッティング範囲が $[N_p \pm 4 \times \text{FWHM}]$ とやや広くなるとまた $Q/(N-K)$ は1.3とやや大

きくなり、 $Q/(N-K)$  が 1.3 より大きくなる確率は約 1% でありやや小さい。フィッティング範囲の端近くで  $r$  線スペクトルとフィッティング関数にやや系統的なずれがあることが予想される。しかしピーク位置、面積および FWHM の解析結果の標準偏差はフィッティング範囲が  $[N_p \pm 3.5 \text{ FWHM}]$  の場合とほぼ同程度の大きさであり、ピーク位置、ピーク面積および FWHM の値もほぼ標準偏差の範囲でそれぞれの正しい値と一致している。

以上の結果から単 1 ピークの解析に於てはフィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM の 1.5~3.5 倍の範囲にとればほぼ同程度の精度で、ピーク位置、面積および FWHM を求めることが出来ると考えられる。また少しこれらの場合より精度は落ちるが、場合によっては FWHM の 1 倍および 4 倍というフィッティング範囲に対しても解析することが可能であり、この場合に於てもかなりの精度で解析結果をうる事が出来る。

(b) 2 重ピークによる検討

次に 2 重ピークをフィッティング範囲をかえて解析し解析結果のフィッティング範囲による変化を調べた結果を Table 3.2.5 に示す。解析した 2 重ピークは  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $r$  線を 4000 sec および 1000 sec の測定時間で測定したものを FWHM 程度の間隔において人為的に重ねあわせて作ったものであり、単 1 ピークとしての解析結果は Table 3.2.2 に示されている。

Table 3.2.5 Fitting interval and the results for the double peak spectrum.

Fitting Interval <sup>1)</sup> C	$Q/(N-K)$ <sup>2)</sup>	Peak Interval $b_2 - b_1$ (ch)	Peak-Area Ratio $S_1 / S_2$	FWHM (ch)
0.5	diverged			
1.0	0.63	17.66±0.07	4.04±0.03	18.61±0.06
1.5	0.95	17.58±0.05	4.01±0.03	18.51±0.04
2.0	0.98	17.55±0.05	3.99±0.03	18.48±0.03
2.5	1.0	17.56±0.05	4.00±0.03	18.48±0.03
3.0	1.1	17.56±0.05	4.00±0.03	18.49±0.03
3.5	1.2	17.57±0.05	4.01±0.03	18.52±0.03
4.0	1.7	17.59±0.06	4.03±0.03	18.55±0.04

1)  $N_p^1 - C \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p^2 + C \times \text{FWHM}$ ,

$N_p^1$  : Peak Position of Lower Energy Peak

$N_p^2$  : Peak Position of Higher Energy Peak

2) c.f. Eq. (2.3.4)

る。FWHMの初期推定値は単1ピークの解析の場合と同じく正しい値の約0.8倍に相当する14.7 chとした。またピーク位置の初期推定値としては低エネルギー側のピークに対しては正しいピーク位置から低エネルギー側へFWHMの約 $1/10$ だけずらせて与え、高エネルギー側のピークに対しては正しい位置高エネルギー側へFWHMの約 $1/10$ ずらせて与えた。

誤差の重みを考慮した2乗和 $Q$ をその自由度 $(N-K)$ で除した値 $Q/(N-K)$ はフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3倍の範囲にとった場合に於て特に1に近い値となっており、これらの場合に於ては解析結果の誤差は生データの統計的変動から説明することが可能である。これらのフィッティング範囲に対する解析結果の精度の間には差は少なく、正しい値といずれも標準偏差の範囲内で一致している。標準偏差の大きさも大体同じ程度の大きさとなっている。

3.2.1項のTable 3.2.2の単1ピークの解析結果からこの2重ピークのピーク間隔は $17.57 \pm 0.02$  ch, ピーク面積比は $3.99 \pm 0.01$ , と与えられる。これに対して上述のフィッティング範囲に対して求められたピーク間隔の解析結果はいずれも0.02 chの誤差の範囲内で正しい値(17.57 ch)と一致しており、その標準偏差も約0.05 chと一定している。ピーク面積比も単1ピークの解析結果から定められる誤差0.01の2倍の範囲で正しい面積比の3.99と一致しており、その標準偏差も0.03と同じ大きさである。一方2つのピークを重ねあわせて2重ピークを作る前の単1ピークとしての解析結果に於てそれぞれのFWHMは $18.45 \pm 0.02$  chおよび $18.44 \pm 0.04$  ch (c.f. Table 3.2.2)と与えられている。それに対して、2重ピークの解析結果は18.48~18.52 chといずれもやや大きめの値となる傾向があることが分る。しかし単1ピークのFWHMと単1ピークを重ねあわせて作った2重ピークの解析結果のFWHMとは両者の標準偏差を加えあわせた範囲内では一致している。もちろん2重ピークの解析結果を相互に比較すればそれぞれの値は標準偏差の間で完全に一致しており、標準偏差の値も0.03~0.04 chとほぼ一定している。従って2重ピークの解析に於てもフィッティング範囲を標準スペクトル法に於てピーク位置の前後2.5倍のFWHMの範囲とした選択は正しかったことが分る。

フィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの範囲にとった場合には $Q/(N-K)$ の値は1よりかなり小さく0.63となっており、 $Q/(N-K)$ が0.63より小さくなる確率は自由度47の $\chi^2$ 分布から約2%と与えられる。この場合も、単1ピークの解析に於ける場合と同様、フィッティング範囲が狭くてBGに対するパラメータを決定する情報が不足していたと考えることができる。解析結果の標準偏差もフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3倍の範囲にとった場合と比較してやや大きめになっており、ピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMの値はそれぞれの正しい値と1%程度ずれている。しかし状況によってはフィッティング範囲を狭くして解析したい場合があり、その場合には1%程度の誤差を許容すればフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの範囲とすることも可能と考えられる。

フィッティング範囲をさらに狭くしてピーク位置の前後FWHMの0.5倍の範囲とした場合には解は発散してえられなかった。解の収束性に関しては後程詳しく述べる。

フィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの4倍にとった場合に於ては $Q/(N-K)$ は1.7となり1から大きくずれる。 $Q/(N-K)$ が1.7より大きくなる確率は自由度158の $\chi^2$ 分

布からは0.1%以下と与えられる。従ってフィッティング結果には生データの統計的変動以外にも系統的な誤差が含まれていることが推定される。これはフィッティング範囲が広い為ピークの特に低エネルギー側で $\gamma$ 線スペクトルとフィッティング関数に系統的なずれが生じた為と考えることが出来る。ピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMの解析結果の正しい値とのずれも他のフィッティング範囲に対する結果と比較して大きくなっている。ピーク面積比の誤差が他の結果と比較してやや大きく約0.7%のずれとなっている。しかしピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMのフィッティング結果をフィッティング範囲が $[N_p \pm 1 \times \text{FWHM}]$ の場合と比較するとこの場合の方が精度がよくなっている。正しい値との差即ち誤差、および標準偏差ともに小さくなっている。従って標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲を狭くするよりむしろ広めにとる方が正しい結果をえられることが分る。

フィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの3.5倍とした場合は $Q/(N-K)$ は1.2となり、1にかなり近い値となっている。 $Q/(N-K)$ が1.2より大きくなる確率は自由度 $(N-K)$ が $139 = (146 - 7)$ の $\chi^2$ 分布から約5%と与えられる。フィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの4倍の範囲の場合と比較してこの確率はかなり大きくなっており、系統的な誤差が入っているとしてもその程度が小さいと推察される。フィッティング結果の精度もフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.0倍の範囲とした場合の結果と比較してもそう悪くはない。

ピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMの標準偏差、誤差ともにいずれも上述のフィッティング範囲の結果と同程度である。

以上の結果から2重ピークの解析に於てもフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲にとるのが望ましいことが分る。また状況によりフィッティング範囲を特に狭くして解析したい場合にはピーク位置の前後FWHMの1.0倍までの範囲にせばめても解析可能であり、逆にフィッティング範囲を広くして解析したい場合にはピーク位置の前後FWHMの4倍程度まで広げても解析精度はそう低下しない。ピーク面積比の誤差が0.3%程度から約1%程度に増加するのがややめだつ程度である。

以上の単1ピークならびに2重ピークに対する結果から次のことが明らかである。すなわちフィッティングに適したフィッティング範囲は単1ピークの解析に対しても2重ピークの解析に対しても大差なく、ピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲に選ぶべきことが分る。ただし状況によって必要な場合には大して精度を落すことなくピーク位置の前後FWHM程度にフィッティング範囲を狭めて解析することも可能であり、逆にFWHMの4倍程度まで広げて解析することも可能である。従って標準スペクトル法に於てフィッティング範囲を特にことわらない限りピーク位置の前後FWHMの2.5倍の範囲とした選択は適切であるといえることができる。

#### (c) 解の収束性について

2重ピークの解析に於てフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの0.5倍とした場合には解はえられなかった。その原因は数学的にはパラメータのiteration毎の変化量を求め

る2.1節の(2.1.17)式に於て行列 $BA$ の逆行列が求められなかったことにあり、行列 $BA$ の各行の独立性がなくなり、 $\det(BA)$ が零になったことを示している。このことは物理的にはフィッティング範囲がピーク近傍のごく狭い範囲である為、BGに対するパラメータを決定する情報が $\gamma$ 線スペクトルに不足していることを示している。即ちこのフィッティング範囲に於てはピーク成分が大部分であり、BGのパラメータを少々変化させても、誤差の2乗和が大して変化しないことを示している。パラメータの独立性が失われ、ピーク成分のパラメータからほぼ一意的にBGのパラメータが定められる状況になっているものと考えることが出来る。フィッティング範囲が広い場合にはピークから遠く離れたチャンネルに於ける $\gamma$ 線スペクトルからピーク成分とはほぼ独立してBGのパラメータを決定することが可能である。

フィッティング範囲が $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$ の場合には解がえられず、従って相関係数行列もえられなかった。そこでフィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの範囲とした場合の相関係数行列とフィッティング範囲がピーク位置の前後FWHMの4倍と広くとった場合の相関係数行列とを比較してTable 3.2.6に示す。フィッティング範囲が広い場合 $[N_p \pm 4 \times \text{FWHM}]$ にはBGはBGのパラメータどうし大きな相関係数を持ちピーク成分のパラメータはピーク成分のパラメータどうし大きな相関をもっていることが分る。一次式のBGに関するパラメータはその傾き $A$ およびフィッティング範囲の上限 $M_2$ に於ける値 $B$ がそれぞれ2番目および3番目のパラメータとして与えられている。一方他のパラメータはすべて2つのピークのピーク成分を示しており、一番目のパラメータはパラメータ $c$ であり、標準スペクトルの半値巾 $\text{FWHM}_0$ と2つのピークに対する半値巾FWHMとの比として与えられる。2つのピークの高さのパラメータ $a_1$ および $a_2$ はパラメータ $a_4$ および $a_5$ として与えられ、ピーク位置のパラメータ $b_1$ および $b_2$ はパラメータ $a_6$ およびパラメータ $a_7$ として与えられている。Table 3.2.6の(a)に於て2つのピークのピーク成分に関係したパラメータ $a_1, a_4, a_5, a_6, a_7$ はお互に強い相関をもっており、それに対応する相関係数行列の要素は大きい。

一番大きいのはパラメータ $a_5$ と $a_6$ との相関係数 $C_{56}$ であり $-0.689$ となっている。これは2番目の小さいピークの高さが一番目の大きいピークのピーク位置に大きく影響され、第一番目のピークのピーク位置が高エネルギー側に移動すれば第2のピークの高さは低くなり、逆に低エネルギー側へ移動すれば第2のピークは高くフィッティングされるという関係を示しており、これは常識的に考えても妥当である。一方ピーク成分を示すパラメータはBGに関するパラメータ $a_2(A)$ および $a_3(B)$ との相関は小さく、一番大きいのがパラメータ $a_4(a_1)$ とパラメータ $a_2(A)$ の相関係数であるが、その値は $0.134$ と小さい。またBGのパラメータ $a_2(A)$ と $a_3(B)$ の相関係数は $0.660$ と大きい。しかしこれらとピーク成分とのパラメータとの相関係数はすでに見たように小さい。

一方フィッティング範囲が $[N_p \pm 1 \times \text{FWHM}]$ の場合のパラメータの相関係数行列がTable 3.2.6の(b)に示されているが、この場合にはフィッティング範囲がピーク近傍でBGに関する情報が少なく、BGのパラメータはピーク成分のパラメータと大きな相関をもっていることが分る。BGのパラメータ $a_2(A)$ と $a_3(B)$ どうしの相関係数は $-0.093$ とむしろ小さく、パラメータ $a_2$ および $a_3$ は他のピーク成分に関するパラメータと大きな相関をもっている。特にフィ

Table 3.2.6 Comparison of correlation coefficient matrices for two fitting intervals (a)  $(N_p \pm 4 \times \text{FWHM})$  and (b)  $(N_p \pm 1 \times \text{FWHM})$ .

(a)  $N_p^1 - 4 \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p^2 + 4 \times \text{FWHM}$

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS BETWEEN FREE PARAMETERS

		1	2	3	4	5	6	7
c	1	1.000	-0.041	0.036	-0.360	0.415	-0.433	-0.110
A	2	-0.041	1.000	0.660	0.134	0.032	-0.029	0.035
B	3	0.036	0.660	1.000	0.014	0.048	-0.051	-0.044
a <sub>1</sub>	4	-0.360	0.134	0.014	1.000	-0.621	0.539	0.538
a <sub>2</sub>	5	0.415	0.032	0.048	-0.621	1.000	-0.689	-0.680
b <sub>1</sub>	6	-0.433	-0.029	-0.051	0.539	-0.689	1.000	0.531
b <sub>2</sub>	7	-0.110	0.035	-0.044	0.538	-0.680	0.531	1.000

(b)  $N_p^1 - 1 \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p^2 + 1 \times \text{FWHM}$

MATRIX OF CORRFLATION COEFFICIENTS BETWEEN FREE PARAMETERS

		1	2	3	4	5	6	7
c	1	1.000	-0.604	0.667	-0.877	0.027	-0.108	-0.524
A	2	-0.604	1.000	-0.093	0.637	0.390	-0.491	-0.056
B	3	0.667	-0.093	1.000	-0.701	0.036	-0.333	-0.808
a <sub>1</sub>	4	-0.877	0.637	-0.701	1.000	-0.053	0.118	0.627
a <sub>2</sub>	5	0.027	0.390	0.036	-0.053	1.000	-0.730	-0.456
b <sub>1</sub>	6	-0.108	-0.491	-0.333	0.118	-0.730	1.000	0.600
b <sub>2</sub>	7	-0.524	-0.056	-0.808	0.627	-0.456	0.600	1.000



ッティング範囲の上限  $M_2$  に於ける BG の大きさに示すパラメータ  $a_3(B)$  はパラメータ  $a_4(a_1)$  および  $a_7(b_2)$  と大きな相関をもっており、その相関係数はそれぞれ  $-0.701$  および  $-0.808$  となっている。従ってフィッティング範囲が狭くなるにつれて BG に関するパラメータとピーク成分に関するパラメータとが大きな相関関係をもつようになることが分る。

従ってフィッティング範囲が  $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$  の場合に解がえられなかったのは、BG のパラメータとピーク成分のパラメータとの相関係数が大きく、フィッティング範囲が  $[N_p \pm 1 \times \text{FWHM}]$  の場合の  $-0.701$  および  $-0.808$  等よりさらにその絶対値が 1 に近い値となった為であると考えることが出来る。相関係数行列の非対角成分に 1 があると解がえられないことは次のようにして理解することが出来る。

例えば相関係数行列の  $pq$  成分が 1 である場合には、パラメータ  $a_p$  が決ればそれからパラメータ  $a_q$  も一意的に与えられるという関数関係（厳密には一次式の関係）があることを示しており、このことはその定義式から明らかである（Appendix A の (A.1), (A.2), (A.17) 式参照）。また逆にパラメータ  $a_p$  と  $a_q$  とが関数関係  $a_p = F(a_q)$  にある時その相関係数は 1 となる（(A.17) ~ (A.20) 式参照）。このことは相関係数という言葉の意味からも当然予想される結果である。従って相関係数  $C_{pq} (p \neq q)$  が 1 であるということはパラメータ  $a_p$  と  $a_q$  が関数関係にあるということに対応する。パラメータ  $a_p$  と  $a_q$  との間に関数関係

$$a_p = F(a_q), \tag{3.2.3}$$

がある時には 2.1 節の (2.1.15) 式に於て  $A_{iq}$  は

$$\begin{aligned} A_{iq} &= \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_q} \right)_{a^0} \\ &= \left( \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial a_p} \right)_{a^0} \cdot \left( \frac{\partial a_p}{\partial a_q} \right)_{a^0} \\ &= A_{ip} \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial a_q} \right)_{a^0}, \quad (i=1, 2, \dots, N) \\ &\quad (p, q=1, 2, \dots, K) \end{aligned} \tag{3.2.4}$$

と表わされる。従って行列  $'\mathbf{BA}$  の  $rq$  成分は

$$\begin{aligned} ('\mathbf{BA})_{rq} &= \sum_{x=1}^N {}'B_{rx} A_{xq} \\ &= \sum_{x=1}^N {}'B_{rx} A_{xp} \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial a_q} \right)_{a^0} \\ &= ('\mathbf{BA})_{rp} \cdot \left( \frac{\partial F}{\partial a_q} \right)_{a^0}, \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

となる。ここで  $\left( \frac{\partial F}{\partial a_q} \right)_{a^0}$  は定数であるから行列  $'\mathbf{BA}$  の  $p$  列と  $q$  列は一次従属となり、

$$\det('BA) = 0 \quad (3.2.6)$$

従って行列('BA)の逆行列を求めることが出来ず2.1節の(2.1.17)式に於てパラメータ  $a$  の iteration 毎の変化量  $\Delta a$  が求められないことになる。

フィッティング範囲が  $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$  の場合に於ては相関係数行列の非対角成分に1に非常に近いものがあることは容易に推測されるが、それは完全には1とは考えられない。この場合解がえられなくなる道順は次のようになっていると考えられる。

この場合に於てはパラメータ  $a_p$  と  $a_q$  との間に(3.2.3)式で表わされるような関数関係は厳密には成立しない。しかし  $a_p$  と  $a_q$  との相関係数が1に近い場合には  $a_q$  以外のパラメータが  $a_p$  に与える寄与は小さく近似的には(3.2.3)式が成立つ。従って行列('BA)の  $p$  列と  $q$  列は完全には一次従属ではないが、かなり一次従属に近い関係にあり、結局  $\det('BA)$  は零に近い非常に小さな値となる。従って 'BA の逆行列の各成分は非常に大きな値となり、2.1節の(2.1.17)式で与えられるパラメータ  $a$  の iteration 毎の変化量は大きな値となる。従って iteration 毎にパラメータが大きく変動し、だんだん変動が大きくなって解が発散する可能性がある。しかし標準スペクトル法に於ては実際に解が発散して無限大になる前に何回目かの iteration に於て2.1節の(2.1.15)式の行列  $A$  のある列の成分がすべて零となる事態にたちいたる。この場合には行列 'BA の対応する行および列は(2.1.15), (2.1.16)式から明らか如くすべて零となり、 $\det('BA)$  が零となる。従って行列 'BA の逆行列は存在せず、(2.1.17)式に於けるパラメータ  $a$  の変化量  $\Delta a$  は求められない。従って標準スペクトル法に於て解が発散したということは行列 'BA の逆転ができず解が求められなかったということを意味している。

フィッティング範囲が  $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$  の場合のパラメータの iteration 毎の変化を Table 3.2.7 に示す。iteration 毎に BG のパラメータもピーク成分のパラメータも大きく変動し6回目の iteration で第2番目のピークのピーク位置  $b_2$  が正しい位置 5959.6 チャンネルより低エネルギー側へ大きくずれ、それによって行列 'BA の5行および7行の成分がすべて零となり、パラメータの変化量  $\Delta a$  が求められなかった。行列 'BA を Table 3.2.8 に示す。'BA は対称行列であり、5列および7列の成分もすべて零となっている。ピーク位置が大きく低エネルギー側へずれた場合、そのピークの高さおよびピーク位置のパラメータ番号に対応する 'BA の行がすべて零となることは次のようにして分る。

2.2節の(2.2.13)~(2.2.21)式にフィッティング関数のその中に含まれている各フィッティングパラメータによる偏微分の値を与える式が示されている。標準スペクトル  $s(x)$  に関連して与えられているのはピークの高さを示すパラメータ  $a_k$  およびピーク位置のパラメータ  $b_k$  による偏微分である。標準スペクトル  $s(x)$  はピーク位置から高エネルギー側へは FWHM の通常2倍の範囲で与えられており、それより高エネルギー側にはピーク成分はないとして  $s(x)$  は零とおかれる。従ってピーク位置がフィッティング範囲の下限  $M_1$  よりさらに低エネルギー側へ FWHM の2倍以上ずれると、そのピークのピーク成分はフィッティング範囲の全チャンネルに対して零となる。すると2.2節の(2.2.15)および(2.2.18)式から明らかな如く、フィッティング関数のそのピークのピーク位置  $b_k$  およびピーク高さのパラメータ  $a_k$  による偏微分

Table 3.2.7 Iteration history of fitting parameters for the fitting interval ( $N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}$ ).

$n^1) I^2)$	$P^0(I)$	$P^{(n-1)}(I)$	$P^{(n)}(I)$	$P^{(n)}(I) - P^{(n-1)}(I)$
1	1.0000000E 00	3.8054062E 04		
1	1.2519728E 00	1.2519728E 00	7.3935667E-01	-5.1261610E-01
2	0.0	0.0	1.5302769E 02	1.5302769E 02
3	3.2320000E 03	3.2320000E 03	1.0535125E 03	-2.1784875E 03
4	1.7308917E 04	1.7308917E 04	2.9220442E 04	1.1911525E 04
5	3.4617408E 03	3.4617408E 03	7.0349462E 03	3.5732053E 03
6	5.9402000E 03	5.9402000E 03	5.9413601E 03	1.1601459E 00
7	5.9616000E 03	5.9616000E 03	5.9559061E 03	-5.6937891E 00
2	1.0000000E 00	1.2803278E 04		
1	1.2519728E 00	7.3935667E-01	1.2207289E 00	4.8137221E-01
2	0.0	1.5302769E 02	4.5642300E 01	-4.2954156E 02
3	3.2320000E 03	1.0535125E 03	3.0886823E 02	-7.4464429E 02
4	1.7308917E 04	2.9220442E 04	1.1204326E 04	-1.8016116E 04
5	3.4617408E 03	7.0349462E 03	2.1969333E 03	-4.8380128E 03
6	5.9402000E 03	5.9413601E 03	5.9448019E 03	3.4417957E 00
7	5.9616000E 03	5.9559061E 03	5.9728273E 03	1.6921119E 01
3	1.0000000E 00	2.2822511E 05		
1	1.2519728E 00	1.2207289E 00	8.9723329E-01	-3.2349559E-01
2	0.0	4.5642300E 01	5.2856827E 01	7.2145274E 00
3	3.2320000E 03	3.0886823E 02	7.6733575E 03	7.3644893E 03
4	1.7308917E 04	1.1204326E 04	1.8276307E 04	7.0719802E 03
5	3.4617408E 03	2.1969333E 03	6.7276736E 02	-6.0966639E 03
6	5.9402000E 03	5.9448019E 03	5.9419775E 03	-2.8243077E 00
7	5.9616000E 03	5.9728273E 03	5.9734701E 03	6.4282320E-01
4	1.0000000E 00	2.8441163E 04		
1	1.2519728E 00	8.9723329E-01	1.1195305E 00	2.2229724E-01
2	0.0	5.2856827E 01	3.0977321E 02	2.5691638E 02
3	3.2320000E 03	7.6733575E 03	1.4911628E 04	7.2382700E 03
4	1.7308917E 04	1.8276307E 04	1.7417173E 04	-8.5913400E 02
5	3.4617408E 03	6.7276736E 02	1.7134266E 04	-1.6045591E 04
6	5.9402000E 03	5.9419775E 03	5.9413711E 03	-6.0641332E-01
7	5.9616000E 03	5.9734701E 03	5.9571409E 03	-1.6329260E 01
5	1.0000000E 00	1.6360033E 05		
1	1.2519728E 00	1.1195305E 00	9.1121562E-01	-2.0831491E-01
2	0.0	3.0977321E 02	4.9872192E 01	-2.5990102E 02
3	3.2320000E 03	1.4911628E 04	1.2064473E 03	-1.3705180E 04
4	1.7308917E 04	1.7417173E 04	2.6156657D 04	8.7394839E 03
5	3.4617408E 03	1.7134266E 04	5.0589019E 03	4.8875592E 03
6	5.9402000E 03	5.9413711E 03	5.9420887E 03	7.1763228E-01
7	5.9616000E 03	5.9571409E 03	6.0214224E 03	6.4281473E 01
6	5.0000000E-1	3.7068185E 04		
1	1.2519728E 00	9.1121562E-01	9.2567889E-01	1.4463280E-02
2	0.0	4.9872192E 01	1.9590047E 02	1.4602828E 02
3	3.2320000E 03	1.2064473E 03	3.9483633E 04	3.8277186E 04
4	1.7308917E 04	2.6156657E 04	2.5639089E 04	-5.1756754E 02
5	3.4617408E 03	5.0589019E 03	-2.5799041E 06	-5.1699260E 06
6	5.9402000E 03	5.9420887E 03	5.9420402E 03	-9.7236514E-02
7	5.9616000E 03	6.0214224E 03	5.8394745E 03	-3.6389586E 02

- 1) Iteration No.
- 2) Parameter No.
- 3) Weighted Variance (c.f. Eq. (2.3.2))

の値はフィッティング範囲のすべてのチャンネルに於て零となる。

従って 2.1 節の (2.1.15), (2.1.16) 式から **'BA** のそのピークのピーク高さおよびピーク位置のパラメータ番号に対応する行および列がすべて零となることが明らかである。

逆にピーク位置が正しい位置より高エネルギー側に大きくずれた場合はどうなるであろうか。標準スペクトル  $s(x)$  は低エネルギー側へはピーク位置から FWHM の普通 3 倍の範囲で与えられ、それより低エネルギーに対しては第 1 チャンネルの値  $s(1)$  に等しいとして与えられる。従ってピーク位置がフィッティング範囲の上限より FWHM の 3 倍以上高エネルギー側へずれた場合には 2.2 節の (2.2.18) 式の  $(\partial f / \partial b_k)_{I, a^0}$  がフィッティング範囲のすべてのチャンネルに於て零となる。この場合 (2.2.15) 式から明らかのごとく  $(\partial f / \partial a_k)_{I, a^0}$  は零とはならない。従って行列 **'BA** に於て  $k$  番目のピークのピーク位置のパラメータの番号に対応する行および列がすべて零となる。よってこの場合にも **'BA** の逆行列は低エネルギー側へずれた場合同様存在せず解はえられない。

以上の議論からフィッティング範囲がある程度以下に狭くなるとバックグラウンドに関するパラメータとピーク成分に関するパラメータの相関係数が大きくなり、それにつれてパラメータの iteration 毎の変化が大きくなり、場合によっては何回目から iteration に於てピーク位置のパラメータが正しい位置からある程度以上大きくずれ、**'BA** のある行がすべて零となり、**'BA** の逆行列が求められなくなり、それにつれてパラメータの変化量  $\Delta a$  も求められなくなるということが理解された。

一方フィッティングパラメータの初期推定値も解の収束性に大きく影響し、その精度が悪いと iteration 毎にパラメータは大きく変動し、フィッティング範囲が狭い場合と同じ過程により解が得られなくなる。

よって解の収束性にはフィッティング範囲とフィッティングパラメータの初期推定値の両方が影響し、収束性よく解を求める為にはある程度以上フィッティング範囲を広くとり、フィッティングパラメータの初期推定値を出来るだけ精度よく与える必要があることが分る。

従ってフィッティング範囲がかなり狭い場合でもフィッティングパラメータの初期推定値を精度よく与えれば、パラメータ間にかんがりの程度の相関関係があっても収束した解をえられる可能性がある。事実 2 重ピークの解析に於てフィッティング範囲が  $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$  の場合にはピーク位置の初期推定値を FWHM の  $1/10$  の精度で与え、FWHM の初期推定値を 20% の精度で与えた時、7 回目の iteration で行列 **'BA** の逆行列が求められず解がえられなかったが、ピーク位置および FWHM の初期推定値を精度よく与えて解析したところ収束した解がえられた。

求められたフィッティングパラメータの値およびその標準偏差を Table 3.2.9 に示す。比較の為フィッティング範囲が  $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$  の場合の結果も並記する。標準偏差はいずれのパラメータに対してもフィッティング範囲が  $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$  の場合と比較して桁ちがいに大きくなっている。特に一次式の BG に関するパラメータ、即ちその傾き  $A$  および定数  $B$  の誤差が大きい。フィッティング範囲が  $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$  の場合の結果はほぼ正しいと考えられるが、その場合の  $A$  の値  $0.11 \pm 0.05$  と比較して今回のフィッティン

Table 3.2.8 Matrix  $t_{BA}$  of the double peak in the fitting interval ( $N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}$ ).

$t_{BA}(I, J)$

I	J	1	2	3	4	5	6	7
1		$5.016 \times 10^4$	$1.266 \times 10^2$	-4.669	$-7.498 \times 10^{-1}$	0.0	$-6.249 \times 10^3$	0.0
2		$1.266 \times 10^2$	$8.851 \times 10^{-1}$	$-4.139 \times 10^{-2}$	$-8.090 \times 10^{-3}$	0.0	$-4.097 \times 10^1$	0.0
3		-4.699	$-4.139 \times 10^{-2}$	$3.548 \times 10^{-3}$	$2.441 \times 10^{-4}$	0.0	1.280	0.0
4		$-7.498 \times 10^{-1}$	$-8.090 \times 10^{-3}$	$2.441 \times 10^{-4}$	$1.365 \times 10^{-4}$	0.0	$6.135 \times 10^{-1}$	0.0
5		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6		$-6.249 \times 10^3$	$-4.097 \times 10^1$	1.280	$6.135 \times 10^{-1}$	0.0	$2.943 \times 10^3$	0.0
7		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Table 3.2.9 Double peak spectrum in the short fitting interval ( $N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}$ ) is analysed with accurate initial estimations of parameters. The results are compared with those obtained by analysing the spectrum in the fitting interval ( $N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}$ ).

Parameter No.	Parameter	Estimated Values	
		$N_p - 0.5 \text{FWHM} \leq I \leq N_p + 0.5 \text{FWHM}$	$N_p - 2.5 \text{FWHM} \leq I \leq N_p + 2.5 \text{FWHM}$
1	c	$0.974 \pm 0.017$	$0.996 \pm 0.002$
2	A	$6 \pm 15$	$0.11 \pm 0.05$
3	B	$-262 \pm 436$	$20 \pm 1$
4	$a_1$	$26420 \pm 1148$	$25497 \pm 53$
5	$a_2$	$6544 \pm 427$	$6380 \pm 40$
6	$b_1$	$5942.01 \pm 0.09$	$5942.03 \pm 0.02$
7	$b_2$	$5959.98 \pm 0.38$	$5959.58 \pm 0.05$

1) c.f. Eq.(2.2.5)

Table 3.2.10 Correlation coefficient matrix for the fitting interval ( $N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}$ ).

Fitting Interval :  $N_p^1 - 0.5 \times \text{FWHM} \leq I \leq N_p^2 + 0.5 \text{FWHM}$   
 MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS BETWEEN FREE PARAMETERS

		1	2	3	4	5	6	7
c	1	1.000	-0.755	0.927	-0.985	-0.954	0.682	-0.819
A	2	-0.755	1.000	-0.529	0.821	0.717	-0.958	0.280
B	3	0.927	-0.529	1.000	-0.915	-0.963	0.467	-0.940
$a_1$	4	-0.985	0.821	-0.915	1.000	0.972	-0.752	0.771
$a_2$	5	-0.954	0.717	-0.963	0.972	1.000	-0.676	0.822
$b_1$	6	0.682	-0.958	0.467	-0.752	-0.676	1.000	-0.182
$b_2$	7	-0.819	0.280	-0.940	0.771	0.822	-0.182	1.000

グ範囲の  $[N_p \pm 0.5 \times \text{FWHM}]$  に於ける値は  $6 \pm 15.5$  と大きくずれ、標準偏差の方が  $A$  の値そのものより大きくなっている。またパラメータ  $B$  もフィッティング範囲が  $[N_p \pm 2.5 \times \text{FWHM}]$  の場合の  $20 \pm 1$  と比較して極端に小さく  $-262 \pm 436$  と負の値となっている。この場合も標準偏差の方が  $B$  の値そのものより大きくなっている。しかし見方を変えれば  $B$  に関するパラメータ  $A$  および  $B$  もその標準偏差の範囲内で正しい値と一致しているということもできる。ただフィッティング範囲がピーク近傍のごく狭い範囲である為、 $B$  に関する情報が少なく、そのフィッティング結果の標準偏差が大きくなったということである。この結果は前に行った考察、即ちフィッティング範囲が狭すぎると  $B$  を決める情報が不足でその値を定めにくいという点をうらづけている。

またフィッティング範囲が狭い為ピーク成分に関するパラメータも  $B$  のパラメータと大きな相関係数を持ち  $B$  に関するパラメータの誤差が大きいに影響をうけてピーク成分に関するパラメータの標準偏差も大きくなり、いずれもフィッティング範囲が  $[N_p \pm 2.5 \text{FWHM}]$  の場合の 10 倍程度の大きさとなっている。

Table 3.2.10 にフィッティングパラメータの相関係数行列を示す。Table 3.2.6 の (b) のフィッティング範囲が  $[N_p \pm 1 \times \text{FWHM}]$  の場合より相関係数はいずれも大きな値となっており、いずれのパラメータも他の数個のパラメータと 0.9 以上の相関係数をもっている。  $B$  に関するパラメータ  $A$  と  $B$  も相互に  $-0.529$  と 50% 以上の相関係数をもっているが、むしろピーク成分に関するパラメータと大きな相関係数をもっている。

この結果も前に行った考察、即ちフィッティング範囲が狭くなるにつれて  $B$  に関するフィッティングパラメータとピーク成分に関するパラメータとの相関係数が大きくなり、発散する可能性が大きくなるという考察を裏づけている。この場合  $Q/(N-K)$  の値は 0.77 となっており 1 にかなり近い値である。自由度  $(N-K)$  はデータ数が 36 であり、パラメータ数が 7 である為  $29 (= 36 - 7)$  と与えられる。自由度 29 の  $\chi^2$  分布からは  $Q/(N-K)$  が 0.77 以下の値となる確率は約 20% と与えられる。

従って解析結果の誤差は主に生データの統計的変動から説明され、系統的な誤差が入りこんでいるとしてもその割合は小さいと考えられる。

### 3.2.3 小結論

標準スペクトル法により  $\gamma$  線スペクトルを解析する時、問題となるフィッティングパラメータの初期推定値およびフィッティング範囲に検討を加えた結果以下の結論がえられた。

- (1) フィッティングパラメータの初期推定値の精度が影響するのは解の収束性であり、解析結果の精度とは無関係である。もちろん解の収束性がよい為にはフィッティングパラメータの初期推定値をできるだけ精度よく与えることが必要である。単 1 ピークの解析に於てはピーク位置の初期推定値を  $\text{FWHM}$  の 0.5 倍の精度で与え、 $\text{FWHM}$  の初期推定値を正しい値の 0.75 倍から 2 倍の範囲で与えれば収束することが確かめられた。単 1 ピークのパラメータの初期推定値をこの精度で与えることは容易であり、単 1 ピークの解析には問題はない。

また2重ピークの解析に於てはピーク位置の初期推定値を2つのピークの外側領域に——すなわち低エネルギー側のピークに対しては正しいピーク位置の低エネルギー側へ、高エネルギーピークに対しては正しいピーク位置の高エネルギー側へ——与えた方が他の与え方をした場合より収束性がいいことが分った。

解析したのはピーク間隔がFWHMの1倍および0.5倍、ピーク面積比が1および4の4つの場であるが、この範囲の2重ピークに対してはピーク位置の初期推定値を2つのピークの外側領域にFWHMの0.3倍の範囲内の精度で与えれば収束することが確められた。ただしFWHMの初期推定値は正しい値の0.8倍に固定して解析された。

多くのピークが重なり合った $\gamma$ 線スペクトルの解析に於てもフィッティングパラメータの初期推定値はこの2重ピークの場合の検討結果に従って与えることができる。

(2) フィッティング範囲は解析結果の精度と解の収束性の両方に影響を与える。

単1ピークおよびピーク間隔が半値巾(FWHM)程度でピーク面積比が4の2重ピークに対し、フィッティング範囲をパラメトリックに変えて解析した結果、フィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1倍以上の範囲にとれば解が収束することが確められた。この場合ピーク位置の初期推定値はFWHMの0.1倍の精度で与えられ、FWHMの初期推定値は20%の精度で与えられた。

また解析結果の精度はフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲にとって解析すればほぼ変わらず一定であることが分った。この場合誤差の重み付きの2乗和を自由度で除したもの $Q/(N-K)$ が大体1に近い値となることから解析が精度よく行われていることが分る。解析結果の誤差はいずれも生データの統計的変動から説明される。従って標準スペクトル法に於てフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの2.5倍のチャンネル範囲と決めたのは適切であると考えられる。

(3) 解の収束性はフィッティング範囲とフィッティングパラメータの初期推定値、両方の影響をうける。従ってフィッティング範囲が狭い場合でもパラメータの初期推定値を精度よく与えれば収束することがあり、逆にフィッティング範囲が充分広くてもパラメータの初期推定値が悪いと発散することがある。

### 3.3 $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾に対する適用性およびピーク分離能の検討

この節に於ては半導体検出器により測定した $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析するに際し、主に $\gamma$ 線スペクトルの面から生ずる問題点を検討する。

3.3.1項に於て $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾と標準スペクトル法による解析結果の精度との関係を在来の方法による解析結果と比較しつつ検討する。また3.3.2項に於ては2重ピークのピーク間隔ならびにピーク面積比と解析結果の精度および収束性との関係を調べ、標準スペクトル法によるピーク分離能を調べる。

#### 3.3.1 チャンネル巾に対する適用性の検討

在来の方法に於てはピーク成分を各チャンネルの中心位置に於けるピーク関数の値に高さを示すパラメータを乗じて与えていた。従って解析結果はPHAのチャンネル巾に依存しチャンネル巾を大きくして測定すると解析結果に大きな誤差を生じた。この弊害をとりのぞく為、標準スペクトル法に於ては各チャンネルに於ける各フォトピークのピーク成分はピーク関数をそのチャンネルの巾にわたって積分し、それに高さを示すパラメータを乗じて正しく与えるようにした(2.2節(2.2.5b)式参照)。この標準スペクトル法に於けるピーク成分の与え方を積分方式と名づける。一方在来の方法によるピーク成分の与え方を中心値方式と名づける。在来の方法に於てはピークスペクトル $P_k(I)$ はチャンネル中心に於けるピーク関数の値で与えられるがここでは標準スペクトルを内挿して次式で与える。

$$P_k(I) = s(m) + \{s(m+1) - s(m)\} (n_k(I) - m) \quad (3.3.1)$$

ここで $m$ は $n_k(I)$ の整数部分をあらわしている。 $n_k(I)$ はチャンネル $I$ が $k$ 番目のフォトピークに対して標準スペクトルの何チャンネルに対応するかを表わしており、(2.2.5c)式で与えられる。この項に於ては積分方式の有効性を在来の中心値方式による結果と比較して検討する。まず3.3.1項の(a)ではガウス関数で模擬したフォトピークをもった $\gamma$ 線スペクトルについて解析し、(b)では実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルについて解析し積分方式の有効性を確める。

#### (a) ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルによる検討

波高分析器のチャンネル巾——すなわち $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾——を変えてだんだん大きくしていった時、積分方式による結果が在来の中心値方式による結果とどうちがうかを調べる為、まずガウス関数でフォトピークを模擬し、バックグラウンドを一次式で与えて作った $\gamma$ 線スペクトルを解析した。

ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルをまずここで解析する第1の理由は $\gamma$ 線のピークエネルギー、ピーク面積およびFWHMが完全に正しく分っているスペクトルを与えることができ、この正しい値とフィッティング結果を比較することにより、フィッティング結果の精度を調べることが出来るからである。実際の測定された $\gamma$ 線スペクトルに於ては正しいピーク位置、ピーク面積およびFWHMの推定は可能であるが、必ず誤差というものが存在する。第2の理由



は、チャンネル巾をいくらでも広い範囲にわたって、しかもいくらでもこまかく変化させて $\gamma$ 線スペクトルを与えることが出来るからである。実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定に於ては時間的制約もあり、誤差の問題もあり、測定系の時間的変動の問題もあり、あまり長時間にわたって、多くのケースを測定することは無意味である。第3の理由としては、実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定にはつきものの、統計的変動、波高分析器のベースラインの変動、増巾器のゲインの変動等を除外して解析方法自身の精度の検討および比較が可能だからである。しかし実際の測定に於て上述の誤差および変動が存在するのは事実であり、実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に対しても方法の妥当性の検討を行う必要があるのは当然であり、それは後程3.3.1項の(b)に於て行う。

ガウス関数で模擬したフォトピークのピークエネルギーは60keV、FWHMは4 keV であり、ピーク面積は $1 \times 10^5$  カウントとした。また一次式で近似したバックグラウンド $\gamma$ 線のピーク中心に於ける値は $3000\text{keV}^{-1}$ 、傾きは $-100\text{keV}^{-2}$  とした。このフォトピークとバックグラウンドを各種のチャンネル巾 ( keV ) で測定したと仮定して $\gamma$ 線スペクトルを求め、それをガウス関数と一次式のバックグラウンドをフィッティング関数として解析する。 $\gamma$ 線スペクトルは40 keVから80 keVの範囲に対して計算して与えられた。またピーク関数は実際の標準スペクトルを使って解析する場合と方法を統一する為、ガウス関数を401個の点で表現して与えられる。3.1.4項の検討からこの関数のチャンネル数は決定された。実際の標準スペクトルに対しては測定誤差もあり、チャンネル数 $n_{\max}$ は、ほぼ100チャンネル程度以上あれば充分であるが、ガウス関数の標準スペクトルに対してはチャンネル数を401にするとFWHMを4桁まで正しく与えることが出来る。そこでここでもチャンネル数 $n_{\max}$ は401チャンネルとやや多めにとった。解析に際しピークエネルギーの初期推定値は61 keV とし、FWHMの初期推定値は5 keV とした。

チャンネル巾を0.1 keV から6 keVの範囲にパラメトリックに変化させて模擬 $\gamma$ 線スペクトルを計算し、そのスペクトルを積分方式で解析した結果を中心値方式による結果と比較してTable 3.3.1およびTable 3.3.2 に示す。Table 3.3.1はピーク位置がチャンネル中心に存在する場合であり、Table 3.3.2はピーク位置がチャンネル中心から0.3チャンネル分だけ低エネルギー側にずれている場合、すなわちピークが $\otimes\otimes\otimes$ ・7チャンネルに位置している場合に対応する。表中にVarianceとあるのは、誤差の2乗和のことであり、

$$\text{Variance} = \sum_{I=M_1}^{M_2} \{ y(I) - f(I, \underline{a}) \}^2, \quad (3.3.2)$$

と与えられる。また各チャンネルに於ける測定精度のちがひ、即ち統計的変動の大小を考慮すると重みつきの誤差の2乗和が

$$Q = \sum_{I=M_1}^{M_2} w(I) \{ y(I) - f(I, \underline{a}) \}^2, \quad (3.3.3)$$

と定義される。最小2乗法によって求められるのは普通この重みつきの誤差の2乗和を最小と

Table 3.3.1 Gaussian spectra are artificially made for different channel widths, and analysed by integration and interpolation of the peak function.

Photopeak :  $S = 10^5$ ,  $E_p = 60 \text{ keV}$ ,  $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$   
 B G :  $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$ ,  $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$   
 Initial Value :  $E_p^0 = 61 \text{ keV}$ ,  $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$

CASE	E vs. CH (keV)	G or R <sup>a)</sup>	No. <sup>b)</sup>	Variance	$E_p$ (keV)	$N_p$ (CH)	FWHM (keV)	Si ( $\times 10^5$ )
1	0.1xCH	G	6	3.20 - 2	60.000	6.0000+2	4.000	1.00000
2	0.2xCH	G	6	5.24 - 2	60.000	3.0000+2	4.000	1.00000
3	0.5xCH	G	6	1.04 - 2	60.000	1.2000+2	4.000	1.00000
4	1.0xCH	G	6	1.06 - 2	60.000	6.0000+1	4.000	1.00000
5	2.0xCH	G	6	1.96 - 2	60.000	3.0000+1	4.000	1.00000
6	3.0xCH	G	6	3.01 - 1	60.000	2.0000+1	4.000	1.00000
7	4.0xCH	G	5	1.56 - 1	60.000	1.5000+1	4.000	1.00000
8	5.0xCH	G	6	1.14	60.000	1.2000+1	4.000	1.00001
9	6.0xCH	G	6	5.30 - 5	60.000	1.0000+1	4.000	1.00000

1	0.1 xCH	R	6	1.34	60.000	6.0000+2	4.000	1.00000
2	0.2xCH	R	6	4.53	60.000	3.0000+2	4.002	1.00000
3	0.5xCH	R	6	6.48	60.000	1.2000+2	4.014	0.99999
4	1.0xCH	R	6	2.87 + 1	60.000	6.0000+1	4.057	1.00002
5	2.0xCH	R	6	4.30 + 3	60.000	3.0000+1	4.229	1.00024
6	3.0xCH	R	6	1.13 + 4	60.000	2.0000+1	4.527	1.00102
7	4.0xCH	R	5	1.06 + 3	60.000	1.5000+1	4.893	0.99097
8	5.0xCH	R	5	1.73 + 1	60.000	1.2000+1	5.265	0.96276
9	6.0xCH	R	7	diverged				

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

Table 3.3.2 Gaussian spectra are artificially made for different channel widths, and analysed by integration and interpolation of the peak function.

Photopeak :  $S = 10^5$ ,  $E_p = 60 \text{ keV}$ ,  $\text{FWHM} = 4 \text{ keV}$   
 BG :  $I(E_p) = 3 \times 10^3 \text{ keV}^{-1}$ ,  $dI/dE = -1 \times 10^2 \text{ keV}^{-2}$   
 Initial Value :  $E_p^0 = 61 \text{ keV}$ ,  $(\text{FWHM})^0 = 5 \text{ keV}$

CASE	E vs. CH (keV)	G,R <sup>a)</sup>	No. <sup>b)</sup>	Variance	$E_p$ (keV)	$N_p$ (CH)	FWHM (keV)	Si ( $\times 10^5$ )
1	0.1x(CH+0.3)	G	6	2.69-2	60.000	5.9970+2	4.000	1.00000
2	0.2x(CH+0.3)	G	6	5.59-3	60.000	2.9970+2	4.000	1.00000
3	0.5x(CH+0.3)	G	6	1.11-2	60.000	1.1970+2	4.000	1.00000
4	1 x(CH+0.3)	G	6	8.98-3	60.000	5.9700+1	4.000	1.00000
5	2 x(CH+0.3)	G	6	4.88-2	60.000	2.9700+1	4.000	1.00000
6	3 x(CH+0.3)	G	6	4.68-2	60.000	1.9700+1	4.000	1.00000
7	4 x(CH+0.3)	G	6	2.92-1	60.000	1.4700+1	4.000	1.00000
8	5 x(CH+0.3)	G	8	2.39-1	60.000	1.1700+1	4.000	1.00000
9	6 x(CH+0.3)	G	8	8.04-1	60.000	9.7000	4.000	1.00000

1	0.1x(CH+0.3)	R	6	6.04-1	60.000	5.9970+2	4.000	1.00000
2	0.2x(CH+0.3)	R	6	1.41-2	60.000	2.9970+2	4.001	1.00000
3	0.5x(CH+0.3)	R	6	3.88	60.000	1.1970+2	4.014	1.00000
4	1 x(CH+0.3)	R	6	3.97	60.000	5.9700+1	4.057	1.00001
5	2 x(CH+0.3)	R	6	1.99+3	60.000	2.9700+1	4.229	1.00031
6	3 x(CH+0.3)	R	6	1.99+4	59.993	1.9698+1	4.504	1.00138
7	4 x(CH+0.3)	R	6	9.91+3	59.958	1.4690+1	4.826	1.00538
8	5 x(CH+0.3)	R	6	1.00+3	59.891	1.1678+1	5.121	1.02172
9	6 x(CH+0.3)	R	6	3.12+1	59.797	9.6662	5.340	1.06173

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

するパラメータ $\alpha$ である。(3.3.3)式に於て、重み関数 $w(I)$ は各チャンネルに於ける計数值 $y(I)$ の統計的変動に対してポアソン分布を仮定することにより、

$$w(I) = \frac{1}{\{\sigma(I)\}^2} = \frac{1}{y(I)} \quad (3.3.4)$$

と与えられる。

Table 3.3.1 および Table 3.3.2 に於て積分方式と中心値方式の Variance を比較すると明らかに積分方式による方が誤差の2乗和が小さくなっていることが分る。また積分方式によればチャンネル巾がFWHMの1.5倍の6 keVと極端に大きくなってもピーク位置、ピーク面積およびFWHMがチャンネル巾に関係なく正しく求められていることが分る。一方中心値方式によりピークスペクトルを表現して解析すると、解析結果はチャンネル巾に対する依存性をもつことが明らかである。特にFWHMはチャンネル巾が大きくなるにつれて、急激に正しい値の4 keVからずれていく。FWHMに比較してピーク位置とピーク面積の解析結果の誤差は比較的小さく、チャンネル巾がFWHMの4 keVに等しい場合、即ちCASE7に於て、FWHMの誤差が約20%あるのに対してピーク位置およびピーク面積の誤差はそれぞれ0.07%および0.5%となっている。ピーク位置の精度は検出器のエネルギー分解能、即ちFWHMによって主に支配され、ピーク位置の精度がその絶対値の0.07%といってもそのことにはあまり意味がない。そこでFWHMに対する割合で表現して、ピーク位置の誤差はFWHMの約1%といった方が意味が明確である。Table 3.3.2 から逆に中心値方式によってもチャンネル巾がFWHMの半分以下ならばピーク位置およびピーク面積はかなりの精度で求めうるということが分る。しかし、FWHMに関しては従来の方法では正しくは求めえず、チャンネル巾に対する依存性が大きい。従ってFWHMを正しく求める為にはどうしても積分方式により解析する必要がある。また積分方式により解析すればピーク位置およびピーク面積に関してもチャンネル巾に関係なくほぼ完全に正しく求められる。

Table 3.3.1 と Table 3.3.2 の比較から、ピークがチャンネル中心にある場合と中心からずれている場合では中心値方式による解析結果には差があることが分る。そこでもう少しくわしくピーク位置がチャンネルの中心にある場合と中心からずれて存在する場合の解析結果のちがいを調べた結果を以下に示す。Table 3.3.2 のCASE7の場合、即ちチャンネル巾が4 keVの場合について、PHAの零点(零チャンネルに対応する $\gamma$ 線のエネルギー)を調節してピーク位置がそれぞれ15.0、14.9、14.7および14.5チャンネルになるようにし、それぞれの場合に対して $\gamma$ 線スペクトルを求めた。この $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析した結果を中心値方式による結果と比較してTable 3.3.3 および Fig. 3.3.1 に示す。

Table 3.3.3 から積分方式により解析すればピーク位置に関係なく、それがチャンネルの中心であろうが中心からはずれてであろうが関係なく、ピークエネルギー、ピーク面積およびFWHMが正しく求められることが分る。一方中心値方式による場合にピークがチャンネルの中心かまたは完全に端に存在すればピーク位置は正しく求められているが、それ以外の場所では正しい値からずれてフィッティングされている。これはチャンネルの中心または端にピーク

クが位置する場合には $\gamma$ 線スペクトルのうちの各ピーク成分の各チャンネルに於ける計数値がピークを中心として対称となり、この対称性からピーク位置が正しく求まったと考えられる。ピークの形がピーク位置に関し、左右対称の時はピーク位置が正しい位置にある時Qは最小となる。従ってピークの形自身が対称ではない実際の $\gamma$ 線スペクトルに於てはたとえピーク位置がチャンネルの中心にあっても、ピーク位置は中心値方式によっては正しくは求まらないものと考えられる。またピーク位置が完全にチャンネルの中心とか端にくる確率は実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定に於てはありえない。ピーク面積およびFWHMに関しても在来の中心値方式に

Table 3.3.3 Comparison of fitting results of single photopeaks centered at different positions in the channel.

Photopeak :  $S = 10^5$ ,  $E_p = 60$  keV, FWHM = 4 keV  
 B G :  $I(E_p) = 3 \times 10^3$  keV $^{-1}$ ,  $dI/dE = -1 \times 10^2$  keV $^{-2}$   
 Initial Value :  $E_p^0 = 61$  keV, (FWHM) $^0 = 5$  keV

CASE	E vs. CH	G,R <sup>a)</sup>	No. <sup>b)</sup>	Variance	$E_p$ (keV)	$N_p$ (CH)	FWHM (keV)	Si ( $\times 10^5$ )
1	4 x CH	G	5	1.56-1	60.000	15.000	4.000	1.00000
2	4 x (CH+0.1)	G	6	1.72-1	60.000	14.900	4.000	1.00000
3	4 x (CH+0.3)	G	6	2.29-1	60.000	14.700	4.000	1.00000
4	4 x (CH+0.5)	G	9	2.45-2	60.000	14.500	4.000	1.00000

1	4 x CH	R	5	1.06+3	60.000	15.000	4.893	0.99097
2	4 x (CH+0.1)	R	5	2.10+3	59.978	14.894	4.885	0.99304
3	4 x (CH+0.3)	R	6	9.91+3	59.958	14.690	4.826	1.00538
4	4 x (CH+0.5)	R	7	2.45-2	60.000	14.500	4.726	1.01404

a) G = integration, R = interpolation

b) number of iterations

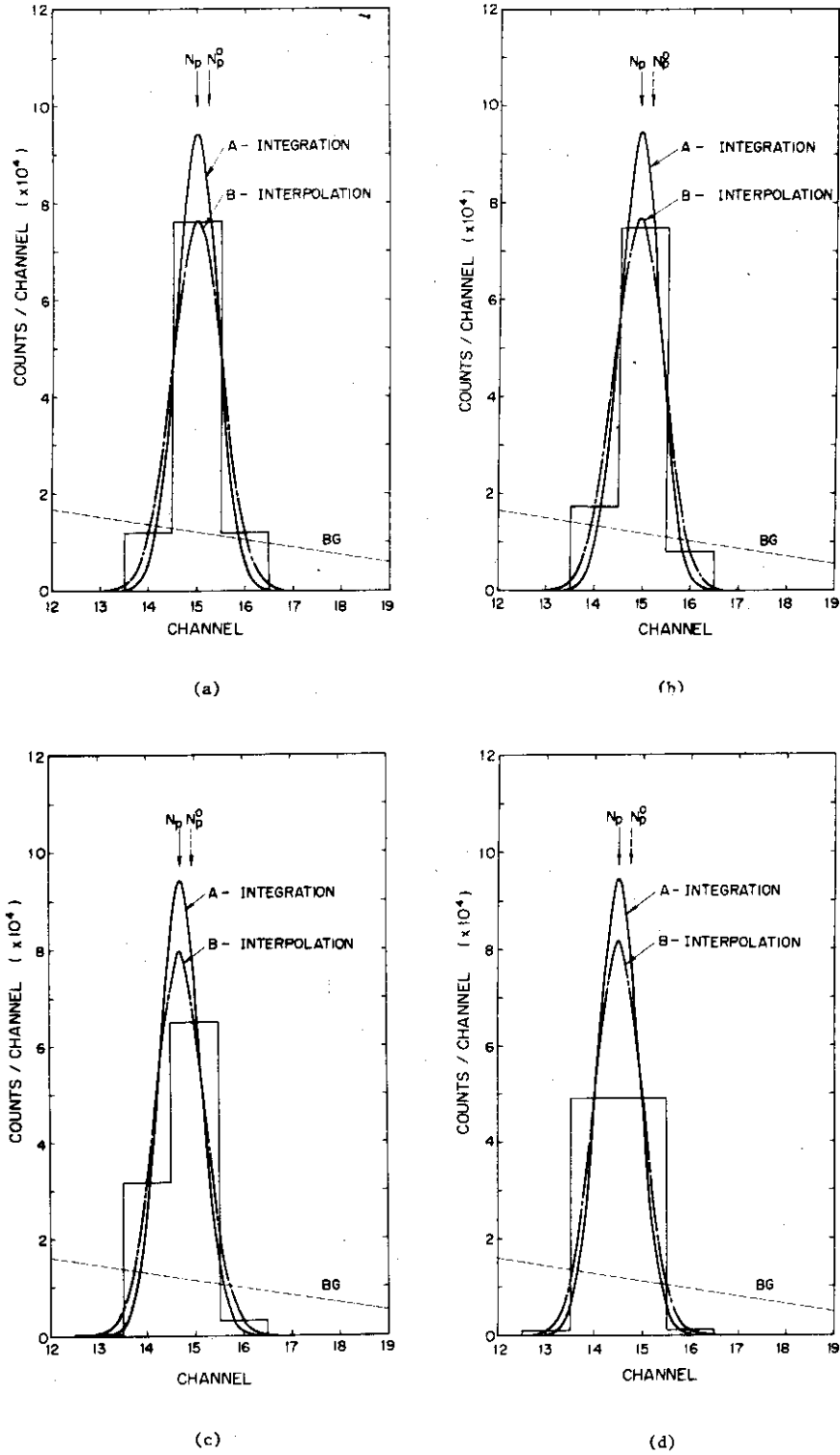


Fig.3.3.1 Sham gamma-ray spectra are made with Gaussian peak and linear back-ground. The channel width is fixed to be 4 keV, and the photopeak is centered respectively at (a) 15.0 ch, (b) 14.9 ch, (c) 14.7 ch and (d) 14.5 ch. These spectra are analysed by integration and interpolation of peak function.

Photopeak:  $S = 10^5$ ,  $E_p = 60$  keV,  $FWHM = 4$  keV  
 BG :  $I(E_p) = 3000$  keV<sup>-1</sup>,  $dI/dE = -100$  keV<sup>-2</sup>

よってはピーク位置がチャンネルの中心にあるかそれともずれて存在するかによって、フィッティング結果にかなりのちがいがあり、いずれも正しい値からずれている。

Fig. 3.3.1はガウス関数のフォトピークと一次式のバックグラウンドで模擬して与えた $\gamma$ 線スペクトルをピーク成分(階段状の実線)とバックグラウンド(破線)にわけて表示し、積分方式によりフィッティングして求められたピーク成分(実線)を中心値方式により求められたもの(一点鎖線)と比較して示したものである。図の(a), (b), (c), (d)はそれぞれピークが15.0, 14.9, 14.7および14.5チャンネルに位置する場合に対応する。図から明らかなように中心値方式によるピーク成分は積分方式により正しく求められたものよりいずれの場合に於ても高さは低くなっており、FWHMは広がっている。

以上を要約すると次のようになる。すなわち在来の中心値方式によってはピーク位置がチャンネルの中心にあるかずれてあるかによって解析結果に差がある。また解析結果はチャンネル巾にも依存し、チャンネル巾がある程度以上大きくなると正しい値は求められない。特に半値巾FWHMのチャンネル巾に対する依存性が大きい。一方積分方式により各チャンネルのピーク成分を正しく与えて解析すれば、チャンネル巾がFWHMの1.5倍程度と極端に大きい場合にも、ピーク位置、ピーク面積およびFWHMは正しく求められる。またピーク位置がチャンネルの中心からずれている場合にも正しい結果がえられる。

#### (b) 実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルによる検討

実際の $\gamma$ 線スペクトルの形はガウス関数では完全には表現できない。また実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定に於ては計数値の統計的変動および、波高分析器の零点の変動、増巾器のゲインの変動などの測定系の系統の変動が避けえない問題として存在する。そこで実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に対しても、積分方式によるフィッティングが有効であることを確かめる為に行った解析の結果を在来の中心値方式による結果と比較して以下に示す。

ガンマー線スペクトルの測定は体積 $30\text{ cm}^3$ の同軸型Ge(Li)検出器および1024チャンネルの波高分析器を使ってなされた。検出器の分解能はFWHMとして、 $^{203}\text{Hg}$ からの279keVの $\gamma$ 線に対して4.4keVと求められている。 $\gamma$ 線スペクトルは単1ピークの例として $^{203}\text{Hg}$ からの279keVの $\gamma$ 線、および2重ピークの例として $^{57}\text{Co}$ からの122keVと136keVの $\gamma$ 線を測定した。測定はいずれの $\gamma$ 線に対してもチャンネル巾をパラメトリックに変えて行われた。

$^{203}\text{Hg}$ の279keVの $\gamma$ 線に対する標準スペクトルは $^{203}\text{Hg}$ からの279keVの $\gamma$ 線自身をFWHMが20チャンネル程度以上になるように増巾器のゲインを調節して測定し、2.2節で述べた方法に従って作られた。その結果はFig. 3.1.3に示されている。さらに縦軸をLinear目盛で与えたものがFig. 2.2.4に示されている。チャンネル数は134、ピーク位置は81.33チャンネルであり、FWHMは26.78チャンネル、またはピーク面積は $8.638 \times 10^5$ と求められている。 $^{57}\text{Co}$ からの122keVと136keVの $\gamma$ 線に対する標準スペクトルは $^{57}\text{Co}$ からの122keVの $\gamma$ 線スペクトルをそのまま使って作られた。 $\gamma$ 線スペクトルの測定はチャンネル巾を0.17keVとして行われた。作られた標準スペクトルはFig. 3.1.3に示されている。さらに縦軸をLinear目盛で与えたものがFig. 2.2.4に示されている。チャンネル数は125、ピーク位置は74.96チャンネル、FWHMは25.07チャンネル、ピーク面積は $2.619 \times 10^5$ と求められている。

$^{203}\text{Hg}$  からの  $279\text{keV}$  の  $\gamma$  線スペクトルをチャンネル巾を 0.3, 0.7, 1.4, 1.8 および  $2.7\text{keV}$  と変えて測定した。線源が弱い為、数え落としは無視することができる。測定時間はいずれも  $4000\text{sec}$  と一定にした。この  $\gamma$  線スペクトルを積分方式 (Integration Fitting) ならびに中心値方式 (Interpolation Fitting) の両方で解析し結果を比較して Table 3.3.4 および Fig. 3.3.2 の(A)から(E)に示す。フィッティングに際してバックグラウンド  $\gamma$  線は定数として取扱われた。表中に err とあるのは それぞれの物理量に対してフィッティングから定められる標準偏差を表わし、ピーク位置に対しては ( $\times 10^{-3}\text{ch}$ ) の絶対単位で与えられ、FWHM およびピーク面積  $S$  に対しては  $\%$  単位で与えられている。それぞれの CASE のチャンネル巾は、波高分析器の零点が零エネルギーに正しく調節されているという前提のもとに、 $^{203}\text{Hg}$  からの  $\gamma$  線エネルギーである  $279.191\text{keV}$  をピーク位置を示すチャンネル番号  $N_p$  で割って求めた。

Table 3.3.4 からいずれのチャンネル巾に対する結果を比較しても、積分方式による結果の方が在来の中心値方式によるより誤差が小さいことが認められる。この誤差の中にはフィッティングの全体としての一貫性に対する目安としての誤差の 2 乗和 Variance のみならず、個々の物理量に対する標準偏差も含まれている。

ただしチャンネル巾が小さくなるにつれて両者の結果の差は小さくなり、チャンネル巾が FWHM の 10 分の 1 以下となるほとんど目立った差はない。逆にチャンネル巾が広がると中心値方式による誤差は積分方式と比較してだんだん大きくなる。特に FWHM はチャンネル巾と共に急に大きくなる。積分方式によっても FWHM はチャンネル巾と共に大きくなるが、その割合は中心値方式の場合より小さい。本来積分方式により解析すれば FWHM もチャンネル巾によらず同じ値にもとまるはずであるが、それがチャンネル巾と共に大きくなったのは、 $\gamma$  線スペクトルの測定に際し PHA の零点の変動および増巾器のゲインの変動があったことが主な原因と考えられる。この点に関する検討は後程  $^{57}\text{Co}$  に対する結果と共に一緒に行う。ピーク面積の比較は  $^{203}\text{Hg}$  の試料の位置が各測定毎にごく僅かずつつながり続けているのでこの場合あまり意味がない。

Fig. 3.3.2 の(A)~(E)には  $^{203}\text{Hg}$  の  $\gamma$  線スペクトルの解析結果が図で示されており、積分方式による結果(a)と中心値方式による結果(b)とが対の形になって比較して与えられている。図中で  $\gamma$  線スペクトルの測定結果は丸い点(o)で示され、そのフィッティング結果は階段状の折線と与えられている。またバックグラウンド  $\gamma$  線は定数であり横軸に平行な直線と与えられている。ピーク成分はバックグラウンドの上に実線の曲線で示されている。これらの図からも Table 3.3.4 の場合と同じ傾向がみられ、チャンネル巾が小さい場合には積分方式と中心値方式との結果の差は小さいが、チャンネル巾が大きくなるにつれて 2 つの方法による結果の差が大きくなる。特に中心値方式によっては積分方式による結果と比較して、ピーク成分が低くフィッティングされることが明らかであり、さらに詳しく見るとその巾も広くフィッティングされている (Fig. 3.3.2 (E)参照)。

$^{57}\text{Co}$  からの  $122\text{keV}$  と  $136\text{keV}$  の  $\gamma$  線スペクトルがチャンネル巾を 0.2, 0.3, 0.7, 1.8 および  $2.7\text{keV}$  と 5 種類に変えて測定された。検出器と  $\gamma$  線源との距離は数え落としが無視できるように調節して固定された。計数時間はいずれも  $4\text{ksec}$  とした。この 2 重ピークの測定結果を



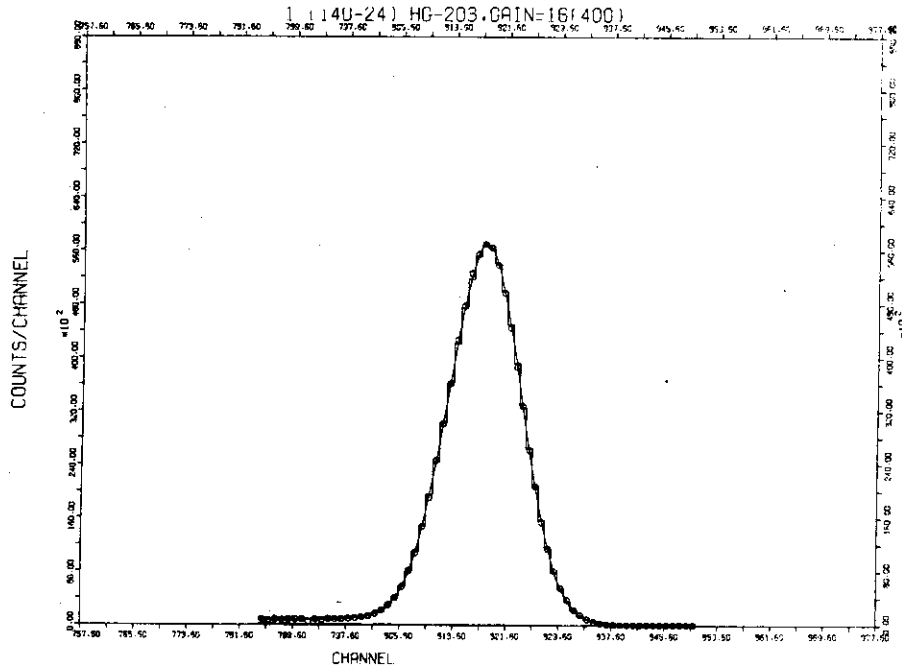
Table 3.3.4 Gamma-ray spectra of  $^{203}\text{Hg}$  are measured with several channel widths, and they are analysed by integration and interpolation of the peak function.

## Integration Fitting

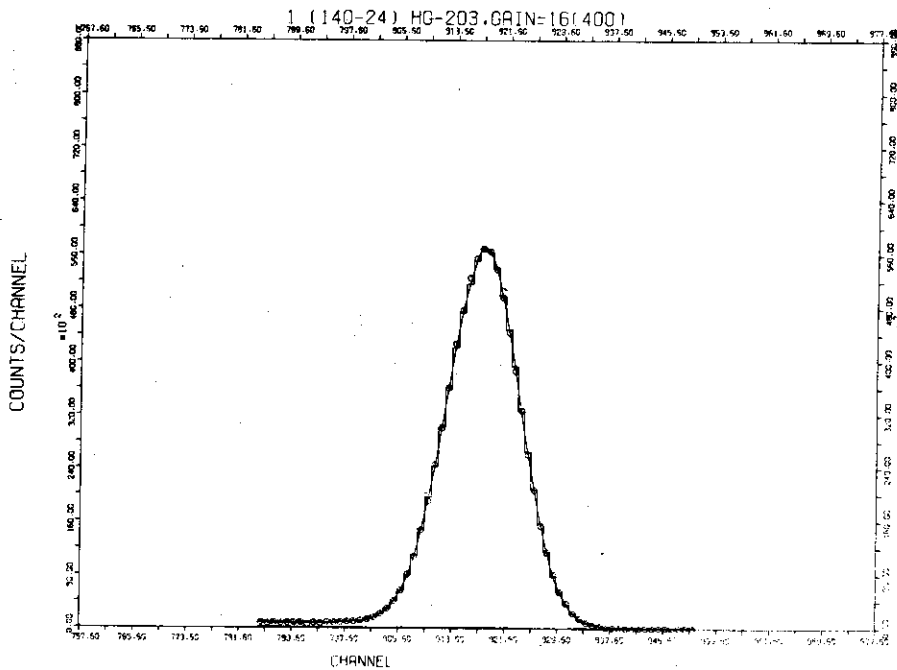
CASE	Ch. Width (keV)	No.	Variance	Np		FWHM			S	
				(CH)	err ( $\times 10^{-3}\text{CH}$ )	(CH)	(keV)	err (%)	( $\times 10^5$ )	err (%)
1	0.3412	4	2.68+6	818.300	15	12.953	4.420	.21	7.776	.3
2	0.6903	4	3.89+6	404.459	9	6.451	4.453	.26	7.795	.3
3	1.3710	4	4.09+6	203.646	7	3.345	4.586	.38	7.773	.4
4	1.8231	4	1.65+7	153.142	7	2.558	4.663	.53	7.775	.6
5	2.7360	4	1.42+7	102.044	10	1.740	4.761	.10	7.826	1.2

## Interpolation Fitting

1	0.3412	4	3.05+6	818.304	15	12.966	4.425	.21	7.773	.5
2	0.6903	4	3.92+6	404.457	9	6.490	4.480	.26	7.799	.7
3	1.3710	4	6.75+6	203.643	8	3.413	4.679	.40	7.783	1.0
4	1.8231	4	1.73+7	153.140	9	2.656	4.842	.57	7.755	1.5
5	2.7360	5	1.80+7	102.043	12	1.880	5.144	1.14	7.826	2.9

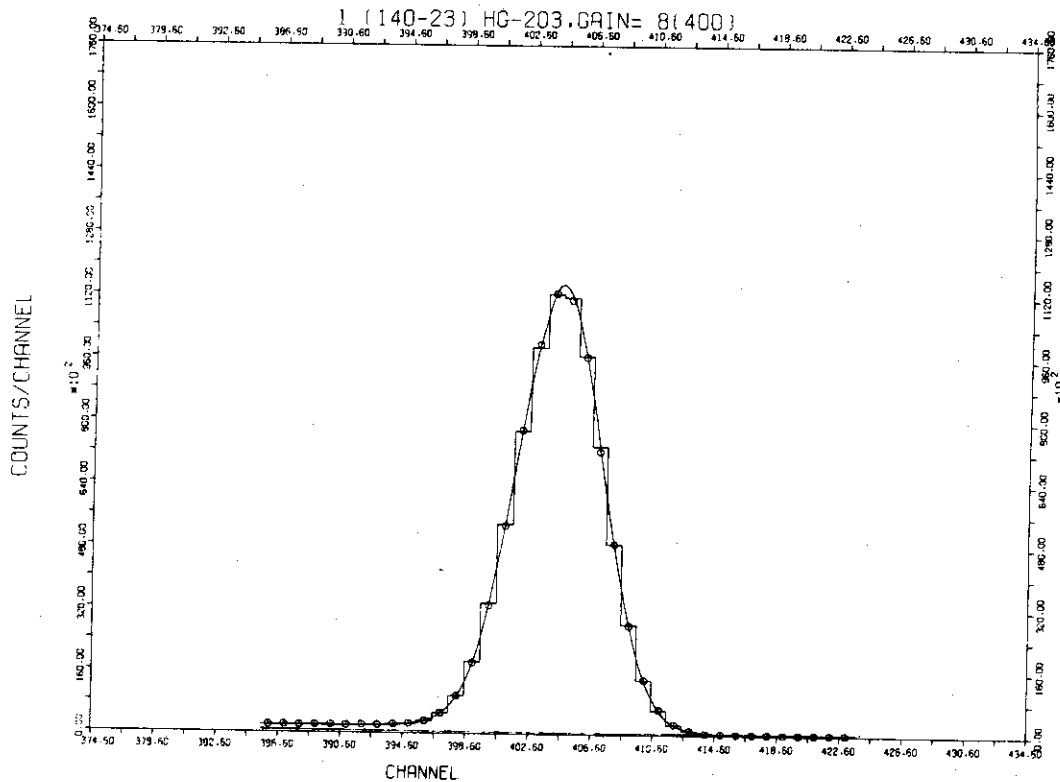


(A-a)

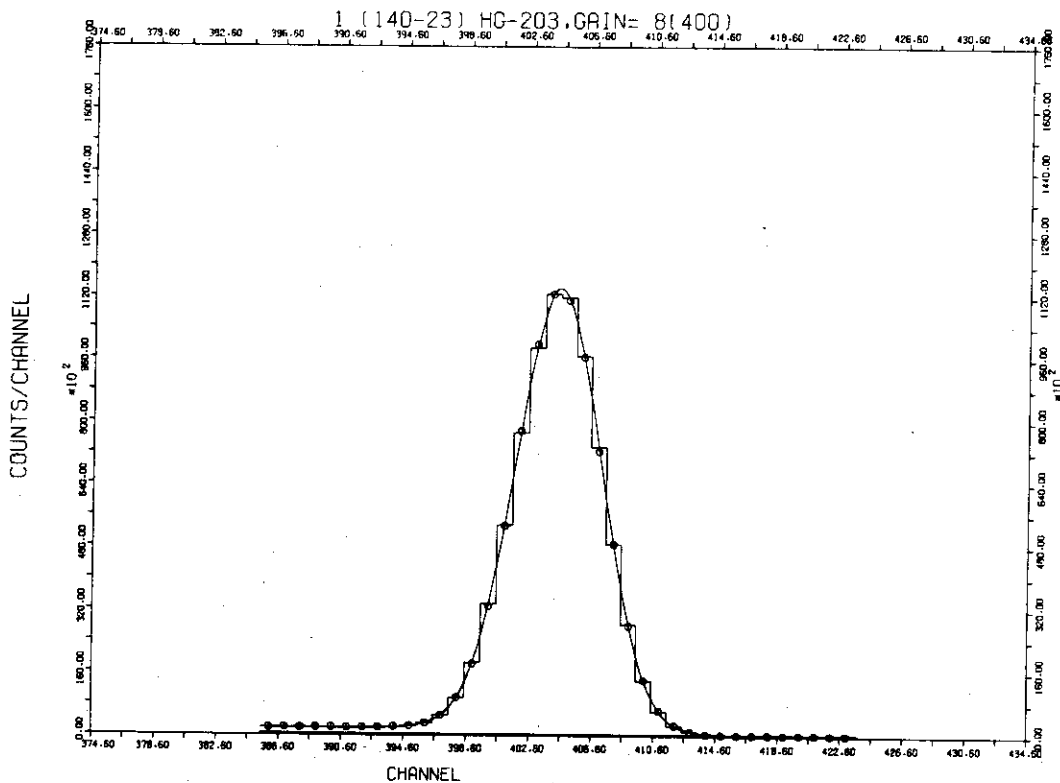


(A-b)

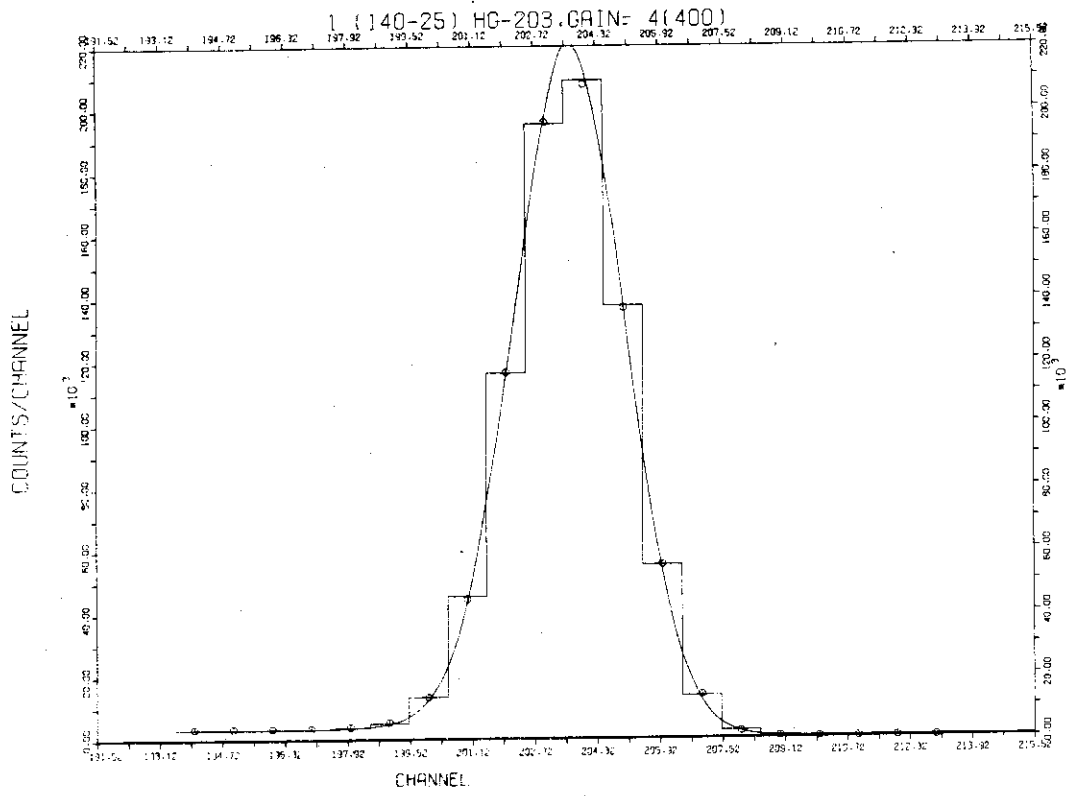
Fig. 3.3.2 Gamma-ray spectrum of  $^{203}\text{Hg}$  is measured with a Ge(Li) detector (FWHM = 4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set respectively to be (A) 0.34 keV, (B) 0.69 keV, (C) 1.37 keV, (D) 1.82 keV and (E) 2.74 keV. Each spectrum is analysed both by integration (a) and interpolation (b) of the peak function. The observed spectrum (circles) is compared with fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid curve on the back-ground spectrum.



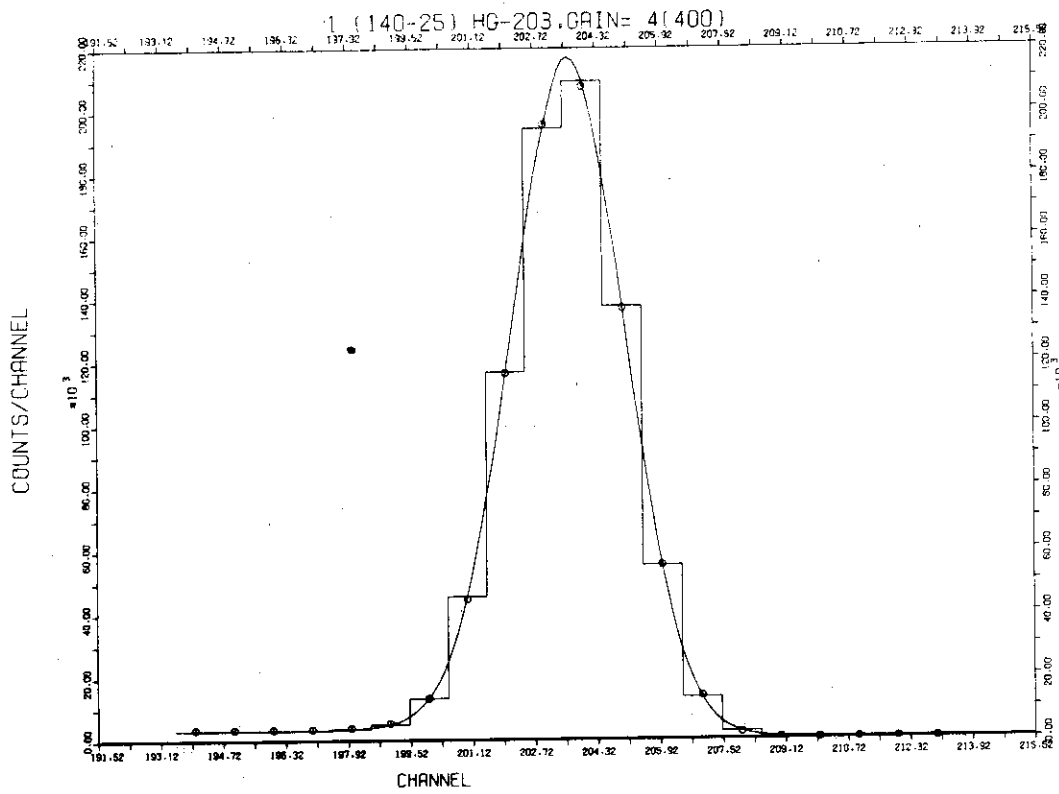
(B-a)



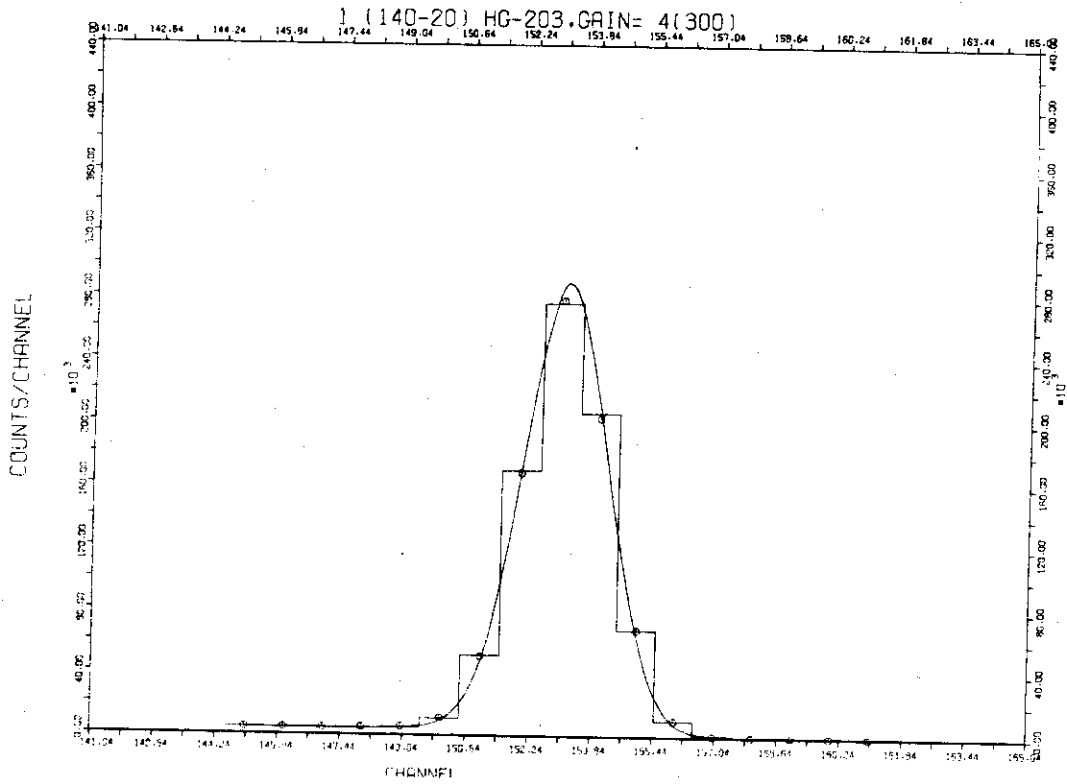
(B-b)



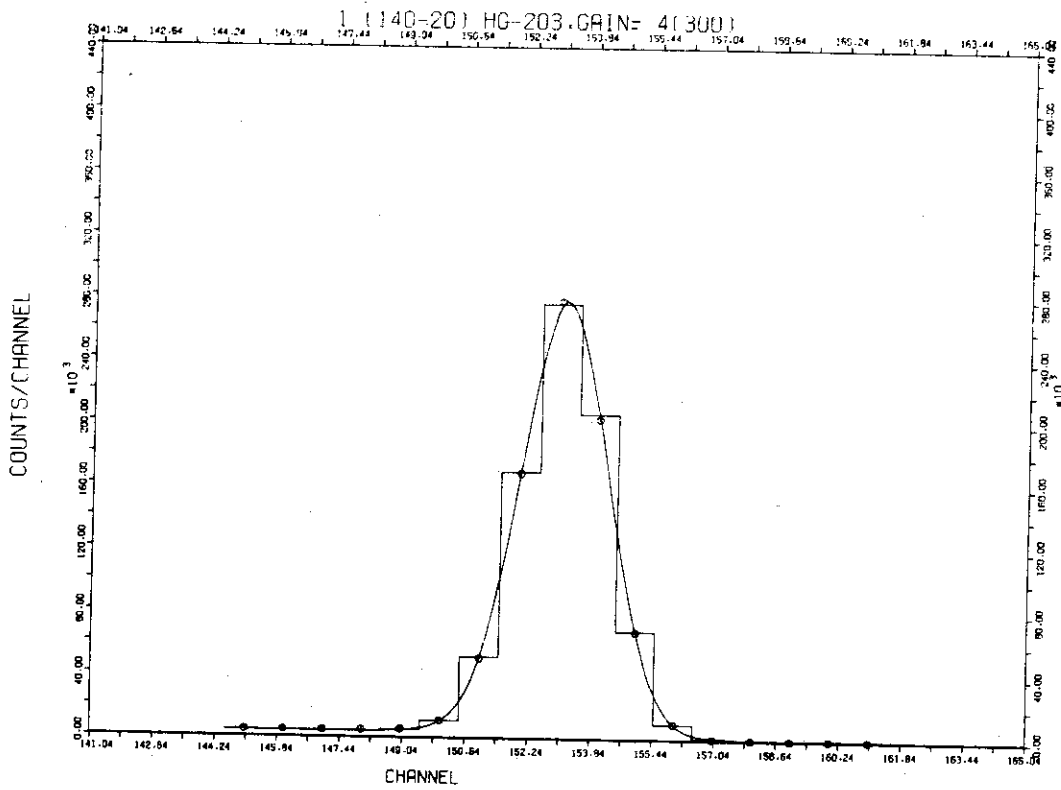
(C-a)



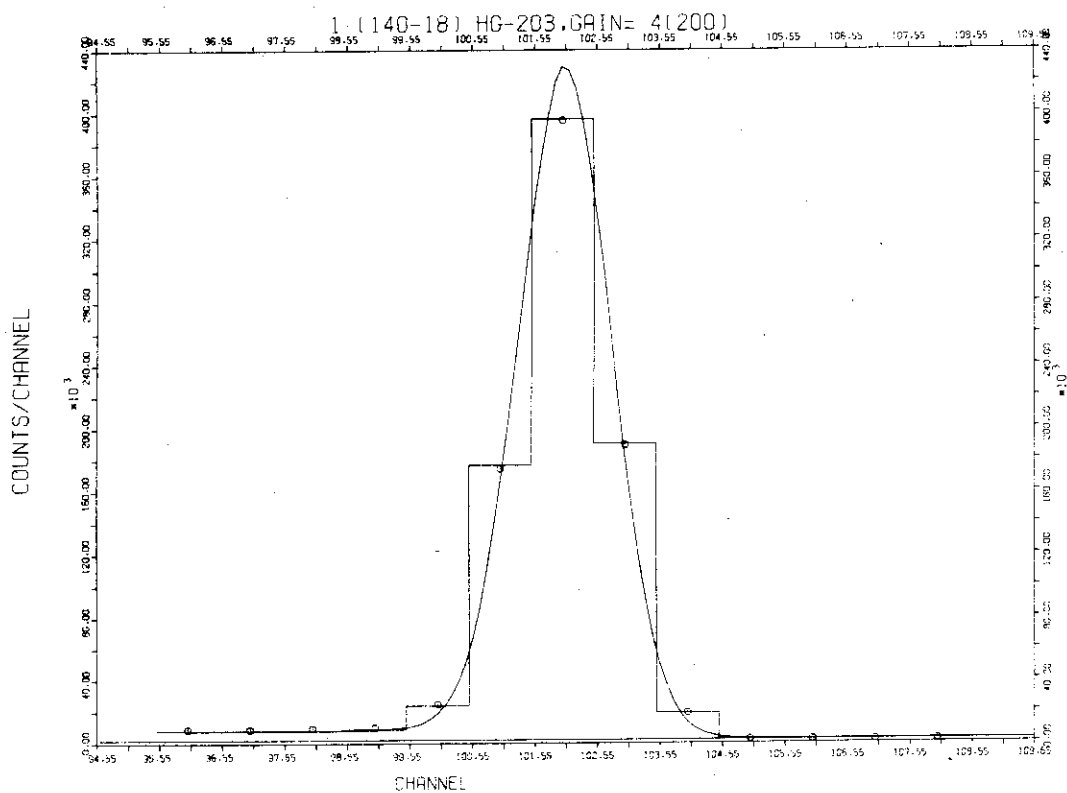
(C-b)



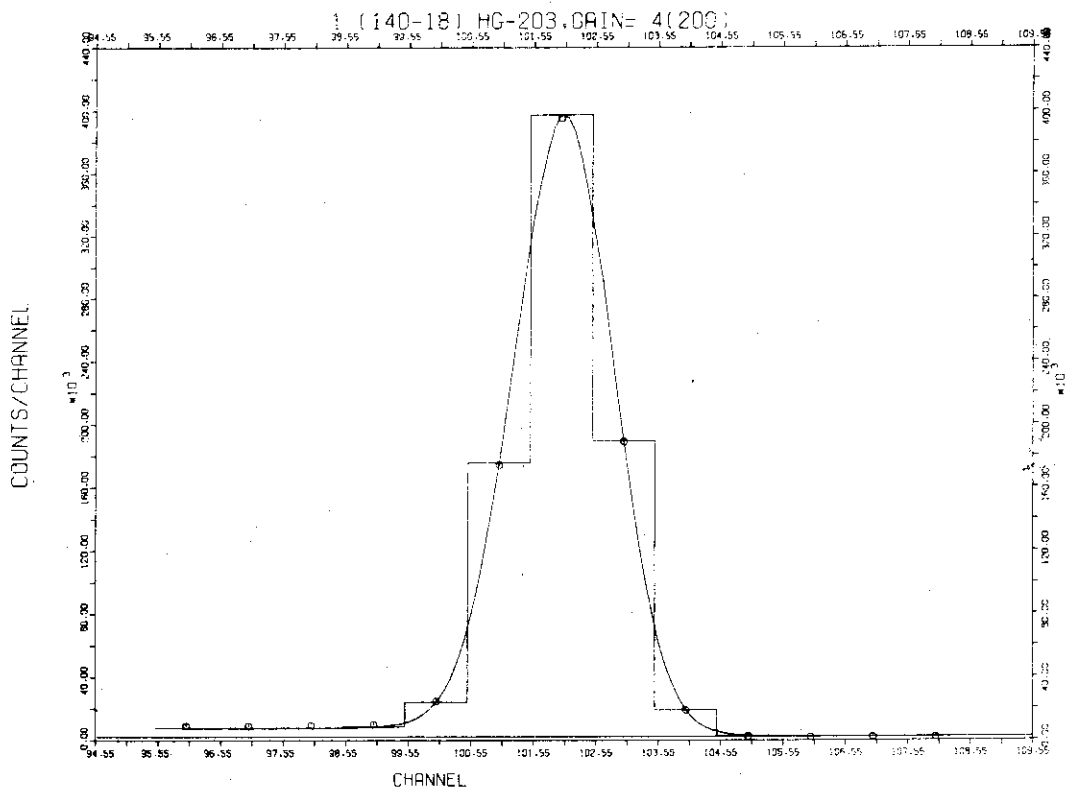
(D-a)



(D-b)



(E-a)



(E-b)

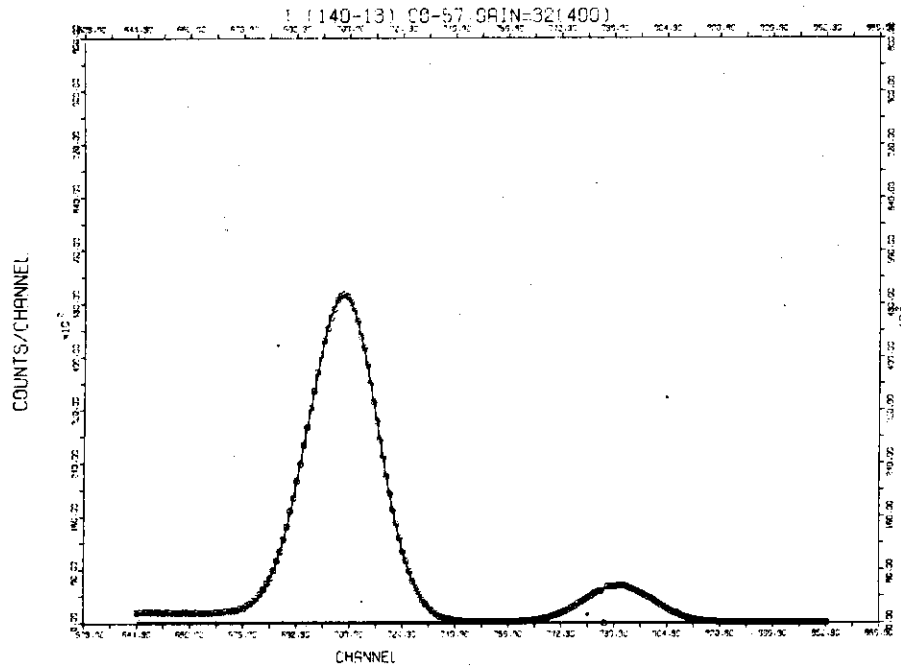
Table 3.3.5 Gamma-ray spectra of <sup>57</sup>Co are measured with several channel widths, and they are analysed by integration and interpolation of the peak function.

