

JAERI-M

6 2 3 9

プラズマ計測における非対称アーベル
変換の一方法

1975年9月

的 場 徹・船 橋 昭 昌

日 本 原 子 力 研 究 所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

プラズマ計測における非対称アーベル変換の一方法

日本原子力研究所東海研究所

核融合研究部

的場 徹 ・ 船橋昭昌

(1975年8月26日受理)

円柱状プラズマの任意の物理量の空間積分強度が軸対称でない場合に、非対称性の形を仮定して対称成分を抽出することにより、アーベル変換法を適用して非対称な空間的局所値を求めた。また、非線形パラメータの最小2乗的決定法を用いて、測定値を最適近似曲線に置き換えて解析的にアーベル変換を計算した。ここでは以上の計算を完全対称アーベル変換コード (ABELIC) と非対称アーベル変換コード (ABELILSENP 2) としてまとめた。

A Method of the Asymmetric Abel's Inversion
in Plasma Diagnosis

Tohru MATOBA and Akimasa FUNAHASHI

Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai, JAERI

(Received August 26, 1975)

In the case of a noncylindrical plasma, axis symmetric components are drawn from observed projected intensities of physical quantities, assuming an asymmetric form. And the radial intensity distribution is determined by Abel's inversion method. The best fitting curve is obtained analytically from measured values by the least-square estimation of non-linear parameters. The cylindrical symmetric Abel's inversion code (ABELIC) and the asymmetric Abel's inversion code (ABELILSENP 2) are described.

目 次

1. 序 言	1
2. 完全対称アーベル変換	1
3. 非対称アーベル変換	8
4. 応用例	10
4.1 多チャンネルマイクロ波干渉測定	10
4.2 $H\alpha$ 線分布測定	11
5. 結 言	18
謝 辞	18
文 献	18

1. 序 言

従来プラズマ分光学の分野では観測光強度は測定光路に沿った積分値で求まる場合が多いので、これを空間的局所値に変換するためにアーベル変換を用いてきた¹⁾。実際的なアーベル変換の計算法としては次のようなものが考えられる。

- (1) 図形積分法
- (2) 変換行列法
- (3) 近似関数法

(1)は観測領域を適当に区分けして、プラズマ境界から順々にその点の観測光強度からそれより外側の局所値を各々の光路長に応じて減ずることにより局所値を求めるものである。これは区分けが少ない時にはもっとも簡便な方法である。(2)はあらかじめ決められた区分けに従って逆変換行列を求めておくもので計算そのものは容易であるが、測定値の誤差はそのまま入ってしまう。(3)では適当な近似関数が見出せれば最小2乗的方法により(2)の欠点である測定誤差の影響を小さくできるが、実際の測定においては最適な近似関数を決めることは容易でない場合が多い。このようなアーベル変換が可能であるための条件としては測定対象であるプラズマが完全な円柱対称性を保持している必要があり、この条件を満さない非対称なプラズマでは一般的には局所値に変換できない。しかしながら非対称があまり大きくなければ、その原因を物理的に明らかにしなくても非対称の形を簡単な近似式で与えて補正することが可能となる。この報告書では非対称の形を仮定した非対称アーベル変換を実際の測定例に適用してその可否について検討する。

第2節においては基本となる完全対称アーベル変換について述べる。また均一間隔で測定した値から空間分布を求めるための変換行列を導出しそれを計算機コードとしてまとめた。第3節においては非対称の形を仮定することにより対称形に補正することが可能であることを示す。また離散的測定値から最小2乗的決定法により空間分布を求める計算機コードをまとめた。第4節においては変換の例として多チャンネルマイクロ波干渉測定による電子密度の空間分布の決定と水素のバルマー-H α 線の空間分布測定について述べる。またこの方法の適用限界についても検討する。第5節においてはこの報告で得られた結果をまとめる。

2. 完全対称アーベル変換

プラズマの形状が円柱であるとき円柱の中心軸をZ方向とするような円柱座標を考える。これを第1図に示すが直角座標系も同時に図のようにZ軸を合わせておいてX軸を水平方向にY軸を垂直方向にとる。さてプラズマのある物理量(電子密度や発光量等)の空間強度分布がrにのみ依存する(円柱対称である)とき、yなる高さでx軸方向に観測した観測値をy-z面の単位面積当りの強度に換算してI(y)とすると

$$I(y) = 2 \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} \epsilon(r) dx = 2 \int_y^R \frac{\epsilon(r) r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} \quad (1)$$

1. 序 言

従来プラズマ分光学の分野では観測光強度は測定光路に沿った積分値で求まる場合が多いので、これを空間的局所値に変換するためにアーベル変換を用いてきた¹⁾。実際のアーベル変換の計算法としては次のようなものが考えられる。

- (1) 図形積分法
- (2) 変換行列法
- (3) 近似関数法

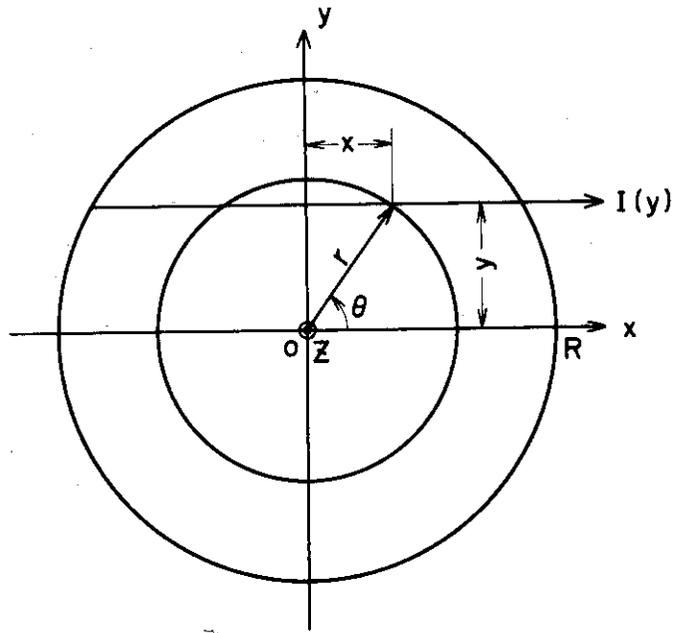
(1)は観測領域を適当に区分けして、プラズマ境界から順々にその点の観測光強度からそれより外側の局所値を各々の光路長に応じて減ずることにより局所値を求めるものである。これは区分けが少ない時にはもっとも簡便な方法である。(2)はあらかじめ決められた区分けに従って逆変換行列を求めておくもので計算そのものは容易であるが、測定値の誤差はそのまま入ってしまう。(3)では適当な近似関数が見出せれば最小2乗的方法により(2)の欠点である測定誤差の影響を小さくできるが、実際の測定においては最適な近似関数を決めることは容易でない場合が多い。このようなアーベル変換が可能であるための条件としては測定対象であるプラズマが完全な円柱対称性を保持している必要があり、この条件を満さない非対称なプラズマでは一般的には局所値に変換できない。しかしながら非対称があまり大きくなければ、その原因を物理的に明らかにしなくても非対称の形を簡単な近似式で与えて補正することが可能となる。この報告書では非対称の形を仮定した非対称アーベル変換を実際の測定例に適用してその可否について検討する。

第2節においては基本となる完全対称アーベル変換について述べる。また均一間隔で測定した値から空間分布を求めるための変換行列を導出しそれを計算機コードとしてまとめた。第3節においては非対称の形を仮定することにより対称形に補正することが可能であることを示す。また離散的測定値から最小2乗的決定法により空間分布を求める計算機コードをまとめた。第4節においては変換の例として多チャンネルマイクロ波干渉測定による電子密度の空間分布の決定と水素のバルマー-H α 線の空間分布測定について述べる。またこの方法の適用限界についても検討する。第5節においてはこの報告で得られた結果をまとめる。

2. 完全対称アーベル変換

プラズマの形状が円柱であるとき円柱の中心軸をZ方向とするような円柱座標を考える。これを第1図に示すが直角座標系も同時に図のようにZ軸を合わせておいてX軸を水平方向にY軸を垂直方向にとる。さてプラズマのある物理量(電子密度や発光量等)の空間強度分布がrにのみ依存する(円柱対称である)とき、yなる高さでx軸方向に観測した観測値をy-z面の単位面積当りの強度に換算してI(y)とすると

$$I(y) = 2 \int_0^{\sqrt{R^2 - y^2}} \epsilon(r) dx = 2 \int_y^R \frac{\epsilon(r) r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} \quad (1)$$

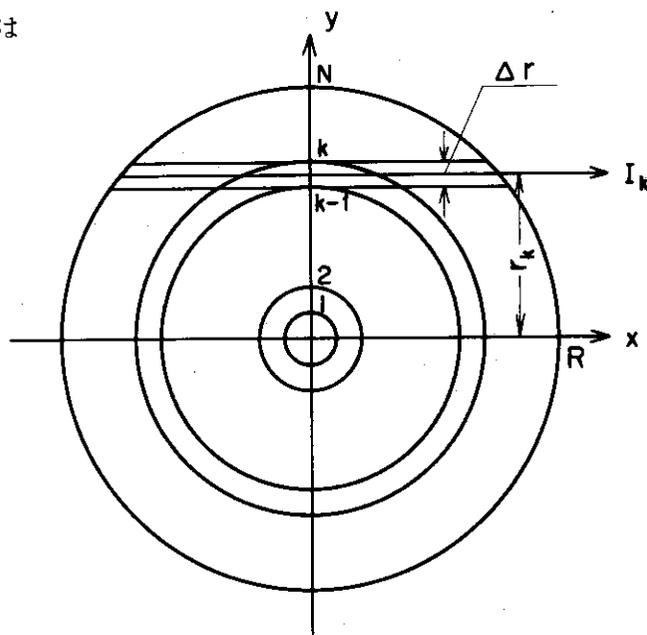


第1図 座 標 系

ただしRはプラズマ半径で $\epsilon(r)$ はrなる点における単位体積当りの強度である。 $\epsilon(r)$ はもちろん仮定によりrのみの関数で θ には依存しない。(1)式より $\epsilon(r)$ を求める式は次のように書ける。

$$\epsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{dI(y)}{dy} \cdot \frac{dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} \quad (2)$$

(2)式に従って $\epsilon(r)$ を求めるにはI(y)が解析的に与えられていなければならないので、離散的に求まる実測値 $I_k (y = y_k : k = 1, 2, \dots, N)$ からは直接(2)式により $\epsilon(r)$ は求められない。ここでは原点から等間隔に実測値 I_R が与えられたとき離散的な局所値 $\epsilon(r_k)$ を近似的に求める式を導出する。第2図に示すように半径RをN等分するように同心円をとると各同心円間の間隔 Δr は R/N である。相隣る2個の同心円にはさまれた中空円筒(肉厚 Δr)の中では $\epsilon(r)$ は一定とする。このとき中心からk番目の中空円筒の中点は



第2図 観測領域分割形式

$$r_k = \frac{R}{N} \left(k - \frac{1}{2} \right) \tag{3}$$

となる。さて $y_k = r_k$ なる高さにおいて Δr の幅で観測する場合を考えると、観測強度 I_k は

$$I_k = \frac{1}{\Delta r} \sum_{i=k}^N S_{ki} \epsilon(r_k) \tag{4}$$

である。ここで S_{ki} は半径が $r_k \pm \Delta r / 2$ の2つの同心円に水平方向に接線を引いたときに i 番目の中空円筒を切取る面積である。 $S_{ki} / \Delta r = A_{ki}$ として(4)式をすべての k について書き下せば

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_k \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1N} \\ A_{22}, \dots, A_{2N} \\ \vdots \\ A_{kk}, \dots, A_{kN} \\ \vdots \\ A_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon(r_1) \\ \epsilon(r_2) \\ \vdots \\ \epsilon(r_k) \\ \vdots \\ \epsilon(r_N) \end{pmatrix} \tag{5}$$

