

JAERI-M

5999

空心変流器を用いたトカマクにおける  
渦電流の影響—トロイダル磁場コイル  
中の渦電流 I

(臨界プラズマ試験装置設計報告VII)

1975年2月

谷 啓二・小林 朋文\*・田村 早苗

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

空心変流器を用いたトカマクにおける渦電流  
の影響——トロイダル磁場コイル中の渦電流 I

( 臨界プラズマ試験装置設計報告Ⅶ )

日本原子力研究所東海研究所核融合研究室

谷 啓二・小林 朋文\*・田村 早苗

( 1975年1月31日受理 )

トロイダル磁場コイルの内側に空心変流器コイルを配置したトカマク型核融合実験装置に関して、変流器の主磁束変化によりトロイダル磁場コイル導体中に生じる渦電流がプラズマへの誘導電場におよぼす影響、およびトロイダル磁場コイル導体中で渦電流により消費されるエネルギー損失を計算した。計算は円柱座標系における簡単なモデルに関して得られた解析解に適当な重み関数を導入して、等価的にトロイダル系と見なして行なった。この結果、プラズマへの誘導電場に対する渦電流の影響を一定の許容限度内に抑えるためには、トロイダル磁場コイルの全巻数およびその巻線の方式を適当に選ぶ必要があることが示された。

---

\* 外来研究員：日立製作所原子力研究所

EFFECT OF EDDY CURRENTS IN THE TOROIDAL FIELD COILS OF A TOKAMAK  
WITH AN AIR-CORE TRANSFORMER

Keiji TANI, Tomofumi KOBAYASHI\* and Sanae TAMURA

Thermonuclear Fusion Laboratory, Tokai, JAERI

( Received January 31, 1975 )

The effect of eddy currents in the copper parts of the toroidal field coils is evaluated for a tokamak with the air-core transformer windings located inside the bore of the toroidal field coils. By introducing appropriate weights to the solutions obtained for a simplified cylindrical model, calculation is made of the induction toroidal electric field on the plasma axis in the presence of the eddy currents. The result shows that, to reduce the influence of the eddy currents on the induction one-turn voltage to the permissible level, it is necessary to choose the optimal number of turns and shape of the single conductor of the toroidal field coil.

---

\* Atomic Energy Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

## 目 次

I	はじめに	1
II	単一導体リング中の渦電流問題	2
II-1	渦電流による磁場および渦電流の計算	2
II-2	渦電流によるベクトルポテンシャルおよび誘導電場の計算	4
II-3	渦電流による導体リング中でのジュール損失	6
III	複数導体系における渦電流問題	7
III-1	1つのトロイダルコイル中の渦電流磁束	7
III-2	全導体リング中の渦電流によるベクトルポテンシャルおよび誘導電場	10
III-3	全トロイダルコイル中でのジュール損失	12
IV	まとめ	13
V	謝 辞	14
VI	参考文献	14
VII	Appendices	15

## I はじめに

最近大型トカマク装置による核融合実験計画がアメリカ、ソ連、ヨーロッパ連合、日本などで急速に進められており、装置の大型化に伴う種々の技術的問題点が指摘され、議論されている。大型トカマク装置の設計に際してまず検討を必要とする重要な問題の一つとして、プラズマ電流を励起するための変流器に関するいくつかの問題が挙げられる。そのうち最も重要な問題点の一つとしてアスペクト比の小さなプラズマをつくろうとする場合、従来用いられてきた未飽和状態での鉄心の使用は不可能になることから、飽和状態で鉄心を使用するか、あるいは空心にする必要が生じることが挙げられる。原研におけるトカマク型臨界プラズマ試験装置の設計では空心変流器を使用することが検討されており、変流器コイルの配置などについてかなり具体的な設計が進められている。<sup>1)</sup>

空心変流器を用いる場合、変流器とプラズマの結合度をできるだけ大きくするために、変流器コイルをトロイダル磁場コイル（以下トロイダルコイルと略称する）の内側に配置する必要が生じる。またプラズマ電流を励起するためには変流器コイルをあらかじめ励磁して必要なエネルギーをコイルに蓄積しておきコイル電流を急速に遮断することによって必要な磁束変化を得る方法を用いる。この際、図1に示すように変流器コイルの主磁束はその大部分がトロイダルコイルの導体を貫くため、プラズマ電流の立上げ時の急激な磁束変化に抗してトロイダルコイル中に渦電流が誘起される。

この報告は、この渦電流がプラズマ電流の励起に及ぼす影響をプラズマへの誘導電圧の観点から検討したものである。核融合実験装置の変流器における渦電流問題に関する報告は極めて少ない。わずかに Alcator トカマクに関して、D. C. Schramらによる報告があるのみである。<sup>2)</sup>しかしながら、Alcator の場合と、我々が検討したコイル配置における変流器磁束変化に伴う渦電流問題とは本質的に異なったものである。つまり、Alcator の空心変流器はビター型コイルの外側にあり、渦電流の起因となる磁束は変流器の漏れ磁束であるが、我々の場合には図1に示すように主磁束そのものである。したがって、渦電流効果も異なり、我々の場合ではトロイダルコイル中の渦電流は one-turn voltage を減少させる影響しか持たないが、Alcator の場合、ビター型コイル中の渦電流は放電初期のプラズマ電流増加率をむしろ増大させる効果をもつ。

トカマク型装置では図2に示すような角形断面をもつ導体リング（以後導体リングと略称する）と見なせる数十ターンから成るトロイダルコイルユニットをトラス状に十数個並べてトロイダル磁場を形成している。したがって極めて多くの渦電流を同時に取扱わなければならない。渦電流問題は種々の電気機器に頻繁にあらわれるにもかかわらず、その総括的研究は意外に少ない。それは、この問題が各々の機器の特殊な形状に極めて強く依存しているためである。そのなかでも、Bean により開発された金属導体の抵抗率測定法の1つである“渦電流測定法”に関しては、これまでかなり詳細な研究が行われてきている。中空円柱、中空楕円柱の渦電流問題に関しては Weinstein<sup>3),4)</sup> によって研究された。また、C. V. Dodd, W. E. Deeds<sup>5),6)</sup> らは、より一般的な渦電流プローブ問題の解析結果を報告している。以上の渦電流測定法に関

する報告は、方位角成分のみからなる外部電流の時間変化  $dI_\theta/dt$  に対する同じ方位角成分のみからなる2次元渦電流に関するものであるが、円柱導体に限り極めて一般的な3次元問題の一般解を P. J. Lawrenson らは報告している<sup>7)</sup>。またこの問題に対する差分法による研究も古くから行われている。

我々の検討しようとしている導体系および外部磁場系では図1からもわかるように、主としてポロイダル成分からなる外部磁場の時間変化に抗する同じポロイダル成分の渦電流磁場を取扱うことになる。この意味において渦電流プローブにおける問題とは異なったものである。また対象となる導体が非常に多数であることから、Lawrenson の一般解を適用して3次元渦電流問題として解くにはその境界条件が複雑になり過ぎ、また、差分法では計算機のメモリコアと計算時間がかかり過ぎる難点がある。そこで我々は全ての導体リングを同軸に配置した場合を仮定して、対称性を利用して各コイル中の極めて簡単な解を求めておき、それ等の解をトーラス状に配置した場合と等価になるように適当な重みをかけて加え合わせる方法を考案した。この方法によってプラズマ中心での電場、および one-turn voltage を求め渦電流の影響を評価した。またトロイダルコイル中で渦電流により消費されるエネルギー損失を計算した。

以下Ⅱでまずモデル化した簡単な配位についての渦電流の検討を行い、ⅢではⅡで得られた結果を複数の導体系に適用して実際の場合におけるトロイダルコイルに生ずる渦電流の影響を近似的に評価する。

## Ⅱ 単一導体リング中の渦電流問題

### Ⅱ-1 渦電流磁界および渦電流の計算

前述したように、トーラス形状を考えると3次元問題となり解を得ることが困難になるので円柱座標系を導入して直線近似で電磁誘導を考え、対称性を考慮して2次元渦電流問題を解く。外部磁界（変流器電流のつくる磁界）も渦電流による磁界も方位角成分のみとする。導体中磁界を、渦電流磁界  $H^{ed}$  と外部磁界  $H^{ex}$  に分けて考えると、 $H^{ed}$  の境界条件は導体の全表面で0となる。

基礎方程式は、変位電流項を無視すれば

$$\frac{\partial^2 H^{ed}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H^{ed}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H^{ed} + \frac{\partial^2 H^{ed}}{\partial z^2} = \mu \sigma \frac{\partial H^{ed}}{\partial t} + \mu \sigma \frac{\partial H^{ex}}{\partial t} \quad (1)$$

$\mu$  : 透磁率

$\sigma$  : 導電率

$\partial H^{ex}/\partial t = 0$  とおいた拡散型方程式の一般解は

$$H^{ed} = R(r) Z(z) \exp(qt)$$

と変数分離することにより

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\alpha_k^2 - \frac{1}{r^2}\right) R = 0$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \beta_n^2 Z = 0$$

する報告は、方位角成分のみからなる外部電流の時間変化  $dI_\theta/dt$  に対する同じ方位角成分のみからなる2次元渦電流に関するものであるが、円柱導体に限り極めて一般的な3次元問題の一般解を P. J. Lawrenson<sup>7)</sup>らは報告している。またこの問題に対する差分法による研究も古くから行われている。

我々の検討しようとしている導体系および外部磁場系では図1からもわかるように、主としてポロイダル成分からなる外部磁場の時間変化に抗する同じポロイダル成分の渦電流磁場を取扱うことになる。この意味において渦電流プローブにおける問題とは異なったものである。また対象となる導体が非常に多数であることから、Lawrensonの一般解を適用して3次元渦電流問題として解くにはその境界条件が複雑になり過ぎ、また、差分法では計算機のメモリコアと計算時間がかかり過ぎる難点がある。そこで我々は全ての導体リングを同軸に配置した場合を仮定して、対称性を利用して各コイル中の極めて簡単な解を求めておき、それ等の解をトーラス状に配置した場合と等価になるように適当な重みをかけて加え合わせる方法を考案した。この方法によってプラズマ中心での電場、および one-turn voltage を求め渦電流の影響を評価した。またトロイダルコイル中で渦電流により消費されるエネルギー損失を計算した。

以下Ⅱでまずモデル化した簡単な配位についての渦電流の検討を行い、ⅢではⅡで得られた結果を複数の導体系に適用して実際の場合におけるトロイダルコイルに生ずる渦電流の影響を近似的に評価する。

## Ⅱ 単一導体リング中の渦電流問題

### Ⅱ-1 渦電流磁界および渦電流の計算

前述したように、トーラス形状を考えると3次元問題となり解を得ることが困難になるので円柱座標系を導入して直線近似で電磁誘導を考え、対称性を考慮して2次元渦電流問題を解く。外部磁界（変流器電流のつくる磁界）も渦電流による磁界も方位角成分のみとする。導体中磁界を、渦電流磁界  $H^{ed}$  と外部磁界  $H^{ex}$  に分けて考えると、 $H^{ed}$  の境界条件は導体の全表面で0となる。

基礎方程式は、変位電流項を無視すれば

$$\frac{\partial^2 H^{ed}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H^{ed}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H^{ed} + \frac{\partial^2 H^{ed}}{\partial z^2} = \mu \sigma \frac{\partial H^{ed}}{\partial t} + \mu \sigma \frac{\partial H^{ex}}{\partial t} \quad (1)$$

$\mu$  : 透磁率

$\sigma$  : 導電率

$\partial H^{ex}/\partial t = 0$  とおいた拡散型方程式の一般解は

$$H^{ed} = R(r) Z(z) \exp(qt)$$

と変数分離することにより

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(\alpha_k^2 - \frac{1}{r^2}\right) R = 0$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \beta_n^2 Z = 0$$



$$\alpha_k^2 + \beta_n^2 = -\mu\sigma q_{kn} \tag{2}$$

を解いて得られる。

図2に示すような形状をした、内半径  $a$ 、外半径  $b$ 、長さ  $2z_0$  の導体リングを考えるとこれらの方程式の解はそれぞれ

$$\begin{aligned} R(r) &: Y_1(\alpha_k b) J_1(\alpha_k r) - J_1(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k r) \\ Z(z) &: \cos(\beta_n z) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $J_1(r)$ 、 $Y_1(r)$  は1次のBessel関数およびNeumann関数である。 $H^{ed}$  が導体表面で0なる境界条件を考えると  $\alpha_k$  は

$$Y_1(\alpha_k b) J_1(\alpha_k a) - J_1(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k a) = 0 \quad (\text{Appendix I})$$

なる方程式の  $k$  番目の根である。さらに

$$\beta_n = (2n-1)\pi/2z_0 \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

ここで

$$u_1(\alpha_k r) = Y_1(\alpha_k b) J_1(\alpha_k r) - J_1(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k r) \tag{3}$$

と定義すると、拡散形方程式の一般解は  $B_{kn}$  を展開係数として

$$H^{ed}(r, z, t) = \sum_k \sum_n B_{kn} u_1(\alpha_k r) \cos(\beta_n z) \exp(q_{kn} t) \tag{4}$$

と表わされる。次に外部磁界を

$$H^{ex}(r, t) = I_0 / 2\pi r \exp(-t/\tau_0) \tag{5}$$

$I_0$  : 変流器の全アンペアターン

$\tau_0$  : 変流器電流の減衰時定数

と仮定すると、(4)式の一般解をつかって(1)式の解は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} H^{ed}(r, z, t) &= \sum_k \sum_n \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} u_1(\alpha_k r) \cos(\beta_n z) \\ &\times \{ \exp(q_{kn} t) - \exp(-t/\tau_0) \} \end{aligned} \tag{6}$$

