

JAERI-M

6305

粒子コードを用いたプラズマ・シミュレーション
のための二体衝突モデル

1975年11月

滝塚知典

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

粒子コードを用いたプラズマ・シミュレーション
のための二体衝突モデル

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

滝 塚 知 典

(1975年10月24日受理)

粒子コードを用いたプラズマ・シミュレーションのための、Monte Carlo法を応用した二体衝突モデルを提案した。このモデルの記述する衝突効果はLandau formの衝突項に相当する。空間依存のない系のシミュレーションの結果からこのモデルの妥当性を確かめた。

JAERI - M 6305

A Binary Collision Model for Plasma Simulation
with a Particle Code

Tomonori TAKIZUKA

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai, JAERI

(Received October 24, 1975)

A binary collision model by the Monte Carlo method is proposed for plasma simulation with a particle code. The model describes a collision integral of the Landau form. Collisional effects in a plasma independent of the space are simulated, the results indicate validity of the model.

目次なし

1 序 論

プラズマの波動，輸送現象，および加熱過程を解明する一つの有力な手法として，粒子コードを用いたコンピュータ・シミュレーションが知られている。

この粒子コードにおいては，計算機の容量および演算速度の制限から，取扱われる粒子の数は実際のプラズマに含まれる粒子の数に比べて非常に少ない。シミュレーション・プラズマのプラズマ振動数 $\omega_p = (nq^2/\epsilon_0 m)^{1/2}$ と Debye 半径 $\lambda_D = (\epsilon_0 T/nq^2)^{1/2}$ が実際のプラズマのそれらと一致するために，シミュレーション・プラズマ中の1個の超粒子は電荷 $N_S q$ と質量 $N_S m$ ($N_S \gg 1$) を持つことが必要である。ここで n は粒子密度， q は電荷， m は質量， T は温度 (Boltzmann 定数を含む)，および ϵ_0 は真空の誘電率を MKSA 単位系によって表わす。

しかし超粒子が点電荷であるならば，二体衝突周波数は実際の二体衝突周波数 $\nu_C = q^4 n \lambda / 4\pi \epsilon_0^2 m^2 v^3$ (ここで λ は Coulomb logarithm を示す) に比べて N_S 倍大きく，この効果は simulate されるべき他の現象を隠してしまう。

この衝突効果を減少させるために，有限の大きさを持つ粒子 (finite-sized particle : FSP) が導入される。FSP プラズマに関して，Langdon, Birdsall, Okuda 等が詳しく研究している¹⁻³⁾。FSP の電荷の拡がり半径を a 程度とすると， a より長い波長の現象は正しく simulate されるが，それより短い波長の現象に関しては正しい結果が得られない。一般に FSP の大きさが Debye 半径の order としてシミュレーションが行なわれるので，Debye 半径内の現象である二体衝突は正しく simulate されない。また特に一次元および二次元のシミュレーションにおいては，二体衝突に関して実際のプラズマと異なる結果がもたらされる。

したがって，粒子コードを用いたシミュレーションに二体衝突効果をモデル化して導入することが一つの方法として考えられる。Shanny et. al. は Lorentz 衝突モデルを使用して一次元電子プラズマのシミュレーションを行った⁴⁾。このモデルを用いて，Tsang et. al. は neoclassical diffusion のシミュレーションを行なった⁵⁾。しかし Lorentz モデルによっては，電子・イオン衝突のみが考慮されていて，電子・電子衝突は simulate されない。また，Gula と Chu は two-stream 不安定性のシミュレーションに Krook モデルを導入した⁶⁾。このモデルにおいては衝突周波数は速度依存性をもたない。Oliphant と Nielson は次の様な衝突モデルを提案した。局所的な密度と平均運動エネルギーに基づいて field 粒子の速度分布を局所的 Maxwell 分布と近似し，局所的な 90° 散乱平均衝突周波数を求める。ある粒子の速度の pitch angle の変化は平均衝突周波数に基づいて与えられる。その後，局所的に運動量とエネルギーが保存するような修正がほどこされる⁷⁾。彼等はまた次のことを言及した。近傍にある2個の粒子を取り出して，それらの間で二体衝突に相当する様に運動量とエネルギーの交換をする。しかしこの方法は，外部記憶装置を使用しなければならない多数の粒子を取扱うシミュレーションには困難である。

2個の粒子間の二体衝突を衝突モデルの基礎とする長所に着目して，この論文において Monte Carlo 法を応用した二体衝突モデルが提案される。次章にはモデルの基本が述べられ

る。3章において、2個の粒子を random に選ぶ方法が述べられる。このモデルを用いた簡単なシミュレーションの結果が4章に示される。

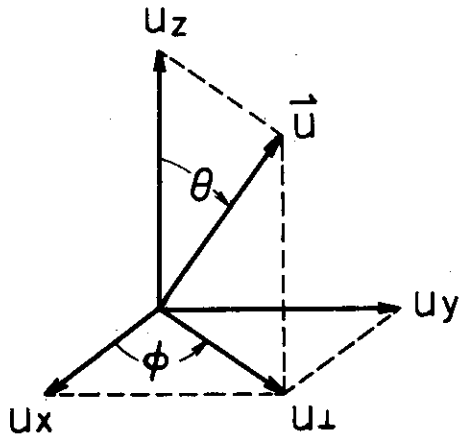
2 モデルの基礎

簡単のために、1価のイオンおよび電子より成り立つプラズマを考える。

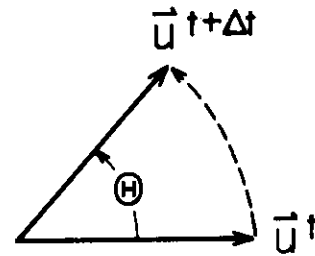
この衝突モデルにおいては、粒子 α (質量 m_α)は、時間 Δt の間に多数の電子から random に選ばれた1個の電子 β (質量 m) および多数のイオンから random に選ばれた1個のイオン β' (質量 M) の2粒子のみと二体衝突する。時刻 t における粒子 α の速度 \vec{v}_α^t と粒子 β の速度 \vec{v}_β^t との相対速度は

$$\vec{u}^t = \vec{v}_\alpha^t - \vec{v}_\beta^t \quad (1)$$

と表わされる。実験室系における相対速度 $(u_x, u_y, u_z)^t$ を、第1図に示す座標と記号に従い、相対速度上の系 $(0, 0, u)^t$ に変換する；



第1図 座表系



第2図 二体衝突による相対速度の変化

$$\begin{pmatrix} \cos\theta \cdot \cos\phi & \cos\theta \cdot \sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ \sin\theta \cdot \cos\phi & \sin\theta \cdot \sin\phi & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix}^t \quad (2)$$

時間 Δt の間におこる二体衝突によって、第2図に示される様に、相対速度の大きさは変化させられず、方向が変化させられる；

$$(0, 0, u)^t \longrightarrow (u \sin\theta \cdot \cos\psi, u \sin\theta \cdot \sin\psi, u - u(1 - \cos\theta))^t + \Delta t \quad (3)$$

ここで角度 ψ は0から 2π まで一様に任意な値をとる。衝突後の相対速度を再び実験室系に変換する；

$$(u_x, u_y, u_z)^{t+\Delta t} = (u_x, u_y, u_z)^t + (\Delta u_x, \Delta u_y, \Delta u_z) \quad (4a)$$

$$\Delta u_x = \frac{u_x^t}{u_{\perp}^t} u_z^t \sin\theta \cdot \cos\psi - \frac{u_y^t}{u_{\perp}^t} u^t \sin\theta \cdot \sin\psi - u_x^t (1 - \cos\theta) \quad (4b)$$

$$\Delta u_y = \frac{u_y^t}{u_{\perp}^t} u_z^t \sin\theta \cdot \cos\psi + \frac{u_x^t}{u_{\perp}^t} u^t \sin\theta \cdot \sin\psi - u_y^t (1 - \cos\theta) \quad (4c)$$

$$\Delta u_z = -u_{\perp}^t \sin\theta \cdot \cos\psi - u_z^t (1 - \cos\theta) \quad (4d)$$

この結果、時刻 $t + \Delta t$ における粒子 α と粒子 β の速度はそれぞれ次式で表わされる；

$$\vec{v}_{\alpha}^{t+\Delta t} = \vec{v}_{\alpha}^t + \frac{m_{\alpha\beta}}{m_{\alpha}} \Delta \vec{u} \quad (5a)$$

$$\vec{v}_{\beta}^{t+\Delta t} = \vec{v}_{\beta}^t - \frac{m_{\alpha\beta}}{m_{\beta}} \Delta \vec{u} \quad (5b)$$

ここで $m_{\alpha\beta}$ は換算質量であり；

$$m_{\alpha\beta} = \frac{m_{\alpha} m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}} \quad (6)$$

この二体衝突によって全運動量と全エネルギーが保存されることは明らかである。

いま

$$\delta \equiv \tan \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

とすれば(3), (4)式において

$$\sin\theta = \frac{2\delta}{1+\delta^2} \quad (8a)$$

$$1 - \cos\theta = \frac{2\delta^2}{1+\delta^2} \quad (8b)$$

また δ は平均値 0 の正規分布する random な変数であり、その 2 乗平均は次式で与えられる；

$$\langle \delta^2 \rangle = S \equiv \frac{1}{2} \frac{e^4 n \lambda}{4\pi \epsilon_0^2 m_{\alpha\beta}^2 u^3} \Delta t \quad (9)$$

