

JAERI-M

6 3 1 3

GROSS-M及びGROSS-P:大局的理論に基く β 崩壊計算
コードとその崩壊熱計算への適用性評価

1975年11月

吉田 正*

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

GROSS-M 及び GROSS-P,
大局的理論に基く β 崩壊計算コードと
その崩壊熱計算への適用性評価

日本原子力研究所シグマ研究委員会

吉田 正^{*)}

(1975年10月30日受理)

原子炉の安全性評価上欠くことの出来ない崩壊熱計算の際に、アクチニドやFP核種の β 崩壊に関する信頼度の高いデータの不足は、大きな計算誤差の原因となる。ここでは、データの不充分さを理論的な手段で補おうという目的から、山田、高橋らによって提唱された β 崩壊の大局部的理論に基いて高橋により作成されたコードを原型として、崩壊熱計算の入力データとして必要な崩壊の半減期 τ_{yz} 、放出エネルギー $\langle E_\beta \rangle$ 、 $\langle E_\gamma \rangle$ を計算するコードを作成した。本報告の前半は、このコードの利用者の為のマニュアルである。

また、短寿命のFP核種約100核種に対するサーベイ計算を基に、崩壊熱計算への大局部的理論の適用性評価を行なった。この計算、評価を通じ、大局部的理論を用いた基礎データ作成上の指針が得られた。

*) 日本原子力事業(株)、NAIG総合研究所、川崎市浮島町4の1

GROSS-M and GROSS-P, Codes for Prediction of
Beta-Decay Properties and the Evaluation of
their Applicability to Decay Heat Calculations

Tadashi Yoshida*

Japanese Nuclear Data Comm., JAERI, Tokai

(Received October 30, 1975)

Shortage of the reliable data on β -decay of the actinide and FP nuclides causes uncertainty in the after-heat calculation, which is essential for safety analysis of nuclear reactors. Especially for strongly neutron-rich FP nuclides, difficulty in the experimental techniques limits the available data. Although recent advance in the "on-line" technique has remarkably remedied the limitation of half-life measurements, the data on released energies are still quite insufficient. On the other hand, complexity of the orthodox nuclear theory inhibits the data production by calculation.

The gross theory of β -decay developed by Takahashi and Yamada eliminates this difficulty to some extent. The codes GROSS-M and -P capable of calculating $\tau_{1/2}$, $\langle E_\beta \rangle$ and $\langle E_\gamma \rangle$ in β -decay are revisions of the codes for half-life prediction developed by Takahashi. The first part of the present report is a users' manual on the codes.

Evaluation of the applicability of the gross theory to decay-heat calculation is also presented, which is based on survey calculation of some 100 short-lived nuclides in the FP region. The guidelines are obtained for production of decay data with the aid of the gross theory, and the reliability is confirmed.

*) NAIG Nuclear Research Laboratory, Nippon Atomic Industry Group Co. Ltd., 4-1 Ukishima-cho, Kawasaki-ku, Kawasaki

目 次 な し

1. はじめに

原子炉の運転停止後の除熱、あるいは燃料の貯蔵、輸送の際に問題となる、FP やアクチニド核の崩壊熱の精度の良い予測は、最近、軽水炉のECCS の問題等とも関連して、益々必要性が高くなりつつある。¹⁾しかし、この種の計算の基礎データとなる、 β 崩壊の崩壊定数や、崩壊に伴って放出される β 線、 γ 線のエネルギー等に関する測定データは充分でなく、特に β 安定曲線から遠いFP 核種については、測定データは著しく限られてしまう。一方、 β 崩壊のQ値については、系統性や質量公式から、ある程度理論的予測が可能であるが、崩壊確率となると、性質の良く判った核に対しても理論計算は難かしく、それも特定の終状態への遷移にしか適用出来ない。FP 核種のような多数の、それも多くはスピン・パリティさえ知られていない核に対して、通常の理論計算から、崩壊定数を求めることは不可能である。¹⁾しかし幸いなことに、 β 安定曲線から遠い、したがってQ値の大きな核のように、崩壊が数多くの終状態について起きる場合には、山田、高橋らによって提唱されている β 崩壊の大局的理論^{2~4)}(gross theory of β -decay) を適用し、崩壊の平均的性質を知ることが出来る。この理論を用いると、個々の核の性質(たとえばレベルスキームなど)に立ち入ることなく、 β 崩壊を引き起こす演算子の一般的性質から、 β 強度函数や崩壊定数の計算が可能となる。現在までに、多くの核に対して、崩壊定数⁵⁾、強度函数⁴⁾、あるいは、遅発中性子の放出率とスペクトル⁶⁾等の観点から、実験との比較が行われ、可成りの成功が収められている。

本コードは、この β 崩壊の大局的理論に基いて、高橋、小山、近藤らによって作成された、崩壊定数計算コード⁷⁾に手を加え、崩壊熱計算の入力データとして必要な、崩壊に際して β 線、 γ 線、KX 線あるいは e^+ の対消滅の型で放出される、単位崩壊あたりの平均エネルギーを計算出来るようにしたものである。コードは β^- 崩壊、 β^+ 崩壊(軌道電子捕獲を含む)のそれぞれに対して、2つの独立したコードになっており、各々をGROSS-M、GROSS-Pと呼ぶ。

以下、第2章では、理論の大まかな紹介、第3章は上記の各エネルギーの計算法、第4、第5章では、入出力形式とコード使用上の注意について述べる。第6章では計算とその検討、及び計算精度について言及する。性質の知られていない核について、Q値と核及び β 崩壊の一般的性質だけを用いて、崩壊に関連する物理量を計算しようとするのであるから、精度に限界があるのは当然であり、その限界を理解した上で、計算結果を利用されたい。

2. β 崩壊の大局的理論 (Gross Theory of Beta Decay)

この理論については原論文²⁻⁴⁾の他、提唱者自身による英文⁵⁾、和文⁶⁾の解説があるが、ここでは本コードの使用者の為に、理論の大体の骨子を説明しておく。

話を許容遷移に限ると、親核のある始状態 Ψ_0 （多くは基底状態）から、子核の終状態 Ψ_n に至る遷移に伴う β 線のスペクトル $P(E)$ は、遷移の行列要素を用いて

$$P(E)dE = \frac{mc^2}{\hbar} \frac{G^2}{2\pi^3} \left[|(\Psi_0, Q_F \Psi_0)|^2 + \frac{C_A^2}{C_V^2} |(\Psi_0, Q_{GT} \Psi_0)|^2 \right] F(\pm Z, E) p E (E_0 - E)^2 dE \quad (1)$$

^{注1)}と書ける。ここで C_A 、 C_V は結合定数、 E 、 p 、 E_0 は $\hbar = C = m = 1$ とした単位系での電子のエネルギー^{注2)}、運動量及び電子のもち去ることの出来る最大のエネルギー（電子とニュートリノのエネルギーの和といつてもよい）である。また $(\Psi_0, Q_F \Psi_0)$ 、 $(\Psi_0, Q_{GT} \Psi_0)$ はそれぞれ、Fermi 及び Gamow-Teller 核行列要素である。 $p E (E_0 - E)^2$ は、電子-ニュートリノ系の終状態密度に関する因子、 $F(\pm Z, E)$ は Fermi 函数であり、これは核-電子間のクーロン力の影響を表す。もし、核の始状態、終状態の波動函数 Ψ_0 、 Ψ_n がわかれば、それらで Fermi あるいは Gamow-Teller の β 崩壊演算子 Q_F 、 Q_{GT} をはさんで、核行列要素を得、(1)の β 線スペクトルを求めることが出来る。しかし一般に核の波動函数についての知識は乏しく、この種の計算をよい近似で行うことは非常に難しい。 $P(E)$ を電子のエネルギーで積分すれば、許容遷移の β 崩壊が単位時間毎に起る確率 λ が得られるし、電子あるいはニュートリノの運動エネルギーを重みにして、同様の積分を行えば、崩壊に伴って放出される、電子あるいはニュートリノの平均エネルギーが得られる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \int_1^{E_0} P(E) dE \\ <E_\beta> &= \frac{1}{\lambda} \int_1^{E_0} mc^2 (E - 1) P(E) dE \\ <E_\nu> &= \frac{1}{\lambda} \int_1^{E_0} mc^2 (E_0 - E) P(E) dE \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上記の表式は、親核から子核のある特定のレベルへの遷移に関するものであるが、一般に親核の崩壊は、子核の複数個のレベルを終状態として持つし、多くの FP 核種がそうであるような、 β 安定曲線から遠い、Q 値の大きな核種では、終状態の数は非常に多いと考えられる。このような場合、親核の崩壊定数 A は、終状態 n に関する和として

$$A = \sum_n \lambda_n = \frac{mc^2}{\hbar} \frac{1}{2\pi^3} G^2 \sum_n \left[|(\Psi_n, Q_F \Psi_0)|^2 + \frac{C_A^2}{C_V^2} |(\Psi_n, Q_{GT} \Psi_0)|^2 \right] f(E_{on}) \quad (3)$$

$$\text{ここで, } f(E_{on}) = \int_1^{E_{on}} F(\pm Z, E) p E (E_{on} - E)^2 dE$$

と書ける。これが通常の表式であるが、大局的理論では、この和を積分におきかえ、次のようにあら

注1) 複号は β^\pm 崩壊に対応する。また、この単位系では、 mc^2/\hbar は1となるが、他の単位系との対比の便宜上、そのまま残した。

注2) 静止エネルギーを含む。

わす。

$$A = \frac{mc^2}{\hbar} \frac{1}{2\pi^3} G^2 \int_{E_g, \min}^{E_g, \max} \left[|M_F(E_g)|^2 + 3 \left(\frac{C_A}{C_V} \right)^2 |M_{GT}(E_g)|^2 \right] f(-E_g \pm 1) dE_g \quad (4)$$

F : Fermi GT : Gamow-Teller

E_g は終状態のエネルギー E_f から、始状態のエネルギー E_i を引いた量、 $f(-E_g \pm 1)$ は(3)式の下に示した $f(E_{on})$ に相当する。山田、高橋らは、評価の困難な $(\Psi_0, \Omega_F \Psi_0)$ あるいは $(\Psi_0, \Omega_{GT} \Psi_0)$ を個々の終状態について直接計算することを止め、そのかわりに、(4)に現われる $|M_F|^2$, $|M_{GT}|^2$ を β 崩壊演算子 Ω の一般的な性質から評価した。 $|M_F|^2$, $|M_{GT}|^2$ (以下、特に演算子のタイプを指示しない場合には $|M_\Omega|^2$ と書く) は、強度函数と呼ばれ、核行列要素の 2 乗の平均に終状態付近の準位密度を乗じた量と考えればよい。すなわち

$$|M_\Omega(E_g)|^2 = \overline{|(\Psi_f(E_f), \Omega \Psi_0)|^2} \rho(E_f) \quad (5)$$

大局的理論では、 $|M_\Omega(E_g)|^2$ を $E_g (-Q \leq E_g < \infty)$ の上の連続な^{注3)} 分布函数と考え、問題を $|M_\Omega(E_g)|^2$ の函数型を決めるに帰着させる。 $|M_\Omega(E_g)|^2$ が決まれば、崩壊定数はじめ、放出電子や γ 線の平均エネルギー等を計算するのは容易である。既に述べたように $|M_\Omega(E_g)|^2$ の性質は、(5)のように核行列要素と準位密度に分離することなく、 β 崩壊演算子 Ω の一般的な性質から評価することが出来る。その具体的な手立てが sum rule で、これを用いれば $|M_\Omega(E_g)|^2$ のノルム、 E_g の平均、 E_g の 2 乗平均が次のように決められる。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-Q}^{\infty} |M_\Omega(E_g)|^2 dE_g &= (\Psi_0, \Omega^+ \Omega \Psi_0) \\ \int_{-Q}^{\infty} E |M_\Omega(E_g)|^2 dE_g &= (\Psi_0, \Omega^+ [H, \Omega] \Psi_0) \\ \int_{-Q}^{\infty} E^2 |M_\Omega(E_g)|^2 dE_g &= (\Psi_0, [\Omega^+, H] [H, \Omega] \Psi_0) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

これらの式の右辺は、核のハミルトニアン H と β 崩壊演算子 Ω の性質から評価することが出来る。しかし、これだけでは $|M_\Omega(E_g)|^2$ の形までを完全に決めることが出来ないので、Gauss 型、modified-Lorentz 型等の分布型が仮定された。これら分布型による差は、理論の不確定度を示すものと見ることが出来るが、いろいろな分析から見ても、最も良い型は上の両者の中間にあるようである。⁹⁾