ただし

$$A_{kn} = \frac{2I_0 J_1(\alpha_k a) (-1)^{n+1} |aJ_1(\alpha_k a) - bJ_1(\alpha_k b)|}{ab(2n-1)\pi \{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)\}}$$

(Appendix II)

さらに、(6)式で求めた渦電流磁界より渦電流  $J^{ed}$  は

$$J^{ed}(r, z, t) = \text{rot } H^{ed}(r, z, t) \tag{7}$$

なる関係式より次式のように得られる。

$$J^{ed}(r, z, t) = J_r^{ed}(r, z, t) e_r + J_z^{ed}(r, z, t) e_z \tag{8}$$

$$\begin{aligned} J_r^{ed}(r, z, t) &= \sum_k \sum_n \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \beta_n u_1(\alpha_k r) \sin \beta_n z \\ &\times \{ \exp(q_{kn} t) - \exp(-t/\tau_0) \} \end{aligned} \tag{9}$$

$$J_z^{ed}(r, z, t) = \sum_k \sum_n \frac{A_{kn}}{1 + q_{kn} \tau_0} \alpha_k u_n(\alpha_k r) \cos \beta_n z \times \{ \exp(q_{kn} t) - \exp(-t/\tau_0) \} \quad (10)$$

ただし  $u_n(\alpha_k r) = \{ Y_1(\alpha_k b) J_0(\alpha_k r) - J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k r) \}$   
 $J_0, Y_0$  は 0 次の Bessel および Neumann 関数である。  
 $e_r, e_z$  は径方向および軸方向の単位ベクトルである。

II-2 渦電流によるベクトルポテンシャル, および誘導電場の計算

図 3 に示したような観測点 O からトロイダル角  $\varphi_m$  離れた場所にある導体リング中の渦電流による点 O のベクトルポテンシャルを, 円柱座標系において,  $\varphi_m$  と等価的な距離  $z_m$  にある同形導体中の渦電流に適當な重み関数を乗じることによって求める。計算を簡単にするため, リング半径を内半径と外半径の平均値としたとき, トロイダル中心からリング中心までの距離 R はリング半径に比して十分大きく, リングの軸方向の厚さはトロイダル全周に比して十分小さく, リングの径方向の厚さは半径に比して十分小さいものとする。

(8)式で得られた電流密度において

$$J_m^{ed} = J_{r,m}^{ed} e_r + J_{z,m}^{ed} e_z = J^{ed}(r, z - z_m, t) \quad (11)$$

とすると, 円柱座標系における O 点のベクトルポテンシャル  $A_m^{ed}$  は次のように表わされる。

$$A_m^{ed} = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^\pi \int_{z_m - z_0}^{z_m + z_0} \int_a^b \frac{J_m^{ed} r dr dz d\theta}{\sqrt{z^2 + r^2}} \quad (12)$$

次に, O 点におけるベクトルポテンシャルの z 方向成分のみに着目してこれを求めてみる。図 3 に示したようなトロイダル状に配置されたリング中の渦電流はその r 方向成分も O 点におけるベクトルポテンシャルの z 成分に寄与しうる。従ってこのベクトルポテンシャルの z 成分  $A_{z,m}^{ed}$  を次のように表わす。

$$A_{z,m}^{ed} = A_{z-z,m}^{ed} + A_{z-r,m}^{ed} \quad (13)$$

ここに  $A_{z-z,m}^{ed}$  および  $A_{z-r,m}^{ed}$  はそれぞれ次のように定義される。

$$A_{z-z,m}^{ed} = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^\pi \int_{z_m - z_0}^{z_m + z_0} \int_a^b \frac{J_{z,m}^{ed} r}{\sqrt{z^2 + r^2}} dr dz d\theta \quad (14)$$

$$A_{z-r,m}^{ed} = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^\pi \int_{z_m - z_0}^{z_m + z_0} \int_a^b \frac{J_{r,m}^{ed} r}{\sqrt{z^2 + r^2}} dr dz d\theta \quad (15)$$

さて  $\sqrt{z_m^2 + r^2} \gg z_0 \geq z$  であることからこの 2 式を z および  $\theta$  方向に重み関数  $g_1(z_m) \sim g_6(z_m), h_1(z_m) \sim h_3(z_m), f_1(\theta), f_2(\theta)$  を乗じて  $z = z_m$  のまわりで 2 次まで展開して次式を得る。

$$A_{z-z,m}^{ed} \approx \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{z_0} f_1(\theta) r J_z^{ed} [ \{ g_1(z_m) + g_2(z_m) z^2 \} / (z_m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} + \{ g_3(z_m) + g_4(z_m) z^2 \} / (z_m^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} + \{ g_5(z_m) + g_6(z_m) z^2 \} / (z_m^2 + r^2)^{\frac{5}{2}} ] dz dr d\theta \quad (16)$$

$$A_{z-r, m}^{ed} \simeq \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{z_0} f_2(\theta) r J_r^{ed} \left[ h_1(z_m) z / (z_m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} \right. \\ \left. + h_2(z_m) z / (z_m^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} \right. \\ \left. + h_3(z_m) z / (z_m^2 + r^2)^{\frac{5}{2}} \right] dz dr d\theta \quad (17)$$

ここで  $J_z^{ed}$ ,  $J_r^{ed}$  は  $z$  に関してそれぞれ偶関数および奇関数であることを考慮して展開をおこなった。

$$z = R\varphi \\ z_m = R\sqrt{2(1 - \cos \varphi_m)}$$

と変数変換を行って、トロイダル状に配置された場合と比較することにより、 $g_1(z_m) \sim g_6(z_m)$ ,  $h_1(z_m) \sim h_3(z_m)$ ,  $f_1(\theta)$ ,  $f_2(\theta)$  はそれぞれ次のように表わされる。

$$g_1(z_m) = \cos \varphi_m = 1 - \frac{z_m^2}{2R^2} \\ g_2(z_m) = -\frac{1}{R^2} \cos \varphi_m = -\frac{1}{R^2} \left( 1 - \frac{z_m^2}{2R^2} \right) \\ g_3(z_m) = 0 \\ g_4(z_m) = \sin^2 \varphi_m - \cos 2\varphi_m = 2 - 3 \left( 1 - \frac{z_m^2}{2R^2} \right)^2 \\ g_5(z_m) = 0 \\ g_6(z_m) = 3R^2 \sin^2 \varphi_m \cos \varphi_m = 3z_m^2 \left( 1 - \frac{z_m^2}{2R^2} \right) \left( 1 - \frac{z_m^2}{4R^2} \right) \\ h_1(z_m) = \frac{1}{R} \cos \varphi_m = \frac{1}{R} \left( 1 - \frac{z_m^2}{2R^2} \right) \\ h_2(z_m) = -R \sin^2 \varphi_m = -\frac{z_m^2}{R} \left( 1 - \frac{z_m^2}{4R^2} \right) \\ h_3(z_m) = 0 \\ f_1(\theta) = \sqrt{1 + \epsilon \cos \theta} \\ f_2(\theta) = \cos \theta \sqrt{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (18)$$

(Appendix III)

$\theta$  に関する積分は

$$\int_0^\pi f_1(\theta) d\theta \simeq 2\sqrt{1+\epsilon} E\left(\sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}}\right) \\ \simeq \pi \left( 1 - \frac{1}{16} \epsilon^2 + \dots \right)$$

$$\int_0^\pi f_2(\theta) d\theta \simeq \frac{\pi}{4} \epsilon$$

ここに  $\epsilon = r/R$ ,  $E$  は第2種完全楕円積分である。

次に、 $J_z^{ed}$ ,  $J_r^{ed}$  として(9), (10)式で得られている渦電流をつかって、渦電流の各モードによるベクトルポテンシャルを計算する。モード  $(k, n)$  の渦電流によるベクトルポテンシャル、(10)および(17)をそれぞれ、 $A_{z-z, m}^{ed}(k, n)$ ,  $A_{z-r, m}^{ed}(k, n)$  と表わすと、

$$A_{z-z_m}^{ed}(k, n) = \frac{\mu A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \alpha_k \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \} \\ \times (G_a S_a + G_b S_b + G_c S_c) \quad (19)$$

ここで

$$G_a = - \{ g_1(z_m) + g_2(z_m)(z_0^2 - \frac{2}{\beta_n^2}) \} \frac{1}{\beta_n} (-1)^n \\ G_b = - g_4(z_m)(z_0^2 - \frac{2}{\beta_n^2}) \frac{1}{\beta_n} (-1)^n \\ G_c = - g_6(z_m)(z_0^2 - \frac{2}{\beta_n^2}) \frac{1}{\beta_n} (-1)^n \\ S_a = \int_a^b (1 - \frac{r^2}{16R^2}) r u_n(\alpha_k r) / (z_m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} dr \\ S_b = \int_a^b (1 - \frac{r^2}{16R^2}) r u_n(\alpha_k r) / (z_m^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} dr \\ S_c = \int_a^b (1 - \frac{r^2}{16R^2}) r u_n(\alpha_k r) / (z_m^2 + r^2)^{\frac{5}{2}} dr \quad (20)$$

同様にして

$$A_{z-r_m}^{ed}(k, n) = \frac{\mu A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \beta_n \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \} \\ \times (F_a T_a + F_b T_b) \quad (21)$$

$$F_a = - h_1(z_m) \frac{1}{\beta_n^2} (-1)^n \\ F_b = - h_2(z_m) \frac{1}{\beta_n^2} (-1)^n \\ T_a = \int_a^b \frac{r^2}{4R^2} u_1(\alpha_k r) / (z_m^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} dr \\ T_b = \int_a^b \frac{r^2}{4R^2} u_1(\alpha_k r) / (z_m^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} dr \quad (22)$$

これら(19)式と(21)式の  $k$  と  $n$  に関する和をとって、点  $O$  でのベクトルポテンシャル  $A_{z,m}^{ed}$  が求まる。  
すなわち

$$A_{z,m}^{ed} = \sum_k \sum_n \{ A_{z-z_m}^{ed}(k, n) + A_{z-r_m}^{ed}(k, n) \} \quad (23)$$

一方、渦電流により誘導される点  $O$  における電場は(23)式の時間微分をとって

$$E_{z,m}^{ed} = - \sum_k \sum_n \frac{\mu A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \{ q_{kn} \exp(q_{kn}t) + 1/\tau_0 \exp(-t/\tau_0) \} \\ \times \{ \alpha_k (G_a S_a + G_b S_b + G_c S_c) + \beta_n (F_a T_a + F_b T_b) \} \quad (24)$$

と得られる。

### II-3 渦電流による導体リング中での熱損失

導体リング中の渦電流によるジュール損失を計算する。この導体の体積固有抵抗を  $\eta$  とすると、(8)、(9)、(10)式で得られている渦電流により、単位時間あたり、コイル導体中で消費される

エネルギー  $Q^{ed}(t)$  は

$$Q^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J^{ed} \}^2 r dr dz$$

$$= Q_r^{ed}(t) + Q_z^{ed}(t) \tag{25}$$

ここに  $Q_r^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J_r^{ed} \}^2 r dr dz$

$$Q_z^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J_z^{ed} \}^2 r dr dz$$

Appendix II に示したように,  $u_1(\alpha_k r)$  と  $\sin \beta_n z$  の直交性を考慮すれば

$$Q_r^{ed}(t) = 2 \pi \eta \sum_{k,n} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \beta_n^2 \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2$$

$$\times \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b r u_1^2(\alpha_k r) \sin^2 \beta_n z dr dz$$

$$= \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \frac{\beta_n^2}{\alpha_k^2} \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2 \tag{26}$$

を得る。さらに,  $u_1(\alpha_k r)$  と同様に  $u_0(\alpha_k r)$  も直交性を有する (Appendix IV)。このことから  $Q_z^{ed}(t)$  は次のように表わされる。

$$Q_z^{ed}(t) = \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2 \tag{27}$$

この(26)式と(27)式の和として, 単位時間あたりの全ジュール損失が得られる。次に, (26), (27)式を時間 0 から  $\infty$  まで積分することによって全損失エネルギー  $W_{loss}^{ed}$  を計算すると

$$W_{loss}^{ed} = \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{\beta_n^2}{\alpha_k^2} \right) \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \left\{ \frac{\tau_0}{2} + \frac{2 \tau_0}{q_{kn}\tau_0 - 1} - \frac{1}{2 q_{kn}} \right\} \tag{28}$$

となる。

### III 複数導体系における渦電流問題

#### III-1 1つのトロイダルコイル中の渦電流磁束

図-4 に示すように, トロイダルコイルはトロイダル方向に規則的に配置されている。従ってアスペクト比が十分大きければ, 渦電流がプラズマへの誘導電圧に及ぼす影響は, 1つのトロイダルコイル中に生ずる渦電流による全磁束, およびその時間的变化が得られるなら, 十分検討できる。まず, 図-2 に示す導体リング中の渦電流による磁束を求めてみる。(6)式をコイル断面で積分することにより,

$$\Phi^{ed} = \mu \int_a^b \int_{-z_0}^{+z_0} H^{ed}(r, z, t) dr dz$$

エネルギー  $Q^{ed}(t)$  は

$$Q^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J^{ed} \}^2 r dr dz$$

$$= Q_r^{ed}(t) + Q_z^{ed}(t) \tag{25}$$

ここに  $Q_r^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J_r^{ed} \}^2 r dr dz$

$$Q_z^{ed}(t) = 2 \pi \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b \eta \{ J_z^{ed} \}^2 r dr dz$$

