

JAERI-M

6690

有限要素法による円管扁平試験解析

1976年8月

山田 礼司・鈴木 元衛・原山 泰雄

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

有限要素法による円管扁平試験解析

日本原子力研究所東海研究所安全工学部

山田礼司・鈴木元衛・原山泰雄

(1976年8月3日 受理)

被覆管の照射後試験，及び被覆管-水蒸気反応後試験の一つとして，円管扁平試験が行なわれている。扁平円管の変形及び荷重の関係を定量的に把握する目的で，有限要素法による二次元弾塑性解析の計算機実験を行った。

直交異方性降伏条件の下で，円管変形の初期では平面歪解が，変形後期では平面応力解が実験結果と合うことがわかった。また塑性変形が，変形の初期の段階から起きていることがわかった。

Analysis of Ring Compression Test by Finite Element Method

Rayji YAMADA, Motoe SUZUKI and Yasuo HARAYAMA

Division of Reactor Safety, Tokai, JAERI

(Received August 3, 1976)

Ring compression test is used as post-irradiation examination of the fuel cladding tube and mechanical property study in zircaloy-water reaction. In this report, the relation between deflection and load during the test is examined by a computer program which deals with the elasto-plastic deformation by the two dimensional finite element method. Under Hill's (orthogonal) anisotropy yield criterion, in the early stage of ring deformation the results calculated by the plane strain condition and in the late stage the results by the plane stress condition agree well with the experimental ones. It is revealed by calculation that plastic deformation occurs even at the initial stage of the test.

目 次

1. 緒 言	1
2. 解 析	2
2.1 塑性理論	2
2.2 有限要素法	3
2.3 二次元平面問題	4
2.4 扁平試験への応用	5
3. 実 験	8
3.1 円管扁平試験	8
3.2 加工硬化率の測定	8
4. 結果及び考察	9
4.1 計算結果	9
4.2 計算と実験の比較	9
4.3 応力分布及び歪分布	10
5. ま と め	12
謝 辞	12
参考文献	13
表 と 図	14

1 緒 言

軽水炉燃料に使用されるジルコニウム合金被覆管の照射前後の機械的性質を調べる手段としては、引張試験^{1,2)}、リング引張試験¹⁾、内圧破裂試験^{1,2)}、曲げ試験²⁾及び扁平試験が挙げられる。

円管扁平試験の利点は、試験試料の製作が簡単であり、かつ試験方法も簡便なことである。特に、照射後の被覆管の試験は切り出すべき供試材が放射化されているため、ホットラボでの仕事となり、試料の製作、試験方法が簡単であることは、非常な有用性をもっている。さらに、扁平試験はジルコニウム合金被覆管の如く異方性のある管の、円周方向の引張、圧縮強度、伸び等の弱点を検出するのに適した試験法であると考えられている。なぜなら一つの試験片で、円管の場所に依存して引張応力が発生したり、圧縮応力が発生するからである。しかしながら、一方では扁平試験は三軸応力下の試験であるため、試験結果から降伏応力等を簡単に推測することは困難である。

燃料被覆管の円周方向の降伏応力、伸び等は、被覆管の安全性判定の上で重要なパラメータである。例えば、軽水炉ジルコニウム合金被覆管の安全上の破損限界は、被覆管の全周の塑性による平均伸びを1%としている。そのため、扁平試験は、被覆管の全体的な健全性を判定する良い試験法と考えられてきた。なお、冷却材喪失事故時における、蒸気によるジルカロイ管の酸化脆化を調べる目的で扁平試験が使われている。すなわち、酸素を特別に吸収させていないジルカロイ管、及び種々の条件下で酸素を吸収させたジルカロイ管の扁平試験を行い、円管に割れが入らない最大の扁平量の変化を実験的に求め、その最大の扁平量を延性の一つの目安にするか³⁾、もしくは或る扁平量に対して、幾つに割れるかを調べたり⁴⁾、割れが入る時に塑性変形をしているかどうかを調べて、被覆管の延性の目安にしている⁵⁾。

しかしながら、円管扁平試験では、荷重に対する扁平量及び割れが入るかどうかはわかるものの、各変形段階における管全体の応力分布及び歪分布はわからない。そのためこの試験方法から、被覆管の機械的性質（降伏応力、伸び等）を定量的に定めることができない。

以上述べたような特性をもつ扁平試験の現象を理解する手段として、円管扁平試験の計算機実験を計画した。この計画の目的は、1) 扁平試験による試料の挙動に定性的な説明を与えること、2) 実験結果を定量的に把握し、一般に使用される機械的性質との対応を考察することである。

計算機実験には、塑性理論を含んだ2次元有限要素法のプログラムを基礎にし、これを扁平試験に適合するように改造したプログラムを使用した。

一方、計算結果の判定と、計算に必要な入力値（特に塑性解析に必要な加工硬化率）を得る目的のために、扁平試験及び単軸引張試験の実験を行った。

2 解 析

非線形問題の一種である弾塑性問題を解く有力な手段として、有限要素法による増分理論の解法がある⁶⁻⁹⁾。増分理論は非線形問題を、断片的に線形問題とするもので、計算の容易さ及び実験との対応が明確であることに特長があるといえる。参考文献8及び9には、2次元弾塑性問題を平面応力及び平面歪の条件で解く計算プログラムが公開されている。我々はこのプログラムを基に、円管扁平試験をシュミレートできるようにすること、及び計算精度を上げるとともに計算時間を短縮することを目的として、新たなプログラムを開発した。