ここで λ は Coulomb logarithm を示し⁸⁾、電子温度 T_e が eV 単位であると、次式で表される；

$$\lambda = 3.03 - 1.15 \log n + 3.44 \log T_e \quad (T_e \leq 50 \text{ eV}) \quad (10a)$$

$$\lambda = 3.22 - 1.15 \log n + 2.32 \log T_e \quad (T_e > 50 \text{ eV}) \quad (10b)$$

シミュレーションにおいては time step Δt は有限であるので、相対速度の3乗に反比例している S は1に比べて非常に大きくなる場合がある。値 S が1以上のとき相対速度の変化は、(8)、(9)式によらず、角度 Θ が一様に0から π までの任意の値をとるものとして与えられる。

この操作を繰返すことによって、すべての粒子は t から $t + \Delta t$ の時間に1個の電子および1個のイオンそれぞれと二体衝突する。ある粒子が Δt 間に1個の衝突粒子を random に選択することは、 Δt より十分長い時間には field 粒子の分布関数が積分されることと同等である。ただし time step Δt は分布関数に変化する特徴的時間、例えば緩和時間、に比較して十分小さい必要がある。したがって time step が十分小さいとき、この二体衝突モデルに従って運動する粒子群の kinetic equation の衝突項は Landau form によって与えられる；

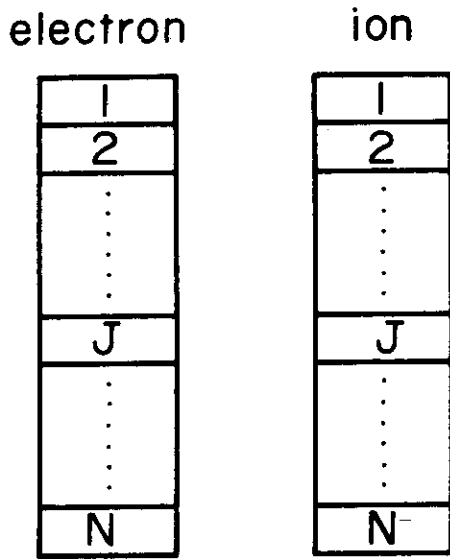
$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} = & - \sum_{\beta} \frac{\partial}{\partial v_i} 2\pi\lambda \frac{e^4}{m_{\alpha}} \int d\vec{v}' \left[\frac{\delta_{ik}}{u} - \frac{u_i u_k}{u^3} \right] \\ & \times \left(\frac{f_{\alpha}}{m_{\beta}} \frac{\partial f_{\beta}(\vec{v}')}{\partial v_k'} - \frac{f_{\beta}(\vec{v}')}{m_{\alpha}} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial v_k} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

3 空間依存のない系における衝突モデル

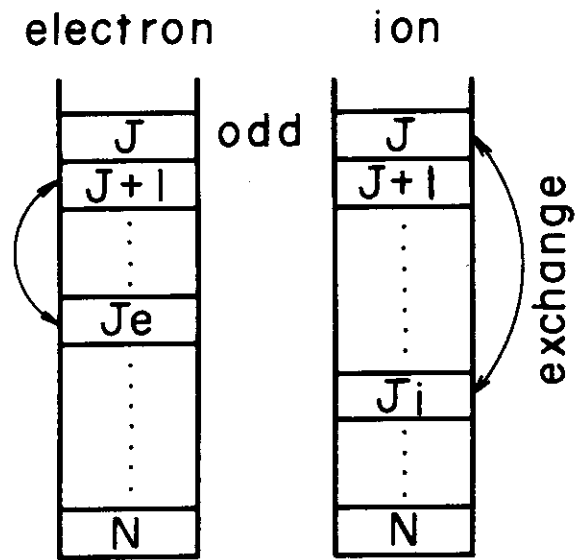
超電子 N 個と超イオン N 個より成り立つ、空間依存のない系を考える。ここで便宜上 N は偶数であるとする。

時刻 t にこれらの速度等の値は第 3 図に示す様に記憶装置に記憶されている。第 J 番の電子 (J は奇数) の衝突する 1 個の電子が ($J+1$) 番と N 番の間から random に選択される。選ばれた J_e 番の記憶内容と ($J+1$) 番の記憶内容が交換される。同様に第 ($J+1$) 番のイオンと衝突する J_i 番のイオンが J 番と N 番の間から random に選ばれ、その記憶内容が J 番の記憶内容と交換される (第 4 図)。次に、 J 番電子と ($J+1$) 番電子、 J 番イオンと ($J+1$) 番イオン、 J 番電子と J 番イオン、および ($J+1$) 番電子と ($J+1$) 番イオン、それぞれの二体衝突が 2 章に記述された方法によって計算される (第 5 図)。この様にして time step Δt 間に、第 1 番から第 N 番のすべての粒子は random に選ばれた 1 個の電子および 1 個のイオンそれぞれと二体衝突する。

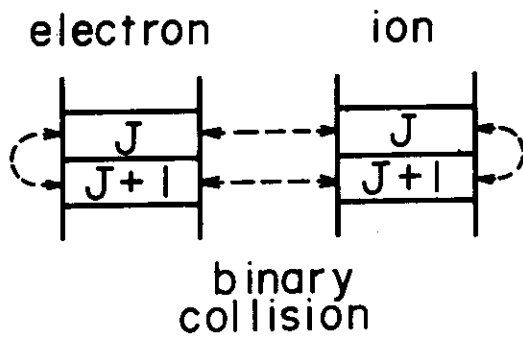
空間依存のない系においては、以上に述べられた様に、ある粒子の衝突の相手はすべての粒子の中から random に選択されればよい。しかし空間依存のある系では、衝突の相手は空間的近傍に存在する粒子から選ばれる必要がある。その場合は、粒子の位置とともに空間 mesh 番号が記憶されていれば、第 6 図に示す様に、mesh 番号毎に記憶番地が並べられることによって、同 mesh 内に存在する衝突相手の random な選択は容易に行なわれる。また多数のシミュレーション粒子を取扱うために外部記憶装置が使用される場合も、mesh 番号を有効に利用した記憶の出し入れを導入することによって、衝突相手の random な選択は容易に行なわれるであろう。



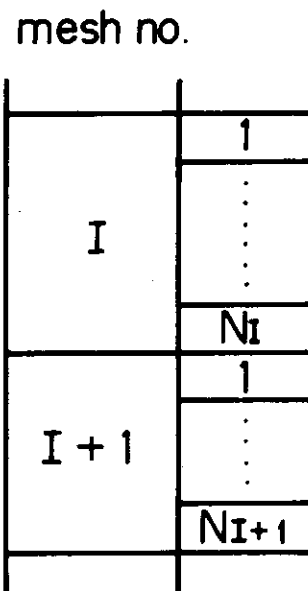
第3図 粒子の速度等の値の記憶番地の並び



第4図 記憶内容の交換



第5図 二体衝突



第6図 mesh 番号と記憶番地の並び

4 シミュレーションの結果

前章に述べられた空間依存のない系における衝突モデルを使用したシミュレーション・プログラムの flow chart が付録に示される。このシミュレーションによって得られた結果を示し、モデルの妥当性を調べる。

4-1 衝突周波数^{8,9)}

質量 m_α を持つ α 種のテスト粒子が速度 \vec{v}_α (エネルギー $\varepsilon_\alpha = m_\alpha v_\alpha^2/2$)で、質量 m_β を持つ β 種の field 粒子の中を運動している。field 粒子の速度分布は温度 T_β の Maxwell 分布である；

$$f_\beta(\vec{v}) = n \left(\frac{m_\beta}{2\pi T_\beta} \right) \exp\left(-\frac{m_\beta v^2}{2T_\beta} \right) \quad (12)$$

β 種の field 粒子との衝突による速度 v_α の変化の ensemble 平均は

$$\frac{d\langle \vec{v}_\alpha \rangle}{dt} = -\nu_s^{\alpha/\beta} \vec{v}_\alpha \quad (13a)$$

“slowing-down frequency” $\nu_s^{\alpha/\beta}$ は

$$\nu_s^{\alpha/\beta} = \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) \cdot \mu \cdot \left(\frac{e^4 n \lambda}{8\sqrt{2} \pi \varepsilon_0^2 \sqrt{m_\alpha} \varepsilon_\alpha^{3/2}} \right) \quad (13b)$$

ここで

$$\mu = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\varepsilon} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon, \quad x \equiv \frac{m_\beta}{m_\alpha} \frac{\varepsilon_\alpha}{T_\beta} \quad (14)$$

エネルギー ε_α の変化の ensemble 平均は

$$\frac{d\langle \varepsilon_\alpha \rangle}{dt} = -\nu_t^{\alpha/\beta} \varepsilon_\alpha \quad (15a)$$

“energy transfer frequency” $\nu_t^{\alpha/\beta}$ は

$$\nu_t^{\alpha/\beta} = 2 \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha} \mu - \mu' \right) \frac{e^4 n \lambda}{8\sqrt{2} \pi \varepsilon_0^2 \sqrt{m_\alpha} \varepsilon_\alpha^{3/2}} \quad (15b)$$

ここで μ' は μ の x による微分を示す。速度 v_α に垂直な成分 v_\perp の増加の ensemble 2乗平均は

$$\frac{d\langle v_\perp^2 \rangle}{dt} = \nu_d^{\alpha/\beta} v_\alpha^2 \quad (16a)$$