Appendix II に示したように、 $u_1(\alpha_k r)$  と  $\sin \beta_n z$  の直交性を考慮すれば

$$Q_r^{ed}(t) = 2 \pi \eta \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \beta_n^2 \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2$$

$$\times \int_{-z_0}^{+z_0} \int_a^b r u_1^2(\alpha_k r) \sin^2 \beta_n z dr dz$$

$$= \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \frac{\beta_n^2}{\alpha_k^2} \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2 \tag{26}$$

を得る。さらに、 $u_1(\alpha_k r)$  と同様に  $u_0(\alpha_k r)$  も直交性を有する (Appendix IV)。このことから  $Q_z^{ed}(t)$  は次のように表わされる。

$$Q_z^{ed}(t) = \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \{ \exp(q_{kn}t) - \exp(-t/\tau_0) \}^2 \tag{27}$$

この(26)式と(27)式の和として、単位時間あたりの全ジュール損失が得られる。次に、(26)、(27)式を時間 0 から  $\infty$  まで積分することによって全損失エネルギー  $W_{loss}^{ed}$  を計算すると

$$W_{loss}^{ed} = \frac{4 \eta z_0}{\pi} \sum_{k,n} \left( \frac{A_{kn}}{1+q_{kn}\tau_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{\beta_n^2}{\alpha_k^2} \right) \frac{J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b)}{J_1^2(\alpha_k a)}$$

$$\times \left\{ \frac{\tau_0}{2} + \frac{2 \tau_n}{q_{kn}\tau_0 - 1} - \frac{1}{2 q_{kn}} \right\} \tag{28}$$

となる。

### III 複数導体系における渦電流問題

#### III-1 1つのトロイダルコイル中の渦電流磁束

図-4 に示すように、トロイダルコイルはトロイダル方向に規則的に配置されている。従ってアスペクト比が十分大きければ、渦電流がプラズマへの誘導電圧に及ぼす影響は、1つのトロイダルコイル中に生ずる渦電流による全磁束、およびその時間的变化が得られるなら、十分検討できる。まず、図-2 に示す導体リング中の渦電流による磁束を求めてみる。(6)式をコイル断面で積分することにより、

$$\Phi^{ed} = \mu \int_a^b \int_{-z_0}^{+z_0} H^{ed}(r, z, t) dr dz$$

と得られる。各トロイダルコイルは、半径方向に数えて  $N_r$ 、軸方向（トロイダル方向）に数えて  $N_z$  個の格子状に配列された、同じ断面形状の導体リングからなるものとする。副半径方向に数えて  $l$  番目コイルの内半径、外半径をそれぞれ  $a_l, b_l$ 、さらに各固有値を  $\alpha_k^l, \beta_n^l$ 、characteristic decay time の逆数を  $q_{kn}^l$ 、展開係数を  $A_{kn}^l$  と表わすと、1つのトロイダルコイル中の渦電流による磁束  $\Phi_{sng}^{ed}$  は次のように与えられる。

$$\Phi_{sng}^{ed} = N_z \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \mu A_{kn}^l}{(1 + q_{kn}^l \tau_0) (\alpha_k^l)^2} \{ \exp(q_{kn}^l t) - \exp(-t/\tau_0) \} \times \frac{a_l J_1(\alpha_k^l a_l) - b_l J_1(\alpha_k^l b_l)}{a_l b_l J_1(\alpha_k^l a_l)} \quad (29)$$

次に、図5に示すようにトロイダルコイル中の絶縁体の占める面積が導体の面積に対して十分小さく、

$$b_l \simeq a_{l+1}$$

と見なしうる場合を考えてみる。このときの  $\Phi_{sng}^{ed}$  は(29)式で

$$a_l = r_l$$

$$b_l = r_{l+1}$$

$$r_l = R_a + (l+1) \frac{R_b - R_a}{N_r}$$

$R_a$  : トロイダルコイル内半径

$R_b$  : トロイダルコイル外半径

とおいて得られる。すなわち

$$\Phi_{sng}^{ed} = \sum_k \sum_n \sum_{l=1}^{N_r} \frac{8 \mu I_0 Z_t}{(1 + q_{kn}^l \tau_0) (\alpha_k^l)^2} \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{1}{(r_l r_{l+1})^2} \times \frac{\{ r_l J_1(\alpha_k^l r_l) - r_{l+1} J_1(\alpha_k^l r_{l+1}) \}^2}{J_1^2(\alpha_k^l r_l) - J_1^2(\alpha_k^l r_{l+1})} \times \{ \exp(q_{kn}^l t) - \exp(-t/\tau_0) \} \quad (30)$$

$Z_t$  : トロイダルコイルの軸方向の厚さ

さらに、磁束の時間変化量は(30)式の時間微分をとって得られる。

次に興味ある問題として

$$0 < \frac{r_{l+1}}{r_l} - 1 \ll 1 \quad (31)$$

なる場合を考えてみる。Appendix I からわかるように(31)の仮定が成立する場合、各トロイダルコイルターンの断面形状が全て同じであれば  $\alpha_k^l$  は  $l$  の値によらずほぼ同じ値

$$\alpha_k^l \simeq \frac{k\pi}{\Delta R} \quad \Delta R = \frac{R_b - R_a}{N_r}$$

をとる。従って  $q_{kn}^l$  も、 $A_{kn}^l$  も表1に示すように、 $l$  の値によらない。図6に  $q_{kn}^l$  の逆数で示される渦電流の basic mode,  $k=1, n=1$  の characteristic decay time を示す。これは、表2の CASE A-I に示す  $R_a = 1.75, R_b = 2.75, Z_t = 1.0$  (m) の外形状をし

たトロイダルコイルに関して、 $N_z=1, 2, 4$  と一定にしたときの全巻数に対する decay time である。なお、導電率は常温の銅の値をつかい、透磁率は真空中のそれである。同じ巻数でも、その分割のし方でかなり大きな値の差が認められる。そこで表2 CASE B-I に示す全巻数、 $N_r \times N_z = 40$  を一定にした場合の decay time を図7に示す。分割は $N_r$ か $N_z$ かどちらか一方に偏るほど渦電流効果は小さくなることがわかる。この(31)式の仮定のもとで、(30)式はさらに次のように変形される。(Appendix V)

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}} \simeq & \sum_k \sum_n \frac{8 \mu I_0 Z_t}{(1+q_{kn} \tau_0) \pi^5} \frac{1}{(2n-1)^2} \\ & \times \left\{ \frac{1-(-1)^k}{2k^2} S_1 + \frac{1+(-1)^k}{2k^2} S_2 \right\} \\ & \times \left\{ \exp(q_{kn} t) - \exp(-t/\tau_0) \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{\ell=1}^{N_r} \Delta R \left( \frac{1}{\sqrt{r_\ell}} + \frac{1}{\sqrt{r_{\ell+1}}} \right)^2 \\ S_2 &= \sum_{\ell=1}^{N_r} \Delta R \left( \frac{1}{\sqrt{r_\ell}} - \frac{1}{\sqrt{r_{\ell+1}}} \right)^2 \end{aligned}$$

この $S_1, S_2$ は $\Delta R$ が十分小さく、 $R_b \ll 2R_a$  であれば、表3に示すように、 $N_r$  に対してその値の変域も極めて小さく、それぞれ、

$$\begin{aligned} S_1 &\simeq 4 \ell_n \frac{R_b}{R_a} \\ S_2 &\simeq 0 \end{aligned}$$

に収束する。以上の結果、同じトロイダルコイル中の外部磁束(変流器による磁束)を $\Phi_{\text{sng}}^{\text{ex}}$  とすれば、(32)式の $\Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}}$  をつかってこのトロイダルコイル中の全磁束

$$\Phi_{\text{sng}} = \Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}} + \Phi_{\text{sng}}^{\text{ex}}$$

を得る。図8および図9に characteristic decay timeを求めた場合と同じ外形寸法のトロイダルコイル中の $\Phi_{\text{sng}}$  の時間依存性を示した。図8では表2 CASE A-II の場合、すなわち $N_z=1$ 一定に選び、 $N_r=5, 10, 20, 40$  に対する $\Phi_{\text{sng}}$  の変化を示した。図9では全巻数が40巻になる $N_r$ と $N_z$ の種々の場合における $\Phi_{\text{sng}}$  を示した。ただし変流器電流の初期アンペアターン $I_0$  は表2に示すように $3.3 \times 10^6$  (AT)、その減衰時定数 $\tau_0$  は0.1秒にとっている。さらに、渦電流を固有値に展開したとき、6%のエラーを許して $k$ と $n$ のモード展開を打切った。

次に、(32)式の時間微分をとることによって、トロイダルコイル1個あたりの渦電流による



誘導電圧を求めてみる。前記計算結果から、 $\partial \Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}} / \partial t$  は次のように非常に簡単に表わすことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}}(t) \approx \sum_{\substack{k \\ \text{odd}}} \sum_n \phi_{\text{kn}}^{\text{ed}} \frac{\tau_0}{1 + q_{\text{kn}} \tau_0} \left\{ q_{\text{kn}} \exp(q_{\text{kn}} t) + \frac{1}{\tau_0} \exp(-t/\tau_0) \right\} \quad (33)$$

ここで、 $k$ に関する和は  $S_2 \approx 0$  であるので奇数のみの和をとるものとする。さらに、 $\Phi_{\text{kn}}^{\text{ed}}$  はモード  $(k, n)$  の渦電流の初期磁束変化であり次式で与えられる。

$$\phi_{\text{kn}}^{\text{ed}} = \frac{1}{k^2} \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{3}{\tau_0} \frac{2\mu I_0 Z_t}{\pi^5} \ell_n \frac{R_b}{R_a}$$

渦電流を考えている同じトロイダルコイルを貫いている外部磁束の初期変化量を

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ex}} \right|_{t=0}$$

と表わすと、 $\Phi_{\text{kn}}^{\text{ed}}$  はさらに次のように変形される。

$$\phi_{\text{kn}}^{\text{ed}} = \frac{1}{k^2} \frac{1}{(2n-1)^2} \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 \left. \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ex}} \right|_{t=0} \quad (34)$$

次に、興味ある問題として渦電流による磁束の初期変化量を求めてみる。(33)式で  $t=0$  とおいて、 $k$  と  $n$  に関する和をとると、

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ed}} \right|_{t=0} \approx \sum_k \sum_n \phi_{\text{kn}}^{\text{ed}} = - \left. \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{sng}}^{\text{ex}} \right|_{t=0} \quad (35)$$

となる。これは、トロイダルコイル導体を貫く変流器の磁束の変化により生じる初期誘導電圧分は、同導体中の渦電流により完全に打消されてしまうことを意味する。さらに、渦電流による初期誘導電圧は  $N_r, N_z$  によらない、すなわち、トロイダルコイル巻数およびその巻方によらず、トロイダルコイル外形状で決まる。従って、初期誘導電圧は導体を切らない磁束のみで決定されることになる。

### Ⅲ-2 全導体リング中の渦電流によるベクトルポテンシャルおよび誘導電場

前述したように、我々の問題としているトロイダルコイル導体は各巻ごとに電気的に絶縁されている。従って、多数の渦電流によるベクトルポテンシャルを求める場合、(23)式で得られている単一導体中の渦電流によるベクトルポテンシャルの単純な和をとればよいことになる。点  $O$  からトロイダル方向に数えて  $m$  番目 (トロイダル方向に数えたリングの通し番号)、副半径中心線上から副半径方向に数えて  $\ell$  番目のリング中の渦電流による  $O$  点でのベクトルポテンシャル  $A_{z,m,\ell}^{\text{ed}}$  は (19) 式、(21) 式において  $\alpha_k, \beta_n$  を  $\alpha_k^\ell, \beta_n^\ell, q_{ks}$  を  $q_{\text{kn}}^\ell, A_{\text{kn}}$  を  $A_{\text{kn}}^\ell$  におきかえて得られるベクトルポテンシャルをそれぞれ、

$$A_{z-z,m,\ell}^{ed}(k,n)$$

$$A_{z-r,m,\ell}^{ed}(k,n)$$

とすれば、

$$A_{z,m,\ell}^{ed} = \sum_k \sum_n A_{z-z,m,\ell}^{ed}(k,n) + A_{z-r,m,\ell}^{ed}(k,n)$$

と得られる。mと $\ell$ に関してこの式の和をとることによって点Oでの全渦電流によるベクトルポテンシャルは、次のようにあらわされる。

$$A_z^{ed} = \sum_{\ell}^{N_r} \left[ \delta \left\{ A_{z,1,\ell}^{ed} + A_{z,NT,\ell}^{ed} \right\} + 2 \sum_{m=2}^{NT-1} A_{z,m,\ell}^{ed} \right] \quad (36)$$

ここで計算の便宜上、対称性を利用するため、点Oはトロイダルコイルの中心にとった。NTは点Oからトロイダル方向に数えて角度 $\pi$ の中にはいる全リング数。 $\delta$ は、 $z_1=0$ あるいは $z_{NT}=2R$ のときには1、それ以外のときは2の値をとる係数である。

また、このベクトルポテンシャルの時間変化により生じる誘導電場は(36)式の時間微分をとって、

$$E_z^{ed} = -\frac{\partial A_z^{ed}}{\partial t} = -\sum_{\ell}^{N_r} \left[ \delta \left\{ \frac{\partial}{\partial t} A_{z,1,\ell}^{ed} + \frac{\partial}{\partial t} A_{z,NT,\ell}^{ed} \right\} + 2 \sum_{m=2}^{NT-1} \frac{\partial}{\partial t} A_{z,m,\ell}^{ed} \right] \quad (37)$$