本来は、終状態の各レベルに対応する δ 函数の集まりである強度函数を、 E_g 上の連続な分布函数と見做す大局的理論の視点は、 Q 値の大きな、従って終状態の非常に多い、 β 安定曲線から遠い核に対して、より現実に即しているであろう。このことは、実験との比較からも確かめられている。^{2,5)}

注 1) 被積分函数の第 2 項に現われる 3 は、ベクトルの三成分の和を、一成分で表わした為に現れたものである。

注 2) E_i と E_f は共に中性原子の全エネルギーとする。従って β^- 崩壊に対して $E_g = -E_0 \pm 1$ であり、(4) の積分の限界は

$$\begin{aligned} \beta^- \text{崩壊} &\text{に対して } E_{g, \min} = -Q_-, E_{g, \max} = 0 \\ \beta^+ \text{崩壊} &\text{に対して } E_{g, \min} = -Q_+, E_{g, \max} = -2 \end{aligned}$$

となる。ここで

$$Q_- = [M(A, Z) - M(A, Z+1)] / m$$

$$Q_+ = [M(A, Z) - M(A, Z-1)] / m$$

で、それぞれ β^- 崩壊、軌道電子捕獲の Q 値である。

注 3) 実際には連続部分と、 δ 函数部分とから成っている。

$|M_\varrho|^2$ の様子を、 β^- 崩壊を例にとり、Fig. 1 に示す。点線が上述の強度函数であるが、実際にはパウリ原理の効果で、実線のようにdepressされる。 $|M_F|^2$ と $|M_{GT}|^2$ 共に isobaric analog state にピークを持つが、 $|M_F|^2$ はシャープで $|M_{GT}|^2$ は大きく拡がっている。これは ϱ_{GT} が核ハミルトニアンのクーロン部だけでなく、核力のスピン依存部分とも非可換な為である。簡単の為言及しなかったが、第1禁止遷移の大局的理論も高橋⁴⁾により研究され、sum rule の他、一部光核反応との類似を用いて定式化され、本コードにも組み込まれている。第1禁止遷移の強度函数は、2つのピークをもつならかな函数で、場合によって（特に重い核の β^- ）は、許容遷移以上に重要になることを注意しておく。

以上が、許容遷移を例にとった、理論の概要である。本章の以下の部分はやや詳細に立ち入るので、コードユーザーは、場合により読み飛ばされても良い。

$|M_\varrho(E_g)|^2$ は(6)から決められると簡単に書いたが、実際には強度函数は一粒子強度函数の和（積分）として、次のように表わされ、一粒子強度函数が(6)から決められた。こうすることで、核のeven-odd性、パウリ原理の効果、ペアリングによるレベルのシフト等の考慮が容易となり、定量的な議論が可能となる。

$$|M_\varrho(E_g)|^2 = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} D_\varrho(E_g, \epsilon) W(E_g, \epsilon) \frac{dn_1}{d\epsilon} d\epsilon \quad (7)$$

ここで、 ϵ は崩壊しようとする核子のエネルギー、 dn_1 は ϵ 近傍の中性子 (β^- 崩壊のとき) または陽子数 (β^+ , EC)、 $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ は一粒子強度函数でエネルギー ϵ をもつ核子が ϱ の演算によって E_g だけエネルギーを増す確率を表わす。 $W(E_g, \epsilon)$ は終状態でのパウリ原理の効果をとり入れる因子であり、 $dn_1/d\epsilon$ と共に簡単な核模型から計算されている。一方、 $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ は(6)のsum rule を一粒子の寄与に分解したものを満たすように決められた²⁾。 $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ の表式を以下に示す（正確には、以下に記すのは $D_\varrho^0(E_g, \epsilon)$ であり、後述する操作を $D_\varrho^0(E_g, \epsilon)$ に施して初めて $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ が得られる）。

$$D_\varrho^0(E_g, \epsilon) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c} \exp\left(-\frac{(E_g + A_c)^2}{2\sigma_c^2}\right) & : \text{Gauss 型} \\ \frac{\sigma_c^2 + r^2}{\pi} \frac{\sigma_c^2}{r(E_g + A_c)^2 + (\sigma_c^2/r)^2} \frac{1}{(E_g + A_c)^2 + r^2} & : \text{Modified Lorentz 型} \end{cases} \quad (8)$$

$D_{GT}^0(E_g, \epsilon) : D_F^0(E, \epsilon)$ の σ_c^2 を $\sigma_c^2 + \sigma_N^2$ でおきかえたもの

$$D_{1st}^0(E_g, \epsilon) = \frac{1}{1+\chi} [D_{1st,+}^0(E_g, \epsilon) + \chi D_{1st,-}^0(E_g, \epsilon)]$$

$D_{1st}^0(E_g, \epsilon)$ は第1禁止遷移の強度函数で、 $D_{1st,\pm}^0(E, \epsilon)$ は modified Lorentz 型あるいは Gauss 型の函数。そこに含まれるパラメータ^{注)} は sum rule と光核反応との類推から決められている。函数型として Gauss 型を選ぶか、modified Lorentz 型を選ぶかはコードのオプションになっている。また r 、 σ_N はカード入力する必要があるが、推薦値を入力形式の終りに掲げておく。ちなみに、 A_c はクーロンエネルギー・シフト（アイソバリック・アナログ状態までの距離）であり、また σ_c^2 、 σ_N^2 はそれぞれ核ハミルトニアンのクーロン部、スピン依存部が ϱ と非可換である為に生じる $|M_\varrho(E_g)|^2$ の拡がりと解釈出来るが、 r には簡単な物理的意味をつけ難い。

注) ベクトル型とアクシャルベクトル型で、含まれるパラメータ値が異なる。

以上に述べた $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ を(7)に従って積分すれば、 $|M_\varrho(E_g)|^2$ が得られ、崩壊定数他諸量の計算が可能となる。しかし、(8)の連続な $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ 関数に、終状態の（一粒子モデル的な観点に立つ）エネルギーギャップを導入して連続部分と δ 関数部分から成る $D_\varrho(E_g, \epsilon)$ を作り、更に $W(E_g, \epsilon)$ （ステップ関数）と $dn_1/d\epsilon$ （連続部分と δ 関数部分とから成る）と考慮しながら積分する操作は極めて煩雑である。実際、コード内では親核の even-odd 性 ($e-o, o-e, o-o, e-e$) と質量領域、平均のレベル間隔とペアリングによるレベルシフトの間の大小関係から、16の場合に分けて計算を行っており、その各々について具体的な表式を解説と共に述べるのは量的にも長くなりすぎ、理解し易さという点からも、原論文²⁻⁴⁾（特に 3）に依った方が早道だろう。また本章の(1)～(4)及び第 3 章に掲げる諸式は全て、許容遷移の表式である。第 1 禁止遷移になると、強度関数を第 1 禁止遷移のものに書き変える丈では不十分で f 関数に相当する部分（あるいは $pE(-E_g - E)^2 F(\pm Z, E)$ と書いた部分）も、それぞれ適当なものでおきかえなければならない。これらは遷移のタイプやランクによって異り、やや詳細にわたるので、ここでは省略する。詳しくは文献 4) の § 3 に与えられているので、これを参照されたい。

3. GROSSコードで計算される量

崩壊熱の計算の為には、崩壊定数 ν の他に、崩壊に際して熱エネルギーに転換可能な形で放出されるエネルギーに関する情報が必要になる。エネルギーの放出形態としては次のものがある。なおニュートリノのエネルギー $\langle E_\nu \rangle$ は、熱には転換しないが表式は与えておく。

I β^- 崩壊

- a) β^- 崩壊に伴う、電子の運動エネルギー : $\langle E_\beta \rangle_-$
- b) β^- 崩壊に引き続き起きる、 γ 崩壊の γ 線エネルギー : $\langle E_\gamma \rangle_-$

II β^+ 崩壊

- a) β^+ 崩壊に伴う、陽電子の運動エネルギー : $\langle E_\beta \rangle_+$
- b) 陽電子が対消滅し、 γ 線の形で放出されるエネルギー : $2mc^2$
- c) β^+ 崩壊に引き続き起きる、 γ 崩壊の γ 線エネルギー : $\langle E_\gamma \rangle_+$

III 軌道電子捕獲 (ϵ)

- a) ϵ に引き続き起きる、 γ 崩壊の γ 線エネルギー : $\langle E_\gamma \rangle_\epsilon$
 - b) 捕獲されたK(L)電子の軌道に外側の電子が落ちてくる際放出されるX線エネルギー : $E_{KX}(Z)$
- なお、以後の記述の便の為に、各(平均)エネルギーのノーティションも記しておいた。エネルギーはMeV / 単位崩壊、で計ることとする。

次に、許容転移を例にとって、上記諸量の大局的理論に基づく表式をまとめておく。以下の表式で $\langle E_\beta \rangle_\pm$ は(2)の $\langle E_\beta \rangle$ を、 $\langle E_\gamma \rangle_\pm, \epsilon$ は子核の励起エネルギーを、それぞれ強度函数を重みに平均した形になっていることに注意されたい。定数は全部一まとめにして、Cと略記する。

I β^- 崩壊 (GROSS-M コードで計算される量)

$$A_- = C \int_{-Q_\epsilon}^0 |M_\beta(E_g)|^2 \left[\int_1^{-E_g+1} pE (-E_g + 1 - E)^2 F(+Z, E) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\beta \rangle_- = \frac{C}{A_-} \int_{-Q_\epsilon}^0 |M_\beta(E_g)|^2 \left[\int_1^{-E_g+1} mc^2 (E - 1) pE (-E_g + 1 - E)^2 F(+Z, E) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\gamma \rangle_- = \frac{C}{A_-} \int_{-Q_\epsilon}^0 |M_\beta(E_g)|^2 mc^2 (Q_- + E_g) \left[\int_1^{-E_g+1} pE (-E_g + 1 - E)^2 F(+Z, E) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\nu \rangle_- = Q_- mc^2 - \langle E_\beta \rangle_- - \langle E_\gamma \rangle_-$$

II β^+ 崩壊 (GROSS-P コードで計算される量)

$$A_+ = C \int_{-Q_\epsilon}^{-2} |M_\beta(E_g+2)|^2 \left[\int_1^{-E_g-1} pE (-E_g - 1 - E)^2 F(-Z, E) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\beta \rangle_+ = \frac{C}{A_+} \int_{-Q_\epsilon}^{-2} |M_\beta(E_g+2)|^2 \left[\int_1^{-E_g-1} mc^2 (E - 1) pE (-E_g - 1 - E)^2 F(-Z, E) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\gamma \rangle_+ = \frac{C}{A_+} \int_{-Q_\epsilon}^{-2} |M_\beta(E_g+2)|^2 mc^2 (Q_+ + E_g) \left[\int_1^{-E_g-1} pE (-E_g - 1 - E)^2 F(-Z, -E_g - 1) dE \right] dE_g$$

$$\langle E_\nu \rangle_+ = Q_+ mc^2 - \langle E_\beta \rangle_+ - \langle E_\gamma \rangle_+ - 2mc^2$$

III 軌道電子捕獲 (GROSS-Pコードで計算される量)

$$A_\epsilon = C \int_{-Q_\epsilon}^0 |M_\varrho(E_g)|^2 f_\epsilon(-E_g) dE_g$$

○ $f_\epsilon(-E_g)$ は $f(-E_g)$ に相当する量で、崩壊する核子位置での軌道電子の波動函数とそのエネルギーで書ける。

$$\langle E_r \rangle_\epsilon = \frac{C}{A_\epsilon} \int_{-Q_\epsilon}^0 |M_\varrho(E_g)|^2 mc^2 (Q_\epsilon + E_g) f_\epsilon(-E_g) dE_g$$

$$E_{KX}(Z) = 9.5 \text{ keV } (Z=30) \sim 44 \text{ keV } (Z=60)^{\text{注1)}}$$

$$\langle E_r \rangle_\epsilon = Q_\epsilon mc^2 - \langle E_r \rangle_\epsilon - E_{KX}(Z)$$