Integration Fitting

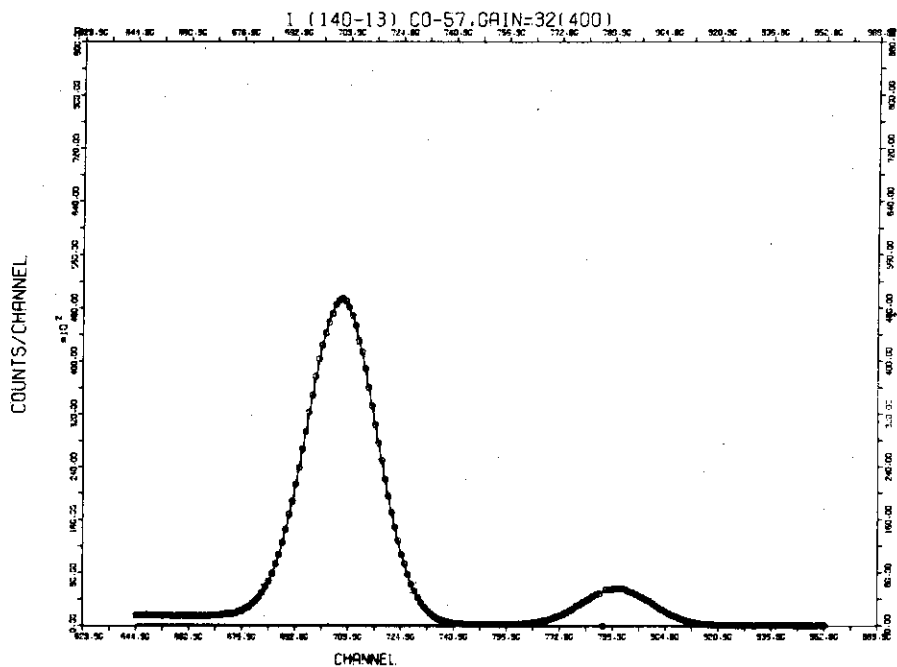
CASE	Ch. Width ( keV)	No.	Variance	N <sub>p</sub> <sup>1</sup>		N <sub>p</sub> <sup>2</sup>		FWHM		S <sub>1</sub>		S <sub>2</sub>		
				(CH)	err	(CH)	err	(CH)	(keV)	err	(x10 <sup>5</sup> )	err	(x10 <sup>5</sup> )	err
1	0.1719	4	2.89+7	706.768	11	790.316	32	24.552	4.221	0.08	12.847	1.1	1.458	3
2	0.3410	4	1.11+6	356.533	5	398.645	16	12.434	4.240	0.08	12.858	1.1	1.455	3
3	0.6888	4	2.40+6	177.143	4	197.990	11	6.223	4.286	1.1	12.851	1.1	1.448	4
4	1.8186	4	1.09+7	66.781	5	74.677	15	2.472	4.496	0.38	12.893	4	1.457	1.3
5	2.7290	4	2.26+7	44.311	6	49.573	18	1.669	4.555	0.69	12.921	7	1.465	2.2

Interpolation Fitting

1	0.1719	4	2.89+7	706.766	11	790.316	32	24.560	4.222	0.08	12.847	2	1.459	4
2	0.3410	4	1.13+6	356.534	6	398.646	16	12.458	4.248	0.08	12.861	2	1.456	4
3	0.6888	4	2.94+6	177.142	4	197.989	12	6.259	4.311	1.1	12.852	3	1.448	6
4	1.8184	5	1.80+7	66.777	7	74.674	20	2.569	4.671	0.48	12.943	1.2	1.461	2.3
5	2.7295	5	7.69+7	44.308	10	49.569	29	1.810	4.941	0.98	12.973	24	1.472	4.7



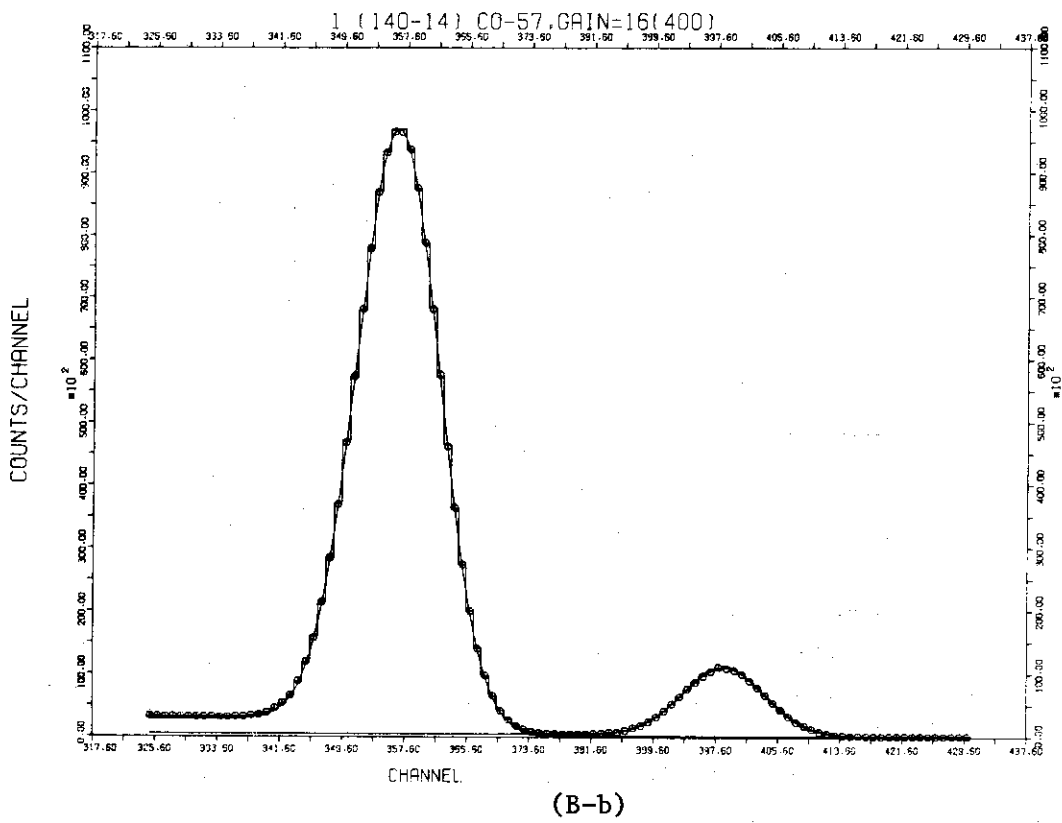
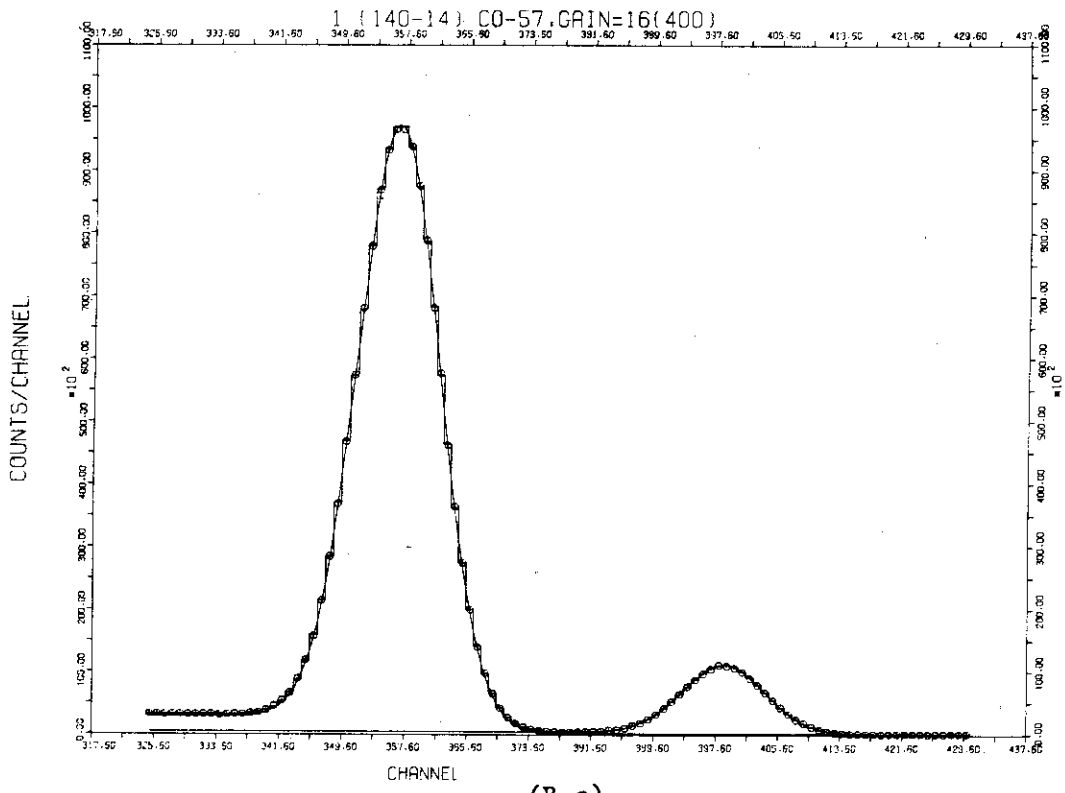
(A-a)

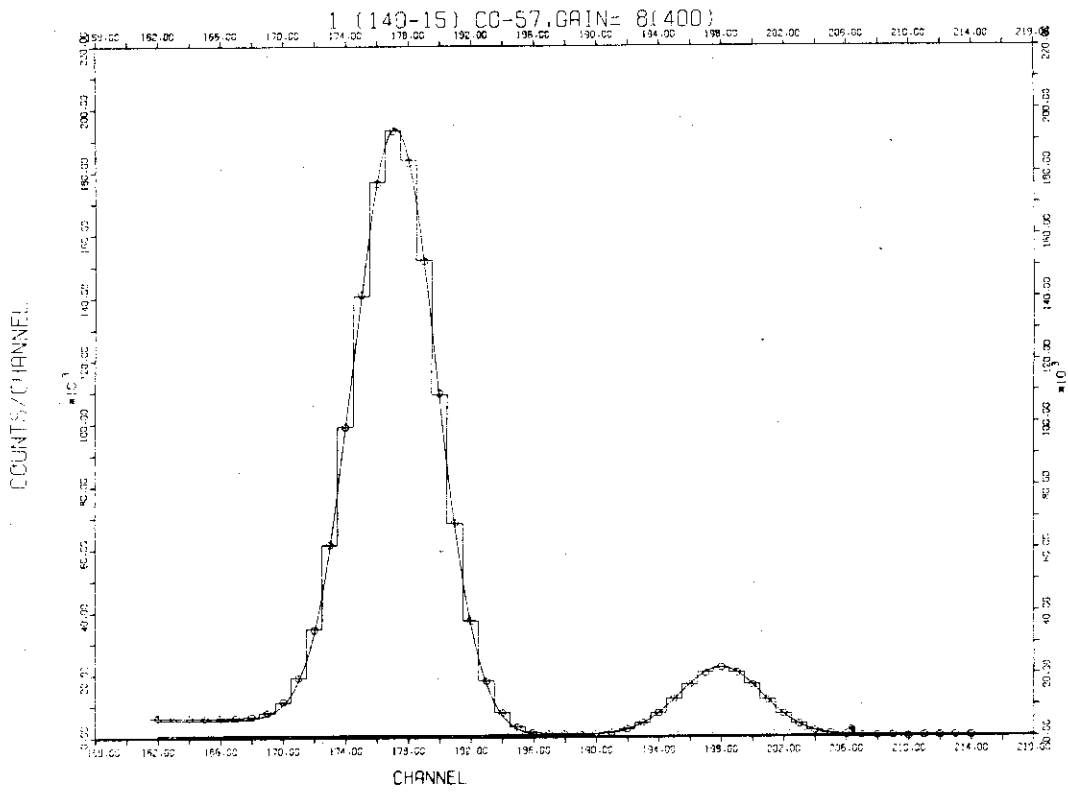


(A-b)

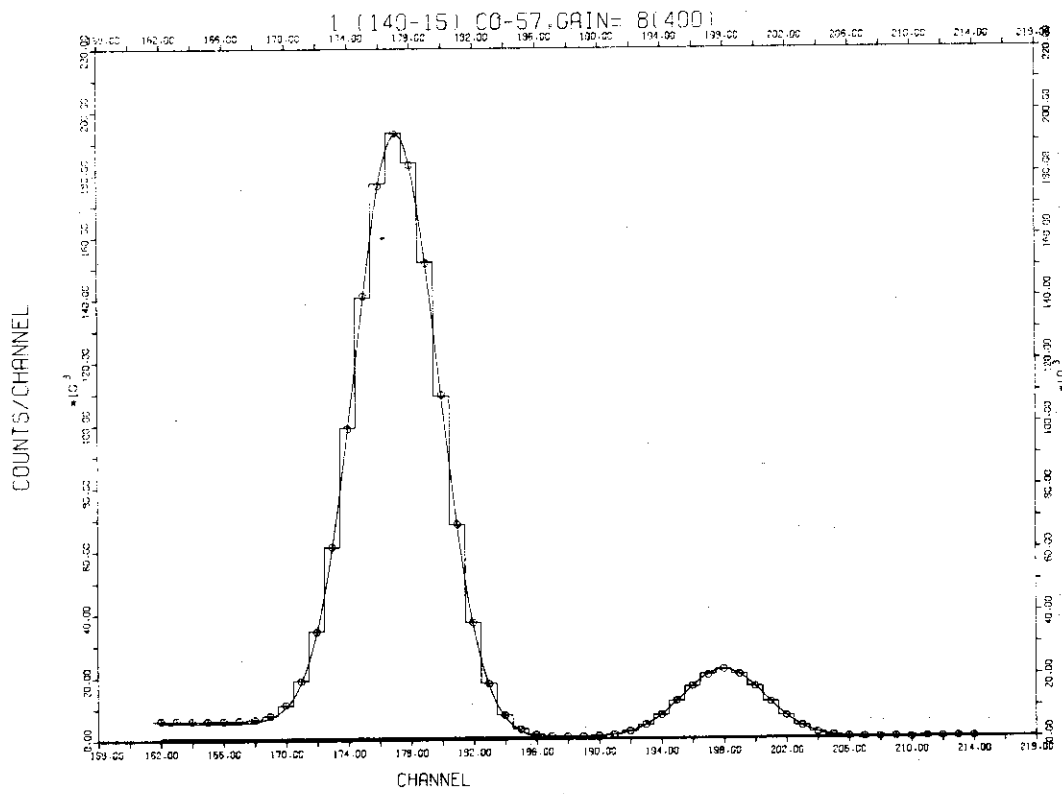
Fig.3.3.3 Gamma-ray spectrum of  $^{57}\text{Co}$  is measured with a Ge(Li) detector (FWHM = 4 keV) and a pulse height analyser of which the channel width is set respectively to be (A) 0.17 keV, (B) 0.34 keV, (C) 0.69 keV, (D) 1.82 keV and (E) 2.73 keV. Each spectrum is analysed both by integration (a) and interpolation (b) of the peak function. The observed spectrum (circles) is compared with fitted one (staircase line). The peak component is shown with solid curve on the back-ground spectrum.



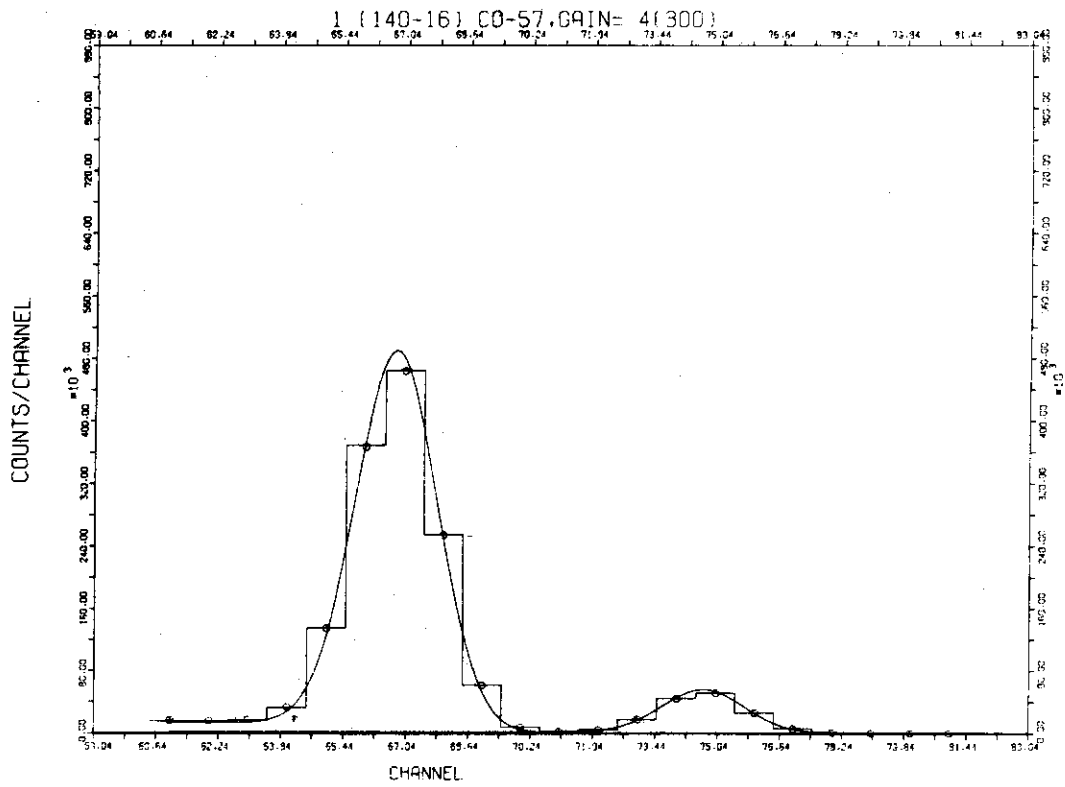




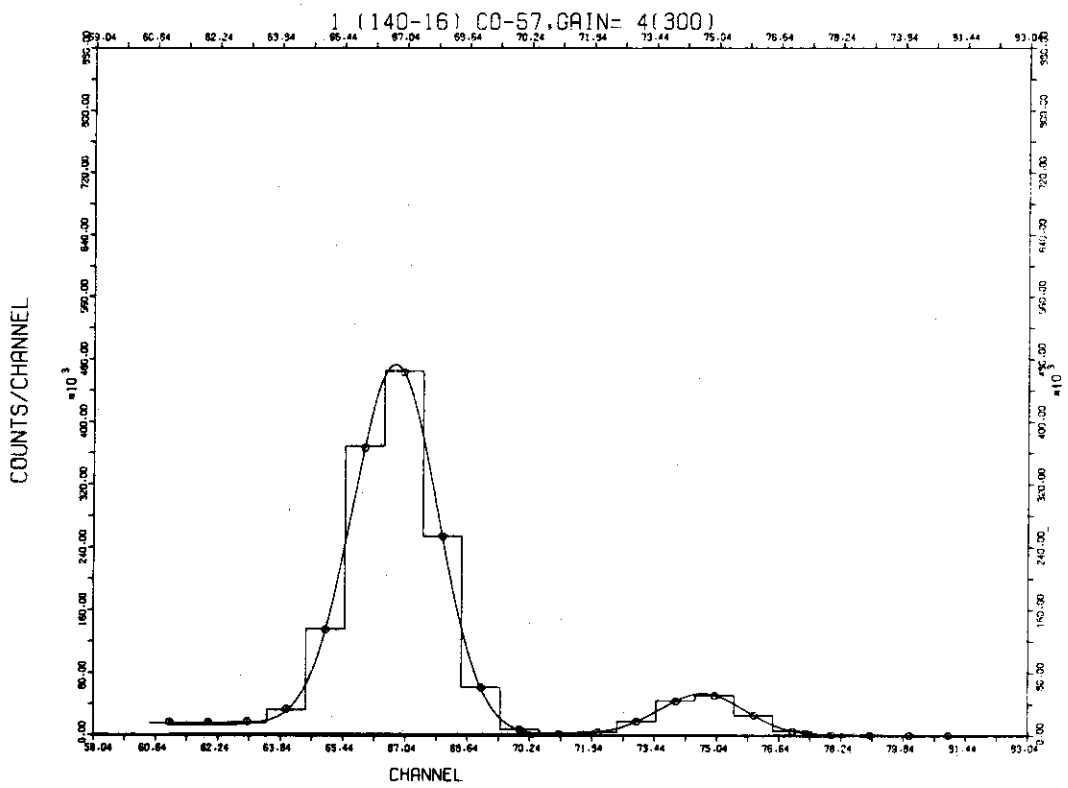
(C-a)



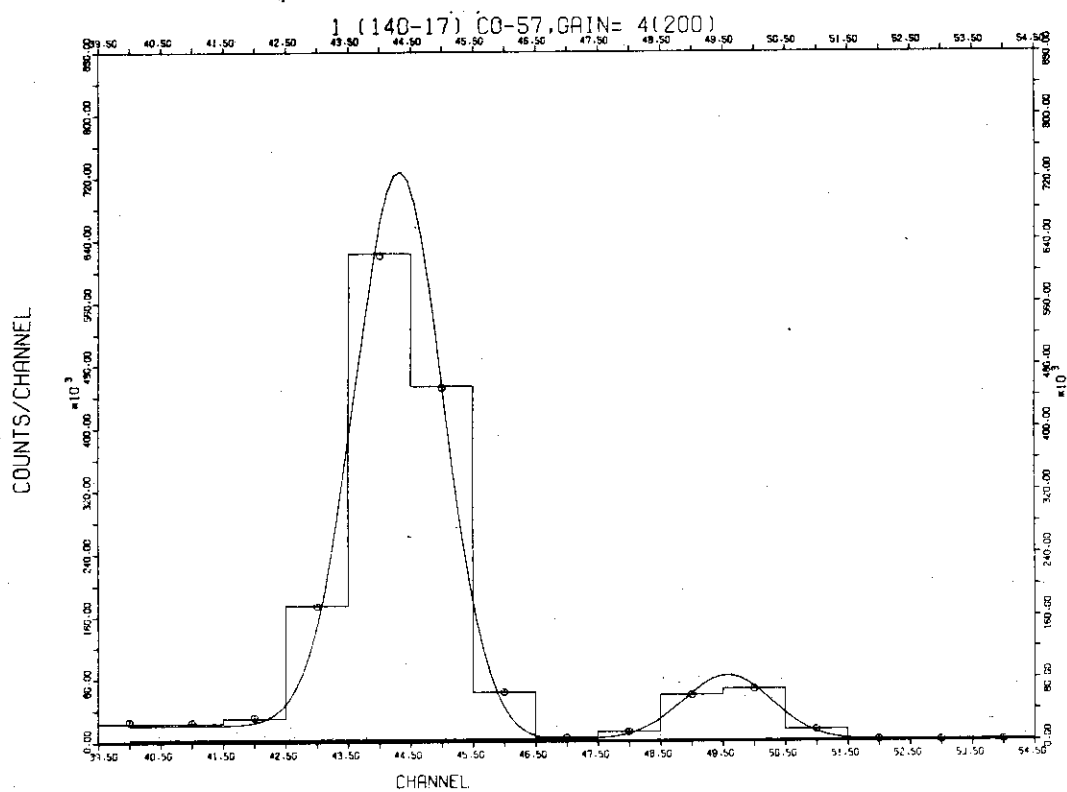
(C-b)



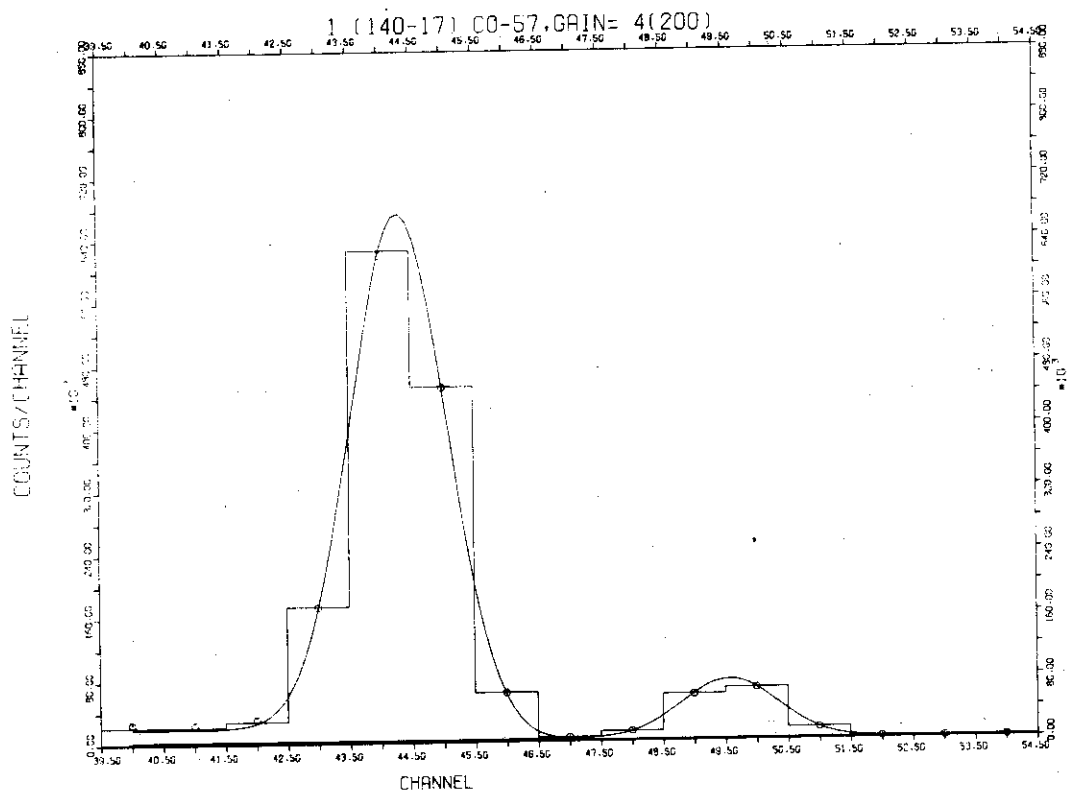
(D-a)



(D-b)



(E-a)



(E-b)

積分方式ならびに中心値方式により解析した結果が Table 3.3.5 および Fig. 3.3.3 の(A)~(E)に示されている。それぞれの CASE に対応するチャンネル巾は<sup>57</sup>Coからの2本のγ線エネルギー差、すなわち121.97 keVと136.33 keVとの差の14.36 keVを2つピーク位置 $N_{p^1}$ と $N_{p^2}$ とのチャンネル差で割って求められた。<sup>57</sup>Coの2重ピークに対しても、<sup>203</sup>Hgの場合と同じ傾向がみられ、Table 3.3.5に於て積分方式による結果の方がいずれのチャンネル巾の場合に於ても中心値方式より誤差が小さい。Varianceおよび個々のフィッティングされた物理量の誤差が小さくなっている。両者の差はチャンネル巾がFWHMの $\frac{1}{10}$ 以下の場合にはほとんど目立たないが、チャンネル巾が大きくなるにつれてその差はだんだん明確になる。特にFWHMの2つの方法による差が大きい。

Fig. 3.3.3 (A)~(E)には<sup>57</sup>Coの122keVと136keVとの2重ピークに対する解析結果が図で示されているが、この場合にも<sup>203</sup>Hgの279keVの単1ピークの場合と同じ傾向が見られる。チャンネルが広くなるにつれて積分方式と在来の中心値方式との差は大きくなり、在来の方法によってはピーク成分が低くしかも巾広くフィッティングされる。フィッティングにより求められたγ線スペクトルの測定結果の実験値との一致度も積分方式による方が中心値方式による結果と比較してやや良くなっている ( Fig. 3.3.3 (E)参照 )。

次に<sup>57</sup>Coからの122keVのγ線に対するピーク面積を求めた結果を Fig. 3.3.4 に示す。正しいピーク面積は図から大体 $1.285 \times 10^6 \sim 1.286 \times 10^6$ 近傍の値と考えることが出来、いずれのチャンネル巾のγ線スペクトルに対する結果も標準偏差の範囲内でこの値と一致している。ピーク面積に対する標準偏差は積分方式に於てはピークの高さを示すパラメータ $a_k$ の標準偏差から求められ、中心値方式に於てはこのパラメータ $a_k$ とパラメータ $c$ の標準偏差から与えられる。なぜなら中心値方式に於てはピーク面積が、

$$S_k = \frac{a_k}{c} S_G \quad (3.3.5)$$

とパラメータ $a_k$ とパラメータ $c$ の両方から与えられるからである。チャンネル巾が狭くなるにつれて誤差は積分方式に於ても中心値方式に於ても急激に小さくなり一定の値に近づく。チャンネル巾がFWHMの約 $\frac{1}{10}$ 以下になると積分方式と中心値方式との差はほとんどなく、標準偏差もピーク面積の全計数値に対する統計的変動とほぼ同程度となる。従ってこれ以上小さ

$$\sigma = \sqrt{1.28 \times 10^6} = 1.1 \times 10^3$$

なチャンネル巾で測定してもピーク面積の解析結果の標準偏差はこれ以上は小さくならない。チャンネル巾が広い場合には、今回の解析例に於ては積分方式による結果の方が常に中心値方式によるより、ピーク面積の標準偏差は小さくなっている。またピーク面積の値そのものも正しいと考えられる値に近い。

ガウス関数で模擬したγ線スペクトルに対しては積分方式で解析すればピーク位置、ピーク面積、およびFWHMがチャンネル巾に関係なく正しく求められたのに、実際に測定されたγ線スペクトルに対しては積分方式で解析してもその結果はチャンネル巾に対する依存性をもつ

ている。この原因は主に測定系が時間と共に系統的な変動をすることによると考えられる。測定時間の4 ksec が測定系の安定性と比較してかなり長かったと考えられる。測定系の変動を除外して考えれば積分方式が正しく働いていることを以下で確かめる。特に中心値方式に於ては誤差の大きいFWHMについて検討を加える。まずFWHMのチャンネル巾に対する依存性をそのままFig. 3.3.5に示す。

$^{203}\text{Hg}$  の場合も  $^{57}\text{Co}$  の場合にもチャンネル巾が狭くなるにつれて積分方式と中心値方式の差は小さくなり、値も一定値に漸近する。この傾向は常識的に考えても妥当である。チャンネル巾を零に外挿するとFWHMは $^{203}\text{Hg}$  から279keVの $\gamma$ 線に対しては4.4 keVとなり、 $^{57}\text{Co}$  からの122keVと136keVの2本の $\gamma$ 線に対しては4.2 keVとなる。逆にチャンネル巾を広くしていくと積分方式と在来の中心値方式との差は大きくなり、中心値方式によってフィッティングする方がFWHMの増大の割合は大きい。しかし積分方式によりフィッティングしてもFWHMはチャンネル巾と共に増加する傾向にあり、ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルのようには一定とならない。

本来チャンネル巾によらず一定となるべき積分方式によるFWHMのフィッティング結果が測定系の変動により一定とならなかった。この結果を相殺して解析結果を考察する為、中心値方式による半値巾FWHM(R)と積分方式によるものFWHM(G)の差をみってみる。つまりこのことは積分方式による結果がチャンネル巾によらず一定になるという仮定のもとに積分方式の結果と中心値方式による結果の差が正しく与えられているかどうかを検討することに相当する。この結果をガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルに対する解析結果と比較してFig. 3.3.6に示す。

Fig. 3.3.6に於て縦軸および横軸は正しいFWHMで規格化して与えてある。正しいFWHMとしてはチャンネル巾を零に外挿した時の値を使った。ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルのフォトピークのFWHMが4.0 keV (○)の場合と4.4 keV (●)の場合の結果が完全に1本の曲線上にのることから、縦軸および横軸を正しいFWHMで割って規格化することによって、FWHMのちがう $\gamma$ 線の解析結果を統一的に取扱うことが可能であると考えられる。実際の $\gamma$ 線スペクトルに対する解析結果、即ち $^{203}\text{Hg}$ からの279keVのフォトピークに対するFWHMの中心値方式による結果と積分方式による結果の差を正しいFWHMで除したものと $^{57}\text{Co}$ からの122keVと136keVの2重ピークに対する同様の結果、は標準偏差の範囲でガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルに対する結果の曲線上にのる。従ってFWHMの積分方式と中心値方式による解析結果の差は正しく与えられていると考えられる。ガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルに於ては計数の統計的変動や測定系の変動の効果は除外されており、このガウス関数で模擬した $\gamma$ 線スペクトルに対する結果と実際の $\gamma$ 線スペクトルに於て測定系の変動を相殺した結果が同一曲線上に乗ったことから次の3点が明らかである。

- (1) 実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ても積分方式は正しく働いており、測定系の変動からくる系統的誤差が少なければ、積分方式によりフィッティングすることにより、FWHMはチャンネル巾に関係なく正しく求められる。
- (2) 在来の中心値方式によって、FWHMのフィッティングで結果が正しい値と比較して広が

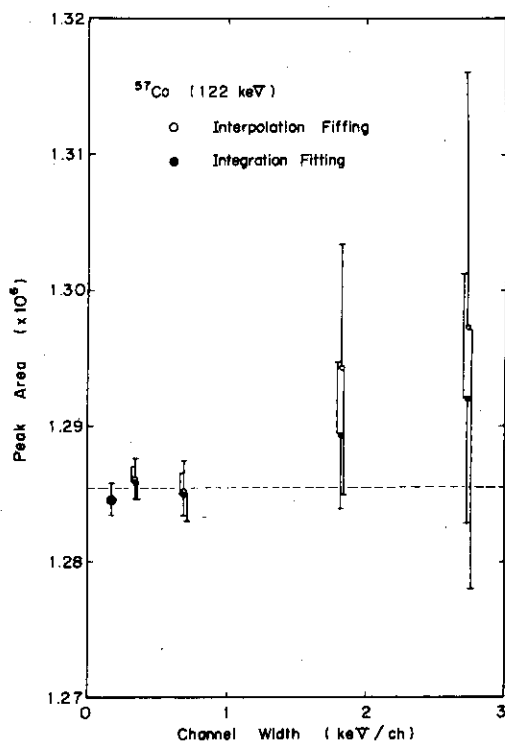


Fig.3.3.4 Peak areas of 122 keV photopeaks of  $^{57}\text{Co}$  are obtained both by integration (●) and interpolation (○) of the peak function from gamma-ray spectra measured with several channel widths.

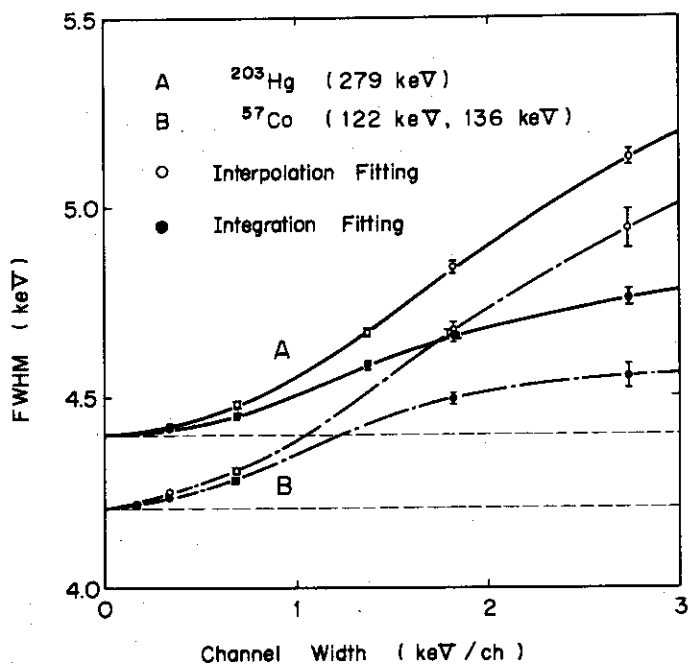


Fig.3.3.5 FWHM's are obtained by integration (●) and interpolation (○) of the peak function for the single photopeaks of  $^{203}\text{Hg}$  and double photopeaks of  $^{57}\text{Co}$  measured with several channel widths.

る割合は、ガウス関数で $\gamma$ 線スペクトルを模擬して与え解析することにより、推定することが出来る。

(3) 半値巾 (FWHM) のちがうフォトピークに対しても FWHM の大きくなる割合およびチャンネル巾をそれぞれ正しい FWHM で除して取扱うことにより統一的に考察することが出来る。

実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析に於ても積分方式が正しく働いていることを確かめる為に行ったもう一つの検証を次に示す。即ち、実験結果から測定系の変動の効果をとりのぞき、統計的変動による効果のみを調べる為、チャンネル巾を 0.34 keV とし測定した $^{203}\text{Hg}$  の 279 keV の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果を基準とし、それを数チャンネルずつ束ね、人工的にチャンネル巾が、0.34 keV の整数倍の $\gamma$ 線スペクトルを作り解析した。解析結果を Table 3.3.6 および Fig-3.3.7 に示す。

Fig-3.3.7 にはこの人工的に作った $\gamma$ 線スペクトルに対する FWHM を積分方式により解析した結果(Ⓐ)と中心値方式による結果(Ⓑ)とが比較して示されており、それらは一点鎖線でつながれている。また実際にチャンネル巾を変えて測定した $\gamma$ 線スペクトルに対する積分方式ならびに中心値方式による解析結果も比較の為示されており、それらは実線でつながっている。この人工的に束ねて作った $\gamma$ 線スペクトルを積分方式で解析すると FWHM はほぼ完全に一定となり、その標準偏差もほぼ一定である。一方中心値方式による FWHM のフィッティング結果はチャンネル巾が大きくなるにつれて急に大きくなり、その標準偏差もまた大きくなる。また実際の $\gamma$ 線スペクトルの各チャンネル巾に対する測定結果の積分方式による FWHM の解析結果と中心値方式による値との差は、人工的に束ねて作った各チャンネル巾の $\gamma$ 線スペクトルに対する解析結果とほぼ完全に一致した。人工的に束ねて作った $\gamma$ 線スペクトルを積分方式で解析すれば FWHM はチャンネル巾によらず正しく求められることが確かめられており、この点からも実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果の解析に於ても積分方式が正しく働いていることが確かめられた。従って測定系が安定しており、波高分析器の零点変動や増巾器のゲインの変動が少い場合にはチャンネル巾を FWHM と同程度にして測定しても、積分方式により解析すれば FWHM は正しく求まると考えられる。このことはまた Table 3.3.6 に明らかである。チャンネル巾を FWHM 程度まで大きくしても積分方式により解析すれば正しい結果がえられることが分る。この場合 FWHM ばかりではなくピーク位置 ( $E_p$ ) およびピーク面積についても、そのフィッティング結果はチャンネル巾によらず一定に求められており、その誤差もほぼ一定している。一方中心値方式により解析した場合にはチャンネル巾と共にピーク位置、ピーク面積および FWHM のフィッティング結果は正しい値からずれていき、誤差も増大する。逆にチャンネル巾が一番狭い FWHM の 10 分の 1 程度 (0.34 keV) の場合には 2 つの方法による結果の差は小さい。いずれの方法によってもピークエネルギーの標準偏差は FWHM の約 0.1 % (約 5 eV), FWHM の標準偏差は約 0.2 % (約 10 eV), ピーク面積の標準偏差は約 0.3 % となっている。



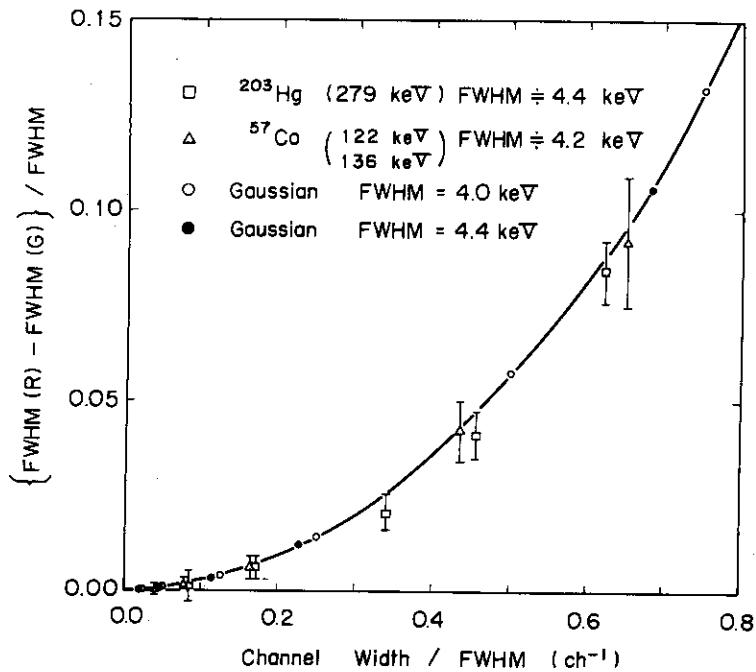


Fig.3.3.6 Differences in the obtained results of FWHM by integration and interpolation of the peak function are normalized with FWHM and they are shown as a function of channel width over FWHM, comparing with the results for sham gamma-ray spectra of Gaussian peaks.

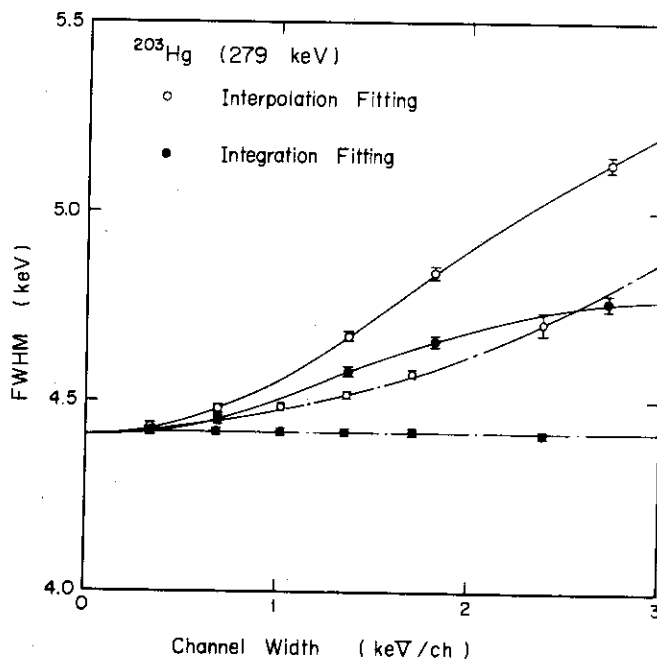


Fig.3.3.7 Gamma-ray spectra are artificially made for several channel widths by bundling the observed spectrum of  $^{203}Hg$  of which the channel width is 0.34 keV. They are analysed both by integrating (■) and interpolating (○) the peak function. The results of FWHM are shown as a function of channel width and they are connected by broken lines. The results for the observed spectra are also shown for comparison and they are connected by solid lines.

Table 3.3.6 Channel width and fitting results.

Photopeak :  $^{203}\text{Hg}$   $279.191 \pm 0.008$  keV

Spectrum : artificially made by bundling the spectrum of CASE 1

## Integration Fitting

CASE	Ch. Width (keV/ch)	No.	Variance	Ep (keV)	FWHM (keV)	Area ( $\times 10^5$ )
1	0.3412	4	2.68+6	279.191±0.005	4.420±0.009	7.776±0.020
2	0.6824	4	4.03+6	279.191±0.005	4.421±0.010	7.775±0.021
3	1.0236	4	3.82+6	279.191±0.006	4.420±0.011	7.776±0.024
4	1.3648	4	5.62+6	279.191±0.005	4.419±0.009	7.776±0.019
5	1.7060	2	4.11+6	279.190±0.005	4.419±0.010	7.777±0.020
6	2.3884	4	6.04+6	279.191±0.006	4.413±0.012	7.777±0.023
7	3.4120	4	4.07+6	279.188±0.007	4.422±0.013	7.777±0.023
8	5.1180	2	6.13+4	279.193±0.004	4.415±0.006	7.779±0.011
9	6.8240	4	6.08+6	279.205±0.006	4.427±0.007	7.779±0.012

## Interpolation Fitting

1	0.3412	4	3.05+6	279.192±0.005	4.425±0.009	7.773±0.026
2	0.6824	4	4.85+6	279.190±0.005	4.447±0.010	7.781±0.027
3	1.0236	4	6.24+6	279.188±0.007	4.485±0.012	7.776±0.033
4	1.3648	5	8.33+6	279.187±0.006	4.514±0.010	7.784±0.027
5	1.7060	5	3.33+6	279.190±0.006	4.574±0.011	7.793±0.028
6	2.3884	5	3.15+7	279.184±0.015	4.704±0.027	7.793±0.066
7	3.4120	5	4.50+6	279.181±0.015	5.007±0.028	7.834±0.065
8	5.1180	8	2.41+7	279.225±0.061	5.705±0.080	7.722±0.184
9	6.8240	7	3.54+7	279.053±0.226	6.322±0.244	7.237±0.367

## 3.3.2 ピークの分離能の検討

Ge(Li) 検出器の分解能を示す目安として、半値巾 FWHM ( full width at half maximum ) が普通使われる。高さの等しい2つのフォトピークをだんだん接近させていくと、最初完全に2つのピークと認識されたのがピークとピークの間の谷がだんだん浅くなり、2つのピークがFWHMより近づくとともにや2つのピークとは見た眼には分らず、1つのピークに見える。ピークが眼で見て2つに分離してみえるか、それとも1つのピークとしか見えないかの境界としてFWHMは直感的に理解しやすい分離能としての意味をもっている。たとえピーク間隔がFWHM以上あり眼で2つのピークが存在することが認識されても、個々のピーク成分に関する情報を精度よく取出す為には最小2乗法による解析が必要となる。また見た眼には1つのピークとしかみえなくても標準スペクトル法により解析すれば2つのピークに分離される場合もある。この項では標準スペクトル法により解析すればどれ位近づいたピークまで分離して取出せるかを検討する。ガウス関数でフォトピークの形を模擬して与えた2重ピーク・スペクトルならびに実際に測定された単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルを重ねあわせて作った2重ピークの両者について解析し検討した。2重ピークの解析に於て解の収束性ならびに解析結果の精度はピーク間隔のみならずピーク面積比にも依存する。そこでこの両者をパラメトリックに変えて2重ピーク・スペクトルを与え解析し、検討した。その結果を以下に示す。

## (a) ガウス関数で模擬した2重ピークによる検討

ここではバックグラウンド $\gamma$ 線を一次式で近似し、フォトピークの形をガウス関数

$$f(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (3.3.6)$$

で表現し、2重ピークの $\gamma$ 線スペクトルを2つのピークのエネルギー差をパラメトリックに変えて与え、解析する。標準スペクトルも当然ガウス関数で与えられ、ここではそれを401個の点で表現した。ピーク位置 $n_p$  ((2.2.5 c) 式参照) は201チャンネルであり、FWHMは100チャンネルとなっている。

2重ピークに対する $\gamma$ 線スペクトル $y(E)$ は(3.3.6)式から、

$$y(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[ S_1 \exp \left\{ -\frac{(E-E_1)^2}{2\sigma^2} \right\} + S_2 \exp \left\{ -\frac{(E-E_2)^2}{2\sigma^2} \right\} \right] + (A \cdot E + B), \quad (3.3.7)$$

と与えられる。ここでフォトピークの半値巾FWHMは4 keVと仮定された。従って $\sigma$ は約1.7 keVとなる。ガウス分布に対しては、FWHMと $\sigma$ との間には、

$$\frac{\text{FWHM}}{\sigma} = 2.35482 \quad , \quad (3.38)$$

の関係がある。まずエネルギー分解能を調べる為、2つのピークのピーク面積は等しく  $1 \times 10^5$  count とし、ピークのエネルギー差をパラメトリックに変えて  $\gamma$  線スペクトルを与えた。第1番目のピークのピークエネルギーは 60 keV に固定し、2つのピークのエネルギー差 ( $E_2 - E_1$ ) が 8, 6, 4 (= FWHM), 2, 1, 0.8, 0.5, 0.2 および 0.1 keV の場合に対して  $\gamma$  線スペクトルが計算された。その際チャンネル巾は 0.5 keV に固定された。また一次式で近似されたバックグラウンドの第1番目のピークのピークエネルギー (60 keV) に於ける値は  $3000 \text{ keV}^{-1}$  とし、その傾きは  $-100 \text{ keV}^{-2}$  とした。フィッティングに際しピークエネルギー  $E_1$ ,  $E_2$  および FWHM の初期推定値はそれぞれ、( $E_1 - 1 \text{ keV}$ ), ( $E_2 + 1 \text{ keV}$ ) および 3 keV と与えられた。他のパラメータの初期推定値は 2.2 節の (2.2.11) 式および (2.2.12) 式により与えられる。解析結果を Table 3.3.7 に示す。2つのピークのピークエネルギーおよびエネルギー差の解析結果は与えられた値と非常によく一致している。特に  $\gamma$  線スペクトルの2つのピークのエネルギー差が 0.5 keV 以上ある場合に一致度はよい。従って2つのピークのエネルギー差が FWHM の約  $\frac{1}{10}$  以上ある時には標準スペクトル法により解析することにより、2つのピークのエネルギー差が精度よく求められることが分る。2つのピークのエネルギー差が 0.2 keV と FWHM の  $\frac{1}{20}$  の場合にもエネルギー差は ( $0.22 \pm 0.03$ ) keV と約 10% の誤差で求められている。標準偏差はエネルギー差の約 15% である。以上の結果から本方法によりピーク分離能が普通使われる FWHM の約 10 倍から 20 倍向上したということが出来る。

次に2重ピークのピーク面積比も本方法により精度よく与えられることを示す。 $\gamma$  線スペクトルは (3.3.7) 式に於て2つのピークの面積比  $S_2/S_1$  を 1, 2, 5 と変え、2つのピークのエネルギー差を 4, 2, 1 および 0.5 keV とし求められた。FWHM およびバックグラウンド  $\gamma$  線スペクトルは前の場合とまったく同じ値に与えられた。パラメータに対する初期推定値も前と同様に与えられた。解析結果が正しい値と比較して Table 3.3.8 に示される。

解析結果は与えられた値とよく一致している。解析結果の誤差および標準偏差は予想される通り、ピーク面積比  $S_2/S_1$  が 1 からずれるに従って大きくなり、また2つのピークのエネルギー差 ( $\Delta E$ ) が小さくなるにつれて大きくなる。特に面積比 ( $S_2/S_1$ ) の解析結果の誤差は与えられた面積比 ( $S_2/S_1$ ) が 1 からずれるに従って、他のエネルギー差や FWHM に対する誤差と比較して、それらより急に大きくなる。しかしながらピーク面積比 ( $S_2/S_1$ ) もエネルギー差が 0.5 keV の場合を除き 0.3% 以内の誤差で精度よく求められている。エネルギー差 ( $\Delta E$ ) が 0.5 keV で面積比が 5 の最もきびしい条件の CASE 02 の場合には解析により求められた面積比の誤差は 5% に達する。またこの場合に於てもピーク間隔の誤差は FWHM の 0.05%、FWHM の誤差は 0.02% となり、それぞれ精度よく求められている。FWHM はいずれの場合にも精度よく、ほぼ 4 桁の精度で正しく求められている。以上の結果から、標準スペクトル法により解析すればピーク分離能は普通使われる FWHM と比較して実質的に約 10 倍以上に向上するということができる。

Table 3.3.7 Peak intervals of Gaussian doublets are compared with estimated ones.

(unit : keV)

Originally given values			Estimated values		
E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	ΔE	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	ΔE
60.0	68.0	8.0	60.00	68.00	8.00 ± 0.000004
60.0	66.0	6.0	60.00	66.00	6.00 ± 0.000005
60.0	64.0	4.0	60.00	64.00	4.00 ± 0.000008
60.0	62.0	2.0	60.00	62.00	2.00 ± 0.000003
60.0	61.0	1.0	60.00	61.00	1.00 ± 0.00002
60.0	60.8	0.8	60.00	60.80	0.80 ± 0.00004
60.0	60.5	0.5	60.00	60.50	0.50 ± 0.0002
60.0	60.2	0.2	59.99	60.21	0.22 ± 0.03
60.0	60.1	0.1	59.96	60.14	0.18 ± 0.03

Table 3.3.8 Gaussian doublets with different peak intervals and abundance ratios are analysed by the standard spectrum method and the results are compared with the originally given values.

CASE	Originally given		Estimated		
	ΔE keV	S <sub>2</sub> /S <sub>1</sub>	ΔE keV	S <sub>2</sub> /S <sub>1</sub>	FWHM keV
1	4	1	4.000±0.000008	1.000±0.000004	4.000±0.000006
2	2	1	2.000±0.000003	1.000±0.000002	4.000±0.000002
3	1	1	1.000±0.00002	1.000±0.00002	4.000±0.000006
4	0.5	1	0.502±0.002	1.000±0.001	3.999±0.0004
5	4	2	4.000±0.000001	2.000±0.000001	4.000±0.000007
6	2	2	2.000±0.000004	2.000±0.000008	4.000±0.000002
7	1	2	1.000±0.00002	1.999±0.001	4.000±0.000008
8	0.5	2	0.502±0.002	1.975±0.014	3.999±0.0003
9	4	5	4.000±0.000003	5.000±0.000007	4.000±0.000001
10	2	5	2.000±0.00001	4.999±0.00008	4.000±0.000003
11	1	5	1.000±0.00001	4.986±0.011	4.000±0.00001
12	0.5	5	0.498±0.005	4.739±0.144	3.999±0.0004

(b) 実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルによる検討

実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定に於ては測定系の時間的変動があり、各チャンネルに於ける計数値そのものにも統計的な変動が存在する。このことは $\gamma$ 線スペクトルの横軸のチャンネルも縦軸の計数値もともに変動することを意味しており、当然フォトピークの分離能はガウス関数で模擬した2重ピークの場合と比較して低下することが予想される。この項では実際に測定した単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルを一定のチャンネル数だけピークをずらせて加えあわせ、人工的に2重ピークを作つて解析し、ピーク分離能の検討を行う。

$^{137}\text{Cs}$ からの622keVの $\gamma$ 線のスペクトルが体積60cm<sup>3</sup>の同軸型Ge(Li)検出器および8000チャンネルの波高分析器を使って測定された。このGe(Li)検出器の分解能は $^{137}\text{Cs}$ からの662keVの $\gamma$ 線に対し、FWHMで205keVと求められている。測定に際しては数え落しが5%以下となるように $\gamma$ 線源と検出器との距離が調節された。ピーク面積のちがう単1ピークを作る為、測定時間は1ksec、2ksecおよび4ksecと3種類に変えられた。測定はいずれもlive time modeで行われた。チャンネル巾はいずれも0.111keVで測定された。

解析に使う標準スペクトルは2ksecで測定した $^{137}\text{Cs}$ からの662keVの $\gamma$ 線スペクトルをそのまま使って求められた。結果は3.1節のFig 3.1.4に示されている。チャンネル数は93、ピーク位置は5637チャンネル、FWHMは1840チャンネルとなっている。

まず $^{137}\text{Cs}$ からの662keVのフォトピークの3つの測定結果をそのまま単1ピークとして標準スペクトル法により解析した結果であるがそれはすでにTable 3.2.2に於て示された。1ksec、2ksec、4ksecの計数時間で測定したフォトピークのピーク面積の比は1:1.99:3.99とほぼ正しく求められている。これらの3つのケースは連続して2ksec、4ksec、1ksecの順に測定され全体の測定に要した時間は約2時間半である。この2時間半の間にピーク位置の解析結果はだんだんチャンネル番号の小さい方向へ移動し約0.8チャンネル変動したことが分る。これはPHAの零点の変動および増巾器のゲインの変動によると考えられる。変動の大きさの0.8チャンネルはピーク位置の解析結果の標準偏差より大きく、系統的な誤差の存在が明らかである。FWHMの変動も標準偏差の範囲をこえておりこの点からも系統的な誤差の存在が推測される。この測定系の変動から入り込む系統的誤差および計数値の統計的変動が存在する時、どれ位の精度で2重ピークを分離できるかを調べるのがこの項の目的である。

まずピーク分離能を調べる。 $^{137}\text{Cs}$ からの662keVの $\gamma$ 線を測定時間2ksecで測定した $\gamma$ 線スペクトルを基にそれを一定のチャンネル番号だけずらせたものとを加えあわせて模擬的に2重ピークを作つた。2つのピークのピーク面積比は勿論1であり、ピーク間隔は37, 28, 18, 14, 9, 7, 5, 4, 3および2chとした。これはFWHM(=184ch)の2倍、1.5倍、1倍、0.75倍、0.5倍、0.4倍、0.3倍、0.2倍および0.15倍にほぼ相当する。

2つのピークのピーク位置 $N_p^1$ 、 $N_p^2$ およびFWHMの初期推定値はそれぞれ $N_p^1 - 2\text{ch}$ 、 $N_p^2 + 2\text{ch}$ 、184chと与えた。解析結果をTable 3.3.9に示す。

いずれの場合にもほぼ標準偏差の範囲内で与えられたピーク間隔と一致している。ピーク間隔がFWHMより大きい時にはピーク間隔のフィッティング結果は大変精度よく求められ、誤差も小さい。また解析結果の標準偏差も小さく、単1ピークに対する標準偏差から求められる値より少し大きくなっている程度である。単1ピークに対してはピーク位置の解析結果の標準

Table 3.3.9 Comparison between given peak intervals and estimated ones.

Given Values $\Delta N_p$ (ch)	Estimated Values $\Delta N_p$ (ch)
37.00 $\pm$ 0.02	37.00 $\pm$ 0.03
28.00 $\pm$ 0.02	28.01 $\pm$ 0.03
18.00 $\pm$ 0.02	18.00 $\pm$ 0.04
14.00 $\pm$ 0.02	14.00 $\pm$ 0.05
9.00 $\pm$ 0.02	9.02 $\pm$ 0.11
7.00 $\pm$ 0.02	7.06 $\pm$ 0.20
5.00 $\pm$ 0.02	4.37 $\pm$ 0.53
4.00 $\pm$ 0.02	3.67 $\pm$ 0.57
3.00 $\pm$ 0.02	2.98 $\pm$ 0.82
2.00 $\pm$ 0.02	2.65 $\pm$ 1.87

偏差は 0.016 チャンネルと求められている。従ってこの単 1 ピークを重ねあわせて作った 2 重ピークのピーク間隔に対する標準偏差は 2 つのピークを非常に離しておいた時には

$$\sqrt{0.016^2 + 0.016^2} \doteq 0.023 \text{ ch}$$

となると推定される。これを固有の標準偏差と呼ぶこととする。これに対してピーク間隔がほぼ FWHM と等しい 18 チャンネルの場合にその標準偏差は 0.04 ch となっている。ピーク間隔が FWHM の半分程度になってもピーク間隔はかなりの精度で求められ、その誤差は標準偏差よりかなり小さくなっている。また標準偏差の値も固有の標準偏差の 6 倍程度におさまっている。ピーク間隔が FWHM の半分以下となるとその解析結果の標準偏差は急に大きくなり、その誤差も標準偏差と同程度の大きさとなる。

実用上、実際の  $\gamma$  線スペクトルの解析に於て分離しうるのはピーク間隔が FWHM の  $\frac{1}{4}$  から  $\frac{1}{5}$  程度までと考えられる。この場合ピーク間隔の解析結果の誤差は約 10% 程度となる。もちろんデータの統計的変動量を少なくすればもっとピークの間隔が小さい場合にもピーク成分を精度よく分離できることが予想される。ガウス関数で模擬した  $\gamma$  線スペクトルの解析に於ては計数値の統計的変動は零であり、その場合にはピーク間隔が FWHM の約  $\frac{1}{10}$  程度まではほぼ正しくピーク間隔が求められ、FWHM の  $\frac{1}{20}$  になっても約 10% の誤差で求められた。しかし実際の  $\gamma$  線スペクトルの測定に於ては、統計的変動を少なくする為、測定時間を長くすると測定系の時間的変動から来る誤差が問題となり、線源と検出器の距離を小さくして短時間の測定でカウント数をかせごうとすると数え落しが問題となる。従って測定系の時間的変動を少くし計数率を適当に選んで数え落しを少なくし計数時間を充分にとって計数を多くすれば統計的変動の少ない精度のいいデータを得ることができる。しかし普通の測定条件による測定に於てはある程度の精度でピーク成分を分離できるのはピーク間隔が FWHM の  $\frac{1}{5}$  程度以上ある場合と考えられる。

次に 2 重ピークのピーク面積の比がどれくらいの精度で求められるかを調べる為、ピーク面積の異なる単 1 ピークを重ね合せて模擬的に 2 重ピークを作り解析する。ピーク面積比は 1, 2, 4 と 3 種類に変化させて調べられた。ピーク面積比が 1 の場合は  $^{137}\text{Cs}$  からの 662keV の  $\gamma$  線スペクトルを測定時間 2 ksec で求めたものをそのままピーク位置をずらして重ねあわせて求められた。面積比が 2 の場合は 2 ksec と 4 ksec の測定時間による測定結果を重ねあわせて求められ、面積比が 4 の場合は測定時間が 1 ksec の場合と 4 ksec の場合とを重ね合せて求められた。それぞれの面積比は 2 重ピークを作るもととなった単 1 ピークの面積の標準偏差からくる統計的なばらつきをもっており、それぞれ

$$1.000 \pm 0.003$$

$$2.004 \pm 0.005$$

$$3.99 \pm 0.01$$

と与えられている。これは 2 重ピークの 2 つのピークが非常によく分離して存在する時の標準偏差に対応し、2 つのピークを有限の距離しか離さないこの模擬的に作った 2 重ピークの解析に於ては、ピーク面積比の標準偏差はこの値より小さくはなりえない。



同様にして単1ピークの解析結果から与えられるピーク間隔の標準偏差の下限を求めると面積比が1, 2, 4の場合に対してそれぞれ0.023, 0.020, 0.024 chとなる。

単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルを重ねあわせるに際して第2番目の単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル番号は37, 28, 18, 14, 9, 7および5 chだけ高エネルギー側へずらされた。ピーク面積比が1の場合は同じ $\gamma$ 線スペクトルをチャンネルをずらせて重ねあわせたのだから、このチャンネルのずれがとりもなおさずピーク間隔の given value となっている。しかしピーク面積比が2と4の場合にはそれぞれ重ねあわせるもととなる2つの $\gamma$ 線スペクトルに於けるピーク位置がわずかずつずれており、ピーク面積比が2の場合にはずらせたチャンネル数から0.37チャンネル減じたものがピーク間隔となっており、面積比が4の場合にはずらしたチャンネル数から0.43チャンネル減じたものがピーク間隔の given value となっている。

解析にさいし2つのピーク位置 $N_b$ 、 $N_p$ およびFWHMの初期推定値はそれぞれ( $N_b - 2$  ch), ( $N_p + 2$  ch), および18.4chとした。他のパラメータの初期推定値は(2.2.11)式および(2.2.12)式により与えられる。解析結果をTable 3.3.10 およびFig. 3.3.8~Fig. 3.3.10に示す。

2つのピークのピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMの解析結果の誤差および標準偏差は2つのピークのピーク間隔が小さくなるにつれて大きくなり、面積比が1から離れるにつれて大きくなる。ピーク間隔がFWHMの0.7倍より大きい時はピーク間隔、ピーク面積比およびFWHMはほぼ正しく求められ、その誤差および標準偏差にもあまり大きな差はない。ピーク間隔がFWHMの0.7倍で面積比が4の場合、ピーク間隔の誤差はFWHMの0.2%, ピーク面積比の誤差は0.8%, FWHMの誤差は0.1%となっている。

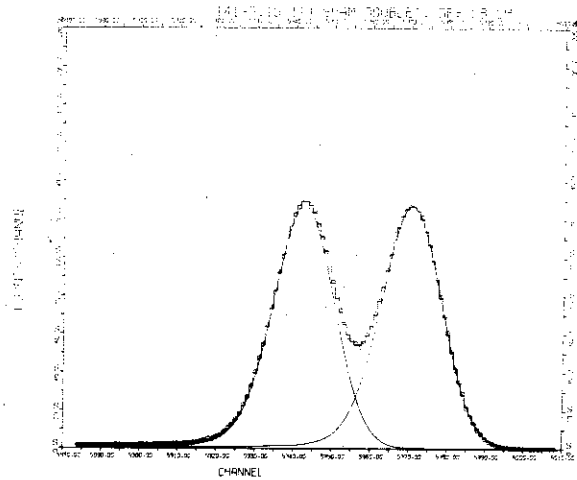
ピーク間隔がFWHMの0.7倍より小さくなると誤差は急に大きくなる。特に面積比の誤差が大きくなる割合はピーク間隔およびFWHMと比較して大きい。ピーク間隔がFWHMの $\frac{1}{2}$ 以下となると面積比の誤差は標準偏差より大きくなる。ピーク間隔がFWHMより大きい場合には解析結果の誤差は標準偏差よりも小さい場合が多かった。

Fig. 3.3.8~Fig. 3.3.10には2重ピークの解析結果が階段状の折線で示されており、 $\gamma$ 線スペクトルは丸い点○で表わされている。また各ピークのピーク成分が実線の曲線で示されている。これらの図からピーク間隔がFWHMを境としてそれより小さくなると2つのピークがくっついて、見ためには単1のピークとしか見えないようになり、それにつれてピーク面積比の解析結果の精度も悪くなる様子がよく分る。しかしいずれの場合に於ても $Q/(N-K)$ は1に近い値であり、解析結果の誤差は生データの統計的変動から説明される。

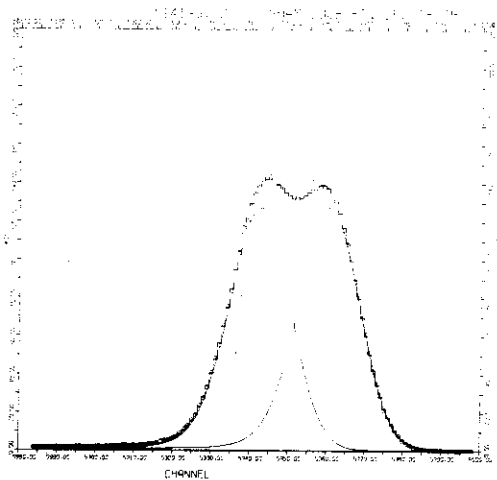
またTable 3.3.10の結果から次の点が明らかである。面積比が1からずれていくに従って解析結果の誤差は大きくなるが、この場合にもピーク面積比の解析結果の誤差は他のピーク間隔およびFWHMと比較して大きく、面積比が1からずれるに従って急に大きくなる。これらの傾向はガウス関数で模擬した2重ピークに対する解析結果とほぼ同じである。ただし実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルの場合にはデータの統計的変動および測定系の時間的変動の効果が入っている為解析結果の誤差はガウス関数の場合と比較して大きくなっている。面積比の解析結果に対する誤差がピーク間隔およびFWHMと比較して大きいので、このピーク面積比の誤差で比較してみると、ガウス関数で模擬した2重ピークの解析に於ては面積比が5でピーク

Table 3.3.10 Double-peak spectra are artificially made by overlapping the single-peak spectra of  $^{137}\text{Cs}$ . And obtained results are compared with originally given values.

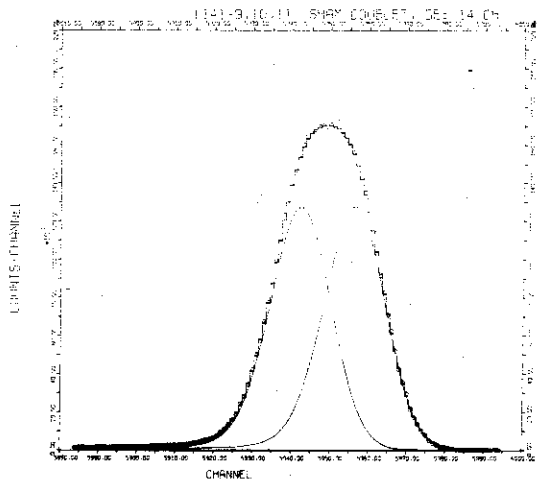
Given Values		Estimated Values		
$\Delta N_p$ (ch)	$S_1/S_2$	$\Delta N_p$ (ch)	$S_1/S_2$	FWHM (ch)
37.00±0.02	1.000±0.003	37.00±0.03	1.002±0.003	18.41±0.02
28.00±0.02	1.000±0.003	28.01±0.03	1.001±0.004	18.40±0.03
18.00±0.02	1.000±0.003	18.00±0.04	0.999±0.004	18.40±0.04
14.00±0.02	1.000±0.003	14.00±0.05	0.997±0.007	18.39±0.05
9.00±0.02	1.000±0.003	9.02±0.11	0.984±0.018	18.36±0.08
7.00±0.02	1.000±0.003	7.06±0.20	0.963±0.036	18.34±0.12
5.00±0.02	1.000±0.003	4.37±0.53	0.743±0.127	18.62±0.19
36.63±0.02	2.004±0.005	36.64±0.02	1.997±0.005	18.46±0.02
27.63±0.02	2.004±0.005	27.64±0.03	1.997±0.006	18.46±0.02
17.63±0.02	2.004±0.005	17.61±0.04	1.988±0.009	18.45±0.03
13.63±0.02	2.004±0.005	13.60±0.06	1.970±0.016	18.44±0.04
8.63±0.02	2.004±0.005	8.67±0.11	1.868±0.045	18.34±0.06
6.63±0.02	2.004±0.005	6.87±0.19	1.692±0.086	18.23±0.10
4.63±0.02	2.004±0.005	5.56±0.24	1.325±0.084	17.98±0.11
36.57±0.02	3.99 ±0.01	36.58±0.03	3.99 ±0.01	18.47±0.02
27.57±0.02	3.99 ±0.01	27.59±0.03	4.00 ±0.01	18.47±0.02
17.57±0.02	3.99 ±0.01	17.56±0.05	4.00 ±0.03	18.48±0.03
13.57±0.02	3.99 ±0.01	13.53±0.07	3.96 ±0.05	18.46±0.04
8.57±0.02	3.99 ±0.01	8.44±0.15	3.56 ±0.18	18.39±0.08
6.57±0.02	3.99 ±0.01	6.45±0.25	2.78 ±0.28	18.27±0.12
4.57±0.02	3.99 ±0.01	4.97±0.33	1.51 ±0.16	18.06±0.15



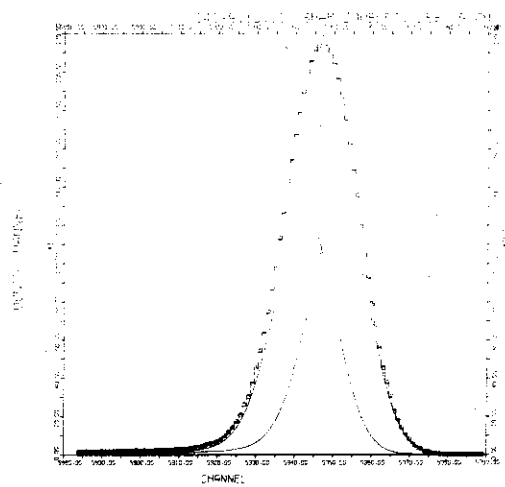
(a)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.5$



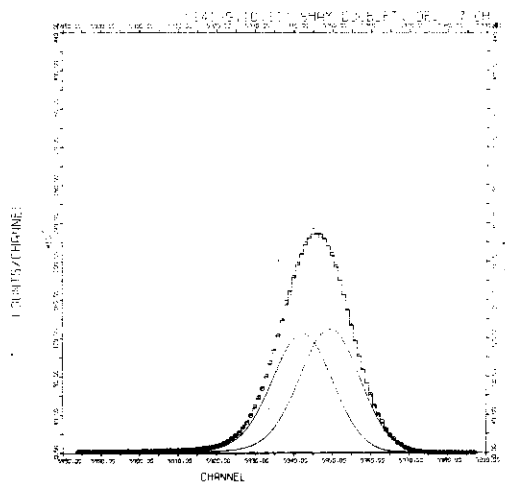
(b)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.0$



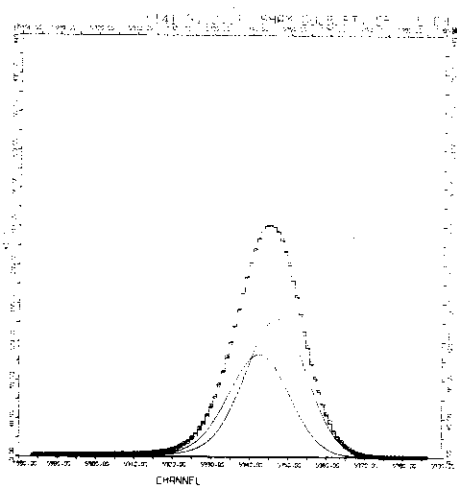
(c)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.8$



(d)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.5$

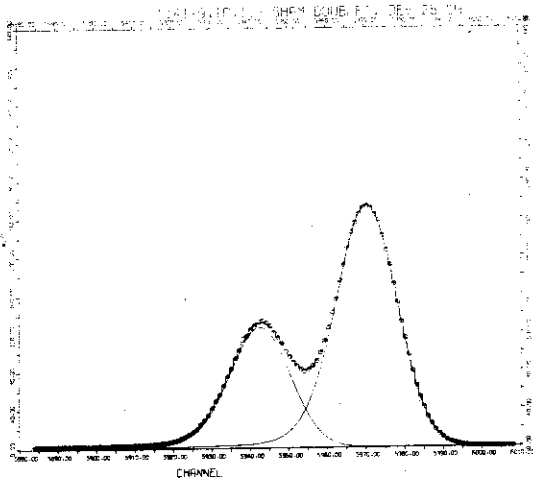


(e)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.4$

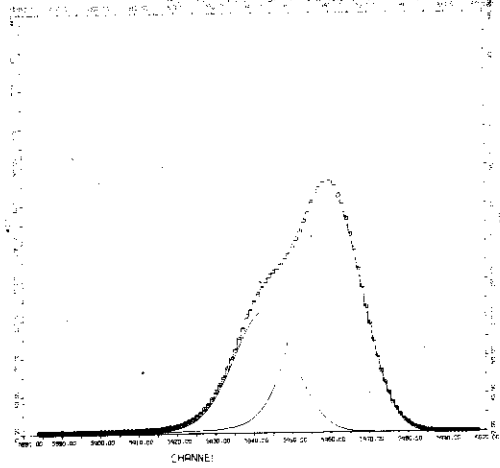


(f)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.3$

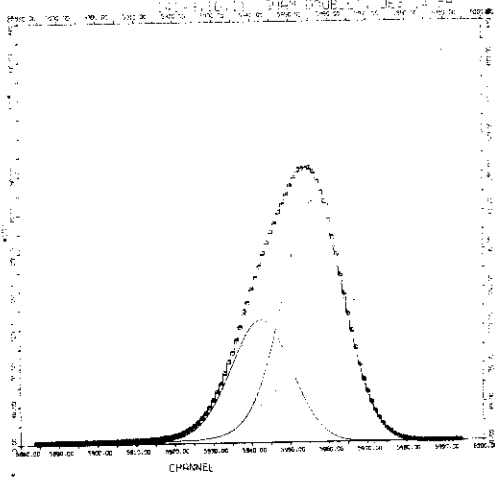
Fig.3.3.8 Analysis of double peaks of equal strength.



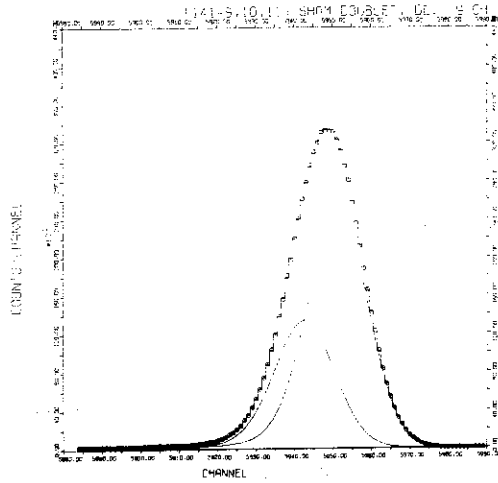
(a)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.5$



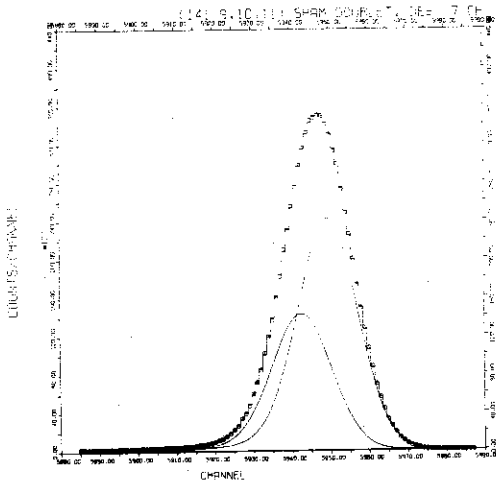
(b)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.0$



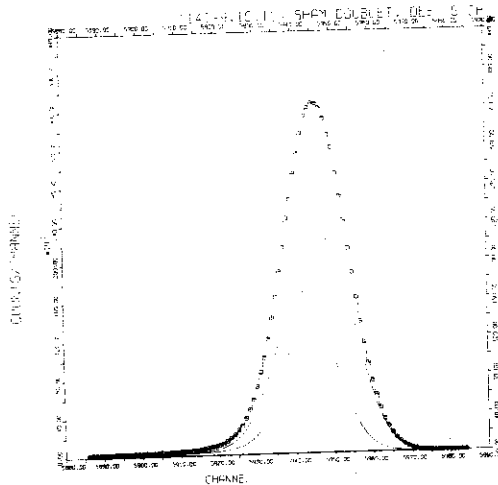
(c)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.7$



(d)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.5$

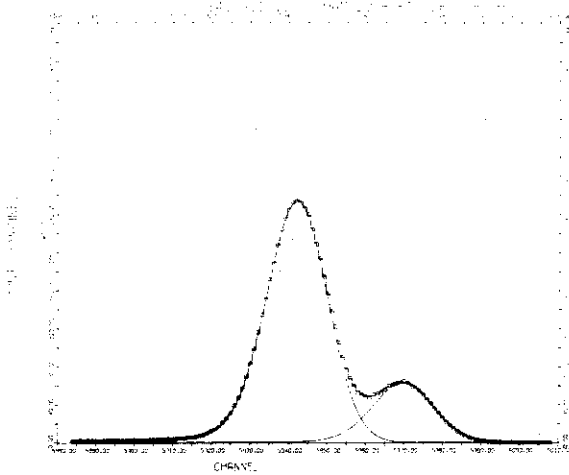


(e)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.4$

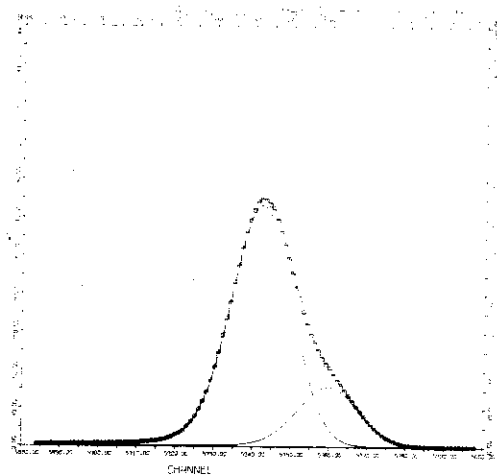


(f)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.3$

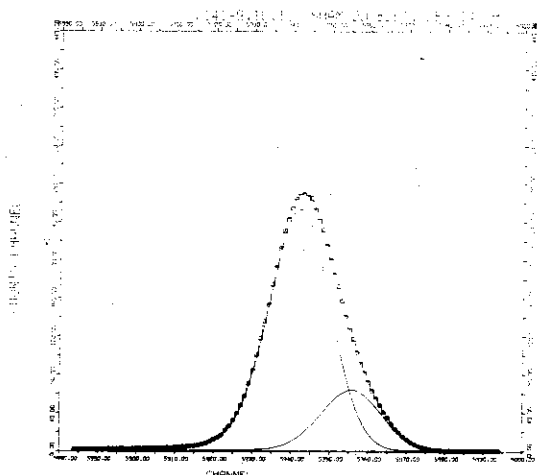
Fig.3.3.9 Analysis of double peaks with abundance ratio 2.



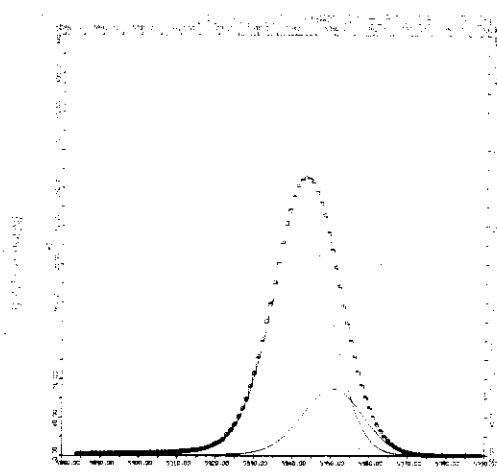
(a)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.5$



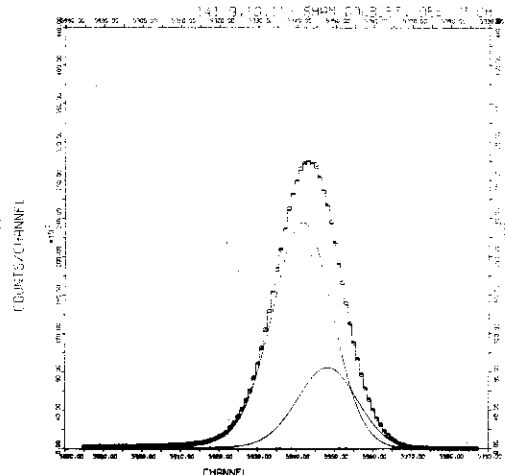
(b)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 1.0$



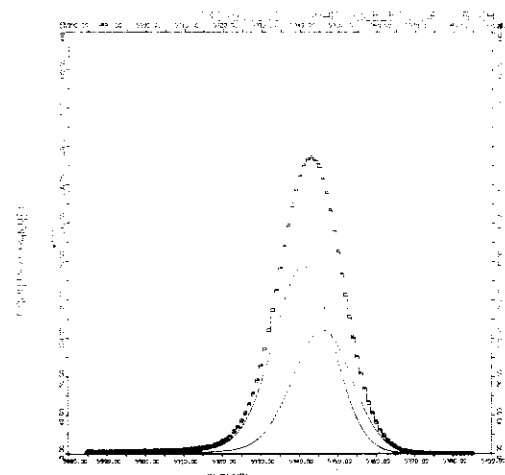
(c)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.7$



(d)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.5$



(e)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.4$



(f)  $\Delta N_p / \text{FWHM} = 0.3$

Fig.3.3.10 Analysis of double peaks with abundance ratio 4.

