

JAERI-M

6171

非軸対称トーラス系における不純物輸送

1975年7月

津田 孝

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

非軸対称トーラス系における不純物輸送

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

津 田 孝

(1975年6月13日受理)

非軸対称トーラス系での不純物輸送について調べた。非軸対称系においても均一磁場中や軸対称系の場合と同様に不純物イオンの逆拡散やプラズマ柱の中心への集中が起こることが示された。

JAERI-M 6171

Impurity Transport in Non-Axisymmetric Toroidal Systems

Takasi Tuda

Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai, JAERI

(Received July 13, 1975)

Impurity transport in a non-axisymmetric toroidal system (stellarator or tokamak with field ripples) has been studied.

Each ion species is assumed to be collisionless sufficiently to exist trapped particles due to the field ripples. The impurity transport in a non-axisymmetric system is similar to that in the axisymmetric one, i.e. inward diffusion and peaking of the impurity ions are indicated.

目 次 な し

§ 1 序 論

高温プラズマ中の高電荷の不純物イオンの存在は非常に大きな輻射損失の原因となることが知られている。¹⁾この為、トカマクやステラレーター等の low- β トーラス系によって核融合炉を実現するにはプラズマ中の不純物レベルをある値以下に抑えることが基本的な必要条件の 1 つである。例えば重金属不純物イオンの存在が、熱核融合の為の Lawson 条件 ($n\tau = 10^{14}$ sec \cdot cm $^{-3}$) をどの程度変えるかは Meade²⁾によって与えられている。

又、現在のトカマクの実験においても、プラズマ中に存在する不純物イオンがプラズマ閉じ込めに大きな影響を与えているものと思われる。³⁾これらの理由で、磁化プラズマ中に 2 種類以上の異なる質量や電荷をもったイオンが存在する状況での輸送過程を研究することは重要である。

最近になって不純物イオンのトーラス系での輸送に関する研究が行なわれるようになつてきた。プラズマが MHD 領域にある場合には、津田と田中⁴⁾や Rutherford,あるいは半径方向の電界の効果を考慮した津田⁶⁾の計算がある。又、軸対称トーラス(トカマク)においてプラズマの衝突周波数が充分に低く、すべての不純物イオンがバナナ領域にあるとみなせる場合の解析は Connor⁷⁾によって行なわれた。さらにイオンの衝突周波数がバナナとブロードの両領域にまたがる場合への拡張は Hinton と Moore⁸⁾によって行なわれている。これらの一連の研究で一致している重要な点は、

i) プラズマは径電界 E_r の値と関係なく自動的に両極性拡散となる。すなわち

$$\sum_a e_a \Gamma_a = 0 \quad (1)$$

ii) 粒子束は自分自身の密度勾配だけに關係するのではなく衝突する相手のイオン(又は電子)の密度勾配にも關係する。

$$\Gamma_a \propto \frac{1}{e_\beta n_\beta} \frac{dn_\beta}{dr} - \frac{1}{e_a n_a} \frac{dn_a}{dr} \quad (2)$$

たとえば、外部から入ってきた不純物イオンはプラズマのイオン ($dn_i/dr < 0$) との衝突によって内側に拡散していく (inward diffusion)。

iii) 電子の寄与 ($\sim 0 (\sqrt{m_e/m_i})$) を無視した準定常状態では、多価の不純物イオンはプラズマ核の中心に集中した分布となる。すなわち

$$\frac{n_Z(r)}{n_Z(o)} \simeq \left\{ \frac{n_i(r)}{n_i(o)} \right\}^Z \quad (3)$$

但し、不純物の電荷数を Z, プラズマ・イオンの電荷数を 1 とした。(peaking)

の 3 点であり、系が軸対称とみなせる場合には、これらの現象が均一磁場中の輸送過程⁹⁾の場合とまったく同様に成立する。しかし Ref(8) で示されている様に、(1)~(3)式がトーラス系で成立する為には、系が軸対称性を持っていることが基本的な条件の 1 つである。

ステラレーター等の非軸対称系では、粒子の平均自由行程の長い領域では、ヘリカル磁場に

捕捉された粒子が輸送過程に本質的な役割りを果たすようになる¹⁰⁾この場合には、両極性拡散の成立に径電界 E_r の値が直接的に関係してくる。トカマクにおいても、トロイダル・コイルが整数個に分割して巻かれている為にトロイダル磁場に小さなリップルが生じる。このリップル磁場に粒子が捕捉される効果によって衝突周波数の少ない極限において非常に大きな粒子束や熱流を生じる¹¹⁾ことが知られている。この論文の目的はこの様な非軸対称系で I)~III) の現象がどうなるかを調べることである。