以上であるが、 β^+ と ϵ は普通同時に起きるので、次のような親核→子核の単位崩壊あたりの諸量も必要となろう。これらもGROSS-Pコードで計算される。

IV β^+ 崩壊と軌道電子捕獲の複合過程

$$A = A_+ + A_\epsilon$$

$$\langle E_r \rangle = \frac{1}{A} (\langle E_r \rangle_\epsilon A_\epsilon + \langle E_r \rangle_+ A_+) + \frac{A_\epsilon}{A} E_{KX}(Z)$$

$$\langle E_\beta \rangle = \frac{A_+}{A} \langle E_\beta \rangle_+$$

$$\langle E_{\text{pair}} \rangle = \frac{2mc^2 A_+}{A}$$

以上は、表式を許容遷移に限り、その上簡単化して書いたもので、実際にコード内で行われている積分は、禁止遷移の考慮、単一準位の扱いの際現れる δ 函数^{注2)}の扱い等々のため、非常に複雑になっている。^{注3)}文献3)に崩壊定数に対する個々の具体的な表式が与えられているので詳しくはそれを参照されたい。各平均エネルギーについての表式は与えられていないが、上記I~IIIの式との関連で理解できる。

注1) KX線のエネルギーは、 $Z = 1, 6, 11, \dots, 101$ と、5単位おきにテーブルで与え、その間の Z について¹⁰⁾は、直線内挿で求めている。今回の目的にはこれで充分であろう。数値は文献¹⁰⁾に依った。

注2) 第2章の○印以後参照。

注3) Appendixの最後に、具体的な式の一例を掲げておいた。

4. コード使用の方法

入力形式を次に掲げる。

(1) カード#1 (2 I 5, 2 F 1 0.5)

◦ IND : 強度函数の函数形

1 ならばmodified Lorentz型

2 ならばGauss型を使用する。

◦ INDM : 使用する質量公式のタイプ (Q値計算に使用)

1 ならばMyers-Swiateckiの質量公式

2 ならばUno-Yamadaの質量公式¹¹⁾ (in plan)

3 ならばアイソトープ毎にQ値を入力

注) INDM = 3 の時には#2 カード, ≠ 3 の時には#2' カードが、続いて読み込まれる。

◦ SN : 核力のスピン依存性に起因する強度函数の拡がりを与えるパラメータ σ_N
(MeV 単位, 後出)

◦ G : modified Lorentz 型強度函数に含まれるパラメータ r (MeV 単位, 後出)

(2) カード#2 (2 I 5, 2 F 1 0.5) INDM = 3 の時

◦ IZ : 崩壊核(親核)の陽子数(原子番号)

◦ IA : 崩壊核の核子数(質量数)

◦ Q : Q値。但し β^- , β^+ , e^- に係りなく、親核と子核との質量差を、それぞれの中性原子質量の差として定義する。(MeV 単位)

◦ Q_{∞} : 基底状態、あるいは低励起レベルへの遷移が禁止されている場合の、遷移可能な最低レベルのエネルギー(MeV, 後出)

(3) カード#2' (3 I 5, 5 X, F 1 0.5) INDM ≠ 3 の時

◦ IZMIN: 計算したい最小の原子番号
◦ IZMAX: 計算したい最高の原子番号 } IZMIN ≤ IZ ≤ IZMAX なる全てのIZについて計算される。

◦ IA : 崩壊核の質量数

◦ Q_{∞} : #2 カードと同様

但し、IZMAX 欄をブランク(又は0)とすれば、IZMIN 1核種だけ計算される。なお1枚の#1 カードの後に、任意枚数の#2 (#2') カードを続けることが出来る。ブランクカードを入れると#1に戻る。これもブランクカードであれば計算を終了する。

次に各入力量について補足的な説明をしておく。强度函数については、modified Lorentz型と Gauss型の中間程度の振舞いが実情に近いと考えられるが、ここではmodified Lorentz型を標準としておこう。パラメータの推薦値としては、次の値を掲げておく。⁵⁾

1) modified Lorentz型 (IND = 1) の場合

$$\sigma_N(SN) = 12 \text{ MeV}, r(G) = 100 \text{ MeV}$$

2) Gauss型 (IND = 2) の場合

$$\sigma_N(SN) = 5 \text{ MeV}, r(G) \text{ 任意}$$

Q値については、実験値として、あるいはsystematics から判っている場合にはカード入力、そうでない場合には質量公式を用いてコード内部で計算することになる。現時点ではMyers-Swiateckiの公式¹²⁾が組み込まれている。これは、核の変形や魔法数の効果も取り入れられており、発表以来広く用いられている公式である。将来は宇野-山田の公式¹¹⁾も組み入れる予定である。

次にQ_{oo}値（カード#2の説明参照）であるが、高橋等はQ_{oo}を0および2 MeVで計算している。⁵⁾ここでは具体的な手がかりがある場合は別として、1.0 MeVを推薦しておく。

以上、入力として必要なパラメータの推薦値を掲げたが、これらはあくまでも一つの目安である。特にQ_{oo}の値、強度函数に何を選ぶかの選択については、それぞれの目的に応じたサーベイ計算を行い、実験との一致を更につめたり、選択による理論値の変動を調べたりする必要があろう。この問題については第6章で再び取り上げる。

5. 出力量と出力形式について

本報告の巻末に、GROSS-M及び-Pコードの出力例を添付したのでここでは補足説明を加えるに止める。

Z, Aはそれぞれ親核の陽子数、質量数。Q-Value, Q_{oo}については、前章で述べた通りである。以下ENERGY RELEASE IN HEATは、熱エネルギーに転換可能な全エネルギー、つまりβ線とγ線のエネルギーの和（β⁺ではe⁺の対消滅エネルギーを含む）であり、ELECTRON, GAMMA及びNEUTRINOエネルギーについては説明を要しない。但し軌道電子捕獲に伴うK-X線エネルギーはGAMMAに含めてある。

またGROSS-Pでは、1アイソトープについて3行出力されるが、上段がβ⁺とECとの合計（3章、Nの表式参照）、中段がβ⁺、下段がECの出力である。放出エネルギーは全て単位崩壊あたりMeVで測られている。

なお、一核種あたりの計算時間は約5秒であった。（TOSBAC-5600 使用）

6. 計算結果と検討

崩壊熱計算の中心になるFP核種では、 β^- 崩壊が主要な役割りを果すので、ここでは β^- 崩壊について詳しく検討し、 β^+ 崩壊、ECについては簡単に触れるに止める。また、崩壊の強度函数の函数形についてはmodified-Lorentz型を検討の主な対象とし、Gauss型については主要な項目についてmodified-Lorentz型との比較を行うに止める。

i) 半減期 (half-life)

大局的理論による半減期計算値の、実験値との比較検討は、高橋らにより、広範囲な核種にわたって行われている。^{4,5)}ここでは、崩壊熱計算という目的から、特に興味のあるFP核種に対象をしづり、更に実験値の不足している短半減期核（大局的理論の適用性の良い領域でもある）に焦点をおいて検討を行う。

Table 1 はFP領域の短半減期核 ($\tau_{1/2}$ 10分以内) の計算値と実験値との比較である。採り上げた核種はRudstamが1973年のFPに関するパネルで、実験の現状と共に報告した86核種である。¹³⁾計算は強度函数としてmodified Lorentz型 ($\sigma_N = 12\text{MeV}$, $r = 100\text{MeV}$) を用い、 Q_{∞} については0.0 MeVと1.0 MeVの2ケース行った。計算に際し、Q値はMyers-Swiateckiの質量公式を用いて算出した。一方、WapstraとGove¹⁴⁾はシステムティックスから β 崩壊のQ値の推定を行っており、この値は質量公式から一律に算出した値よりも信頼性が高いだろうことは十分予想できる。あえて、Myers-Swiateckiの公式を探ったのは、Wapstra-GoveではQ値の与えられている核種が β 安定曲線からそう遠くないものに限られており、安定曲線から遠い核も含めた、統一的な評価が出来ないからである。^{注1)}ここでは質量公式も含めて、“Myers-Swiatecki公式+大局的理論”の評価検討を行うと考えればよい。なおTable 1の右欄にWapstra-GoveのQ値を添えておいた。Myers-SwiateckiとWapstra-GoveでQ値に0.5 MeV程度以上の違いがあるものには⁸⁶Br, ⁹¹Rb, ⁹³Rb, ⁹⁴Sr, ⁹⁴Y, ⁹⁵Y, ¹¹¹Ag, ¹¹⁴Ag, ¹²²In, ¹³²Sb, ¹³⁶I, ¹³⁷I, ¹³⁹Xe, ¹⁴⁰Cs, ¹⁴²Cs, ¹⁴³Ba等がある。このうち、Myers-Swiateckiのかわりに、Wapstra-Goveの値を使うと、 $\tau_{1/2}$ の実験値との一致が良い方向へ行くもの(⁸⁶Br, ⁹⁴Y, ⁹⁵Y, ¹¹¹Ag, ¹¹⁴Ag, ¹²²In, ¹³²Sb, ¹³⁶I, ¹³⁷I, ¹³⁹Xe, ¹⁴⁰Cs, ¹⁴³Ba)は、悪くなる(⁹¹Rb, ⁹³Rb, ¹⁴²Cs)か、どちらとも言えないもの(⁹⁴Sr)より、可成り多いことを指摘しておき、以下はMyers-SwiateckiのQ値を使った場合に話に限る。

Table 1の半減期の実験と計算の合いの程度 (C/E 値すなわち計算値 / 実験値で比較^{注2)})を見易くまとめ直したものがTable 2である。この表からは次のような結論を引き出せよう。一つは、実験と計算の一一致は半減期の小さい程（あるいはQ値が大きい程）良くなることであり、これは予測（第2章参照）された結果である。次に Q_{∞} を0.0 MeVと探った場合の方が1.0 MeVと探った場合よりも、稍良いように見えることである。 Q_{∞} は低い励起状態への遷移が、選択則から禁止されているような場合、その効果を実効的に取り入れる因子であり、そのような意味から Q_{∞} はゼロではなく1 MeV前後の値が良いであろうと予想されたが、結果は稍異なっていた訳である。また、強度函数の函数形にGauss型を選ぶと、modified-Lorentz型を使った場合より半減期は長くなる傾向にある。⁵⁾これは同じく実験との一致を悪くする方向である。原著者のコメントでは、両者の中間程度が最良とのことで

注1) 当コードを崩壊熱計算等に使用する際には、対象となる核は β 安定曲線から遠いものが中心となろう。

注2) C/E < 1 の時はその逆数を探った。

あった。

以下の議論では $Q_{\infty} = 0.0 \text{ MeV}$ の計算結果に話を限ろう。Table 2 から、半減期が 1 min を越えると精度は可成り落ちることがわかる。これは Q 値で言うと 5 MeV 程度以下（核の even-odd 性、質量数にも依るので極く大ざっぱな数字である。^{注)}）となる。Table 2 の例では、300 sec 以下の核について、ほぼ 70% がファクター 5、85% 強がファクター 10（つまり 1 衡）以内に収まっている。Table 3 は更に短い（～ 1 sec 以下）半減期の核について、半減期の実験と計算を比較したもので、実験値は Tobias の評価¹⁵⁾ から採った。Table 4 は Table 2 と同じ方針で C/E 値の分布を示したものである。半減期 1 sec 以下の核については、33% がファクター 2、78% がファクター 5、92% がファクター 10 に収まっている。この程度の精度は一見悪いようであるが、今問題にしているような短寿命核では、仮に実験値があっても、かなり大きな、時にはファクター 10 を越すシステムエラーが残ることは充分ありうることである。Table 1 の実験値のうち、値が 2 個以上与えられているケースを調べても、¹¹⁶Ag (8.6 及び 153 sec), ¹¹⁷Ag (5.3 及び 73 sec), ¹¹²In (1.5 及び 9.2 sec), ¹²⁹Sn (7.6 m 及び 135 sec) 等、かなり大きなシステムエラーを含む例を挙げることが出来る。以上から考えても 1 min 以下（特に 1 sec 以下）の短寿命核の半減期を推定するのに、この大局的理論の有用性は大きいと考えられる。なお Fig. 2.1 ～ 2.3 に、Q 値と半減期の関係を図示しておいた。

β^+ 崩壊 (EC を含む) については、短い半減期の核種が FP 領域に殆んど存在しないので、今回はコードのチェックを行うに止めた。高橋らの計算結果⁵⁾ から知る限りでは、 β^+ 崩壊の半減期の計算精度は β^- 崩壊の場合と同程度であろう。

