

核内カスケード模型による核反応断面積の計算

1975年11月

馬場澄子

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

## 核内カスケード模型による核反応断面積の計算

日本原子力研究所アイソトープ事業部製造部

馬 場 澄 子

(1975年10月27日受理)

高エネルギー陽子で引き起される核反応の断面積を、核内カスケード模型により、モンテカルロ法を用いて計算するためのプログラムを作成した。原子核模型として、核子密度の高い中心部と核子密度の低い周辺部から成るものを仮定した。 $\pi^-$ 中間子の発生に関する考慮はしていない。すでに報告されているいくつかのこの種のプログラムと、本プログラムとの計算結果を、同じ核反応系について比較した。ORNLの計算結果と、最もよく一致していた。

Calculation of the Nuclear Reaction Cross Sections  
with an Intranuclear-cascade Model

Sumiko Baba

Div. of Radioisotope Production, Radioisotope Center, JAERI

(Received October 27, 1975)

A computer program has been prepared to calculate the cross sections for high-energy proton reactions with an intranuclear-cascade model using the Monte Carlo method. The nucleus is assumed to consist of a central region with high nuclear density and the surface region with low density. The formation of  $\pi$ -meson is not taken into account. The cross sections calculated are compared with those by Monte Carlo calculation in literatures. The results agree the best with those of ORNL version.

## 目 次

I 序 論 .....	1
II 核 模 型 .....	1
III 計算の概略 .....	3
IV 各部分の詳細な内容 .....	7
1. 乱 数 列 .....	7
2. 衝突前の条件の決定 .....	8
3. 衝突後の2つの粒子の運動状態 .....	10
4. 核反応の分類 .....	15
V 計 算 結 果 .....	19
VI 考 察 .....	19
文 献 .....	53

## Contents

I. Introduction .....	1
II. Nuclear model .....	1
III. Outline of the calculation .....	3
IV. Details of the calculation .....	7
1. Random series .....	7
2. Determination of the conditions of a collision .....	8
3. After collision conditions .....	10
4. Classification of the reactions .....	15
V. Results of the calculation .....	19
VI. Discussion .....	19
References .....	53

## I 序 論

低エネルギー陽子による核反応の励起関数は複合核過程理論でよく説明されるが、荷電粒子放出反応や陽子エネルギーが中程度(数 10 MeV)以上での反応は、かならずしも複合核理論には従わない。これは、これらの反応では、いわゆる直接過程の核反応の起る確率が高いためと考えられている。<sup>1)</sup> 一方、複合核過程の反応の起る確率がひくいと考えられる陽子エネルギー約 100 MeV 以上の範囲では、モンテカルロ法を用いた核内カスケードの確率計算から得られる核反応断面積と、実験値とがよい一致を示すことが知られている。<sup>2)</sup>

筆者らは<sup>238</sup>Uを中程度のエネルギーの陽子で照射し、いくつかの核反応の励起関数を得ている。それらの励起関数にみられる直接過程成分の解析に、核内カスケード模型計算が適用できるかどうかを検討する目的で、その計算プログラムを試作した。その中で行なわれる計算は基本的な部分は従来行なわれているものと同様である。<sup>2,3,4)</sup> すなわち、核子を核の内部で運動するフェルミ型の自由粒子と仮定し、そこへ入って来た高速の陽子との衝突の有様をモンテカルロ法によって追跡するというものであり、粒子の運動は相対論的にとり扱われている。但し、核の模型や結合エネルギーのとり方などの部分で、独自のとり扱いを試みた。

本報では、このプログラムの計算内容を詳細に説明する。それと同時に、現在この種の計算プログラムで主要なものとしてされている、米国ORNLとBNL、およびソ連のJINRで使用されているもの<sup>5,6)</sup>と同じ核反応系に関する計算結果を比較し、考察を加える。上述した<sup>238</sup>Uと陽子の実験との比較の試みは、別に報告する予定である。

## II 核 模 型

原子核を半径Rの球と仮定し、その中に陽子と中性子から成る縮退したフェルミ気体粒子が自由運動をしているとする。陽子と中性子は相互作用がないと仮定する。このような核模型では、フェルミ運動量 $P_i$ とフェルミエネルギー $E_i^f$ は、

$$P_i = \sqrt[3]{3\pi^2 n^3 \rho_i} \quad \text{II-1}$$

$$E_i^f = c \sqrt{m_i^2 c^2 + P_i^2} - m_i c \quad \text{II-2}$$

となる。ここで、

$m_i$  : 核子の静止質量

$\rho_i$  : 核子の密度 =  $\frac{\text{核子数}}{V}$

$V$  : 核の体積 =  $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \times A$

$A$  : 核の質量数

$r_0$  : 核半径パラメーター

$c$  : 光の速度

である。i は核子の種類を示す。 $r_0$  としては、 $1.3 \times 10^{-13}$  cm から  $1.5 \times 10^{-13}$  cm の範囲の値を用い

## I 序 論

低エネルギー陽子による核反応の励起関数は複合核過程理論でよく説明されるが、荷電粒子放出反応や陽子エネルギーが中程度(数 10 MeV)以上での反応は、かならずしも複合核理論には従わない。これは、これらの反応では、いわゆる直接過程の核反応の起る確率が高いためと考えられている。<sup>1)</sup> 一方、複合核過程の反応の起る確率がひくいと考えられる陽子エネルギー約 100 MeV 以上の範囲では、モンテカルロ法を用いた核内カスケードの確率計算から得られる核反応断面積と、実験値とがよい一致を示すことが知られている。<sup>2)</sup>

筆者らは<sup>238</sup>Uを中程度のエネルギーの陽子で照射し、いくつかの核反応の励起関数を得ている。それらの励起関数にみられる直接過程成分の解析に、核内カスケード模型計算が適用できるかどうかを検討する目的で、その計算プログラムを試作した。その中で行なわれる計算は基本的な部分は従来行なわれているものと同様である。<sup>2,3,4)</sup> すなわち、核子を核の内部で運動するフェルミ型の自由粒子と仮定し、そこへ入って来た高速の陽子との衝突の有様をモンテカルロ法によって追跡するというものであり、粒子の運動は相対論的にとり扱われている。但し、核の模型や結合エネルギーのとり方などの部分で、独自のとり扱いを試みた。

本報では、このプログラムの計算内容を詳細に説明する。それと同時に、現在この種の計算プログラムで主要なものとしてされている、米国ORNLとBNL、およびソ連のJINRで使用されているもの<sup>5,6)</sup>と同じ核反応系に関する計算結果を比較し、考察を加える。上述した<sup>238</sup>Uと陽子の実験との比較の試みは、別に報告する予定である。

## II 核 模 型

原子核を半径Rの球と仮定し、その中に陽子と中性子から成る縮退したフェルミ気体粒子が自由運動をしているとする。陽子と中性子は相互作用がないと仮定する。このような核模型では、フェルミ運動量 $P_i$ とフェルミエネルギー $E_i^f$ は、

$$P_i = \sqrt[3]{3\pi^2 n^3 \rho_i} \quad \text{II-1}$$

$$E_i^f = c(\sqrt{m_i^2 c^2 + P_i^2} - m_i c) \quad \text{II-2}$$

となる。ここで、

$m_i$  : 核子の静止質量

$\rho_i$  : 核子の密度 =  $\frac{\text{核子数}}{V}$

$V$  : 核の体積 =  $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \times A$

$A$  : 核の質量数

$r_0$  : 核半径パラメーター

$c$  : 光の速度

である。i は核子の種類を示す。 $r_0$  としては、 $1.3 \times 10^{-13}$  cm から  $1.5 \times 10^{-13}$  cm の範囲の値を用い



た。核のポテンシャルの深さは、

$$E_i^f + B_i, \quad B_i: \text{結合エネルギー}$$

となる。従って、運動エネルギー  $E_p$  を持って核内に飛び込んだ陽子は、核内では、 $(E_p^f + B_p + E_p)$  の運動エネルギーを持つことになる。

初期のこの種の計算<sup>2)</sup>では、核のポテンシャルとして、井戸型ポテンシャルが用いられていた。しかし、その後の計算の結果では、陽子エネルギー  $E_p$  が  $\sim 100$  MeV 以下の場合、核子密度  $\rho$  が核のふちに近いほど小さく、従ってポテンシャルの深さが小さくなるような模型を用いた方が、実験値とよく合う計算値が得られることが明らか<sup>3,4)</sup>となって来た。

本研究においても、核中心からの距離  $r$  によって、 $\rho$  を変化させることを試みた。 $r$  に対して  $\rho$  を連続的に変化させている例もみられるが、そうすると計算過程が非常に複雑になるので、ここではとりあえず2つの領域を設定して、階段状に  $\rho$  を変化させる模型にした。Hofstadter<sup>7)</sup> によれば、核の電荷分布はフェルミ分布といわれる次の式で表わされる。

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \exp \frac{r-r'}{a}\right)} \quad \text{II-3}$$

ここで、

$$r' = 1.07 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$a = \frac{6}{11} \times 10^{-13} \text{ cm}$$

$$\rho_0 = 2 \times \rho(r')$$

である。この分布を階段状に近似するにあたり、次のようなパラメーター  $x$  を導入した。

$$x = \frac{\rho(r_1)}{\rho_0} = \frac{1}{1 + \exp \frac{r_1 - r'}{a}} \quad \text{II-4}$$

即ち  $x$  は、 $\rho_0$  と核中心からの距離  $r_1$  での密度との比である。 $x$  によって決まる  $r_1$  を境とし、その内側と外側ではそれぞれ陽子密度を一定であるとし、その比もまた  $x$  となるような密度分布を仮定した。そうすると、内側の密度  $\rho_1$  と外側の密度  $\rho_2$  は次式で計算される。

$$\rho_1 = \frac{3Z}{4\pi} \times \frac{1}{r_1^3 (1-x) + xR^3} \quad \text{II-5}$$

$$\rho_2 = \frac{3Z}{4\pi} \times \frac{x}{r_1^3 (1-x) + xR^3} \quad \text{II-6}$$

$$r_1 = a \ln \frac{1-x}{x} + r' \quad \text{II-7}$$

パラメーター  $x$  としては、 $r_1 \leq R$  となるような値を選ぶ。階段状の核子密度分布と、(II-3)式の電荷分布とを、Fig. 1 に示す。中性子の密度分布は、陽子の密度分布に比例していると仮定した。即ち、(II-5)、(II-6)式で、 $Z$  の代わりに  $N$  を用いれば、中性子密度分布が計算される。

核内から核外へ核子が飛び出すのに必要な最小の運動エネルギーを、カットオフ (Cut-off) エネルギーといい、カスケード計算では重要な値である。これを  $E_{\text{cut}}^1$  とすると、陽子、中性子に対してそ

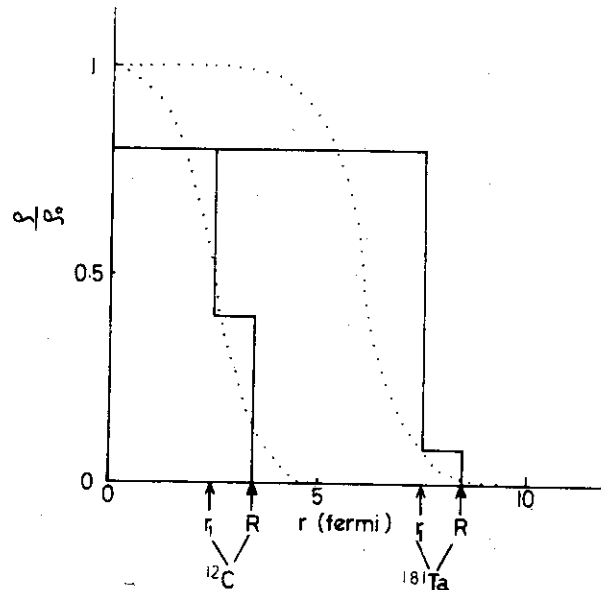


Fig. 1 Density distributions of nuclear charge for  $^{12}\text{C}$  and  $^{181}\text{Ta}$ . The dotted curves are the Fermi distributions for protons. The stepwise densities are calculated with eqs.II-5,-6 and -7. Density parameters are 0.5 for  $^{12}\text{C}$  and 0.1 for  $^{181}\text{Ta}$ .

それぞれ,  $E_{\text{cut}}$  は

$$E_{\text{cut}}^p = E_p^f + B_p + E_{\text{coul}} \quad \text{II-8}$$

$$E_{\text{cut}}^n = E_n^f + B_n \quad \text{II-9}$$

として計算した。 $E_{\text{coul}}$  は核の陽子に対するクーロン障壁である。

### III 計算の概略

計算過程の全流れ図をFig.2に示す。この図に従って計算内容の概略を、以下に説明する。

計算を開始すると、まず最初に、ヒストリーの番号Mを0にしておく。続いて次のような数値を入力する。

$E_p$  : 陽子の入射エネルギー (MeV)

$r_0$  : 核半径パラメーター (cm)

Z : ターゲット核の陽子数

N : ターゲット核の中性子数

A : ターゲット核の質量数

Max : 計算すべきヒストリー数

Init : 乱数を発生させるための初期値 (8桁の整数, IV節参照)。

これらの数値と常数などによって、核反応の始状態が設定される。

次に、0から1の範囲の乱数列を作り、その一様性と無相関性の検定をしておく。検定に合格した場合は、この乱数列の乱数を順番に使って以下の計算を進め、合格しない場合は新しい初期値により別の乱数列を作って検定しなおす。

ここから1つのヒストリーが始まるので、Mを1だけ増やしておく。このあとは、2つの核子(粒

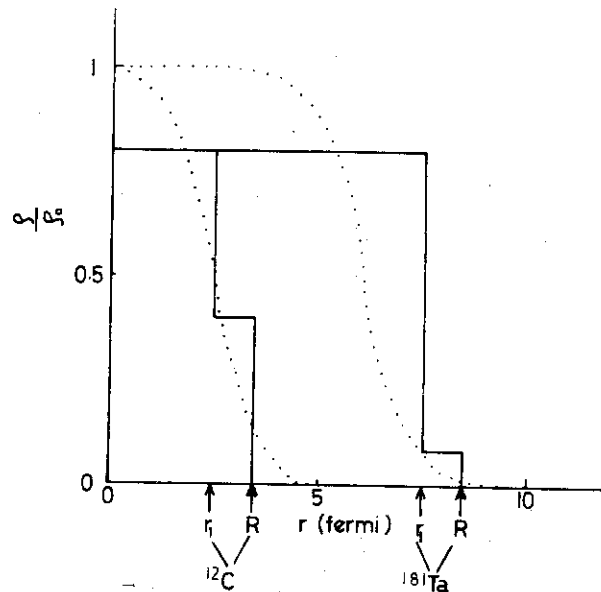


Fig. 1 Density distributions of nuclear charge for  $^{12}\text{C}$  and  $^{181}\text{Ta}$ . The dotted curves are the Fermi distributions for protons. The stepwise densities are calculated with eqs. II-5, -6 and -7. Density parameters are 0.5 for  $^{12}\text{C}$  and 0.1 for  $^{181}\text{Ta}$ .

れぞれ,  $E_{\text{cut}}$  は

$$E_{\text{cut}}^p = E_p^f + B_p + E_{\text{coul}} \quad \text{II-8}$$

$$E_{\text{cut}}^n = E_n^f + B_n \quad \text{II-9}$$

として計算した。 $E_{\text{coul}}$  は核の陽子に対するクーロン障壁である。

### III 計算の概略

計算過程の全流れ図をFig. 2 に示す。この図に従って計算内容の概略を、以下に説明する。

計算を開始すると、まず最初に、ヒストリーの番号Mを0にしておく。続いて次のような数値を入力する。

$E_p$  : 陽子の入射エネルギー (MeV)

$r_0$  : 核半径パラメーター (cm)

Z : ターゲット核の陽子数

N : ターゲット核の中性子数

A : ターゲット核の質量数

Max : 計算すべきヒストリー数

Init : 乱数を発生させるための初期値 (8桁の整数, IV節参照)。

これらの数値と常数などによって、核反応の始状態が設定される。

次に、0 から 1 の範囲の乱数列を作り、その一様性と無相関性の検定をしておく。検定に合格した場合は、この乱数列の乱数を順番に使って以下の計算を進め、合格しない場合は新しい初期値により別の乱数列を作って検定しなおす。

ここから1つのヒストリーが始まるので、Mを1だけ増やしておく。このあとは、2つの核子(粒

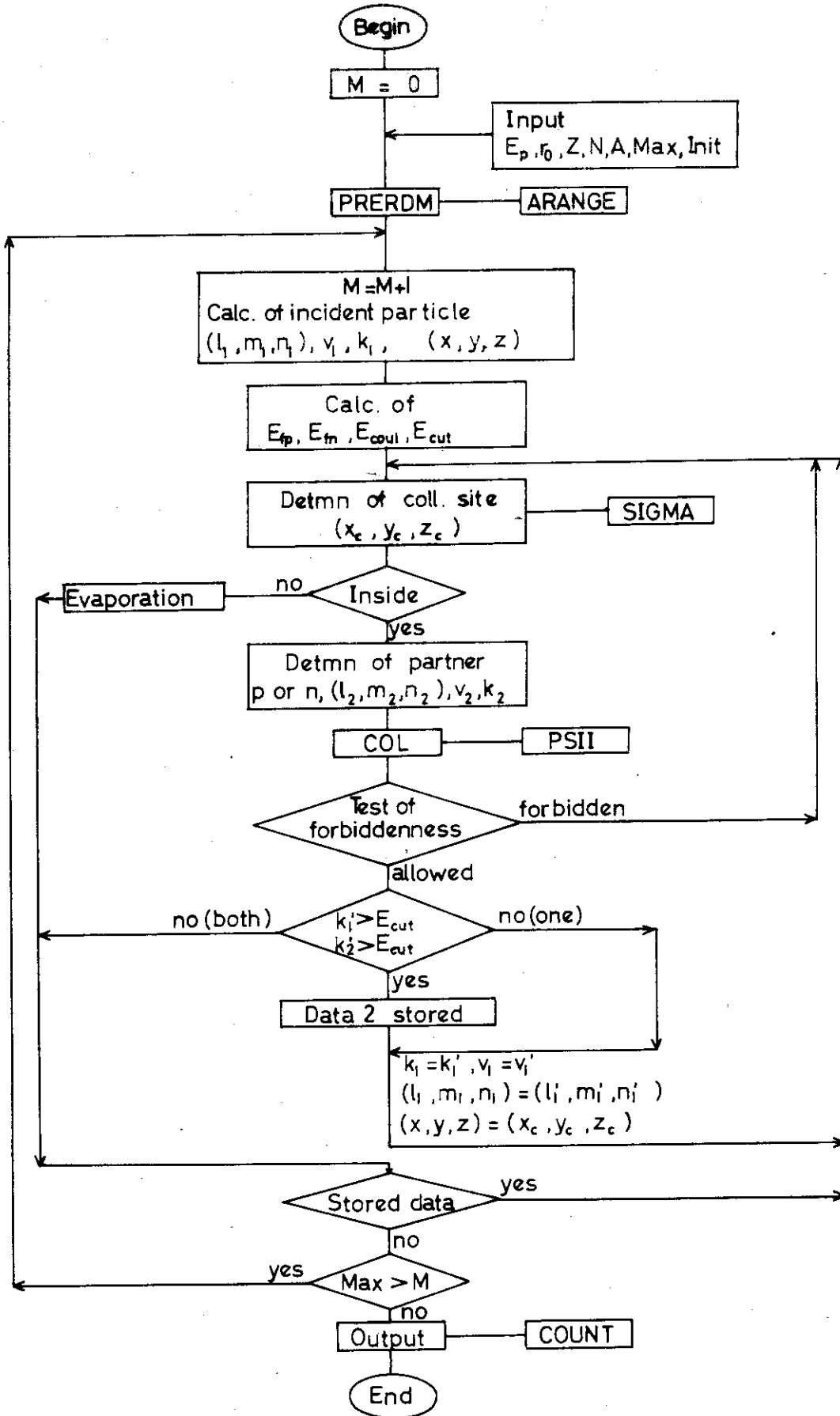


Fig. 2 Block diagram of the flow of the intra-nuclear cascade calculation.

子1と粒子2)の衝突のくり返しを次々に追跡していく。まず、粒子1に関して、次の値を計算する。

$(\ell_1, m_1, n_1)$ : 粒子1の運動の方向余弦

$v_1$  : 粒子1の速度の絶対値

$k_1$  : 粒子1の持つ運動エネルギー

$(x, y, z)$ : 核内での粒子1の位置。

$xyz$ 座標はFig.3に示したように、核の中心を原点とし、陽子の入射方向と一致する軸を $y$ 軸とし、陽子は $y$ の+から-方向へ進むようにとった。最初の衝突では、粒子1は入射陽子である。この場合は、従って、 $\ell_1 = 0, m_1 = -1, n_1 = 0$ となる。 $v_1, k_1$ は核内での値である。また、この場合、 $(x, y, z)$ として、乱数を用いて核表面の入射位置が決定される。

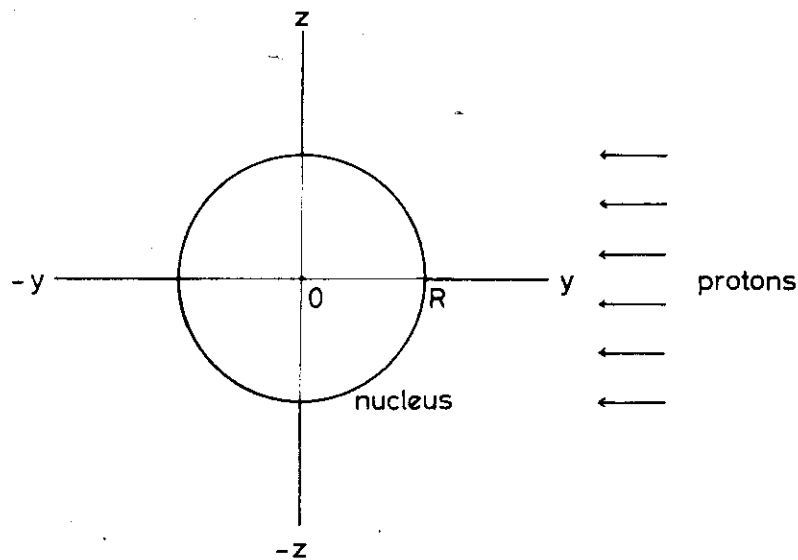


Fig. 3 The xyz-coordinate for the reaction. The x-axis is perpendicular to the paper.