又、リップル磁場の存在による熱流の増加は、将来の大型トカマクにおいては非常に大きなものになる可能性がある¹²⁾この熱損失が不純物の存在によってどの程度に減少するかも興味がある点である。

簡単の為に、我々は Ref(11) と同じリップル磁場を加えたトカマク磁場配位を考えることにする。しかし、得られた結論はステラレーター配位の場合にも直ちに適用が可能である。

§ 2 ではモデルと基本式について議論を行なう。§ 3 で粒子束と熱流の表式が与えられる。不純物イオンの非軸対称トーラス系での振舞が、均一磁場中や軸対称系の場合とよく似た性質を持っていることが § 4 で示される。

§ 2 モデルと基本式

前節で述べた様に、 low β トカマクについて考えることにする。座標系としては、第 1 図に示すように、線素 ds が

$$(ds)^2 = (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2 + R^2 (1 + \epsilon \cos\theta)^2 (d\varphi)^2 \quad (4)$$

で与えられるものをとる。ここで R は主半径、 $\epsilon = r/R$ はアスペクト比の逆数であり、 $\epsilon \ll 1$ とする。平衡の磁場配位は、

$$\vec{B} = \frac{B_0}{1 + \epsilon \cos\theta} (0, \theta, 1 - \delta \cos N\varphi) \quad (5)$$

で与えられるものとする。ここで、 $\theta \ll B_\theta/B_\varphi \ll 1$ であり、 δ はトロイダル磁場のリップルの大きさ、 N はトロイダル・コイルの個数である。 θ 及び δ は r のみの関係であるとする。又、 δ は充分に小さく、この項による磁気面 ($r = \text{const}$) の変化は無視する。

衝突周波数が充分に低い ($\nu \ll \delta^{3/2} N v_T / R$) 領域では、磁力線方向にゆっくり運動する粒子はトロイダル磁場のリップルに捕捉される。この捕捉粒子はトロイダル磁場の不均一性の効果で第 1 図の Z 軸方向に速度 $v_D \sim T/e_j B_0 R$ でドリフト運動する。クーロン衝突によって、粒子が速度空間の捕捉領域から出していく特徴的な時間スケールは δ/ν_j の程度である。捕捉粒子となる場合は δ の程度であるので拡散係数のおおよその値として、

$$D_j \sim \sqrt{\delta} \frac{(\Delta x)^2}{\tau} = \sqrt{\delta} \tau (v_D)^2 \sim \frac{\delta^{3/2}}{\nu_j} \left(\frac{T}{e_j B_0 R} \right)^2 \quad (6)$$

が得られる。ここで注意しておくべき事は、電荷の大きな ($Z \gg 1$) 不純物イオンに対しては (6) 式の値は $Z = 1$ の場合に比べてかなり小さくなることである。以下の計算では各成分のイオンの衝突周波数 ν は

$$\delta^{3/4} \frac{\rho}{r} \frac{v_T}{R} \ll \nu \ll \delta^{3/2} \frac{N v_T}{R} \quad (7)$$

にあるものとする。ここで ρ , v_T とそれぞれ各成分のラーマー半径及び熱速度である。(7)式で与えられる衝突周波数の領域では拡散係数(熱伝導率)は(6)式の様に $1/\nu$ に比例する形となる。

速度空間の座標としては (W , μ , σ) を用いる。すなわち

$$W = \frac{m_j v^2}{2} + e_j \phi \quad (8)$$

$$\mu = \frac{m_j v_1^2}{2B}$$

但し m_j ; j 粒子の質量

e_j ; j 粒子の電荷

ϕ ; 静電ポテンシャル

v_1 ; 粒子の磁力線に垂直方向の速度

である。すると磁力線方向の粒子の速度 q は

$$q = \sigma \left[\frac{2}{m_j} (W - e_j \phi - \mu B) \right]^{1/2} \quad (9)$$

但し

$$\sigma = \pm 1$$

で表わされる。又、速度空間の体積素は

$$d^3v = \sum_j \frac{2\pi B d\mu dW}{m^2 |q|} \quad (10)$$

である。

衝突周波数 ν はサイクロトロン周波数 ω_c に比べて充分に小さいので、分布関数 f を解くのに、ラーマー周期で平均を行なった Drift Kinetic Eqnuation を用いる。さらに、ラーマー半径での展解を行なつて線形化して

$$\sigma q \vec{n} \cdot \mathbf{v} f_j + \vec{v}_{dj} \cdot \mathbf{v} F_j = C(f_j) \quad (11)$$

を解けばよい。ここで \vec{n} は磁力線方向の単位ベクトルであり、 \vec{v}_{dj} は旋回中心のドリフト速度である。又、 F_j はマックスウェル分布

$$F_j = \left(\frac{m_j}{2\pi T_j(r)} \right)^{3/2} n_j(r) \exp \left\{ - \frac{W - e_j \phi}{T_j(r)} \right\} \quad (12)$$

