

JAERI-M

6501

2分割型拡散筒により構成される
ガス拡散プラントの静特性解析

1976年3月

成瀬 雄二・松田 祐二・丸山庸一郎・青地 哲男

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）へあて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

2分割型拡散筒により構成されるガス拡散プラントの静特性解析

日本原子力研究所東海研究所ウラン濃縮研究室

成瀬雄二，松田祐二，丸山庸一郎，青地哲男

(1976年2月18日受理)

ウラン濃縮用ガス拡散プラントにおけるカスケードの所要段数は段分離係数によって決定される。

段分離係数を向上させるためには，拡散筒を2つの室に分割することが考えられる。

そこで，2分割型拡散筒により構成される2形式のカスケードについて静特性方程式を導出した。次いで，これを分離作業量が $5,000 \text{ ton-SWU/yr}$ および $8,750 \text{ ton-SWU/yr}$ のプラントに適用し，これらのカスケードと通常のカスケードの静特性（所要段数，循環流量および所要動力）について比較・検討した。

JAERI-M 6501

Static Characteristics of the Gaseous Diffusion Cascades
Consisting of Two-Compartment Diffusers

Yuji NARUSE, Yuji MATSUDA, Yoichiro MARUYAMA and Tetsuo AOCHI

Uranium Enrichment Laboratory, Tokai, JAERI

(Received February 18, 1976)

In the gaseous diffusion plant for uranium enrichment, the number of stages in cascade are determined by the stage separation factor. In order to improve the stage separation factor, it is proposed to divide each diffuser into two compartments. Static equations are derived for two types of cascades with the two-compartment diffusers and applied for 5000 and 8750 ton-SWU/yr plants. The results are compared with those in the ordinary cascade.

目 次

1.	はじめに	1
1.1	理想カスケード	1
1.2	方形カスケード	4
1.3	ステップカスケード	5
1.4	2分割型拡散筒により構成されるカスケード	6
2.	カスケード算出式の導出	10
2.1	カスケードType-1	10
2.1.1	仮定	10
2.1.2	カスケード所要段数	10
2.1.3	濃度分布	14
2.1.4	分離係数	15
2.1.5	段分離係数	17
2.1.6	段分離係数の応用	19
2.2	カスケードType-2	21
2.2.1	仮定	21
2.2.2	カスケード所要段数	25
2.2.3	濃度分布	25
2.2.4	分離係数	27
3.	5,000ton-SWU/yr プラントに関する計算例(方形カスケード)	28
3.1	計算条件	28
3.2	所要段数および濃度分布	28
3.3	分離係数	32
3.4	所要動力	33
3.5	最適分割比	36
4.	8,750ton-SWU-yr プラントに関する計算例(ステップカスケード)	48
4.1	計算条件	48
4.2	計算結果	48
5.	おわりに	60
	参考文献	61

1. はじめに

ガス拡散法によりウランの同位体分離を行なう場合、隔膜を通してUF₆ガスを透過させる1回の分離操作で得られる濃縮度(分離係数)は極めて小さいため、所定濃度のウラン(軽水炉用低濃縮ウラン、~3%濃縮)を製造するのに約1000回もの分離操作を繰返す必要がある。この操作を効率良く行なうために、通常、分離器(濃縮器、拡散筒)を図1-1のように連結する。このように多数の分離器を連結したものをカスケードと呼ぶ。この方式では、隔膜を通過した流れ(濃縮流、透過流)は上方に向い、隔膜を素通りした流れ(減損流、未透過流)は下方に向う。そこで、この方式に基づいてガス拡散プラントのカスケード全体図を描くと、図1-2が得られる。図では分離器の大きさを全段を通じて同じにしているが、実際には種々の組み合わせが考えられる。

以下に、カスケードの代表例を2-3述べ、さらに、本報告書で取扱う2分割型拡散筒を用いたカスケードを概説する。

1.1 理想カスケード (Ideal Cascade)

実際のガス拡散プラントでは所要段数が約1000段にも達するので、できるだけ無駄の少ないカスケードを設計しなければならない。これは、上昇流と下降流の合流点において、濃度的に混合があってはならないという条件(非混合の条件)に相当する。即ち、理想的なカスケードでは、各段において次の関係を満足しなければならない(なお、本章における記号は図1-1, 2に従うものとする)。

$$x_n = x'_{n-1} = x''_{n+1} \quad \dots \dots \dots (1.1)$$

この関係を用いて、カスケードの所要段数を求めると、濃縮部では

$$N_p = \frac{2 \ell n \frac{x_p(1-x_F)}{(1-x_p)x_F}}{\ell n \alpha} \quad \dots \dots \dots (1.2)$$

回収部では

$$N_w = \frac{2 \ell n \frac{x_F(1-x_w)}{(1-x_F)x_w}}{\ell n \alpha} - 1 \quad \dots \dots \dots (1.3)$$

従って、全段数は

$$N_T = N_p + N_w = \frac{2 \ell n \frac{x_p(1-x_w)}{(1-x_p)x_w}}{\ell n \alpha} - 1 \quad \dots \dots \dots (1.4)$$

次に、流量関係を求めると、還流比は

$$\frac{L''_{n+1}}{P} = \frac{x_p - x'_n}{x'_n - x''_{n+1}} \quad \dots \dots \dots (1.5)$$

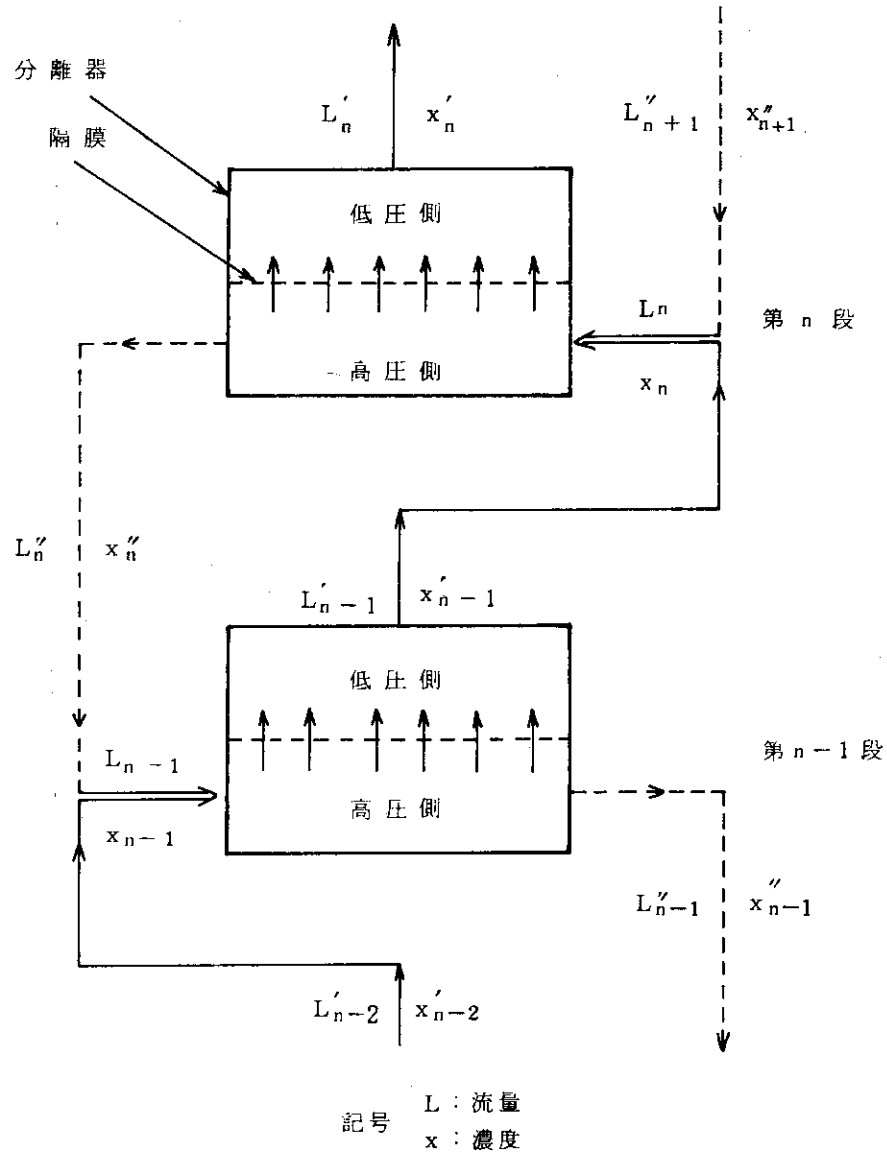


図 1-1 カスケードの基本的構成

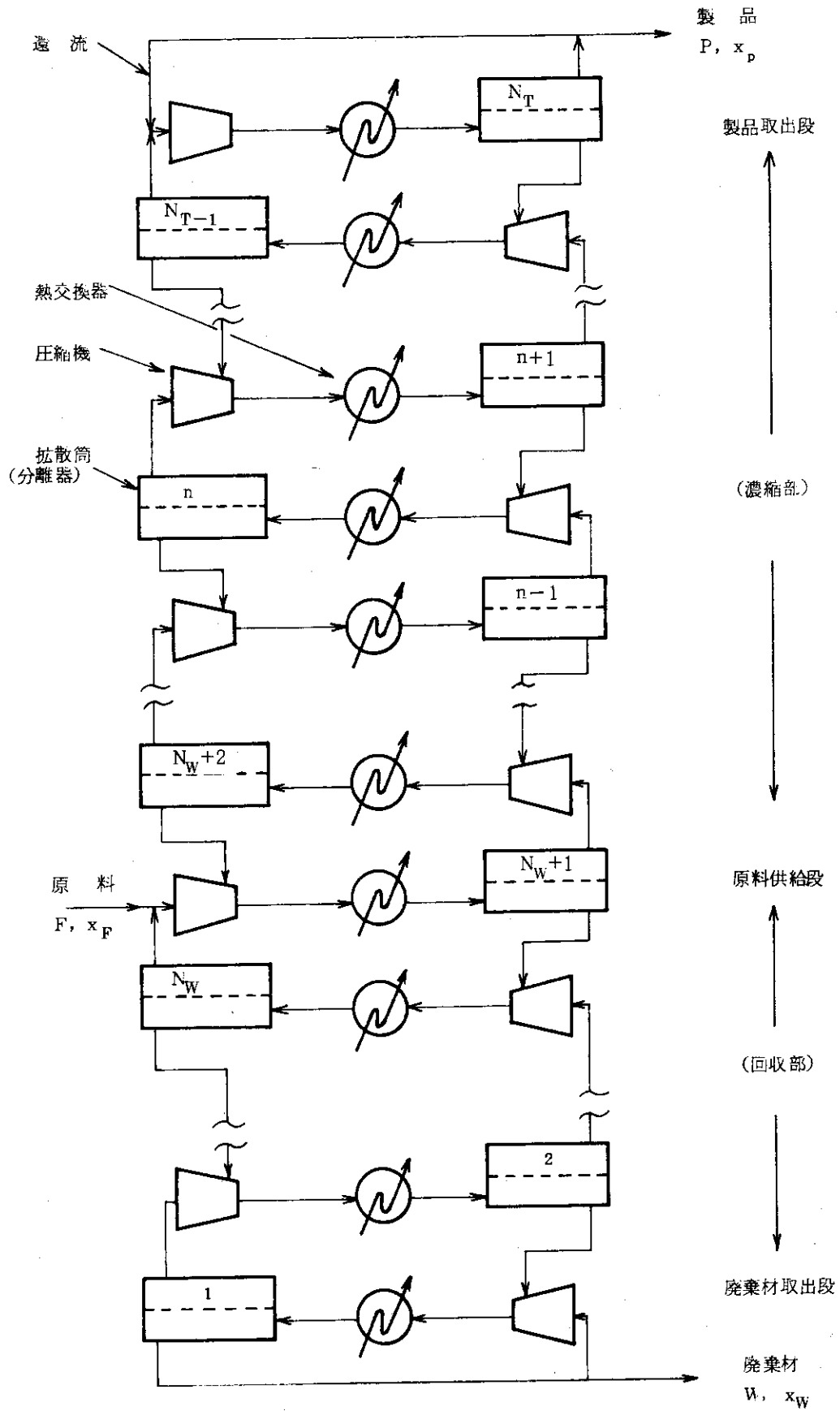


図1-2 ガス拡散プラント用カスケード全体図

濃縮部における各段の下降流量は ($\alpha = \beta^2$ である),

$$\begin{aligned} \frac{L''_{n+1}}{P} &= \frac{1}{\beta-1} \left\{ \frac{x_P}{x''_{n+1}} - \frac{\beta(1-x_P)}{1-x''_{n+1}} \right\} \\ &= \frac{1}{\beta-1} \{ x_P(1-\beta^{n-N_T}) + (1-x_P)\beta(\beta^{N_T-n}-1) \} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

従って、濃縮部の上昇流量は

$$\begin{aligned} \frac{L'_n}{P} &= 1 + \frac{1}{\beta-1} \{ x_P(1-\beta^{n-N_T}) + (1-x_P)\beta(\beta^{N_T-n}-1) \} \dots\dots\dots (17) \\ &\quad (N_W+1 \leq n \leq N_T) \end{aligned}$$

同様に、回収部については、

$$\begin{aligned} \frac{L'_n}{W} &= \frac{1}{\beta-1} \{ x_W\beta(\beta^n-1) + (1-x_W)(1-\beta^{-1}) \} \dots\dots\dots (18) \\ &\quad (1 \leq n \leq N_W) \end{aligned}$$

以上のことから、理想カスケードでは、段間流量は段数の函数になっていることがわかる。即ち、分離器の大きさ(隔膜の必要量)や圧縮機の動力は、各段ごとに異なることを意味している。

ガス拡散プラントの規模は、上昇流量が所要隔膜面積と圧縮機所要動力に比例することから、カスケード全体の上昇流量の総和を1つの目安とすることができる。上昇流量の総和は、(17)、(18)式から求めることができる。

濃縮部では、

$$J'_P = \sum_{n=N_W+1}^{N_T} L'_n = \frac{4P}{(\alpha-1)^2} \left\{ (2x_P-1)\ell n \frac{x_P(1-x_P)}{x_F(1-x_P)} + \frac{(x_P-x_F)(1-2x_P)}{x_F(1-x_P)} \right\} \quad (19)$$

回収部では、

$$J'_W = \sum_{n=1}^{N_W} L'_n = \frac{4W}{(\alpha-1)^2} \left\{ (1-2x_W)\ell n \frac{x_F(1-x_W)}{x_W(1-x_F)} - \frac{(x_F-x_W)(1-2x_F)}{x_F(1-x_F)} \right\} \quad (110)$$

従って、プラント全体の総和は、

$$\begin{aligned} J' &= J'_P + J'_W \\ &= \frac{4}{(\alpha-1)^2} \left\{ W(2x_W-1)\ell n \frac{x_W}{1-x_W} + P(2x_P-1)\ell n \frac{x_P}{1-x_P} \right. \\ &\quad \left. - F(2x_F-1)\ell n \frac{x_F}{1-x_F} \right\} \dots\dots\dots (111) \end{aligned}$$

ここで、 α , β は1にほぼ等しいという仮定を使っている。

以上の関係式より、上昇流量の総和、即ちプラントの規模は $(\alpha-1)^2$ に逆比例することが分かる。

1.2 方形カスケード (Square Cascade)

理想カスケードは、非混合の条件を満足するカスケードであるが、拡散筒、圧縮機の容量が

各段ごとに異なり、建設、運転・制御面を考えると現実的なものとはいえない。方形カスケードは、各段の大きさを等しくしたもので、理想カスケードとは全く対照的である。即ち、方形カスケードでは、流量の総和（圧縮機所要動力）は理想カスケードに比べてかなり大きく、動力面では不利になるが、装置面が単純であるという大きな利点を有している。

方形カスケードの所要段数は、以下に示す手順で求めることができる。

分離係数の定義から

$$\alpha = \frac{x' / 1 - x'}{x'' / 1 - x''} \dots\dots\dots (1.12)$$

$\alpha \cong 1$ のときは

$$x' - x'' \cong (\alpha - 1)x'(1 - x') \dots\dots\dots (1.13)$$

(1.5), (1.13) 式より,

$$x'_n - x'_{n-1} = (\alpha - 1)x'_n(1 - x'_n) - \frac{P}{L''_n}(x_P - x'_{n-1}) \dots\dots\dots (1.14)$$

各段ごとの x'_n の変化は非常に小さいので,

$$\frac{dx}{dn} = (\alpha - 1)x(1 - x) - \frac{P}{L''}(x_P - x) \dots\dots\dots (1.15)$$

方形カスケードでは、 $L'' = \text{const}$ であるので、上式を積分すると、濃縮部の所要段数は、

$$\begin{aligned} N_P &= \int_{x_F}^{x_P} \frac{dx}{(\alpha - 1)x(1 - x) - \frac{P}{L''}(x_P - x)} \\ &= \frac{1}{(\alpha - 1)b} \ln \frac{1+a}{1-a} \dots\dots\dots (1.16) \end{aligned}$$

ここで、

$$a \equiv \frac{b(x_P - x_F)}{(x_F + x_P)(1 + c) - 2x_F x_P - 2c x_P} \dots\dots\dots (1.17)$$

$$b \equiv \sqrt{1 + 2c(1 - 2x_P) + c^2} \dots\dots\dots (1.18)$$

$$c \equiv \frac{P}{L''(\alpha - 1)} \dots\dots\dots (1.19)$$

なお、回収部の所要段数は、 $P \rightarrow -W$, $x_P \rightarrow x_W$, $N_P \rightarrow -N_W$ と置換えて求めればよい。

また、濃縮部の上昇流量の総和は、

$$J'_P = L' N_P = \frac{L'}{(\alpha - 1)b} \ln \frac{1+a}{1-a} \dots\dots\dots (1.20)$$

1.3 ステップカスケード (Step Cascade または Square-off Cascade)

ステップカスケードは、プラント規模を小さくするという理想カスケードの利点と構成が単純であるという方形カスケードの長所を兼ねそなえたもので、短かい（段数の少ない）方形カ

スケードを幾ステップか積み重ね、全体的には理想カスケードの形に近づけようとしたものである(図1-3,4参照)。ステップカスケードの解析は、方形カスケードと全く同様で、方形カスケードの基本式を各ステップに適用すればよい。即ち、濃縮部の第*i*番目のステップの所要段数は、

$$N_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{(\alpha-1)x(1-x) - \frac{P}{L_i''}(x_P-x)}$$

$$= \frac{1}{(\alpha-1)b_i} \ln \frac{1+a_i}{1-a_i} \dots\dots\dots (121)$$

ここで、

$$a_i \equiv \frac{b_i(x_i - x_{i-1})}{(x_{i-1} + x_i)(1+c_i) - 2x_{i-1}x_i - 2c_i x_P} \dots\dots\dots (122)$$

$$b_i \equiv \sqrt{1+2c_i(1-2x_P)+c_i^2} \dots\dots\dots (123)$$

$$c_i \equiv \frac{P}{L_i''(\alpha-1)} \dots\dots\dots (124)$$

従って、濃縮部全体の所要段数および上昇流量の総和は、

$$N_P = \sum_{i=1}^m N_i \dots\dots\dots (125)$$

$$J_P' = \sum_{i=1}^m L_i' N_i \dots\dots\dots (126)$$

1.4 2分割型拡散筒により構成されるカスケード (Two Compartments Cascade)

以上述べた通常のカスケードの解析は、カスケード1段の分離器の数を1基とし、図1-1~図1-4のような単純な組合せに基づいたものである。本報告書では、カスケードの1段に2基の分離器(前部を分離器A、後部を分離器Bと呼ぶ)を配列した組合せをとり上げ、そのカスケード計算を行なう。このカスケードの特徴は、分離器内の流れ方向に濃度分布が生じることに着目し、隔膜透過流を分離器の前部と後部に分割し、夫々の流れを適当な位置に連結することによりカスケード1段の分離係数を向上させるところにある。

図1-5は、2分割型拡散筒により構成されるカスケードのType-1の配列法を示したものである。この方法に関しては、第2回ジュネーブ会議(1958年)でフランスから若干の報告がなされている(Hertzカスケードと呼ばれている)。n段目に供給されたフィードは、まず分離器Aに入り、ここで透過流と未透過流に分けられる。このうち、未透過流はさらに分離器Bに供給される。ここで、分離器Aの透過流は(n+1)段目のフィードとなり、分離器Bの透過流はもう一度n段目のフィードに戻される。また、分離器Bの未透過流は(n-1)段目のフィードとなる。

図1-4は、2分割型拡散筒により構成されるカスケードのType-2の配列法(C. E. A. 特許に基づく)を示したものである。n段目に供給されたフィードは、まず分離器Aに入り、ここで透過流と未透過流に分けられる。このうち、未透過流は(n+1)段目の分離器Bの未透過

流と合流して、 n 段目の分離器 B に供給される。ここで、分離器 A の透過率は $(n+1)$ 段目のフィードとなり、分離器 B の透過流はもう一度 n 段目のフィードに戻される。また、分離器 B の未透過流は $(n-1)$ 段目の分離器 B の手前に供給される。

以上のことから、Type-1, 2 と通常のカスケードとの違いは、分離器 B の透過流、未透過流をどの位置に戻すかにあることが分かる。

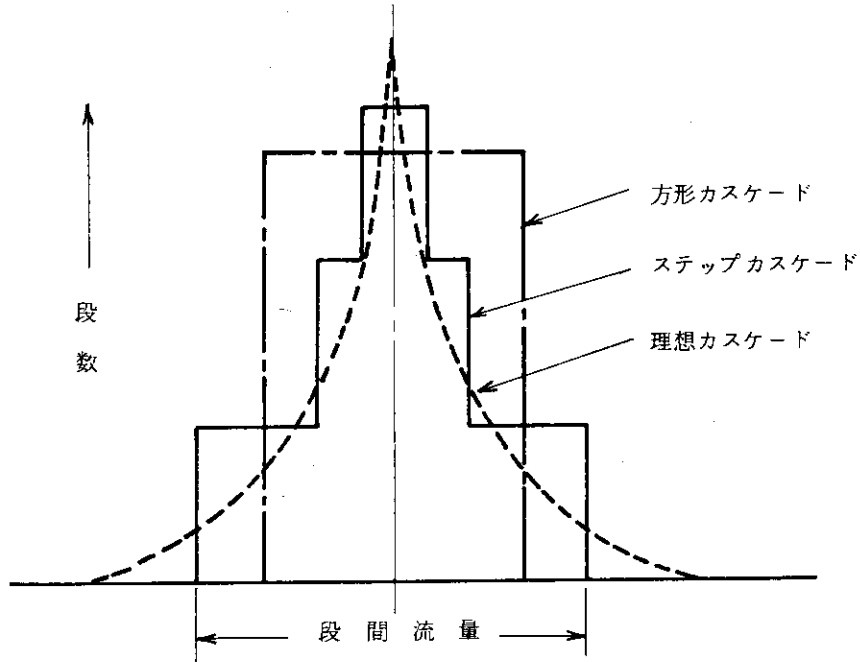


図 1-3 カスケードの比較

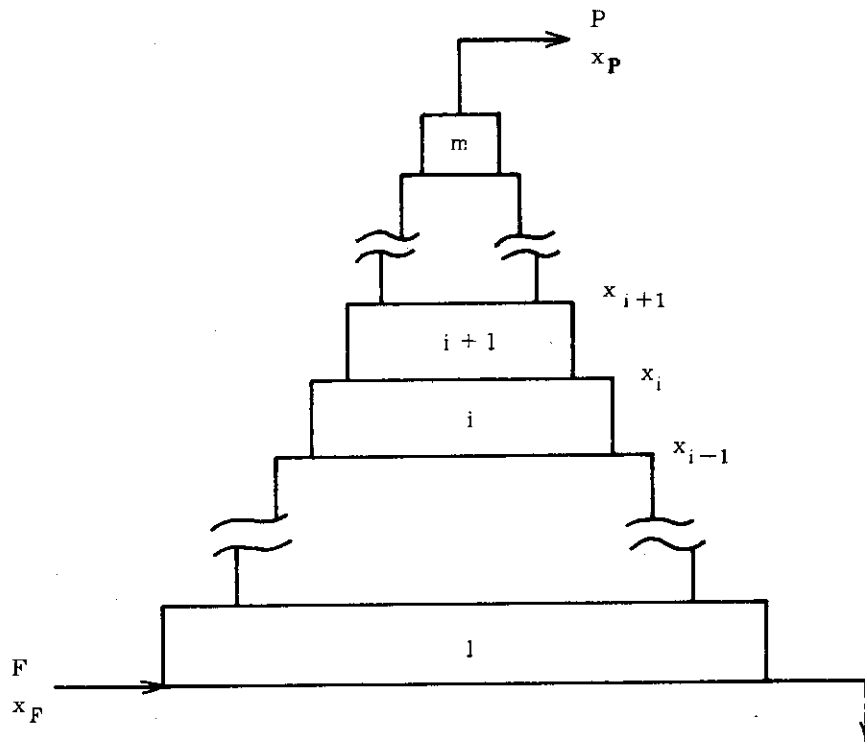


図 1-4 ステップカスケードの概念図 (濃縮部)