“deflection time” $\nu_d^{\alpha/\beta}$ は

$$\nu_{\alpha/\beta}^{\alpha/\beta} = 2 \left(\mu + \mu' - \frac{\mu}{2x} \right) \frac{e^4 n \lambda}{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0^2 \sqrt{m_\alpha} \epsilon_\alpha^{3/2}} \quad (16b)$$

また、エネルギー変化の拡がり $\Delta \epsilon_\alpha = \epsilon_\alpha - \langle \epsilon_\alpha \rangle$ の ensemble 2 乗平均は、

$$\frac{d \langle \Delta \epsilon_\alpha^2 \rangle}{dt} = \nu_{\epsilon}^{\alpha/\beta} \epsilon_\alpha^2 \quad (17a)$$

“energy exchange frequency” $\nu_{\epsilon}^{\alpha/\beta}$ は

$$\nu_{\epsilon}^{\alpha/\beta} = 4 \frac{m_\alpha}{m_\beta} \cdot \mu \cdot \frac{T_\beta}{\epsilon_\alpha} \frac{e^4 n \lambda}{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0^2 \sqrt{m_\alpha} \epsilon_\alpha^{3/2}} \quad (17b)$$

field 電子および field イオンとの衝突を考慮した total な衝突周波数 ν^α は次式によって表わされる。

$$\nu^\alpha = \nu_{\epsilon}^{\alpha/e} + \nu_{\epsilon}^{\alpha/i} \quad (18)$$

シミュレーションにより観測された total な衝突周波数が、テスト電子のエネルギーの関数として、第 7(a) 図から第 7(d) に示される。また第 8(a)(b)(c) 図はイオンの衝突周波数を示す。ここでイオンと電子との質量比は 1836 であり、イオン温度は電子温度 T に等しい。基礎衝突周波数 ν_0 はエネルギー T を持つ電子の衝突周波数によって定義される：

$$\nu_0 = \frac{e^4 n \lambda}{8\sqrt{2} \pi \epsilon_0^2 \sqrt{m} T^{3/2}} \quad (19)$$

図中の実曲線は (16)~(18) 式から得られたものであり、白丸は観測値である。シミュレーションは $N = 10^3$ 、 $\nu_0 \Delta t = 10^{-3}$ の条件で行われ、1 観測値は 6×10^3 (個・ Δt) の ensemble 平均より求められた。

“deflection frequency” および “energy exchange frequency” に関しては、理論値と実測値との誤差は 10% 程度である。この誤差は、 10^3 個で作る Maxwell 分布のひずみ等を考慮すれば、十分小さい。“slowing-down frequency” および “energy transfer frequency” に関しては誤差が小さくはなく、また特にイオンの “energy transfer frequency” の観測値はばらつきが大きい。これらの原因の一つは、ensemble 平均が多数の正負の値の和から求められ、その和の絶対値が一つの値の絶対値と同程度であることである。

4-2 巨視的な結果^{8,9)}

“slowing-down frequency” と “energy transfer frequency” に関して、シミュレーションの結果の誤差が小さくないことを述べたが、ここではそれらの衝突周波数に基づく巨視的な振舞いを調べる。

電子の速度分布は平均速度 \bar{v}_e 、温度 T の shifted Maxwell 分布であり、イオン温度は $T_i \ll (M/m) T$ であるとする。電子の平均速度 \bar{v}_e の時間変化は、 $\epsilon = m \bar{v}_e^2 / 2$ とすると、近似的に次式によって表わされる；

$$\frac{d v_e}{d t} = -\nu_s \vec{v}_e, \quad \nu_s = \mu \left(\frac{\epsilon}{T} \right) \cdot \left(\frac{T}{\epsilon} \right)^{3/2} \nu_0 \quad (20)$$

第9(a)図から第9(d)図に、それぞれ $\epsilon = T/4$, $\epsilon = T/2$, $\epsilon = T$, および $\epsilon = 2T$ の場合の平均速度の時間変化が示される。ここで実線は $M/m = 1836$, $N = 10^8$, および $\nu_0 \Delta t = 10^{-3}$ をパラメータとして選んだシミュレーションにおける観測結果であり、点線は(20)式に相当する。第9(a)図および第9(b)図は、同じパラメータで行った3回のシミュレーション・ランの結果にばらつきがあることを示している。

次に電子温度 T_e とイオン温度 T_i の温度緩和は次式によって与えられる；

$$\frac{d(T_e - T_i)}{d t} = -\nu_{eq} (T_e - T_i),$$

$$\nu_{eq} = \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \frac{m}{M} \left(1 + \frac{m}{M} \frac{T_i}{T_e} \right)^{-3/2} \nu_0 \quad (21)$$

第10(a), (b)および(c)図は温度緩和の過程を示す。パラメータはそれぞれ(a) $M/m = 4$, $T_e = 2T_i$, (b) $M/m = 4$, $T_e = T_i/2$, および(c) $M/m = 16$, $T_e = 2T_i$ が選ばれている。

温度の非等方性 ($T_{\parallel} \neq T_{\perp}$) の緩和は、 $T = (T_{\parallel} - 2T_{\perp})/3$ および $T_{\parallel} \gg |T_{\parallel} - T_{\perp}|$ とすれば、表わせる。

$$\frac{d(T_{\parallel} - T_{\perp})}{d t} = -\nu (T_{\parallel} - T_{\perp}), \quad \nu = \frac{8}{5\sqrt{2\pi}} \nu_0 \quad (22)$$

第11(a)図には $T_{\parallel} = 2T_{\perp}$ のときのシミュレーションの結果が示されている。また第11(b)図には $T_{\parallel} = T_{\perp}/2$ のときの結果が示されているが、このときは $T_{\parallel} \gg |T_{\parallel} - T_{\perp}|$ の条件は満足されていない。

また第12図に示される様に、統計的に生じる温度の非等方性は、衝突によるその緩和と釣合って、成長しない小さな fluctuation として存在する。ここでもパラメータ $N = 10^8$, $\nu_0 \Delta t = 10^{-3}$ が選ばれている。

以上に述べられた、ばらつきや fluctuation はあるが大きな誤差は含まれていない、シミュレーションの結果はこの二体衝突モデルの妥当性を示唆している。

4-3 その他の結果

4-1 および 4-2 において述べられた以外の主な結果を簡条書きする。

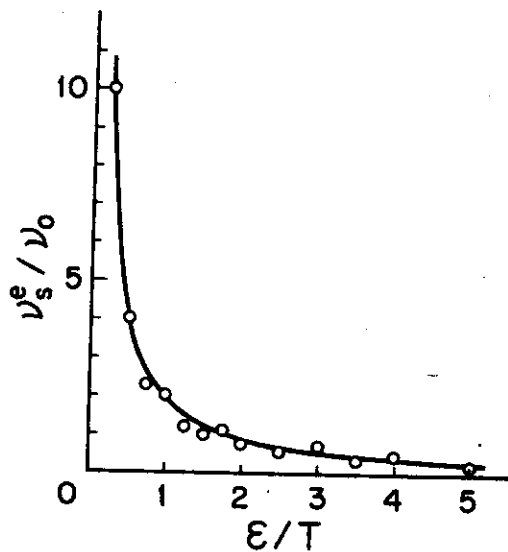
i) シミュレーション粒子数 N が増すと、巨視的な量のばらつきおよび fluctuation は小さくなる。

ii) time step Δt が小さくなくても、数値誤差等が原因となって、結果が改善されるとはかぎらない。

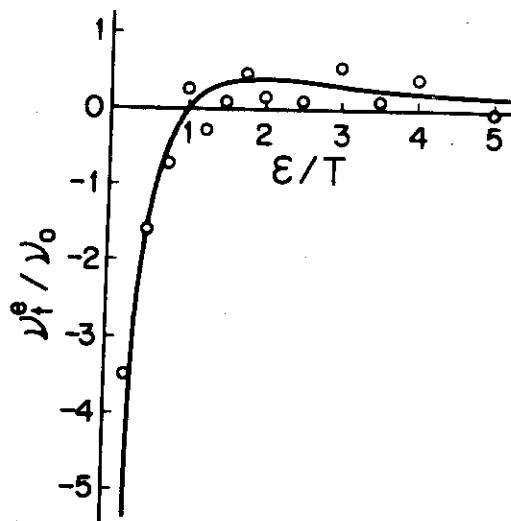
iii) 全運動量および全エネルギーの誤差は、36 bit 計算機を用い、 $\nu_0 \Delta t = 10^{-3}$ をパラメータとした $\nu_0 t \sim 1$ 時間のシミュレーションにおいて、それぞれ $10^{-5} \sim 10^{-6}$ および 10^{-7}

$\sim 10^{-4}$ である。

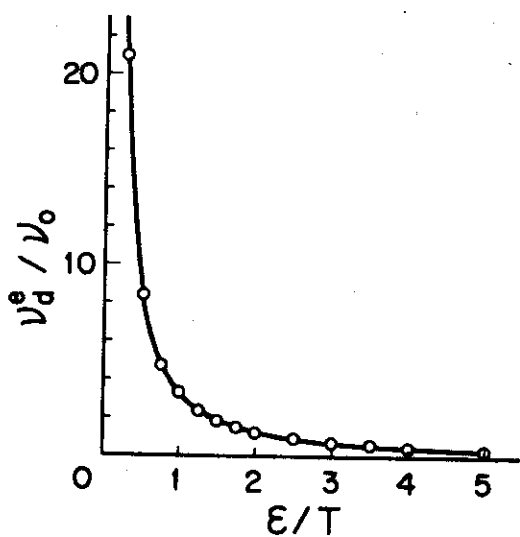
IV) 計算時間は、FACOM 230-75, FORTRAN-C/Dを用いて約 (10^{-4} 秒/1 $\Delta t \cdot 1$ 粒子) である。