なる形に書け(5)式の行列 $[A]$ の各要素を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} A_{k,l} &= 0 && (l < k) \\ A_{k,k} &= \Delta r \cdot \left\{ k^2 \cos^{-1} \frac{k-1}{k} - (k-1) \sqrt{2k-1} \right\} \\ &&& (k = 1, 2, \dots, N) \\ A_{k,k+j} &= \Delta r \cdot \left\{ (k+j)^2 \cos^{-1} \frac{k-1}{k+j} - (k-1) \sqrt{2k(j+1)+j^2-1} \right. \\ &&& + (k+j-1)^2 \cos^{-1} \frac{k}{k+j-1} - k \sqrt{2k(j-1)+(j-1)^2} \\ &&& - (k+j)^2 \cos^{-1} \frac{k}{k+j} + k \sqrt{2kj+j^2} \\ &&& \left. - (k+j-1)^2 \cos^{-1} \frac{k-1}{k+j-1} + (k-1) \sqrt{2kj+j^2-2j} \right\} \\ &&& (j = 1, 2, \dots, N-k) \end{aligned} \tag{6}$$

(5)式を $\epsilon(r_k)$ について解けば

$$[\epsilon(r_k)] = [A]^{-1} [I_k] \tag{7}$$

となる。結局 $\epsilon(r_k)$ を求める問題は逆行列を求める問題に帰着する。(7)式を計算の便宜のために書き換えれば

$$R \cdot [\epsilon(r_k)] = [B][I_k] \tag{8}$$

但し行列 $[B]$ はプラズマ半径 R を1と規格化したときの行列 $[A]$ の逆行列である。

FACOM 230-60 FORTRAN D -73C801- (V-05,L-01) COMPILATION 75.06.12 PAGE 1

```

C ABELIC
C ABEL MATRIX CALCULATION
C MAXIMUM SUBDIVISION NO=60
1 DIMENSION A(60,60)
2 DIMENSION X(60),PI(60),EXR(60)
3 DIMENSION EYR(60),EYR1(60)
4 READ(5,1000)N
5 1000 FORMAT(I8)
6 DELTAR=1.0/FLGAT(N)
7 DO 100 I=1,N
8 DO 101 J=1,N
9 IF(I-J)10,11,12
10 10 FI=FLOAT(I)
11 F1=FLOAT(I-1)
12 F2=FLOAT(I+1)
13 F3=FLOAT((I-1)*(I-1))
14 FJ=FLOAT(J)
15 FJ1=FLOAT(J-1)
16 FJ2=FLOAT(J+J)
17 FJ3=FLOAT((J-1)*(J-1))
18 S1=FJ2*ARCOS(F11/FJ)-F11*SQRT(FJ2-F13)
19 S2=FJ2*ARCOS(F1/FJ)-F1*SQRT(FJ2-F12)
20 S3=FJ3*ARCOS(F1/FJ1)-F1*SQRT(FJ3-F12)
21 S4=FJ3*ARCOS(F11/FJ1)-F11*SQRT(FJ3-F13)
22 A(I,J)=DELTAR*(S1-S2+S3-S4)
23 GO TO 13
24 11 FI=FLOAT(I)
25 F1=FLOAT(I-1)
26 F2=FLOAT(I+1)
27 A(I,J)=DELTAR*(F12*ARCOS(F11/F1)-F11*SQRT(F1+F11))
28 GO TO 13
29 12 A(I,J)=0.0
30 CONTINUE
31 101 CONTINUE
32 100 CONTINUE
33 CALL MINVS(A,60,N,1.0E-5,ILL)
34 IF(ILL.EQ.0)GO TO 14
35 WRITE(6,2000)ILL
36 2000 FORMAT(1H0,10X,4HILL=I8)
37 GO TO 15
38 14 CALL MPRTS(A,60,N,N,136)
39 CONTINUE
C ABEL INVERSION CALCULATION
40 19 READ(5,1100)(X(I),PI(I),I=1,N)
41 1100 FORMAT(12F6.0)
42 READ(5,1200)ALPHA
43 1200 FORMAT(F16.0)
44 WRITE(6,2100)(X(I),PI(I),I=1,N)
45 2100 FORMAT(1H1,20X,10HINPUT DATA/1H0,5X,5(1HX,11X,4HI(X),8X)//1H0,5(F8.
1.5,2X,E14.7)///)
46 DO 102 I=1,N
47 EXR(I)=0.0
48 DO 103 J=1,N
49 103 EXR(I)=EXR(I)+A(I,J)*PI(J)
50 EYR(I)=(1.0+ALPHA*X(I))*EXR(I)
51 102 EYR1(I)=(1.0-ALPHA*X(I))*EXR(I)
52 CALL SIMPIS(PI,N,X(2)-X(1),S,ILL)
53 IF(ILL.EQ.0)GO TO 16
54 WRITE(6,2200)ILL
55 2200 FORMAT(1H0,10X,4HILL=I8)
56 GO TO 17
57 16 S=2.0*S
58 WRITE(6,2300)S
59 2300 FORMAT(1H0,10X,2HS=E15.7)
60 CONTINUE
61 WRITE(6,2400)
62 2400 FORMAT(1H1,20X,11HOUTPUT DATA/1H .5X,5(1HX,11X,3HEXR,9X))
63 WRITE(6,2401)(X(I),EXR(I),I=1,N)
64 2401 FORMAT(1H .5(F8.5,2X,E14.7)///)
65 WRITE(6,2500)ALPHA
66 2500 FORMAT(1H0,10X,6HALPHA=E14.7)///)
67 WRITE(6,2600)
68 2600 FORMAT(1H0,5X,5(1HY,11X,3HEYR,9X))
69 WRITE(6,2601)(X(I),EYR1(I),I=1,N)
70 2601 FORMAT(1H .5(F8.5,2X,E14.7)///)
71 WRITE(6,2602)
72 2602 FORMAT(1H0,5X,5(2HY,10X,3HEYR,9X))
73 WRITE(6,2603)(X(I),EYR1(I),I=1,N)
74 2603 FORMAT(1H .5(F8.5,2X,E14.7)///)
75 READ(5,1300)STP
76 1300 FORMAT(F12.0)
77 IF(STP.LT.0.0)GO TO 18
78 GO TO 19
79 18 STOP
80 END

```

第3図 完全対称アーベル変換コード (ABELIC)

** MATRIX PRINT **

(1, 1)	0.1591549E 02	(1, 2)	-0.1461277E 02	(1, 3)	0.2131327E 01	(1, 4)	-0.1713223E 01	(1, 5)	-0.5370422E-01
(2, 1)	0.0	(2, 2)	0.1017609E 02	(2, 3)	-0.8857064E 01	(2, 4)	0.1300831E 01	(2, 5)	-0.1132991E 01
(3, 1)	0.0	(3, 2)	0.0	(3, 3)	0.8071071E 01	(3, 4)	-0.6905950E 01	(3, 5)	0.1053790E 01
(4, 1)	0.0	(4, 2)	0.0	(4, 3)	0.0	(4, 4)	0.6893711E 01	(4, 5)	-0.5849466E 01
(5, 1)	0.0	(5, 2)	0.0	(5, 3)	0.0	(5, 4)	0.0	(5, 5)	0.6116166E 01
(6, 1)	0.0	(6, 2)	0.0	(6, 3)	0.0	(6, 4)	0.0	(6, 5)	0.0
(7, 1)	0.0	(7, 2)	0.0	(7, 3)	0.0	(7, 4)	0.0	(7, 5)	0.0
(8, 1)	0.0	(8, 2)	0.0	(8, 3)	0.0	(8, 4)	0.0	(8, 5)	0.0
(9, 1)	0.0	(9, 2)	0.0	(9, 3)	0.0	(9, 4)	0.0	(9, 5)	0.0
(10, 1)	0.0	(10, 2)	0.0	(10, 3)	0.0	(10, 4)	0.0	(10, 5)	0.0
(11, 1)	0.0	(11, 2)	0.0	(11, 3)	0.0	(11, 4)	0.0	(11, 5)	0.0
(12, 1)	0.0	(12, 2)	0.0	(12, 3)	0.0	(12, 4)	0.0	(12, 5)	0.0
(13, 1)	0.0	(13, 2)	0.0	(13, 3)	0.0	(13, 4)	0.0	(13, 5)	0.0
(14, 1)	0.0	(14, 2)	0.0	(14, 3)	0.0	(14, 4)	0.0	(14, 5)	0.0
(15, 1)	0.0	(15, 2)	0.0	(15, 3)	0.0	(15, 4)	0.0	(15, 5)	0.0
(16, 1)	0.0	(16, 2)	0.0	(16, 3)	0.0	(16, 4)	0.0	(16, 5)	0.0
(17, 1)	0.0	(17, 2)	0.0	(17, 3)	0.0	(17, 4)	0.0	(17, 5)	0.0
(18, 1)	0.0	(18, 2)	0.0	(18, 3)	0.0	(18, 4)	0.0	(18, 5)	0.0
(19, 1)	0.0	(19, 2)	0.0	(19, 3)	0.0	(19, 4)	0.0	(19, 5)	0.0
(20, 1)	0.0	(20, 2)	0.0	(20, 3)	0.0	(20, 4)	0.0	(20, 5)	0.0
(21, 1)	0.0	(21, 2)	0.0	(21, 3)	0.0	(21, 4)	0.0	(21, 5)	0.0
(22, 1)	0.0	(22, 2)	0.0	(22, 3)	0.0	(22, 4)	0.0	(22, 5)	0.0
(23, 1)	0.0	(23, 2)	0.0	(23, 3)	0.0	(23, 4)	0.0	(23, 5)	0.0
(24, 1)	0.0	(24, 2)	0.0	(24, 3)	0.0	(24, 4)	0.0	(24, 5)	0.0
(25, 1)	0.0	(25, 2)	0.0	(25, 3)	0.0	(25, 4)	0.0	(25, 5)	0.0

** MATRIX PRINT **

(1, 6)	-0.3709768E 00	(1, 7)	-0.1532571E 00	(1, 8)	-0.1525732E 00	(1, 9)	-0.1063999E 00	(1, 10)	-0.8929182E-01
(2, 6)	-0.7371912E-01	(2, 7)	-0.2719213E 00	(2, 8)	-0.1266657E 00	(2, 9)	-0.1220803E 00	(2, 10)	-0.8878019E-01
(3, 6)	-0.9057378E 00	(3, 7)	-0.6078055E-01	(3, 8)	-0.2235208E 00	(3, 9)	-0.1069328E 00	(3, 10)	-0.1033793E 00
(4, 6)	0.9176634E 00	(4, 7)	-0.7750316E 00	(4, 8)	-0.4987005E-01	(4, 9)	-0.1930842E 00	(4, 10)	-0.9304531E-01
(5, 6)	-0.5164127E 01	(5, 7)	0.8262182E 00	(5, 8)	-0.6876667E 00	(5, 9)	-0.4125984E-01	(5, 10)	-0.1717770E 00
(6, 6)	0.5553636E 01	(6, 7)	-0.4673902E 01	(6, 8)	0.7586383E 00	(6, 9)	-0.6241191E 00	(6, 10)	-0.3591307E-01
(7, 6)	0.0	(7, 7)	0.5122353E 01	(7, 8)	-0.4300992E 01	(7, 9)	0.7058056E 00	(7, 10)	-0.5732941E 00
(8, 6)	0.0	(8, 7)	0.0	(8, 8)	0.4778114E 01	(8, 9)	-0.4005057E 01	(8, 10)	0.6629215E 00
(9, 6)	0.0	(9, 7)	0.0	(9, 8)	0.0	(9, 9)	0.4495097E 01	(9, 10)	-0.3762817E 01
(10, 6)	0.0	(10, 7)	0.0	(10, 8)	0.0	(10, 9)	0.0	(10, 10)	0.4257066E 01
(11, 6)	0.0	(11, 7)	0.0	(11, 8)	0.0	(11, 9)	0.0	(11, 10)	0.0
(12, 6)	0.0	(12, 7)	0.0	(12, 8)	0.0	(12, 9)	0.0	(12, 10)	0.0
(13, 6)	0.0	(13, 7)	0.0	(13, 8)	0.0	(13, 9)	0.0	(13, 10)	0.0
(14, 6)	0.0	(14, 7)	0.0	(14, 8)	0.0	(14, 9)	0.0	(14, 10)	0.0
(15, 6)	0.0	(15, 7)	0.0	(15, 8)	0.0	(15, 9)	0.0	(15, 10)	0.0
(16, 6)	0.0	(16, 7)	0.0	(16, 8)	0.0	(16, 9)	0.0	(16, 10)	0.0
(17, 6)	0.0	(17, 7)	0.0	(17, 8)	0.0	(17, 9)	0.0	(17, 10)	0.0
(18, 6)	0.0	(18, 7)	0.0	(18, 8)	0.0	(18, 9)	0.0	(18, 10)	0.0
(19, 6)	0.0	(19, 7)	0.0	(19, 8)	0.0	(19, 9)	0.0	(19, 10)	0.0
(20, 6)	0.0	(20, 7)	0.0	(20, 8)	0.0	(20, 9)	0.0	(20, 10)	0.0
(21, 6)	0.0	(21, 7)	0.0	(21, 8)	0.0	(21, 9)	0.0	(21, 10)	0.0
(22, 6)	0.0	(22, 7)	0.0	(22, 8)	0.0	(22, 9)	0.0	(22, 10)	0.0
(23, 6)	0.0	(23, 7)	0.0	(23, 8)	0.0	(23, 9)	0.0	(23, 10)	0.0
(24, 6)	0.0	(24, 7)	0.0	(24, 8)	0.0	(24, 9)	0.0	(24, 10)	0.0
(25, 6)	0.0	(25, 7)	0.0	(25, 8)	0.0	(25, 9)	0.0	(25, 10)	0.0