である。以下では、異なるイオン同志の温度の緩和時間は充分に早いので各成分で温度は著しいものとする。

線形化した衝突項 $C_j (= \sum_k C_{jk})$ としては

$$C_{jk} = \nu_{jk}(x_j) q \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{q \mu}{B} \frac{\partial}{\partial \mu} f_j \quad (13)$$

を用いる。ここで

$$x_j = \frac{w - e_j \phi}{T_j} = \frac{m_j v^2}{2 T_j}$$

$$\nu_{jk}(x_j) = \frac{\sqrt{2\pi} e^4 \ell n A Z_j^2 Z_k^2 n_k}{m_j^{1/2} T_j^{3/2}} x_j^{-3/2} h(x_k) \quad (14)$$

$$h(x) = (1 - \frac{1}{2x}) \eta(x) + \eta'(x)$$

$$\eta(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t} t^{1/2} dt$$

$$\eta'(x) = \frac{d\eta(x)}{dx}$$

である。13式の衝突項はピッチ角散乱のみしか表わしていないが、我々が取扱う輸送過程にとって本質的である粒子の捕捉状態と通過状態の間の移り変りを、良い近似で記述できる。又、13式の衝突項は、運動量保存則を満足しないが、軸対称系の場合と異なり、非軸対称系での輸送現象では、衝突の際の運動量保存則はあまり重要な役割を演じない。

不純物の粒子束、熱流に対する電子との衝突による効果は非常に小さい($\sim m_e/m_i$)ので以下の計算では無視することにする。

§3 粒子束と熱流

我々は(7)式の成立する領域を考えているので、 f_j を求める計算は $\nu R/\delta^{3/2} N v_T$ を展開のパラメーターとして進めることが出来る。計算の手順は Ref(1)とまったく同じである。 f_j が求めれば粒子束 Γ と熱流 Q はそれぞれ

$$\Gamma_j = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \sum_6 \int_0^\infty \frac{2\pi dw}{m_j^2} \int_{K/B_{\max}}^{K/B} \frac{B d\mu}{|q|} f_j v_d r_j \quad (15)$$

$$Q_j = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \sum_6 \int_0^\infty \frac{2\pi dw}{m_j^2} \int_{K/B_{\max}}^{K/B} \frac{B d\mu}{|q|} f_j K v_d r_j \quad (16)$$

で計算することが出来る。但し、 $K = w - e_j \phi$ である。

Ref(1)で求められている f_j を用いると、

$$\begin{aligned} \Gamma_j = & -\frac{64}{9} \frac{\delta^{3/2} G(\alpha) n_j}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{T}{Z_j e B R} \right)^2 \int_0^\infty \frac{dx_j x_j^{5/2} e^{-x_j}}{\sum_k \nu_{jk}(x_j)} \\ & \times \left[\frac{n_j}{n_j} + \frac{Z_j e \phi}{T_j} - \left(\frac{3}{2} - x_j \right) \frac{T_j}{T_j} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$Q_j = -\frac{64}{9} \frac{\delta^{3/2} G(\alpha)}{(2\pi)^{3/2}} n_j T \left(\frac{T}{Z_j e B R} \right)^2 \int_0^\infty \frac{dx_j x_j^{1/2} e^{-x_j}}{\sum_k \nu_{jk}(x_j)} \\ \times \left[\frac{n_j}{n_j} + \frac{Z_j e \phi'}{T_j} - \left(\frac{3}{2} - x_j \right) \frac{T_j'}{T_j} \right] \quad (18)$$

となる。ここで $e_j = Z_j e$, $g' = dg/dr$ とした。又, $G(\alpha)$ はトロイダル効果によってリップル磁場が磁気鏡を作れなくなる効果を表す量で Ref (1) に与えられている。
ここで,

$$\alpha = \frac{\epsilon}{N q \delta} \quad (19)$$

であり, $G(\alpha)$ の近似値は

$$G(\alpha) \approx 1 - 3\alpha \quad \text{for } \alpha \ll 1 \quad (20)$$

$$G(\alpha) \approx \frac{0.02}{\alpha^3} \quad \text{for } \alpha \gg 1$$

で与えられる。

(17)式の x_j の積分を数値的に行なえば,

$$\Gamma_j = -\delta^{3/2} G(\alpha) n_j \left(\frac{T}{e B R} \right)^2 \times \frac{\alpha_j}{\nu_j} \left[\frac{n_j}{n_j} + \frac{Z_j e \phi'}{T} + \beta_j \frac{T_j'}{T} \right] \quad (21)$$

