JAERI-M
6167

# 散逸型不純物ドリフト波不安定性

１９７５年6月

津田　孝・田中　正俊

日 本 原 子 力 研 究 所
Japan Atomic Energy Research Institute

# 散逸型不純物ドリフト波不安定性

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部
津田　孝・田中正俊

（1975年6月10日受理）

無衝突領域（$\lambda_{mfp} \gg k_{\parallel}^{-1}$；$\lambda_{mfp}$ は粒子の平均自由行程，$k_{\parallel}$ は波動ベクトルの磁力線方向の成分）での場合と同様に，$\lambda_{mfp} \ll k_{\parallel}^{-1}$ の領域でも不純物イオンの存在がある種のドリフト不安定性を誘起することが示された。このモードは不純物の密度がある値より大きくなると，プラズマ・イオンのparallel粘性によって不安定となる。

JAERI-M 6167

# Impurity Drift Instability of Dissipative Type

Takasi Tuda and Masatoshi Tanaka

Plasma Theory Laboratory, Division of Thermonuclear Fusion Research
Tokai Research Establishment, JAERI

( Received June 10, 1975 )

A new type of impurity drift instability is investigated in the short mean free path limit. This mode is driven by the ion parallel viscosity and is stabilized by the collisional diffusion of impurity ions across the magnetic field when the impurity concentration is lower than a certain value.

目 次 な し

# 1 序 論

高温プラズマ中に存在する高電荷の不純物イオンは非常に大きな輻射損失を伴うことが知られている[1]。この為，トカマクやステラレーター等のlow−$\beta$トーラス系によって核融合炉を実現するには，プラズマ中の不純物（特に重金属イオン）のレベルを低い値に抑えることが必要である[2]。従って，磁化プラズマ中での不純物イオン（高電荷，高質量数）の輸送過程を知ることは重要である。

この不純物イオンの輸送過程に対する古典理論（新古典理論）は，たとえば，津田，田中[3]やHinton と Moore[4]がある。しかし，不純物イオンの輸送は，これら古典的なものよりもずっと早く（異常拡散）なる可能性がある。

この不純物の異常拡散の原因となりうるものとして，不純物イオンの存在によって発生するある種のドリフト不安定性（Impurity Drift Mode）が特に重要である。この種の不安定性の存在は Coppi et al[5]によって指摘された。

この不安定性は，不純物イオンによって伝播されるドリフト波で $\nabla n_i \cdot \nabla n_I < 0$（i，I はそれぞれプラズマ・イオン，不純物イオンを示す）の場合に，この波がプラズマ・イオンからランダウ減衰でエネルギーを受け取って成長する。この不安定性が，バナナ領域（$\nu < \delta^{3/2} v_T / Rq$；$\delta = a/R$，$v_T$ は熱速度，R は主半径，q は安全係数）においては，捕捉イオンに対するクーロン衝突によって成長率が大きくなることが筆者達[6]によって指摘されている。この論文では，MHD領域においてこの不安定性がどうなるかを調べる。

# 2 モデル

座標系としては（x，y，z）の直交座標系を用いる。z方向に一様な強磁場（$\nu \ll \omega_c$，$\nu$；突周波数，$\omega_c$；サイクロトロン周波数）が存在しているとする。プラズマは電子（$e_e = -e$），プラズマ・イオン（$e_i = e$，$m_i = m_p$，$m_p$；陽子質量），不純物イオン（$e_I = Ze$，$m_I = Am_p$，$Z \gg 1$，$A \gg 1$）の3成分からなっているものとする。プラズマは平衡状態で中性，すなわち，

$$n_e(x) = n_i(x) + Z n_I(x) \tag{1}$$

$$\text{但し} \quad n_i \gg n_I$$

となっているものとする。又，イオン同志の温度の緩和時間は充分に早いので各成分で温度は等しい（$T_i = T_I = T$）ものとする。密度及び静電ポテンシャルの揺動として

$$\tilde{n},\ \tilde{\phi} \ \propto \exp i\,(k_\perp y + k_{/\!/} z - \omega t) \tag{2}$$

の型を考える。$k_\perp (d\,\ell n\, n/dx)^{-1} \gg 1$ として$\tilde{n}$，$\tilde{\phi}$のx座標に対する依存性を無視する。

$$\frac{v_T^2}{A} \ll \left(\frac{\omega}{k_{/\!/}}\right)^2 \ll v_T^2 = \frac{T}{m_i} \tag{3}$$

とものを考える。さらに，

$$(k_\perp \lambda_D)^2 \ll 1, \quad (k_\perp \rho_i)^2 \ll 1 \tag{4}$$

であるとする。但し，$\rho_i$はイオンのラーマー半径，$\lambda_D$ はデバイ長である。又，衝突周波数は，

$$\left(\frac{k_{/\!/} v_T}{\nu}\right)^2 \ll 1 \tag{5}$$

であるとする。すなわち，以下の解析では流体方程式系を用いる。

まず，電子に対しては，(3)式より，

$$\tilde{n}_e = \frac{e n_e \tilde{\phi}}{T_e} \tag{6}$$

とすることが出来る。

プラズマ・イオンの密度揺動を求める為に，連続の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \vec{v}) = 0$$