2.1 塑性理論

大変形の塑性理論としては、歪増分理論が塑性に関する実験結果と一致することが知られている¹⁰⁾。歪増分理論の基礎式はReuss式である。すなわち、応力と塑性歪増分との間に次の関係式を仮定する。

$$\frac{d\varepsilon_r^p}{\sigma_r'} = \frac{d\varepsilon_t^p}{\sigma_t'} = \frac{d\varepsilon_a^p}{\sigma_a'} = \frac{d\tau_{ta}^p}{2\tau_{ta}'} = \frac{d\tau_{ar}^p}{2\tau_{ar}'} = \frac{d\tau_{rt}^p}{2\tau_{rt}'} \quad (1)$$

(添字 p は塑性歪を表わす。せん断歪成分は工学的定義による。a : 軸方向, r : 半径方向, t : 円周方向を表わす。)

ここで、 σ_r' , σ_t' , σ_a' , τ_{ta}' , τ_{ar}' , τ_{rt}' は偏差応力である。

弾性変形から塑性変形にうつる際の降伏条件は、軽水炉の被覆管として用いられるジルコニウム合金が、異方性の大きな材料であることを考慮しなければならない。ここでは簡単のために、被覆管の半径方向、円周方向及び軸方向の直交する三軸について直交異方性が成り立つものとして、Hillの直交異方性降伏条件を用いた¹¹⁾。

すなわち、

$$f = \sqrt{\frac{3}{2(F+G+H)} [F(\sigma_t - \sigma_a)^2 + G(\sigma_a - \sigma_r)^2 + H(\sigma_r - \sigma_t)^2 + 2L\tau_{ta}^2 + 2M\tau_{ar}^2 + 2N\tau_{rt}^2]} \quad (2)$$

(ここで F, G, H, L, M, N は異方性パラメータで、 $3F=3G=3H=L=M=N$ の時、等方性材料のMisesの降伏条件が成立する。)

異方性パラメータを用いて偏差応力を書き下すと、

$$\begin{aligned} \sigma_r' &= \frac{H(\sigma_r - \sigma_t) + G(\sigma_r - \sigma_a)}{F+G+H}, & \sigma_t' &= \frac{F(\sigma_t - \sigma_a) + H(\sigma_t - \sigma_r)}{F+G+H} \\ \sigma_a' &= \frac{G(\sigma_a - \sigma_r) + F(\sigma_a - \sigma_t)}{F+G+H}, & \tau_{ta}' &= \frac{L\tau_{ta}}{F+G+H} \\ \tau_{ar}' &= \frac{M\tau_{ar}}{F+G+H}, & \tau_{rt}' &= \frac{N\tau_{rt}}{F+G+H} \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられる。

塑性状態における全歪増分 $\{d\varepsilon\}$ は、弾性歪成分 $\{d\varepsilon^e\}$ と塑性歪成分 $\{d\varepsilon^p\}$ と初期歪 $\{d\varepsilon^0\}$ とからなるから、(ここでは、扁平試験は短時間で行なわれるので、クリープ歪は考慮しない。

{ } は列ベクトルを表わし, [] は行ベクトルを表わす。

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^p\} + \{d\epsilon^o\} \quad (4)$$

となる。

一方、応力増分は弾性歪増分によるものと考えて、

$$\{d\sigma\} = [D^e] \{d\epsilon^e\} \quad (5)$$

である。

但し、[D^e] は、弾性ステイフネスマトリックスである。

歪増分理論によれば Reuss の式から塑性歪 {dε^p} は、

$$\{d\epsilon^p\} = \frac{1}{H} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df = \frac{3d\bar{\epsilon}_p}{2\bar{\sigma}} \{\sigma'\} \quad (6)$$

で与えられる。

ここで、 $\bar{\sigma}$ 、 $d\bar{\epsilon}_p$ は等価応力、等価塑性歪増分で、

$$\bar{\sigma} = f$$

$$d\bar{\epsilon}_p = \sqrt{\frac{2(F+G+H)}{3} \left[\frac{F(Gd\epsilon_t^p - Hd\epsilon_a^p)^2 + G(Hd\epsilon_a^p - Fd\epsilon_r^p)^2 + H(Fd\epsilon_r^p - Gd\epsilon_t^p)^2}{(FG+GH+HF)^2} + \frac{dr_{ta}^p}{2L} + \frac{dr_{ar}^p}{2M} + \frac{dr_{rt}^p}{2N} \right]^{1/2}}$$

である。

ここで、Hは加工硬化率で $H = \frac{\partial f}{\partial \bar{\epsilon}_p}$ で与えられ、温度、不純物濃度、加工度に依存する。

(4)式及び(6)式から、(5)式は

$$\{d\sigma\} = [D^e] \{d\epsilon\} - \frac{1}{H} [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} df - [D^e] \{d\epsilon^o\} \text{ となる。 } df = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] \{d\sigma\} \text{ を用い}$$

て上式を {dσ} について解くと、

$$\{d\sigma\} = \left([D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e]}{H + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}} \right) \{d\epsilon\} - [D^e] \{d\epsilon^o\} \quad (7)$$

となる。

$$\text{但し、} [D^p] = [D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e]}{H + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}}$$

である。

以上のように、応力と歪の関係式は、塑性状態の場合(7)式で考えられる。

2.2 有限要素法

有限要素法における応力解析のつりあいの構成方程式を、増分形で表わすと、

$$\sum \{dF^e\} = \sum \int [B]^T \{d\sigma\} d(\text{vol}) - \sum \int [N]^T \{dP\} d(\text{vol}) \quad (8)$$

となる。

ここで Σ は各要素の和を、 $\{\Delta F^e\}$ は要素 e における節点外力増分を、 $\{\Delta P\}$ は物体力増分を表わす。また歪 $\{\varepsilon\}$ 及び要素内の変位 $\{u\}$ は、節点変位 $\{\delta^e\}$ を用いて