第4図 逆変換行列〔B〕

** MATRIX PRINT **

(1, 11)	-0.7175380E-01	(1, 12)	-0.6026342E-01	(1, 13)	-0.5087337E-01	(1, 14)	-0.4363145E-01	(1, 15)	-0.3786910E-01
(2, 11)	-0.7492513E-01	(2, 12)	-0.6128605E-01	(2, 13)	-0.5199666E-01	(2, 14)	-0.4436018E-01	(2, 15)	-0.3828156E-01
(3, 11)	-0.7651226E-01	(3, 12)	-0.6511077E-01	(3, 13)	-0.5377613E-01	(3, 14)	-0.4596378E-01	(3, 15)	-0.3949991E-01
(4, 11)	-0.9083391E-01	(4, 12)	-0.6763971E-01	(4, 13)	-0.5792271E-01	(4, 14)	-0.4815864E-01	(4, 15)	-0.4137581E-01
(5, 11)	-0.6284929E-01	(5, 12)	-0.5145857E-01	(5, 13)	-0.609478E-01	(5, 14)	-0.5242717E-01	(5, 15)	-0.4378311E-01
(6, 11)	-0.1359189E 00	(6, 12)	-0.7506743E-01	(6, 13)	-0.7424027E-01	(6, 14)	-0.5569072E-01	(6, 15)	-0.4808069E-01
(7, 11)	-0.3140156E-01	(7, 12)	-0.1435542E 00	(7, 13)	-0.6891793E-01	(7, 14)	-0.6849609E-01	(7, 15)	-0.5147231E-01
(8, 11)	-0.5362815E 00	(8, 12)	-0.2788796E-01	(8, 13)	-0.1336080E 00	(8, 14)	-0.6393694E-01	(8, 15)	-0.6380197E-01
(9, 11)	0.6271415E 00	(9, 12)	-0.9041986E 00	(9, 13)	-0.2509288E-01	(9, 14)	-0.1253875E 00	(9, 15)	-0.5960162E-01
(10, 11)	-0.3557762E-01	(10, 12)	0.5966598E 00	(10, 13)	-0.4772215E 00	(10, 14)	-0.2281314E-01	(10, 15)	-0.1184732E 00
(11, 11)	0.4053242E 01	(11, 12)	-0.3386415E 01	(11, 13)	0.570318E 00	(11, 14)	-0.4541434E 00	(11, 15)	-0.2092481E-01
(12, 11)	0.0	(12, 12)	0.3876148E 01	(12, 13)	-0.3236132E 01	(12, 14)	0.3471918E 00	(12, 15)	-0.4340906E 00
(13, 11)	0.0	(13, 12)	0.0	(13, 13)	0.3720405E 01	(13, 14)	-0.3104220E 01	(13, 15)	0.5266947E 00
(14, 11)	0.0	(14, 12)	0.0	(14, 13)	0.0	(14, 14)	0.3582043E 01	(14, 15)	-0.2987228E 01
(15, 11)	0.0	(15, 12)	0.0	(15, 13)	0.0	(15, 14)	0.0	(15, 15)	0.3458057E 01
(16, 11)	0.0	(16, 12)	0.0	(16, 13)	0.0	(16, 14)	0.0	(16, 15)	0.0
(17, 11)	0.0	(17, 12)	0.0	(17, 13)	0.0	(17, 14)	0.0	(17, 15)	0.0
(18, 11)	0.0	(18, 12)	0.0	(18, 13)	0.0	(18, 14)	0.0	(18, 15)	0.0
(19, 11)	0.0	(19, 12)	0.0	(19, 13)	0.0	(19, 14)	0.0	(19, 15)	0.0
(20, 11)	0.0	(20, 12)	0.0	(20, 13)	0.0	(20, 14)	0.0	(20, 15)	0.0
(21, 11)	0.0	(21, 12)	0.0	(21, 13)	0.0	(21, 14)	0.0	(21, 15)	0.0
(22, 11)	0.0	(22, 12)	0.0	(22, 13)	0.0	(22, 14)	0.0	(22, 15)	0.0
(23, 11)	0.0	(23, 12)	0.0	(23, 13)	0.0	(23, 14)	0.0	(23, 15)	0.0
(24, 11)	0.0	(24, 12)	0.0	(24, 13)	0.0	(24, 14)	0.0	(24, 15)	0.0
(25, 11)	0.0	(25, 12)	0.0	(25, 13)	0.0	(25, 14)	0.0	(25, 15)	0.0

** MATRIX PRINT **

(1, 16)	-0.3307100E-01	(1, 17)	-0.2928334E-01	(1, 18)	-0.2591242E-01	(1, 19)	-0.2328353E-01	(1, 20)	-0.2091913E-01
(2, 16)	-0.3359591E-01	(2, 17)	-0.2952581E-01	(2, 18)	-0.2625419E-01	(2, 19)	-0.2343949E-01	(2, 20)	-0.2110738E-01
(3, 16)	-0.3406202E-01	(3, 17)	-0.3021184E-01	(3, 18)	-0.2677588E-01	(3, 19)	-0.2386447E-01	(3, 20)	-0.2142445E-01
(4, 16)	-0.3574235E-01	(4, 17)	-0.3126179E-01	(4, 18)	-0.2758555E-01	(4, 19)	-0.2452426E-01	(4, 20)	-0.2195671E-01
(5, 16)	-0.3775499E-01	(5, 17)	-0.3276427E-01	(5, 18)	-0.2873040E-01	(5, 19)	-0.2545797E-01	(5, 20)	-0.2268807E-01
(6, 16)	-0.4028679E-01	(6, 17)	-0.3483948E-01	(6, 18)	-0.3030443E-01	(6, 19)	-0.2666319E-01	(6, 20)	-0.2366779E-01
(7, 16)	-0.4455087E-01	(7, 17)	-0.3740428E-01	(7, 18)	-0.3244748E-01	(7, 19)	-0.2827958E-01	(7, 20)	-0.2492055E-01
(8, 16)	-0.4795803E-01	(8, 17)	-0.4164085E-01	(8, 18)	-0.3499103E-01	(8, 19)	-0.3040919E-01	(8, 20)	-0.2655940E-01
(9, 16)	-0.5989281E-01	(9, 17)	-0.4506206E-01	(9, 18)	-0.3917196E-01	(9, 19)	-0.3296828E-01	(9, 20)	-0.2868572E-01
(10, 16)	-0.5631114E-01	(10, 17)	-0.5657449E-01	(10, 18)	-0.4257452E-01	(10, 19)	-0.3704880E-01	(10, 20)	-0.3121313E-01
(11, 16)	-0.1124880E 00	(11, 17)	-0.5332312E-01	(11, 18)	-0.5371220E-01	(11, 19)	-0.4042907E-01	(11, 20)	-0.3521384E-01
(12, 16)	-0.1934832E-01	(12, 17)	-0.1073986E 00	(12, 18)	-0.5073680E-01	(12, 19)	-0.5121670E-01	(12, 20)	-0.3859746E-01
(13, 16)	0.4164701E 00	(13, 17)	-0.1799806E-01	(13, 18)	-0.1028890E 00	(13, 19)	-0.4845904E-01	(13, 20)	-0.4903241E-01
(14, 16)	0.5082619E 00	(14, 17)	-0.4038305E 00	(14, 18)	-0.1683612E-01	(14, 19)	-0.9888549E-01	(14, 20)	-0.4644866E-01
(15, 16)	-0.2882533E 01	(15, 17)	-0.4918226E 00	(15, 18)	-0.3868121E 00	(15, 19)	-0.1583715E-01	(15, 20)	-0.9329472E-01
(16, 16)	0.3346110E-01	(16, 17)	-0.2788123E 01	(16, 18)	0.4768083E 00	(16, 19)	-0.3741684E 00	(16, 20)	-0.1954755E-01
(17, 16)	0.0	(17, 17)	0.3244378E 01	(17, 18)	-0.2702423E 01	(17, 19)	0.4631058E 00	(17, 20)	-0.3626939E 00
(18, 16)	0.0	(18, 17)	0.0	(18, 18)	0.3151955E 01	(18, 19)	-0.2624172E 01	(18, 20)	0.4305241E 00
(19, 16)	0.0	(19, 17)	0.0	(19, 18)	0.0	(19, 19)	0.3065975E 01	(19, 20)	-0.2552341E 01
(20, 16)	0.0	(20, 17)	0.0	(20, 18)	0.0	(20, 19)	0.0	(20, 20)	0.2987141E 01
(21, 16)	0.0	(21, 17)	0.0	(21, 18)	0.0	(21, 19)	0.0	(21, 20)	0.0
(22, 16)	0.0	(22, 17)	0.0	(22, 18)	0.0	(22, 19)	0.0	(22, 20)	0.0
(23, 16)	0.0	(23, 17)	0.0	(23, 18)	0.0	(23, 19)	0.0	(23, 20)	0.0
(24, 16)	0.0	(24, 17)	0.0	(24, 18)	0.0	(24, 19)	0.0	(24, 20)	0.0
(25, 16)	0.0	(25, 17)	0.0	(25, 18)	0.0	(25, 19)	0.0	(25, 20)	0.0