を得る。トロイダルコイル18個がトーラス状に配置されている場合において、表2のCASE A-Ⅱに示す場合の $E_z^{ed}$ を図10に、CASE B-Ⅱの場合を図11にそれぞれ示した。(35)式で示したように、渦電流の初期誘導電圧はトロイダルコイル巻数および巻方によらないことがわかる。さらに、図10では同じ $N_z$ に対して $N_r$ が大きくなるにしたがって、図11では同じ全巻数に対して分割数が $N_r$ に偏るにしたがって、それぞれ急速に渦電流効果が消滅していく様子が示されている。

副半径中心(プラズマ中心)を通るトロイダル方向に一周したone-turn voltageはこの線上の電場を線積分して得られる。副半径中心線上での渦電流による誘導電場は、トロイダルコイル中心からトロイダルコイルの切れ目までを半周期とする周期関数であるが、我々の考えるトロイダルコイルは非常に密に配列されている(リップル拡散を考慮)。従って、渦電流の誘導電場のリップルも非常に小さいものと見なし無視してさしつかえない。この仮定のもとではone-turn voltageは(37)式と変流器による電場(Appendix V)  $E_z^{ex}$  との和をとって、

$$V_{0-0} = 2\pi R (E_z^{ed} + E_z^{ex}) \quad (38)$$

とあらわすことができる。こうして求めたone-turn voltageを図12、および図13に示した。図12に表2 CASE A-Ⅱ、図13は表2 CASE B-Ⅱの場合に対する計算結果である。トロイダルコイルは18個をトーラス状に配置した場合を考えた。図12、図13の計算結果から次のようなことがいえる。

1) 初期one-turn voltageは分割によらずコイル外形が決まれば一定であり、変流器の全磁束を $\Phi_{total}$ 、そのうちトロイダルコイル導体中を貫いている分を $\Phi_{cond}$ と表わすと、初期

one-turn voltage は

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{total}} \Big|_{t=0} - \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\text{cond}} \Big|_{t=0}$$

で与えられる。

2) 渦電流の characteristic decay time が小さいほどすみやかに渦電流効果は消えて変流器のみによる誘導電圧に回復する。このとき one-turn voltage はある時刻でピークをもつが、図 12 の①の場合のように渦電流の decay time が変流器電流の decay time よりも大きいときは、誘導電圧は減衰するのみである。 $N_z=1$ ,  $N_r=40$  の場合、変流器の最大電圧に対するピーク電圧の減少率は約 10%、ピークに達する時間の遅れは約 9 msec、 $N_z=1$ , あるいは  $N_z=2$ ,  $N_r=20$  の場合では、それぞれ 24%、12~13 msec となっている。

3) 図 12 において③で示した、 $N_z=1$ ,  $N_r=20$  の場合と、図 13 において③で示した、 $N_z=2$ ,  $N_r=20$  の場合の両曲線を比較すると、両者にはあまり差のないことがわかる。このことは、巻数が比較的多く、 $N_r$ ,  $N_z$  のどちらかに偏っている場合、渦電流の characteristic decay time は、その偏っている分割数に主に依存し他方の分割数にはあまり依存しないことを示している。

### III-3 全トロイダルコイル中でのジュール損失

渦電流により各トロイダルコイル導体中で消費されるエネルギーは、その導体の副半径中心からの距離が同じであればトロイダル方向にそっての位置によらない。従って、副半径方向に数えて  $l$  番目コイルの (26) 式および (27) 式で与えられるエネルギー消費率をそれぞれ  $Q_{r,l}^{\text{ed}}$ ,  $Q_{z,l}^{\text{ed}}$ , 全トロイダルコイル数を  $N_{\text{tor}}$  とすると

$$\text{Total } Q_r^{\text{ed}} = N_{\text{tor}} N_z \sum_{l=1}^{N_r} Q_{z,l}^{\text{ed}}$$

$$\text{Total } Q_z^{\text{ed}} = N_{\text{tor}} N_z \sum_{l=1}^{N_r} Q_{z,l}^{\text{ed}}$$

$$\text{Total } Q^{\text{ed}} = \text{Total } Q_r^{\text{ed}} + \text{Total } Q_z^{\text{ed}}$$

により全トロイダルコイル中でのエネルギー消費率が得られる。図 14, 図 15 にこの Total  $Q^{\text{ed}}$  を示した。図 14 は、表 2 の CASE A-II の場合、図 15 は CASE B-II の場合についてそれぞれ計算した結果である。同様にして全損失エネルギーも (28) 式を用いて、

$$W_{\text{loss}} = N_{\text{tor}} N_z \sum_{l=1}^{N_r} W_{\text{loss},l}^{\text{ed}}$$

として得られる。図 16 に、表 2, CASE A-II における  $W_{\text{loss}}$  の計算結果を、トロイダルコイル 1 個あたりの巻数に対して示した。 $N_z=1$ ,  $N_r=40$  では、 $3 \times 10^5$  Joule, 変流器の全

初期蓄積エネルギー $W_{total}$ の約2%が消費される。これも、図6に示した characteristic decay timeと同様に、同じターン数でも分割の仕方で非常に様子が異なることが示されている。そこで、CASE B-II に示すように同じ40巻のトロイダルコイルにおいて、分割の仕方を色々変えてみた場合の $W_{loss}$ を示した。同時に、その $r$ 方向電流成分、および $z$ 方向電流成分によるエネルギー損失もそれぞれ示してある。同じ巻数でも分割の仕方で、約1ケタの差が生じることが示されている。

#### IV ま と め

簡単なモデルに対して解析的に得られた渦電流の解の適当な和をとることにより、渦電流の one-turn voltage に及ぼす影響、トロイダルコイル中でのジュール損失などが計算された。これから、渦電流が変流器の性能に及ぼす影響の許容限度が決められたとき、トロイダルコイルの巻き方をどのようにするかを決定することができる。初期誘導電圧は変流器全磁束に対してトロイダルコイル導体を貫く磁束の占める割合で決定され、変流器のみによる電圧への回復時間は渦電流の characteristic decay time で決まる。前者は、トロイダル磁場強度と運転時間が決定されればおのずと決まることなので、渦電流の影響は主に後者によって回避するしかない。それには、前節でも述べたとおり、1)トロイダルコイルの全巻数をできる限り大きくとる。2)副半径方向かあるいはトロイダル方向かどちらか一方へ巻数を偏らせればよい。前者の上限は主にトロイダル磁場用電源との整合によって決定され、後者はトロイダルコイルの熱除去から決定されるであろう。ちなみに、渦電流効果を考えない場合の変流器による初期 one-turn voltage に対して渦電流を考えた場合の最大 one-turn voltage の減少率を10%以下、そのピークへの到達時間の遅れを10 msec 以下にするためには、副半径方向か、トロイダル方向に40巻以上に偏らせて巻く必要がある。また、トロイダルコイル中での渦電流によるジュール損失は、具体的に我々の臨界プラズマ試験装置の49年度現在の設計数値を用いて検討すると、 $I_0=12.5\text{MA}$  (変流器初期電流)では、各トロイダルコイルの巻数が40巻の場合、最大ジュール損失でも40 MJであり、トロイダルコイル電流自身の全ジュール損失4000 MJ~5000 MJ に対して1%以下である。従って渦電流によるジュール損失に関しては特別な熱除去は考慮する必要はないものと思われる。

今後の課題として残された問題は次のようなものが挙げられる。この報告では変流器電流を一様な表皮電流と仮定した。しかし実際のトロイダル形状ではプラズマ領域に変流器電流による磁界が生じないようなトロイダル効果を考慮した電流分布が必要である。この条件を満足する電流分布は Zakharov の積分方程式を解いて得ることができる<sup>D)</sup>が、具体的な検討によると、トロイダル中心に近い部分にかなりの偏りが見られる。この電流分布による磁束線を示したのが図1であるが、これからもわかるように、 $H^{ex}$  はトロイダル方向に一様ではない。従って、さらに正確な渦電流の効果を考慮した one-turn voltage を得るには、この $H^{ex}$  のトロイダル角依存性を解析的に求め、3次元渦電流問題を解く必要がある。変流器電流のトロイダル中心への偏りはアスペクト比が小さくなるに従って大きくなる。換言すれば、一様な電流分布の

初期蓄積エネルギー  $W_{total}$  の約 2% が消費される。これも、図 6 に示した characteristic decay time と同様に、同じターン数でも分割の仕方で非常に様子が異なることが示されている。そこで、CASE B-II に示すように同じ 40 巻のトロイダルコイルにおいて、分割の仕方を色々変えてみた場合の  $W_{loss}$  を示した。同時に、その  $r$  方向電流成分、および  $z$  方向電流成分によるエネルギー損失もそれぞれ示してある。同じ巻数でも分割の仕方で、約 1 ケタの差が生じることが示されている。

#### IV ま と め

簡単なモデルに対して解析的に得られた渦電流の解の適当な和をとることにより、渦電流の one-turn voltage に及ぼす影響、トロイダルコイル中でのジュール損失などが計算された。これから、渦電流が変流器の性能に及ぼす影響の許容限度が決められたとき、トロイダルコイルの巻き方をどのようにするかを決定することができる。初期誘導電圧は変流器全磁束に対してトロイダルコイル導体を貫く磁束の占める割合で決定され、変流器のみによる電圧への回復時間は渦電流の characteristic decay time で決まる。前者は、トロイダル磁場強度と運転時間が決定されればおのずと決まることなので、渦電流の影響は主に後者によって回避するしかない。それには、前節でも述べたとおり、1) トロイダルコイルの全巻数をできる限り大きくとる。2) 副半径方向かあるいはトロイダル方向かどちらか一方へ巻数を偏らせればよい。前者の上限は主にトロイダル磁場用電源との整合によって決定され、後者はトロイダルコイルの熱除去から決定されるであろう。ちなみに、渦電流効果を考えない場合の変流器による初期 one-turn voltage に対して渦電流を考えた場合の最大 one-turn voltage の減少率を 10% 以下、そのピークへの到達時間の遅れを 10 msec 以下にするためには、副半径方向か、トロイダル方向に 40 巻以上に偏らせて巻く必要がある。また、トロイダルコイル中での渦電流によるジュール損失は、具体的に我々の臨界プラズマ試験装置の 49 年度現在の設計数値を用いて検討すると、 $I_0 = 12.5 \text{ MA}$  (変流器初期電流) では、各トロイダルコイルの巻数が 40 巻の場合、最大ジュール損失でも 40 MJ であり、トロイダルコイル電流自身の全ジュール損失 4000 MJ ~ 5000 MJ に対して 1% 以下である。従って渦電流によるジュール損失に関しては特別な熱除去は考慮する必要はないものと思われる。

今後の課題として残された問題は次のようなものが挙げられる。この報告では変流器電流を一様な表皮電流と仮定した。しかし実際のトロイダル形状ではプラズマ領域に変流器電流による磁界が生じないようなトロイダル効果を考慮した電流分布が必要である。この条件を満足する電流分布は Zakharov の積分方程式を解いて得ることができる<sup>1)</sup>が、具体的な検討によると、トロイダル中心に近い部分にかなりの偏りが見られる。この電流分布による磁束線を示したのが図 1 であるが、これからもわかるように、 $H^{ex}$  はトロイダル方向に一様ではない。従って、さらに正確な渦電流の効果を考慮した one-turn voltage を得るには、この  $H^{ex}$  のトロイダル角依存性を解析的に求め、3次元渦電流問題を解く必要がある。変流器電流のトロイダル中心への偏りはアスペクト比が小さくなるに従って大きくなる。換言すれば、一様電流分布の

場合に比べて、変流器とプラズマの相互インダクタンスはアスペクト比が小さくなるほど小さくなる。渦電流とプラズマの相互誘導においても全く同じことがいえる。変流器に比べ渦電流を考えているトロイダルコイルは相対的にアスペクト比は小さくなる。従ってポロイダル角依存性を考慮すると変流器による誘導電圧に比して渦電流の誘導電圧は相対的に小さくなることから、渦電流による最大 one-turn voltage の減少率、およびピーク値への到達時間の遅れは、今回の報告値よりも多少小さくなるであろう。次に、one-turn voltage の評価だけでなく、プラズマ電流の立上り時における渦電流の影響を調べるためにはプラズマ電流とのカップリングを考慮して渦電流を等価的に集中定数回路で表わす必要がある。また、ここで議論した渦電流はトロイダルコイル導体中のものに限ったが、その他、トロイダルコイル支持枠、支持柱、変流器コイル自身などに生じる渦電流の影響についても考慮する必要があると考えられる。

## V 謝 辞

終始、有益な議論と御指導をいただいた田中正俊氏、吉川允二氏、鈴木康夫氏、その他、核融合研究室の各氏に感謝の意を表します。

## VI 参 考 文 献

- 1) 小林朋文, 田村早苗, 谷啓二: JAERI-memo 5898 (1974年11月)
- 2) D.C.Schram, J.Rem, R.J.Taylor, D.B.Montgomery, C.A.J.Hughenoltz, E.Minardi and L.Th.M.Ornstein: Proceedings of the 7th Symposium on Fusion Technology.
- 3) M.A.Weinstein: J.Appl. Phys. 37 248 (1966)
- 4) M.A.Weinstein: J.Appl.Phys. 37 3548 (1966)
- 5) C.V.Dodd and W.E.Deeds: J.Appl. Phys. 39 2829 (1968)
- 6) C.V.Dodd, C.C.Cheng and W.E.Deeds: J.Appl.Phys. 45 638 (1974)
- 7) P.J.Lawrenson, C.Eng and M.C.Ralph: Proc.IEE 117 (1970)
- 8) A.Gray and G.B.Mathews: "A Treatise on Bessel Functions and Their Applications to Physics" P261 Appendix III