ク間隔がFWHMの $\frac{1}{2}$ の場合にピーク面積の比は(4.999 ± 0.0008)と0.02%の誤差で求められているのに対し、実測した $\gamma$ 線スペクトルを重ねあわせて作った2重ピークの解析に於ては面積比が約4、ピーク間隔がFWHMの約 $\frac{1}{2}$ の場合にピーク面積比は(3.56 ± 0.18)と求められ、誤差は約10%となっている。

計数値に統計的変動が存在する実測された $\gamma$ 線スペクトルの場合には2つの近接した2重ピークを分離するのがガウス関数で模擬した2重ピークの場合と比較して大変困難なことが分る。データの統計的変動により、2つのピークがある程度以上接近して存在する場合には単1ピークが統計的に変動しているのと差がなくなるからである。実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析に於て10%程度の誤差以内に2つのピークの間隔を求めることができるのはピーク間隔がFWHMの約 $\frac{1}{2}$ 以上ある場合であることがTable 3.3.10から分る。

またピーク間隔はそのgiven valueがFWHMの $\frac{1}{2}$ 程度以上ある時は約2%以内の精度で求められる。ピーク間隔がFWHMの $\frac{1}{4}$ 程度になると誤差は約20%となる。FWHMの解析結果に対しては面積比が2と4の場合には重ねあわせた2つの単1ピークのそれぞれのFWHMが少しちがっておりなが正しいFWHMか決められず誤差の議論は明確には出来ない。しかし今回解析した範囲に於てはいずれの場合にも誤差は大きめにみつもつても3%以内におさまっている。

従ってFWHMは比較的2つのピークのピーク間隔およびピーク面積比に対する依存性が小さく精度よく求めうることが分る。

### 3.3.3 小結論

標準スペクトル法は $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾に対する適用性が広く、しかも複雑に重なりあったピークを精度よく、そして収束性よく解析できることを特徴としている。ガウス関数で模擬したスペクトルおよび実際に半導体検出器を使って測定した $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で調べそのチャンネル巾に対する適用性およびピークの分離能を検討した。その結果以下の結論がえられた。

#### チャンネル巾に対する適用性

- (1)  $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に波高分析器の零点の変動、増巾器のゲインの変動など測定系からの系統的誤差が含まれていない場合には、チャンネル巾がFWHMの1.5倍と極端に広い時にも、標準スペクトル法によれば正しくピーク成分に関する情報を求めることができる。従って測定系の系統的変動に注意を払い、標準スペクトル法による解析を前提とすれば $\gamma$ 線スペクトルの測定に際しチャンネル巾の選択に自由度が増えたと考えることができる。標準スペクトル法により解析すれば異なるチャンネル巾で測定した結果も統一的に取扱うことができる。
- (2) 標準スペクトル法により解析すればピーク位置がチャンネル中心にあるか、それとも中心からそれであるかに関係なく正しい解析結果をうることができる。
- (3) 与えられたチャンネル巾の $\gamma$ 線スペクトルを在来の中心値方式で解析することによって生ずる誤差は、ガウス関数で模擬して与えた $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法ならびに中心値

方式で解析し、両者の結果を比較することにより推定することが出来る。

#### ピーク分離能の検討

(1) ガウス関数でピークを模擬して作った2重ピークを解析することにより、実際の $\gamma$ 線スペクトルを極端に統計的変動を小さく測定した場合の結果を推定することができる。ピーク面積比が1, 2, 5の3つの場合について標準スペクトル法により解析した結果次のことが明らかとなった。ピーク間隔がFWHMの $\frac{1}{10}$ 程度以上あれば精度よくピークを分離することができる。この時ピーク間隔の誤差はFWHMの0.05%以内、ピーク面積比の誤差は5%以内、FWHMの誤差は0.02%以下となっている。

(2) 実際の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果には計数値の統計的変動があり、解析結果の精度はガウス関数で模擬したスペクトルの解析の場合より当然悪くなる。従ってピーク分離能も低下する。

今回の解析範囲はピーク面積比が1, 2, 4の3つの場合であり、これらの $\gamma$ 線スペクトルを解析した結果次のことが明らかとなった。すなわち実際の $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で解析しピークを精度よく分離する為にはピーク間隔がFWHMの0.7倍以上あることが望ましく、ある程度の誤差をみとめるとしてもピーク間隔はFWHMの $\frac{1}{4}$ 以上分離していることが必要である。ピーク間隔がFWHMの0.7倍、ピーク面積比が4の場合の解析結果に於てピーク間隔の誤差はFWHMの0.2%、ピーク面積比の誤差は0.8%およびFWHMの誤差は約0.1%となっている。

ピーク面積比の誤差がピーク位置およびFWHMの誤差より大きいのはガウス関数で模擬したスペクトルの解析の場合と同傾向であり、ピーク面積比まで精度よく求める為にはFWHMの $\frac{1}{2}$ 倍以上ピーク間隔があることが必要である。

### 3.4 解の収束性と解析結果の精度について

以上の節に於て標準スペクトル法の適用性をそれに影響する項目別に調べてきたが、この節に於ては解の収束性および解析結果の精度の面から結果を整理する。

$\gamma$ 線スペクトルを収束性よくしかも精度よく解析する為には、フィッティング関数が精度よく少ない数のパラメータで $\gamma$ 線スペクトルを表現しており、そのフィッティング関数に対してフィッティング範囲が正しく与えられており、しかもフィッティング関数に含まれているフィッティングパラメータの初期推定値が精度よく与えられていることが必要である。

#### (解析結果の精度について)

解析結果の精度がすぐれている為にはフィッティング関数が与えられた範囲の $\gamma$ 線スペクトルを精度よく表わしていなければならない。 $\gamma$ 線スペクトルの測定が精度よく行われていることが必要なのは当然である。

$\gamma$ 線スペクトルの測定誤差には統計的誤差と系統的誤差とがある。後者の系統的誤差は測定系の時間的な系統的変動に起因する誤差であり、波高分析器の零点の変動および増幅器のゲイン変動がある。この系統的変動の原因としては温度変化と経時変化とが考えられる。現在よく使われている波高分析器の標準的な性能としては、温度変化に対しては零点変動、ゲイン変動ともに  $10^{-4}$  1/deg程度、経時変化に対しては  $10^{-4}$  1/day程度の値が考えられる。従って1000チャンネルを使った測定に於て測定時間が6時間であり、測定中の温度変化が1degの場合を考えるとそれぞれの変動はチャンネルの変動に換算して

$$\begin{aligned} \text{零点の温度変動} &= 10^{-4} \times 1 &&= 0.0001 \quad \text{ch} \\ \text{ゲインの温度変動} &= 10^{-4} \times 1 \times 1,000 &&= 0.1 \quad \text{ch} \\ \text{零点の経時変動} &= 10^{-4} \times \frac{6}{24} &&= 0.000025 \text{ ch} \\ \text{ゲインの経時変動} &= 10^{-4} \times \frac{6}{24} \times 1,000 &&= 0.025 \quad \text{ch} \end{aligned}$$

となり、全変動は約0.1チャンネルである。半導体検出器の高分解能をいかして波高分析を行う為にはどうしてもチャンネル数は大きくなり、増幅器のゲインの変動が測定系全体の系統的変動の大きな部分を占めることに注意すべきである。特に8,000チャンネルを使って測定することを考えると系統的変動は約1チャンネルに達する。

標準スペクトル法に於てはこの系統的変動は取扱えず、出来るだけ系統的誤差が小さくなるように測定条件を選んで測定することが必要である。1回の測定時間を短かく限定すればそれともなって温度変化、経時変化ともに小さくなり、測定時間内に於ける系統的変動を小さくおさえることが出来ると考えられる。この為には頻繁なエネルギー校正が必要である。またあまり測定時間を短かくすると各チャンネルの計数値が小さくなり、その統計的変動の割合が大きくなる。統計的変動を大きくすることなく測定系の系統的変動を全測定時間にわたって小さく抑える為には空調を厳密に行って温度変化を小さくすることが必要である。しかし空調をいくら厳密に行っても0.5deg程度の温度変化は避け得ず、現在の波高分析器の性能からは0.1チャンネル程度の系統誤差は常に測定結果に含まれていると考えるべきであろう。さらに経時変化による系統誤差も小さくする為にはデジタル・スタビライザーの使用が望ましい。



8,000 チャンネル以上を使った波高分析に於てはデジタル・スタビライザーは不可欠である。

前者の統計誤差は $\gamma$ 線スペクトルに於ては各チャンネルの計数値の統計的変動を意味する。この統計的変動が測定結果に存在する時できるだけ精度よく必要な情報を測定結果からとり出すのが標準スペクトル法の目的である。解析結果の標準偏差は主にフィッティングパラメータの誤差行列から与えられる。

測定結果の誤差がチャンネルによらず一定 ( $= \sigma^2$ ) の場合には (2.3.7 b) 式の  $\underline{a}$  行列の各成分が  $\sigma^2$  に反比例し、従ってその逆行列である誤差行列  $\underline{e}$  が  $\sigma^2$  に比例することが明らかである。また各チャンネルに於ける測定結果の誤差が一定でない場合にも誤差行列は測定結果の統計的変動とある意味での比例関係にあると考えることが出来る。従って解析結果の精度の検討に際してもそれに対する生データの統計的変動による誤差と解析方法からくる誤差の影響をある程度分離して議論することが可能と考えられる。ここで主に興味があるのは後者の解析方法の精度であり、このことは解析結果の誤差が生データの統計的変動から説明できるかどうかを検討することに相当する。しかし統計的変動が大きすぎる場合にはすべての誤差は統計的変動にかくれてしまい解析方法の誤差の検討は無意味となる。従ってある程度以下に統計的変動を小さく抑えて測定した結果を使い解析方法の誤差の検討を行うべきであるのは当然である。

標準スペクトル法により求められた解が正規方程式を精度よく満すことは確められており、解析方法の精度の検討は結局フィッティング関数が与えられたフィッティング範囲に対する $\gamma$ 線スペクトルを精度よく表現しているかどうかを検討することに相当する。フィッティング関数に含まれているパラメータを調節することによって重み付きの誤差の2乗和を最小とした時、その最小値  $Q$  が生データの統計変動から説明できるかどうかを調べることになる。生データの統計的変動にガウス分布を仮定すれば、この最小値  $Q$  が  $\chi^2$  分布することはよく知られている。従って  $Q$  を自由度 ( $N-K$ ) で除した  $Q/(N-K)$  は1近傍の値をとるはずである。結局解析方法の精度の検討は  $Q/(N-K)$  が1に近い値かどうかを検討することに帰結される。

標準スペクトル法に於ては標準スペクトルのエネルギー依存性に注意すればフィッティング関数は $\gamma$ 線スペクトルを精度よく表わしている。チャンネル巾が有限であることの考慮も正しくなされており各チャンネルに於けるピーク・スペクトル ((2.2.5 b) 式参照) は標準スペクトルをチャンネルの巾にわたって積分して正しく与えられている。従って解析結果は精度よく求められ、 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果に系統的誤差が少ない場合には  $Q/(N-K)$  はいずれも1近傍の値をとる。

#### (解の収束性について)

標準スペクトル法に於ては各 iteration 毎にフィッティング関数を線型化して正規方程式が解かれる。何回目かの iteration に於て収束した解がえられる為には各 iteration 毎のパラメータの値が求められることがともかく必要であり、このことは行列  $\underline{a}$  ((2.3.7 b) 式参照) の逆転が可能であることを意味する。標準スペクトル法に於て発散して解が求められないということは何回目かの iteration に於てこの行列  $\underline{a}$  が逆転できなかつたということの意味している。パラメータの iteration 毎の変動がだんだん大きくなっていく場合にはパラメ

ータの値が無限大になる前に何回目かの iteration で必ず行列  $\alpha$  が逆転できない事態に落ちたり、ここで計算が中止される。

それでは標準スペクトル法に於て  $\alpha$  の逆行列が求められなくなる場合がどういう場合かを調べる。行列  $\alpha$  が逆転できないということは  $\det(\alpha)$  が零ということと等価である。行列  $\alpha$  の行（または列）の間にお互に一次従属なものがある場合、また1つの行（または列）の成分がすべて零の時  $\det(\alpha)$  は零となる。前者の場合は行列  $\alpha$  の定義式 (2.3.7 b) から明らかな如くパラメータ  $a_p$  と  $a_q$  との間に関数関係

$$a_p = F(a_q) \quad (p \neq q) \quad (3.4.1)$$

が存在する場合であり、またこれは相関係数行列  $C$  の  $pq$  成分  $C_{pq}$  が 1 の場合に対応する。また後者の場合はフィッティングパラメータの値がある特殊な条件を満たした場合に起り、次の3つの場合を考えることができる。

$$[1] \quad a_k = 0,$$

$$[2] \quad c = 0,$$

$$[3] \quad b_k < M_1 - 2 \cdot \text{FWHM}, \quad M_1 : \text{フィッティング範囲の下限} \quad (3.4.2 a)$$

$$b_k \geq M_2 + 3 \cdot \text{FWHM}, \quad M_2 : \text{フィッティング範囲の上限} \quad (3.4.2 b)$$

パラメータ  $a_k$  または  $c$  が零と何回目かの iteration でなる可能性はほとんどなく、現実に取りうるのは [3] のピーク位置のパラメータ  $b_k$  に関する場合である。従って  $\gamma$  線スペクトルを標準スペクトル法により解析する時解が発散して求められなくなる場合はピーク位置のパラメータが [3] の条件をみたす場合に対応するといえることができる。したがって現実の  $\gamma$  線スペクトルの解析に於て発散にいたる道すじを考えると次のようになっていると考えられる。関数—標準スペクトル法に於ては標準スペクトルと一次式の BG の和—に含まれるパラメータ  $a_p$  と  $a_q$  の相関係数が大きく 1 に近い値のものが存在する場合がある。またパラメータの初期推定値の精度が悪い場合には (2.3.7 c) 式の  $\beta_q$  が大きい値となる。前者の場合には (3.4.1) 式の関係が近似的に成たち従って、 $\det(\alpha)$  は非常に小さく零に近い値となる。よってその逆行列である誤差行列  $e$  の各成分は大変大きな値となる。従ってこれらの両方の場合に於てはフィッティングパラメータは (2.1.2.2) 式で与えられる如く iteration 毎に大きく変動し、場合によってはだんだんその変動が大きくなっていくことがある。この場合には何回目かの iteration でピーク位置のパラメータが [3] の条件を満たし、結局行列  $\alpha$  の逆転ができなくなり計算が中止されることになる。

以上の議論から安定して収束した解をえる為にはパラメータの初期推定値をできるだけ精度よく与えフィッティング関数に応じて、フィッティング範囲を正しく与え各パラメータの独立性をよくして、解析すべきであることが分る。しかし各パラメータが完全に独立な場合には最小 2 乗法に従った解析の必要性は少なく、最小 2 乗法に適した問題の範囲は大体パラメータの相関係数が、

$$0 < C_{pq} \leq 0.9 \quad (p \neq q) \quad (3.4.3)$$

の範囲の問題と考えることができる。

標準スペクトル法に於てはフィッティング関数に含まれるパラメータの数が少なく各パラメータの機能にだぶっているものがなく、フィッティング範囲が極端に狭い場合を除いて多くの場合に於て(3.4.3)式の関係が満されている。

(解の収束性と解析結果の精度の関連)

以上の如く解の収束性と解析結果の精度とはフィッティング関数およびそれに付随したフィッティングパラメータ、フィッティング範囲等を通じて密接に関係している。

解析結果の精度の面からも解の収束性の面からもフィッティング範囲はある程度広めにとることが望ましい。しかしこのフィッティング範囲の $\gamma$ 線スペクトルを精度よく表現しようとするに在来の解析関数を使ったフィッティング関数に於てはどうしてもフィッティングパラメータの数が多くなる。逆に解の収束性の面からはパラメータ相互の相関係数を小さくしたく、その為にはパラメータ数が少ない方が望ましい。この両方の要求をみたすことは在来の解析関数をフィッティング関数とする方法に於ては仲々困難である。解析結果の精度の面からも、解の収束性の面からも満足できるようにフィッティング関数の表現力、すなわちフィッティングパラメータの数とフィッティング範囲のバランスをとることが難しい。

他方標準スペクトル法に於てはかなり広い範囲の $\gamma$ 線スペクトルを精度よく標準スペクトルを使って表現することが可能であり、チャンネル巾に対する考慮も正しくなされており、しかもフィッティング関数に含まれているパラメータの数が必要最小限の為パラメータ間の相関係数が小さく収束性がよい。従って精度よくしかも収束性よく $\gamma$ 線スペクトルを解析することが可能となった。また標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲をピーク位置の前後FWHMの1.5倍から3.5倍の範囲にえらべば解析結果の誤差はいずれも生データの統計的変動から説明される範囲に精度よく求められ、しかも収束性もすぐれていることが分った。従ってフィッティング範囲の選定にも自由度が大きい。

また解の収束性と解析結果の精度との間には直接的な関係もあり、解析結果の誤差の大きなものは収束性の悪い場合に対応する。この場合にはフィッティングパラメータの初期推定値を特に精度よく与える必要がある。特に $\gamma$ 線スペクトルの測定結果とフィッティング関数との間に系統的なずれがある場合には解析結果の誤差は大きく、解の収束性も悪い。また解析結果の精度に関する大部分の情報にはフィッティングパラメータの誤差行列に含まれており、解の収束性が誤差行列から導かれる相関係数行列によって主に議論されることから両者が密接な関係にあることが容易に理解される。

標準スペクトル法に於ては単1のピークの測定結果から直接標準スペクトルを作りそれでフォトピークの形を表現する。従って $\gamma$ 線スペクトルとフィッティング関数の間に系統的なずれの存在することが少なくこの面からも標準スペクトルに於て解の収束性がよくしかも解析結果の精度がすぐれていることが理解される。

## 4. 他の方法との比較

この章に於ては $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析しその収束性および解析結果の精度を、他の方法による結果と比較検討する。比較の対称は最小2乗法の範囲に限定される。また標準スペクトル法の主な特徴はそのフィッティング関数にあるので比較も主にフィッティング関数のちがいで対してなされる。

本方法の特徴は単一のフォトピークの測定結果からバックグラウンドを取除き、データをガウス関数を使って平滑化したものを標準スペクトルと呼びそれをピーク関数として使い、しかも各チャンネルに於ける各ピークからのピーク成分を求めるに際しては、ピーク関数とそのチャンネルの巾にわたって積分して求める点にある。積分方式の有効性に関しては在来のチャンネル中心に於けるピーク関数の値を使ってピーク成分を求める中心値方式による結果と比較してすでに3.3.1項に於て確められている。

この節では標準スペクトルをピーク関数として使った効果を、他の解析関数をピーク関数として使う方法による結果と比較し検討する。他の方法に於けるピーク関数としてはガウス関数

$$G(I) = S \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (I - N_p)^2 \right], \quad (4.1.1)$$

およびガウス関数と指数関数を接続した形、即ち

$$G_E(I) = S \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (I - N_p)^2 \right], \quad I \geq N_p - l \quad (4.1.2 a)$$

$$G_E(I) = S \cdot \exp \left[ -\frac{l(2I - 2N_p + l)}{2\sigma^2} \right], \quad I < N_p - l \quad (4.1.2 b)$$

の2種類を考えた。(4.1.2 a)のガウス関数と(4.1.2 b)の式の指数関数は $I = N_p - l$ に於てその値および微係数が等しく、スムーズに接続されている。

またピーク関数として標準スペクトルを使った場合にはピークの形が正しく表現されている為バックグラウンド(BG)は一次式で近似しても全体の精度は悪くならなかったが、ピーク関数をガウス関数又はガウス関数と指数関数の接続したもので表現する場合には、ピークの高エネルギー側および低エネルギー側の両裾に於ける計数率がほぼ一定となるスペクトルを表現する必要があり、この2つのピーク関数に対するBGとしては、2次式

$$Q(I) = A \cdot I^2 + B \cdot I + C, \quad (4.1.3)$$

およびValley Count Function,<sup>(66)</sup>

$$V(I) = D \cdot \frac{1}{2} \exp \left\{ -\lambda (I - N_p) \right\}, \quad I \geq N_p \quad (4.1.4 a)$$

$$V(I) = D \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2} \exp \left\{ \lambda (I - N_p) \right\} \right], \quad I < N_p \quad (4.1.4b)$$

の2種類の成分を考えた。V(I)は(I - N<sub>p</sub>) → ∞で零となり、(I - N<sub>p</sub>) → -∞でDに漸近する。従ってDはピークの低エネルギー側の裾の計数率一定の部分の計数と高エネルギー側の計数率一定の部分の計数の差に対応する。

また(4.1.4)式のλはフォトピークに対する(4.1.1)式のσと

$$\lambda = \frac{2}{\sigma}, \quad (4.1.5)$$

の関係がある。

実際のγ線スペクトルの解析に於て使われたBGは2次式とV(I)を組合せた次の3種類である。

$$B(I) = V(I) + C \quad (4.1.6a)$$

$$B(I) = V(I) + (A \cdot I^2 + B \cdot I + C), \quad (4.1.6b)$$

$$B(I) = A \cdot I^2 + B \cdot I + C, \quad (4.1.6c)$$

解析されたγ線スペクトルは3.3.2項のピークの分離能の検討に使われたものであり、2つのピークの面積比が約4の2重ピークである。すなわち<sup>137</sup>Csからの662 keVのγ線を体積60 cm<sup>3</sup>のGe(Li)検出器および8000 chの波高分析器を使い、測定時間をそれぞれ4.000 secおよび1.000 secとして測定したγ線スペクトルを一定のチャンネル数をずらして重ねあわせたものである。それぞれの測定結果の単1ピークとしての解析結果はTable 3.2.2に与えられている。

ピーク間隔はFWHMの約2倍、1.5倍、1倍、0.75倍、および0.5倍の5つの場合について調べられた。

このγ線スペクトルを(4.1.1)式または(4.1.2)式のピーク関数および(4.1.6)式の3つのBGで解析するわけであるが、ピーク関数とBGとのすべての組合せ、即ち6種類のフィッティング関数で解析された。

それぞれフィッティング関数に於けるフィッティングパラメータの数を標準スペクトル法に於けるフィッティングパラメータの数と比較してTable 4.1.1に示す。

標準スペクトルに必要なパラメータはピーク位置、ピーク高さおよびFWHMであるが、FWHMはフィッティング範囲内ではピークにより変わらないとして取扱われているので、2重ピークに対してはフィッティングパラメータの数は2 × 2 + 1 = 5個となる。一方ガウス関数に於ても必要なパラメータはピーク位置、ピーク高さ、FWHMであり、一般にはピーク毎にFWHMが与えられており必要なパラメータの数は3 × 2 = 6個となる。一方ガウス関数と指数関数とスムーズに接続したものをピーク関数として使う場合にはその接続点に関するパラメータが各ピークに対して一つずつ増え結局2重ピークに対しては4 × 2 = 8個のパラメータが必要である。またBGに関しては定数および2次式に必要なパラメータの数がそれぞれ1個お

び3個であるのは明らかであり, Valley Count Function を導入することによって新たに生ずるパラメータは(4.1.4)式に於けるDのみであり, 他のパラメータ $\lambda$ および $N_p$ はピークに関するパラメータから与えられる。ただしこのDはピーク毎に与える必要があり, 2重ピークの解析に於ては2つのパラメータが新に必要となる。

Table 4.1.1 から2重ピークの解析に於て必要なパラメータの数は標準スペクトル法の7個に対して, 解析関数のフィッティング関数を使った場合には9~13個となっており, いずれも標準スペクトル法に於ける数より多いことが分る。両者の差はピークの数が多くなる程大きくなり, 収束性が大きく異なることが予想される。

標準スペクトル法による2重ピークの解析結果を他のフィッティング関数による解析結果と比較してTable 4.1.2に示す。解析に際しFWHMの初期推定値 $FWHM^0$ は正しいFWHMの18.4chの0.8倍に相当する14.7chと固定して与え, 低エネルギー側のピーク位置の初期推定値 $N_{p1}$ は正しいピーク位置から低エネルギー側へ約2chずらして与え, 高エネルギー側のピーク位置の初期推定値 $N_{p2}$ はその正しいピーク位置から高エネルギー側へ約2chずらして与えた。また他のパラメータの初期推定値は2.2節の(2.2.11)式および(2.2.12)式により与えられた。フィッティング範囲はピーク位置の初期推定値およびFWHMの初期推定値から

$$N_{p1}^0 - 2.5 \cdot FWHM^0 \leq I \leq N_{p2}^0 + 2.5 FWHM^0, \quad (4.1.7)$$

と与えられる。Table 4.1.2には各ピーク間隔の2重ピークを各フィッティング関数で解析した結果が整理して与えられており, 重み付きの誤差の2乗和を自由度で除した値 $Q/(N-K)$ ((2.3.4)式参照), ピーク間隔および面積比のかたちで示されている。

Table 4.1.2に於て, 解析関数をフィッティング関数として使った場合は標準スペクトル法による場合より収束性が悪く,  $\{G(I) + Q(I)\}$  および  $\{G_E(I) + V(I) + Q(I)\}$  をフィッティング関数としてピーク間隔がFWHMの約0.5倍の2重ピークを解析した場合には解は発散して求められなかった。一方標準スペクトル法により解析すれば, 2重ピークのピーク間隔がFWHMの0.5倍よりさらに小さくFWHMの10分の1の場合にも収束することが確められている。(Table 3.3.9参照)。

次に解析結果の精度を比較する。Table 4.1.2に於て, 2重ピークを標準スペクトル法で解析した場合にはいずれのピーク間隔に対しても $Q/(N-K)$ は1近傍の値となっており, 精度よく解析されていることが分る(2.3.1項参照)。ここでチャンネル数 $N$ はTable 4.1.3に与えられており, フィッティングパラメータの数 $K$ はTable 4.1.1に示されている。標準スペクトル法で2重ピークを解析する場合にはフィッティングパラメータの数は7個である。したがってその自由度はフィッティング範囲により127(=134-7)から99(=106-7)の値となり, この範囲では $\chi^2$ の自由度による差は小さい。 $Q/(N-K)$ の最大値は1.0であり, 最小値は0.88である。 $Q/(N-K)$ が0.88以下の値となる確率は $\chi^2$ 分布から約20%と与えられる。従って標準スペクトル法により解析したこれらの場合の結果の誤差はいずれもデータの統計的変動から説明される。ピークの間隔がFWHMの1/2の場合のピーク面積

Table 4.1.1 Number of fitting parameters for each fitting function.

Fitting Function		No. of Parameters		
Peak	BG	Peak	BG	Total
Standard Spectrum	Linear	5	2	7
Gaussian	Quadratic	6	3	9
Gaussian	V(I)+Const	6	3	9
Gaussian	V(I)+Quadratic	6	5	11
Gaussian+Exponential	Quadratic	8	3	11
Gaussian+Exponential	V(I)+Const	8	3	11
Gaussian+Exponential	V(I)+Quadratic	8	5	13

Table 4.1.3 Peak interval and the number of channels in the fitting interval.

Peak Interval ( $\Delta N_p$ )	No. of Channels ( $M_2 - M_1 + 1$ )
37	134
28	125
18	115
14	111
9	106

Table 4.1.2 Double-peak spectra are analysed by several fitting functions and the results are compared.

Given Values			Peak : Stand. Spec. BG : Linear		
Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$	Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$
—	36.57±0.02	3.99±0.01	0.89	36.58±0.03	3.99±0.01
—	27.57±0.02	3.99±0.01	0.88	27.59±0.03	4.00±0.01
—	17.57±0.02	3.99±0.01	1.0	17.56±0.05	4.00±0.03
—	13.57±0.02	3.99±0.01	1.0	13.53±0.07	3.96±0.05
—	8.57±0.02	3.99±0.01	0.88	8.44±0.15	3.56±0.18

Peak : Gaussian BG : Quadratic			Peak : Gaussian BG : V(I) <sup>1</sup> + Const			Peak : Gaussian BG : V(I) + Quadratic		
Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$	Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$	Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$
8.6	36.77±0.10	4.12±0.06	5.2	35.90±0.25	3.85±0.07	1.4	36.34±0.12	3.92±0.03
9.2	28.08±0.14	4.35±0.06	5.7	27.31±0.51	4.01±0.19	1.6	27.11±0.45	3.86±0.17
8.7	19.54±0.39	6.47±0.23	4.9	16.75±0.47	5.07±0.16	1.6	17.93±0.38	4.68±0.16
8.3	17.49±0.68	13.30±1.26	4.0	13.83±0.39	11.95±1.45	1.3	14.21±0.36	7.07±0.33
diverged			4.2	11.46±0.76	18.55±6.57	1.1	12.64±0.68	106 ± 51

Peak : Gaussian + Exp. BG : Quadratic			Peak : Gaussian + Exp. BG : V(I) + Const			Peak : Gaussian + Exp. BG : V(I) + Quadratic		
Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$	Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$	Q/N-K	$\Delta Np(ch)$	$S_1/S_2$
1.3	36.56±0.04	4.09±0.02	1.3	36.28±0.32	3.83±0.10	1.1	35.95±0.33	3.64±0.10
1.6	27.73±0.07	3.97±0.03	3.1	28.17±0.73	3.92±0.30	3.7	28.02±0.75	3.84±0.30
1.5	18.39±0.27	4.76±0.12	1.2	17.38±0.33	3.40±0.10	0.90	17.85±0.37	4.20±0.15
67.1	14.14±2.32	3.41±1.02	0.84	14.12±0.33	4.21±0.18	0.82	14.60±0.41	5.90±0.31
0.79	11.49±0.92	11.23±2.26	0.77	11.63±0.79	14.31±5.59	diverged		

1) Valley Count Function (cf. Eq.(4.1.4))



比を除いて解析結果はいずれも精度よく求められており、標準偏差の範囲内で正しい値と一致している。

一方ガウス関数をピーク関数とし、2次式または $V(I)$ と定数項でBGを近似した場合には $Q/(N-K)$ は、いずれの場合にも4より大きな値となり、これらの場合に於てはフィッティング関数が $\gamma$ 線スペクトルの形を十分な精度では表現していないことが明らかである。従って2つのピークが充分分離して存在する。

$$\Delta N_p \doteq 2 \cdot \text{FWHM}$$

の場合に於ても、 $\Delta N_p$ および $S_1/S_2$ の解析結果は正しい値から大きくずれ、その標準偏差の約2倍の誤差でようやく正しい値と一致する。標準偏差の値そのもの標準スペクトル法による解析結果と比較して大変大きくなっている。標準スペクトル法による解析結果に於ては $\Delta N_p$ がFWHMの約2倍とよく分離している場合には $\Delta N_p$ および $S_1/S_2$ のフィッティング結果は正しい値とほぼ完全に一致し、その標準偏差もGiven Valuesに対する標準偏差よりわずかに大きくなっているにすぎない。

$\{G(I) + V(I) + Q(I)\}$ をフィッティング関数とした場合に於ては前2者のフィッティング関数の場合より確かに $Q/(N-K)$ は小さく1と2の間の値になっている。

しかし $\Delta N_p \doteq 37 \text{ ch}$ の場合に於ても $Q/(N-K)$ は1.4であり、自由度123(=134-11)の $\chi^2$ 分布から与えられる $Q/(N-K)$ が1.4より大きくなる確率は約0.5%であり、やはりまだフィッティング関数が十分な精度では $\gamma$ 線スペクトルの形を表現していないことが分る。また $\Delta N_p \doteq 37 \text{ ch}$ とピークがよく分離しているこの場合に於ても $\Delta N_p$ および $S_1/S_2$ の解析結果はそれぞれの標準偏差の2倍程度正しい値からずれており、標準偏差の値も標準スペクトル法による解析結果と比較してそれぞれ4倍および3倍の大きさとなっている。

しかしピーク間隔に2%程度、面積比に20%程度の誤差を許容すれば $\{G(I) + V(I) + Q(I)\}$ をフィッティング関数として2重ピークの解析をする場合、ピーク間隔 $\Delta N_p$ が半値巾程度以上あれば解析可能であるということが出来る。一方 $\{G(I) + Q(I)\}$ または $\{G(I) + V(I) + C\}$ をフィッティング関数として同じ精度で解析する為にはピーク間隔がFWHMの1.5倍程度以上あることが必要である。

次にガウス関数と指数関数をなめらかに接続した $G_E(I)$ をピーク関数として解析した場合を検討する。バックグラウンドを $Q(I)$ 、 $(V(I) + C)$ または $(V(I) + Q(I))$ といずれの関数で表現して解析した場合に於ても $Q/(N-K)$ は2, 3の例外を除きガウス関数をピーク関数とするそれぞれの対応する場合と比較して小さくなっている。従ってガウス関数よりもガウス関数と指数関数を接続したものの方がフォトピークの形を正しく表現しており、ピーク関数として適していることが分る。しかし $Q/(N-K)$ はピーク間隔と共に一様には変化せず、あるピーク間隔に対して1より極端に大きな値となる。このことは $G_E(I)$ をピーク関数とする場合にはパラメータの数が11~13と多い為、 $Q$ がパラメータに対して複雑な変化を示し、 $Q$ の最小値以外にも極小値が存在することを暗示している。しかしフィッティング関数が $\{G(I) + V(I) + Q(I)\}$ の場合にもパラメータの数は11個あり、パラメータの数が多いというよりは、むしろ指数関数をフィッティング関数に導入することによって生じたパラメータ、即ちガウス関数と指数関数との接続点を示すパラメータ $l$ に対して $Q$ が複雑な変化

を示す為であると考えることが出来る。BGが2次式で $4N_p \doteq 14$  chの場合、BGが $(V(I) + C)$ で $4N_p \doteq 28$  chの場合およびBGが $(V(I) + Q(I))$ で $4N_p \doteq 28$  chの場合がこの $Q/(N-K)$ が1より異常に大きい場合に対応し、いずれの場合に於ても $\sigma$ の標準偏差が他の場合と比較して数倍に大きくなっていることが確められている。

これと比較して標準スペクトル法に於てはパラメータの数が少なく、しかも似かよった性格のパラメータがなくそれぞれが誤差の2乗和に重要な働きをしていると考えることが出来る。Qのパラメータに対する変化も3.2.1項の初期推定値の検討に於て見た如くかなり単純な様相を呈している。従ってピーク間隔のわずかな変化により最小値以外の極小値に収束する可能性はほとんどなく、収束さえすれば誤差の2乗和Qは正しく最小値になっていると推定することができる。事実標準スペクトル法による解析結果に於ては、ピーク間隔に関係なく $Q/(N-K)$ は1近傍の値となっている。またピーク間隔が小さくなるにつれて2つのピークの識別はだんだん困難になり、それに応じて $4N_p$ および $S_1/S_2$ の標準偏差も一様に増加していく。

一方 $G_E(I)$ をピーク関数とした場合に於ては $Q/(N-K)$ の大きいところで $4N_p$ および $S_1/S_2$ の解析結果の誤差および標準偏差は大きくなっており、与えられた $\gamma$ 線スペクトルのピーク間隔に対して一様な変化を示さない。 $G_E(I)$ をピークとする場合に於てもピーク間隔に5%、ピーク面積比に20%の誤差を許容すれば、2次式 $Q(I)$ 又は $(V(I) + C)$ をBGとする場合には $4N_p$ がFWHMの0.8倍程度以上あれば解析可能であり、 $(V(I) + Q(I))$ をBGとする場合には $4N_p$ がFWHM以上あれば解析可能である。

以上の結果より、標準スペクトル法によれば解析関数をフィッティング関数とする他の場合と比較して格段に精度よく安定した解析を行うことが可能であることが分った。 $Q/(N-K)$ はピーク間隔によらず1近傍の値であり、解析結果の誤差はすべて $\gamma$ 線スペクトルの測定結果の統計的変動から説明がつく。2重ピークから各ピークを分離してとり出す精度も当然この生データの統計的変動に依存し、今回の解析範囲に於てはピーク間隔がFWHM程度以上離れている場合にはピーク間隔およびピーク面積比はほぼ完全に正しく3桁の精度で求められた。ピーク間隔がFWHMより小さくなるにつれて誤差もめだつようになり、ピーク間隔がFWHMの約半分の時、ピーク間隔の誤差は1.5%、ピーク面積比の誤差は11%となった。標準スペクトル法自身のピーク分離能についての詳細は3.3.2項を参照されたい。

## 5. $^{238}\text{U}$ の中性子捕獲反応率の相対測定に対する標準スペクトル法の適用 (適用例その1)

### 5.1 はじめに

普通 $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率は劣化ウラン箔を中性子で照射し、 $^{239}\text{U}$ またはそれが $\beta$ 崩壊した $^{239}\text{Np}$ が放出する $\gamma$ 線を測定して決定されている。 $^{239}\text{Np}$ からの106.1 keVと277.6 keVの2本の $\gamma$ 線はこの目的の為重要である。277.6 keVのフォトピークは他のピークからよく分離しており、その近傍にFPからの強いフォトピークが存在せず、 $^{238}\text{U}$ の中性子捕獲反応率の測定に適したピークといえることができる<sup>(30)</sup>。この277.6 keVピークの欠点は106.1 keVのフォトピークと比較してピーク強度が大変小さいということである。従ってもし106.1 keVのフォトピークが他のピークから精度よく分離されるなら、106.1 keVのピークの方が $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率の決定に適しているといえることができる。

ただし中性子で照射された劣化ウラン試料の106.1 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトルには多くのフォトピークが存在しそれらが複雑に重なりあっており、在来の方法によっては解析が困難であった。そこでこの106.1 keVのピーク近傍の $\gamma$ 線スペクトルの解析に標準スペクトル法を適用し、そのすぐれたピーク分離能をいかして106.1 keVのフォトピークを他のピークから分離して取出すことを試みる。中性子で照射した劣化ウランならびに濃縮ウランの $\gamma$ 線スペクトルのうち106.1 keVのピーク近傍を標準スペクトル法により詳しく調べ、この106.1 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトルから $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率を決定する<sup>(31)</sup>。

### 5.2 $\gamma$ 線スペクトルの測定

直径1mm、長さ5mmの劣化ウラン(0.21w/o)の針状金属試料が核分裂スペクトルの中性子( $2 \times 10^9 \text{ n/cm}^2/\text{sec}$ )で6時間照射された。この核分裂中性子は日本原子力研究所のJRR-4<sup>(32)</sup>のサーマルコラムの熱中性子を20%濃縮ウランコンヴァータにより核分裂中性子に変換してえられた。劣化ウラン試料と同時に、93w/o濃縮ウラン試料(1mm diam  $\times$  5mm)がFPからの $\gamma$ 線スペクトルを調べる為に照射された。劣化ウランは高速中性子の照射により中性子を捕獲するばかりではなく核分裂も行い、この核分裂にともない生ずるFPからの $\gamma$ 線の効果を調べるのがこの濃縮ウラン試料である。

$\gamma$ 線スペクトルの測定は体積30 cm<sup>3</sup>の同軸型Ge(Li)検出器および1024チャンネルの波高分析器によってなされた。この検出器の分解能はFWHM(full width at half maximum)の値として $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線に対して約4 keVとなっている。

照射済劣化ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果のうち冷却時間が約1日、4日および7日に対するものをFig. 5.2.1に示す。測定はPHAのチャンネル巾を約0.54 keVとして行なわれた。この $\gamma$ 線スペクトルの中には $^{239}\text{Np}$ からの $\gamma$ 線とFPからの $\gamma$ 線がともに含まれている。また照射済濃縮ウランに対する $\gamma$ 線スペクトルの測定結果をFig. 5.2.2に示す。劣化ウランの場合と同様冷却時間が約1日、4日、および7日に対するものが示されている。この照射済ウランの $\gamma$ 線スペクトルに於てはフォトピークはすべてFPからの $\gamma$ 線によるピークのみであり、 $^{239}\text{Np}$ からの $\gamma$ 線のフォトピークは無視しうる。

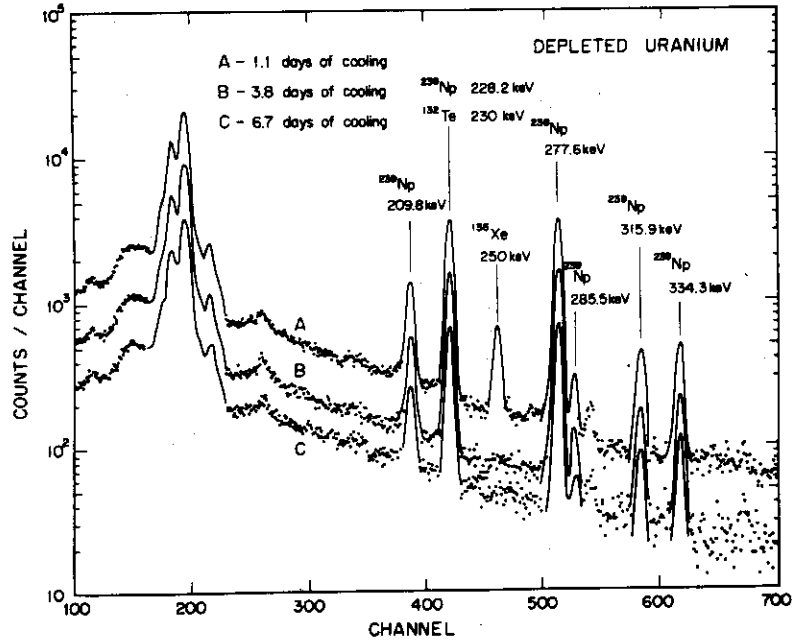


Fig. 5.2.1 Gamma-ray spectra of 0.21 w/o <sup>235</sup>U-depleted-uranium sample irradiated for 6 hr by fission spectrum neutrons.

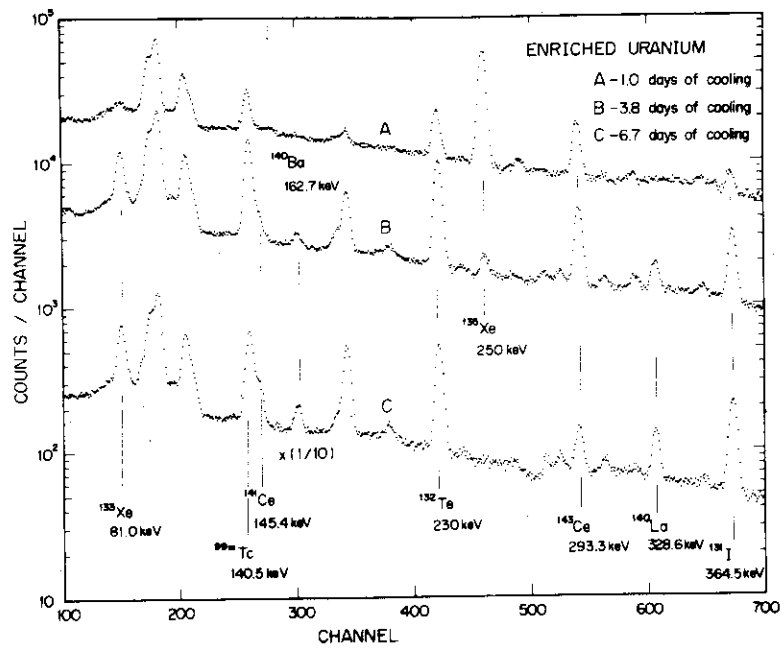


Fig. 5.2.2 Gamma-ray spectra of 93 w/o <sup>235</sup>U-enriched-uranium sample irradiated for 6 hr by fission spectrum neutrons.

これらの図から次の点が明らかである。

- (1) 劣化ウランの $\gamma$ 線スペクトルに於ても濃縮ウランの $\gamma$ 線スペクトルに於ても100 keV近傍(200 ch近傍)は複雑にフォトピークが重なりあっている。
  - (2)  $^{239}\text{Np}$ からの277.6 keVのフォトピークは比較的他のピークから分離しており、近くに存在するのは $^{239}\text{Np}$ からの288.5 keVのフォトピークおよび $^{143}\text{Ce}$ からの293.3 keVのフォトピークのみである (cf. Fig. 5.2.1)。いずれのピークも277.6 keVのピークと比較すると強度が格段に小さい。また277.6 keVのフォトピーク近傍には $^{143}\text{Ce}$ からの293.3 keVのピーク以外には問題となるようなFPからの強いフォトピークが存在しないことはFig. 5.2.2から明らかである。 $^{143}\text{Ce}$ からの293.3 keVのピークも277.6 keVのピークからは15 keV以上離れている。従って277.6 keVのフォトピークが $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率の測定に適していることが明らかである。
- 277.6 keV近傍の3つのピークを標準スペクトル法により解析した結果をFig. 5.2.3に示す。標準スペクトルは $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から作ったものを用いた。277.6 keVのフォトピークが $^{239}\text{Np}$ に起因するピークであることはそのピークエネルギーおよび半減期から確認されている。
- (3) またFig. 5.2.1に於て $^{239}\text{Np}$ からの $\gamma$ 線のうち277.6 keVのフォトピークと同程度の強度をもっているものとして228.2 keVのフォトピークが存在することが分る。しかしこの228.2 keVのフォトピークはFPからの強いフォトピークと重なっており、 $^{238}\text{U}$ の中性子捕獲反応率の測定には適していない。このFPのフォトピークは $^{132}\text{Te}$ からの230 keVの $\gamma$ 線であり、そのエネルギーが近いばかりでなく半減期も3.3 dayと $^{239}\text{Np}$ の半減期の2.35 dayとかなり似かよっており、冷却時間を選んでも分離することは難しい。

### 5.3 $\gamma$ 線スペクトルの解析

Fig. 5.2.1およびFig. 5.2.2の劣化ウランおよび濃縮ウランの $\gamma$ 線スペクトルのうち冷却時間が約1日の場合に対する $\gamma$ 線スペクトルについて、その106 keV近傍(80 keV - 130 keV)の複雑な構造をしている部分を標準スペクトル法により解析した。その結果をFig. 5.3.1およびFig. 5.3.2に示す。解析に使った標準スペクトルは $^{57}\text{Co}$ からの122 keVの $\gamma$ 線スペクトルの測定結果をもとに作られたものである (cf. Fig. 2.2.4)。

この標準スペクトルのチャンネル数は125、ピーク位置は74.96チャンネル、FWHMは25.07チャンネルと求められている。劣化ウランの $\gamma$ 線スペクトルに於てはフィッティング範囲は160 chから230 chとし、その中に9つのフォトピークが存在すると仮定して解析された。一方濃縮ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルは2ピークずつ重なりあっており、その間がかなりよく分離しているので、それぞれを2重ピークとして解析した。

冷却時間が約1日の場合以外についても劣化ウラン試料ならびに濃縮ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルが解析され、主なピークの冷却挙動が調べられた。劣化ウラン試料からの $\gamma$ 線スペクトル中に存在する主なフォトピークの冷却挙動をFig. 5.3.3に示す。また濃縮ウランに対する結果をFig. 5.3.4に示す。100 keV近傍(87-124 keV)のバックグラウンド $\gamma$ 線の冷却挙動も示しておく。

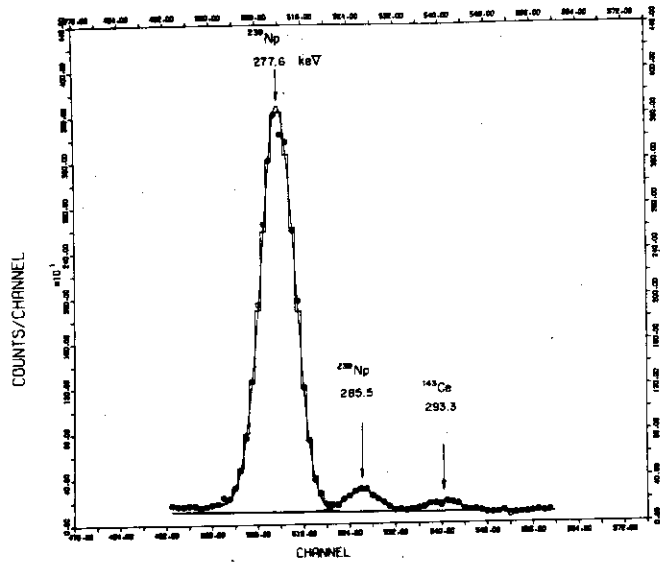


Fig. 5.2.3 Analysis of the triple photopeaks around 280 keV in the gamma-ray spectrum of the irradiated depleted-uranium sample by using the standard spectrum for 279 keV photons. Experimental data are shown with open circles and fitted spectrum is shown in the staircase line. Peak components are shown in solid curves.

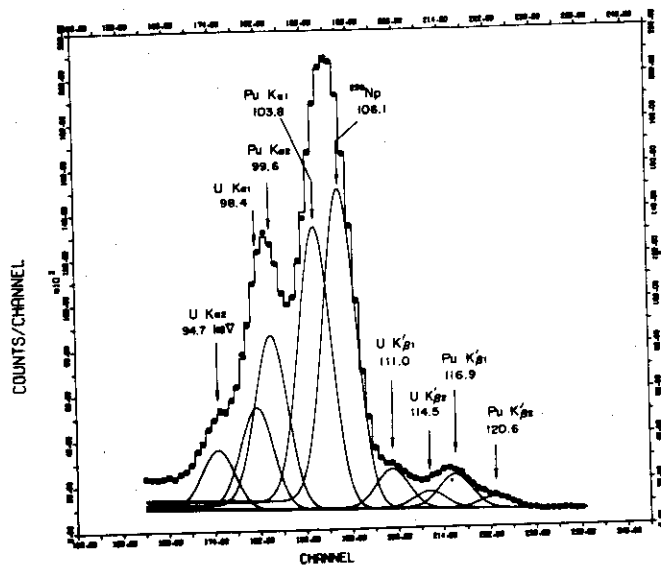


Fig. 5.3.1 Gamma-ray spectrum of the irradiated depleted-uranium sample was measured after cooling for about one day, and the spectrum around 100 keV was analysed by using the standard spectrum for 122 keV photons assuming nine photopeaks in the fitting interval. Experimental data are shown with open circles and fitted spectrum is shown in the staircase line. Peak components are shown in solid curves.

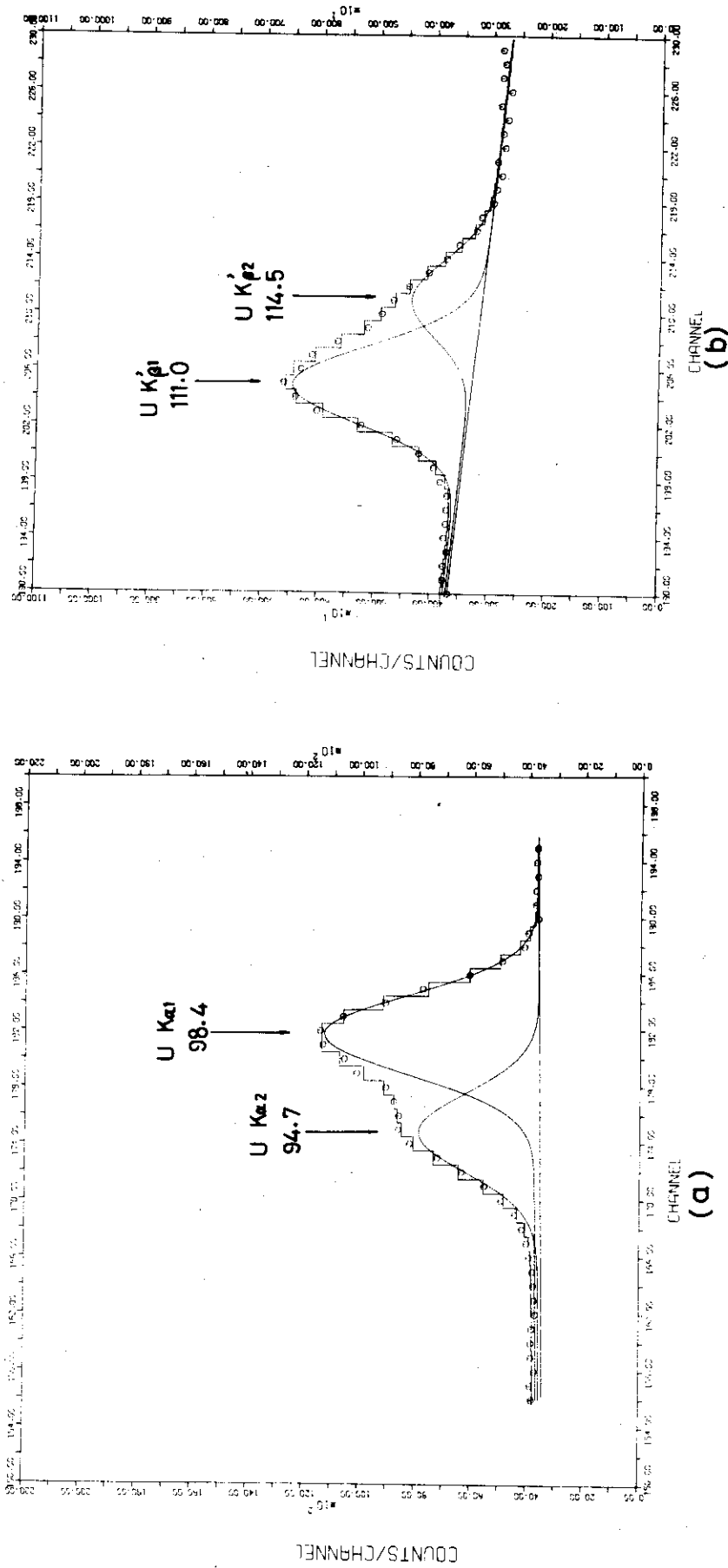


Fig. 5.3.2 Gamma-ray spectrum of the irradiated enriched-uranium sample is analysed around 100 keV. Experimental data are shown with open circles and fitted spectrum is shown in the staircase line. Peak components are shown in solid curves.

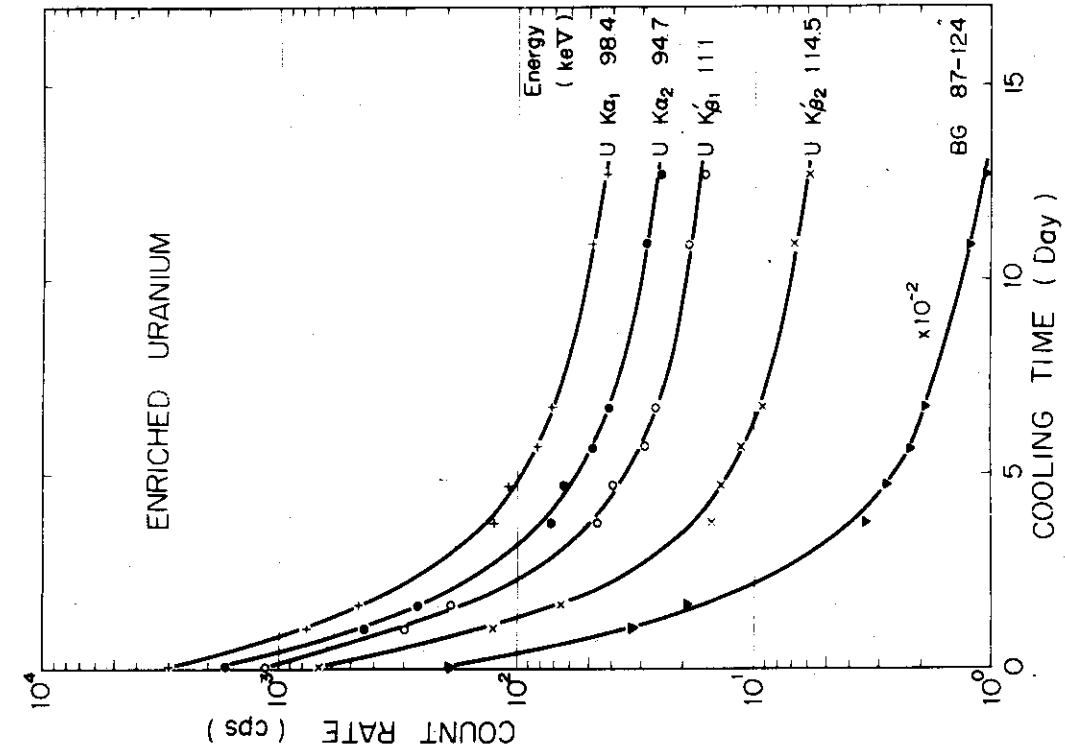


Fig. 5.3.4 Decay behaviours of prominent photopeaks around 100 keV in the gamma-ray spectra of the irradiated enriched-uranium sample.

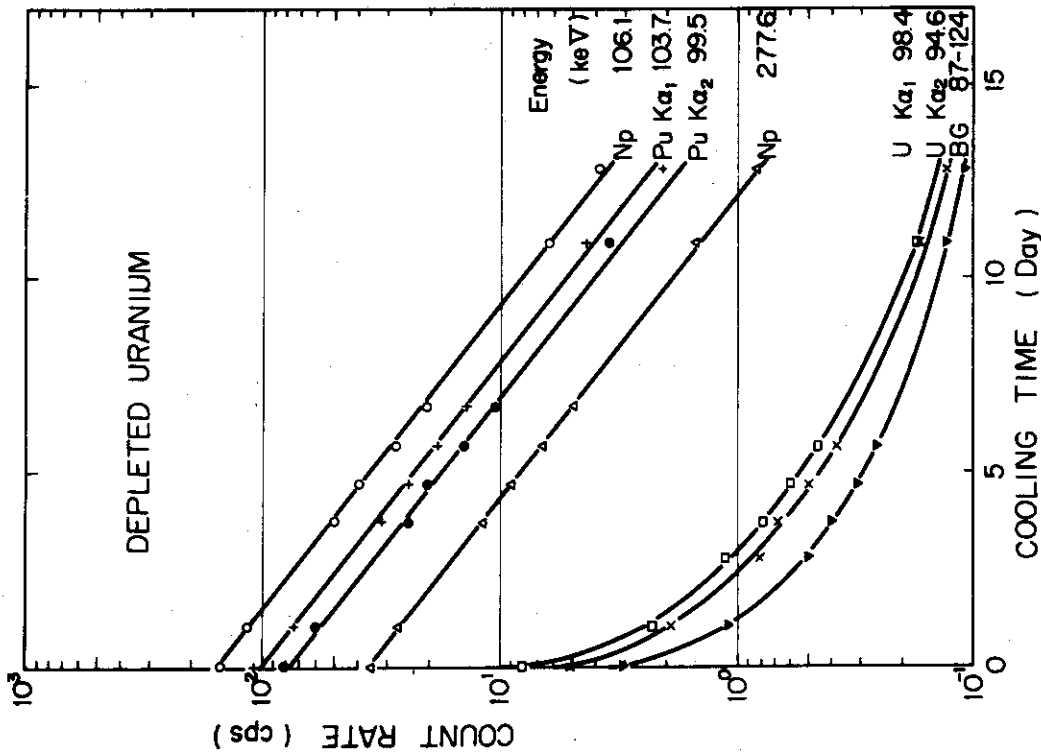


Fig. 5.3.3 Decay behaviours of prominent photopeaks in the gamma-ray spectra of the irradiated depleted-uranium sample.



濃縮ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルに於てはフォトピークも100 keV近傍のバックグラウンドもすべてほとんど同じ冷却挙動を示している。これらはいずれもFP全体の100 keV近傍の $\gamma$ 線強度の減衰挙動にほぼ対応しているものと考えられる。従って94.7, 98.4, 111.0 および114.5 keVの4本のフォトピークはそのピークエネルギーおよび冷却挙動から100 keV近傍の $\gamma$ 線によりU原子からK電子が放出され、それにひきつづいて放出されるU原子の4本の特性X線 $K\alpha_2$ ,  $K\alpha_1$ ,  $K'\beta_1$  および $K'\beta_2$ であることが分る。これが特定の核種から放出される $\gamma$ 線なら漸近的に半減期一定で減衰し、BGとは異なる冷却挙動を示すはずである。

一方劣化ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトル中に存在するフォトピークは2種類の全く異なる冷却挙動を示すものに分れ、それぞれ別の原因に対応しているものと考えられる。99.5, 103.7, 106.1 および277.6 keVのフォトピークはいずれも一定の半減期で減衰し、その半減期は $^{239}\text{Np}$ の半減期間の235dayと一致する。従ってこれらのフォトピークが $^{239}\text{Np}$ の $\beta$ 崩壊と何らかの関係があるのはほぼ確実であり、そのピークエネルギーから106.1 keVと277.6 keVの $\gamma$ 線は $^{239}\text{Np}$ の $\beta$ 崩壊にともなって直接放出される $\gamma$ 線であり、99.5 keVと103.7 keVの2本の $\gamma$ 線は $^{239}\text{Np}$ の $\beta$ 崩壊によるPuの内部転換K電子の放出にともなって放出されるPuの特性X線の $K\alpha_2$  および $K\alpha_1$ であることがわかった。また94.6 keVと98.4 keVの2つのピークはもう一方の冷却挙動を示すグループに属し、その冷却挙動は100 keV近傍(87-124 keV)のバックグラウンド $\gamma$ 線の冷却挙動と一致する。この冷却挙動は $^{239}\text{Np}$ の冷却挙動と濃縮ウランの100 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトル中のフォトピークの冷却挙動との中間的な様子を呈しており、100 keV近傍の全体としての $\gamma$ 線強度と何らかの関係があることは明らかである。94.6 keVと98.4 keVのフォトピークはその冷却挙動およびピークエネルギーからそれぞれUの特性X線の $K\alpha_2$  および $K\alpha_1$ であることが確認された。

98.4 keVのフォトピークと99.6 keVのフォトピークはエネルギー差が1.2 keVしかなく、これはFWHMの3.6 keVの約1/3に対応し、3.3.2項の検討から、このエネルギー差はある程度の精度でピーク成分が分離できるほぼ限界であることが分る。今回の解析結果に於ては99.6 keVのフォトピークのピーク面積は時間と共に $^{239}\text{Np}$ の半減期で減衰し、98.4 keVのフォトピークが100 keV近傍(87-124 keV)バックグラウンドと同じ冷却挙動を示すことから2つのピークがかなり精度よく分離されていると考えることが出来る。

以上の如く100 keV近傍の劣化ウラン試料および濃縮ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルに含まれるすべてのフォトピークの由来はそのピークエネルギーおよび冷却挙動から明らかとなり、それらはFig. 5.3.1およびFig. 5.3.2にそれぞれ示されている。

#### 5.4 $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率

Fig. 5.3.1から $^{239}\text{Np}$ の $\beta$ 崩壊にともなって放出される103.8と106.1 keVの2本の $\gamma$ 線がともに強い強度をもっており、2つのピーク自身は近接しているのが他のこの2つ以外のピークとはかなりよく分離していることが分る。103.8 keVのピークは隣接する99.6 keVのピークと4.2 keVとFWHM以上に離れており、106.1 keVのピークも隣接する111.0 keVのピークと4.9 keVとこれもまたFWHM以上に離れている。ピーク間隔がFWHM以上離れていればピーク成分を精度よく分離できることは3.3.2項の検討から明らかである。また濃縮ウ

ラン試料の100 keV 近傍の $\gamma$ 線スペクトルの解析結果 ( Fig. 5.3.2 ) から、6時間程度の照射時間に対して1日程度以上冷却した場合には98.4 keV と111.0 keV のUの2本の特性X線の間にはFPからの問題となるようなフォトピークが存在しないことが明らかである。従って劣化ウラン試料の $\gamma$ 線スペクトルの106 keV 近傍に於てもFPからの問題となるようなフォトピークが存在しないことが分る。

以上の結果より、103.8 keV ( Pu  $K\alpha_1$  ) と106.1 keV (  $^{239}\text{Np}$  ) の2本のフォトピークは $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率の決定に適していることが分る。従って劣化ウラン試料の100 keV 近傍の $\gamma$ 線をもとに $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率を決定する次の2つの方法が考えられる。

(1) 中性子で照射済の各劣化ウラン試料について100 keV 近傍 ( 80-130 keV ) の $\gamma$ 線スペクトルを測定する。

この場合 $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率は標準スペクトル法によって100 keV 近傍の $\gamma$ 線スペクトルを解析し、103.8 keV ( Pu  $K\alpha_1$  ) と106.1 keV (  $^{239}\text{Np}$  ) の2本のフォトピークを取り出し、その面積の和として与えられる。

(2) 中性子で照射済の各劣化ウラン試料の106 keV 近傍 ( 102~109 keV ) のせまいエネルギー範囲の $\gamma$ 線を積分測定する。

この場合 $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率を求める為には積分方式で測定した結果からFPの $\gamma$ 線に起因するバックグラウンドおよびUの特性X線の寄与を取除く必要がある。

第1番目の方法は精度がいいという長所をもっている。しかしその反面多くの試料の $\gamma$ 線スペクトルを測定する必要があり、しかもすべての $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析して103.8 keV と106.1 keV の2本のフォトピークを取出す必要があり、解析にも時間がかかる。

一方第2の方法に於ては第1の方法とは逆に、測定が簡単であるという特長をもっている。しかしその反面、精度よく $^{238}\text{U}$  の捕獲反応率を求める為には2, 3注意しなければならない技術的な問題がある。

まず第1に $\gamma$ 線を積分方式で測定するに際し、その上限および下限エネルギーをいかにして決めるかが問題となる。このエネルギー範囲は103.8 keV と106.1 keV の2本のフォトピークからの寄与の大部分を計数するのに充分なだけ広くなければならない。又バックグラウンド $\gamma$ 線および他のピークからの寄与を少なくするという面からは狭ければ狭い程よい。従ってこのエネルギー範囲の上限および下限に対する許容範囲は大変狭く、FWHMが約4 keVのこのGe(Li)検出器に対しては次の値がそれぞれエネルギー範囲の下限および上限として使われた。

$$E_L = 102 \pm 1 \quad \text{keV}, \quad (5.4.1)$$

$$E_H = 109 \pm 1 \quad \text{keV}.$$

もちろんGe(Li)検出器のFWHMが今回の4 keVよりもっと小さい場合には、このエネルギー範囲はもっと狭くすることが望ましい。

第2の問題点は積分測定による結果からいかにしてFPからの $\gamma$ 線の寄与を除去するかとい

うことである。この為基準となる劣化ウラン試料(試料番号  $i=i_0$ )について100 keV 近傍(80-130 keV)の $\gamma$ 線スペクトルを測定する必要がある。そして標準スペクトル法により100 keV 近傍の $\gamma$ 線スペクトルを解析し、積分測定のエネギー範囲( $E_L \leq E \leq E_H$ )に於ける103.8 keV と106.1 keV のピーク成分のピーク面積の和、即ち $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率およびそれ以外のFPからの $\gamma$ 線の寄与であるバックグラウンド $B(i_0)$ を求める。そうすると $^{238}\text{U}$ の相対捕獲反応率 $C(i)$ はバックグラウンド $B(i)$ が核分裂反応率 $F(i)$ に比例するという仮定のもとに次式で与えられる。

$$C(i) = I(i) - \alpha F(i) \quad , \quad (5.4.2)$$

$$\alpha = \frac{B(i_0)}{F(i_0)}$$

ここで $I(i)$ は $E_L$ から $E_H$ までのエネギー範囲の $\gamma$ 線を積分測定した値である。また核分裂反応率 $F(i)$ は同じ劣化ウラン試料からの $\gamma$ 線のうち350 keV 以上のものを積分測定するか、もしくは劣化ウラン試料からの $\gamma$ 線のうち特定のFP核種からのフォトピークをつかまえて測定される。350 keV 以上のエネギーの $\gamma$ 線を積分測定した場合の冷却時間の補正は、FPの崩壊熱に対するWay-Wignerの式<sup>(33)</sup>の指数部を適当に調節してなされる。<sup>(34)</sup>

以上の2つの方法のうちいずれにより $^{238}\text{U}$ の相対捕獲反応率を測定するにしろ、1日程度試料を冷却しFPからの $\gamma$ 線の寄与を小さくしてから測定するのが望ましい。いずれの方法によるにしろ100 keV 近傍(80-130 keV)に存在する照射済劣化ウラン試料の9つの複雑に重なりあったピークを同時に解析する必要があり、必要最小限の数のパラメータでフォトピークの形を精度よく表わす標準スペクトル法によりはじめて、103.8 keV と106.1 keV の2つのフォトピークを精度よく分離して取出すことが可能となった。

解析関数をフィッティング関数とする在来の方法に於て、ガウス関数をピーク関数とした場合には実際のピークの形とガウス関数との不一致が大きいことから精度のいい解析は望みえない。またフォトピークの形をもっと精度よく表現する為には在来の解析関数を使う方法においては必然的にパラメータの数が増え、9つの複雑に重なりあったピークの解析に於て安定してパラメータを収束させることは難しい。

従って在来の方法に於ては9つの複雑に重なりあったフォトピークを収束性よくしかも精度よく解析するのは困難であり、このことは標準スペクトル法によって始めて可能になったと考えられる。

## 6. 原子炉燃料の燃焼率測定への標準スペクトル法の適用 (適用例その2)

標準スペクトル法を使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルの解析に適用し、各ピークのピーク面積から燃料の燃焼率を求める。さらに $\gamma$ 線スペクトル中に含まれている半減期の異なる核種からのフォトピークの面積をもとに燃料の燃焼履歴を推定する。これは燃焼時間を数ステップに分割し、 $\gamma$ 線スペクトルを測定した時点に於ける各タイムステップからの各核種の生成量への寄与をあらかじめ計算しておき、 $\gamma$ 線スペクトル中に含まれる各フォトピークのピーク面積をできるだけ正しく与えるように各タイムステップの出力を最小2乗法により求めるものである。燃焼履歴の推定を通して燃焼率、積分中性子束等を精度よく求めることが可能となる。

### 6.1 はじめに

使用済原子炉燃料の燃焼率を核分裂生成物の $\gamma$ 線スペクトルから求める試みが現在まで数多くなされてきた。<sup>89)~(44)</sup> それらは燃料の燃焼率を主に非破壊で求めようとするものである。一定出力を仮定して燃焼時間および出力レベルを $\gamma$ 線スペクトルの測定結果から直接求めようとする試みもあるが<sup>89)</sup>、多くの解析に於ては燃焼履歴および冷却時間の補正はおもに炉全体の出力履歴をもとに行われている。

この章に於てはJRR-4<sup>82)</sup>の使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法により解析し、その適用性を調べる。使用済燃料は多くの核分裂生成物を含みその $\gamma$ 線スペクトルは各核種から放出される $\gamma$ 線により非常に複雑な様相を呈している。エネルギー分解能のすぐれた半導体検出器で測定しても個々のフォトピークは完全には分離してはず、隣接のフォトピークと重なりあっていることが多い。従って使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルから精度よく燃焼率を求める為には、複雑にフォトピークの重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルから個々のピーク成分を精度よく分離して取出すことが必要かつ不可欠であり、この目的の為にはピークの分離能がすぐれている標準スペクトル法が適している。約1年半冷却した時点に於てもFWHMが4 keVのGe(Li)検出器で測定した場合に於て<sup>134</sup>Csの604.6 keVのフォトピークは<sup>125</sup>Sbの600.6 keVおよび606.7 keVのピークと密接に重なりあっている。それぞれのピークとの間隔はFWHMの1倍および0.5倍となっている。ピーク間隔がFWHMの半分程度の場合にも標準スペクトル法によれば精度よく解析することが出来るが、解析関数をフィッティング関数とする在来の方法に於ては発散して解が求められないことが多く、収束したとしても解析結果には非常に大きな誤差が含まれている(第4章参照)。また<sup>134</sup>Csの795.8 keVおよび<sup>95</sup>Nbの765.8 keVのピークもそれぞれ<sup>134</sup>Csの808.1 keVのピークおよび<sup>95</sup>Zrの756.7 keVのピークと密接に重なりあっている。

さらに実用上からは照射後できるだけ短い冷却時間で $\gamma$ 線スペクトルを測定し、それを解析して燃焼率を求めたいという要請が強い。燃焼率測定に使われるフォトピークはいずれも長寿命核種から放出された $\gamma$ 線によるものであり、冷却時間が短い場合にはこれらのフォトピークは短寿命核種から放出される強い $\gamma$ 線と複雑に重なっている。従って標準スペクトル法以

他の方法では解析できるピークの数のごく少数に限定され、精度よく燃焼率を求めることは困難であると考えられる。

この章に於てはまず在来の方法と同様、原子炉全体の出力履歴をもとに燃焼履歴および冷却時間の補正を行い、 $\gamma$ 線スペクトルに含まれている各フォトピークから燃料の燃焼率を求める。そして燃焼率測定に於ける問題点に検討を加える。

そして次に $\gamma$ 線スペクトルに含まれている半減期の異なる核種からのフォトピークの面積をもとに燃料の燃焼履歴を最小2乗法を使って推定する。実用規模の動力炉に於ては原子炉全体としての出力履歴はかなり詳しく分っていることが多いが、燃料のシャッフリングを行う為、各燃料要素の燃焼履歴は未知である。またシャッフリングを行わない原子炉に於ても、制御棒位置の変化、ボイド分布の変化等により出力分布はかなり大幅に変化する。従って燃焼率や積分中性子束などを精度よく求める為には燃焼履歴の推定が必要である。本方法を適用することにより原子炉中の各位置に於ける燃料の燃焼履歴を推定することが可能となる。

## 6.2 $\gamma$ 線スペクトルの測定と解析

原子炉燃料の燃焼率測定への標準スペクトル法の適用性を調べる為、日本原子力研究所の第4号研究炉(JRR-4)の燃料要素からとった試料の $\gamma$ 線スペクトルを測定しその結果を標準スペクトル法により解析した。JRR-4はMTR型のU-A1合金の燃料をもつ遮蔽研究の為に建設されたスウィミングプール型の研究炉である。研究炉である為実用の発電炉と比較してその出力は大きな巾で変化する。また燃料要素の炉内滞在時間も発電炉より長くなっている。

### 6.2.1 $\gamma$ 線スペクトルの測定

$\gamma$ 線スペクトルの測定は3個の円板試料について行われた。これらの試料はJRR-4の炉心で1965年1月25日から1969年6月6日までの約4年間にわたって照射された燃料要素の1枚の燃料板から切り出された直径5.3mm、厚さ1.3mmの円板をアクリル容器の中に密封したものである。JRR-4の燃料板は89.87%濃縮のウランとアルミとの合金(19.41w/o U, 67 × 0.5 × 600mm)の平板を厚さ0.38mmのアルミで被覆したものである。この燃料板が15枚で1本の燃料要素となり、さらにこの燃料要素が16本集まって初期炉心を構成する。炉心構成をFig. 6.2.1に示す。図には試料を切り出した燃料要素および途中で追加された2本の燃料要素の位置も示されている。燃料要素の形状はFig. 6.2.2に示されている。試料を切り出したのは散乱実験室方向に向って14番目の燃料板の中心線上からであり、その位置をFig. 6.2.3に示す。

JRR-4は1日毎に起動、停止が繰返され、出力も研究目的に応じて大きく変る。普通の運転パターンでは1週間のうち火曜日から金曜日までの4日間運転し、1日あたりの運転時間は約5時間である。また最高出力は2.5MWtとなっている。1965年1月25日から1969年6月6日までの範囲に対する出力履歴を1ヶ月毎の平均出力の形でTable 6.2.1およびFig. 6.2.4に示す。1ヶ月毎に平均しても大きな範囲にわたって変動する複雑な出力

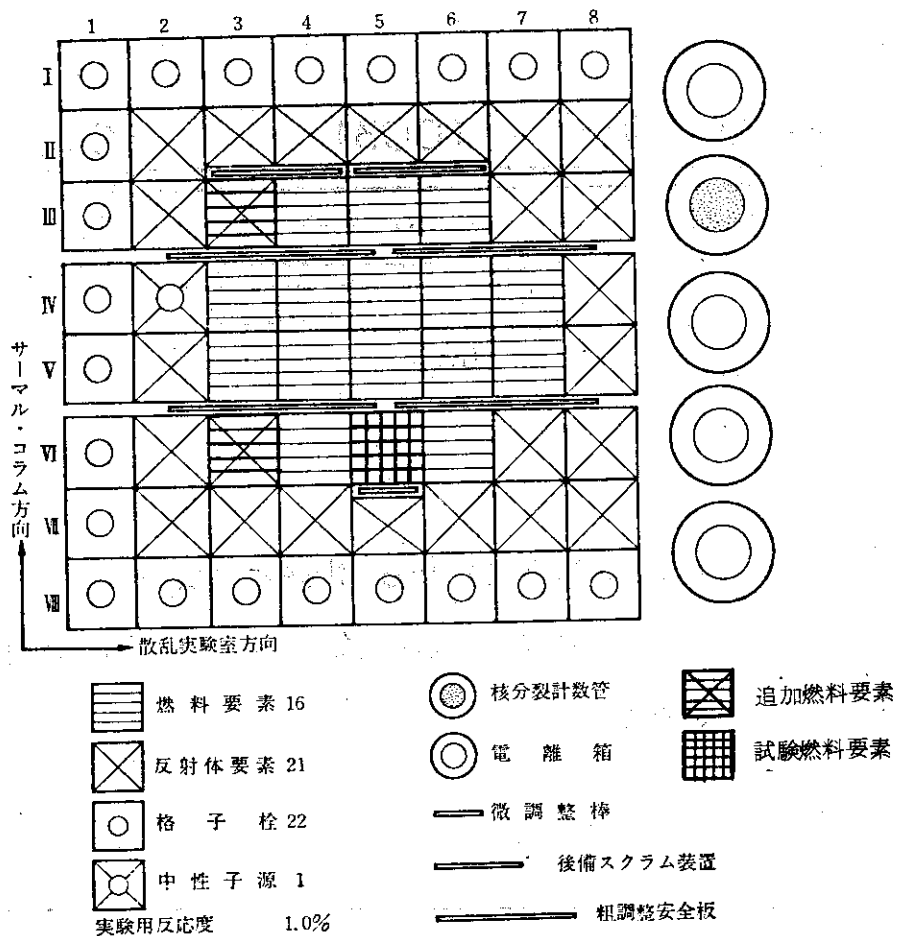


Fig. 6.2.1 Configuration of JRR-4 Reactor

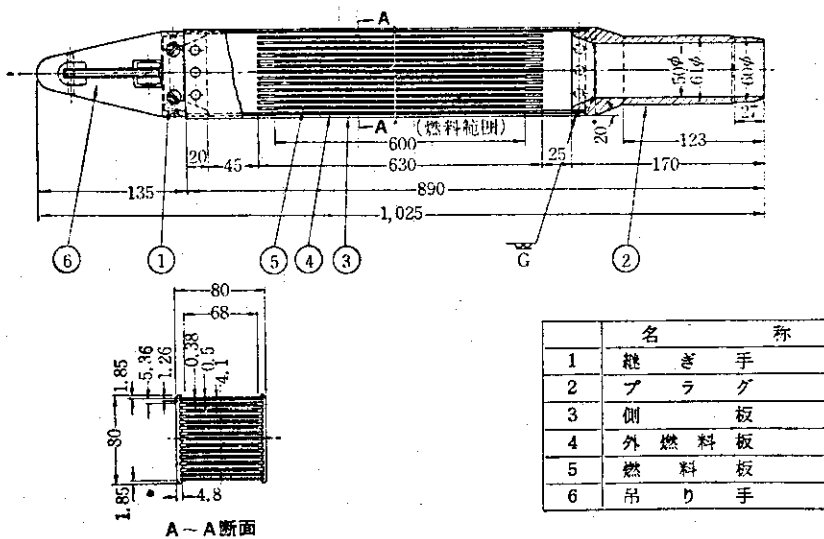


Fig. 6.2.2 Fuel Element of JRR-4 Reactor

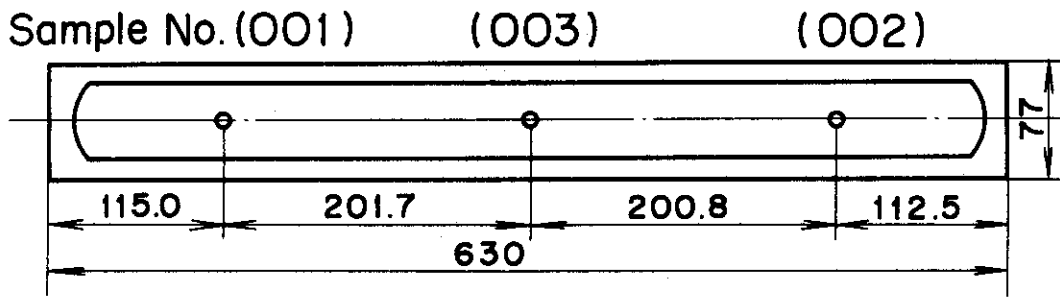


Fig. 6.2.3 Positions of the three samples in the fuel plate (No. 14) of the failed fuel element.

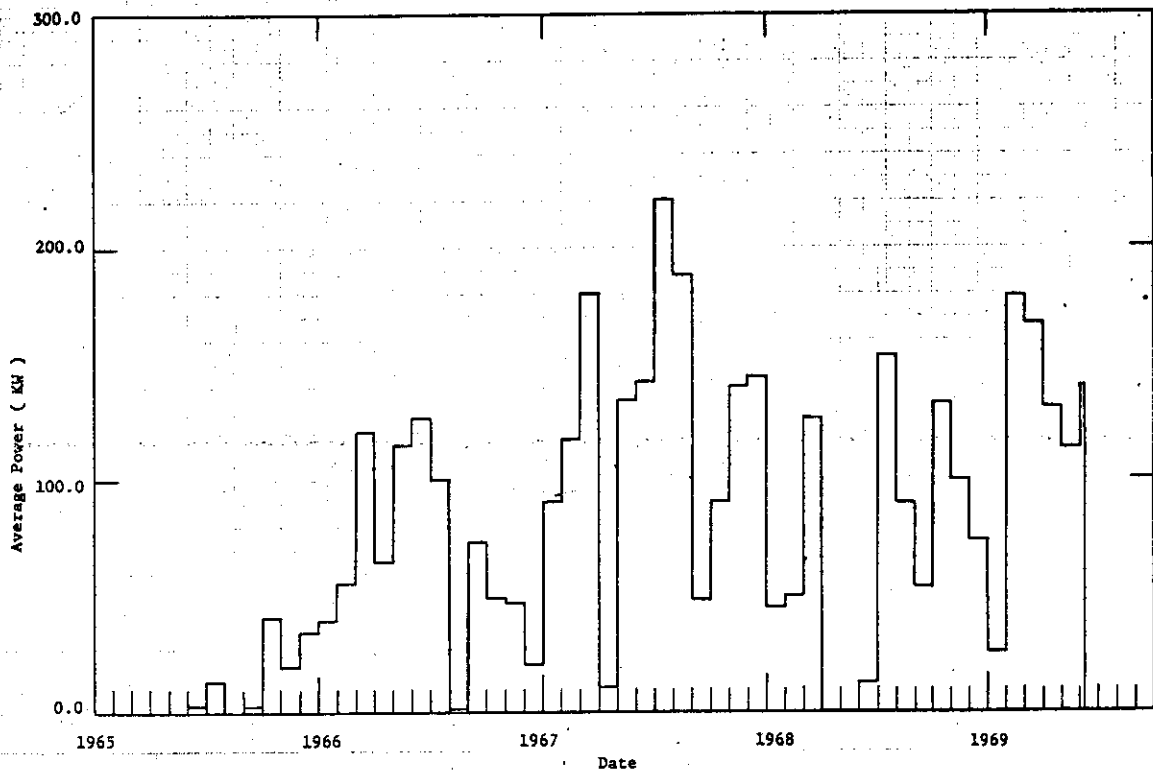


Fig. 6.2.4 Irradiation History of JRR-4 Reactor

Table 6.2.1 Monthly Averaged Operation History of JRR-4

Year	Month	Power (KW)	Year	Month	Power (KW)
1965	6	3.3	1967	7	221.5
	7	13.0		8	187.9
	8	0.0		9	48.2
	9	2.3		10	90.6
	10	41.0		11	139.9
	11	20.2		12	144.0
1966	12	34.5	1968	1	44.6
	1	39.7		2	49.3
	2	55.4		3	125.7
	3	120.9		4	0.0
	4	65.1		5	0.0
	5	114.7		6	12.6
	6	127.5	7	153.2	
	7	100.4	8	89.6	
	8	1.9	9	53.7	
	9	73.6	10	133.0	
	10	43.7	11	99.0	
	1967	11	47.4	1969	12
12		20.5	1		25.3
1		90.2	2		179.2
2		117.3	3		167.0
3		179.7	4		130.5
4		10.6	5		112.8
5		133.9	6	139.6	
6		142.3	average		81.2



履歴であり、数回の比較的長い停止期間を含んでいる。

試料の $\gamma$ 線スペクトルは約1年半(522日)の冷却の後、容積約30 cm<sup>3</sup>の同軸型Ge(Li)検出器および1024チャンネルの波高分析器を使って行われた。この検出器の分解能は<sup>137</sup>Csの662 keVの $\gamma$ 線に対して4.1 keVの半値幅(FWHM)と求められている。試料と検出器との距離は数え落しを充分小さくする為、149.7 cmとした。測定時間は10<sup>4</sup>秒(live time)である。試料(002)の $\gamma$ 線スペクトルの測定結果をFig. 6.2.5に示す。測定された $\gamma$ 線のエネルギー範囲は約20 keVから1 MeVまでとなっている。

Fig. 6.2.5に於てウラン原子の特性K-X線以外で目立つ主なフォトピークはエネルギーが低い方から順に80 keV(<sup>144</sup>Ce), 134 keV(<sup>144</sup>Ce), 512 keV(<sup>106</sup>Rh), 605 keV(<sup>134</sup>Cs), 622 keV(<sup>106</sup>Rh), 662 keV(<sup>137</sup>Cs), 695 keV(<sup>144</sup>Pr), 724 keV(<sup>95</sup>Zr), 756 keV(<sup>95</sup>Zr), 765 keV(<sup>95</sup>Nb), 796 keV(<sup>134</sup>Cs)の合計11本となっている。これらのうち605 keVと796 keVの2本のフォトピークは核分裂生成物からの直接放出される $\gamma$ 線ではなく、核分裂生成物である<sup>138</sup>Csが中性子を捕獲して生成された<sup>134</sup>Csから放出された $\gamma$ 線のフォトピークである。

### 6.2.2 $\gamma$ 線スペクトルの解析

三つの試料に対してそれぞれ測定された $\gamma$ 線スペクトルは、標準スペクトル法により解析され、各フォトピークのピーク面積が求められた。この $\gamma$ 線スペクトルの解析に使われたGe(Li)検出器に対しては60 keV, 122 keV, 136 keV, 279 keV, 392 keV, 412 keV, 662 keV, 835 keV, 898 keV, 1173 keV, 1275 keV, 1332 keV, 1835 keV, および2757 keVの合計14の $\gamma$ 線エネルギーに対する標準スペクトルが求められている。 $\gamma$ 線スペクトルの解析は、これら14の標準スペクトルを解析する $\gamma$ 線のエネルギーに関して第2章の2.2.1項に於て述べた方法により内挿した標準スペクトルを使ってなされた。

試料(003)の $\gamma$ 線スペクトルに含まれる各フォトピークを標準スペクトル法により解析した結果をFig. 6.2.6に示す。 $\gamma$ 線スペクトルの測定結果は丸い点で示されており、そのフィッティング結果は階段状の折線で与えられている。実線の曲線は各フォトピークのピーク成分であり、一次式のバックグラウンドの上に与えられている。 $\gamma$ 線スペクトルのフィッティング結果はいずれもその測定結果とよく一致している。三つの試料に対してそれぞれ、各フォトピークのピーク面積を求めた結果をTable 6.2.2に示す。

Table 6.2.2に示されている80 keVから801 keVまでの16本のフォトピークのピーク面積のうち、80 keVの<sup>144</sup>Ceの大きなフォトピークに対する結果は燃焼率の解析には使われなかった。80 keV近傍は検出効率のエネルギー依存性の傾向が大きく変る領域であるにもかかわらず、その近傍に適当な標準線源がなく検出効率を求められなかったからである。また<sup>125</sup>Sbから放出される428 keV, 601 keV, 607 keV および636 keVの4本のフォトピークはいずれもバックグラウンドの上にある比較的小さなピークである為そのピーク面積の標準偏差が10%以上と大きく、今回の燃焼率の解析には使われなかった。<sup>134</sup>Csの801 keVのフォトピークもその強度が隣接している796 keVのピーク強度の約 $\frac{1}{10}$ と小さく、その標準偏差が約10%以上と大きい為、燃焼率解析に使われなかった。

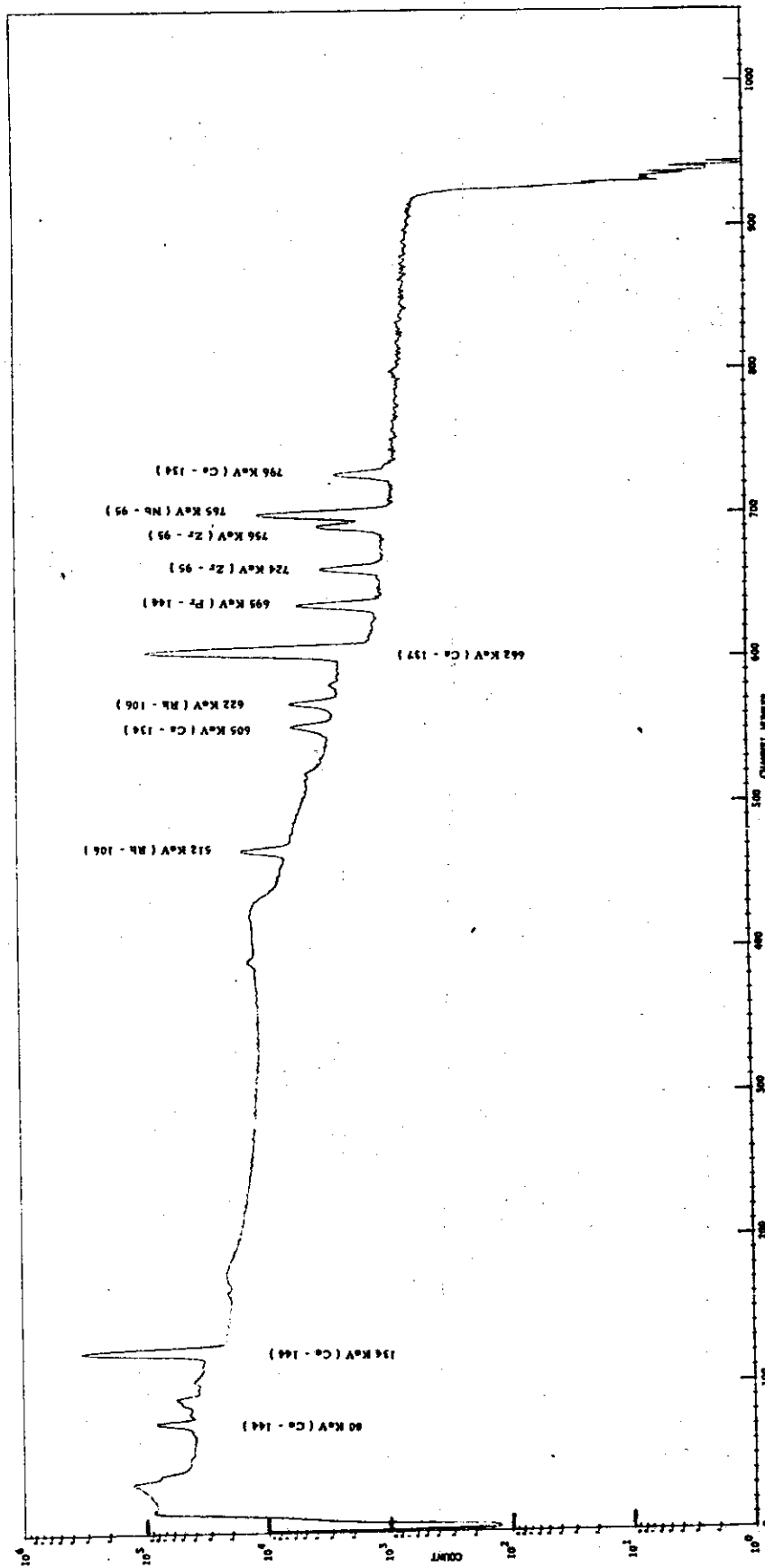
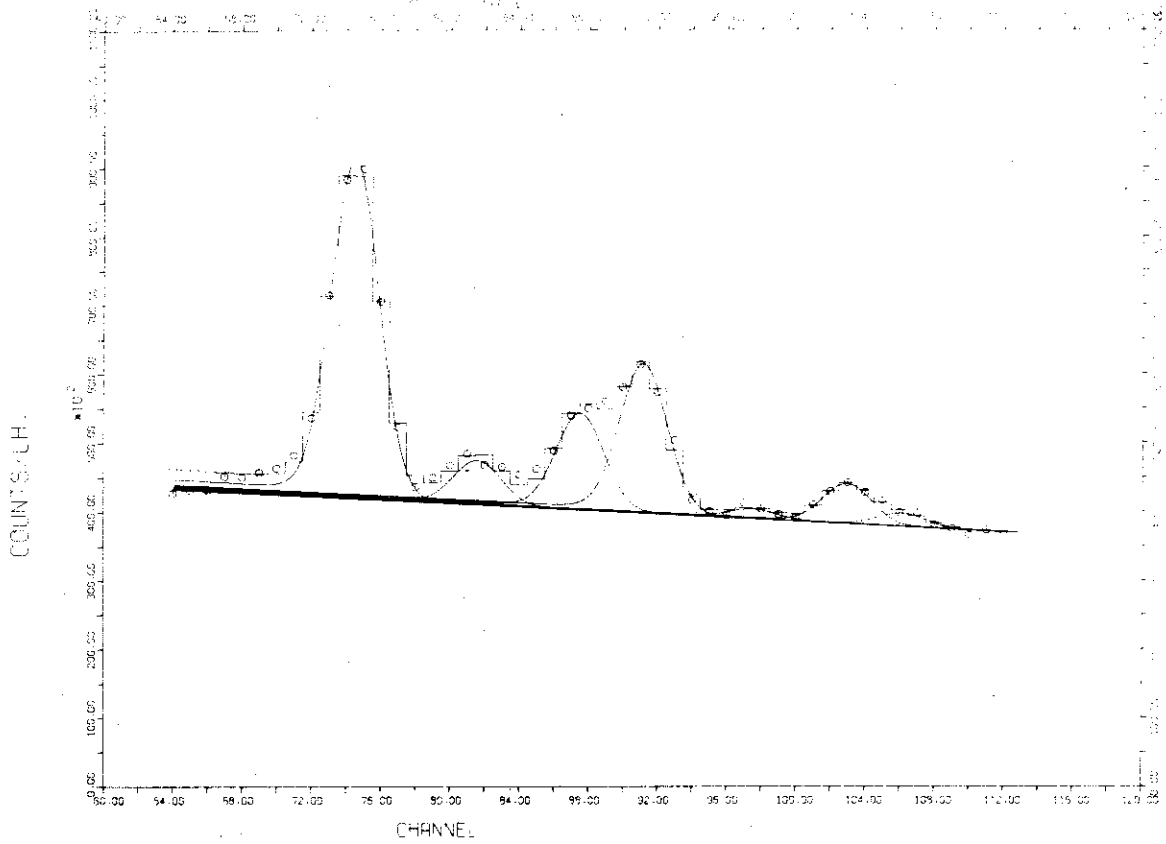
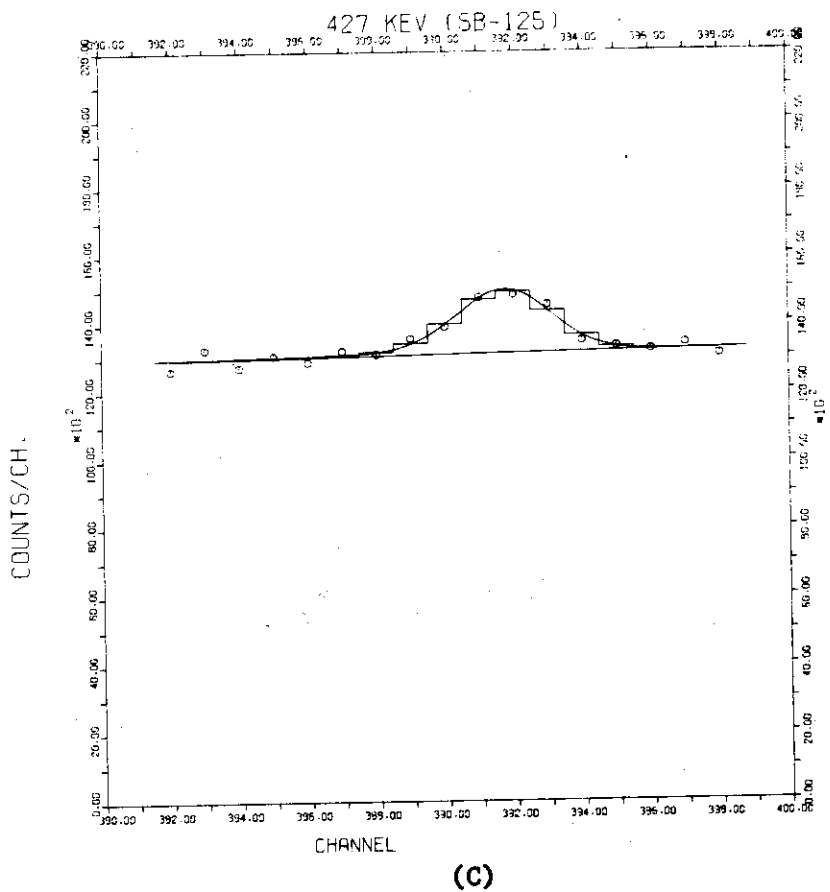
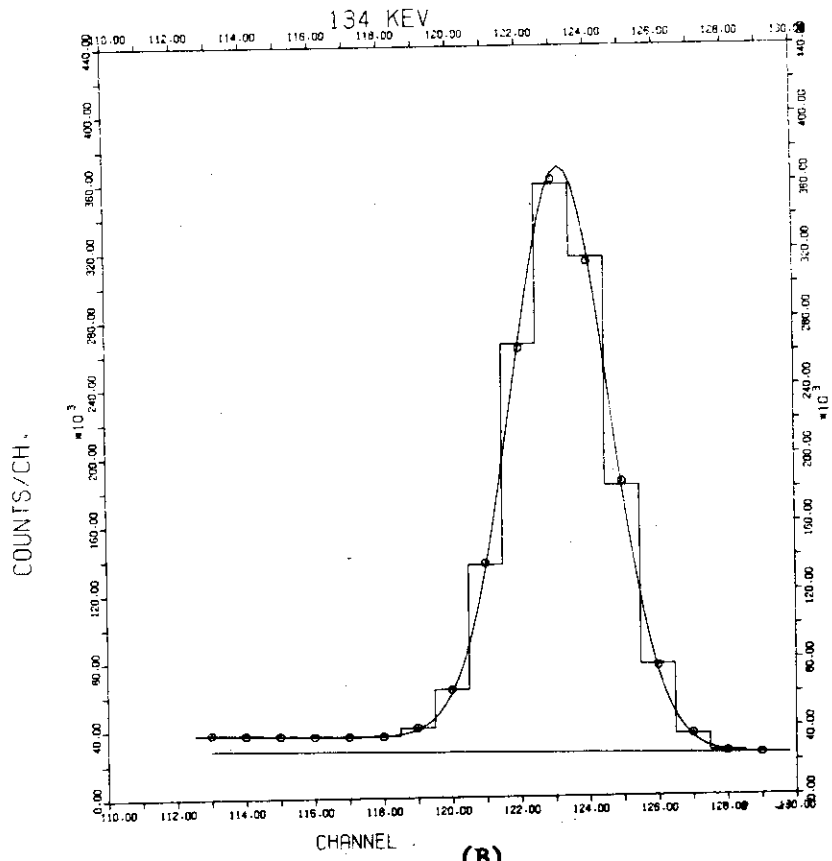


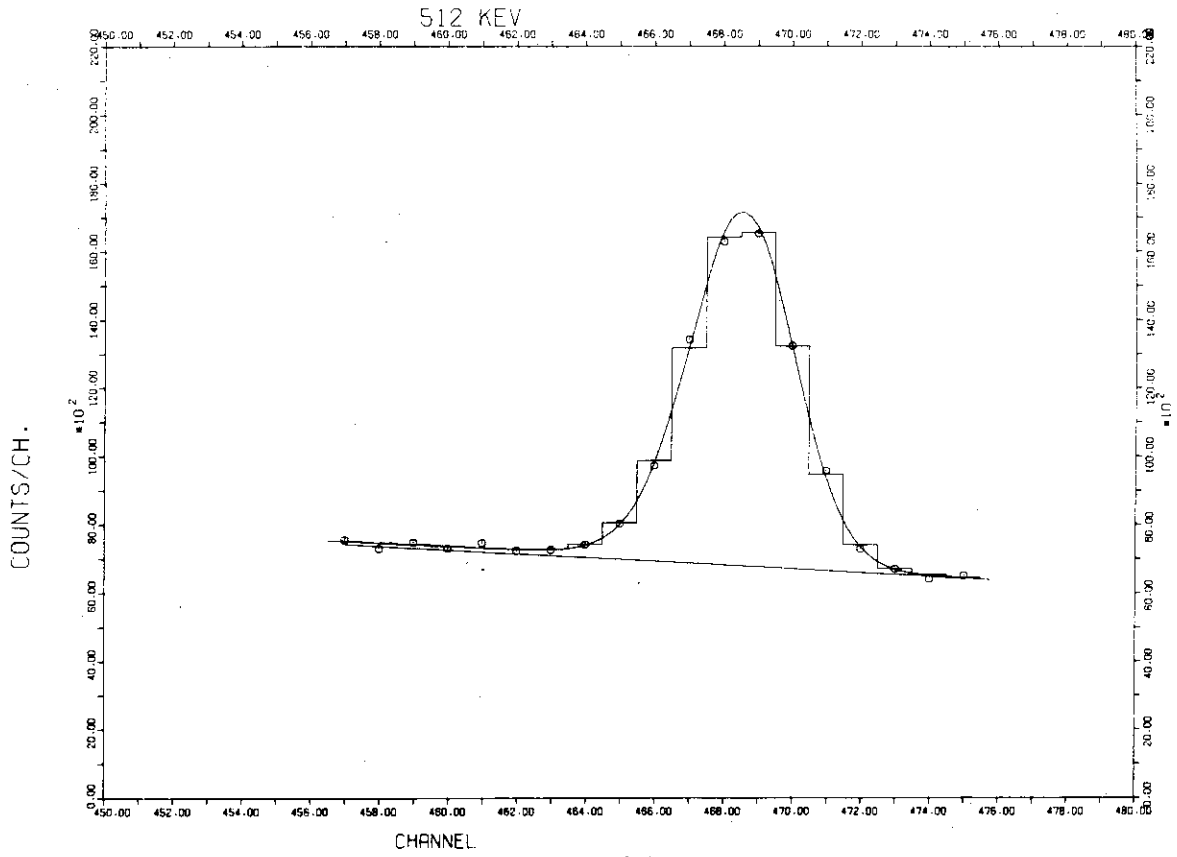
Fig. 6.2.5 Gamma-ray spectrum of the sample(002).