なお、ここでは計算対象核種として、実験上の半減期の短いものを採っているため、採用核種にはある種のバイアスがかかっている可能性がある。この点については、たとえば Q 値だけを基準して採用核種を選ぶなどして、改善の余地があろう。

ii) 崩壊に伴う放出エネルギー

Table 5 に、崩壊に際し放出される β 線、 γ 線の総エネルギーの実験値、計算値の比較を示した。なお参考までに半減期 ($\tau_{1/2}$) の C/E (あるいは E/C) を添えたが、 β 線、 γ 線のエネルギーが測定されているような核は、比較的半減期が長く、従って半減期に対する理論の適用性が悪いので、C/E (E/C) には、かなり大きな値のものが多い（値が 2 つあるのは測定者により $\tau_{1/2}$ が異なる為である）。ここに挙げた核種は、Tobias が測定値を与えている核種¹⁵⁾ の内でも、比較的 Q 値の大きな（一応 6 MeV 程度を基準とした）8 核種であるが、それでも、 Q_{∞} を 0.0 とするか 1.0 MeV とするかで、計算値には可成りの変動が見られる。Fig. 3 に $84 \leq A \leq 90$ の核を例として、Q 値と $\langle E_{\beta} \rangle$, $\langle E_{\gamma} \rangle$ の関係を示したが、この変動は Q 値が大きくなるに従い小さくなり、10 MeV を過ぎれば一応無視しても差し支え無い程度になる。Table 5 の中で特に不一致が目立つのは ⁸⁶Br, ⁸⁷Br, ⁹²Rbあたりであろう。このうち ⁸⁶Br は、基底状態への遷移の禁止度が高く、遷移の 70% 以上が 1.56 及び 4.32 MeV のレベルに集中しており、一方 ⁹²Rb では 94% が基底状態に集中している。¹⁶⁾ このように遷移が選択則の関係で、少数の限られたレベルに集中すると、大局的理論の前提（第 2 章に述べた）が崩れ、計算の信頼度は下がる。しかし、Q 値が大きくなるに従い、このような“個性の強い核”的性質を持った核が増えると予測される。Table 6 は、 Q_{∞} を

注) Q 値と半減期の関係を Fig. 2.1 ～ 2.3 に示した。

パラメータにして、Table 5 の核種に更に11核種を加えた19核種について、実験と計算を合わせたものである（但し、try and errorによる大まかなフィット）。計算値には2つの自由度（ $\langle E_\beta \rangle$ と $\langle E_\tau \rangle$ ）が在るにも拘らず、1つのパラメーター（ Q_{oo} ）を動かすだけで十分良い一致が得られることに注意されたい。それでも前期の ^{92}Rb のような、特に“個性の強い核”について、やはり不一致が残る。パラメーターフィットを行った後の Q_{oo} 値をながめると、odd 核、e-e 核では0から2 MeVにわたって広く分布する（平均1 MeV）。一方、o-o 核では0のグループと1.5 MeV附近に平均を持つグループに別れる。前者はo-o 核のスピン・パリティが 1^+ のもの、後者はそれ以外のスピン・パリティのグループであろう。^{注)}先に触れたように、Q 値が大きくなると（10~12 MeV程度が目安と言えようか）、 Q_{oo} をどう選ぶかで放出エネルギーがあまり変動しなくなり、 Q_{oo} のサーベイなしで Table 6 の結果に準ずる精度が期待出来よう。

田坂¹⁷⁾、Tobias¹⁵⁾は未知核に対して、測定値のある核から外挿し、それぞれ $\langle E_\beta \rangle = \langle E_\tau \rangle = 0.29 Q$ 、 $0.31 Q$ と予測したが、Fig. 3 から、 $\langle E_\beta \rangle + \langle E_\tau \rangle$ については、これらの予測がほぼ妥当であったと結論出来よう。しかし $\langle E_\beta \rangle$ については、大局的理論の計算値が稍大きめである。

なお、上記のような、 Q_{oo} をパラメーターとしたサーベイの結果、もう一つの重要な計算結果である、 $\tau_{1/2}$ の実験との合いがどう變るかは興味のある所である。Table 7 を参照されたい。ここに見られるように、サーベイの結果 Q_{oo} が変動した殆んど全ての核種について、一致は改善されている。逆に $\tau_{1/2}$ の実験値は有るが $\langle E_\beta \rangle$ 、 $\langle E_\tau \rangle$ のデータが無い場合、 $\tau_{1/2}$ が実験と合うように Q_{oo} を決めその Q_{oo} を用いて $\langle E_\beta \rangle$ 、 $\langle E_\tau \rangle$ を計算するようにすれば、 $\langle E_\beta \rangle$ 、 $\langle E_\tau \rangle$ の精度の向上を期待して良いと考えられる。但しこれは、個々の核について注意深く行う必要がある。

III) その他の考察

前節で、o-o 核の β 崩壊の様子は、そのスピン・パリティが 1^+ のグループに属するか、そうでないかで、著しく異なることを指摘した。この事実は、逆にo-o 核の β 崩壊を GROSS コードで計算する際、スピン・パリティの知識（ 1^+ かそうでないか）が不可欠であると言い変えてても良い。しかし、GROSS コードの計算対象としたいような β 崩壊に関する測定値の無い核種では、スピン・パリティの測定値は望むべくも無いであろう。既知核のスpin・パリティから、ある種の外挿が可能であれば、それに越したことはないが、なかなか容易ではないだろう。

Fig. 4 に陽子数 Z、中性子数 N に対して、o-o 核のスpin・パリティをマッピングしたものを見ます。実線で囲んだ核種は実験的に 1^+ とされているもの。点線は、GROSS コードの計算結果を、実験的に得られた $\tau_{1/2}$ あるいは放出エネルギーのうちわけに合わせる為には、その核が 1^+ であると考えるべき核種である（前節で述べたように、o-o 核のスpin・パリティは、パラメータ Q_{oo} を通じ、計算に反映される）。この図からも解るように、o-o 核のスpin・パリティには、核のシェル構造とある種の関連があり、測定データが豊富になれば、未知核が 1^+ かそうでないか、何らかの推定が可能となろう。最近のオンライン技術の進歩で、短半減期核の半減期測定値が豊富になりつつあり、この意味からも期待出来よう。

注) e-e 核の基底状態は O^+ 、第一励起状態は 2^+ 。親核であるo-o 核のスpin・パリティが 1^+ なら、このどちらへも許容遷移で行けるが、他のスpin・パリティでは基底状態への遷移が禁止されてしまう（o-o 核の基底状態で O^+ のものは、極く例外的である）。

7. 謝　　辞

本作業を行うに当り、原型となったコードの提供及びコードの修正あるいは計算結果の検討に際し
多大な御援助をいただいた、早稲田大学、山田勝美教授および近藤宣克氏に深く感謝します。また本
報告の草稿の段階で、内容の検討等御助力を惜しまれなかった、法政大学中島龍三教授、原研田坂完
二氏、松本純一郎氏、他シグマ委員会崩壊熱W.G. の各位に感謝の意を表します。

参　考　文　献

- 1) 中嶋龍三、高橋昌平、相沢清人、田坂完二、山田勝美、飯島俊吾、大竹 嶽：核分裂生成物の崩壊熱、日本原子力学会誌 **17**, 3 (1975)
- 2) K. Takahashi, M. Yamada : Prog. Theor. Phys., **41**, 1470 (1969)
- 3) S. Koyama, K. Takahashi, M. Yamada : Prog. Theor. Phys., **44**, 663 (1970)
- 4) K. Takahashi : Prog. Theor. Phys., **45**, 1466 (1970)
- 5) K. Takahashi, M. Yamada, T. Kondoh : Atom. Data and Nucl. Data Tables, **12**, 101 (1973)
- 6) K. Takahashi : Prog. Theor. Phys., **47**, 1500 (1972)
- 7) 近藤宣克：私信
- 8) 山田勝美、森田正人、藤井昭彦；ベータ崩壊と弱い相互作用、第6章、培風館 (1974)
- 9) 山田勝美：私信
- 10) 野中 到：原子核、実験物理学講座 27, § 3, 共立出版
- 11) M. Uno, M. Yamada : Prog. Theor. Phys., **53**, 987 (1975)
- 12) W. D. Myers, W. J. Swiatecki : Nucl. Phys., **81**, 1 (1966)
- 13) G. Rudstam : "Status of Decay Data of Fission Products" Panel on F.P. Nucl. Data, Bologna, (1973); K. Aleklett, G. Nyman, G. Rudstam : Nucl. Phys., **A246**, 425 (1975)
- 14) A. H. Wapstra, N. B. Gove : Nucl. Data Tables, **9**, 265 (1971)
- 15) A. Tobias : Data for the Calculation of Gamma Radiation Spectra and Beta Heating from Fission Products. RD/B/M-2669, CNDC (73) 64
- 16) D. J. Horen et al., Nuclear Level Schemes A = 45 through A = 257 from Nuclear Data Tables, Academic Press, New York (1973)
- 17) K. Tasaka, N. Sasamoto : Nucl. Sci. Engr. **54**, 177 (1974)

Table 1 Half-Lives of Short-Lived Fission Products
Comparison of Calculation with Experiment

A	Z	Element	$\tau_{1/2}$ (Exp) (sec)	$\tau_{1/2}$ (Calc)		Q-Value (MeV)	
				Qoo=0 ^{a)}	Qoo=1.0	MS ⁺	WG ⁺⁺
74	30	Zn	96 ± 1	607.	672.	1.856	
75	30	Zn	10.2±0.3	13.7	26.6	5.234	
75	31	Ga	126 ± 2	115.	401.6	3.185	3.30 ⁺
76	30	Zn	5.7±0.3	35.8	89.2	3.516	
76	31	Ga	27.6±1.1	12.7	24.3	6.420	
77	30	Zn	1.4±0.3	3.6	5.6	6.829	
77	31	Ga	13.2±0.8	20.8	44.1	4.696	
77	32	Ge	53.5±0.6	249.	1218.	2.691	2.76
78	31	Ga	5.09±0.05	3.92	5.94	7.979	
79	31	Ga	3.00±0.08	5.15	8.50	6.265	
79	32	Ge	{ 40 ± 3	37.7	92.2	4.173	
		Ge(?)	{ 19.1±0.3	37.7	92.2	4.173	
80	31	Ga	1.7±0.2	1.47	1.93	9.487	
80	32	Ge	26 ± 2	163.	741.	2.492	
85	35	Br	175 ± 4	231.	1108.	2.689	2.80
86	35	Br	55.7±0.5	3.37	4.84	8.086	7.30
87	35	Br	55.8±0.3	4.13	6.56	6.426	6.50
88	35	Br	16.0±0.2	1.44	1.79	9.472	
89	35	Br	4.54±0.1	1.63	2.44	7.717	
90	36	Kr	32.2±0.2	13.5	27.5	4.111	4.41
91	36	Kr	8.7±0.2	2.79	3.99	6.982	6.50
91	37	Rb	58.2±0.3	11.1	21.3	5.186	5.68
92	37	Rb	4.50±0.03	3.42	4.77	8.029	7.90
93	37	Rb	58.1±0.04	4.11	6.43	6.371	6.90
93	38	Sr	7.36±0.15m	0.36m	0.81m	4.520	4.30
94	37	Rb	2.72±0.04	1.55	1.90	9.305	
94	38	Sr	75.6±0.9	66.9	223.5	2.880	3.52
94	39	Y	18.7±1.2m	0.34m	0.72m	5.608	5.00
95	38	Sr	28 ± 3	6.66	11.1	5.811	5.70
95	39	Y	10.6±0.3	37.4	96.3	3.956	4.43
111	47	Ag	65 ± 2	105	Not allowed	0.507	1.03
113	47	Ag	69 ± 1	960	104	1.757	2.01
114	47	Ag	4.35±0.10	57.9	157	4.441	5.00
115	47	Ag	18.0±0.7	100.4	382	3.001	3.18
116	47	Ag	{ 8.6±0.4	19.9	35.7	5.661	6.30
			{ 153 ± 4				
117	47	Ag	{ 5.34±0.05*	24.5	53.7	4.234	
			{ 72.7±0.8				
118	47	Ag	{ 2.8±0.3	7.57	10.7	6.875	
			{ 3.7±0.2				
119	47	Ag	2.1±0.1	8.09	13.4	5.432	
119	48	Cd	{ 110 ± 10	38.0	91.5	3.894	3.50
			{ 160 ± 10				
119	49	In	170 ± .20	277	1671	2.357	
120	47	Ag	0.32±0.04	3.43	4.28	7.977	
			1.17±0.05				
120	48	Cd	50.8±0.3	103	437	2.431	
121	47	Ag	0.8±0.1	3.43	4.86	6.498	