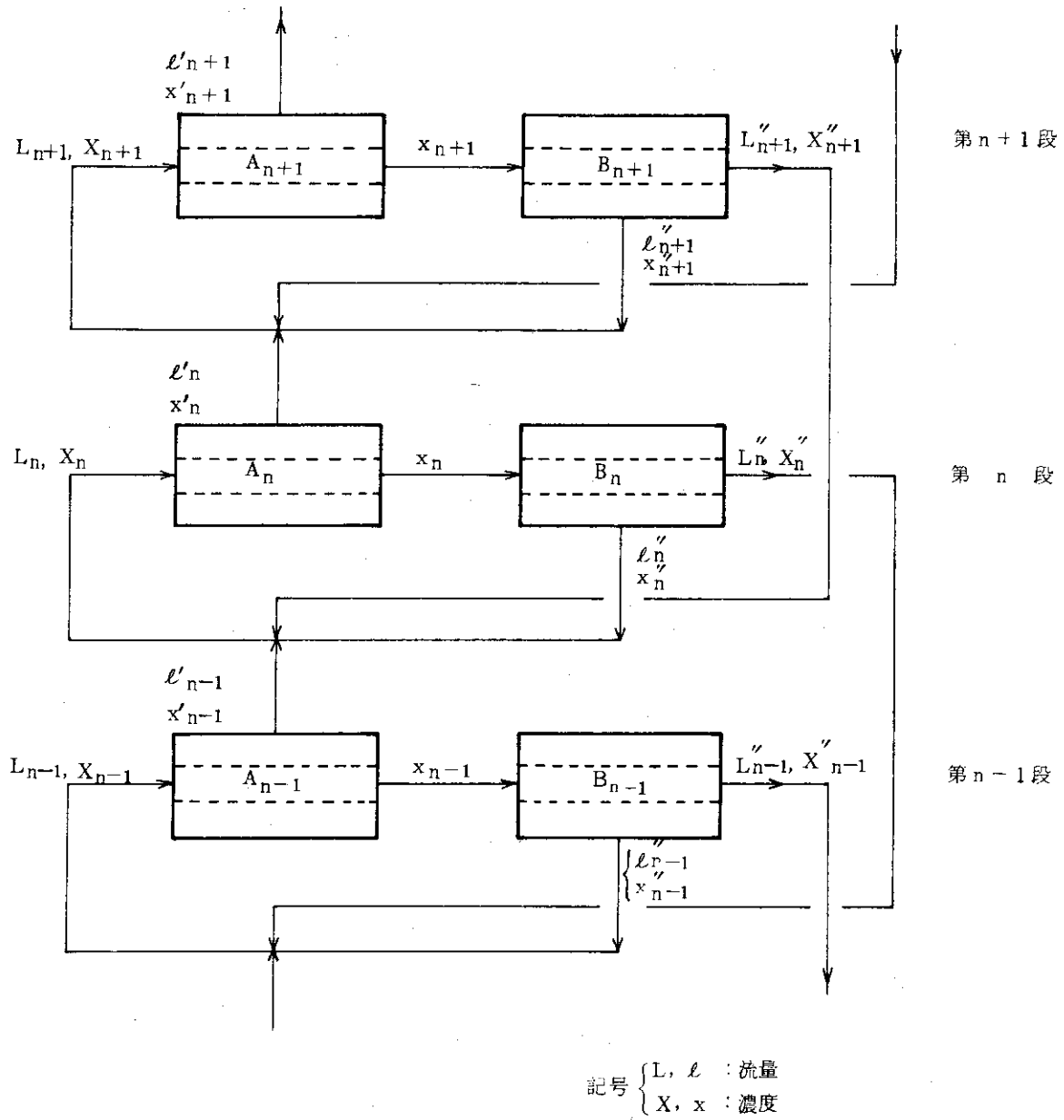


図1-5 2分割型拡散筒により構成されるカスケード (Type-I)

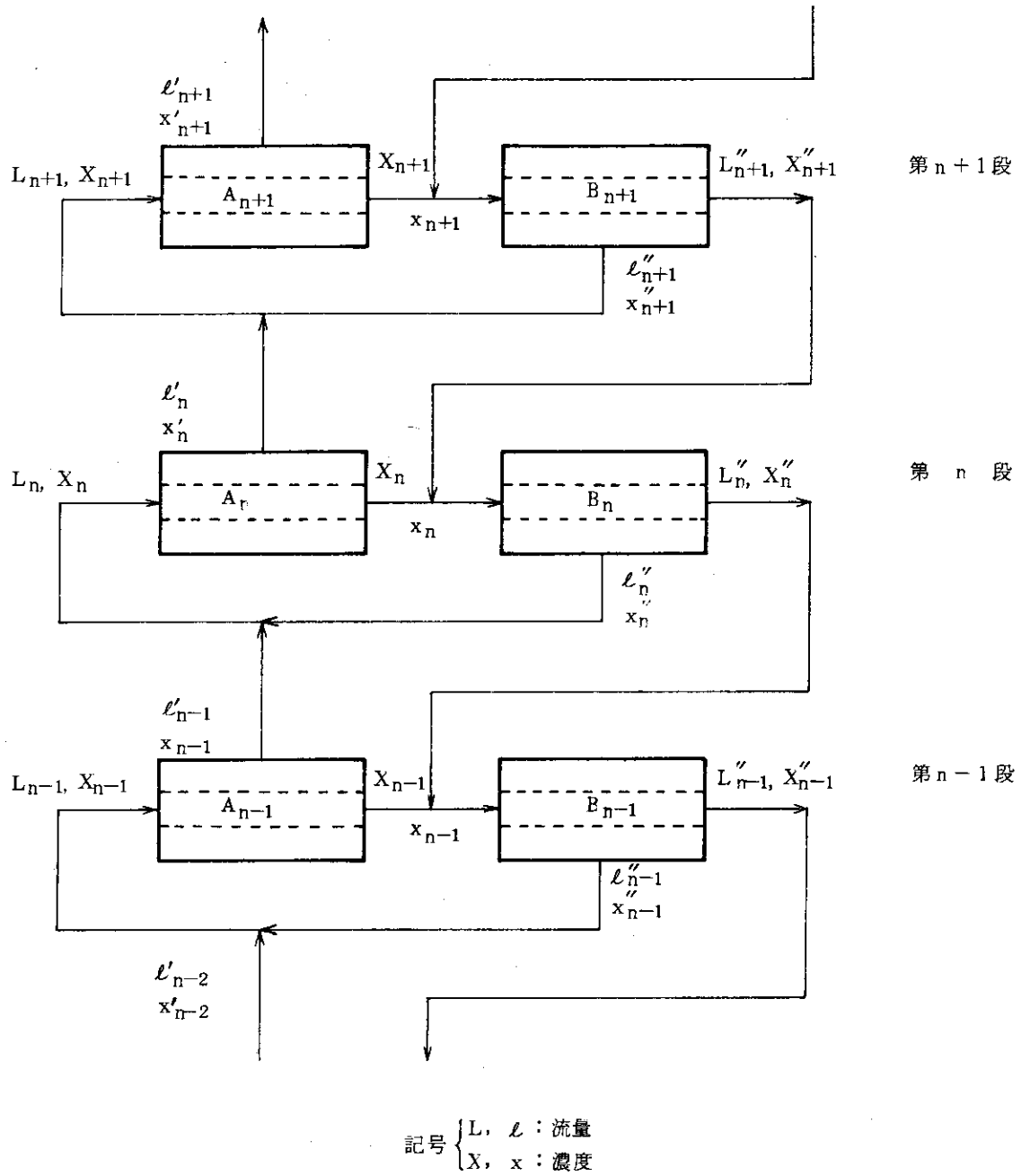


図 1-6 2分割型拡散筒により構成されるカスケード (Type-2)

2. カスケード算出式の導出

2分割型拡散筒により構成されるステップカスケードの所要段数，循環流量，濃度分布を把握するために，カスケードType-1 およびType-2についてカスケードの静特性算出式を導出する。

2.1 カスケードType-1

2.1.1 仮定

計算を簡単にするために以下の仮定をもうける。

- ① 低濃縮ウランを生産するガス拡散プラントを対象とする。即ち，1段当りの分離係数は， $\alpha \times 1$ に近いものとする。
- ② カスケードの構成は，図2-1に示すように，全体としてステップカスケードを形成しているものとする。また，隔膜の特性は全段均一とし，拡散筒（分離器）A，Bの分割比はステップを通じて全段同一とする。圧力，圧力比などの操作条件もステップを通じて全段同一とする。

即ち， i ステップにおける分離器の大きさは，

$${}_1A_i = {}_2A_i = \dots = {}_nA_i \quad (\equiv A_i)$$

$${}_1B_i = {}_2B_i = \dots = {}_nB_i \quad (\equiv B_i)$$

また，流量関係として，

$${}_1l'_i = {}_2l'_i = \dots = {}_nl'_i \quad (\equiv l'_i)$$

$${}_1l''_i = {}_2l''_i = \dots = {}_nl''_i \quad (\equiv l''_i)$$

$${}_2L_i = {}_3L_i = \dots = {}_nL_i \quad (\equiv L_i)$$

$${}_2L''_i = {}_3L''_i = \dots = {}_nL''_i \quad (\equiv L''_i)$$

が成立する。

- ③ 流量の単位は (mol/sec)，濃度の単位は着目成分U-235のモル分率(—)とする。

2.1.2 カスケード所要段数

図2-1に示したカスケードについて，流量および着目成分の物質収支を考える。

カスケード全体の物質収支より，

$$F = P + W \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

$$F x_F = P x_P + W x_W \quad \dots \dots \dots (2.2)$$

次に， i ステップの n 段より上の物質収支をとると，

$${}_nl'_i = {}_{n+1}L''_i + P \quad \dots \dots \dots (2.3)$$

即ち， $l'_i = L''_i + P$

$$l'_i \cdot {}_n x'_i = L''_i \cdot {}_{n+1} x''_i + P x_P \quad \dots \dots \dots (2.4)$$

(2.3)，(2.4)式より，

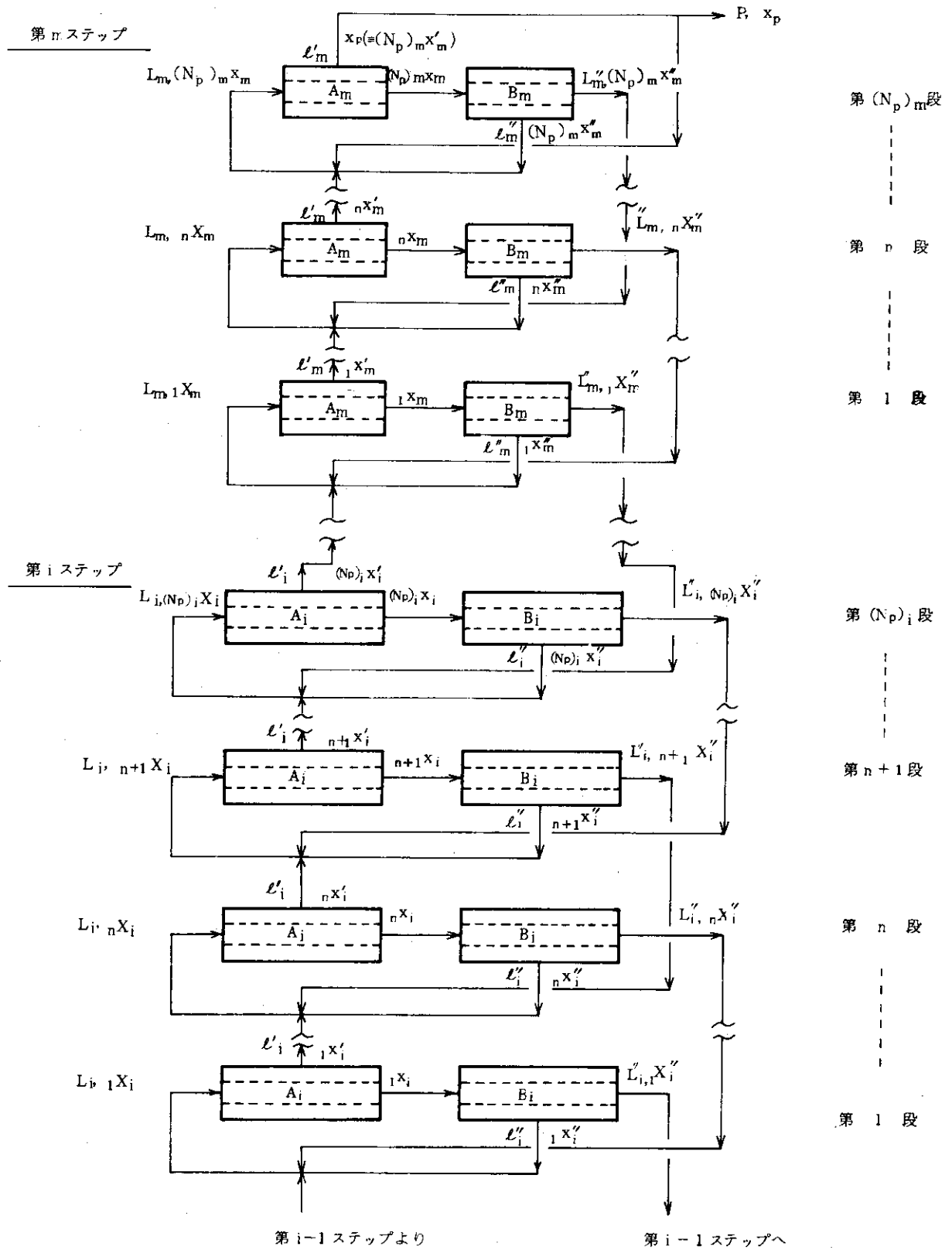


図 2-1 Type-1 カスケード構成図 (濃縮部)

$$\frac{L_i''}{P} = \frac{x_P - {}_n x_i'}{{}_n x_i' - {}_{n+1} X_i''} \quad \dots \dots \dots (25)$$

又は, ${}_n x_i' - {}_{n+1} X_i'' = \frac{P}{L_i''} (x_P - {}_n x_i')$

一方, i ステップ n 段目の第 2 分離器 (${}_n B_i$) について物質収支をとると,

$$\begin{aligned} (L_i - \ell_i') \cdot {}_n x_i &= (L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i \\ &= \ell_i'' \cdot {}_n x_i'' + L_i'' \cdot {}_n X_i'' \quad \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

ここで, n 段目の分離器 A, B の分離係数を

$$\alpha_A = \frac{{}_n x_i' / 1 - {}_n x_i'}{{}_n X_i'' / 1 - {}_n X_i''} \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$\alpha_B = \frac{{}_n X_i'' / 1 - {}_n X_i''}{{}_n x_i' / 1 - {}_n x_i'} \quad \dots \dots \dots (28)$$

と定義すると,

$${}_n x_i' = \frac{{}_n X_i''}{\alpha_A - {}_n X_i'' (\alpha_A - 1)} \quad \dots \dots \dots (29)$$

$${}_n X_i'' = \frac{\alpha_B \cdot {}_n x_i'}{1 + {}_n x_i' (\alpha_B - 1)} \quad \dots \dots \dots (30)$$

(29), (30) 式を (26) 式に代入すると,

$$(L_i'' + \ell_i'') \left\{ \frac{{}_n X_i''}{\alpha_A - {}_n X_i'' (\alpha_A - 1)} \right\} = \ell_i'' \left\{ \frac{\alpha_B \cdot {}_n x_i'}{1 + {}_n x_i' (\alpha_B - 1)} \right\} + L_i'' \cdot {}_n X_i'' \quad \dots \dots (211)$$

(211) 式を変形し, ${}_n X_i''$ の 2 乗項を無視すると (この場合には, ${}_n X_i''$ は最大でも 0.04 程度の値である),

$${}_n X_i'' = \frac{(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i'}{\alpha_A (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') - \{ (\alpha_A - 1) (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') + (\alpha_B - 1) (L_i'' + \ell_i'') \} \cdot {}_n x_i'} \quad \dots (212)$$

そこで, (25), (212) 式を用いて, n 段と (n-1) 段の上昇流の濃度差を求めると,

$$\begin{aligned} {}_n x_i' - {}_{n-1} x_i' &= {}_n x_i' - \left\{ \frac{P}{L_i''} (x_P - {}_{n-1} x_i') + {}_n X_i'' \right\} \\ &= {}_n x_i' - \frac{P}{L_i''} (x_P - {}_{n-1} x_i') \\ &\quad - \frac{(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i'}{\alpha_A (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') - \{ (\alpha_A - 1) (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') + (\alpha_B - 1) (L_i'' + \ell_i'') \} \cdot {}_n x_i'} \quad \dots \dots (213) \end{aligned}$$

ここで, 分離係数がほぼ 1 に等しく, 各段毎の ${}_n x_i'$ の変化は非常に小さいので, (213) 式の左辺の差分は微分になおし, 式中の ${}_n x_i'$, ${}_{n-1} x_i'$ はともに x なる変数で置換えることができる。即ち,

$$\left. \begin{aligned} {}_n x'_i - {}_{n-1} x'_i &= \frac{dx}{dn} \\ {}_n x'_i &\cong {}_{n-1} x'_i (\equiv x) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (214)$$

と考えてよい。

従って、濃縮部 i ステップの所要段数 $(N_p)_i$ は、

$$(N_p)_i = \int_0^{(N_p)_i} dn = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{dx}{{}_n x'_i - {}_{n-1} x'_i} \dots\dots\dots (215)$$

と表わすことができる。

ここで、 x_i は i ステップの骨濃度を表わしており、 $x_i \equiv (N_p)_i x'_i$ である。

そこで、(213) 式を次のように変形すると、

$$\frac{1}{{}_n x'_i - {}_{n-1} x'_i} = \frac{d_i + e_i \cdot x}{a_i \cdot x^2 + b_i \cdot x + c_i}$$

所要段数は次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} (N_p)_i &= \frac{e_i}{2a_i} \ln \left| \frac{a_i \cdot x_i^2 + b_i \cdot x_i + c_i}{a_i \cdot x_{i-1}^2 + b_i \cdot x_{i-1} + c_i} \right| \\ &+ \frac{2a_i \cdot d_i - b_i \cdot e_i}{2a_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}} \cdot \ln \left| \frac{2a_i \cdot x_i + b_i - \sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}}{2a_i \cdot x_i + b_i + \sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}} \cdot \frac{2a_i \cdot x_{i-1} + b_i + \sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}}{2a_i \cdot x_{i-1} + b_i - \sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}} \right| \\ &\quad (\text{但し, } b_i^2 - 4a_i \cdot c_i > 0 \text{ のとき}) \\ &= \frac{e_i}{2a_i} \ln \left| \frac{a_i \cdot x_i^2 + b_i \cdot x_i + c_i}{a_i \cdot x_{i-1}^2 + b_i \cdot x_{i-1} + c_i} \right| + \frac{(2a_i \cdot d_i - b_i \cdot e_i)(x_i - x_{i-1})}{2(a_i \cdot x_i + b_i)(a_i \cdot x_{i-1} + b_i)} \\ &\quad (\text{但し, } b_i^2 - 4a_i \cdot c_i = 0 \text{ のとき}) \\ &= \frac{e_i}{2a_i} \ln \left| \frac{a_i \cdot x_i^2 + b_i \cdot x_i + c_i}{a_i \cdot x_{i-1}^2 + b_i \cdot x_{i-1} + c_i} \right| \\ &+ \frac{2a_i \cdot d_i - b_i \cdot e_i}{2a_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{b_i^2 - 4a_i \cdot c_i}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{a_i \cdot x_i + b_i}{\sqrt{4a_i \cdot c_i - b_i^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{a_i \cdot x_{i-1} + b_i}{\sqrt{4a_i \cdot c_i - b_i^2}} \right) \right] \\ &\quad (\text{但し, } b_i^2 - 4a_i \cdot c_i < 0 \text{ のとき}) \end{aligned} \dots\dots\dots (216)$$

ここで、 $a_i \equiv \left(1 + \frac{P}{L''_i}\right) e_i$

$b_i \equiv \left(1 + \frac{P}{L''_i}\right) d_i - \frac{P}{L''_i} \cdot x_P \cdot e_i - (L''_i + \ell''_i)$

$c_i \equiv -\frac{P}{L''_i} \cdot x_P \cdot d_i$

..... (217)

$$\left. \begin{aligned} d_i &\equiv \alpha_A (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') \\ e_i &\equiv -\{(\alpha_A - 1)(\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') + (\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'')\} \end{aligned} \right\}$$

なお、回収部の所要段数は、(216)、(217)式において、 $P \rightarrow -W$, $x_P \rightarrow x_W$, $(N_P)_i \rightarrow -(N_W)_i$ と置換えることにより求めることができる。

2.1.3 濃度分布

プラント内の濃度分布は、最上段から逐次的に求めることができる。ここでは、 i ステップの肩濃度 x_i が与えられた場合の i ステップの濃度分布算式法について記す。

i ステップ最上段 [$(N_P)_i$ 段]

肩濃度 x_i ($\equiv (N_P)_i x_i'$) … 既知

n 段

平衡関係より、

$${}_n X_i = \frac{{}_n x_i'}{\alpha_A - {}_n x_i' (\alpha_A - 1)} \dots \dots \dots (218)$$

分離器 B の物質収支より、

$$\begin{aligned} (L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i &= \ell_i'' \cdot {}_n x_i'' + L_i'' \cdot {}_n X_i'' \\ &= \ell_i'' \cdot \left\{ \frac{\alpha_B \cdot {}_n X_i''}{1 + {}_n X_i'' (\alpha_B - 1)} \right\} + L_i'' \cdot {}_n X_i'' \end{aligned}$$

上式を整理すると、

$$(\alpha_B - 1) \cdot L_i'' \cdot {}_n X_i''^2 + \left\{ (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') - (\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i \right\} \cdot {}_n X_i'' - (L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i = 0$$

${}_n X_i''$ の 2 乗の項を無視すると、

$${}_n X_i'' = \frac{(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i}{\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'' - (\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i} \dots \dots \dots (219)$$

一方、2 次式として解く、

$${}_n X_i'' = \frac{(\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i - (\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') + \sqrt{\{(\alpha_B \cdot \ell_i'' + L_i'') - (\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'') \cdot {}_n x_i\}^2 + 4(\alpha_B - 1)(L_i'' + \ell_i'') \cdot L_i'' \cdot {}_n x_i}}{2(\alpha_B - 1) \cdot L_i''} \dots \dots \dots (220)$$

また、平衡関係より、

$${}_n X_i'' = \frac{\alpha_B \cdot {}_n X_i''}{1 + {}_n X_i'' (\alpha_B - 1)} \dots \dots \dots (221)$$

$(n-1)$ 段

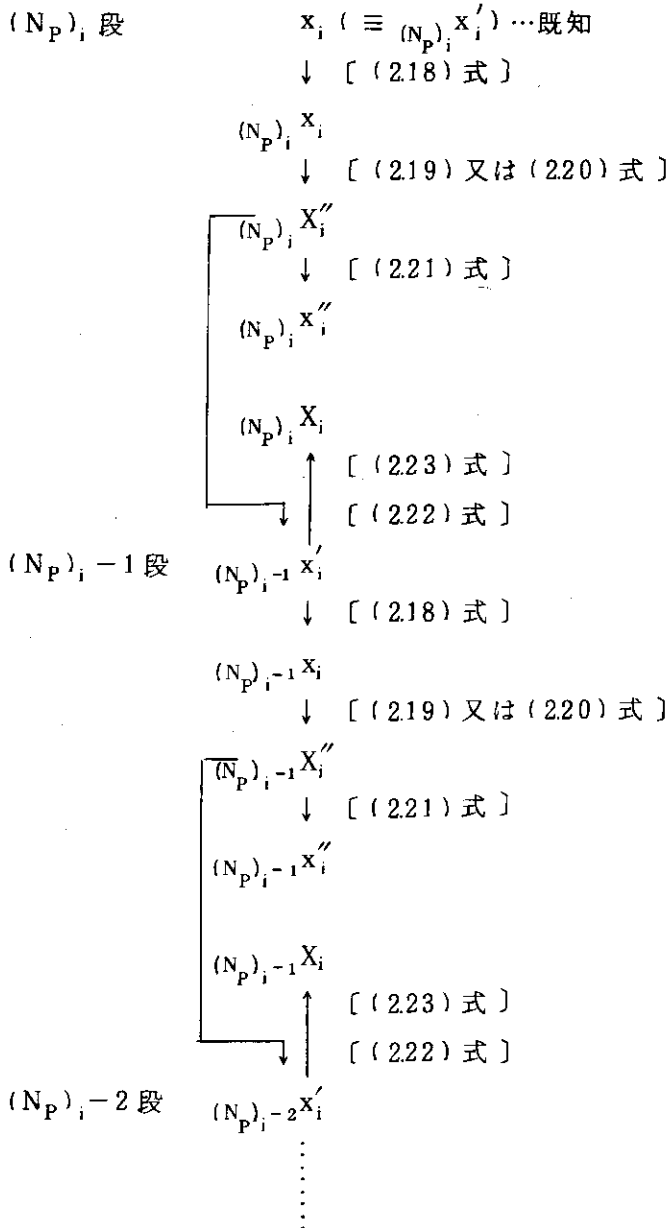
$(n-1)$ 段より上の物質収支から、

$${}_{n-1} x_i' = \frac{L_i''}{L_i'' + P} \left({}_n X_i'' + \frac{P}{L_i''} \cdot x_P \right) \dots \dots \dots (222)$$