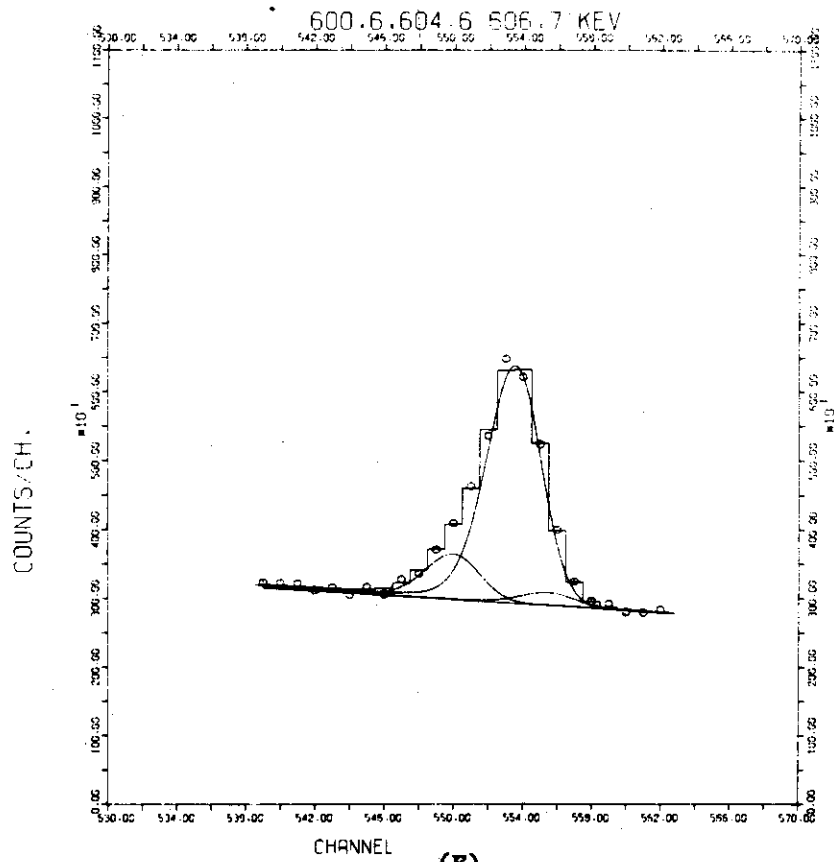
(A)

Fig. 6.2.6 Gamma-ray spectrum is analysed by using standard spectrum method, and the results for the sample (003) are shown in the figure.

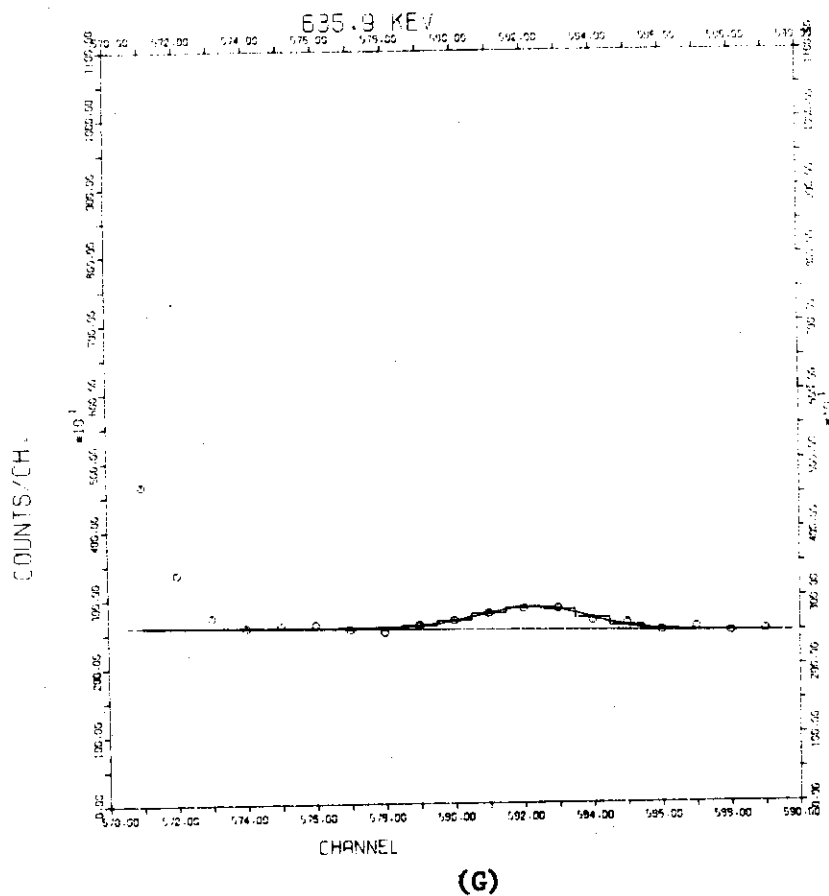
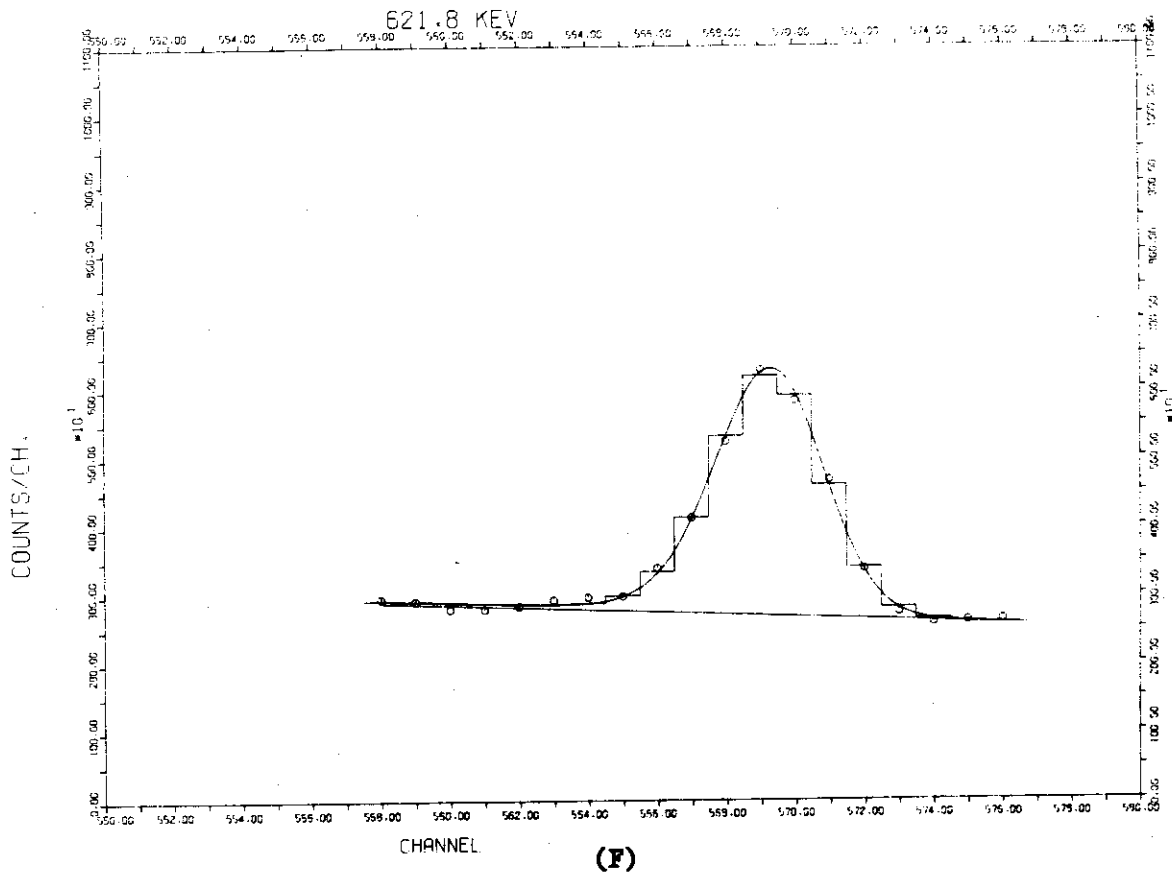


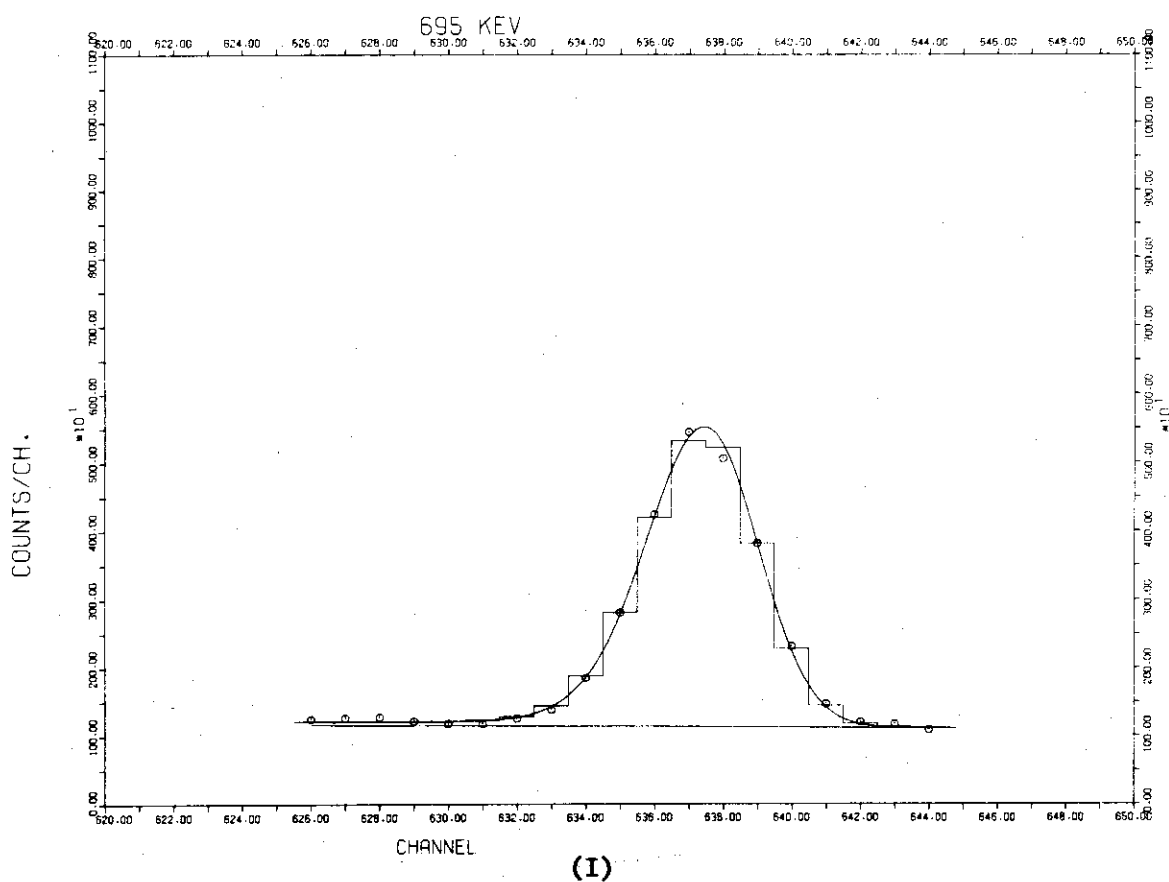
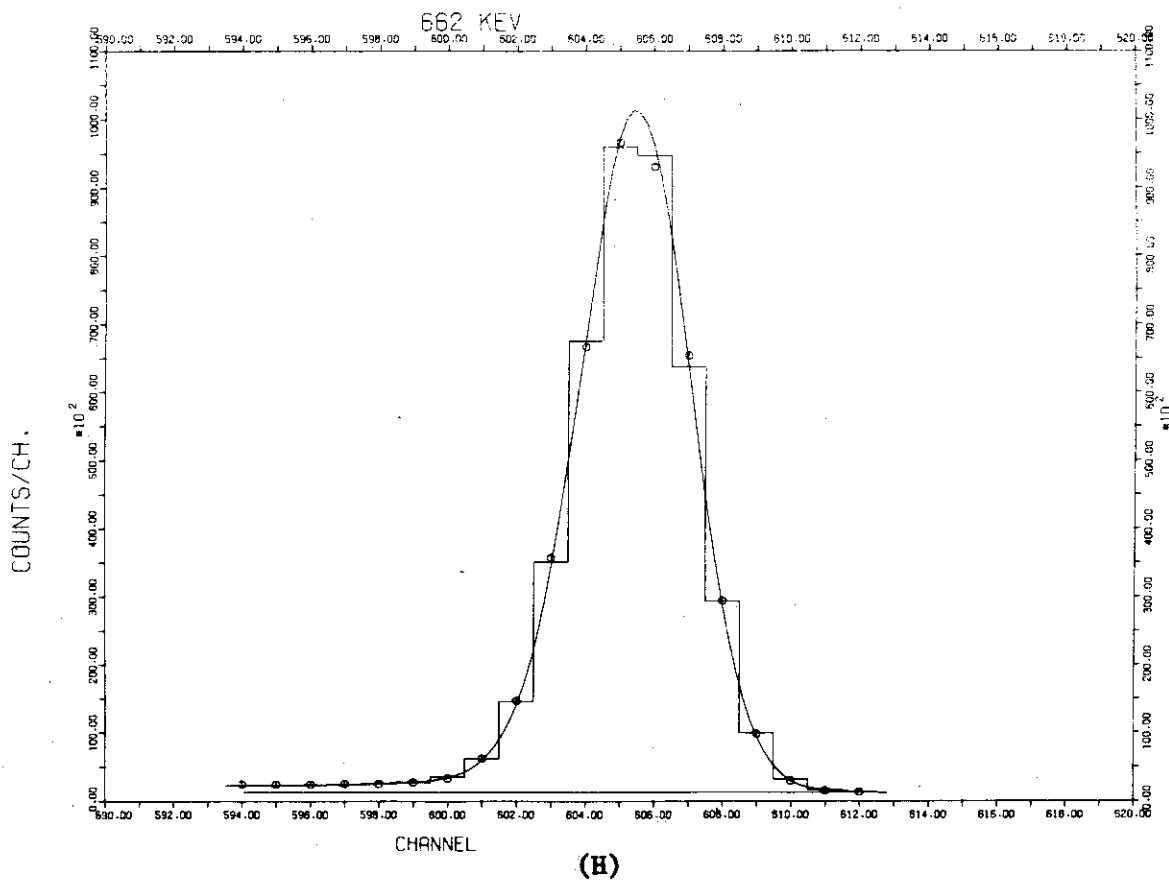


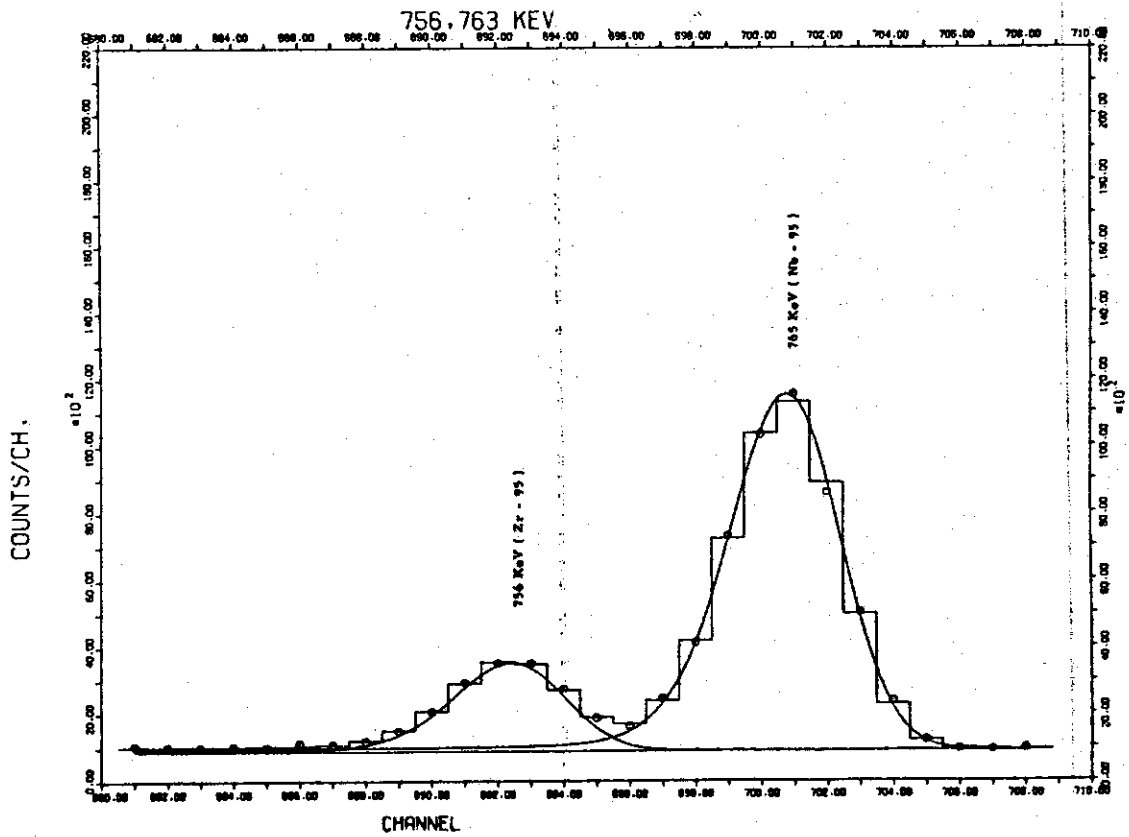
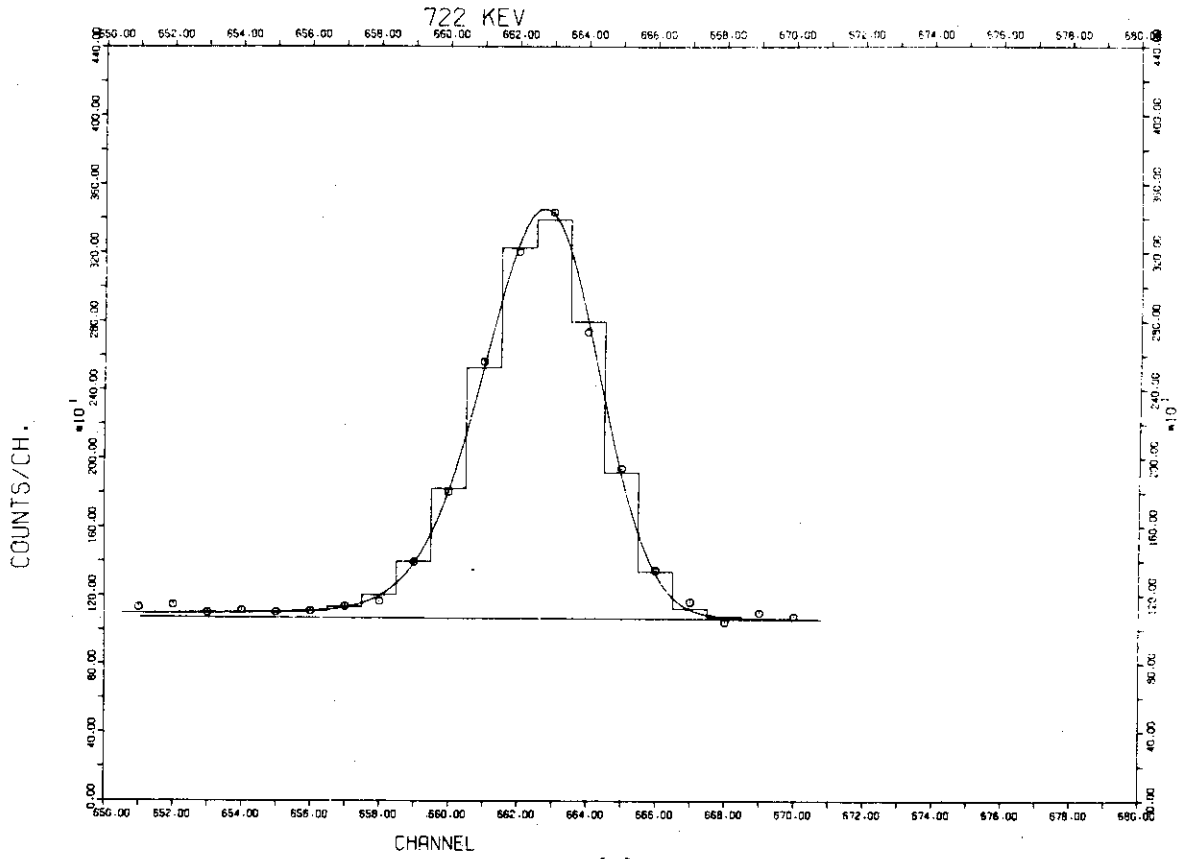
(D)



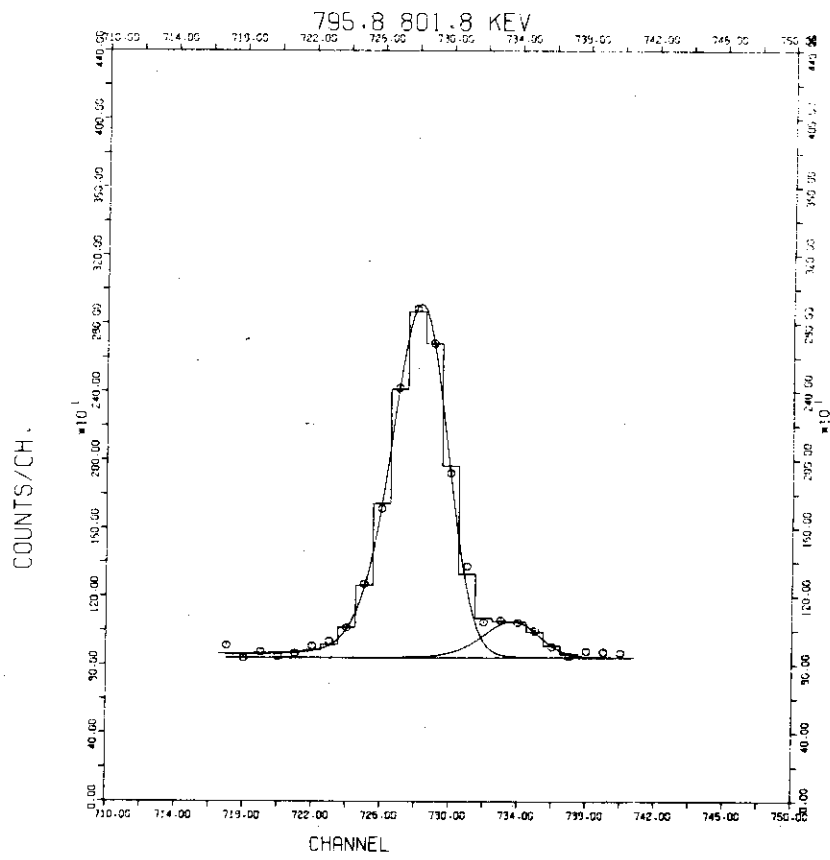
(E)











(L)

Table 6.2.2 Peak area of each photopeak in the gamma-ray spectra of the three samples

Energy (keV)	Nuclide	Sample		
		(001)	(002)	(003)
80	<sup>144</sup> Ce	61621 ± 1462	157605 ± 3630	169803 ± 3860
134	<sup>144</sup> Ce	434228 ± 1680	1117790 ± 4110	1218840 ± 4070
428	<sup>125</sup> Sb	2021 ± 204	7179 ± 679	6419 ± 645
512	<sup>106</sup> Rh	14307 ± 250	35842 ± 498	39393 ± 494
601	<sup>125</sup> Sb	885 ± 98	2026 ± 225	2483 ± 244
605	<sup>134</sup> Cs	1871 ± 163	11010 ± 381	13062 ± 510
607	<sup>125</sup> Sb	103 ± 140	355 ± 294	699 ± 364
622	<sup>106</sup> Rh	4788 ± 183	12930 ± 409	13642 ± 289
636	<sup>125</sup> Sb	569 ± 114	1165 ± 194	1228 ± 198
662	<sup>137</sup> Cs	143311 ± 624	357180 ± 2155	398514 ± 2370
695	<sup>144</sup> Pr	6134 ± 143	15517 ± 199	17181 ± 246
724	<sup>95</sup> Zr	3439 ± 110	8828 ± 223	9382 ± 237
756	<sup>95</sup> Zr	3714 ± 110	9900 ± 207	10457 ± 211
765	<sup>95</sup> Nb	14941 ± 179	39022 ± 332	42135 ± 341
796	<sup>134</sup> Cs	1097 ± 67	6515 ± 144	7934 ± 125
801	<sup>134</sup> Cs	—	640 ± 84	811 ± 76

$^{134}\text{Cs}$  自身の核分裂収率は非常に小さく ( $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂の場合  $4.06 \times 10^{-6} \%$ ), そのほとんど全部が  $^{133}\text{Cs}$  の中性子捕獲により生成されたものである。従って  $^{134}\text{Cs}$  からの 605 keV と 796 keV の 2 本のフォトピークも燃焼率に関する何らかの情報を含んでいるが、燃焼率との関係は他の核種からのフォトピークの場合とは当然異なっている。

### 6.3 燃焼率の決定

この節に於ては炉全体の出力履歴を使って各試料に対する照射履歴および冷却時間の補正を行い、 $\gamma$ 線スペクトルに含まれている各フォトピークのピークの面積をもとに燃料の燃焼率を求める。炉心内の各位置に於ける燃料の燃焼履歴は炉全体の出力履歴と当然そのパターンが異なり、さらに精度よく燃焼率を求める為には 6.6 節で述べる燃焼履歴の推定が必要となる。

いま  $\gamma$ 線スペクトル中の  $i$  番目のフォトピークのピーク面積を  $S_i$  とし、その  $\gamma$ 線を放出した核分裂生成物の核種を  $k$  で表わせば、核種  $k$  の放射能  $A_k$  は  $S_i$  から次式で与えられる。

$$A_k = \frac{S_i}{t_m \epsilon_i f_i \varphi_i^k}, \quad (6.3.1)$$

- $t_m$  : 測定時間,  
 $\epsilon_i$  : 検出効率,  
 $f_i$  :  $\gamma$ 線減衰率,  
 $\varphi_i^k$  :  $\gamma$ 線分岐比,

$\gamma$ 線減衰率  $f_i$  は  $i$  番目のフォトピークのエネルギーに対応する  $\gamma$ 線が燃料中で発生して検出器表面に達するまでに途中の物質に吸収されない割合を表わしている。燃料中で発生した  $\gamma$ 線が検出器に到達するまでにはウラニウム燃料自身、アルミニウム被覆、アクリル製試料容器および空気の層を通過しなければならない。それぞれの厚さは 0.0295, 0.168, 0.237, 0.175 g/cm<sup>2</sup> となっている。 $\gamma$ 線が検出器本体の Ge(Li) に達するまでにはさらに検出器の窓材を通過しなければならないが、それは検出器の検出効率を標準  $\gamma$ 線源を使って測定することにより自動的に補正されており、陽に考慮する必要はない。また試料が今回のように燃料板から切り出した小さな円板ではなく、直接燃料要素の  $\gamma$ 線スペクトルを測定する場合には、 $\gamma$ 線の、他の燃料板、燃料要素構造材、水等による吸収も考慮しなければならず計算はかなり複雑なものとなる。燃料板の厚さ方向の核分裂分布が一様であると仮定することにより今回の測定体系に対しては簡単に  $\gamma$ 線減衰率を求めることが出来る。 $\gamma$ 線の各原子による吸収係数として J. H. Hubbell<sup>(45)</sup> のデータを使い、各フォトピークに対して求めた  $\gamma$ 線減衰率を、核種名、 $\gamma$ 線分岐比および検出効率と共に Table 6.3.1 に示す。検出効率の詳細に関しては Appendix B を参照されたい。

核分裂生成物の各核種の生成量から核分裂数を求める為には各核種の照射および冷却期間中に於ける減衰を補正する必要がある。JRR-4 の出力履歴に対して 522 日の冷却時間に於ける各核分裂生成物核種の生成量が「FP-S」<sup>(46)</sup> プログラムを使って計算された。

Table 6.3.1 Nuclear data for burnup analysis

Gamma Energy (keV)	Nuclide	Abundance $\Psi_\gamma$	Gamma Ray Attenuation $f$	Detection Efficiency $\epsilon ( \times 10^{-5} )$
80	$^{144}\text{Ce}$	0.0154	0.9038	—
134	$^{144}\text{Ce}$	0.11	0.8936	1.105
512	$^{106}\text{Rh}$	0.21	0.9626	0.182
605	$^{134}\text{Cs}$	0.980	0.9654	0.147
622	$^{106}\text{Rh}$	0.11	0.9659	0.146
662	$^{137}\text{Cs}$	0.851	0.9668	0.132
695	$^{144}\text{Pr}$	0.015	0.9678	0.124
724	$^{95}\text{Zr}$	0.49	0.9680	0.121
756	$^{95}\text{Zr}$	0.49	0.9688	0.114
765	$^{95}\text{Nb}$	1.00	0.9690	0.112
796	$^{134}\text{Cs}$	0.878	0.9696	0.107

Table 6.3.2 Calculated ratio between activity and burnup.

Nuclide	Half Life	Decay Const. (1/sec)	Cumulative Yield (%)	(A/F)cal. (Ci/MWD)
$^{95}\text{Zr}$	65 d	$1.234 \times 10^{-7}$	6.1823	0.1507
$^{95}\text{Nb}$	35 d	$2.292 \times 10^{-7}$	6.3917	0.3258
$^{106}\text{Ru}$	367 d	$2.186 \times 10^{-8}$	0.3979	0.8624
$^{106}\text{Rh}$	30 s	$2.311 \times 10^{-2}$	0.3979	0.8624
$^{137}\text{Cs}$	30 y	$7.327 \times 10^{-10}$	6.1822	3.068
$^{144}\text{Ce}$	284 d	$2.825 \times 10^{-8}$	5.3845	9.440
$^{144}\text{Pr}$	17.3m	$6.678 \times 10^{-4}$	5.3845	9.440

「FP-S」プログラムは任意の照射および冷却の繰返しに対して各核分裂生成物核種の生成量を Bateman の式<sup>46)</sup> およびその時間に関する積分関数を繰返し使って解析的に求めるものである。「FP-S」を燃焼率解析用に改良したプログラム「FP-BU」のリストおよび簡単な説明を Appendix E に示す。今回の解析に於て考慮した崩壊系列を Fig. 6.3.1 に示す。冷却時間が 522 日とかなり長い為短寿命核種は考慮しなかった。中性子束を零として求めた各核種の生成量を放射能と発熱量の比の形で Table 6.3.2 に示す。表には計算に使った各核種の核データも示されている。ただし中性子捕獲により生成される  $^{134}\text{Cs}$  の生成量は中性子束の関数である為示されていない。Table 6.3.2 に与えられているのは  $^{95}\text{Zr}$ ,  $^{95}\text{Nb}$ ,  $^{106}\text{Ru}$ ,  $^{106}\text{Rh}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{144}\text{Ce}$  および  $^{144}\text{Pr}$  に対するデータであり, JRR-4 の熱中性子束 ( $\phi_{th}^{max} \doteq 5 \times 10^{13} \text{ n/cm}^2/\text{sec}$ ) に於てはこれらの核種の生成量が中性子束にほとんど依存しないことが確かめられている。

各核種の生成量は各崩壊系列毎に放射平衡にあり,  $^{95}\text{Zr}$ ,  $^{106}\text{Ru}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  および  $^{144}\text{Ce}$  の生成量を熱中性子束の関数として求めた結果を, 中性子束が零の場合の結果との比の形で Fig. 6.3.2 に示す。出力履歴は JRR-4 の月平均の出力 (Fig. 6.2.4 参照) を使い, 冷却時間は 522 日とした。また熱中性子束はこの場合出力に関係なく全運転時間にわたって一定とした。解析に使った各核種の中性子捕獲に対する熱中性子断面積および共鳴積分の値を Table 6.3.3 に示す。これらのデータは E. Clayton<sup>47)</sup> による評価値からとられたものである。JRR-4 の炉心中性子スペクトルに於て epithermal index (単位レサジーあたりの熱外中性子束/熱中性子束) は 0.098 と求められている。

Fig. 6.3.2 から実用規模の熱中性子動力炉に於て問題となる  $10^{14} \text{ n/cm}^2/\text{sec}$  以下の熱中性子束の範囲に於ては各核種の生成量に対する中性子捕獲の影響が非常に小さいことが分る。熱中性子束が  $10^{14} \text{ n/cm}^2/\text{sec}$  の時, 中性子捕獲による  $^{95}\text{Zr} - ^{95}\text{Nb}$ ,  $^{106}\text{Ru} - ^{106}\text{Rh}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  および  $^{144}\text{Ce} - ^{144}\text{Pr}$  の生成量の変化はそれぞれ +0.006, -0.09, +0.14, -0.30% となっている。

Table 6.3.2 に与えられている各核種の生成量と発熱量との比の計算値  $(A/F)_{cal}$  を使うことにより照射および冷却の補正を行い, 各試料の核分裂による発熱量は,

$$F_{mes} = \frac{A_k}{\left(\frac{A}{F}\right)_{cal}} \quad (6.3.2)$$

と求められる。

各試料の発熱量は (6.3.2) 式で求められるがさらに各試料の燃焼度 (MWD/t) または燃焼率 (%BU) を求める為には試料中に含まれているウラン重量を知る必要がある。燃焼度は燃料 1 ton あたりの発熱量と定義されているが, 燃料としてウラニウム等の重元素のみを考える場合と,  $\text{UO}_2$  または  $\text{PuO}_2$  等の化合物の重量を考える場合とがある。JRR-4 の燃料は金属ウラニウムであり, 両者の定義は一致する。また燃焼率は重元素の原子数の何%が核分裂したかで定義されるが, 場合によっては  $^{235}\text{U}$  の原子数のうち何%が核分裂および中性子捕獲により失われたかで定義されることがある。本稿に於ては前者の定義に従うことにする。

Mass No. A	Atomic No. Z			
	40	41	42	
93	$^{93}\text{Zr}(1.5 \times 10^6 \text{ y})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{93}\text{Nb}(\text{stable})$	
94	$^{94}\text{Zr}(\text{stable})$			
95	$^{95}\text{Zr}(65\text{d})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{95\text{m}}\text{Nb}(90\text{h})$	
		$\xrightarrow{\quad}$	$^{95}\text{Nb}(35\text{d})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{95}\text{Mo}(\text{stable})$
96	$^{96}\text{Zr}(\text{sham st.}^*)$			
	44	45	46	
105	$^{105}\text{Ru}(4.44\text{h})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{105}\text{Rh}(\text{sham st.})$	
106	$^{106}\text{Ru}(367\text{d})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{106}\text{Rh}(30\text{s})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{106}\text{Pd}(\text{stable})$
107	$^{107}\text{Ru}(\text{sham st.})$			
	54	55	56	
133	$^{133}\text{Xe}(5.27\text{d})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{133}\text{Cs}(\text{stable})$	
134	$^{134}\text{Xe}(\text{stable})$		$^{134}\text{Cs}(2.05\text{y})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{134}\text{Ba}(\text{stable})$
135			$^{135}\text{Cs}(\text{sham st.})$	
	54	55	56	
135	$^{135}\text{Xe}(9.2\text{h})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{135}\text{Cs}(3 \times 10^6 \text{ y})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{135}\text{Ba}(\text{stable})$
136	$^{136}\text{Xe}(\text{stable})$		$^{136}\text{Cs}(13\text{d})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{136}\text{Ba}(\text{stable})$
137	$^{137}\text{Xe}(3.9\text{m})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{137}\text{Cs}(30.0\text{y})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{137\text{m}}\text{Ba}(2.55\text{m})$
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{137}\text{Ba}(\text{stable})$
138			$^{138}\text{Cs}(\text{sham st.})$	
	58	59	60	
143	$^{143}\text{Ce}(33\text{h})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{143}\text{Pr}(13.6\text{d})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{143}\text{Nd}(\text{stable})$
144	$^{144}\text{Ce}(284\text{d})$	$\xrightarrow{\quad}$	$^{144}\text{Pr}(17.3\text{m})$	
			$\xrightarrow{\quad}$	$^{144}\text{Nd}(\text{sham st.})$
145	$^{145}\text{Ce}(\text{sham st.})$			

\*) sham stable nuclide

Fig. 6.3.1 Decay Schemes

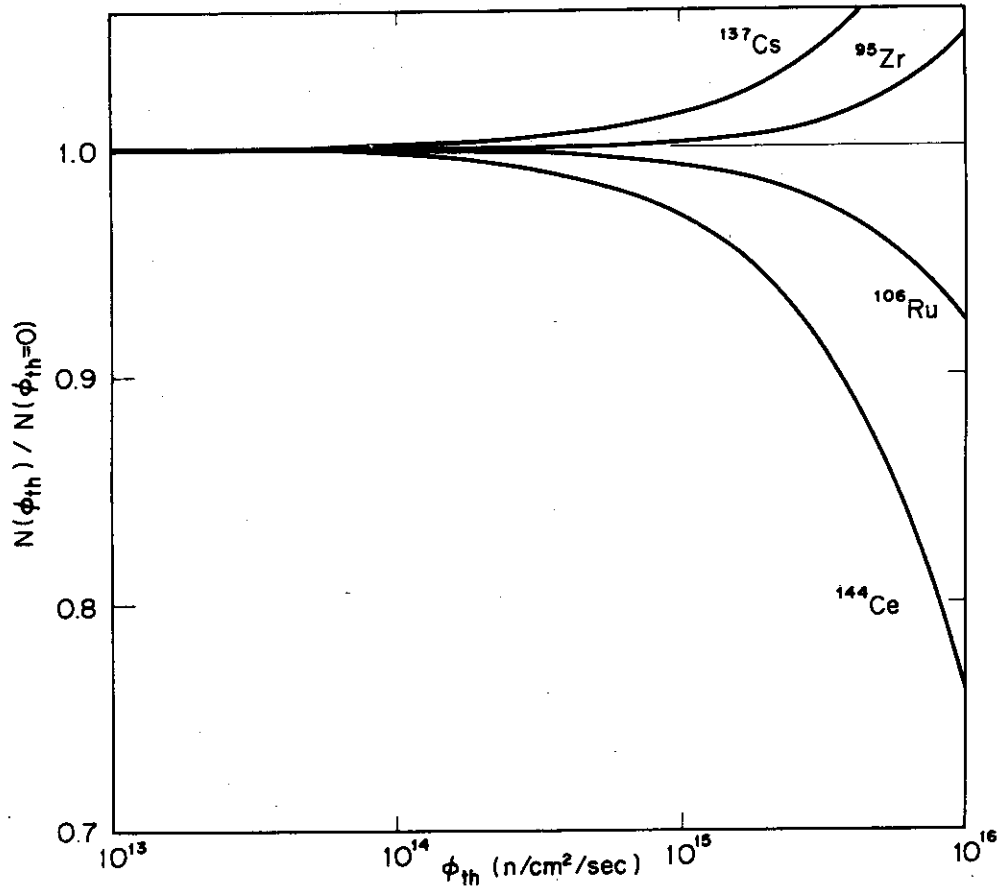


Fig. 6.3.2 Dependence of the production of each fission product nuclide on neutron flux

Table 6.3.3 Thermal cross section and resonance integral of each nuclide

Nuclide	Half Life	$\sigma_{2200}$ (b)	RI (b)
$^{93}\text{Zr}$	$1.5 \times 10^6 \text{ y}$	2.0	26.0
$^{94}\text{Zr}$	stable	0.076	0.21
$^{95}\text{Zr}$	65 d	0.49	5.42
$^{95}\text{Nb}$	35 d	1.45	25.1
$^{105}\text{Ru}$	4.44 h	0.2	5.10
$^{106}\text{Ru}$	367 d	0.146	1.28
$^{133}\text{Xe}$	5.27 d	190.0	52.52
$^{135}\text{Xe}$	9.2 h	$2.7 \times 10^6$	7262.2
$^{136}\text{Xe}$	stable	0.2	0.120
$^{133}\text{Cs}$	stable	29.5	460.3
$^{134}\text{Cs}$	2.05 y	134.0	87.97
$^{135}\text{Cs}$	$3 \times 10^6 \text{ y}$	8.9	61.99
$^{136}\text{Cs}$	13 d	1.90	15.55
$^{137}\text{Cs}$	30.0 y	0.11	0.414
$^{143}\text{Ce}$	33 h	6.0	42.66
$^{144}\text{Ce}$	284 d	1.0	2.602

試料のウラニウムの重量は直接試料をこわして測定することにより精度よく求めることが出来る。しかし本稿に於ては試料を破壊せず間接的にその中に含まれているウラニウムの重量を求める。 $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比から求められる燃焼率( %BU )と、 $^{137}\text{Cs}$  の生成量から求められる発熱量( MWD )をもとに定められ燃焼度( MWD/t )とが一致しなければならないという考え方をもとに試料中のウラニウムの量が推定された。 $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比から燃焼率を求める方法については後程 6.5 節に於て詳しく述べるが、試料( 001 ), ( 002 ), ( 003 ) に対して燃焼率はそれぞれ、2.15, 5.04, 5.35 %BU と求められている。燃焼率( %BU )と燃焼度( MWD/t ) との関係は、JRR-4 の燃料の 90 %濃縮ウランに対しては

$$\begin{aligned} 1 \text{ MWD/t} &= \frac{(3.1 \times 10^{10}) \times 10^6 \times (8.64 \times 10^4) \text{ fissions}}{10^6 \text{ atoms}} \\ &= 1.046 \times 10^{-6} \text{ fissions/atom,} \\ &= 1.046 \times 10^{-6} \% \text{ BU,} \end{aligned} \quad (6.3.3)$$

となる。従つて試料( 001 ), ( 002 ), ( 003 ) の燃焼度はそれぞれ  $2.05 \times 10^4$ ,  $4.82 \times 10^4$ ,  $5.11 \times 10^4$  MWD/t となる。一方  $^{137}\text{Cs}$  の生成量から( 6.3.2 )式により定められる試料( 001 ), ( 002 ), ( 003 ) の発熱量はそれぞれ 0.116, 0.290, 0.323 MWD である。従つてこの発熱量と燃焼度から試料( 001 ), ( 002 ), ( 003 ) に含まれているウラニウムの重量はそれぞれ、5.66, 6.01, 6.32 mg と推定される。

JRR-4 の燃料板から試料を作つた時と同じ方法で直径 5.3 mm の円板を 2 つ打ちぬき、分解してそれぞれのウラニウムの重量を直接測定した結果は 5.80 mg および 4.86 mg となり、20 %近い差がある。<sup>(48)</sup> 試料の直径のバラツキからは 20 % の差は説明できず、これは燃料の U-A1 合金中に於けるウラニウムの厚さのバラツキによると考えられる。従つて本稿に於て求められた各試料の推定重量にもかなり大きな 10 %近い差があるが、この直接測定の結果の差と比較すると約  $\frac{1}{2}$  と小さく、その差はウラニウムの厚さのバラツキから説明することができる。

三つの試料の  $\gamma$  線スペクトルに含まれる各フォトピークのピーク面積をもとに( 6.3.1 )式により各核種の生成量を求め、それに照射及び冷却時間の補正を( 6.3.2 )式を使って行い、発熱量を出し、さらに各試料中のウラニウム重量を使って求められた各試料の燃焼率を Table 6.3.4 に示す。

これらの結果は Table 6.3.1 のデータおよび Table 6.3.2 に示された各核種のデータに大きく依存する。これらのデータは各フォトピーク毎に与えられるものと各核種毎に与えられるものとに分れる。前者には  $\gamma$  線分岐比,  $\gamma$  線減衰率, 検出効率があり、後者には半減期, 核分裂収率, 中性子捕獲断面積などがある。ある核種から放出される数本のフォトピークの強度をもとに求めた燃焼率の結果が一致しそれらが全部変な時には、各核種毎に与えられるデータの精度を主に調べる必要がある。また各フォトピークから求めた結果が一致しない場合には主に



Table 6.3.4 Results of burnup measurements

Gamma Ray Energy (keV)	Nuclide	Abundance	Sample		
			(001) (%BU)	(002) (%BU)	(003) (%BU)
134	$^{144}\text{Ce}$	0.11	2.12	5.13	5.32
512	$^{106}\text{Rh}$	0.21	2.25	5.32	5.55
622	$^{106}\text{Rh}$	0.11	1.80	4.49	4.52
662	$^{137}\text{Cs}$	0.851	2.15	5.04	5.35
695	$^{144}\text{Pr}$	0.015	1.80	4.29	4.52
724	$^{95}\text{Zr}$	0.49	1.98	4.80	4.86
756	$^{95}\text{Zr}$	0.49	2.27	5.71	5.73
765	$^{95}\text{Nb}$	1.00	2.11	5.19	5.33

Table 6.3.5 Results of burnup measurements by using the recommended abundance for each photopeak.

Gamma Ray Energy (keV)	Nuclide	Recommended Abundance	Sample		
			(001) (%BU)	(002) (%BU)	(003) (%BU)
134	$^{144}\text{Ce}$	0.11	2.12	5.13	5.32
512	$^{106}\text{Rh}$	0.21	2.25	5.32	5.55
622	$^{106}\text{Rh}$	0.092	2.15	5.37	5.41
662	$^{137}\text{Cs}$	0.851	2.15	5.04	5.35
695	$^{144}\text{Pr}$	0.0127	2.13	5.07	5.34
724	$^{95}\text{Zr}$	0.45	2.16	5.23	5.29
756	$^{95}\text{Zr}$	0.53	2.10	5.28	5.30
765	$^{95}\text{Nb}$	1.0	2.11	5.19	5.33

フォトピーク毎に与えられるデータの正しさを検討することになる。

Table 6.3.2 の各核種毎の核データはかなり精度がよいと考えられる。燃焼率測定に使われるような範囲の核種の半減期は精度よく求めることが可能であり、また今回の解析の対称である  $^{235}\text{U}$  の熱中性子分裂に対してはかなり精度よく核分裂収率が求められている。またこれらの核種の生成量が中性子捕獲にほとんど依存しないことは既に確められている。

Table 6.3.1 に与えられている各フォトピーク毎のデータのうち  $\gamma$  線減衰率は今回の測定体系に対しては各原子の Photon Cross Section をもとにかなり精度よく求めることが可能である。また検出効率に関しては、標準  $\gamma$  線源を試料を測定するのと同じ測定系で測定し、同じ方法(標準スペクトル法)で解析すれば問題はないと考えられる。従って今回の燃焼率の解析に於て主に問題点として残るのは  $\gamma$  線分岐比のデータであることが分る。 $\gamma$  線分岐比のデータは他の核データと比べるとその測定精度が悪く、その値は測定者毎に大きくバラツキている。 $\gamma$  線分岐比の精度は燃焼率の精度に直接影響を及ぼす。

Table 6.3.4 の燃焼率の測定結果も各フォトピーク毎に大きく変動し、誤差の主な原因は  $\gamma$  線分岐比にあると考えられる。三つの試料に対して各フォトピーク毎の燃焼率のバラツキは同じ傾向を示し、誤差の主原因を  $\gamma$  線スペクトルの測定誤差に求めることは出来ない。また放射平衡にある核種から放出される  $\gamma$  線をもとに定められた燃焼率はお互に一致せず、その誤差は各核種毎の核データのみからは説明できない。

従って  $\gamma$  線スペクトルに含まれる各フォトピークから与えられる燃焼率が出来るだけ等しくなるように、 $\gamma$  線分岐比をその測定結果のバラツキの範囲内で動かしその推奨値を定めた。燃焼率の解析結果を  $\gamma$  線分岐比の推奨値と共に Table 6.3.5 に示す。各フォトピークから求められた燃焼率はお互にかなりよく一致している。 $^{137}\text{Cs}$  の 662 keV のフォトピークから求めた燃焼率を基準にフォトピークによる結果のバラツキは試料(001), (002), (003) に対してそれぞれ燃焼率の値の 5%, 7%, 4% となっている。 $^{137}\text{Cs}$  に対しては他の核種と比較して精度よく核データが求められており、しかも半減期が 30 年と長く燃焼率の解析結果が燃焼履歴に依存する程度も小さい。また金属燃料の場合には Cs の燃料中の移行もほとんど問題とならない。従って今回の解析結果に於ては  $^{137}\text{Cs}$  の 662 keV のフォトピークから求めた燃焼率が最も信頼性の高い値であると考えることが出来る。

Table 6.3.5 に示された  $\gamma$  線分岐比のうち  $^{106}\text{Rh}$  からの 622 keV,  $^{144}\text{Pr}$  からの 695 keV および  $^{95}\text{Zr}$  からの 724 keV と 756 keV の合計 4 本の  $\gamma$  線に対する値が修正された。その他の値は無修正である。

$^{106}\text{Rh}$  からの 622 keV の  $\gamma$  線に対する分岐比の推奨値 0.092 は Ambiyé と Sharma<sup>(49)</sup> の測定値に相当する。 $^{106}\text{Rh}$  の  $\gamma$  線分岐比の測定値はいずれも 511 keV の  $\gamma$  線分岐比に対する相対値として与えられており、絶対値としては 511 keV の  $\gamma$  線分岐比として 0.21 という値<sup>(50)</sup> が 1 つ報告されているにすぎない。

Ambiyé - Sharma は 622 keV と 511 keV の  $\gamma$  線分岐比の比  $[\varphi(622)/\varphi(511)]$  として 0.44 という値を与えた。従ってこの値は 622 keV の  $\gamma$  線の分岐比としては  $(0.44 \times 0.21 =)$  0.092 に相当する。 $[\varphi(622)/\varphi(511)]$  の値としては Ambiyé - Sharma のデータの他に 0.52<sup>(51)</sup> および 0.53<sup>(52), (53)</sup> という値も報告されており、それらは 622 keV の

$\gamma$ 線分岐比としてはそれぞれ0.109 および0.111に対応する。[ $\varphi(622)/\varphi(511)$ ]の測定値としては0.52~0.53の値が多く、Ambiye - Sharmaの0.44という値はかなりそれからずれている。しかしAmbiye - Sharmaの測定結果は他のものより新しく、信頼性も高いと考えられる。今回の燃焼率の測定結果もAmbiye - Sharmaの値を支持している。またWakat<sup>54)</sup>は622 keVの $\gamma$ 線分岐比の評価値として、0.11よりかなり小さい0.0976という値を与えている。

<sup>95</sup>Zrからの724 keVと756 keVの $\gamma$ 線に対してはそれぞれ0.45および0.53という値が $\gamma$ 線分岐比として推奨された。これはMittelman<sup>59)</sup>の測定値に近い値である。彼は724 keVと756 keVの $\gamma$ 線分岐比としてそれぞれ0.43および0.54という測定値を得た。またDrabkin et al.<sup>56)</sup>による測定値はそれぞれ0.55および0.43となっており、724 keVと756 keVの $\gamma$ 線分岐比の大小関係がMittelmanの結果と比較して逆転している。今回の推奨値はMittelmanの測定値とDrabkin et al.の結果との中間にあり、724 keVと756 keVの $\gamma$ 線分岐比の和も0.98と測定結果と一致しており、かなり信頼性が高い値であると考えられることができる。

<sup>144</sup>Prの695 keVの $\gamma$ 線に対する分岐比としては0.0127という値が推奨された。これはPorter - Day<sup>57)</sup>の測定値の0.015と比較しても、Graham et al.<sup>58)</sup>の測定値の0.016と比較しても、かなり小さい値である。<sup>144</sup>Ceの134 keVのフォトピークから燃焼率が精度よく求められていることから、<sup>144</sup>Ceの半減期および核分裂収率のデータは正しいと考えることが出来る。従って<sup>144</sup>Ceと放射平衡にある<sup>144</sup>Prの生成量も正しく計算されているはずであり、<sup>144</sup>Prの695 keVのフォトピークから求めた燃焼率の誤差はフォトピーク毎に与えられるデータの誤差による可能性が大きい。フォトピーク毎のデータのうち $\gamma$ 線減衰率及び検出効率の誤差はすでに述べた如くかなり小さい。そこで本稿に於ては $\gamma$ 線分岐比のデータを修正したわけである。しかし推奨値は測定結果のバラツキの範囲外にあり、その信頼性は低いと考えられる。

#### 6.4 出力履歴の詳しさが燃焼率の解析結果に及ぼす影響

$\gamma$ 線スペクトルに含まれる各核種の生成量から核分裂数を求める為には、6.3節に於て既に述べた如く、燃焼履歴の補正が必要である。この燃焼履歴の補正を行う時燃焼履歴の表現の精粗が燃焼率の解析結果にどう影響するかを調べるのがこの節の目的である。燃焼履歴のパターンは炉全体の出力履歴で近似した。

JRR-4は主に遮蔽研究を目的として作られた原子炉であり、実験目的に応じて出力は数Wから2.5 MWの最高出力まで広い範囲にわたって頻繁に変化する。従ってJRR-4の出力履歴を忠実に追跡し、燃焼履歴の補正を行う為には膨大な数のタイムステップの計算を必要とする。しかし燃焼率解析に利用される核種の半減期は皆ある程度以上長く、何らかの出力履歴の平均化が可能であるはずである。そこでこの節に於ては出力履歴の詳しさが解析結果の精度に及ぼす影響に検討を加える。

試料を切り取った燃料要素の炉心滞在時間は約4年(1467日)であり、この期間の出力

履歴を326ステップ、49ステップ、10ステップ、4ステップ、および1ステップと5段階に精粗に差をつけて表現し、燃焼率の解析を行った。326ステップというのは1週間毎の出力の変化を考慮した場合であり、1週間毎の運転時間を積算しその時間に対する平均出力を求め、各週の頭に運転を行い残りの時間は冷却時間とした。各週の運転時間および平均出力をTable 6.4.1に示す。

49ステップの場合には各月毎の平均出力で出力履歴を表わしている。この月平均の出力履歴は既にTable 6.2.1およびFig. 6.2.4に示された。10ステップというのは6ステップの照射ステップの間に4ステップの短かい零出力の冷却時間を置き出力履歴を表わしたものである。出力の小さい期間を零出力とおいた為、次の4ステップの場合より詳しく出力履歴を表わしているとは必ずしもいえない。4ステップの場合には1467日の照射期間を547, 641, 120, 37日の4つのタイムステップに分割し、各ステップの平均出力で出力履歴を表現した。10ステップおよび4ステップの出力履歴をTable 6.4.2に示す。また月平均の出力履歴と比較してFig. 6.4.1に示す。

この5段階に精粗に差のある出力履歴に対して、522日の冷却時間に於ける各核種の生成量を「FP-BU」プログラムで計算した結果をTable 6.4.3に示す。また $^{134}\text{Cs}$ の生成量を中性子束の関数として求めた結果をTable 6.4.4に示す。中性子束は出力に比例するとし、その比例定数がパラメトリックに変えられた。 $^{235}\text{U}$ の核分裂断面積をもとに各比例定数に対する燃焼率の値も計算されており、その結果もTable 6.4.4に示してある。 $^{235}\text{U}$ の核分裂反応率の計算の詳細は6.5節に於て述べられる。

試料(001), (002), (003)に対してそれぞれの $\gamma$ 線スペクトルに含まれるフォトピークの面積をもとにTable 6.4.3と6.4.4の結果を使って燃焼履歴の補正を行い燃焼率を求めた結果をTable 6.4.5に示す。 $\gamma$ 線分岐比に関してはTable 6.3.5のデータが使われた。燃焼履歴の補正方法に関しては6.3節に於て述べられており、同位体比 $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ から燃焼率を求める方法に関しては次の6.5節に於て述べられる。

Table 6.4.5の結果から次の点が明らかである。即ち半減期の長い核種程、燃焼履歴の表現の精粗によらず正しい結果を与えている。特に $^{137}\text{Cs}$ の場合にはその半減期が30年と照射時間の約4年と比較して充分長く、4ステップ以上細かく出力履歴を表わした場合にはいずれの試料に対しても、出力履歴の表現の精粗によらず完全に同じ燃焼率を与えている。出力履歴を1ステップで表現した場合に於ても燃焼率の誤差は0.5%以下である。

$^{144}\text{Ce}$  および  $^{106}\text{Ru}$  の半減期はそれぞれ284日および367日であり、4ステップの場合の各タイムステップの長さとはほぼ同程度である。タイムステップを4つ以上とって出力履歴を表わした場合には誤差は約2%以下となっている。しかし1ステップの場合には燃焼率の誤差は11%に達する。 $^{95}\text{Zr}$ の半減期は65日と短かく、 $^{95}\text{Zr}$ の $\gamma$ 線をもとに定められた燃焼率は燃焼履歴の表現の精粗に大きく依存する。特に炉停止直前の出力に大きく依存する。

49ステップ(月平均出力)、10ステップ、4ステップおよび1ステップでそれぞれ出力履歴を表わし燃焼率を求めた結果は326ステップ(週毎の履歴)と比較してそれぞれ-1%、-5%、+2%、+34%の誤差となっている。従って4ステップ以上詳しく出力履歴を表現すれば5%以内の精度で燃焼率を推定することが可能である。10ステップの結果の方が4ス

Table 6.4.1 Operation History of JRR-4

year		Operation		year		Operation		year		Operation	
month	day	Time (h)	Power (KW)	month	day	Time (h)	Power (KW)	month	day	Time (h)	Power (KW)
1965				3	13-19	5.1	241	11	6-12	3.6	157
6	1-6	9.6	0.1		20-26	35.5	2500		13-19	14.2	892
	7-13	0.7	8	4	4-9	15.4	508		27-3	5.9	1654
	14-20	2.3	39		10-16	18.2	404	12	5-11	9.6	828
	21-27	3.3	358		17-23	16.5	715		12-18	6.4	220
	28-30	7.0	160		24-30	16.8	1185		19-25	10.5	567
7	12-18	6.1	233	5	15-21	15.2	2500	1967			
	19-25	10.9	754		22-28	17.4	2500	1	9-15	8.5	2500
9	20-26	4.4	144		29-31	3.7	1063		16-22	16.1	2177
	27-30	2.9	355	6	1-4	10.6	1138		23-29	8.0	1347
10	3-9	6.6	155		5-11	16.2	1102	2	6-12	16.3	1848
	24-31	39.0	756		12-18	8.4	519		13-19	15.3	707
11	7-13	1.4	63		19-25	17.1	2500		20-26	15.1	2531
	14-20	16.8	534		26-30	9.4	1561	3	27-5	15.3	1688
	21-27	10.8	363	7	1-2	5.1	2500		6-12	19.6	2500
	28-30	8.2	190		3-9	17.5	1664		13-19	15.3	2500
12	1-4	3.6	654		10-16	15.2	2168		20-26	12.9	1601
	5-11	11.3	269	8	28-31	3.9	373	4	24-30	7.8	979
	12-18	14.4	646	9	1-3	6.1	1106	5	8-14	18.7	2500
	19-25	14.5	760		4-10	9.7	978		15-21	13.1	487
1966					11-17	11.1	1149		22-28	15.8	1790
1	10-16	15.4	760		18-24	10.2	1661		29-4	15.2	1198
	17-23	14.3	600		25-30	2.0	1776	6	5-11	14.1	2174
	24-30	14.0	659	10	2-8	13.8	1147		12-18	9.5	2500
2	1-5	12.0	708		9-15	2.9	2500		19-25	3.1	424
	6-12	16.7	877		16-22	12.7	1033		26-2	18.6	3063
	13-19	17.3	819	11	1-5	11.4	965	7	3-9	17.7	2500

Continued

year		Operation		year		Operation		year		Operation	
month	day	Time (h)	Power (KW)	month	day	Time (h)	Power (KW)	month	day	Time (h)	Power (KW)
7	11-16	18.3	2500	2	26-3	9.9	1407	12	16-22	14.9	1291
	17-28	17.8	2500	3	4-10	12.1	2500	1969			
	24-30	13.4	2235		11-17	15.7	2235				
8	31-6	8.5	1219		18-24	11.3	2500	1	20-26	12.4	1515
	7-13	9.6	2500	6	24-30	20.1	453	2	17-23	12.6	1333
	14-20	14.6	2500	7	1-7	14.4	1910		24-28	41.5	2500
	21-27	15.1	2500		8-14	12.5	2047	3	1-9	14.8	2296
9	28-3	15.3	2030		15-21	14.7	2500		10-16	12.9	2355
	4-10	13.9	2500		22-28	12.2	1986		17-23	11.9	2500
	9-15	6.1	2212	8	29-4	13.8	2151		24-31	13.0	2310
10	16-22	7.0	1642		5-11	7.3	2500	4	1-6	6.4	1453
	23-29	17.0	2500		17-25	3.2	1092		7-13	10.2	2500
	30-5	8.6	2500		26-31	12.3	1241		14-20	14.3	2121
11	6-12	11.4	2500	9	9-15	10.0	900		21-27	10.5	2259
	13-19	15.0	1761		16-22	10.7	1985	5	28-30	2.7	1884
	27-3	11.7	2076		23-27	7.6	1109		1-4	2.3	2267
12	4-10	15.2	1804	10	30-6	12.6	2124		5-11	9.9	1312
	11-17	14.6	2099		7-13	6.1	2500		12-18	12.6	1708
	18-24	19.7	2500		14-20	11.7	2500		19-25	11.0	2149
1968					21-27	11.2	2500	6	26-31	13.7	1516
1	8-14	1.2	139	11	28-3	13.4	2062	total time = 1775.6 h aver. power = 1611 KW integrated power = $2.860 \times 10^6$ KWH			
	15-21	9.2	798		4-10	13.8	517				
	22-28	14.2	1034		11-17	8.1	1217				
	29-4	12.3	895		18-24	14.5	632				
2	5-11	10.8	708		25-30	12.4	1412				
	12-18	11.7	583	12	1-8	11.3	1115				
	19-25	8.3	715		9-15	15.3	1492				

Table 6.4.2 Averaged Operation History of JRR-4

(a) Ten Time Steps

From	Until	Time (day)	Aver. Power (KW)
1965.10.1	1966. 7.31	304	74.00
1966. 8.1	1966. 8.31	31	0.0
1966. 9.1	1967. 3.31	212	82.48
1967. 4.1	1967. 4.30	30	0.0
1967. 5.1	1968. 3.31	336	122.18
1968. 4.1	1968. 6.30	91	0.0
1968. 7.1	1968.12.31	184	102.69
1969. 1.1	1969. 1.31	31	0.0
1969. 2.1	1969. 4.30	89	167.37
1969. 5.1	1969. 6. 6	37	117.16
		average	88.59

(b) Four Time Steps

From	Until	Time (day)	Aver. Power (KW)
1965.10.1	1967. 3.31	547	73.09
1967. 4.1	1968.12.31	641	93.52
1969. 1.1	1969. 4.30	120	124.13
1969. 5.1	1969. 6. 6	37	117.16
		average	88.59

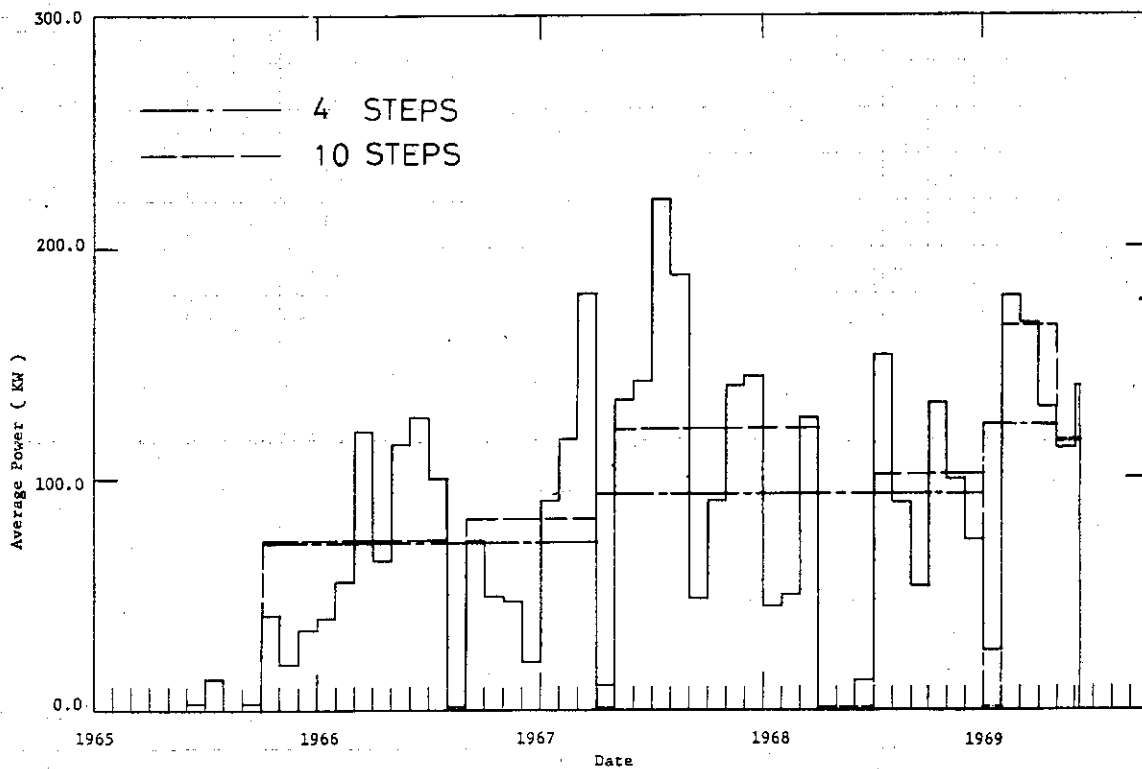


Fig. 6.4.1 Irradiation History of JRR-4 Reactor

Table 6.4.3 Calculated activities of each nuclide of fission products with different degrees of accuracies for representing the operation history of JRR-4.

(unit: Ci/MWD)

	Weekly	Monthly			Flat
Time steps	326	49	10	4	1
$^{95}\text{Zr}$ (Ci)	0.1507	0.1522	0.1588	0.1475	0.1125
$^{95}\text{Nb}$ (Ci)	0.3258	0.3289	0.3433	0.3187	0.2432
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci)	0.8624	0.8651	0.8761	0.8781	0.7909
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	3.068	3.068	3.069	3.069	3.058
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci)	9.440	9.478	9.648	9.655	8.488

Table 6.4.4 Accumulations of  $^{134}\text{Cs}$  calculated for several neutron flux levels and for different accuracies of representing the operation history of JRR-4

(unit: Ci/MWD)

Parameter <sup>*)</sup>	Burnup	No. of Time Steps				
		Weekly	Monthly			Flat
C	(%)	326	49	10	4	1
$1 \times 10^8$	0.04533	0.0006325				
$1 \times 10^9$	0.4548	0.005963	0.005998	0.006054	0.006074	0.005776
$2 \times 10^9$	0.9130	0.01188	0.01195	0.01206	0.01210	0.01151
$5 \times 10^9$	2.264	0.02959	0.02976	0.03004	0.03014	0.02866
$1 \times 10^{10}$	4.478	0.05896	0.05932	0.05987	0.06007	0.05712
$2 \times 10^{10}$	8.755	0.1172	0.1179	0.1190	0.1194	0.1136
$5 \times 10^{10}$	20.471	0.2880	0.2898	0.2925	0.2935	0.2791
$1 \times 10^{11}$	36.753	0.5599	0.5635	0.5687	0.5706	0.5429

$$*) \int \phi_{th}(t) dt = 2.860 \times 10^6 \times C \quad \text{n/cm}^2$$



Table 6.4.5 Obtained results of burnup of the three samples representing the operation history of JRR-4 with different accuracies.

## SAMPLE (001)

Energy keV	Nuclide	Number of Time Steps				
		326(Weekly)	49(Monthly)	10	4	1 (Flat)
134	$^{144}\text{Ce}$	2.12	2.11	2.07	2.07	2.35
512	$^{106}\text{Rh}$	2.25	2.25	2.21	2.21	2.45
622	$^{106}\text{Rh}$	2.15	2.14	2.11	2.11	2.34
662	$^{137}\text{Cs}$	2.15	2.15	2.15	2.15	2.16
695	$^{144}\text{Pr}$	2.13	2.12	2.08	2.08	2.37
724	$^{95}\text{Zr}$	2.16	2.14	2.05	2.21	2.90
756	$^{95}\text{Zr}$	2.10	2.08	2.00	2.15	2.82
764	$^{95}\text{Nb}$	2.11	2.09	2.01	2.16	2.83
604/662	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$	2.15	2.15	2.11	2.21	2.36

## SAMPLE (002)

134	$^{144}\text{Ce}$	5.13	5.11	5.02	5.02	5.70
512	$^{106}\text{Rh}$	5.32	5.30	5.23	5.22	5.80
622	$^{106}\text{Rh}$	5.37	5.35	5.28	5.27	5.85
662	$^{137}\text{Cs}$	5.04	5.04	5.04	5.04	5.06
695	$^{144}\text{Pr}$	5.07	5.05	4.97	4.96	5.64
724	$^{95}\text{Zr}$	5.23	5.18	4.96	5.34	7.01
756	$^{95}\text{Zr}$	5.28	5.23	5.01	5.40	7.07
764	$^{95}\text{Nb}$	5.19	5.14	4.93	5.31	6.90
604/662	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$	5.04	5.00	4.94	5.15	5.17

## SAMPLE (003)

134	$^{144}\text{Ce}$	5.32	5.30	5.20	5.20	5.91
512	$^{106}\text{Rh}$	5.55	5.54	5.47	5.45	6.06
622	$^{106}\text{Rh}$	5.41	5.39	5.32	5.31	5.90
662	$^{137}\text{Cs}$	5.35	5.35	5.35	5.35	5.37
695	$^{144}\text{Pr}$	5.34	5.32	5.23	5.22	5.94
724	$^{95}\text{Zr}$	5.29	5.23	5.01	5.40	7.08
756	$^{95}\text{Zr}$	5.30	5.25	5.03	5.42	7.10
764	$^{95}\text{Nb}$	5.33	5.28	5.06	5.45	7.14
604/662	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$	5.35	5.29	5.24	5.41	5.48

トップの結果より精度が悪いのは、前者に於て出力が小さい期間の出力を零と置いた為であると考えられる。また4ステップと1ステップとで誤差が大きく異なっている点に注意すべきである。

$^{134}\text{Cs}$  は  $^{133}\text{Cs}$  の中性子捕獲により生成された核種であり、その $\gamma$ 線をもとに燃焼率を求める方法は他の核種の場合と異なっている。しかし出力履歴の記憶の程度はこの場合にも主に半減期で決る。タイムステップを4つ以上とった場合の誤差は2%以下である。1タイムステップの場合の燃焼率の誤差は試料(002), (003)に対しては2.5%であり、試料(001)に対しては10%となっている。試料(001)の誤差が他の試料の場合より大きいのは、そのフォトピークの面積が非常に小さく、しかも大きなバックグラウンドの上にある為ピーク面積の誤差が大きかったことによると考えられる。

以上の考察より次の点が明らかである。即ち、出力変化の大きな原子炉に対してもタイムステップの切り方に注意すれば、少ないステップ数で出力履歴を表現して解析してもかなりの精度で燃焼率を求めることができる。JRR-4の4年間の出力履歴を4タイムステップで表現して解析した場合各フォトピークから求めた燃焼率は約2%の誤差の範囲内で一致している。

一方1タイムステップで解析した場合には各フォトピークから求めた燃焼率は大きくくい違い、 $^{137}\text{Cs}$  および  $^{134}\text{Cs}$  以外のフォトピークから求めた結果の精度は非常に悪い。 $^{137}\text{Cs}$  の半減期は30年と長く、4年間の照射に対しては1タイムステップで解析しても充分精度よく燃焼率を求めることが出来る。 $^{134}\text{Cs}$  の半減期は2.05年と照射時間の約半分であり、燃焼率の誤差は約2.5%となっている。一方 $^{144}\text{Ce}$  (半減期284日),  $^{106}\text{Ru}$  (半減期367日) および  $^{95}\text{Zr}$  (半減期65日) から放出される $\gamma$ 線をもとに定めた燃焼率の誤差はそれぞれ約10%, 13%, および34%とかなり大きい。

従って $\gamma$ 線スペクトル中の各フォトピークから精度よく燃焼率を求める為には少なくとも出力履歴を数ステップに分割して表現し、解析すべきであることが分る。また各燃料要素の燃焼履歴は必ずしも炉全体の出力履歴とは一致せず、さらに精度のよい解析を行う為には6.6節で述べる燃焼履歴の推定が必要となる。

## 6.5 同位体相関による燃焼率の決定

核分裂により直接生成された核分裂生成物核種とこれが中性子を捕獲することにより生成された核種との比は、燃焼中の中性子束に依存する量である。従って中性子スペクトルがあまり大きく変化しない範囲内に於ては、この比から燃焼率を推定することが可能である。ある元素の質量数Aの同位体が大きな中性子捕獲断面積を持っている時、質量数Aと質量数(A+1)の同位体の生成量の比は積分中性子束に関連づけられ、それから燃焼率を推定することが出来る。同位体の組成比と燃焼率との間に一次式の関係を保定し、燃焼率の既知の試料を使って実験的に両者の相関関係を求めることが普通行われている。両者の関係は完全には一次式ではなくさらに精度よく燃焼率を求める為には相関関係を理論計算により求めなければならない。その為には原子炉内の中性子スペクトルを正確に求め、燃料元素の平均核分裂断面積および問題となっている質量数Aの核分裂生成物核種の平均中性子捕獲断面積を精度よく計算する必要が

ある。同位体組成比と燃焼率の相関関係を理論的に求める為にはかなり詳細な計算を必要とする。しかしそれにより、試料中の元素の量が未知の場合にも同位体組成比から直接燃焼率を求めることが可能である。核分裂生成物の各核種の生成量が関連づけられるのは試料中の核分裂数または発熱量であり、それから燃焼率を求める為には試料に含まれている燃料元素の量を知る必要がある。従って燃料元素の量が未知の場合に於て燃焼率を求める為には同位体相関法に頼らなければならない。

同位体相関法による燃焼率の決定の為、 $^{84}\text{Kr}/^{83}\text{Kr}$ ,  $^{132}\text{Xe}/^{131}\text{Xe}$ ,  $^{136}\text{Xe}/^{134}\text{Xe}$ 等の同位体比がよく利用される。しかしこれらはいずれも安定核種であり、 $\gamma$ 線スペクトルの解析からは求められない。そこで本稿に於ては $^{134}\text{Cs}$ と $^{137}\text{Cs}$ の比から燃焼率を推定することにした。

同位体相関法という名称がついてはいるが、燃焼率を推定する為には、本来、同位体の比である必要はない。核分裂収率が小さく直接核分裂により作られる割合は小さいが、質量数が1つ小さい同位体の中性子捕獲断面積が大きくその捕獲反応により主に生成される核種と、核分裂収率が大きくしかも中性子捕獲断面積の小さな核種との比であればよい。従って $^{154}\text{Eu}/^{144}\text{Pr}$ ,  $^{134}\text{Cs}/^{144}\text{Pr}$ ,  $^{154}\text{Eu}/^{137}\text{Cs}$ 等からも燃焼率を推定することが可能である。<sup>(59)</sup>

$^{134}\text{Cs}$ と $^{154}\text{Eu}$ はいずれも質量数が偶数の崩壊系列に属し、その核種の前にそれぞれ $^{134}\text{Xe}$ ,  $^{154}\text{Sm}$ という安定核種があり、従ってその核分裂収率は大変小さくなっている。 $^{235}\text{U}$ の熱中性子核分裂の場合に於てそれぞれ $4.04 \times 10^{-6} \%$ ,  $1.70 \times 10^{-4} \%$ となっている。<sup>(60)</sup>

しかし質量数が1つ小さい同位体の $^{133}\text{Cs}$ および $^{153}\text{Eu}$ はかなり大きな核分裂収率(6.77%および0.14%)と中性子捕獲断面積を持っており、中性子束が大きい場合には $^{134}\text{Cs}$ および $^{154}\text{Eu}$ の生成量はかなり大きい。一方 $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{144}\text{Ce}$ および $^{144}\text{Pr}$ の核分裂収率はそれぞれ6.23, 5.45, 5.45%と大きく、しかも中性子捕獲断面積はいずれも小さい。従って( $^{134}\text{Cs}$ または $^{154}\text{Eu}$ )と( $^{137}\text{Cs}$ または $^{144}\text{Pr}$ )との比が燃焼率推定の指標としてすぐれていることが理解される。本稿に於ては600~800 keVのエネルギー範囲に大きなフォトピークを持つ $^{134}\text{Cs}$ と $^{137}\text{Cs}$ を使って燃焼率を推定することとした。

#### 6.5.1 $^{133}\text{Cs}$ の中性子捕獲断面積および $^{235}\text{U}$ の核分裂断面積の計算

$^{134}\text{Cs}$ と $^{137}\text{Cs}$ の生成量の比と燃焼率との相関関係を理論的に求める為には、炉心中の中性子スペクトルに対する $^{133}\text{Cs}$ の平均中性子捕獲断面積および $^{235}\text{U}$ の平均核分裂断面積を正確に求めることが必要である。この項に於てはJRR-4の炉心中の中性子スペクトルを計算し、それをもとに $^{133}\text{Cs}$ の中性子捕獲断面積および $^{235}\text{U}$ の核分裂断面積を縮約し、熱中性子束に対する実効的な断面積を求める。

$^{133}\text{Cs}$ の分離領域の共鳴レベルパラメータはENDF-B/3のデータを使った。炉心中の中性子スペクトルおよび $^{133}\text{Cs}$ と $^{235}\text{U}$ の断面積を計算するのに必要なその他の核データはすべてGAM Library<sup>(61)</sup>からとられた。

エネルギー群はGAM Libraryの切り方に従って67群とした。各群の上限エネルギー及びレサジーをTable 6.5.1に示す。

熱中性子群は第67群であり、その断面積は次のようにして計算された。第67群の0 -

Table 6.5.1 Group Structure of GAM Library

グループ 番号	上 限 レサジー	上 限 エネルギー		上 限 レサジー	上 限 エネルギー
	(u)	(eV)	35	8.50	$20347 \times 10^3$
1	0	$10^7$	36	8.75	$15846 \times 10^3$
2	0.25	$7.788 \times 10^6$	37	9.0	$1.2341 \times 10^3$
3	0.50	$6.0653 \times 10^6$	38	9.25	961.12
4	0.75	$4.7237 \times 10^6$	39	9.50	748.51
I 5	1.0	$3.6788 \times 10^6$	40	9.75	582.95
6	1.25	$2.8650 \times 10^6$	41	10.0	454.0
7	1.50	$2.2313 \times 10^6$	42	10.25	353.58
8	1.75	$1.7377 \times 10^6$	43	10.50	275.36
9	2.0	$1.3533 \times 10^6$	44	10.75	214.45
10	2.25	$1.0540 \times 10^6$	45	11.0	167.02
11	2.50	$820.8 \times 10^3$	46	11.25	130.08
12	2.75	$639.3 \times 10^3$	47	11.50	101.30
13	3.0	$497.87 \times 10^3$	48	11.75	78.895
14	3.25	$387.74 \times 10^3$	49	12.0	61.442
15	3.50	$301.97 \times 10^3$	III 50	12.25	47.851
16	3.75	$235.18 \times 10^3$	51	12.50	37.266
17	4.0	$183.16 \times 10^3$	52	12.75	29.023
18	4.25	$142.64 \times 10^3$	53	13.0	22.603
19	4.50	$111.09 \times 10^3$	54	13.25	17.603
20	4.75	$86.517 \times 10^3$	55	13.50	13.709
II 21	5.0	$67.379 \times 10^3$	56	13.75	10.677
22	5.25	$52.475 \times 10^3$	57	14.0	8.3153
23	5.50	$40.867 \times 10^3$	58	14.25	6.476
24	5.75	$31.828 \times 10^3$	59	14.50	5.0435
25	6.0	$24.788 \times 10^3$	60	14.75	3.9279
26	6.25	$19.305 \times 10^3$	61	15.0	3.059
27	6.50	$15.035 \times 10^3$	62	15.25	2.3824
28	6.75	$11.709 \times 10^3$	63	15.50	1.8554
29	7.0	$9.1188 \times 10^3$	64	15.75	1.445
30	7.25	$7.1017 \times 10^3$	65	16.0	1.1254
31	7.50	$5.5308 \times 10^3$	66	16.25	0.87643
32	7.75	$4.3074 \times 10^3$	サーマル	16.5	0.68256
33	8.0	$3.3546 \times 10^3$			
34	8.25	$2.6126 \times 10^3$			

0.6825 eV のエネルギー範囲を等レサジ-間隔でさらに 30 の小エネルギー群に再分割し (Table 6.5.2 参照), その各小エネルギー群に対する各炉心物質の断面積を GAM Library のデータを使い THSEC コード<sup>(62)</sup> で計算する。燃料板の単位セルは JRR-4 の燃料要素に対しては Fig. 6.5.1 の如くなっており, 各領域の組成を Table 6.5.3 に示す。燃料の単位セルに対する衝突確率は PATH コード<sup>(63)</sup> により求められた。30 のエネルギー群に対して求められた断面積および衝突確率をもとに単位セル内の中性子束分布が PIJF コード<sup>(64)</sup> により計算された。セル平均の中性子スペクトルは Table 6.5.2 に示されている。この熱中性子群内の 30 の小エネルギー群の中性子スペクトルを使って縮約し, 熱中性子群に対する断面積が求められた。

熱中性子群以外に対しても衝突確率を計算し, セル計算が行われた。ただしこの場合には 66 群のままであり, 熱中性子群に於けるように小エネルギー群に各群を再分割することはしなかった。各核種の各共鳴レベルに対するドップラー関数  $\phi$ ,  $\chi$  を LTE コード<sup>(65)</sup> により求め, セル中の中性子スペクトルを RICM コード<sup>(65)</sup> により計算し, 各共鳴レベルのセル平均の共鳴積分を計算する。この共鳴積分をその共鳴レベルが属するエネルギー群に加えていって共鳴断面積を計算する。この結果に GAM Library の Smooth Cross Section を加えて 66 群の断面積が求められた。

以上の如くして求められた炉心物質に対する 67 群の群定数を使い, 一次元円筒計算により JRR-4 の炉心中性子スペクトルが計算された。軸方向バックリングは炉心高さを 60 cm として与えた。計算体系を Fig. 6.5.2 に, また各領域の組成を Table 6.5.4 に示す。求められた炉心平均の中性子スペクトルの計算結果を Table 6.5.5 に示す。熱外中性子スペクトルが  $1/E$  法則からずれ, スペクトルが硬くなっていることが分る。

この中性子スペクトルに対し  $^{235}\text{U}$  の 0.5 eV 以下の熱中性子による平均核分裂断面積は 423 barn, 熱外中性子による核分裂の熱中性子による核分裂との比は 0.052 と求められた。そして  $^{235}\text{U}$  の核分裂および銅の中性子捕獲反応に対する Cd 比はそれぞれ 20.3 および 7.41 と計算された。一方それぞれの測定値は  $19 \pm 1$  および  $7.9 \pm 0.8$  となっている。従って  $^{235}\text{U}$  の核分裂および銅の捕獲反応の Cd 比の計算値は測定結果と測定誤差の範囲内で一致し, 中性子スペクトルの計算結果がかなり信頼できるものであることが分る。Cd 比の計算に於て Cd の cut off energy は 0.5 eV とした。

$^{133}\text{Cs}$  の炉心中に於ける濃度は充分低く, 無限希釈と仮定して 67 群の捕獲断面積が求められた。従って炉心物質の断面積を求める場合に行ったセル計算はここでは必要がない。第 67 群の熱中性子群の断面積は, その 30 の小エネルギー群に対する断面積を GAM Library のデータをもとに THSEC コードで計算し, それを JRR-4 の燃料セルに対して既に求められている 30 群の熱中性子スペクトルを用いて 1 群に縮約して求められた。他のエネルギー群の断面積は, ENDF-B/3 からの分離レベルパラメータのデータをもとに, LTE コードおよび RICM コードを使って共鳴断面積を求め, それに GAM Library の Smooth Cross Section を加えて求められた。結果を Table 6.5.6 に示す。

この  $^{133}\text{Cs}$  の 67 群の中性子捕獲断面積を JRR-4 の炉心平均の中性子スペクトルで 1 群に縮約すると 15.53 barn となる。また中性子捕獲反応率を熱中性子束のみで表わす為,

Table 6.5.2 Energy spectrum of thermal neutrons for a unit cell.