ついで、 $v_1$ と核子密度および衝突の断面積から、粒子1の平均自由行路 $l$ を求める。 $l$ と乱数を用いて、衝突位置の座標 $(x_c, y_c, z_c)$ が決められる。これが核の外側の位置ならば、粒子1は核外に放出されたものとする。粒子1が入射粒子でない一般の場合には1つ核子の減る核反応がここで起きたことになる。もし内側であれば、その衝突の相手、粒子2の種類とその運動の状況を決定する。即ち、

$(\ell_2, m_2, n_2)$ : 粒子2の運動の方向余弦

$v_2$  : 粒子2の速度の絶対値

$k_2$  : 粒子2の持つ運動エネルギー

を、それぞれ決める。

衝突によって、粒子1と2は弾性散乱を起し、運動状態はそれぞれ、

$(\ell_1, m_1, n_1) \rightarrow (\ell'_1, m'_1, n'_1)$

$v_1 \rightarrow v'_1$

$$\begin{array}{ll}
 k_1 & \rightarrow k'_1 \\
 (\ell_2, m_2, n_2) & \rightarrow (\ell'_2, m'_2, n'_2) \\
 v_2 & \rightarrow v'_2 \\
 k_2 & \rightarrow k'_2
 \end{array}$$

と変化するとする。 $(\ell'_1, m'_1, n'_1)$ …等は、副プログラム COL によって計算される。そこでは、散乱の角度分布などに関して、実験に基いた経験的な関数が用いられている。

$k'_1$  又は  $k'_2$  がフェルミエネルギー以下ならば、これは禁止された衝突なので起らなかったこととし、 $\ell_1, m_1, n_1, v_1, k_1$  はもとの値を用い、ただ粒子1の位置  $(x, y, z)$  の値として  $(x_c, y_c, z_c)$  を用いて、また次の衝突場所をきめるところからくり返す。もし、どちらもフェルミエネルギーを越えているならば、次に、 $k'_1$  と  $k'_2$  とカットオフエネルギーとの比較が行なわれる。カットオフエネルギーより小さい場合は、その粒子が引き起す衝突によって今後核子が核外に放出される可能性はないので、ここで追跡を中止する。カットオフエネルギーを越えている粒子については追跡を続行する。即ち、衝突場所を出発点とし、衝突後の運動の方向余弦、速さ、運動エネルギーを始状態として、次の衝突場所決定のところから計算を行なう。 $k'_1$  も  $k'_2$  もカットオフエネルギー以上ならば、一方の粒子はあとで追跡することにしてその運動に関する数値を保存しておく。このようにして、衝突に関与した核子すべてが、カットオフエネルギーより少ない運動エネルギーを持つか核外へ放出されるかしたならば、このヒストリーは終了する。ヒストリー数MがMaxに達するまで、計算を続行する。

## IV 各部分の詳細な内容

## 1. 乱数列

計算機 FACOM230-75 の組み込み関数を用いて、0 から 1 までの一様乱数を発生させた。計算機では、インプットした初期値 (Init) によって一つの乱数を作り、あとは次々に前の乱数を使って新しい乱数を作るという手順で発生させるので、初期値が同じであれば、同じ乱数が同じ順序で出てきてしまう。そこで、初期値として計算を行なう日附と時刻をもとにした整数を用いることにし、異った計算には同じ Init の値がインプットされることが絶対ないようにした。

計算機で発生させる乱数は疑似乱数であって、完全な一様乱数であるとはいえない。そこで、上記の手続きで 3000 個の乱数を連続的に発生させて記憶させておき、この乱数列に関して一様性と無相関性の検定を行ない、合格した場合にはこの乱数列の乱数をはじめから順に使う。合格しない場合は、Init に  $10^8$  を加えて、再び新しい乱数列を作り検定を行なう。

一様性の検定は、0 から 1 までを 10 と 20 に区切った場合について、信頼度 95% で一様であるものを合格とした。

すなわち、

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{(N_i - 300)^2}{300} < 16.919$$

$$\sum_{i=1}^{20} \frac{(M_i - 150)^2}{150} < 30.144$$

の 2 つの条件に適った場合を一様性に関して合格とした。<sup>8)</sup> ここで、 $N_i$  と  $M_i$  は、それぞれ 0 から 1 を 10 等分と 20 等分に区切って、その 1 区切りの範囲に入っている乱数の箇数である。

無相関性は、引き続き数と 1 つおいて次の数に関して検定した。この場合は、

$$K_1 = \sqrt{\frac{3000}{13}} \times (0.004 \times \sum_{i=1}^{2999} \epsilon_i \times \epsilon_{i+1} - 3) \quad \text{IV-1}$$

$$K_2 = \sqrt{\frac{3000}{13}} \times (0.004 \times \sum_{i=1}^{2998} \epsilon_i \times \epsilon_{i+2} - 3) \quad \text{IV-2}$$

を計算する。ここで、 $\epsilon$  は乱数列中の各乱数である。もし、

$$\left. \begin{array}{l} K_1 < 1.96 \\ K_2 < 1.96 \end{array} \right\}$$

であれば、信頼度 95% で、引き続き 1 つめと 2 つめの数の間には相関性がないとされる。<sup>8)</sup> ここではそれを合格とした。

なお、モンテカルロ計算の途中で 3000 箇の乱数を使い果した場合は、新しい Init で新しい乱数列を作り、検定を行なうようになっている。

## 2. 衝突前の条件の決定

注目している1つの核子(粒子1)が衝突を起す際の出発点は、それが入射陽子であれば、核に突入する表面の1点である。入射陽子の核への入射点( $x, y, z$ )は次のようにして決定した。 $y$ 軸に直角で核の中心を通る断面図と、それに接する正方形を考える(Fig. 4)。核半径は $R$ である。乱数を $\epsilon, \epsilon'$ とし、

$$x = R \times (1 - 2\epsilon) \quad \text{IV-3}$$

$$z = R \times (1 - 2\epsilon') \quad \text{IV-4}$$

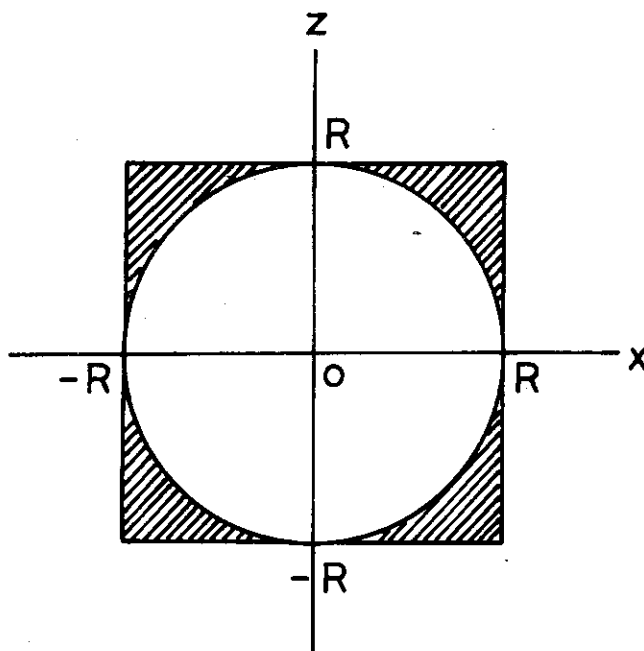


Fig. 4 Cross-sectional view of a nucleus.

とすると、点( $x, z$ )は、正方形の中に一様な確率で出現する。このようにして決めた点のうち、

$$x^2 + z^2 < R^2$$

の点だけをえらべば、それは核断面内に一様な確率で分布する。 $x$ と $z$ が決まれば、

$$y = +\sqrt{R^2 - x^2 - z^2} \quad \text{IV-5}$$

によって $y$ 座標が決まる。

入射した陽子の持つ運動エネルギー $k_1$ は

$$k_1 = E_p + B_p + E_p^f \quad \text{IV-6}$$

である。フェルミエネルギー $E_p^f$ は、この場合外側(低密度の領域)に関する値である。速度の絶対値 $v_1$ は

$$v_1 = c \times \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{k_1}{m_p c^2} + 1\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{IV-7}$$



となる。\$m\_p\$ は陽子の静止質量である。速度の各成分は、

$$\begin{aligned} v_{1x} &= \ell_1 \times v_1 = 0 \\ v_{1y} &= m_1 \times v_1 = -v_1 \\ v_{1z} &= n_1 \times v_1 = 0 \end{aligned} \quad \text{IV-8}$$

である。

粒子1が入射陽子でない場合は、出発点や運動の状況は、1つ前の衝突の際に決定される。

粒子1が、出発点 \$(x, y, z)\$ からどれだけ距離を移動して衝突を起すかを次に決める。移動距離 \$d\$ は、

$$d = -t \times \ln(\epsilon) \quad \text{IV-9}$$

で計算される。<sup>2)</sup>ここで \$t\$ は粒子1の核内での平均自由行路である。\$t\$ は陽子-陽子 (= 中性子-中性子) と陽子-中性子の衝突断面積の平均値 \$\sigma\_{av}\$ と出発点における核子密度 \$\rho\_t\$ とにより

$$t = \frac{1}{\sigma_{av} \times \rho_t} \quad \text{IV-10}$$

で求められる。<sup>9)</sup>陽子-陽子又は中性子-中性子および陽子-中性子の衝突断面積 (\$\sigma\_{pp}\$ と \$\sigma\_{nn}\$ と \$\sigma\_{pn}\$) は、副プログラム SIGMAによって計算される。SIGMAでは、Metropolisらが使っている式に従い<sup>2)</sup>

$$\sigma_{pp} = \sigma_{nn} = \frac{10.63}{\left(\frac{v_1}{c}\right)^2} - \frac{29.92}{\left(\frac{v_1}{c}\right)} + 42.9 \text{ (mb)} \quad \text{IV-11}$$

$$\sigma_{pn} = \sigma_{np} = \frac{34.1}{\left(\frac{v_1}{c}\right)^2} - \frac{82.2}{\left(\frac{v_1}{c}\right)} + 82.2 \text{ (mb)} \quad \text{IV-12}$$

によって核子同志の衝突断面積を求めた。

かくして \$d\$ が得られたならば、出発点 \$(x, y, z)\$ から粒子1の \$v\$ の方向へ \$d\$ だけ距たった点が衝突点 \$(x\_c, y\_c, z\_c)\$ となる。但し、\$d\$ が核の密度の異なる2つの領域にまたがっている場合、異なる領域に突入した時点で、\$k\_1\$ はフェルミエネルギーの差に相当する大きさだけ変化し、それによって \$v\_1\$ も変る (IV-7式)。同様に \$d\$ も、第二の領域の部分については、

$$f = \frac{\sigma_{av} \times \rho_t}{\sigma'_{av} \times \rho'_t} \quad \text{IV-13}$$

なるファクターを乗じた値を用いる。ダッシュのついた値は、第二の領域に関するものである。

得られた衝突点 \$(x\_c, y\_c, z\_c)\$ に関して、

$$x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 \geq R^2 \quad \text{IV-14}$$

であれば、粒子1は核外へ放出されたとする。粒子1が入射陽子ならば、陽子がただ核を通過しただけの反応になり、そうでなければ、二次粒子が放出される反応が起ったことになる。

衝突点 \$(x\_c, y\_c, z\_c)\$ が核内であれば、衝突の相手の粒子2を決定する必要がある。まず粒子2が陽子か中性子かを定める。粒子2が陽子である確率 \$T\_p\$ は、粒子1が陽子ならば

$$T_p = \frac{\rho_p \times \sigma_{pp}}{\rho_p \times \sigma_{pp} + \rho_n \times \sigma_{pn}} \quad \text{IV-15}$$

であり、粒子1が中性子ならば

$$T_p = \frac{\rho_p \times \sigma_{pn}}{\rho_p \times \sigma_{pn} + \rho_n \times \sigma_{nn}} \quad \text{IV-16}$$

である。 $\rho$ と $\sigma$ は点 $(x_c, y_c, z_c)$ の属する領域に関する値である。 $\sigma$ は(IV-11)式と(IV-12)式で計算される。乱数 $\epsilon$ と $T_p$ を比較し、

$$0 \leq \epsilon \leq T_p \quad \text{ならば} \quad \text{粒子2は陽子}$$

$$T_p < \epsilon \leq 1 \quad \text{ならば} \quad \text{粒子2は中性子}$$

とする。

核を構成する核子の運動量 $P$ は、0から $P_{\max}$ にわたって、

$$\frac{dn}{dP} = \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} P^2 \quad \text{IV-17}$$

なる確率分布を示すとされる。ここで $V$ は核の体積、 $P_{\max}$ はフェルミ運動量で

$$P_{\max} = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \hbar \rho_1^{\frac{1}{3}} \quad \text{IV-18}$$

である。そこで粒子2の運動量は、

$$P_2 = \sqrt[3]{3\pi^2 \hbar^3 \rho_1 \times \epsilon} \quad \text{IV-19}$$

として決定する。 $P_2$ により、速さ $v_2$ 、運動エネルギー $k_2$ は、それぞれ

$$v_2 = \frac{P_2}{\sqrt{m^2 + \frac{P_2^2}{c^2}}} \quad \text{IV-20}$$

$$k_2 = m c^2 \times \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad \text{IV-21}$$

と計算される。また、核内の核子はすべて等方的に運動しているとして、 $x$ 軸、 $y$ 軸および $z$ 軸と運動方向とのなす角をランダムに選べば、粒子2の運動の方向余弦 $(l_2, m_2, n_2)$ は次のようになる。<sup>10)</sup>

$$\left. \begin{aligned} n_2 &= 1 - 2 \times \epsilon \\ l_2 &= \cos(1 - 2 \times \epsilon') \pi \times \sqrt{1 - n_2^2} \\ m_2 &= \sin(1 - 2 \times \epsilon') \pi \times \sqrt{1 - n_2^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{IV-22}$$

### 3. 衝突後の2つの粒子の運動状態

前節までで、衝突位置と、衝突にあずかる2つの核子と、それらの運動の方向、速度、運動エネル

ギーが決定された。衝突後のそれらの運動状態の追跡は、副プログラムCOLに於て行なう。衝突を考える際、陽子と中性子の質量差は無視した。即ち、等しい質量の2つの粒子の弾性散乱を、相対論的に扱った。

重心系では、弾性散乱というのは、衝突前後の重心の運動が不変であるような散乱を意味する。Fig.5に、弾性衝突前後の、重心の速さ( $v$ と $v'$ )、各粒子の速さ( $v_1, v_2$ および $v'_1, v'_2$ )、それらの重心に対する値( $w_1, w_2$ および $w'_1, w'_2$ )を矢印の長さで示す。ダッシュは衝突後の値を表わす。この図で、 $v_1, v_2, w_1, w_2$ のなす平面と、 $v'_1, v'_2, w'_1, w'_2$ のなす平面を、便宜上同一に描いてあるが、実際はこの2つの平面は一致してはいない。これらの平面のなす角度 $\Psi$ は、0から $\pi$ まで一様な確率で起るとして、

$$\Psi = \pi \times \epsilon$$

IV-23

で決定する。これに対し、散乱角 $\phi'_i$ は、重心系での運動エネルギーに依存する確率函数をもって分布する。 $\phi'_i$ の決定は副プログラムPSIIを用いて行なうが、この詳細は後に触れることにして、今 $\phi'_i$ も決められたとする。 $v_1$ と $(l_1, m_1, n_1)$ 、 $v_2$ と $(l_2, m_2, n_2)$ および $\phi'_i$ と $\Psi$ が決まれば散乱後の2つの粒子についてそれぞれの速さと運動の方向余弦、即ち、 $v'_1$ と $(l'_1, m'_1, n'_1)$ 及び $v'_2$ と $(l'_2, m'_2, n'_2)$ の計算が可能である。<sup>10)</sup>

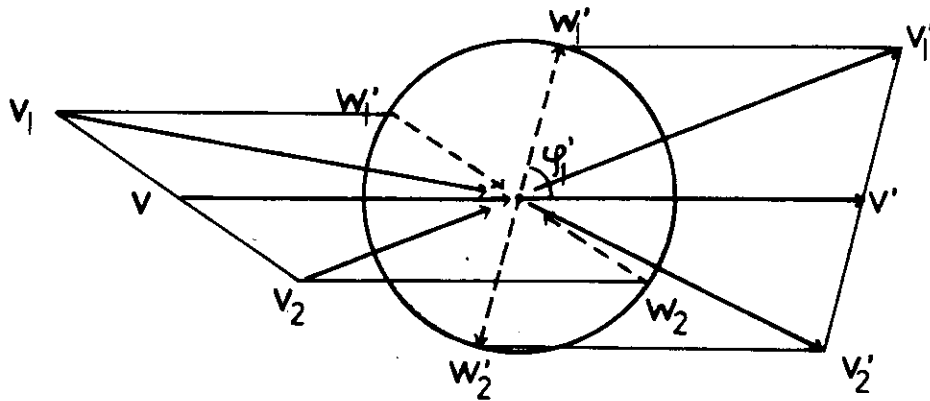


Fig. 5 Vector analysis of the nucleon-nucleon elastic collision in the laboratory system and in the center of mass system.

重心の運動方向が $x$ 軸に、散乱後に決定される平面が $xy$ 平面になるような座標系を考える。この座標系での散乱後の様子はFig.6のようになる。衝突前後の、重心と粒子の運動に関する数値を次のように表わす。

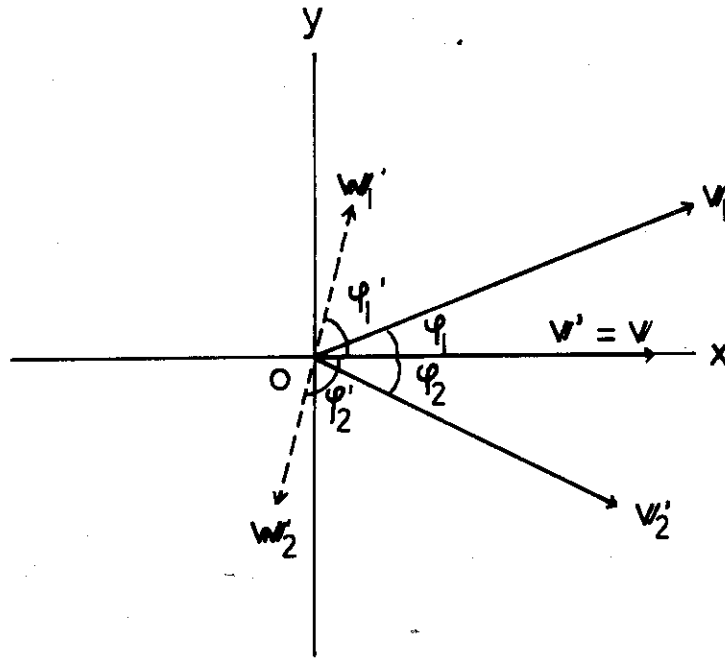


Fig. 6 The velocities of scattered particles after the elastic collision in the xyz-space, the z-axis of which is perpendicular to the paper.

	衝突前	衝突後
重心の速度	$v$	$v'$
粒子の速度	$v_i$	$v'_i$
重心系での粒子の速度	$w_i$	$w'_i$
粒子のエネルギー	$u_i$	$u'_i$
重心のエネルギー	$u$	$u'$
重心系での粒子のエネルギー	$e_i$	$e'_i$
重心の運動量	$P$	$P'$
粒子の運動量	$P_i$	$P'_i$
重心系での粒子の運動量	$Q_i$	$Q'_i$
散乱角		$\phi'_1$

弾性散乱の条件から、これらの数値に関して次のようないくつかの関係式がなり立つ。

$$\left. \begin{aligned}
 P &= P' \\
 k &= k' \\
 Q_1 + Q_2 &= 0 \\
 Q'_1 + Q'_2 &= 0 \\
 |Q_1| &= |Q_2| = |Q'_1| = |Q'_2| \\
 e_1 &= e_2 = e'_1 = e'_2
 \end{aligned} \right\}$$

IV-24

なお、計算の便宜上

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\mathbf{v}|^2}{c^2}}}$$

$$\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\mathbf{v}_i|^2}{c^2}}}$$

$$\gamma'_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|\mathbf{v}'_i|^2}{c^2}}} \quad c : \text{光の速度}$$

という値を定義しておく。

衝突前の状態では、次のような関係式が成り立っている ( $m_0$  は核子の静止質量)。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_1 &= \gamma_1 m_0 \mathbf{V}_1 & \mathbf{P} &= \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = m_0 (\gamma_1 \mathbf{v}_1 + \gamma_2 \mathbf{v}_2) \\ \mathbf{P}_2 &= \gamma_2 m_0 \mathbf{V}_2 \\ u_1 &= \gamma_1 m_0 c^2 & v_x &= |\mathbf{v}| = \frac{c^2 |\mathbf{P}|}{u} = \frac{c^2 |\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2|}{u_1 + u_2} \\ u_2 &= \gamma_2 m_0 c^2 \\ u &= u_1 + u_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{IV-25}$$

重心系の値は、(IV-24) 式と (IV-25) 式より、

$$\left. \begin{aligned} Q_{1x} &= -Q_{2x} = \gamma \left( P_{1x} - \frac{|\mathbf{v}| u_1}{c^2} \right) \\ Q_{1y} &= -Q_{2y} = P_{1y} \\ Q_{1z} &= -Q_{2z} = P_{1z} \\ e_1 &= e_2 = \gamma (u_1 - |\mathbf{v}| P_{1x}) \end{aligned} \right\} \quad \text{IV-26}$$

である。そして、散乱後の重心系での値は、(IV-24) 式の条件と  $\phi'_1$  を使って次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} Q'_{1x} &= -Q'_{2x} = |Q| \cos \phi'_1 \\ Q'_{1y} &= -Q'_{2y} = |Q| \sin \phi'_1 \\ Q'_{1z} &= Q'_{2z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{IV-26}$$

これを実験室系に変換すれば、

$$\left. \begin{aligned} P'_{1x} &= \gamma \left( Q'_{1x} + \frac{|\mathbf{v}| e'_1}{c^2} \right) \\ &= \gamma \left( |Q| \cos \phi'_1 + \frac{|\mathbf{v}| e'_1}{c^2} \right) \\ P'_{1y} &= Q'_{1y} = |Q| \sin \phi'_1 \end{aligned} \right\} \quad \text{IV-27}$$

$$\left. \begin{aligned} P'_{2x} &= r \left( -|Q| \cos \phi'_1 + \frac{|v| e_1}{c^2} \right) \\ P'_{2y} &= Q'_{2y} = -|Q| \sin \phi'_1 \end{aligned} \right\}$$

これらから粒子のエネルギー、速度成分、角度 $\phi_1$ などが次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} u'_1 &= r (e'_1 + |v| \cdot |Q| \cos \phi'_1) \\ u'_2 &= r (e'_1 - |v| \cdot |Q| \cos \phi'_1) \\ v'_{1x} &= \frac{c^2 P'_{1x}}{u'_1} \\ v'_{1y} &= \frac{c^2 P'_{1y}}{u'_1} \\ v'_{2x} &= \frac{c^2 P'_{2x}}{u'_2} \\ v'_{2y} &= \frac{c^2 P'_{2y}}{u'_2} \\ \tan \phi_1 &= \frac{P'_{1y}}{P'_{1x}} = \frac{|Q| \sin \phi'_1}{r \left( |Q| \cos \phi'_1 + \frac{|v| e'_1}{c^2} \right)} \\ \tan \phi_2 &= \frac{|Q| \sin \phi'_1}{r \left( -|Q| \cos \phi'_1 + \frac{|v| e'_1}{c^2} \right)} \end{aligned} \right\}$$

IV-28

(N-7), (N-8) 式等とは、次のように関連づけられる。

$$\left. \begin{aligned} v &= |v| \\ v'_1 &= |v'_1| \\ v'_2 &= |v'_2| \\ k'_1 &= u'_1 - m_0 c^2 \\ k'_2 &= u'_2 - m_0 c^2 \end{aligned} \right\}$$

IV-29

ところで、 $P'$ ,  $v'$ ,  $v'_1$ 等は、散乱後の粒子の運動面を $xy$ 平面とするような座標系でのベクトルである。この座標系は、陽子の入射方向を $y$ 軸とした最初の $xyz$ 座標系とは通常は一致しないので、区別するため、 $x'' y'' z''$ 座標系と名づける。 $xyz$ 座標系と $x'' y'' z''$ 座標系との関係をFig.7に示す。まず $z$ 軸を中心に $\alpha$ だけ回転し、次に回転後の $y$ 軸を中心に $\beta$ だけ回転すると、 $x' y' z'$ 座標系ができあがる。 $\alpha$ ,  $\beta$ は $v$ の方向余弦から求めることができる。これを更に、 $x'$ 軸を中心にして任意の角度 $\psi$  (N-23式)だけ回転させると $x'' y'' z''$ 座標系ができる。従って、 $x'' y'' z''$ 座標系で得られている $v'_i$ を、回転角 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\psi$ を用いて $xyz$ 座標系に変換して、方向余弦( $l'_i, m'_i, n'_i$ )が得られる。<sup>10)</sup>以上が副プログラムCOLで行なわれている計算である。

ここで、前にはふいた散乱角 $\phi'_1$ の求め方について、少し詳しく述べる。角度分布の関数としては、Metropolisらの用いている次式を使った。<sup>2)</sup>

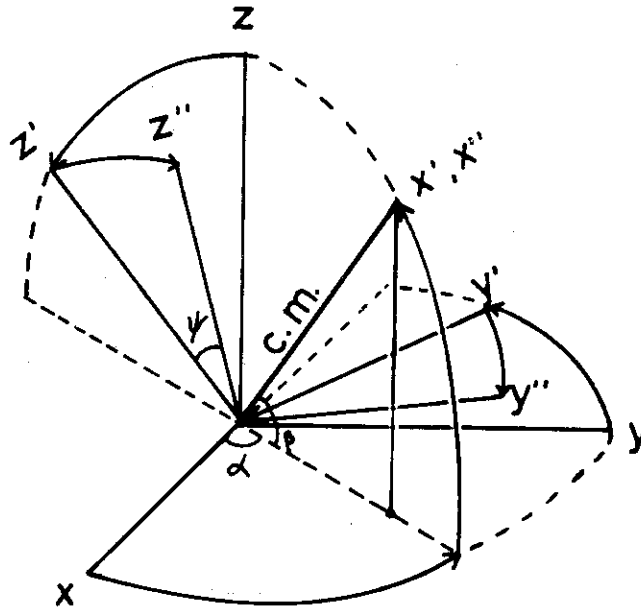


Fig. 7 Relation between the coordinates of the xyz-, x'y'z'- and x''y''z''-spaces.