場合に比べて、変流器とプラズマの相互インダクタンスはアスペクト比が小さくなるほど小さくなる。渦電流とプラズマの相互誘導においても全く同じことがいえる。変流器に比べ渦電流を考えているトロイダルコイルは相対的にアスペクト比は小さくなる。従ってポロイダル角依存性を考慮すると変流器による誘導電圧に比して渦電流の誘導電圧は相対的に小さくなることから、渦電流による最大 one-turn voltage の減少率、およびピーク値への到達時間の遅れは、今回の報告値よりも多少小さくなるであろう。次に、one-turn voltage の評価だけでなく、プラズマ電流の立上り時における渦電流の影響を調べるためにはプラズマ電流とのカップリングを考慮して渦電流を等価的に集中定数回路で表わす必要がある。また、ここで議論した渦電流はトロイダルコイル導体中のものに限ったが、その他、トロイダルコイル支持枠、支持柱、変流器コイル自身などに生じる渦電流の影響についても考慮する必要があると考えられる。

## V 謝 辞

終始、有益な議論と御指導をいただいた田中正俊氏、吉川允二氏、鈴木康夫氏、その他、核融合研究室の各氏に感謝の意を表します。

## VI 参 考 文 献

- 1) 小林朋文, 田村早苗, 谷啓二: JAERI-memo 5898 (1974年11月)
- 2) D.C.Schram, J.Rem, R.J.Taylor, D.B.Montgomery, C.A.J.Hughenoltz, E.Minardi and L.Th.M.Ornstein: Proceedings of the 7th Symposium on Fusion Technology.
- 3) M.A.Weinstein: J.Appl. Phys. 37 248 (1966)
- 4) M.A.Weinstein: J.Appl.Phys. 37 3548 (1966)
- 5) C.V.Dodd and W.E.Deeds: J.Appl. Phys. 39 2829 (1968)
- 6) C.V.Dodd, C.C.Cheng and W.E.Deeds: J.Appl.Phys. 45 638 (1974)
- 7) P.J.Lawrenson, C.Eng and M.C.Ralph: Proc.IEE 117 (1970)
- 8) A.Gray and G.B.Mathews: "A Treatise on Bessel Functions and Their Applications to Physics" P261 Appendix III

場合に比べて、変流器とプラズマの相互インダクタンスはアスペクト比が小さくなるほど小さくなる。渦電流とプラズマの相互誘導においても全く同じことがいえる。変流器に比べ渦電流を考えているトロイダルコイルは相対的にアスペクト比は小さくなる。従ってポロイダル角依存性を考慮すると変流器による誘導電圧に比して渦電流の誘導電圧は相対的に小さくなることから、渦電流による最大 one-turn voltage の減少率、およびピーク値への到達時間の遅れは、今回の報告値よりも多少小さくなるであろう。次に、one-turn voltage の評価だけでなく、プラズマ電流の立上り時における渦電流の影響を調べるためにはプラズマ電流とのカップリングを考慮して渦電流を等価的に集中定数回路で表わす必要がある。また、ここで議論した渦電流はトロイダルコイル導体中のものに限ったが、その他、トロイダルコイル支持枠、支持柱、変流器コイル自身などに生じる渦電流の影響についても考慮する必要があると考えられる。

## V 謝 辞

終始、有益な議論と御指導をいただいた田中正俊氏、吉川允二氏、鈴木康夫氏、その他、核融合研究室の各氏に感謝の意を表します。

## VI 参 考 文 献

- 1) 小林朋文, 田村早苗, 谷啓二: JAERI-memo 5898 (1974年11月)
- 2) D.C.Schram, J.Rem, R.J.Taylor, D.B.Montgomery, C.A.J.Hughenoltz, E.Minardi and L.Th.M.Ornstein: Proceedings of the 7th Symposium on Fusion Technology.
- 3) M.A.Weinstein: J.Appl. Phys. 37 248 (1966)
- 4) M.A.Weinstein: J.Appl.Phys. 37 3548 (1966)
- 5) C.V.Dodd and W.E.Deeds: J.Appl. Phys. 39 2829 (1968)
- 6) C.V.Dodd, C.C.Cheng and W.E.Deeds: J.Appl.Phys. 45 638 (1974)
- 7) P.J.Lawrenson, C.Eng and M.C.Ralph: Proc.IEE 117 (1970)
- 8) A.Gray and G.B.Mathews: "A Treatise on Bessel Functions and Their Applications to Physics" P261 Appendix III



Appendix I

一般に

$$J_n(x) Y_n(cx) - Y_n(x) J_n(cx) = 0 \quad c > 1$$

の根は近似的に次式で与えられる。

$$x_k = \delta + \frac{p}{\delta} + \frac{q-p^3}{\delta^3} + \frac{r-4pq+2p^3}{\delta^5}$$

ここで  $\delta = \frac{k\pi}{c-1}$ ,  $p = \frac{m-1}{8c}$ ,  $q = \frac{4(m-1)(m-25)(c^3-1)}{3(8c)^3(c-1)}$

$$r = \frac{32(m-1)(m^2-114m+1073)(c^5-1)}{5(8c)^5(c-1)},$$

$$m = 4n^2, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

従って,  $\alpha_k$  は上式で,  $n=1$ ,  $c=b/a$  とおいて

$$\alpha_k = x_k/a \tag{A-1}$$

として得られる。

Appendix II

$u_i(\alpha_k r)$  は直交性をもっている。それは次のようにして示される。異なった  $\alpha_k$   $\alpha_{k'}$  に関して  $\alpha_k = \alpha$   $\alpha_{k'} = \beta$  とおくと

$$\begin{aligned} & \int_a^b r u_i(\alpha_k r) u_i(\alpha_{k'} r) dr \\ &= \int_a^b \{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_1(\alpha r) J_1(\beta r) + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_1(\alpha r) Y_1(\beta r) \\ & \quad - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_1(\alpha r) J_1(\beta r) - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_1(\alpha r) Y_1(\beta r) \} dr \\ &= \frac{1}{a^2 - \beta^2} [ a \alpha A_1 - a \beta A_2 - b \alpha A_3 + b \beta A_4 ] \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} A_1 &= \{ J_0(\alpha a) Y_1(\alpha b) - J_0(\alpha a) J_1(\alpha b) \} \{ Y_1(\beta b) J_1(\beta a) - Y_1(\beta a) J_1(\beta b) \} \\ A_2 &= \{ J_0(\beta a) Y_1(\beta b) - Y_0(\beta a) J_1(\beta b) \} \{ Y_1(\alpha b) J_1(\alpha a) - J_1(\alpha b) Y_1(\alpha a) \} \\ A_3 &= \{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_0(\alpha b) J_1(\beta b) - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_0(\alpha b) Y_1(\beta b) \\ & \quad + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_0(\alpha b) Y_1(\beta b) - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_0(\alpha b) J_1(\beta b) \} \end{aligned}$$

$$A_4 = \{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_1(\alpha b) J_0(\beta b) - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_1(\alpha b) J_0(\beta b) \\ + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_1(\alpha b) Y_0(\beta b) - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_1(\alpha b) Y_0(\beta b) \}$$

$u_1(\alpha a) = 0$   $u_1(\beta a) = 0$  であるので  $A_1 = A_2 = 0$ 。  $A_3, A_4$  が 0 であることは明らか。

従って、異なった  $\alpha_k$  と  $\alpha_{k'}$  に対して

$$\int_a^b r u_1(\alpha_k r) u_1(\alpha_{k'} r) dr = 0$$

となる。

一方、

$$\begin{aligned} & \int_a^b r u_1^2(\alpha_k r) dr \\ &= \frac{b^2}{2} \{ \{ Y_1(\alpha_k b) J_1(\alpha_k b) - J_1(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) \}^2 \\ & \quad + J_0(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) \{ J_1(\alpha_k b) Y_2(\alpha_k b) - Y_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k b) \} \\ & \quad + Y_0(\alpha_k b) J_1(\alpha_k b) \{ J_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k b) - J_1(\alpha_k b) Y_2(\alpha_k b) \} \} \\ & - \frac{a^2}{2} \{ \{ J_1(\alpha_k a) Y_1(\alpha_k b) - Y_1(\alpha_k a) J_1(\alpha_k b) \}^2 \\ & \quad + J_0(\alpha_k a) Y_1(\alpha_k b) \{ J_1(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k a) - Y_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k a) \} \\ & \quad + Y_0(\alpha_k a) J_1(\alpha_k b) \{ Y_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k a) - J_1(\alpha_k b) Y_2(\alpha_k a) \} \} \\ &= \frac{b^2}{2} \{ J_1(\alpha_k b) Y_2(\alpha_k b) - Y_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k b) \} \\ & \quad \times \{ J_0(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) - Y_0(\alpha_k b) J_1(\alpha_k b) \} \\ & - \frac{a^2}{2} \{ J_1(\alpha_k b) Y_2(\alpha_k a) - Y_1(\alpha_k b) J_2(\alpha_k a) \} \\ & \quad \times \{ J_0(\alpha_k a) Y_0(\alpha_k b) - Y_0(\alpha_k a) J_1(\alpha_k b) \} \\ &= \frac{b^2}{2} \{ J_0(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) - Y_0(\alpha_k b) J_1(\alpha_k b) \}^2 \\ & - \frac{a^2}{2} \frac{1}{\rho^2} \{ J_0(\alpha_k a) Y_1(\alpha_k a) - Y_0(\alpha_k a) J_1(\alpha_k a) \}^2 \end{aligned}$$

ただし、

$$\frac{J_1(\alpha_k a)}{J_1(\alpha_k b)} = \frac{Y_1(\alpha_k a)}{Y_1(\alpha_k b)} = \rho$$

さらに Lommel の公式をつかって変形すると、最終的に

$$\int_a^b r u_1^2(\alpha_k r) dr = \frac{2 \{ J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b) \}}{\pi^2 \alpha_k^2 J_1^2(\alpha_k a)} \quad (A-2)$$

を得る。

$$\int_{-z_0}^{+z_0} \cos^2(\beta_n z) dz = z_0 \quad (A-3)$$

$$\int_a^b u_1(\alpha_k r) dr$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\alpha_k} \left[ \{ J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k b) - Y_1(\alpha_k b) J_0(\alpha_k b) \} \right. \\
 &\quad \left. + \{ Y_1(\alpha_k b) J_0(\alpha_k a) - J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k a) \} \right] \\
 &= \frac{1}{\alpha_k} \left[ -\frac{2}{\pi \alpha_k b} + \frac{1}{\rho} \{ Y_1(\alpha_k a) J_0(\alpha_k a) - J_1(\alpha_k a) Y_0(\alpha_k a) \} \right] \\
 &= \frac{2 \{ a J_1(\alpha_k a) - b J_1(\alpha_k b) \}}{\pi \alpha_k^2 a b J_1(\alpha_k a)} \tag{A-4}
 \end{aligned}$$

$$\int_{-z_0}^{+z_0} \cos(\beta_n z) dz = \frac{2}{\beta_n} (-1)^n \tag{A-5}$$

(A-2), (A-3), (A-4), (A-5) の計算結果をもちいて

$$A_{kn} = \frac{I_0}{2\pi} \frac{\int_a^b u_1(\alpha_k r) dr \int_{-z_0}^{+z_0} \cos(\beta_n z) dz}{\int_a^b r u_1^2(\alpha_k r) dr \int_a^b \cos^2(\beta_k z) dz}$$

より  $A_{kn}$  を得る。

### Appendix III

(14)および(15)式に対応する、トロイダル座標系におけるベクトルポテンシャルの  $\varphi$  成分は

$$A_{\varphi-\varphi, m}^{ed} = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^\pi \int_{\varphi_m-\varphi_0}^{\varphi_m+\varphi_0} \int_a^b \frac{J_{\varphi, m}^{ed} \cos \varphi r \sqrt{1+\epsilon \cos \theta}}{\sqrt{2(1-\cos \varphi)+\epsilon^2}} dr d\varphi d\theta \tag{A-6}$$

$$A_{\varphi-r, m}^{ed} = \frac{\mu}{2\pi} \int_0^\pi \int_{\varphi_m-\varphi_0}^{\varphi_m+\varphi_0} \int_a^b \frac{J_{r, m}^{ed} \sin \varphi \cos \theta r \sqrt{1+\epsilon \cos \theta}}{\sqrt{2(1-\cos \varphi)+\epsilon^2}} dr d\varphi d\theta \tag{A-7}$$

ただし、 $J_{\varphi, m}^{ed}$  は  $J_{z, m}^{ed}$  を  $z=R\varphi$  と変数変換したもの。

$\sqrt{2(1-\cos \varphi_m)+\epsilon^2} \gg \varphi_0 \geq \varphi$  であることから、(A-6), (A-7) 式を Taylor 展開して

$$\begin{aligned}
 A_{\varphi-\varphi, m}^{ed} &\simeq \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{\varphi_0} \sqrt{1+\epsilon \cos \theta} r J_{\varphi, m}^{ed} \\
 &\quad \times \left[ (\cos \varphi_m - \cos \varphi_m \varphi^2) / \{ 2(1-\cos \varphi_m) + \epsilon^2 \}^{1/2} \right. \\
 &\quad \left. + (\sin^2 \varphi_m - \cos 2\varphi_m) \varphi^2 / \{ 2(1-\cos \varphi_m) + \epsilon^2 \}^{3/2} \right. \\
 &\quad \left. + 3 \sin^2 \varphi_m \cos \varphi_m \varphi^2 / \{ 2(1-\cos \varphi_m) + \epsilon^2 \}^{5/2} \right] d\varphi dr d\theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{\varphi-r, m}^{ed} &\simeq \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{\varphi_0} \cos \theta \sqrt{1+\epsilon \cos \theta} r J_{r, m}^{ed} \\
 &\quad \times \left[ \cos \varphi_m \varphi / \{ 2(1-\cos \varphi_m) + \epsilon^2 \}^{1/2} \right. \\
 &\quad \left. - \sin^2 \varphi_m \varphi / \{ 2(1-\cos \varphi_m) + \epsilon^2 \}^{3/2} \right] d\varphi dr d\theta
 \end{aligned}$$