また、 n 段の分離器 A への供給流濃度は、混合点の物質収支より、

$$\begin{aligned}
 {}_n X_i &= \frac{L''_{i-n+1} X_i'' + l''_{i-n} X_i'' + l'_i \cdot {}_{n-1} X_i'}{L_i} \\
 &= \frac{L''_{i-n+1} X_i'' + l''_{i-n} X_i'' + l'_i \cdot {}_{n-1} X_i'}{L_i'' + l''_i + l'_i} \dots\dots\dots (223)
 \end{aligned}$$

以上の関係を要約すると、



上記の計算を ${}_n x'_i = x_{i-1} (\equiv (N_p)_{i-1} x'_{i-1})$ になるまで繰返せば、 i ステップにおける濃度分布と所要段数が同時に求められる。なお、 ${}_n X_i''$ の計算には、(212) 式を用いてもよい。

2.1.4 分離係数

以上、Type-1 のカスケードについて所要段数と濃度分布の計算手順を明らかにしたが、実際の計算には α_A, α_B の値が必要になる。

拡散筒の分離係数 α は、一般に次式で表わされる。

$$\alpha - 1 = (\alpha_0 - 1) S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 \cdot S_5 \quad \dots\dots\dots (224)$$

ここで、 $S_1 \sim S_5$ は、東の定義に従うものとする。

- 即ち、 S_1 : 逆拡散の効果
- S_2 : Present-de Bethune の効果
- S_3 : 境界層の効果
- S_4 : 流れ様式の効果
- S_5 : 表面拡散流の効果

2分割型拡散筒により構成されるカスケードでは、分離器A、Bとも同一性能の隔膜を用い、かつ操作条件（高圧側圧力、圧力比）もほぼ同一と考えられるので、

$$S_{1A} \cdot S_{2A} \cdot S_{5A} = S_{1B} \cdot S_{2B} \cdot S_{5B} \quad \dots\dots\dots (225)$$

さらに、 S_3 については、高圧側の平均流量が2つの分離器で、

$$A_i \sim \frac{L_i + (L_i - l'_i)}{2}$$

$$B_i \sim \frac{(L_i - l'_i) + L''_i}{2}$$

となるが、この流量に相当する Re 数では2つの分離器の分離係数に与える影響に差はないと考えると、ここでは S_4 のみを検討すればよいことになる。

いま、話を簡単にするために、流れの様式を十字流とすれば、

$$S_4 = \frac{1}{\theta_i} \ln \frac{1}{1 - \theta_i}$$

ここで、 θ_i ; カット (≡ 透過流量 / 供給流量)

分離器Aについては、

$$S_{4A} = \frac{1}{\theta_{iA}} \ln \frac{1}{1 - \theta_{iA}} = \frac{L_i}{l'_i} \ln \frac{1}{1 - \frac{l'_i}{L_i}}$$

$$= \left(\frac{l'_i + l''_i + L''_i}{l'_i} \right) \ln \frac{l'_i + l''_i + L''_i}{l'_i + L''_i} \quad \dots\dots\dots (226)$$

分離器Bについては、

$$S_{4B} = \frac{1}{\theta_{iB}} \ln \frac{1}{1 - \theta_{iB}} = \frac{L_i - l'_i}{l''_i} \ln \frac{1}{1 - \frac{l''_i}{L_i - l'_i}}$$

$$= \frac{l''_i + L''_i}{l''_i} \ln \frac{l''_i + L''_i}{L''_i} \quad \dots\dots\dots (227)$$

通常分離器 (one compartment) でカット 0.5 のときの分離係数 α が既知の場合、これを分離器Aに使用すると、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\alpha-1}{\alpha_0-1} &= S_{1A} \cdot S_{2A} \cdot S_{3A} \cdot (1.39) \cdot S_{5A} \\ \frac{\alpha_A-1}{\alpha_0-1} &= S_{1A} \cdot S_{2A} \cdot S_{3A} \cdot \left\{ \left(\frac{\ell'_i + \ell''_i + L''_i}{\ell'_i} \right) \cdot \ell_n \frac{\ell'_i + \ell''_i + L''_i}{\ell''_i + L''_i} \right\} \cdot S_{5A} \end{aligned} \right.$$

従って、

$$\alpha_A = 1 + \frac{(\alpha-1)}{1.39} \cdot \left(\frac{\ell'_i + \ell''_i + L''_i}{\ell'_i} \right) \cdot \ell_n \frac{\ell'_i + \ell''_i + L''_i}{\ell''_i + L''_i} \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

同様にして、分離器Bについては、

$$\alpha_B = 1 + \frac{(\alpha-1)}{1.39} \cdot \left(\frac{\ell''_i + L''_i}{\ell''_i} \right) \cdot \ell_n \frac{\ell''_i + L''_i}{L''_i} \quad \dots\dots\dots (2.29)$$

以上の関係より、流れ様式が十字流の場合には、カットが0.5のときの拡散筒の分離係数が分っておれば、2分割型拡散筒の各々の分離係数も簡単に計算できる。

2.1.5 段分離係数

Type-1 のカスケード1段の見掛けの分離係数 α_T は、

$$\begin{aligned} \alpha_T &= \frac{{}_nX'_i / 1 - {}_nX'_i}{{}_nX''_i / 1 - {}_nX''_i} \\ &= \frac{{}_nX'_i / 1 - {}_nX'_i}{{}_nX'_i / 1 - {}_nX'_i} \cdot \frac{{}_nX''_i / 1 - {}_nX''_i}{{}_nX''_i / 1 - {}_nX''_i} \cdot \frac{{}_nX_i / 1 - {}_nX_i}{{}_nX''_i / 1 - {}_nX''_i} \\ &= \frac{\alpha_A \cdot \alpha_B}{\beta_B} \quad \dots\dots\dots (2.30) \end{aligned}$$

で表わされる。ここで、 β_B は分離器Bの頭分離係数である。

いま、分離器Bの物質収支をとると、

$$(L_i - \ell'_i) \cdot {}_nX_i = \ell''_i \cdot {}_nX''_i + L''_i \cdot {}_nX''_i$$

$$\text{即ち、} \quad {}_nX_i = \theta_{iB} \cdot {}_nX''_i + (1 - \theta_{iB}) \cdot {}_nX''_i \quad \dots\dots\dots (2.31)$$

一方、 ${}_nX_i, {}_nX''_i$ は、次式で表わされる。

$${}_nX_i = \frac{{}_nX''_i}{{}_nX''_i + \beta_B (1 - {}_nX''_i)} \quad \dots\dots\dots (2.32)$$

$${}_nX''_i = \frac{{}_nX''_i}{\alpha_B - {}_nX''_i (\alpha_B - 1)} \quad \dots\dots\dots (2.33)$$

(2.31)式に(2.32)、(2.33)式を代入して、整理すると、

$$\begin{aligned} \beta_B - 1 &= \frac{(\alpha_B - 1)(1 - \theta_{iB})}{\theta_{iB} (\alpha_B - 1)(1 - {}_nX''_i) + 1} \\ &\cong (\alpha_B - 1)(1 - \theta_{iB}) \\ \therefore \beta_B &= 1 + (\alpha_B - 1)(1 - \theta_{iB}) \quad \dots\dots\dots (2.34) \end{aligned}$$

(230), (234) 式から,

$$\alpha_T = \frac{\alpha_A \cdot \alpha_B}{1 + (\alpha_B - 1)(1 - \theta_{iB})} \dots\dots\dots (235)$$

以上のことから, Type-1 のカスケードにおける 1 段当りの分離係数は, 分離係数が 1 に近い場合には, 分離器 A, B の分離係数 α_A, α_B とカット θ_{iB} のみで表わされることが分った。

次に, 段分離係数 α_T を操作条件 (還流比, 分割比) で表わしてみる。ここでは, 2.1.4 と同じように, 流れ様式が十字流のときを考える。

① 通常の拡散筒では,

$$L'_i = L''_i + P, L''_i / P = R_i \text{ (還流比) であるから,}$$

$$\theta_i = \frac{L'_i}{L'_i + L''_i} = \frac{R_i + 1}{2R_i + 1}$$

$$\therefore S_4 = \frac{1}{\theta_i} \ln \frac{1}{1 - \theta_i} = \frac{2R_i + 1}{R_i + 1} \ln \frac{2R_i + 1}{R_i} \dots\dots\dots (236)$$

② Type-1 のカスケードでは,

$$l'_i = L''_i + P, l''_i / l'_i = f_i \text{ (分割比), } L''_i / P = r_i \text{ (還流比) であるから,}$$

$$\begin{aligned} S_{4A} &= \frac{1}{\theta_{iA}} \ln \frac{1}{1 - \theta_{iA}} = \left(\frac{l'_i + l''_i + L''_i}{l'_i} \right) \ln \frac{l'_i + l''_i + L''_i}{l''_i + L''_i} \\ &= \frac{(1 + f_i)(r_i + 1) + r_i}{r_i + 1} \ln \frac{(1 + f_i)(r_i + 1) + r_i}{f_i(r_i + 1) + r_i} \dots\dots\dots (237) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{4B} &= \left(\frac{l''_i + L''_i}{l''_i} \right) \ln \frac{l''_i + L''_i}{L''_i} \\ &= \frac{f_i(r_i + 1) + r_i}{f_i(r_i + 1)} \ln \frac{f_i(r_i + 1) + r_i}{r_i} \dots\dots\dots (238) \end{aligned}$$

従って,

$$\alpha_A = 1 + \frac{(\alpha - 1) \{ (1 + f_i)(r_i + 1) + r_i \} \ln \frac{(1 + f_i)(r_i + 1) + r_i}{f_i(r_i + 1) + r_i}}{(2R_i + 1) \ln \frac{2R_i + 1}{R_i}} \dots\dots\dots (239)$$

$$\alpha_B = 1 + \frac{(\alpha - 1) \{ f_i(r_i + 1) + r_i \} \ln \frac{f_i(r_i + 1) + r_i}{r_i}}{f_i(2R_i + 1) \ln \frac{2R_i + 1}{R_i}} \dots\dots\dots (240)$$

また, カット θ_{iB} は,

$$\theta_{iB} = \frac{r_i}{f_i(r_i + 1) + r_i} \dots\dots\dots (241)$$

即ち、(239), (240), (241) 式より、任意の条件の $\alpha_A, \alpha_B, \theta_{iB}$ を求め、これらを (235) 式に代入すれば、段分離係数 α_T は簡単に求めることができる。

2.1.6 段分離係数の応用

(1) カスケード所要段数

カスケード1段当りの段分離係数 α_T が、還流比と分離器の分割比で表わせることが分かったので、これを用いてカスケード所要段数を求めてみる。

段分離係数の定義より、

$$\alpha_T = \frac{{}_nX'_i / 1 - {}_nX'_i}{{}_nX''_i / 1 - {}_nX''_i} = \frac{{}_nX'_i (1 - {}_nX''_i)}{{}_nX''_i (1 - {}_nX'_i)}$$

これを変形して、

$$\begin{aligned} {}_nX'_i - {}_nX''_i &= (\alpha_T - 1) \cdot {}_nX''_i \cdot (1 - {}_nX'_i) \\ &\cong (\alpha_T - 1) \cdot {}_nX'_i \cdot (1 - {}_nX'_i) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (242)$$

[ここで、 $\alpha_T \cong 1$ であるので、 ${}_nX''_i = {}_nX'_i$ と置き換えている]

従って、n 段と (n-1) 段の上昇流の濃度差は、

$$\begin{aligned} {}_nX'_i - {}_{n-1}X'_i &= {}_nX'_i - \left\{ \frac{P}{L''_i} (x_P - {}_{n-1}X'_i) + {}_nX''_i \right\} \\ &= (\alpha_T - 1) \cdot {}_nX'_i \cdot (1 - {}_nX'_i) - \frac{P}{L''_i} (x_P - {}_{n-1}X'_i) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (243)$$

ここで、段分離係数 α_T はほぼ 1 に等しく、各段毎の ${}_nX'_i$ の変化は非常に小さいので、上式の左辺の差分は微分になおし、式中の ${}_nX'_i, {}_{n-1}X'_i$ はともに変数 x に置き換えると、

$$\frac{dx}{dn} = (\alpha_T - 1)x(1-x) - \frac{P}{L''_i} (x_P - x) \quad \dots\dots\dots (244)$$

(244) 式は、1.2 に示した方形カスケードの基本式 [(1.15) 式] と全く同じである。即ち、分離係数 α の代りに、2.1.5 で導出した段分離係数 α_T を用いれば、Type-1 のカスケードの計算が可能であることを意味している。

従って、濃縮部 i ステップの所要段数は、

$$(N_P)_i = \frac{1}{(\alpha_T - 1)b_i} \ln \frac{1+a_i}{1-a_i} \quad \dots\dots\dots (245)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_i &\equiv \frac{b_i(x_i - x_{i-1})}{(x_{i-1} + x_i)(1+c_i) - 2x_{i-1} \cdot x_i - 2C_i \cdot x_P} \\ b_i &\equiv \sqrt{1 + 2C_i(1 - 2x_P) + C_i^2} \\ c_i &\equiv \frac{P}{L''_i(\alpha_T - 1)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (246)$$

(2) 濃度分布

次に、段分離係数 α_T を用いて、カスケードの濃度分布を求めてみる。

i ステップの n 段より上の物質収支より、

$$L'_i \cdot {}_n x'_i - L''_i \cdot {}_{n+1} X''_i - P x_P = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

また、段分離係数の定義より、

$${}_{n+1} X''_i = \frac{{}_{n+1} X'_i}{\alpha_T - {}_{n+1} X'_i \cdot (\alpha_T - 1)} \quad \dots\dots\dots (247)$$

(247) 式を (24) 式に代入すると、

$$(L'_i + P) \cdot {}_n x'_i - \frac{L''_i \cdot {}_{n+1} X'_i}{\alpha_T - {}_{n+1} X'_i \cdot (\alpha_T - 1)} - P x_P = 0$$

これを整理すると、

$${}_{n+1} X'_i \cdot {}_n x'_i + \frac{L''_i - (\alpha_T - 1) P x_P}{(\alpha_T - 1)(L'_i + P)} \cdot {}_{n+1} X'_i - \frac{\alpha_T}{\alpha_T - 1} \cdot {}_n x'_i + \frac{\alpha_T P x_P}{(\alpha_T - 1)(L'_i + P)} = 0 \quad \dots\dots (248)$$

ここで、

$$A_i = \frac{L''_i - (\alpha_T - 1) P x_P}{(\alpha_T - 1)(L'_i + P)} \quad \dots\dots\dots (249)$$

$$B_i = \frac{-\alpha_T}{\alpha_T - 1} \quad \dots\dots\dots (250)$$

$$C_i = \frac{\alpha_T P x_P}{(\alpha_T - 1)(L'_i + P)} \quad \dots\dots\dots (251)$$

とおくと、(248) 式は

$${}_{n+1} X'_i \cdot {}_n x'_i + A_i \cdot {}_{n+1} X'_i + B_i \cdot {}_n x'_i + C_i = 0 \quad \dots\dots\dots (252)$$

(252) 式は、Riccati の差分方程式で、その解は次式で与えられる。

$${}_n x'_i = S_i + \frac{1}{K \left(-\frac{A_i + S_i}{A_i + S_i} \right)^n - \frac{1}{(A_i + S_i) + (B_i + S_i)}} \quad \dots\dots\dots (253)$$

ここで、

$$S_i = \frac{-(A_i + B_i) \pm \sqrt{(A_i + B_i)^2 - 4C_i}}{2} \quad \dots\dots\dots (254)$$

次に、定数 K および所要段数 $(N_p)_i$ は以下の手順で求めることができる。

① $i \geq 2$ のとき

第 i ステップ 1 段目の上昇流濃度 ${}_1 x'_i$ を (253) 式に代入し、かつ $n=1$ とおくと、

$$K = \left(-\frac{B_i + S_i}{A_i + S_i} \right) \left\{ \frac{1}{{}_1 x'_i - S_i} + \frac{1}{(A_i + S_i) + (B_i + S_i)} \right\} \quad \dots\dots\dots (255)$$

このとき、所要段数は次式で与えられる。

$$(N_p)_i = 1 + \frac{\ln \left(\frac{{}_1 x'_{i-1} - S_i}{{}_1 x'_i - S_i} \right) \left(\frac{{}_1 x'_i + A_i + B_i + S_i}{{}_1 x'_{i+1} + A_i + B_i + S_i} \right)}{\ln \left(-\frac{A_i + S_i}{B_i + S_i} \right)} \quad \dots\dots\dots (256)$$

なお、計算にあたっては、第*i*ステップ1段目の上昇流濃度 ${}_1x_i'$ を第*i*-1段目の肩濃度 x_{i-1} に近似しても差しつかえない。

② $i=1$ のとき、

第1ステップ1段目の分離器Aについて物質収支をとると、

$$L_1 \cdot {}_1X_1 = \ell'_1 \cdot {}_1x_1' + (L_1 - \ell'_1) \cdot {}_1x_1$$

$$\text{即ち、} \quad {}_1X_1 = \theta_{1A} \cdot {}_1x_1' + (1 - \theta_{1A}) \cdot {}_1x_1 \quad \dots\dots\dots (257)$$

平衡関係を考慮して、(257)式を変形すると、

$$\frac{{}_1x_1'}{{}_1x_1' + \beta_A (1 - {}_1x_1')} = \theta_{1A} \cdot {}_1x_1' + (1 - \theta_{1A}) \frac{{}_1x_1'}{{}_1x_1' + \alpha_A (1 - {}_1x_1')}$$

$$\therefore \beta_A = 1 + \frac{(\alpha_A - 1)(1 - \theta_{1A})}{1 + \theta_{1A}(\alpha_A - 1)(1 - {}_1x_1')}$$

$$\cong 1 + (\alpha_A - 1)(1 - \theta_{1A}) \quad \dots\dots\dots (258)$$

一方、頭分離係数の定義式から (${}_1X_1 = x_F$ と仮定)、

$$\beta_A = \frac{{}_1x_1' (1 - x_F)}{x_F (1 - {}_1x_1')}$$

従って、第1段目の分離器Aの上昇流濃度は、

$${}_1x_1' = \frac{x_F \{1 + (\alpha_A - 1)(1 - \theta_{1A})\}}{1 + x_F (\alpha_A - 1)(1 - \theta_{1A})} \quad \dots\dots\dots (259)$$

で求めることができる。以下、①と同様の手順で、濃度分布および所要段数を求めることができる。

2.2 カスケード Type-2

2.2.1 仮定

図2-2は、カスケードの構成を示したものである。

算出式の導出上の仮定は、Type-1カスケードと全く同様である。

2.2.2 カスケード所要段数

図2-2に示したカスケードについて、流量および着目成分の物質収支を考える。

カスケード全体の物質収支より、

$$F = P + W \quad \dots\dots\dots (260)$$

$$F x_F = P x_P + W x_W \quad \dots\dots\dots (261)$$

次に、*i*ステップの(*n*-1)段目より上の物質収支をとると、

$${}_{n-1}\ell'_i = {}_nL''_i + P$$

$$\text{即ち、} \quad \ell'_i = L''_i + P \quad \dots\dots\dots (262)$$

$$\ell'_i \cdot {}_{n-1}x_i' = L''_i \cdot {}_nX''_i + P x_P \quad \dots\dots\dots (263)$$

(262), (263)式より、

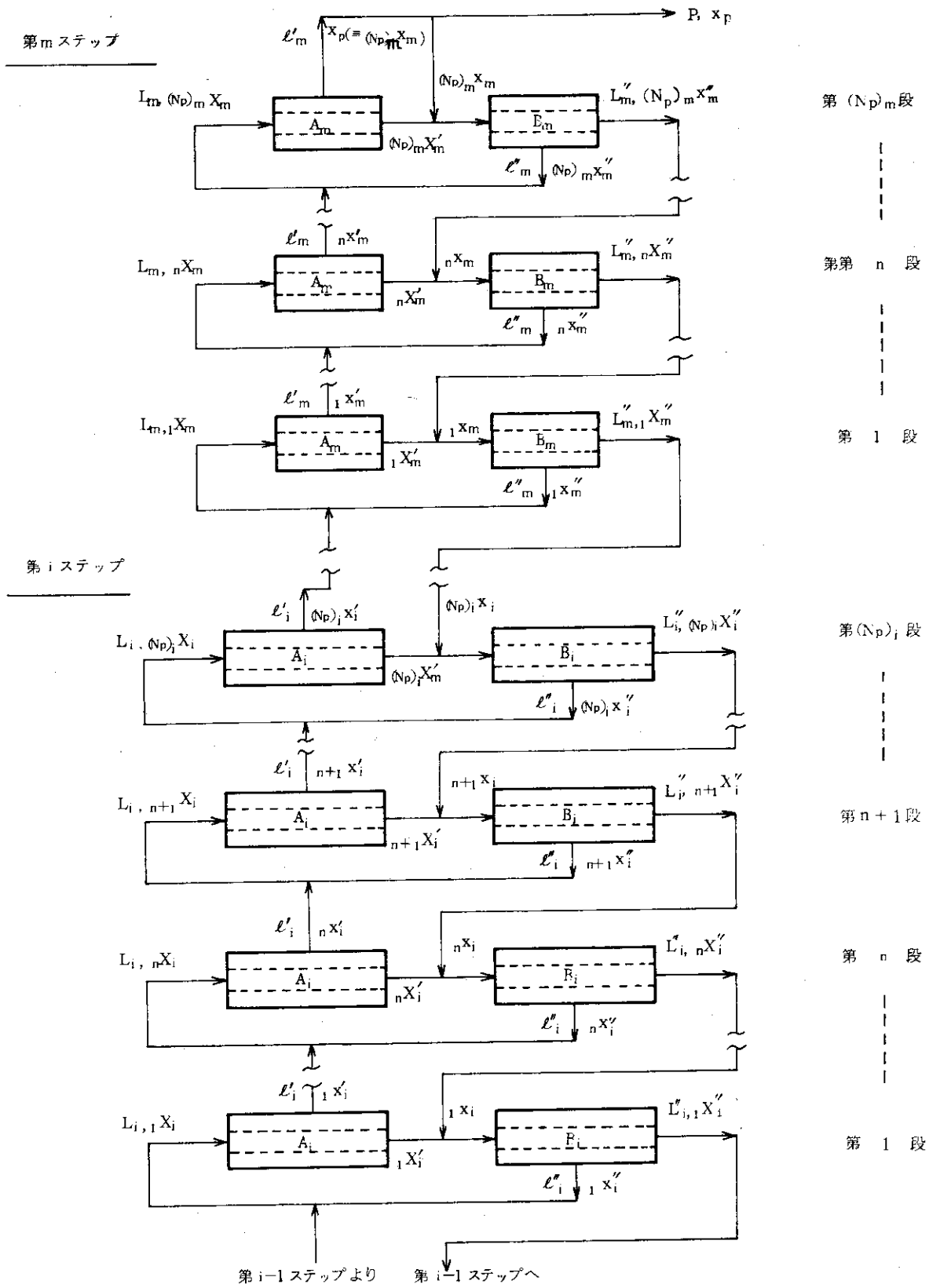


図 2-2 Type-2 カスケード構成図 (濃縮部)

$$\left. \frac{L_i''}{P} = \frac{x_{P-n-1} X_i'}{n-1 X_i' - n X_i''} \right\} \dots\dots\dots (264)$$

又は, $n X_i'' = n-1 X_i' - \frac{P}{L_i''} (x_{P-n-1} X_i')$

次に, i ステップ n 段目の分離器 A, B の分離係数を

$$\alpha_A = \frac{n X_i' / 1 - n X_i'}{n X_i' / 1 - n X_i'}$$

$$\alpha_B = \frac{n X_i'' / 1 - n X_i''}{n X_i'' / 1 - n X_i''}$$

と定義すると ($n X_i'$ は分離器 A の出口濃度),

$$n X_i' = \frac{n X_i'}{\alpha_A - n X_i' (\alpha_A - 1)} \dots\dots\dots (265)$$

$$n X_i'' = \frac{\alpha_B \cdot n X_i''}{1 + n X_i'' (\alpha_B - 1)} \dots\dots\dots (266)$$

一方, n 番目の分離器 A の物質収支をとると,

$$l_i' \cdot n-1 X_i' + l_i'' \cdot n X_i'' = l_i' \cdot n X_i' + l_i'' \cdot n X_i'' \dots\dots\dots (267)$$