** MATRIX PRINT **

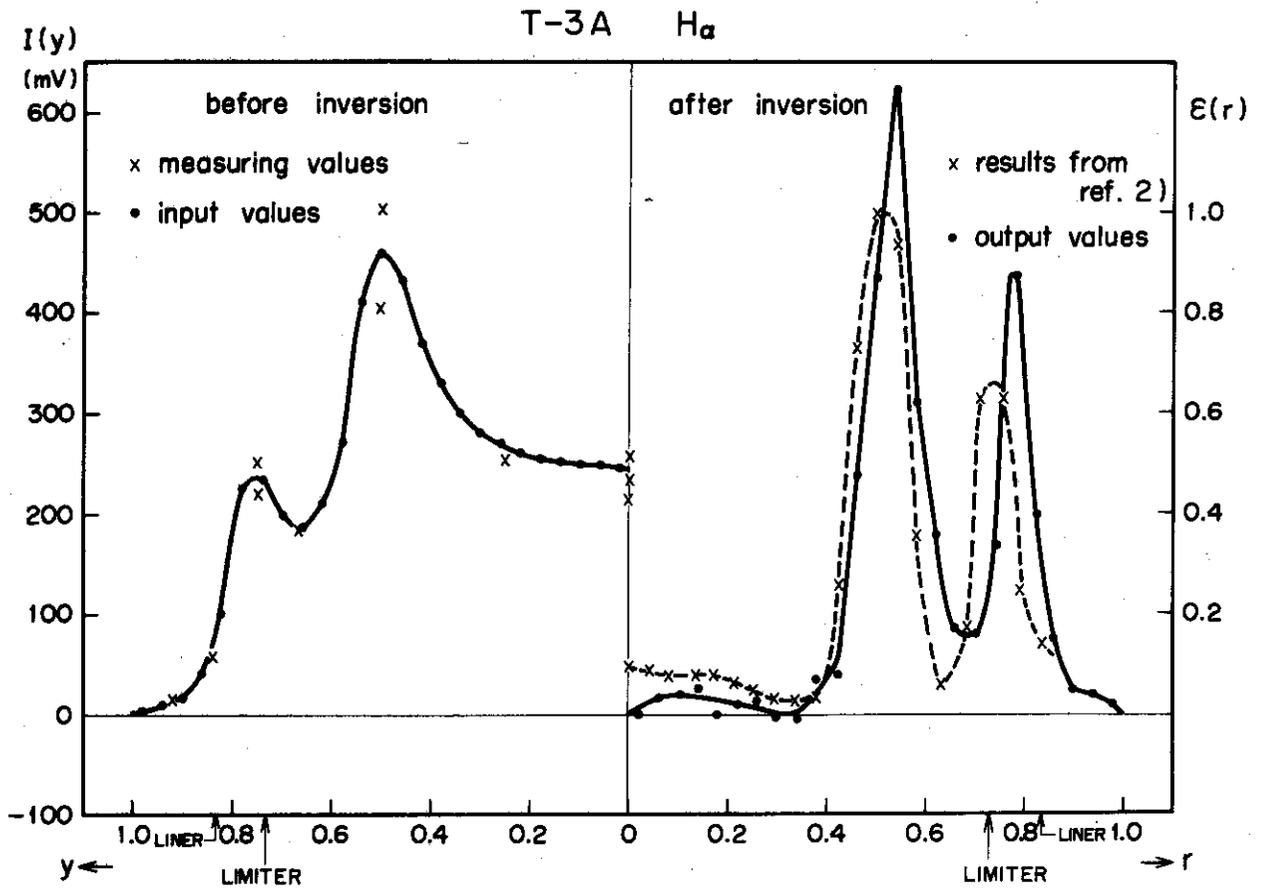
(1, 21)	-0.1892542E-01	(1, 22)	-0.1717202E-01	(1, 23)	-0.1574740E-01	(1, 24)	-0.1435574E-01	(1, 25)	-0.1327332E-01
(2, 21)	-0.1905148E-01	(2, 22)	-0.1731939E-01	(2, 23)	-0.1574237E-01	(2, 24)	-0.1449987E-01	(2, 25)	-0.1335466E-01
(3, 21)	-0.1937619E-01	(3, 22)	-0.1746756E-01	(3, 23)	-0.1609434E-01	(3, 24)	-0.1461920E-01	(3, 25)	-0.1342349E-01
(4, 21)	-0.1976310E-01	(4, 22)	-0.1795839E-01	(4, 23)	-0.1621431E-01	(4, 24)	-0.1494634E-01	(4, 25)	-0.1365462E-01
(5, 21)	-0.2035621E-01	(5, 22)	-0.1835894E-01	(5, 23)	-0.1672516E-01	(5, 24)	-0.1519559E-01	(5, 25)	-0.1396777E-01
(6, 21)	-0.2117214E-01	(6, 22)	-0.1902912E-01	(6, 23)	-0.1722119E-01	(6, 24)	-0.1567620E-01	(6, 25)	-0.1429103E-01
(7, 21)	-0.2216479E-01	(7, 22)	-0.1984514E-01	(7, 23)	-0.1790603E-01	(7, 24)	-0.1620522E-01	(7, 25)	-0.1482083E-01
(8, 21)	-0.2345153E-01	(8, 22)	-0.2069530E-01	(8, 23)	-0.1872627E-01	(8, 24)	-0.1692047E-01	(8, 25)	-0.1531831E-01
(9, 21)	-0.2507461E-01	(9, 22)	-0.2217982E-01	(9, 23)	-0.1977080E-01	(9, 24)	-0.1776660E-01	(9, 25)	-0.1607342E-01
(10, 21)	-0.2718669E-01	(10, 22)	-0.2379511E-01	(10, 23)	-0.2106435E-01	(10, 24)	-0.1879186E-01	(10, 25)	-0.1690097E-01
(11, 21)	-0.2969880E-01	(11, 22)	-0.2587937E-01	(11, 23)	-0.2266222E-01	(11, 24)	-0.2010960E-01	(11, 25)	-0.1794555E-01
(12, 21)	-0.3360972E-01	(12, 22)	-0.2853322E-01	(12, 23)	-0.2473816E-01	(12, 24)	-0.2167214E-01	(12, 25)	-0.1923292E-01
(13, 21)	-0.3687970E-01	(13, 22)	-0.3218466E-01	(13, 23)	-0.2717086E-01	(13, 24)	-0.2371242E-01	(13, 25)	-0.2078816E-01
(14, 21)	-0.4707880E-01	(14, 22)	-0.3842529E-01	(14, 23)	-0.2089722E-01	(14, 24)	-0.2610933E-01	(14, 25)	-0.2279918E-01
(15, 21)	-0.4466434E-01	(15, 22)	-0.4532157E-01	(15, 23)	-0.3410430E-01	(15, 24)	-0.2976321E-01	(15, 25)	-0.2514880E-01
(16, 21)	-0.9206454E-01	(16, 22)	-0.4308029E-01	(16, 23)	-0.4373997E-01	(16, 24)	-0.3290840E-01	(16, 25)	-0.2873676E-01
(17, 21)	-0.5087885E-01	(17, 22)	-0.8911932E-01	(17, 23)	-0.4161644E-01	(17, 24)	-0.4251893E-01	(17, 25)	-0.3181749E-01
(18, 21)	-0.5521987E 00	(18, 22)	-0.1349754E-01	(18, 23)	-0.8645244E-01	(18, 24)	-0.4026940E-01	(18, 25)	-0.4102392E-01
(19, 21)	0.4389104E 00	(19, 22)	-0.3425667E 00	(19, 23)	-0.1286956E-01	(19, 24)	-0.8400983E-01	(19, 25)	-0.3906488E-01
(20, 21)	-0.2486101E 01	(20, 22)	0.4261580E 00	(20, 23)	-0.3336620E 00	(20, 24)	-0.1252454E-01	(20, 25)	-0.8172958E-01
(21, 21)	0.2914093E 01	(21, 22)	-0.2444762E 01	(21, 23)	0.4181519E 00	(21, 24)	-0.3254370E 00	(21, 25)	-0.1183891E-01
(22, 21)	0.0	(22, 22)	0.2846153E 01	(22, 23)	-0.2367743E 01	(22, 24)	0.4088124E 00	(22, 25)	-0.317777E 00
(23, 21)	0.0	(23, 22)	0.0	(23, 23)	0.2782754E 01	(23, 24)	-0.2314573E 01	(23, 25)	0.4000879E 00
(24, 21)	0.0	(24, 22)	0.0	(24, 23)	0.0	(24, 24)	0.2723413E 01	(24, 25)	-0.2264835E 01
(25, 21)	0.0	(25, 22)	0.0	(25, 23)	0.0	(25, 24)	0.0	(25, 25)	0.2667711E 01

第4図 逆変換行列〔B〕(前頁続き)

以上の計算を行なう計算機コード (ABELIC) を第3図に示す。このコードでは $\epsilon(r_k)$ の出力値の外に次節に示す非対称係数を読込ませれば、補正した出力値も打出せるようになっている。

$N = 25$ としたときの行列 (B) の計算値を第4図に示す。

このコードによる変換の1例としてソ連のT-3A トカマク装置においてForrest 達が測定した $H\alpha$ 線分布の測定値²⁾を使用して、文献に出ている補間曲線により25点の入力値を与えて計算した結果を第5図に示す。但し測定値は上下方向に若干の非対称が出ているが、ここでは上半分のデータのみを用いて変換した。文献に出ている変換後の曲線と合わせてみると当然のことながらかなり良く一致している。



第5図 T-3A トカマク装置での $H\alpha$ 線分布の逆変換 ($N = 25$)²⁾

3. 非対称アーベル変換

第2節と同じく y 方向に空間掃引した離散的観測値 I_k を考える。以後の議論においては長さに関して R で規格化した値を用いる。 I_k から最適化曲線 $I(y)$ を求めるとき、 $I(y)$ が原点に関して対称であれば(2)式により解析的に $\epsilon(r)$ が求まるが、対称でないときには一般的に(2)式に従った変換は不可能である。しかしながら非対称が適切な形で仮定できれば、対称成分を抜き出して(2)式に従ったアーベル変換が可能となるので以下これについて述べる。

まず観測は y 方向にのみ掃引する場合を考えているので y 方向の非対称は観測にかかるが、 x 方向の非対称はまったく観測にかからないことを考慮して非対称は y 方向にのみ生じていると考える。即ち局所値 $\epsilon(r)$ の代わりに $\epsilon'(r, y)$ を考えて次のように仮定する。

$$\epsilon'(r, y) = f(y) \cdot \epsilon(r) \quad (9)$$

ここで $\epsilon(r)$ は r のみの関数であり第2章に示した完全対称の場合の $\epsilon(r)$ と同一性質のものである。また $f(y)$ は非対称の形を決定する関数である。さて(1)式の右辺の積分は $\epsilon(r)$ が r のみの関数で θ に依存しないとしているが、これを r と y の関数であると考えても y については定数とみなして積分しているので同様に成立する。^{注)} それ故(9)式の $\epsilon'(r, y)$ を(1)式の $\epsilon(r)$ の所に代入すれば対応する非対称観測値 $I'(y)$ が求まって

$$\begin{aligned} I'(y) &= 2 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \epsilon'(r, y) dx \\ &= 2f(y) \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \epsilon(r) dx \\ &= f(y) \cdot I(y) \end{aligned} \quad (10)$$

となる。但し $I(y)$ は $\epsilon(r)$ に対応する対称成分である。逆に $I'(y)$ をそのまま(2)式に代入して $\epsilon'(r, y)$ は求められないので、まず $I'(y)$ から $f(y)$ を分離して $I(y)$ を決定し、この $I(y)$ から(2)式により $\epsilon(r)$ を求める。さらに $\epsilon'(r, y)$ は(9)式に従って求めることができる。以上計算の手続はほんざつであるが結果として $I'(y)$ に対しても $\epsilon'(r, y)$ と同じ $f(y)$ なる形の非対称が出ることになる。

$I'(y)$ の導出は $f(y)$ 、 $I(y)$ の近似関数形を仮定しておいて、その係数を実測値 I'_k から非線形パラメータの最小2乗的決定法により求めることにより行なう。近似関数としてはまず $I(y)$ については原点に関して対称であるので y^2 を変数とする近似多項式で表わすことにする。例えば

$$I(y) = a_1 (1-y^2) + a_2 (1-y^4) + \dots + a_n (1-y^{2n}) \quad (-1 \leq y \leq +1) \quad (11)$$

または

$$I(y) = a_1 I_1(y) + a_2 I_2(y) + \dots + a_n I_n(y) \quad (12)$$

注) しかしながら(2)式においては $I(y)$ は原点に関して対称でなければならないし、その結果として $\epsilon(r)$ は r のみの関数となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } I_1(y) &= \frac{4}{3} \sqrt{1-y^2} (1-y^2) \\ I_n(y) &= \frac{4n}{1+2n} \left\{ \sqrt{1-y^2} (1-y^2) + y^2 I_{n-1} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (-1 \leq y \leq +1) \quad (13)$$

である。(11), (12)式における y の値はプラズマ半径 R で規格化したものである。従って $y = \pm 1$ はプラズマ境界に対応しており、これらの多項式は $y = \pm 1$ で $I(y) = 0$ の条件を満足する形式となっている。次に $f(y)$ については簡単のために非対称性を表わす最低の形として

$$f(y) = 1 + \alpha y \quad (14)$$

を想定する。係数 $\alpha, a_1, a_2, \dots, a_n$ の決定には最小 2 乗線形テイラー微分補正法を使う。この方法は各係数の初期値 $\alpha^0, a_1^0, a_2^0, \dots, a_n^0$ を与えたとき、 N 個の実測値 I'_i ($i = 1, 2, \dots, N$) に対して