さらにこの両式を

$$\varphi = \frac{z}{R}$$

$$\varphi_m = 2 \sin^{-1} (z_m / 2R)$$

と変数変換すると

$$\begin{aligned} A_{\varphi-\varphi, m}^{ed} &= \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{z_0} \sqrt{1 + \varepsilon \cos \theta} r J_{z, m}^{ed} \\ &\quad \times \left[ \left( \cos \varphi_m - \cos \varphi_m \frac{z^2}{R^2} \right) / (z_m^2 + r^2)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \varphi_m - \cos 2\varphi_m \right] z^2 / (z_m^2 + r^2)^{3/2} \\ &\quad \left. + 3 \sin^2 \varphi_m \cos \varphi_m R^2 z^2 / (z_m^2 + r^2)^{5/2} \right] dz dr d\theta \end{aligned} \quad (A-8)$$

$$\begin{aligned} A_{\varphi-r, m}^{ed} &= \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_a^b \int_0^{z_0} \cos \theta \sqrt{1 + \varepsilon \cos \theta} r J_{r, m}^{ed} \\ &\quad \times \left[ \cos \varphi_m \frac{z}{R} / (z_m^2 + r^2)^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - \sin^2 \varphi_m R z / (z_m^2 + r^2)^{3/2} \right] dz dr d\theta \end{aligned} \quad (A-9)$$

となる。(16)と(A-8), (17)と(A-9)を比較して(18)式の重み関数を得る。

## Appendix IV

$u_1(\alpha_k r)$ と同様,  $u_0(\alpha_k r)$ も直交性をもつ。異なった二つの固有値  $\alpha_k$ と  $\alpha_{k'}$ を便宜上  $\alpha_k = \alpha$ ,  $\alpha_{k'} = \beta$ とおくと,

$$\begin{aligned} &\int_a^b r u_0(\alpha_k r) u_0(\alpha_{k'} r) dr \\ &= \int_a^b r \left\{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_0(\alpha r) J_0(\beta r) + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_0(\alpha r) Y_0(\beta r) \right. \\ &\quad \left. - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_0(\alpha r) Y_0(\beta r) - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_0(\alpha r) J_0(\beta r) \right\} dr \\ &= \frac{1}{\alpha^2 - \beta^2} [-a \alpha B_1 + a \beta B_2 + b \alpha B_3 - b \beta B_4] \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} B_1 &= \{ J_0(\beta a) Y_1(\beta b) - Y_0(\beta a) J_1(\beta b) \} \{ Y_1(\alpha b) J_1(\alpha a) - J_1(\alpha b) Y_1(\alpha a) \} \\ B_2 &= \{ J_0(\alpha a) Y_1(\alpha b) - Y_0(\alpha a) J_1(\alpha b) \} \{ Y_1(\beta b) J_1(\beta a) - J_1(\beta b) Y_1(\beta a) \} \\ B_3 &= \{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_1(\alpha b) J_0(\beta b) + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_0(\alpha b) Y_1(\beta b) \\ &\quad - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_1(\alpha b) Y_0(\beta b) - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_1(\alpha b) J_0(\beta b) \} \\ B_4 &= \{ Y_1(\alpha b) Y_1(\beta b) J_0(\alpha b) J_1(\beta b) + J_1(\alpha b) J_1(\beta b) Y_0(\alpha b) Y_1(\beta b) \\ &\quad - Y_1(\alpha b) J_1(\beta b) J_0(\alpha b) Y_1(\beta b) - J_1(\alpha b) Y_1(\beta b) Y_0(\alpha b) J_1(\beta b) \} \end{aligned}$$

$u_1(\alpha a) = 0, u_1(\beta a) = 0$  であるので,  $B_1 = 0, B_2 = 0$ .

$B_3, B_4$  が 0 であることは明らかである。従って, 異なった固有値  $\alpha_k, \alpha_{k'}$  に対して

$$\int_a^b r u_0(\alpha_k r) u_0(\alpha_{k'} r) dr = 0$$

なる結果を得る。さらに同じ固有値に関しては,

$$\begin{aligned} & \int_a^b r u_0^2(\alpha_k r) dr \\ &= \int_a^b r \{ Y_1^2(\alpha_k b) J_0^2(\alpha_k r) - 2Y_1(\alpha_k b) J_1(\alpha_k b) J_0(\alpha_k r) Y_0(\alpha_k r) \\ & \quad + J_1^2(\alpha_k b) Y_0^2(\alpha_k r) \} dr \\ &= \frac{b^2}{2} \{ J_0(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) - J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k b) \}^2 \\ & \quad - \frac{a^2}{2} \{ J_0(\alpha_k a) Y_1(\alpha_k b) - J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k a) \}^2 \\ &= \frac{b^2}{2} \{ J_0(\alpha_k b) Y_1(\alpha_k b) - J_1(\alpha_k b) Y_0(\alpha_k b) \}^2 \\ & \quad - \frac{a^2}{2} \frac{1}{\rho^2} \{ J_0(\alpha_k a) Y_1(\alpha_k a) - J_1(\alpha_k a) Y_0(\alpha_k a) \}^2 \end{aligned}$$

これに Lommel の公式をつかって, 最終的に

$$\begin{aligned} & \int_a^b r u_0^2(\alpha_k r) dr \\ &= \frac{2 \{ J_1^2(\alpha_k a) - J_1^2(\alpha_k b) \}}{\pi^2 \alpha_k^2 J_1^2(\alpha_k a)} \end{aligned} \tag{A-10}$$

を得る。

### Appendix V

(31) 式の仮定のもとでは全ての  $\ell$  に対して

$$\alpha_k r_\ell \simeq \frac{k\pi R_a}{4R} + (\ell-1)k\pi \gg 1$$

が成立する。従って, Bessel 関数の large argument における近似式がつかえて

$$J_1(\alpha_k r_\ell) \simeq \sqrt{\frac{1}{\pi \alpha_k r_\ell}} \cos \left[ \left( \frac{kR_a}{4R} - \frac{3}{4} \right) \pi + (\ell-1)k\pi \right]$$

と表わすことができる。この近似式から

1)  $k$  が奇数なら

$$\frac{J_1(\alpha_k r_{l+1})}{J_1(\alpha_k r_l)} \approx -\frac{\sqrt{r_l}}{\sqrt{r_{l+1}}}$$

2)  $k$  が偶数なら

$$\frac{J_1(\alpha_k r_{l+1})}{J_1(\alpha_k r_l)} \approx \frac{\sqrt{r_l}}{\sqrt{r_{l+1}}}$$

なる関係が得られる。この関係式をつかって(30)式から Bessel 関数を消去すると(32)式が得られる。

## Appendix VI

空心変流器電流として、図2に示すようなトロイダル形状をした、主半径  $R$ 、副半径  $r_t$  の厚さを無視できる中空導体中を流れる、 $\theta$ 、 $\varphi$  の依存性をもたない一様なシート電流  $J_z$  を仮定する。

$$J_z = J_{0z} \exp(-t/\tau_0)$$

$$J_{0z} = I_0 / 2\pi r_t$$

この電流による点  $O$  でのベクトルポテンシャルは

$$A_z^{\text{ex}} \approx \frac{\mu}{\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{J_{0z} \cos \varphi \cdot r_t \sqrt{1 + \epsilon_0 \cos \theta}}{\sqrt{2(1 - \cos \varphi) + \epsilon_0^2}} d\varphi d\theta \\ \times \exp(-t/\tau_0)$$

ただし、 $\epsilon_0 = r_t/R$

のように得られる。この時間微分をとって、点  $O$  での変流器誘導電場

$$E_z^{\text{ex}} \approx \frac{\mu J_{0z}}{\tau_0} r_t \left(1 - \frac{1}{16} \frac{r_t^2}{R^2}\right) \int_0^\pi \frac{\cos \varphi}{\sqrt{2(1 - \cos \varphi) + \epsilon_0^2}} d\varphi \\ \times \exp(-t/\tau_0) \quad (\text{A-11})$$

を得る。

表 1

 $N_r = 5$ 

$\ell$	$\alpha (1)$	$q (1, 1)$	$A (1, 1)$
1	$1.5715 \times 10$	-3.4541	$2.1574 \times 10^7$
2	$1.5714 \times 10$	-3.4535	$2.1519 \times 10^7$
3	$1.5713 \times 10$	-3.4531	$2.1474 \times 10^7$
4	$1.5712 \times 10$	-3.4521	$2.1436 \times 10^7$
5	$1.5711 \times 10$	-3.4526	$2.1404 \times 10^7$

 $N_r = 10$ 

$\ell$	$\alpha (1)$	$q (1, 1)$	$A (1, 1)$
1	$3.1420 \times 10$	$1.3409 \times 10$	$4.2599 \times 10^7$
2	$3.1419 \times 10$	$1.3409 \times 10$	$4.2568 \times 10^7$
3	$3.1419 \times 10$	$1.3409 \times 10$	$4.2541 \times 10^7$
4	$3.1419 \times 10$	$1.3409 \times 10$	$4.2516 \times 10^7$
5	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2493 \times 10^7$
6	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2473 \times 10^7$
7	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2454 \times 10^7$
8	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2436 \times 10^7$
9	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2420 \times 10^7$
10	$3.1418 \times 10$	$1.3408 \times 10$	$4.2405 \times 10^7$

表 2

		CASE A	CASE B
変流器の全アンペアターン $I_0$		$3.3 \times 10^6$ (AT)	$3.3 \times 10^6$ (AT)
変流器電流減衰時定数 $\tau_0$		0.1 (sec)	0.1 (sec)
トロイダルコイル内半径 $R_a$		1.75 (m)	1.75 (m)
トロイダルコイル外半径 $R_b$		2.75 (m)	2.75 (m)
トロイダルコイル軸長 $Z_t$		1.0 (m)	1.0 (m)
コイル導体の透磁率 $\mu$		$4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)	$4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)
コイル導体の導電率 $\sigma$		$5.917 \times 10^7$ (U/m)	$5.917 \times 10^7$ (U/m)
CASE I	$N_z \times N_r$	1~100	40 (一定)
	$N_z$	1, 2, 4	1~40
CASE II	$N_z \times N_r$	5, 10, 20, 40	40 (一定)
	$N_z$	1	1, 2, 4, 8

表 3

$N_r$	S 1	S 2	S 1+S 2/3	4LOG( $R_B/R_A$ )
1	1.8035692191	0.0218276063	1.8108450878	1.7673310091
2	1.7766602053	0.0056034247	1.7785280136	1.7673310091
3	1.7715022248	0.0025039242	1.7723368662	1.7673310091
4	1.7696823625	0.0014111933	1.7701527603	1.7673310091
5	1.7688373865	0.0009039833	1.7691387142	1.7673310091
6	1.7683776778	0.0006280770	1.7685870368	1.7673310091
8	1.7679200821	0.0003534679	1.7680379048	1.7673310091
10	1.7677081115	0.0002262713	1.7677835352	1.7673310091
12	1.7675929219	0.0001571524	1.7676453060	1.7673310091
14	1.7675234508	0.0001154676	1.7675619400	1.7673310091
16	1.7674783553	0.0000884092	1.7675078250	1.7673310091
18	1.7674474351	0.0000698565	1.7674707206	1.7673310091
20	1.7674253167	0.0000565851	1.7674441784	1.7673310091
25	1.7673913684	0.0000362158	1.7674034403	1.7673310091
30	1.7673729262	0.0000251504	1.7673813097	1.7673310091
35	1.7673618058	0.0000184781	1.7673679651	1.7673310091
40	1.7673545880	0.0000141474	1.7673593038	1.7673310091
45	1.7673496395	0.0000111782	1.7673533655	1.7673310091
50	1.7673460998	0.0000090544	1.7673491179	1.7673310091

$$S_1 = \sum_{l=1}^{N_r} \Delta R \left( \frac{1}{\sqrt{r_l}} + \frac{1}{\sqrt{r_{l+1}}} \right)^2$$

$$S_2 = \sum_{l=1}^{N_r} \Delta R \left( \frac{1}{\sqrt{r_l}} - \frac{1}{\sqrt{r_{l+1}}} \right)^2$$