(265), (266) 式を (267) 式に代入すると,

$$\begin{aligned} l_i' (n X_i' - n-1 X_i') &= l_i'' (n X_i'' - n X_i'') \\ &= l_i'' \left\{ \frac{\alpha_B \cdot n X_i''}{1 + n X_i'' (\alpha_B - 1)} - \frac{n X_i'}{\alpha_A - n X_i' (\alpha_A - 1)} \right\} \dots\dots (268) \end{aligned}$$

(264) 式を (268) 式に代入すると,

$$n X_i' - n-1 X_i' = \frac{l_i''}{l_i'} \left\{ \frac{\alpha_B \left[n-1 X_i' - \frac{P}{L_i''} (x_{P-n-1} X_i') \right]}{1 + (\alpha_B - 1) \left[n-1 X_i' - \frac{P}{L_i''} (x_{P-n-1} X_i') \right]} - \frac{n X_i'}{\alpha_A - n X_i' (\alpha_A - 1)} \right\} \dots\dots (269)$$

ここで, $n X_i' - n-1 X_i' = \Delta x$ とおき,

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{L_i''} \cdot \Delta x &\cong 0 \\ (\alpha_B - 1) \cdot \Delta x \cdot \left(1 + \frac{P}{L_i''} \right) &\cong 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (270)$$

と仮定すると, (269) 式は次のようになる。

$$\Delta x \cong \frac{\ell_i''}{\ell_i'} \left[\frac{\alpha_B \left\{ {}_n x_i' - \Delta x - \frac{P}{L_i''} (x_P - {}_n x_i') \right\}}{1 + (\alpha_B - 1) \left\{ {}_n x_i' - \frac{P}{L_i''} (x_P - {}_n x_i') \right\}} - \frac{{}_n x_i'}{\alpha_A - {}_n x_i' (\alpha_A - 1)} \right] \dots \quad (271)$$

そこで, ${}_n x_i' = x$ とおき, (271) 式を整理すると,

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{\alpha_B \cdot \ell_i'' \left\{ x - \frac{P}{L_i''} (x_P - x) \right\} \left[\alpha_A - x (\alpha_A - 1) \right] - \ell_i'' \cdot x \left\{ 1 + (\alpha_B - 1) \left\{ x - \frac{P}{L_i''} (x_P - x) \right\} \right\}}{\left\{ \alpha_A - x (\alpha_A - 1) \right\} \left[\alpha_B \cdot \ell_i'' + \ell_i' \left\{ 1 + (\alpha_B - 1) \left\{ x - \frac{P}{L_i''} (x_P - x) \right\} \right\} \right]} \\ &= \frac{d_i \cdot x^2 + e_i \cdot x + f_i}{a_i \cdot x^2 + b_i \cdot x + c_i} \dots \dots \dots \quad (272) \end{aligned}$$

但し,

$$\begin{aligned} a_i &\equiv -(\alpha_A - 1)(\alpha_B - 1) \left(1 + \frac{P}{L_i''} \right) \ell_i' \\ b_i &\equiv \alpha_A (\alpha_B - 1) \left(1 + \frac{P}{L_i''} \right) \ell_i' + (\alpha_A - 1) \left\{ (\alpha_B - 1) \frac{P}{L_i''} x_P - 1 \right\} \ell_i' - (\alpha_A - 1) \alpha_B \cdot \ell_i'' \\ c_i &\equiv \alpha_A \cdot \alpha_B \cdot \ell_i'' + \alpha_A \cdot \ell_i' \left\{ 1 - (\alpha_B - 1) \frac{P}{L_i''} \cdot x_P \right\} \\ d_i &\equiv - \left(1 + \frac{P}{L_i''} \right) \{ (\alpha_A - 1) \alpha_B + \alpha_B - 1 \} \ell_i'' \\ e_i &\equiv \left\{ \alpha_A \cdot \alpha_B \cdot \left(1 + \frac{P}{L_i''} \right) + \{ (\alpha_A - 1) \alpha_B + \alpha_B - 1 \} \frac{P}{L_i''} x_P - 1 \right\} \ell_i'' \\ f_i &\equiv - \frac{\alpha_A \cdot \alpha_B}{L_i''} \cdot P \cdot \ell_i'' \cdot x_P \end{aligned} \dots \dots \dots (273)$$

ここで, (272) 式の左辺の差分を微分になおし, これを積分すると i ステップの所要段数を求めることができる。即ち,

$$\begin{aligned} (N_P)_i &= \int_0^{(N_P)_i} dn = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{a_i x^2 + b_i x + c_i}{d_i x^2 + e_i x + f_i} dx \\ &= \frac{a_i}{d_i} (x_i - x_{i-1}) - \frac{1}{2d_i} \left(\frac{a_i \cdot e_i}{d_i} - b_i \right) \cdot \ln \left| \frac{d_i \cdot x_i^2 + e_i \cdot x_i + f_i}{d_i \cdot x_{i-1}^2 + e_i \cdot x_{i-1} + f_i} \right| \\ &\quad + \left\{ \frac{a_i (e_i^2 - 2d_i \cdot f_i)}{2d_i^2} - \frac{b_i \cdot e_i}{2d_i} + c_i \right\} \frac{1}{\sqrt{e_i^2 - 4d_i \cdot f_i}} \times \\ &\quad \ln \left| \frac{2d_i \cdot x_i + e_i - \sqrt{e_i^2 - 4d_i \cdot f_i}}{2d_i \cdot x_i + e_i + \sqrt{e_i^2 - 4d_i \cdot f_i}} \cdot \frac{2d_i \cdot x_{i-1} + e_i + \sqrt{e_i^2 - 4d_i \cdot f_i}}{2d_i \cdot x_{i-1} + e_i - \sqrt{e_i^2 - 4d_i \cdot f_i}} \right| \end{aligned}$$

(但し, $e^2 > 4df$) (274)

なお、回収部についても、同様の手順で求めることができる。

2.2.3 濃度分布

カスケード内の濃度分布は、以下の手順により、最上段から逐次的に求めることができる。ここでは、一般的に i ステップの肩濃度が与えられた場合の i ステップの濃度分布を算出する手順を述べる。

i ステップ最上段 [$(N_p)_i$ 段]

肩濃度 $x_i (\equiv (N_p)_i x'_i)$ … 既知

n 段

平衡関係より、

$${}_n X'_i = \frac{{}_n x'_i}{\alpha_A - {}_n x'_i (\alpha_A - 1)} \dots\dots\dots (275)$$

混合点の物質収支より、

$$\begin{aligned} (L_i - l'_i) \cdot {}_n X'_i + L''_{i+1} \cdot X''_{i+1} &= (L_i - l'_i + L''_{i+1}) \cdot {}_n x_i \\ \therefore {}_n x_i &= \frac{(L_i - l'_i) \cdot {}_n X'_i + L''_{i+1} \cdot X''_{i+1}}{L_i - l'_i + L''_{i+1}} \\ &= \frac{l''_i \cdot {}_n X'_i + L''_{i+1} \cdot X''_{i+1}}{l''_i + L''_{i+1}} \dots\dots\dots (276) \end{aligned}$$

次に、分離器 B の物質収支から

$$\begin{aligned} (l''_i + L''_i) \cdot {}_n x_i &= l''_i \cdot {}_n x''_i + L''_i \cdot X''_i \\ &= l''_i \left\{ \frac{\alpha_B \cdot {}_n X''_i}{1 + {}_n X''_i (\alpha_B - 1)} \right\} + L''_i \cdot X''_i \end{aligned}$$

上式を整理すると、

$$(\alpha_B - 1) \cdot L''_i \cdot {}_n X''_i{}^2 + \{ (\alpha_B \cdot l''_i + L''_i) - (\alpha_B - 1) (L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i \} \cdot {}_n X''_i - (L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i = 0$$

${}_n X''_i$ の 2 乗の項を無視して、 ${}_n X''_i$ について解くと、

$${}_n X''_i = \frac{(L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i}{\alpha_B \cdot l''_i + L''_i - (\alpha_B - 1) (L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i} \dots\dots\dots (277)$$

一方、2 次式として解くと

$${}_n X''_i = \frac{(\alpha_B - 1) (L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i - (\alpha_B \cdot l''_i + L''_i) + \sqrt{\{ (\alpha_B \cdot l''_i + L''_i) - (\alpha_B - 1) (L''_i + l''_i) \cdot {}_n x_i \}^2 + 4 (\alpha_B - 1) (L''_i + l''_i) L''_i \cdot {}_n x_i}}{2 (\alpha_B - 1) \cdot L''_i} \dots\dots\dots (278)$$

また、平衡関係より

$${}_n X''_i = \frac{\alpha_B \cdot {}_n X''_i}{1 + {}_n X''_i (\alpha_B - 1)} \dots\dots\dots (279)$$

(n-1) 段

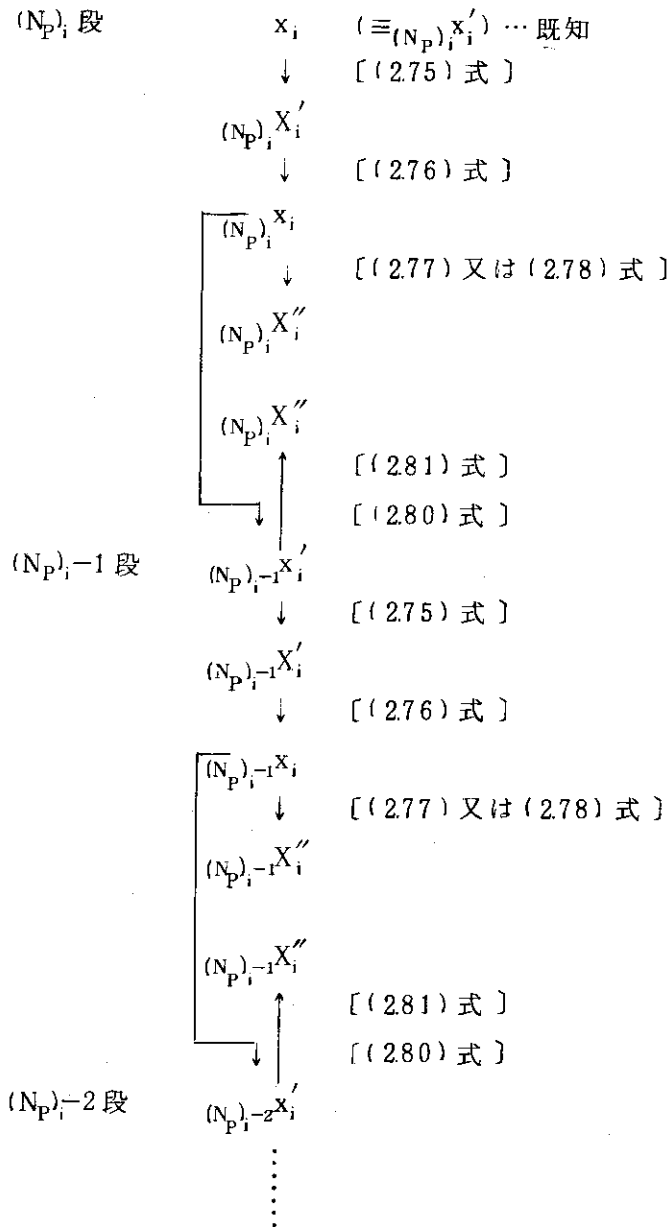
n-1 段より上の物質収支より,

$${}_{n-1}x'_i = \frac{L''_i}{L''_i + P} \left({}_n X''_i + \frac{P}{L''_i} x_P \right) \quad \dots\dots\dots (280)$$

また, n 段の分離器 A への供給流濃度は, 混合点の物質収支より,

$$\begin{aligned} {}_n X_i &= \frac{l'_i \cdot {}_{n-1} x'_i + l''_i \cdot {}_n X''_i}{L_i} \\ &= \frac{l'_i \cdot {}_{n-1} x'_i + l''_i \cdot {}_n X''_i}{l'_i + l''_i} \quad \dots\dots\dots (281) \end{aligned}$$

以上の関係を要約すると,



上記の計算を ${}_n x_i' = x_{i-1}$ ($\equiv (N_P)_{i-1} x_{i-1}'$) になるまで繰返せば、 i ステップにおける濃度分布と所要段数が同時に求められる。

2.2.4 分離係数

Type-1 のカスケードと同様の方法により、拡散筒の分離係数 α_A α_B を求める。

この場合にも、カット 0.5 のとき任意の操作条件で分離係数が既知の隔膜を 2 分割型拡散筒に組込んだものとする。分離係数に影響を及ぼす因子は種々あるが、全て同じ条件（または、分離係数に影響しない程度の条件範囲）とし、流れ様式も十字流に固定すると、 S_4 のみを検討すればよいことになる。

分離器 A では、

$$S_{4A} = \frac{1}{\theta_{iA}} \cdot \ln \frac{1}{1-\theta_{iA}} = \frac{L_i'}{l_i'} \cdot \ln \frac{1}{1-\frac{l_i'}{L_i}}$$

$$= \left(\frac{l_i' + l_i''}{l_i'} \right) \cdot \ln \frac{l_i' + l_i''}{l_i''} \dots \dots \dots (282)$$

分離器 B では、

$$S_{4B} = \frac{1}{\theta_{iB}} \cdot \ln \frac{1}{1-\theta_{iB}} = \frac{l_i'' + L_i''}{l_i''} \cdot \ln \frac{1}{1-\frac{l_i''}{l_i'' + L_i''}}$$

$$= \frac{l_i'' + L_i''}{l_i''} \cdot \ln \frac{l_i'' + L_i''}{L_i''} \dots \dots \dots (283)$$

通常 of 分離器でカット 0.5 のときの分離係数 α が既知の場合、これを分離器 A に使用すれば、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\alpha-1}{\alpha_0-1} &= S_{1A} \cdot S_{2A} \cdot S_{3A} \cdot (1.39) \cdot S_{5A} \\ \frac{\alpha_A-1}{\alpha_0-1} &= S_{1A} \cdot S_{2A} \cdot S_{3A} \cdot \left[\left(\frac{l_i' + l_i''}{l_i'} \right) \cdot \ln \frac{l_i' + l_i''}{l_i''} \right] \cdot S_{5A} \end{aligned} \right.$$

従って、

$$\alpha_A = 1 + \frac{(\alpha-1)}{1.39} \cdot \left(\frac{l_i' + l_i''}{l_i'} \right) \cdot \ln \frac{l_i' + l_i''}{l_i''} \dots \dots \dots (284)$$

同様にして、分離器 B については、

$$\alpha_B = 1 + \frac{(\alpha-1)}{1.39} \cdot \left(\frac{l_i'' + L_i''}{l_i''} \right) \cdot \ln \frac{l_i'' + L_i''}{L_i''} \dots \dots \dots (285)$$

なお、分離器 B の分離係数は、Type-1, 2 とも、同一式で表わされることが分かる。

3. 5,000 ton-SWU/yr プラントに関する計算例 (方形カスケード)

本章では、2分割拡散筒により構成されるカスケードの特徴を検討するために、あまり現実的ではないが、計算が簡単で、しかも理解しやすい方形カスケードを選び、種々の解析を行う。

3.1 計算条件

通常の方角カスケードと2分割型拡散筒により構成される方形カスケードとを、前章までに算出した基本式に基づいて比較・検討するために、図3-1に示した5,000 ton-SWU/yrの規模のプラントを想定する。

原料には天然ウラン(0.721 mol%)を用い、製品濃度は3.5 mol%、廃棄材濃度は0.25 mol%とすると、

$$U = \left\{ V(x_P) - V(x_F) - (x_P - x_F) \frac{V(x_F) - V(x_W)}{x_F - x_W} \right\} P$$

ここで、U ; 分離作業量 (ton-SWU/yr)

V(x) ; 価値函数 (-)

$$V(x) = (2x-1) \ln \frac{x}{1-x}$$

$$F = P + W$$

$$F x_F = P x_P + W x_W$$

なお、F, P, Wには (ton/yr) を使用する。

..... (3.1)

なる関係式より、原料、製品、廃棄材の流量として、

$$\begin{cases} F = 0.96763 \text{ mol/sec} \\ P = 0.14023 \text{ mol/sec} \\ W = 0.82740 \text{ mol/sec} \end{cases}$$

なる値を得る。

また、分離係数については、通常分離器で流れ様式が十字流、カットが0.5のときの値が $\alpha = 1.0040$ と与えられているものとする。

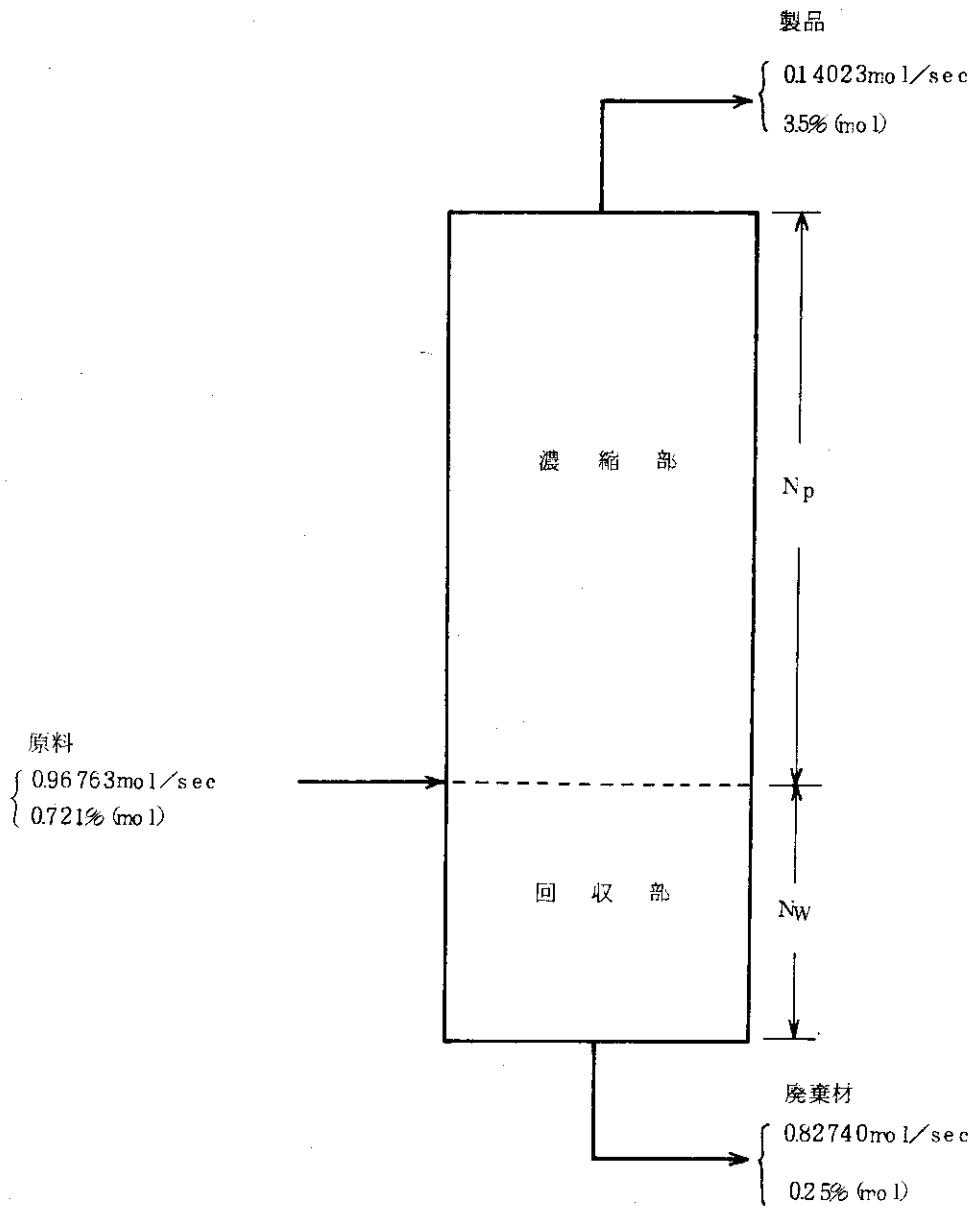
なお、本計算では、簡単のために、濃縮部のみを取扱うものとする。

3.2 所要段数および濃度分布

表3-1、図3-2は、分離作業量が5,000 ton-SWU/yrの各種の方角カスケードで構成されるプラントについて、濃縮部の所要段数を示したものである。

この場合、2分割型拡散筒により構成される方形カスケードの段数計算には、

$\left\{ \begin{array}{l} \text{分離作業量 } U = 5000 \text{ ton-SWU/yr} \\ \text{分離係数 } \alpha = 10040^* \end{array} \right.$



* 通常の分離器で、流減様式が十字流、カット θ が0.5のときの値である。

図 3 - 1 5000 ton-SWU/yr の計算条件

表 3-1 各種カスケードの濃縮部所要段数
 (各種計算法による所要段数の比較)
 計算条件; 拡散筒分割比 $f = 1.0$
 その他は図 3-1 参照

循 環 流 量		濃 縮 部 所 要 段 数						
下 降 流 量 L'' (mol/sec)	還 流 比 L''/P (-)	通 常 の 方 形 カ ス ケ ー ド [積 分 式]	Type-1 カスケード			Type-2 カスケード		
			積分式による 場合 [(216)式] [(217)式]	逐次計算による 場合 [213項]	段分離係数 α_T を用いた場合 差分方程式によ る場合 [(256)式]	積分式による 場合 [(273)式] [(274)式]	逐次計算による 場合 [223項]	
120	856	-	516	513	506	509	541	544
140	998	-	446	444	437	441	512	513
160	1141	729	411	410	404	407	493	491
180	1284	635	390	390	383	386	480	480
200	1426	588	376	375	369	373	470	471
220	1569	557	365	365	359	362	463	465

表 3-2 各種計算法による所要段数の比較 (Type-1)

下降流量 L'' (mol/sec)	還流比 L''/P (-)	計 算 方 法	分 割 比 f (-)									
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
130	927.0	積分式による場合 (α_A, α_B)	-	946	779	690	629	584	548	519	495	474
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	-	-	776	687	627	581	546	517	492	471
		積分式による場合 (α_T)	1575	881	745	665	610	568	534	506	483	463
140	998.4	積分式による場合 (α_A, α_B)	-	742	665	610	568	535	507	484	463	446
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	-	741	664	609	567	533	506	482	462	444
		積分式による場合 (α_T)	821	714	644	593	554	522	496	473	454	437
150	1069.7	積分式による場合 (α_A, α_B)	-	661	607	565	531	503	480	460	442	426
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	738	661	606	564	530	502	478	458	441	425
		積分式による場合 (α_T)	710	641	590	551	519	492	470	450	433	418
160	1141.0	積分式による場合 (α_A, α_B)	671	614	569	534	505	481	460	442	426	412
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	673	614	569	534	504	480	459	441	425	410
		積分式による場合 (α_T)	658	603	561	527	499	475	455	437	422	408
170	1212.3	積分式による場合 (α_A, α_B)	629	581	543	512	486	463	444	428	413	400
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	631	582	543	511	485	463	444	427	412	399
		積分式による場合 (α_T)	612	566	530	500	475	454	436	420	406	393
180	1283.6	積分式による場合 (α_A, α_B)	600	557	523	494	470	450	432	417	403	391
		逐次計算による場合 (α_A, α_B)	601	558	523	494	470	449	432	416	402	390
		積分式による場合 (α_T)	584	543	511	484	461	441	429	409	396	384

1. Type-1 カスケード

(1) 与えられた分離係数 $\alpha (=1.0040)$ より、分離器 A, B の分離係数 α_A, α_B を求める方法

- 1) (2.16), (2.17) 式による方法 (積分式)
- 2) 2.1.3 項に示した逐次段による方法

(2) α_A, α_B より段分離係数 α_T を求める方法

- 1) (2.45), (2.46) 式による方法 (積分式)
- 2) (2.56) 式による方法 (差分方程式)

2. Type-2 カスケード

与えられた分離係数 α より、分離器 A, B の分離係数 α_A, α_B を求める方法

- 1) (2.73), (2.74) 式による方法 (積分式)
- 2) 2.2.3 項に示した逐次段による方法

を採用した。拡散筒は、取扱いを簡単にするために、分離器 A, B の隔膜透過流量を等しくとってある (分割比 $f=1.0$)。これらの図表より、Type-1, 2 のカスケードについては、各方法で求めた段数の値はほぼ等しく、特に、Type-1 カスケードにおいて段分離係数 α_T の導入による簡略化式が非常に有効であることが分かる。

次に、3 種のカスケードについて同じ還流比における所要段数の大きさを比較すると、(通常の方形カスケード) > (Type-2 カスケード) > (Type-1 カスケード) である。Type-1 カスケードの所要段数は、通常のカスケードの 55~65% 程度であり、段数を削減するには非常に有利であるといえる。一方、Type-2 カスケードでは、還流比 L''/P の所要段数に及ぼす影響は、他のカスケードに比べて少ないことが分かる。このことは、段数を固定した場合、製品の抜き出し量の変動しても、製品濃度への影響は比較的少ないことを意味している。