となる。ここで、両極性拡散の条件, (1)式を用いれば ϕ' を決定することが出来る。その ϕ' を用いれば (18)式は同様に

$$Q_j = -\frac{\gamma_j}{\nu_j} \delta^{3/2} G(\alpha) n_j \left(\frac{T}{e B R} \right)^2 T_j' \quad (22)$$

と表わすことが出来る。ここで

$$\nu_j = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\pi} n_e Z_i Z_j^{1/2} e^4 \ell \ln A}{m_j^{1/2} T^{3/2}} \quad (23)$$

であり, $n_e = \sum_{i \neq e} Z_i e n_i$ は電子密度であり, i はプラズマのイオンとする。

イオンが 2 成分 (すなわち, $j=1, 2$ $e_1 = Z_1 e$, $m_1 = A_1 m_p$, $e_2 = Z_2 e$, $m_2 = A_2 m_p$, $n_1 \gg n_2$, $Z_1 \ll Z_2$, 但し m_p は陽子の質量) の場合の α_2 と β_2 の数値例は第 2 図と第 3 図に示してある。計算は n_e を一定に保ちつつ不純物の量を変化してある。プラズマ・イオンに対する輸送係数 α_1 , β_1 は第 4 図に与えてあるが, その数値は, Z_2 , A_2 の値にほとんど関係せず (数値例の範囲で 0.2 % 程度の差しか出ない) Z_{eff} にのみ依存している。

但し, 一般的な場合と同様に

$$Z_{eff} \equiv \frac{Z_1^2 n_1 + Z_2^2 n_2}{Z_1 n_1 + Z_2 n_2}$$

で定義される。

§ 4 不純物イオンの Inward Diffusion

この章では、(21)式から明らかになる、非軸対称系での不純物輸送に重要ないくつかの点を指摘しておく。

数値計算例と同様にイオンは2成分からなっている($j=1, 2$, $Z_1 \ll Z_2$, $A_1 \ll A_2$, $n_1 \gg n_2$)ものとする。又、不純物イオン($j=2$)は充分に少なく、不純物イオンの衝突過程はプラズマ・イオンとの衝突が主要であるとする。

まず簡単の為に $\Delta T = 0$ の場合を考える。不純物の粒子束はプラズマ・イオンの粒子束に比べて

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \sim \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{1/2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right)^4 \frac{n_2}{n_1} \quad (24)$$

の程度であるので、(1)式によって両極性拡散の径電界を決める際には、 $|d n_2|$ が極めて大きい場合を除いて不純物の粒子束は無視することが出来る。従って $\Gamma_1 = 0$ より

$$\phi' = - \frac{T}{Z_1 e} \frac{n_1'}{n_1} \quad (25)$$

とすることが出来る。この電場は発生については Ref (13)で論じられている。(25)式を(21)式に代入することにより

$$\Gamma_2 \simeq -\delta^{3/2} G(\alpha) n_2 \left(\frac{T}{e B R} \right)^2 \frac{\alpha_2}{\nu_2} \left[\frac{n_2'}{n_2} - \frac{Z_2}{Z_1} \frac{n_1'}{n_1} \right] \quad (26)$$

が得られる。つまり、均一磁場中や軸対称系トーラスでの不純物輸送と同様に、不純物イオンの粒子束は自分自身の密度勾配に関係するばかりでなく、背景となっているプラズマ・イオンの密度勾配にも関係する。すなわち外部から入ってきた不純物イオンは、プラズマ・イオン($d n_i / dr < 0$)との衝突によって、プラズマ柱の内側へ引っぱりこまれる inward diffusion。

さらに、準定常状態では、多価の不純物イオンはプラズマ柱の中心部に集中した(3)式で与えられる分布をとる — peaking。

次に $\Delta T \neq 0$ の効果を考える。この場合も(25)式と同様に径電界が決まるとすれば

$$\phi' \simeq - \frac{T}{Z_1 e} \left(\frac{n_1'}{n_1} + \beta_1 \frac{T'}{T} \right) \quad (27)$$

となる。やはり、(27)式を(21)式に代入すると不純物イオンの粒子束は

$$\begin{aligned} \Gamma_2 \simeq -\delta^{3/2} G(\alpha) n_2 & \left(\frac{T}{e B R} \right)^2 \frac{\alpha_2}{\nu_2} \left[\frac{n_2'}{n_2} - \frac{Z_2}{Z_1} \frac{n_1'}{n_1} \right. \\ & \left. + \left(\beta_2 - \frac{Z_2}{Z_1} \beta_1 \right) \frac{T'}{T} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

となる。ここで β_1 と β_2 は3~3.5の正值をとる。従って $\Delta T < 0$ の効果は、不純物のプラズマ中心への拡散を早なる方に働く。これは Ref (8)のバナナ領域の場合と逆であり、核融合炉としては好ましくない性質である。