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = K (A \cos^4 \theta + B \cos^2 \theta + 1) \quad \text{IV-30}$$

但し、KはAとBによって定まるパラメーター、A、Bは粒子の重心系に於ける運動エネルギーに依存するパラメーターで、Fig. 8のように変化する。乱数εによってθをきめるには、

$$K \int_0^{\varphi'_1} (A \cos^4 \theta + B \cos^2 \theta + 1) \sin \theta d\theta = \epsilon \quad \text{IV-31}$$

を解く。これはcos φ<sub>1</sub>'に関する5次方程式になるので、その実数解のうち絶対値が1以下のものを選び、φ<sub>1</sub>'を得ることができる。<sup>10)</sup>このようにして求めたφ<sub>1</sub>'の1000例の分布を、角度分布関数(IV-30)式のグラフと共にFig. 9に示して比較する。

#### 4. 核反応の分類

ヒストリーが1つ終了する毎に、残留核とターゲット核とのZおよびNを比較して、反応の種類を決定し、残留核の持つエネルギーを核反応毎に分類して記憶しておく。なお、残留エネルギーE<sub>res</sub>は

$$E_{res} = E_p - \sum_i (B_i + E_i) \quad \text{IV-32}$$

で計算される。E<sub>p</sub>は入射陽子のエネルギー、B<sub>i</sub>及びE<sub>i</sub>はそれぞれi番目の放出粒子の持ち去る結合エネルギーと運動エネルギーである。放出粒子についても、その種類(陽子か中性子か)、運動エネルギー、放出の方向が記憶されている。

これらの、記憶されている情報が必要に応じて取り出せば、個々の核反応の起る確率、残留エネルギーの分布と平均値、放出粒子の角度分布とエネルギー分布、その他の値が得られる。ある核反応の起る確率に、全反応断面積をかけて、その反応の断面積が計算される。アウトプットの1例をFig. 10に示す。

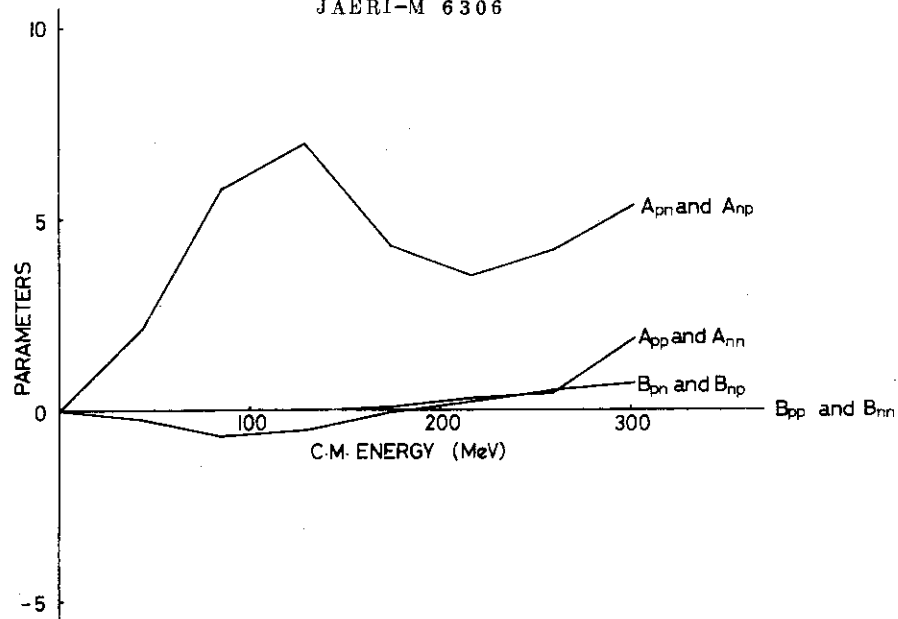


Fig. 8 Variation of parameters in eq.IV-30 vs. energy in the center of mass system.

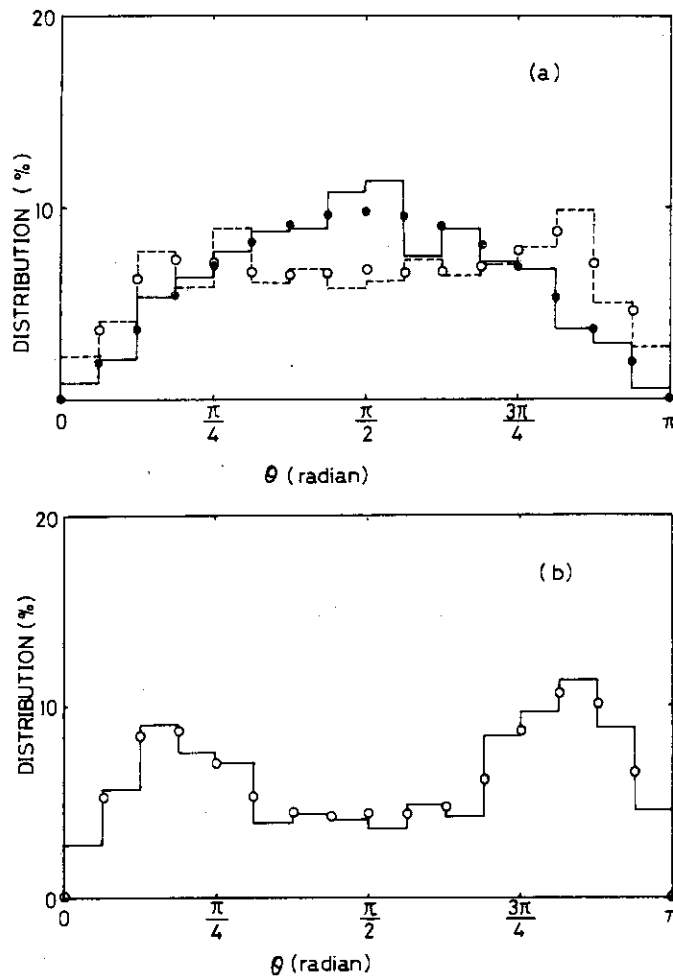


Fig. 9 Distribution of nucleon-nucleon scattering angles. Circles are the calculated distribution with eq.IV-30, and the histograms are the results of 1000-history.  
 a) at the center of mass energy of 43 MeV. ● and —: p-p (or n-n) collision, ○ and ----: p-n collision.  
 b) at the center of mass energy of 100 MeV. p-n collision.



JABRI-M 6306

REACTION	TRANS.	(P,P)	(P,N)	(P,2P)	(P,PN)	(P,2N)	(P,3N)
COUNTS	1207	2577	870	109	227	4	0
ERES(ERG)		0.17495E-04	0.30782E-04	0.10766E-04	0.12386E-04	0.13618E-04	0.0

THE OTHER REACTIONS

EMISSION NUMBER	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ENERGIES OF RESIDUAL NUCLEI AFTER (P,P)

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	1211	8	9	15	17	20	25	25	40	32	22	31	40	38	26	37	38	48	36	30
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33							
COUNTS	48	44	58	54	51	61	67	74	76	73	95	96	32							

ENERGIES OF RESIDUAL NUCLEI AFTER (P,N)

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	2	6	9	14	14	9	25	24	18	21	26	25	34	19	19	29	32	24	23	39
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30										
COUNTS	30	28	42	51	47	42	48	49	48	73										

ENERGIES OF RESIDUAL NUCLEI AFTER (P,2P)

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
COUNTS	10	14	6	12	6	9	5	7	5	7	2	8	4	2	5	1	3	3

ENERGIES OF RESIDUAL NUCLEI AFTER (P,PN)

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
COUNTS	25	10	17	17	13	18	15	16	10	13	7	12	6	7	10	7	11	10	3

ENERGIES OF RESIDUAL NUCLEI AFTER (P,2N)

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
COUNTS	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

NEVP = 3022

ANGULAR DISTRIBUTION OF EMITTED PROTONS WITH THE ENERGIES HIGHER THAN 20 MEV

ANGLE	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
COUNTS	1228	85	118	102	84	66	28	27	7	2	0	1	0	0	0	0	0	0

ANGULAR DISTRIBUTION OF EMITTED PROTONS WITH THE ENERGIES HIGHER THAN 15 MEV

ANGLE	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
COUNTS	1232	113	177	153	140	120	63	47	16	8	1	2	0	0	0	0	1	0

Fig. 10 An example of output. The calculated system is  $^{54}\text{Fe} + 39\text{MeV p}$ .  
The history number is 5000.

ENERGIES OF EMITTED PROTONS

NEVP = 3022

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	0	0	0	7	12	5	54	138	135	115	118	108	105	81	71	76	76	67	62	44
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
COUNTS	43	57	41	42	28	40	42	31	22	32	40	25	25	20	17	15	9	8	4	1207
ENERGY	41																			
COUNTS	0																			

ENERGIES OF EMITTED PROTONS BETWEEN 17.000 - 23.000 DEG

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	0	0	0	1	0	0	2	4	13	3	3	8	5	5	3	9	12	6	3	7
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
COUNTS	3	3	5	2	8	2	3	2	2	3	5	1	2	4	4	1	1	1	1	3

ENERGIES OF EMITTED PROTONS BETWEEN 85.000 - 95.000 DEG

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	0	0	0	2	2	0	4	8	6	4	4	2	7	3	2	0	2	1	2	1
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30										
COUNTS	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1										

ENERGIES OF EMITTED PROTONS BETWEEN 110.000 - 130.000 DEG

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	0	0	0	0	0	0	1	1	3	2	2	1	0	0	1	0	0	0	1	0
ENERGY	21																			
COUNTS	1																			

ENERGIES OF EMITTED PROTONS BETWEEN 49.000 - 50.000 DEG

ENERGY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
COUNTS	0	0	0	1	0	0	6	18	19	11	10	6	13	6	5	12	5	8	7	6
ENERGY	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
COUNTS	5	3	2	4	3	3	4	2	2	5	0	0	2	2	1	2	2	1		

## V 計算結果

本プログラムにより、 $\pi^-$ 中間子が発生するエネルギー( $\sim 380$  MeV)以下<sup>3)</sup>の陽子による核反応に関する計算が可能である。文献5)と6)では、ORNLのBertiniら<sup>4)</sup>、BNLのChenら<sup>3)</sup>、それにDubnaのJINRのBarashenkovら<sup>11)</sup>がそれぞれ開発した核内カスケードモデル計算プログラムによって、同じ核反応に関する計算を行ない、相互に結果の比較をしている。文献5)では扱っている核反応の陽子エネルギーが高く、また計算結果は主として残留核に関するものである。文献6)は、陽子エネルギーがやや低く、放出粒子に関する値を計算しており、更にそれを実験値とも比較している。本報でも、これら2つの文献でとりあげている核反応に関し、同じ現象についての断面積計算を行ない、文献と比較した。即ち、Table 1にしめしたような項目の計算を行なった。

核半径パラメータ $r_0$ として、 $1.3 \times 10^{-13}$ 、 $1.5 \times 10^{-13}$ の2種類について、また密度のパラメータ $\alpha$ として、0 (井戸型ポテンシャル)、0.1、0.2などについて計算を行なったが、ここで扱っている核反応ではこれらパラメータの差によって計算結果にあまり大きな差異が認められなかったもので、すべての結果を示すことはしない。ヒストリ-数は5000、一部のものについては4000である。全核反応断面積として、一応 $\pi R^2$ を用いた<sup>3)</sup>。核子の結合エネルギーは、1964年の原子量表を用いた<sup>12)</sup>。以上の計算結果を、Fig. 11からFig. 41に、文献5)、6)の値と共に示す。

## IV 考察

文献5)では、JINRとBNLとORNLの3種類のプログラムによる計算結果が比較されている。それらで仮定されている核モデルの差は、主として核子密度の設定の部分にある。JINRとORNLでは、密度が3段階に、BNLでは8段階に変化するモデルを、それぞれ用いている。BNLの計算では、密度のちがう領域を核子が出入りするとき、境界の所で屈折や反射を起すとか、引き続き衝突は必ず0.5フェルミ以上離れて起るとするなど、複雑な扱いがされている。我々のプログラムは、核モデルも計算過程も、これら3種のプログラムに比較してかなり単純である。

陽子エネルギー150 MeVと300 MeVの場合の計算が比較されているが、大まかに云って、上の3種の計算結果は、300 MeVの陽子の反応の方が、相互の一致がよい。本報の計算結果とそれらとの一致の程度も同様である。また、全般的にいて、ORNLの結果と一番よく一致する傾向がある。本計算は、核モデルの点ではJINRとORNLに近く、陽子のカットオフエネルギーの値はBNLとORNLに近い値を用いているので、この傾向は妥当なものといえる。BNLの結果だけが他とかけはなれているケースが、カスケード後の残留核のエネルギー分布にいくつかみられるが((p, P)反応の一部、(p, N)反応、(p, 2N)反応、Figs. 15, 16, 17, 18, 23)、これらは核モデルの差がカスケードの結果を左右している場合とみることができ。これらのケースでは、本報の結果はJINR又はORNLの結果とよく一致している。陽子に関するカットオフエネルギーの差の影響が現われていると考えられるのは、低エネルギー陽子の放出の確率と(p, 2P)カスケード反応の残留エネルギー分布である(Figs. 12, 13, 14, 19)。これらでは、本報の結果はORNL又はBNLとよく似た結果を与えている。このように、本計算だけが、他の計算と比較してかけはなれた値を示している例はみら

## V 計算結果

本プログラムにより、 $\pi^-$ 中間子が発生するエネルギー( $\sim 380$  MeV)以下<sup>3)</sup>の陽子による核反応に関する計算が可能である。文献5)と6)では、ORNLのBertiniら<sup>4)</sup>、BNLのChenら<sup>3)</sup>、それにDubnaのJINRのBarashenkovら<sup>11)</sup>がそれぞれ開発した核内カスケードモデル計算プログラムによって、同じ核反応に関する計算を行ない、相互に結果の比較をしている。文献5)では扱っている核反応の陽子エネルギーが高く、また計算結果は主として残留核に関するものである。文献6)は、陽子エネルギーがやや低く、放出粒子に関する値を計算しており、更にそれを実験値とも比較している。本報でも、これら2つの文献でとりあげている核反応に関し、同じ現象についての断面積計算を行ない、文献と比較した。即ち、Table 1にしめしたような項目の計算を行なった。

核半径パラメータ $r_0$ として、 $1.3 \times 10^{-13}$ 、 $1.5 \times 10^{-13}$ の2種類について、また密度のパラメータ $\alpha$ として、0 (井戸型ポテンシャル)、0.1、0.2などについて計算を行なったが、ここで扱っている核反応ではこれらパラメータの差によって計算結果にあまり大きな差異が認められなかったもので、すべての結果を示すことはしない。ヒストリ-数は5000、一部のものについては4000である。全核反応断面積として、一応 $\pi R^2$ を用いた<sup>3)</sup>。核子の結合エネルギーは、1964年の原子量表を用いた<sup>12)</sup>。以上の計算結果を、Fig. 11からFig. 41に、文献5)、6)の値と共に示す。

## IV 考察

文献5)では、JINRとBNLとORNLの3種類のプログラムによる計算結果が比較されている。それらで仮定されている核モデルの差は、主として核子密度の設定の部分にある。JINRとORNLでは、密度が3段階に、BNLでは8段階に変化するモデルを、それぞれ用いている。BNLの計算では、密度のちがう領域を核子が出入りするとき、境界の所で屈折や反射を起すとか、引き続き衝突は必ず0.5フェルミ以上離れて起るとするなど、複雑な扱いがされている。我々のプログラムは、核モデルも計算過程も、これら3種のプログラムに比較してかなり単純である。

陽子エネルギー150 MeVと300 MeVの場合の計算が比較されているが、大まかに云って、上の3種の計算結果は、300 MeVの陽子の反応の方が、相互の一致がよい。本報の計算結果とそれらとの一致の程度も同様である。また、全般的にいて、ORNLの結果と一番よく一致する傾向がある。本計算は、核モデルの点ではJINRとORNLに近く、陽子のカットオフエネルギーの値はBNLとORNLに近い値を用いているので、この傾向は妥当なものといえる。BNLの結果だけが他とかけはなれているケースが、カスケード後の残留核のエネルギー分布にいくつかみられるが((p, P)反応の一部、(p, N)反応、(p, 2N)反応、Figs. 15, 16, 17, 18, 23)、これらは核モデルの差がカスケードの結果を左右している場合とみることができ。これらのケースでは、本報の結果はJINR又はORNLの結果とよく一致している。陽子に関するカットオフエネルギーの差の影響が現われていると考えられるのは、低エネルギー陽子の放出の確率と(p, 2P)カスケード反応の残留エネルギー分布である(Figs. 12, 13, 14, 19)。これらでは、本報の結果はORNL又はBNLとよく似た結果を与えている。このように、本計算だけが、他の計算と比較してかけはなれた値を示している例はみら

Table 1. 核内カスケード反応の計算

反応系	計算項目	Fig. 番号	比較する文献	
$^{27}\text{Al} + 150\text{ MeV p}$	$30^\circ \pm 5^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	11, 12	5)	
$^{181}\text{Ta} + 150\text{ MeV p}$	$80^\circ \pm 5^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	13, 14		
$^{27}\text{Al} + 300\text{ MeV p}$	(p, P) 反応の残留核のエネルギー-分布	15, 16		
$^{181}\text{Ta} + 300\text{ MeV p}$	(p, N) 反応の残留核のエネルギー-分布	17, 18		
	(p, 2P) 反応の残留核のエネルギー-分布	19, 20		
	(p, PN) 反応の残留核のエネルギー-分布	21, 22		
	(p, 2N) 反応の残留核のエネルギー-分布	23		
$^{12}\text{C} + 62\text{ MeV p}$	$12^\circ$ と $30^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	24, 26		6)
$^{54}\text{Fe} + 62\text{ MeV p}$	$15^\circ$ と $30^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	28		
$^{209}\text{Bi} + 62\text{ MeV p}$	$60^\circ$ と $135^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	25, 27, 29		
$^{12}\text{C} + 39\text{ MeV p}$	全放出陽子のエネルギー-分布	30, 38		
$^{54}\text{Fe} + 39\text{ MeV p}$	20 MeV 以上の放出陽子の角度分布	31, 32, 33		
$^{209}\text{Bi} + 39\text{ MeV p}$	$20^\circ$ , $45^\circ$ , $90^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	34, 37		
	$20^\circ$ , $47^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	35		
	$90^\circ$ , $120^\circ$ に放出された陽子のエネルギー-分布	36		
	15 MeV 以上の放出陽子の角度分布	39, 40, 41		

\* ここでいう核反応は、カスケードによって核子が放出される反応のみを指す。

\*\* 核を通過して飛び出した陽子は含まない。

れない。

文献6)に於ては、BNLとORNLとの計算結果が比較されている。核モデルや計算過程は、文献5)と大きくは変化していないようである。ここで扱っている核反応系は、62 MeVと39 MeVの陽子によるものであり、カスケード自体の確率が低い上に、せまい角度範囲に放出された陽子のエネルギー分布の計算などでは、事象の数が少いため、得られる結果の統計は悪くなっている。しかしながら、39 MeV陽子の場合、ORNLとBNLの計算結果は、明らかに統計的な変動以上の差がみられる(Figs. 34-37)。実験値とは、ORNLの結果の方がよく一致している。本報の結果は大体においてORNLの結果と一致しており、それは5)の場合と同様に核モデルの近似によるものと考えられる。

全放出陽子のエネルギー分布と、15 MeV或いは20 MeV以上の放出陽子の角度分布は、ORNLとBNLで異った結果を与えている例が多い。それらの例をみると、本報の結果は、ORNLと一致している場合が多いのであるが(エネルギー分布では $^{12}\text{C} + 62\text{ MeV-p}$ ,  $^{54}\text{Fe} + 62\text{ MeV-p}$ ,  $^{12}\text{C} + 39\text{ MeV-p}$ ,  $^{54}\text{Fe} + 39\text{ MeV-p}$ , 角度分布では $^{209}\text{Bi} + 62\text{ MeV-p}$ ,  $^{209}\text{Bi} + 39\text{ MeV-p}$ , Figs. 30, 33, 38, 41), どちらの結果とも著しく離れている場合もみられる(エネルギー分布では $^{209}\text{Bi} + 39\text{ MeV-p}$ , 角度分布では $^{54}\text{Fe} + 39\text{ MeV-p}$ , Figs. 38, 40)。

これらの事実から、陽子エネルギーが低くなるほど、カスケード計算はどのような核モデルを採用するかによって結果が強く左右されることが結論される。全部の比較を通じて、我々のプログラムは簡略なものであるにもかかわらず、総じて他のプログラムとよく一致した結果を与えていると云える。特に、陽子エネルギー150 MeV以上の計算には、これ以上改訂を加える必要性はあまり認められない。しかし、数10 MeV程度の陽子による核反応に関する計算のためには、核モデルや弾性散乱角の分布、或いは結合エネルギー等の部分を更に改良することが望ましいかも知れない。それらの部分を変更するには、副プログラムの全体かその一部、或いはインプットデータを差し替えればよいし、差し替えは容易である。

このプログラムで計算可能なヒストリー数は5000であり、必要とするコアメモリーの大きさは約120 KWである。カスケードデータを保存する部分のディメンジョンを増やしさえすれば、計算可能なヒストリー数はもっと多くすることができる。5000 ヒストリーの計算時間は、FACOM230-75 計算機ならば、約2分である。

## 謝 辞

計算プログラムを作成するにあたり、弾性衝突の相対論的取り扱いの部分で、製造部の関根氏に御協力いただいた。深く感謝する。

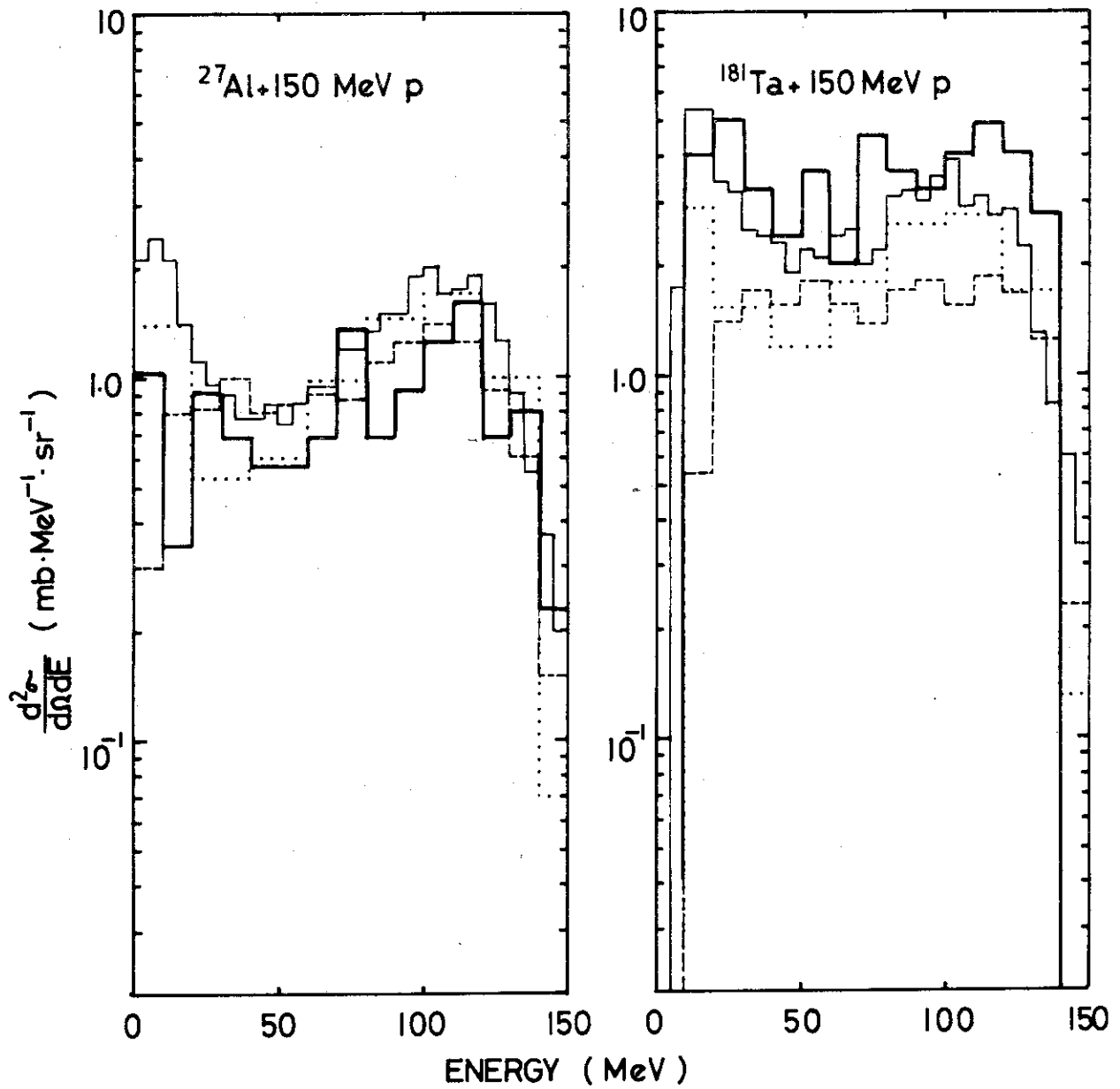


Fig. 11 Energy distributions of emitted protons at  $30^\circ \pm 5^\circ$ .