Energy Group	Eu (eV)	Flux	Energy Group	Eu (eV)	Flux
1	0.68257	0.20163E-1	16	0.27207E-1	0.59428E-1
2	0.54223	0.20549E-1	17	0.21613E-1	0.44515E-1
3	0.43075	0.21006E-1	18	0.17170E-1	0.32181E-1
4	0.34218	0.10558E-1	19	0.13639E-1	0.22587E-1
5	0.30499	0.10046E-1	20	0.10835E-1	0.15501E-1
6	0.27183	0.24204E-1	21	0.86074E-2	0.10446E-1
7	0.21594	0.30502E-1	22	0.68377E-2	0.69384E-2
8	0.17154	0.42157E-1	23	0.54319E-2	0.45556E-2
9	0.13627	0.59805E-1	24	0.43151E-2	0.29647E-2
10	0.10826	0.81268E-1	25	0.34279E-2	0.19150E-2
11	0.85998E-1	0.98428E-1	26	0.27231E-2	0.12304E-2
12	0.68317E-1	0.10591E-0	27	0.21632E-2	0.78654E-3
13	0.54271E-1	0.10275E-0	28	0.17184E-2	0.50111E-3
14	0.43113E-1	0.91424E-1	29	0.13651E-2	0.31826E-3
15	0.34249E-1	0.75805E-1	30	0.10845E-2	0.54857E-3

Table 6.5.3 Composition in the unit cell of JRR-4 fuel plate.

Region Name	Atom Density ( $\times 10^{24}$ atom/cm <sup>3</sup> )
U-Al Alloy	<sup>235</sup> U=0.0013785, <sup>238</sup> U=0.0001534, Al=0.058356
Al	Al=0.06028
H <sub>2</sub> O	H =0.06693, O=0.003347

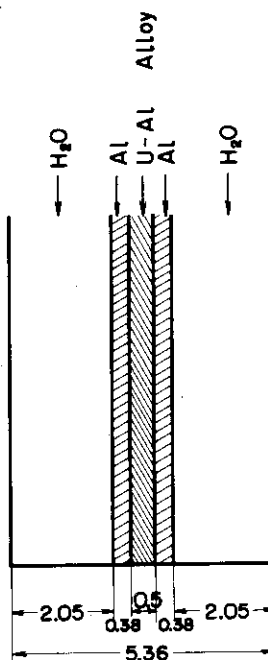


Fig.6.5.1 Unit cell of the MTR-type fuel plate in JRR-4 reactor

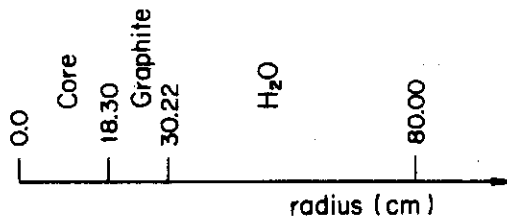


Fig.6.5.2 Cylindrical calculational system for JRR-4 reactor

Table 6.5.4 Composition of cylindrical calculational system of JRR-4 reactor.

Element	Atom Density ( x 10 <sup>24</sup> atom/cm <sup>3</sup> )		
	Core	Graphite	H <sub>2</sub> O
<sup>235</sup> U	0.00012859		
<sup>238</sup> U	0.00001431		
Al	0.01399		
H	0.05120		0.06693
O	0.02560		0.03347
C		0.11546	

Table 6.5.5 Neutron spectrum in the core of JRR-4

Group	Flux	Group	Flux	Group	Flux	Group	Flux
1	0.04164	21	0.2456	41	0.1720	61	0.1561
2	0.1244	22	0.2315	42	0.1715	62	0.1554
3	0.2866	23	0.2128	43	0.1707	63	0.1545
4	0.5283	24	0.2184	44	0.1703	64	0.1525
5	0.7405	25	0.2044	45	0.1697	65	0.1507
6	0.9595	26	0.1970	46	0.1691	66	0.1478
7	0.9302	27	0.1922	47	0.1686	67	8.2987
8	0.9569	28	0.1867	48	0.1681	Total	27.0755
9	0.8605	29	0.1826	49	0.1668		
10	0.8262	30	0.1797	50	0.1664		
11	0.7714	31	0.1785	51	0.1649		
12	0.6467	32	0.1768	52	0.1646		
13	0.5087	33	0.1756	53	0.1629		
14	0.5159	34	0.1751	54	0.1635		
15	0.4515	35	0.1746	55	0.1609		
16	0.3914	36	0.1743	56	0.1587		
17	0.3391	37	0.1738	57	0.1589		
18	0.3260	38	0.1734	58	0.1585		
19	0.2734	39	0.1729	59	0.1579		
20	0.2818	40	0.1724	60	0.1569		

熱中性子群の実効的な中性子捕獲断面積を求めると 52.126 barn となる。ただし熱中性子束としては、ここでは第 67 群の中性子束のうち 0.5 eV 以下のエネルギーのもののみとした。 $^{133}\text{Cs}$  の中性子捕獲断面積には熱中性子群の少し上の 5.9 eV に大きな共鳴レベルによるピークがあり、それが熱外中性子束の反応割合に大きく寄与している。熱外中性子束による反応割合は熱中性子束の 1.34 倍に達する。従って  $^{133}\text{Cs}$  の中性子捕獲反応率を精度よく計算する為には、熱外中性子のスペクトルを正しく求めることが必要である。

### 6.5.2 $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ と燃焼率との関係

$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$  と燃焼率との相関関係を求める為には  $^{134}\text{Cs}$  の生成量を中性子束の関数として精度よく計算することが必要である。6.5.1 項で求められた  $^{134}\text{Cs}$  の中性子捕獲断面積を使い、熱中性子束が出力に比例すると仮定し、その比例定数をパラメトリックに変えて  $^{134}\text{Cs}$  および  $^{137}\text{Cs}$  の生成量が計算された。結果を Table 6.5.7 に示す。 $^{137}\text{Cs}$  の生成量が  $1.0^{14} \text{ n/cm}^2/\text{sec}$  以下の熱中性子束の範囲に於て、中性子束に依存しないことは既に 6.3 節に於て確められており、計算結果は  $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比の形で示されている。照射履歴は JRR-4 の 1 週間単位の出力履歴に従って与え、冷却時間は 522 日とした。 $^{134}\text{Cs}$  および  $^{137}\text{Cs}$  に対する崩壊系列は Fig. 6.3.1 に与えられている。

熱中性子束と原子炉出力との比例定数を C とし、出力を  $P(t)$  とすると、積算熱中性子束は

$$\int_0^{t_r} \phi_{th} dt = C \int_0^{t_r} P(t) dt \quad (6.5.1)$$

となる。 $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂断面積を  $\sigma_f^{th}$ 、熱外中性子による核分裂の割合を  $\epsilon$  とすると、 $^{235}\text{U}$  の燃焼率は

$$\text{Burnup}(\%) = \left\{ 1 - \exp \left[ -C \int_0^{t_r} P(t) dt \cdot \sigma_f^{th} (1 + \epsilon) \right] \right\} \times 100, \quad (6.5.2)$$

と表わされる。試料をとった試料要素の炉心滞在中の JRR-4 の積算出力  $\int_0^{t_r} P(t) dt$  は 2.859.856 KWH である。 $^{235}\text{U}$  の熱外中性子による核分裂割合  $\epsilon$  は 0.052 である。熱中性子束と原子炉出力との比例定数 C をパラメトリックに変え燃焼率の変化を求めた結果を Table 6.5.7 に示す。Table 6.5.7 に与えられている燃焼率と  $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比から両者の相関関係を求めると Fig. 6.5.3 の如くなる。両者がかなりよい比例関係にあることが分る。しかし詳しく調べるとわずかに下に凸の曲線となっている。図には冷却時間が零の場合の相関関係も与えられている。

### 6.5.3 $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ による燃焼率の決定

Table 6.2.2 に与えられている 604 keV および 662 keV フォトピークをもとに、(6.3.1) 式により三つの試料に対してそれぞれ  $^{134}\text{Cs}$  および  $^{137}\text{Cs}$  の生成量を計算した結果を Table 6.5.8 に示す。 $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比 ( $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ ) は試料 (001),



Table 6.5.6 Capture Cross Section of  $^{133}\text{Cs}$

Group		Group		Group		Group	
1	0.0004228	21	0.4092	41	10.560	61	2.820
2	0.0003213	22	0.4797	42	4.936	62	3.196
3	0.001529	23	0.5603	43	17.910	63	3.621
4	0.005732	24	0.6515	44	6.004	64	4.103
5	0.01458	25	0.7712	45	11.147	65	4.650
6	0.02796	26	0.8900	46	28.458	66	5.269
7	0.04551	27	1.026	47	25.379	67	22.225
8	0.06506	28	1.184	48	0.5553		
9	0.07948	29	1.372	49	0.6292		
10	0.09219	30	1.600	50	61.037		
11	0.1036	31	1.882	51	0.8080		
12	0.1151	32	1.952	52	0.9155		
13	0.1243	33	1.234	53	101.09		
14	0.1355	34	1.805	54	1.176		
15	0.1516	35	1.711	55	1.332		
16	0.1754	36	3.178	56	1.510		
17	0.2099	37	3.133	57	1.711		
18	0.2463	38	3.534	58	1123.9		
19	0.2936	39	3.458	59	2.196		
20	0.3465	40	7.210	60	2.489		

Table 6.5.7 Activity Ratio  $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$  is related to Burnup for JRR-4

Parameter <sup>*)</sup> C	Burnup (%)	$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ (Ci/Ci)
$1 \times 10^8$	0.04533	0.0002061
$1 \times 10^9$	0.4548	0.001943
$2 \times 10^9$	0.9130	0.003872
$5 \times 10^9$	2.264	0.009643
$1 \times 10^{10}$	4.478	0.01922
$2 \times 10^{10}$	3.755	0.03821
$5 \times 10^{10}$	20.471	0.09388
$1 \times 10^{11}$	36.753	0.1825

\*)  $\int \phi_{\text{th}} dt = 2.360 \times 10^6 \times C \quad \text{n/cm}^2$

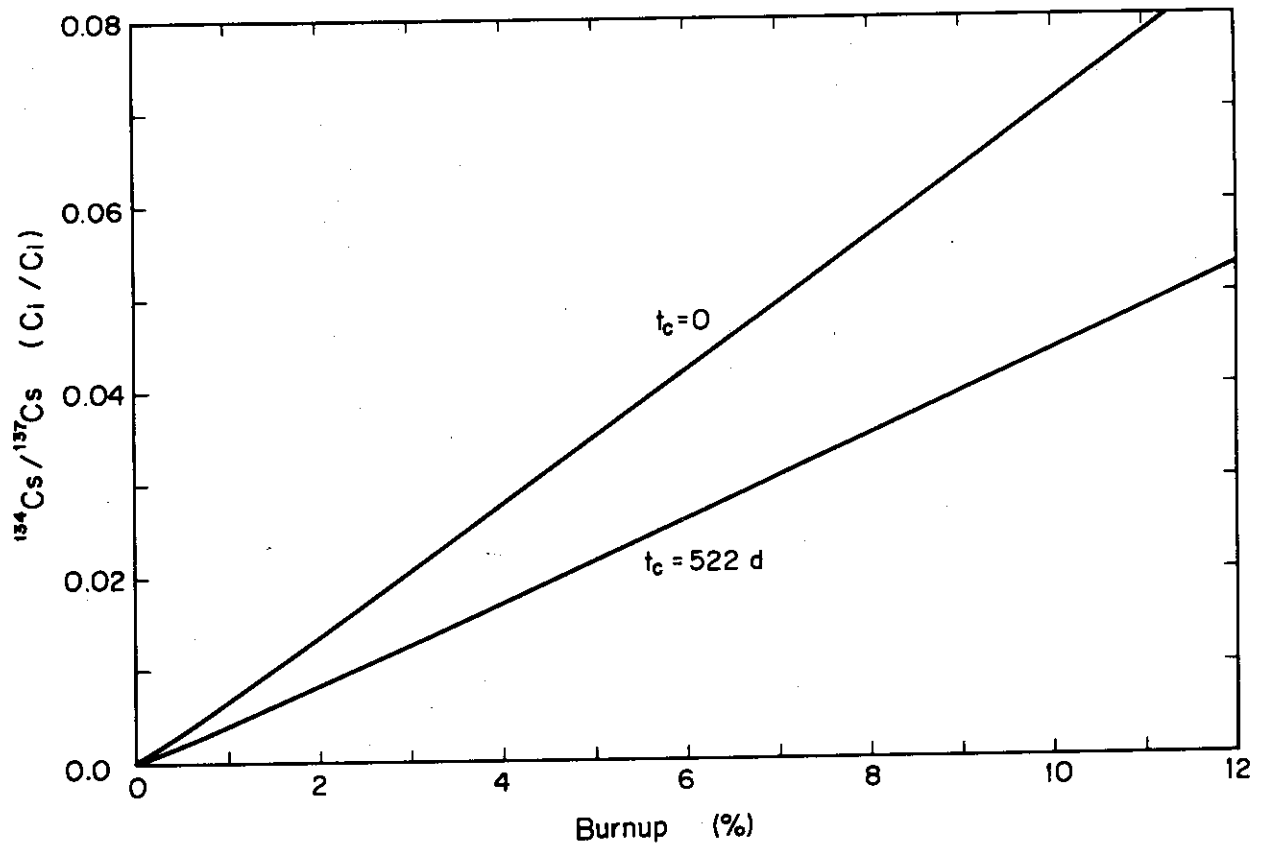


Fig. 6.5.3 Relation between Burnup and Activity Ratio ( $^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$ ).

Table 6.5.8 Activities of  $^{134}\text{Cs}$  and  $^{137}\text{Cs}$  of the three Samples

Sample	(001)	(002)	(003)
$^{134}\text{Cs}$ (Ci)	$3.64 \times 10^{-6}$	$2.14 \times 10^{-5}$	$2.54 \times 10^{-5}$
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	$3.57 \times 10^{-4}$	$8.89 \times 10^{-4}$	$9.92 \times 10^{-4}$
$^{134}\text{Cs}/^{137}\text{Cs}$	$1.02 \times 10^{-2}$	$2.41 \times 10^{-2}$	$2.56 \times 10^{-2}$
Burnup (%)	2.15	5.04	5.35

(002), (003) に対してそれぞれ 0.0102, 0.0241, 0.0256 となる。従ってそれぞれの燃焼率は Fig. 6.5.3 から 2.15, 5.04 および 5.35% と求まる。

この結果をもとに 6.3 節に於て 3 つの試料のウラニウムの重量がそれぞれ 5.66, 6.01, 6.32 mg と推定された。

## 6.6 燃焼履歴の推定

前節までの解析に於ては炉全体の出力履歴を使って各試料の燃焼履歴の補正をし、その燃焼率を求めた。しかし炉心の各位置に於ける燃焼履歴は燃料交換、制御棒パターンの変化等の為、炉全体の出力履歴とは普通一致せず、さらに精度よく燃焼率を求める為には燃焼履歴の推定が必要となる。

炉心内の各位置に於ける燃焼履歴を計算のみによって追跡する為には、燃料交換、制御棒パターンの大きな変化等に応じて多くのタイムステップを切り、膨大なメッシュ数の 3 次元燃焼計算を行うことが必要である。その為には最新の電子計算機を使ったとしても膨大な計算時間と費用を必要とする。また計算のみによって精度よく燃焼履歴を求めることは、断面積の精度の問題、計算体系と実際の体系とのズレから生ずる問題等の原因により仲々むづかしい。従って  $\gamma$  線スペクトルの測定結果から直接、簡単に燃焼履歴が推定出来れば非常に有用なわけである。

この節に於ては  $\gamma$  線スペクトルに含まれている半減期の異なる核種からのフォトピークの面積をもとに直接、燃焼履歴を推定することを試みる。これは燃焼時間を数個のタイムステップに分割し、 $\gamma$  線スペクトルを測定した時点に於ける各タイムステップからの各核種の生成量への寄与をあらかじめ計算しておき、 $\gamma$  線スペクトルに含まれる各フォトピークの面積を出来るだけ正しく与えるように各タイムステップの出力を最小 2 乗法により求めるものである。

燃焼履歴を推定する目的は燃焼率や積分中性子束等の全照射時間にわたっての積分量を精度よく求めることにあり、燃焼履歴そのものが目的ではない。燃焼履歴の推定結果がある程度大きな誤差をもっているとしても、誤差の相殺により燃焼率や積分中性子束等の積分量はかなりの精度で求めうる事が期待される。

### 6.6.1 解析方法

$\gamma$  線スペクトルに含まれるフォトピークの面積をもとにその燃料の燃焼履歴を最小 2 乗法により推定する為には、各フォトピークの面積の計算値(すなわちフィッティング関数)を独立変数および燃焼履歴に関連づけられるパラメータにより表現しなければならない。 $\gamma$  線スペクトルを計算するのに必要な核データ——例えば核分裂収率、崩壊系列、 $\gamma$  線のエネルギー、 $\gamma$  線分岐比等——が正しく与えられているとすると  $\gamma$  線スペクトルに含まれる各フォトピークの強度は燃焼履歴およびそのフォトピークがどの核種から放出されたものであるかによって決定される。今求めようとしているのは燃焼履歴であるからこの場合に於て独立変数は各  $\gamma$  線を放出する親核種を示すサフィックス  $n$  ということになる。従って独立変数はこの場合整数であり、連続変数ではない。またフィッティングパラメータ  $P_m$  は燃焼履歴を数ステップの時間間隔に

分割した時の各ステップの出力である。

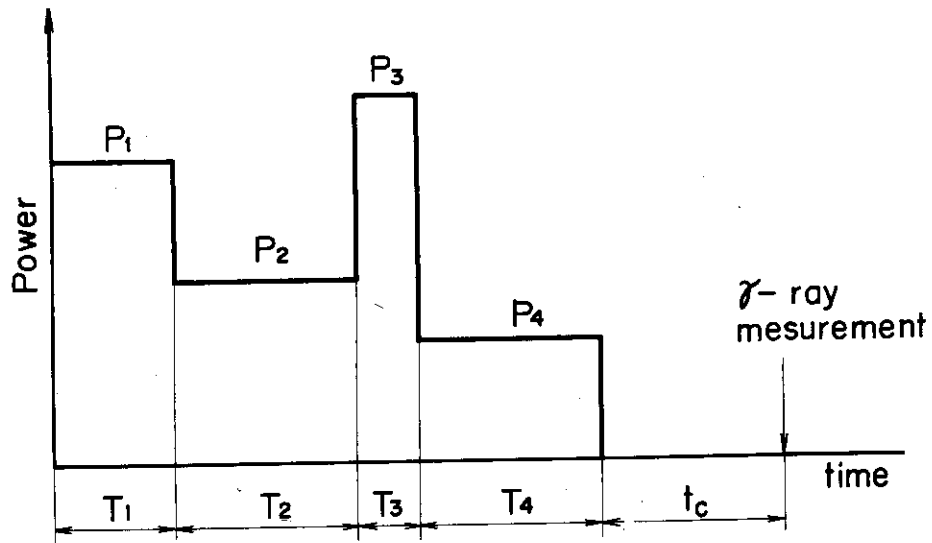


Fig. 6.6.1 Burnup History

冷却時間  $t_c$  に於ける各核種の生成量の計算値は各ステップからの寄与を加えあわせて求められる。その為各タイムステップ  $m$  に対して単位出力で運転した時の各核種  $n$  の生成量  $c_{n,m}$  を「FP-BU」コードにより計算する。この時、各ステップに対する冷却時間が異なる点に注意すべきである。例えば Fig. 6.6.1 に於てタイムステップ 1, 2, 3, 4 に対する冷却時間はそれぞれ  $(T_2 + T_3 + T_4 + t_c)$ ,  $(T_3 + T_4 + t_c)$ ,  $(T_4 + t_c)$ ,  $t_c$  となる。各ステップ  $m$  からの寄与を加え合せて核種  $n$  の生成量  $y_n$  は

$$y_n = \sum_m c_{n,m} P_m \quad (6.6.1)$$

と表わされる。これがフィッティング関数であり、そのフィッティングパラメータによる偏微分は

$$\left( \frac{\partial y_n}{\partial P_m} \right) = c_{n,m} \quad (6.6.2)$$

と与えられる。このフィッティング関数  $y_n$  に  $\gamma$  線スペクトルの測定結果から求められる各フォトピークの強度をフィッティングすることになる。今フォトピークの強度そのものではなく、各フォトピーク  $k$  の強度から求められるその親核種  $n$  の生成量を  $A_k$  とする。そうすると各フォトピークから求められるその親核種の生成量の測定値  $A_k$  との計算値  $f_k$  との差の重みつき 2 乗和は

$$Q = \sum_k w_k \{ A_k - f_k(n, P) \}^2 \quad (6.6.3)$$

と表わされる。ここで  $f_k(n, P)$  は (6.6.1) 式のフィッティング関数  $y_n$  に等しい。また各フォトピークから求められたその親核種の生成量に対する重み  $w_k$  は、普通その測定誤差の 2 乗の逆数にとられる。即ち、

$$w_k = \frac{1}{\sigma_k^2} \quad (6.6.4)$$

(6.6.3) 式で与えられる誤差の 2 乗和が最小になるようにフィッティング関数  $f_k(n, P)$  のフィッティングパラメータ  $P$  を求めるのが最小 2 乗法である。誤差の 2 乗和が最小となるという条件から (6.6.3) 式の  $Q$  を各フィッティングパラメータで偏微分したものを零とおいて正規方程式を作る。そしてこの正規方程式を解くことにより、各フィッティングパラメータ、この場合には各タイムステップの出力レベルが求められる。Gauss - Seidel の方法による正規方程式の解法に関してはすでに第 2 章に於て述べられているのでここでは省略する。

本方法に於ける (6.6.1) 式のフィッティング関数の特徴は次の 2 点になっていると考えられる。第 1 点は独立変数が連続変数ではなく核種名に相当する整数であること。第 2 にはフィッティング関数の独立変数に対する依存性が陽には表わされず行列要素により与えられる点にある。その為各タイムステップ  $m$  から核種  $n$  の生成量への寄与を示す行列要素  $c_{n,m}$  をあらかじめ計算しておくことが必要である。

本方法に於ては燃焼履歴は燃焼時間を数個のタイムステップに分割して表わされ、各タイムステップの出力レベルが最小 2 乗法により求められる。燃焼履歴の推定に於ておもに未知な量は出力レベルであるが、そのフィッティング結果はタイムステップの切り方に依存する。本方法に於てはタイムステップの切り方はフィッティングパラメータとしなかつた。タイムステップの切り方は本来完全には任意ではなく、原子炉のかなりはつきりした状態の変化に対応して切るのが合理的である。例えば燃料のシャッフリング、制御棒パターンの大きな変化等がこの大きな原子炉の状態の変化に対応する。また解析に使用する核種の半減期からもタイムステップの切り方は制約を受ける。ある半減期の FP 核種の生成量は出力一定で運転した場合、半減期の 3 倍位の時間で飽和する。このことを逆に考えればある核種の生成量は炉停止時からその半減期の 3 倍より前の燃焼履歴にはあまり大きく依存しないということである。従って各フィッティングパラメータの他のフィッティングパラメータとの相関係数をある程度以下に小さくおさえ、独立性をたもつ為には、 $\gamma$  線スペクトルに含まれている核種の半減期に応じ、炉停止時から半減期の 2~3 倍を限度としてタイムステップを切ることが望ましいと考えられる。フィッティングパラメータ間の相関係数が大きすぎる時には解が収束しにくいことはよく知られている。特に完全に従属なパラメータがある場合、すなわちあるパラメータ間の相関係数が 1 である場合には解は求められない。

## 6.6.2 解析結果

3 つの試料の 100 keV から 1 MeV のエネルギー範囲の  $\gamma$  線スペクトルに含まれているフォトピークのうち、燃焼履歴の推定の為に使われたのは 134 keV ( $^{144}\text{Ce}$ ), 512 keV ( $^{106}\text{Rh}$ ), 622 keV ( $^{106}\text{Rh}$ ), 662 keV ( $^{137}\text{Os}$ ), 695 keV ( $^{144}\text{Pr}$ ), 724 keV ( $^{95}\text{Zr}$ ),

756 keV ( $^{95}\text{Zr}$ ), 765 keV ( $^{95}\text{Nb}$ ) の合計 8 本である。 $\gamma$  線スペクトルの測定は炉停止後約 1 年半たってから行われた。この冷却時間に対してはいずれの質量数の  $\beta$  崩壊系列も放射平衡に達しており、それぞれの系列の半減期は 65 日 ( $^{95}\text{Zr} - ^{95}\text{Nb}$ ), 367 日 ( $^{106}\text{Ru} - ^{106}\text{Rh}$ ) 30 年 ( $^{137}\text{Cs} - ^{137\text{m}}\text{Ba}$ ), 284 日 ( $^{144}\text{Ce} - ^{144}\text{Pr}$ ) となっている。 $^{106}\text{Ru}$  の半減期の 367 日と  $^{144}\text{Ce}$  の 284 日とはかなり近い値であり、燃焼履歴に対しては似かよった情報しか与えない。したがって燃焼履歴の推定は主に燃焼時間を 3 つのタイムステップに分割して行われた。次の 4 つの場合について解析が行われた。

(1) 3 タイムステップによる解析

(a) (547, 641, 157 day)

(b) (547, 457, 341 day)

(2) 3 タイムステップで  $1/y$  の重みによる解析

(a) (547, 641, 157 day)

(b) (547, 457, 341 day)

(3) 3 タイムステップでタイムステップ内の燃焼履歴を考慮した解析

(a) (547, 641, 157 day)

(b) (547, 457, 341 day)

(4) 1 タイムステップによる解析

(a) 一定出力

(b) タイムステップ内の出力履歴を考慮

(1)~(3) の 3 タイムステップの解析に於てはタイムステップを (547, 641, 157 day) に切った場合と (547, 457, 341 day) に切った場合の両方の解析が行われた。前者は各核種の半減期を考慮したタイムステップの切り方に対応し、後者は原子炉の運転履歴の区切に従ったタイムステップの切り方に対応する (Fig. 6.6.2 参照)。また (3) および (4) の (b) の解析に於ては各タイムステップの各核種の生成量への寄与の計算を各タイムステップ内に於ける出力履歴を考慮して行なった。

(1) 3 タイムステップによる解析

各タイムステップからの各核種の生成量への寄与を「FP-BU」コードにより計算した結果を Table 6.6.1 に示す。各核種の生成量が同じ精度で測定されていると仮定して燃焼履歴を最小 2 乗法により推定した結果を Table 6.6.2 および Fig. 6.6.3, 6.6.4 に示す。

この結果から次の点が明らかである。まず JRR-4 のように出力変動が非常に大きな原子炉に対しても本方法によりかなりの精度で、原子炉の各位置に於ける燃焼履歴を推定可能であることが分る。解析結果の精度は解析に使われる核種の半減期を考慮してタイムステップを切った場合の方が他の場合よりすぐれている。またあるタイムステップに於て出力が平均値を中心として時間と共に上下に変動せず、一意的に上昇または下降する場合には当然解析結果の精度は悪くなる。例えばタイムステップを (547, 457, 341 day) と切った場合、457 day のタイムステップに於ては出力は下降傾向にあり、そのタイムステップの出力のフィッティング結果の標準偏差は他のタイムステップに対する値よりかなり大きく、2 倍近い値とな

っている。

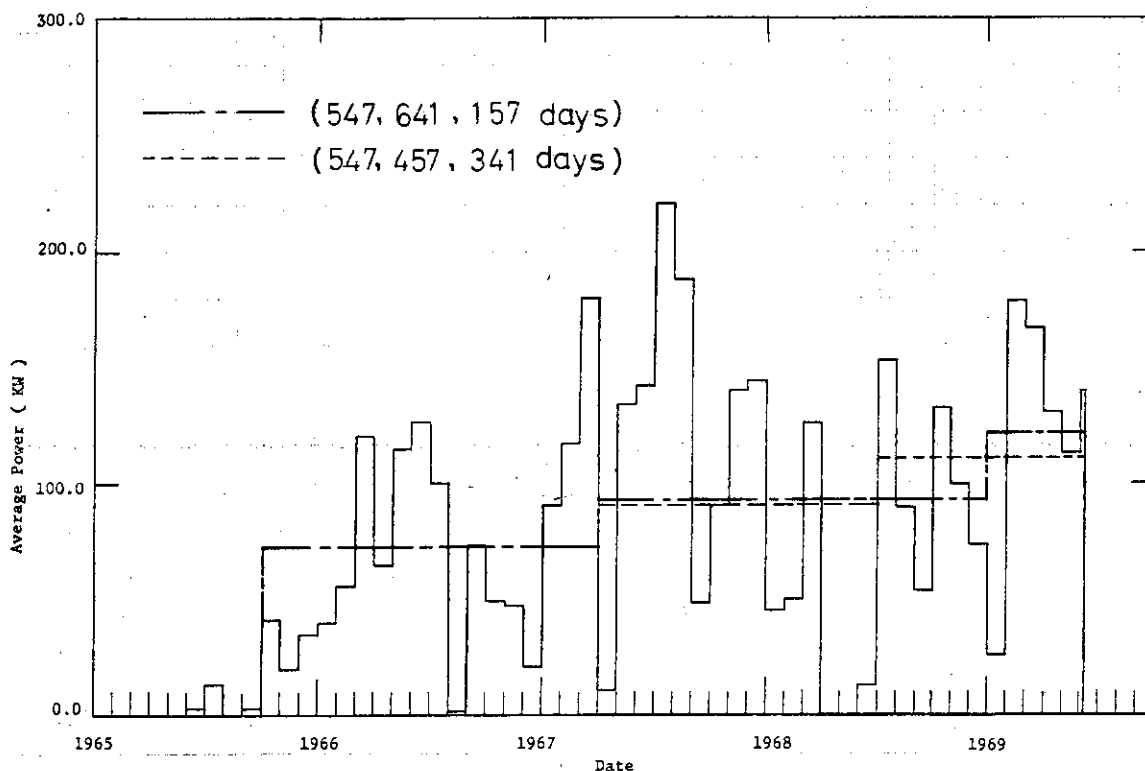


Fig. 6.6.2 Operation History of JRR-4 Reactor

3つの試料に対するフィッティング結果を発熱量あたりの出力の形で比較すると燃焼履歴は標準偏差の範囲内で一致した。出力の標準偏差は約10%である。3つの試料は1本の燃料要素中の1枚の燃料板の高さの異なる位置からとられたものである。従って今回の実験結果の精度からは軸方向の距離による燃焼履歴のパターンの有意な差があらわれなかったことが分る。

また燃焼履歴の解析結果をもとに計算された燃焼率はいずれの場合に於ても、1週間毎の燃焼履歴のデータをもとに燃焼時間および冷却時間の補正を行い $^{137}\text{Cs}$ のフォトピーク面積をもとに求めた燃焼率と非常によく一致を示した。従って燃焼履歴が未知な炉に対しても、その全燃焼時間さえ分っていれば本方法により精度よく燃焼率を求めることが可能である。

## (2) 3タイムステップで $1/y$ 重みによる解析

(1)の解析に於ては各フォトピークから求められる各核種の生成量が同じ精度で求められていると仮定したが、実際には各フォトピークの強度により統計的変動も異なるし、ピーク面積から核種の生成量を求める時必要な核データの精度も異なる。そこでデータ毎に精度を変えることによりどれ位解析結果が変わるかを調べる為、各核種の生成量の逆数を重みとして解析を行った。これは放射性核種の崩壊数の統計的ゆらぎがその崩壊数の平方根に比例するという考え方にほぼ対応する。解析結果を2種類のタイムステップの切り方に対してTable 6.3.3に示す。

Table 6.6.1 Contribution of each burnup step to the activity of each nuclide at the time of  $\gamma$ -ray measurement.

(a) ( 547, 641, 157 days )

Tr (day)	547	641	157
Power (W)	1.0	1.0	1.0
Heat Generation(MWD)	$5.47 \times 10^{-4}$	$6.41 \times 10^{-4}$	$1.57 \times 10^{-4}$
$t_c$ (day)	798 + 522	157 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci)	$3.041 \times 10^{-8}$	$2.834 \times 10^{-5}$	$1.230 \times 10^{-4}$
$^{95}\text{Nb}$ (Ci)	$6.596 \times 10^{-8}$	$6.142 \times 10^{-5}$	$2.656 \times 10^{-4}$
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci)	$1.648 \times 10^{-4}$	$6.027 \times 10^{-4}$	$2.963 \times 10^{-4}$
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	$1.630 \times 10^{-3}$	$1.984 \times 10^{-3}$	$4.983 \times 10^{-4}$
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci)	$1.246 \times 10^{-3}$	$6.394 \times 10^{-3}$	$3.775 \times 10^{-3}$

(b) ( 547, 457, 341 days )

Tr (day)	547	457	341
Power (W)	1.0	1.0	1.0
Heat Generation(MWD)	$5.47 \times 10^{-4}$	$4.57 \times 10^{-4}$	$3.41 \times 10^{-4}$
$t_c$ (day)	798 + 522	341 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci)	$3.041 \times 10^{-8}$	$3.957 \times 10^{-6}$	$1.473 \times 10^{-4}$
$^{95}\text{Nb}$ (Ci)	$6.596 \times 10^{-8}$	$8.582 \times 10^{-6}$	$3.185 \times 10^{-4}$
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci)	$1.648 \times 10^{-4}$	$3.506 \times 10^{-4}$	$5.484 \times 10^{-4}$
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	$1.630 \times 10^{-3}$	$1.406 \times 10^{-3}$	$1.076 \times 10^{-3}$
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci)	$1.246 \times 10^{-3}$	$3.469 \times 10^{-3}$	$6.701 \times 10^{-3}$



Table 6.6.2 Fitting Results of Irradiation History

(a) (547, 641, 157 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Power History			
547 d P <sub>1</sub> (W)	0.080 ± 0.008	0.191 ± 0.028	0.220 ± 0.016
641 d P <sub>2</sub> (W)	0.084 ± 0.009	0.214 ± 0.033	0.236 ± 0.019
157 d P <sub>3</sub> (W)	0.118 ± 0.013	0.307 ± 0.047	0.333 ± 0.027
Normalized History			
547 d P <sub>1</sub> (W/MWD)	690 ± 68	659 ± 95	678 ± 50
641 d P <sub>2</sub> (W/MWD)	723 ± 80	738 ± 112	730 ± 59
157 d P <sub>3</sub> (W/MWD)	1014 ± 115	1059 ± 161	1028 ± 84
Heat Generation (×10 <sup>-4</sup> MWD)	1.17 ± 0.01	2.90 ± 0.04	3.24 ± 0.03
Burnup (%)	2.15 ± 0.02	5.05 ± 0.08	5.36 ± 0.04

(b) (547, 457, 341 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Power History			
547 d P <sub>1</sub> (W)	0.089 ± 0.015	0.212 ± 0.053	0.244 ± 0.032
457 d P <sub>2</sub> (W)	0.066 ± 0.025	0.167 ± 0.087	0.182 ± 0.053
341 d P <sub>3</sub> (W)	0.111 ± 0.010	0.287 ± 0.035	0.314 ± 0.021
Normalized History			
547 d P <sub>1</sub> (W/MWD)	761 ± 132	731 ± 182	754 ± 99
457 d P <sub>2</sub> (W/MWD)	565 ± 216	575 ± 299	563 ± 162
341 d P <sub>3</sub> (W/MWD)	954 ± 88	989 ± 122	969 ± 66
Heat Generation (×10 <sup>-4</sup> MWD)	1.17 ± 0.01	2.90 ± 0.04	3.24 ± 0.03
Burnup (%)	2.15 ± 0.02	5.05 ± 0.08	5.36 ± 0.04

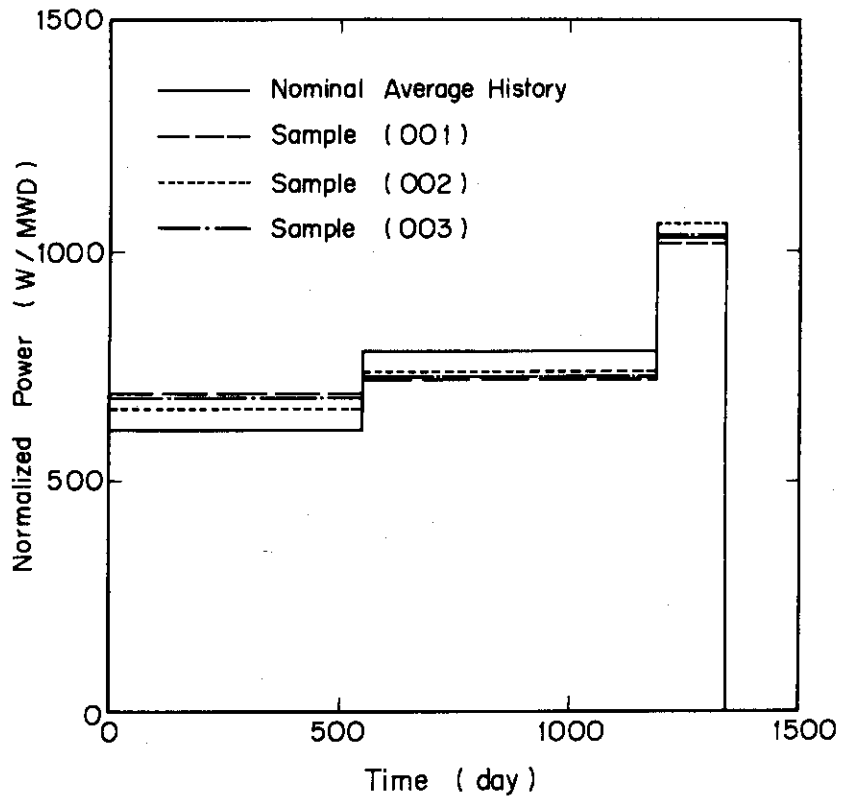


Fig. 6.6.3 Analysis of burnup history with flat power in each time step (547, 641, 157 day).

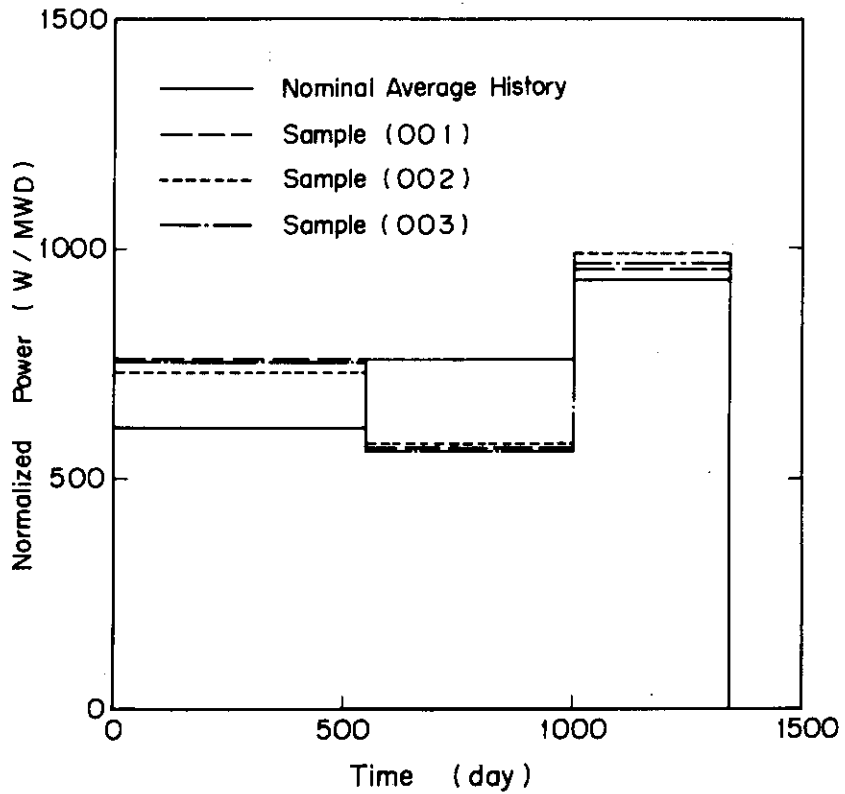


Fig. 6.6.4 Analysis of burnup history with flat power in each time step (547, 457, 341 day).

Table 6.6.3 Fitting Results of Irradiation History  
with (1/Y) weights

(a) (547, 641, 157 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Power History			
547 d P <sub>1</sub> (W)	0.082 ± 0.006	0.196 ± 0.017	0.222 ± 0.012
641 d P <sub>2</sub> (W)	0.083 ± 0.004	0.209 ± 0.013	0.234 ± 0.009
157 d P <sub>3</sub> (W)	0.121 ± 0.006	0.317 ± 0.017	0.338 ± 0.012
Normalized History			
547 d P <sub>1</sub> (W/MWD)	700 ± 49	673 ± 59	684 ± 36
641 d P <sub>2</sub> (W/MWD)	709 ± 37	719 ± 45	721 ± 28
157 d P <sub>3</sub> (W/MWD)	1036 ± 48	1089 ± 59	1042 ± 36
Heat Generation (×10 <sup>-4</sup> MWD)	1.17 ± 0.02	2.91 ± 0.05	3.24 ± 0.04
Burnup (%)	2.16 ± 0.04	5.06 ± 0.10	5.37 ± 0.07

(b) (547, 457, 341 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Power History			
547 d P <sub>1</sub> (W)	0.093 ± 0.009	0.228 ± 0.027	0.253 ± 0.019
457 d P <sub>2</sub> (W)	0.058 ± 0.012	0.142 ± 0.035	0.167 ± 0.025
341 d P <sub>3</sub> (W)	0.115 ± 0.004	0.299 ± 0.014	0.321 ± 0.010
Normalized History			
547 d P <sub>1</sub> (W/MWD)	798 ± 75	782 ± 92	781 ± 58
457 d P <sub>2</sub> (W/MWD)	501 ± 99	486 ± 122	516 ± 76
341 d P <sub>3</sub> (W/MWD)	982 ± 38	1027 ± 47	990 ± 30
Heat Generation (×10 <sup>-4</sup> MWD)	1.17 ± 0.02	2.91 ± 0.06	3.25 ± 0.04
Burnup (%)	2.16 ± 0.04	5.07 ± 0.10	5.37 ± 0.07

Table 6.6.3 から次の点が明らかである。均等の重みの場合と生成量の逆数を重みとする場合とで解析結果の差は比較的小さく標準偏差の範囲内で一致している。しかし標準偏差の値そのものは大きく異なり、逆数重みの場合の燃焼履歴の標準偏差は均等重みの場合の約  $\frac{1}{2}$  になっている。また燃焼率の標準偏差は均等重みの場合より大きく約 1.5 倍になっている。

従って逆数の重みも実際の各核種の生成量の測定値の誤差を正しく表わしていないことが明らかである。各核種の生成量の測定値の誤差には  $\gamma$  線スペクトルの統計的変動以外にも使用する核データからくる誤差があり、このことは当然予想されることである。解析結果の精度を向上する為には  $\gamma$  線スペクトルを精度よく測定するのみでなく、解析に使用する核データの精度を向上することが必要であり、さらに個々の核データの誤差を正しく評価しなければならない。それにより各核種の生成量の測定値の誤差を正しく評価することができ、最小 2 乗法により求められる燃焼履歴の解析結果の精度が向上すると考えられる。

### (3) 3 タイムステップでタイムステップ内の燃焼履歴を考慮した解析

本方法の燃料のシャッフリングのある場合への適用を考え、各タイムステップ内に於ける燃焼履歴を考慮して各核種の生成量への寄与を計算し、それをもとに各タイムステップの出力レベルを最小 2 乗法により求める。各タイムステップ内での燃焼履歴は炉全体の出力履歴で近似する。各タイムステップの各核種の生成量への寄与を計算する部分は異なるが、それ以後の最小 2 乗法により出力レベルを求める部分は今までの方法と同じである。

燃焼時間を前と同様 (547, 641, 157 day) および (547, 457, 341 day) の 2 種類の分割方法で 3 ステップに分ける。各タイムステップに対し炉の出力履歴を 1 週間単位に区切って与え、 $\gamma$  線スペクトル測定時に於ける各核種の生成量を「FP-BU」プログラムにより計算した結果を Table 6.6.4 に示す。またタイムステップ内に於ける出力履歴を考慮せずに計算した結果との比の形で Table 6.6.5 に示す。タイムステップ内での出力履歴を考慮した場合としない場合とを比較すると当然のことながら両者の差は、半減期の短い核種程大きくなっており、またタイムステップ内での出力履歴に系統性が大きい程大きくなっている。

Table 6.6.4 の計算結果を使い、各タイムステップの出力レベルを最小 2 乗法により求めた結果を Table 6.6.6 および Fig. 6.6.5 ~ Fig. 6.6.7 に示す。

この結果から次の点が明らかである。発熱量で規格化した燃焼履歴の解析結果は炉全体の出力履歴と標準偏差の範囲内で一致している。両者の差は比較的小さく、タイムステップを (547, 641, 157 day) と 3 分割した場合、差が最大の時点で試料 (001), (002), (003) に対してそれぞれ 4%, 5%, 3% となっている。同様に (547, 457, 341 day) のタイムステップの切り方に対してはそれぞれ 10%, 13%, 10% となっている。燃焼履歴の解析結果の標準偏差の大きさも、タイムステップを (547, 641, 157 day) と切った場合の方が (547, 457, 341 day) と切った場合の結果と比較して約  $\frac{1}{2}$  になっている。従って各タイムステップ内に於ける出力履歴を考慮して各タイムステップの出力レベルを最小 2 乗法により求める場合にも、解析に使う核種の半減期を考慮してタイムステップを切った方が燃焼履歴の解析結果の精度が高いことが分る。半減期に応じてタイムステップを切ることで、パラメータ間の相関係数がある程度以下に小さくおさえることができるからである。

Table 6.6.4 Calculation of contribution of each burnup step to the activity of each nuclide considering the operation history in each step.

(a) (547, 641, 157 days)

Tr (day)	547	641	157
Average Power (KW)	73.09	93.52	122.49
Heat Generation (MWD)	39.98	59.95	19.23
$t_c$ (day)	798 + 522	157 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci)	$3.029 \times 10^{-3}$	$2.399 \times 10^0$	$1.564 \times 10^1$
$^{95}\text{Nb}$ (Ci)	$6.570 \times 10^{-3}$	$5.026 \times 10^0$	$3.379 \times 10^1$
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci)	$1.279 \times 10^1$	$5.320 \times 10^1$	$3.677 \times 10^1$
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	$1.194 \times 10^2$	$1.851 \times 10^2$	$6.108 \times 10^1$
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci)	$9.847 \times 10^1$	$5.565 \times 10^2$	$4.699 \times 10^2$

(b) (547, 457, 341 days)

Tr (day)	547	457	341
Average Power (KW)	73.09	90.66	110.69
Heat Generation (MWD)	39.98	41.43	37.75
$t_c$ (day)	798 + 522	341 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci)	$3.029 \times 10^{-3}$	$1.588 \times 10^{-1}$	$1.780 \times 10^1$
$^{95}\text{Nb}$ (Ci)	$6.570 \times 10^{-3}$	$3.445 \times 10^{-1}$	$3.847 \times 10^1$
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci)	$1.279 \times 10^1$	$2.841 \times 10^1$	$6.155 \times 10^1$
$^{137}\text{Cs}$ (Ci)	$1.194 \times 10^2$	$1.270 \times 10^2$	$1.192 \times 10^2$
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci)	$9.847 \times 10^1$	$2.708 \times 10^2$	$7.556 \times 10^2$

Table 6.6.5 The ratio of the activity of each nuclide with flat history to that considering the operation history in each time step.

(a) (547, 641, 157 days)

Tr (day)	547	641	157
$t_c$ (day)	798 + 522	157 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci/Ci)	0.7338	1.105	0.9633
$^{95}\text{Nb}$ (Ci/Ci)	0.7338	1.143	0.9628
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci/Ci)	0.9418	1.060	0.9870
$^{137}\text{Cs}$ (Ci/Ci)	0.9978	1.002	0.9992
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci/Ci)	0.9248	1.075	0.9840

(b) (547, 457, 341 days)

Tr (day)	547	457	341
$t_c$ (day)	798 + 522	341 + 522	522
$^{95}\text{Zr}$ (Ci/Ci)	0.7338	2.259	0.9158
$^{95}\text{Nb}$ (Ci/Ci)	0.7338	2.258	0.9163
$^{106}\text{Ru-Rh}$ (Ci/Ci)	0.9418	1.119	0.9861
$^{137}\text{Cs}$ (Ci/Ci)	0.9978	1.004	0.9990
$^{144}\text{Ce-Pr}$ (Ci/Ci)	0.9248	1.161	0.9815

Table 6.6.6 Fitting of irradiation history considering  
power history in each time step.

(a) (547, 641, 157 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Average Power History			
547 d $\bar{P}_1$ (W)	$0.072 \pm 0.009$	$0.169 \pm 0.030$	$0.196 \pm 0.017$
641 d $\bar{P}_2$ (W)	$0.092 \pm 0.010$	$0.235 \pm 0.035$	$0.258 \pm 0.020$
157 d $\bar{P}_3$ (W)	$0.115 \pm 0.012$	$0.298 \pm 0.043$	$0.323 \pm 0.024$
Normalized History			
547 d $\bar{p}_1$ (W/MWD)	$619 \pm 77$	$583 \pm 103$	$606 \pm 53$
641 d $\bar{p}_2$ (W/MWD)	$790 \pm 86$	$811 \pm 121$	$798 \pm 62$
157 d $\bar{p}_3$ (W/MWD)	$988 \pm 103$	$1028 \pm 148$	$999 \pm 74$
Heat Generation ( $\times 10^{-4}$ MWD)	$1.16 \pm 0.01$	$2.90 \pm 0.05$	$3.23 \pm 0.02$
Burnup (%)	$2.15 \pm 0.02$	$5.05 \pm 0.07$	$5.35 \pm 0.04$

(b) (547, 457, 341 days)

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Average Power History			
547 d $\bar{P}_1$ (W)	$0.067 \pm 0.018$	$0.156 \pm 0.063$	$0.184 \pm 0.035$
457 d $\bar{P}_2$ (W)	$0.097 \pm 0.027$	$0.249 \pm 0.094$	$0.270 \pm 0.052$
341 d $\bar{P}_3$ (W)	$0.104 \pm 0.008$	$0.266 \pm 0.029$	$0.291 \pm 0.016$
Normalized History			
547 d $\bar{p}_1$ (W/MWD)	$577 \pm 154$	$537 \pm 217$	$569 \pm 109$
457 d $\bar{p}_2$ (W/MWD)	$836 \pm 230$	$861 \pm 325$	$835 \pm 163$
341 d $\bar{p}_3$ (W/MWD)	$893 \pm 71$	$916 \pm 100$	$899 \pm 50$
Heat Generation ( $\times 10^{-4}$ MWD)	$1.16 \pm 0.01$	$2.90 \pm 0.04$	$3.23 \pm 0.02$
Burnup (%)	$2.15 \pm 0.02$	$5.04 \pm 0.07$	$5.35 \pm 0.04$

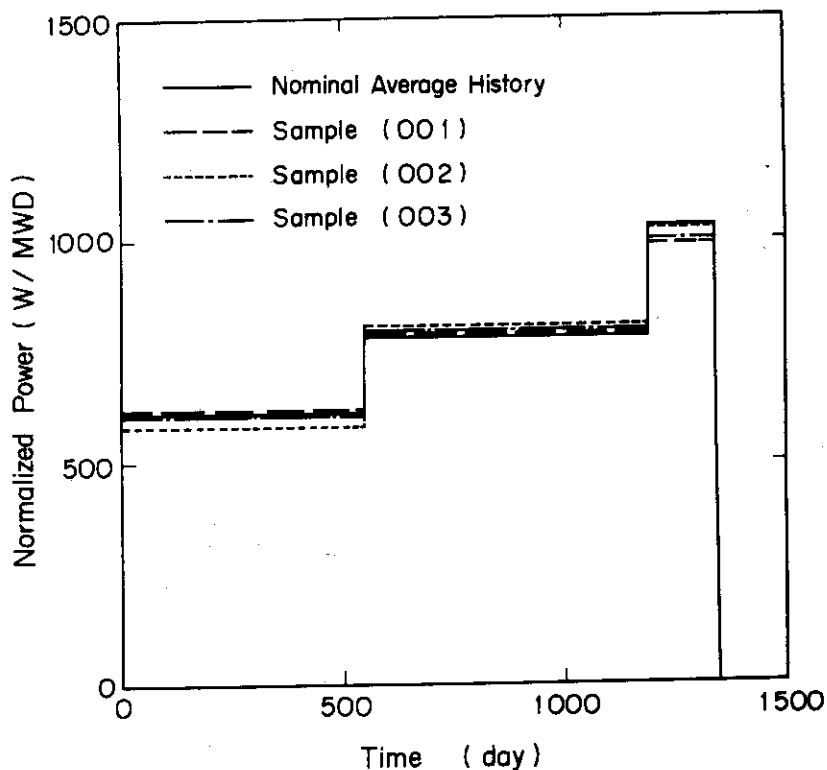


Fig. 6.6.5 Analysis of burnup history considering the power history in each time step (547, 641, 157 day).

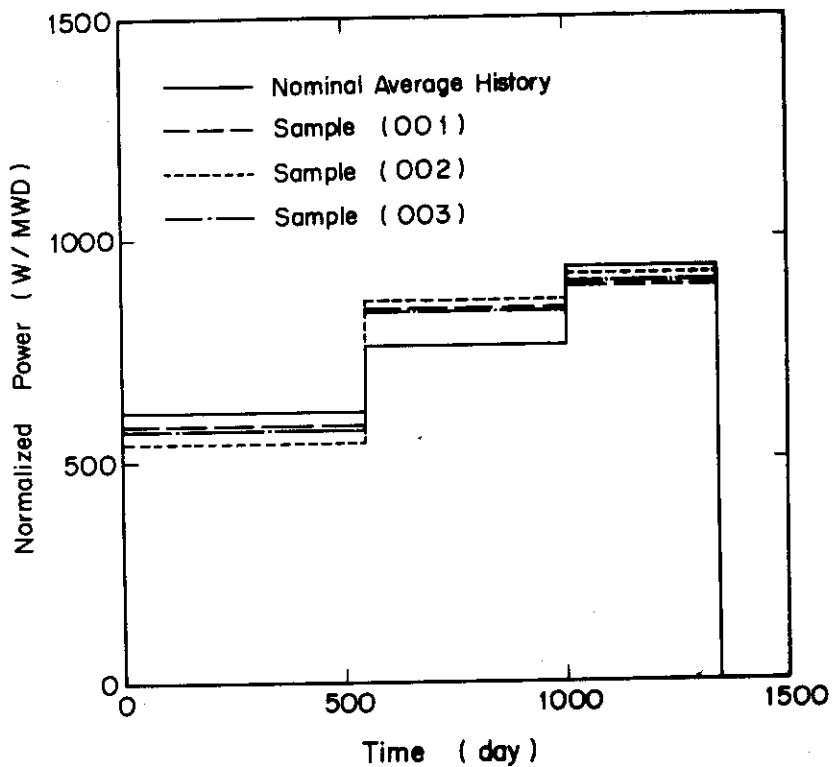


Fig. 6.6.6 Analysis of burnup history considering the power history in each time step (547, 457, 341 day).



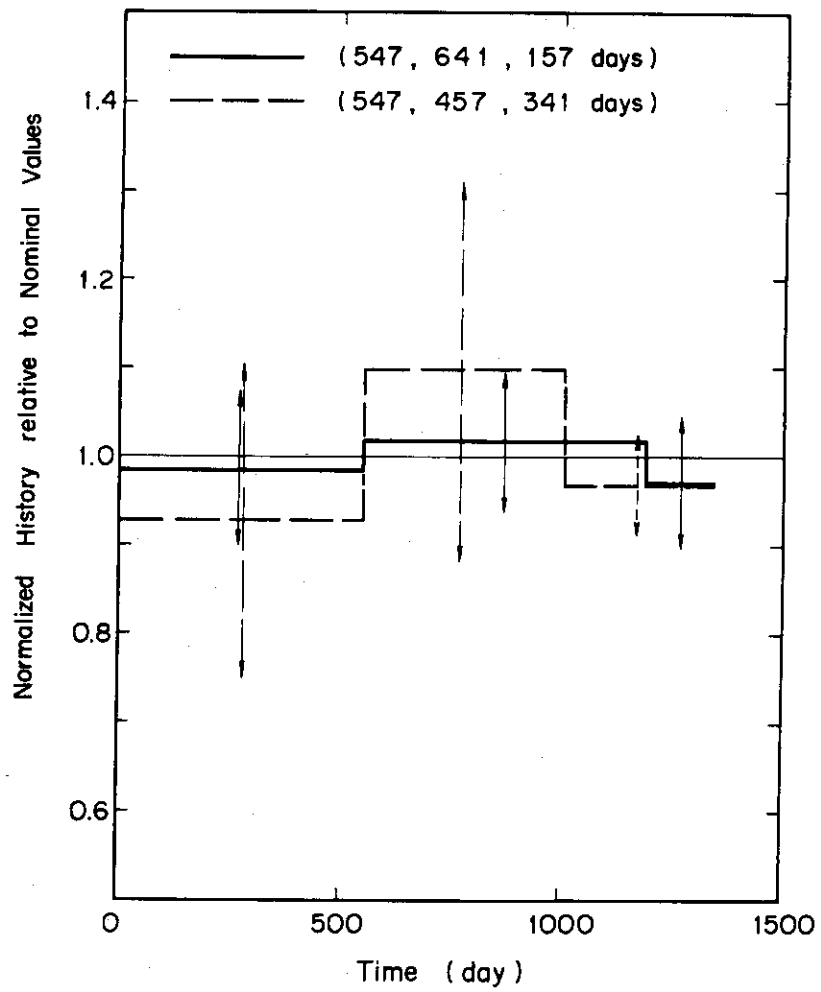


Fig. 6.6.7 Results of burnup history relative to nominal values.

しかしシャッフリング等により出力が大きく変化する時には当然シャッフリングの時期にあわせてタイムステップを切った方が精度がよい。JRR-4に於てはシャッフリングはないが燃料追加があり、追加された燃料近傍の燃料要素の出力密度はかなり変化しているはずである。タイムステップを(547, 457, 341 day)と切った場合が燃料追加にあわせた場合であり、照射終了341日前に2本の新燃料要素が炉心に追加された(Fig. 6.2.1参照)。試料をとった燃料要素は追加された燃料要素に比較的近い炉心の一番外側にある。

燃焼履歴のフィッティング結果は $\gamma$ 線スペクトルの測定精度および使用核データの精度が不十分な為標準偏差が大きく、その標準偏差内に於て炉全体の出力履歴のパターンと一致している。しかし燃料要素追加による影響もある程度あらわれている。

発熱量で規格化した出力で比較すると試験燃料の出力のフィッティング結果は燃料追加前には時間と共に炉全体の平均出力より大きくなっていく。これは時間と共に出力の平坦化が起り炉心周辺部の発熱割合が大きくなったことに対応していると考えられる。また燃料追加後に於ては試験燃料の出力の解析結果は炉全体の平均出力より小さくなる。これは新燃料を追加することにより燃料要素1本あたりの出力が小さくなったことに対応していると考えられる。

一方、燃焼履歴の解析結果から求めた燃焼率の値は2種類のタイムステップの切り方によらずほぼ完全に同じ値となり、その標準偏差も等しい。従って燃料のシャッフリングは大体等間隔の時間毎に行われるが、それに従ってタイムステップを切つて燃焼履歴を最小2乗法により推定する場合に於ても、燃焼率はかなりの精度で求めうると考えられる。

#### (4) 1タイムステップによる解析

次にタイムステップを1つにして行った解析結果をTable 6.6.7に示す。タイムステップ内の出力を一定とした場合(a)と、炉全体の出力履歴を使って各核種の生成量を計算し出力レベルを最小2乗法により求めた場合(b)の両方の結果が示されている。

タイムステップが1つの場合には出力を一定で与えた場合と炉全体の出力履歴で近似して与えた場合の差は当然のことながら非常に大きい。解析結果の標準偏差にも大きな差がある。出力を一定で近似した場合の燃焼率の解析結果は試料(001), (002), (003)に対してそれぞれ $2.65 \pm 0.02$ ,  $6.36 \pm 0.07$ ,  $6.65 \pm 0.06\%$ となり、炉全体の出力履歴を使って照射、冷却時間の補正を行い、 $^{137}\text{Cs}$ の662 keVのフォトピークから求めた燃焼率の2.15, 5.04, 5.35%と大きくくいちがっている。その差はフィッティング結果の標準偏差の20倍に達し、JRR-4のような出力変動の大きな炉に対しては燃焼履歴を出力一定の1タイムステップで取扱うことが無意味なものであることが分る。

一方、タイムステップの中では一定の出力を仮定しても、燃焼時間を3つのタイムステップに分割した解析に於ては燃焼履歴および燃焼率の解析結果は標準偏差がそれぞれ10%および1%であり、かなりの精度で求められている。従って4年程度の燃焼時間に対しては出力がかなり大きく変動する原子炉に対しても、燃焼時間を3つのタイムステップに分割し本方法を適用すればかなりの精度で燃焼履歴および燃焼率を求めることが可能である。

炉全体の出力履歴を考慮して各核種の生成量を計算し、燃焼時間を1タイムステップで取扱った解析結果に於て、燃焼率は試料(001), (002), (003)に対してそれぞれ

Table 6.6.7 Fitting analysis of burnup with and without  
the consideration of the irradiation history

## (a) Constant Power

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Power (W)	0.107±0.001	0.272±0.003	0.299±0.003
Normalized Power (W/MWD)	744±6	743±8	744±7
Heat Generation ( $\times 10^{-4}$ MWD)	1.44±0.01	3.66±0.04	4.02±0.04
Burnup (%)	2.65±0.02	6.36±0.07	6.65±0.06

## (b) Irradiation History

Sample No.	(001)	(002)	(003)
Average Power (W)	0.08545±0.0002	0.2178±0.0006	0.2394±0.0003
Normalized Power (W/MWD)	744±2	743±2	743±1
Heat Generation ( $\times 10^{-4}$ MWD)	1.149±0.002	2.930±0.008	3.221±0.004
Burnup	2.124±0.005	5.101±0.014	5.332±0.007

$2.12 \pm 0.005$ ,  $5.10 \pm 0.01$ ,  $5.33 \pm 0.007\%$  と求められた。これは前述の  $^{137}\text{Cs}$  のフォトピークから求められた燃焼率の  $2.15$ ,  $5.04$ ,  $5.35\%$  と約  $1\%$  相対的にずれている。最小 2 乗法から定められる解析結果の標準偏差は約  $0.2\%$  であり非常に小さい。

一方燃焼時間を 3 つのタイムステップに分割し、各タイムステップ内に於ては炉全体の出力履歴を使ってそのタイムステップの各核種の生成量への寄与を計算し、各タイムステップの出力レベルを最小 2 乗法により求めた解析結果に於ては、試料 (001), (002), (003) の燃焼率はそれぞれ  $2.15 \pm 0.02$ ,  $5.04 \pm 0.04$ ,  $5.35 \pm 0.04\%$  となっている。この場合には燃焼率は  $^{137}\text{Cs}$  のフォトピークから求めた燃焼率とほぼ 3 桁の精度で一致している。結果の標準偏差は約  $1\%$  である。

従って今回の燃焼履歴、実験精度および使用する核データの現状に於ては、炉全体の出力履歴で燃焼履歴を近似し 1 タイムステップで解析するのがいいのか、各タイムステップ内の燃焼履歴を炉全体の出力履歴を使って近似し 3 タイムステップで解析するのがいいのか、その判断がむづかしい。試料の燃焼履歴の炉全体の出力履歴からのずれと、測定誤差および核データの誤差から生じる燃焼履歴の解析結果の誤差が大体同程度の大きさになっていると考えられる。

## 6.7 検 討

使用済の燃料から切り取った試料片の  $\gamma$  線スペクトルに標準スペクトル法を適用し、 $\gamma$  線スペクトルに含まれている各フォトピークを精度よく分離して取り出し、それをもとに燃料の燃焼率および燃焼履歴を推定する方法について述べられた。6.3 節に於ては JRR-4 の使用済燃料の  $\gamma$  線スペクトルに含まれている各フォトピークの面積をもとに各核種の生成量を計算し、それに炉全体の出力履歴を使って照射、冷却の補正を行い、燃料の燃焼率が求められた。6.4 節に於ては、燃焼履歴を表現するタイムステップの数と解析結果の精度との関係が調べられた。

6.5 節に於ては  $^{134}\text{Cs}$  と  $^{137}\text{Cs}$  の生成量の比から燃焼率が求められた。さらに 6.6 節に於ては燃焼履歴の推定が行われた。

使用済燃料の  $\gamma$  線スペクトルを測定し、それをもとに燃料の燃焼率を求める為にはかなり多くの過程が必要であり、その各過程から誤差が入りこむ可能性がある。燃焼率の解析結果の誤差の要因となる項目を列挙すると次のようになる。

1.  $\gamma$  線スペクトル測定上の誤差
  - (1) 測定系の時間的変動
  - (2) 数え落し
  - (3) データの統計的変動
2.  $\gamma$  線スペクトル解析上の誤差
  - (1) フィッティング関数の精度
  - (2) 重なりあったピークの分離能
3. 各核種の生成量をフォトピーク面積から求める時生ずる誤差
  - (1) 検出器の校正 (エネルギー校正, 検出効率)
  - (2) 核データの誤差

- a.  $\gamma$ 線断面積
- b.  $\gamma$ 線分岐比
- 4. 燃焼履歴および冷却時間の補正
  - (1) 核データの誤差
    - a. 核分裂収率
    - b. 崩壊定数
    - c. 中性子捕獲断面積
    - d. 崩壊系列
  - (2) 燃焼履歴の不確かさ
  - (3) 燃焼中のCsの移動
- 5. 燃料の量の不確かさ

これらの誤差が $\gamma$ 線スペクトルに含まれているフォトピークの面積から求めた燃料の燃焼率の誤差を形成している。誤差の中には定量的にかなりよく性質が分っているものもあるが、その多くは大きさの推定も困難なものである。

まず1.の測定誤差であるが、 $\gamma$ 線スペクトルの測定誤差を小さくする為には計数率をある程度以下におさえて数え落しを少なくし、しかも測定結果の統計的変動を小さくおさえる為には測定時間を長くして全計数値を大きくしなければならない。しかし計数をかせぐ為あまり測定時間を長くすると測定系の時間変動による系統的誤差が入り込む。測定系の時間変動を小さくする為には測定室の温度および湿度を一定にたもち、しかも振動による動作不良に注意する必要がある。しかしいくら注意深く取扱っても多少の時間的変動は避けえない。従って精度よく $\gamma$ 線スペクトルを測定する為には、測定系の時間変動をできるだけ小さくし、計数率と測定時間をバランスよく選んで測定することが必要である。今回の測定に於ては数え落しの補正が5%を越えないように計数率を調節した。その為 検出器と試料との距離は約1.5mとした。また1回の測定時間はデータの統計的変動と測定系の安定性とのかねあいから10ksec(約28時間)とした。

次に2.の $\gamma$ 線スペクトルを解析し各フォトピーク的面積を求める際の問題点であるが、標準スペクトル法により $\gamma$ 線スペクトルを解析することにより、精度よくしかも収束性よく各フォトピーク成分を取り出しうる事が既に確められている。 $\gamma$ 線スペクトルのフィッティング結果とその実測値との差の2乗和 $Q$ をその自由度 $\nu$ —測定値の数 $N$ からフィッティングパラメータの数 $K$ を引いたもの—で除した値  $Q/(N-K)$ は規格化された  $\chi^2$  分布を呈し自由度が大きい場合にはその期待値は1近傍の値となる。標準スペクトル法により $\gamma$ 線スペクトルを解析した場合には  $Q/(N-K)$ は1近傍の値となり、精度よく解析されていることが分る。解析結果と実測値との差は実測値の統計的変動から説明される。標準スペクトル法およびその適用性の検討についてはそれぞれ第2章および第3章に詳しく述べられている。

第3番目に $\gamma$ 線スペクトル中に含まれている各フォトピークから各核種の生成量を求める時間問題となる誤差であるが、それには検出器の校正からくる誤差と使用する核データの不確かさからくる誤差とが考えられる。検出器の校正はエネルギー校正と検出効率の測定とからなり、エネルギー校正は主に各フォトピークに対応する核種を決定する為に使われ、各核種の生成量

を求める時主に問題となるのは検出効率の方である (Appendix B 参照)。測定に使われた検出器は実効容積約  $30 \text{ cm}^3$  の同軸型 Ge(Li) 検出器であり、 $\gamma$  線強度の既知の標準  $\gamma$  線源を使って検出効率が求められた。標準  $\gamma$  線源の  $\gamma$  線スペクトルを実際の試料を測定する時と同じ測定系を使って測定し、その  $\gamma$  線スペクトルを試料の解析と同じく標準スペクトル法で解析して検出効率が求められた。従って検出効率の誤差として主に問題として残るのは標準  $\gamma$  線源の強度の精度である。標準線源を使用する立場からは線源の強度の精度を向上することは難しく、本方法の精度の限界もこの標準線源の強度の誤差から与えられる。標準  $\gamma$  線源の精度は年々向上しているが、製法および核データの両面から一層の精度の向上が望まれる。さらに標準線源としては安定した定期的供給が重要である。

フォトピーク面積から核種の生成量を求める為必要な核データとしては (a)  $\gamma$  線の断面積、および (b)  $\gamma$  線分岐比が考えられる。

$\gamma$  線の断面積は核分裂生成物から放出された  $\gamma$  線が検出器に到達するまでに途中の吸収物質によって遮られる割合を補正する為に必要である。この目的の為には  $\gamma$  線の断面積は既に十分な精度で求められていると考えられる。今回のような小さな試料に対しては  $\gamma$  線の断面積のデータをもとに  $\gamma$  線減衰率を計算することは容易である。しかし燃料要素全体の  $\gamma$  線スペクトルを非破壊で求める場合に対しては  $\gamma$  線減衰率の計算はかなり複雑となり、場合によっては実験的に求める必要がある。

各核種から放出される  $\gamma$  線のエネルギーは測定が容易なこともありかなり精度よく求められていることが多い。それと比較して  $\gamma$  線分岐比の誤差は非常に大きくなっている。 $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂の場合に於ては、 $\gamma$  線スペクトルから燃焼率を定めるのに必要な核データのうち最も精度が悪く、解析結果の誤差の大きな原因となっているのがこの  $\gamma$  線分岐比である。そこで 6.3 節に於て 3 つの資料に対し各フォトピークから求められる燃焼率が出来るだけ一致するように、測定結果のバラツキの範囲内でこの  $\gamma$  線分岐比のデータを動かし、その推奨値が定められた。

次に第 4 番目の各核種の生成量に燃焼履歴および冷却時間の補正を行い核分裂数を求める際入ってくる誤差であるが、これは使用する核データの誤差、燃焼履歴の不確かさおよびハロゲン元素の移動が考えられる。

燃焼履歴および冷却時間の補正は本方法に於ては各核種の照射冷却期間中の  $\beta$  崩壊および中性子捕獲反応を考慮して正しく行われている。この為必要な核データには a. 核分裂収率、b. 崩壊定数、c. 中性子捕獲断面積および d. 崩壊系列がある。これらのうち崩壊定数と崩壊系列とは、燃焼率測定に普通使われる核種に対してはよく分っている。

中性子捕獲断面積は核分裂生成物の生成量の中性子捕獲による影響を考慮する為必要である。しかし本稿に於て解析された  $1 \text{ MeV}$  以下のエネルギー範囲の  $\gamma$  線スペクトル中に大きなフォトピークを持つ核種に対しては、 $^{134}\text{Cs}$  の場合を除きこの影響を考慮する必要がないことが分った。普通、熱中性子動力炉に於て問題となる  $10^{14} \text{ n/cm}^2/\text{sec}$  以下の熱中性子束に対しては中性子捕獲によるこれらの核種の生成量の変化が  $0.3\%$  程度以下であることが確められている。

一方  $^{134}\text{Cs}$  は偶質量数核種であり、 $\beta$  崩壊系列は  $^{134}\text{Cs}$  の前の  $^{134}\text{Xe}$  (安定核種) に

より切断されている。従って $\beta$ 崩壊によつては $^{134}\text{Cs}$ は生成されず、その核分裂収率も非常に小さい。 $^{134}\text{Cs}$ の生成は大部分 $^{138}\text{Cs}$ の中性子捕獲反応によつてゐる。従つて $^{134}\text{Cs}$ の生成量をもとに燃焼率を求める為には $^{138}\text{Cs}$ の中性子捕獲反応率を正しく求めることが必要である。その為今回の解析に於ては、JRR-4の燃料の単位セルに対して詳しいセル計算を行つて群定数を求め、それをもとにJRR-4の炉心中性子スペクトルが計算された。そしてこのスペクトルをもとに $^{138}\text{Cs}$ の中性子捕獲反応率および $^{235}\text{U}$ の核分裂反応率が求められた。 $^{138}\text{Cs}$ の中性子捕獲断面積および $^{235}\text{U}$ の核分裂断面積の核データはかなり詳しく分つてゐる。 $^{154}\text{Eu}$ の生成も $^{134}\text{Cs}$ の場合と同様、主に $^{158}\text{Eu}$ の中性子捕獲反応によつてゐる。従つて $^{154}\text{Eu}$ の生成量から燃焼率を求める場合にも $^{134}\text{Cs}$ の場合と同様、 $^{158}\text{Eu}$ の中性子捕獲反応率をその断面積および中性子スペクトルから求めることが必要である。ただしこれらの核種の生成量と直接核分裂により生成される核種の生成量の比と燃焼率との相関関係を燃焼率が既知の試料を使って実験的に求める場合にはこの限りではない。

核分裂収率は核分裂核種によつて大きく異なり、しかも入射中性子のエネルギーにも依存する。 $^{235}\text{U}$ の熱中性子核分裂の場合に対しては測定値も他の核種と比較して多くその精度も比較的よい。JRR-4の燃料は90%濃縮ウランであり、核分裂はほとんどすべて $^{235}\text{U}$ の熱中性子核分裂によつてゐる。従つて今回の解析に対しては核分裂収率からくる誤差は比較的小さいと考えられる。 $^{235}\text{U}$ の熱中性子核分裂以外の場合に対しては核分裂収率の測定結果は少なく、その精度も悪い。従つて $^{235}\text{U}$ 以外の核種が核分裂に大きく寄与する場合には核分裂収率の誤差に充分注意することが必要である。軽水動力炉に於ても燃焼末期に於ては $^{239}\text{Pu}$ の核分裂が全核分裂の約半分を占める。高速炉体系に於ては核分裂の主体は $^{239}\text{Pu}$ であり、 $^{241}\text{Pu}$ 、 $^{235}\text{U}$ および $^{238}\text{U}$ の寄与も小さくない。また入射中性子エネルギーも100 eV程度から10 MeVまでの広い範囲にわたつてゐる。 $^{235}\text{U}$ の熱中性子核分裂以外の場合に対しては核分裂収率の誤差は大きく、燃焼率解析の為には精度の向上が必要である。しかし核分裂収率の測定は核分裂生成物の核種数が多くしかも放射性核種が大部分である為、精度よく行うには膨大な時間と労力を要し、すべての核分裂核種のすべての励起エネルギーに於ける核分裂収率を精度よく測定することは不可能である。従つて特に重要な核分裂核種に対しては直接、測定により核分裂収率を求めることも必要であるが、核分裂収率のエネルギー依存性および核分裂核種に対する依存性を理論もしくはシステムティックスにより精度よく内外挿できる方法の開発が重要であると考えられる。

燃焼履歴の不確かからくる誤差は燃料交換の少ないスイッチングプール型の研究炉であるJRR-4の場合には比較的小さいと考えられる。従つてこの場合には燃焼率を求める時必要となる各核種の燃焼期間中の減衰の補正を炉全体の出力履歴を使って行うことが可能である。しかし実用規模の動力炉に於ては制御棒パターンの変化、燃料交換、シャッフリング等により各燃料要素の出力は大きく変化し、その燃焼履歴は普通、未知である。BWRに於てはボイド分布の変化によつても出力分布は大きく変化する。従つて動力炉に於ては各燃料要素に対する燃焼履歴の補正を原子炉全体の出力履歴をもとに行ふことは困難である。そこで燃焼履歴を推定することがどうしても必要となり、6.6節に於て、 $\gamma$ 線スペクトルに含まれてゐる半減期の異なる核種から放出される $\gamma$ 線の強度をもとに、燃焼履歴を最小2乗法により推定する試みが

行われた。本方法の適用性が JRR-4 の燃料を使って検討された。

JRR-4 のように非常に出力変動が大きく頻繁な原子炉に対しても、約 4 年間の照射期間を 3 つのタイムステップに分割して燃焼履歴の推定を行うことにより、精度よく燃焼率を求めうることが分った。タイムステップ内での燃焼履歴を炉全体の出力履歴で近似して与えた場合と、タイムステップ内では一定の出力を仮定した場合とで大差なくほぼ同じ精度で燃焼率が求められた。タイムステップをほぼ等間隔に切った場合と、解析に使う核種の半減期を考慮して切った場合とほぼ同じ精度で燃焼率が求められた。燃焼履歴の解析結果はタイムステップの切り方やタイムステップ内での燃焼履歴の考慮の有無に依存して大きく変化するが、燃焼率はいずれの場合にも精度よく求められた。また燃焼履歴そのものもタイムステップ内での燃焼履歴のパターンを炉全体の出力履歴で近似して与えれば精度よく求めうることが分った。

一方照射時間を 1 タイムステップで表わし、出力を一定として行った解析に於ては燃焼率の解析結果は大きな誤差をもち正しくは求められなかった。この点からも 3 タイムステップによる解析の有効性が明らかである。4 つの核種から放出される  $\gamma$  線スペクトルを再現する為には少なくとも 3 つのタイムステップが必要であったことが分る。燃焼履歴を 3 つのタイムステップで表現して推定することにより、いずれの場合にも燃焼率は精度よく求められた。この場合燃焼率のみならず積分中性子束も精度よく求められていると考えることが出来る。

JRR-4 の燃料要素からとった試料の解析に於ては燃焼履歴と炉全体の出力履歴とのパターンの差が小さく、燃焼率を推定することによる効果は小さかった。しかし実用の動力炉に於ては各燃料要素の燃焼履歴は炉全体の出力履歴と大きく異なり、燃焼履歴の推定が不可欠である。従って本方法の適用が非常に有効になると考えられる。しかも動力炉に於ては出力変動が比較的小さく、タイムステップ内での出力を一定と近似した解析によってもかなりの精度で燃焼履歴を推定することが出来ると考えられる。

次に燃料中に於けるハロゲン元素(特に Cs)の移動による問題であるが、燃焼中に Cs が大きく移動する場合には Cs の同位元素から放出される  $\gamma$  線の強度を燃焼履歴および燃焼率の推定に使うことは出来ない。特に酸化物燃料を主体とする動力炉に於てはハロゲン元素の移動はかなり大きく、この点に関する注意が必要である。しかし今回解析した JRR-4 の燃料は金属燃料であり、Cs の移動はあまり問題とならなかった。

最後に第 5 番目の燃料の量の不確かさによる誤差であるが、これは核分裂数から最終結果である燃焼率( $\%BU$ )または燃焼度を求める時に問題となる。6.5 節に於て述べた、同位体比から燃焼率を決定する場合には燃料の量は知る必要はなくこの点は問題とはならない。しかしその場合には同位体比と燃焼率との相関関係を精度よく求めることが必要であり、その為同位体の中性子捕獲断面積の精度が問題となる。今回の解析に於ては同位体比から求めた燃焼率、および  $^{137}Cs$  の生成量から求めた核分裂数をもとにウラニウム燃料の量が推定された。試料中の燃料の量を精度よく求める為にはやはり破壊測定が必要である。しかし燃料板または燃料ピン毎の燃料の量は製造過程に於てあらかじめ分っているものであり、燃料板または燃料ピン平均の燃焼率を求める場合には、この燃料の量の不確かさという点はあまり問題とはならない。

以上の検討を通じて次の点が明らかとなった。 $\gamma$  線スペクトルを精度よく測定すれば、その



解析は標準スペクトル法により十分な精度で行うことが出来る。そして求められたフォトピークの面積をもとに燃焼率を推定する際特に問題として残るのは、今回の MTR 型燃料の解析に於ては、 $\gamma$  線分岐比の誤差および燃焼履歴の不確かさの 2 点である。 $\gamma$  線分岐比に関してはその値を測定誤差の範囲内で動かし、各フォトピークから求めた燃焼率ができるだけ同じ値となるように調節し、その推奨値が定められた。

また燃焼履歴の不確かさに関しては、 $\gamma$  線スペクトル中に含まれる半減期の異なる核種から放出された  $\gamma$  線のフォトピーク面積をもとに、燃焼履歴を推定する方法が開発された。炉全体の出力履歴が分つていても、シャッフリングや制御棒位置の変化の為、一般には各燃料要素の燃焼履歴は未知であり、本方法を適用することにより原子炉中の各位置に於ける燃焼履歴を推定することができる。それにより原子炉中の各位置に於ける燃焼率、中性子照射量等を精度よく求めることが可能となる。また燃焼履歴の推定を通して半減期の異なる核種からのフォトピークを燃焼率の決定に正しく寄与させることができる。

酸化物燃料が主体の実用規模の動力炉に本方法を適用する場合には上述の 2 点の問題点に加えて、さらに核分裂収率の精度および燃焼中の Cs の移動が問題となる。熱中性子動力炉の燃焼末期に於ては  $^{239}\text{Pu}$  の核分裂割合が大きくなり、高速炉体系に対しては  $^{235}\text{U}$  以外にも  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{U}$  等の核分裂割合が大きく、入射中性子のエネルギーも広い範囲にわたっている。従ってこれらの核種の広い励起エネルギー範囲にわたる核分裂収率が必要となるが、現状に於ては  $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂以外の場合に対する核分裂収率の測定値は少なく、その精度も悪く、この点に注意する必要がある。

酸化物燃料に於ては Cs は燃焼期間中にその核分裂により発生した位置からかなり大きく移動することがあり、燃焼率解析に Cs の同位元素からのフォトピークを使う時には注意が必要である。Cs の移動が大きい場合には Cs の同位元素からのフォトピークは燃料ピン全体もしくは燃料要素全体の燃焼率の決定にしか使うことは出来ない。その場合にも燃料ピン内の位置による  $\gamma$  線減衰率の違いに注意することが必要である。

## 7. 結 論

半導体検出器による $\gamma$ 線スペクトルの測定結果を精度よくしかも収束性よく簡単に少ない労力で解析する方法として標準スペクトル法が提唱され、その適用性に各種の検討が加えられた。そして他の方法による結果と比較検討した後  $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率の測定に標準スペクトル法を実際に適用しその有効性が認められた。また使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルの解析に標準スペクトル法を適用しその燃焼率が求められた。

本方法は解析する $\gamma$ 線と近いエネルギーをもった単一のエネルギーの $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果をもとに、それからバックグラウンドを差引きデータとガウス関数を使って平滑化したものを標準スペクトルと定義し、この標準スペクトルをピーク関数として使い、バックグラウンド(BG)の $\gamma$ 線スペクトルを一次式で近似し、最小2乗法により $\gamma$ 線スペクトルを解析するものである。標準スペクトルは半導体検出器による $\gamma$ 線スペクトルの解析に於てはピーク位置から低エネルギー側へは半値巾(FWHM)の3倍、高エネルギー側へはFWHMの2倍のチャンネル範囲に対して定義される。またフィッティング範囲は特に指定しない限りピーク位置の前後FWHMの2.5倍の範囲にとられる。各チャンネルに於けるピーク成分は本方法に於てはピーク関数すなわち標準スペクトルをチャンネルの巾にわたって積分して正しく与えられている。

標準スペクトル法の特徴を列挙すると次の三点に要約される。

- (1) フォトピークの形が標準スペクトルにより精度よくしかも必要最小限の数のパラメータで表現されている為、数多くのピークが複雑に重なりあっている $\gamma$ 線スペクトルでも精度よくしかも収束性よく簡便に解析することができる。
- (2) ピーク成分が標準スペクトルをチャンネルの巾にわたって積分し正しく与えられている為、チャンネル巾に対する適用範囲が広い。チャンネル巾が極端に広くピークの形が数チャンネルのデータのみで与えられているような場合にも精度よく解析することが出来る。またチャンネルの中心にピークが位置しているか、それとも中心からずれているかにも関係なく正しい結果をうる事が可能である。
- (3) 初期推定値を入力する必要があるパラメータの数が少ない。ピーク位置およびFWHMに対してのみ初期推定値を与えれば他のパラメータの初期推定値は自動的に与えられる。バックグラウンドの初期推定値はフィッティング範囲の両端の2点を通る直線として与えられ、各ピークの高さのパラメータの初期推定値は、そのピークの近傍の $\gamma$ 線スペクトルがそのピーク成分とバックグラウンドのみから与えられ、他のピークからの寄与が無視するという仮定のもとに与えられる。

### <適用性の検討>

以上の如き特徴をもった標準スペクトル法の適用性に検討が加えられた。まず標準スペクトル法自身の問題が検討された。すなわち標準スペクトルに関する種々の問題点が調べられ、パラメータの初期推定値およびフィッティング範囲が解の精度および収束性にどう影響するかが調べられた。次に測定された $\gamma$ 線スペクトルに関する問題点が検討された。すなわち測定された $\gamma$ 線スペクトルのチャンネル巾が標準スペクトル法による解析結果の精度と収束性にどう影

響するかが調べられ、ピーク間隔およびピーク面積比と解の精度および収束性との関係に検討が加えられた。

#### ＜標準スペクトルに関する検討＞

本方法はフォトピークの形が標準スペクトルにより精度よく表現するという点に解析結果の精度がすぐれている根拠をおいている。したがって標準スペクトルという概念の適用できる範囲についてはかなり詳しく調べられた。標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーによる変化、標準スペクトルの検出器と $\gamma$ 線源との距離による変化、標準スペクトルの検出器と $\gamma$ 線源との間に置かれた吸収物質による変化、標準スペクトルのチャンネル数に関する問題点、標準スペクトルが完全には滑らかな曲線でないことによる影響、標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMの定義に関する問題点等について調べられた。