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cccc} \sum_i^N \left(\frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha} \right)^2, & \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1}, & \dots, & \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \\ \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha}, & \sum_i^N \left(\frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1} \right)^2, & \dots, & \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha}, & \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \cdot \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1}, & \dots, & \sum_i^N \left(\frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \right)^2 \end{array} \right] \times \begin{bmatrix} \delta \alpha \\ \delta a_1 \\ \vdots \\ \delta a_n \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} - \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial \alpha} \cdot R_i \\ - \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_1} \cdot R_i \\ \vdots \\ - \sum_i^N \frac{\partial I'(y_i)}{\partial a_n} \cdot R_i \end{bmatrix} \quad (15) \end{aligned}$$

但し

$$R_i = I'(y_i; \alpha^0, a_1^0, \dots, a_n^0) - I'_i \quad (16)$$

なる連立方程式により $\delta \alpha, \delta a_1, \delta a_2, \dots, \delta a_n$ を決定し、次式により初期値を補正するものである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha^1 &= \alpha^0 + \delta \alpha \\ a_1^1 &= a_1^0 + \delta a_1 \\ &\vdots \\ a_n^1 &= a_n^0 + \delta a_n \end{aligned} \right\}$$

(17)式の値を新しい初期値として同様の計算をして(16)式の R_i があらかじめ決めておいた誤差以下となるまでくり返し計算する。決定すべき係数の数は観測点 y_i の数より少くしなければならないから、より高次の項を含む近似関数を使うときにはそれに見合った観測点数が必要となる。なおこの方法では

観測点の選び方及び同一観測点での測定回数はまったく任意に選んでさしつかえない。

以上により求めた $I'(y)$ から $\epsilon'(r, y)$ を求めると、まず(11)式に対応する $I(y)$ に対しては

$$\epsilon'(r, y) = \frac{2}{\pi} (1 + \alpha y) \{ a_1 J_1(r) + a_2 J_2(r) + \dots + a_n J_n(r) \} \quad (18)$$

但し

$$J_1(r) \equiv \sqrt{1-r^2}$$

$$J_2(r) \equiv \frac{2}{3} (1+2r^2) \sqrt{1-r^2}$$

.....

$$J_n(r) \equiv \frac{m}{2m-1} \{ \sqrt{1-r^2} + (2n-2)r^2 J_{n-1}(r) \}$$

である。一方(12)式に対応する $I(y)$ に対しては

$$\epsilon'(r, y) = (1 + \alpha y) \{ a_1 (1-r^2) + a_2 (1-r^4) + \dots + a_n (1-r^{2n}) \} \quad (20)$$

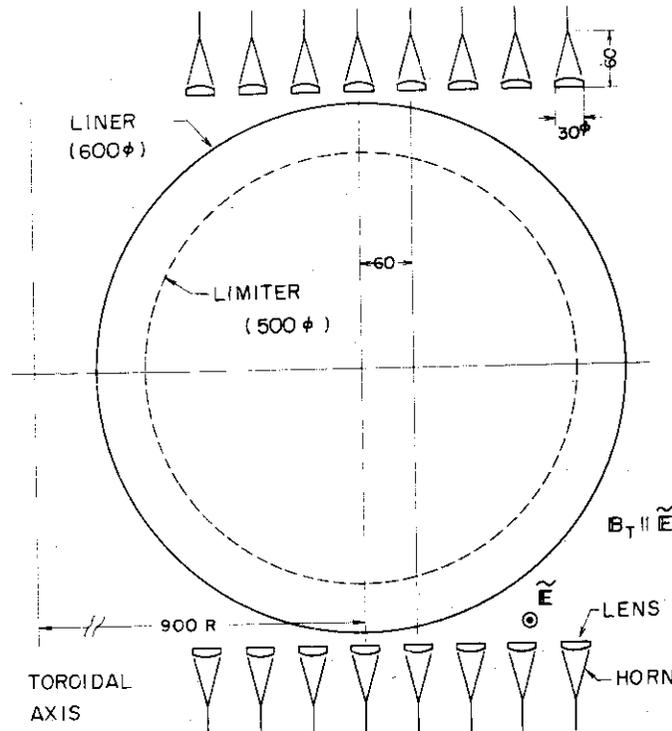
となる。

4. 応用例

観測値が空間的にある進路に沿っての積分値で与えられる測定法において空間的局所値を求める必要のある場合についてはすべて本方法が適用可能であるが、ここでは JFT-2 装置で実測された多チャンネルマイクロ波干渉測定と $H\alpha$ 線 測定の測定値をアーベル変換した結果を示す。

4.1 多チャンネルマイクロ波干渉測定

JFT-2 装置でのマイクロ波干渉測定³⁾は第6図に示すように、水平方向8ヶ所でプラズマ中を上下



第6図 JFT-2におけるマイクロ波干渉測定の配置

観測点の選び方及び同一観測点での測定回数はまったく任意に選んでさしつかえない。

以上により求めた $I'(y)$ から $\epsilon'(r, y)$ を求めると、まず(11)式に対応する $I(y)$ に対しては

$$\epsilon'(r, y) = \frac{2}{\pi} (1 + \alpha y) \{ a_1 J_1(r) + a_2 J_2(r) + \dots + a_n J_n(r) \} \quad (18)$$

但し

$$\begin{aligned} J_1(r) &= \sqrt{1-r^2} \\ J_2(r) &= \frac{2}{3} (1+2r^2) \sqrt{1-r^2} \\ &\dots\dots\dots \\ J_n(r) &= \frac{m}{2m-1} \{ \sqrt{1-r^2} + (2n-2)r^2 J_{n-1}(r) \} \end{aligned}$$

である。一方(12)式に対応する $I(y)$ に対しては

$$\epsilon'(r, y) = (1 + \alpha y) \{ a_1 (1-r^2) + a_2 (1-r^4) + \dots + a_n (1-r^{2n}) \} \quad (20)$$

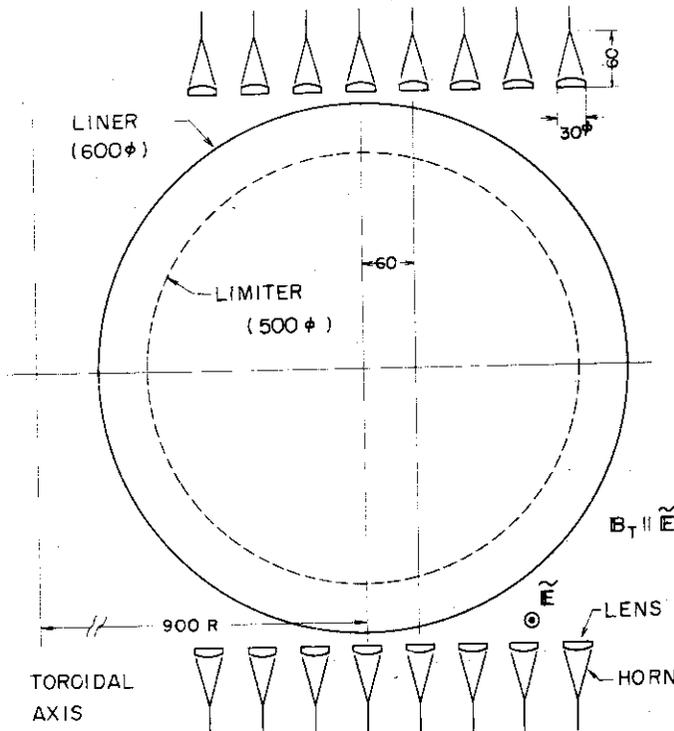
となる。

4. 応用例

観測値が空間的にある進路に沿っての積分値で与えられる測定法において空間的局所値を求める必要のある場合についてはすべて本方法が適用可能であるが、ここでは JFT-2 装置で実測された多チャンネルマイクロ波干渉測定と $H\alpha$ 線 測定の測定値をアーベル変換した結果を示す。

4.1 多チャンネルマイクロ波干渉測定

JFT-2 装置でのマイクロ波干渉測定³⁾は第 6 図に示すように、水平方向 8 ケ所でプラズマ中を上下



第 6 図 JFT-2 におけるマイクロ波干渉測定の配置

方向に電磁波を通過させてその行路に沿っての平均密度を測定するようになっている。水平方向の測定点はライナー中心とそれから6 cmずつ離れて外側に4点、内側に3点、合計8点である。規格化するためのプラズマ半径としてはここではライナー半径をとることにして $R = 30 \text{ cm}$ とする。 I_{\parallel} としては測定値から計算した積分平均密度 $\bar{n}_e \cdot l$ を用いればよい。プラズマ密度は一般的に中心で大きく境界で0になるように単調減少する場合が多く、その空間分布曲線が2乗分布に近いか4乗分布に近いかに判定することが後にプラズマの性質を解析する上で重要であるので $\epsilon'(r)$ としては(20)式の形を使うことにする。以上の形式でまとめた計算機コード(ABELILSENP2)を第7図に示す。第8図にこのコードにより計算した2つの計算例を示すが、これは多項式の最高次数は4次の場合である。測定点が8点しかないので次数を6次または8次にすると近似曲線が各測定点のばらつきに追従して変換後の曲線において凹凸が強調されるようである。この結果からJFT-2でのマイクロ波による電子密度空間分布測定に本方法を採用することは有効であると判定できる。これはプラズマ密度のピークのずれが小さいために、ここで用いた仮定がそれほど実際とは異っていないためだと思われる。特にこの例ではプラズマの再現性を仮定して各チャンネルの出力を別々の放電で求めているので、放電毎のバラツキが測定値に含まれている。このバラツキの平均化には本方法は非常に有効であると考えられる。

4.2 H α 線分布測定

水素原子のバルマー- α 線(H α : 6563 Å)の空間分布絶対強度を求めることは水素原子密度の空間分布や電離割合から粒子閉じ込め時間を決定する上で必要不可欠である。第9図(a)にJFT-2において上下方向(y方向)に掃引した測定値(\times 印)⁴⁾と(11)式で表れされる多項式近似関数を使っての最適曲線(実線)を、第9図(b)に(18)式によるアーベル変換後の結果を示す。これによると変換前の最適曲線は境界近くで負になることと中心附近に小さな振動が残り測定値と良く一致しないが光量が急減する境界領域では良く一致している。しかしながら変換後の曲線では中心附近の振動は強調されて相対的に大きくなっている。トカマク型のプラズマ発生装置ではH α 線の強度分布がプラズマの境界に近い所でピークを持ちプラズマ中心で減少する傾向にあることから、多項式近似関数を高次の項までとる必要があり結果として最適化曲線に振動が残り特に中心附近において大きな誤差を生ずる。それ故ここでは多項式近似関数により最適曲線を求めるのではなく、非対称性の大きさ α の値を決定することにのみ使用することにする。求まった α を使って測定値を補正して対称化を行ない、適当な補間により等間隔で強度を求め第1節の完全対称アーベル変換コード(ABELIC)によりアーベル変換をするのがよいようである。区間を25としたときのABELICによる結果を第10図に示すが、この場合には当然のことながら中心領域においても振動成分は出てこない。第11図には第10図と同様な方法で決定したH α 線光量子数の空間的分布の時間変化を逆変換前の積分光量子数のそれと比較して示す。

以上H α 線分布の場合には非対称性が大きくない場合でもここに示したような多項式近似関数では高次の項まで入れる必要があり測定点の数が16位ではとりうる次数は12次位が限度であり十分な最適曲線は得られない。しかしながら非対称性の大きさを決定するには十分に使用できる。