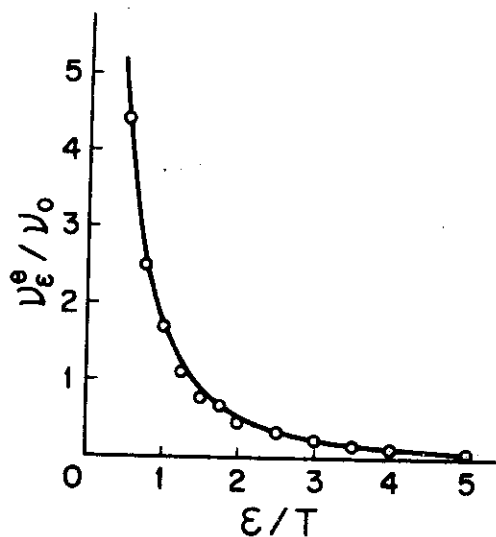
第7(a)図 electron slowing-down frequency



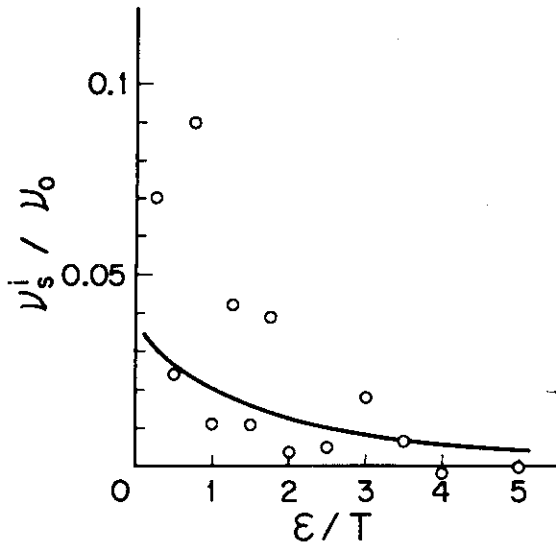
第7(b)図 electron energy transfer frequency



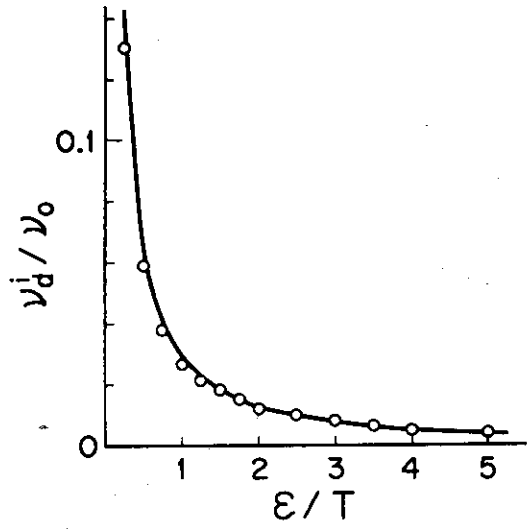
第7(c)図 electron deflection frequency



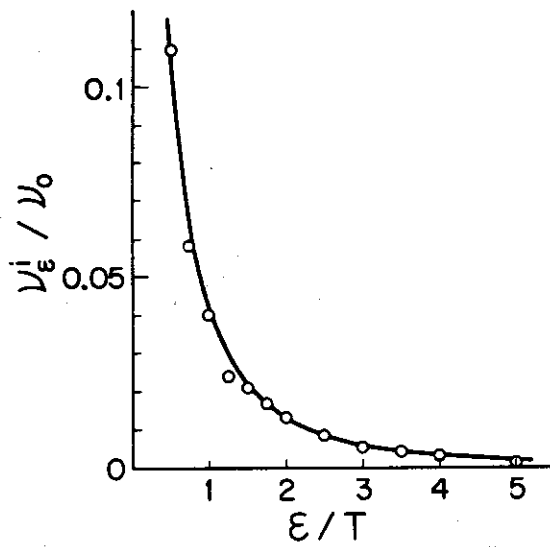
第7(d)図 electron energy exchange frequency