標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性は体積 $30\text{ cm}^3$ および $60\text{ cm}^3$ の2つのGe(Li)検出器について調べられた。いずれも $\gamma$ 線エネルギーに対してピークの低エネルギー側が主に変化し、その変化は $\gamma$ 線と物質—この場合は主に検出器であるGe—との各種の反応断面積、すなわち光電吸収断面積、コンプトン散乱断面積および電子対生成断面積と密接な関係をもっていることが明らかである。断面積の変化の大きな所すなわち数 $10\text{ keV}$ から $100\text{ keV}$ 程度までのエネルギー範囲では標準スペクトルは比較的大きな変化を示し、断面積の変化の少ない所では標準スペクトルの形の変化も小さい。2つの体積 $30\text{ cm}^3$ と $60\text{ cm}^3$ のどちらのGe(Li)検出器に於ても、その標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性はほぼ同じ傾向を示した。 $400\text{ keV}$ 程度以下のエネルギー範囲に於てはエネルギーが大きくなるにつれて標準スペクトルの低エネルギー側の裾のプラト—部分が急に小さくなり、 $400\text{ keV}$ から $600\text{ keV}$ 程度までは変化が少なくほぼ一定であり、 $600\text{ keV}$ 以上になるとまたエネルギーと共に徐々に大きくなる。ピークから高エネルギー側では標準スペクトルの形はガウス関数とよく一致しているが低エネルギー側ではガウス関数からずれて巾が広がっている。このピークの巾の低エネルギー側へ広がる割合は $400\text{ keV}$ 以下ではごく小さくエネルギーに対する依存性も小さい。しかし $400\text{ keV}$ 以上では $\gamma$ 線のエネルギーと共に徐々に広がりが大きくなる。

検出器と $\gamma$ 線源との距離がある程度以下に小さくなると $\gamma$ 線の検出器に入射する位置および角度が変化し、標準スペクトルの形が変わることが予想される。そこで $^{198}\text{Au}$ からの $411\text{ keV}$ の $\gamma$ 線を使い、検出器表面と $\gamma$ 線源との距離を $1\text{ cm}$ から $36\text{ cm}$ の範囲にわたってかえて $\gamma$ 線スペクトルを測定し、それぞれの測定結果から標準スペクトルを作り、その結果を比較検討した。その結果、距離が $1\text{ cm}$ の場合を除き、いずれの距離に対する標準スペクトルもよい精度で一致した。 $\gamma$ 線源と検出器表面との距離が $1\text{ cm}$ の場合には標準スペクトルの低エネルギー側の裾でやや他の場合の結果とずれる。したがって検出器と $\gamma$ 線源との距離を $3\text{ cm}$ 程度以上離して測定すれば標準スペクトルの距離による変化は考慮せず同一の標準スペクトルを使うことができると考えられる。

吸収物質としてアクリルを考えその厚さを $2\text{ mm}$ から $8\text{ mm}$ の範囲で変化させて $^{137}\text{Cs}$ からの $662\text{ keV}$ の $\gamma$ 線のスペクトルを測定しその測定結果をもとにそれぞれ標準スペクトルを作り比較検討した。その結果 $662\text{ keV}$ の $\gamma$ 線に対する標準スペクトルはいずれも生デー

タの統計的変動の範囲内で一致し、アクリルの 8 mm 程度の厚さの吸収物質によつては標準スペクトルは大して変わらずその影響を考慮する必要がないことが明らかとなった。

標準スペクトルのチャンネル数に関しては、100チャンネル程度以上あればほぼ満足すべき精度で解析しうることが分つた。この時ピーク位置およびピーク面積はほぼ完全に正しく求められ、FWHMの誤差も約0.1%と小さい。標準スペクトルのチャンネル数の100チャンネルはFWHMの20チャンネルに対応する。現在の波高分析器の零点および増巾器のゲインの安定性から考えてFWHMを20チャンネル程度よりあまり大きくして測定しても系統誤差が大きくなり無意味であると考えられる。

また単一のエネルギーの入射 $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果からBGを差引いたものをそのまま標準スペクトルとして使つた場合と、このデータをさらにガウス関数を使って平滑化したものを標準スペクトルとして解析した場合の結果の間にはほとんど差がなかつた。したがつてガウス関数で平滑化した標準スペクトルにはまだ多少の凹凸が残つており、完全には平滑化されていないが、これをさらに平滑化する必要はない。

標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMは、標準スペクトルを作るもとなつた単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルのピーク近傍から高エネルギー側の部分をガウス関数と定数のBGで解析し、求められたガウス成分のピーク位置、ピーク面積およびFWHMをもつてその定義としている。しかし実際の $\gamma$ 線スペクトルの解析は標準スペクトルと1次式のBGで解析され、両者の間に矛盾がないことを確かめておく必要がある。

標準スペクトルを作るもとなつた単1ピークの $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトルと1次式のBGで解析したところ、求められたピークの成分は、ガウス関数と定数のBGにより解析した結果とほぼ完全に一致することが確かめられた。従つて標準スペクトルのピーク位置、ピーク面積およびFWHMをそこに含まれているガウス成分の対応する値で定義することに何ら問題はない。

以上標準スペクトルに関する問題を検討した結果、標準スペクトルの $\gamma$ 線エネルギーによる変化には注意する必要があることが分つた。それと比較すると他の効果の解析結果におよぼす影響は比較的小さい。

従つて精度よく $\gamma$ 線スペクトルを解析する為には解析する $\gamma$ 線と出来るだけ近いエネルギーの単色の $\gamma$ 線のスペクトルの測定結果をもとに作つた標準スペクトルを使って解析すべきである。この解析する $\gamma$ 線と標準スペクトルのエネルギー差によりどの程度の誤差を生ずるかを検討した。 $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線を50 keV エネルギーのずれた標準スペクトルを使って解析した場合、ピーク位置の誤差はFWHMの約0.3%、ピーク面積の誤差は約0.4%、FWHMの誤差は約0.5%とみつめられた。この結果から誤差の大体の値をそれが標準スペクトルと $\gamma$ 線とのエネルギー差に比例すると仮定して推定することができる。

また標準スペクトルは $\gamma$ 線のエネルギーと共に徐々に系統的に変化する。したがつて解析する $\gamma$ 線のエネルギー近傍に適當な標準スペクトルがない時には近くのエネルギーの標準スペクトルを内挿して使うことも可能である。 $\gamma$ 線エネルギーに関して内挿した標準スペクトルを使うことにより精度のよい解析を行つていくことが確かめられた。

### ＜フィッティング範囲およびパラメータの初期推定値＞

標準スペクトル法により $\gamma$ 線スペクトルを解析する為にはフィッティング範囲および初期推定値が解析結果の精度および収束性にいかに関係するかを調べておくことが必要である。精度よくしかも収束性よく解をえる為にはフィッティング範囲およびパラメータの初期推定値を正しく与えなければならない。この両者をパラメトリックに変えて解析し、方法の適要性すなわち精度および収束性を調べた結果次の結論がえられた。

フィッティング範囲は解の収束性と解析結果の精度の両方に影響する。収束性に関してはフィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM より広くとれば単 1 ピークおよび 2 重ピークに関してはいずれの場合にも収束することが確められた。この時フィッティングパラメータの初期推定値は FWHM に関しては正しい値の 0.8 倍とし、ピーク位置の初期推定値は正しいピーク位置から EWHM の 10 分の 1 だけずらせて与えた。

フィッティング結果の精度に関してはフィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM の 1.5 倍から 3.5 倍の範囲にとれば、単 1 ピークの解析に於ても 2 重ピークの解析に於ても正しい結果がえられた。ピーク位置、ピーク面積、FWHM はそれぞれの標準偏差の範囲内で一致し、標準偏差の値そのものもフィッティング範囲によらずほぼ同じ大きさである。標準偏差の大きさそのものが $\gamma$ 線スペクトルの生データの統計的変動の大きさと比較して妥当であることも誤差の 2 乗和の値から確められている。従って標準スペクトル法に於て特にことわらないかぎり、フィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM の 2.5 倍の範囲とした選定が適切であったことが分る。必要な場合にはフィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM の 1.5 倍から 3.5 倍の範囲に自由に選んで解析すればフィッティング結果はほとんど変化せず一定の精度で求めることができ、さらに状況によっては多少精度は悪くなるが、フィッティング範囲をピーク位置の前後 FWHM の 1 倍から 4 倍の範囲に選んで解析することも可能である。

初期推定値が影響するのは解の収束性であり、フィッティング結果そのものすなわち解の精度には無関係であることが分った。単 1 ピークの解析に対しては標準スペクトル法に於ては、ピーク位置を FWHM の 0.5 倍以内の精度で推定し、FWHM の初期推定値を正しい値の 0.75 倍から 2 倍の範囲で与えれば収束することが確められた。単 1 ピークの初期推定値をこの精度で与えることはきわめて容易であり問題はない。

2 重ピークの解析に於ては FWHM の初期推定値は正しい値の 0.8 倍に固定され、2 つのピーク位置の初期推定値をパラメトリックに与えて解析された。その結果 2 つのピークの外側領域すなわち低エネルギー側のピークに対しては正しい位置より低エネルギー側、高エネルギー側のピークに対しては正しいピーク位置より高エネルギー側にそれぞれのピーク位置の初期推定値を与えた方が他の与え方をした場合より収束性が高いことが分った。

2 重ピークの解析に於て初期推定値をどの範囲に与えれば収束するか議論はもちろん 2 つのピークのピーク間隔、ピーク面積比および測定結果の統計的変動に依存する。ここで解析した範囲——すなわちピーク間隔は FWHM の 1 倍および 0.5 倍とし、ピーク面積比を 1 および 4 とした 4 つの場合——に於ては低エネルギー側のピークは正しいピーク位置から低エネルギー

一側へ FWHM の 0.3 倍の範囲で、高エネルギー側のピークは正しいピーク位置から高エネルギー側へ FWHM の 0.3 倍の範囲内の精度でそれぞれピーク位置の初期推定位置を与えれば収束することが確かめられた。この収束範囲は単 1 ピークのピーク位置の初期推定値に対する収束範囲 - 正しいピーク位置の前後 FWHM の 0.5 倍の範囲 - よりは当然狭くなっている。

#### <ピークの分離能>

複雑に重なりあったピークを精度よく分離しうることを特徴としている標準スペクトル法に於て、どの程度ピークの分離能があるか調べる為、各種のピーク間隔の 2 重ピークを解析した。ガウス関数でピークの形を表わし模擬的に作った 2 重ピークおよび実際に測定した 2 つの単 1 ピークの  $\gamma$  線スペクトルを一定チャンネルだけずらせて重ねあわせた 2 重ピーク・スペクトルの両方について解析した。

ガウス関数で模擬した  $\gamma$  線スペクトルには統計的変動は含まれておらずその解析により実際の  $\gamma$  線スペクトルの測定の統計的変動を極端に少なくしていった時どれ位ピークを分離することが出来るかのめやすをうることができる。解析の結果、ピーク間隔が FWHM の 10 分の 1 程度以上あれば精度よくピークを分離しうる事が分った。その時ピーク間隔の誤差は FWHM の 0.05% 以内、ピーク面積比の誤差は 5% 以内、FWHM の誤差は 0.01% 以下となっている。

ただし解析した範囲はピーク間隔に対しては FWHM の 2 倍から  $\frac{1}{40}$  までの範囲、ピーク面積比に関しては 1, 2 および 5 の 3 つの場合についてである。

実際に測定された  $\gamma$  線スペクトルの解析に於ては計数値の統計的変動および測定系の変動からくる系統的誤差があり、解析結果の精度はガウス関数で模擬した  $\gamma$  線スペクトルに対する結果より当然悪くなる。解析結果の精度はピーク間隔のみならずピーク面積比および測定結果の精度にも大きく依存する。ピーク面積比に関しては 1, 2 および 4 の 3 つの場合に対して解析された。測定精度は測定条件により異なる。計数値の統計的変動を少なくしようとして計数時間をむやみに長くすると測定系の系統的変動による誤差の影響が大きくなる。また、短い時間で計数をかせぐ為線源を検出器に近づけすぎると数え落しが問題となる。従って実際の測定の範囲に於ては計数時間および計数率には一定の範囲があり、今回の測定結果に対する解析結果により誤差の一応の目安をうる事ができる。

今回の解析範囲に於ては、精度よく解析する為にはピーク間隔は FWHM の 0.7 倍以上あることが望ましく、ある程度の誤差を認めるとしてもピーク間隔は FWHM の 4 分の 1 以上離れている必要があることが分った。ピーク間隔が FWHM の 0.7 倍、ピーク面積比が 4 の場合に於て、ピーク間隔の解析結果の誤差は FWHM の約 0.2%、ピーク面積比の誤差は約 0.8% および FWHM の誤差は約 0.1% となっている。ピーク面積比に対する誤差がピーク間隔および FWHM に対する誤差より大きいのはガウス関数で模擬した  $\gamma$  線スペクトルの解析の場合と同傾向であり、ピーク面積比まで精度よく求める為にはピーク間隔が FWHM の 0.5 倍以上あることが望ましい。以上の結果から標準スペクトル法により解析することにより、ピークの分離能力が普通、分離能力の目安として使われる FWHM と比較して、その測定条件に応じて 2 倍から 10 倍の範囲にわたって向上することが明らかとなった。

### ＜チャンネル巾に対する適用性の検討＞

チャンネル巾の、標準スペクトル法の適用性に対する影響が調べられた。在来の方法に於ては各チャンネルに於けるピーク成分を求めるのにそのチャンネルの中心に於るピーク関数の値を使い表わしていた(中心値方式)。従って $\gamma$ 線スペクトルの測定に於いてPHAのチャンネル巾が大きくなるにつれて、たとえピーク関数が正しくピークの形を表現しているとしても実際のピーク成分の大きさと計算値とのずれが大きくなり、解析結果の精度が悪くなる傾向があった。ピーク位置、ピーク面積、FWHM等すべての結果がチャンネル巾に対する依存性をもっているが、なかんずくFWHMのチャンネル巾に対する依存性が大きい。またチャンネル巾が大きい場合にはチャンネル内のどこにピークが位置するかに解析結果が依存した。そこで標準スペクトル法に於てはこの点を正しく考慮し、各チャンネルに於けるピーク成分を求めるのに標準スペクトルをそのチャンネルの巾にわたって積分して与えるようにした(積分方式)。

ガウス関数でフォトピークを模擬し $\gamma$ 線スペクトルを各種のチャンネル巾に対して計算して与え、それをガウス関数の標準スペクトルで解析した。その結果、在来の中心値方式によりピーク成分を与えた場合にはフィッティング結果がいずれもチャンネル巾に対する依存性をもつものに対して、各チャンネルに於けるピーク成分を積分方式により与えた場合にはフィッティング結果はチャンネル巾の広い範囲にわたってチャンネル巾によらず一定に求められることが分った。また積分方式によればピーク位置がチャンネルの中心にあるかそれとも中心からずれてあるかに関係なく正しい結果がえられることも確かめられた。したがって標準スペクトル法によれば各種のチャンネル巾で測定した $\gamma$ 線スペクトルを統一的に取扱うことができる。

また実際に測定した $\gamma$ 線スペクトルについても検討を行った。 $^{203}\text{Hg}$ からの279 keVの $\gamma$ 線および $^{57}\text{Co}$ からの122 keVと136 keVの $\gamma$ 線のスペクトルを各種のチャンネル巾で測定し、そのスペクトルを在来の中心値方式でピーク成分を表わした場合と積分方式で表現した場合の両方のフィッティング関数で解析し、結果を比較した。その結果積分方式でピーク成分を表現し解析した方が確かに在来の中心的方式によるよりフィッティング結果のチャンネル巾に対する依存性が小さいことが分った。しかしこの場合、積分方式で解析してもフィッティング結果はガウス関数で模擬したスペクトルの場合のように完全には一定とはならず、チャンネル巾に対する依存性をもった。これは測定系の系統的な変動による効果であることが確かめられている。従って積分方式でピーク成分を表現して解析するとしても測定系の系統的な変動には充分留意する必要がある。このことは最小2乗法では統計的なランダムな変動しか取扱えないということからも当然なことである。従って測定系の系統的な変動に注意し標準スペクトル法による解析を前提とすれば、 $\gamma$ 線スペクトルの測定に於てPHAのチャンネル巾の選択に自由度が増えたということが出来る。

### ＜他のフィッティング関数による結果との比較検討＞

以上標準スペクトル法の適用性が調べられたが、その次に解析関数のフィッティング関数を使って解析した場合の結果と標準スペクトル法による結果とが比較検討された。

標準スペクトル以外のピーク関数として考慮されたのはガウス関数  $G(I)$  およびガウス関数と指数関数とを接続したもの  $G_E(I)$  の2種類があり、バックグラウンドとして考慮されたのは2次式  $Q(I)$  と Valley Count Function  $V(I)$  <sup>(66)</sup> の2種類である。Valley Count

Function は指数関数をもとにつくられた関数であり、ピーク位置から遠ざかるに従って一定値に漸近し、ピークの低エネルギー側の裾のプラトーの部分のバックグラウンドの形をおもに表わす為考えられたものである。考慮されたフィッティング関数はこのピーク関数とバックグラウンドを組合せた 1.  $G(I) + Q(I)$ , 2.  $G(I) + V(I) + C$ , 3.  $G(I) + V(I) + Q(I)$ , 4.  $G_E(I) + Q(I)$ , 5.  $G_E(I) + V(I) + C$  および 6.  $G_E(I) + V(I) + Q(I)$  の 6 種類である。ここで  $C$  はバックグラウンドの定数項を表わしている。

解析した  $\gamma$  線スペクトルは 4.000 sec および 1.000 sec の測定時間で測定した  $^{137}\text{Cs}$  からの 662 keV の  $\gamma$  線のスペクトルを一定チャンネルだけずらせて重ねあわせて人為的に作った 2 重ピークである。従って 2 つのピークの面積比は 4 であり、ピーク間隔については FWHM の約 2 倍, 1.5 倍, 1 倍, 0.75 倍および 0.5 倍とした。

標準スペクトル法以外の方法に於てはピークの形を解析関数の重ねあわせで表現する為、ピークの形を精度よく表現する為にはどうしてもフィッティング関数は複雑となり、それにとまってフィッティング関数に含まれるパラメータの数も多くなる。フィッティングパラメータの数が多くなるとどうしてもパラメータの性質に似たものが入って来てその相関係数の大きなものが存在するようになり、収束性が悪くなる。あるパラメータに対してはフィッティング範囲を拡げることにより、他のパラメータとの相関係数を小さくすることが出来る。しかしその場合にはまた拡大されたフィッティング範囲の  $\gamma$  線スペクトルを正しく表現する為さらにフィッティングパラメータを新につけ加える必要が生ずることが多い。従って在来のフィッティング関数に於てはフィッティング関数に含まれるフィッティングパラメータの数とフィッティング範囲をバランスよく適切に与える必要があるが、このことは容易でない。

標準スペクトル法に於ては 1 つのエネルギーの入射  $\gamma$  線のスペクトルの測定結果から BG を取除き、データをガウス関数を使って平滑化したものを標準スペクトルと定義し、それをピーク関数として使っている。従ってピークの形が精度よく表現できているのは当然である。またそれにより BG は簡単に 1 次式で近似することが可能となった。また FWHM のエネルギー依存性はゆるやかであり、標準スペクトル法に於てはフィッティング範囲内では FWHM はピークによつては変化しないと仮定した。従ってフィッティング範囲に含まれるピーク数が  $J$  個である時、ピーク成分の表現に必要なパラメータの数はピーク位置および高さにそれぞれ  $J$  個、FWHM に 1 個の  $(2J + 1)$  個であり、さらに BG の表現の為に 2 個のパラメータが必要である。結局標準スペクトル法に於けるフィッティング関数に含まれるパラメータの数は合計  $(2J + 3)$  個である。この数は他の解析関数によるいずれのフィッティング関数の場合より小さくなっている。従って標準スペクトル法に於ては他のフィッティング関数と比較してフィッティングパラメータの数が少なく、しかも個々のパラメータの性質が明確であり他のパラメータとの相関係数が比較的小さい。従って他の方法より収束性もよくなっている。

2 重ピークの解析に於て必要なパラメータの数は、標準スペクトル法の 7 個に対して上述の (1) から (6) の解析関数のフィッティング関数を使った場合には 9 ~ 13 個となっておりいずれも標準スペクトル法に於ける数より多くなっている。従ってそれらは標準スペクトル法より収束性が悪く、(1) の  $\{G(I) + Q(I)\}$  および (6) の  $\{G_E(I) + V(I) + Q(I)\}$  のフィッティング関数を使ってピーク間隔が FWHM の約 0.5 倍の 2 重ピークを解析した場合には解は発散し



求められなかった。一方標準スペクトル法に於てはピーク間隔を FWHM の 0.5 倍よりさらに小さくしてゆき FWHM の 10 分の 1 と極端に小さくしても収束することが確められている。

次に解析結果の精度の問題であるが、解の全体としての精度を示すものとして誤差の 2 乗和がよく使われる。重み付きの誤差の 2 乗和は自由度  $\nu$  の  $\chi^2$  分布に従う。ここで自由度  $\nu$  はフィッティング、範囲に対応するチャンネル数  $N$  からフィッティングパラメータの数  $K$  を引いたものである。従って  $Q$  を  $(N-K)$  で割ったものはほぼ 1 にピークをもつ分布を示し、この  $Q/(N-K)$  の値が 1 の近傍の値をとればフィッティングは満足すべき精度で行われたと考えることができる。つまりフィッティング結果の誤差は生データの統計的変動から説明される。一方  $Q/(N-K)$  が 1 から大きく離れた場合にはフィッティング関数が  $\gamma$  線スペクトルを精度よく表わしていないか、もしくは測定結果に大きな系統誤差が含まれているかであり、いずれにせよ解析結果の誤差が  $\gamma$  線スペクトルの統計的変動からは説明できないことを示している。

標準スペクトル法により解析した場合にはいずれの場合にも  $Q/(N-K)$  は 1 近傍の値をとり解析結果の誤差は生データの統計的変動から説明される。ピーク間隔、ピーク面積比および FWHM はいずれも精度よく求められ、標準偏差の範囲内で正しい値と一致することが確められた。

ガウス関数をピーク関数とする 3 つの場合に於てはいずれも  $Q/(N-K)$  の値は 1 よりかなり大きくなり、ガウス関数によっては半導体検出器により測定した  $\gamma$  線のピークの形を充分の精度で表現できないことが明らかである。特に 2 次式および  $(V(I) + O)$  を BG とした 2 つの場合に於ては  $Q/(N-K)$  は 1 よりずっと大きな 4 から 9 の間の値となり、ピーク間隔が FWHM の約 2 倍のよく分離された 2 重ピークの解析に於ても大きな誤差を生じている。 $(V(I) + Q(I))$  を BG とする場合は前 2 者より比較的まじだが、ピーク間隔が FWHM の約 2 倍の場合に於てもピーク間隔の誤差は約 0.6%, ピーク面積比の誤差は約 2% である。このピーク間隔の 2 重ピークを標準スペクトル法で解析した場合には解析結果は正しい値とほぼ完全に一致する。

次にガウス関数と指数関数を滑かにつないだものをピーク関数として使った場合であるが、たしかにガウス関数の場合より  $Q/(N-K)$  は 1 に近い値となっている。しかし  $Q/(N-K)$  はピーク間隔に特異な依存性を示し、あるピーク間隔に対して 1 より異常に大きな値となる。このことはガウス関数と指数関数との接続点を示すパラメータ  $\lambda$  に対して  $Q/(N-K)$  が複雑な変化を示すことが原因であると考えられる。 $Q/(N-K)$  が 1 より異常に大きい場合は  $\lambda$  の標準偏差が他の場合と比較して極端に大きくなっている場合に対応する。またピーク間隔およびピーク面積比の解析結果の精度も標準スペクトル法による結果と比べると格段に悪くなっている。

以上の検討を通して、解析結果の精度の面からも収束性の面からも標準スペクトル法が他の解析関数をフィッティングする方法と比較してすぐれていることが明らかとなった。

#### < $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率の測定に対する標準スペクトル法の適用 >

以上標準スペクトル法の適用性を確め、標準スペクトル法と他のフィッティング関数による解析結果と比較検討をし、標準スペクトル法の精度および収束性が優れていることを確めた後、 $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率の測定に標準スペクトル法は実際に適用された。

$^{238}\text{U}$  の相対捕獲反応率は普通劣化ウラン箔を中性子で照射し、 $^{239}\text{U}$  またはそれが  $\beta$  崩壊して出来た  $^{239}\text{Np}$  からの  $\gamma$  線を測定して決定される。特に  $^{239}\text{Np}$  からの 106.1 keV と 277.6 keV のフォトピークはこの目的の為重要である。277.6 keV のピークは他のピークから比較的よく分離しており、その近傍に FP からの強いフォトピークが存在せず、 $^{238}\text{U}$  の中性子捕獲反応率の測定に適したピークということが出来る。このピークの欠点は 106.1 keV のフォトピークと比較して強度が大変小さいということである。従つてもし 106.1 keV のピークが他のピークから精度よく分離できるなら、このピークの方が  $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率の決定に適しているといふことができる。

そこで劣化ウランおよび濃縮ウランの試料を核分裂スペクトルの中性子で 6 時間照射し、数分の冷却時間に対して  $\gamma$  線スペクトルを測定してその 100 keV 近傍 (80-130 keV) の  $\gamma$  線スペクトルを標準スペクトル法により解析した。その結果以下の結論がえられた。なお解析に使った標準スペクトルは  $^{57}\text{Co}$  からの 122 keV のフォトピークをもとに作られたものである。

1. 照射済劣化ウラン試料の  $\gamma$  線スペクトルの 100 keV 近傍には  $^{239}\text{Np}$  の  $\beta$  崩壊による 106.1 keV の  $\gamma$  線、 $^{239}\text{Np}$  の  $\beta$  崩壊にともなう Pu の内部転換 K 電子の放出にともなう Pu の 4 本の特性 X 線の  $K_{\alpha 2}$  (99.6 keV),  $K_{\alpha 1}$  (103.8 keV),  $K'_{\beta 1}$  (116.9 keV) および  $K'_{\beta 2}$  (120.6 keV), そして U 特性 X 線の  $K_{\alpha 2}$  (94.7 keV),  $K_{\alpha 1}$  (98.4 keV),  $K'_{\beta 1}$  (111.0 keV),  $K'_{\beta 2}$  (114.5 keV) の 4 本の合計 9 本のフォトピークを含んでいる。

106.1 keV のピークと Pu の 4 本の特性 X 線のピーク面積の冷却挙動を調べたところそれらはいずれも  $^{239}\text{Np}$  の半減期の 2.35 day に従つて減衰し、それらが確に  $^{239}\text{Np}$  の  $\beta$  崩壊にともなうフォトピークであることが確かめられた。またそれらのピークエネルギーの解析結果からもそれらが  $^{239}\text{Np}$  の  $\beta$  崩壊にともなうフォトピークであることが裏づけられた。

一方 94.7, 98.4, 111.0 および 114.5 keV の 4 本のフォトピークはこのフィッティング領域のバックグラウンド  $\gamma$  線と同じ冷却挙動を示し、そのピークエネルギーとあいまつて U の K 電子放出にともなう  $K_{\alpha 2}$ ,  $K_{\alpha 1}$ ,  $K'_{\beta 1}$  および  $K'_{\beta 2}$  の 4 本の特性 X 線であることが確認された。

2. 濃縮ウラン試料の 100 keV 近傍の  $\gamma$  線スペクトルを解析した結果、この近傍に存在するフォトピークは U の特性 X 線の  $K_{\alpha 2}$ ,  $K_{\alpha 1}$ ,  $K'_{\beta 1}$  および  $K'_{\beta 2}$  の 4 本であることが分つた。この 4 本のフォトピークが U の特性 X 線に起因することはそのピークエネルギーおよび冷却挙動から確認された。これら 4 本の  $\gamma$  線は 100 keV 近傍のバックグラウンド  $\gamma$  線と同じ挙動を示し一定の半減期をもたない。

濃縮ウラン試料の 100 keV 近傍の  $\gamma$  線スペクトル中に FP に直接起因するフォトピークが存在しなかつたことから、劣化ウラン試料の 100 keV 近傍にも FP に起因するフォトピークが存在しないと推定することが出来る。

3. 103.8 keV と 106.1 keV の 2 本のフォトピークは  $^{239}\text{Np}$  の  $\beta$  崩壊に起因するフォトピークであることが確かめられており、その強度も大きく、U の特性 X 線と比較的よく分離しており、しかもその近傍には FP からの強いフォトピークが存在しないことが確認されており、 $^{238}\text{U}$  の中性子捕獲反応率の測定に適したフォトピークであることが分つた。

これをもとに次の2つの方法が $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率を中性子で照射した劣化ウラン試料の100 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトルから測定する方法として提唱された。

- (1) 照射済劣化ウラン試料の100 keV近傍(80~130 keV)の $\gamma$ 線スペクトルを測定する。この場合 $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率は標準スペクトル法により100 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトルを解析し、103.8 keV( $\text{Pu K}_{\alpha 1}$ )と106.1 keV( $^{239}\text{Np}$ )の2本のフォトピークを取り出し、そのピーク面積の和として与えられる。
- (2) 照射済の各劣化ウラン試料の106 keV前後(102~109 keV)の狭いエネルギー範囲の $\gamma$ 線を積分測定する。この場合 $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率を求める為にはFPからの $\gamma$ 線に起因するBGを各試料の計数値から取除く必要がある。その為基準となる試料については100 keV近傍の $\gamma$ 線スペクトルを測定し、それを標準スペクトル法により解析し、106 keV前後(102~109 keV)のエネルギー範囲に於けるFPに起因するバックグラウンドを求め、それと別に求めた核分裂反応率との比例定数 $\alpha$ を定めることが必要である。そうすると各試料の $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率は106 keV前後の $\gamma$ 線を積分測定した値からその試料の核分裂反応率に比例定数 $\alpha$ を乗じたものを差引いて求められる。

以上2つの方法には一長一短があり、第1の方法に於ては精度がいいという長所がある反面、測定と解析に手間がかかるという短所がある。一方第2の方法に於ては測定が簡単であるという長所をもっている反面、精度よく $^{238}\text{U}$ の相対中性子捕獲反応率を求める為にはFPに起因するBGの補正が必要であり、それに手間がかかるという短所を持っている。いずれの方法によるにしろ照射後1日程度試料を冷却しFPからの $\gamma$ 線の寄与を小さくして測定するのが望ましい。

#### <原子炉燃料の燃焼率測定への標準スペクトル法の適用>

標準スペクトル法を照射済燃料の $\gamma$ 線スペクトルの解析に適用し、各ピークのピーク面積から燃料の燃焼率が求められた。また $\gamma$ 線スペクトル中に含まれる半減期の異なる数種類の核種からのフォトピークの面積をもとに燃料の照射履歴が推定された。これは照射時間を数ステップに分割し、 $\gamma$ 線スペクトルを測定した時点に於ける各ステップからの各核種の生成量への寄与をあらかじめ計算しておき、 $\gamma$ 線スペクトル中に含まれている各フォトピークのピーク面積をできるだけ正しく与えるように各ステップの出力を最小2乗法により求めるものである。燃焼率測定への標準スペクトル法の適用性を調べる為JRR-4の燃料要素からとった3つの試料の $\gamma$ 線スペクトルをGe(Li)検出器を使って測定し、その結果を標準スペクトル法により解析した。これらの試料はJRR-4の炉心で1965年1月25日から1969年6月6日までの4年間にわたって照射された燃料要素の1枚の燃料板から切り出された直径5.3 mm、厚さ1.3 mmの円板をアクリル容器の中に密封したものである。JRR-4の燃料板は89.87%濃縮のウランとアルミの合金の平板である。

まず炉全体の出力履歴を使って各試料に対する照射履歴および冷却時間の補正を行い、 $\gamma$ 線スペクトルに含まれている各フォトピークの面積をもとに燃料の燃焼率を求めた。解析結果は各核種の核データに大きく依存する。今回の燃焼率の解析に於て特に問題となるのは $\gamma$ 線分岐比のデータである。 $\gamma$ 線分岐比のデータは他の核データに比べるとその測定精度が悪く、その

値は測定者毎に大きくバラツキている。従って $\gamma$ 線スペクトルに含まれる各フォトピークから与えられる燃焼率が出来るだけ等しくなるように、 $\gamma$ 線分岐比をその測定結果のバラツキの範囲内で動かしその推奨値を定めた。この $\gamma$ 線分岐比を使い各フォトピークから求めた燃焼率はお互にかなりよく一致した。 $^{137}\text{Cs}$ の662 keVのフォトピークから求めた燃焼率を基準にフォトピークによる結果のバラツキは試料(001), (002), (003)に対してそれぞれ燃焼率の値の5%, 7%, 4%となっている。

$\gamma$ 線スペクトルに含まれるフォトピークの面積をもとにその燃料の燃焼履歴を最小2乗法により推定する為には、各フォトピークの面積の計算値(すなわちフィッティング関数)を独立変数、および燃焼履歴に関連づけられるフィッティングパラメータにより表現しなければならない。この場合に於て独立変数は各 $\gamma$ 線を放出する親核種を示すサフィックス $n$ であり、フィッティングパラメータ $P_m$ は燃焼履歴を数ステップの時間間隔に分割した時の各ステップの出力である。

冷却時間 $t_c$ に於ける各核種の生成量の計算値は各ステップからの寄与を加えあわせて求められる。その為各タイムステップ $m$ に対して単位出力で運転した時の各核種 $n$ の生成量 $c_{nm}$ をあらかじめ計算しておく。そして各フォトピークから求められるその親核種の生成量の測定値と計算値との誤差の2乗和が最小となるようにフィッティング関数に含まれているフィッティングパラメータを最小2乗法により求める。

JRR-4の燃料からとった3つの試料の $\gamma$ 線スペクトルは炉停止後約1年半たってから測定された。この冷却時間に対してはいずれの質量数の $\beta$ 崩壊系列も放射平衡に達しており、それぞれ系列の半減期は65日( $^{95}\text{Zr} - ^{95}\text{Nb}$ ), 367日( $^{106}\text{Ru} - ^{106}\text{Rh}$ ), 30年( $^{137}\text{Cs} - ^{137m}\text{Ba}$ ), 284日( $^{144}\text{Ce} - ^{144}\text{Pr}$ )となっている。 $^{106}\text{Ru}$ の半減期の367日と $^{144}\text{Ce}$ の284日とはかなり近い値であり、燃焼履歴に対しては似かよった情報しか与えない。従って燃焼履歴の推定は主に燃焼時間を3つのタイムステップに分割して行われた。

タイムステップを(547, 641, 157 day)に切った場合と(547, 457, 341 day)に切った場合の両方の解析が行われた。前者は各核種の半減期を考慮したタイムステップの切り方に対応し、後者は原子炉の運転履歴の区切に従ったタイムステップの切り方に対応する。またタイムステップの各核種の生成量への寄与の計算を各タイムステップ内に於ける出力履歴を考慮して行った場合も解析した。

タイムステップ内の出力を一定とし、各核種の生成量が同じ精度で推定されていると仮定して燃焼履歴を最小2乗法により推定した結果から次の点が明らかとなった。まずJRR-4のように出力変動が非常に大きな原子炉に対しても本方法によりかなりの精度で、原子炉の各位置に於ける燃焼履歴を推定可能である。解析結果の精度は解析に使われる核種の半減期を考慮してタイムステップを切った場合の方が他の場合よりすぐれている。

3つの試料に対するフィッティング結果を発熱量あたりの出力の形で比較すると燃焼履歴は標準偏差の範囲内で一致した。出力の標準偏差は約10%である。3つの試料は1本の燃料板の高さの異なる位置からとられたものである。従って今回の実験結果の精度からは軸方向の距離による燃焼履歴のパターンの有意な差があらわれなかったことが分る。

また燃焼履歴の解析結果をもとに計算された燃焼率はいずれの場合に於ても、1週間毎の出

力履歴のデータをもとに燃焼時間および冷却時間の補正を行い<sup>187</sup>Cs フォトピーク面積をもとに求めた燃焼率と非常に一致を示した。従って燃焼履歴が未知な炉に対しても、その全燃焼時間さえ分っていれば本方法により精度よく燃焼率を求めることが可能である。

次に本方法の燃料のシャッフリングのある場合への適用を考え、各タイムステップ内に於ける燃焼履歴を考慮して各核種の生成量への寄与を計算し、それをもとに各タイムステップの出力レベルを最小2乗法により求めた。各タイムステップ内の燃焼履歴のパターンは炉全体の出力履歴で近似した。各タイムステップの各核種の生成量への寄与を計算する部分は異なるが、それ以後の最小2乗法により出力レベルを求める部分は今までの方法と同じである。

解析結果から次の点が明らかとなった。発熱量で規格化した燃焼履歴の解析結果は炉全体の出力履歴と標準偏差の範囲内で一致している。両者の差は比較的小さく、タイムステップを(547, 641, 157 day)と3分割した場合、差が最大の時点で試料(001), (002), (003)に対してそれぞれ4%, 5%, 3%となっている。同様に(547, 457, 341 day)のタイムステップの切り方に対してはそれぞれ10%, 13%, 10%となっている。燃焼履歴の解析結果の標準偏差の大きさも、タイムステップを(547, 641, 157 day)と切った場合の方が(547, 457, 341 day)と切った場合の結果と比較して約 $\frac{1}{2}$ になっている。従って解析に使う各核種の半減期を考慮してタイムステップを切った方が燃焼履歴の解析結果の精度が高いことが分る。半減期に応じてタイムステップを切ることにより、パラメータ間の相関係数がある程度以下に小さくおさえることができるからである。

しかしシャッフリング等により出力が大きく変化する時には当然シャッフリングの時期にあわせてタイムステップを切った方が精度がよい。JRR-4に於てはシャッフリングはないが燃料追加があり、追加された燃料近傍の燃料要素の出力密度はかなり変化しているはずである。タイムステップを(547, 457, 341 day)と切った場合が燃料追加にあわせた場合であり、照射終了341日前に2本の新燃料要素が炉心に追加された。試料をとった燃料要素は追加された燃料要素に比較的近く、炉心の一番外側にある。

燃焼履歴のフィッティング結果は $\gamma$ 線スペクトルの測定精度および使用核データの精度が不十分な為標準偏差が大きく、その標準偏差内に於て炉全体の出力履歴のパターンと一致している。しかし燃料要素追加による影響もある程度あらわれている。

発熱量で規格化した出力で比較すると試験燃料の出力のフィッティング結果は燃料追加前には時間と共に炉全体の平均出力より大きくなっていく。これは時間と共に出力の平坦化が起り炉心周辺部の発熱割合が大きくなったことに対応していると考えられる。また燃料追加後に於ては試験燃料の出力の解析結果は炉全体の平均出力より小さくなる。これは新燃料を追加することにより燃料要素1本あたりの出力が小さくなったことに対応していると考えられる。

一方、燃焼履歴の解析結果から求めた燃焼率の値は2種類のタイムステップの切り方によらずほぼ完全に同じ値になり、その標準偏差も等しい。従って燃料のシャッフリングは大体等間隔の時間毎に行われるが、それに従ってタイムステップを切って燃焼履歴を最小2乗法により推定する場合に於ても、燃焼率はかなりの精度で求めうると考えられる。

以上の結果から次の点が明らかとなった。 $\gamma$ 線スペクトルを精度よく測定すれば、その解析は標準スペクトル法により十分な精度で行うことが出来る。そして求められたフォトピークの面積をもとに燃焼率を推定する際特に問題として残るのは、今回の MTR 型燃料の解析に於ては、 $\gamma$ 線分岐比の誤差および燃焼履歴の不確かさの2点である。 $\gamma$ 線分岐比に関してはその値を測定誤差の範囲内で動かし、各フォトピークから求めた燃焼率ができるだけ同じ値となるように調節し、その推奨値が定められた。また燃焼履歴の不確かさに関しては、 $\gamma$ 線スペクトル中に含まれる半減期の異なる核種から放出された $\gamma$ 線のフォトピーク面積をもとに、燃焼履歴を推定する方法が開発された。炉全体の出力履歴が分かっていても、シャッフリングや制御棒位置の変化の為、一般には各燃料要素の燃焼履歴は未知であり、本方法を適用することにより原子炉中の各位置に於ける燃焼履歴を推定することが可能である。それにより原子炉中の各位置に於ける燃焼率、中性子照射量等を精度よく求めることが可能となる。また燃焼履歴の推定を通して半減期の異なる核種からのフォトピークを燃焼率の決定に正しく寄与させることができる。

酸化燃料が主体の実用規模の動力炉に本方法を適用する場合には上述の2点の問題点に加えて、さらに核分裂収率の精度および燃焼中の Cs の移動が問題となる。熱中性子動力炉の燃焼末期に於ては  $^{239}\text{Pu}$  の核分裂割合が大きくなり、高速炉体系に対しては  $^{235}\text{U}$  以外にも  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$ ,  $^{238}\text{U}$  等の核分裂割合が大きく、入射中性子のエネルギーも広い範囲にわたっている。従ってこれらの核種の広い励起エネルギー範囲にわたる核分裂収率が必要となる。しかし現状に於ては  $^{235}\text{U}$  の熱中性子核分裂以外の場合に対する核分裂収率の測定値は少なく、その精度も悪く、この点に注意する必要がある。

酸化燃料に於ては Cs は燃焼期間中にその核分裂により発生した位置からかなり大きく移動することがあり、燃焼率解析に Cs の同位元素からのフォトピークを使う時には注意が必要である。Cs の移動が大きい場合には Cs の同位元素からのフォトピークは燃料ピン全体もしくは燃料要素全体の燃焼率の決定にしか使うことは出来ない。その場合にも燃料ピン内の位置による $\gamma$ 線減衰率の違いに注意することが必要である。

$^{238}\text{U}$  の相対捕獲反応率の測定および原子炉燃料の燃焼率の測定に標準スペクトル法を適用した結果、満足すべき結果が得られた。中性子で照射された劣化ウラン試料の 100 keV 近傍の $\gamma$ 線スペクトルは9つのフォトピークが複雑に重なりあっており、それから  $^{238}\text{U}$  の中性子捕獲反応に起因する 103.8 keV ( $\text{Pu } K_{\alpha 1}$ ) と 106.1 keV ( $^{239}\text{Np}$ ) の2本のフォトピークが精度よく分離して取出された。また使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルは多くの核分裂生成物から放出される $\gamma$ 線により複雑に重なりあっている。この $\gamma$ 線スペクトルを標準スペクトル法で解析することにより個々のフォトピークを精度よく分離し、そのピーク精度をもとに燃料の燃焼率および燃焼履歴が求められた。

複雑に重なりあった $\gamma$ 線スペクトルから個々のフォトピークを精度よく分離して取出すことは、フォトピークの形を精度よく必要最小故の数のパラメータで表わしている標準スペクトル法によりはじめて可能となったと考えられる。

## 〈結 語〉

以上 Ge(Li) 検出器による  $\gamma$  線スペクトルの測定結果に対する標準スペクトル法の適用性が調べられ、次に標準スペクトル法による解析結果が他の解析関数をフィッティング関数として使って解析した結果と比較検討された。その結果標準スペクトル法により複雑に重なりあった  $\gamma$  線スペクトルが他のフィッティング関数を使った場合より、精度よくしかも収束性よく解析しうることが明らかとなった。また実際の  $\gamma$  線スペクトルに於てはチャンネル巾が有限であり無限には狭くないことに対する考慮も標準スペクトル法に於ては正しくなされており、測定結果に系統誤差がない場合にはチャンネル巾に関係なく、正しい解析結果が求められることが確かめられた。ピークがチャンネル内のどこに位置していても正しい解析結果が得られることも確かめられた。

また  $^{238}\text{U}$  の相対中性子捕獲反応率の測定および原子炉燃料の燃焼率の測定に標準スペクトル法を適用し、その有効性が確かめられた。

標準スペクトル法に於ては単一のピークの測定結果から BG を取除き、データを平滑化したものを標準スペクトルと定義し、それをピークの形を表わす関数として使う。従つてある意味では簡単化した方法ということが出来る。しかしフォトピークの形が標準スペクトルにより精度よく表現されている為解析結果の精度は充分よい。またフィッティングパラメータの数が少ない為収束性がよく、計算時間も他の方法と比較して大変短くなっている。ただし標準スペクトルは  $\gamma$  線エネルギーと共に系統的に変化し、精度のよい解析を行う為には解析するスペクトルと出来るだけ近いエネルギーの標準スペクトルを使うことが必要である。またエネルギーに関して内挿した標準スペクトルを使うことにより精度のよい解析を行いうることが確かめられている。標準スペクトルを内挿して使うことにより標準スペクトル法の適用範囲を拡げることが可能となる。

標準スペクトル法はピークの形が解析関数で表現できないにかかわらず適用することができる。従つてピークの形が標準スペクトルの巾および高さに変えることにより表現できるという範囲内で、標準スペクトル法は Ge(Li) 等の半導体検出器以外の検出器、たとえばシンチレーションカウンター等による  $\gamma$  線スペクトルの解析はいうにおよばず、 $\alpha$  線スペクトルや  $\beta$  線スペクトル等の解析にも適用できると考えられる。ただし解析するスペクトルの性質に応じて標準スペクトルの定義範囲を適切に選び、BG のスペクトルの表現に留意し、方法の適用範囲に注意することが必要である。特に標準スペクトルという概念の適用できる範囲に注意する必要がある。

また各種のスペクトルの解析に於て標準スペクトル法を部分的に適用することも可能である。ピークを標準スペクトルで表現してバックグラウンドを一次式以外の解析関数で表現したり、逆にバックグラウンドを標準スペクトルで表現し、ピークの形を解析関数で表わしたり、ピーク成分の表現方法のみ標準スペクトル法に従い積分方式で与える、などの部分的適用が考えられる。

## 謝 辞

本研究を行うにあたり、 $\gamma$ 線スペクトルの解析方法に関して御討論いただいた原子炉計測研究室の五藤 博，八木秀之両氏ならびに高速炉物理研究室の小山謹二氏に感謝致します。また核分裂生成物の $\gamma$ 線スペクトルから取出しうる燃焼率に関係した情報量について御討論いただいた安全工学部次長の能沢正雄氏に感謝致します。

遮蔽研究室の笹本宜雄氏と炉物理実験研究室の竹内素允氏には $\gamma$ 線スペクトルの測定を手伝っていただいた。JRR-4の炉内中性子スペクトルの計算に於ては炉物理実験研究室の土橋敬一郎氏にお世話になった。

なお本研究を行うにあたって種々の御配慮をいただいた高速炉設計班長の平田実穂氏ならびに炉物理実験研究室長の後藤頼男氏に感謝致します。



## 参 照 文 献

1. 田坂完二； $\gamma$ 線スペクトルの最小自乗法によるフィッティングプログラム  
FIT, JAERI-M 4571 (1971)。
2. K. Tasaka; Method of Standard Spectrum Fitting for the  
Analysis of Gamma-Ray Spectra from Semiconductor Detec-  
tors, J. of Nucl. Sci. Technol. 9 (7), p.430 - 432 (1972).
3. 田坂完二； $\gamma$ 線スペクトルの最小2乗法によるフィッティングプログラム  
FIT-I, JAERI-M 5016 (1972)。
4. 田坂完二；積分方式によるガンマ線スペクトルの解析, JAERI-M5067(1972)。
5. K. Tasaka; Standard Spectrum Method for the Analysis of Gamma-Ray Spectra  
From Semiconductor Detectors, Nucl. Instr. and Meth. 109, p.547-556 (1973).
6. Yu.V. Linnik; Method of Least Squares and Principles of  
the Theory of Observations, Pergamon Press. (1961).
7. P.R. Bevington; Data Reduction and Error Analysis for  
the Physical Science, McGraw-Hill Book Company (1969).
8. R.H. Moore and R.K. Zeigler;  
The Solution of the General Least Squares Problem with  
Special Reference to High-Speed Computers, LA-2367 (1960).
9. D.W. Marquardt; An Algorithm for Least-Squares Estimation  
of Nonlinear Parameters,  
J. Soc. Ind. Appl. Math. 11(2) p.431-441 (1963).
10. B.H. Duane; Maximum Likelihood Nonlinear Correlated Fields,  
BNL-390 (1965).
11. D.F. Covell; Determination of Gamma-Ray Abundance Directly  
from the Total Absorption Peak, Anal. Chem. 31(11),  
p.1785-1790 (1959).

12. T.Inouye; The Super Resolution of Gamma-Ray Spectrum, Nucl. Instr. and Meth. 30, p.224 - 228 (1964).
13. T.Inouye, T.Harper, N.C. Rasmussen; Application of Fourier Transforms to the Analysis of Spectral Data, Nucl. Instr. and Meth. 67, p.125 - 132 (1969).
14. E.G. Rawson, D.V. Cormack; A Matrix to Correct for Scintillator Escape Effects, Nucleonics, 16(10), p.92 - 97 (1958).
15. H.M. Childer; Analysis of Single Crystal Pulse-Height Distributions, Rev. of Sci. Instr. 30(9), p.810 - 814 (1959).
16. 坂井英次, 五藤 博; パルス波高分布の解析, 原子力工業, 12(7), P. 67(1966)。
17. R.L. Heath et al. ; A Method for Generating Single Gamma-Ray Shapes for the Analysis of Spectra, Nucl. Instr. and Meth. 47, p.281 - 304 (1967).
18. R.G. Helmer et al. ; Analysis of Gamma-Ray Spectra from NaI(Tl) and Ge(Li) Spectrometers, Nucl. Instr. and Meth. 47, p.305 - 319 (1967).
19. M.A. Mariscotti; A Method for Automatic Identification of Peaks in the Presence of Background and its Application to Spectrum Analysis, Nucl. Instr. and Meth. 50, p.309 - 320 (1967).
20. S.J. Mills; A Computer Program for the Automatic Analysis of Gamma-Ray Spectra, Nucl. Instr. and Meth. 81, p.217 - 219 (1970).
21. I.A. Slavic and S.P. Bingulac; A Simple Method for Full Automatic Gamma-Ray Spectra Analysis, Nucl. Instr. and Meth. 84, p.261 - 268 (1970).

22. M.Putnam et al.; A Nonlinear Least-Square Program for the Determination of Parameters of Photopeaks by the use of a Modified-Gaussian Function, IDO-17016 (1965).
23. D.C. Robinson; A Computer Programme for the Determination of Accurate Gamma-Ray Line Intensities from Germanium Counter Spectra, AERE-R6144 (1969).
24. J.T. Routti, S.G. Prussin; Photopeak Method for the Computer Analysis of Gamma-Ray Spectra from Semiconductor Detectors, Nucl. Instr. and Meth. 72, p.125 - 142 (1969).
25. F.Adams, R.Dams; Applied Gamma-Ray Spectrometry, Pergamon Press (1970).
26. A.Savitzky, M.J.E. Golay; Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures, Anal. Chem. 36(8), p.1627 - 1639 (1964).
27. H.P. Yule; Mathematical Smoothing of Gamma-Ray Spectra, Nucl. Instr. and Meth. 54 p.61 - 65 (1967).
28. G.W. Grodstein, Nat. Bur. Stand. Circular 583 (1957).
29. G.W. Grodstein, Nat. Bur. Stand. 1003 (1954).
30. Y.Sekiguchi, F.Kurosawa, K.Takayama; A Method for Measuring Relative Neutron Capture in U-238, J.Nucl. Sci. Technol. 7(10), p.541 (1970).
31. K.Tasaka et al.; Method of Measuring Relative Neutron Capture Rate of  $^{238}\text{U}$  by Foil Activation, J.Nucl. Sci. Technol. 8 (12), p.720 - 724 (1971).
32. 宮坂駿一; JRR-4 実験設備の利用手引き, JAERI-6016(1965)。

33. K. Way, E.P. Wigner; Rates of Decay of Fission Products, "Radiochemical Studies", McGraw-Hill (1951).
34. 田坂完二; 箔放射化法による核分裂反応率の測定, 原子力学会誌, 13 (2), P. 73-75(1970).
35. W.R. Diggle, W.H. Blackadder; Gamma Scanning: A Non-Destructive Technique for the Measurement of "Burn-Up" Distribution in an Irradiated Fuel Element, TGR Report 603 (D) (1963).
36. R.S. Forsyth and W.H. Blackadder; Non-Destructive Determination of Burn-Up by Means of the Pr-144 2.18 MeV Gamma Activity, AE-187 (1965).
37. C. Engelmann et al; Possibilities offered by Gamma Spectrometry in the Field of Non-Destructive Measurements of Fuel Elements, AEC-tr-6621 (1965).
38. M.J. Higatsberger, et al; Operating Experience with the Semiconductor Gamma-Compton Spectrometer to determine the Burn-Up and Burn-Up History of Nuclear Fuel, Proceedings of the Symposium on Nuclear Materials Management, held by the IAEA, p.817 (1965).
39. N.C. Rasmussen, J.A. Sovka, S.A. Mayman; The Non-Destructive Measurement of Burn-Up by Gamma-Ray Spectroscopy, Proceedings of the Symposium on Nuclear Materials Management, held by the IAEA, P.829 (1965).
40. A.J. Fudge, E. Foster, L. Murphy; The Non-Destructive Examination of Irradiated Nuclear Fuel for Burn-Up by Gamma Spectrometry with Mechanical Scanning, Proceedings of the Symposium on Nuclear Materials Management, held by the IAEA, p.867 (1965).
41. R.S. Forsyth, W.H. Blackadder, N. Ronqvist; Burn-Up Determination by High Resolution Gamma Spectrometry: Axial and Diametral Scanning Experiments, AE-267 (1967).

42. R.S. Forsyth, W.H. Blackadder, N. Ronqvist; Burn-Up Determination by High Resolution Gamma Spectrometry: Fission Product Migration Studies, AE-272 (1967).
43. 小山謹二, 田坂完二, 笹本宣雄;  $^{140}\text{La}$  からの  $\gamma$  線による燃焼率の測定について, 原子力学会, 炉物理・炉工学分科会, A 25 (1970)。
44. 笹本宣雄, 田坂完二, 小山謹二; F. P. からの  $\gamma$  線による燃焼度の非破壊測定, 原子力学会年会, F 62 (1971)。
45. J.H. Hubbell; Photon Cross Sections, Attenuation Coefficients, and Energy Absorption Coefficients From 10 keV to 100 GeV, NSRDS-NBS 29 (1969).
46. K. Tasaka, N. Sasamoto; FP-S: Program for Calculation of Atom Number for Each Fission Product Nuclide, JAERI-1198 (1971).
47. E. Clayton; Thermal Capture Cross Sections and Resonance Integrals for the AAEC Fission Product Library, AAEC/TM-619 (1972).
48. Private Communication from Hiroshi Gotoh.
49. S.Y. AMBIYE, R.P. SHARMA; Nucl. Phys. 29, p.657 (1962).
50. B. Kahn, W.S. Lyon; Phys. Rev. 92, p.902 (1953).
51. R.L. Robinson, et al.; Phys Rev. 119, p.1692 (1960).
52. O.J. Segaert, et al.; Nuclear Physics 16, p.138 (1960).
53. E.P. Grigor'ev, et al.; Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Ser. 22, p.191 (1958).

54. M.A. Wakat; Catalogue of  $\gamma$ -Rays emitted by Radonuclides, Nuclear Data Tables 8, p.445-666 (1971).
55. P.S. Mittelman; Phys. Rev. 94, p.99 (1954).
56. G.M. Drabkin, et al.; Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. 19, p.324 (1955).
57. F.T. Porter, P.P. Day; Phys. Rev. 114, p.1286 (1959).
58. R.L. Graham, et al.; Can. J.Phys. 36, p.1084 (1958).
59. W.J. Maeck; Review Paper No.5 of IAEA Panel on Fission Product Nuclear Data (1973).
60. M.E. Meek, B.F. Rider; NEDO-12154 (1972).
61. G.D. Joanou, J.S. Dudek; GA-1850 (1961).
62. 土橋敬一郎, 藤田嘉久; ENDF/Bから熱中性子多群定数を作成するコードシリーズ, JAERI-memo 5151(1973)。
63. 土橋敬一郎; PATH-C. 数値積分による多領域格子の衝突確率の計算プログラム, JAERI-memo 2984(1968)。
64. 土橋敬一郎; PIJF, 衝突確率法により多群の中性子束分布を求めるプログラム, JAERI-memo 2985(1968)。
65. H. Mizuta, K. Aoyama, Y. Fukai; RICM-An IBM-7090 Code of Resonance Integral Calculation for Multi-Region Lattice, JAERI-1134 (1967).
66. 笹本宣雄, 小山謹二, 田中俊一; Ge(Li)検出器によるガンマ線スペクトル解析法, JAERI-M5556(1974)。

## Appendix A 誤差の伝播の式

A. 1 節に於てまず誤差の基本的概念である Variance および Covariance の定義を与えて誤差行列を導き、誤差行列と相関係数行列ならびに確率密度関数との関係を示す。そして A. 2 節に於て誤差の伝播の式を導出する。

## A. 1 誤差行列、相関係数行列および確率密度関数

いま  $N$  個の物理量  $(y_1, y_2, \dots, y_N)$  があり、その真の値を  $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$  とすると、変数  $y_i$  の Variance  $\sigma_i^2$  はよく知られているように

$$\sigma_i^2 = \int \cdots \int_{R_N} (y_i - \mu_i)^2 \varphi(y_1, y_2, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N, \quad (\text{A. 1})$$

と与えられる。ここで  $\varphi(y_1, \dots, y_N)$  は変数  $(y_1, y_2, \dots, y_N)$  の確率密度関数であり、 $R_N$  は変数  $(y_1, y_2, \dots, y_N)$  のとりうる値の範囲の空間を示している。 $\sigma_i^2$  と同様にして変数  $y_i$  と  $y_j$  との Covariance  $\sigma_{ij}^2$  は

$$\sigma_{ij}^2 = \int \cdots \int_{R_N} (y_i - \mu_i)(y_j - \mu_j) \varphi(y_1, y_2, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N, \quad (\text{A. 2})$$

と定義される。これは変数  $y_i$  と  $y_j$  との相関性の強さを示す目安となる。

(A. 1) 式および (A. 2) 式に於て  $(y_1, \dots, y_N)$  の確率密度関数  $\varphi(y_1, y_2, \dots, y_N)$  が未知の場合には  $(y_1, \dots, y_N)$  を何回も測定して実験結果から Variance および Covariance は次式により定義される

$$\sigma_i^2 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \mu_i)^2, \quad (\text{A. 3})$$

$$\sigma_{ij}^2 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \mu_i)(y_j^\ell - \mu_j). \quad (\text{A. 4})$$

$$\begin{pmatrix} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, N \end{pmatrix}$$

ここで  $y_i^\ell$  は  $y_i$  の  $\ell$  回目の測定結果を表わしている。実際の測定に於ては測定回数  $L$  は有限であり、(A. 3)、(A. 4) 式に於ける等号は近似値的にしか成立たない。また (A. 3)、(A. 4) 式に於ては  $y_i$  の真の値  $\mu_i$  が分っていると仮定したが、現実には求められるのはその推定値  $\bar{y}_i$  である。この推定値  $\bar{y}_i$  は普通、誤差の 2 乗和

$$\sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \bar{y}_i)^2 \quad (\text{A. 5})$$

を最小とするように定められる。従って (A. 3), (A. 4) 式に於て測定回数  $L$  が有限の場合に、 $\mu_i$  のかわりに  $\bar{y}_i$  を代入すると  $\sigma_i^2$  を本来の値より小さめに評価する傾向があるはずである。この傾向を補正する為 (A. 3), (A. 4) 式の右辺の分母の  $L$  を  $\sigma_i^2$  および  $\sigma_{ij}^2$  を決定するのに利用される独立な測定結果の数と考える。これはとりもなおさず測定結果に残っている自由度  $\nu$  に対応する。(A. 3) に於ては  $L$  回測定し、その結果から 1 つのパラメータ  $\bar{y}_i$  を求めたのだから自由度  $\nu$  は、

$$\nu = L - 1 \quad , \quad (\text{A. 6})$$

である。(A. 4) 式に於ても 1 組の変数 ( $y_i, y_j$ ) を  $L$  回測定し、その結果を使って 1 組のパラメータ ( $\bar{y}_i, \bar{y}_j$ ) を求めたのだから、残っている自由度はこの場合にも ( $L - 1$ ) となる。従って (A. 3), (A. 4) 式の Variance および Covariance はそれぞれ、

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \bar{y}_i)^2 \quad , \quad (\text{A. 7})$$

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \bar{y}_i)(y_j^\ell - \bar{y}_j) \quad , \quad (\text{A. 8})$$

と与えられる。

(A. 3) 式に於て  $y_i^\ell$  が一つの物理量でありそれを  $L$  回直接測定したような場合には、 $\sigma_i^2$  を求める為測定結果からあらかじめ決めておかなければならないのは  $\mu_i$  の推定値の  $\bar{y}_i$  1 つのみであり、測定結果に残っている自由度は ( $L - 1$ ) である。しかし (A. 3) 式に於ける  $y_i^\ell$  ( $\ell = 1, \dots, L$ ) からそのフィッティング関数に含まれている  $K$  個のパラメータを求めるといった関接測定の場合を考えてみる。そうするとこの場合  $\mu_i$  の推定値  $\bar{y}_i$  は  $L$  に依存し、その  $L$  個の値  $\bar{y}_i^\ell$  は、 $L$  個の  $y_i^\ell$  の測定結果から定められた  $K$  個のパラメータにより表現されることになる。 $\gamma$  線スペクトルを例とすると、その測定結果からフィッティング関数に含まれる  $K$  個のパラメータを決定し、この  $K$  個のパラメータをもとに各チャンネルに於ける  $\bar{y}_i^\ell$  すなわちフィッティング関数の値を求めることに相当する。そこで一般性をもたせる為  $L$  回の測定結果から  $K$  個のパラメータを定めたとする測定結果の自由度は

$$\nu = L - K \quad (\text{A. 9})$$

となる。従ってこの場合には (A. 3) 式の  $\sigma_i^2$  および (A. 4) 式の  $\sigma_{ij}^2$  はそれぞれ

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{L-K} \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \bar{y}_i^\ell)^2 \quad , \quad (\text{A. 10})$$

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{L-K} \sum_{\ell=1}^L (\bar{y}_i^\ell - \bar{y}_i^\ell)(\bar{y}_j^\ell - \bar{y}_j^\ell) \quad , \quad (\text{A. 11})$$

と表わされる。



以上の点をもう少し数学的に説明すると次のようになる。すなわち、(A. 3)式に於て  $y_i^L$  が標準偏差  $\bar{\sigma}_i$ 、平均値  $\mu_i$  のガウス分布に従うとすると、 $(y_i^L - \mu_i) / \bar{\sigma}_i$  は平均値が零で標準偏差が1の正規分布  $N(0, 1)$  となる。  $N(0, 1)$  なる正規分布を示す  $L$  個の変数があつてそれらがお互いに独立な時、それぞれの項を2乗したものの和が自由度  $L$  の  $\chi^2$  分布を呈することはよく知っている。すなわち、

$$Q = \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{\bar{\sigma}_i^2} (y_i^\ell - \mu_i)^2, \quad (\text{A. 12})$$

は自由度  $L$  の  $\chi^2$  分布を示す。  $L$  回の測定結果  $(y_i^1, \dots, y_i^L)$  がお互いに完全には独立ではなく、その測定結果から  $K$  個のパラメータを決定したとすると、  $Q$  の自由度は  $(L - K)$  となり、  $Q$  は自由度  $(L - K)$  の  $\chi^2$  分布に従う。従つて  $Q$  の期待値  $E(Q)$  は  $\chi^2$  分布の性質から、その自由度  $(L - K)$  に等しく、

$$E(Q) = \frac{1}{\bar{\sigma}_i^2} E \left( \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \mu_i)^2 \right) = L - K, \quad (\text{A. 13})$$

となる。従つて  $y_i$  の Variance  $\bar{\sigma}_i^2$  は、

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{1}{L - K} E \left( \sum_{\ell=1}^L (y_i^\ell - \mu_i)^2 \right), \quad (\text{A. 14})$$

と表わされる。故に (A. 3) 式に於て測定回数  $L$  が有限の時  $y_i$  の Variance の推定値  $\sigma_i^2$  の期待値  $E(\sigma_i^2)$  が  $y_i$  の本来の Variance  $\bar{\sigma}_i^2$  と一致する為には分母の  $L$  を自由度  $(L - K)$  でおきかえ (A. 10) 式のように表わすべきことが明らかである。

(A. 10), (A. 11) 式により  $y_i$  の Variance, および  $y_i$  と  $y_j$  との Covariance がすべて与えられた。この  $\sigma_{ij}^2$  を成分とする行列  $\mathbf{e}$

$$\begin{aligned} e_{ij} &= \sigma_{ij}^2, \\ e_{ii} &= \sigma_{ii}^2 = \sigma_i^2, \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, N \end{pmatrix}, \quad (\text{A. 15})$$

は変数  $(y_1, \dots, y_N)$  の誤差行列と呼ばれる。これは、 $(y_1, \dots, y_N)$  の誤差に関する情報である (A. 10), (A. 11) 式をその成分としていることから当然な命名といふことが出来る。この誤差行列は他にも Correlation Matrix, Variance Matrix, Error Matrix 等と呼ばれることがあるが、本稿に於ては誤差行列と呼ぶことにする。

この誤差行列と確率密度関数は相補的な関係がある。すなわち確率密度関数が与えられれば誤差行列が与えられ、逆に誤差行列が分っていればそれから確率密度関数が求められるという関係にある。確率密度関数から誤差行列の要素  $\sigma_{ij}^2$  を与えるのがとりもなおさず (A. 1) および (A. 2) 式である。逆に誤差行列からベクトル  $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_N)$  の確率密度関数は、

$$\varphi(y_1, \dots, y_N) = C_0 \exp \left[ -(\mathbf{Y}-\mathbf{M})^T \underline{A} (\mathbf{Y}-\mathbf{M}) \right] \quad (\text{A. 16 a})$$

$$C_0 = \frac{|\det(\underline{A})|^{1/2}}{(2\pi)^{N/2}} \quad (\text{A. 16 b})$$

$$\underline{A} = \underline{e}^{-1} \quad (\text{A. 16 c})$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{E}(\mathbf{Y}) \quad (\text{A. 16 d})$$

と与えられる。<sup>(6)</sup>ここで $\mathbf{E}(\mathbf{Y})$ はベクトル $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_N)$ の期待値を表わしている。

また(A.2)式の説明に於てCovariance  $\sigma_{ij}^2$ が変数 $y_i$ と $y_j$ との相関関係の強さを示す目安となるといったが、 $\sigma_{ij}^2$ をもとに $y_i$ と $y_j$ との相関係数が、

$$C_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^2}{\sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2}} \quad \left( \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, N \end{array} \right) \quad (\text{A. 17})$$

と定義される。これは誤差行列を使って

$$C_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{e_{ii} \times e_{jj}}} \quad (\text{A. 18})$$

ともあらわされる。この $C_{ij}$ を成分とする行列 $\mathbf{C}$ はベクトル $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_N)$ の相関係数行列と呼ばれる。もちろん $y_i$ と $y_j$ とが相関がなくお互いに独立な場合には $C_{ij} = 0$ となり、 $y_i$ と $y_j$ が逆に完全に相関関係にある時は、 $C_{ij} = 1$ となる。相関が完全というのは、 $y_i$ と $y_j$ とが一次式の関係

$$y_j = Ay_i + B \quad (\text{A. 19})$$

にある場合であり、この時には(A.1)、(A.2)式に(A.19)式を代入することにより $\sigma_j^2$ 、 $\sigma_{ij}^2$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \sigma_j^2 &= \int \dots \int_{R_N} \{ (Ay_i + B) - (A\mu_i + B) \}^2 \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \dots dy_N \\ &= A^2 \int \dots \int_{R_N} (y_i - \mu_i)^2 \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \dots dy_N \\ &= A^2 \sigma_i^2 \quad (\text{A. 20 a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^2 &= \int \dots \int_{R_N} (y_i - \mu_i) \{ (Ay_i + B) - (A\mu_i + B) \} \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \dots dy_N \\ &= A \int \dots \int_{R_N} (y_i - \mu_i)^2 \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \dots dy_N \\ &= A \sigma_i^2 \quad (\text{A. 20 b}) \end{aligned}$$

となる。従って、(A.20a), (A.20b)式を(A.17)式に代入すれば  $C_{ij} = 1$  となることは明らかである。 $y_i$  と  $y_j$  とが一次式の関係になれば厳密には  $C_{ij}$  は 1 とはならない。しかし、 $y_i$  と  $y_j$  とが関数関係にある時には  $C_{ij}$  は 1 と近似でき、1 とのずれは 2 次の微小量であるということが出来る。なぜなら  $y_j$  を  $y_i$  で展開し一次の微小量まで考慮すれば  $y_j$  と  $y_i$  との関係は (A.19) 式で表わされ、その場合には  $C_{ij}$  は 1 と近似されるからである。また (A.17) 式に於ける  $\sigma_{ij}^2$  は (A.10) 式の  $\sigma_i^2$  との形の相似性から 2 乗にただけであり、その値が正にも負にもなりうる点に注意する必要がある。この点は  $\sigma_{ij}^2$  の定義式 (A.11) からも明らかである。従って相関係数  $C_{ij}$  も正にも負にもなる。

## A. 2 誤差の伝播の式の導出

$\gamma$ 線スペクトルの測定結果を標準スペクトル法によりフィッティングして求められた解析結果の誤差または標準偏差の議論をする為には測定上の誤差すなわち生データの誤差がどのようにフィッティング結果の誤差に伝播するかを調べておく必要がある。 $\gamma$ 線スペクトルの測定に於て解析結果に誤差を生ずる主原因は  $\gamma$ 線スペクトルの各チャンネルに於ける計数値の統計的変動であり、この計数値の変動が解析結果のフィッティングパラメータ、ピーク面積、半値巾等に誤差を生ずる。この大もととなっている測定値の誤差がどのように他の結果に影響するかを与えるのが誤差の伝播の式であり、この項では、この誤差の伝播の式を簡単に導いておく。

N個の物理量 ( $y_1, \dots, y_N$ ) に対する Variance  $\sigma_i^2$  および Covariance  $\sigma_{ij}^2$  が (A.1) 式および (A.2) 式でそれぞれ定義されることはすでに述べた。この物理量 ( $y_1, \dots, y_N$ ) の測定結果から与えられる物理量 ( $a_1, \dots, a_K$ )、

$$a_p = f(y_1, y_2, \dots, y_N) \quad (p=1, 2, \dots, K), \quad (\text{A. 21})$$

に対してその Variance  $\sigma_{a_p}^2$  および Covariance  $\sigma_{a_p a_q}^2$  を  $\sigma_i^2$  および  $\sigma_{ij}^2$  で表現するのが誤差の伝播の式であり、それは以下の如く与えられる。

物理量  $a_p$  とその真の値  $m_p$  との差が小さいとすると、高次の微小量を重視することにより  $a_p$  は、

$$a_p - m_p = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} (y_i - \mu_i), \quad (\text{A. 22})$$

と展開される。ここで  $a_p$  の  $y_i$  による偏微分  $\left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)$  はすべて ( $y_1, \dots, y_N$ ) の真の値  $\underline{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_N)$  に於て評価された値であり、それは  $y_i$  には依存しない。また (A.22) 式に於て  $y_i = \mu_i$  ( $i=1 \sim N$ ) とおけば明らかなごとく、 $a_p$  の真の値 ( $m_1, \dots, m_K$ ) は  $y_i$  の真の値 ( $\mu_1, \dots, \mu_N$ ) に対応し、それは (A.21) 式に於て  $y_i = \mu_i$  ( $i=1 \sim N$ ) とおいて求められる。(A.1), (A.2) 式と同様にして変数  $a_1, \dots, a_K$  に対するそれぞれの Variance  $\sigma_{a_p}^2$  および Covariance  $\sigma_{a_p a_q}^2$  はそれぞれ

$$\sigma_{a_p}^2 = \int \cdots \int_{T_K} f(a_p - m_p)^2 \phi(a_1, \dots, a_K) da_1 \cdots da_K, \quad (A. 23)$$

(p=1~K)

$$\sigma_{a_p a_q}^2 = \int \cdots \int_{T_K} f(a_p - m_p)(a_q - m_q) \phi(a_1, \dots, a_K) da_1 \cdots da_K, \quad (A. 24)$$

(p=1~K)  
(q=1~K)

と与えられる。

ここで  $T_K$  は変数  $a_p$  (p=1~K) のとりうる範囲を示している。 $a_p$  がそれぞれ  $a_p \sim (a_p + da_p)$ ,

(p=1~K) の値をとる確率は変数  $y_i$  (i=1~N) がそれぞれ  $y_i$  と  $(y_i + dy_i)$  の間の値をとる確率に等しく,

$$\int \cdots \int_{T_K} f \phi(a_1, \dots, a_K) da_1 \cdots da_K = \int \cdots \int_{R_N} f \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N \quad (A. 25)$$

という関係がある。(A. 25) 式および (A. 22) 式を (A. 23) 式に代入すると、 $\sigma_{a_p}$  は

$$\begin{aligned} \sigma_{a_p} &= \int \cdots \int_{R_N} \left[ \sum_i (y_i - \mu_i) \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} \right]^2 \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N \\ &= \sum_i \sum_j f \cdots \int_{R_N} f (y_i - \mu_i)(y_j - \mu_j) \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_j} \right)_{\underline{\mu}} \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N \\ &= \sum_i \sum_j \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_j} \right)_{\underline{\mu}} f \cdots \int_{R_N} f (y_i - \mu_i)(y_j - \mu_j) \varphi(y_1, \dots, y_N) dy_1 \cdots dy_N \\ \therefore \sigma_{a_p}^2 &= \sum_i \sum_j \sigma_{ij}^2 \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_j} \right)_{\underline{\mu}}, \quad (p=1 \sim K), \end{aligned} \quad (A. 26)$$

と求められる。同様に (A. 25) および (A. 22) 式を (A. 24) 式に代入して、式を変形することにより変数  $a_p$  と  $a_q$  との Covariance  $\sigma_{a_p a_q}^2$  は

$$\sigma_{a_p a_q}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}^2 \left( \frac{\partial a_p}{\partial y_i} \right)_{\underline{\mu}} \left( \frac{\partial a_q}{\partial y_j} \right)_{\underline{\mu}}, \quad (p=1 \sim K, q=1 \sim K), \quad (A. 27)$$

と求められる。この (A. 26) 式および (A. 27) 式が求める誤差の伝播の式である。

(A. 27) 式の  $a_p$  と  $a_q$  の Covariance の式に於て  $p=q$  とおくと (A. 27) 式の右辺は (A. 26) 式の右辺に一致する。従って  $\sigma_{a_p a_q}^2$  が  $\sigma_{a_p}^2$  を意味すると考えれば (A. 26) 式は (A. 27) 式に含まれ、(A. 27) 式を誤差の伝播の式と考えればよい。

## Appendix B 検出器の検出効率について

使用済燃料の $\gamma$ 線から燃料の燃焼率を推定する時、検出器の検出効率の誤差は直接、解析結果の精度に影響を与える。従って使用済燃料の $\gamma$ 線スペクトルの測定体系に対する検出効率を正確に求めることは非常に重要である。検出器の検出効率は試料と検出器との距離および $\gamma$ 線のエネルギーに大きく依存するのはもちろん、試料の大きさ、試料と検出器との間に挿入された吸収物質の厚さ、印加電圧、 $\gamma$ 線の検出器への入射角度、・・・等にも依存する。燃焼率の測定に使われた試料は直径約5 mmと皆小さく、点線源と考える大きさである。 $\gamma$ 線スペクトルの測定は同軸型Ge(Li)検出器の中心線上に於て行い、計数率の調節は試料と検出器との距離をかえて行われた。吸収物質の挿入は行われなかった。また試料の被覆材等による $\gamma$ 線吸収の効果は数%程度以下の小さいものであり、計算により精度よく補正することが出来る。そこで燃焼率の測定に於て主に問題となるのは検出効率の距離依存性および $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性の2点である。

$\gamma$ 線スペクトルの測定に使われたのは実効容積約 $30\text{cm}^3$ の同軸型Ge(Li)検出器であり、その検出効率が検出器と試料との距離、および $\gamma$ 線エネルギーを系統的に変えて調べられた。検出効率の測定に使われた $\gamma$ 線源はIAEAの標準 $\gamma$ 線源であり、使われた核種の $\gamma$ 線エネルギーおよび $\gamma$ 線分岐比をTable B.1に示す。これらの線源からの $\gamma$ 線のエネルギーに対する検出効率が試料と検出器との距離を $4.5, 50+\alpha, 100+\alpha, 150+\alpha, 250+\alpha, 400+\alpha$  mmと変えて測定された。ここで $\alpha$ は定数(=5.8 mm)である。

測定結果は以下の如く整理された。試料と検出器との距離 $x$ がある程度以上へだたっている場合には検出効率は $1/x^2$ に比例するはずである。しかしこの距離がある程度以下(数cm以下)となると $1/x^2$ からはずれてくる。これは検出器に近づくことにより検出器に垂直に入射する以外の $\gamma$ 線も吸収されるようになる効果、および $\gamma$ 線が検出器の表面からそのエネルギーに依存するある実効的な深さ(実効深度)のところで吸収される効果等によっていると考えられる。そこでこの実効深度を調節し、検出効率の距離依存性が $1/x^2$ 法則に従うようにそれぞれの $\gamma$ 線のエネルギーに対する値が求められた。122keV( $^{57}\text{Co}$ )、662keV( $^{137}\text{Cs}$ )および1332keV( $^{60}\text{Co}$ )の $\gamma$ 線に対する結果をFig. B.1に示す。実効深度 $\delta$ はそれぞれ2.28, 2.69, 2.99 mmと求められた。いずれも $1/x^2$ 法則によくあっている。実効深度を $\gamma$ 線エネルギーの関数として求めた結果をFig. B.2に示す。実効深度 $\delta(E)$ を精度よく求める為にはかなり広い範囲にわたって試料と検出器との距離をかえて測定することが必要であり、その為にはそれぞれの $\gamma$ 線エネルギーに対して強度の異なる数個の線源があることが望ましい。ただし実効深度を求める為には線源の絶対強度は不要であり、計数率の試料と検出器との距離に対する依存性さえ分ればよい。そこで $^{56}\text{Mn}$ (半減期2576 hr)とか $^{198}\text{Au}$ (半減期2698 day)等の適当な半減期の $\gamma$ 線源を作り、その減衰につれて距離の大きい所から小さい方へ順次線源を移動し、測定することも可能である。また線源を分割して強度を調節してもよい。

実効深度の $\gamma$ 線エネルギー( $E$ )に対する依存性 $\delta(E)$ が求まっていると、任意の距離 $x$ に対する検出効率 $\epsilon(x, E)$ は距離 $x_0$ に於ける値をもとに

$$\epsilon(x, E) = \epsilon(x_0, E) \left( \frac{x_0 + \delta(E)}{x + \delta(E)} \right)^2, \quad (\text{B.1})$$

と求められる。従って $\gamma$ 線源の強さを考慮して検出器との距離を適当に選び、その距離に於ける検出効率のエネルギー依存性を求めておけば、異なる距離に対する検出効率は(B.1)式により求められる。また(B.1)式に於ける検出器と線源との標準距離 $x_0$ は必ずしも一定である必要はなく、各 $\gamma$ 線エネルギーに対応する $\gamma$ 線源の強さに応じて変えてもよい。

検出効率の距離および $\gamma$ 線エネルギーに対する依存性が詳しく求まっていると、後問題となるのは測定系の時間変動等の小さな効果のみである。

距離 $x$ に於てある1つの標準 $\gamma$ 線源、例えば $^{137}\text{Cs}$ (662 keV)等を使ってその $\gamma$ 線エネルギーに対する検出効率を測定し、(B.1)式から求めた $\epsilon(x, E)$ を再規格化すればその距離 $x$ に対する検出効率 $\epsilon(x, E)$ の信頼性はさらに向上する。

燃焼率測定の場合に於ても $\gamma$ 線の検出効率は上述の方法で求められた。実効深度のエネルギー依存性は既に求められている。線源と検出器との距離 $x_0 = 4.42$  cm に対する検出効率をもとに、実際の測定距離 $x = 14.795$  cm に於ける検出効率が(B.1)式を使って求められた。また測定系の時間的微小変動等の影響を補正する為、 $^{137}\text{Cs}$ の662 keVの $\gamma$ 線の距離14.795 cm に於ける検出効率を測定し、その値で距離14.795 cm に於ける検出効率のエネルギー依存性が再規格化された。

Table B.1 Standard Gamma-Ray Sources

Nuclide	Half-life	Photon energy keV	Percentage per disintegration
$^{57}\text{Co}$	$271.6 \pm 0.5$ d	$121.97 \pm 0.03$	$85.0 \pm 1.7$
		$136.33 \pm 0.03$	$11.4 \pm 1.3$
$^{203}\text{Hg}$	$46.8 \pm 0.2$ d	$279.191 \pm 0.008$	$81.55 \pm 0.15$
$^{22}\text{Na}$	$2.602 \pm 0.005$ y	$511.006 \pm 0.002$	$181.1 \pm 0.2$
		$1274.55 \pm 0.04$	$99.95 \pm 0.02$
$^{137}\text{Cs}$	$30.0 \pm 0.2$ y	$661.635 \pm 0.076$	$85.1 \pm 0.4$
$^{54}\text{Mn}$	$312.6 \pm 0.3$ d	$834.81 \pm 0.03$	100.0
$^{60}\text{Co}$	$5.28 \pm 0.01$ y	$1173.23 \pm 0.04$	$99.87 \pm 0.05$
		$1332.49 \pm 0.05$	$99.999 \pm 0.001$
$^{88}\text{Y}$	$107.4 \pm 0.8$ d	$898.04 \pm 0.04$	$91.4 \pm 0.7$
		$1836.13 \pm 0.04$	$99.4 \pm 0.1$

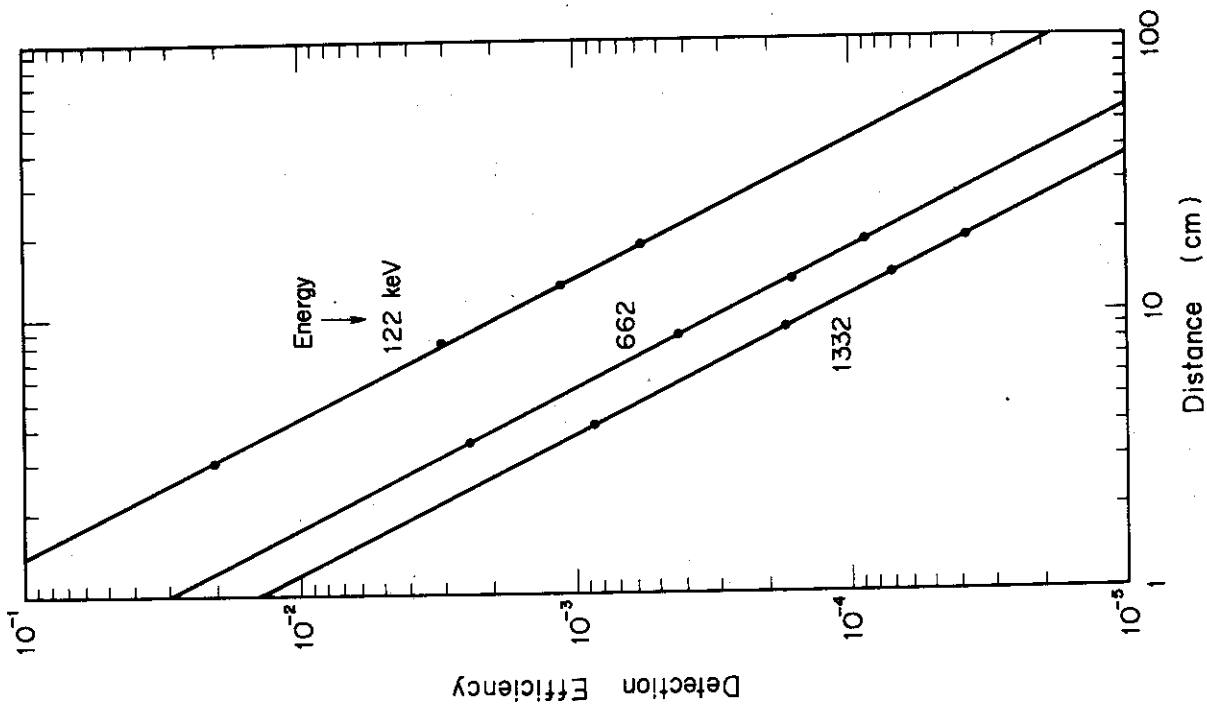


Fig. B.1 Detection Efficiency vs. Effective Distance

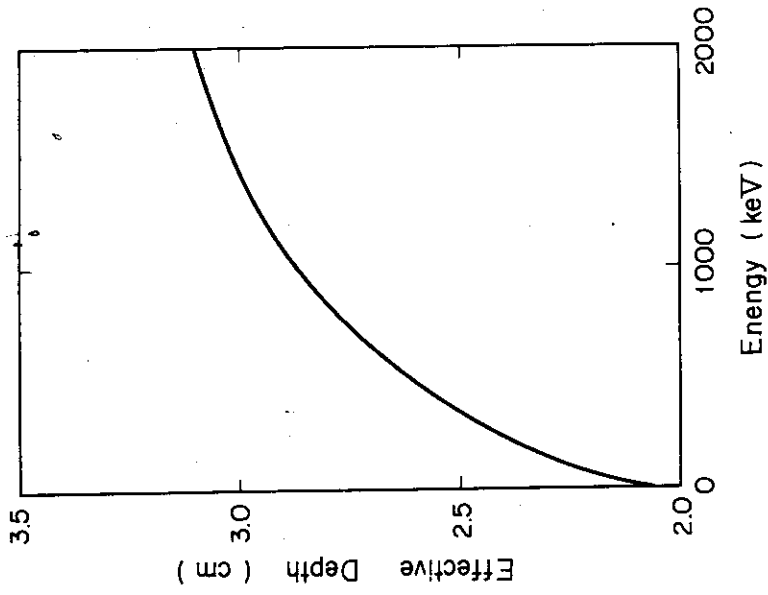


Fig. B.2 Dependence of Effective Depth of the Detector on Gamma-Ray Energy.



## Appendix C 標準スペクトル法による $\gamma$ 線スペクトル 解析プログラム「FIT-K」

### C.1 入力形式

(1) タイトルカード (9A8)

(2) IW, ITEST, IPR, NKK, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K25, K26,  
K27, K28, K29, K30 (16I3)

IW=0      W(I)=1  
 1      W(I)=カードで入力  
 2      W(I)=1/Y(I)  
 3      W(I)=1/Y(I)\*\*2  
 ここでY(I)は従属変数

ITEST=0   収束判定条件   TEST =  $10^{-6}$

IPR=1      収束状況の中間結果も出力  
 0      収束状況の中間結果は出力しない  
 -1      結果のうち1部を省略して出力  
 -2      フィッティングパラメータとピーク成分のみを出力  
 -3      ピーク成分も出力しない (K30 $\neq$ 0の時)

NKK=0      標準スペクトルはカード入力  
 1      標準スペクトルは前ケースのまま  
 2      標準スペクトルとしてガウス関数を使う  
           FWHM=( $n_{\max} - 1$ )/4  
            $n_{\max}$  は標準スペクトルのチャンネル数

K19=0      パラメータの初期推定値はカード入力  
 1      パラメータの初期推定値は前ケースと同じものを使う

K20 = dummy

K21=0      no effect  
 -1      ピーク位置からFWHMの3倍低エネルギー側から2倍の高エネルギー側までのスペクトルを出力する。  
 >0      (K21)チャンネルより高エネルギー側のスペクトルを出力する

K22=-1      $\gamma$ 線スペクトルはカード入力 (10(I6, 1X))  
 0       $\gamma$ 線スペクトルはカード入力 (10I8)  
 1       $\gamma$ 線スペクトルは前ケースのまま  
 3       $\gamma$ 線スペクトルはディスク (F01) から読み込む (10I8)

K23=0      各ピーク成分にバックグラウンドを加えず出力  
 1      各ピーク成分にバックグラウンドを加えて出力

K24=0      標準スペクトルの第1チャンネルより低エネルギーのピーク成分は外挿して求める

- 1 標準スペクトルの第1チャンネルより低エネルギー側の各ピーク成分は零とする
- K 2 5 = 0 ピーク位置およびFWHMの初期推定値は ch 単位で入力
- 1 keV単位で入力
- K 2 6 = 0 標準スペクトルをチャンネル幅にわたって積分して各チャンネルのピーク成分を計算
- 1 標準スペクトルを内挿して各チャンネルの各ピーク成分を求める
- K 2 7 = 0
- K 2 8 = 0 no effect
- 1 標準スペクトルを求めた結果をカード出力
- K 2 9 = 0 no effect
- 1 解析結果をプロッターで出力 (Y軸 Linear)
- 2 解析結果をプロッターで出力 (Y軸 Log)
- K 3 0 ≠ 0 チャンネル内の (K 3 0) 個の分割点に於てピーク成分を計算し出力する
- (3) 標準スペクトル, NKK = 1 の時は不要
- A.  $n_{max}, n_p, (FWHM)_s$  (3 E 1 2 5)
- $n_{max}$  = 標準スペクトルのチャンネル数
- $n_p$  = 標準スペクトルのピーク位置 (ch)
- $(FWHM)_s$  = 標準スペクトルの半値幅 (ch)
- B.  $(f(n), n=1, n_{max})$  (5 E 1 2 5)
- NKK ≠ 0 の場合は不要
- $f(n)$  = 標準スペクトル
- (4)  $\gamma$ 線スペクトル, K 2 2 = 1 の時は不要
- A. KX 1, KX 2, SLOPE, CONST (2 I 1 2, 2 E 1 2 5)
- KX 1 =  $\gamma$ 線スペクトルの第1番目のデータのチャンネル番号
- KX 2 = 最後のデータのチャンネル番号
- SLOPE = エネルギー校正曲線の傾き (keV/ch)
- CONST = 零チャンネルに対応するエネルギー (keV)
- B.  $(G(N), N=KX 1, KX 2)$   $\gamma$ 線スペクトル
- K 2 2 = -1 の時 Format = (1 0 (I 6, 1 X))
- K 2 2 = 0 の時 Format = (1 0 I 8)
- K 2 2 = 3 の時 Disk (F 0 1) から (1 0 I 8) で読み込む
- (5) パラメータの初期推定値, K 1 9 = 1 の時は不要
- A. NFIX, KSD, K 1, K 2, FWHM, (PH(I), I=1, KSD) (2 I 2, 2 I 4, 1 0 E 6.2 / 1 2 E 6.2)
- NFIX = 0 ピーク位置  $b_i$  は free parameter
- 1 初期推定値  $b_i = PH(I)$  に固定
- 2 初期推定値を linear に動かす

$$b_i = \gamma \cdot b_i^0 + \delta ; \gamma, \delta = \text{parameter}$$

$\geq 3$  IM (=NFIX-2)個のparameterを固定してフィッティングする

KSD=フィッティング範囲に存在するフォトピークの数

K1 > 0 フィッティング範囲の下限チャンネル番号

$$= 0 \quad K1 = PH(I) - 2.5 \times FWHM$$

$$= -1 \quad K1 = PH(I) - 0.25 \times FWHM$$

K2 > 0 フィッティング範囲の上限チャンネル番号

$$= 0 \quad K2 = PH(KSD) + 2.5 FWHM$$

FWHM= フォトピークの半値幅の初期推定値

(K25=0の時はch単位, 1の時はkeV単位)

PH(I)= KSD個のフォトピークのピーク位置の初期推定値(単位はFWHMと同じ)

B. (IX(I), I=1, IM) (24I3)

NFIX  $\leq$  2の時は不要

$$IM = NFIX - 2$$

IX(I)= 固定するパラメータ番号

この $\gamma$ 線スペクトルに対してフィッティングを行う回数だけ(5)のAおよびBのデータを繰返し与える。

C. ブランクカード

(5)のデータの最後を示す。

(6) プロッター用タイトル, K29=0の時は不要, (5)のデータと同じ回数だけ繰返し与える。

A. x軸タイトル(10A4)

B. y軸タイトル(10A4)

C. グラフの表題(10A4)

(1)にもどって次のケースの為の入力を行う。

### C. 出力形式

(1) タイトル

(2) 入力データのリスト

(3) 標準スペクトル

NKK  $\neq$  0 で IPR  $\leq$  -1 の時は出力しない

(4) 収束状況の中間結果, IPR  $\leq$  0 の時は出力しない

A. IT, H, V

IT=iteration 番号

H=h ((2.1.2.3)式参照)

V=重みつき誤差の2乗和 ((2.1.5)式参照)

B. I, PG(I), P(I), PC(I), DP(I), DPBP(I)

I= パラメータ番号

PG(I)=I番目のパラメータの初期推定値

$P(I)$  = I 番目のパラメータの 1 回前の iteration で求められた値

$PC(I)$  = 今回の iteration で求められた値

$$PC(I) = P(I) + H \times DP(I)$$

$$DP(I) = \Delta a_i^{(n)} \quad ((2.1.22) \text{式参照})$$

$$DPBP(I) = (PC(I) - P(I)) / P(I)$$

(5) パラメータを求めるのに必要な行列および行列式  $IPR \leq 0$  の時は出力しない

A.  $A(K, L) = \underline{\alpha} = ({}^t \mathbf{BA}) \quad ((2.1.15), (2.1.16) \text{式参照})$

B.  $B(K) = \underline{\beta} = ({}^t \mathbf{B}\epsilon) \quad ((2.1.14), (2.1.16) \text{式参照})$

C. DETERMINANT =  $|{}^t \mathbf{BA}|$

D.  $A^{-1}(K, L) = \underline{\alpha}^{-1} = ({}^t \mathbf{BA})^{-1}$

(6) 誤差の 2 乗和

A. 重みつき誤差の 2 乗和 / 自由度,  $s^2 = \frac{Q}{N-K} \quad ((2.3.4) \text{式参照})$

B. 誤差の 2 乗和,  $\text{Var} = \sum_i (y_i - f_i)^2 \quad ((2.3.1) \text{式参照})$

(7) 求められたパラメータの値およびその標準偏差

(8) フィッティングパラメータ間の相関係数行列

(9)  $\gamma$  線スペクトルのフィッティング結果およびその標準偏差

(10) 各フォトピークのスペクトル

(11) 各フォトピークの面積, ピーク位置および半値幅

以上のプリントアウトの他に,  $K28 = 1$  の時にはフィッティングにより求められた標準スペクトルをカードで出力し,  $K29 \neq 0$  の場合には解析結果をプロッターに出力する。





C Y2IT(1),I=1,MAX 2

Table with 5 columns of numerical data, likely representing a list of values or coordinates. The values are in scientific notation, ranging from 0.000000E+00 to 0.805000E+00.