The fine solid, dashed, dotted and thick solid histograms represent models of JINR, BNL, ORNL and this work. The same notation is used in figs. 12 through 23.

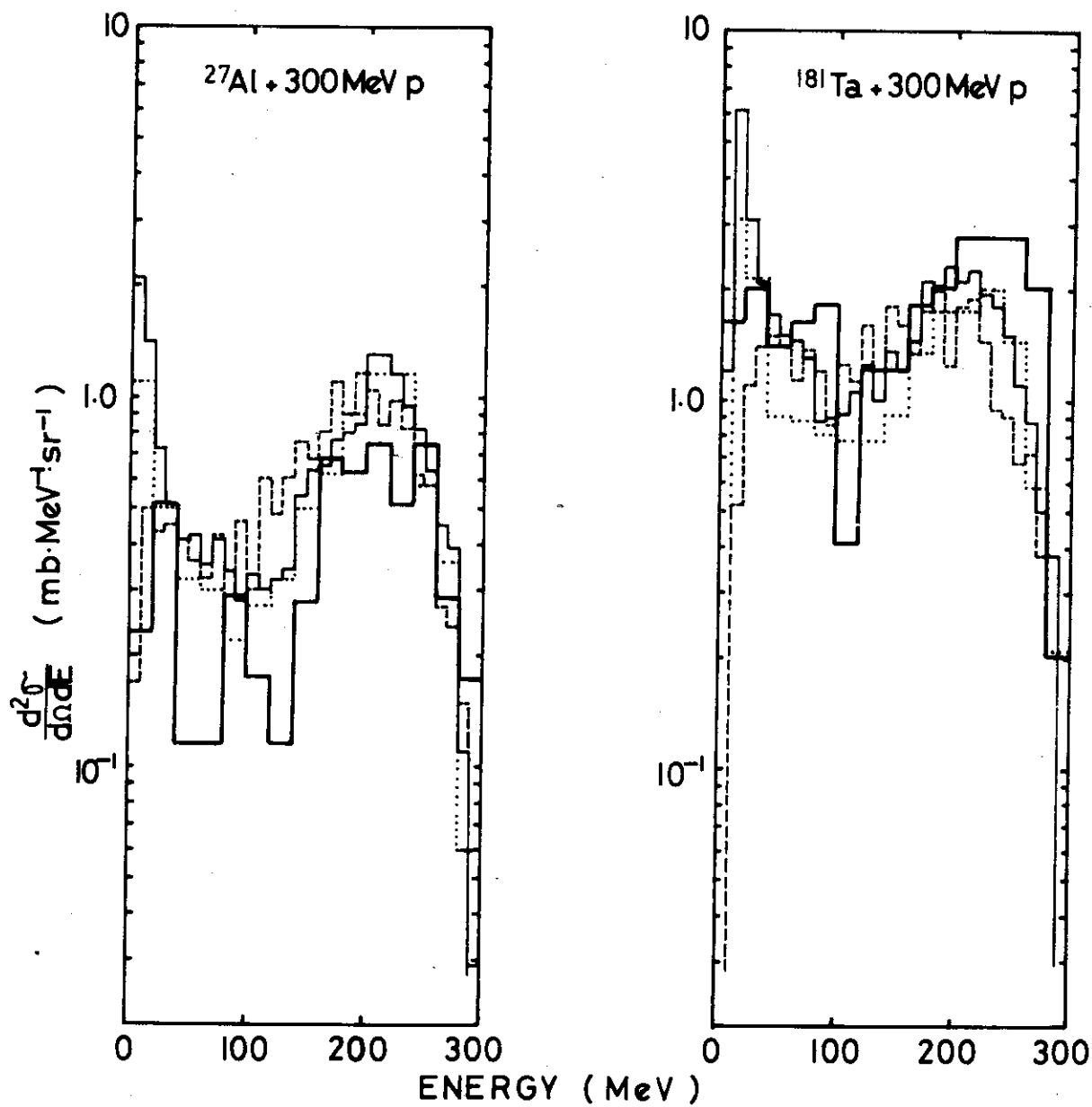


Fig. 12 Energy distributions of emitted protons at  $30^\circ \pm 5^\circ$ .



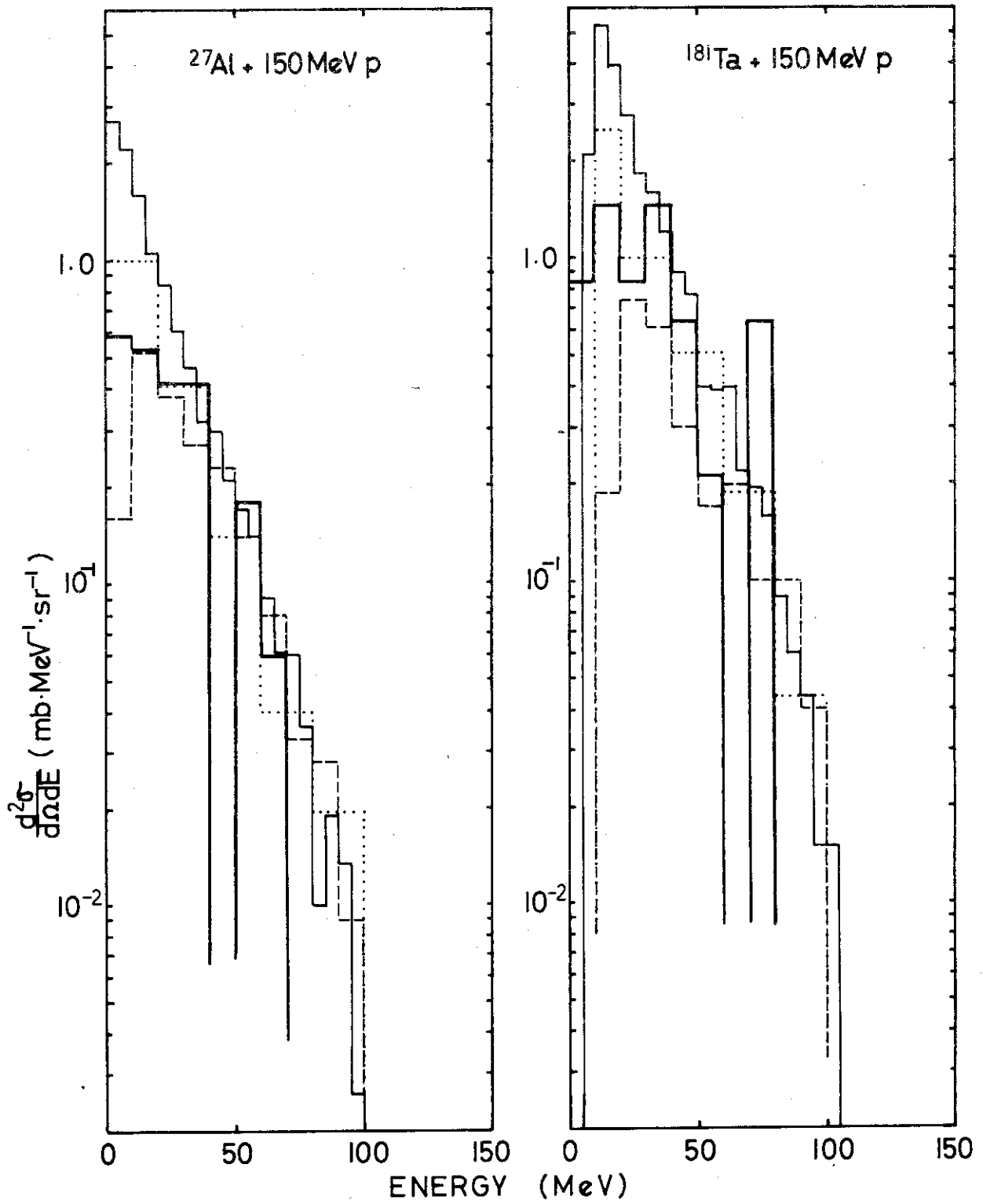


Fig. 13 Energy distributions of emitted protons at  $80^\circ \pm 5^\circ$ .

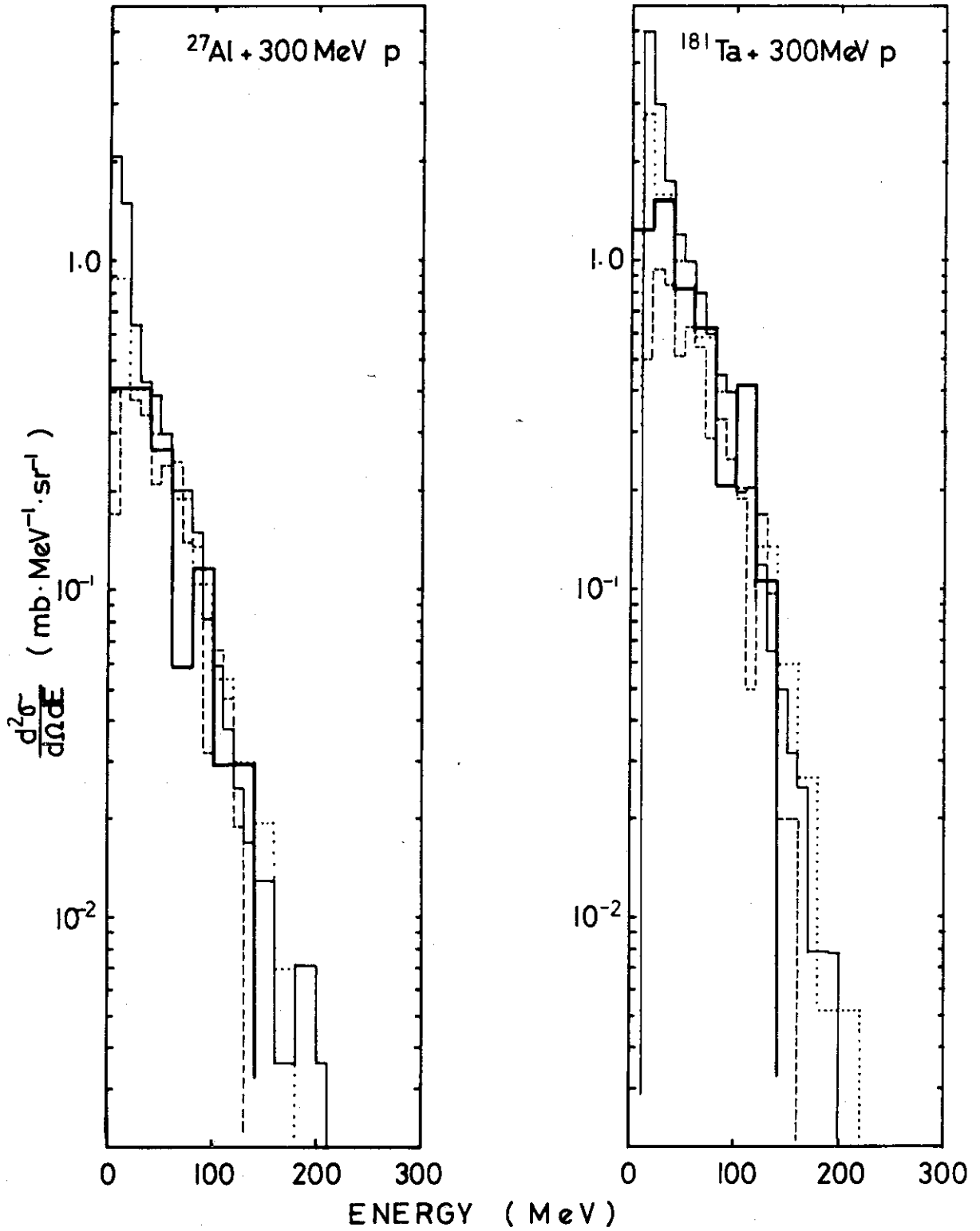


Fig. 14 Energy distributions of emitted protons at  $80^\circ \pm 5^\circ$ .

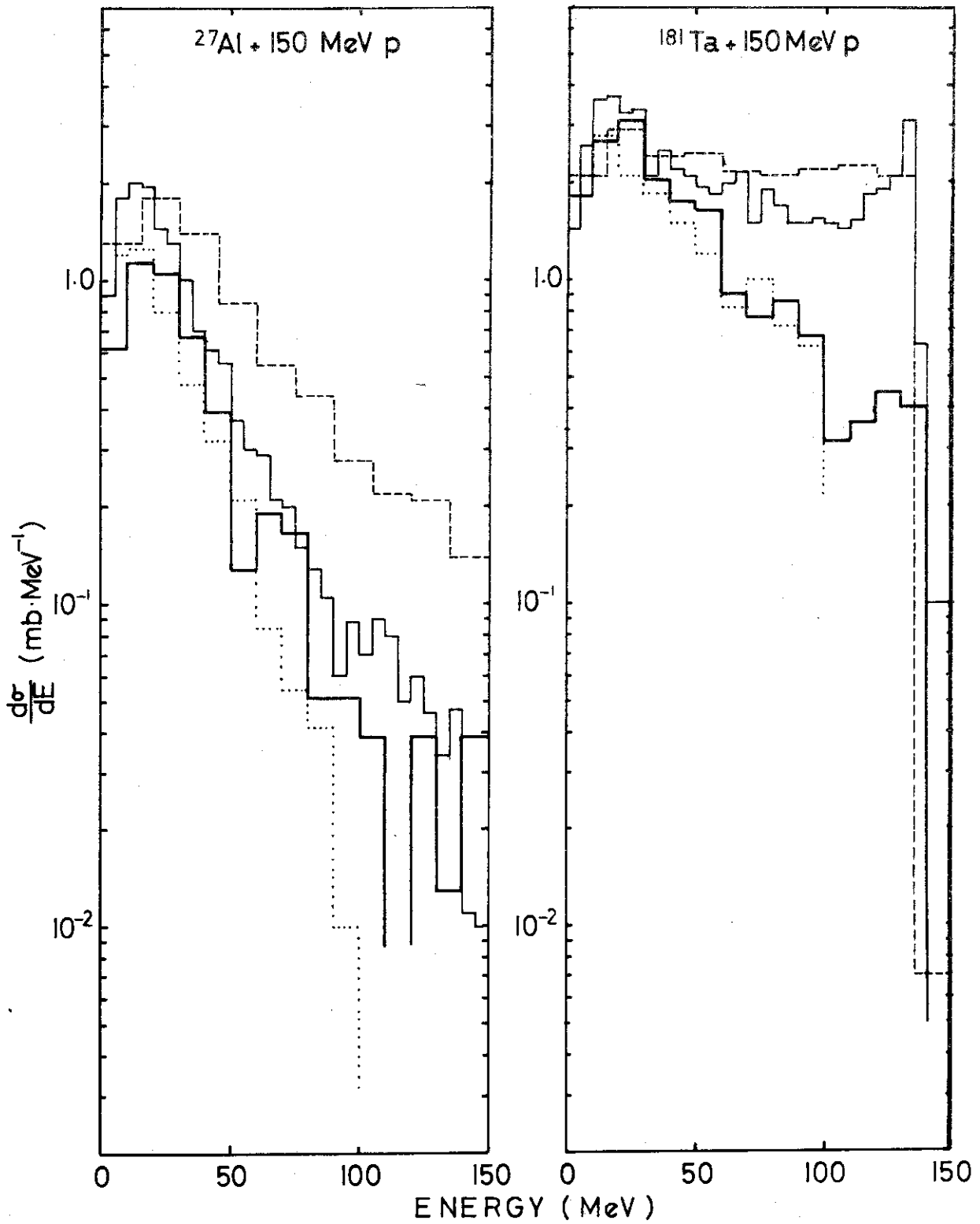


Fig. 15 Residual energy distributions after (p,P) cascade reactions.

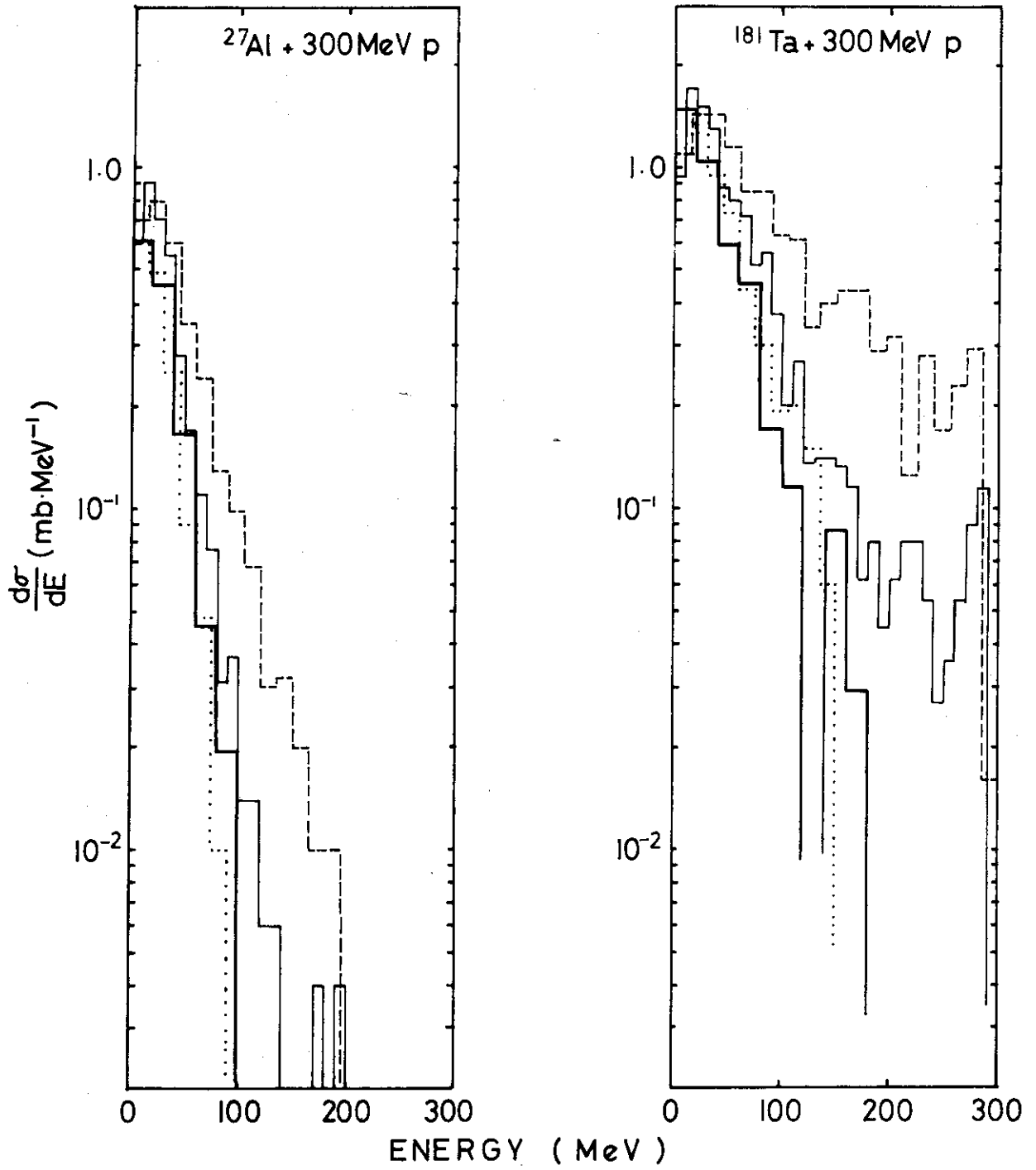


Fig. 16 Residual energy distributions after (p,P) cascade reactions.

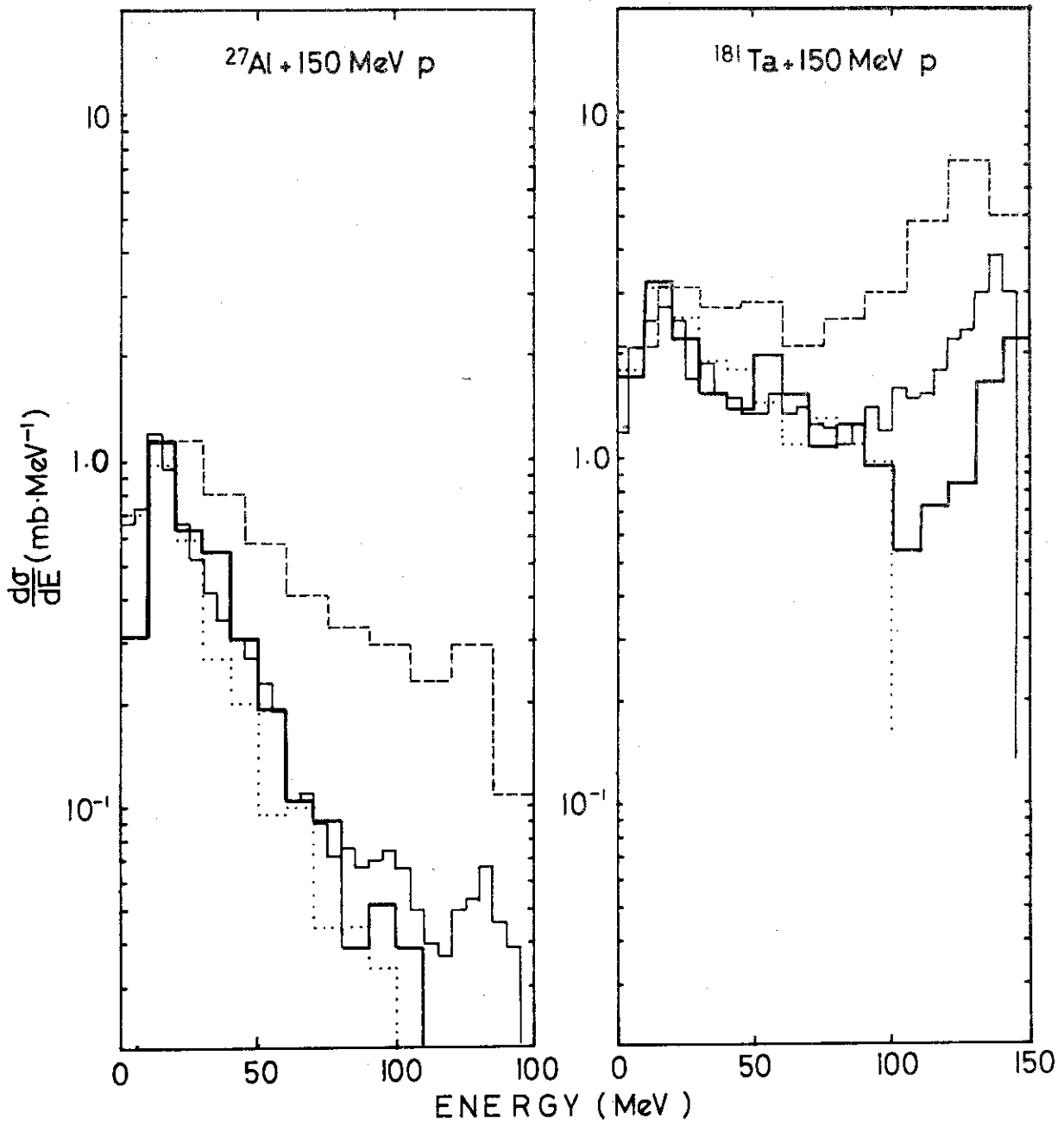


Fig. 17 Residual energy distributions after (p,N) cascade reactions.