$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta^e\}$, $\{u\} = [N]\{\delta^e\}$ と書き表わせるものとする。(7)式を用いると、(8)式は

$$\begin{aligned} \Sigma \{\Delta F^e\} &= \Sigma \int [B]^T [D^p] [B] \{\Delta \delta^e\} d(\text{vol}) \\ &\quad - \Sigma \int [B]^T [D^p] \{\Delta \varepsilon^e\} d(\text{vol}) - \Sigma \int [N]^T \{\Delta P\} d(\text{vol}) \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

2.3 二次元平面問題

円管扁平試験の計算機実験を行うに際し、解析は二次元平面問題として取り扱った。すなわち軸方向の応力を零とする平面応力問題と、軸方向の変位(歪)を零とする平面歪問題の2つを取り扱った。平面応力、平面歪のどちらの場合も $\tau_{\theta a} = \tau_{a\theta} = 0$ である。

二次元平面問題における $[D^p]$ は、(7)式より、

平面応力の場合 ($\sigma_a = 0$)

$$[D^p] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} - \frac{1}{S} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 & S_1 S_3 \\ S_1 S_2 & S_2^2 & S_2 S_3 \\ S_1 S_3 & S_2 S_3 & S_3^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

で与えられる。

E : ヤング率, ν : ポアソン比

$$\text{ここで } S_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\sigma'_r + \nu \sigma'_t), \quad S_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \sigma'_r + \sigma'_t), \quad S_3 = \frac{E}{1+\nu} \tau'_{rt}$$

$$S = \frac{4}{9} \bar{\sigma}^2 H + S_1 \sigma'_r + S_2 \sigma'_t + 2 S_3 \tau'_{rt}$$

但し、 σ'_r , σ'_t は(3)式で $\sigma_a = 0$ とおいたものである。

弾性圧縮性の条件式は $\Delta \varepsilon_r^e + \Delta \varepsilon_t^e + \Delta \varepsilon_a^e = \frac{1-2\nu}{E} (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_t + \Delta \sigma_a)$ で与えられ、塑性歪

の非圧縮性の条件 $\Delta \varepsilon_r^p + \Delta \varepsilon_t^p + \Delta \varepsilon_a^p = 0$ を考慮すると、

$$\Delta \varepsilon_r + \Delta \varepsilon_t + \Delta \varepsilon_a = \frac{1-2\nu}{E} (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_t + \Delta \sigma_a) \quad (11)$$

となる。よって $\Delta \sigma_a = 0$ とおくと軸方向の歪増分は

$$\Delta \varepsilon_a = \frac{1-2\nu}{E} (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_t) - \Delta \varepsilon_r - \Delta \varepsilon_t \text{ である。}$$

平面歪の場合 ($\varepsilon_a = 0$)

$$[D^p] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} - \frac{1}{T} \begin{bmatrix} T_1^2 & T_1 T_2 & T_1 T_4 \\ T_1 T_2 & T_2^2 & T_2 T_4 \\ T_1 T_4 & T_2 T_4 & T_4^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

で与えられる。

$$\text{但し } T_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\sigma'_r + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_t + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_a \right)$$

$$T_2 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_r + \sigma'_t + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_a \right)$$

$$T_3 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_r + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_t + \sigma'_a \right)$$

$$T_4 = \frac{E}{1+\nu} \tau'_{rt}$$

$$T = \frac{4}{9} \bar{\sigma}^2 H + T_1 \sigma'_r + T_2 \sigma'_t + T_3 \sigma'_a + 2 T_4 \tau'_{rt}$$

(1)式で $\Delta \varepsilon_a = 0$ とおくと、軸方向の応力増分は

$$\Delta \sigma_a = \frac{E}{1-2\nu} (\Delta \varepsilon_r + \Delta \varepsilon_t) - \Delta \sigma_r - \Delta \sigma_t \text{ である。}$$

以上のように書き表わされた $[D^P]$ を(9)式に代入すれば、節点外力増分 $\{\Delta F^e\}$ が既知の時は、未知節点変位 $\{\Delta \delta^e\}$ が、節点変位 $\{\Delta \delta^e\}$ が既知の時は、未知節点外力増分 $\{\Delta F^e\}$ が行列演算で求められる。なお行列演算解法は、バンドマトリックス法を用いた。

2.4 扁平試験への応用

有限要素法における要素の形状は三角形要素を用いた。図1に示すように、計算対象は変形の対称性を考慮して $\frac{1}{4}$ とし、全体座標の x 軸及び y 軸上でそれぞれ y 方向及び x 方向の変位を零に拘束した。

扁平な円管の円周方向及びそれに直角な半径方向は、円管の同じ場所においても変形の各段階において異なる。Hill の降伏条件である(1)式は、軸方向、円周方向及び半径方向が、直交異方性の主軸である場合にのみなりたつものである。変形の各段階で、円管の各場所での軸、円周、半径の各方向が直交異方性の主軸であると仮定すれば、(1)式を用いることができる。図1に示したように円管は三角形要素で切られており、各要素での軸方向、円周方向、半径方向がそれぞれ異なるから、要素のある節点を原点とし、その要素の軸方向、円周方向、半径方向を直交三軸とする局所座標系で、要素のつりあいの構成方程式を求める。その後、それを全体座標系に変換し、各要素の和をとれば全体のつりあいの構成式(9)式がもとまる。すなわち局所座標系 (r, t, a) から全体座標系 (x, y, z) に変換するためには、局所座標系で表わした要素の節点増分変位を $\{\Delta \delta_L^e\}$ とし、それを全体座標系で表わした時 $\{\Delta \delta_G^e\}$ とすると、次のようになる。(添字 L は局所座標系を、 G は全体座標を表わす。)

$$\{\Delta \delta_L^e\} = [T] \{\Delta \delta_G^e\}, \quad T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで、 θ は全体座標系の x 軸から局所座標の r 軸に向って、反時計回りに測った回転角である。