(113-14) (003) SAMPLE.10 KSEC.68

TEST = 1.000000E+00

Large table with 5 columns of numerical data, organized into groups (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). Each group contains multiple rows of values, likely representing different test runs or parameters.

(113-14) (003) SAMPLE.10 KSEC.68

A(K,L)

B(K)

Table with 5 columns of numerical data, organized into groups (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). The values are in scientific notation, representing a set of data points.

VALUE OF DETERMINANT = 4.3355112E 02

JAERI-M 5947

K INVERSE OF AK(L)

1	4.8324378E-02 1.4786963E-04	-1.8455843E-02 -1.7480509E-02	5.0649963E-01	-4.0184972E-01	-9.1373946E-03
2	-1.8455843E-02 -4.3970038E-03	7.7073324E-01 -3.1219681E-02	9.1706110E 00	3.9789677E-01	-3.1071603E-01
3	5.0649963E-01 -3.3677238E-02	9.1286117E 00 -2.3045582E-01	1.8807818E 02	-1.1263761E 01	-1.2517380E 01
4	-4.0184972E-01 2.9986303E-04	-3.9789677E-01 2.5999740E-01	-1.1263706E 01	1.1951351E 01	7.0052122E-01
5	-9.1373855E-03 -1.0923507E-02	-3.1071589E-01 -2.0415783E-03	-1.2517380E 01	7.0052132E-01	4.3176880E 00
6	1.4786997E-04 9.8204037E-04	-4.3970011E-03 2.0831985E-03	-3.3676999E-02	2.9985511E-04	-1.0923507E-02
7	-1.7480508E-02 2.0831992E-03	-3.1219675E-02 2.4473113E-02	-8.5045572E-01	2.5999761E-01	-2.0415789E-03

6 ITERATIONS  
(113-14) (003) SAMPLE 10 KSEC/G6  
FITTED FUNCTION YF = DIGITAL FN + LINEAR

THIS PROBLEM CONTAINS 25 DATA POINTS, 1 INDEPENDENT VARIABLE(S), AND 7 PARAMETER(S) (0 OF THEM HELD CONSTANT).  
THE WEIGHTED VARIANCE IS 7.3234400E-01 AND THE UNWEIGHTED SUM OF SQUARES OF THE DEVIATIONS IS 1.3888155E 04.

K	GUESSTIMATE OF K-TH PARAMETER	FINAL VALUE OF K-TH PARAMETER	S.D. OF K-TH PARAMETER	EXACT LEAST SQUARES EQUATIONS FITTED FUNCTION	INPUT DATA
1	1.0980000E 01	1.1486459E 01	1.8811991E-01	2.4812631E 01	2.4812667E 01
2	0.0	2.3253315E-01	7.5124320E-01	-3.0000000E 02	-3.0000000E 02
3	7.9900000E 02	8.4529489E 02	1.1730020E 01	2.5000000E 01	2.5000000E 01
4	1.6231148E 02	1.8030529E 02	2.4584221E 00	4.7125440E 01	4.7125434E 01
5	2.4897491E 01	1.9035874E 01	1.7781863E 00	4.7762178E 01	4.7762170E 01
6	7.2771324E 02	7.2645597E 02	2.6817380E-02	2.2691809E 01	2.2688754E 01
7	7.3318197E 02	7.3369176E 02	2.0869498E-01	2.1347453E 00	2.1350192E 00

MATRIX OF CORRELATIONS BETWEEN FREE PARAMETERS

1	1.000	-0.093	0.166	-0.529	-0.020	0.021	-0.326
2	-0.093	1.000	0.758	0.131	-0.170	-0.180	-0.146
3	0.166	0.758	1.000	-0.238	-0.439	-0.078	-0.254
4	-0.529	0.131	-0.238	1.000	0.098	0.003	0.308
5	-0.020	-0.170	-0.439	0.098	1.000	-0.168	-0.004
6	0.021	-0.180	-0.078	0.003	-0.168	1.000	0.274
7	-0.326	-0.146	-0.254	0.308	-0.004	0.274	1.000

I	WEIGHT	INDEPENDENT VARIABLE	DEPENDENT VARIABLE	CALCULATED FUNCTION	DEVIATION	STD. DEV. OF PREDICTED MEAN
1	1.1890807E-03	7.1800000E 02	8.4130000E 02	8.856463E 02	-2.4681622E 01	1.1726181E 01
2	1.1389522E-03	7.1900000E 02	8.7800000E 02	8.6785190E 02	1.0148102E 01	1.1209036E 01
3	1.1750881E-03	7.2000000E 02	8.5100000E 02	8.7051112E 02	-1.9511124E 01	1.0590498E 01
4	1.1507480E-03	7.2100000E 02	8.4900000E 02	8.7461191E 02	-5.6119080E 00	9.9142003E 00
5	1.0964912E-03	7.2200000E 02	9.1200000E 02	8.8672963E 02	2.5270370E 01	9.0654426E 00
6	1.0649667E-03	7.2300000E 02	9.3900000E 02	9.2024860E 02	1.8751444E 01	8.2776194E 00
7	9.8231828E-04	7.2400000E 02	1.0180000E 03	1.0213998E 03	-3.3997803E 00	1.0243626E 01
8	7.8524596E-04	7.2500000E 02	1.2730000E 03	1.2632918E 03	9.7081909E 00	1.6360259E 01
9	5.8241191E-04	7.2600000E 02	1.7170000E 03	1.7456497E 03	-2.8849689E 01	2.2674837E 01
10	4.1254125E-04	7.2700000E 02	2.4240000E 03	2.4144472E 03	9.5324759E 00	2.3214708E 01
11	3.4638032E-04	7.2800000E 02	2.8870000E 03	2.8669148E 03	2.0085202E 01	3.0917200E 01
12	3.7257824E-04	7.2900000E 02	2.6840000E 03	2.6822383E 03	1.7617187E 00	2.8890542E 01
13	3.1948021E-04	7.3000000E 02	1.9250000E 03	1.9650794E 03	-4.0079437E 01	2.6521568E 01
14	7.2621841E-04	7.3100000E 02	1.3770000E 03	1.3297825E 03	4.7247529E 01	2.0451458E 01
15	9.5238096E-04	7.3200000E 02	1.0500000E 03	1.0734693E 03	-2.3469259E 01	1.7219488E 01
16	9.4250707E-04	7.3300000E 02	1.0610000E 03	1.0538649E 03	7.1350708E 00	1.9054043E 01
17	9.3419848E-04	7.3400000E 02	1.0480000E 03	1.0514242E 03	-3.6749176E 00	1.6962415E 01
18	9.9999999E-04	7.3500000E 02	1.0000000E 03	9.9224549E 02	7.7540131E 00	1.8537173E 01
19	1.1023338E-03	7.3600000E 02	9.0700000E 02	9.1268501E 02	-3.6850128E 00	1.4284220E 01
20	1.1737089E-03	7.3700000E 02	8.5200000E 02	8.4440401E 02	-1.2404022E 01	8.9939349E 00
21	1.1337868E-03	7.3800000E 02	8.4200000E 02	8.4831522E 02	3.3684784E 01	9.1385169E 00
22	1.1389522E-03	7.3900000E 02	8.7800000E 02	8.4533139E 02	3.2664610E 01	1.0023840E 01
23	1.1467890E-03	7.4000000E 02	8.7200000E 02	8.4503531E 02	2.8964641E 01	1.0618503E 01
24	1.2180288E-03	7.4100000E 02	8.2100000E 02	8.4509137E 02	-2.4091370E 01	1.1168588E 01
25	1.2515646E-03	7.4200000E 02	7.9900000E 02	8.4329469E 02	-4.8294693E 01	1.1736020E 01



JAERI-M 5947

I	X	Y	YC	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
717	7.17000E 02	9.16000E 02	8.04191E 02	2.25000E 01	2.11000E 00	0.0	0.0	0.0	3.18094E 01 8.39506E 02
718	7.18000E 02	8.41000E 02	8.65682E 02	2.37919E 01	2.13187E 00	0.0	0.0	0.0	-2.46816E 01 8.59738E 02
719	7.19000E 02	8.78000E 02	8.67852E 02	2.56968E 01	2.18562E 00	0.0	0.0	0.0	1.01481E 01 8.59999E 02
720	7.20000E 02	8.51000E 02	8.70311E 02	2.80903E 01	2.21990E 00	0.0	0.0	0.0	-1.95111E 01 8.40201E 02
721	7.21000E 02	8.69000E 02	8.74612E 02	3.19247E 01	2.23471E 00	0.0	0.0	0.0	-5.61191E 00 8.40432E 02
722	7.22000E 02	9.12000E 02	8.86730E 02	4.37733E 01	2.29008E 00	0.0	0.0	0.0	2.52704E 01 8.40644E 02
723	7.23000E 02	9.39000E 02	9.20249E 02	7.70050E 01	2.34801E 00	0.0	0.0	0.0	1.87514E 01 8.40896E 02
724	7.24000E 02	1.01800E 03	1.02140E 03	1.77709E 02	2.36413E 00	0.0	0.0	0.0	-3.39978E 00 8.41127E 02
725	7.25000E 02	1.27300E 03	1.26329E 03	4.19193E 02	2.73973E 00	0.0	0.0	0.0	9.70819E 00 8.41359E 02
726	7.26000E 02	1.71700E 03	1.74563E 03	9.01028E 02	3.03134E 00	0.0	0.0	0.0	-2.86497E 01 8.41590E 02
727	7.27000E 02	2.52400E 03	2.41447E 03	1.56884E 03	3.80379E 00	0.0	0.0	0.0	9.53278E 00 8.41822E 02
728	7.28000E 02	2.88700E 03	2.86691E 03	2.01494E 03	5.92211E 00	0.0	0.0	0.0	2.00832E 01 8.42033E 02
729	7.29000E 02	2.98400E 03	2.98224E 03	1.82758E 03	1.23743E 01	0.0	0.0	0.0	1.76172E 00 8.42285E 02
730	7.30000E 02	1.42500E 03	1.46508E 03	1.09289E 03	2.98744E 01	0.0	0.0	0.0	-4.00794E 01 8.42516E 02
731	7.31000E 02	1.37700E 03	1.32978E 03	4.19740E 02	6.72543E 01	0.0	0.0	0.0	4.72175E 01 8.42748E 02
732	7.32000E 02	1.05000E 03	1.07347E 03	1.00344E 02	1.30146E 02	0.0	0.0	0.0	-2.36693E 01 8.42979E 02
733	7.33000E 02	1.06100E 03	1.05386E 03	1.83483E 01	1.42346E 02	0.0	0.0	0.0	7.13507E 00 8.43211E 02
734	7.34000E 02	1.04800E 03	1.05162E 03	3.75055E 00	2.04431E 02	0.0	0.0	0.0	-3.62418E 00 8.43442E 02
735	7.35000E 02	1.10000E 03	9.92248E 02	1.07219E 00	1.47300E 02	0.0	0.0	0.0	7.75401E 00 8.43674E 02
736	7.36000E 02	9.07000E 02	9.12485E 02	0.0	6.87792E 01	0.0	0.0	0.0	-5.68501E 00 8.43905E 02
737	7.37000E 02	8.52000E 02	8.64404E 02	0.0	2.02870E 01	0.0	0.0	0.0	-1.24040E 01 8.44137E 02
738	7.38000E 02	8.02000E 02	8.48312E 02	0.0	3.94663E 00	0.0	0.0	0.0	3.36848E 01 8.44369E 02
739	7.39000E 02	8.74000E 02	8.45331E 02	0.0	7.31259E-01	0.0	0.0	0.0	3.26886E 01 8.44600E 02
740	7.40000E 02	8.72000E 02	8.45035E 02	0.0	2.03679E-01	0.0	0.0	0.0	2.8947E 01 8.44832E 02
SUMATION		3.06610E 04	2.99258E 04	7.91252E 03	8.13316E 02	0.0	0.0	0.0	1.33376E 02 2.02121E 04
NG PEAK AREA STAND.DEV. PEAK ENERGY STAND.DEV. FWHM(CH) STAND.DEV. FWHM(KEV) STAND.DEV. 1 7.43432E 03 1.25942E 02 7.96395E 02 2.93918E-02 3.53036E 00 3.92816E-02 3.89120E 00 8.49726E-02 2 8.10894E 02 7.57269E 01 8.02352E 02 2.28730E-01 3.55036E 00 5.92816E-02 3.89120E 00 8.49726E-02									
0 0 0 0 0.0 0.0 * END OF PUNCH *									

C.5 List of the Program "FIT-K"

COMPILATION T=11.14 PAGE 1

```

1      CALL FITGS
2      STOP
3      END
                                           FITGS 1
                                           FITGS 2
                                           FITGS 3

1      ELEMENT FITGS1
2      SUBROUTINE FITGS
3      DIMENSION Y(1000), X(3, 1000), W(1000), JX(40), PG(40), DUM(100)
4      IP(40), SP(40), YC(1000), DY(1000), HM(40, 41)
5      DIMENSION ALAB(12)
6      DIMENSION QDOOFL(40), Z(5)
7      COMMON N, IK, I, M, IB, ITEST, IDUM, NDUM, IPR, IFG, IM, IY, ITEST, IYAR, SSW
8      COMMON IDP, DET, IS, IPLT, ISC
9      COMMON Y, W, IA, PG, DUM, P, SP, YC, DY, BM, ALAB, Z, INTT, QDOOFL
10     COMMON ISETS, YFIT(2000), KAN, KSD, AK1, AK2
11     * AK1, AK2
12     * AF, AM, AMR, AMP, FWHMS, FWHM
13     I, IPR, NK, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K25, K26, K27, K28, K29, K30
14     COMMON YI(4100), IY(4100), PH(40), KMAX, NCP, SLOPE, CONST
15     DOUBLE PRECISION ALAB
16     CLEAR STORAGE BIT
17     KAN=0
18     IM=0
19     IK=0
20     IDP=0
21     DET=0.0
22     IPR=0
23     N=0
24     SSW=0.0
25     WYAK=0.0
26     CONTINUE
27     CALL ISPAK
28     IF (KAN.EQ.0) GO TO 15
29     CONTINUE
30     CALL PSPAK
31     CALL PSPAK
32     CALL PSPAK
33     GOTO 66
34     END
                                           MAIN 1
                                           MAIN 2
                                           MAIN 3
                                           MAIN 4
                                           MAIN 5
                                           MAIN 6
                                           MAIN 7
                                           MAIN 8
                                           MAIN 9
                                           MAIN 10
                                           MAIN 11
                                           MAIN 12
                                           MAIN 13
                                           MAIN 14
                                           MAIN 15
                                           MAIN 16
                                           MAIN 17
                                           MAIN 18
                                           MAIN 19
                                           MAIN 20
                                           MAIN 21
                                           MAIN 22
                                           MAIN 23
                                           MAIN 24
                                           MAIN 25
                                           MAIN 26
                                           MAIN 27
                                           MAIN 28
                                           MAIN 29
                                           MAIN 30
                                           MAIN 31
                                           MAIN 32
                                           MAIN 33
                                           MAIN 34

1      ELEMENT FITGS1.01
2      SUBROUTINE LSS (N, M, I, A, B, D, DE1)
3      DIMENSION A(1, N), B(1, N), CUM1(12), CUM2(12), COM3(12), D(N)
4      DOUBLE PRECISION S1, S2
5      DATA COM1/AMLS, AMNEAR, AM SIN, AHGUA, AHR SY, AMSTEM, AM, CA, AMLCUL/
6      DATA COM2/AMLS, AMINS, AMULAR, AM SYS, AMTEM, AM NG, AMRESU, AMLT,
7      DATA COM3/AMLS, AMN IS, AM ZER, AMU, N, AMO IN, AMPI, AMDATA, AM HAS/
8      AM BEE, AMN DE, AMSTH, AMYED./
9      NN = N
10     MM = M
11     K = 0
12     DO 1 J = 1, NN
13     DO 1 K = 1, MM
14     T = ABS(A(K, J))
15     IF (1.GT.X) X = T
16     1 CONTINUE
                                           LSS 1
                                           LSS 2
                                           LSS 3
                                           LSS 4
                                           LSS 5
                                           LSS 6
                                           LSS 7
                                           LSS 8
                                           LSS 9
                                           LSS 10
                                           LSS 11
                                           LSS 12
                                           LSS 13
                                           LSS 14
                                           LSS 15
                                           LSS 16
                                           LSS 17
                                           LSS 18
                                           LSS 19

17     IF (X.EQ.0.) GO TO 19
18     IF (X.GT.1.E-10) GO TO 2
19     CALL LABRT (1, CUM1, 12)
20     2 SN = 1.
21     DO 14 J = 1, NN
22     L = J - 1
23     IF (L.EQ.0) GO TO 11
24     I = AMS(A(J, J))
25     M1 = J
26     M2 = J + 1
27     DO 3 K = M2, NN
28     X = ABS(A(K, J))
29     X = ABS(A(K, J))
30     IF (X.LT.T) GO TO 3
31     T = X
32     M1 = K
33     3 CONTINUE
34     IF (M1.EQ.J) GO TO 6
35     DO 4 K = 1, NN
36     T = A(K, J)
37     A(K, K) = A(M1, K)
38     A(M1, K) = T
39     DO 5 K = 1, MM
40     T = B(J, K)
41     B(J, K) = B(M1, K)
42     B(M1, K) = T
43     SN = -SN
44     6 IF (A(J, J).EQ.0.) GO TO 19
45     DO 10 K = M2, NN
46     S1 = 0.
47     S2 = 0.
48     IF (L.EQ.0) GO TO 8
49     DO 7 M3 = 1, L
50     7 S1 = S1 + A(J, M3)*A(M3, K)
51     8 A(J, K) = (A(J, K) - S1)/A(J, J)
52     DO 9 M3 = 1, J
53     9 S2 = S2 + A(K, M3)*A(M3, M2)
54     10 A(K, M2) = A(K, M2) - S2
55     11 DO 13 K = 1, MM
56     S1 = 0.
57     IF (L.EQ.0) GO TO 13
58     DO 12 M3 = 1, L
59     12 S1 = S1 + A(J, M3)*B(M3, K)
60     13 B(J, K) = (B(J, K) - S1)/A(J, J)
61     14 CONTINUE
62     DET = A(1, 1)*SN
63     DO 15 J = 2, NN
64     15 DET = DET*A(J, J)
65     IF (DET.EQ.0.) GO TO 19
66     MM = NN-1
67     DO 18 J = 1, MM
68     DO 17 L = 1, M3
69     M1 = NN - L
70     S1 = 0.
71     M2 = M1 + 1
72     DO 16 K = M2, NN
73     16 S1 = S1 + A(M1, K)*B(K, J)
74     17 B(M1, J) = B(M1, J) - S1
75     18 CONTINUE
76     GO TO 21
77     19 CALL LABRT (1, COM2, 2)
78
                                           LSS 20
                                           LSS 21
                                           LSS 22
                                           LSS 23
                                           LSS 24
                                           LSS 25
                                           LSS 26
                                           LSS 27
                                           LSS 28
                                           LSS 29
                                           LSS 30
                                           LSS 31
                                           LSS 32
                                           LSS 33
                                           LSS 34
                                           LSS 35
                                           LSS 36
                                           LSS 37
                                           LSS 38
                                           LSS 39
                                           LSS 40
                                           LSS 41
                                           LSS 42
                                           LSS 43
                                           LSS 44
                                           LSS 45
                                           LSS 46
                                           LSS 47
                                           LSS 48
                                           LSS 49
                                           LSS 50
                                           LSS 51
                                           LSS 52
                                           LSS 53
                                           LSS 54
                                           LSS 55
                                           LSS 56
                                           LSS 57
                                           LSS 58
                                           LSS 59
                                           LSS 60
                                           LSS 61
                                           LSS 62
                                           LSS 63
                                           LSS 64
                                           LSS 65
                                           LSS 66
                                           LSS 67
                                           LSS 68
                                           LSS 69
                                           LSS 70
                                           LSS 71
                                           LSS 72
                                           LSS 73
                                           LSS 74
                                           LSS 75
                                           LSS 76
                                           LSS 77
                                           LSS 78
                                           LSS 79
                                           LSS 80
                                           LSS 81

```

FACOM 230-60    FORTRAN D -73001-    (V-05,L-01)    COMPILATION    74.11.14    PAGE 3

79	GO TO 21	LSS 82
80	20 CALL LABHT (1,COMP,3)	LSS 83
81	21 RETURN	LSS 84
82	END	LSS 85

```

1      ELEMENT FTGSL,02                                INPUT 1
2      SUBROUTINE ISPAK                                INPUT 2
3      DIMENSION Y(1000), X(5, 1000), W(1000), IX(40), PG(40), DUM(100),
4      IP(40), SP(40), YC(1000), DY(1000), BM(40, 41), DP(40)    INPUT 4
5      DIMENSION ALAB(12)                                INPUT 5
6      DIMENSION DUM(100), J(40), L(3)                   INPUT 6
7      COMMON /X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,X10,X11,X12,X13,X14,X15,X16,X17,X18,X19,X20,X21,X22,X23,X24,X25,X26,X27,X28,X29,X30
8      COMMON /DEF,DEF1,DEF2,DEF3,DEF4,DEF5,DEF6,DEF7,DEF8,DEF9,DEF10,DEF11,DEF12,DEF13,DEF14,DEF15,DEF16,DEF17,DEF18,DEF19,DEF20,DEF21,DEF22,DEF23,DEF24,DEF25,DEF26,DEF27,DEF28,DEF29,DEF30
9      COMMON /NSETS,YFIT(2000),KAN,K50,XK1,XK2           INPUT 9
10     * * * * *
11     * * * * *
12     * * * * *
13     * * * * *
14     * * * * *
15     * * * * *
16     * * * * *
17     * * * * *
18     * * * * *
19     * * * * *
20     * * * * *
21     * * * * *
22     * * * * *
23     * * * * *
24     * * * * *
25     * * * * *
26     * * * * *
27     * * * * *
28     * * * * *
29     * * * * *
30     * * * * *
31     * * * * *
32     * * * * *
33     * * * * *
34     * * * * *
35     * * * * *
36     * * * * *
37     * * * * *
38     * * * * *
39     * * * * *
40     * * * * *
41     * * * * *
42     * * * * *
43     * * * * *
44     * * * * *
45     * * * * *
46     * * * * *
47     * * * * *
48     * * * * *
49     * * * * *
50     * * * * *
51     * * * * *
52     * * * * *
53     * * * * *
54     * * * * *
55     * * * * *
56     * * * * *
57     * * * * *
58     * * * * *
59     * * * * *
60     * * * * *
61     * * * * *
62     * * * * *
63     * * * * *
64     * * * * *
65     * * * * *
66     * * * * *
67     * * * * *
68     * * * * *
69     * * * * *
70     * * * * *
71     * * * * *
72     * * * * *
73     * * * * *
74     * * * * *
75     * * * * *
76     * * * * *
77     * * * * *
78     * * * * *
79     * * * * *
80     * * * * *
81     * * * * *
82     * * * * *
83     * * * * *
84     * * * * *
85     * * * * *
86     * * * * *
87     * * * * *
88     * * * * *
89     * * * * *
90     * * * * *
91     * * * * *
92     * * * * *
93     * * * * *
94     * * * * *
95     * * * * *
96     * * * * *
97     * * * * *
98     * * * * *
99     * * * * *
100    * * * * *
101    * * * * *
    
```

```

FACOM 230-60      FORTRAN D  -7306U1-  (V-05,L-01)      COMPILATION      74-11-14
102      SUM1=SUM1+Y(K)                                INPUT119
103      SUM2=SUM2+Y*PK                                INPUT120
104      SUM3=SUM3+Y*GG                                INPUT121
105      401 CONTINUE                                  INPUT122
106      IF(IPH-LE,-3) GO TO 313                       INPUT123
107      WRITE(6,403)                                    INPUT124
108      *WRITE(6,402) ( K,X(1,K),Y(K),X(2,K),X(3,K),K=1,KMAX ) INPUT125
109      WRITE(6,405) SUM1,SUM2,SUM3                    INPUT126
110      402 FORMAT(1X, 11G, 4E20,6 )                  INPUT127
111      403 FORMAT(1PH,5DH LIST OF GAMMA SPECTRUM,PEAK AND B.G. SPECTRUM ) INPUT128
112      405 FORMAT(10G,10HSUMMATION ,3E20,6 )          INPUT129
113      313 CONTINUE                                  INPUT130
C
C INITIAL VALUES OF FWHM AND PEAK POSITION            INPUT131
C
114      IF(K19,NE,0) GO TO 311                         INPUT132
115      M=IND 24                                        INPUT133
116      312 CONTINUE                                  INPUT136
117      READ(5,133) NFIX,KSD,K1,K2,PH(KSD+1),(PH(I),I=1,KSD) INPUT137
118      310 WRITE(24,1) NFIX,KSD,K1,K2, (PH(I),I=1,KSD), PH(KSD+1) INPUT138
119      IF(NFIX,LE,2) GO TO 322                         INPUT139
120      IM=NFIX-2                                       INPUT140
121      READ(5,11) (IX(I),I=1,IM)                     INPUT141
122      WRITE(24,1) (IX(I),I=1,IM)                     INPUT142
123      *WRITE(6,323) (IX(I),I=1,IM)                   INPUT143
124      322 CONTINUE                                  INPUT144
125      IF(KSD,NE,0) GO TO 312                         INPUT145
126      311 CONTINUE                                  INPUT146
127      M=IND 24                                        INPUT147
128      201 CONTINUE                                  INPUT148
129      KAN=KAN+1                                       INPUT149
130      *WRITE(6,315) KAN                                INPUT150
131      READ(24,1) NFIX,KSD,K1,K2, (PH(I),I=1,KSD), PH(KSD+1) INPUT151
132      *WRITE(6,314) NFIX,KSD,K1,K2, PH(KSD+1),(PH(I),I=1,KSD) INPUT152
133      IF(NFIX,LE,2) GO TO 324                         INPUT153
134      IM=NFIX-2                                       INPUT154
135      READ(24,1) (IX(I),I=1,IM)                     INPUT155
136      WRITE(6,323) (IX(I),I=1,IM)                   INPUT157
137      324 CONTINUE                                  INPUT158
138      IF(KSD,LE,0) KAN=0                               INPUT159
139      IF(KSD,LE,0) RETURN                              INPUT160
C
C FITTING INTERVAL                                  INPUT161
C
140      IF(K1,GT,0) GO TO 411                          INPUT162
141      IF(K1,EW,0) AK1=PH(1)-PH(KSD+1)*2.5           INPUT163
142      IF(K2,EW,-1) AK1=PH(1)-PH(KSD+1)/4.0         INPUT164
143      IF(K2,EW,1) AK1=PH(1)-PH(KSD+1)/4.0         INPUT165
144      IF(K2,EW,1) AK1=(AK1-CONST)/SLOPE             INPUT166
145      K1=AK1                                          INPUT167
146      411 IF(K2,NE,0) GO TO 412                      INPUT168
147      AK2=PH(KSD)+PH(KSD+1)*2.5                     INPUT169
148      IF(K2,EW,-1) AK2=(AK2-CONST)/SLOPE            INPUT170
149      K2=AK2                                          INPUT171
150      412 CONTINUE                                  INPUT172
151      *K2=K1+1                                       INPUT173
152      *K2=K1-1                                       INPUT174
153      IF(K1,GE,0) I1=KSD+5                          INPUT175
154      DO 110 I1=I1,0                                  INPUT176
155      Y(I)=0.0                                        INPUT177
156      *Y(I)=0.0                                       INPUT178
157      Y(I)=0.0                                       INPUT179
158      110 Y(I)=0.0                                     INPUT180
159      DO 301 I=1,K                                    INPUT181
160      DP(I)=0.0                                       INPUT182
161      PG(I)=0.0                                       INPUT183
162      P(I)=0.0                                        INPUT184
163      301 SP(I)=0.0                                    INPUT185
164      404 LA=IK+1                                       INPUT186
165      DO 201 I=1,LA                                    INPUT187
166      DO 202 I=1,LA                                    INPUT188
167      20 BM(I,I)=0.0                                  INPUT189
168      IF(N=1)77,770,770                               INPUT190
169      77 M=1                                           INPUT191
170      170 CONTINUE                                  INPUT192
171      IF(NFIX,LE,3) GO TO 790                         INPUT193
172      IM=0                                             INPUT194
173      IF(NFIX,LE,1) GO TO 790                         INPUT195
174      IM=KSD                                          INPUT196
175      DO 190 K=1,KSD                                  INPUT197
176      IX(K)=3+KSD+KAN                                INPUT198
177      790 CONTINUE                                  INPUT199
178      GO TO 792                                         INPUT200
179      701 CONTINUE                                  INPUT201
180      DO 303 I=1,IM                                    INPUT202
181      DO 305 J=1,IM                                    INPUT203
182      X(I,J)=0.0                                       INPUT204
183      305 X(I,J)=0.0                                   INPUT205
184      KJ=K1-I+X1                                       INPUT206
185      Y(I)=Y(KJ)                                       INPUT207
186      202 X(I,J)=X1+1-I                               INPUT208
C
C INITIAL ESTIMATIONS OF PARAMETERS                  INPUT209
C
187      X1=K1                                          INPUT210
188      X2=K2                                          INPUT211
189      L1=K1-KX1+1                                       INPUT212
190      L2=K2-KX1+1                                       INPUT213
191      IF(K25,NE,0) PH(KSD+1)=(PH(KSD+1) )/SLOPE     INPUT214
192      PG(1)=PH(KSD+1)/PH(KSD+1)                       INPUT215
193      PG(2)=(Y(L2)-Y(L1) )/(X(K2)-X(K1) )            INPUT216
194      PG(3)=Y(L2)                                       INPUT217
195      IF(K27,GE,1) PG(2)=0.0                          INPUT218
196      IF(K27,EW,2) PG(3)=Y(L1)                       INPUT219
197      IF(NFIX,EW,2) PG(KSD+4)=1.0                    INPUT220
198      IF(NFIX,EW,2) PG(KSD+5)=0.0                    INPUT221
199      DO 792 K=1,KSD                                  INPUT222
200      IF(K25,NE,0 ) PH(KK)=( PH(KK)-CONST )/SLOPE  INPUT223
201      KP1=PH(KK)                                       INPUT224
202      KP1=KP1                                       INPUT225
203      LP1=KP1-KX1+1                                       INPUT226
204      XF=PG(1)*(X(K1)-PH(KK))+XMP                     INPUT227
205      P(1)=PG(1)                                       INPUT228
206      CALL YFN(XF,FYV,FIL,FVM)                         INPUT229
207      PG(KK+3)=(Y(L1)-PG(2)*(X(K1) -K2)+PG(3) )/FYV  INPUT230
208      IF(NFIX,EW,2) GO TO 792                         INPUT231
209      KXK=3+KSD                                       INPUT232
210      PG(KX) =PH(KK)                                    INPUT233
211      792 CONTINUE                                  INPUT234
212      1000 CONTINUE                                  INPUT235
C
C WEIGHTS                                           INPUT236
C
213      IF(I)3,3,40                                    INPUT240

```

```

214 40 IF(I=1)A=4+42 INPUT242
215 42 IF(I=2)A=3+3+43 INPUT243
216 45 D047I=1,N INPUT244
217 47 W(I)=1.0/Y(I)**2 INPUT245
218 GOTO6 INPUT246
219 43 D044I=1,N INPUT247
220 44 W(I)=1.0/Y(I) INPUT248
221 GOTO6 INPUT249
222 3 D05I=1,N INPUT250
223 5 W(I)=1.0 INPUT251
224 GO TO 6 INPUT252
225 4 READ( 5,10)W(I),I=1,N INPUT253
226 GO TO 6 INPUT254
227 20 D0 23 I =1,N INPUT255
228 IF(I=1)21,22,24 INPUT256
229 24 IF(I=2)25,25,27 INPUT257
230 27 READ( 5,10) Y(I),(X(J),J=1,M) INPUT258
231 W(I)=1.0/Y(I)**2 INPUT259
232 GOTO23 INPUT260
233 25 READ( 5,10)Y(I),(X(J),J=1,M) INPUT261
234 W(I)=1.0/Y(I) INPUT262
235 GOTO23 INPUT263
236 21 READ( 5,10)Y(I),(X(J),J=1,M) INPUT264
237 W(I) = 1.0 INPUT265
238 GO TO 23 INPUT266
239 22 READ( 5,10)Y(I),(X(J),J=1,M),W(I) INPUT267
240 23 CONTINUE INPUT268
241 6 CONTINUE INPUT269
242 IF ( (XK,NE,0),AN),(KAN,NE,0),AND.(IPH,LE,-1) ) GO TO #10 INPUT270
243 WRITE(6,700) (ALAB(I),I=1,9) INPUT271
244 WRITE(6,321) INPUT272
245 WRITE(6,320) ( YF(I),I=1,MXF ) INPUT273
246 410 CONTINUE INPUT274
247 GO TO 900,1 INPUT275
248 9000 IF(K29,NE,0) CALL PLOT(0,0,1999) INPUT276
249 STOP INPUT277
250 9001 CONTINUE INPUT278
251 RETURN INPUT279
252 END INPUT280

```

```

1 ELEMENT FTGS1,03 LABRT 1
2 SUBROUTINE LABRT (KEI,COM,AD) LABRT 2
3 DIMENSION COM(12) LABRT 3
4 10000 FORMAT(1-H,12A4) LABRT 4
5 WRITE(6,10000) COM LABRT 5
6 IF(KO,EN,2) CALL SLITE(1) LABRT 6
7 1 RETURN LABRT 7
8 END LABRT 8

```

```

1 ELEMENT FTGS1,04 MATRX 1
2 SUBROUTINE EPSPAK MATRX 2
3 DIMENSION Y(1000),X(5,1000),W(1000),IX(40),PG(40),DUM(100),P(40),SMATRX 3
4 1P(40),YC(1000),DY(1000),BM(40,41),AM(40,40) MATRX 4
5 2DP(40),PC(40),AN(40),Z(5) MATRX 5
6 DIMENSION ALAB(12) MATRX 6
7 DIMENSION GDUPL(40) MATRX 7
8 DIMENSION TEMP(101) MATRX 8
9 DIMENSION DPL(40) MATRX 9

```

```

8 INTEGER KLOC MATRX 10
9 COMMON N,IK,IA,IB,ITEST,IDUM,DDUM,IPN,IFG,IM,VT,TEST,WVAR,SSW MATRX 11
10 COMMON ID,DEL,ISK,IFLI,ISC MATRX 12
11 COMMONY,X,IX,PG,DUM,IP,SP,YC,DY,BM,ALAB,Z,INTI,GGUPL MATRX 13
12 COMMON S,SLTS,YF,I(2000),KAN,KSU,AK1,AK2 MATRX 14
13 * KAL,KA2 MATRX 15
14 * KMF,KMP,KPK,KXP,FWMMS,FWMH MATRX 16
15 I = IP,IX,NKK,K19,K20,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K29,K30 MATRX 17
16 COMMON YI(4100),YI(4100),PH(40),KMAX,NUPK,SLOPE,CONST MATRX 18
17 COMMON /KAF/ IARE MATRX 19
18 DOUBLE PRECISION ALAB MATRX 20
19 NT=25 MATRX 21
20 ICONV=0 MATRX 22
21 1005 FORMAT(//115H A A(K,L) MATRX 24
22 B(K)///) MATRX 25
23 1006 FORMAT(15,1P,17,7,(1P,21,7,1P,4,17,7)) MATRX 26
24 1007 FORMAT(15,1P,11,9,7,7) MATRX 27
25 1008 FORMAT(25HVALUE OF DETERMINANT = 1P,14,7,7) MATRX 28
26 1009 FORMAT(5H K INVERSE OF A(K,L) MATRX 29
27 //) MATRX 30
28 1010 FORMAT(1-H) MATRX 31
29 ITS=0 MATRX 32
30 IHPF=0 MATRX 33
31 1013 FORMAT(//10, 11H ITERATIONS) MATRX 34
32 1014 FORMAT(1-H) MATRX 35
33 M25C=0 MATRX 36
34 1125 CALL SLITE (0) MATRX 37
35 VAR = 0.0 MATRX 38
36 SS = 0.0 MATRX 39
37 LIES=0 MATRX 40
38 DO 1101 I=1,K MATRX 41
39 DPL(I)=0.0 MATRX 42
40 PCC(I)=PG(I) MATRX 43
41 BM(I,1) = 0.0 MATRX 44
42 SP(I)=0.0 MATRX 45
43 P(I)=PG(I) MATRX 46
44 LIT = 0 MATRX 47
45 LIE = 0 MATRX 48
46 IF(IPN)31,51,2199/ MATRX 49
47 2199/ WRITE(6,28000) (ALAB(J),J=1,9) MATRX 50
48 28000 FORMAT(948) MATRX 51
49 28004 WRITE(6,52)TEST MATRX 52
50 52 FORMAT(//8H TEST = 1P,15,7,7) MATRX 53
51 LICK = 0 MATRX 54
52 K=K-1 MATRX 55
53 1103 IT=0 MATRX 56
54 KP=K+1 MATRX 57
55 IF(K) 1102, 1101,1103 MATRX 58
56 1101 LIES = 1 MATRX 59
57 GO TO 1108 MATRX 60
58 11032 D01108I=1,K MATRX 61
59 D01108J=1,KP MATRX 62
60 IF(J=KP)1104,1105,1105 MATRX 63
61 1104 AM(I,J)=0.0 MATRX 64
62 1105 IF(I=J)1106,1107,1106 MATRX 65
63 1106 BM(I,J)=0.0 MATRX 66
64 GOTO1108 MATRX 67
65 1107 BM(I,J)=1.0 MATRX 68
66 1108 CONTINUE MATRX 69
67 H = 1.0 MATRX 70
68 IT=IT+1 MATRX 71

```

```

65 11087 DU21122L=1+K MATRX 72
66 DU 11084 J = 1 + V MATRX 73
67 11084 Z(J) = X(J+L) MATRX 74
68 66 CALL FFS(L) MATRX 75
69 11085 IF(LIES)11086,11086,1115 MATRX 76
70 11085 JAK=0 MATRX 77
71 DU9003JUK=1+K MATRX 78
72 IF(I=1)1102,9002,9001 MATRX 79
73 9001 DU1110JUK=1+K MATRX 80
74 IF(JUK=1)(JUK)1110,11131,1110 MATRX 81
75 1110 CONTINUE MATRX 82
76 9002 JAKE=JUK-JACK MATRX 83
77 AH(JAKE) = 4000FL(JUK) MATRX 84
78 GO TO 9003 MATRX 85
79 11131 JAK=JACK+1 MATRX 86
80 9003 CONTINUE MATRX 87
81 1115 YC(L) = V1 MATRX 88
82 DY(L) = Y(L) - YC(L) MATRX 89
83 IF(LIES)21126,21126,31117 MATRX 90
84 31117 VAR=VAR+(L)*DY(L)**2 MATRX 91
85 SS=SS+DY(L)**2 MATRX 92
86 GO TO 21122 MATRX 93
87 21126 IF(A=1102+21122+1117 MATRX 94
88 1117 DU1122J=1+K MATRX 95
89 DU 1122 J=1+K MATRX 96
90 IF(J=K)1118,1119,1119 MATRX 97
91 1118 AM(I,J)=AM(I,J)+AN(I)*AN(J)**K MATRX 98
92 GO TO 1122 MATRX 99
93 1119 BM(I,J)=BM(I,J)+AN(I)*DY(L)**K MATRX100
94 1122 CONTINUE MATRX101
95 21122 CONTINUE MATRX102
96 V = 0.0 MATRX103
97 DU 60 L = 1.0 MATRX104
98 60 V = V + (L) *DY(L) **2 MATRX105
99 IF (LIES) 21120, 21120, 1123 MATRX106
100 21120 IF (X = 1) 21129, 21129, 31123 MATRX107
101 31123 DU3124 J=2+K MATRX108
102 JIG = J - 1 MATRX109
103 DU 3124 J=1+K MATRX110
104 3124 AM(J,1) = AM(I,J) MATRX111
105 21129 IF (A) 1102, 1123, 1122 MATRX112
106 11221 CALL SLITET(1,KOOFX) MATRX113
107 GO TO(1123,11231),XOOFX MATRX114
108 1123 CALL SLITE (1) MATRX115
109 IF (JAKE.EQ.1) GO TO 300 MATRX116
110 WRITE(6,28000)(ALAS(J),J=1,9) MATRX117
111 300 CONTINUE MATRX118
112 IF (A) 1102, 1152, 21143 MATRX119
113 21123 IF(IPR)11251,11251,21148 MATRX120
114 21148 WRITE(6,1005) MATRX121
115 DU1124I=1+K MATRX122
116 WRITE(6,1006)(I,AM(I,J),J=1,K) MATRX123
117 WRITE(6,1007)DE(I,1) MATRX124
118 11251 IF(LE) 1102, 4000,7000 MATRX125
119 8000 AT = 1 MATRX126
120 GO TO 8000 MATRX127
121 7000 KT=K MATRX128
122 6000 IF (X = 1) 1124, 3000, 4000 MATRX129
123 3000 DET = AM(1,1) MATRX130
124 BM(1,1) = BM(1,1)+AN(1,1) MATRX131
125 BM(1,2) = 1.0/AM(1,1) MATRX132
126 GOTO1131 MATRX133

127 4000 RPL=1+1 MATRX134
128 CALL LBS(K,KPL,40,40,DM,(LMP,DET) MATRX135
129 1131 CALL SLITET(1,KOOFX) MATRX136
130 GO TO(1132,1132),KOOFX MATRX137
131 1132 IF(LIES)1131 GO TO 301 MATRX138
132 WRITE(6,1008) DET MATRX139
133 301 CONTINUE MATRX140
134 CALL SLITE (1) MATRX141
135 1133 JUK = 0 MATRX142
136 KSR=0 MATRX143
137 DU 11351 I=1,4 MATRX144
138 DP(I)=0 MATRX145
139 IF(I.LE.5) H=1.0 MATRX146
140 14332 IF (DM) 1107, 1134, 11331 MATRX147
141 11331 DU1137JUK=1+K MATRX148
142 IF(I = 1)(JUK) 1134, 11352, 1134 MATRX149
143 CONTINUE MATRX150
144 11343 JAKE = 1 - JUK MATRX151
145 IF(I=1)27000,22353,6661 MATRX152
146 27000 IF(I=5)667,6661,22353 MATRX153
147 22353 IF(NT=1)661,6661,13000 MATRX154
148 13000 ITS=1 MATRX155
149 ASN=DP(I)+AM(JAKE,1) MATRX156
150 IF(XSR.EQ.0.0) KSR=1 MATRX157
151 11341 IF(ABS(DP(I)) = ABS(BM(JAKE,1)))11342, 11342, 6661 MATRX158
152 11342 IF(P(I),1,0.0) GO TO 1666 MATRX159
153 XNT=AM(JAKE,1)/P(I) MATRX160
154 IF(ABS(XNT)-GT.TEST) H=0.5 MATRX161
155 16666 CONTINUE MATRX162
156 IF(H=.1E-09)12352,6661,6661 MATRX163
157 12352 H=H**2 MATRX164
158 GOTO1102 MATRX165
159 6661 DP(I) = AM(JAKE, 1) MATRX166
160 16666 PC(I) = P(I) * H DP(I) MATRX167
161 16667 CONTINUE MATRX168
162 CALL SLITET(1,KOOFX) MATRX169
163 GO TO(7777,26666),KOOFX MATRX170
164 26666 IF(I=6-1)27000,11351,6667 MATRX171
165 27000 IF(I=5)667,6667,11351 MATRX172
166 7777 CALL SLITE (1) MATRX173
167 GOTO11351 MATRX174
168 6667 IF(P(I)+DP(I))6666,11351, 11351 MATRX175
169 H = 1/2.0 MATRX176
170 IF (H = .1E-09) 12352, 16666, 16666 MATRX177
171 11352 JUK = JUK + 1 MATRX178
172 11351 CONTINUE MATRX179
173 IF(I.LE.5) GO TO 1139 MATRX180
174 DU 310 I=1,4 MATRX181
175 IF(I.EQ.0) GO TO 312 MATRX182
176 DO 311 JAKE=1+K MATRX183
177 311 IF(I.LE.1)(JAKE) GO TO 310 MATRX184
178 312 CONTINUE MATRX185
179 PC(I)=P(I)+DP(I)*H MATRX186
180 310 CONTINUE MATRX187
181 GO TO 1139 MATRX188
182 1139 CALL SLITET(1,KOOFX) MATRX189
183 GO TO(1147,1140),KOOFX MATRX190
184 1140 GOTO1142 MATRX191
185 1142 IF(IPR)55441,55441,1143 MATRX192
186 1143 WRITE(6,13100)IT,H,V MATRX193
187 13100 FORMAT(1M03,1P2E17.7) MATRX194
188 DU1144I=1,4 MATRX195

```

```

189          DPBP1=0.0          MATRX196
190          IF(P(1).NE.0.0) DPBP1=(P(1)-P(1))/P(1) MATRX197
191          WRITE(6,1006)1,P(1),P(1),P(1),DP(1),DPBP1 MATRX198
          C
          C CONDITIONS OF CONVERGENCE
          C
192          35441 JERK = 0          MATRX200
193          IF(ICONV) 3002,1145,3001 MATRX201
194          3001 SDD=0.0          MATRX202
195          DO 3003 LLL=1,N          MATRX203
196          3003 SDD=SDD*(LL)*Y(LL)**2 MATRX204
197          3005 FORMAT(4X,SDD=,12.5) MATRX205
198          IF(SDD) 1148,1148,3004 MATRX206
199          3004 SDD=YAH/SDD          MATRX207
200          WRITE(6,3095) SDD          MATRX210
201          IF(SWRT(SDD)-TEST)1147,1147,1148 MATRX211
202          3002 DDY=0.0          MATRX212
203          DO 3013 LLL=1,N          MATRX213
204          3010 DDY=(LL)**2          MATRX214
205          IF(DDY)3011,3012,3011 MATRX215
206          3011 IF(DDY(LL)**2/ODY-TEST)3013,3013,1148 MATRX216
207          3012 JERK=JERK*1          MATRX217
208          3013 CONTINUE          MATRX218
209          IF(JERK-IK) 1147,1148,1148 MATRX219
210          1145 JERK = 0          MATRX220
211          TEST=TEST          MATRX221
212          IF(KSN=0) TESTK=0.01 MATRX222
213          DO 1146 I = 1,IK          MATRX223
214          IF (P(I)) 11451, 11452, 11451 MATRX224
215          11451 PCHK=ABS(P(1)-P(1))/P(1) MATRX225
216          IF(KSN.EQ.0) PCHK=ABS( DP(I)+DPD(I))/P(I) MATRX226
217          IF( PCHK-TESTK ) 1146,1146,1148 MATRX227
218          11452 JERK = JERK + 1          MATRX228
219          1146 CONTINUE          MATRX229
220          IF (JERK - IK) 1147, 1148, 1148 MATRX230
221          1147 CALL SLITE (1)          MATRX231
222          LIE = 1          MATRX232
223          M25C=1          MATRX233
224          1148 DO1149I=1,IK          MATRX234
225          P(I)=P(I)          MATRX235
226          1149 CONTINUE          MATRX236
227          IF (LICK) 1102, 1150, 1152 MATRX237
228          1150 CALL SLITET(1,KDOOFX) MATRX238
229          GO TO(1501,1151),KDOOFX MATRX239
230          1501 CALL SLITE (1)          MATRX240
231          LICK = 1          MATRX241
232          1151 IF(M25C)29768,29768,11032 MATRX242
233          29768 IF(I=RT)11032,11512,11032 MATRX243
234          11512 CALL SLITE (1)          MATRX244
235          IT=0          MATRX245
236          ITS=26          MATRX246
237          GO TO 1147          MATRX247
238          1152 VARI=0          MATRX248
239          SS=0.0          MATRX249
240          1162 CONTINUE          MATRX250
241          LIES = 1          MATRX251
242          GO TO 11087          MATRX252
243          1153 DF=NA          MATRX253
244          DFB=NA          MATRX254
245          IF(N) 1182,21155,21154          MATRX255
246          21154 IF(I=NA)21986,21986,21169 MATRX256
247          21169 WRITE(6,1009)          MATRX257

248          DO1155I=1,IK          MATRX258
249          WRITE(6,1006)1,(6-(I),J)=2,KP) MATRX259
250          1155 WRITE(6,1010)          MATRX260
251          21998 IF(ITS)19007,13004,13002 MATRX261
252          13002 IT=1'S          MATRX262
253          13004 IF(CAME,10,1) GO TO 302 MATRX263
254          WRITE(6,1019) IT          MATRX264
255          302 CONTINUE          MATRX265
256          21155 VVAR = VVAR/DF          MATRX266
257          SS= SS          MATRX267
258          JACE = 1          MATRX268
259          DO 21160 I = 1,IK          MATRX269
260          IF(I=JL) 21156,1156          MATRX270
261          1156 DO1170J=1,IM          MATRX271
262          IF(I=IX)1157,1159,1157          MATRX272
263          1157 CONTINUE          MATRX273
264          1158 JAKE = I + JACE          MATRX274
265          J = JAKE + 1          MATRX275
266          IF(GBJAKE)J=GB,0,190 TO 3333 MATRX276
267          BM(JAKE,J)=BM(JAKE,J) MATRX277
268          3334 FORMAT(1X,          MATRX278
          1          'SQRT(NEGATIVE2)---- 6M ---- PSPAK(3334)') MATRX279
269          WRITE(6,3334)          MATRX280
270          3333 CONTINUE          MATRX281
271          1159 SP(I) = SQRT(BM(JAKE,J)*VVAR) MATRX282
272          GO TO 21160          MATRX283
273          11591 JACE = JAKE + 1          MATRX284
274          21160 CONTINUE          MATRX285
275          1102 CALL SLITE (0)          MATRX286
276          IF(I=SP)22100,22100,22100 MATRX287
277          22100 WRITE(6,22102)          MATRX288
278          22102 FORMAT('SOME PROGRAM EXIT ITERATING SINCE THE PARAMETER(S) INSTEAD          MATRX289
          IT ON CHANGING DIGITS)          MATRX290
279          RETURN          MATRX291
280          END          MATRX292

```

```

1          ELEMENT FTGS1,CD          PRINT 1
2          SUBROUTINE RSPAK          PRINT 2
3          COMMON N,IC,IA,M,IC,ITEST,IDUM,DOM,IPR,IFG,IM,YT,TEST,VVAR,SSW          PRINT 3
4          COMMON IOP,DEFT,ISA,IFL,ISC          PRINT 4
5          COMMON XA,1X,PG,IMM,P,SP,YC,DY,UM,ALAB,Z,INIT,SDUOFL          PRINT 5
6          COMMON I,SETS,YFIT(2000),KAN,KSU,KK1,KK2          PRINT 6
7          * KX1,KX2          PRINT 7
8          * KXF,ANF,MPA,KMP,FRMS,FMM          PRINT 8
9          1 = IF IX,KAX,K19,26,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K29,K30          PRINT 9
10         COMMON Y1(4100),Y2(4100),Y3(400),KMA,KOPK,SLOPE,CONST          PRINT 10
11         COMMON XAK, XN(1000),YK(1000)          PRINT 11
12         DIMENSION Y(1000),X(1000)*Y(1000),IX(40),PG(40),DUM(100),P(40),SP          PRINT 12
13         IP(40),YC(1000),DY(1000),BM(40,41),AN(40,40) ,RP(40),Z(5)          PRINT 13
14         DIMENSION ALAB(12)          PRINT 14
15         DIMENSION SDUOFL(40)          PRINT 15
16         DIMENSION Y1(1000),Y2(1000),Y3(1000),YBG(1000)          PRINT 16
17         DIMENSION WT(11)          PRINT 17
18         DATA (WT(I),I=1,11)          PRINT 18
19         * /3, .9, .44, .09, .04, .89, .84, .09, .44, .9, .36, /          PRINT 19
20         DIMENSION YY(20),SUM(20)          PRINT 20
21         DOUBLE PRECISION ALAB          PRINT 21
22         WRITE(6,28000)ALAB(J1),J1=1,9          PRINT 22
23         28000 FORMAT(9A6)          PRINT 23
24         ITCY = 0          PRINT 24

```

```

FACOM 230-60  FONTRAN D -730801- (V-05.L-01)  COMPILATION  74.11.14

20      DO 198 I = 1,K                                PRINT 25
21      IF (IAX(1) - 1) 199, 198, 199                PRINT 26
22      198 CONTINUE                                  PRINT 27
23      ITCNV = 1                                      PRINT 28
24      199 I = -1                                     PRINT 29
25      CALLYPS(I)                                    PRINT 30
26      68 IF (IN) 1, 1, 2                             PRINT 31
27      1 IM = 0                                       PRINT 32
28      2 WRITE(6,1011)M,IN,JK,WVAR,SSW              PRINT 33
29      1011 FORMAT(///23H THIS PROBLEM CONTAINS 13,14H DATA POINTS, 12,
130H INDEPENDENT VARIABLE(S), AND 12,15H PARAMETER(S) (12,
220H OF THEM HELD CONSTANT),//
320H THE WEIGHTED VARIANCE IS 1PE14,7,
456H AND THE UNWEIGHTED SUM OF SQUARES OF THE DEVIATIONS IS 1PE14,7,
5,1H,////)
30      WRITE(6,1015)                                  PRINT 40
31      JACK = 0                                       PRINT 41
32      D01160J=1,K                                    PRINT 42
33      IF (IN) 1158,1158,1158                         PRINT 43
34      1158 D01157J=1,K                               PRINT 44
35      IF (I-IA(J))1157,1159,1157                   PRINT 45
36      1157 CONTINUE                                  PRINT 46
37      1158 JAKE = I - JACK                           PRINT 47
38      J = JAKE + 1                                   PRINT 48
39      1159 CONTINUE                                  PRINT 49
40      GO TO 21160                                     PRINT 50
41      1159J JACK = JACK + 1                          PRINT 51
42      21160 WRITE(6,1006)1,PG(I),P(I),SP(I)         PRINT 52
43      IF (ITCNV) 1160, 1160, 1162                  PRINT 53
44      1160 IF (IN) 1162, 1162, 1161                 PRINT 54
45      1161 D01162J=1,K                               PRINT 55
46      IF (I-1X(J))1162,1163,1162                   PRINT 56
47      1162 CONTINUE                                  PRINT 57
48      1162J A = 0,0                                  PRINT 58
49      B = 0,0                                       PRINT 59
50      DO 901 JOE = 1,N                               PRINT 60
51      DO 900 JUMP = 1,M                              PRINT 61
52      900 Z(JUMP) = X(JUMP,JOE)                     PRINT 62
53      706 CALLYPS(JOE)                               PRINT 63
54      A = A - W(JOE) * YC(JOE) + W00DFL(I)         PRINT 64
55      B = B + W(JOE) * YC(JOE) * W00DFL(I)         PRINT 65
56      WRITE(6,902)A,B                               PRINT 66
57      902 FORMAT(1D+1PE10,2,7, 1PE17,7)           PRINT 67
58      IF (ITCNV) 1164, 1164, 1163                  PRINT 68
59      1163 WRITE(6,1016)                             PRINT 69
60      1164 CONTINUE                                  PRINT 70
61      1006 FORMAT(14,1P5,17,7,(1PE21,7,1PE17,7))   PRINT 71
62      209 FORMAT(9H PARTIALS 1PE14,7,1PE17,7,(1PE23,7,1PE17,7))
63      1015 FORMAT(116H      GUESSTIMATE OF FINAL VALUE OF S.G. OF
1      EXACT LEAST SQUARES EQUATIONS/
2      2118H K K-TH PARAMETER K-TH PARAMETER K-TH PARAMETER
3      FITTED FUNCTION INPUT DATA//)
64      1016 FORMAT(90H+
1M15 PARAMETER WAS HELD FIXED,
K=K-1M
IF (K)700,700,700
700 WRITE(6,1012)
1012 FORMAT(////74H MATRIX OF CORRELATIONS BETWEEN FREE PARAMETERS//)
D011=1,K
D010J=1,K
10 HP(J)=BM(I,J+1)/SQRT(BM(I+1,1)*BM(J,J+1))
11 WRITE(6,1013)1,(HP(J),J=1,K)
65      PRINT 77
66      PRINT 78
67      PRINT 79
68      PRINT 80
69      PRINT 81
70      PRINT 82
71      PRINT 83
72      PRINT 84
73      PRINT 85
74      PRINT 86
75      PRINT 87
76      PRINT 88
77      PRINT 89
78      PRINT 90
79      PRINT 91
80      PRINT 92
81      PRINT 93
82      PRINT 94
83      PRINT 95
84      PRINT 96
85      PRINT 97
86      PRINT 98
87      PRINT 99
88      PRINT 100
89      PRINT 101
90      PRINT 102
91      PRINT 103
92      PRINT 104
93      PRINT 105
94      PRINT 106
95      PRINT 107
96      PRINT 108
97      PRINT 109
98      PRINT 110
99      PRINT 111
100     PRINT 112
101     PRINT 113
102     PRINT 114
103     PRINT 115
104     PRINT 116
105     PRINT 117
106     PRINT 118
107     PRINT 119
108     PRINT 120
109     PRINT 121
110     PRINT 122
111     PRINT 123
112     PRINT 124
113     PRINT 125
114     PRINT 126
115     PRINT 127
116     PRINT 128
117     PRINT 129
118     PRINT 130
119     PRINT 131
120     PRINT 132
121     PRINT 133
122     PRINT 134
123     PRINT 135
124     PRINT 136
125     PRINT 137
126     PRINT 138
127     PRINT 139
128     PRINT 140
129     PRINT 141
130     PRINT 142
131     PRINT 143
132     PRINT 144
133     PRINT 145
134     PRINT 146
135     PRINT 147
136     PRINT 148

1013 FORMAT(10D,14,14F8,3/(F12,3,13F8,3))          PRINT 87
1014 IF (IPR.LE.-1) GO TO 440                          PRINT 88
1015 7006 WRITE(6,28000)(ALAI(J1),J1=1,09)            PRINT 89
1016 WRITE(6,1014)                                     PRINT 90
1017 1014 FORMAT(119H0
1      CALCULATED
2      2120H I WEIGHT VARIABLE
3      FUNCTION DEVIATION
4      INDEPENDENT VARIABLE
5      DEPENDENT VARIABLE
6      STD. DEV. OF/
7      PREDICTED MEAN)
78      CONTINUE
79      DO 20 1 = 1,N
80      D0200J=1,M
81      200 Z(J)=X(J,1)
82      CALLYPS(1)
83      A=0,0
84      JCK=0
85      D0205JAK=1,K
86      IF (1*)204,203,201
87      201 D0202JOK=1,M
88      IF (JUK-1*(JOK))202,204,202
89      202 CONTINUE
90      203 JAKE=JAK-JACK
91      A=JAKE,1)W00DFL(JUK)
92      G010205
93      204 JACK=JACK+1
94      205 CONTINUE
95      K=K-1M
96      IF (K)7012,7012,7016
97      7012 A=0,
98      G0107020
99      7016 D0206J=1,K
100     D0206JJ=1,K
101     206 A=A+AN(J,1)*AN(JJ,1)*BM(J,JJ+1)
102     IF (A .GE.0.)GO TO 3333
103     A=-A
104     3334 FORMAT(10A,
1      SQRT(NEGATIVE) ---- A ---- RSPAK(3334)')
105     WRITE(6,3334)
106     3333 CONTINUE
107     A=SQRT(A**VAR)
108     7020 J=1
109     IF (IPR.LE.-1) GO TO 2070
110     IF (M-2)300,312,312
111     300 WRITE(6,1020)1,W(I),X(1,1),Y(I),YC(1),DY(1),A
112     1020 FORMAT(10G15,1PE17,7, 1PE18,7, 1P3E17,7, 1PE27,7)
113     G0102070
114     312 WRITE(6,302)1,W(I),J,X(1,1),Y(I),YC(1),DY(1),A
115     302 FORMAT(10G15,1PE17,7, 13, 1PE15,7, 1P3E17,7, 1PE27,7)
116     2072 DO 207 J = 2,M
117     207 WRITE(6,1021)J,X(J,1)
118     1021 FORMAT(12G, 1PE15,7)
119     2070 IF (ITCNV) 20, 20, 208
120     208 WRITE(6,209)(W00DFL(J),J=1,K)
121     20 CONTINUE
C
C PEAK COMPONENTS AND BACK GROUND
C
122     KA=5
123     KB=0
124     401 CONTINUE
125     KAKA=5
126     KB=KB+5
127     IF (KA,GE,KSD) GO TO 400

```



```

128 SUM2=0.0 PRINT149
129 SUM3=0.0 PRINT150
130 SUM4=0.0 PRINT151
131 SUM5=0.0 PRINT152
132 SUM6=0.0 PRINT153
133 DO 221 K=1,20 PRINT154
134 SUM(K)=0.0 PRINT155
135 221 YY(K)=0.0 PRINT156
136 SF=0.0 PRINT157
137 SFH=0.0 PRINT158
138 ANM1A=-3.0 PRINT159
139 ANMAX=2.0 PRINT160
140 WITHA=250.0 PRINT161
141 WITHY=220.0 PRINT162
142 RATIOA=1.0E+30 PRINT163
143 RATIOY=1.0 PRINT164
144 NSCAL=0.0 PRINT165
145 NRI1(6,212) PRINT166
146 KK1=1(1,1) PRINT167
147 KK2=1(1,1) PRINT168
148 IF(K21.EQ.0) GO TO 226 PRINT169
149 IF(K21.NE.1) GO TO 240 PRINT170
150 FHM1=FHM5/P(1) PRINT171
151 PH1=(KSD+4) PRINT174
152 PH2=(Z(KSD+3) PRINT175
153 IF(NF1A.EQ.2) PH1=PH(1) *P(KSD+4)+P(KSD+5) PRINT176
154 IF(NF1A.EQ.2) PH2=PH(KSD)+P(KSD+4)+P(KSD+5) PRINT177
155 KK1=PH1+FHM1*ANM1A PRINT178
156 KK2=PH2+FHM1*ANMAX PRINT179
157 GO TO 228 PRINT180
158 240 CONTINUE PRINT181
159 KK1=1(1,1) PRINT182
160 KK2=1(1,1) PRINT183
161 226 CONTINUE PRINT184
162 DO 211 J=KK1,KK2 PRINT185
163 I=J-1 PRINT186
164 SUM1=0.0 PRINT187
165 Z(1)=0 PRINT188
166 Y(1)=Y(1) PRINT189
167 CALL YPS(1) PRINT190
168 YC(1)=Y(1) PRINT191
169 229 CONTINUE PRINT192
170 YBG(1)=P(2)*(Z(1)-AK2) +P(3) PRINT193
171 KC=5 PRINT194
172 IF(KA3.GE.KSD) KC=KSD-KA PRINT195
173 DO 222 KA=1,KC PRINT196
174 KPA=KA+KSD+KA PRINT197
175 KA=KA+3+KA PRINT198
176 IF(NF1A.EQ.2) KPA=PH(KA+KA)+P(KSD+4) +P(KSD+5) PRINT199
177 IF(NF1A.EQ.2) KPA=P(KPX) PRINT200
178 XA=KA+3+KA PRINT201
179 XA=KA+3+KA PRINT202
180 CALL YF(XA+YF+YF+YF+YF) PRINT203
181 YF(KA)=YF+YF+YF+YF PRINT204
182 XFL=0.5*(1) PRINT205
183 XFM=0.5*(1) PRINT206
184 CA=0.0 PRINT207
185 IF(CAFL.GE.SFL) AND(CAFM.LE.SFH) CA=1.0 PRINT208
186 IF(CAFL.LE.SFL) AND(CAFM.GE.SFL) CA=(XFM+SFL)/P(1) PRINT209
187 IF(CAFL.LE.SFH) AND(CAFM.GE.SFH) CA=(SFH-XFL)/P(1) PRINT210
188 IF(SFL.EQ.XMP) CA=CA*2.0 PRINT211
189 IF(NCA.EQ.2) CA=1.0 PRINT212
190 SUM(KK+2)=SUM(KK+2)+YY(KK)*CA PRINT213
191 IF(KK/3.EQ.0) GO TO 222 PRINT214
192 YY(KK)=YY(KK)+YBG(1) PRINT215
193 222 CONTINUE PRINT216
194 SUM1=YC(1)-YBG(1) PRINT217
195 IF(K21.EQ.0) SUM1=Y(1)-YC(1) PRINT218
196 SUM(1)=SUM(1)+Y(1) PRINT219
197 SUM(2)=SUM(2)+Y(1) PRINT220
198 SUM(3)=SUM(3)+SUM(1) PRINT221
199 SUM(4)=SUM(4)+YBG(1) PRINT222
200 IF(IPH.LE.2) GO TO 215 PRINT223
201 215 KRI1(6,210) 1,Z(1) +Y(1),YC(1),(YY(KK),KK=1,5),SUM1,YBG(1) PRINT224
202 215 CONTINUE PRINT225
203 IMP=J-1 PRINT226
204 X(2,IMP)=Z(1) PRINT227
205 X(3,IMP)=Y(1) PRINT228
206 X(4,IMP)=YC(1) PRINT229
207 X(5,IMP)=YBG(1) PRINT230
208 211 CONTINUE (SUM(KK),KK=1,9) PRINT231
209 WRITE(6,330) PRINT232
210 GO TO 401 PRINT233
211 400 CONTINUE PRINT234
C PRINT OUT STANDARD SPECTRUM PRINT235
C PRINT236
C PRINT237
212 IF(K21.NE.1) AND(A2Y.NE.2) GO TO 413 PRINT238
213 NCH=K2-1+1 PRINT239
214 NCH=NCH PRINT240
215 PCH=P(5)=FLOAT(KK)+1.0 PRINT241
216 FHM1=FHM5/P(1) PRINT242
217 NBD=PCH+ANM1A+0 PRINT243
218 DO 414 I=1,NCH PRINT244
219 J=1+AK1+1 PRINT245
220 SUMS=0.0 PRINT246
221 SUMAL=0.0 PRINT247
222 DO 409 I=1,11 PRINT248
223 J=J+1 PRINT249
224 Y1JJ=Y(1JJ) PRINT250
225 IF(Y1JJ.EQ.0) Y1JJ=0.5*(Y1JJ-1)+Y1JJ(1) PRINT251
226 Y1JJ=ALOG(Y1JJ) PRINT252
227 SUMS=SUMS+Y1JJ PRINT253
228 SUMA=SUMA+Y1JJ PRINT254
229 409 CONTINUE PRINT255
230 Y1JJ=SUMS/SUMA PRINT256
231 Y1JJ=EXP(Y1JJ) PRINT257
232 Y12(1)= (Y1JJ-X(5,1) )/(P(4)*P(1)) PRINT258
233 414 CONTINUE PRINT259
234 Y12(1)=Y12(2) PRINT260
235 WRITE(7,410) NCH,PCH,FHM1 PRINT261
236 WRITE(7,410) Y12(1)=1+NCH PRINT262
237 WRITE(6,500) PRINT263
238 WRITE(6,500) NCH,PCH,FHM1 PRINT264
239 WRITE(6,500) Y12(1)=1+NCH PRINT265
240 413 CONTINUE PRINT266
C PLUT Y(1),YC(1) AND YBG(1) PRINT267
C PRINT268
C PRINT269
241 IF(K2Y.EQ.0) GO TO 402 PRINT270
242 NCH=K2-1+1 PRINT271
243 IMAX=NCH+3 PRINT272
244 IF(K2Y.NE.2) GO TO 406 PRINT273
C PRINT274

```

```

FACOM 230-60      FORTRAN D 730601-  (V-05+L-01)      COMPILATION  74.11.14  PAGE 17

C      STANDARD SPECTRUM
C
245      DO 407 I=1,NCH
246      XN(I)= (X(2*I)-P(5) )/(F*HMS/P(1) )
247      YN(I)= (X(3*I)-X(5-I) )/(P(4)*P(1) )
248      IF(YN(I).GT.1.0) YN(I)=1.0
249      IF(YN(I).LT.1.0E-4) YN(I)=1.0E-4
250      IF(XN(I).GT.XNMAX) XN(I)=XNMAX
251      IF(XN(I).LT.XNMIN) XN(I)=XNMIN
252      407 CONTINUE
253      XN(I)=XNMIN
254      XN(NCH)=XNMAX
255      CALL GPLO1(I,IMAX,XN+YN*WITR+WITHY, 0, 1, 1,NLOGX,NLOGY,
1X*IDE,Y*IDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY )
256      DO 408 I=1,NCH
257      XN(I)= (X(2*I)-P(5) )/(F*HMS/P(1) )
258      YN(I)=Y(2*I)
259      IF(YN(I).GT.1.0) YN(I)=1.0
260      IF(YN(I).LT.1.0E-4) YN(I)=1.0E-4
261      IF(XN(I).GT.XNMAX) XN(I)=XNMAX
262      IF(XN(I).LT.XNMIN) XN(I)=XNMIN
263      408 CONTINUE
264      CALL GPLO1(I,IMAX,XN+YN*WITR+WITHY,+1, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
1X*IDE,Y*IDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY )
265      GO TO 402
266      406 CONTINUE
C
C      GAMMA-RAY SPECTRUM
C
267      MSCALE=1
268      NLOGX=0
269      NLOGY=0
270      RATIOY=1.0E+30
271      AY1=0.0
272      YMAX=X(3,1)
273      DO 2+2 I=1,NCH
274      2+2 IF ( X(3,I),GT,YMAX ) YMAX=X(3,I)
275      YMA=ALOG10(YMAX)
276      YMH=YMA/10.0+IYX
277      IF(YMH,LE.,10.) AY2=10.0+IYMA/20.0
278      IF(YMH,LE.,4.) AY2=10.0+IYMA/50.0
279      IF(YMH,LE.,2.) AY2=10.0+IYMA/100.0
280      IF(YMH,LE.,1.) AY2=10.0+IYMA/200.0
281      IAX=X(2,NCH)/10.0
282      IAL=X(2,1) /10.0
283      AX1=IAX+10
284      AX2=IAX+10+10
285      XAX=(IAX+AX1)/250.0
286      IF(XAX,GT.,0.75 ) AX2=1.0
287      IF(XAX,LE.,0.75 ) AX2=0.5
288      IF(XAX,LE.,0.35 ) AX2=0.2
289      IF(XAX,LE.,0.15 ) AX2=0.1
290      IF(XAX,LE.,0.075) AX2=0.05
291      IF(XAX,LE.,0.035) AX2=0.02
292      IF(XAX,LE.,0.015) AX2=0.01
293      WITR=(AXH+AX1)/AX2
294      IF(WITR,LT.,200.0) WITR=200.0
295      DO 403 I=1,NCH
296      XN(I)=X(2,I)+0.5
297      YN(I)=X(4,I)
298      403 CONTINUE
299      XN(NCH+1)=X(2,I,CH)+0.5
C
300      CALL GPLO1(I,IMAX,XN+YN*WITR+WITHY,51, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
1X*IDE,Y*IDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY )
301      DO 404 I=1,NCH
302      XN(I)=X(2,I)
303      YN(I)=X(3,I)
304      404 CONTINUE
305      CALL GPLO1(I,IMAX,XN+YN*WITR+WITHY, 1, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
1X*IDE,Y*IDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY )
306      DO 405 I=1,NCH
307      XN(I)=X(2,I)
308      YN(I)=X(5,I)
309      405 CONTINUE
310      CALL GPLO1(I,IMAX,XN+YN*WITR+WITHY, 1, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
1X*IDE,Y*IDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY )
311      402 CONTINUE
312      IF(K30,LE.,0) GO TO 500
C
C      PEAK COMPONENTS AT THE INTERPOLATED POINTS IN EACH CHANNEL
C
313      KA=5
314      KB=0
315      502 CONTINUE
316      KA=KA+5
317      KB=KB+5
318      IF(KA,GE.,KSD) GO TO 500
319      DO 503 K=1,20
320      YF(K)=0.0
321      XK30=XK30
322      DELX=1.0/AXK30
323      IF(IPH,GE.,-2) WRITE(6,212)
324      NCH=(K2-KK1+1)*K30
325      IMAX=NCH+3
326      IMK=0
327      DO 501 J=KK1,KK2
328      I=KAL+1
329      DO 501 I=1,K30
330      XI=I
331      Z(I)=J
332      Z(I)=Z(I)+DELX*(XI-1.0)
333      K2=0
334      CALL YPS(I)
335      YC(I)=YI
336      YBG(I)=P(2)*Z(I)-XK2) +P(3)
337      KC=5
338      IF(KB,GE.,KSD) KC=KSD-KA
339      DO 504 K=1,KC
340      KPX=K+3+KSD+KA
341      KKA=K+3+KA
342      IF(IPX,FE.,2) KPX=PH(KK+KA)+P(KSD+4) +P(KSD+5)
343      IF(DIPX,NE.,2) KPX=PH(KPX)
344      XF=P(1)*( Z(I)-KPX ) +XMP
345      K2=2
346      CALL YFN(XF,FYV+FYL,FYH)
347      YY(KS)=FYV*P(KKX)
348      IF(K2,ER.,0) YY(KK)=YY(KK)*P(1)
349      IF(K2,ER.,0) GO TO 504
350      YY(KK)=YY(KK)+YBG(I)
351      504 CONTINUE
352      SUM1=YC(I)+YBG(I)
353      IF(IPR,LE.,-3) GO TO 520
354      WRITE(6,210) I,Z(I), Y(I),YC(I), (YY(KK),KK=1,5),SUM1+YBG(I)
355      520 CONTINUE

```

```

FACOM 230-60   FORTRAN D   -730801-   (V-05.L-01)   COMPILATION   74.11.14   PAGE 19

356      IMK=IMK+1
357      X(2,IMK)=Y(1)
358      X(3,IMK)=Y(2)
359      X(4,IMK)=Y(3)
360      X(5,IMK)=Y(4)
361      Y(1,IMK)=Y(5)
362      Y(2,IMK)=Z(1)
363      501 CONTINUE
364      IF( (K28.LV.0).AND.(K29.EV.0) ) GO TO 505
365      DO 506 KK=1,KC
366      IF(KK.EV.5) GO TO 509
367      DO 507 I=1,NCH
368      XN(I)=Y(1)
369      YN(I)=X(KK+1,I)
370      IF(K29.NE.2) GO TO 507
371      XN(I)= (XN(I)-P(5)) / (FHMMS/P(1))
372      YN(I)= YN(I) / (P(4)*P(1))
373      IF(LYN(I).GT.1.0) YN(I)=1.0
374      507 CONTINUE
375      GO TO 508
376      509 DO 510 I=1,NCH
377      XN(I)=Y(1)
378      YN(I)=Y(1)
379      IF(K29.NE.2) GO TO 510
380      XN(I)= (XN(I)-P(5)) / (FHMMS/P(1))
381      YN(I)= YN(I) / (P(4)*P(1))
382      IF(LYN(I).GT.1.0) YN(I)=1.0
383      510 CONTINUE
384      508 CONTINUE
385      IF(K29.EV.1)
386      *CALL GPLOTL(0,IMAX3,AN*YI*(THX*WITHY*+1, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
387      1,WIDE,YNDE,IAMIN,IYMIN,A1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY)
388      IF(K29.EV.2)
389      *CALL GPLOTL(0,IMAX3,XN*YN*(WITHX*WITHY*-1, 0, 0,NLOGX,NLOGY,
390      1,WIDE,YNDE,IAMIN,IYMIN,A1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY)
391      506 CONTINUE
392      505 CONTINUE
393      GO TO 502
394      500 CONTINUE
395      K20=1
396      PXL=SEL
397      FYH=SEF
398      IF(SPL.EV.0.5) FYI=0.5
399      IF(SPL.GE.(AMP+0.5)) FYH=AMP+0.5
400      CALL YFA(XP+FYV,PYL,FYH)
401      K20=1
402      SUM2=VY
403      IF(SPL.EV.AMP) SU=2*SUM2*2.0
404      223 CONTINUE
405      WRITE(6,332)
406      DO 224 KK=1,KSD
407      KPX=KK+3*ASD
408      IF(KPX.AE.2) KPX=PH(KK)*P(KSD+4)+P(KSD+5)
409      IF(KPX.AE.2) KPX=P(KPX)
410      SUMA=SUMP(KPX)
411      KBC=AMP-3.0*FHMMS
412      IF(KBC.LT.1) KBC=1
413      ACH=PAPX-3.0*FHMMS/P(1)
414      SUMB=YFIT(KBC)*P(KK+3)*P(1)*XCH
415      IF(A20.EV.1) SUMA=SUMA/P(1)
416      IF(K20.EV.1) SUMB=SUMB/P(1)
417      SUMC=SUMA/(SUMA+SUMB)
418
419      SUMD=SUMB/(SUMA+SUMB)
420      PAPE=KPX*SLOPE+CONST
421      FWHM1=FHMMS/P(1)
422      FWHM2=FWHM1*SLOPE
423      DSA=SP(KK+3)*SUM2/P(1)+SP(1)*SUMA/P(1)**2
424      IF(K20.NE.1) GO TO 340
425      IF(LV.EV.0) GO TO 710
426      IXC=0
427      IXA=0
428      IXB=0
429      DO 715 J=1,IM
430      IF( (X(J).EV.1) IXC=1
431      IF( (X(J).EV.2) IXA=1
432      IF( (X(J).EV.3) IXB=1
433      715 CONTINUE
434      IF(IXC.NE.1) GO TO 725
435      DSAP=0
436      GO TO 720
437      725 JAKT=KK+4-IXA+IAB
438      DSAP=DM(1, JAKT)*SUM2*SUMA/P(1)**2
439      IF(IXA.NE.2) DSAP=DSAP**VAH
440      GO TO 720
441      710 CONTINUE
442      DSAP=DM(1, KK+4)*SUM2*SUMA/P(1)**2
443      IF(IXA.NE.2) DSAP=DSAP**VAH
444      720 CONTINUE
445      DSA= (SP(KK+3)*SUM2/P(1))**2 + (SP(1)*SUMA/P(1))**2
446      DSA= SQRT(DSA)
447      340 DPE=DP(KPX)*SLOPE
448      IF(NV.AE.2) GO TO 341
449      J1=KSD+4-IM
450      J2=KSD+5-IM+1
451      DPEP=BM(J1, J2)*PH(KK)
452      IF(IXA.NE.2) DPEP=DP**VAH
453      DPE= (SP(KSD+4)*PH(KK))**2 + SP(KSD+5)**2
454      DPE= DPE+DPEP
455      DPE= SQRT(DPE)*SLOPE
456      341 DF1=SP(1)*FWHM1/P(1)
457      DF2=SP(1)*FWHM2/P(1)
458      WRITE(6,331) KK, SUMA, DSA, KPKE, DPE, FWHM1, DF1, FWHM2, DF2
459      224 CONTINUE
460      IF(NV.AE.2) RETURN
461      DO 230 KK=1,KSD
462      SUM(KK)= PH(KK)*P(KSD+4)+P(KSD+5)
463      WRITE(6,231) (PH(KK) , KK=1, KSD)
464      WRITE(6,232) (SUM(KK) , KK=1, KSD)
465      231 FORMAT(1H0,17H GUESSED PEAK ,1P9E12.5)
466      232 FORMAT(1H0,17H CALCULATED PEAK ,1P9E12.5)
467      330 FORMAT(1H0,8H INFORMATION,3X,1P 9E12.5)
468      331 FORMAT(15X,13X,1P9E12.5)
469      332 FORMAT(1H0,14X,3H NO.12H PEAK AREA 12H STAND.DEV. 12H PEAK ENERGY
470      1 12H STAND.DEV. ,12H FWHM(LH) 12H STAND.DEV. 12H FWHM(KEV)
471      2 12H STAND.DEV. )
472      210 FORMAT(1H0,15,1P10E12.5)
473      212 FORMAT(1H1,4X,1H1,5X,2HX ,10X,2HY ,10X,2HYC,10X,2HY1,10X,2HY2,
474      , 10X,2HY3,10X,2HY4,10X,2HY5,10X,2HY6,10X,3HYB )
475      410 FORMAT(5E12.5)
476      5000 FORMAT(1H0,10X,20H STANDARD SPECTRUM // )
477      5001 FORMAT(10X,5E20.3)
478      RETURN
479      END

```

```

1 ELEMENT, TGS1.06 YPS 1
2 SUBROUTINE LYP5(K) YPS 2
3 C YPS(K) YPS 3
4 PRINT, DUM, KAM, NAME, HERE YPS 4
5 DIMENSION Y(1000), X( 3, 1000), W(1000), [X(40), P(40), DUM(100), YPS 5
6 1P(40), SP(40), YC(1000), DY(1000), BM(40, *1) YPS 6
7 DIMENSION ALAB(12), PART(40), Z(3), U(10), WEIGHT(10), XL(10), AM(10), YPS 7
8 * F(10), +Z(10), FZ(10), FV(10) YPS 8
9 COMMON N, [K, I, M, J, B, I, TEST, IDUM, NDUM, IPR, IFG, IN, Y, TEST, NVAR, S50 YPS 9
10 COMMON ID, DET, IS, I, PLT, ISC YPS 10
11 COMMON X, K, I, M, J, B, I, PG, DUM, P, SP, YC, DY, BM, ALAB, Z, INTT, PART YPS 11
12 COMMON ISETS, YFIT(2000), KAN, KSD, XK1, XK2 YPS 12
13 * XK1, XK2 YPS 13
14 * XAF, XMF, XPK, XMP, FMMMS, FMMH YPS 14
15 1, NFIX, NKX, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K25, K26, K27, K28, K29, K30 YPS 15
16 COMMON YI(4100), IY(4100), PH(40), KMAX, NOPK, SLOPE, CONST YPS 16
17 DOUBLE PRECISION ALAB YPS 17
18 IF(C1) 1, 3 YPS 18
19 1 WRITE(6, 2) YPS 19
20 2 FORMAT(10, 50, UNFITTED FUNCTION YI = DIGITAL FN * LINEAR ) YPS 20
21 GO TO 4 YPS 21
22 3 CONTINUE YPS 22
23 YI=0.0 YPS 23
24 DO 101 I=1, IY
25 101 PART(KK)=0.0 YPS 24
26 DO 100 K=1, KSD YPS 25
27 KFX=K+3*50 YPS 26
28 IF(NFIX, EW, 2) KPX=(PH(KK)+P(KSD+4)+P(KSD+5) YPS 27
29 IF(NFIX, NE, 2) PKPA=P(KPX) YPS 28
30 XE=P(1)+(Z(1)-PKPA) *AMP YPS 29
31 CALL YFITAF, FYV, FYL, FYH YPS 30
32 YI=YI+P(KK+3)*FYV YPS 31
33 IF(NZ0, EW, 1) GO TO 110 YPS 32
34 PART(I)=PART(I)+P(KK+3)*FYH*(Z(1)-PKPA+0.5)+FYL*(Z(1)-PKPA-0.5) YPS 33
35 PART(KK+3)=FYV YPS 34
36 IF(NFIX, NE, 2) PART(KPX)=P(KK+3)*(FYH-FYL)*P(1) YPS 35
37 IF(NFIX, EW, 2) PART(KSD+4)=PART(KSD+4)+P(KK+3)*(FYH-FYL) YPS 36
38 IF(NFIX, EW, 2) PART(KSD+5)=PART(KSD+5)+P(KK+3)*(FYH-FYL) YPS 37
39 * P(1)+PH(KK) YPS 38
40 IF(NFIX, EW, 2) PART(KSD+5)=PART(KSD+5)+P(KK+3)*(FYH-FYL)*P(1) YPS 39
41 GO TO 100 YPS 40
42 110 CONTINUE YPS 41
43 FYV=FYH YPS 42
44 PART(I)=PART(I)+P(KK+3)*FYV*(Z(1)-PKPX) YPS 43
45 PART(KK+3)=FYV YPS 44
46 IF(NFIX, NE, 2) PART(KPX)=P(KK+3)*FYV*(P(1)) YPS 45
47 IF(NFIX, EW, 2) PART(KSD+4)=PART(KSD+4)+P(KK+3)*FYV*(P(1)+PH(KK)) YPS 46
48 IF(NFIX, EW, 2) PART(KSD+5)=PART(KSD+5)+P(KK+3)*FYV*(P(1)) YPS 47
49 100 CONTINUE YPS 48
50 PART(Z)=Z(1)-KK2 YPS 49
51 PART(I)=0.0 YPS 50
52 YI=YI+P(2)*(Z(1)-KK2) *P(3) YPS 51
53 * RETURN YPS 52
54 END YPS 53

```

```

1 SUBROUTINE YFA(KF, FYV, FYL, FYH) FYV 1
2 DIMENSION Y(1000), X( 3, 1000), W(1000), [X(40), P(40), DUM(100), FYV 2
3 1P(40), SP(40), YC(1000), DY(1000), BM(40, *1) FYV 3
4 DIMENSIONALAB(12) FYV 4
5 DIMENSIONGOODFL(40), Z(3) FYV 5
6 COMMON N, [K, I, M, J, B, I, TEST, IDUM, NDUM, IPR, IFG, IN, Y, TEST, NVAR, S50 FYV 6