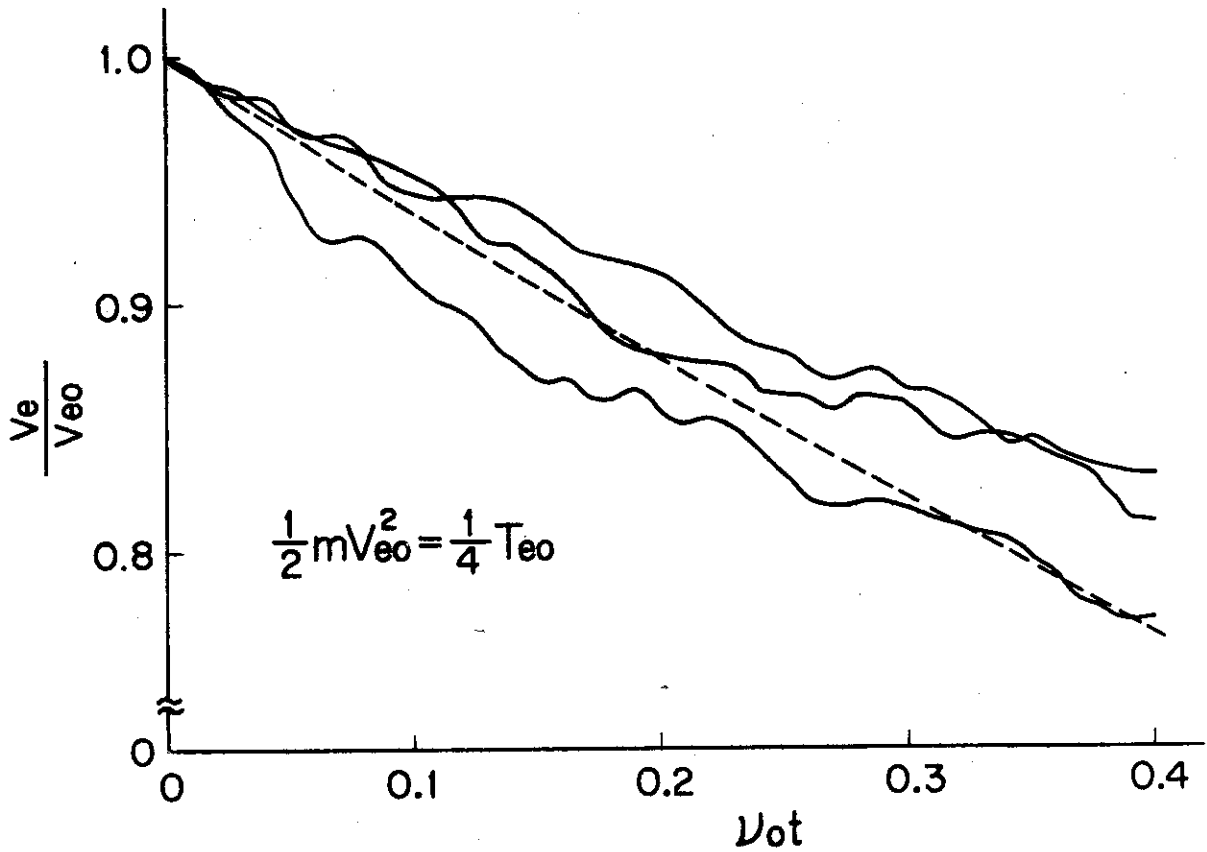
第8(a)图 ion slowing-down frequency



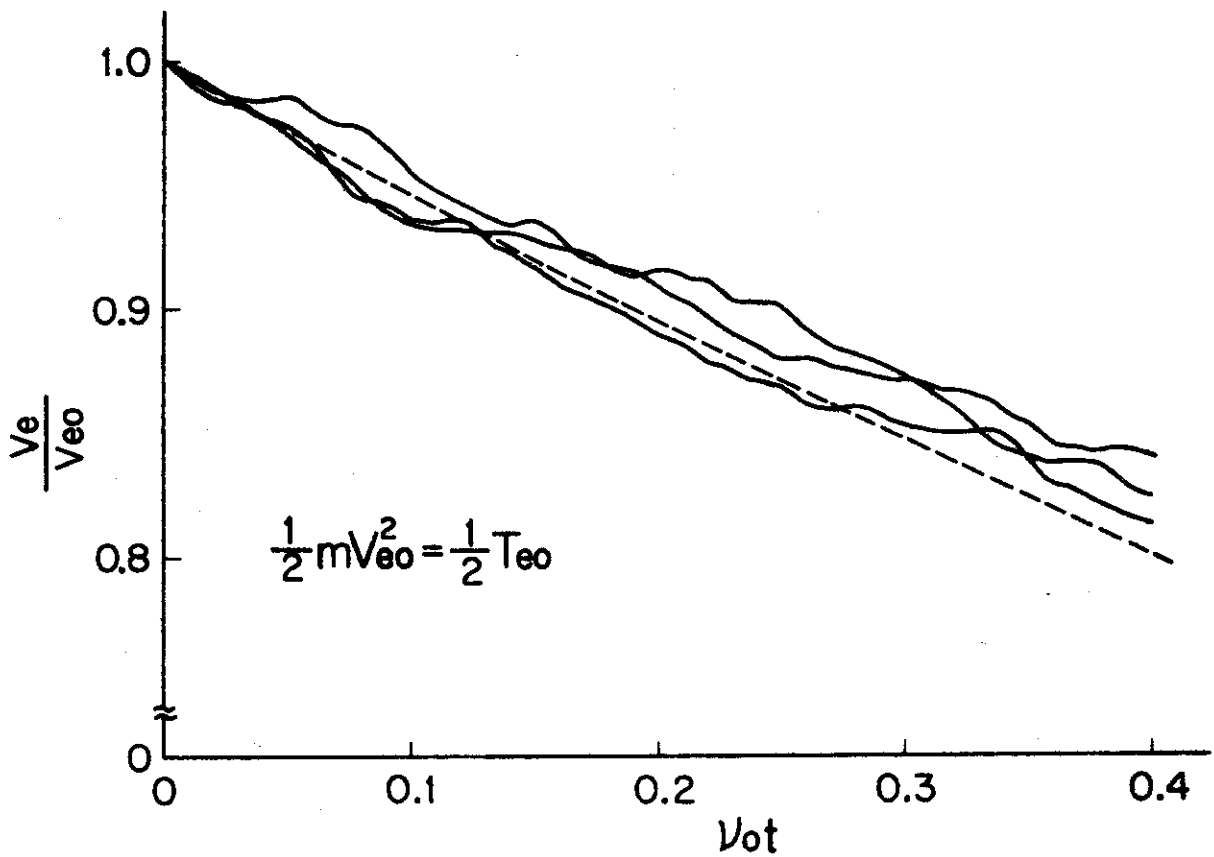
第8(b)图 ion deflection frequency



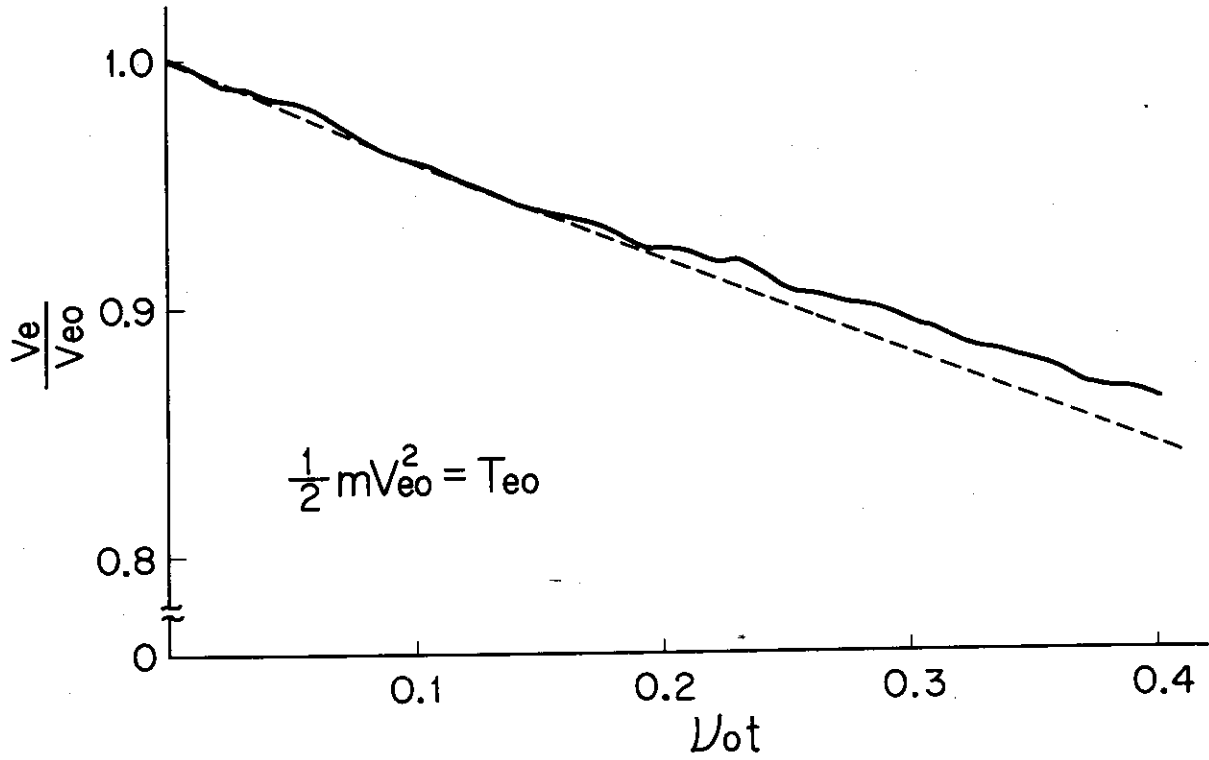
第8(c)图 ion energy exchange frequency



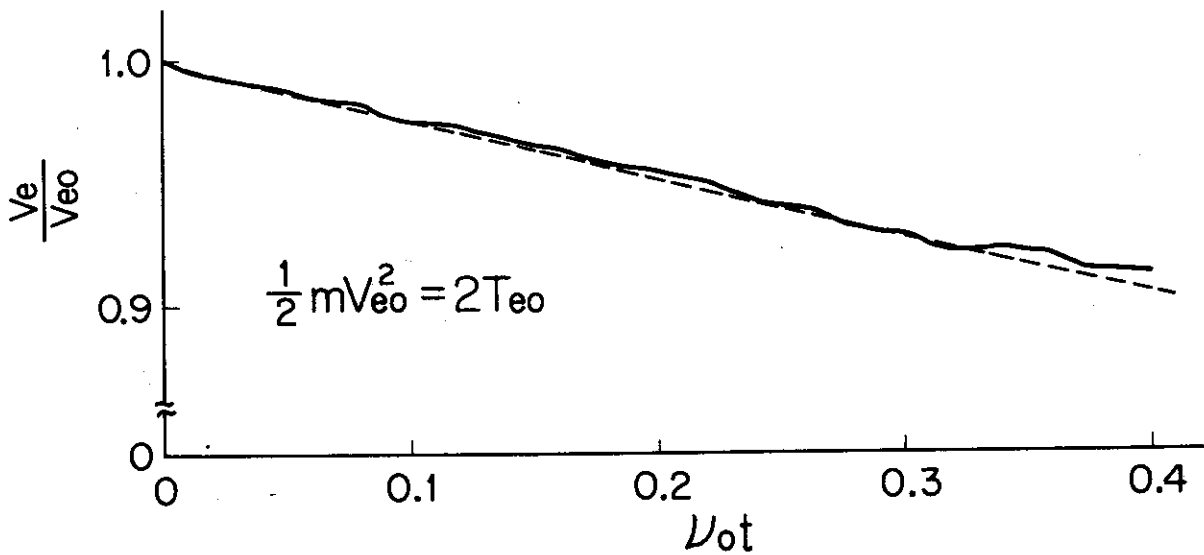
第9(a)図 電子の平均速度の時間変化 $\epsilon = T/4$



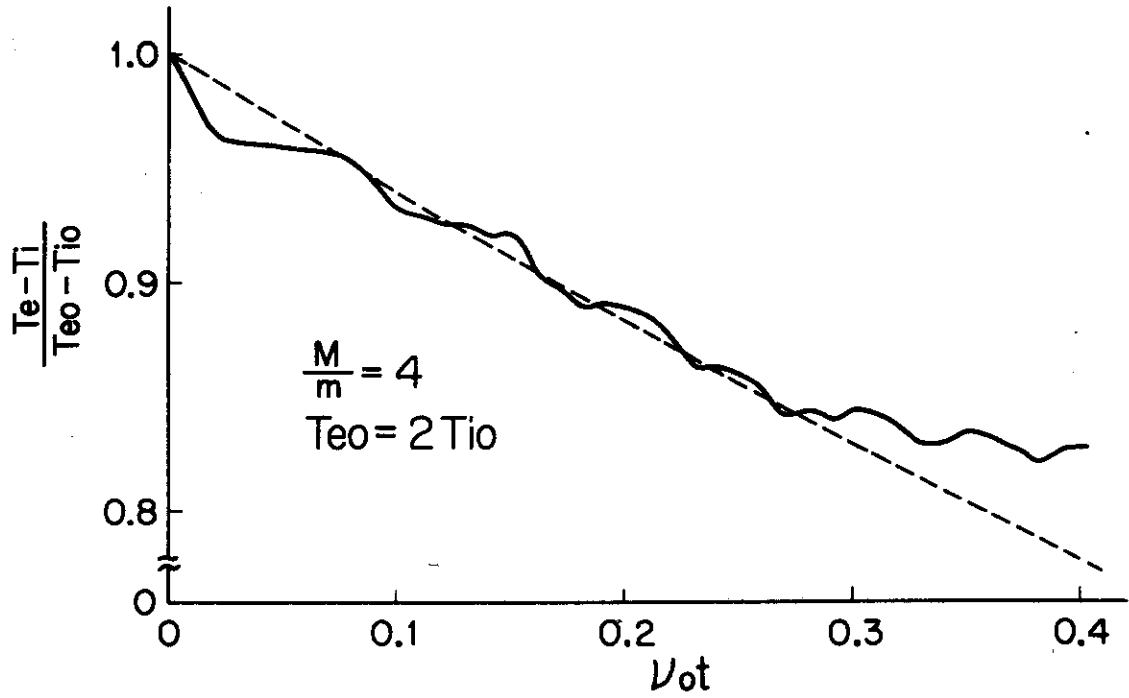