図 3-3 は、濃縮部の下降流量 L'' が 200 mol/sec (還流比 $L''/P=1430$) のときのプラント内の濃度分布を 3 種のカスケードについて点綴し、比較したものである。これより、各カスケードについて、図 3-2 で示した所要段数の違いが理解できる。

図 3-4, 5 は、各々、Type-1, 2 カスケードの濃度分布を濃縮部の下降流量 L'' をパラメータとして示したものである。この図は、先に示した還流比と所要段数との関係に対応しており、特に、Type-2 カスケードにおいて下降流量 L'' の濃度分布に及ぼす影響の少ないことが分かる。

表 3-2 は、Type-1 カスケードについて、分割比をパラメータとして各種の方法により計算した濃縮部の所要段数を示したものである。これより、段分離係数 α_T を用いて計算すると、 f が小さくなるに従って他の方法で求めた値とのずれが大きくなることが分かる。

3.3 分離係数

図 3-6 は、拡散筒分割比 f の分離係数、所要段数に及ぼす影響を示したものである。計算の前提として、通常拡散筒において、流れ様式が十字流でカットが 0.5 のときの分離係数 α を 1.0040 とし、カスケードの下降流量 L'' を 180 mol/sec に固定した ($l' = L'' + P, f = l''/l'$ であるから、分離器 A の隔膜透過流量 l' を固定したことになる)。図には、2 分割型拡散筒で構成

されるType-1カスケードを点線で、Type-2を実線で示した。

分離器Aの分離係数 α_A は、Type-1の場合には $f=0$ のとき1.0040となり、 f の増加とともに徐々に減少している。このカスケードでは、 $f=0$ のときは通常の方形カスケードに相当し、 $\theta_A \cong 0.5$ であるため $\alpha_A = 1.0040 (\equiv \alpha)$ となる。また、カット θ_A は、

$$\theta_A = \frac{l'}{(1+f)l' + L''} = \frac{1 + \frac{L''}{P}}{(1+f)\left(1 + \frac{L''}{P}\right) + \frac{L''}{P}} \quad \dots\dots\dots (32)$$

で表わされるため、還流比 L''/P が一定の場合には f の増加とともに θ_A は減少し、流れ様式の効果 S_{A_1} 、従って、分離係数 α_A も減少することになる。一方、Type-2の場合には、カット θ_A は、

$$\theta_A = \frac{1}{1+f} \quad \dots\dots\dots (33)$$

で表わされ、 $f=1.0$ のとき $\theta_A = 0.5$ となるので、このときの分離係数 α は1.0040となる。 f が1.0より減少するに従い、 θ_A は増加するので α_A もそれに伴って増加している。先の図3-2から $f=1.0$ とした場合、Type-2では還流比 L''/P の所要段数に及ぼす影響は小さいことが明らかになったが、これは分離係数 α_A が f のみの函数であるからと推定される。なお、Type-2の場合には、分割比を0にすると、図2-2に示したカスケード構成図からも分かるように、カスケードは形成できなくなる。

次に、分離器Bの分離係数 α_B は、両カスケードとも同じ式[(229), (285)式]で表わされるため、同一曲線となる。この場合、カット θ_B は、

$$\theta_B = \frac{f}{f + \frac{L''}{l'}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

で表わされ、 f の増加に伴い θ_B も増加し、 $f \rightarrow \infty$ のとき $\theta_B \rightarrow 1.0$ となる。従って、 f が増加すると α_B も増加し、 $f=1.0$ のとき $\theta_B \cong 0.5$ となるので $\alpha \cong 1.0040$ となる。一方、段分離係数 α_T は、Type-1の場合には(235)式で与えられ、分割比 f の増加とともに増大していることが分かる。

図では、Type-1, 2の濃縮部所要段数に大きな差がみられるが、これは下降流量 L'' を 180 mol/sec (還流比 $L''/P = 1280$)として比較しているためである。なお、 f が増加すると、両者の所要段数の差は小さくなる傾向にある。

3.4 所要動力

カスケードの形式、規模を決定するのに、従来、プラントの所要動力(このうちの大部分は圧縮機所要動力が占める—循環流量に比例)を最小にする方法が採用されている。プラントの最適化には他の要素も含まれ完全な方法とはいえないが、少なくとも圧縮機所要動力は運転維持費に直接関係し、分離費に占める割合が約40%といわれていることから、一つの目安となることは確かである。そこで、2分割型拡散筒により構成されるカスケードを圧縮機所要動力の観点から検討してみる。

図3-7は、Type-1カスケードについて主要機器の構成を示したものである。圧縮機には、①隔膜透過流量 ($l' + l''$) を吸込圧 P_s から吐出圧 P_d まで圧縮する役割と②隔膜未透過流量 L'' を吸込圧 P_i から吐出圧 P_d まで圧縮する役割とが要求される。従って、本圧縮機は、形状の上では1つのケーシングに収容された1個の多段圧縮機であるが、内容的には先の2つの仕事をする事になり、両者の圧縮動力の和として圧縮機所要動力が算出できる。また、所要動力は、中間冷却を行わない断熱圧縮過程と考えると、次式を得る。

$$E = \frac{1}{101.97} (G_s \cdot H_{th_s} + G_i \cdot H_{th_i}) \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここで、E ; 圧縮機所要理論動力 (KW)

G_s ; 隔膜透過流量 (kg/sec)

G_i ; 隔膜未透過流量 (kg/sec)

H_{th_s} ; 圧縮比 (P_d/P_s) に対する理論断熱ヘッド (m)

H_{th_i} ; 圧縮比 (P_d/P_i) に対する理論断熱ヘッド (m)

であり、各々次式で求めることができる。

$$G_s = 0.352 (l' + l'') \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$G_i = 0.352 L'' \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$H_{th_s} = R (t_s + 273) \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left\{ \left(\frac{P_d}{P_s} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$H_{th_i} = R (t_i + 273) \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left\{ \left(\frac{P_d}{P_i} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (39)$$

ここで、 κ ; UF₆ ガスの比熱比 (-)

なお、本検討では圧縮機の効率は考慮していない。

図3-8は、同様にType-2カスケードについて主要機器の構成を示したものである。この場合には、分離器Bの隔膜未透過流を1段下の分離器Bに供給するための送風機が必要になる。即ち、カスケード1段には、以下に示す圧縮機および送風機が必要である。

- ・圧縮機…… (n-1) 段目分離器Aの隔膜透過流 (流量 l' , 温度 t_s) およびn段目分離器Bの隔膜透過流 (流量 l'' , 温度 t_s) を吸込圧 P_s から吐出圧 P_d まで圧縮するためのもの。
- ・送風機…… n 段目分離器Bの隔膜未透過流 (流量 L'' , 温度 t_s) を吸込圧 P'_s から吐出圧 P'_d まで圧縮するもの。

従って、1段当りの理論所要動力は両者の和として、次式で求めることができる。

$$E = \frac{1}{101.97} \{ \{ G'_A + G'_B \} H_{th_C} + G''_B \cdot H_{th_B} \} \quad \dots\dots\dots (310)$$

ここで、 G'_A ; 分離器Aの隔膜透過流量 (kg/sec)

G'_B ; 分離器Bの隔膜透過流量 (kg/sec)

G''_B ; 分離器Bの隔膜未透過流量 (kg/sec)

H_{thC} ; 圧縮比 (P_d/P_s) に対する理論断熱ヘッド (m)

H_{thB} ; 圧縮比 (P'_d/P'_s) に対する理論断熱ヘッド (m)

であり、各々次式で求めることができる。

$$G'_A = 0.352 \ell' = 0.352(L''+P) \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

$$G'_B = 0.352 \ell'' = 0.352 f(L''+P) \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

$$G''_B = 0.352 L'' \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

なお、以下の計算には、圧縮機、送風機まわりの圧力、温度条件として下記の値を採用した。

① 通常の方形カスケードおよびType-1カスケード

$$\left\{ \begin{array}{l} P_s = 100 \text{ mmHg} \\ t_s = 70^\circ\text{C} \\ P_i = 600 \text{ mmHg} \\ t_i = 70^\circ\text{C} \\ P_d = 700 \text{ mmHg} \\ \kappa = 1.065 \text{ (UF}_6 \text{ ガスの比熱比)} \\ R = 241 \text{ kg}\cdot\text{m/kg}\cdot^\circ\text{C (ガス定数)} \end{array} \right.$$

② Type-2カスケード

$$\left\{ \begin{array}{l} P_s = 100 \text{ mmHg} \\ P_d = 700 \text{ mmHg} \\ P'_s = 600 \text{ mmHg} \\ P'_d = 700 \text{ mmHg} \\ t_s = 70^\circ\text{C} \end{array} \right.$$

図3-9は、検討の対象になっている3種の方形カスケードについて、還流比と濃縮部の所要動力および段数との関係を示したものである(なお、2分割拡散筒の分割比fは1.0とする)。これより、所要動力が最小になる点を求めると、

① 通常の方形カスケード

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{還流比 } L''/P : 1250 \\ \text{所要段数 } N_p : 655 \text{ 段} \\ \text{所要動力 } E_p : 7.25 \times 10^5 \text{ KW} \end{array} \right.$$

② Type-1カスケード

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{還流比 } L''/P : 920 \\ \text{所要段数 } N_p : 480 \text{ 段} \\ \text{所要動力 } E_p : 7.54 \times 10^5 \text{ KW} \end{array} \right.$$

③ Type-2カスケード

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{還流比 } L''/P : 620 \\ \text{所要段数 } N_p : 666 \text{ 段} \\ \text{所要動力 } E_p : 7.10 \times 10^5 \text{ KW} \end{array} \right.$$

となる。即ち、

- ・所要段数について（還流比が或る値以上では）
 - Type-1 < Type-2 < 通常の方形カスケード
- ・所要動力の最小値について
 - Type-2 < 通常の方形カスケード < Type-1

なる関係のあることが分かる。Type-2カスケードにおいて、所要段数は多いが動力は少なくて済むという結果を得ているが、これは所要動力の最小値に相当する還流比の値が大巾に異なることに起因している。即ち、Type-1では $L''/P \cong 920$ （このときの段数は480段）であるが、Type-2では $L''/P \cong 620$ （このときの段数は666段）であり、所要動力 E_p はほぼ $N_p \times L''$ に比例するからである。

3.5 最適分割比

2分割型拡散筒で構成されるカスケードでは、分割比 f は、還流比と同様、カスケード所要動力を決定する重要な因子である。

図3-10は、Type-1カスケードの濃縮部について、分割比をパラメータにとり還流比と所要動力との関係を示したものである。計算には段分離係数 α_T を用いる方法を採用している。各分割比に対する所要動力の最小値をつなぎ合わせると、所要動力が最小の曲線が得られる。

この関係をさらに明確にしたものが図3-11である。これより、最適の分割比は0.3附近にあり、そのときの段数は約580段である。分割比をこの値より増加させると所要段数を減らすのに役立つが、分離器Bの透過流量がそれに応じて増大するために、圧縮機所要動力の面からみると不利になる。なお、通常の方形カスケードの最適還流比における所要段数は655段である。

図3-12, 13は、同様の関係をType-2カスケードについて示したものである。これらの図より、 $f=0.4 \sim 2.0$ の範囲では所要動力の最小になる還流比はほぼ $\times 600$ であり、最適の分割比は1.0~1.2であることが分かる。

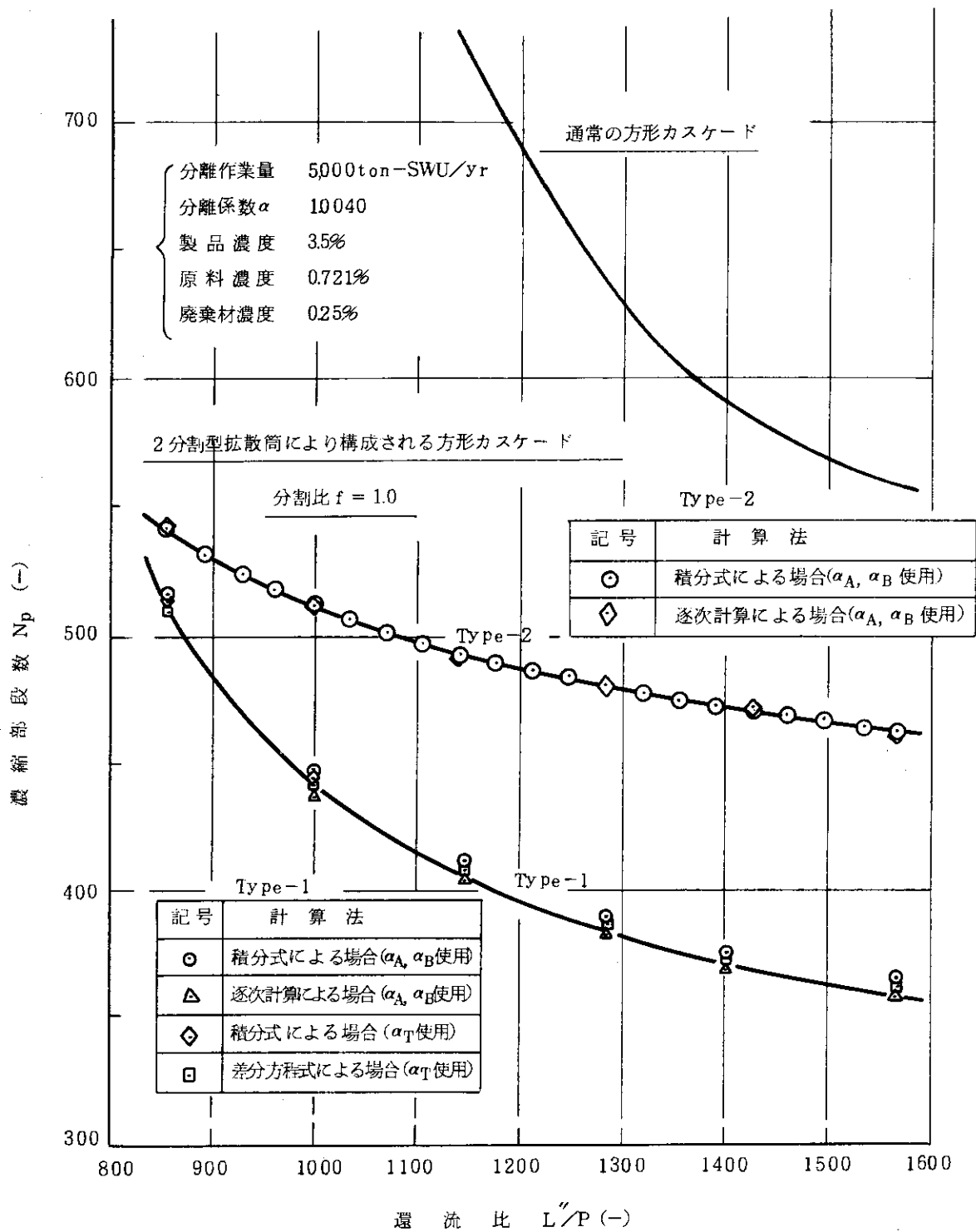


図3-2 各種方角カスケードの所要段数(濃縮部)の比較

分離作業量 5000 ton-SWU/yr
 分離係数 α 1.0040
 製品濃度 3.5%
 原料濃度 0.721%
 廃棄材濃度 0.25%
 分割比 f 1.0

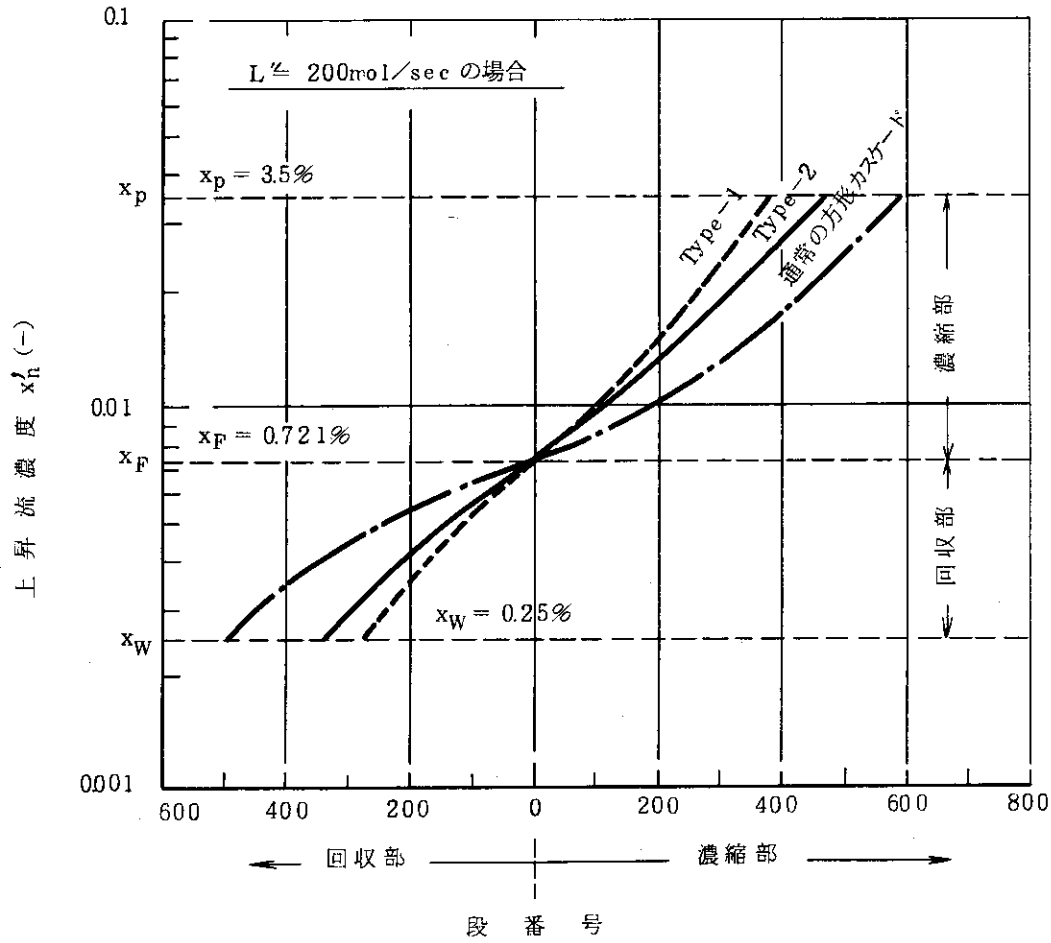


図 3-3 各種方形カスケードの濃度分布の比較

分離作業量 5,000 ton-SWU/yr
 分離係数 α 1.0040
 製品濃度 3.5%
 原料濃度 0.721%
 廃棄材濃度 0.25%
 分割比 f 1.0

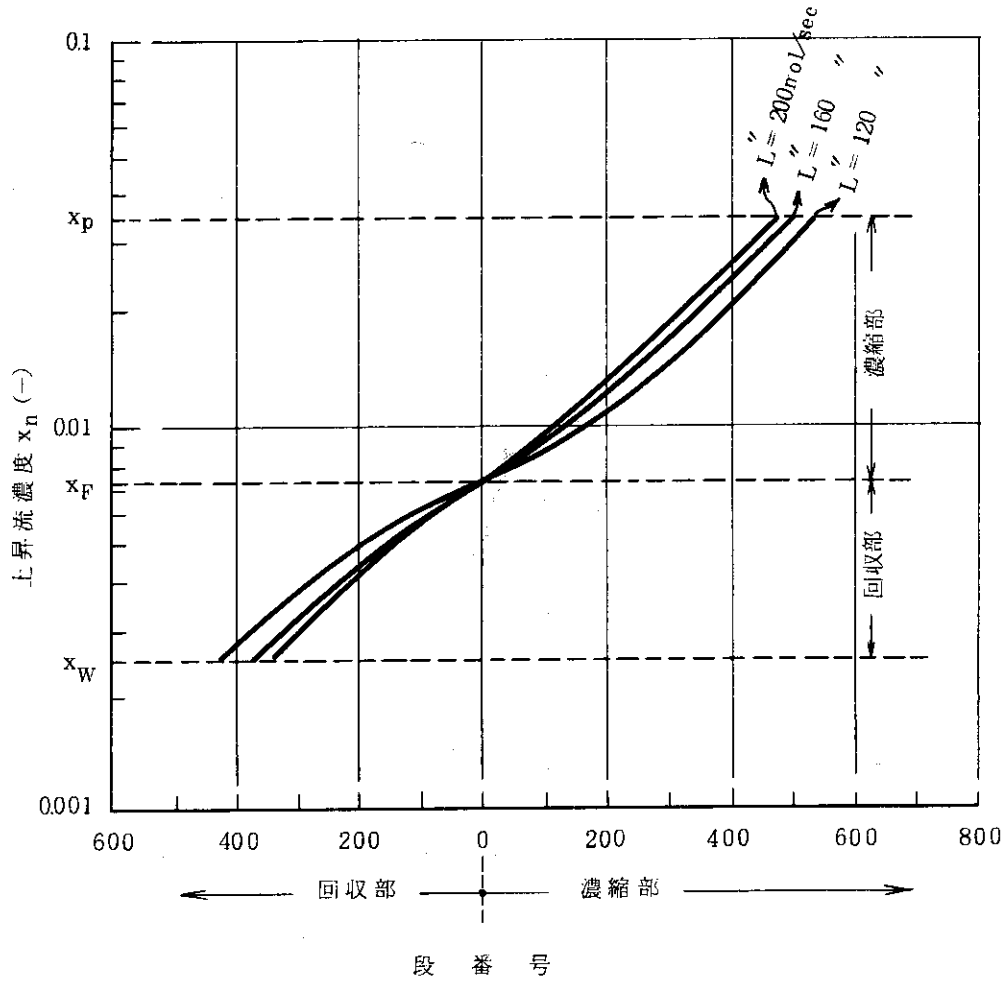


図3-5 下降流量 L (濃縮部)と濃度分布の関係(Type-2カスケード)