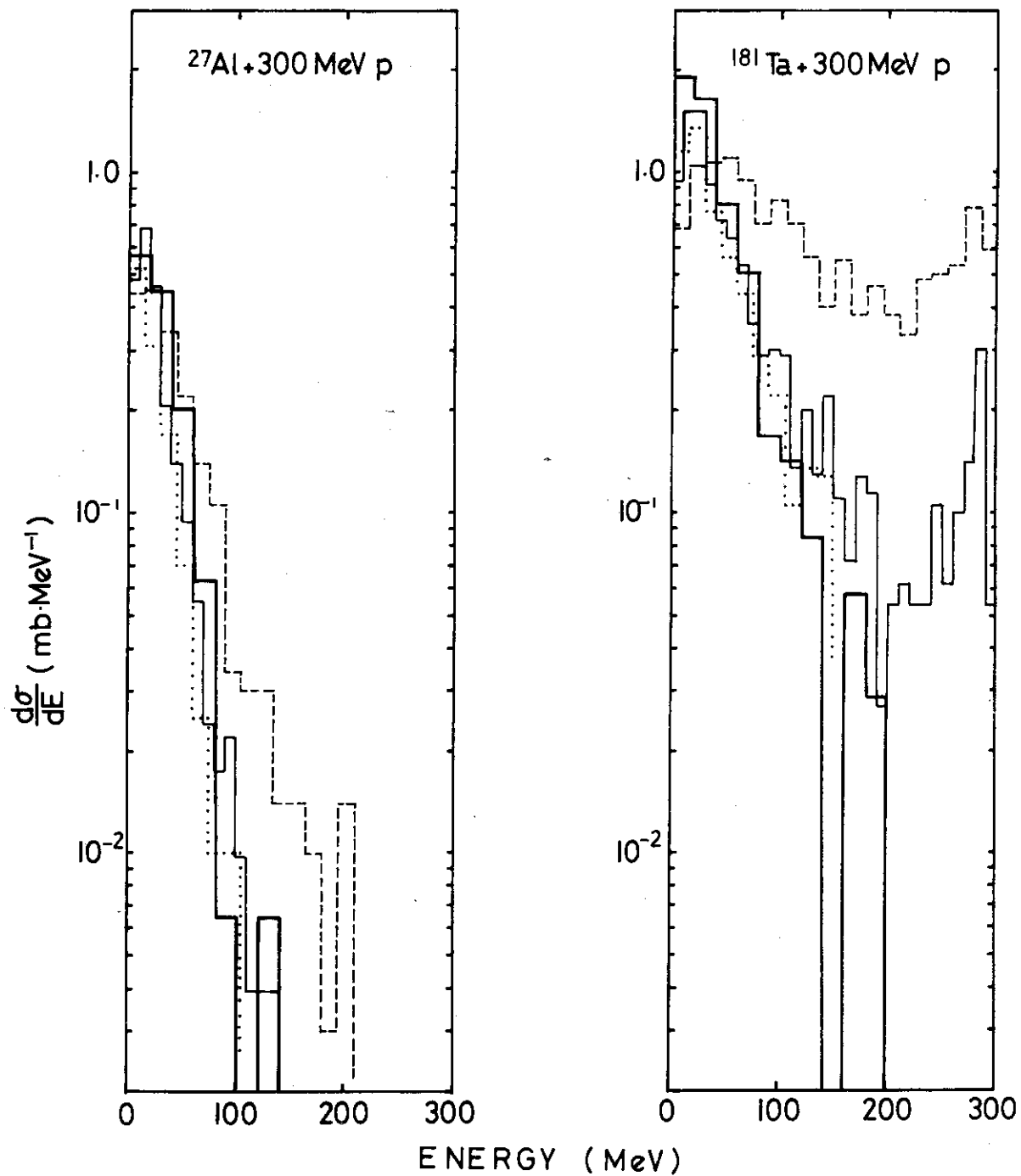


Fig. 18 Residual energy distributions after (p,N) cascade reactions.

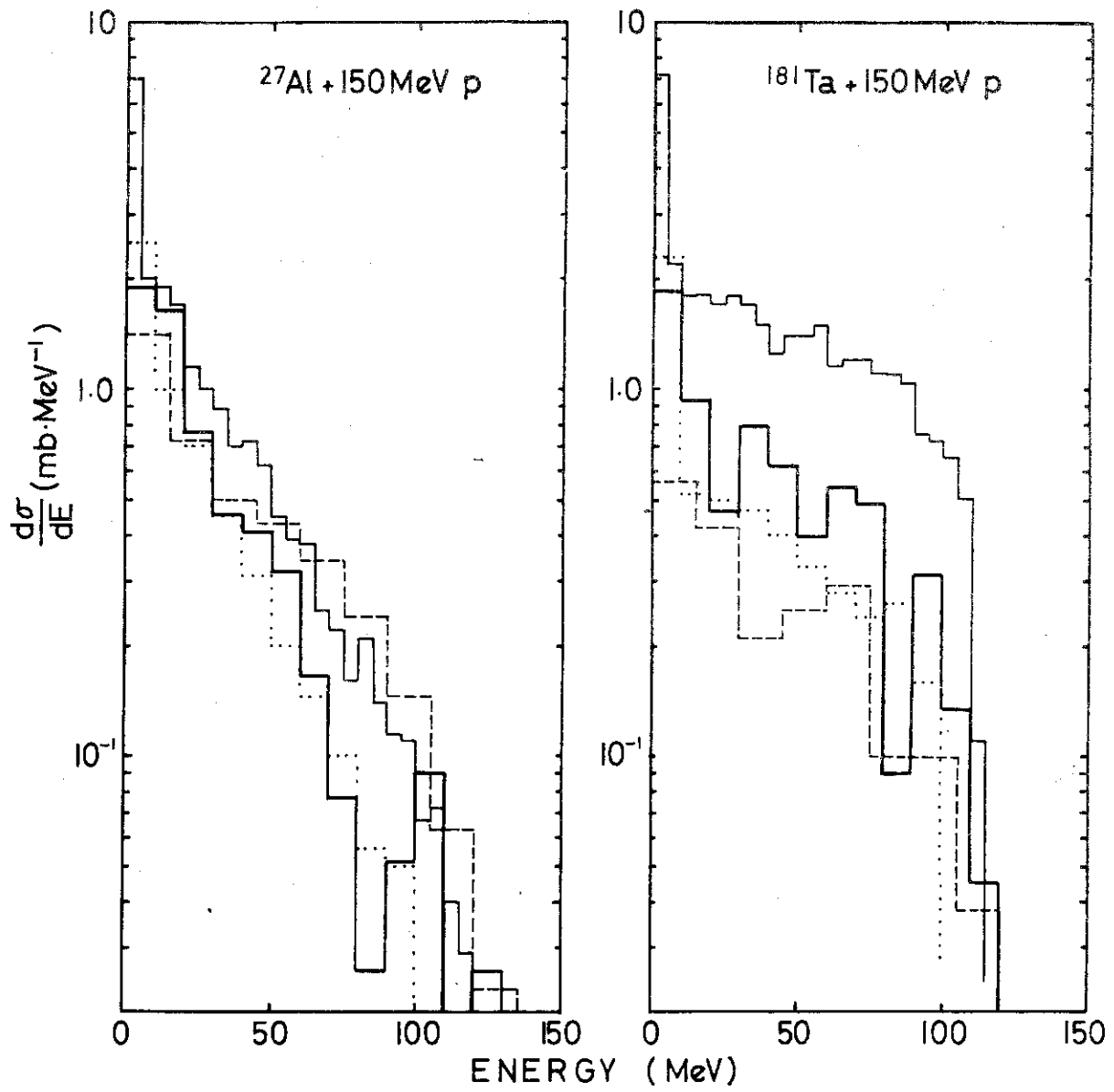


Fig. 19 Residual energy distributions after (p,2P) cascade reactions.

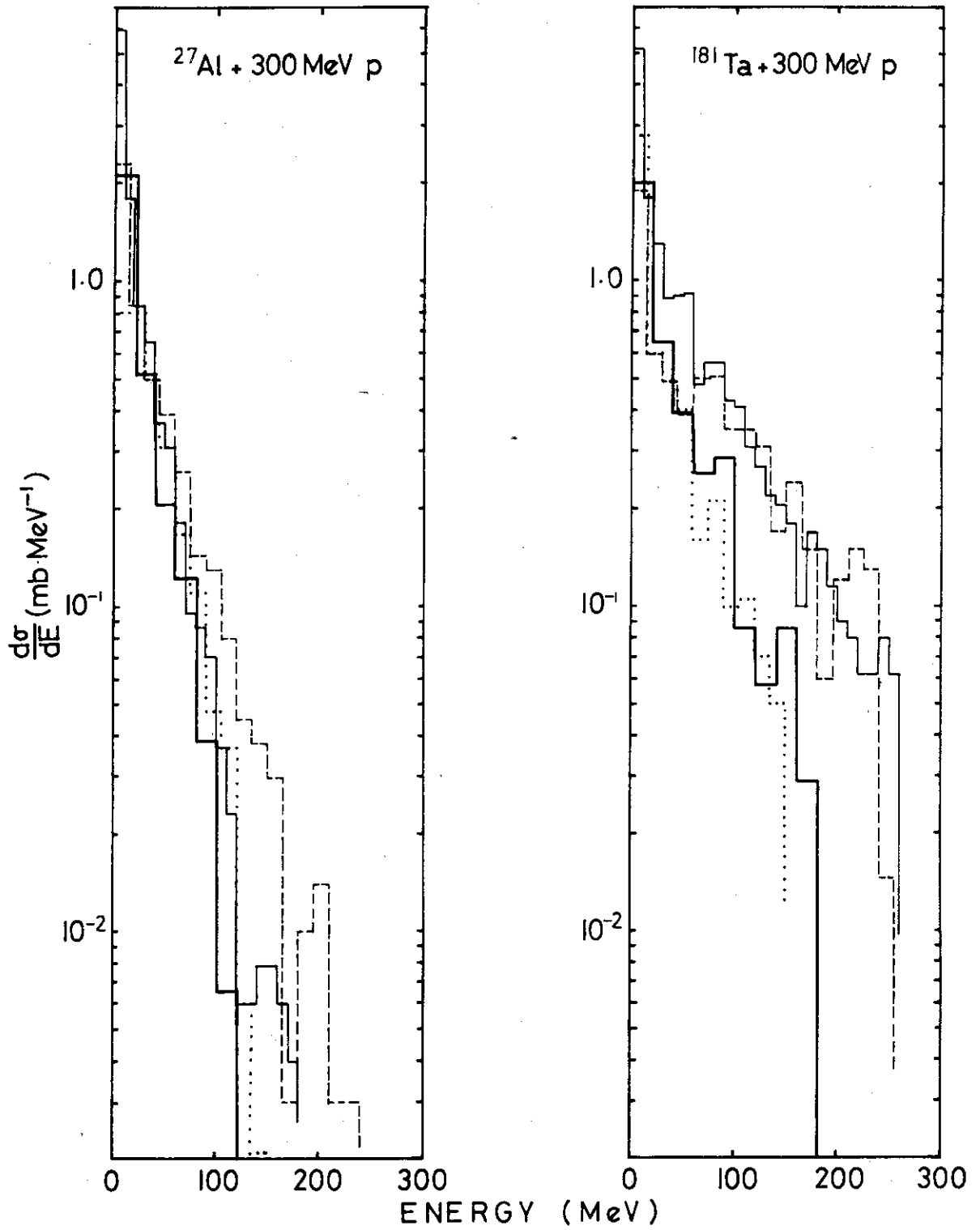


Fig. 20 Residual energy distributions after (p,2P) cascade reactions.



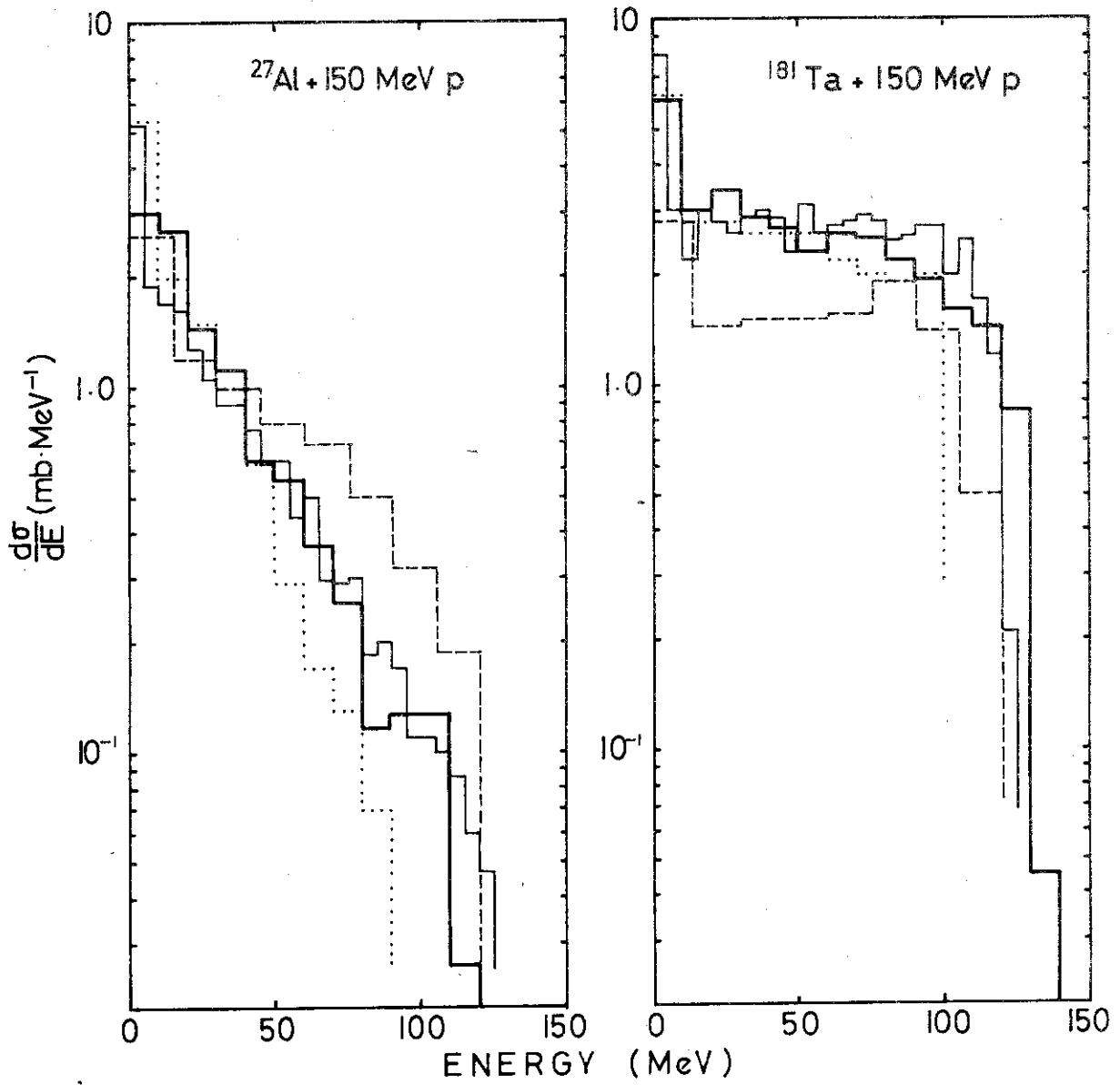


Fig. 21 Residual energy distributions after (p,PN) cascade reactions.

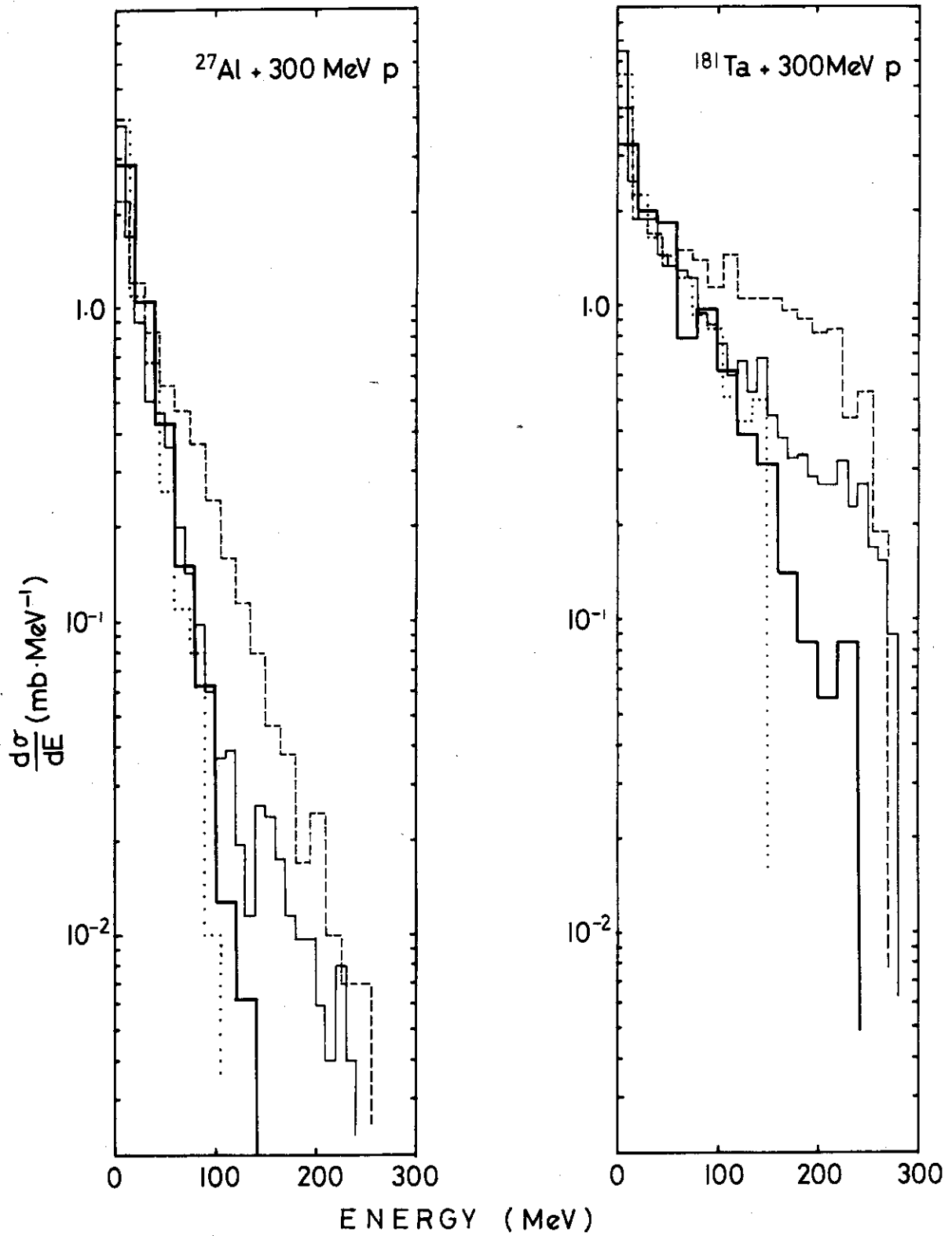


Fig. 22 Residual energy distributions after (p,PN) cascade reactions.

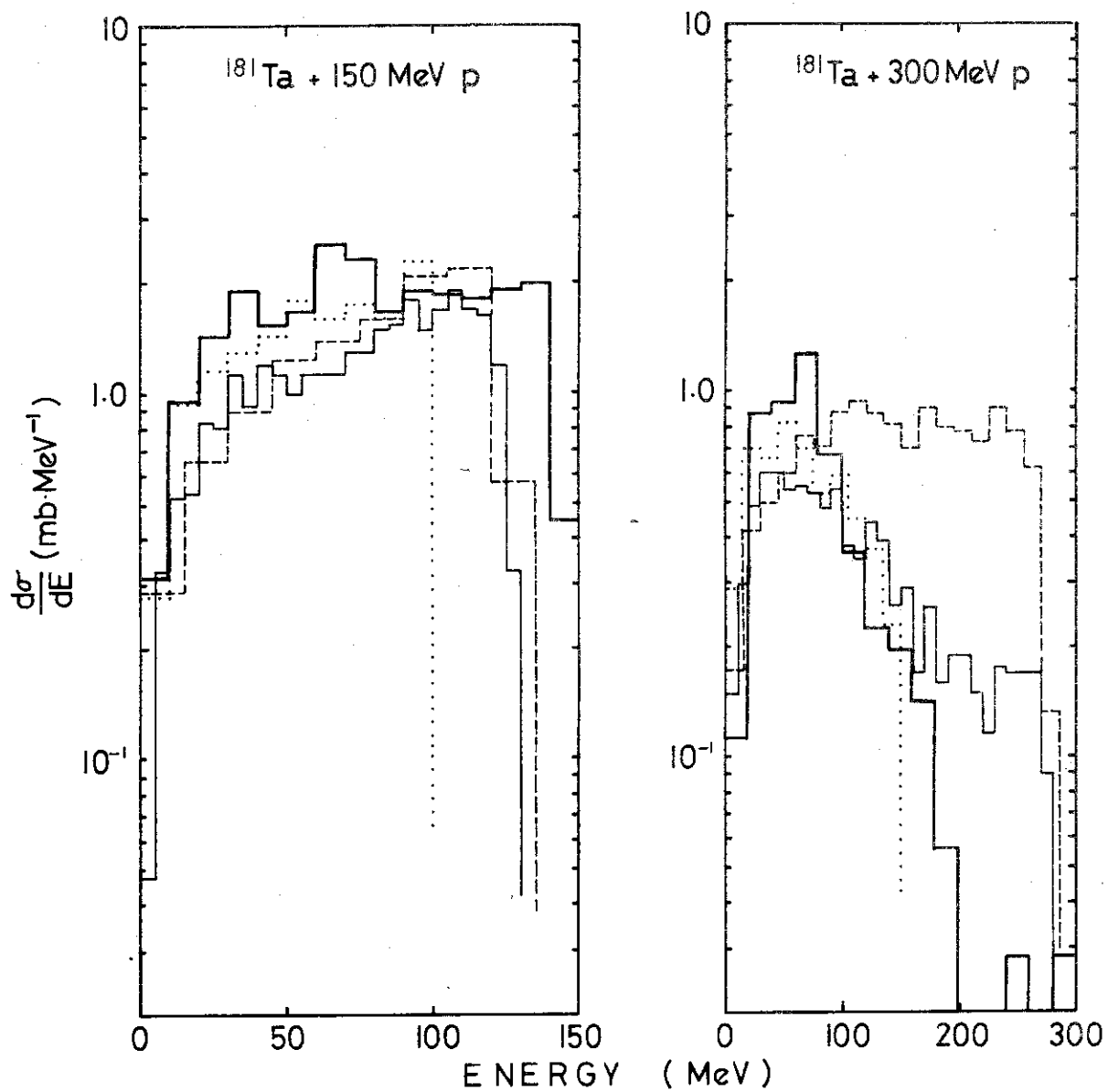


Fig. 23 Residual energy distributions after (p,2N) cascade reactions.