```

FACOM 230-60 FORTNAN D -730801- (V=05,L=01) COMPILATION 74.11.14 PAGE 22

```

6 COMMON ID, DET, IS, I, PLT, ISC FYV 7
7 COMMON X, K, I, M, J, B, I, PG, DUM, P, SP, YC, DY, BM, ALAB, Z, INTT, GOODFL FYV 8
8 COMMON ISETS, YFIT(2000), KAN, KSD, XK1, XK2 FYV 9
9 * XK1, XK2 FYV 10
10 * XAF, XMF, XPK, XMP, FMMMS, FMMH FYV 11
11 1, NFIX, NKX, K19, K20, K21, K22, K23, K24, K25, K26, K27, K28, K29, K30 FYV 12
12 COMMON YI(4100), IY(4100), PH(40), KMAX, NOPK, SLOPE, CONST FYV 13
13 DOUBLE PRECISION ALAB FYV 14
14 IF(K20, EW, 1) GO TO 500 FYV 15
15 IF(K20, EW, 2) GO TO 110 FYV 16
16 IF(K20, EW, 1) GO TO 110 FYV 17
17 XFL=F(0.5)*P(1) FYV 18
18 XFM=XFL+0.5*P(1) FYV 19
19 GO TO 501 FYV 20
20 500 CONTINUE FYV 21
21 XFL=FYL FYV 22
22 XFM=FYH FYV 23
23 501 CONTINUE FYV 24
24 IFL=0 FYV 25
25 IF=0 FYV 26
26 KFL=AFL+1.0 FYV 27
27 KFM=AFH FYV 28
28 IF(KFM, GT, 1.0) GO TO 400 FYV 29
29 IF(K20, NE, 0 ) GO TO 225 FYV 30
30 KFL=2 FYV 31
31 KFM=1 FYV 32
32 IFL=1 FYV 33
33 IF=1 FYV 34
34 GO TO 410 FYV 35
35 225 FYV=0.0 FYV 36
36 FYL=0.0 FYV 37
37 FYH=0.0 FYV 38
38 RETURN FYV 39
39 400 IF(XFL, GE, 1.0) GO TO 402 FYV 40
40 KFL=2 FYV 41
41 IFL=1 FYV 42
42 IF(XFM, LT, XMF) GO TO 410 FYV 43
43 KFM=AF-1 FYV 44
44 IF=1 FYV 45
45 GO TO 410 FYV 46
46 402 CONTINUE FYV 47
47 IF(XFL, GE, XMF) GO TO 225 FYV 48
48 IF(XFM, LT, XMF) GO TO 401 FYV 49
49 KFM=AF-1 FYV 50
50 IF=1 FYV 51
51 GO TO 410 FYV 52
52 410 CONTINUE FYV 53
53 AKFL=AFL FYV 54
54 AKFM=AFH FYV 55
55 IF(C(1), EQ, 1), AND, (YFIT(KFL-1), GT, 0.0) ) GO TO *11 FYV 56
56 FYL=YFIT(KFL)-(YFIT(KFL-1)+YFIT(KFL-1)-YFIT(KFL))*CXFL+AKFL FYV 57
57 GO TO *12 FYV 58
58 411 CONTINUE FYV 59
59 YL1=-LOG(YFIT(KFL)) FYV 60
60 YL2=-LOG(YFIT(KFL-1)) FYV 61
61 FYL=(YL1-YL2)/YL1*(KFL-AKFL) FYV 62
62 FYL=AKF*(FYL) FYV 63
63 412 CONTINUE FYV 64
64 IF(C(1), EQ, 1), AND, (YFIT(AFH+1), GT, 0.0) ) GO TO *13 FYV 65
65 FYH=YFIT(AFH)+(YFIT(AFH+1)-YFIT(AFH))*CXFH+AKFH FYV 66
66 GO TO *14 FYV 67
67 413 CONTINUE FYV 68
68 YH1=-LOG(YFIT(AFH)) FYV 68

```

```

FACOM 230-60   FORTRAN D -730801-   (V-05.L-01)   COMPILATION   74,11,14   PAGE 23

65      YH2=ALOG(YFIT(KFH+1))
66      FYH=YH1+(YH2-YH1)*(XFH-AKFH)
67      FYH=EXP(FYH)
68      420 CONTINUE
69      IF(KFH=KFL) 10,20,30
70      10 FYH=(FYH+FYH)*(XFH-XFL)*0.5
71      GO TO 50
72      20 FYH=(FYH+YFIT(KFL))*(AKFL-XFL)*0.5
73      1 *(FYH+YFIT(KFH))*(AFH-AKFH)*0.5
74      GO TO 30
75      30 FYH=(FYH+YFIT(KFL))*(AKFL-XFL)*0.5
76      1 *(FYH+YFIT(KFH))*(AFH-AKFH)*0.5
77      2 *(FYH+YFIT(KFL))*0.5+YFIT(KFH)*0.5
78      K=KFL
79      301 K=K+1
80      IF(K.GE.KFH) GO TO 302
81      FYH=FYH+YFIT(K)
82      GO TO 301
83      302 CONTINUE
84      50 CONTINUE
85      RETURN
86      110 CONTINUE
87      KX=XF
88      IF( (KX,LT,1).AND.(K24,NE,0) ) GO TO 225
89      IF(KX,LT,1) KX=1
90      IF(KX,GT,MXF) GO TO 225
91      IF(KX,EG,MXF) KX=MXF-1
92      KX=KX
93      FYH=YFIT(KX)+(YFIT(KX+1)-YFIT(KX))*(XF-XK)
94      FYD=YFIT(KX+1)-YFIT(KX)
95      FYH=FYD
96      RETURN
97      END
98      FYV 69
99      FYV 70
100     FYV 71
101     FYV 72
102     FYV 73
103     FYV 74
104     FYV 75
105     FYV 76
106     FYV 77
107     FYV 78
108     FYV 79
109     FYV 80
110     FYV 81
111     FYV 82
112     FYV 83
113     FYV 84
114     FYV 85
115     FYV 86
116     FYV 87
117     FYV 88
118     FYV 89
119     FYV 90
120     FYV 91
121     FYV 92
122     FYV 93
123     FYV 94
124     FYV 95
125     FYV 96
126     FYV 97
127     FYV 98
128     FYV 99
129     FYV 100
130     FYV 101

1      SUBROUTINE YFN(XF,FYV,FYL,FYH)
2      DIMENSION Y(100), X( 0: 1000), # (100), I(40), PG(40), GUM(100),YFN
3      IP(40), SP(40), VC(1000), DY(1000), BM(40, 41)
4      DIMENSION ALAB(12)
5      DIMENSION QDOOPL(40),Z(5)
6      COMMON N,IK,IW,M,IC,ITEST, IDUM,ROUM,IFR,IFG,IM,YT,TEST, NVAR,SSW
7      COMMON IUF,DET,ISW, JPLT,ISC
8      COMMON Y, X, #, I, PG, JOM, #, SP, YC, DY, BM, ALAB, Z, INTT, QDOOPL
9      COMMON NSETS,YFIT(2000),KAN,KSD,KK1,KK2
10     * K=K1
11     * KAF=XF,MPK,XMP,FHMMS,FHMM
12     1 * KX=KX+1,K20,K21,K22,K23,K24,K25,K26,K27,K28,K29,K30
13     COMMON YI(4100),YI(4100),PH(40),KMAX,NOUP,SLOPE,CONST
14     DOUBLE PRECISION ALAB
15     IF(K20,EG,1) GO TO 500
16     IF(K21,EG,2) GO TO 110
17     IF(K26,EG,1) GO TO 110
18     XFL=AF*0.5*P(1)
19     XFH=AP*0.5*P(1)
20     GO TO 501
21     500 CONTINUE
22     XFL=YFL
23     XFH=FYH
24     501 CONTINUE
25     IFL=0
26     IF=0
27     KFL=XFL+1.0
28     KFH=XFH
29     IF(KFH,GT,1.0) GO TO 400
30     IF(K24,NE,0 ) GO TO 225
31     KFL=2
32     KFH=1
33     IFL=1
34     IF=1
35     GO TO 410
36     225 FYV=0.0
37     FYL=0.0
38     FYH=0.0
39     RETURN
40     IF(KFL,GE,1.0) GO TO 402
41     KFL=0
42     IFL=1
43     IF(KFH,LT,AMF) GO TO 410
44     KFH=XFH-1
45     IF=1
46     GO TO 410
47     402 CONTINUE
48     IF(KAF,LE,XMF) GO TO 225
49     IF(KAF,LT,AMF) GO TO 401
50     KFH=XFH-1
51     IF=1
52     410 CONTINUE
53     401 AKFL=XFL
54     AKFH=XFH
55     IF( (IFL,EG,1).AND.(YFIT(KFL-1),GT,0.0) ) GO TO 411
56     FYL=YFIT(KFL)-(YFIT(KFL-1)-YFIT(KFL))*(XFL-AKFL)
57     GO TO 412
58     411 CONTINUE
59     YL1=ALOG(YFIT(KFL))
60     YL2=ALOG(YFIT(KFL-1))
61     FYL=YL1-(YL2-YL1)*(XFL-AKFL)
62     FYL=EXP(FYL)
63     412 CONTINUE
64     IFL( (IFL,EG,1).AND.(YFIT(KFH+1),GT,0.0) ) GO TO 413
65     FYH=YFIT(KFH)+(YFIT(KFH+1)-YFIT(KFH))*(XFH-AKFH)
66     GO TO 420
67     413 CONTINUE
68     YH1=ALOG(YFIT(KFH))
69     YH2=ALOG(YFIT(KFH+1))
70     FYH=YH1+(YH2-YH1)*(XFH-AKFH)
71     FYH=EXP(FYH)
72     420 CONTINUE
73     IF(KFH=KFL) 10,20,30
74     10 FYH=(FYH+FYH)*(XFH-XFL)*0.5
75     GO TO 50
76     20 FYH=(FYH+YFIT(KFL))*(AKFL-XFL)*0.5
77     1 *(FYH+YFIT(KFH))*(AFH-AKFH)*0.5
78     GO TO 30
79     30 FYH=(FYH+YFIT(KFL))*(AKFL-XFL)*0.5
80     1 *(FYH+YFIT(KFH))*(AFH-AKFH)*0.5
81     2 *(FYH+YFIT(KFL))*0.5+YFIT(KFH)*0.5
82     K=KFL
83     301 K=K+1
84     IF(K.GE.KFH) GO TO 302
85     FYH=FYH+YFIT(K)
86     GO TO 301
87     302 CONTINUE
88     50 CONTINUE
89     RETURN
90     110 CONTINUE
91     KX=XF
92     IF( (KX,LT,1).AND.(K24,NE,0) ) GO TO 225
93     IF(KX,LT,1) KX=1
94     IF(KX,GT,MXF) GO TO 225
95     IF(KX,EG,MXF) KX=MXF-1
96     KX=KX
97     FYH=YFIT(KX)+(YFIT(KX+1)-YFIT(KX))*(XF-XK)
98     FYD=YFIT(KX+1)-YFIT(KX)
99     FYH=FYD
100    RETURN
101    END
102    YFN 69
103    YFN 70
104    YFN 71
105    YFN 72
106    YFN 73
107    YFN 74
108    YFN 75
109    YFN 76
110    YFN 77
111    YFN 78
112    YFN 79
113    YFN 80
114    YFN 81
115    YFN 82
116    YFN 83
117    YFN 84
118    YFN 85
119    YFN 86
120    YFN 87
121    YFN 88
122    YFN 89
123    YFN 90
124    YFN 91
125    YFN 92
126    YFN 93
127    YFN 94
128    YFN 95
129    YFN 96
130    YFN 97
131    YFN 98
132    YFN 99
133    YFN 100
134    YFN 101

```

## Appendix D 標準スペクトルの内挿プログラム「INTASS」

## D.1 入力形式

(1) NS ( I 3 )

NS = 内挿する基準となる標準スペクトルの数

(2) ( ES(I), I = 1, NS ) ( 6 E 1 2 5 )

ES(I) = I 番目の標準スペクトルに対応する $\gamma$ 線エネルギー ( MeV )

(3) IS, ( IL(J), IH(J), J = 1, IS ) ( 2 4 I 3 )

IS = 内挿して作る標準スペクトルの数

IL(J), IH(J) = IL(J) 番目と IH(J) 番目の基準標準スペクトルを内挿して J 番目の内挿標準スペクトルを作る

(4) ( EP(J), J = 1, IS ) ( 6 E 1 2 5 )

EP(J) = 内挿して作る標準スペクトルに対応する $\gamma$ 線エネルギー ( MeV )

(5) CHNO, PKCH, FWHMS ( 3 E 1 2 5 )

CHNO = 基準標準スペクトルのチャンネル数

PKCH = 基準標準スペクトルのピーク位置 ( ch )

FWHMS = 基準標準スペクトルの半値幅 ( ch )

(6) ( F(I), I = 1, NCH ) ( 5 E 1 2 5 )

NCH = CHNO

F(I) = 内挿する基準となる標準スペクトル

(5), (6) を NS 回繰返す。

(7) プロッター用のタイトル

X軸タイトル ( 1 0 A 4 )

Y軸タイトル ( 1 0 A 4 )

グラフ表題 ( 1 0 A 4 )

IS 回繰返して読み込む。

## D.2 出力形式

(1) 基準となる標準スペクトル

NS 個の基準となる標準スペクトルが出力される。

チャンネル数は内挿して 201 に統一されている。

(2) 内挿された標準スペクトル

IS 個の内挿された標準スペクトルが出力される。出力はプリントアウトのみでなくプロッターおよびカードでも同時に出力される。カードの Format は「FIT-K」プログラムの入力形式に一致している。

D.3 Input Example for "INTAS"

```

2
0.662      1.332
1 1 2
0.898
C.11800E 03 0.71980E 02 0.23382E 02
0.75055E-02 0.75055E-02 0.75969E-02 0.73144E-02 0.74394E-02
0.74794E-02 0.74544E-02 0.75962E-02 0.77208E-02 0.78953E-02
0.82972E-02 0.85464E-02 0.85613E-02 0.86697E-02 0.88364E-02
0.90046E-02 0.90697E-02 0.93816E-02 0.98016E-02 0.10270E-01
0.10988E-01 0.11347E-01 0.11833E-01 0.12284E-01 0.12801E-01
0.13266E-01 0.13874E-01 0.14487E-01 0.15199E-01 0.15920E-01
0.16983E-01 0.17744E-01 0.20039E-01 0.21733E-01 0.23698E-01
0.25718E-01 0.27876E-01 0.30400E-01 0.34267E-01 0.39032E-01
0.44879E-01 0.51849E-01 0.60351E-01 0.70379E-01 0.81553E-01
0.93612E-01 0.10802E 00 0.12457E 00 0.14344E 00 0.16563E 00
0.19055E 00 0.21799E 00 0.25019E 00 0.28802E 00 0.32317E 00
0.36429E 00 0.40884E 00 0.45535E 00 0.50541E 00 0.55981E 00
0.60788E 00 0.66020E 00 0.71010E 00 0.75935E 00 0.80625E 00
0.8509E 00 0.8925E 00 0.92862E 00 0.95737E 00 0.97569E 00
0.98722E 00 0.98774E 00 0.98050E 00 0.96680E 00 0.94332E 00
0.91146E 00 0.87391E 00 0.82941E 00 0.77688E 00 0.72159E 00
0.66595E 00 0.60699E 00 0.54799E 00 0.48968E 00 0.43211E 00
0.37675E 00 0.3259E 00 0.27743E 00 0.23247E 00 0.19440E 00
0.16068E 00 0.1312E 00 0.10582E 00 0.84188E-01 0.66723E-01
0.51369E-01 0.39788E-01 0.30367E-01 0.22815E-01 0.17335E-01
0.13177E-01 0.9746E-02 0.7382E-02 0.52192E-02 0.38761E-02
0.27085E-02 0.18646E-02 0.13184E-02 0.97623E-03 0.68367E-03
0.45694E-03 0.34038E-03 0.21657E-03 0.15025E-03 0.11439E-03
0.11198E-04 0.33141E-04 0.68303E-05
0.96000E 02 0.98458E 02 0.19070E 02
0.96210E-02 0.96210E-02 0.98096E-02 0.95266E-02 0.97548E-02
0.10078E-01 0.10738E-01 0.11371E-01 0.11896E-01 0.12365E-01
0.12930E-01 0.12680E-01 0.12901E-01 0.12989E-01 0.13686E-01
0.14404E-01 0.13776E-01 0.14339E-01 0.14730E-01 0.15166E-01
0.15299E-01 0.20253E-01 0.21527E-01 0.22568E-01 0.24431E-01
0.26464E-01 0.28980E-01 0.31164E-01 0.34884E-01 0.38111E-01
0.42698E-01 0.44334E-01 0.53522E-01 0.60172E-01 0.67515E-01
0.78770E-01 0.91324E-01 0.10653E 00 0.12691E 00 0.14922E 00
0.17745E 00 0.20856E 00 0.24611E 00 0.28446E 00 0.32843E 00
0.38145E 00 0.43449E 00 0.49277E 00 0.55527E 00 0.61531E 00
0.68051E 00 0.74559E 00 0.80644E 00 0.86344E 00 0.91322E 00
0.95734E 00 0.98379E 00 0.99327E 00 0.98695E 00 0.97659E 00
0.94540E 00 0.90147E 00 0.84971E 00 0.78939E 00 0.72106E 00
0.65277E 00 0.57651E 00 0.50019E 00 0.42995E 00 0.36616E 00
0.30444E 00 0.25040E 00 0.20321E 00 0.16087E 00 0.12568E 00
0.97199E-01 0.72926E-01 0.53967E-01 0.38705E-01 0.28524E-01
0.19666E-01 0.13665E-01 0.89634E-02 0.62454E-02 0.42128E-02
0.28647E-02 0.17830E-02 0.13422E-02 0.94791E-03 0.7382E-03
0.46841E-03 0.34499E-03 0.28264E-02 0.22618E-03 0.96974E-04
0.3078E-04
(CHANNEL=PEAK CH./F/MIN)
5(N)/PEAK HEIGHT
898 KEV SPECTRUM FROM 662 AND 1332 KEV

```

D.4 Output Example for "INTAS"

```

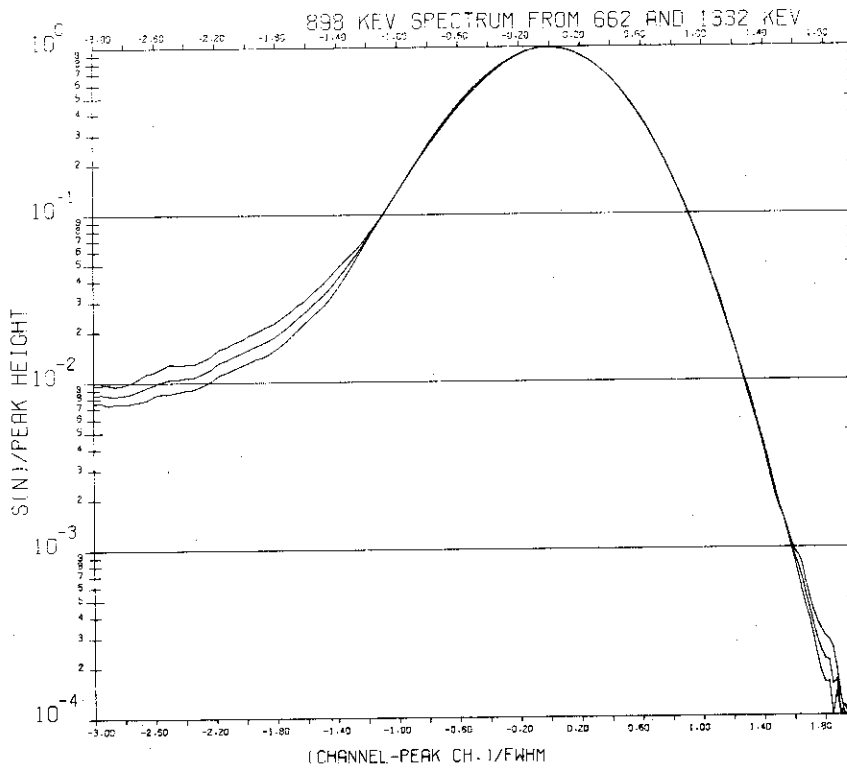
0.20100E 03 0.12100E 03 0.40000E 02 0.73804E-02 0.73418E-02
0.75025E-02 0.75897E-02 0.75934E-02 0.74458E-02 0.74684E-02
0.74746E-02 0.74604E-02 0.74787E-02 0.74698E-02 0.79036E-02
0.75225E-02 0.74244E-02 0.74988E-02 0.77698E-02 0.85578E-02
0.81545E-02 0.83609E-02 0.89096E-02 0.85411E-02 0.89876E-02
0.84111E-02 0.86679E-02 0.8782E-02 0.88934E-02 0.89679E-02
0.80440E-02 0.82782E-02 0.8284E-02 0.84286E-02 0.87078E-02
0.89043E-02 0.10244E-01 0.10698E-01 0.11026E-01 0.11230E-01
0.11442E-01 0.11775E-01 0.12041E-01 0.12319E-01 0.12619E-01
0.12690E-01 0.13169E-01 0.13331E-01 0.13556E-01 0.13996E-01
0.14282E-01 0.14710E-01 0.15177E-01 0.15712E-01 0.16360E-01
0.17050E-01 0.17788E-01 0.18685E-01 0.19717E-01 0.20686E-01
0.21704E-01 0.22443E-01 0.23999E-01 0.25175E-01 0.26374E-01
0.27599E-01 0.28998E-01 0.30702E-01 0.32782E-01 0.35356E-01
0.37470E-01 0.41342E-01 0.44872E-01 0.48777E-01 0.53160E-01
0.59115E-01 0.63905E-01 0.6952E-01 0.75919E-01 0.82561E-01
0.89606E-01 0.97169E-01 0.10565E 00 0.11486E 00 0.12480E 00
0.13249E 00 0.14730E 00 0.16023E 00 0.17411E 00 0.18809E 00
0.20430E 00 0.22122E 00 0.23983E 00 0.25985E 00 0.28087E 00
0.30203E 00 0.32428E 00 0.34795E 00 0.37290E 00 0.39983E 00
0.42947E 00 0.45298E 00 0.48205E 00 0.51135E 00 0.54072E 00
0.57070E 00 0.60127E 00 0.63207E 00 0.66235E 00 0.69163E 00
0.72400E 00 0.75887E 00 0.77766E 00 0.80645E 00 0.83090E 00
0.85657E 00 0.88136E 00 0.90391E 00 0.92434E 00 0.94321E 00
0.95860E 00 0.96959E 00 0.97925E 00 0.98588E 00 0.98841E 00
0.98781E 00 0.98409E 00 0.97874E 00 0.97135E 00 0.96028E 00
0.94548E 00 0.92855E 00 0.90902E 00 0.88765E 00 0.86441E 00
0.83780E 00 0.80827E 00 0.77717E 00 0.74444E 00 0.71278E 00
0.68036E 00 0.64640E 00 0.61188E 00 0.57735E 00 0.54299E 00
0.50885E 00 0.47382E 00 0.43820E 00 0.40802E 00 0.37828E 00
0.34441E 00 0.31710E 00 0.28865E 00 0.26096E 00 0.23530E 00
0.21227E 00 0.19080E 00 0.17082E 00 0.15232E 00 0.13526E 00
0.11940E 00 0.10525E 00 0.92118E-01 0.80678E-01 0.70443E-01
0.60654E-01 0.52084E-01 0.44934E-01 0.38591E-01 0.32977E-01
0.27988E-01 0.23716E-01 0.20157E-01 0.17162E-01 0.14660E-01
0.12322E-01 0.10335E-01 0.84479E-02 0.74722E-02 0.6072E-02
0.50392E-02 0.42436E-02 0.34827E-02 0.28288E-02 0.22930E-02
0.18375E-02 0.15486E-02 0.12800E-02 0.10448E-02 0.8539E-03
0.68498E-03 0.53827E-03 0.44215E-03 0.37437E-03 0.29259E-03
0.22585E-03 0.17942E-03 0.15736E-03 0.15872E-03 0.7566E-04
0.1362E-03 0.44991E-04 0.11582E-03 0.38639E-04 0.63955E-04
0.52520E-06
0.20100E 03 0.12100E 03 0.40000E 02 0.98004E-02 0.97314E-02
0.96210E-02 0.98210E-02 0.98496E-02 0.97658E-02 0.98894E-02
0.95746E-02 0.94707E-02 0.94900E-02 0.97658E-02 0.98894E-02
0.10088E-01 0.10404E-01 0.10716E-01 0.11054E-01 0.11332E-01
0.11642E-01 0.11638E-01 0.11942E-01 0.12256E-01 0.12620E-01
0.12875E-01 0.12819E-01 0.12700E-01 0.12743E-01 0.12853E-01
0.12656E-01 0.12837E-01 0.13021E-01 0.13386E-01 0.13721E-01
0.14008E-01 0.14450E-01 0.14798E-01 0.15794E-01 0.16016E-01
0.16342E-01 0.16814E-01 0.17269E-01 0.17624E-01 0.18018E-01
0.18744E-01 0.19080E-01 0.19529E-01 0.19984E-01 0.2059E-01
0.21169E-01 0.21658E-01 0.22123E-01 0.22405E-01 0.23683E-01
0.24288E-01 0.25220E-01 0.26567E-01 0.27798E-01 0.28944E-01
0.29837E-01 0.31010E-01 0.32783E-01 0.34529E-01 0.35958E-01
0.37599E-01 0.39521E-01 0.41736E-01 0.44295E-01 0.46985E-01
0.49574E-01 0.52194E-01 0.54983E-01 0.57962E-01 0.61029E-01
0.64332E-01 0.68554E-01 0.73819E-01 0.79352E-01 0.85099E-01
0.91385E-01 0.98090E-01 0.10579E 00 0.11513E 00 0.12302E 00
0.13496E 00 0.14889E 00 0.16529E 00 0.18219E 00 0.19816E 00
0.21070E 00 0.21718E 00 0.24433E 00 0.25233E 00 0.27121E 00
0.29076E 00 0.31131E 00 0.33413E 00 0.35933E 00 0.38486E 00
0.40972E 00 0.43580E 00 0.46304E 00 0.49046E 00 0.51922E 00
0.54854E 00 0.57767E 00 0.60747E 00 0.63828E 00 0.66940E 00
0.70083E 00 0.73181E 00 0.76166E 00 0.79056E 00 0.81874E 00
0.84781E 00 0.87096E 00 0.89441E 00 0.91748E 00 0.93970E 00
0.95836E 00 0.97321E 00 0.98433E 00 0.98160E 00 0.99497E 00
0.9834E 00 0.98954E 00 0.98619E 00 0.97899E 00 0.96677E 00
0.95122E 00 0.93255E 00 0.91155E 00 0.88836E 00 0.86361E 00
0.83959E 00 0.80832E 00 0.77721E 00 0.74464E 00 0.71263E 00
0.68065E 00 0.64628E 00 0.61002E 00 0.57339E 00 0.53638E 00
0.50070E 00 0.46641E 00 0.43555E 00 0.40284E 00 0.3728E 00
0.34213E 00 0.31320E 00 0.28594E 00 0.26032E 00 0.23662E 00
0.21414E 00 0.19238E 00 0.17202E 00 0.15345E 00 0.13659E 00
0.12133E 00 0.11075E 00 0.99732E 00 0.89369E-01 0.79661E-01
0.62472E-01 0.53878E-01 0.45829E-01 0.39227E-01 0.34171E-01
0.29381E-01 0.24664E-01 0.20667E-01 0.17477E-01 0.14660E-01
0.11988E-01 0.98147E-02 0.82165E-02 0.69177E-02 0.57983E-02
0.48165E-02 0.34100E-02 0.31329E-02 0.25354E-02 0.20756E-02
0.17547E-02 0.15418E-02 0.13330E-02 0.11104E-02 0.95984E-03
0.8814E-03 0.74406E-03 0.63833E-03 0.49320E-03 0.41339E-03
0.36065E-03 0.32531E-03 0.29566E-03 0.28322E-03 0.27474E-03
0.16348E-03 0.14009E-03 0.11690E-04 0.47909E-04 0.26242E-04
0.14424E-04

```

U.29100E-03	U.12100E-03	D.40000E-02	C.84358E-02	U.83839E-02
U.44281E-02	U.84703E-02	D.45117E-02	C.84576E-02	U.85244E-02
U.46286E-02	U.48357E-02	D.90145E-02	C.92022E-02	U.93988E-02
U.93769E-02	U.97900E-02	Q.10008E-01	C.10161E-01	U.10329E-01
U.10471E-01	U.10490E-01	Q.10492E-01	C.10572E-01	U.10613E-01
U.10984E-01	U.10717E-01	Q.10899E-01	C.11174E-01	U.11438E-01
U.11119E-01	U.12078E-01	Q.12652E-01	C.13088E-01	U.13317E-01
U.13607E-01	U.13473E-01	Q.14321E-01	C.14632E-01	U.14973E-01
U.15176E-01	U.15743E-01	Q.16160E-01	C.16528E-01	U.16657E-01
U.17245E-01	U.17740E-01	Q.18206E-01	C.18800E-01	U.19535E-01
U.20337E-01	U.21148E-01	Q.22122E-01	C.23241E-01	U.24296E-01
U.25231E-01	U.26405E-01	Q.27830E-01	C.29554E-01	U.30553E-01
U.31377E-01	U.33587E-01	Q.35514E-01	C.37854E-01	U.40427E-01
J.43143E-01	U.46075E-01	Q.44281E-01	C.52783E-01	U.56603E-01
U.60226E-01	U.65763E-01	Q.71413E-01	C.77416E-01	U.85088E-01
U.90249E-01	U.97871E-01	Q.10571E-01	C.11498E-01	U.12490E-01
U.12226E-00	U.13666E-00	Q.15948E-00	C.17323E-00	U.18770E-00
U.29712E-00	U.31462E-00	Q.34193E-00	C.35657E-00	U.27666E-00
U.41860E-00	U.40549E-00	Q.47376E-00	C.36698E-00	U.39271E-00
U.56109E-00	U.59098E-00	Q.62134E-00	C.50246E-00	U.53147E-00
U.71186E-00	U.74335E-00	Q.77038E-00	C.65185E-00	U.80193E-00
U.85386E-00	U.87682E-00	Q.89977E-00	C.79850E-00	U.82560E-00
U.98500E-00	U.97134E-00	Q.98147E-00	C.92135E-00	U.94188E-00
U.98009E-00	U.98647E-00	Q.98199E-00	C.98837E-00	U.99127E-00
U.94277E-00	U.93121E-00	Q.90995E-00	C.97444E-00	U.96311E-00
U.89743E-00	U.80839E-00	Q.77179E-00	C.88746E-00	U.86344E-00
U.68087E-00	U.44639E-00	Q.63107E-00	C.74641E-00	U.71271E-00
U.50200E-00	U.47115E-00	Q.43788E-00	C.57542E-00	U.54003E-00
U.34455E-00	U.31540E-00	Q.29747E-00	C.40578E-00	U.37402E-00
U.21508E-00	U.19149E-00	Q.17134E-00	C.26368E-00	U.23588E-00
U.15035E-00	U.10628E-00	Q.93185E-01	Q.15282E-00	U.13742E-00
U.61418E-01	U.52687E-01	Q.45328E-01	C.38476E-01	U.71004E-01
U.28546E-01	U.24129E-01	Q.20379E-01	C.38476E-01	U.33473E-01
U.12143E-01	U.10118E-01	Q.85720E-02	C.17299E-01	U.14600E-01
U.46415E-02	U.40492E-02	Q.33327E-02	C.72304E-02	U.59530E-02
U.18012E-02	U.15436E-02	Q.23031E-02	C.26441E-02	U.21756E-02
U.78076E-03	U.64482E-03	Q.51898E-03	C.10744E-02	U.89840E-03
U.28405E-03	U.24304E-03	Q.21767E-03	Q.42619E-03	U.34614E-03
U.14311E-03	U.87102E-04	Q.10094E-03	C.21301E-03	U.15376E-03
U.41205E-05			Q.42642E-04	U.15059E-04

FT957W  
 DIVIDE CHECK ERR AT (37473)  
 CHANNEL-PEAK CH.1/FWHM  
 SIN./PEAK HEIGHT  
 888 KEV SPECTRUM FROM 662 AND 1332 KEV  
 AAAA 1 204 1 0 0  
 AAAA 2 204 1 0 0  
 AAAA 3 204 1 0 0

\* END OF FORTRAN \*





```

1      DIMENSION S(1000),X(1000),F(1000),XF(1000)
2      DIMENSION SN(20,500),ES(20),IL(20),IM(20),EP(20),SS(>00)
3      DIMENSION XM(300),YM(300)
4      100 FORMAT(5E12,5)
5      110 FORMAT(24(13))
6      111 FORMAT(5E12,5)
7      112 FORMAT(6E12,5)
8      200 FORMAT(1M1+20K,5E17,5)
9      201 FORMAT(21X,5E17,5)
10     202 FORMAT(5E12,5)
11     210 FORMAT(11M1+10K,5E17,5)
12     211 FORMAT(11X,5E17,5)
13     READ(5,110) NS
14     READ(5,112) (ES(I),I=1,NS)
15     READ(5,110) IS=(IL(J),IM(J),J=1,IS)
16     READ(5,112) (EP(J),J=1,IS)
17     DO 500 K=1,NS
18     1000 READ(5,100,END=2000) CHNO,PKCH,FWHMS
19     NCH=CHNO
20     READ(5,100) (F(I),I=1,NCH)
21     DO 300 I=1,NCH
22     X1=I
23     XF(I)=(X1-PKCH)/FWHMS
24     300 CONTINUE
25     XF(1)=-3.0
26     XF(NCH)=2.0
27     ID=0
28     I=1
29     NMAX=201
30     XNM=NMAX
31     FWHM=(XNM-1.0)/5.0
32     PEAK=FWHM*3.0+1.0
33     S(1)=F(1)
34     DO 400 N=1,NMAX
35     XNM=N
36     X(N)=(XN-1.0)/FWHM-3.0
37     IF(X(N),GT,XF(2)) GO TO 410
38     S(N)=F(2)
39     SN(K,N)=S(N)
40     GO TO 400
41     410 IF(X(N),LT,XF(NCH-1)) GO TO 421
42     I=NCH-1
43     GO TO 430
44     420 I=I+1
45     421 CONTINUE
46     IF(X(N),LE,XF(I)) GO TO 430
47     GO TO 420
48     430 CONTINUE
49     IF(I,EW,10) GO TO 440
50     ID=I
51     X1=XF(I-1)
52     X2=XF(I)
53     X3=XF(I+1)
54     IF(F(I-1),LE,0.0) GO TO 450
55     IF(F(I))LE,0.0) GO TO 450
56     IF(F(I+1),LE,0.0) GO TO 450
57     Y1=(F(I-1))
58     Y2=(F(I))
59     Y3=(F(I+1))
60     Y1=ALOG(F(I-1))
61     Y2=ALOG(F(I))
62     Y3=ALOG(F(I+1))
63     A=Y1
64     B=Y2-Y1
65     C=(Y3-Y2*2.0+Y1)/2.0
66     440 DEL=(X(N)-X1)/(X2-X1)
67     YN=A+B*DEL+C*DEL+D*DEL-1.0)
68     S(N)=YN
69     SN(N)=EXP(YN)
70     SN(K,N)=S(N)
71     GO TO 400
72     450 Z1=FWHM*0.6005612
73     Z2=XN-PEAK
74     Z3=(Z2/Z1)**2
75     S(N)=EXP(-Z3)
76     SN(K,N)=S(N)
77     400 CONTINUE
78     WRITE(6,200) XNM,PEAK,FWHM
79     WRITE(6,201) (S(N),N=1,NMAX)
80     500 CONTINUE
81     IMAX3=NMAX+3
82     WITHX=250.0
83     WITHY=220.0
84     RATIOX=1.0E30
85     RATIOY=1.0E30
86     RATIOV=1.0
87     IP=1
88     IST=0
89     MSCALE=0
90     N1=0
91     DO 600 J=1,IS
92     I1=IL(J)
93     I2=IM(J)
94     E1=ALOG(ES(I1))
95     E2=ALOG(ES(I2))
96     EX=ALOG(EP(J))
97     DO 610 N=1,NMAX
98     XNM=N
99     Y1=SN(I1,N)
100    Y2=SN(I2,N)
101    IF(Y1-LE,0.0) GO TO 620
102    IF(Y2-LE,0.0) GO TO 620
103    YA=Y1+(Y2-Y1)/(E2-E1)*(EX-E1)
104    Y1=ALOG(Y1)
105    Y2=ALOG(Y2)
106    S(N)=EXP(YA)
107    SN(N)=YA
108    GO TO 610
109    620 Z1=FWHM*0.6005612
110    Z2=XN-PEAK
111    Z3=(Z2/Z1)**2
112    S(N)=EXP(-Z3)
113    610 CONTINUE
114    WRITE(6,200) XNM,PEAK,FWHM
115    WRITE(6,201) (S(N),N=1,NMAX)
116    WRITE(7,202) XNM,PEAK,FWHM
117    WRITE(7,202) (S(N),N=1,NMAX)
118    DC 630 L=1,3
119    DC 640 N=1,NMAX
120    IF(CL,EW,1) YM(N)=S(N)
121    IF(CL,EW,2) YM(N)=SN(I1,N)
122    IF(CL,EW,3) YM(N)=SN(I2,N)
123    IF(CYM(N),GT,1.0) YM(N)=1.0
124    IF(CYM(N),LT,1.0E-4) YM(N)=1.0E-4
125    XM(N)=X(N)
126    640 CONTINUE
127    IFLT=1
128    IF(FL,RE,1) IFLT=0
129    CALL PLOT(IPLT,IMAX3,XM,YM,WITHX,WITHY,IP,NP,IST,NLUG,NLOGCY,
130    *XWIDE,YWIDE,IXMIN,IYMIN,AX1,AX2,AY1,AY2,MSCALE,RATIOX,RATIOY)
131    630 CONTINUE
132    600 CONTINUE
133    CALL PLOT(0,0,1999)
134    STOP
135    END

```

## Appendix E 核分裂生成物の生成量計算プログラム「FP-BU」

このプログラムは核分裂生成物の生成量計算プログラム「FP-S」を改良したものであり、Fig. 6.3.1 に示されている燃焼率測定に関係のある38核種のみを対称とし、その生成量の中性子捕獲による壊変を考慮に入れて計算するものである。崩壊系列も Fig. 6.3.1 に示されている通りである。

## E.1 入力形式

## I. 核データ

- (1) ( GAMMA(N), N=1, NMAX ) ( 6 E 1 2.6 )  
NMAX = 核種数 = 38  
GAMMA(N) = 独立核分裂収率(%)
- (2) ( RAMDA(N), N=1, NMAX ) ( 6 E 1 2.6 )  
RAMDA(N) = 崩壊定数(1/sec)
- (3) ( SIGC(N), N=1, NMAX ) ( 6 E 1 2.6 )  
SIGC(N) = 中性子捕獲断面積(barn)
- (4) N1, J1, PHAI(N1, J1), ....., N5, J5, PHAI(N5, J5)  
( 5 ( 2 I 4, F 8.4 ) )  
PHAI(N1, J1) = N1核種の生成量を計算する為の崩壊系列に於けるJ1番目の分岐比の値
- (5) 中性子捕獲を考慮に入れた崩壊系列  
( INC(M, N), M=1, 6 ), NTYPE(N) ( 7 I 6 )  
核種数(=38)回繰返し読み込む
- (6)  $\beta$ 崩壊のみ考慮した崩壊系列  
( JNC(M, N), M=1, 6 ), JTYPE(N) ( 7 I 6 )  
核種数(=38)回繰返し読み込む
- (7) ( ELM(N), N=1, NMAX ) ( 1 0 A 6 )  
ELM(N) = 核種名

## II. 計算条件指定データ

- (1) I CASE ( I 6 )  
計算ケース数
- (2) ( THEME(I), I=1, 18 ) ( 1 8 A 4 )  
タイトルカード
- (3) ITB, IT, INDT, INIT, FLX ( 4 I 5, E 1 2.5 )  
ITB = 照射と冷却の通算回数(  $\leq 500$  )  
IT = 各FPの生成量を計算し出力する回数(  $\leq 500$  )  
INDT = 0  
INIT = 0

FLX = 中性子束 ( n / cm<sup>2</sup> / sec )

(4) (TBIN(I, J), J = 1, 4), PWR(I) (5 E 1 0.5)

ITB 回繰返し読み込む

TBIN(I, J) = 照射時間または冷却時間

TBIN(I, 1) = day 単位

TBIN(I, 2) = hr 単位

TBIN(I, 3) = min 単位

TBIN(I, 4) = sec 単位

照射, 冷却の境界時間 ( sec ) は次式で与えられる

$$TBND(I) = TBND(I-1) + [ \{ TBIN(I, 1) \times 24 + TBIN(I, 2) \} \times 60 \\ + TBIN(I, 3) ] \times 60 + TBIN(I, 4)$$

PWR(I) = 出力 ( W )

(5) (TMIN(I, J), J = 1, 4) (4 E 1 0.5)

IT 枚読み込む

TMIN(I, J) = 各 FP の生成量を計算し出力する時間, サフィックス J の意味は

TBIN(I, J) の場合と同じ

(2) にもどって次のケースの入力データを読み込む

計算ケース毎に変化するのには主に II の計算条件指定データであり, I の核データはあまり変化しない。ただし, 今回 I で与えられているのは燃焼率測定に関係のある核種のみであり, 特に <sup>95</sup>Zr, <sup>95m</sup>Nb, <sup>95</sup>Nb, <sup>106</sup>Ru, <sup>106</sup>Rh, <sup>134</sup>Cs, <sup>137</sup>Cs, <sup>144</sup>Ce, <sup>144</sup>Pr の合計 9 核種の生成量が充分な精度で計算できることをめざしたものである点に注意する必要がある。

## E.2 出力形式

(1) インプットデータのリスト

II の計算条件指定データが出力される

(2) 各核種の崩壊定数, 核分裂収率, 崩壊型式

(3) 各核種の原子数および放射能 ( C<sub>i</sub> )

(4) 取扱った核種の全原子数および全放射能 ( C<sub>i</sub> )

JAERI-M 5947

E.3 Input Example for "FP-BU"

```

.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8
6.4128 +0 8.7813 -7 6.4540 +0 6.5028 +0 2.5500 -4 2.5451 -4
8.8999 -7 9.4731 -1 0.0 3.9096 -1 8.2910 -8 7.9934 -7
6.7658 +0 0.0 1.4300 -0 1.4300 -5 6.7233 -0 2.7920 -3
5.8230 -0 6.1221 +0 6.7770 -3 2.1300 -4 5.9390 +0 2.8890 -1
8.2088 -0 6.2328 +0 3.8872 +0 3.4821 -2 7.1300 -2 3.4456 +0
3.6200 -0 3.6201 -0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 7.1939 0.0 0.12342 -6 0.21394 -5 0.22922 -6
0.14653 -13 0.0 0.0 0.21860 -7 0.23105 -1 0.0
0.0 0.43365 -4 0.0 0.20928 -4 0.73265 -14
0.15223 -0 0.0 0.10722 -7 0.0 0.29622 -2 0.73265 -9
0.0 0.0 0.61712 -0 0.0 0.0 0.25248 -7
0.45304 -2 0.0 0.58346 -4 0.54989 -6 0.0 0.0
0.66777 -3 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0892 0.973 0.0 0.0 0.0
+0.53 0.0 0.0 0.257 0.0 0.0 0.0
0.0 0.680 0.0 0.0 0.0 +6 14.1
176.6 52.0 129.5 0.0 0.0 0.140
0.0 0.192 3.24 0.0 0.0 0.0 1.14
0.0 0.0 9.60 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
5 1 0.02 6 1 0.02 2 0.98 25 1 0.935 26 1 0.062
1 1 1001
2 2 1002
3 3 1003
4 4 1004
5 5 1005
6 6 1006
7 7 1007
8 8 1008
9 9 1009
10 10 1010
11 11 1011
12 12 1012
13 13 1013
14 14 1014
15 15 1015
16 16 1016
17 17 1017
18 18 1018
19 19 1019
20 20 1020
21 21 1021
22 22 1022
23 23 1023
24 24 1024
25 25 1025
26 26 1026
27 27 1027
28 28 1028
29 29 1029
30 30 1030
31 31 1031
32 32 1032
33 33 1033
34 34 1034
35 35 1035
36 36 1036
37 37 1037
38 38 1038
39 39 1039
40 40 1040
41 41 1041
42 42 1042
43 43 1043
44 44 1044
45 45 1045
46 46 1046
47 47 1047
48 48 1048
49 49 1049
50 50 1050
51 51 1051
52 52 1052
53 53 1053
54 54 1054
55 55 1055
56 56 1056
57 57 1057
58 58 1058
59 59 1059
60 60 1060
61 61 1061
62 62 1062
63 63 1063
64 64 1064
65 65 1065
66 66 1066
67 67 1067
68 68 1068
69 69 1069
70 70 1070
71 71 1071
72 72 1072
73 73 1073
74 74 1074
75 75 1075
76 76 1076
77 77 1077
78 78 1078
79 79 1079
80 80 1080
81 81 1081
82 82 1082
83 83 1083
84 84 1084
85 85 1085
86 86 1086
87 87 1087
88 88 1088
89 89 1089
90 90 1090
91 91 1091
92 92 1092
93 93 1093
94 94 1094
95 95 1095
96 96 1096
97 97 1097
98 98 1098
99 99 1099
100 100 1100
ZR 93 NB 93 ZR 94 NB 95 NB 95NB 95 MG 95 RUI05 ASTAN RUI06
RH106 PD106 AE133 CS133 CE134 MA134 AE135 CS135 MA135 AE136
CS136 MA136 AE137 CS137 MA137MA137 CE138 MA138 MA138 CE139
MA144 ND144 DM 95 DM106 DM134 DM137 DM144 AE136
JRR= MONTHLY HISTORY
50 3 0 0-2.0 +10 3.3
30.0 13.0
31.0 0.0
30.0 0.0
30.0 41.03
31.0 20.23
30.0 34.50
31.0 39.65
31.0 55.44
28.0 120.90
31.0 65.1
30.0 114.7
31.0 127.5
30.0 100.4
31.0 1.9
31.0 73.6
30.0 48.7
31.0 47.4
30.0 20.5
31.0 90.2
31.0 117.3
28.0 179.7
31.0 10.6
30.0 133.9
31.0 142.3
30.0 221.5
31.0 187.9
30.0 48.2
31.0 90.6
30.0 139.9
31.0 144.0
30.0 44.4
31.0 49.3
29.0 125.7
31.0 0.0
30.0 0.0
31.0 12.4
30.0 153.2
31.0 89.6
30.0 53.7
31.0 133.0
30.0 99.0
31.0 73.4
30.0 25.3
31.0 179.2
28.0 187.0
31.0 130.5
30.0 112.8
31.0 139.6
6.0
3000.0
1467.0
1989.0
2019.0

```

JAERI-M 5947

E.4 Output Example for "FP-BU"

```

** INPUT DATA ** ( 8.4128 +0 8.7911 -7 6.4540 +0 6.5028 +0 2.5500 -4 2.5451 -4
** INPUT DATA ** ( 8.8999 -7 9.4731 -1 0.0 3.9096 -1 8.2010 -6 7.9934 -7
** INPUT DATA ** ( 6.7658 +0 0.0 1.4300 -5 1.4300 -5 6.7233 +0 2.7920 -3
** INPUT DATA ** ( 5.8230 -6 6.1221 +0 6.7770 -3 2.1300 -4 5.9390 +0 2.8890 +1
** INPUT DATA ** ( 8.2088 -4 8.2324 -4 5.8872 +0 3.4821 -2 7.1300 -2 5.4456 +0
** INPUT DATA ** ( 3.6200 -3 3.8001 -5 0.0 0.0 0.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 0.0 7.1439 0.0 0.12342 +0 0.21394 -5 0.22922 -6
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.43365 -4 0.0 0.21860 -7 0.23105 -1 0.0
** INPUT DATA ** ( 0.15223 -5 0.0 0.10722 -7 0.0 0.20928 -4 0.73265 -14
** INPUT DATA ** ( 0.0 3.0 0.0 0.61712 -6 0.0 0.29622 -2 0.73265 -9
** INPUT DATA ** ( 0.45304 -2 0.0 0.58344 -5 0.58989 -6 0.0 0.28248 -7
** INPUT DATA ** ( 0.66777 -3 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.0 0.0892 0.973 0.0 0.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.880 0.0 0.257 0.0 0.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 176.0 22.0 129.0 0.0 2.44 +6 14.1 0.0
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.192 3.24 0.0 0.0 0.0 0.140
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.0 9.60 0.0 0.0 0.0 1.16
** INPUT DATA ** ( 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 5 1 0.02 6 1 0.02 6 2 0.98 25 1 0.935 26 1 0.065
** INPUT DATA ** ( 1 1001
** INPUT DATA ** ( 2 2
** INPUT DATA ** ( 1 3 3
** INPUT DATA ** ( 1 3 4 3
** INPUT DATA ** ( 1 3 4 5 6 15
** INPUT DATA ** ( 7 1006
** INPUT DATA ** ( 8 1
** INPUT DATA ** ( 9 1008
** INPUT DATA ** ( 8 10 2
** INPUT DATA ** ( 8 10 11 3
** INPUT DATA ** ( 17 1011
** INPUT DATA ** ( 13 1
** INPUT DATA ** ( 13 14 2
** INPUT DATA ** ( 13 14 15 3
** INPUT DATA ** ( 16 1015
** INPUT DATA ** ( 17 1
** INPUT DATA ** ( 17 18 2
** INPUT DATA ** ( 19 1018
** INPUT DATA ** ( 17 20 2
** INPUT DATA ** ( 17 18 21 3
** INPUT DATA ** ( 22 1021
** INPUT DATA ** ( 17 20 23 3
** INPUT DATA ** ( 17 18 20 21 23 24 4
** INPUT DATA ** ( 17 18 20 21 23 24 5
** INPUT DATA ** ( 26 1025
** INPUT DATA ** ( 27 1
** INPUT DATA ** ( 27 28 2
** INPUT DATA ** ( 29 1028
** INPUT DATA ** ( 27 30 2
** INPUT DATA ** ( 27 30 31 3
** INPUT DATA ** ( 32 1031
** INPUT DATA ** ( 33 1004
** INPUT DATA ** ( 34 1010
** INPUT DATA ** ( 33 1015
** INPUT DATA ** ( 36 1024
** INPUT DATA ** ( 37 1030
** INPUT DATA ** ( 38 1013
** INPUT DATA ** ( 1 1
** INPUT DATA ** ( 2 1001
** INPUT DATA ** ( 3 2000
** INPUT DATA ** ( 4 1
** INPUT DATA ** ( 4 5 2
** INPUT DATA ** ( 4 5 6 12
** INPUT DATA ** ( 7 1006
** INPUT DATA ** ( 8 1
** INPUT DATA ** ( 9 1008
** INPUT DATA ** ( 10 1
** INPUT DATA ** ( 10 11 2
** INPUT DATA ** ( 12 1011
** INPUT DATA ** ( 13 1
** INPUT DATA ** ( 14 1013
** INPUT DATA ** ( 15 1
** INPUT DATA ** ( 16 1015
** INPUT DATA ** ( 17 1
** INPUT DATA ** ( 17 18 2
** INPUT DATA ** ( 19 1018
** INPUT DATA ** ( 20 2000
** INPUT DATA ** ( 21 1
** INPUT DATA ** ( 22 1021
** INPUT DATA ** ( 23 1
** INPUT DATA ** ( 23 24 2
** INPUT DATA ** ( 23 24 25 3
** INPUT DATA ** ( 26 1024
** INPUT DATA ** ( 27 1
** INPUT DATA ** ( 27 28 2
** INPUT DATA ** ( 29 1028
** INPUT DATA ** ( 30 1
** INPUT DATA ** ( 30 31 2
** INPUT DATA ** ( 32 1031
** INPUT DATA ** (LR 93 NB 93 ZR 94 ZR 95 NB 95MB 95 MC 95 RUI05 XSTAB RUI06
** INPUT DATA ** (NM106 PD106 AE133 CS133 CE134 BA134 XE135 CS135 BA135 XE136
** INPUT DATA ** (CS136 BA136 XE137 CS137 BA137MB137 CE143 PR143 ND143 CE144
** INPUT DATA ** (PH144 ND144 DM 95 DM106 DM134 DM137 DM144 XE144
** INPUT DATA ** ( 1
** INPUT DATA ** (JNE= MONTHLY HISTORY
** INPUT DATA ** ( 50 3 0 0=2.0 +10
** INPUT DATA ** ( 30.0 3.3
** INPUT DATA ** ( 31.0 13.0
** INPUT DATA ** ( 31.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 30.0 2.3
** INPUT DATA ** ( 31.0 41.03
** INPUT DATA ** ( 30.0 20.23
** INPUT DATA ** ( 31.0 34.50
** INPUT DATA ** ( 31.0 39.65
** INPUT DATA ** ( 28.0 55.44
** INPUT DATA ** ( 31.0 120.90
** INPUT DATA ** ( 30.0 65.11
** INPUT DATA ** ( 31.0 114.7
** INPUT DATA ** ( 30.0 127.5
** INPUT DATA ** ( 31.0 100.4
** INPUT DATA ** ( 31.0 1.9
** INPUT DATA ** ( 30.0 73.8
** INPUT DATA ** ( 31.0 48.7
** INPUT DATA ** ( 30.0 47.4
** INPUT DATA ** ( 31.0 20.5
** INPUT DATA ** ( 31.0 90.7
** INPUT DATA ** ( 28.0 117.3
** INPUT DATA ** ( 31.0 179.7
** INPUT DATA ** ( 30.0 10.6
** INPUT DATA ** ( 31.0 135.9
** INPUT DATA ** ( 30.0 182.3
** INPUT DATA ** ( 31.0 221.5
** INPUT DATA ** ( 31.0 187.9
** INPUT DATA ** ( 30.0 48.2
** INPUT DATA ** ( 31.0 90.6
** INPUT DATA ** ( 30.0 139.9
** INPUT DATA ** ( 31.0 144.0
** INPUT DATA ** ( 31.0 44.6
** INPUT DATA ** ( 29.0 49.3
** INPUT DATA ** ( 31.0 125.7
** INPUT DATA ** ( 30.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 31.0 0.0
** INPUT DATA ** ( 30.0 12.6
** INPUT DATA ** ( 31.0 153.2
** INPUT DATA ** ( 31.0 89.6
** INPUT DATA ** ( 30.0 21.7
** INPUT DATA ** ( 31.0 133.0
** INPUT DATA ** ( 30.0 99.0
** INPUT DATA ** ( 31.0 73.6
** INPUT DATA ** ( 31.0 25.3
** INPUT DATA ** ( 28.0 174.2
** INPUT DATA ** ( 31.0 167.0
** INPUT DATA ** ( 30.0 130.5
** INPUT DATA ** ( 31.0 112.8
** INPUT DATA ** ( 6.0 159.6
** INPUT DATA ** ( 3000.0
** INPUT DATA ** ( 1447.0
** INPUT DATA ** ( 1989.0
** INPUT DATA ** ( 2019.0

```

JRR-4 MONTHLY HISTORY

INPUT DATA

IRRADIATION AND COOLING TIME

Table with columns for time intervals (e.g., 3.000E 01-DAY 0.0), units (e.g., -HOUR 0.0, -MIN 0.0, -SEC 3.30000E 00 WATT), and power levels.

OUTPUT TIME

JRR-4 MONTHLY HISTORY

TABLE OF DECAY-CONSTANT AND FISSION-YIELD

Table with columns: ELEMENT, DECAY CONST. (1/SECOND), YIELD, TYPE, ELEMENT, DECAY CONST. (1/SECOND), YIELD, TYPE. Lists various isotopes and their decay characteristics.

JRR-4 MONTHLY HISTORY

OUTPUT TIME --- 1.467E 03-DAY 0.0

Table with columns: ELEMENT, NUMBER DENSITY, ACTIVITY (CURIE). Lists isotopes and their activity levels at a specific time.

SUMMATION OF NUMBER DENSITY RAUACTIVE 0.20806E 21

\* SUMMATION OF ACTIVITY  
 RADIATIVE D.56954E 02 CURIE  
 1 6.1818E 19  
 2 4.2710E 18  
 3 4.4051E 19  
 4 6.0907E 19  
 5 3.6518E 19

\*\*\* JRR-4 MONTHLY HISTORY \*\*\*  
 \*\*OUTPUT TIME \*\* 1.989E 03-DAY 0.0 -HOUR 0.0 -MIN 0.0 -SEC

ELEMENT	NUMBER DENSITY	ACTIVITY (CURIE)
ZR 93	0.20456E 20	0.81012E-03
NB 93	0.32260E 14	0.0
ZR 94	0.20607E 20	0.0
ZR 95	0.74858E 14	0.24970E-01
NB 95M	0.91858E 13	0.52998E-03
NB 95	0.87013E 16	0.53906E-01
MO 95	0.20738E 20	0.0
KU105	0.0	0.0
ASTAB	0.30232E 19	0.0
PH106	0.18466E 18	0.10910E 00
PH106	0.17471E 12	0.10910E 00
PH106	0.10631E 19	0.0
XE133	0.0	0.0
CS133	0.21473E 20	0.0
CS134	0.49898E 17	0.14448E-01
HA134	0.62898E 17	0.0
XE135	0.0	0.0
CS135	0.16767E 20	0.33201E-03
HA135	0.30757E 14	0.0
FE136	0.24211E 20	0.0
CS136	0.0	0.0
BA136	0.46986E 17	0.0
XE137	0.0	0.0
CS137	0.18501E 20	0.36634E 00
HA137M	0.27974E 13	0.34257E 00
HA137	0.13806E 18	0.0
CF143	0.0	0.0
PR143	0.0	0.0
ND143	0.19127E 20	0.0
CE144	0.15916E 15	0.12151E 01
PR144	0.67331E 14	0.12152E 01
NE144	0.15798E 20	0.0
DM 95	0.29490E 15	0.0
DM106	0.16996E 14	0.0
DM134	0.76214E 15	0.0
DM131	0.27802E 15	0.0
DM144	0.42170E 15	0.0
XE134	0.22964E 20	0.0

\* SUMMATION OF NUMBER DENSITY  
 RADIATIVE 0.20806E 21

\* SUMMATION OF ACTIVITY  
 RADIATIVE D.34012E 01 CURIE  
 1 6.1818E 19  
 2 4.2710E 18  
 3 4.4051E 19  
 4 6.0907E 19  
 5 3.6518E 19

\*\*\* JRR-4 MONTHLY HISTORY \*\*\*  
 \*\*OUTPUT TIME \*\* 2.019E 03-DAY 0.0 -HOUR 0.0 -MIN 0.0 -SEC

ELEMENT	NUMBER DENSITY	ACTIVITY (CURIE)
ZR 93	0.20456E 20	0.81012E-03
NB 93	0.32037E 14	0.0
ZR 94	0.20607E 20	0.0
ZR 95	0.74858E 14	0.18134E-01
NB 95M	0.66563E 13	0.36480E-03
NB 95	0.83262E 16	0.39193E-01
MO 95	0.20743E 20	0.0
KU105	0.0	0.0
ASTAB	0.30232E 19	0.0
PH106	0.17449E 18	0.10309E 00
PH106	0.16508E 12	0.10309E 00
PH106	0.10732E 19	0.0
XE133	0.0	0.0
CS133	0.21473E 20	0.0
CS134	0.48692E 17	0.14052E-01
HA134	0.62898E 17	0.0
XE135	0.0	0.0
CS135	0.16767E 20	0.33201E-03
HA135	0.31076E 14	0.0
FE136	0.24211E 20	0.0
CS136	0.0	0.0
BA136	0.46986E 17	0.0
XE137	0.0	0.0
CS137	0.18465E 20	0.36564E 00
HA137M	0.27921E 13	0.34187E 00
HA137	0.14157E 19	0.0
CF143	0.0	0.0
PR143	0.0	0.0
ND143	0.19127E 20	0.0
CE144	0.14792E 15	0.11293E 01
PR144	0.62578E 14	0.11294E 01
ND144	0.15916E 20	0.0
DM 95	0.29490E 15	0.0
DM106	0.16996E 14	0.0
DM134	0.76214E 15	0.0
DM137	0.27882E 15	0.0
DM144	0.42170E 15	0.0
XE134	0.22964E 20	0.0

\* SUMMATION OF NUMBER DENSITY  
 RADIATIVE 0.20806E 21

\* SUMMATION OF ACTIVITY  
 RADIATIVE D.32447E 01 CURIE  
 1 6.1818E 19  
 2 4.2710E 18  
 3 4.4051E 19  
 4 6.0907E 19  
 5 3.6518E 19

\* END OF FORTRAN \*

```

1  OPTION MAP
2  CCCAMAIN
   COMMON/COMO1/INC(6,50)+JNC(6,50)+NTYPE(50)+JTYPE(50)+RAMDA(50)+
   * PHAI(50,5)+GAMMA(50)+AN(50)+AHO(50)+A(50)+C(50)+
   * TIME(50)+TBND(50)+TBJN(50)+TMIN(50)+
   * R(10)+G(10)+P(10)+DNO(10)+JX(10)+TB(50)+SGC(50)
3  COMMON/COMO2/IT,ITH,IM,T,IS1,IS2,NMAX,KMAX,FLA,FNS,NS
4  COMMON/COMO3/AX,S,Y,THEME(18)+ELM(50)
5  COMMON/COMO4/PWR(50)
6  DOUBLE PRECISION AX,S,Y,ELM
7  CALL DATOUN
8  1 FORMAT(6F12,5)
9  2 FORMAT(5(214+FD,4))
10 3 FORMAT(7I6)
11 4 FORMAT(18I4)
12 5 FORMAT(3JAB)
13 6 FORMAT(1VEB,3)
14 7 FORMAT(6F12,5)
15 8 FORMAT(1-A4)
16 9 FORMAT(4I5+E12,5)
17 10 FORMAT(6F10,5)
18 11 FORMAT(1I+FD,3)
19 14 FORMAT(1I+FD,9,3)
20 41 FORMAT(1I+15)
21 KMAX=NMAX*38
22 TBND=
   INITIAL /END SET
23 CALL SET:(GAMMA + 50 +0.0)
24 CALL SET:(PHAI + 50 +1.0)
25 CALL SET:(RAMDA + 50 +0.0)
26 CALL SET:(ELM + 50 +0.0)
27 CALL SET:(AN + 50 +0.0)
28 CALL SET:(C + 50 +0.0)
29 CALL SET:(A + 50 +0.0)
30 CALL SET:(JX + 50 +0.0)
31 DO 120 N=1,NMAX
32 DO 110 M=1,6
33 INC(M,N)=0
34 110 CONTINUE
35 120 CONTINUE
   READ(5,7) (GAMMA(N),N=1,NMAX)
36 DO 201 N=1,NMAX
37 GAMMA(N)=GAMMA(N)/100.0
38 201 CONTINUE
   READ(5,7) (PHAI(N),N=1,NMAX)
40 READ(5,7) (SGC(N),N=1,NMAX)
41 DO 129 N=1,NMAX
42 SGC(N)=S*(N)+1.0+24
43 129 CONTINUE
   DO 130 N=1,1
44 READ(5,2) (N1,J1+PHAI(N1,J1)+N2,J2+PHAI(N2,J2)+N3,J3+PHAI(N3,J3)+
45 * N4,J4+PHAI(N4,J4)+N5,J5+PHAI(N5,J5))
46 130 CONTINUE
   DO 135 N=1,NMAX
47 READ(5,3) (INC(M,N),M=1,6)+NTYPE(N)
48 135 CONTINUE
   DO 138 N=1,NMAX*6
49 READ(5,3) (JNC(M),M=1,6)+JTYPE(N)
50 138 CONTINUE
   READ(5,5) (ELM(N),N=1,NMAX)
51 JCASF=0
52 READ(5,3) ICASE
53 57 170 JCASF=JCASF+1
54 IF(JCASE.GT.ICASE) STOP
55 READING 12
56 READ(5,8) (THEME(I),I=1,18)
57 READ(5,9) ITB,IT,ITD,INT,FLX
58 FLAD=ABS(FLX)
59 PLY=FLX
60 DO 180 I=1,ITB
61 READ(5,10) (TINC(I),J=1,4)+PWR(I)
62 TBND(I)=(TINC(I,1)+24.0+TINC(I,2))+60.0+TINC(I,3))+60.0+
63 * TINC(I,4)
64 180 CONTINUE
   DO 190 I=1,ITD
65 READ(5,11) (TMIN(I),J=1,4)
66 TIME(I)=(TMIN(I,1)+24.0+TMIN(I,2))+60.0+TMIN(I,3))+60.0+
67 * TMIN(I,4)
68 190 CONTINUE
   DO 200 I=2,ITB
69 I1=I-1
70 TBND(I)=TBND(I1)+TBND(I1)
71 200 CONTINUE
   DO 300 I=1,ITB
72 IF(ITB-IT,1,1) GO TO 301
73 ANGL=0.0
74 300 CONTINUE
75 301 CONTINUE
   CALL INPUT
81 I=1
82 J=1
83 TT=0.0
84 310 CONTINUE
   IF(PWR(I).GE.0.0) GO TO 330
85 DO 312 N=1,NMAX
86 ANO(N)=PWR(I)+GAMMA(N)+ABS(PWR(I))*3.10E+10
87 312 CONTINUE
   PWR(I)=0.0
88 330 CONTINUE
   IF(FLY.LT.0.0)
89 *FLX=LN(PWR(I))
90 XMP=PWR(I)*3.1E+10
91 340 ZZ=ABS(TIME(J)-TBND(I))
92 IF(ZZ.LE.1.0E-2) GO TO 360
93 IF(TIME(J)-TBND(I)) 350,350,370
94 350 T=TIME(J)+TT
95 IS2=1
96 IS3=0
97 GO TO 380
98 360 T=TBND(I)+TT
99 TT=TBND(I)
100 IS2=1
101 IS3=1
102 I=I+1
103 GO TO 380
104 370 T=TBND(I)+TT
105 TT=TBND(I)
106 IS2=0
107 IS3=1
108 I=I+1
109 380 CONTINUE
   IF(XM .GT. 0.0) CALL GNPWR
110 IF(AM .LE. 1.0E-10) CALL OFFPWR
111 IF(IS3.NE.1) GO TO 475

```



```

116 DO 470 N=1,NMAX
117 ANO(N)=A(N)
118 470 CONTINUE
119 475 CONTINUE
120 IF (IS2.EQ.1) GO TO 480
121 GO TO 316
122 480 CONTINUE
123 DO 490 N=1,NMAX
124 C(N)=A(N)*RAMDA(2)/3.70E+10
125 490 CONTINUE
126 WRITE(12) J(A(N),N=1,NMAX),(A(N),N=1,NMAX)
127 IF (NOT.FW.O) CALL OUTPUT(J)
128 J=J+1
129 499 IF (J.LE.17) GO TO 310
130 GO TO 179
131 END
    
```

CCCAONP#R

```

1 SUBROUTINE ONP#R
2 COMMON/COMU1/INC(4,50),JNC(6,50),NTYPE(50),JTYPE(50),RAMDA(50),
3 * PHIL(51,51),GAMMA(50),AN(50),AND(50),A(50),C(50),
4 * TIME(500),IBND(500),TBIND(500,3),TMIN(500,3),
5 * H(10),G(10),P(10),UND(10),JX(10),TB(50),SGC(50)
6 COMMON/COMU2/IT+(TX+MT+IS1+IS2)*NMAX,KMAX,FLA,FNS,NS
7 COMMON/COMU3/AX,XY,THEME(18),ELM(50)
8 COMMON/COMU4/P#R(SGC)
9 DIMENSION ISS(50),KSS(50)
10 DATA KSS(K),K=1,48/ 1.0+0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,
11 * 0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,
12 * 0.2,0.0,0.3,0.7,0.9,0.3,0.1,0.3,0.1,0.1,0.0,0.1,0.0,
13 * 0.2,2.0+0.0,3.6+0.0,2.9+0.0,3.7,3.2+0.0/
14 DOUBLE PRECISION AX,XY,S,Y,ELM
15 DIMENSION TEMP(50),PHIL(50),PHIC(50)
16 DO 998 N=1,NMAX
17 TEMP(N)=AMUA(N)
18 RAMDA(N)=TEMP(N)+FLA*SGC(N)
19 IF (V#RAMDA(N).EQ.0) GO TO 99
20 PHIL(N)=TEMP(N)/RAMDA(N)
21 PHIC(N)=LX*SGC(N)/RAMDA(N)
22 GO TO 98
23 99 PHIL(N)=PHIC(N)+0.0
24 98 CONTINUE
25 998 CONTINUE
26 DO 999 N=1,NMAX
27 IS1=9
28 DO 100 M=1,6
29 JX(M)=INC(M,N)
30 100 CONTINUE
31 DO 200 P=1,6
32 P(M)=1,6
33 200 CONTINUE
34 IF (IS2.EQ.1) IS1=1
35 NS=ASSEN(N)
36 GO TO (1,1000,2,3,4,5,1000,1,1000,2,3,1000,9,6,7,1000,1,6,1000,
37 * 2,7,1000,3,6,1000,1000,1,6,1000,2,3,1000,1000,1000,1000,
38 * 1,700,1000,1,000)*N
39 1 CONTINUE
40 AN(N)=FN(1,1)
41 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=FNS*PHIL(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
42 AN(N)=AN(N)*RAMDA(JX(1))
43 GO TO 1000
44 2 CONTINUE
45 P(1)=PHIC(JX(1))
46 AN(N)=FN(1,2)
47 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=FNS*PHIC(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
48 AN(N)=AN(N)*RAMDA(JX(2))
49 GO TO 1000
50 3 CONTINUE
51 P(1)=PHIC(JX(1))
52 P(2)=PHIC(JX(2))
53 IF (N.EQ.11,OR,N.EQ.31) P(2)=PHIL(JX(2))
54 AN(N)=FN(1,3)
55 IF (IS1.EQ.1) GO TO 13
56 AN(NS)=FNS*PHIL(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
57 IN(N,E,4) AN(NS)=FNS*PHIC(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
58 13 AN(N)=AN(N)*RAMDA(JX(3))
59 GO TO 1000
60 4 CONTINUE
61 P(1)=PHIC(JX(1))
62 P(3)=PHIL(N,1)+PHIL(JX(3))
63 AN(N)=FN(1,4)
64 AN(N)=AN(N)*RAMDA(JX(4))
65 GO TO 1000
66 5 CONTINUE
67 P(1)=PHIC(JX(1))
68 P(3)=PHIL(N,1)+PHIL(JX(3))
69 AN(N)=FN(1,5)
70 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=FNS
71 JX(4)=INC(5,N)
72 P(2)=PHIL(N,2)+PHIL(JX(3))
73 AN(N)=AN(N)+FN(2,4)
74 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=(AN(NS)+FNS)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
75 AN(N)=AN(N)*RAMDA(N)
76 GO TO 1000
77 6 CONTINUE
78 P(1)=PHIL(JX(1))
79 AN(N)=FN(1,2)
80 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=FNS*PHIL(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
81 AN(N)=AN(N)*RAMDA(N)
82 GO TO 1000
83 7 CONTINUE
84 P(1)=PHIL(JX(1))
85 P(2)=PHIC(JX(2))
86 AN(N)=FN(1,3)
87 IF (IS1.EQ.1) AN(NS)=FNS*PHIL(N)+GAMMA(NS)*X*MT+AND(NS)
88 IF (N.EQ.13) AN(33)=FNS*PHIC(N)+GAMMA(33)*X*MT+AND(33)
89 AN(N)=AN(N)*RAMDA(N)
90 GO TO 1000
91 8 CONTINUE
92 JX(3)=INC(4,N)
93 JX(4)=INC(4,N)
94 P(1)=PHIL(JX(1))
95 P(2)=PHIC(JX(2))
96 P(3)=PHIC(JX(3))
97 AN(N)=FN(1,4)
98 AN(26)=FNS*PHIL(26,1)+PHIL(N)
99 AN(36)=FNS
    
```



```

FACOM 230=60   FORTHAN D -730801-   (V=05.L-01)   COMPILATION   74.11.14

19   110  L1=LL1   FNC02750
20   110  L2=LL2   FNC02800
21   120  FM=0.0   FNC02950
22   110  FNS=0.0
23   110  J=1   FNC03000
24   110  L=JJ(J)   FNC03050
25   130  IF(L1-L2) 140,140,270   FNC03100
26   140  IF(J=L2) 150,220,260   FNC03150
27   150  WF=0.0   FNC03250
28   110  GG=0.0   FNC03300
29   110  QFS=0.0
30   110  DO 190 J=L2   FNC03400
31   110  S=1.000   FNC03450
32   110  K=J-1   FNC03500
33   110  DO 160 M=J-L2   FNC03550
34   110  IF(=,EG.1) GO TO 160   FNC03600
35   110  K=K+1   FNC03650
36   110  IF((M)-R(I)),NE.0.0)
* S=S*(K)*P(K)/R(M)-R(I))   FNC03700
37   160  CONTINUE   FNC03750
38   110  XX=R(I)*T   FNC03800
39   110  IF(XX.GT.25.0) GO TO 170   FNC03850
40   110  X=DEXP(-XX)   FNC03900
41   110  GO TO 140
42   170  X=X*.000   FNC03950
43   180  UG=GG*X+S   FNC04000
44   110  DMX=DD-X   FNC04050
45   110  IF(R(I).LE.1.0E-20) DMX=XX
46   110  QF=WF+DMX*S/R(I)
47   110  IF(I.SI.NE.1) GO TO 190
48   110  WFS=FS+Q/R(I)+T-JH*X*S/R(I)**2   FNC04250
49   190  CONTINUE   FNC04350
50   110  FNS=FNS+Q(L)*UG+GAMMA(L)*X*WFS
51   110  IF(I.SI.NE.1) GO TO 210
52   110  FNS=FNS+(ANO(L)*UF+GAMMA(L)*X*WFS)*R(L2)
53   210  L1=L1+1   FNC04500
54   110  J=J+1   FNC04550
55   110  L=JJ(J)   FNC04600
56   110  GO TO 130
57   220  CONTINUE
58   110  RAMDAZ=RAMDA(L)
59   110  AA=RAMDAZ*T   FNC04750
60   110  IF(AA.GT.25.0) GO TO 230   FNC04800
61   110  A=DEAP(-AA)   FNC04850
62   110  GO TO 240   FNC04900
63   230  A=X*.000   FNC04950
64   240  CONTINUE
65   110  DMA=DU-X
66   110  IF(RAMDAZ .LE.1.0E-20) DMX=XX
67   110  FNS=FNS+ANO(L)*X+GAMMA(L)*X*DMA/RAMDAZ
68   110  IF(I.SI.NE.1) GO TO 270
69   110  FNS=FNS+ANO(L)*DMA+GAMMA(L)*X*(T-DMX/RAMDAZ)
70   110  GO TO 270   FNC05100
71   260  CONTINUE   FNC05300
72   270  RETURN   FNC05400
73   110  END   FNC05450

```

```

CCCAINPUT
1  SUBROUTINE INPUT   INP01050
2  COMMON/COM1/INC(4,50),JNC(6,50),NTYPE(50),JTYPE(50),RAMDA(50),
*
*   PHAI(50,5),GAMMA(50),AN(50),ANO(50),A(50),C(50),
*   TIME(500),TBN0(500),TBJN(500,4),TMIN(500,4),
*   R(10),G(10),P(10),DNO(10),JX(10),TR(50),SGC(50)
3  COMMON/COM2/IT,ITB,XM,T,IS1,IS2,NMAX,KMAX,PLX,FNS,NS
4  COMMON/COM3/X,AX,S,Y,THEME(18),ELM(50)
5  COMMON/COM4/PWR(500)
6  DOUBLE PRECISION X,AX,S,Y,ELM
7  WRITE(6,602) THEME   INP02100
8  WRITE(6,603)   INP02150
9  120 CONTINUE
10 WRITE(6,608)
11 DO 121 I=1,ITB
12 WRITE(6,609) TBJN(I,J),J=1,4),PWR(I)   INP02700
13 CONTINUE
14 WRITE(6,610) ((TMIN(I,J),J=1,4),I=1,IT)
15 UO 150 I=1,5   INP03050
16 NI=100*(I-1)+1   INP03100
17 NZ=N1+49   INP03150
18 WRITE(6,602) THEME   INP03250
19 WRITE(6,614)   INP03300
20 DO 190 N=1,NZ
21 N=N+50   INP03400
22 IF(NN.GT.NMAX) GO TO 130   INP03450
23 WRITE(6,615) ELM(N),RAMDA(N),GAMMA(N),NTYPE(N),ELM(NN),RAMDA(NN)   INP03600
*   GAMMA(NN),NTYPE(NN)   INP03650
24 GO TO 140   INP03700
25 130 WRITE(6,616) ELM(N),RAMDA(N),GAMMA(N),NTYPE(N)   INP03800
26 IF(N.EQ.NMAX) RETURN   INP03850
27 140 CONTINUE   INP03900
28 150 CONTINUE   INP03950
29 602 FORMAT(11X,9X,3H***,5X,18A9,3H***)
30 603 FORMAT(///8X,10HINPUT DATA)   INP04150
31 604 FORMAT(/11X,14HREACTOR TYPE*,9X,U235I ('F7.4') U235F ('F7.4',
*   U235HE('F7.4') U238F ('F7.4') U238HE('F7.4') / 34X,
*   PU239T('F7.4') PU239F('F7.4') PU241T('F7.4') U231T ('
*   F7.4') T#222F('F7.4'))
32 605 FORMAT(/11X,16HOPERATION POWER,13X,E12.5,5H *ATT)   INP04400
33 608 FORMAT(/11X,29HIRRADIATION AND COOLING TIME,62X,5HPPOWER)
34 609 FORMAT(41X,1PE10.3,4H-DAY,1PE10.3,5H-HOUR,1PE10.3,4H-MIN,
*   1PE10.3,4H-SEC,1PE12.5,5H *ATT)
35 610 FORMAT(/11X,12HOUTPUT TIME/(41X,1PE10.3,4H-DAY,1PE10.3,5H-HOUR,
*   1PE10.3,4H-MIN,1PE10.3,4H-SEC))   INP04750
36 614 FORMAT(8X,43H* TABLE OF DECAY-CONSTANT AND FISSION-YIELD/
*   /20X,THELEMENT,4X,12HDECAY CONST.,7X,5HYIELD,7X,4HTYPE,9X,
*   THELEMENT,3X,12HDECAY CONST.,7X,5HYIELD,7X,4HTYPE/
*   33X,10H(1/SECOND),44X,10H(1/SECOND))   INP05150
37 615 FORMAT(11X,2(10X,A6,3X,E12.5,5X,E12.5,2X,(4))   INP05250
38 616 FORMAT(21X,A6,3X,E12.5,5X,E12.5,2X,14)   INP05300
39 RETURN   INP05400
40 END

```

```

CCCAOUTPUT
1  SUBROUTINE OUTPUT(J)
2  COMMON/COM1/INC(4,50),JNC(6,50),NTYPE(50),JTYPE(50),RAMDA(50),
*   PHAI(50,5),GAMMA(50),AN(50),ANO(50),A(50),C(50),
*   TIME(500),TBN0(500),TBJN(500,4),TMIN(500,4),
*   R(10),G(10),P(10),DNO(10),JX(10),TR(50),SGC(50)
3  COMMON/COM2/IT,ITB,XM,T,IS1,IS2,NMAX,KMAX,PLX,FNS,NS
4  COMMON/COM3/X,AX,S,Y,THEME(18),ELM(50)
5  COMMON/COM4/PWR(500)

```

```

FACOM 230-60 FORTRAN D -730801- (V-05-L-01) COMPILATION 74.11.14 PAGE 9
 6 DOUBLE PRECISION X,XX,S,Y,ELM
 7 SUMN=0.0
 8 SUMC=0.
 9 DO 510 N=1,NMAX
10 SUMN = SUMN+AN(N)
11 SUMC=SUMC+C(N)
12 510 CONTINUE
13 *WRITE(6,602) THEMK
14 *WRITE(6,603) (TMIN(J,K),K=1,*)
15 *WRITE(6,605)
16 DO 110 N=1,NMAX
17 100 *WRITE(6,607) ELM(N),AN(N),C(N)
18 110 CONTINUE
19 *WRITE(6,612) SUMN,SUMC
20 DIMENSION AX(5)
21 DO 10 I=1,5
22 AX(I)=0.0
23 10 CONTINUE
24 DO 11 N=1,7
25 AX(1)=AX(1)+AN(N)
26 11 CONTINUE
27 AX(1)=AX(1)+AN(33)
28 DO 12 N=8,12
29 AX(2)=AX(2)+AN(N)
30 12 CONTINUE
31 AX(2)=AX(2)+AN(34)
32 DO 13 N=13,16
33 AX(3)=AX(3)+AN(N)
34 13 CONTINUE
35 AX(3)=AX(3)+AN(35)+AN(38)
36 DO 14 N=17,26
37 AX(4)=AX(4)+AN(N)
38 14 CONTINUE
39 AX(4)=AX(4)+AN(36)
40 DO 15 N=27,32
41 AX(5)=AX(5)+AN(N)
42 15 CONTINUE
43 AX(5)=AX(5)+AN(37)
44 DO 16 I=1,5
45 *WRITE(6,70) I,AX(I)
46 16 CONTINUE
47 20 FORMAT(10X,16,1PE12.4)
48 602 FORMAT(1H1,9X,3H***,5X,18A4,3H***)
49 603 FORMAT( /5X,18H**OUTPUT TIME --- ,1PE10.3,4H=DAY,1PE10.3,5H=HOUR
*
* 1PE10.3,4H=MIN,1PE10.3,4H=SEC)
50 605 FORMAT(/20X,7HELEMENT,3X,14HNUMBER DENSITY,5X,8HACTIVITY//
*
* 50X,7H(CURIE))
51 606 FORMAT(11X,2(10X,46+3X+E12.5,5X+E12.5,6X))
52 607 FORMAT(21X,46+3X+12,5,5X+E12.5)
53 612 FORMAT(10,8X,129H= SUMMATION OF NUMBER DENSITY//
*
* 15X,12HRADIATIVE ,E12.5///
*
* 9X,23H= SUMMATION OF ACTIVITY//
*
* 15X,12HRADIATIVE ,E12.5,6H CURIE)
54 RETURN
55 END

```

## Appendix F 燃料履歴推定プログラム「F I T - B U」

## F.1 入力形式

(1) IN, IK (2 I 3)

IN =  $\gamma$ 線スペクトルに含まれていて燃焼履歴の推定に使われる核種の数

IK = 燃焼履歴を表現するタイムステップの数

(2) (CK(I, J), I=1, IN) (6 E 1 2.5)

IK回読み込む

CK(I, J) = J番目のタイムステップの出力が単位出力(1W)の場合,  $\gamma$ 線スペクトルを測定した時点に於て存在するI番目の核種の量( $C_i$ )

(3) タイトルカード (1 8 A 4)

(4) N, IK, IM, IW, M, IB, ITEST, DUM1, DUM2, DUM3 (I 4, 2 I 3, I 2, 6 I 3)

N = 燃焼履歴推定に使うフォトピークの数

IK = タイムステップ数 (= フィッティングパラメータの数)

IM = 固定パラメータの数

IW = 重みの選択

(i) IW = 0  $W_i = 1$ (ii) IW = 1  $W_i = \text{入力データ}$ (iii) IW = 2  $W_i = 1 / y_i$ (iv) IW = 3  $W_i = 1 / y_i^2$ ここで  $y_i$  は従属変数の値である。

M = 1

IB = 観測値の入力形式の選択

(i) IB = 0 各変数毎にまとめて入力

(ii) IB = 1 各点毎に入力

ITEST = 収束判定条件の選択

(i) ITEST = 0 収束判定条件 =  $10^{-6}$ 

(ii) ITEST = 1 収束判定条件を入力

DUM1 = 0

DUM2 = 0

DUM3 = 1

(5) (IX(I), I=1, IM) (2 4 I 3)

IM  $\geq$  1の時のみ必要

IX(I) = 固定するパラメータの番号 (小さい方から順に)

(6) (PG(I), I=1, IK) (6 E 1 2.7)

PG(I) = パラメータの初期推定値 (1.0を入れておけばよい)

(7) 変数の入力 (6 E 1 2.7)

(i)  $IB = 0$  の時は各変数毎にまとめて入力

$(Y(I), I = 1, N)$  従属変数, 各フォトピークから求められる各核種の生成量 ( $C_i$ )

$(X(1, I), I = 1, N)$  独立変数, 核種番号 (1 から IN までの数字)

$(W(I), I = 1, N)$  重み,  $IW = 1$  の時のみ必要

(ii)  $IB = 1$  の時は各点毎に入力

$Y(1), X(1, 1), W(1)$

$Y(2), X(1, 2), W(2)$

.....

$Y(N), X(1, N), W(N)$

$IW \neq 1$  の時は上の  $W(I)$  は不要

(8)  $\epsilon =$  収束判定条件 (E12.7)

$ITEST = 1$  の時のみ必要

(1) にもどって次のケースの為の入力を行う。

F.2 Input Example for "FIT-BU"

```

.....1.....2.....3.....4.....5.....6.....7.....8
  3
0.30409 -05 0.65964 -05 0.16478 -01 0.16304 0.12464 2019-1
0.39269 -03 0.85620 -03 0.35084 -01 0.14061 0.34667
0.14733 -01 0.31643 -01 0.54435 -01 0.12780 0.67005
FITTING 3 STEPS=547.641.157 DAYS
  8 3 1 1
0.001 0.001 0.001
3055.0 -05 284.08 -06 277.48 -06 597.61 -06 3064.0 -06 49.711 -06 (003)
49.812 -06 106.24 -06
5.0 3.0 4.0 5.0 1.0 (003)
1.0 2.0
    
```

F.3 Output Example for "FIT-BU"

FITTING 3 STEPS=547.641.157 DAYS

TEST = 1.000000E-06

```

1 1.000000E 00 7.7698044E-04
1 9.999999E-04 9.999999E-04 2.6722237E-03 1.6722237E-03
2 9.999999E-04 9.999999E-04 1.4640625E-03 4.8406247E-04
3 9.999999E-04 9.999999E-04 3.3116649E-03 2.3115900E-03
2 1.000000E 00 9.4335940E-11
1 9.999999E-04 2.6722237E-03 2.6723347E-03 1.1100784E-07
2 9.999999E-04 1.4638777E-03 1.4638777E-03 -1.8476611E-07
3 9.999999E-04 3.3115900E-03 3.3116650E-03 7.4932231E-08
3 1.000000E 00 9.4335966E-11
1 9.999999E-04 2.6723347E-03 2.6723346E-03 -1.8641419E-10
2 9.999999E-04 1.4638777E-03 1.4638777E-03 1.5911020E-10
3 9.999999E-04 3.3116649E-03 3.3116649E-03 -8.4983831E-11
FITTING 3 STEPS=547.641.157 DAYS
    
```

K	A(K,L)	B(K)
1	5.6175350E-02 1.1054638E-01 1.8638061E-01	-0.5629256E-12
2	1.1054638E-01 2.6286678E-01 4.8385457E-01	-2.1064844E-11
3	1.8638061E-01 4.8385457E-01 9.1697374E-01	-4.2121171E-11

VALUE OF DETERMINANT = 4.2086320E-06

```

K INVERSE OF A(K,L)
1 1.6442639E 03 -2.6585499E 03 1.0482092E 03
2 -2.6585499E 03 4.9256368E 02 -1.7548825E 03
3 1.0482092E 03 -1.7548825E 03 7.3106765E 02
    
```

4 ITERATIONS  
 FITTING 3 STEPS=547.641.157 DAYS  
 FITTED FUNCTION YI = DIGITAL FN + LINEAR

THIS PROBLEM CONTAINS 6 DATA POINTS, 3 INDEPENDENT VARIABLE(S), AND 3 PARAMETER(S) (0 OF THEM HELD CONSTANT).  
 THE WEIGHTED VARIANCE IS 1.8667196E-11 AND THE UNWEIGHTED SUM OF SQUARES OF THE DEVIATIONS IS 9.4335940E-11.

K	GUESSTIMATE OF K-TH PARAMETER	FINAL VALUE OF K-TH PARAMETER	S.D. OF K-TH PARAMETER	EXACT LEAST SQUARES EQUATIONS FITTED FUNCTION	INPUT DATA
1	9.999999E-04	2.6723347E-03	1.7623957E-04	9.3457686E-04	9.3457686E-04
2	9.999999E-04	1.4638777E-03	2.8896257E-04	2.2625943E-03	2.2625943E-03
3	9.999999E-04	3.3116649E-03	1.1744445E-04	4.2430850E-03	4.2430850E-03

MATRIX OF CORRELATIONS BETWEEN FREE PARAMETERS

```

1 1.000 -0.985 0.974
2 -0.985 1.000 -0.998
3 0.974 -0.998 1.000
FITTING 3 STEPS=547.641.157 DAYS
H
    
```

I	WEIGHT	INDEPENDENT VARIABLE	DEPENDENT VARIABLE	CALCULATED FUNCTION	DEVIATION	STD. DEV. OF PREDICTED MEAN
1	1.0000000E 00	5.0000000E 00	3.0550000E-03	3.0598361E-03	-4.8381253E-06	3.0605398E-06
2	1.0000000E 00	3.0000000E 00	2.8408000E-04	2.7695928E-04	7.1207178E-06	8.9625244E-07
3	1.0000000E 00	3.0000000E 00	2.7748000E-04	2.7695928E-04	5.2071846E-07	8.9625244E-07
4	1.0000000E 00	4.0000000E 00	9.9761000E-04	9.9788842E-04	-2.5841291E-07	4.3390858E-06
5	1.0000000E 00	5.0000000E 00	3.0640000E-03	3.0398361E-03	4.1638850E-06	3.0605398E-06
6	1.0000000E 00	1.0000000E 00	4.9711000E-03	4.9378127E-03	3.3287324E-07	1.6167527E-06
7	1.0000000E 00	1.0000000E 00	4.9812000E-03	4.9378127E-03	4.3387263E-07	1.6167527E-06
8	1.0000000E 00	2.0000000E 00	1.0824000E-04	1.0673390E-04	1.5061032E-06	3.4937298E-06

\* END OF FORTRAN \*

F.4 List of the Program "FIT-BU" COMPILATION 74.11.14

```

1      COMMON/COM1/ CK(100,20),IN
2      10 FORMAT(5I2,5)
3      11 FORMAT(24I3)
4      * 1000 CONTINUE
5      READ(5,11,END=2000) IN,IK
6      DO 910 J=1,IK
7      910 READ(5,10) (CK(I,J),I=1,IN)
8      CALL FITSS
9      GO TO 1000
10     2000 STOP
11     END

1      SUBROUTINEYPS(I) 504
2      Y=S(I) 502
3      PRINT PROGRAM NAME HERE 503
4      DIMENSION Y(1000), X( 5, 1000), W(1000), IX(40), PG(40), DUM(100),S05
5      IPE(40), SP(40), YC(1000), DY(1000), BM(40, *1)
6      DIMENSION ALAB(12),PART(40),Z(5),U(10),WEIGHT(10),XL(10),XM(10),
7      * F1(10),F2(10),F3(10),F4(10)
8      COMMON N,IX,IP,M,IB,ITEST,LDUM,NDUM,IPR,IFG,IM,YF,TEST,NVAR,SS0 510
9      COMMON IDF,DET,ISW,IPLT,ISC 511
10     COMMON P,IP,IX,PG,DUM,P,SP,YC,DY,BM,ALAB,Z,INIT,PART 512
11     COMMON NSETS
12     1 * NFIX,KKK,K19,K20,K21,K22,K23,K24
13     COMMON Y1(2000),Y(2000),PH(40)
14     COMMON/COM1/ CK(100,20),IN
15     DOUBLE PRECISION ALAB
16     IP(1) 1,3,3
17     1 WRITE(6,2)
18     2 FORMAT(10G,50HFITTED FUNCTION YT = DIGITAL FN + LINEAR )
19     GO TO 4
20     3 CONTINUE
21     YT=0.0
22     J0=Z(1)
23     DO 100 KK=1,IK
24     YF=YT+(KK)*CK(JP,KK)
25     PH(KK)=CK(JP,KK)
26     100 CONTINUE
27     * RETURN
28     END

```