節点外力増分についても同様に

$$\{\Delta F_L^e\} = [T] \{\Delta F_G^e\} \text{ が成り立つ。}$$

三角形要素を用いると、要素内で $[B]$, $[N]$, 応力及び歪は変化しないから、要素の面積を V とすると、要素のつりあいの構成方程式は(9)式を基にすると局所座標系で、

$$\begin{aligned} \{ \Delta f_L^e \} &= \{ \Delta F_L^e \} + \int_L [N]^T \{ \Delta P \} d(\text{vol}) + V [B]^T [D^p] \{ \Delta \epsilon_L^e \} \\ &= V [B]^T [D^p] [B] \{ \Delta \delta_L^e \} = [k^e] \{ \Delta \delta_L^e \} \end{aligned} \quad (14)$$

($\{ \Delta f_L^e \}$ は節点力増分を表わす。)

ここで $\{ \Delta f_L^e \} = [T] \{ \Delta f_G^e \}$ が成立することは明らかであるから、

$$\{ \Delta f_G^e \} = [T]^{-1} [k^e] [T] \{ \Delta \delta_G^e \} \quad (15)$$

となる。(15)式について要素の総和をとれば、全体のつりあいの構成方程式が求まる。

全体座標系を用いて求められた節点変位増分 $\{ \Delta \delta_G^e \}$ より、局所座標系での応力増分 $\{ \Delta \sigma_L^e \}$ は

$$\{ \Delta \sigma_L^e \} = [D^p] [B] [T] \{ \Delta \delta_G^e \} \quad (16)$$

で与えられる。

(1)式で用いられる $(\sigma_r, \sigma_t, \sigma_a)$ には(16)式より求まる $\{ \sigma_L^e \}$ を用いればよいことになる。

塑性理論を含んだ有限要素法を円管扁平試験に應用する際にまず問題となるのは、圧縮試験のクロスヘッドと円管の接触をどう取り扱うかということである。ここでは、塑性のような非線形問題においても(7)式から明らかなように、各変形段階では応力増分と歪増分が線形であるとして取り扱っていること、言い換えれば(15)式において、各節点力増分とそれに対応する節点変位増分が線形であることを利用する。図1に示した形状において最大の y 座標 (x, y は全体座標を表わす) をもつ節点に y 方向の荷重をかけるものとする。各変形段階で Δy だけ y 方向に対して負の強制変位をさせていく時、強制変位をする節点では、負の拘束力が発生する。簡単のため、例として a, b, c の3節点の場合の平板接触による変形の各段階を、図2のフローチャートを基に考える。(但し、各節点の最初の y 座標の値は $y_c > y_b > y_a$ とし、以下の $A, B, C \dots$ は、フローチャートの $A, B, C \dots$ に対応する。)

- (A) y 座標として最も大きな値をもつ節点 C に、ある一定量の強制変位を加えて(9)式を解き、仮りの節点外力と、節点変位を求める。
- (B) 常に各変形段階で、各節点の y 座標を比較するものとして、第 m 段階目において b 節点が c 節点よりも大きな y 座標をとったとする ($y_b > y_c$)。
- (C) b 節点と c 節点が丁度等しい、 y 座標をもつように ($y_b = y_c$)、 c 節点の強制変位量を調節する。その際に各変形段階では節点外力増分と節点変位増分は線形性を有することを利用して適当な比例係数 α を求める。
- (D) 第 m 段階の仮りの増分量に α を掛けて、それらを新たな第 m 段階の増分量とし、それらを第 $m-1$ 段階までの節点外力と、節点変位にそれぞれ加えて、第 m 段階の節点外力、及び節点変位とする。
- (E) 第 $(m+1)$ 段階からは節点 b と節点 c に同じ強制変位量を与えれば、節点 b と節点 c の間で平板と接していることになる。
- (F) 第 n 段階に達した時に、節点 c に負の強制変位をさせたことにより、拘束力が正に変わったとする。
- (G) その時は、節点 b と節点 c が同一平面を保つために正の拘束力でもち上げられていると考えられ、第 n 段階において節点 c では平板との接触がなくなると考えて、節点 c の拘束力が丁度

零となるように第 n 段階の強制変位増分を調節する。この際も各変形段階が線形であることを利用し、適当な比例係数 β を求める。

(II) 第 n 段階の仮りの増分量に β を掛けて、それを新たな第 n 段階の増分量とする。

(I) 第 $(n+1)$ 段階からは、節点 c の強制変位増分を零として節点 c を自由節点とする。

三節点の場合を例として扁平試験のシュミレーションの方法を述べたが、それを一般の任意の節点数の場合に拡張すれば、円管とクロスヘッドの接触について有限要素が適用できることになる。(実際の解析では、4～5 節点が同時に強制変位をする場合もある。)

3 実 験

3.1 円管扁平試験

有限要素法による解析結果の妥当性を知る目的で円管扁平試験の実験を行った。用いた試料は、PWR用被覆管ジルカロイ-4である。特別に酸素を吸収させておらず、熱処理は1000℃ 10分間焼鈍後100℃の水に焼き入れを行った。実験は室温でインストロン型試験機で行なった。円管の外径は10.75mm, 内径9.30mm, 肉厚0.725mm, 長さ15mmである。実験条件としては、クロスヘッドの変位速度を20mm/分と5mm/分の2種類、及び各々の変位速度でクロスヘッドと円管の接触面との摩擦を減らすために、MoS₂ペーストを使用したものと、しないものの計4種類の実験を行なった。5mm/分の変位速度の荷重値が、20mm/分のそれより応力緩和のためわずかに小さ目に出るが、4種類の実験値はほとんど差がなく、クロスヘッドと円管の摩擦や応力緩和は無視してよいと言える。荷重は抵抗線を利用したロードセルを用いて検出し、扁平量は初期外径と扁平時の外径の差で定義した。円管扁平試験により得られた実験結果を図5, 6, 7, 8に実線(曲線①)で示した。なお縦軸は円管単位長さ当りの荷重量、横軸は扁平量である。