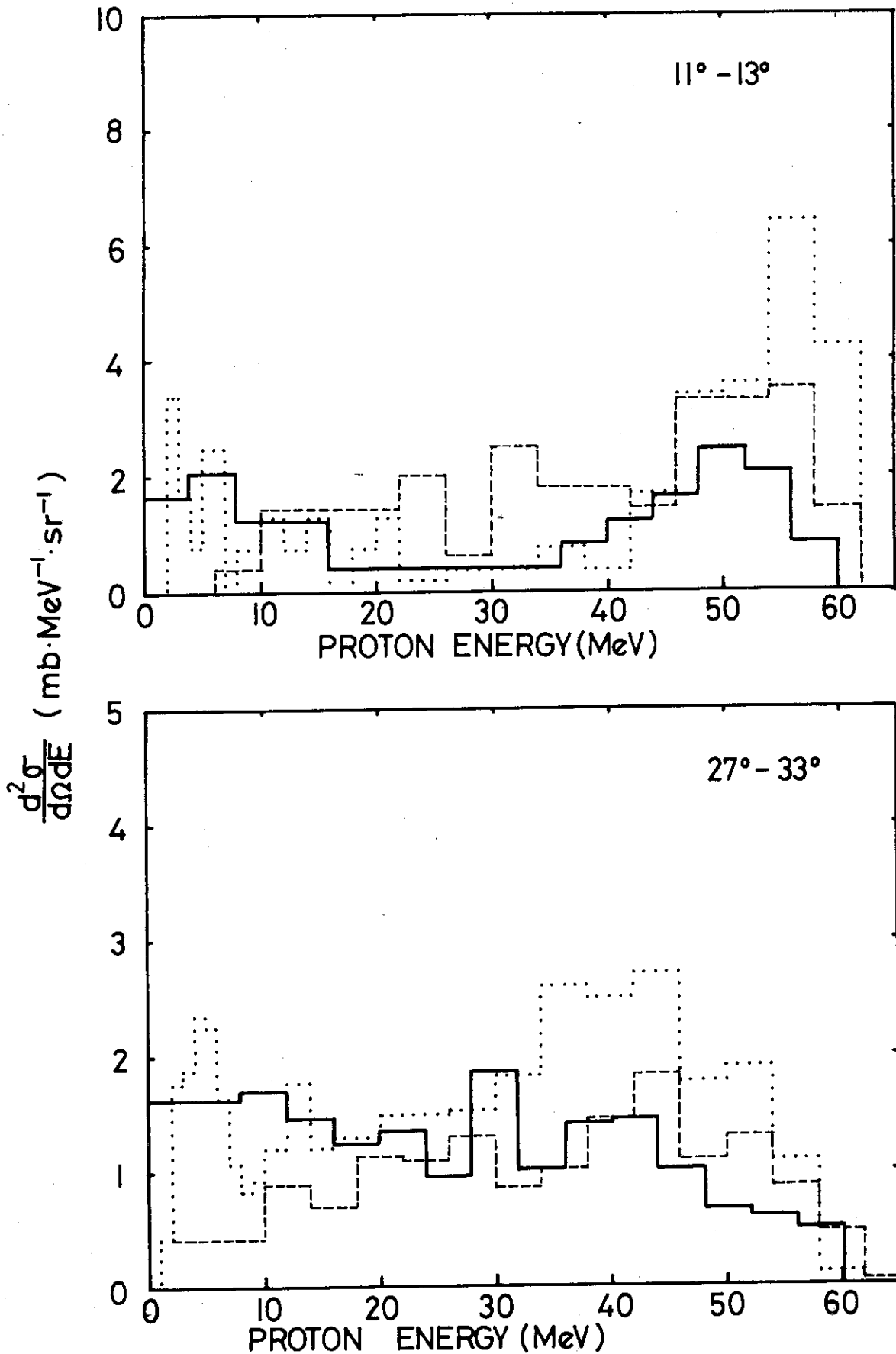


Fig. 24 Energy distributions of emitted protons at  $12^\circ \pm 1^\circ$  and  $30^\circ \pm 3^\circ$  in  $^{12}\text{C} + 62 \text{ MeV p}$ . The dashed, dotted and thick solid histograms represent the models of BNL, ORNL and this work. The same notation is used in figs. 24 through 41.

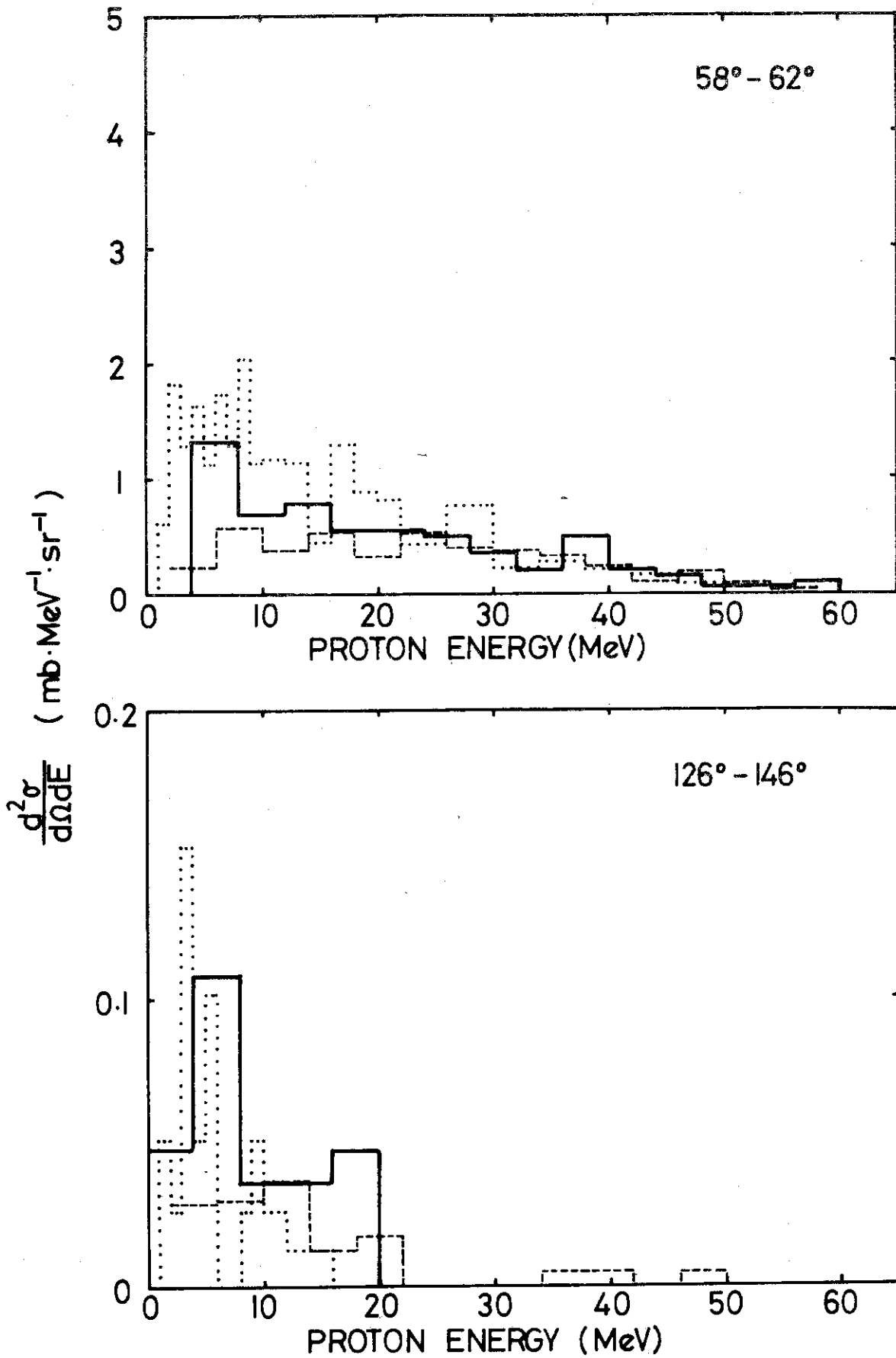


Fig. 25 Energy distributions of emitted protons at  $60^\circ \pm 2^\circ$  and  $136^\circ \pm 10^\circ$  in  $^{12}\text{C} + 62 \text{ MeV p}$ .

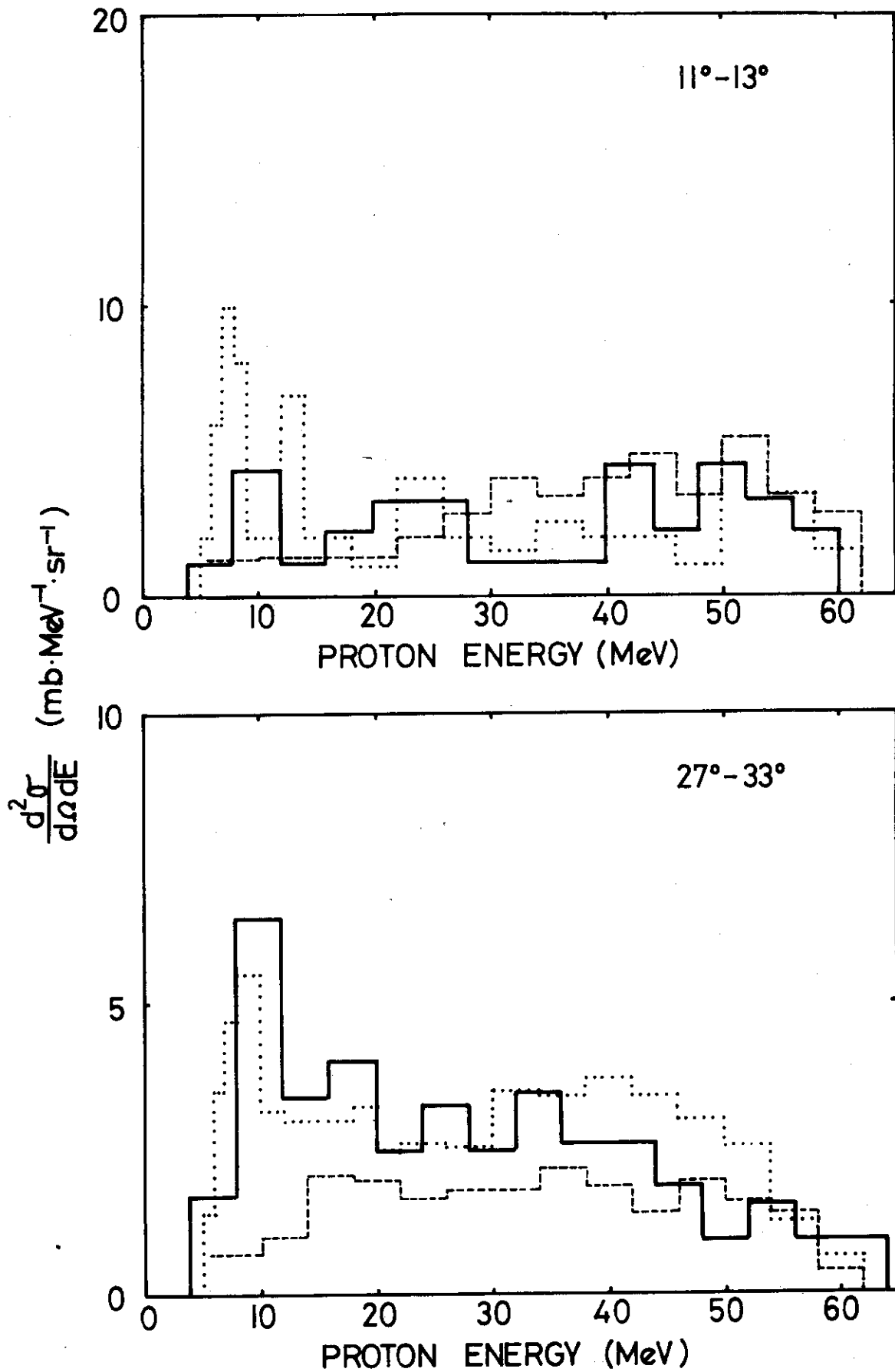


Fig. 26 Energy distributions of emitted protons at  $12^\circ \pm 1^\circ$  and  $30^\circ \pm 3^\circ$  in  $^{54}\text{Fe} + 62 \text{ MeV p}$ .

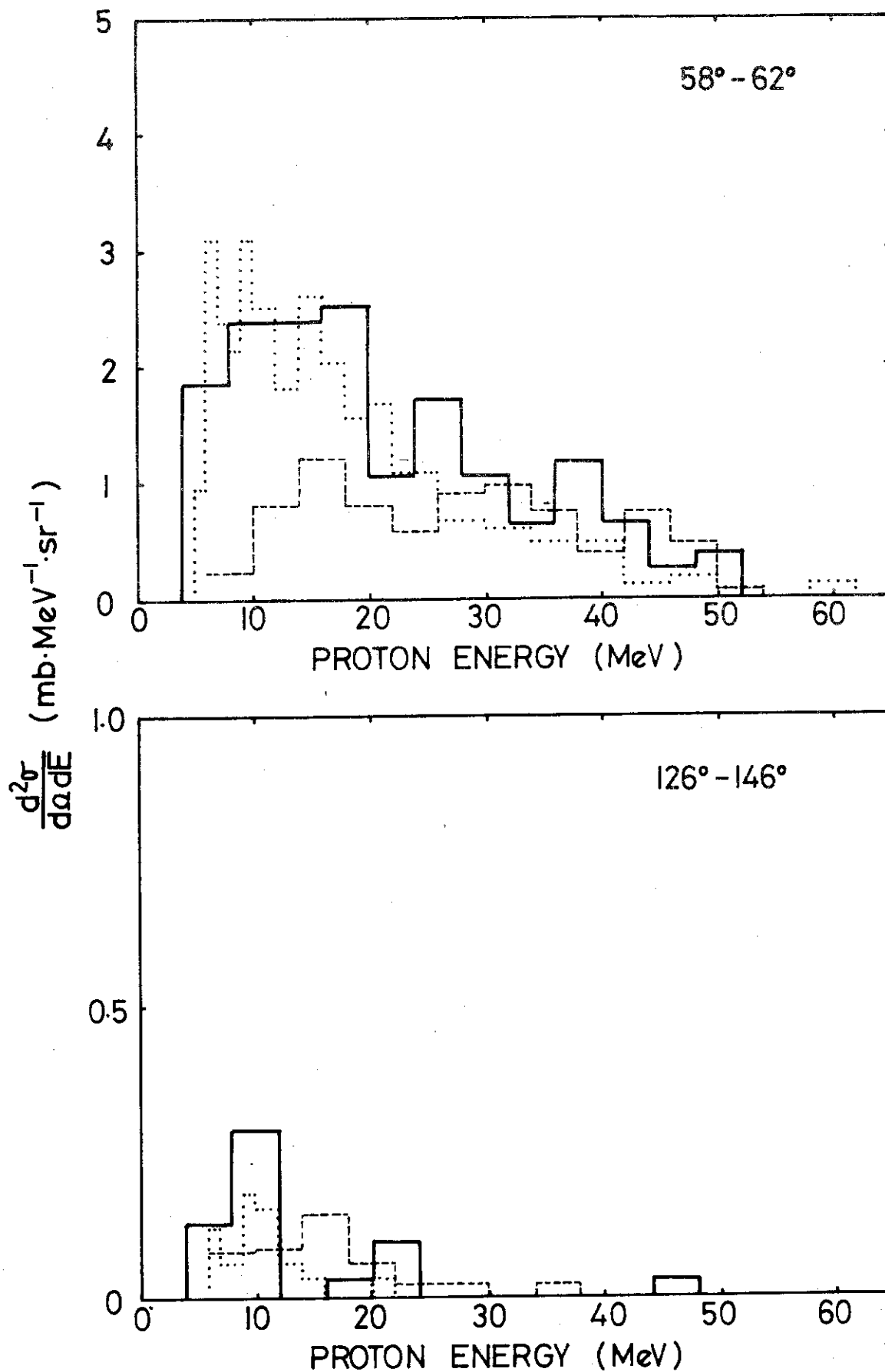


Fig. 27 Energy distributions of emitted protons at  $60^\circ \pm 2^\circ$  and  $136^\circ \pm 10^\circ$  in  $^{54}\text{Fe} + 62 \text{ MeV p}$ .

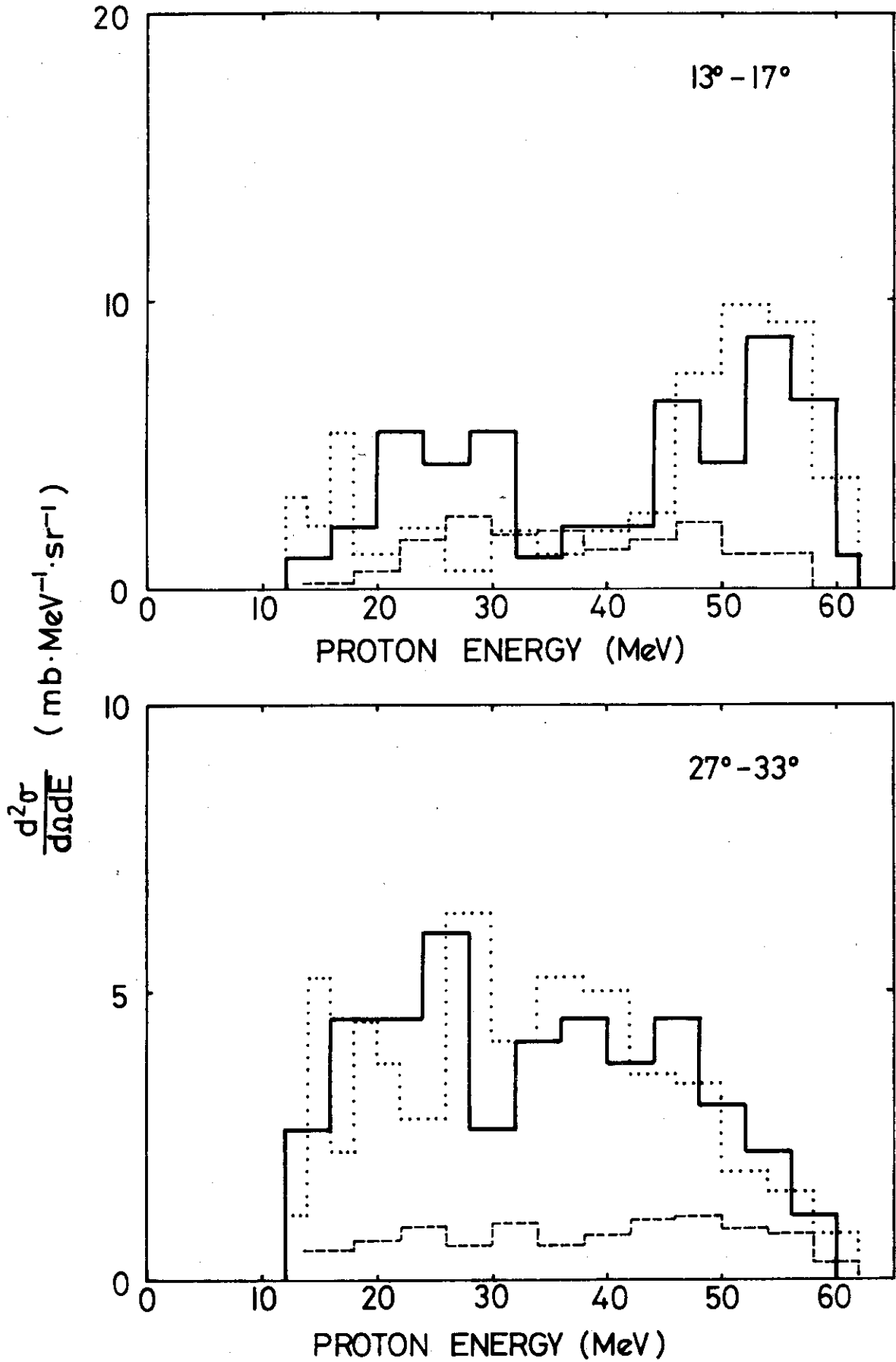


Fig. 28 Energy distributions of emitted protons at  $15^\circ \pm 2^\circ$  and  $30^\circ \pm 3^\circ$  in  $^{209}\text{Bi} + 62 \text{ MeV p}$ .



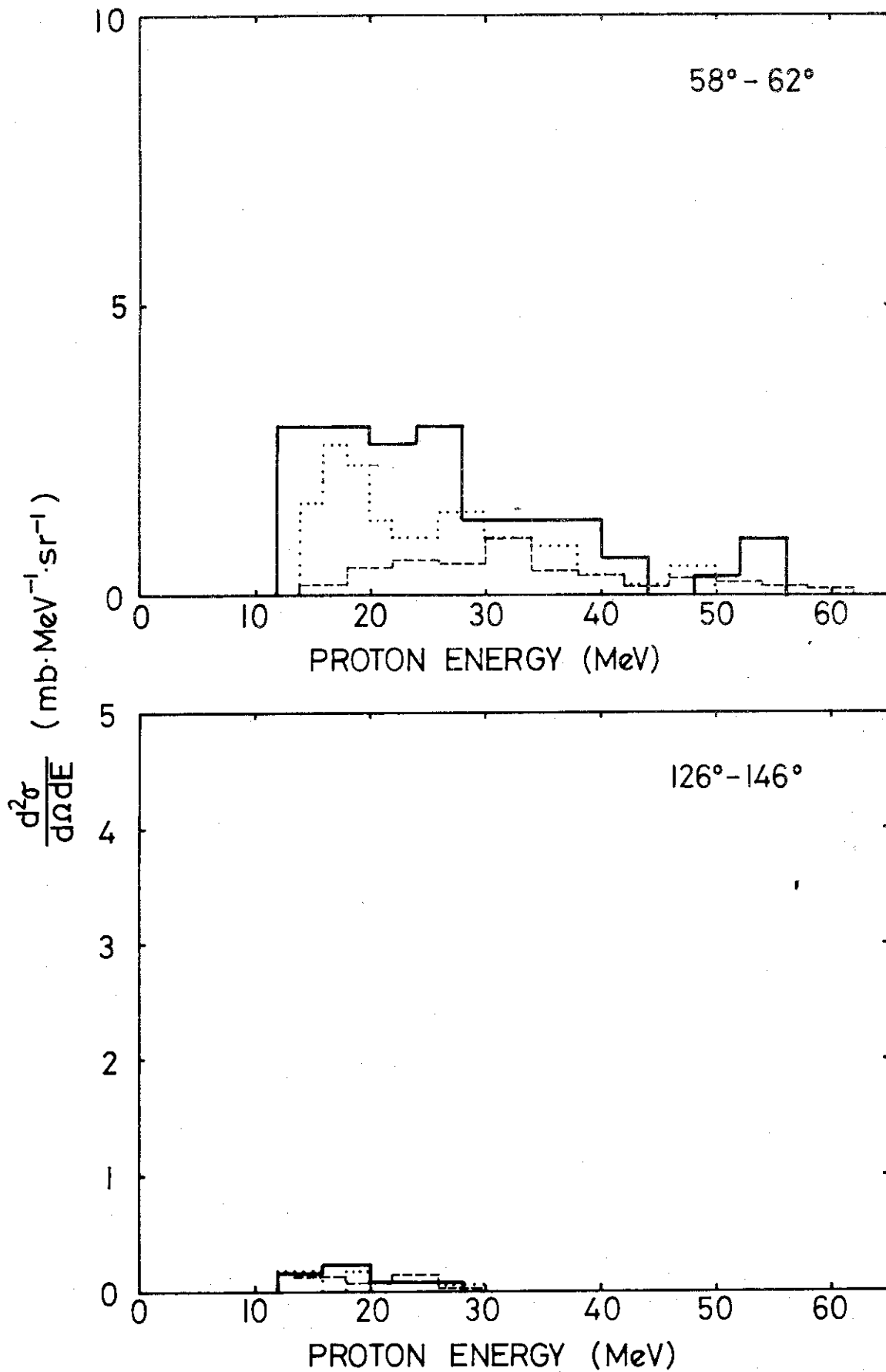


Fig. 29 Energy distributions of emitted protons at  $60^\circ \pm 2^\circ$  and  $136^\circ \pm 10^\circ$  in  $^{209}\text{Bi} + 62 \text{ MeV p}$ .