$$R_a = 1.8$$

$$R_b = 2.8$$



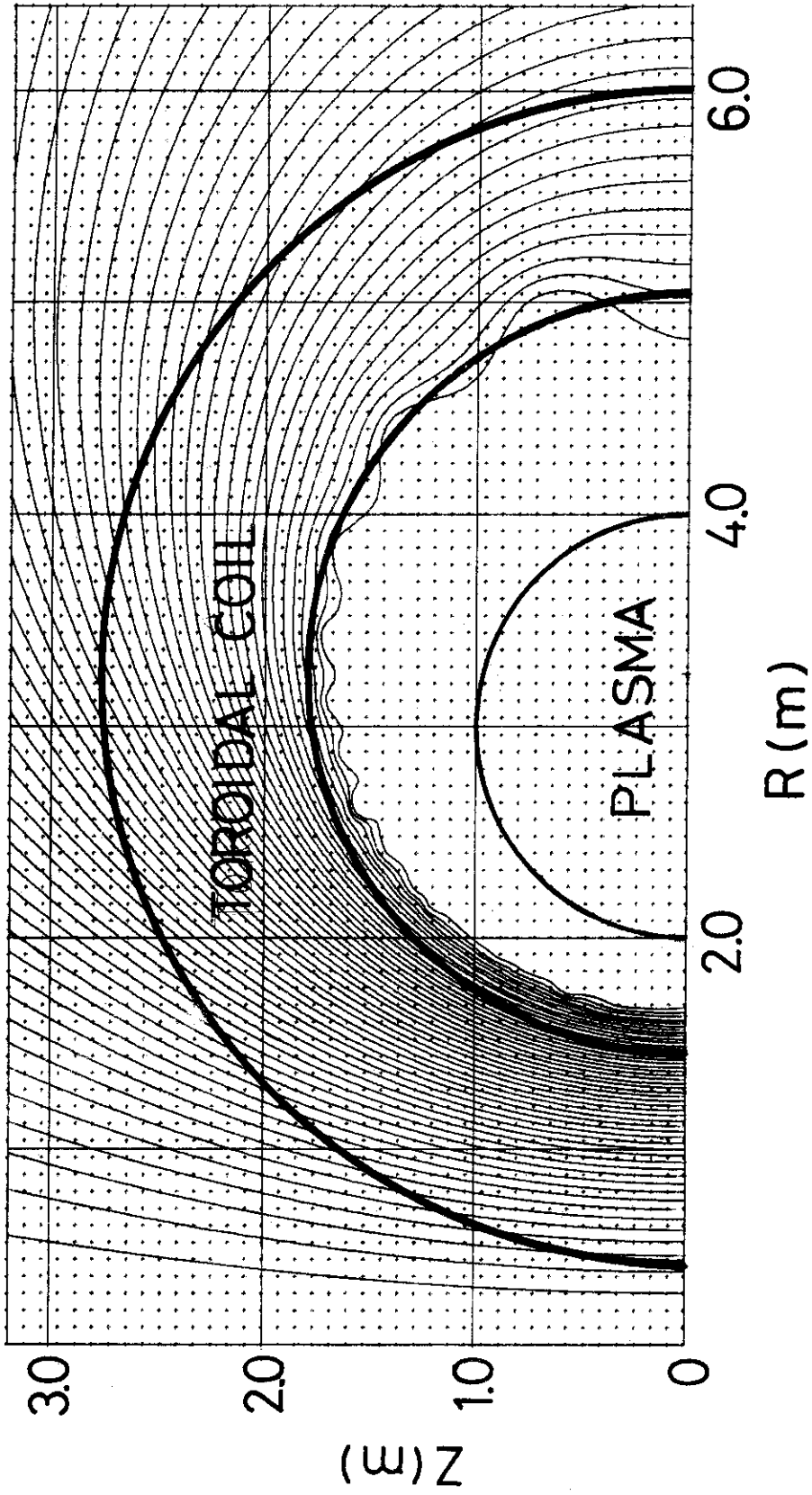


図1 ポロイダル断面での変流器電流のつくる磁束分布

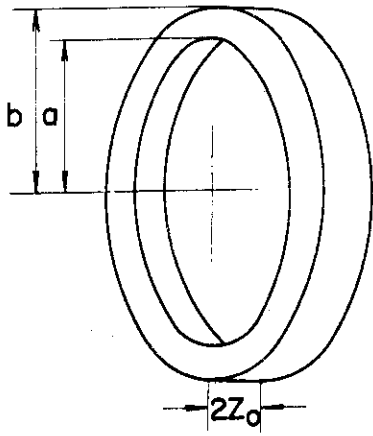


図2 角形断面を有する導体リング(トロイダルコイル単一導体のモデル)

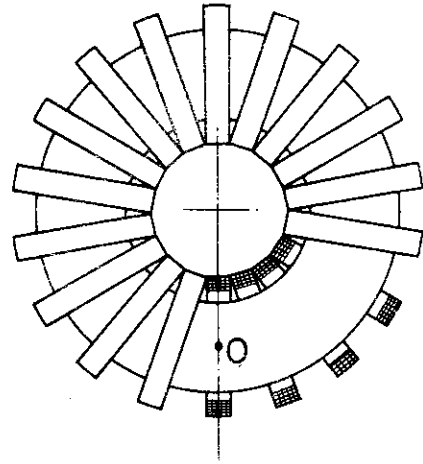


図4 変流器とトロイダルコイル導体モデルII

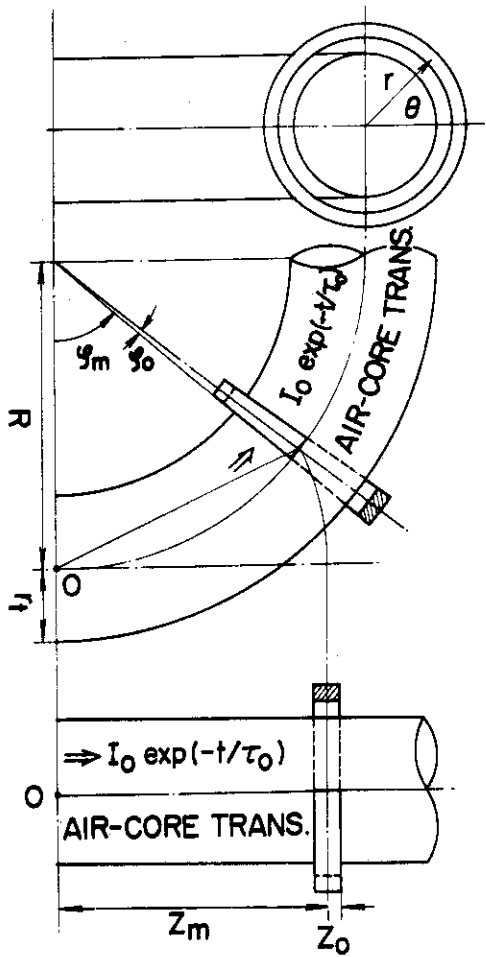


図3 変流器とトロイダルコイル導体モデルI

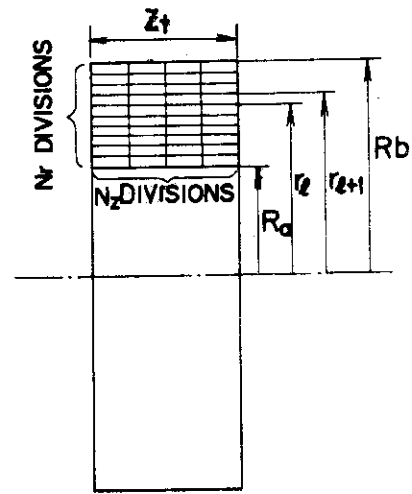


図5 トロイダルコイル断面モデル(絶縁体を無視)

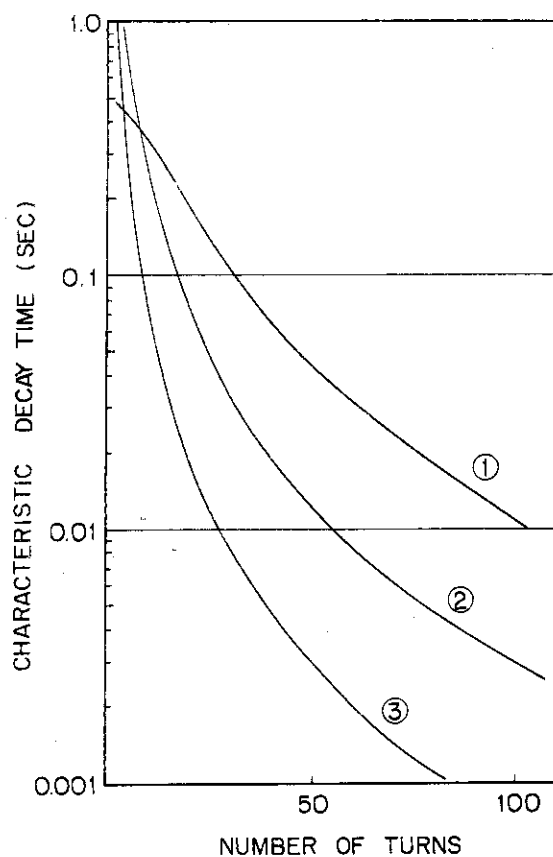


図6 トロイダルコイル巻数に対する渦電流の基底モードの減衰時定数  
 ①  $N_z = 4 \text{ T}$ , ②  $N_z = 2 \text{ T}$ , ③  $N_z = 1 \text{ T}$

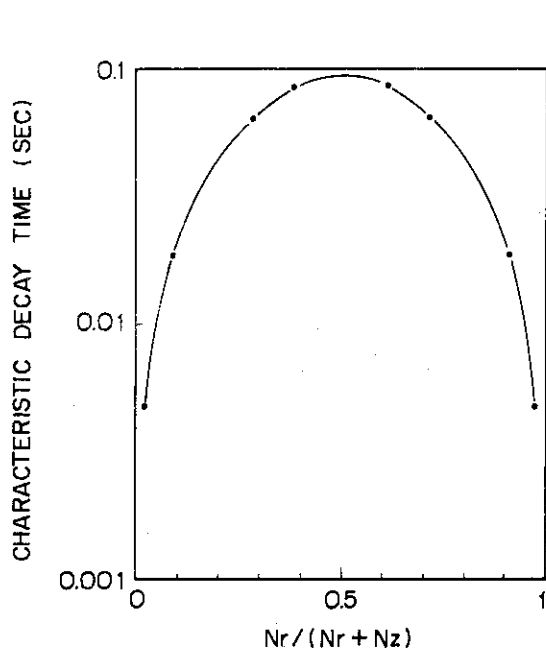


図7 トロイダルコイル巻数を40T(一定)にした場合の巻方に対する渦電流基底モードの減衰時定数

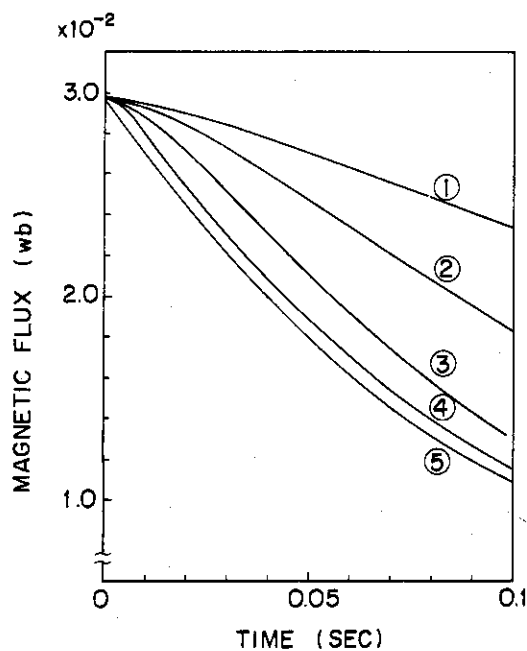


図8 トロイダルコイル1個あたりの磁束変化  
 ①  $N_r = 5 \text{ T}$ , ②  $N_r = 10 \text{ T}$ , ③  $N_r = 20 \text{ T}$   
 ④  $N_r = 40 \text{ T}$ ,  $N_z$  は全て  $1 \text{ T}$ , ⑤は渦電流の影響を考慮しない場合

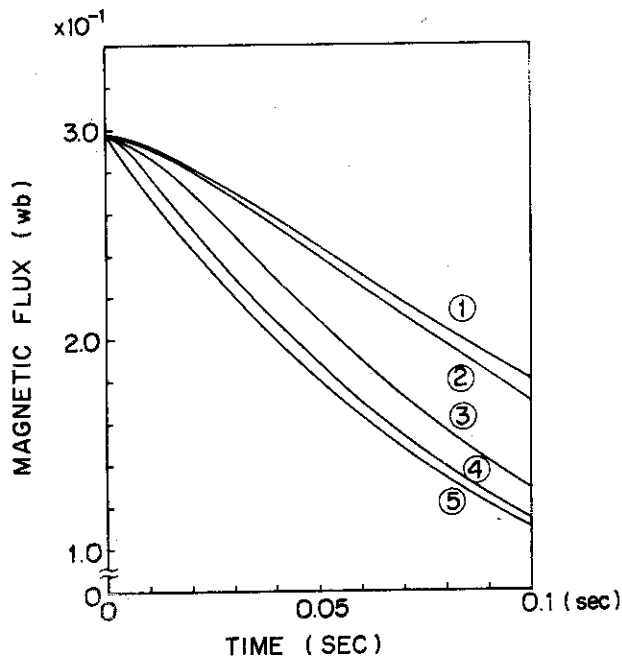


図9 トロイダルコイル1個あたりの磁束変化, コイルの全巻数は40 T(一定) ① $N_r=8$  T  $N_z=5$  T, ② $N_r=10$  T  $N_z=4$  T, ③ $N_r=20$  T  $N_z=2$  T, ④ $N_r=40$  T  $N_z=1$  T, ⑤は渦電流の影響を考えない場合