Table 1 Half-Lives of Short-Lived Fission Products
(cont'd)

A	Z	Element	$\tau_{1/2}$ (Exp) (sec)	$\tau_{1/2}$ (Calc)		Q-Value (MeV)	
				Qoo=0	Qoo=1.0	MS ⁺	WG ⁺⁺
121	48	Cd	{ 7 ± 2 13.6±0.3	12.9	22.9	4.978	
121	49	In	{ 23.1±0.6 120 ± 40	57.4	161.4	3.459	3.38
122	47	Ag	1.5±0.5	1.73	2.01	9.013	
122	48	Cd	5.78±0.09	20.2	44.1	3.517	
122	49	In	{ 1.5±0.3 9.2±0.3	15.3	24.7	5.991	6.70
123	49	Cd, In	5.98±0.06	18.2	36.2	4.532	4.39
123	49	In	48 ± 2	18.2	36.2	4.532	
124	49	In	3.17±0.05	6.71	9.11	7.034	7.40
125	49	Cd, In	{ 2.33±0.04 12.2±0.1	7.07	11.3	5.577	
126	49	In	1.53±0.01	3.22	3.94	8.050	
127	49	In	{ 1.09±0.03 3.1 ± 0.3	3.12	4.32	6.596	
127	50	Sn	248 ± 2	69.0	199	3.370	3.20
128	49	In	{ 0.80±0.03 5.6 ± 0.4	1.66	1.91	9.040	
129	49	In	0.8±0.3	1.51	1.91	7.588	
129	50	Sn	{ 135 ± 5 7.6±0.2m	22.2	44.8	4.397	
130	49	In	0.53±0.05	0.907	1.00	10.004	
130	50	Sn	6.53±0.10m	0.66m	1.87m	2.971	
131	49	In	0.3±0.1	0.79	0.94	8.555	
131	50	Sn	61 ± 4	8.59	13.7	5.398	
132	49	In	0.12±0.02	0.18	0.19	12.998	
132	50	Sn	40.2±0.5	10.7	20.5	3.974	
132	51	Sb	185 ± 4	10.9	15.9	6.379	5.60
133	50	Sn	1.7±0.3	0.87	1.02	8.417	
133	53	I	9 ± 2	399	3031	2.126	
134	51	Sb	0.85±0.10	1.30	1.46	9.377	
			{ 10.7±0.3				
135	52	Te	{ 19.2±0.2	3.26	4.40	6.547	6.00
136	52	Te	21.1±0.7	3.21	4.87	5.133	
136	53	I	{ 48 ± 2 83 ± 3 100 ± 3	4.56	5.73	7.514	7.00
137	53	I	24.6±0.1	4.38	6.36	6.101	5.40
137	54	Xe	230 ± 2	15.9	29.2	4.718	4.35
138	53	I	6.6±0.2	2.34	2.74	8.443	
139	53	I	2.61±0.10	2.11	2.75	7.033	
139	54	Xe	40.4±0.5	6.62	9.99	5.663	4.80
140	54	Xe	13.7±0.2	7.29	12.9	4.268	4.30
140	55	Cs	64.0±0.4	8.93	12.3	6.626	5.70
141	54	Xe	1.72±0.01	3.04	4.05	6.587	
141	55	Cs	25.2±0.5	9.00	14.9	5.232	5.10
142	55	Cs	1.70±0.07	4.36	5.4	7.539	6.70
143	56	Ba	13.6±0.2	16.3	25.2	4.808	4.20

Table 1 Half-Lives of Short-Lived Fission Products
(cont'd)

A	Z	Element	$\tau_{1/2}$ (Exp) (sec)	$\tau_{1/2}$ (Calc)		Q-Value (MeV)	
				Qoo=0	Qoo=1.0	MS ⁺	WG ⁺⁺
144	56	Ba	10.7±0.4	20.7	46.9	3.361	3.10
144	57	La	40.3±0.3	19.1	30.2	5.721	5.50
145	56	Ba	4.8±0.7	6.64	10.0	5.619	
145	57	La	29.3±0.8	22.6	47.0	4.261	4.20
145	58	Ce	192 ± 15	119.2	429	2.936	2.49

$\tau_{1/2}$ (Exp) : G. Rudstam. Ref. 13)

$\tau_{1/2}$ (Cal) : Modified-Lorentz Strength, Myers-Swiatecki Formula

* : Grapengiesser et al. to be published

+ : Myers-Swiatecki's Mass Formula

++ : Wapstra-Gove¹⁴⁾

a : In NeV

Table 2 Distribution of C/E (or E/C) Values of
Fission Product Half-life (0.1~500 sec)

A) $Q_{\text{oo}} = 0 \text{ MeV}$

Factor \ Life (sec)	~1	1~3	3~7	7~20	20~70	70~300	300~
Within 2	3(1)	5	7	6(2)	2(1)	5	0
2 ~ 5	2(1)	4(2)	5(2)	3(1)	8(1)	2(2)	0
5 ~ 10	0	1	1	2(1)	7	1(2)	1
10 ~ 50	0(1)	0	1	2	4	3	1(1)
50 ~ 500	0	0	0	0	1	0	1

B) $Q_{\text{oo}} = 1 \text{ MeV}$

Factor \ Life (sec)	~1	1~3	3~7	7~20	20~70	70~300	300~
Within 2	2(1)	4	4	3(1)	6	2(2)	0
2 ~ 5	2(1)	5(4)	6(1)	6(1)	7(1)	3(2)	1(1)
5 ~ 10	1	1(1)	2(1)	2(2)	4(1)	4	1
10 ~ 50	0(1)	0	2	1	2	2	0
50 ~ 500	0	0	0	1	2	0	0

(): Large discrepancy is seen in measured values.

Table 3 Half-life of Short-lived Fission Products
($\tau \leq 1.0$ sec)

Comparison of Calculation with Experiment.

A	Z	Element	$\tau_{1/2}$ (Exp)*	$\tau_{1/2}$ (Cal)	A	Z	Element	$\tau_{1/2}$ (Exp)	$\tau_{1/2}$ (Cal)
77	30	Zn	1.4	3.63	99	39	Y	0.8	3.30
86	33	As	0.9	0.39	100	40	Zr	1.0	35.1
87	33	As	0.45	0.38	108	42	Mo	0.86	4.72
88	34	Se	1.53	1.33	110	43	Tc	0.825	2.22
89	34	Se	0.41	0.66	112	44	Ru	0.686	11.9
90	35	Br	1.63	0.78	113	45	Rh	0.910	11.6
91	35	Br	0.64	0.80	121	47	Ag	0.8	3.43
92	35	Br	0.25	0.41	129	49	In	0.8	1.51
92	36	Kr	1.84	3.82	130	49	In	0.53	0.91
94	36	Kr	0.20	1.25	131	49	In	0.3	0.79
95	36	Kr	<0.5	0.53	132	49	In	0.12	0.18
95	37	Rb	0.36	1.60	134	51	Sb	0.85	1.30
96	37	Rb	0.207	0.74	140	53	I	0.86	1.27
97	37	Rb	0.168	0.70	141	53	I	0.45	1.09
97	38	Sr	0.40	2.39	143	54	Xe	0.30	1.53
98	37	Rb	0.136	0.38	145	54	Xe	0.9	0.81
98	38	Sr	0.85	2.80	145	55	Cs	0.563	2.08
99	37	Rb	0.076	0.34	146	55	Cs	0.189	1.27

*) A. Tobias "Data for the Calculation of Gamma Radiation Spectra and Beta Heating from Fission Products"
RD/B/M-2669, CNDC(73)64.

Table 4 Distribution of C/E Values of Short-Lived FP Half-Life (≤ 1.0 sec) $Q_{00} = 0$ MeV

C/E(E/C) Life Factor (sec)	within 2	2~5	5~10	10~50	50~500
≤ 1.0	12	16	5	3	0

Table 5 Decay Energy of Fission Products ($Q \geq 6.5$ MeV)
 Comparison of Calc. with the Compiled Data of
 Tobias

A	Z	Element	Q-Value	Beta Energy	Gamma Energy	$\tau_{1/2}$ (C/E or E/C)
86	35	Br	7.296 ^{a)}	1.765	3.296	
			7.300 ^{b)}	2.972	0.870	9
			"	2.408	2.004	6
87	35	Br	6.362	2.087	1.727	
			6.500	2.682	0.652	14
			"	2.263	1.498	9
91	36	Kr	5.298	2.000	0.748	
			5.070	2.109	0.376	3
			"	1.672	1.265	2
92	37	Rb	8.216	3.714	0.260	
			8.180	3.119	1.448	1.5
			"	2.626	2.437	1.0
116	47	Ag	5.710	2.185	0.710	
			6.300	2.357	1.058	1.4 or 13
			"	1.831	2.131	2 or 8
132	51	Sb	5.922	1.664	2.006	
			6.000	2.186	1.082	12
			"	1.679	2.126	8
134	51	Sb	8.482	2.879	2.026	
			8.500	2.806	2.303	3 or 5
			"	2.498	2.932	3 or 4
136	53	I	6.137	1.808	1.911	
			6.300	2.234	1.269	~7
			"	1.763	2.237	~5

a) Total Energy Released

b) Q-Value from Wapstra-Gove's Table; In-put for Calculation

Note) Upper: Exp., Middle: Calc. ($Q_{00}=0.0$ MeV)

Lower : Calc. ($Q_{00}=1.0$ MeV)

Table 6 Decay Energy of Fission Products ($Q \geq 5$ MeV)
 Calculation Adjusted to Measured Value by Qoo

				Element	Q-Value	(MeV Unit)		
A	Z					Beta Energy	Gamma Energy	Qoo
76	31	o-o	Ga	3^-	6.610	1.675	2.808	2.0
					6.610	1.684	2.794	
80	33	o-o	As	1^+	5.999	2.468	0.554	0.2
					5.999	2.471	0.578	
82	33	o-o	As		7.146	3.134	0.336	0.0
					7.146	2.952	0.760	
86	35	o-o	Br	$1^{+,-}$	7.296	1.765	3.296	2.5
					7.296	1.783	3.266	
87	35	o-e	Br		6.362	2.087	1.727	1.3
					6.362	2.076	1.737	
89	36	e-o	Kr		4.971	1.231	2.072	1.9
					4.971	1.215	2.109	
90	37	o-o	Rb	1^-	6.624	1.789	2.559	1.7
					6.624	1.803	2.550	
91	36	e-o	Kr		5.298	2.000	0.748	0.4
					5.298	2.030	0.764	
91	37	o-e	Rb		5.844	1.320	2.871	2.5
					5.844	1.299	2.804	
92	36	e-e	Kr		6.615	2.700	0.751	0.0
					6.615	2.601	0.927	
92	37	e-o	Rb	$1^{+?}$	8.216	3.714	0.260	0.0
					8.216	3.127	1.467	
93	38	e-o	Sr		4.054	0.784	2.135	2.0
					4.054	0.795	2.075	
95	39	o-e	Y		4.464	1.713	0.523	0.3
					4.464	1.732	0.527	
97	39	o-e	Y		6.135	1.612	0.935	1.0
					6.135	2.075	1.501	
100	41	o-o	Nb		6.538	2.023	1.942	1.0
					6.538	2.035	1.978	
116	47	o-o	Ag		5.710	2.185	0.710	0.0
					5.710	2.222	0.744	
132	51	o-o	Sb		5.922	1.664	2.006	0.9
					5.922	1.698	2.007	
134	51	o-o	Sb		8.482	2.879	2.026	0.0
					8.482	2.802	2.295	
136	53	o-o	I		6.137	1.808	1.911	0.7
					6.137	1.839	1.920	

Note) Upper: Measured values¹⁵⁾
 Lower: Calculated Values (Q-Value; Tobias¹⁵⁾, Mod-Lorentz)

Table 6.1 Summary of Best
Qoo Values

Odd-odd	Others
2.0	1.3
0.2	1.9
0.0	0.4
2.5	2.5
1.7	0.0
0.0	2.0
1.0	0.3
0.0	1.0
0.9	
0.0	
0.7	

Table 7 Comparison of $\tau_{1/2}(\text{Cal})$ with $\tau_{1/2}(\text{Exp})$
Before and After the Qoo Survey