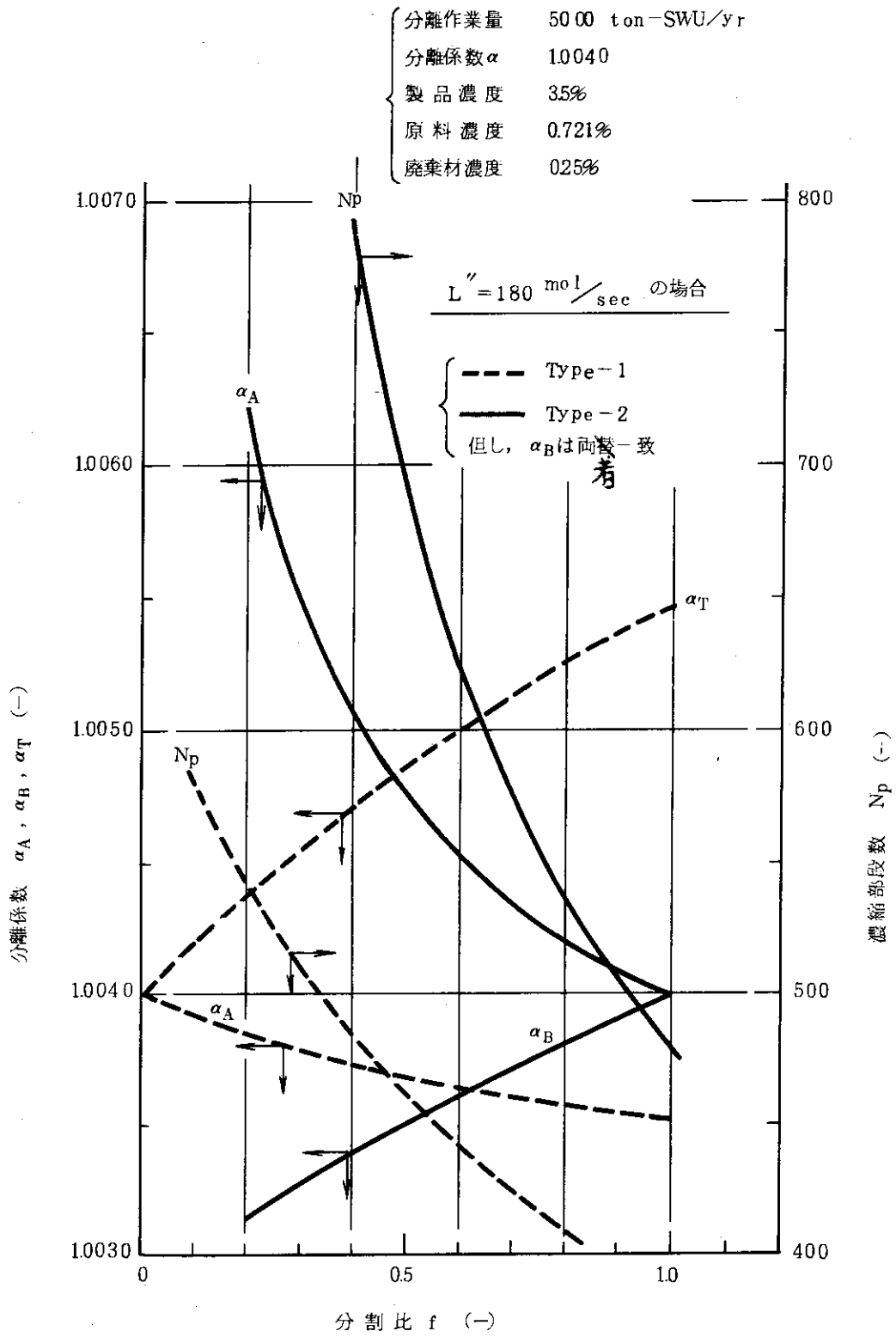
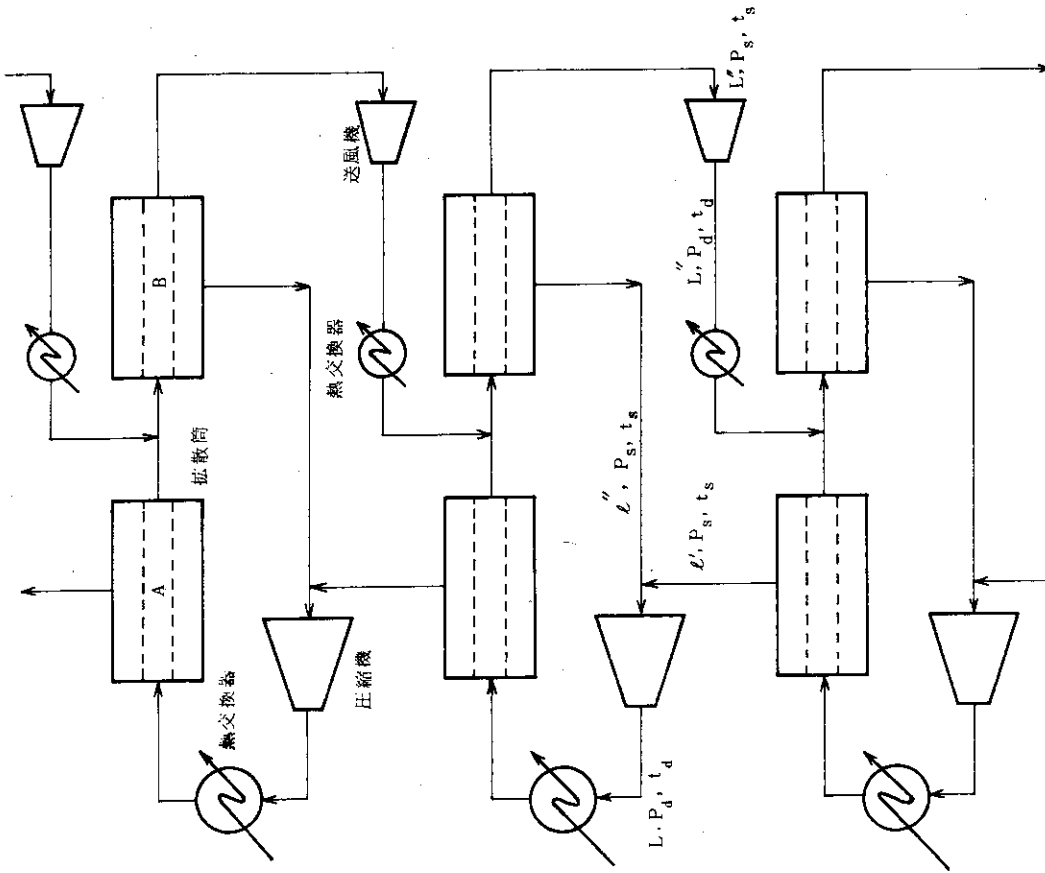
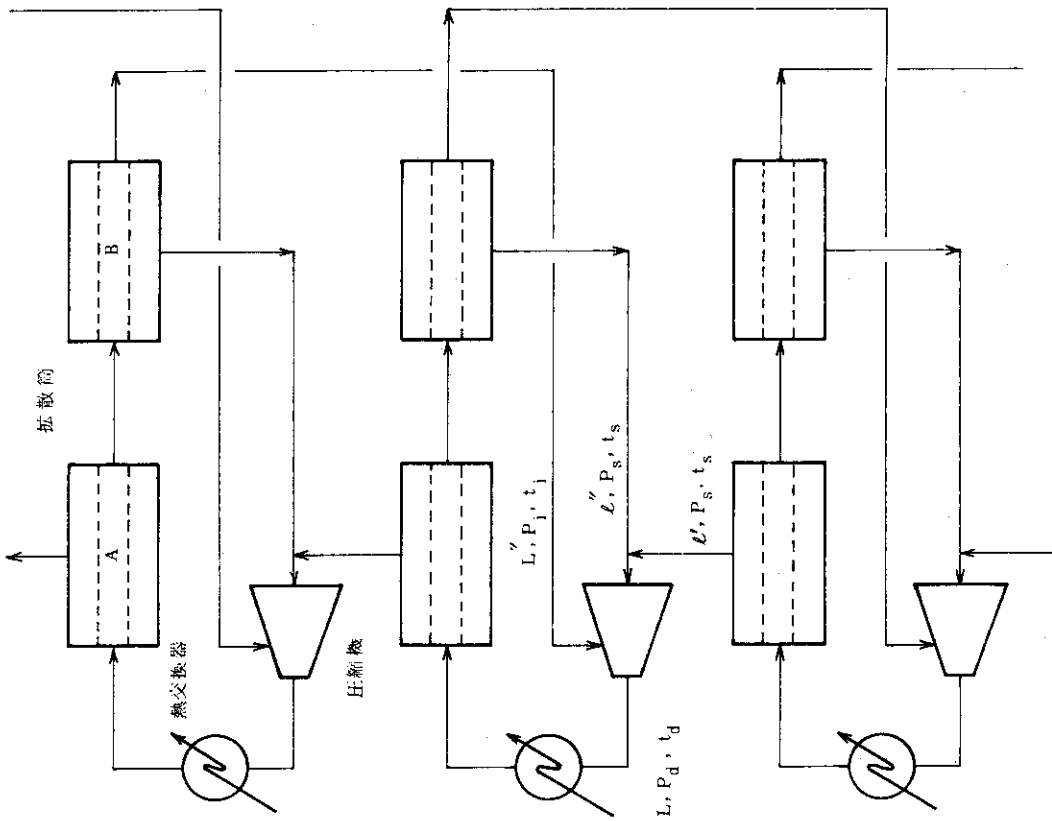


図3-6 分割比の分離係数、段数に及ぼす影響



$\left\{ \begin{array}{l} L, L', L'' : \text{流量 (mol/sec)} \\ P_d', P_s', P_i' : \text{圧力 (mmHg)} \\ t_d', t_s', t_d'' : \text{温度 (}^\circ\text{C)} \end{array} \right.$

図 3-8 Type-2 カスケードにおける主要機器の構成



$\left\{ \begin{array}{l} L, L', L'' : \text{流量 (mol/sec)} \\ P_d', P_s', P_i' : \text{圧力 (mmHg)} \\ t_d', t_s' : \text{温度 (}^\circ\text{C)} \end{array} \right.$

図 3-7 Type-1 カスケードにおける主要機器の構成

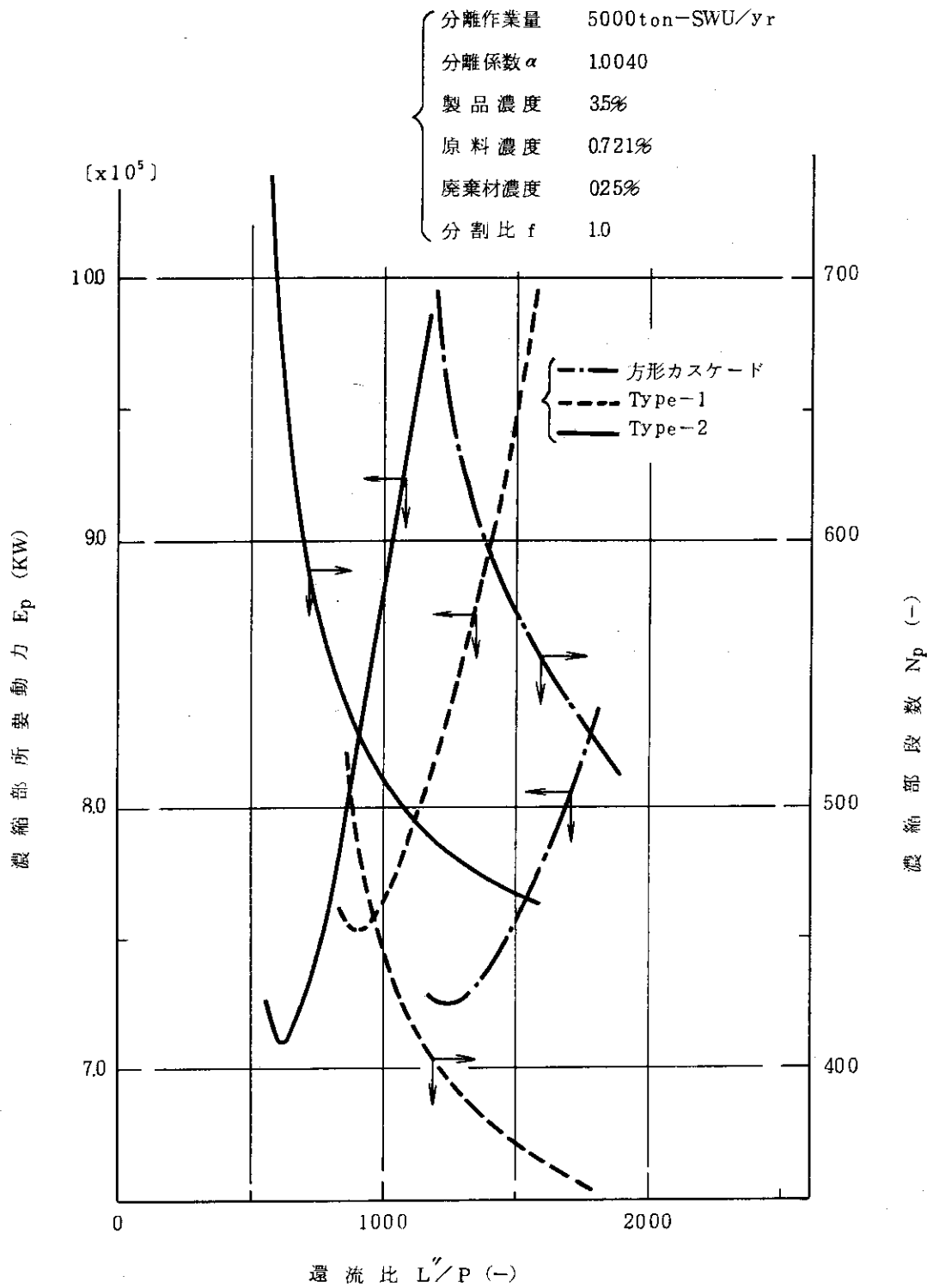


図 3-9 濃縮部所要動力の比較

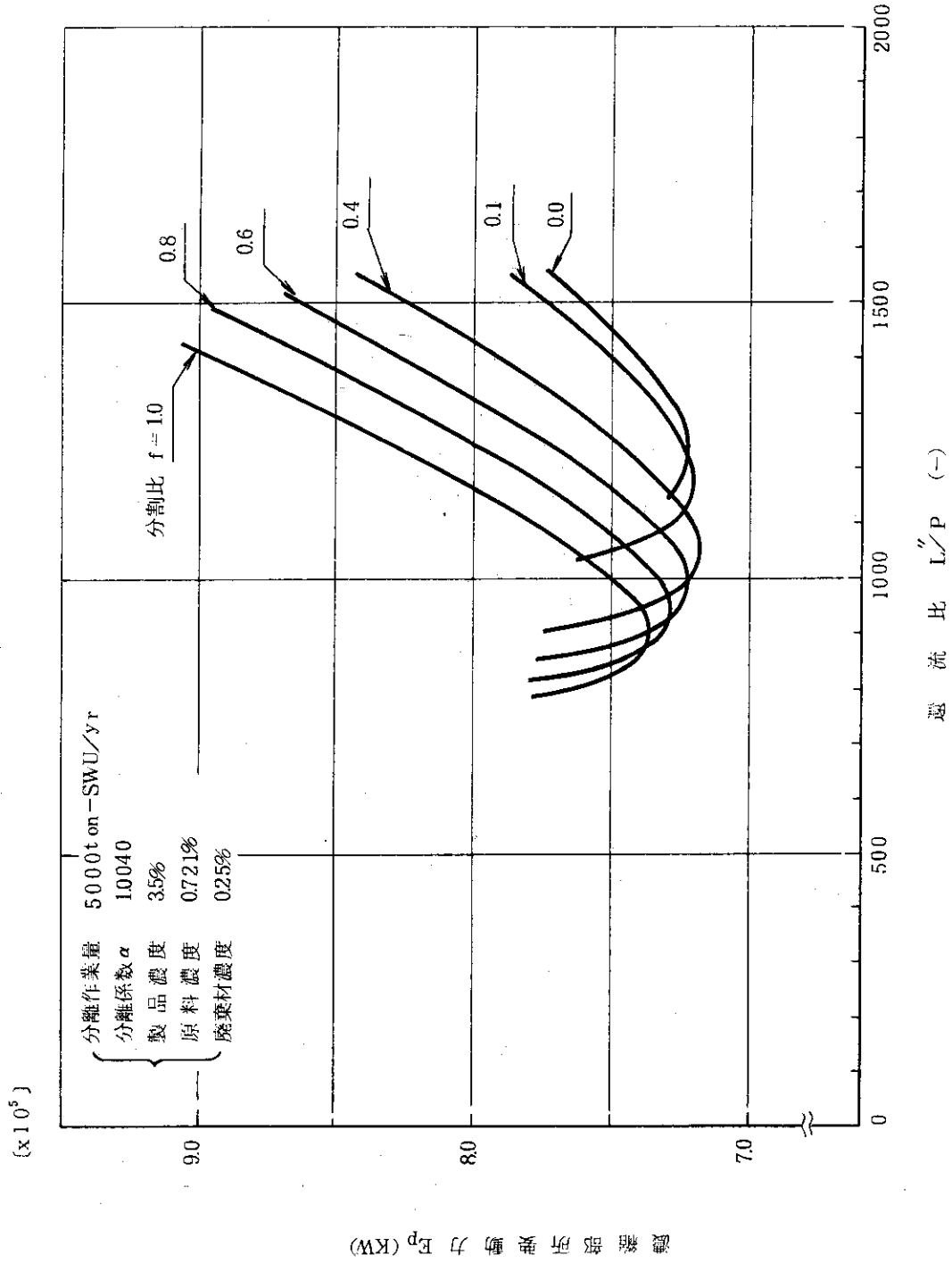


図 3-10 分割比の所要動力に及ぼす影響 (Type-1カスケード)

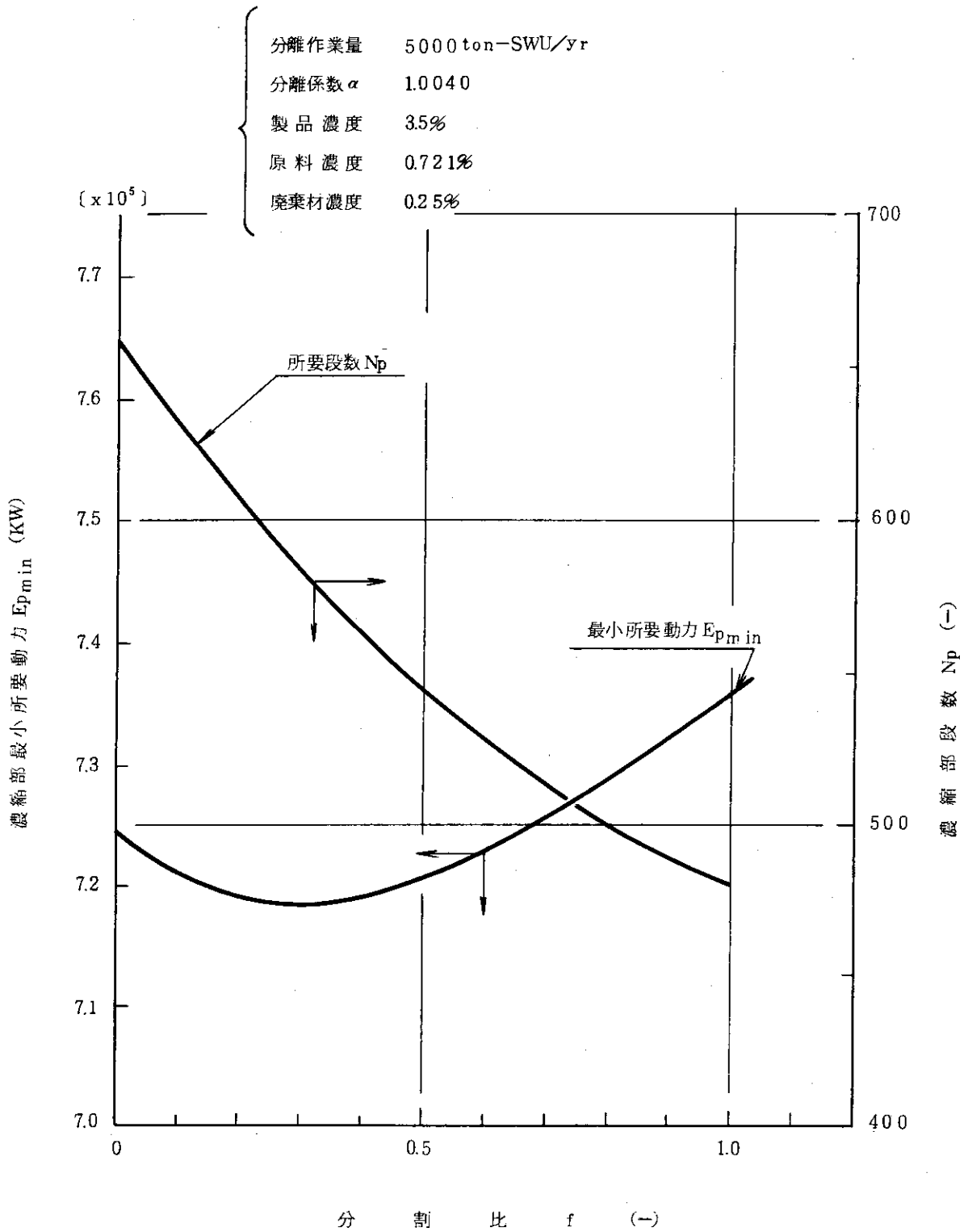


図3-11 分割比と濃縮部最小所要動力との関係 (Type-1 カスケード)

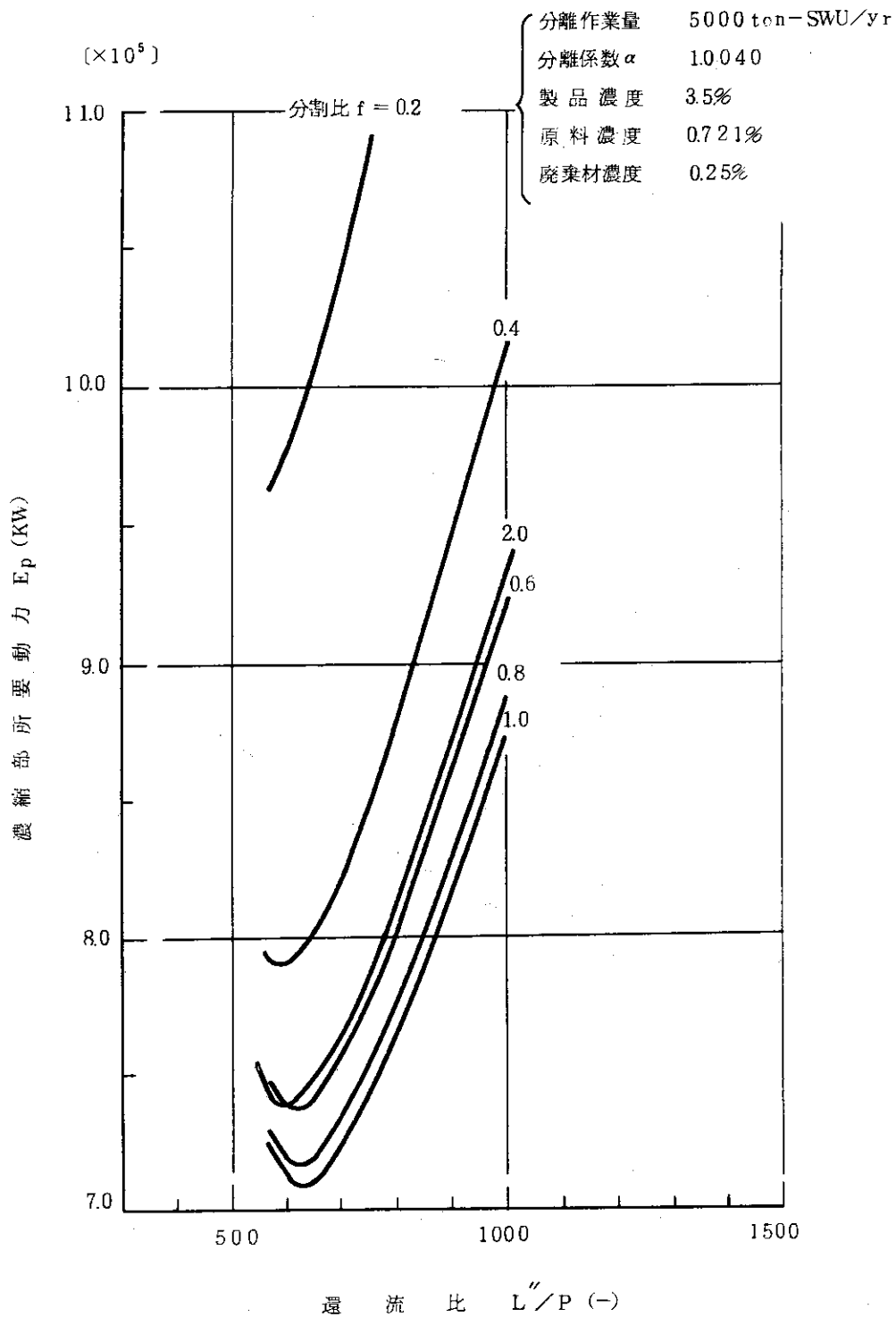


図3-12 分割比の所要動力に及ぼす影響 (Type-2 カスケード)

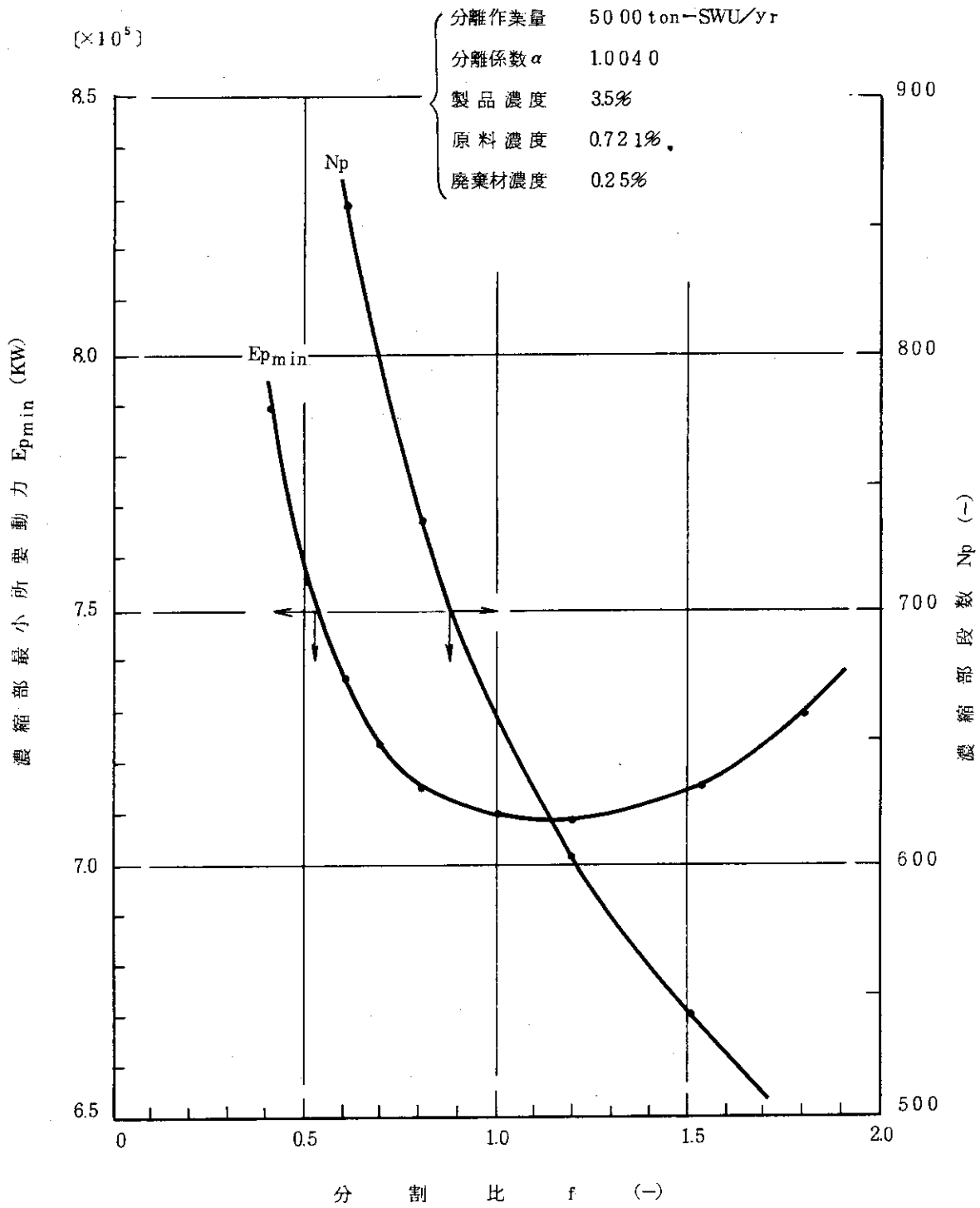


図 3-13 分割比と濃縮部最小所要動力との関係 (Type-2カスケード)