3.2 加工硬化率の測定

解析コードの入力データとして最も重要なものは、(6)式における加工硬化率Hである。加工硬化率は実験で求める以外に方法は無く、そのためジルカロイ-4で単軸引張試験片を作成した。その形状を図3に示す。試験片に用いたジルカロイ-4は、Reactive Metals製で冷間圧延後焼鈍した平板である。その平板を冷間加工して厚さ1.0mmに仕上げた後、ジルカロイ管と同じく1000℃ 10分間の焼鈍を行い100℃の水に焼き入れを行った。引張試験はインストロン型試験機を用い、クロスヘッド速度は5mm/分である。その実験結果を図3に真応力-歪曲線及び真応力-塑性歪曲線としてまとめている。真応力-塑性歪曲線を1回微分したものが、(6)式の加工硬化率Hに対応するものである。真応力-塑性歪曲線を5領域に分割し、各領域で指数関数 $\sigma = A(B + \epsilon_p)^n$ で近似した。パラメータA, B, nは最小2乗法により定めた。その値を表1に示す。

4 結果及び考察

4.1 計算結果

有限要素法を用いて扁平試験をシュミレートした計算結果は、三角形要素の節点数と要素数に強く依存していた。節点数と要素数が大きくなるに従い、計算結果が実験結果（破線）に近づいていく様子を図4に示した。なお降伏条件はMisesの等方性降伏条件で解いており、縦軸は扁平量が6mmの所での荷重(kg/mm)である。要素の切り方は、図1に従えば $\frac{1}{4}$ の同心円は8個に固定され(8個以上に増やしても解に影響しない)、節点数が増加するに従い円周方向を切断する線分が増加する。節点数600、要素数1036以上のメッシュを用いても、計算結果は良くならないので、以下の解析は、総て節点数600、要素数1036のメッシュで行った。図7及び図8の曲線②は、等方性降伏条件での平面歪及び平面応力での計算結果を表わす。(扁平試験では荷重測定に抵抗線ひずみ計を用いているため、ロードセルの伸びや装置(チャックを含む)全体の变形が扁平量に加わり、見かけ上Young率がジルカロイのYoung率よりも小さくなる。解析する際には、弾性変形している領域で実験と解析結果が一致するように、見かけのYoung率 6000kg/mm^2 を用いている。)

ジルカロイ-4の異方性を考慮して、直交異方性のパラメータF, G, H, Nの値を種々変化させて、計算結果のパラメータ依存性を調べた。Fの値を基準にして、Hの値を $H = 0.5 F$ に固定し、Gの値を変化させた時の計算結果を、平面歪の場合は図5に、平面応力の場合は図6に示した。

4.2 計算と実験の比較

図7及び図8のMisesの等方性降伏条件で解いた結果(曲線②)からわかるように、変形の初期の段階では平面歪、平面応力とも、計算結果は実験結果よりも低目に出ている。変形が進んだ段階では、実験結果は平面応力の解析結果に近づく。一方、計算結果の異方性パラメータ依存性を調べた図5、図6によれば、平面歪の場合Gの値がH, Fに対して相対的に大きくなれば($G = 1.5 F$)、変形の初期の段階で実験結果と計算結果が一致することがわかる。しかしながら、変形が進んだ段階では、 $G = 1.5 F$ の場合解析結果は著しく実験値からずれてくる。一方Gが小さな値($G = 0.5 F$)をとると、平面歪での計算結果は、変形が進んだ段階で実験値に近づく。以上の結果は、変形段階に応じて異方性パラメータが異った値をとればよいことを示唆する。

Maki and Ooyamaは、塑性変形の実験から塑性変形の進行に従いZircaloy-2の異方性が変化することを報告しているが¹²⁾、それは我々の計算結果を支持しているといえる。

Maki and Ooyamaは、あらわな異方性パラメータを示してはいないが、彼等の論文の実験データから我々が見積った塑性歪に依存したパラメータを用いて、計算した結果を図7と図8の曲線③に示した。等方性降伏条件の計算結果(曲線②)と比較すると、平面応力の場合、Maki等の異方性パラメータを用いた方が低い荷重値をとり、平面歪の場合、Maki等の異方性を用いた計算結果は等方性のそれとほとんど変わらない結果を得た。変形が進まない所では、Maki等の異方性パラメータを用いても平面応力、平面歪の両条件下で、計算結果は実験値よ

りも低い値をとる。図5及び図6での異方性のパラメータサーベイを基に、我々は表2に載げた塑性歪に依存したパラメータを用いて計算した結果を、図7及び図8の曲線④に示した。Maki等の異方性パラメータと異なるのは、塑性歪が 2×10^{-3} 以下で我々の用いた異方性パラメータの中でGの値が大きいことである。

4.3 応力分布及び歪分布

表2に載げた異方性パラメータを用い、節点数600、要素数1036のメッシュで計算した、扁平円管の応力分布及び歪分布を図9～13に示す。図9は σ_r を、図10は ϵ_r を、図11は σ_t を、図12は ϵ_t の分布をそれぞれ等高線図で示した。図中のA、B、C、Dは、図7と図8においてA、B、C、Dで示した各扁平量の所での応力、歪分布であることを表わす。またA、B点では平面歪で求めた応力、歪分布であり、C、D点では平面応力で求めた応力、歪分布である。図13にA、B点における平面歪条件で求めた軸応力分布と、C、D点における平面応力条件で求めた軸歪分布を示した。なお形状の大きさの単位はmm、等高線の応力の単位は kg/mm^2 である。図14に各点における、扁平円管の塑性領域をYマークで示している。