Isotope	$\tau_{1/2}(\text{Exp})^{\text{a)}$ sec	Before Survey		After Survey		Best Qoo ^{d)}
		$\tau_{1/2}(\text{Cal})$	C/E or E/C	$\tau_{1/2}(\text{Cal})$	C/E or E/C	
⁷⁶ Ga	27.1	11.0	2.4	36.3	1.3	2.0
⁸⁰ As	16.5	17.3	1.0	19.9	1.1	0.2
⁸² As	22.6	6.8	3.3	6.8	3.3	0.0
⁸⁶ Br	59	5.8	10.1	16.4	3.6	2.5
⁸⁷ Br	55.7	3.9	14.3	8.22	6.8	1.3
⁸⁹ Kr	190.7	14.9	12.8	70.0	2.7	1.9
⁹⁰ Rb	153	9.28	16.5	23.0	6.7	1.7
⁹¹ Kr	8.61	13.4	1.5	13.5	1.5	0.4
⁹¹ Rb	58.7	6.31	9.3	33.5	1.8	2.5
⁹² Kr	1.84	1.34	1.4	1.34	1.4	0.0
⁹² Rb	4.53	3.10	1.5	3.10	1.5	0.0
⁹³ Sr	7.4m	0.61	12.1	6.1m	1.2	2.0
⁹⁵ Y	10.8m	0.36	30.0	0.44m	24.5	0.3
⁹⁷ Y	1.1	4.83	4.4	7.67	7.0	1.0
¹⁰⁰ Nb	2.4	9.60	4.0	15.8	6.6	1.0
¹¹⁶ Ag	2.68m ^{b)}	0.20	13.4	0.20	13.4	0.0
¹³² Sb	2.1m	0.25	8.4	0.41	4.7	0.9
¹³⁴ Sb	10.3 ^{b)}	2.29	4.5	2.29	4.5	0.0
¹³⁶ I	48	11.7	4.1	18.0	2.7	0.7

a) Tobias¹⁵⁾

b) Doubtful

c) Q: Tobias' Decay Energy¹⁵⁾, Qoo=0 MeV

d) In MeV

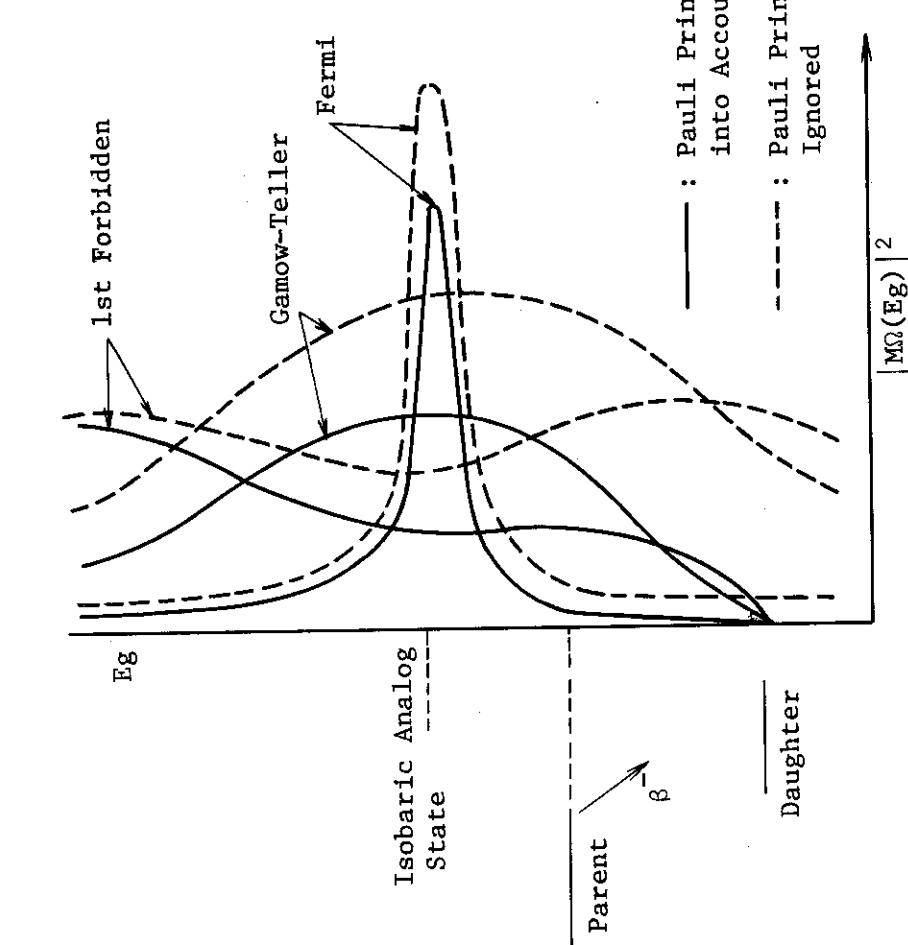


Fig. 1 Profile of the Strength Function, β^- Decay of Heavy Nuclei

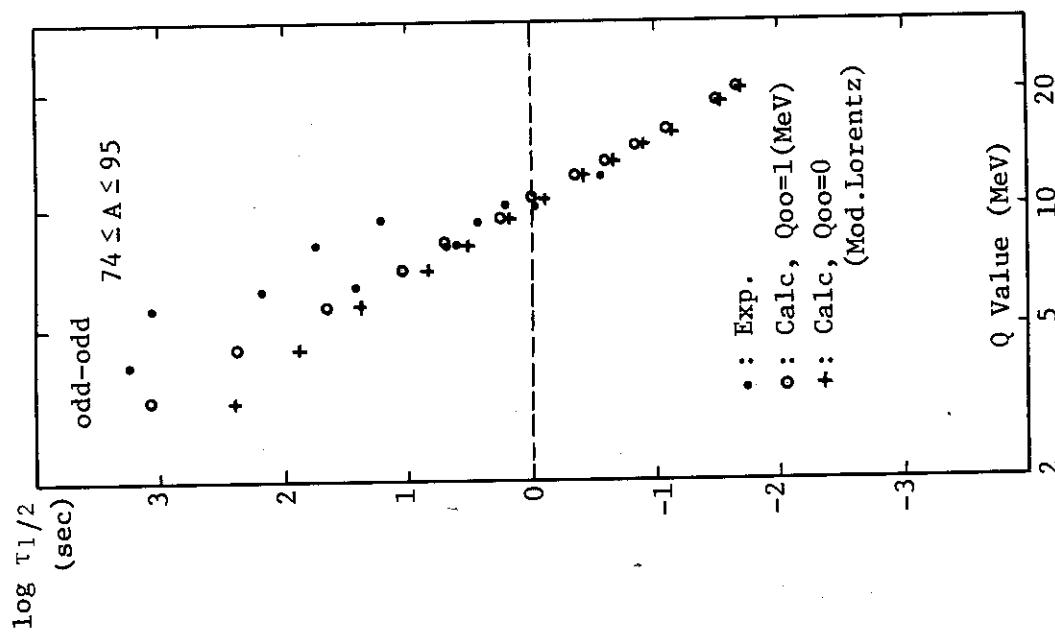


Fig. 2.1 Half-life of Short-lived Fission Product (I)

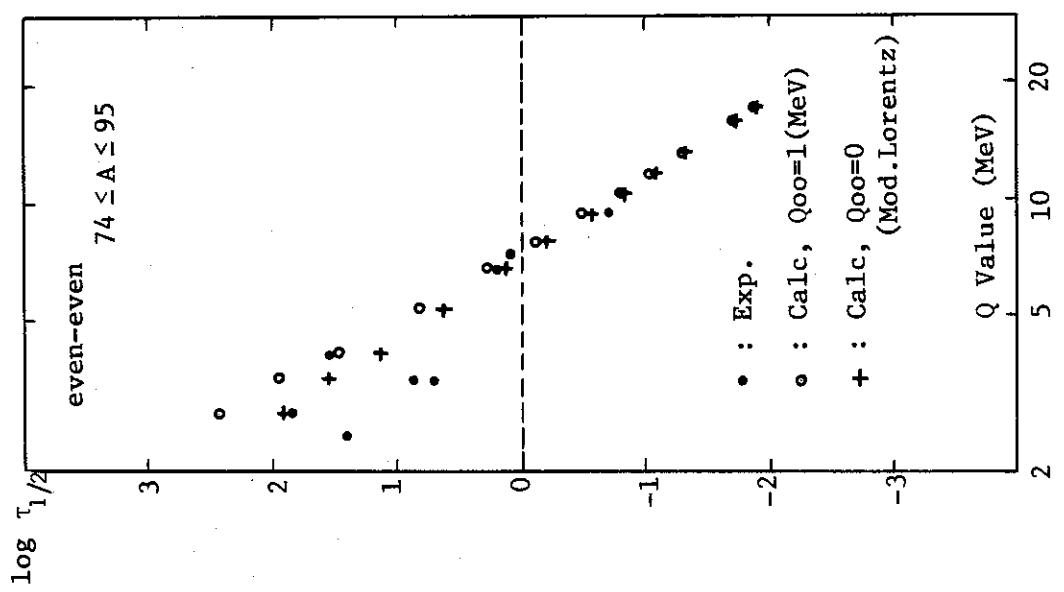


Fig. 2.2 Half-life of Short-lived
Fission Product (II)

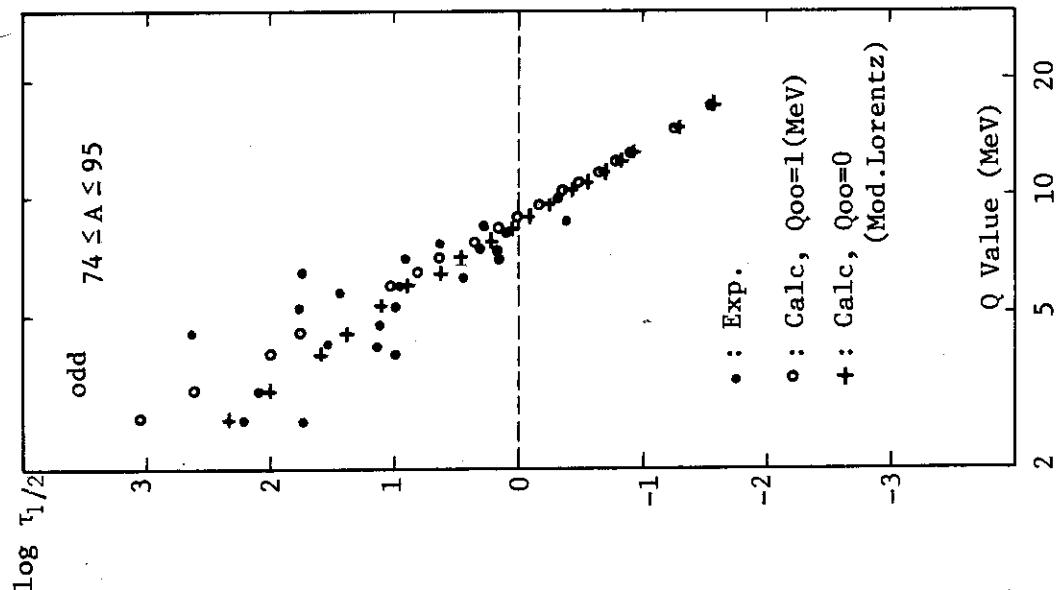


Fig. 2.3 Half-life of Short-lived
Fission Product (III)