これまでリップル磁場の効果(δ)による粒子束のみを考えてきたが、実際には軸対称系で

での粒子束⁸⁾(バナナ拡散)を加えあわせて考えねばならない。たとえば、 δ の非常に小さいトカマクでは、たとえリップル磁場によるイオンの熱流が新古典理論(バナナ)での熱流に比べてはるかに大きい場合でも、不純物イオンの粒子束のリップル磁場による増加は、バナナ拡散によるものに比べて無視しうる場合が多いものと思われる。

§5 イオン熱流の低減

衝突周波数が低い領域では、 δ の値がたとえ小さくとも大きなイオンの熱流を引き起こすことが知られている。

Ref(9)によれば、不純物の存在しない場合のイオンの熱流は

$$Q_i = -46.5 \frac{\delta^{3/2} G(\alpha)}{v_i} \left(\frac{T}{eBR} \right)^2 n_i T_i' \quad (29)$$

で与えられている。この(29)式の値は、将来の大型トカマク($R=3m, a=1m, B_0=5T, T_i=10\text{ keV}, n=5\times10^{13}\text{ cm}^{-3}, \delta \gtrsim 0.002$)においては、軸対称であるとした時のバナナ領域での熱流よりははるかに大きくなる¹²⁾。このリップル磁場による熱流が不純物イオンの存在でどう変化するかも興味ある問題である。

半径方向の電界($-\phi'$)が(27)式で与えられたとした時の不純物イオンが存在する場合のイオンの熱流の数値を第5図に示してある。 A_2/A_1 の値を8~100まで変えて見ても、第5図の結果はほとんど変化しない(誤差0.2%程度)で、不純物イオンの増加にともない、ほぼ Z_{eff}^{-1} で減少している。但し、 $n_e = Z_1 n_1 + Z_2 n_2 = \text{const}$ に保って計算している。