を線形化して，

$$-i\omega \tilde{n}_i - i k_\perp \frac{\tilde{\phi}}{B} \frac{dn_i}{dx} + i k_{/\!/} n_i \tilde{v}_{/\!/ i} = 0 \tag{7}$$

とする。又，イオンの磁力線方向の運動方程式として，

$$-i\omega n_i m_i \tilde{v}_{\parallel i} = -ik_\parallel T\tilde{n}_i - ien_i k_\parallel \tilde{\phi}$$

$$-(k_\parallel^2 \mu_\parallel + k_\perp^2 \mu_\perp)\tilde{v}_{i\parallel} + \tilde{R}_\parallel \tag{8}$$

を用いる。ここで

$$\mu_\parallel \simeq 0.96 \frac{nT}{\nu_{ii}},$$

$$\mu_\perp \simeq 1.2 \frac{\nu_{ii} nT}{\omega^2_{ci}} \tag{9}$$

は，それぞれイオンの parallel 及び perpendicular の粘性係数[7)]である。但し

$$\nu_{ii} \equiv \frac{4\sqrt{2\pi}\; e^4 n_i \ln \Lambda}{3\sqrt{m_i}\; T^{3/2}} \tag{10}$$

である。又$\tilde{R}_\parallel$は，プラズマ・イオンと不純物イオンの間に働らく磁力線方向の摩擦力であり，Ref (7) より，

$$\tilde{R}_\parallel = -\frac{m_{iI} n_i}{\tau_{iI}} (\tilde{v}_{\parallel i} - \tilde{v}_{\parallel I}) \tag{11}$$

但し，

$$m_{iI} = \frac{m_i m_I}{m_i + m_I},$$

$$\tau_{iI} = \frac{3\sqrt{m_{iI}}\; T^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\; Z^2 e^4 n_I \ln \Lambda}$$

で与えられる。しかし，今のところ，A≫ 1 であり，又(3)式を成立する場合を考えているので，

$$\tilde{v}_{\parallel I} = 0 \tag{12}$$

とすることができる。従って(11)式は近似的に

$$\tilde{R}_\parallel = -\frac{Z^2 n_I}{n_i} m_i n_i \nu_{ii} \tilde{v}_{\parallel i} \tag{13}$$

とすることが出来る。実効的な，動粘性率$\mu_{eff}$を

$$\mu_{eff} \equiv \frac{1}{n_i m_i}(k_\parallel^2 \mu_\parallel + k_\perp^2 \mu_\perp) + \frac{Z^2 n_I}{n_i}\nu_{ii} \tag{14}$$

と定義すると，

$$\tilde{v}_{\parallel i} = \frac{T}{n_i m_i} \frac{\tilde{n}_i + e n_i \tilde{\phi}/T}{\omega + i\mu_{eff}} \tag{15}$$

となる。(15)式を(7)式に代入して$\tilde{n}_i$について解くと，

$$\tilde{n}_i = \frac{\omega\omega_i + i\mu_{eff}\omega + k_{/\!/}^2 v_T^2}{\omega^2 - i\mu_{eff}\omega - k_{/\!/}^2 v_T^2} \frac{en_i\tilde{\phi}}{T} \tag{16}$$

但し

$$v_T^2 \equiv \frac{T}{m_i}$$

$$\omega_i \equiv -\frac{k_\perp T}{eBn_i}\frac{dn_i}{dx}$$

となる。

(3)式と(5)式より $k_{/\!/}^2 v_T^2 \gg \omega^2$, $|\mu_{eff}\omega|$ であるから，(16)式は

$$\tilde{n}_i \simeq -\left\{1 + \frac{(\omega+\omega_i)(\omega + i\mu_{eff})}{k_{/\!/}^2 v_T^2}\right\}\frac{en_i\tilde{\phi}}{T} \tag{17}$$

となる。

不純物イオンに対しては，$\omega^2/k_{/\!/}^2 \gg v_T^2/A$であるから，(12)式の通り，$\tilde{v}_{/\!/ I} = 0$とする。x方向にはE×Bのドリフト運動により$\tilde{v}_{xI} = -ik_\perp\tilde{\phi}/B$で動く，y方向には，プラズマ・イオンとの衝突により，Longmire とRosenbluth[8] に従って

$$\tilde{v}_{yI} = -\frac{4}{3}\left(\frac{2\pi m_{Ii}}{T}\right)^{1/2}\frac{Z^2e^2n_i}{B^2}\left(\nabla_\perp\tilde{n}_I - \frac{Zn_I}{n_i}\nabla_\perp\tilde{n}_i\right)$$

$$\simeq -ik_\perp D_I\left(\tilde{n}_I - \frac{Zn_I}{n_i}\tilde{n}_i\right) \tag{18}$$

$$D_I = Z^2\nu_{ii}\rho_i^2 \tag{19}$$

で拡散するものとする。これらを連続の式に代入し，(17)式を用いて，$\tilde{n}_I$について解くと

$$(\omega + ik_\perp^2 D_I)\tilde{n}_I = \left\{(\omega_I - ik_\perp^2 D_I)\left[1 + \frac{(\omega+\omega_i)(\omega+i\mu_{eff})}{k_{/\!/}^2 v_T^2}\right]\right\}\frac{Zen_I\tilde{\phi}}{T}$$