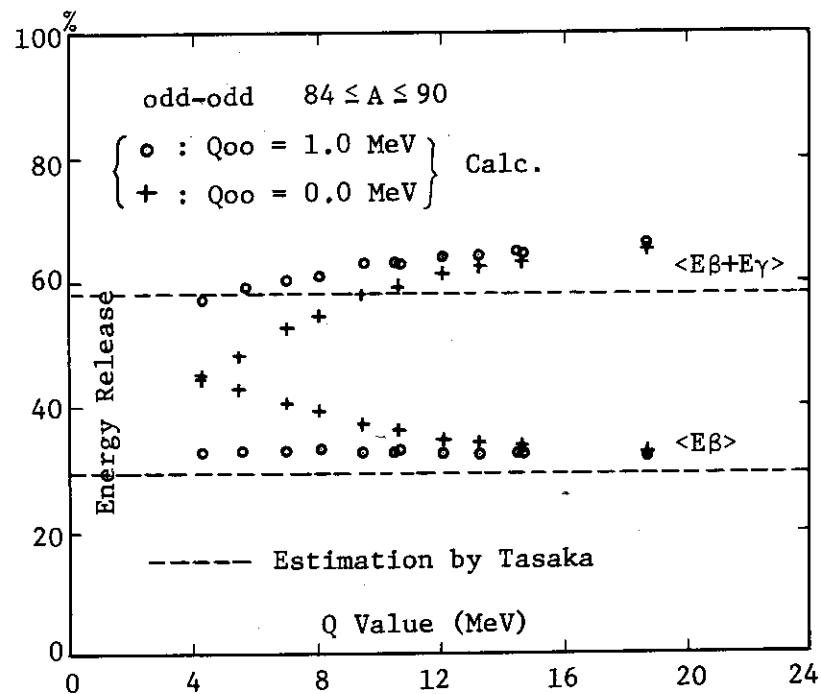


Fig. 3.1 Released Energy versus Q-value (I)
(The Sum $\langle E_{\beta} \rangle + \langle E_{\gamma} \rangle + \langle E_{\nu} \rangle$ Normalized to 100%)

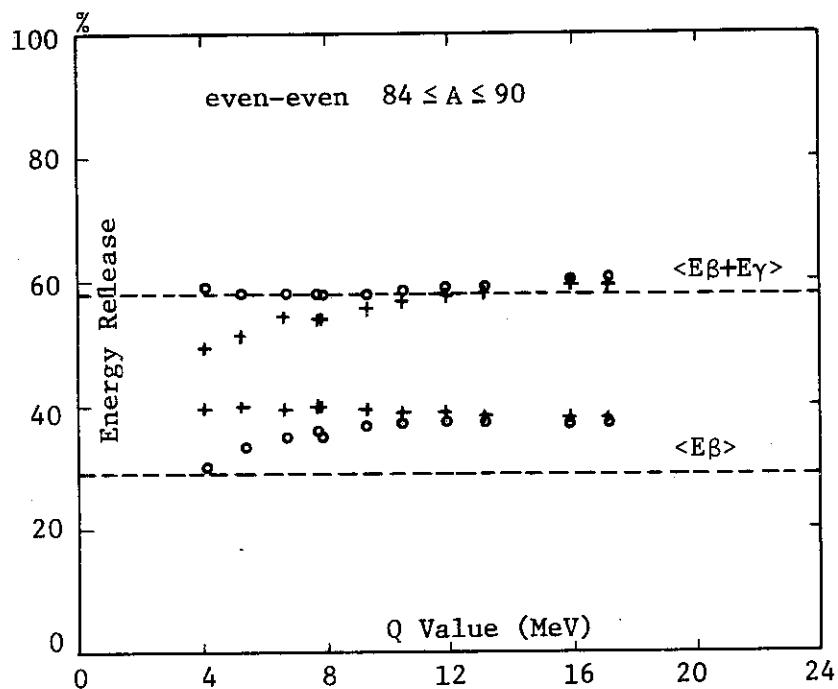


Fig. 3.2 Released Energy versus Q-value (II)

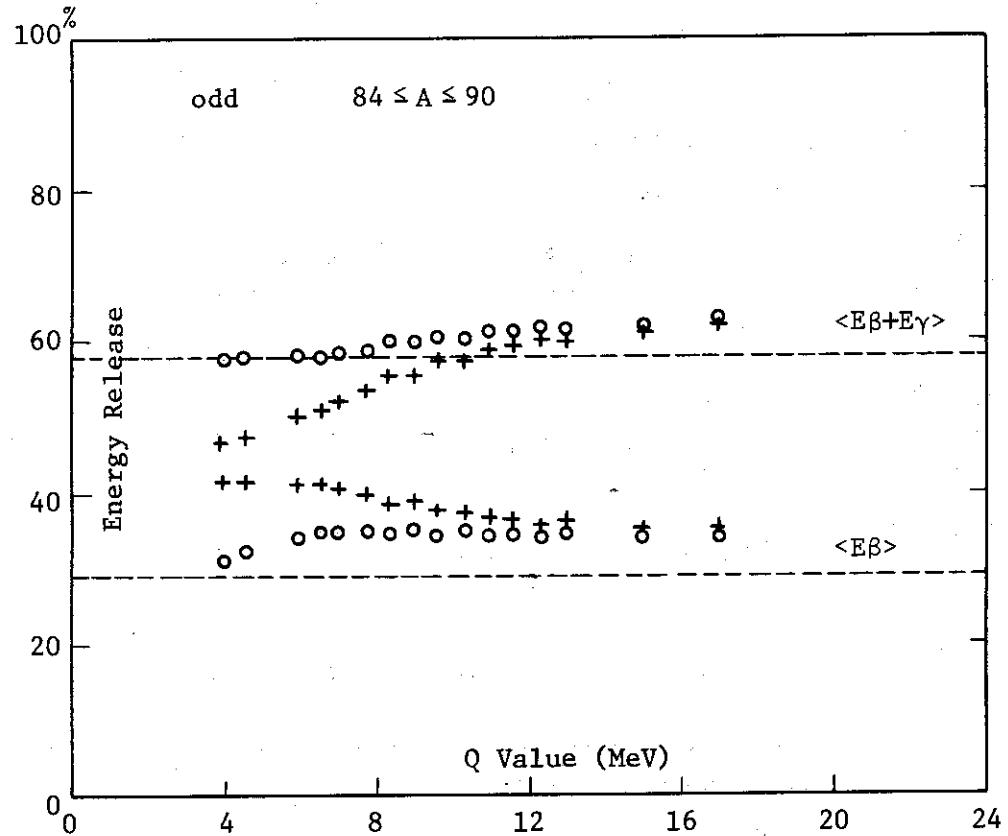


Fig. 3.3 Released Energy versus Q-value (III)

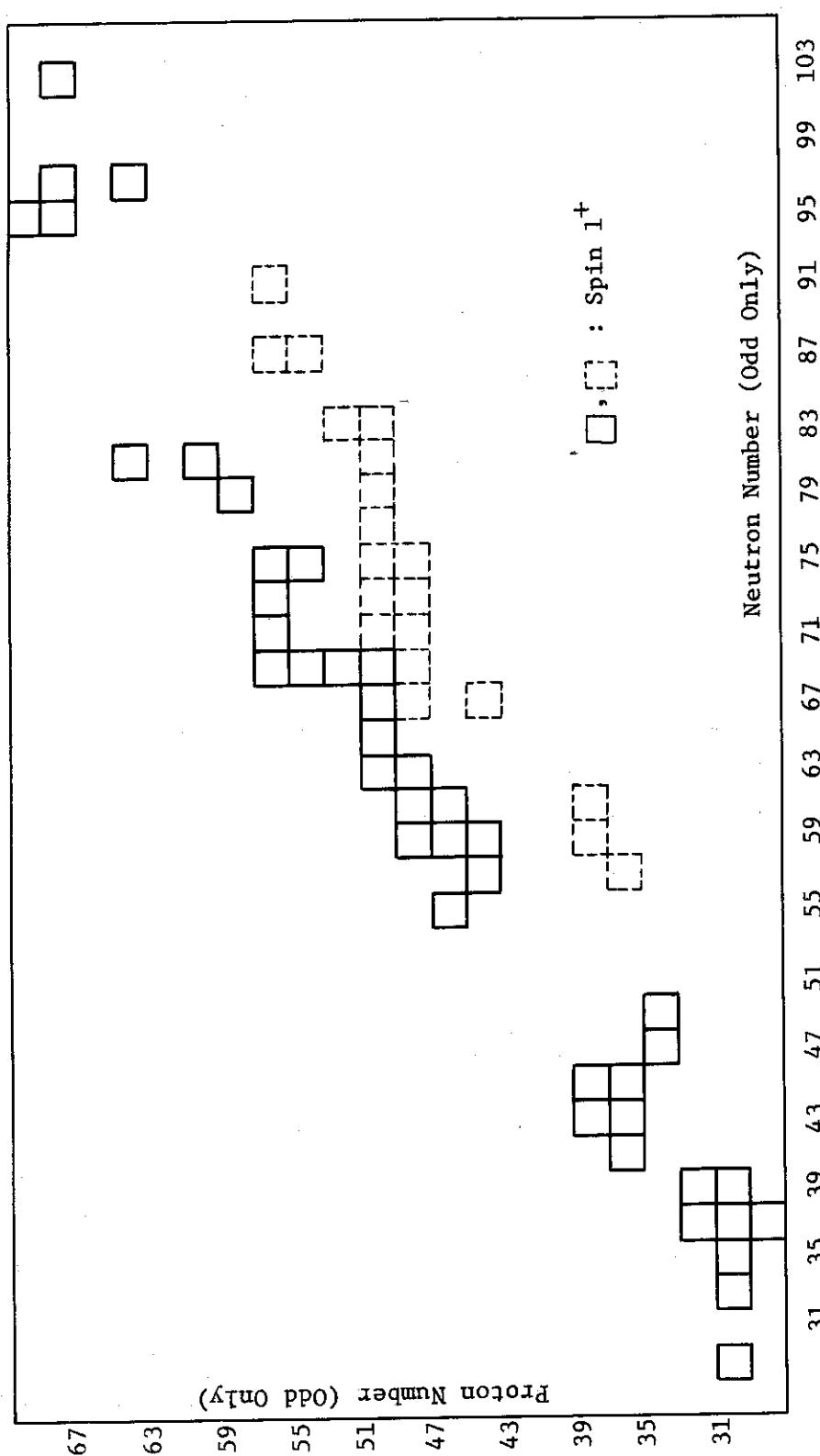


Fig. 4 Odd-Odd Nuclei Spin-Parity Map

[] : Estimated from the Results of Gross Theory Calculation
 References : 1) Nucl. Level Schemes A=45~257, Academic Press (1973)
 2) Table of Isotopes, 6th Ed. (1967)

Appendix プログラムの構成

本コードの流れを理解する為には、文献 3) の § 3 及び Appendix に依る必要があるので、ここでは各サブルーチンの機能を、文献 3), 4) の notation を説明なしで使いながら、極く簡単に述べるに止める。文献 3) を読みながら、コード内容を理解する一助となれば幸いである。

MAIN : ◦ 入力データを読み込み、いくつかの予備的パラメータを計算する。

◦ INW をサフィックスに場合を以下のように分け、TBM or P を呼ぶ。

イ) GROSS-M

INW=1 のとき A_- の計算を行う。

2 "	$\langle E_\beta \rangle_-$	"
3 "	$\langle E_\tau \rangle_-$	"
4 "	$\langle E_\nu \rangle_-$	"

ロ) GROSS-P

INW=1 のとき A_+ の計算を行う。

2 "	$\langle E_\beta \rangle_+$	"
3 "	$\langle E_\tau \rangle_+$	"
4 "	$\langle E_\nu \rangle_+$	"
5 "	A_ϵ	"
6 "	$\langle E_\tau \rangle_\epsilon$	"

なお、INW は COMMON // WCON // を通じ TBM を経て FUNCTION FO(X) にわたされる。

TBM(Z, A, Q) (GROSS-M) あるいは TBP(Z, A, Q) (-P) :

◦ III をサックスにして、even - odd 性、質量領域、 Δ_i と d_i の大小関係から、16 のケースに分ける。

III = 1 文献 3) のケース 1), = 9 文献 3) のケース e)

2	"	2),	10	"	f)
3	"	3),	11	"	g)
4	"	4),	12	"	h)
5	"	a),	13	"	i)
6	"	b),	14	"	j)
7	"	c),	15	"	k)
8	"	d),	16	"	l)

◦ パラメーター $\epsilon_F, d_i, d_{ij}, A_0, A_\tau, \bar{A}_\tau, \chi, A_{1V+}, A_{1V-}, \sigma_N^2, \sigma_C^2, \sigma_r^2$, 核半径等を計算し、更にそれらを使い易いよう編集する。

◦ F1 を呼ぶ。

F1(X) : ◦ 上記の 16 ケースに応じ F100, F200, …, F1100, F1200 の函数、あるいはそれらを組み合わせて呼ぶ

F100, F200, F300, F400, F500, F600, F700, F800, F900, F1000, F1100, F1200 (引数略記) :