第9(b)図 電子の平均速度の時間変化 $\epsilon = T/2$



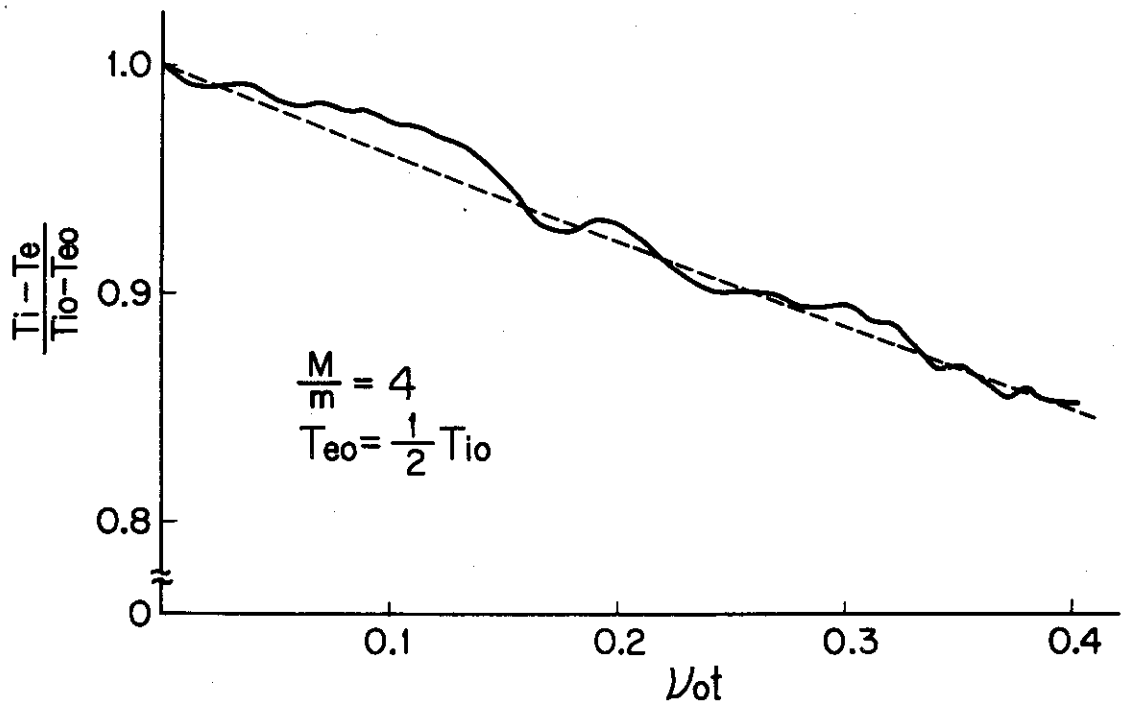
第 9(c)図 電子の平均速度の時間変化 $\epsilon = T$



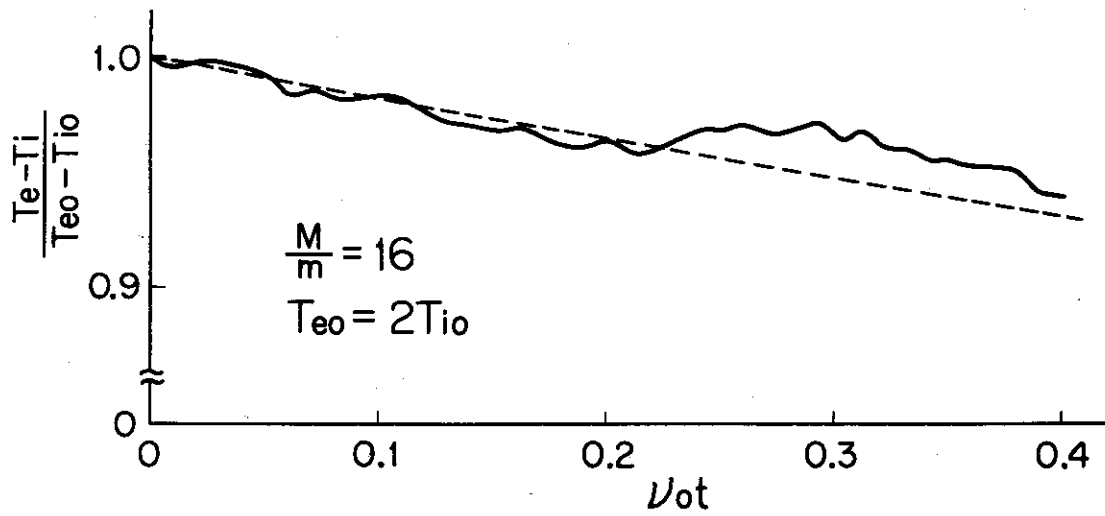
第 9(d)図 電子の平均速度の時間変化 $\epsilon = 2T$



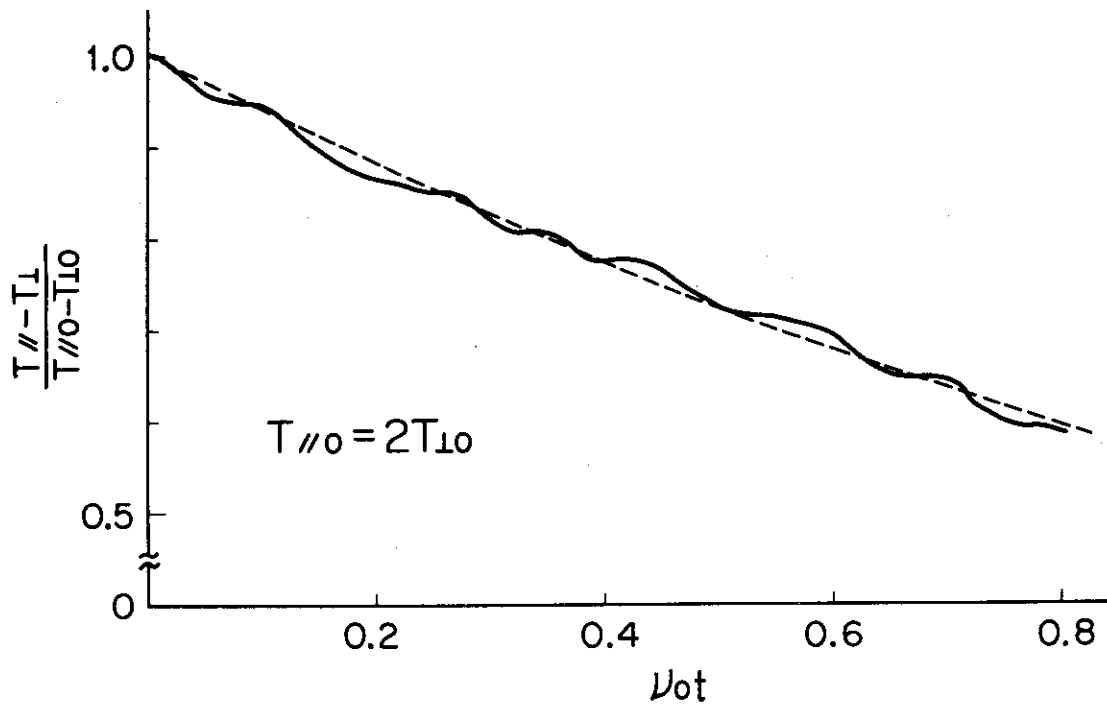
第10(a)図 電子温度とイオン温度の緩和
 $M/m = 4, T_e = 2 T_i$



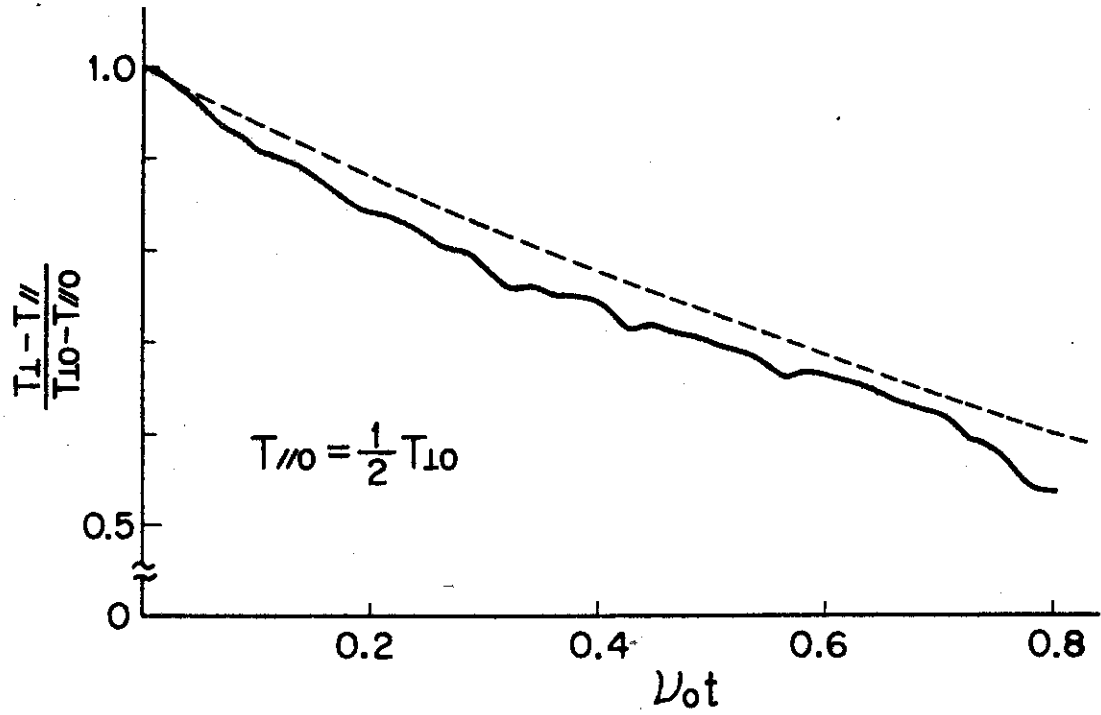
第10(b)図 電子温度とイオン温度の緩和
 $M/m = 4, T_e = T_i / 2$