4. 8,750 ton-SWU/yr プラントに関する計算例 (ステップカスケード)

前章では、2分割型拡散筒により構成される方形カスケードと通常の方角カスケードの静特性を比較、検討した。本章では、実際のプラントで採用されるステップカスケードに2分割型拡散筒を適用した場合について検討する。

4.1 計算条件

検討の対象としたカスケードは、ORO-685に記載されている分離作業量8,750ton-SWU/yrのステップカスケードである。カスケードは、図4-1に示したように、濃縮部、回収部ともに3ステップで構成されており、製品、原料および廃棄材の濃度は、夫々、4.05, 0.721, 0.253mol%である。これらの値より、原料、製品、廃棄材の流量を求めると〔(3.1)式〕、

$$\begin{cases} F=1.62296 \text{ mol/sec} \\ P=0.20004 \text{ mol/sec} \\ W=1.42292 \text{ mol/sec} \end{cases}$$

となる。また、ステップの肩濃度には、図に示した値を採用した。

拡散筒の分離係数は、前章と同様に、通常の方角カスケードの値を1.0040とし、流れ様式は十字流とした。その他の計算条件、例えば、圧力および温度についても前章と同じ値を用いた。

4.2 計算結果

本節では、カスケードの全所要動力に着目して、最適な還流比および分割比について検討する。

図4-2は、通常の方角カスケードを用いたステップカスケードの濃縮部について、還流比と所要段数および圧縮機所要動力との関係を示したものである。所要動力には最小値が存在し、そのときの還流比の値は、当然のことながら、製品抜き出し側に近いステップほど小さくなっている。

図4-3は、Type-1カスケードの濃縮部について、還流比と所要段数との関係を分割比をパラメーターにとって示したものである。図4-4は、同様に、還流比と圧縮機所要動力との関係を示したものである。この図から、いずれのステップにおいても、分割比が0.4附近で所要動力が最小になっていることが分かる。これは、前章の方角カスケードにおける結果とよく一致している。また、通常の方角カスケード(図4-2参照)と比較すると、最小所要動力に相当する還流比の値は異なるが、所要動力の値には大きな差はみられない。即ち、カスケード規模はほぼ同じである。

図4-5は、Type-1カスケードについて、分割比を0.4および1.0にした場合、所要動力が最小となる還流比における濃度分布を示したものである。

図4-6は、横軸に圧縮機所要動力、縦軸に段数をとり、Type-1カスケードの規模を示したものである。図の左半分(A)は、各ステップの所要動力を最小にした場合(従って全カスケードの所要動力は最小)であり、右半分(B)は、濃縮部の各ステップの所要動力を最小にし、対応する回収部の各ステップの所要動力を濃縮部のそれにはほぼ等しくとった場合である。この

図から、2つの方法で最適化したカスケードの全所要動力には大きな差はみられない。従って、カスケード構成の単純化（即ち、構成機器の規格化）という観点からすれば、Bの方法で設計する方が有利となろう。

図4-7(a)~(c)は、通常の拡散筒を用いたカスケードおよびType-2カスケードについて、濃縮部各ステップの還流比と所要段数との関係を分割比をパラメーターにとって示したものである。図4-8は、同様に、還流比と圧縮機所要動力との関係を示したものである。これらの図から、Type-2カスケードでは、いずれのステップにおいても、任意の分割比における所要動力の最小値は一定の還流比で得られることが分かる。また、いずれのステップでも、分割比が1.0~1.2のとき所要動力は最小となっている。このときの所要段数は、通常のカスケードの所要動力が最小になる所要段数とほぼ一致している〔図4-7(a)~(c)で○印で示されているところ〕。

図4-9は、Type-2カスケードについて、分割比を1.0および1.2に示した場合、所要動力が最小となる還流比における濃度分布を示したものである。

図4-10は、以上検討した3つのカスケード形式について、各ステップの所要動力を最小にした場合の所要段数と所要動力の関係を示したものである。また、図4-11は、このときのカスケード内の濃度分布を示したものである。

以上、2分割型拡散筒をステップカスケードに組込んだ場合について、通常のカスケードと比較しながら検討を進めてきたが、その結果をまとめると次のようになる。

カスケードの各ステップの所要動力を最小にする還流比は、Type-2カスケード<Type-1カスケード<通常のカスケードの順で大きくなっている。この最適還流比における所要段数は、Type-1<通常のカスケード \cong Type-2となっている。また、所要動力を最小にする最適分割比が存在し、Type-1では約0.4、Type-2では約1.0が得られる。このときの所要動力には、いずれのカスケード方式でも大きな差はみられないが、Type-2の第1ステップにおいて若干有利になっている。即ち、2分割型拡散筒により構成されるカスケードでは、所要動力の面で利点は見出せないが、Type-1では所要段数がかなり削減できること、Type-2ではプラントとしての融通性に富んでいることが特長といえよう。

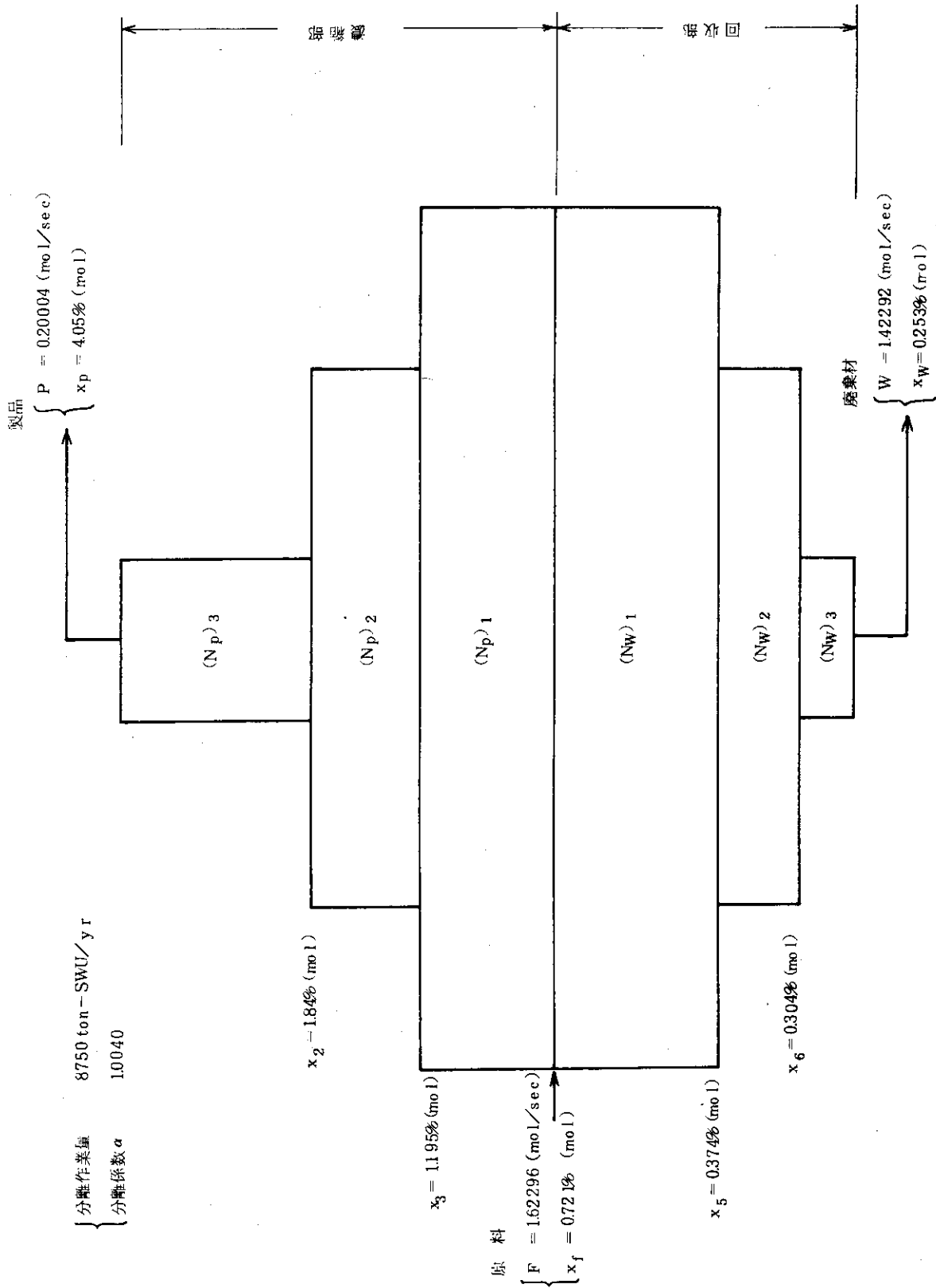


図4-1 8750 ton-SWU/yr プラントの計算条件

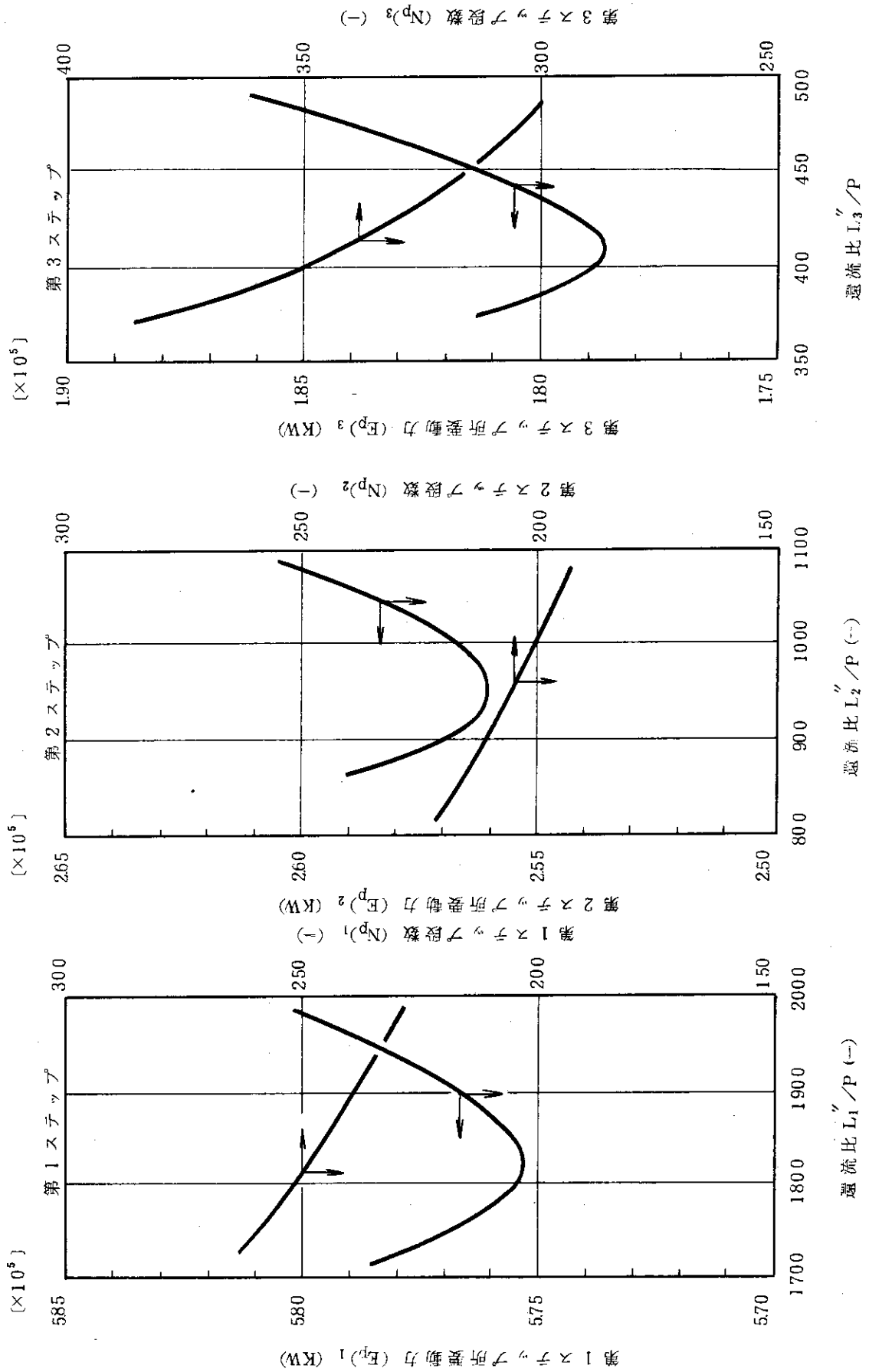


図4-2 還流比と所要動力、段数の関係 (通常のカスケード)

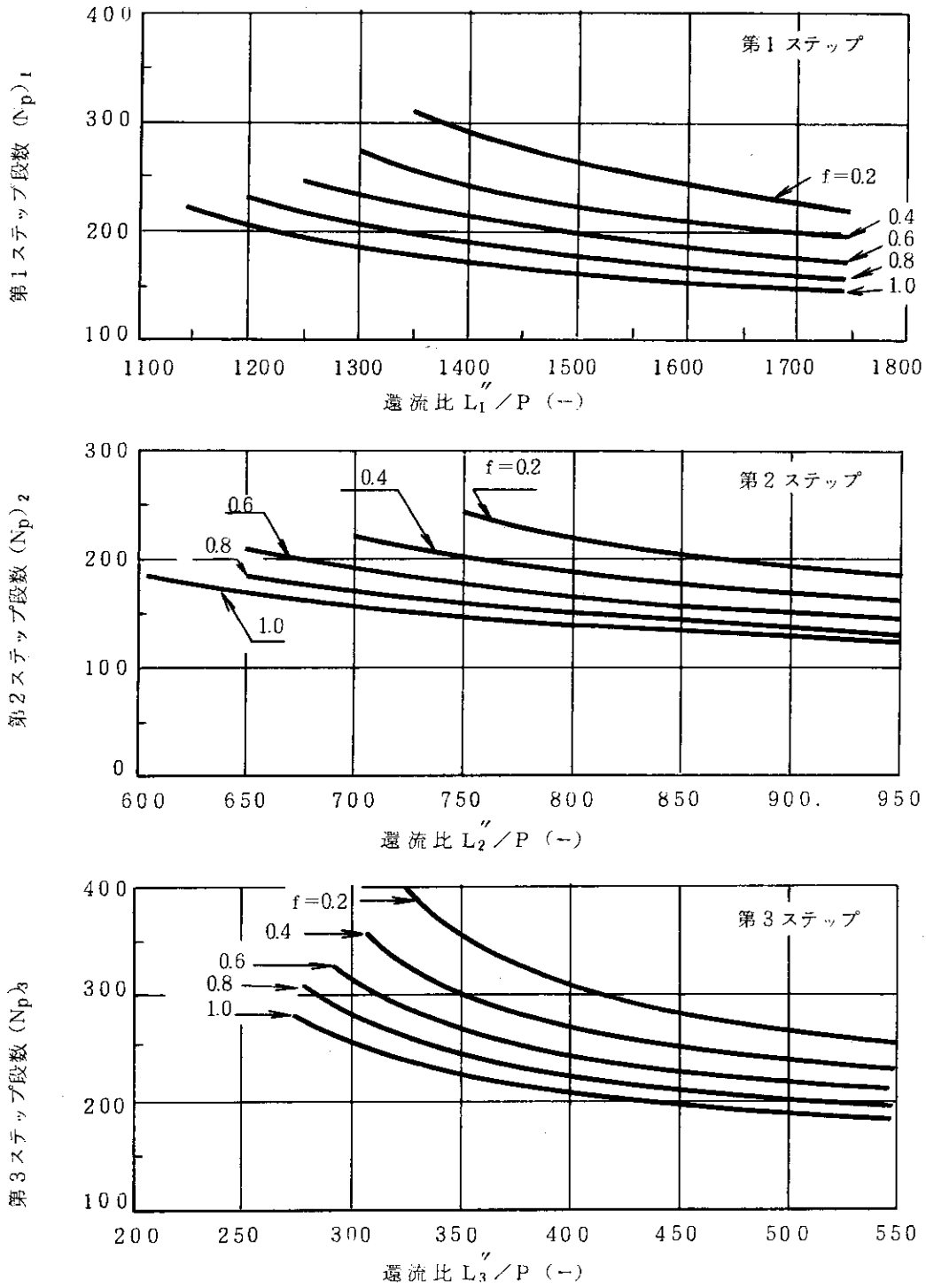


図4-3 分割比の段数に及ぼす影響 (Type-1カスケード)

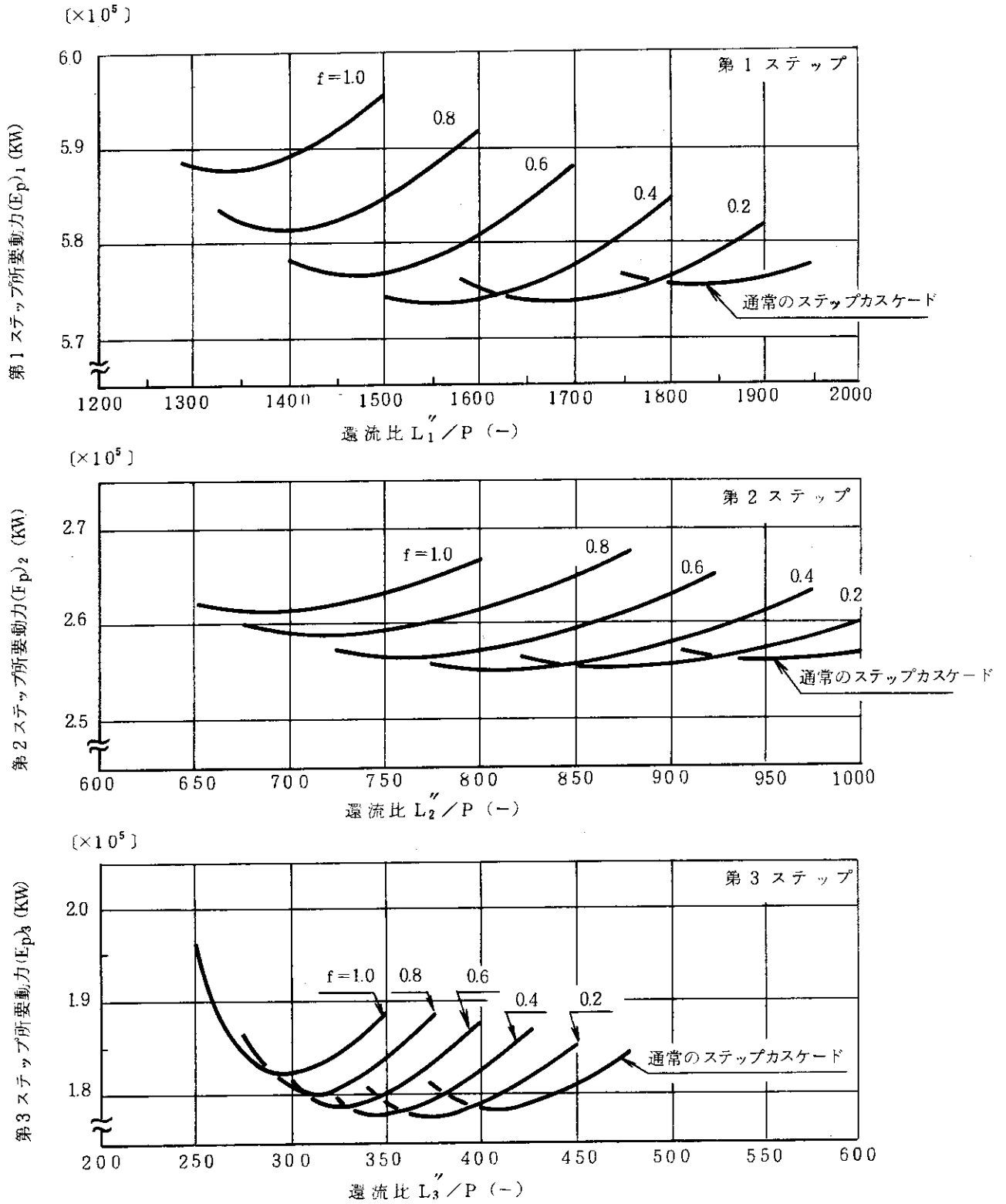


図4-4 分割比の所要動力に及ぼす影響 (Type-1カスケード)

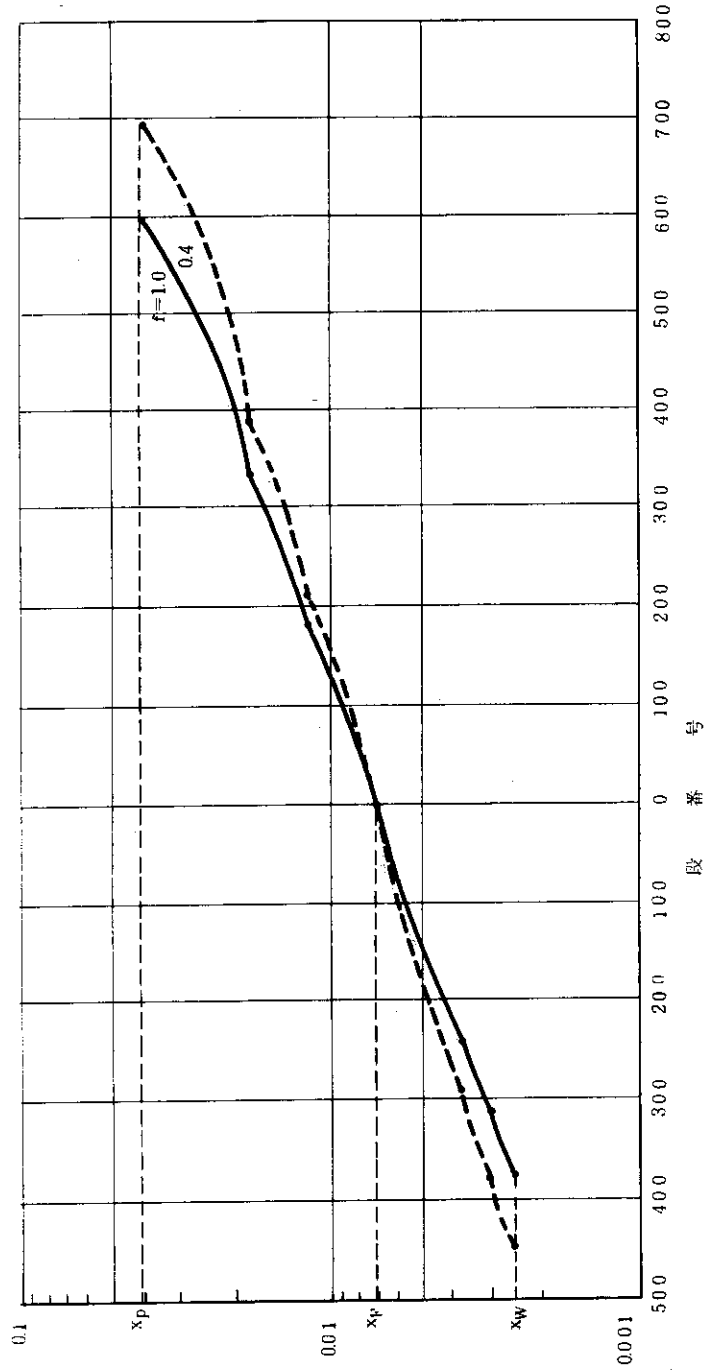


図 4-5 ステップカスケードの濃度分布 (Type-1カスケード)