FACOM 230-60 FORTRAN D -730801- (V-05.L-01) COMPILATION 75.06.12 PAGE 1

```

C ABELILSENP 2
C ABEL INVERSION BY MEANS OF LSENP METHOD
C MAXIMUM NUMBER OF DATA POINTS = 300,N=300
C DEGREE OF HIGHEST POLYNOMIAL = 20,M=10
1 DOUBLE PRECISION B,C,CC,COF,COFN,DD,DN,ERR,R,X,XS,XXS,XXX,XCOFN,Y,
  1YYS,YYY
2 DIMENSION AX(300),B(12,13),C(15,20),CC(12),COF(21),COFN(12),ER(12)
  1,F(20),X(300),XXS(12),XXX(12),XCOFN(12),Y(300),Z(500)
3 13 READ(5,1000)N,M
4 1000 FORMAT(2I8)
5 K=2*M
6 READ(5,1100)(X(I),Y(I),I=1,N)
7 1100 FORMAT(12F6,0)
8 READ(5,1200)X0,DELTA,X,MAX
9 1200 FORMAT(3F12,0)
10 WRITE(6,2000)
11 2000 FORMAT(1H1,20X,10HINPUT DATA/1H ,5X,5(1HY,11X,4HI(Y),8X))
12 WRITE(6,2001)(X(I),Y(I),I=1,N)
13 2001 FORMAT(1H ,10F12,6)
14 CALL LSTS0D(X,Y,N,3,COF,ILL)
15 IF(ILL.E0.0)GO TO 1
16 GO TO 2
17 1 COFN(1)=COF(2)/COF(1)
18 CALL LSTS0D(X,Y,N,K,COF,ILL)
19 IF(ILL.E0.0)GO TO 3
20 GO TO 2
21 3 CONTINUE
C LSENP
C INITIAL VALUE
22 DO 100 I=2,M
23 100 COFN(I)=COF(2*I-1)/(-3.0*COF(1))
C FORM SUMS OF PARTIAL DIFFERENTIAL AND GENERATE MATRIX C(M,M+1)
24 5 DO 200 I=1,M
25 DO 210 J=1,M+1
26 210 C(I,J)=0.0
27 200 CONTINUE
28 DO 220 I=1,N
29 XXX(I)=1.0+COFN(1)*X(I)
30 XCOFN(1)=0.0
31 YYY=0.0
32 XXS(1)=0.0
33 DO 230 J=2,M
34 XS=X(I)*X(I)
35 XXS(J)=(FLOAT(J)-1.0)/(FLOAT(J)-0.5)*((1.0-XS)+DSQRT(1.0-XS)+XS*XX
  1S(J-1))
36 XXX(J)=2.0*XXS(J)
37 XCOFN(1)=XCOFN(1)+X(I)+COFN(J)*XXX(J)
38 XCOFN(J)=XXX(1)*XXX(J)
39 230 YYY=YYY+COFN(J)*XCOFN(J)
40 DO 240 J=1,M
41 DO 250 L=1,M
42 C(J,L)=C(J,L)+XCOFN(J)*XCOFN(L)
43 240 C(J,M+1)=C(J,M+1)-(YYY-Y(I))*XCOFN(J)
44 220 CONTINUE
45 DO 300 J=1,M+1
46 DO 310 I=1,M
47 B(I,J)=C(I,J)
48 300 CONTINUE
49 CALL DCROUT(M,B,CC,12,13)
50 DO 320 I=1,M
51 320 COFN(I)=COFN(I)+CC(I)
52 DO 400 T=1,M
53 IF(DABS(COFN(I)).LT.1.0D-4)GO TO 4
54 ER(I)=CC(I)/COFN(I)
55 IF(ABS(ER(I)).GT.1.0E-6)GO TO 5
56 4 CONTINUE
57 400 CONTINUE
58 WRITE(6,2100)(COFN(I),I=1,M)
59 2100 FORMAT(1H0,20X,21HCoefficients of LSENP/1H0,5X,E15,7/(1H ,5X,5E15,
  17))
60 DO 500 I=1,N
61 500 AX(I)=Y(I)/(1.0+COFN(1)*X(I))
62 WRITE(6,2200)
63 2200 FORMAT(1H0,20X,31HVALUE OF COMPENSATED INPUT DATA)
64 WRITE(6,2201)
65 2201 FORMAT(1H0,5X,5(1HX,11X,4HI(X),8X))
66 WRITE(6,2202)(X(I),AX(I),I=1,N)
67 2202 FORMAT(1H0,5(F8,5,2X,E14,7)///)
68 WRITE(6,2300)
69 2300 FORMAT(1H0,20X,14HVALUE OF LSENP)
70 Xx=X0

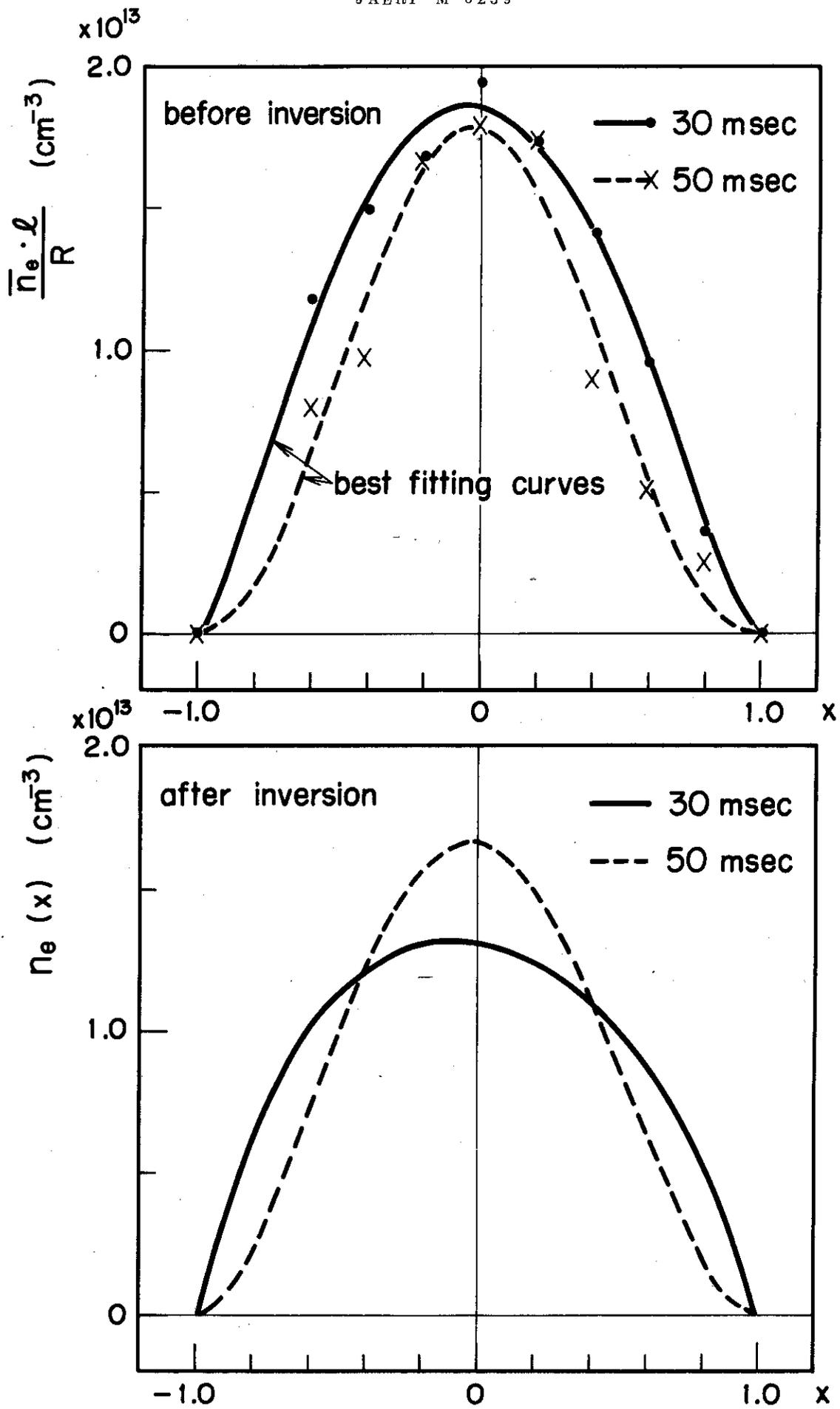
```

第7図 非対称アーベル変換コード (ABELILSENP 2)