§6 結論

非軸対称系トーマスでの不純物イオンの性質について調べた。主な結論は、以下に示される3点である。

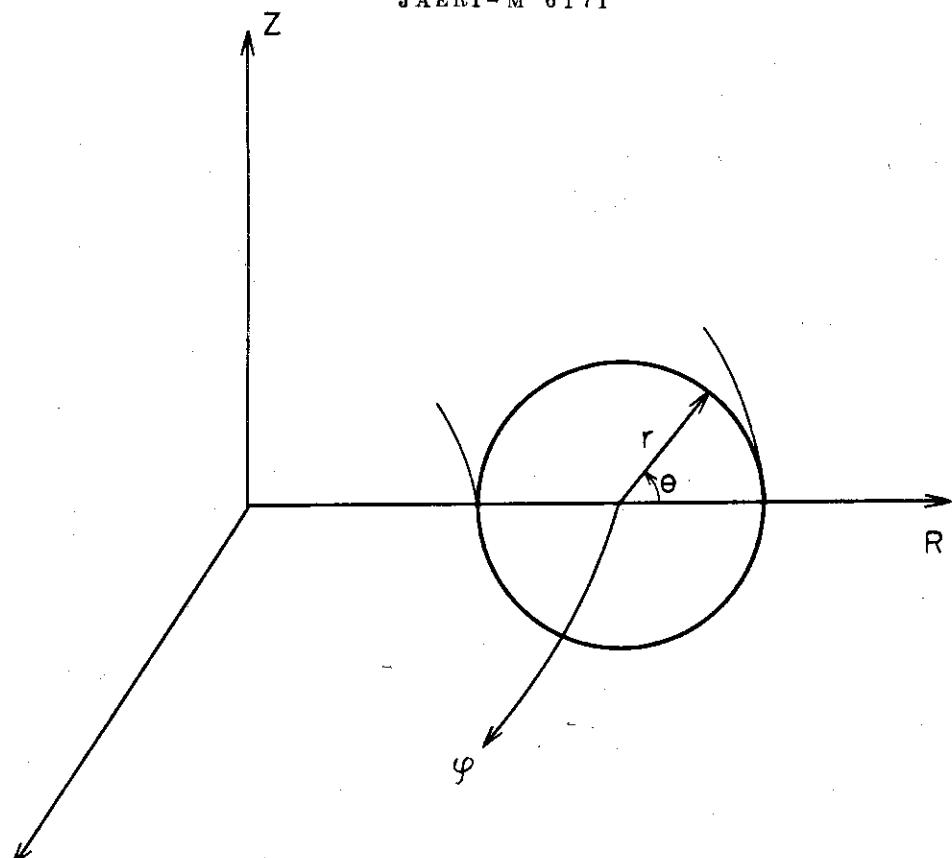
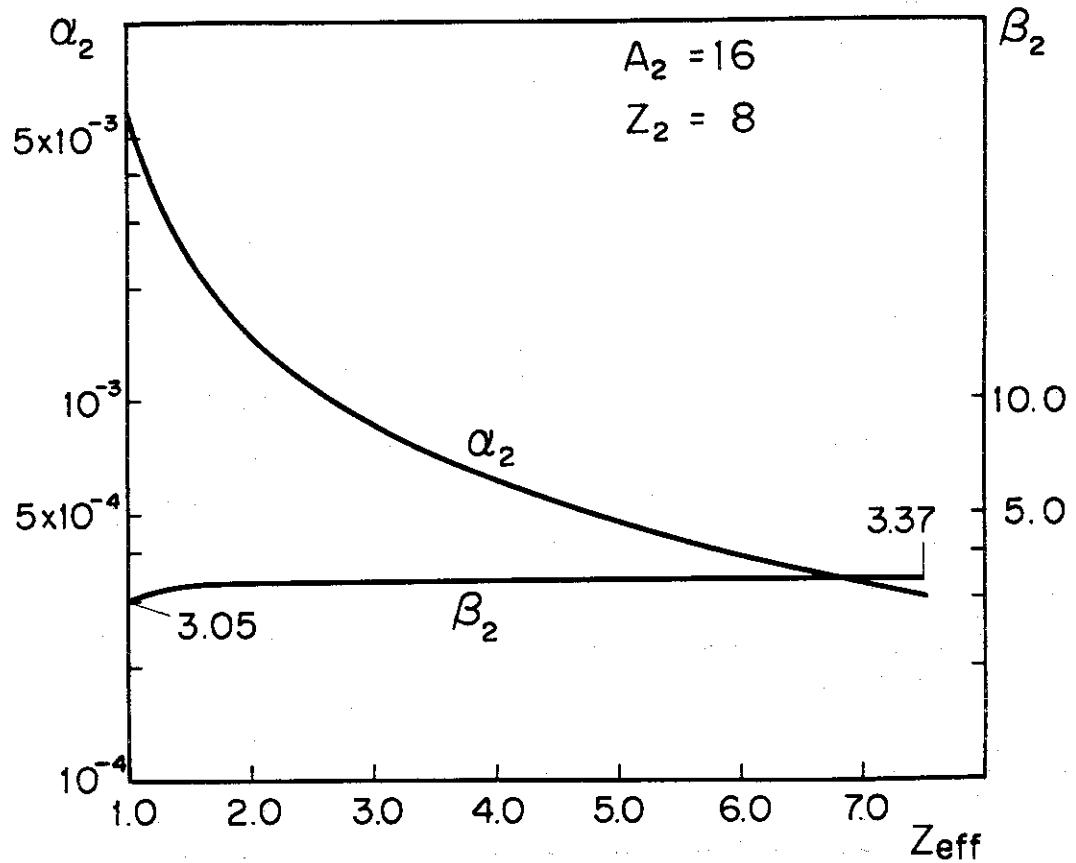
- I) 両極性拡散となるために発生する径電界によって不純物イオンの粒子束は均一磁場中や軸対称系トーラスの場合と同様に、inward diffusionとなり、準定常状態でプラズマ柱の中心部に集中した分布となる。
- II) $\Delta T < 0$ の効果は不純物イオンのさらに強いinward diffusionを引き起す。
- III) 不純物イオンの存在は、リップル磁場によるイオンの熱流を Z_{eff}^{-1} 程度に小さな値にする。