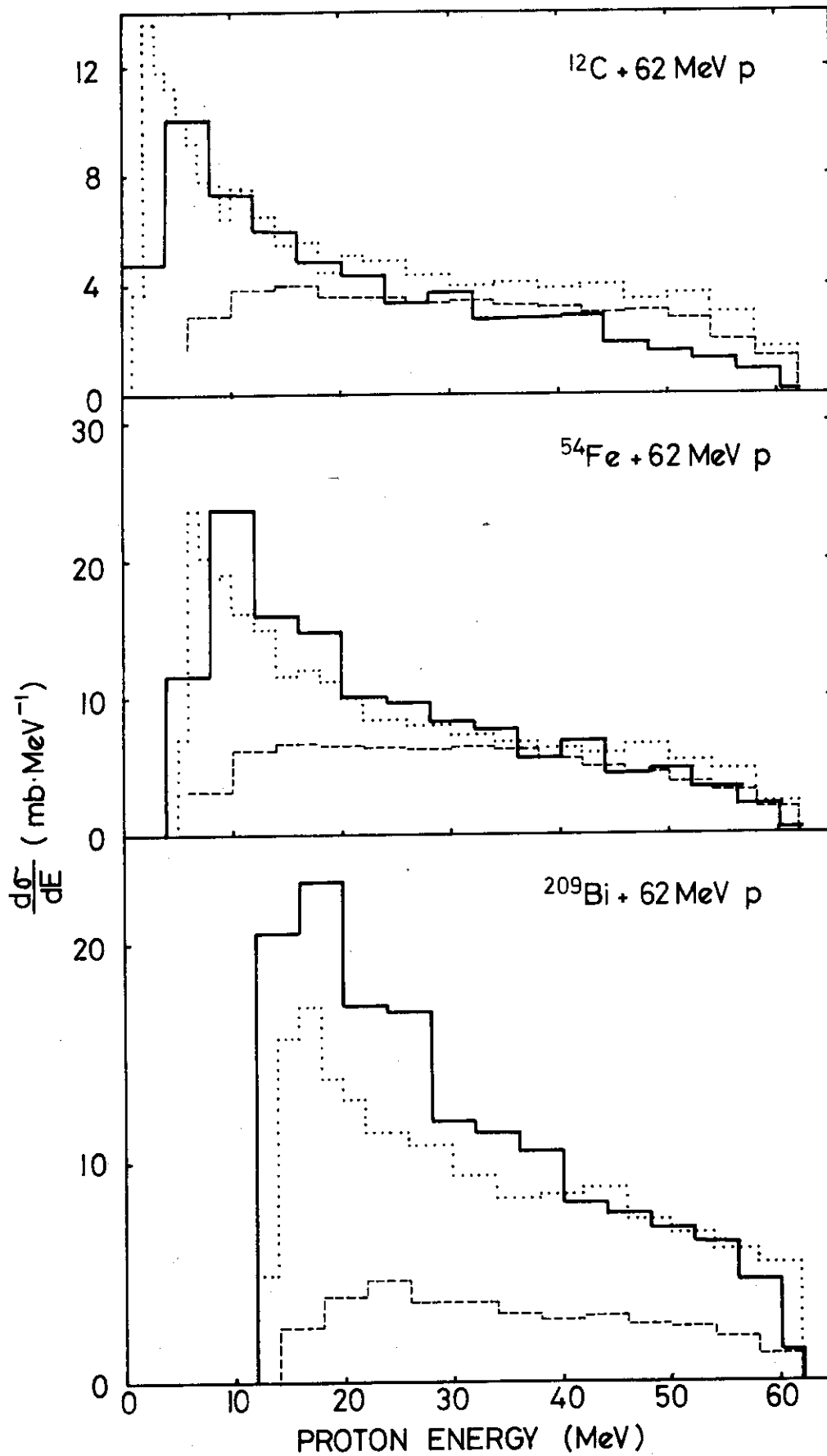


Fig. 30 Energy distributions of emitted protons integrated all angles.

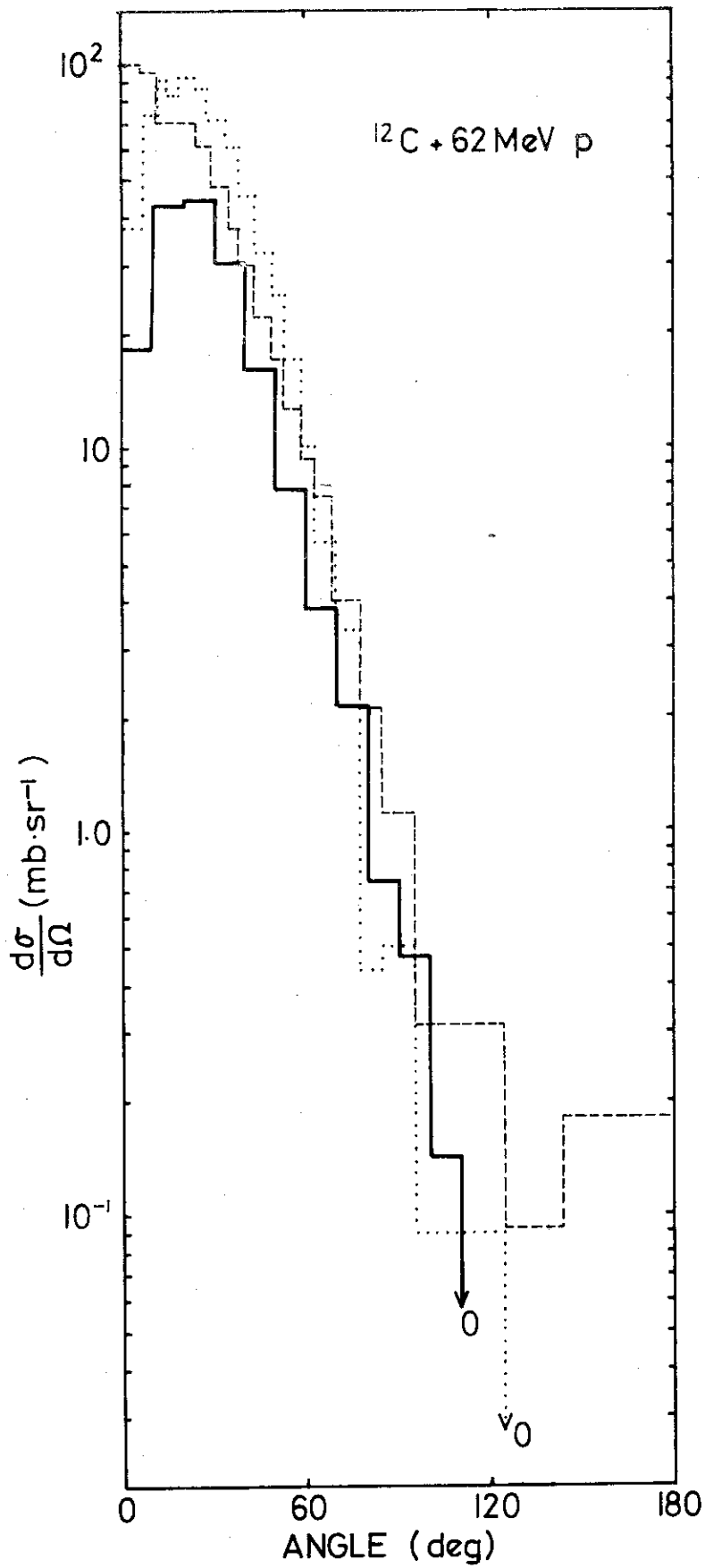


Fig. 31 Angular distribution of emitted protons with energies > 20 MeV.

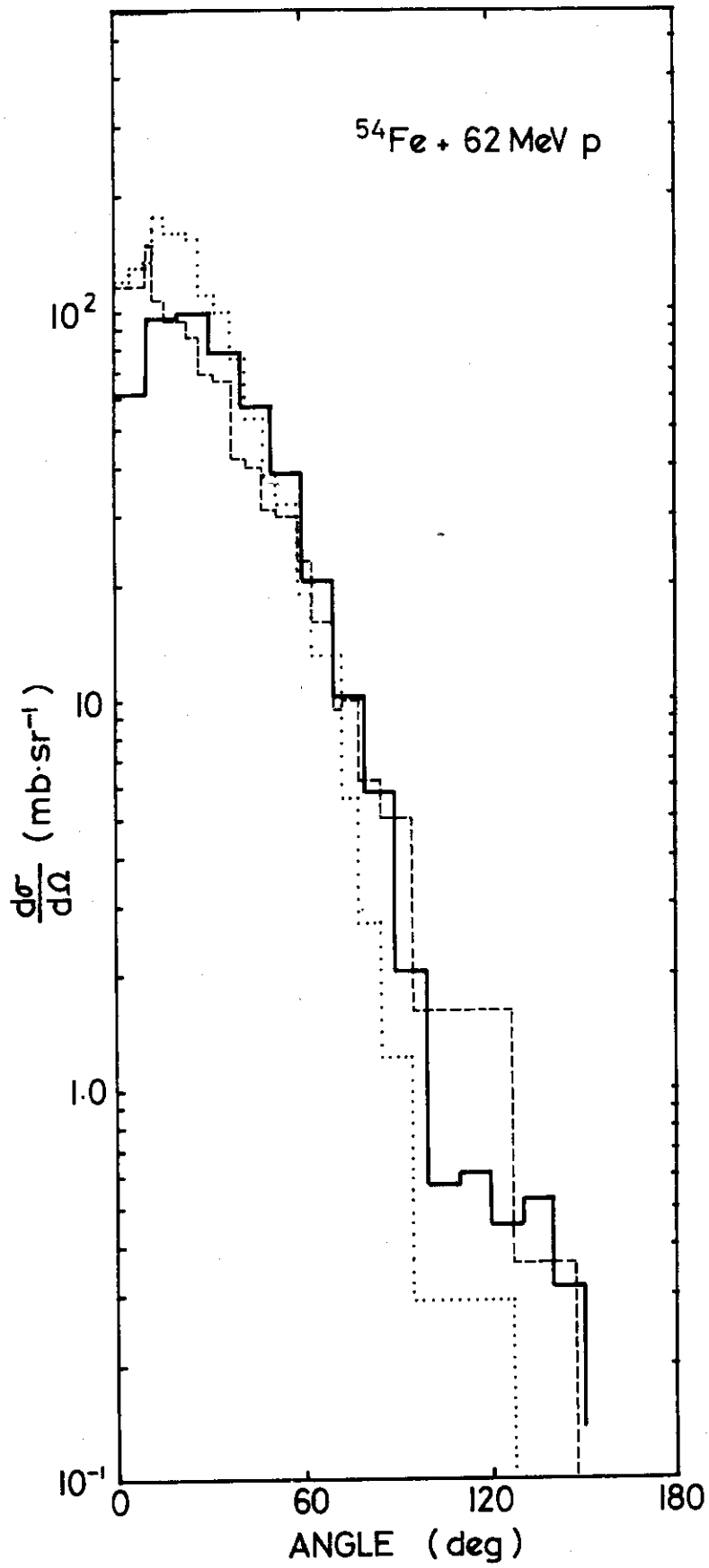


Fig. 32 Angular distribution of emitted protons with energies > 20 MeV.

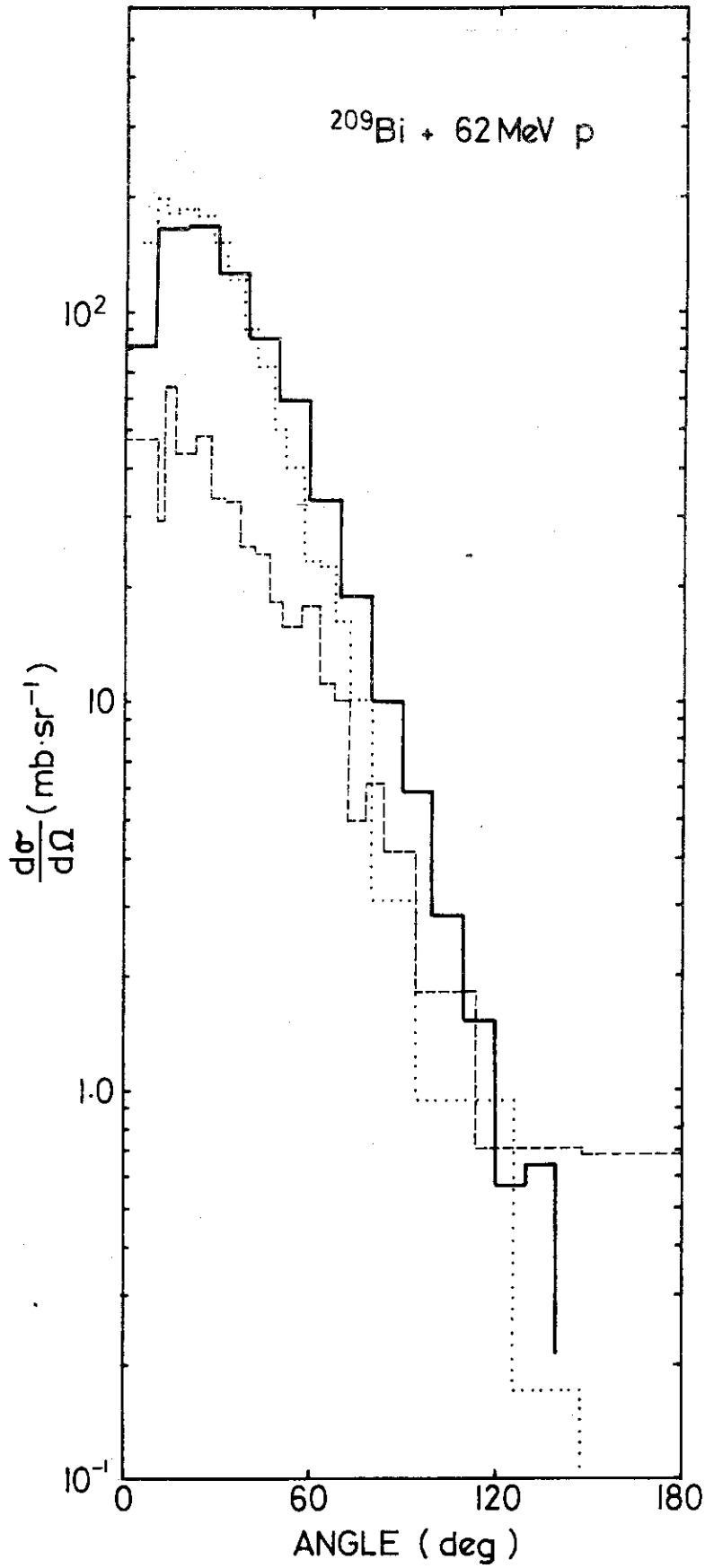


Fig. 33 Angular distribution of emitted protons with energies > 20 MeV.

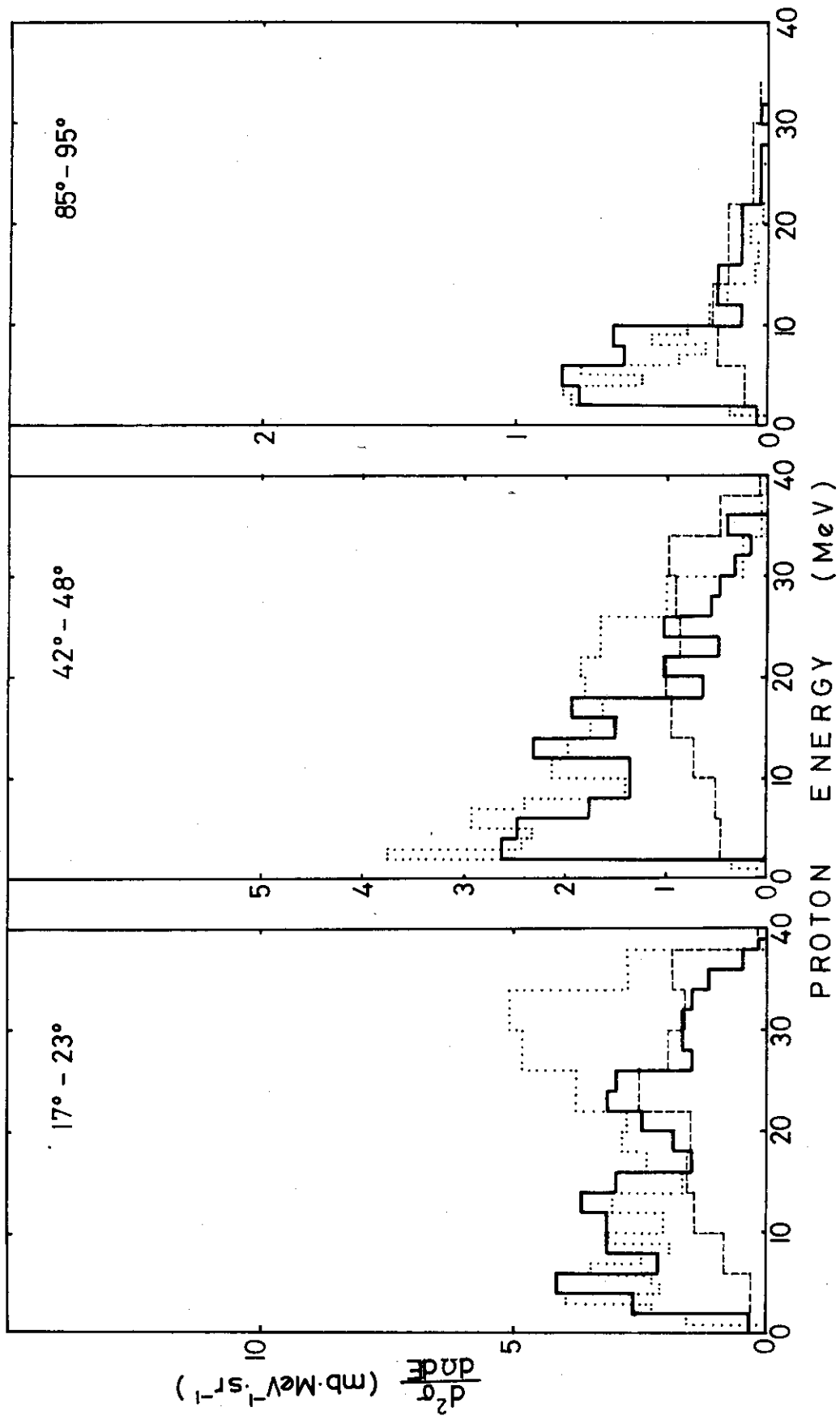


Fig. 34 Energy distributions of emitted protons at  $20^\circ \pm 3^\circ$ ,  $45^\circ \pm 3^\circ$  and  $90^\circ \pm 5^\circ$  in  $^{12}\text{C} + 39\text{MeV p}$ .

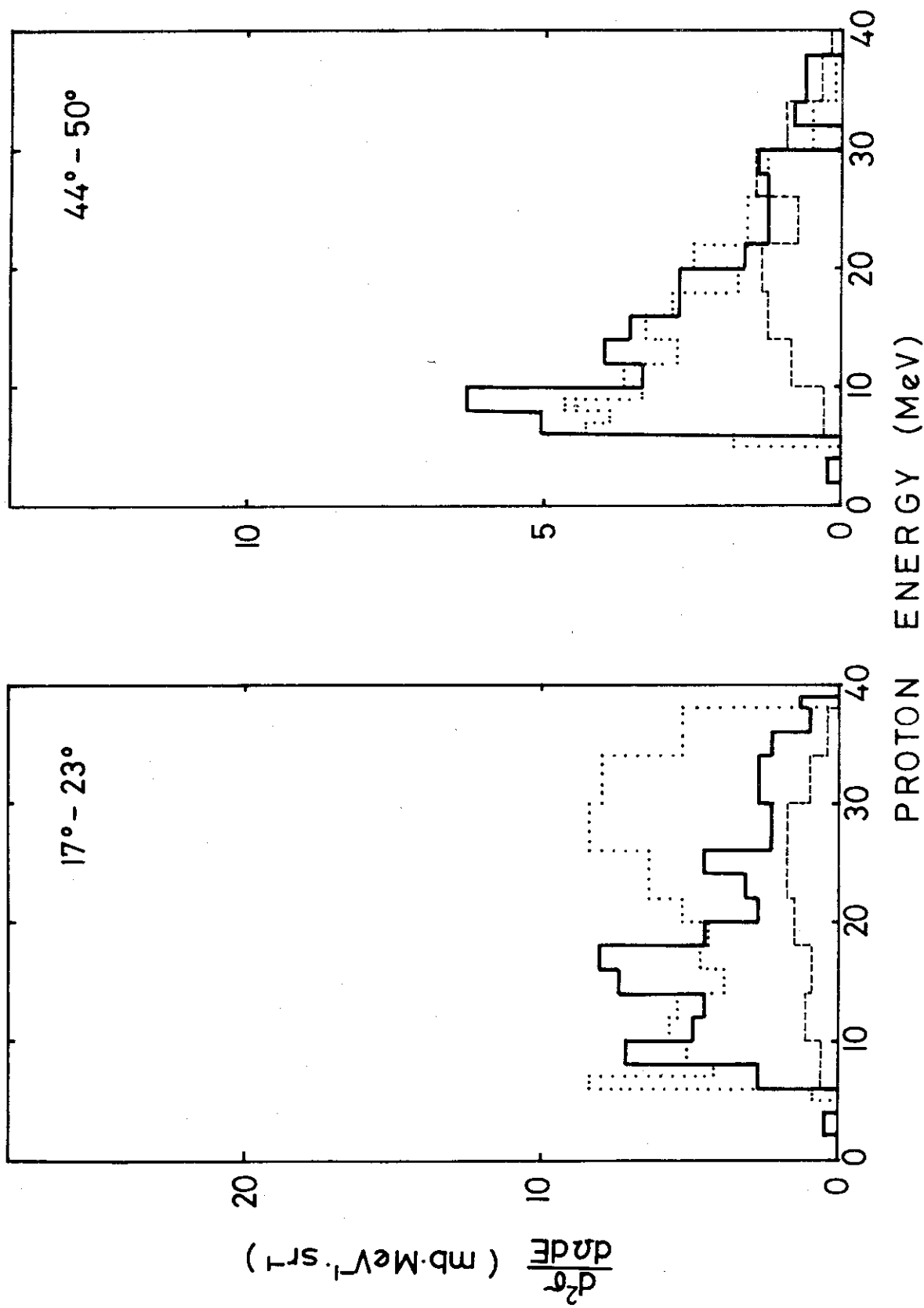


Fig. 35 Energy distributions of emitted protons at  $20^\circ \pm 3^\circ$  and  $47^\circ \pm 3^\circ$  in  $^{54}\text{Fe} + 39\text{MeV p}$ .