σ_r 分布は、図9から理解されるように、A点からC点までクロスヘッドと接触している部分で、圧縮応力になっている以外ほとんど零で、D点まで変形すると、中立線を境に外側に引張応力が、内側に圧縮応力が発生する。 ϵ_r 分布は、図10からわかるように、図9の σ_r の分布から考えると大きく歪んでおり、これは σ_t の影響である。x軸に近い部分とy軸に近い部分(図1参照)では、歪の正負が逆転している。変形の初期には、y軸に近い部分の歪が大きい。変形が進むにつれて、x軸の近傍の歪が非常に大きくなり、10%以上も歪んでいることがわかる。

σ_t の分布は、図11からわかるように、 σ_r と比較すると非常に大きな値をもつ。x軸に近い部分では、中立線より外側で引張応力を、内側で圧縮応力をもち、y軸に近い部分では、中立線より外側で圧縮応力、内側で引張応力が発生している。変形が進むと中立線近傍で非常に大きな応力勾配が出来るが、中立線を少し離れると勾配は平坦になる。 ϵ_t の等高線分布は、 ϵ_r の等高線分布の値の正負を逆にしたものによく似ている。すなわち、x軸に近い部分では、応力に対応して中立線より外側では引張歪が、内側では圧縮歪が発生している。また、y軸に近い部分でも、応力に対応して中立線より外側では圧縮歪が、内側では引張歪が発生している。

変形初期の σ_a は、図13で明らかなように、 σ_t と比較して小さく降伏応力($\sim 35.5 \text{ kg}/\text{mm}^2$)を越えている領域も少ない。一方変形後期の ϵ_a は、x軸近傍で大きな歪をもつことがわかる。すなわち中立線の外側では圧縮歪を、内側では引張歪をもつ。

クラックが入る可能性がある場所として、正の歪が10%以上の所に入るとすると、円管のx軸上の外側部分にr方向に沿って入るか($\epsilon_t > 0.1$)、円管のx軸上の内側部分にt方向に沿って入るか($\epsilon_a > 0.1$)、又はa方向に沿って入る($\epsilon_r > 0.1$)可能性がある。扁平試験の実験結果では、クラックは図1でいえば、円管のx軸上の外側と内側から入っている。外側ではr方向に沿って入っており、また内側ではt方向に沿って発生した小さなクラックが多数重なりあってできたと思われるa軸上にのびたクラックが見い出される。またa方向に関して

は、はっきりはしないが、変形が進んだ段階で円管の x 軸上ではクラックが外側から内側まで貫通しているので、a 方向についてもクラックが入っている可能性がある。

実際の扁平試験の応力状態は、平面歪と平面応力の中間の状態にあるだろうと考えられる。図 7 と図 8 の実験結果（曲線①）と、表 2 の異方性パラメータを用いて有限要素法で解いた計算結果（曲線④）を比較すると、変形が進んでいない状態では平面歪の計算結果が、変形が進んだ状態では平面応力の計算結果が、実験とよい一致を示していることがわかる。変形が進んでいない状態では、図 1 3 からわかるように、軸方向の応力 (σ_a) が小さく、円管の肉厚の中立線を境として正負の軸応力が打ち消しあい、巨視的に見れば軸方向の歪が発生せず平面歪の条件が成り立っていると考えられる。一方変形が進んだ状態では、軸方向の応力は増大し、降伏応力を越えて塑性変形してゆくため、応力緩和が起こり、応力分布は平面応力に近くなってゆくと考えられる。実際に扁平試験後の円管のつぶれの状態を観察すると、平面応力の ϵ_a に対応した軸方向の塑性変形が見られる。

図 1 4 に各変形段階での塑性領域を示したが、扁平試験の実験結果では、図 7 からわかるように荷重と扁平量が、A 点ではまだ直線関係にあるにもかかわらず、円管の x 軸上及び y 軸上の内側と外側部分で、すでに塑性領域になっていることがわかる。変形が進むに従い x 軸近傍及び y 軸近傍から塑性領域が広がっていく様子がわかる。

5 ま と め

有限要素法による二次元弾塑性解析プログラムを用いて、円管扁平試験解析を行った。その計算結果によれば、

- (1) 変形の初期では、平面歪の条件で解いた計算結果が扁平試験の実験結果と合い、変形の後期では、平面応力の条件で解いた計算結果が実験結果と合う。
- (2) 塑性歪に依存した直交異方性パラメータを使用すれば、変形初期（荷重と扁平量の直線性が無くなる附近）の実験結果と計算が合うことがわかった。
- (3) 各変形段階での計算された応力分布及び歪分布より、クラックの入る場所の予想がつく。
- (4) 円管扁平試験の実験において、荷重と扁平量に直線性がある部分でも、円管の一部は既に塑性していることがわかった。
- (5) 完全弾塑性体モデルを用いて、降伏応力を変化させて、その時の円管扁平試験での荷重と扁平量の直線性がずれるところを前もって我々のプログラムで見積っておけば、照射後試験での円管扁平試験から、照射後の被覆管の降伏応力を予想できるだろう。

謝 辞

本研究をするにあたり、有益な御討論をして下さった燃料安全第1研究室森島淳好室長、及び燃料安全第3研究室長川崎了室長に感謝します。また等高線プログラム作成は、CRC株式会社小野正夫氏によるところが大きい。記して謝意を表します。