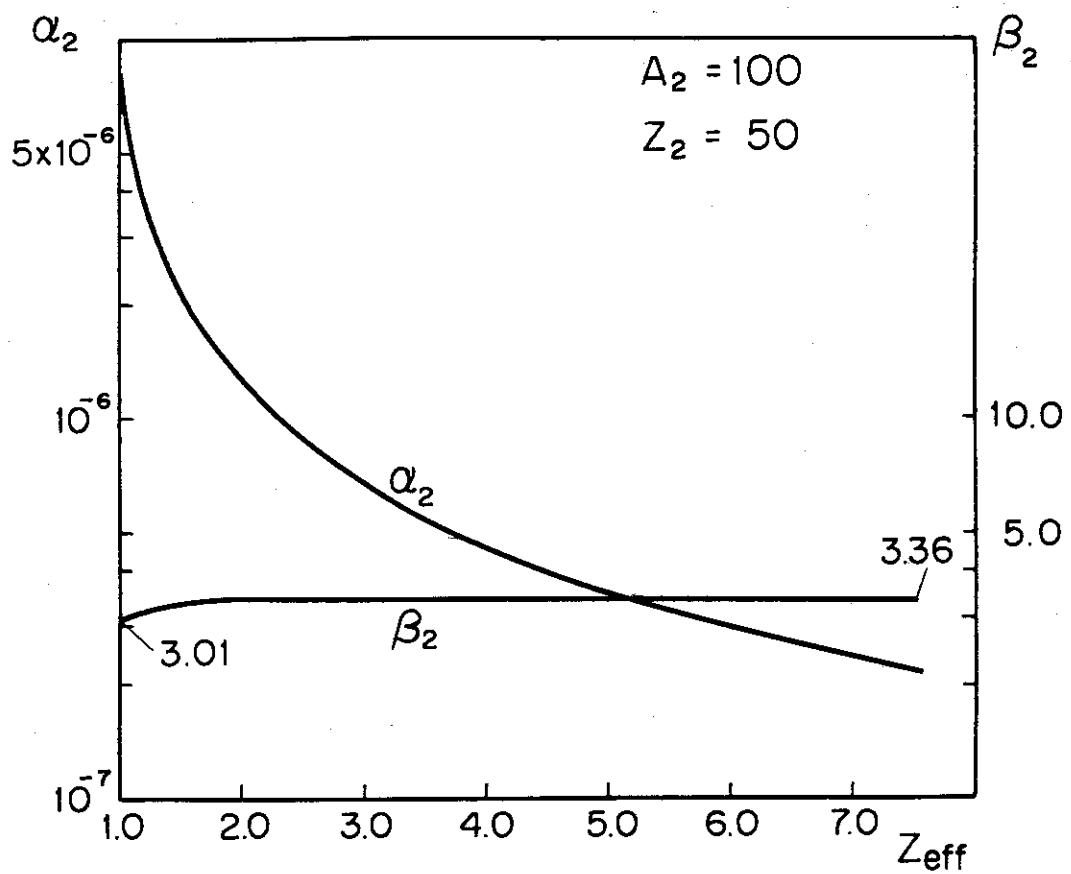
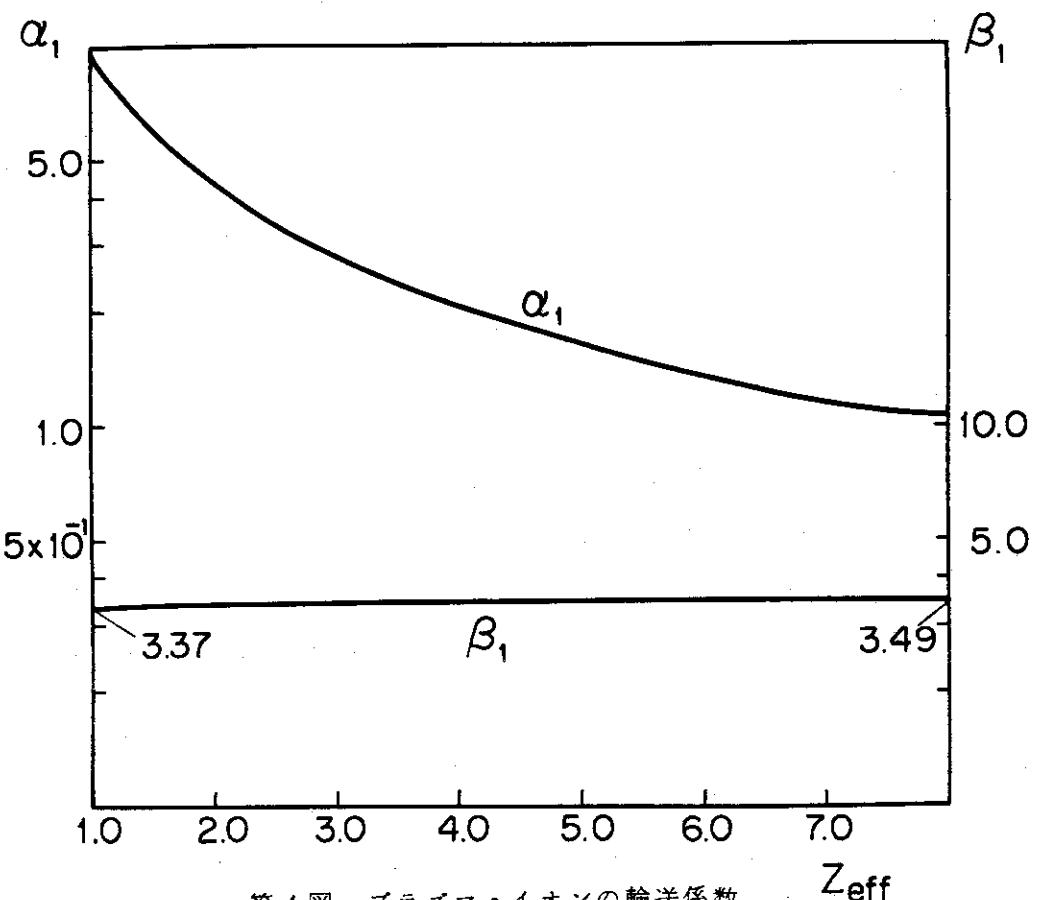
謝辞