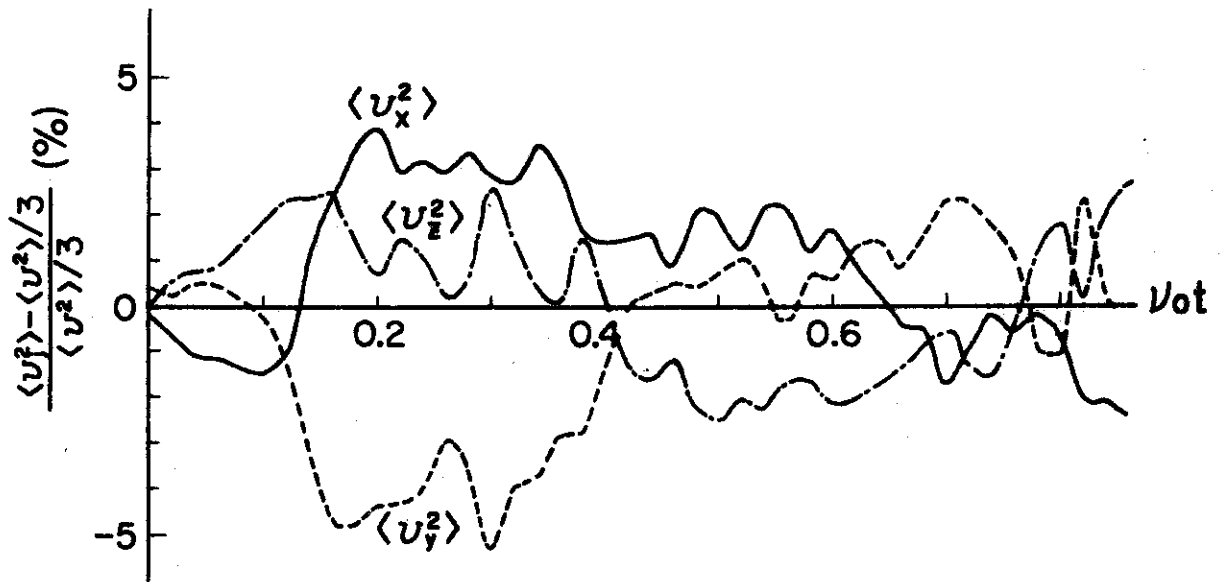
第10(c)図 電子温度とイオン温度の緩和
 $M/m = 16, T_e = 2 T_i$



第11(a)図 温度非等方性の緩和 $T_{//} = 2 T_{\perp}$



第11(b)図 温度非等方性の緩和 $T_{\infty} = T_L / 2$



第12図 温度非等方性の fluctuation

5 ま と め

粒子コードを用いたプラズマ・シミュレーションのための、Monte Carlo 法を応用した二体衝突モデルが提案された。このモデルの主な内容は次の二点である；(1) time step 間に、ある粒子は random に選ばれた1個の電子および1個のイオンそれぞれに二体衝突する、(2) 相対速度の方向の変化はプラズマ中のCoulomb 衝突の法則に従う。

このモデルの記述する衝突効果は、time step が十分小さいとき、Landau form の衝突項に相当する。したがって、(1) 運動量およびエネルギーは保存される、(2) 衝突周波数は正しい速度依存性を持つ、(3) field 粒子の速度分布の影響が正しく simulate される。

このモデルを用いて、空間依存のない系のシミュレーションが行なわれた。衝突周波数の速度依存性等の結果から、このモデルの妥当性が確かめられた。

謝 辞

このモデルに関していろいろと討論していただいた、京都大学工学部百田弘助教授と阿部宏尹助手に感謝します。さらに核融合研究部理論解析研究室の諸志の助力に感謝します。

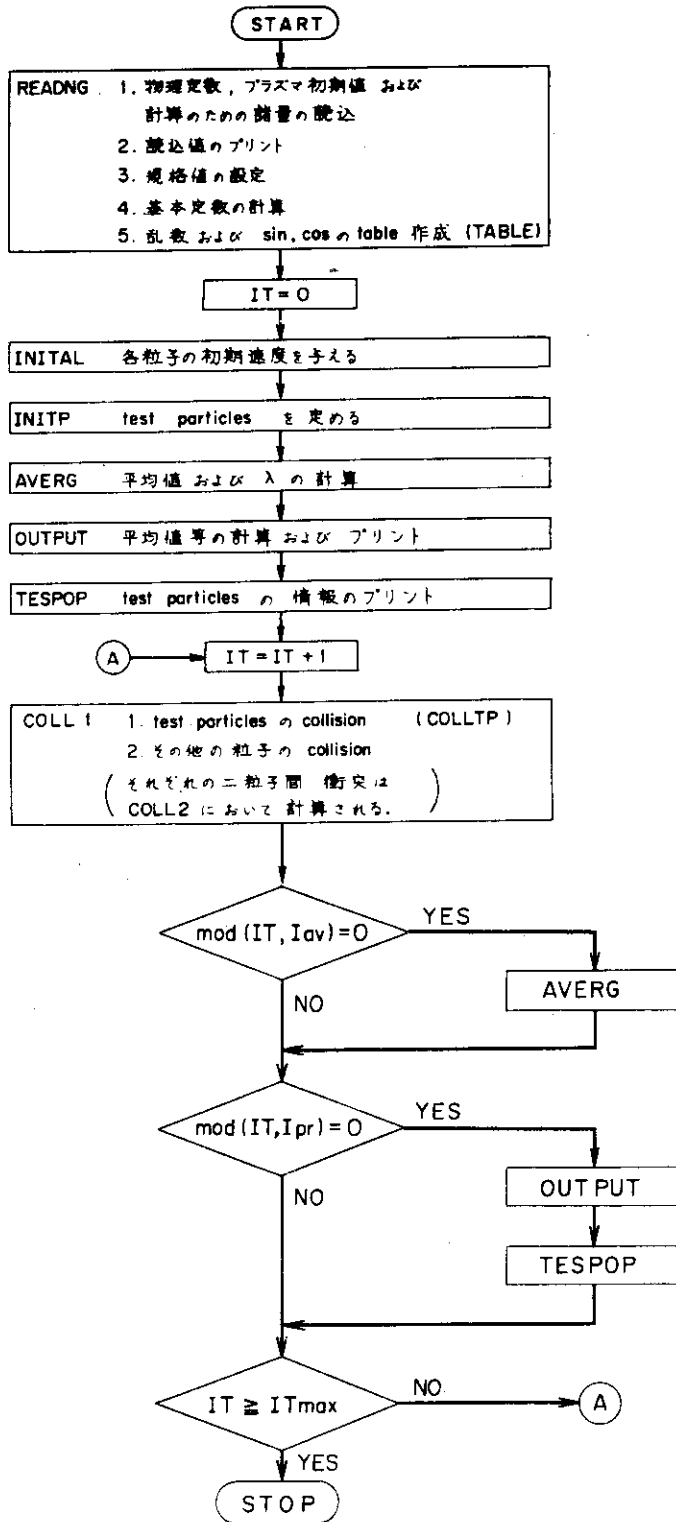
参 考 文 献

- (1) A. B. Langdon and C. K. Birdsall ; Phys. Fluids 13 (1970) 2115.
- (2) H. Okuda and C. K. Birdsall ; Phys. Fluids 13 (1970) 2123.
- (3) Y. Matsuda and H. Okuda ; MATT-1120 (1975).
- (4) R. Shanny , J. M. Dawson , and J. M. Greene ; Phys. Fluids 10 (1967) 1281.
- (5) K. T. Tsang , Y. Matsuda , and H. Okuda ; MATT-1121 (1975) .
- (6) W. P. Gula and C. K. Chu ; Phys. Fluids 16 (1973) 1135.
- (7) T. A. Oliphant and C. W. Nielson ; Phys. Fluids 13 (1970) 2103.
- (8) L. Spitzer , Jr ; Physics of Fully Ionized Gases
(Interscience , New York , 1957) Chap. 5.
- (9) B. A. Trubnikov ; Reviews of Plasma Physics
(Consultants Bureau , New York , 1965) Vol. 1 , pp. 105-204.