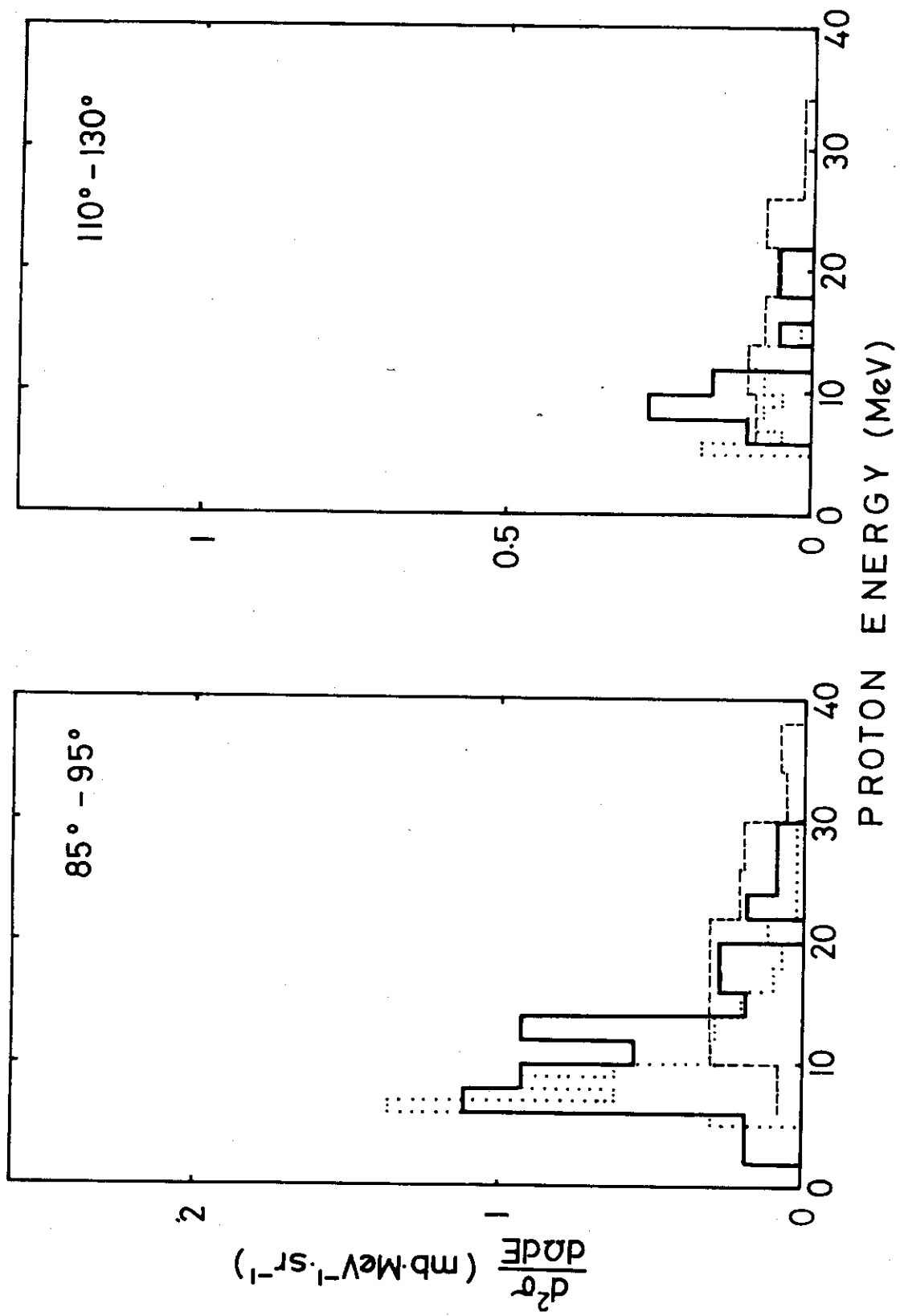


Fig. 36 Energy distributions of emitted protons at 90° + 5° and 120° + 10° in <sup>54</sup>Fe + 39MeV p.



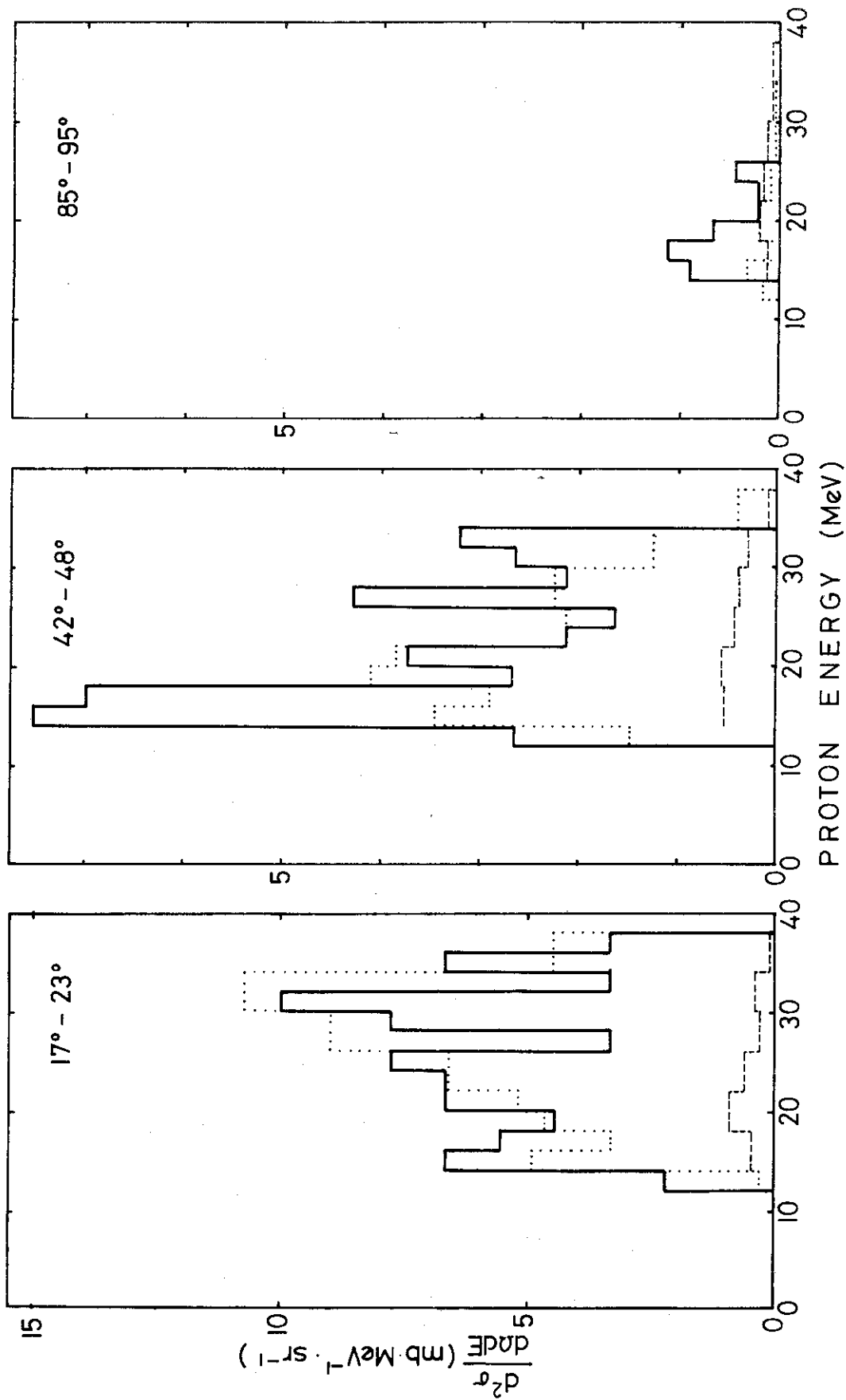


Fig. 37 Energy distributions of emitted protons at  $20^\circ \pm 3^\circ$ ,  $45^\circ \pm 3^\circ$  and  $90^\circ \pm 5^\circ$  in  $^{209}\text{Bi} + 39\text{MeV p}$ .

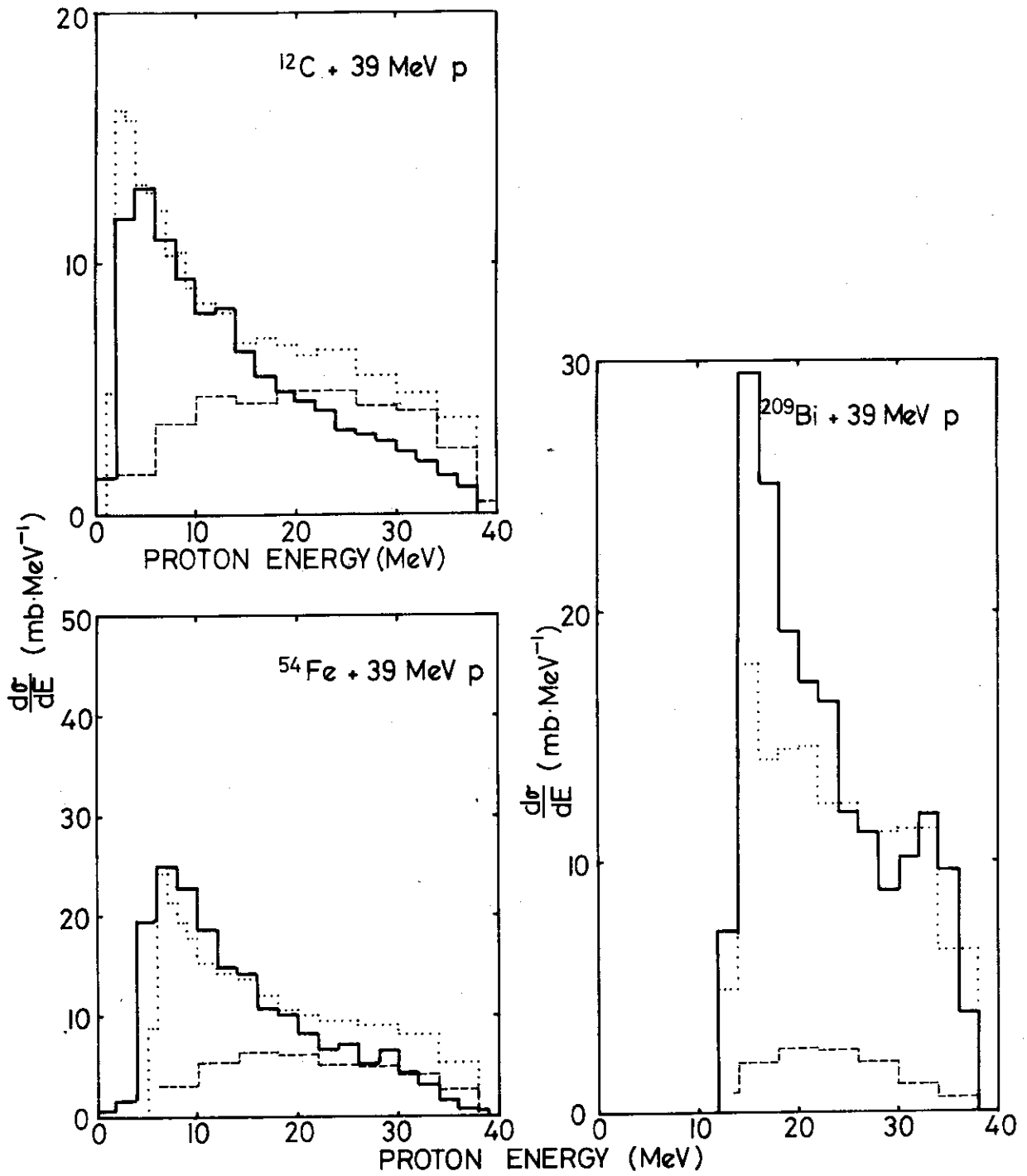


Fig. 38 Energy distributions of emitted protons integrated all angles.

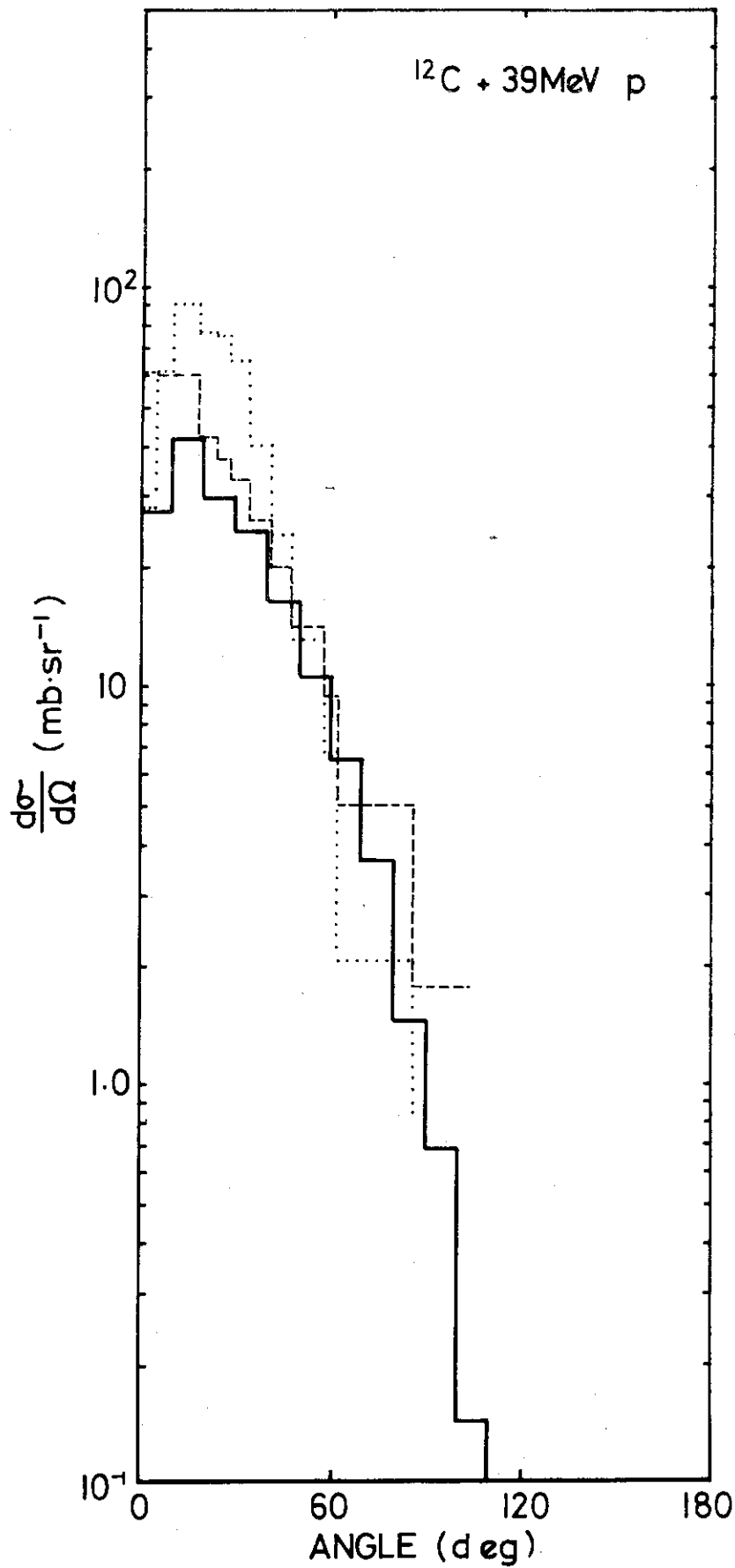


Fig. 39 Angular distribution of emitted protons with energies &gt; 15 MeV.

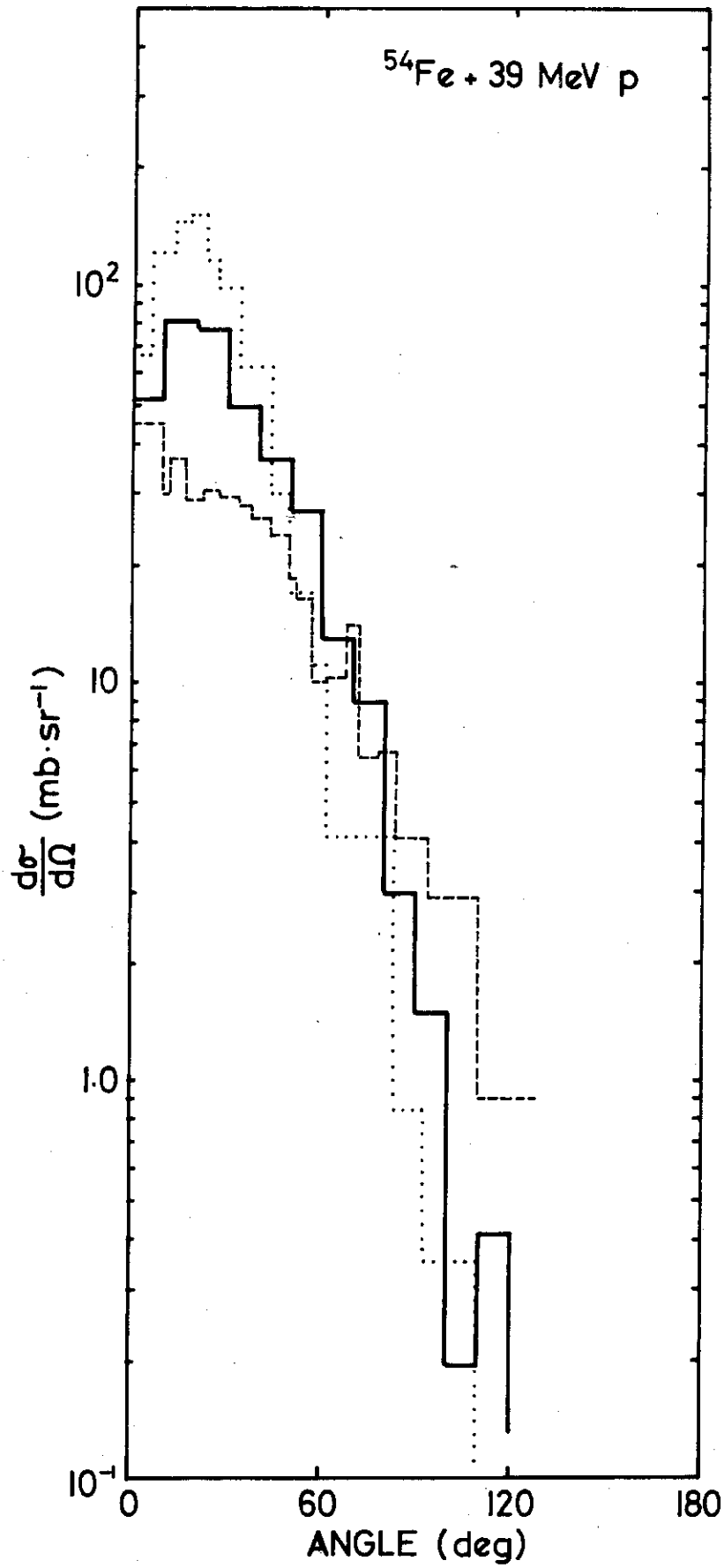


Fig. 40 Angular distribution of emitted protons with energies  $> 15\text{MeV}$ .

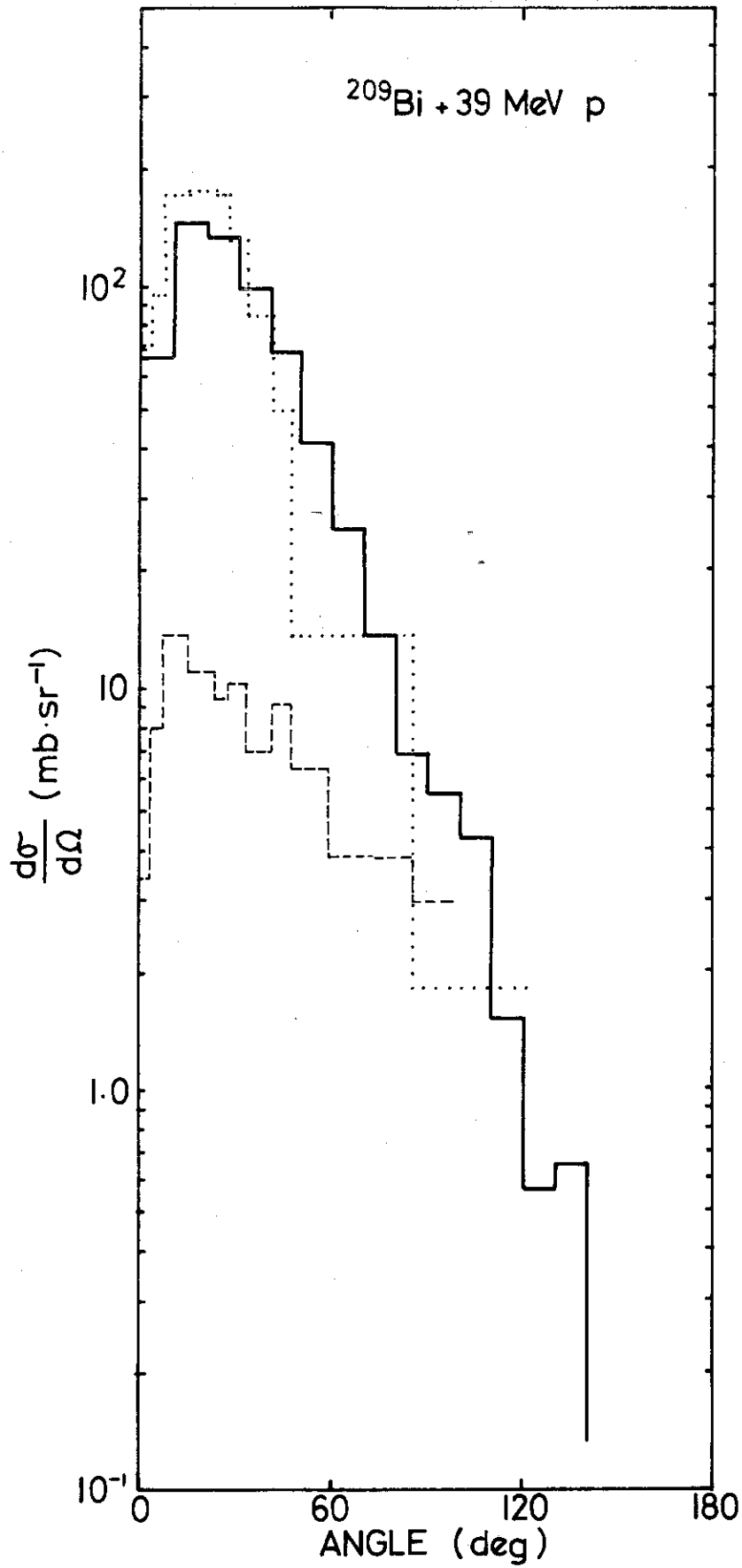


Fig. 41 Angular distribution of emitted protons with energies  $>15$  MeV.

## References

1. D.Jackson Can.J.Phys.,34 (1956) 767; V.V.Vervinski Phys. Rev.,177 (1969) 1671.
2. N.Metropolis,R.Bivins, M.Storm, G.Friedlander,A.Turkevich, J.M.Miller Phys.Rev.,110 (1958) 185.
3. K.Chen,Z.Fraenkel,G.Friedlander,J.R.Grover,J.M.Miller, Y.Shimamoto Phys.Rev.,166 (1968) 949.
4. H.W.Bertini Phys.Rev.,188 (1969) 1711.
5. V.S.Barashenkov,,H.W.Bertini,K.Chen,G.Friedlander,G.D.Harp, A.S.Iljinov,J.M.Miller,V.D.Toneev Nucl.Phys.,A187 (1972) 531.
6. H.W.Bertini,G.D.Harp,F.E.Bertrand Phys.Rev.,C10 (1974) 2472.
7. R.Hofstadter Ann.Rev.Nucl.Sci.,7 (1967) 295.
8. 脇本和昌 "乱数の知識" 森北出版社 (1970).
9. J.M.Meadows Phys.Rev.,98 (1955) 744.
10. E.D.Cashwell,C.J.Everett "A practical manual on the Monte Carlo method for random walk problems" Pergamon Press (1959).
11. V.S.Barashenkov,K.K.Gudima V.D.Toneev JINR preprint P2-4066 (1968); JINR preprint P2-4065 (1968).
12. J.H.E.Mattauch,W.Thiele,A.H.Wapstra Nucl.Phys.,67 (1965) 1.