(一) 上昇濃度 $x_i (-)$

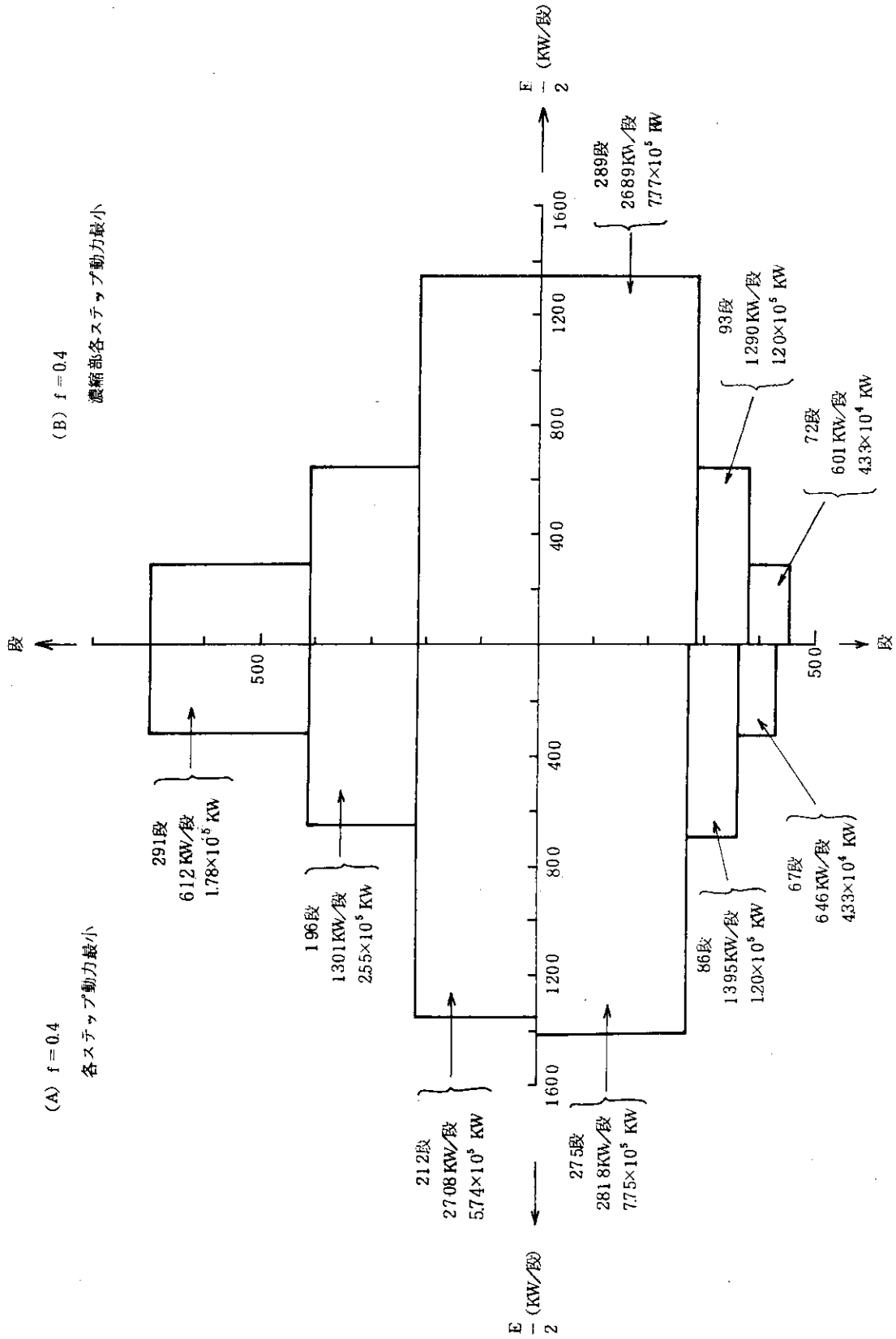


図 4-6 ステップカスケード概念図 (Type-1 カスケード)

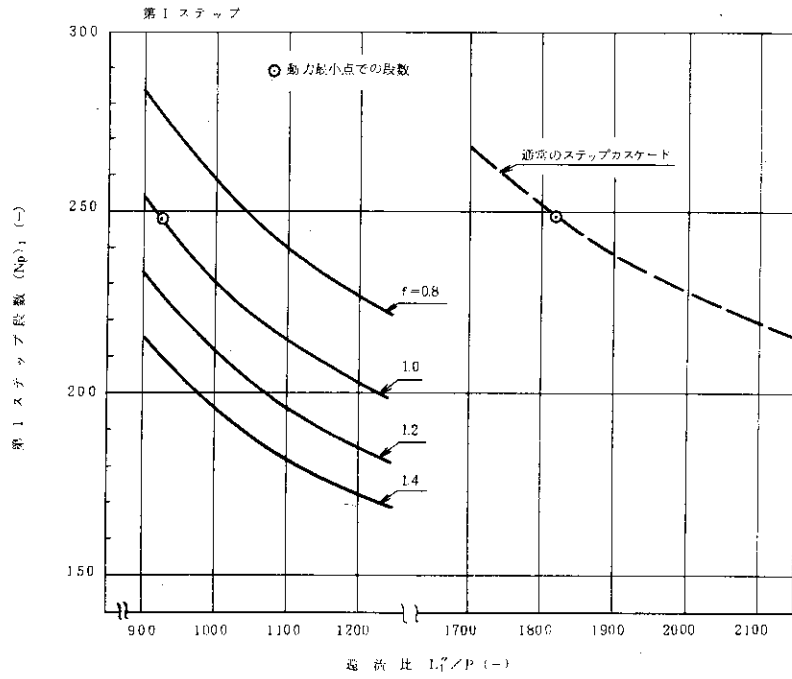


図4-7(a) 分割比の段数に及ぼす影響 (Type-2カスケード)

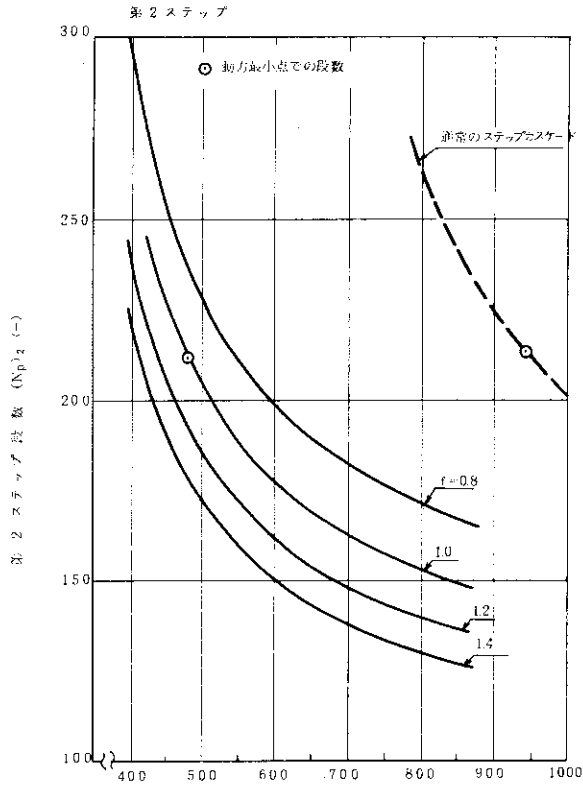


図4-7(b) 分割比の段数に及ぼす影響 (Type-2カスケード)

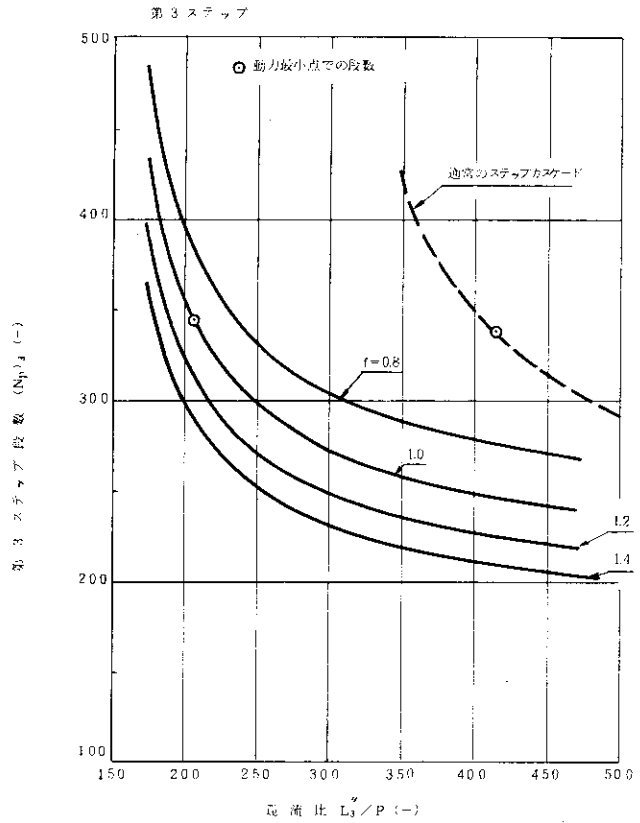


図4-7(c) 分割比の段数に及ぼす影響 (Type-2カスケード)

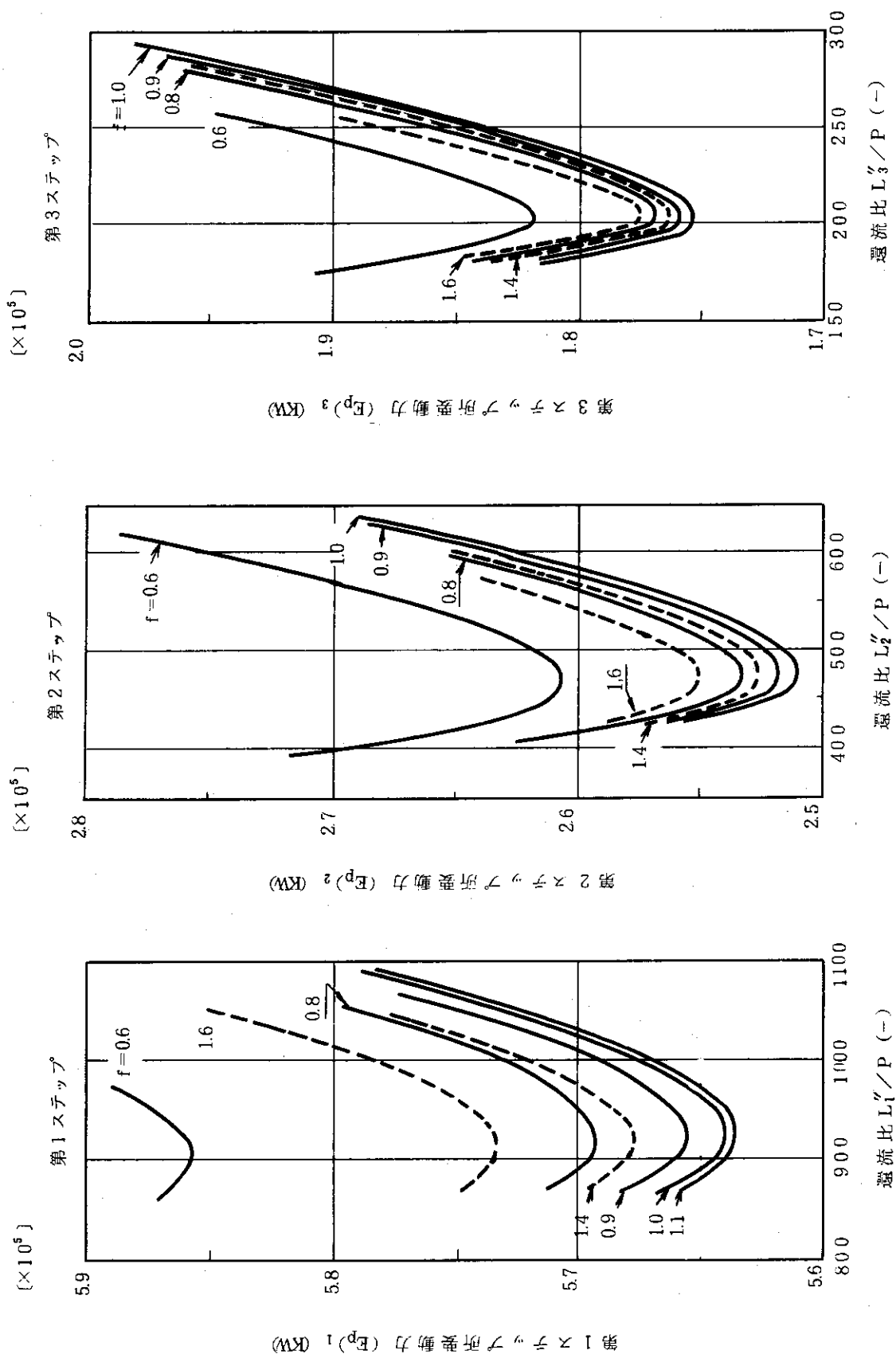


図4-8 分割比の所要動力に及ぼす影響 (Type-2カスケード)

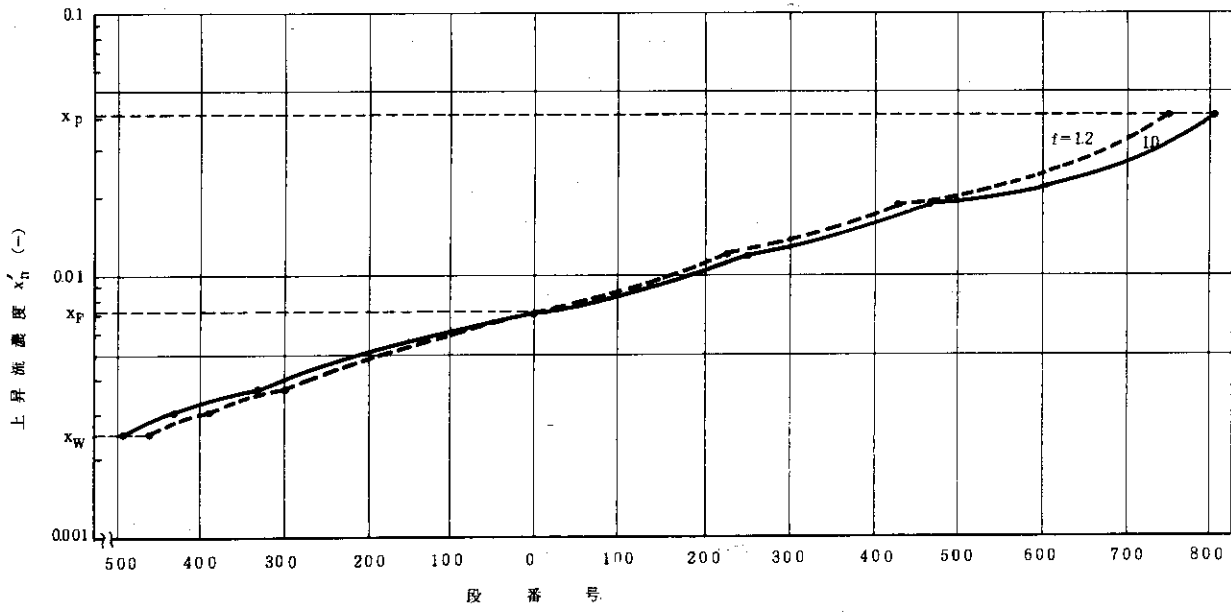


図4-9 ステップカスケードの濃度分布 (Type-2 カスケード)

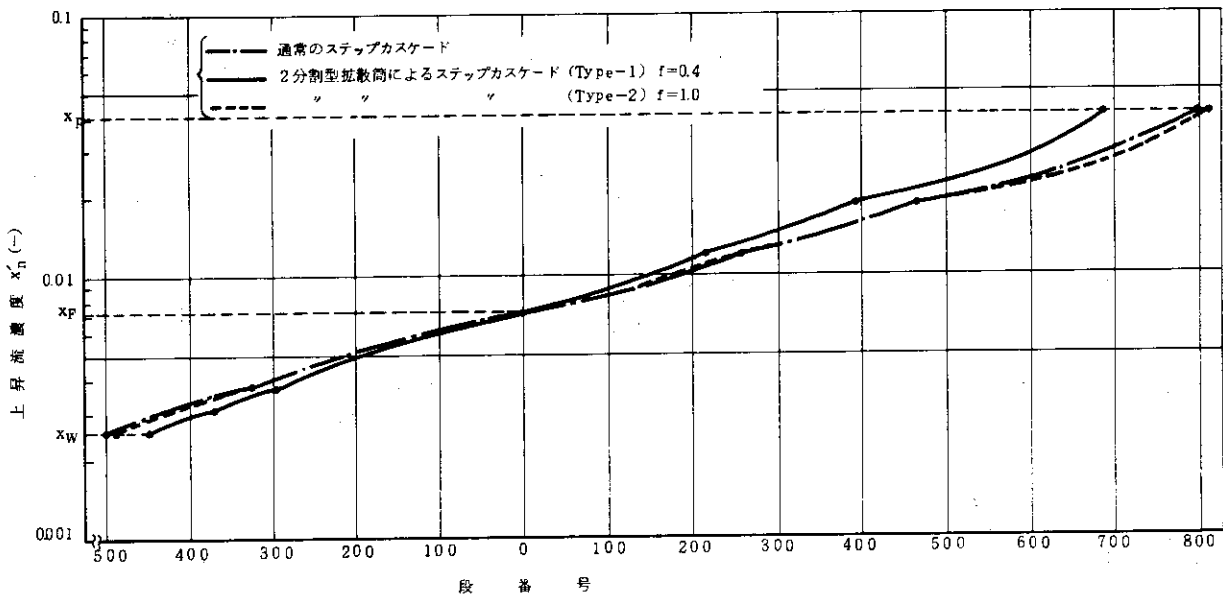


図4-11 各種ステップカスケードの動力最小点における濃度分布の比較

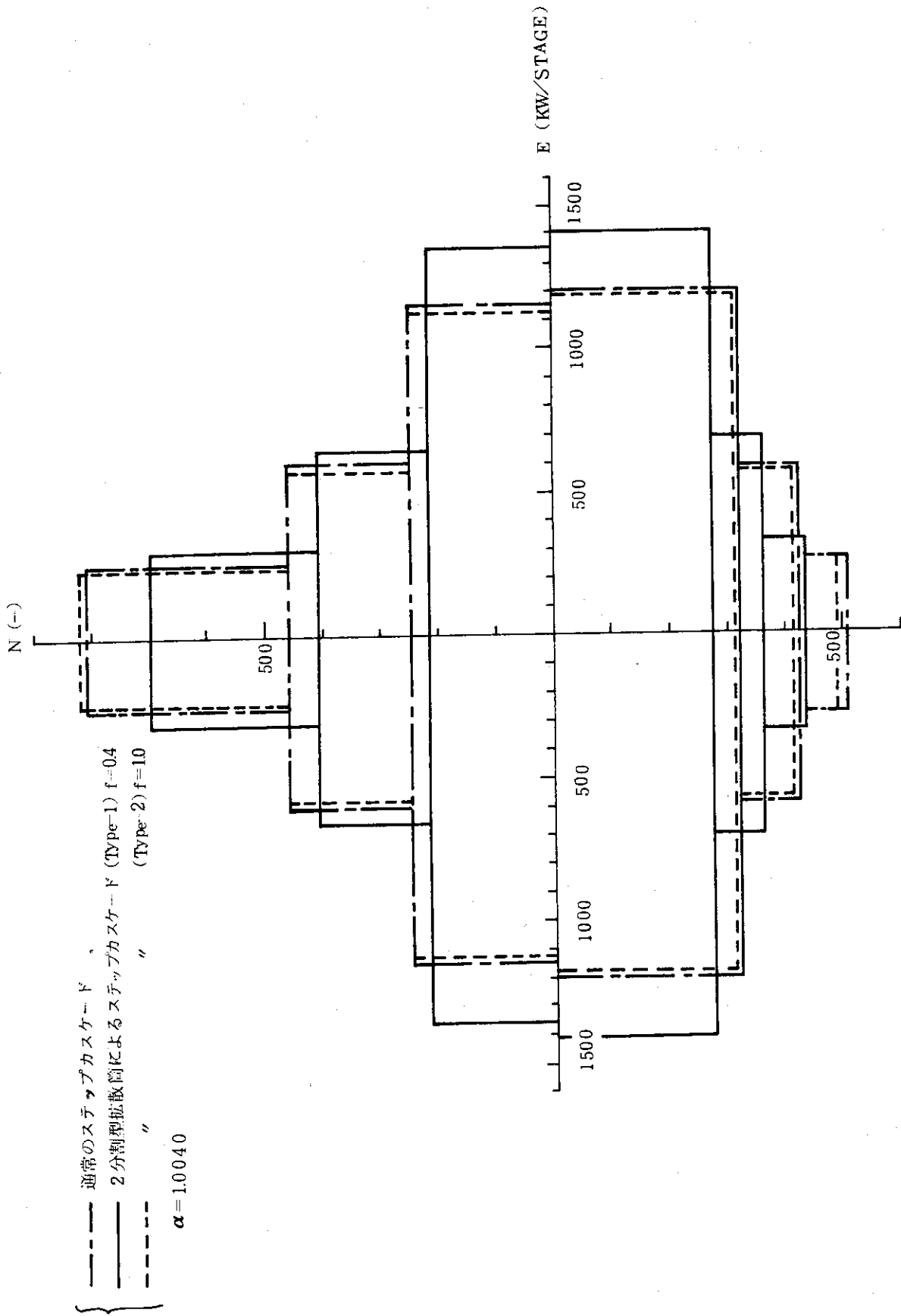


図4-10 全所要動力を最小とした時の各種ステップカスケードの比較

5. おわりに

ガス拡散法では、1回の分離過程で得られる濃縮度（分離係数）には原理的に限度があり、分離係数の値は遠心分離法やノズル分離法に比べて極めて小さい。このため、所定濃度の濃縮ウランを得るのに莫大な段数を要し、所要動力も遠心分離法の10倍程度と非常に大きい。分離係数の向上をはかる手段として、拡散筒内のガスの流れ方向に生ずる濃度分布に着目して隔膜透過流を2分割した拡散筒（2分割型拡散筒）を使用することが考えられる。しかし、この方式に基づくカスケードの解析については、いまだ報告がなされていない。

そこで、2分割型拡散筒の分離係数が2,3の仮定を設けることにより通常型拡散筒の分離係数から求められることに着目し、2分割型拡散筒により構成されるカスケード2形式（Type-1, 2）につき所要段数、濃度分布の算出式を導出した。次いで、分離作業量が5,000ton-SWU/yr（方形カスケード）および8,750ton-SWU/yr（ステップカスケード）のプラントを対象に、通常型拡散筒と2分割型拡散筒（Type-1, 2）を用いたカスケードについて、分離係数所要段数、濃度分布、圧縮機所要動力（循環流量）などを比較・検討した。

この結果、次のことが明らかになった。

- (1) 通常型拡散筒において分離係数（例えば、流れ様式が十字流でカットが0.5の条件における値）が与えられれば、Type-1, 2カスケードに用いられる2分割型拡散筒の個々の分離係数 α_A , α_B は分割比 f のみ関数となり、容易に算出できる。
- (2) Type-1, 2カスケードの所要段数は、分割比を与えれば、通常型拡散筒を用いたカスケードと同様に、任意の還流比に対して積分式および逐次段法で計算できる。なお、Type-1カスケードについては、1段当りの分離係数 α_T が算出でき、所要段数の計算が簡略化される。
- (3) Type-1カスケードでは、分割比が0.2~0.4のとき所要動力は最小となる。このときの所要動力は、通常型拡散筒を用いたカスケードのそれとほぼ同じであるが、所要段数についてはかなり有利になる。即ち、圧縮機の台数は削減できるが、1台当りの容量は若干増大する。
- (4) Type-2カスケードでは、所要動力が最小となる最適分割比の値は1.0~1.2程度である。このときの所要動力および所要段数は、通常型カスケードとほぼ同じである。また、Type-2カスケードは、還流比の所要段数に及ぼす影響が、他のカスケードに比べて少ない。このことは、段数を固定した場合、製品流量が変動しても製品濃度への影響は比較的少ないことを意味しており、カスケードの運転上大きな利点といえる。しかし、カスケードの1段に圧縮機と送風機を必要とするので、軸封および配管系の複雑さは避けられず、さらに総合的な検討が必要である。

なお、以上の検討は、カスケード全体の所要動力を最小にするという観点から進めてきたが、実際のプラント設計にあたっては、さらに、建設費、プラントの制御性や融通性なども含めた総合的な評価が必要である。

参考文献

- 1) 東 邦夫 ; "ウラン濃縮" (日刊工業新聞社), (1971)
- 2) Benedict, M., Pigford, T.H. ; "Nuclear Chemical Engineering", McGraw-Hill, N. Y. (1957)
- 3) Cohen, K. ; "The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large Scale Production of ^{235}U ", McGraw-Hill, N. Y. (1951)
- 4) C. Frejaques, O. Bilous, J. Dizmier, D. Massignon & P. Plurien ; 2nd Geneva Atomic Conf. P/1262 (1958)
- 5) G. Bouligand, P. Delarousse (C. E. A.) ; ドイツ連邦共和国特許 No. 1,167,797