5 ま と め

有限要素法による二次元弾塑性解析プログラムを用いて、円管扁平試験解析を行った。その計算結果によれば、

- (1) 変形の初期では、平面歪の条件で解いた計算結果が扁平試験の実験結果と合い、変形の後期では、平面応力の条件で解いた計算結果が実験結果と合う。
- (2) 塑性歪に依存した直交異方性パラメータを使用すれば、変形初期（荷重と扁平量の直線性が無くなる附近）の実験結果と計算が合うことがわかった。
- (3) 各変形段階での計算された応力分布及び歪分布より、クラックの入り場所の予想がつく。
- (4) 円管扁平試験の実験において、荷重と扁平量に直線性がある部分でも、円管の一部は既に塑性していることがわかった。
- (5) 完全弾塑性体モデルを用いて、降伏応力を変化させて、その時の円管扁平試験での荷重と扁平量の直線性がずれるところを前もって我々のプログラムで見積っておけば、照射後試験での円管扁平試験から、照射後の被覆管の降伏応力を予想できるだろう。

謝 辞

本研究をするにあたり、有益な御討論をして下さった燃料安全第1研究室森島淳好室長、及び燃料安全第3研究室長川崎了室長に感謝します。また等高線プログラム作成は、CRC株式会社小野正夫氏によるところが大きい。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) D. O. Pickman; Nucl. Eng. Des 21 (1972) 212.
- 2) A. A. Bauer, L. M. Lowry and J. S. Perrin; BMI-NUREG-1948 (1976).
- 3) S. Kawasaki, T. Furuta and M. Hashimoto; JAERI-M 6181 (1975).
- 4) D. O. Hobson and P. L. Rittenhouse; Oak Ridge Reports ORNL-4758 (1972).
- 5) D. H. Bradhurst and P. M. Heuer; J. Nucl. Mater., 55 (1975) 311.
- 6) Y. Yamada, N. Yoshimura and T. Sakurai; Int. J. Mech. Sci., 10 (1968) 343.
- 7) R. H. Gallagher et al.; Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design, (1971) The University of Alabama Press.
- 8) O. C. Zienkiewicz; Finite Element Method in Engineering Science, (1971), McGraw-Hill Book Co.
- 9) 山田嘉昭 ; 塑性・粘弾性 (1972) 培風館
- 10) R. Hill; The Mathematical Theory of Plasticity (1950) 38, Oxford at the Clarendon Press.
- 11) R. Hill; *ibid.* 317.
- 12) H. Maki and M. Ooyama; J. Nucl. Sci. Technol., 13 (1976) 43

表1. 歪硬化パラメータ

	A	B	n
$\epsilon_p < 0.003$	79.8	0.00011	0.09
$0.003 \leq \epsilon_p < 0.006$	87.4	0.00034	0.11
$0.006 \leq \epsilon_p < 0.015$	85.2	-0.00039	0.10
$0.015 \leq \epsilon_p < 0.06$	79.7	-0.0045	0.08
$0.06 \leq \epsilon_p$	64.2	-0.055	0.002

表2. Yamada's Anisotropy parameters

	H	G	N
$\epsilon_p < 1 \times 10^{-5}$	0.5F	1.5F	2.0F
$1 \times 10^{-5} \leq \epsilon_p < 1 \times 10^{-3}$	0.5F	1.0F	2.0F
$1 \times 10^{-3} \leq \epsilon_p < 2 \times 10^{-2}$	0.5F	0.5F	2.0F
$2 \times 10^{-2} \leq \epsilon_p < 4 \times 10^{-2}$	0.5F	0.4F	2.0F
$4 \times 10^{-2} \leq \epsilon_p$	0.5F	0.3F	2.0F