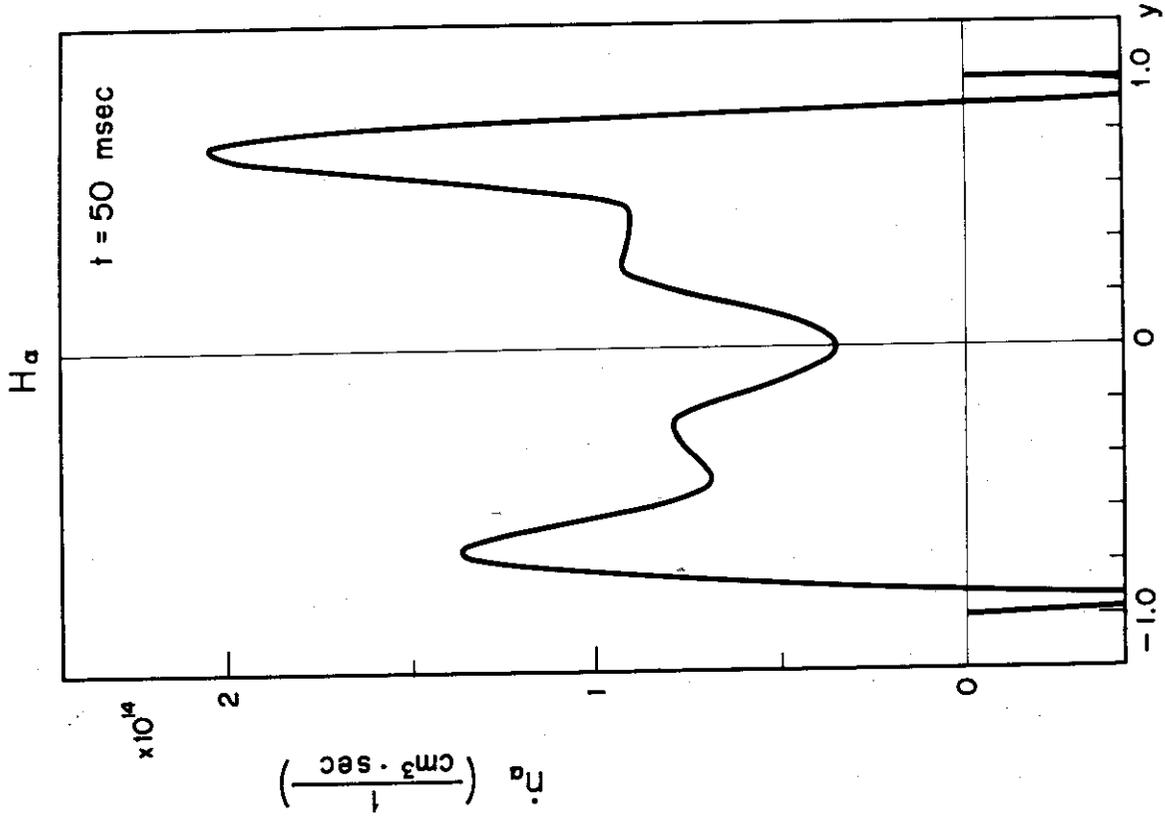
```

71      Z(1)=0.0
72      N1=0
73      6 VYX=1.0+COFN(1)*XX
74      X2=1.0
75      X3=0.0
76      YY=0.0
77      DO 600 I=2,M
78      X2=XX*XX
79      X3=(FLOAT(I)-1.0)/(FLOAT(I)-0.5)*((1.0-X2)+SQRT(1.0-X2)*X2*X3)
80      600 YY=YY+2.0*COFN(I)*X3
81      YX=YY
82      YY=YY*YYX
83      Z(NN+1)=YY
84      NN=NN+1
85      WRITE(6,2301)XX,YYX,YX,YY
86      2301 FORMAT(1H ,20X,4HX,Y=E15.7,5X,5H1+AY=E15.7,5X,5MH(X)=E15.7,5X,5MH(
1Y)=E15.7)
87      Xx=XX+DELTAX
88      IF(XX.LE.XMAX)GO TO 6
89      CALL SIMPIS(Z,NN,DELTAX,S,ILL)
90      IF(ILL.EQ.0)GO TO 7
91      WRITE(6,2400)ILL
92      2400 FORMAT(1H0,10X,4HILL=I8)
93      GO TO 8
94      7 WRITE(6,2401)S
95      2401 FORMAT(1H0,10X,2HS=E15.7)
96      8 CONTINUE
C      ERROR CALCULATION
97      YYS=0.0
98      R=0.0
99      DO 700 I=1,N
100     XXX(I)=1.0+COFN(I)*X(I)
101     YYY=0.0
102     XXS(I)=0.0
103     DO 710 J=2,M
104     XS=X(I)*X(I)
105     XXS(J)=(FLOAT(J)-1.0)/(FLOAT(J)-0.5)*((1.0-XS)+DSORT(1.0-XS)+XS*XX
1S(J-1))
106     XXX(J)=2.0*XXS(J)
107     XCOFN(J)=XXX(I)*XXX(J)
108     710 YYY=YYY+COFN(J)*XCOFN(J)
109     YYS=YYS+YYY*YYY
110     700 R=R+(YYY-Y(I))**2
111     ERR=DSORT(R)/DSORT(YYS)
112     WRITE(6,2500)ERR
113     2500 FORMAT(1H0,10X,11HMS ERROR =E15.7)
C      ABEL INVERSION CALCULATION
114     WRITE(6,2600)
115     2600 FORMAT(1H0,20X,23HVALUE OF ABEL INVERSION)
116     XX=X0
117     Z(1)=0.0
118     NN=0
119     9 F1=1.0
120     EXR=0.0
121     DO 800 I=2,M
122     F1=F1*XX*XX
123     800 FM(I)=1.0-F1
124     DO 810 I=2,M
125     810 EXR=EXR+COFN(I)*FM(I)
126     EZR=EXR*(1+COFN(1)*XX)
127     Z(NN+1)=EXR*ABS(XX)*3.1415927
128     NN=NN+1
129     WRITE(6,2601)XX,EXR,EZR
130     2601 FORMAT(1H ,20X,2HR=E15.7,5X,4HEXR=E15.7,5X,4HEZR=E15.7)
131     Xx=XX+DELTAX
132     IF(XX.LE.XMAX)GO TO 9
133     CALL SIMPIS(Z,NN,DELTAX,S,ILL)
134     IF(ILL.EQ.0)GO TO 10
135     WRITE(6,2400)ILL
136     GO TO 11
137     10 WRITE(6,2401)S
138     11 CONTINUE
139     2 CONTINUE
140     READ(5,1300)STP
141     1300 FORMAT(F12.0)
142     IF(STP.LT.0.0)GO TO 12
143     GO TO 13
144     12 STOP
145     END

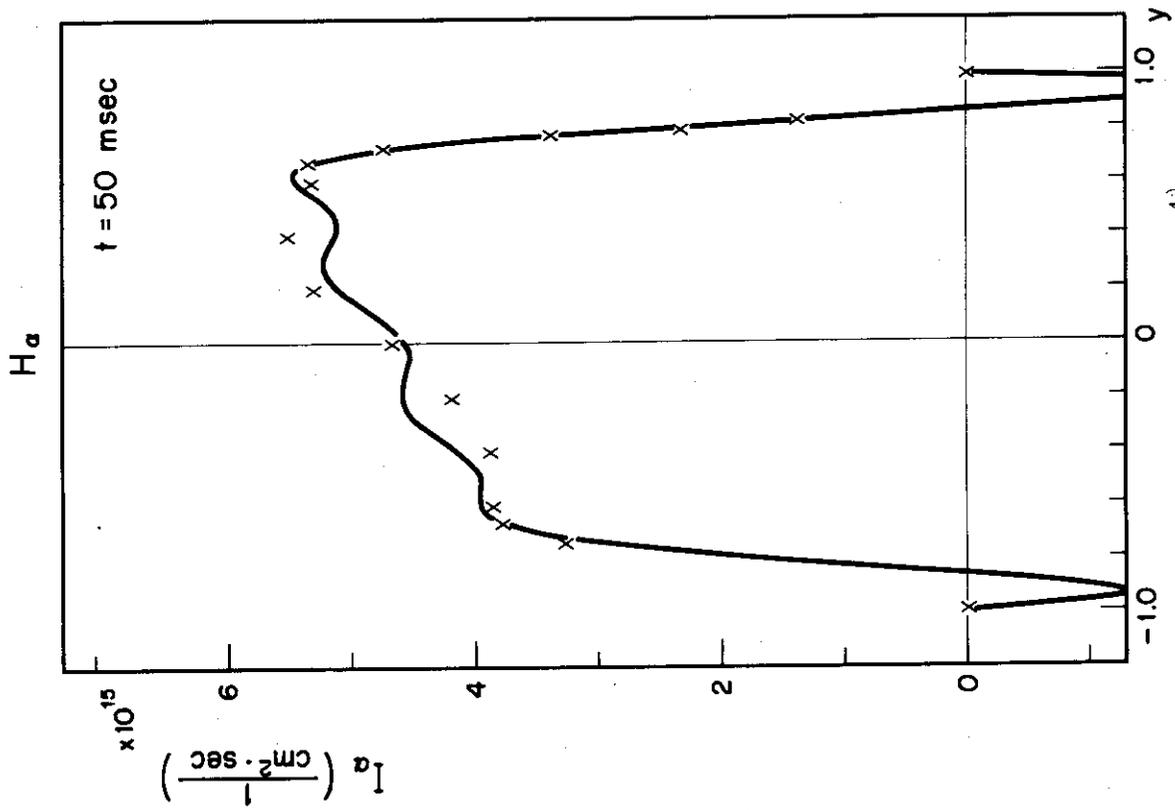
```



第8図 電子密度の空間分布

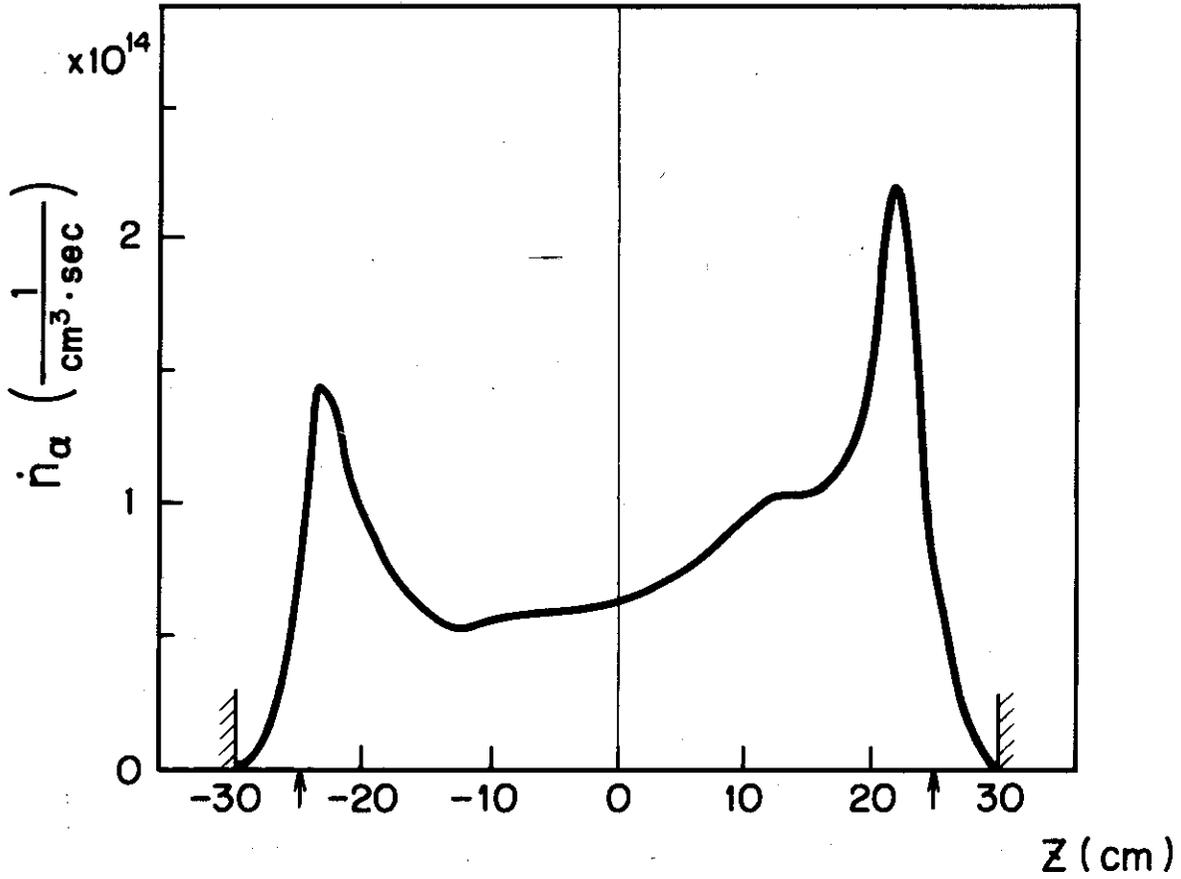
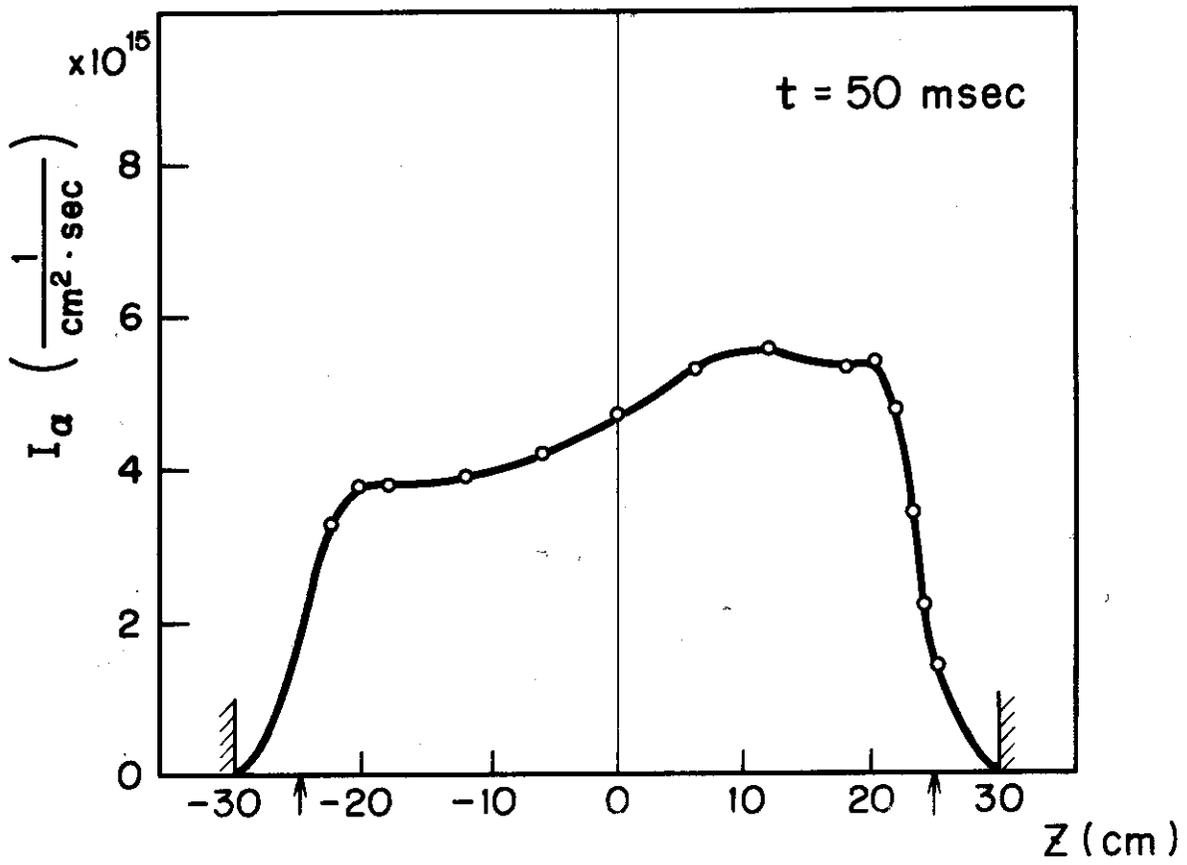