あるいは

$$\tilde{n}_I \simeq \frac{\omega_I - ik_\perp^2 D_I}{\omega + ik_\perp^2 D_I}\frac{Zen_I\tilde{\phi}}{T} \tag{20}$$

となる。但し，

$$\omega_I \equiv -\frac{k_\perp T}{ZeBn_I}\frac{dn_I}{dx}$$

## 3 分散式

$|k\lambda_D| \ll 1$ の波を考えているので

$$\tilde{n}_e = \tilde{n}_i + Z\tilde{n}_I$$

とすることが出来る。従って(6), (17) 及び (20) の各式を用いて

$$\left(\frac{n_e}{T_e} + \frac{n_i}{T}\right) e\tilde{\phi} = \frac{\omega_I - ik_\perp^2 D_I}{\omega + ik_\perp^2 D_I} \frac{Z^2 e\, n_I \tilde{\phi}}{T} - \frac{(\omega+\omega_i)(\omega + i\mu_{eff})}{k_{/\!/}^{\,2} v_T^2} \frac{e\, n_i \tilde{\phi}}{T} \tag{21}$$

$\tau \equiv \dfrac{n_e}{n_i} \dfrac{T}{T_e}$ として

$$\mathrm{Re}\,\omega \simeq \frac{Z^2 n_I}{(1+\tau) n_i} \omega_I = \omega_0 \tag{22}$$

とすると，成長率として，

$$\mathrm{Im}\,\omega = -\mu_{eff} \frac{\omega_0(\omega_0+\omega_i)}{(1+\tau) k_{/\!/}^{\,2} v_T^2} - k_\perp^2 D_I \left\{1 + \frac{Z^2 n_I}{(1+\tau) n_i}\right\} \tag{23}$$

が得られる。Ref(5)の Collisionless モードの場合と同様に $\nabla n_i \cdot \nabla n_I < 0$ の場合に不安定となりうる。

このモードは (23) 式を見れがわかるように充分に $n_I$ が小さい場合には，第 2 項によって安定化することが出来る。$\omega_i \sim k\ v_T \rho_i / \ell_i$ $\omega_0 \sim (Z\, n_i / (1+\tau) n_i)\ k\ v_T \rho_i / \ell_I$ と置くと，安定化の十分条件として

$$\frac{n_I}{n_i} \lesssim \frac{1+\tau}{Z^2} \frac{1}{1 + \dfrac{v_T^{\,2}}{(1+\tau)\,|\ell_i \ell_I|\, \nu_{ii}^{\,2}\, Z^3}} < \frac{1+\tau}{Z^2} \tag{24}$$

が得られる。

# 4　議論と結論

成長率にもっとも寄与する項は (23) 式の $\mu_{eff}$ のうちでイオンのparallel 粘性からくる項である。すなわち成長率 $\gamma$ は近似的に

$$\gamma \simeq -\frac{\omega_0(\omega_0+\omega_i)}{(1+\tau)\nu_{ii}} \tag{25}$$

となる。この論文で述べたモードは $\nu_{ii}$ を小さい（$\nu_{ii}/k_{/\!/}v_T \to 1$） 極限でRef (5)の

$$\gamma \simeq -i\sqrt{\pi}\,\frac{\omega_0(\omega_0+\omega_i)}{(1+\tau)k_{/\!/}v_T} \tag{26}$$

というラングウ減衰によるCollisionless 型に移行する。

このモードが，不純物レベルのある値以下では，安定になることは，Ref (9) にあるように，トーラス系での不純物イオンの輸送に対する径電界の効果を調べる際に必要な条件である。

# 謝　辞

最後に，いろいろと議論していただいた，核融合研究部，理論解析研究室の各氏に感謝いたします。

# 参考文献


(1) R. F. Post; Plasma Phys. 3 (1961) 273.

(2) D. M. Meade; Nuclear Fusion 14 (1974) 289.

(3) 津田，田中；JAERI−M5376 (1973), T. Tuda and M. Tanaka; J. Phys. Soc. Japan 38 (1975) 1128.

(4) F. L. Hinton and T. B. Moore; Nuclear Fusion 14 (1974) 639.

(5) B. Coppi, H. P. Furth, M. N. Rosenbluth and R. Z. Sagdeev; Phys. Rev. Letters 17 (1966) 377.

(6) T. Tuda andM. Tanaka; to be published in J. Phys. Soc. Japan.

(7) S. I. Braginski; in "Rewiews of Plasma Physics" M. A. Leontovich (Ed.) (Consultant Bureau, 1965, New York) Vol 1.

(8) C. L. Longmire and M. N. Rosenbluth; Phys. Rev. 103 (1956) 507.

(9) 津田; JAERI−M 6096 (1975)