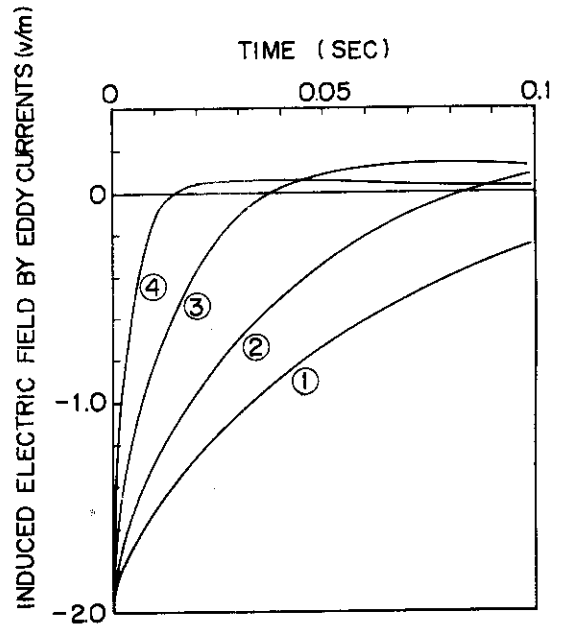


図10 渦電流によるプラズマ中心での誘導電場, ① $N_r=5$  T, ② $N_r=10$  T, ③ $N_r=20$  T, ④ $N_r=40$  T,  $N_z$  は全て1 Tにとった

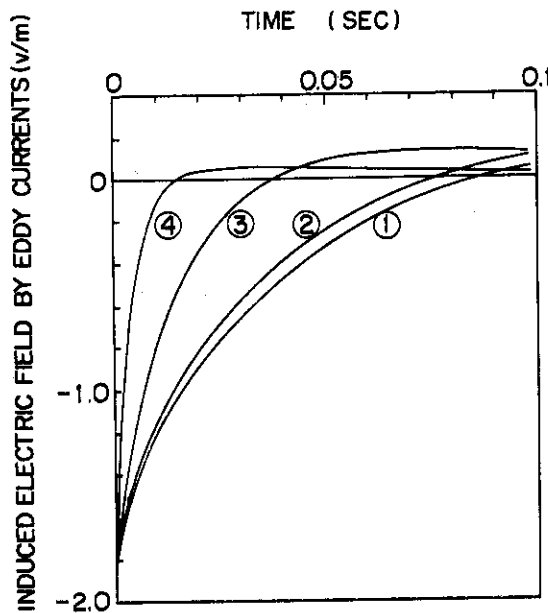


図11 トロイダルコイルの全巻数を40 T(一定)にした場合の渦電流によるプラズマ中心での誘導電場, ① $N_r=8$  T  $N_z=5$  T, ② $N_r=10$  T  $N_z=4$  T, ③ $N_r=20$  T  $N_z=2$  T, ④ $N_r=40$  T  $N_z=1$  T

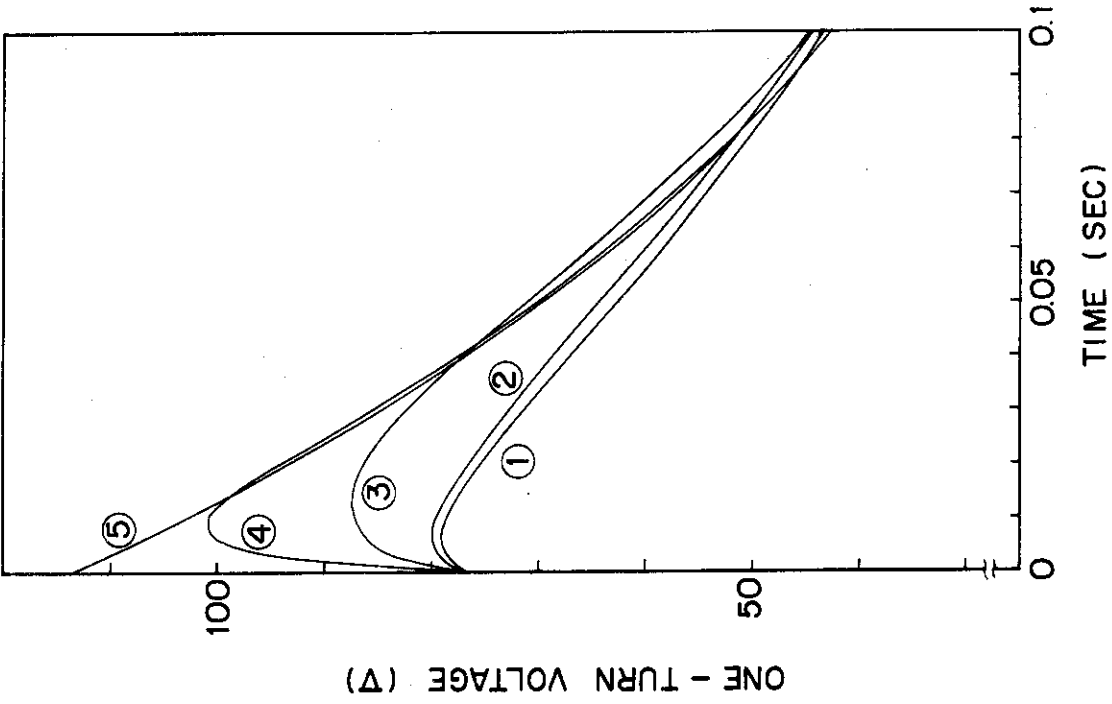


図13 プラズマ中心での one-turn voltage, トロイダルコイルの全巻数は40T(一定), ① $N_r=8T$   $N_z=5T$ , ② $N_r=10T$   $N_z=4T$ , ③ $N_r=20T$   $N_z=2T$ , ④ $N_r=40T$   $N_z=1T$ , ⑤は渦電流の影響を考えない場合

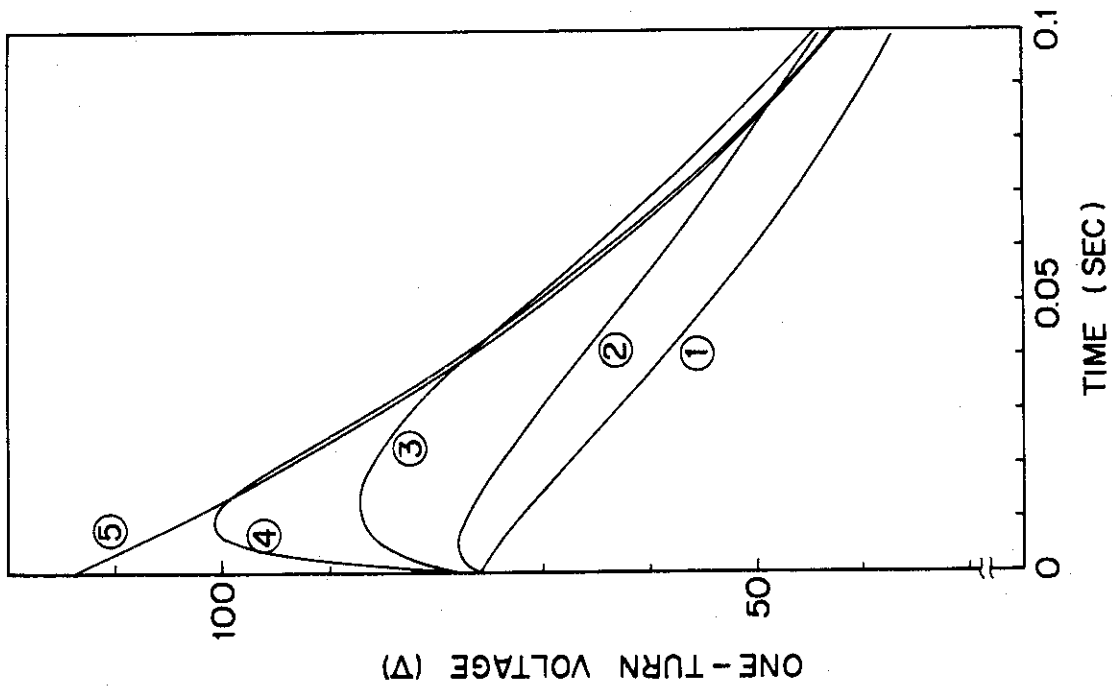


図12 プラズマ中心での one-turn voltage, ① $N_r=5T$ , ② $N_r=10T$ , ③ $N_r=20T$ , ④ $N_r=40T$ ,  $N_z$ は全て1Tにたった。⑤は渦電流の影響を考えない場合

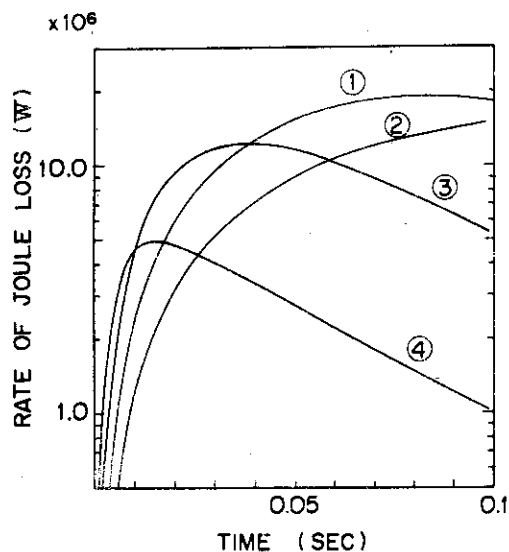


図 14 全トロイダルコイル中での渦電流によるエネルギー消費率, ①  $N_r=5T$ , ②  $N_r=10T$ , ③  $N_r=20T$ , ④  $N_r=40T$ ,  $N_s$  は全て  $1T$  にとった。

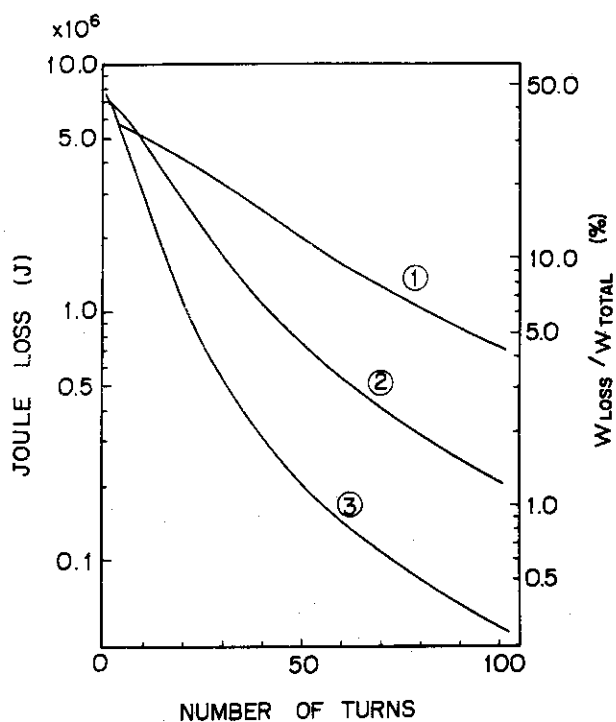


図 16 全トロイダルコイル中で渦電流により消費されるエネルギー量, ①  $N_r=8T$ , ②  $N_r=10T$ , ③  $N_r=20T$ , ④  $N_r=40T$ ,  $N_s$  は全て  $1T$  にとった。

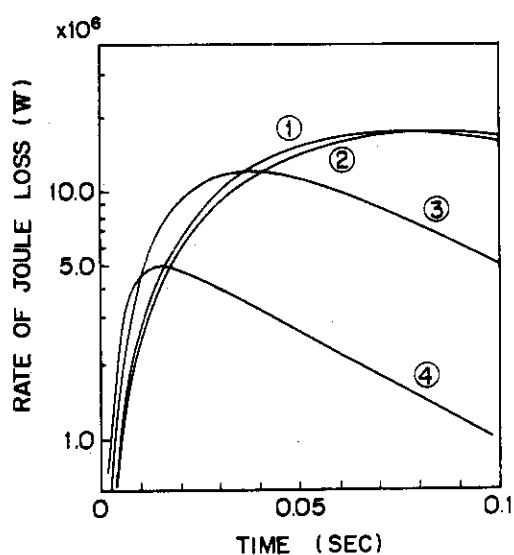


図 15 全トロイダルコイル中での渦電流によるエネルギー消費率, トロイダルコイルの全巻数は  $40T$  (一定), ①  $N_r=8$   $N_s=5$ , ②  $N_r=10$   $N_s=4$ , ③  $N_r=20$   $N_s=2$ , ④  $N_r=40$   $N_s=1T$

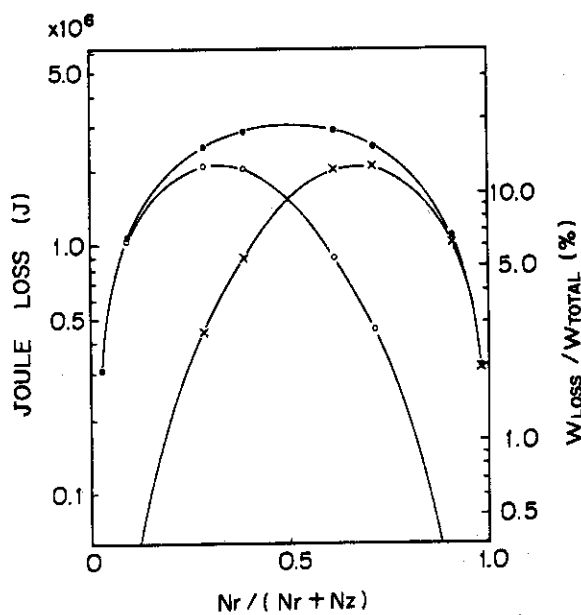


図 17 トロイダルコイルの全巻数を  $40T$  (一定) にした場合, 全トロイダルコイルで消費されるエネルギー量, ①  $N_r=8T$   $N_s=5T$ , ②  $N_r=10T$   $N_s=4T$ , ③  $N_r=20T$   $N_s=2T$ , ④  $N_r=40T$   $N_s=1T$