最後、田中正俊氏をはじめとする、議論していただいた核融合研究部・理論解析研究室の各氏に感謝いたします。

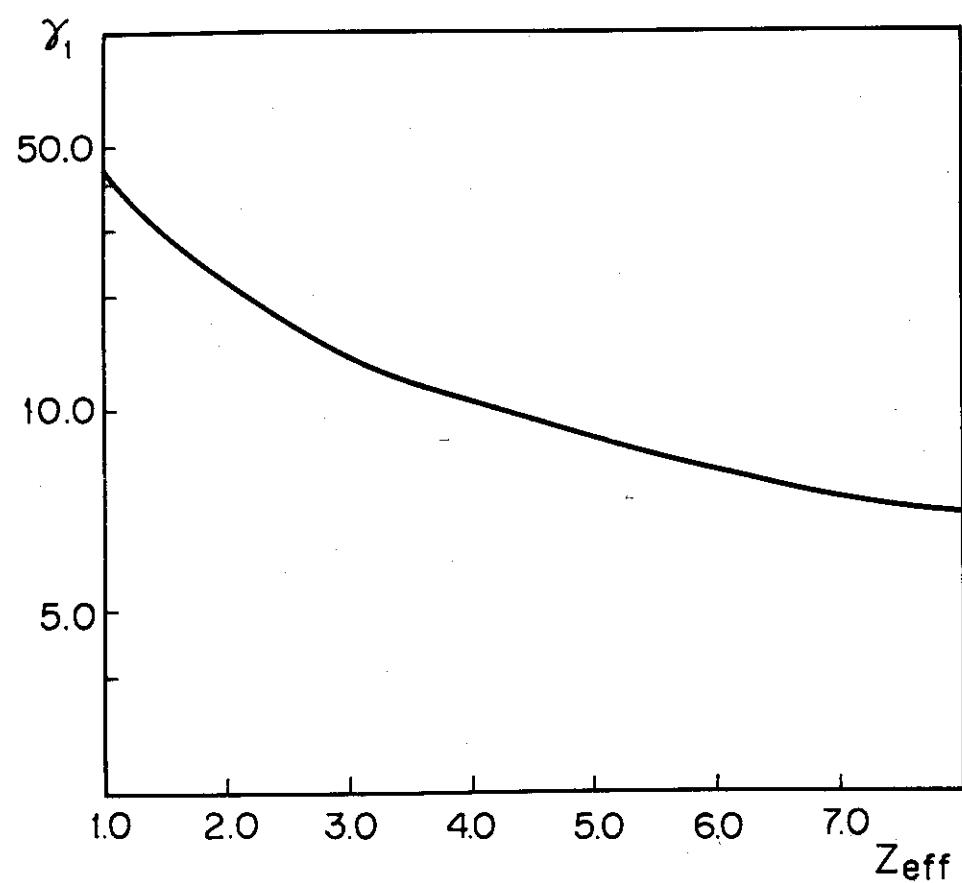
参 考 文 献

- (1) R. F. Post ; Plasma Phys. 3 (1961) 273.
- (2) D. M. Meade ; Nuclear Fusion 14 (1974) 289.
- (3) V. A. Vershkov and S. V. Mirnov ; Nuclear Fusion 14 (1974) 383.
- (4) 津田, 田中 ; JAERI-M 5376 (1973) and T. Tuda and M. Tanak ; J. Phys. Soc. Japan 38 (1975) 1128.
- (5) P. H. Rutherford ; Phys. Fluids 17 (1974) 1782.
- (6) 津田 ; JAERI-M 6096 (1975).
- (7) J. W. Connor ; Plasma Phys. 15 (1973) 765.
- (8) F. L. Hinton and T. B. Moore ; Nuclear Fusion 14 (1974) 639.
- (9) J. B. Taylor ; Phys. Fluids 4 (1961) 1142.
- (10) J. W. Connor and R. J. Hastie ; CLM-P 341 (1973).
- (11) J. W. Connor and R. J. Hastie ; Nuclear Fusion 13 (1973) 221.
- (12) 田中, 津田, 安積 ; Private unpublished.
- (13) T. Tuda ; to be published in Nuclear Fusion.

第1図 座標系 (r, θ, φ)第2図 不純物イオンの輸送係数 ($A_2 = 16, Z_2 = 8, Z_1 = 1, A_1 = 1$)

第3図 不純物イオンの輸送係数 ($A_2 = 100$, $Z_2 = 50$, $Z_1 = 1$, $A_1 = 1$)

第4図 プラズマ・イオンの輸送係数



第5図 プラズマ・イオンによる熱流