第9図(b) アーベル変換後のH α 光子数密度

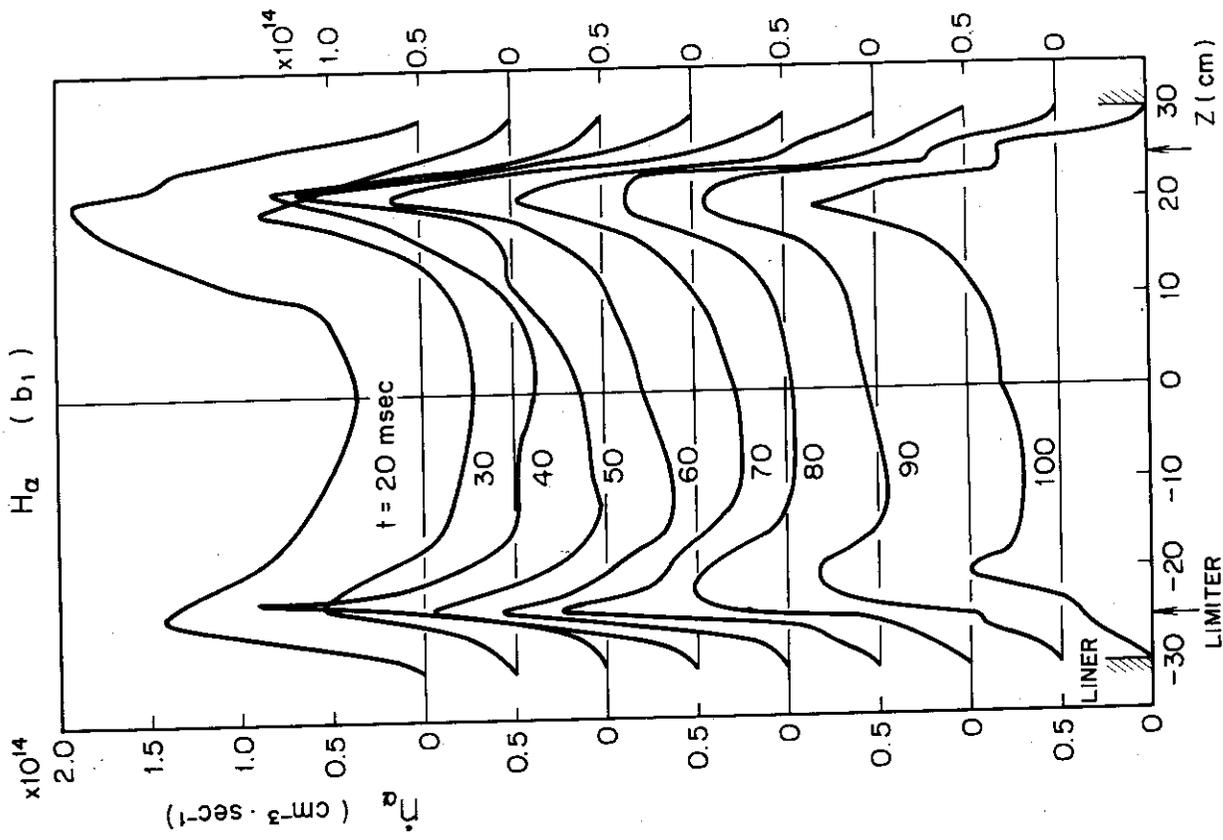


第9図(a) H α 線測定値 (×印) と多項式
近似による最適曲線

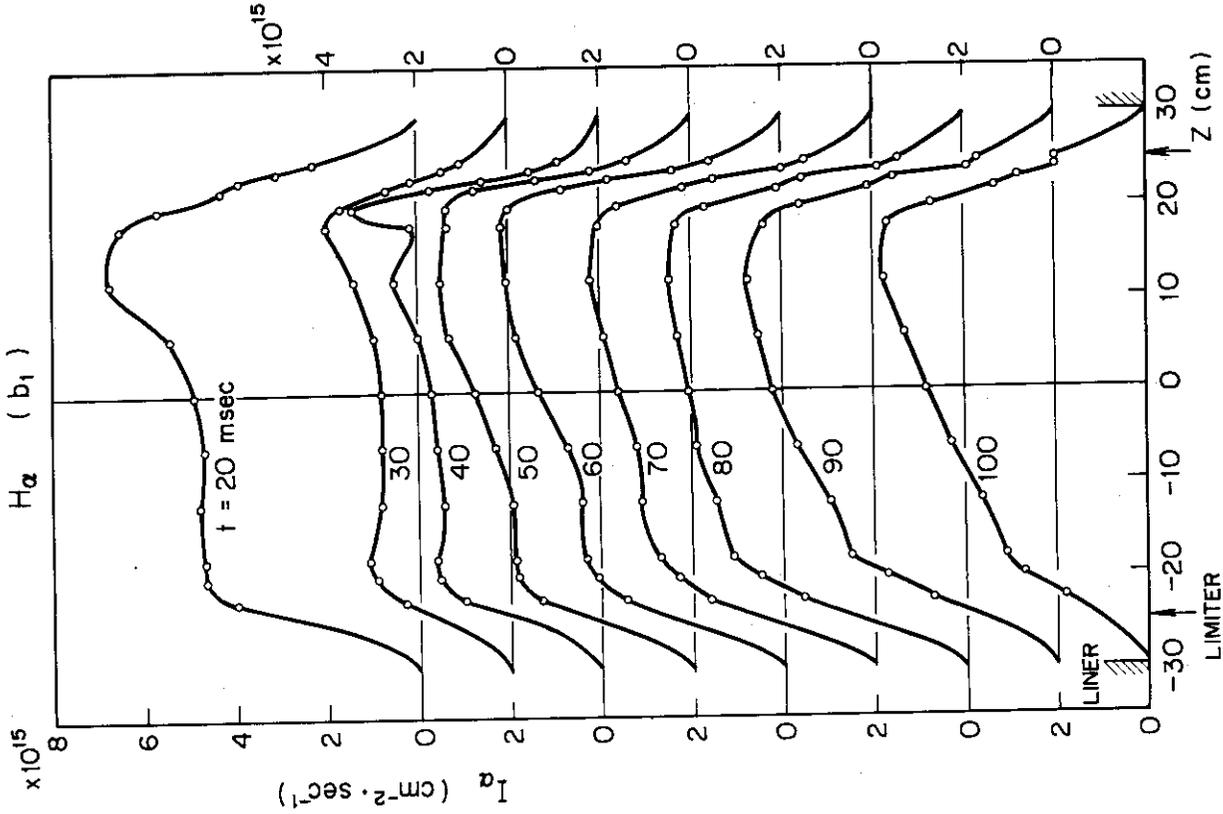
H_{α} (B_L)



第 10 図 H_{α} 線測定値とABELICによる変換値



第11图(a) H α 線積分光子数 (变换前)



第11图(b) H α 線光子数密度 (变换後)

5. 結 言

円柱状プラズマの物理量の強度がある進路に沿っての積分値として測定できるとき、局所値の空間強度分布は測定値が極度に非対称でなければアーベル変換及びそれを少し修正した方法により求めることが可能である。ここでは次の2つの計算機コードにまとめた。

(1) ABELIC

完全対称で測定値が等間隔に求められる場合または適当な補間により等間隔に修正可能な場合に適用できる。また非対称の程度がわかっているならば補正した出力を打出せる。

(2) ABELILSENP 2

非対称のある場合について多項式近似関数を仮定してその係数を最小2乗線形テイラー微分補正法により決定する。変換は解析的に求めることができ、しかも測定場所及び測定回数は全く任意に選ぶことができる。但し測定点数が少ないときには次数の低い関数で近似できる場合でないと良い結果は望めない。

以上非対称な測定値によるアーベル変換は制約条件がかなりきびしいけれども、バラツキや少しの非対称のある実際の測定値を処理するには十分なものであると考えられる。

謝 辞

本報告の内容はJFT-2装置での実験におけるデータ整理に伴って行なったものであり有用な議論をいただいた藤沢 登、河西 敏氏をはじめとするJFT-2およびプラズマ計測グループの各位に感謝いたします。また実験にあたりJFT-2を運転された国枝俊介氏をはじめとする装置技術管理グループの各氏に感謝いたします。最後に本研究の遂行中常に激励をいただいた森 茂核融合研究部長に感謝の意を表します。

文 献

- (1) W.Lochte-Holtgreven : "Plasma Diagnostics" North-Holland Publishing Company, 1968.
- (2) M.J.Forrest et al.; CLM-R 107 (1970)
- (3) 船橋, 伊藤; JAERI-M 4530 (1971年7月)
- (4) 船橋, 河西, 的場, 藤沢; JAERI-M 5961 (1975年1月)

5. 結 言

円柱状プラズマの物理量の強度がある進路に沿っての積分値として測定できるとき、局所値の空間強度分布は測定値が極度に非対称でなければアーベル変換及びそれを少し修正した方法により求めることが可能である。ここでは次の2つの計算機コードにまとめた。

(1) ABELIC

完全対称で測定値が等間隔に求められる場合または適当な補間により等間隔に修正可能な場合に適用できる。また非対称の程度がわかっているならば補正した出力を打出せる。

(2) ABELILSENP 2

非対称のある場合について多項式近似関数を仮定してその係数を最小2乗線形テイラー微分補正法により決定する。変換は解析的に求めることができ、しかも測定場所及び測定回数は全く任意に選ぶことができる。但し測定点数が少ないときには次数の低い関数で近似できる場合でないと良い結果は望めない。

以上非対称な測定値によるアーベル変換は制約条件がかなりきびしいけれども、バラツキや少しの非対称のある実際の測定値を処理するには十分なものであると考えられる。

謝 辞

本報告の内容はJFT-2装置での実験におけるデータ整理に伴って行なったものであり有用な議論をいただいた藤沢 登、河西 敏氏をはじめとするJFT-2およびプラズマ計測グループの各位に感謝いたします。また実験にあたりJFT-2を運転された国枝俊介氏をはじめとする装置技術管理グループの各氏に感謝いたします。最後に本研究の遂行中常に激励をいただいた森 茂核融合研究部長に感謝の意を表します。

文 献

- (1) W.Lochte-Holtgreven ; " Plasma Diagnostics " North-Holland Publishing Company, 1968.
- (2) M.J.Forrest et al.; CLM-R 107 (1970)
- (3) 船橋, 伊藤; JAERI-M 4530 (1971年7月)
- (4) 船橋, 河西, 的場, 藤沢; JAERI-M 5961 (1975年1月)

5. 結 言

円柱状プラズマの物理量の強度がある進路に沿っての積分値として測定できるとき、局所値の空間強度分布は測定値が極度に非対称でなければアーベル変換及びそれを少し修正した方法により求めることが可能である。ここでは次の2つの計算機コードにまとめた。

(1) ABELIC

完全対称で測定値が等間隔に求められる場合または適当な補間により等間隔に修正可能な場合に適用できる。また非対称の程度がわかっているれば補正した出力を打出せる。

(2) ABELILSENP 2

非対称のある場合について多項式近似関数を仮定してその係数を最小2乗線形テイラー微分補正法により決定する。変換は解析的に求めることができ、しかも測定場所及び測定回数は全く任意に選ぶことができる。但し測定点数が少ないときには次数の低い関数で近似できる場合でないと良い結果は望めない。

以上非対称な測定値によるアーベル変換は制約条件がかなりきびしいけれども、バラツキや少しの非対称のある実際の測定値を処理するには十分なものであると考えられる。

謝 辞

本報告の内容はJFT-2装置での実験におけるデータ整理に伴って行なったものであり有用な議論をいただいた藤沢 登、河西 敏氏をはじめとするJFT-2およびプラズマ計測グループの各位に感謝いたします。また実験にあたりJFT-2を運転された国枝俊介氏をはじめとする装置技術管理グループの各氏に感謝いたします。最後に本研究の遂行中常に激励をいただいた森 茂核融合研究部長に感謝の意を表します。

文 献

- (1) W.Lochte-Holtgreven ; " Plasma Diagnostics " North-Holland Publishing Company, 1968.
- (2) M.J.Forrest et al.; CLM-R 107 (1970)
- (3) 船橋, 伊藤; JAERI-M 4530 (1971年7月)
- (4) 船橋, 河西, 的場, 藤沢; JAERI-M 5961 (1975年1月)