付 録

空間依存のない系における衝突モデルを使用したシミュレーションの flow chart を示す。
 初めに, MAIN program の flow chart が示される。その中に含まれる subroutine
 のうち, 主な subroutine (READNG, TABLE, AVERG, COLL 1, COLL 2) の
 flow chart が示される。

main



subroutine READNG

m (kg) , e (C) , M/m
 n (m⁻³)
 Te/o , Te/o , $\bar{v}_{e/o}$, Ti/o , Ti/o (eV)
 N , Ntest
 Δτ
 ITmax
 Iav , Ipr
 KARA

同上

$$t_N = \tau_{e0}$$

$$W_{eN} = \frac{1}{2} T_{e0}$$

$$W_{iN} = \frac{M}{m} W_{eN}$$

$$v_N = \left(2 \frac{e}{m} W_{eN} \right)^{1/2}$$

$$RMEEA = 0.5$$

$$RMIIA = 0.5$$

$$RMEIA = M / (m + M)$$

$$RMIEA = m / (m + M)$$

$$C_{s0} = \frac{1}{2} \frac{c^4}{10^{14}} \frac{4\pi e^4 n}{v_N^3} (\Delta\tau \cdot t_N)$$

$$C_{see} = C_{s0} / (RMEEA \cdot m)^2$$

$$C_{sii} = C_{s0} / (RMIIA \cdot M)^2$$

$$C_{sei} = C_{s0} / (RMEIA \cdot m)^2$$

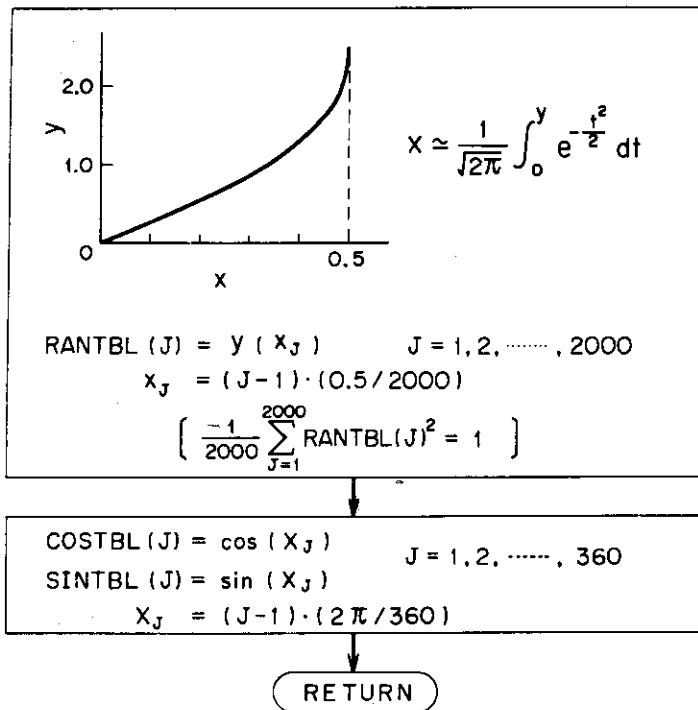
$$\left[\langle \delta^2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{c^4}{10^{14}} \frac{4\pi e^4 n \lambda}{m_{\alpha\beta}^2 |\bar{v}_\alpha - \bar{v}_\beta|^3} \Delta t \right]$$

KARA 個の一様乱数 (RANDOM(O)) を
 使い捨てる

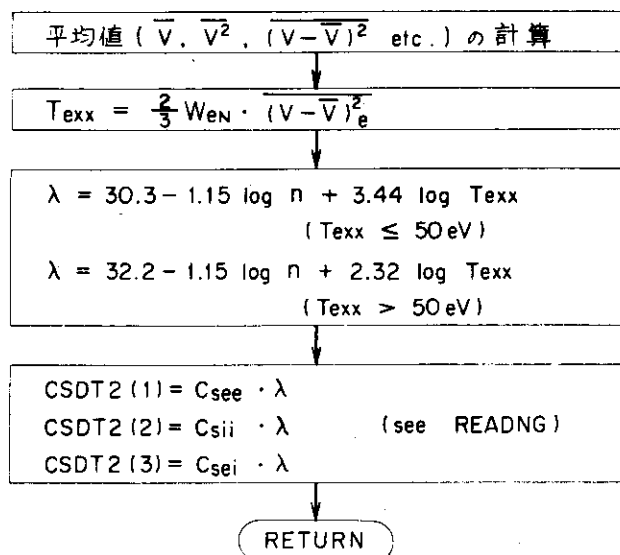
CALL TABLE
 (乱数および sin , cos の table 作成)

RETURN

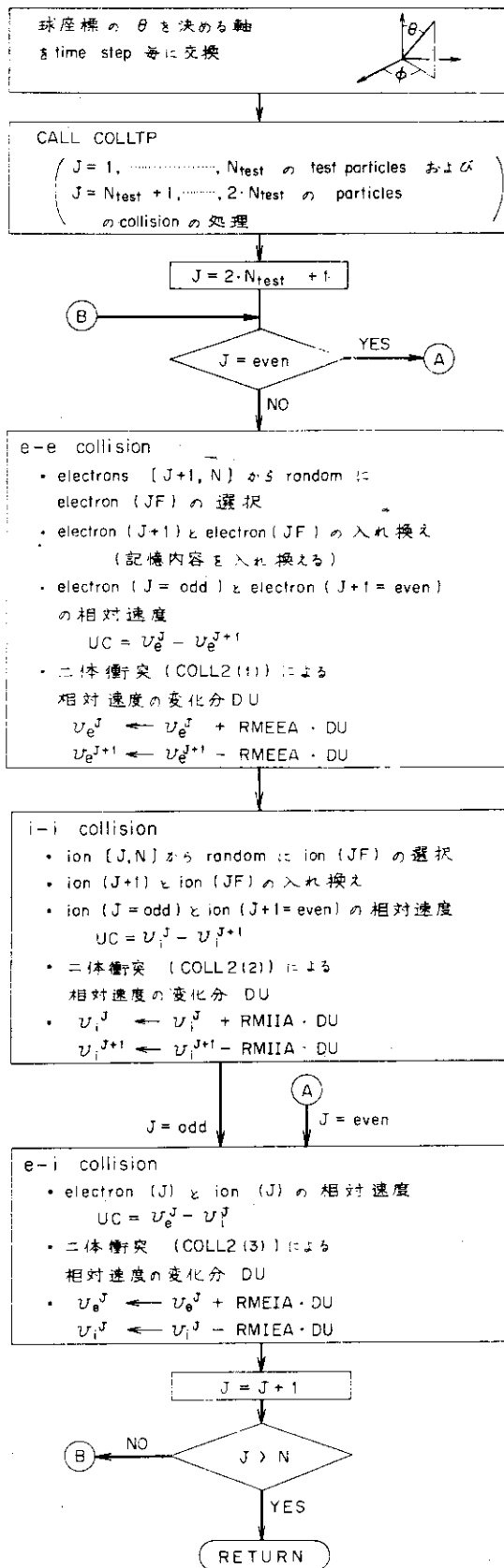
subroutine TABLE



subroutine AVERG



subroutine COLL I



subroutine COLL2(LC)

$$\left[\begin{array}{ll} \text{LC} = 1 & \text{e-e collision} \\ \text{LC} = 2 & \text{i-i collision} \\ \text{LC} = 3 & \text{e-i collision} \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{UX, UY, UZ} &\leftarrow \text{UC}_x, \text{UC}_y, \text{UC}_z && \text{when } \text{mod}(\text{IT}, 3) = 0 && \text{(i)} \\ \text{UX, UY, UZ} &\leftarrow \text{UC}_y, \text{UC}_z, \text{UC}_x && \text{when } \text{mod}(\text{IT}, 3) = 1 && \text{(ii)} \\ \text{UX, UY, UZ} &\leftarrow \text{UC}_z, \text{UC}_x, \text{UC}_y && \text{when } \text{mod}(\text{IT}, 3) = 2 && \text{(iii)} \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{球座標の } \theta \text{ を決める軸 } \text{UZ} \\ \text{(i)(ii)(iii)の判定は COLL1で行う} \end{array} \right]$$

$$U_1^2 = \text{UX}^2 + \text{UY}^2$$

$$U_1^2 \leq 10^{-40}$$
YES → (A)

$$U^2 = U_1^2 + \text{UZ}^2$$

$$S^2 = \text{CSDT2}(\text{LC}) / U^3 \quad (\text{see READNG, AVERG})$$

NO
YES

$\Theta = (0, \pi) : \text{一様乱数}$
 $\Delta_1 = \sin(\Theta)^*$
 $\Delta_2 = 1 - \cos(\Theta)^*$

$X = (0, 0.5) : \text{一様乱数}$
 $\delta = S \cdot y(X)^*$
 $\Delta_1 = 2\delta / (1 + \delta^2)$
 $\Delta_2 = 2\delta^2 / (1 + \delta^2)$

[* see TABLE]

$\psi = (0, 2\pi) : \text{一様乱数}$

$$\begin{aligned} \text{DUX} &= \frac{\text{UX}}{U_1} \text{UZ} \cdot \Delta_1 \cos(\psi)^* - \frac{\text{UY}}{U_1} \text{UZ} \cdot \Delta_1 \sin(\psi)^* - \text{UX} \cdot \Delta_2 \\ \text{DUY} &= \frac{\text{UY}}{U_1} \text{UZ} \cdot \Delta_1 \cos(\psi)^* + \frac{\text{UX}}{U_1} \text{UZ} \cdot \Delta_1 \sin(\psi)^* - \text{UY} \cdot \Delta_2 \\ \text{DUZ} &= -U_1 \cdot \Delta_1 \cos(\psi)^* - \text{UZ} \cdot \Delta_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DU}_x, \text{DU}_y, \text{DU}_z &\leftarrow \text{DUX}, \text{DUY}, \text{DUZ} && \text{(i)} \\ \text{DU}_x, \text{DU}_y, \text{DU}_z &\leftarrow \text{DUZ}, \text{DUX}, \text{DUY} && \text{(ii)} \\ \text{DU}_x, \text{DU}_y, \text{DU}_z &\leftarrow \text{DUY}, \text{DUZ}, \text{DUX} && \text{(iii)} \end{aligned}$$

RETURN