◦ 第 3 章の計算を、項別に行なう。これらの函数は更に下位の函数 F0, F10, F20 …, F70 を呼ぶ。

XRAY: ○ KX線のエネルギーをテーブルと内挿により求める。

FO (X): ○ INW の値に応じて第3章の一連の表式のうち強度函数以外の部を計算する。同章Iの β^- を例にとれば、

$$INW = 1 \text{ の時には } f(-E_g + 1)$$

$$2 \quad " \quad \int_1^{E_g+1} mc^2(E-1)pE(-Eg+1-E)^2F(+Z, E)dE_g$$

$$3 \quad " \quad mc^2(E_g + Q) f(-E_g + 1)$$

を計算する。

F10, F20, F30, F40, F50, F60, F70 (引数略記) :

○ 第3章の一連の表式のうち、強度函数の部分の計算を行う。

FERMI (P, W, P2) :

○ Fermi 函数 ($F(\pm Z, E)$ に相当) の計算を行う。

SHAPE (P, W, PQ, P2) :

○ Shape factor の計算。FERMI 及びSHAPE については、文献 4) の(32), (38), (42)及び(44)式を参照されたい。

DO (X): ○ Gauss あるいは modified Lorentz 型の一粒子強度函数 (第2章の○印以後参照) を計算する。

SUBTAK (引数略記) :

○ normalization factor の計算。MAIN に呼ばれる。

最後に、表式が最も単純になる III = 9 のケース ($e^- - e^-$ 核から $o^- - o^-$ 核への崩壊で $70 \leq A \leq 100$, $d_1 \leq A_1$ の場合) を例に取って、崩壊定数の具体的な式と、GROSS コードのFUNCTION で書いた表式を与えておく。但し積分範囲は β^- の例。

$$A = \frac{1}{2} \int_{-Q}^0 |M_d(E_g)|^2 f(-E_g + 1) dE_g \\ = 2 \int_{-Q-A_2+d_2}^0 D(E - A_1) f(-E + 1) dE \quad \dots \quad a)$$

$$+ N_1 \int_{-Q-A_2+d_2}^0 \left\{ \left(1 - \frac{A_1 + d_1}{\epsilon_F} \right)^{3/2} - \left(1 - \frac{Q+E+A_1+A_2+d_1-d_2}{\epsilon_F} \right)^{3/2} \right\} \\ \times D(E) f(-E+1) dE \quad \dots \quad b)$$

$$+ \frac{3N_1}{2\epsilon_F} \int_{-Q-A_2+d_2}^0 dEf(-E+1) \int_0^{A_1-d_1} \left(1 - \frac{\epsilon' + A_1 + d_1}{\epsilon_F} \right)^{1/2} D(E-\epsilon') d\epsilon' \quad \dots \quad c)$$

$$+ \frac{3N_1}{2\epsilon_F} \int_{-Q}^0 dEf(-E+1) \left(1 - \frac{Q+E+A_1+d_1}{\epsilon_F} \right) \int_{E-A_2-d_2}^{E-A_2+d_2} D(E') dE' \quad \dots \quad d)$$

$$+ f(Q+1) \int_{-Q-A_2-d_2}^{-Q-A_2+d_2} \left[2D(E'-A_1) + \frac{3N_1}{2\epsilon_F} \int_0^{A_1-d_1} \left(1 - \frac{\epsilon' + A_1 + d_1}{\epsilon_F} \right)^{1/2} D(E'-\epsilon') d\epsilon' \right] dE' \quad \dots \quad e)$$

$$= F60(Q) \quad \dots \quad a) + c)$$

$$\begin{aligned} &+ F40(-Q - A_2 + d_2, A_1 + d_1, Q + A_1 + A_2 + d_1 - d_2, 0) && b) \\ &+ F30(-Q, Q + d_1 + A_1, -A_2 - d_2, -A_2 + d_2, 0) && d) \\ &+ F0(Q) * F50(-Q - A_2 - d_2, Q - A_2 + d_2) && e) \\ &= F900(Q - 2A_1 - 2d_1) \end{aligned}$$

** BETA-P DECAY ** TRIAL FUNCT. = MOD.LORFIN2; MASS = MYERS-SWATI; SIGNZ = 12.0; GAMMAS=100.0 ENERGY UNIT = MEV
 UPPER = TOTAL DECAY, MIDDLE = BETA PLUS, LOWER = ELECTRON CAPTURE (K-X-RAY INCLUDED IN GAMMA)

2 A 0-VALUF (000) ENERGY REHS ELECTRON GAMMA NAT PAIR ANHIL X-RAY LIFE TIME LOC(G1)
 IN HEAT ENERGY ENERGY ENERGY (SEC)

C	39	86	4.787 (0.)	3.2201E 00	1.6413F 00	6.4179E-01	9.7694F-01	2.1352E 00	6.1564F 02	2.619
C				3.3759E 00	1.7170E 00	6.3665E-01	1.0270E 00	2.0475E 00	6.3681E 02	2.651
C				7.4690E-01	0.	7.4906E-01	0.	4.0377E 00	9.4240E 03	3.974
C	40	96	1.924 (0.)	5.0709E-01	6.4701E-02	2.7369L-01	1.6949F-01	1.5192L 00	8.3846F 03	3.923
C				2.0549E 00	3.9014E-01	6.4263E-01	1.0270E 00	4.9260E-01	5.0538E 04	4.794
C				2.0039E-01	0.	2.0059E-01	0.	1.7232E 00	1.0051E 04	4.002
C	41	86	8.492 (0.)	5.4037E 00	3.1989E 00	1.1954E 00	1.0092F 00	3.7250E 00	6.6506E 00	6.821
C				5.4412E 00	3.2396E 00	1.1804E 00	1.0220F 00	3.6954E 00	6.7512E 00	6.828
C				2.3841E 00	0.	2.3853E 00	0.	6.1072E 00	5.4218E 02	2.754
C	42	96	3.666 (0.)	3.8211E 00	1.9293E 00	9.1159E-01	9.8517F-01	2.4584E 00	9.5777F 00	9.981
C				3.9427E 00	2.0055E 00	9.1773E-01	1.0220E 00	2.3634E 00	9.9569E 00	9.996
C				6.0877E-01	0.	6.0877E-01	0.	4.8573E 00	2.5207E 02	2.402
C	37	87	*** EVEN E-CAPTURE PROHIBITED ENERGETICALLY *** Q=000= -24.484							
C	38	87	*** EVEN E-CAPTURE PROHIBITED ENERGETICALLY *** Q=000= -0.283							
C	39	87	1.665 (0.)	2.0823E-01	1.8162E-02	1.3742L-01	6.7647F-02	1.46665E 00	5.0584F 04	6.706
C				1.9082E 00	2.7439E-01	6.1866E-01	1.0220E 00	3.4312E-01	7.6621E 05	5.882
C				9.86436E-02	0.	9.84366L-02	0.	1.5461E 00	5.6169E 04	4.734
C	40	87	3.366 (0.)	2.4769E 00	9.5849E-01	6.3883E-01	8.7955F-01	1.6318E 00	9.0368E 02	2.956
C				2.8313E 00	1.1137E 00	6.9609E-01	1.0220F 00	1.5651E 00	1.0500E 03	3.021
C				2.85331E-01	0.	2.85331L-01	0.	3.2782E 00	6.4812E 03	3.812
C	41	87	5.659 (0.)	3.6693E 00	1.8887F 00	7.9819E-01	9.8237E-01	2.4033E 00	4.8262E 01	1.664
C				3.7797E 00	1.9649E 00	7.9275E-01	1.0220E 00	2.3197E 00	5.0209E 01	1.701
C				9.3103E-01	0.	9.3504E-01	0.	4.5258E 00	1.2443E 03	5.093
C	42	87	7.286 (0.)	4.66928E 00	2.7019E 00	9.8803E-01	1.0024F 00	3.2255E 00	5.9032E 00	0.771
C				4.7517E 00	2.7535E 00	9.7619E-01	1.0220E 00	3.1782E 00	6.0159E 00	0.779
C				1.6082E 00	0.	1.6082E 00	0.	5.0782E 00	3.1516E 02	2.499
C	39	89	*** EVEN E-CAPTURE PROHIBITED ENERGETICALLY *** Q=000= -72.089							
C	40	89	2.036 (0.)	6.3121E-01	1.1276E-01	2.5781E-01	2.6063F-01	1.5624E 00	2.3288F 04	6.367
C				2.0920E 00	4.4218F-01	6.2877E-01	1.0220F 00	5.5958E-01	9.1317F 04	6.961
C				1.3063E-01	0.	1.30631L-01	0.	1.9056E 00	3.1259E 04	4.495
C	41	89	3.923 (0.)	2.7187E 00	1.1317F 00	6.7819E-01	9.0877F-01	1.7679E 00	4.8323F 02	2.684
C				3.0105E 00	1.2728F 00	7.5746E-01	1.0220F 00	1.5463E 00	5.4356E 02	2.755
C				3.7688E-01	0.	3.76884L-01	0.	3.5461E 00	4.7603E 03	5.660

** BETA-M DECAY ** TRIAL FUNCT = MOD.LURENTZ MASS = MYERS-SKIAT SIGN= 12.0, GAMMA= 100.0 ENERGY UNIT = MEV

Z	A	O-VALUE (0.0)	ENERGY (MEV)	ELECTRON IN HEAT	GAMMA RAY ENERGY	NEUTRINO ENERGY	LIFE TIME (SEC)	LOG(1)
33	87	10.32E (0.)	5.9569E 00	3.8665F 00	2.0723L 00	4.3711E 10	3.7712E-01	-0.474
34	87	8.375 (0.)	4.619E 00	3.2619E 00	1.4071E 00	3.7257E 10	1.1605E 00	0.057
35	87	6.426 (0.)	3.2075E 00	2.4555E 00	6.5105L-01	3.1390E 10	4.1307E 00	0.616
36	87	4.484 (0.)	2.1402E 00	1.8774E 00	2.0661E-01	2.4338E 10	2.6948E 01	1.300
37	88	10.515 (0.)	5.9659E 00	4.0821E 00	1.8459E 00	6.5703F 00	1.4954E-01	-0.817
38	88	11.247 (0.)	6.2601E 00	4.4656E 00	3.8245E 00	6.4564E 00	2.1946E-01	-0.659
39	88	6.687 (0.)	3.5555E 00	2.6521E 00	9.0344L-01	3.1311E 00	1.5254E 00	0.172
40	88	9.472 (0.)	5.4813E 00	3.5017E 00	1.9794E 00	3.9690E 00	1.4384E 00	0.158
41	88	2.853 (0.)	1.3326E 00	1.0693E 00	2.3310E-01	1.5206E 00	7.7415E 01	1.849
42	88	5.621 (0.)	2.7121E 00	2.4197E 00	2.9255E-01	2.9089E 00	2.1762E 01	1.318
43	89	11.515 (0.)	6.8102E 00	4.2137E 00	2.5966E 00	4.7051F 00	2.1009E-01	-0.678
44	89	9.565 (0.)	5.5313E 00	3.5641E 00	1.9490L 00	6.0521F 00	5.6510L-01	-0.248
45	89	7.717 (0.)	4.1543E 00	3.0761E 00	1.0782E 00	1.5031F 00	1.6498E 00	0.217
46	89	5.901 (0.)	2.9885E 00	2.4300E 00	5.5854L-01	7.9122F 00	6.4564E 00	0.810
47	89	7.992 (0.)	1.8712E 00	1.6554F 00	2.1581L-01	2.1206E 00	5.6854E 01	1.587
48	89	2.069 (0.)	6.8563E-01	4.0835E-01	7.7304E-02	1.7037F 00	6.8605E 02	2.816
49	90	14.689 (0.)	9.2190E 00	6.7728E 00	4.4662E 00	5.2700E 00	1.2904E-01	-0.889
50	90	7.873 (0.)	4.2927E 00	3.0948E 00	1.1980L 00	3.5807E 00	3.6689E-01	-0.211
51	90	10.578 (0.)	6.3401E 00	3.7453E 00	2.5948E 00	4.2379F 00	1.7642E-01	-0.110
52	90	4.111 (0.)	2.0558E 00	1.6197F 00	6.1612E-01	2.0755E 00	1.5556E 01	1.112
53	90	7.011 (0.)	3.6739E 00	2.8456F 00	8.2850L-01	3.1357F 00	6.9161E 00	0.840
54	90	0.487 (0.)	1.6041E-01	1.6810E-01	1.0212E-02	3.2680E-01	6.9162E 04	4.951
55	90	3.262 (0.)	1.3907E 00	1.3907E 00	2.7624E-00	1.8523F 00	2.5909E 02	2.369