Geometry of two dimensional finite element

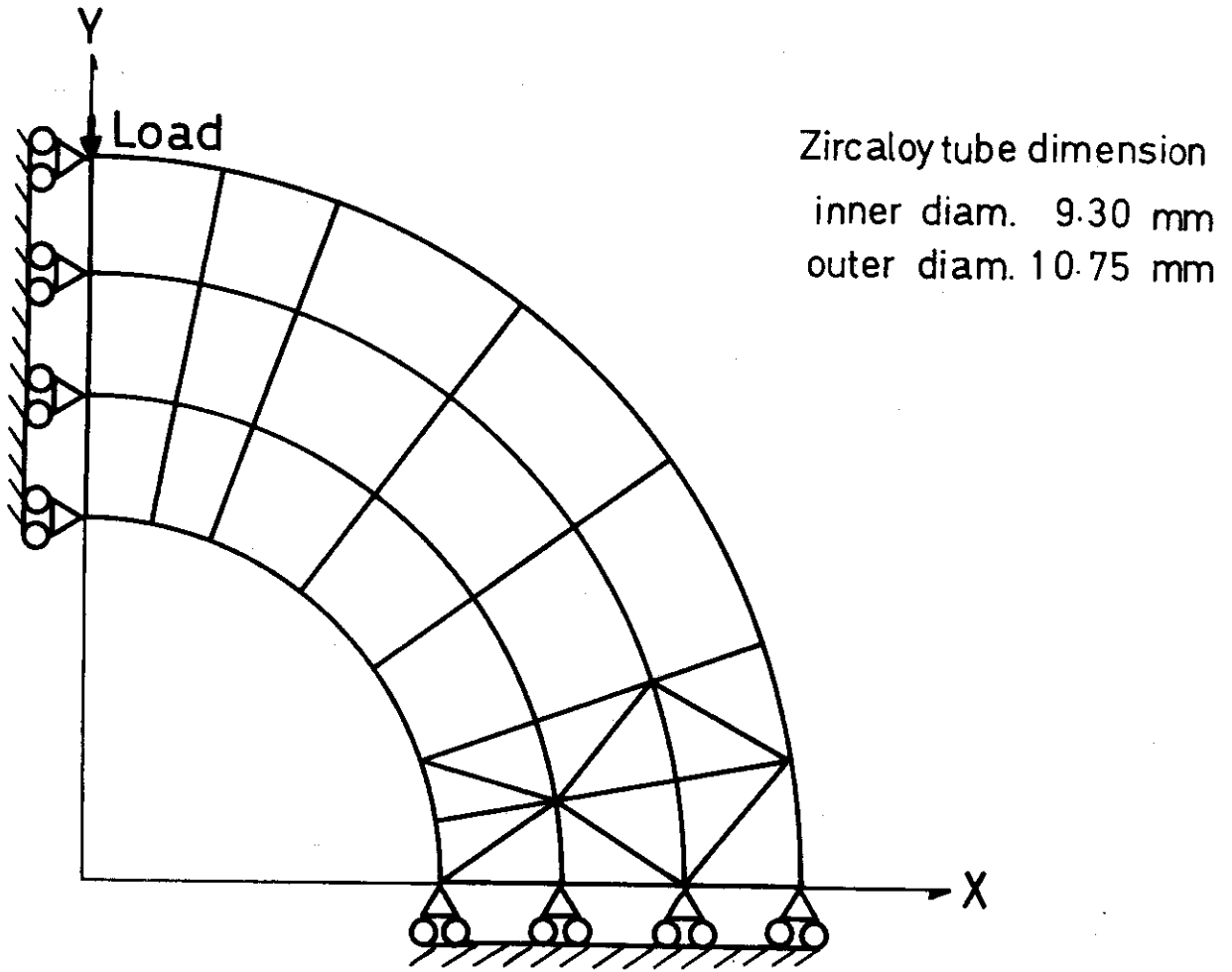


Fig. 1 Schematic diagram for calculation by the finite element method.

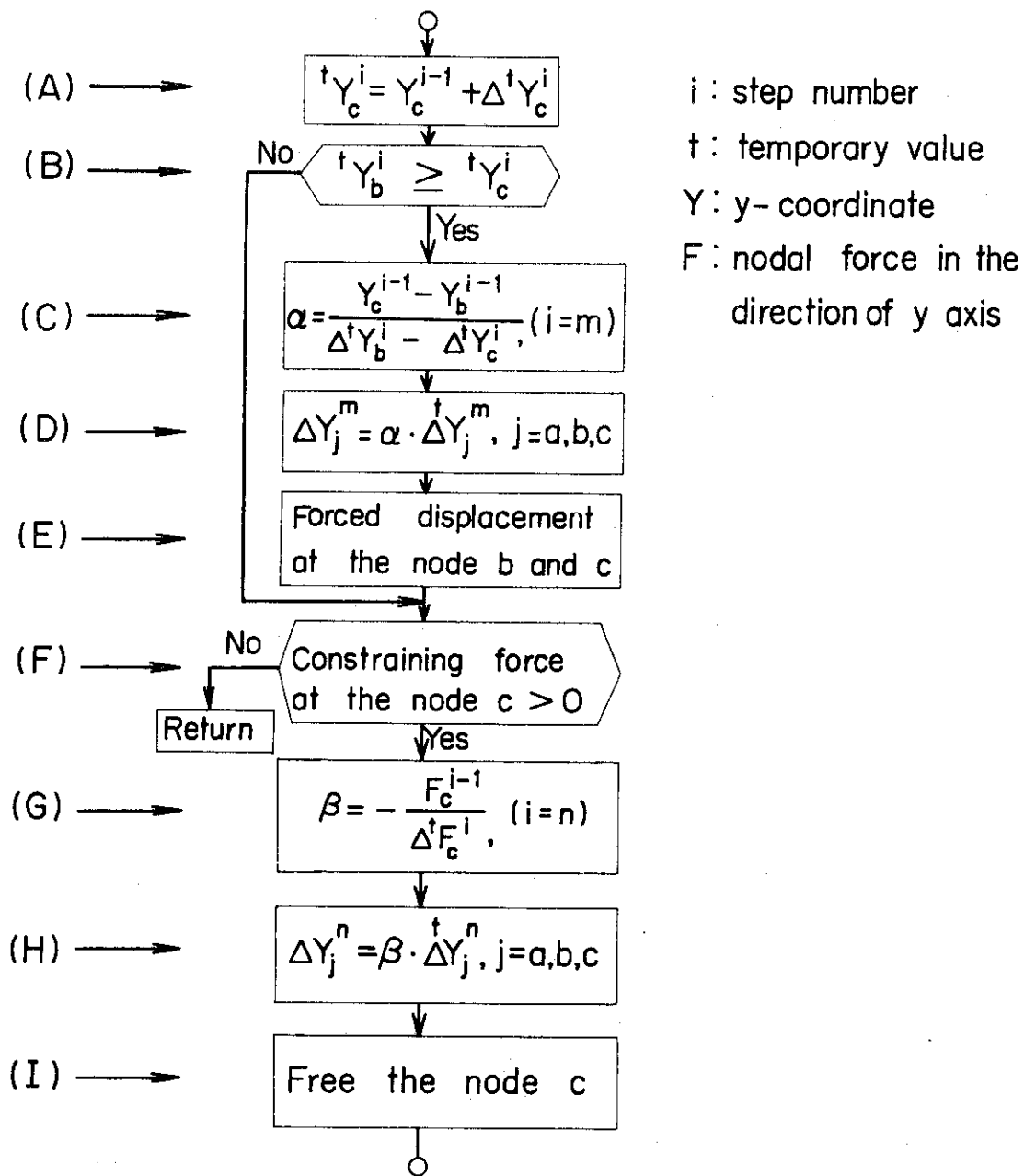


Fig. 2 Block diagram to flatten nodal points on the tube surface.

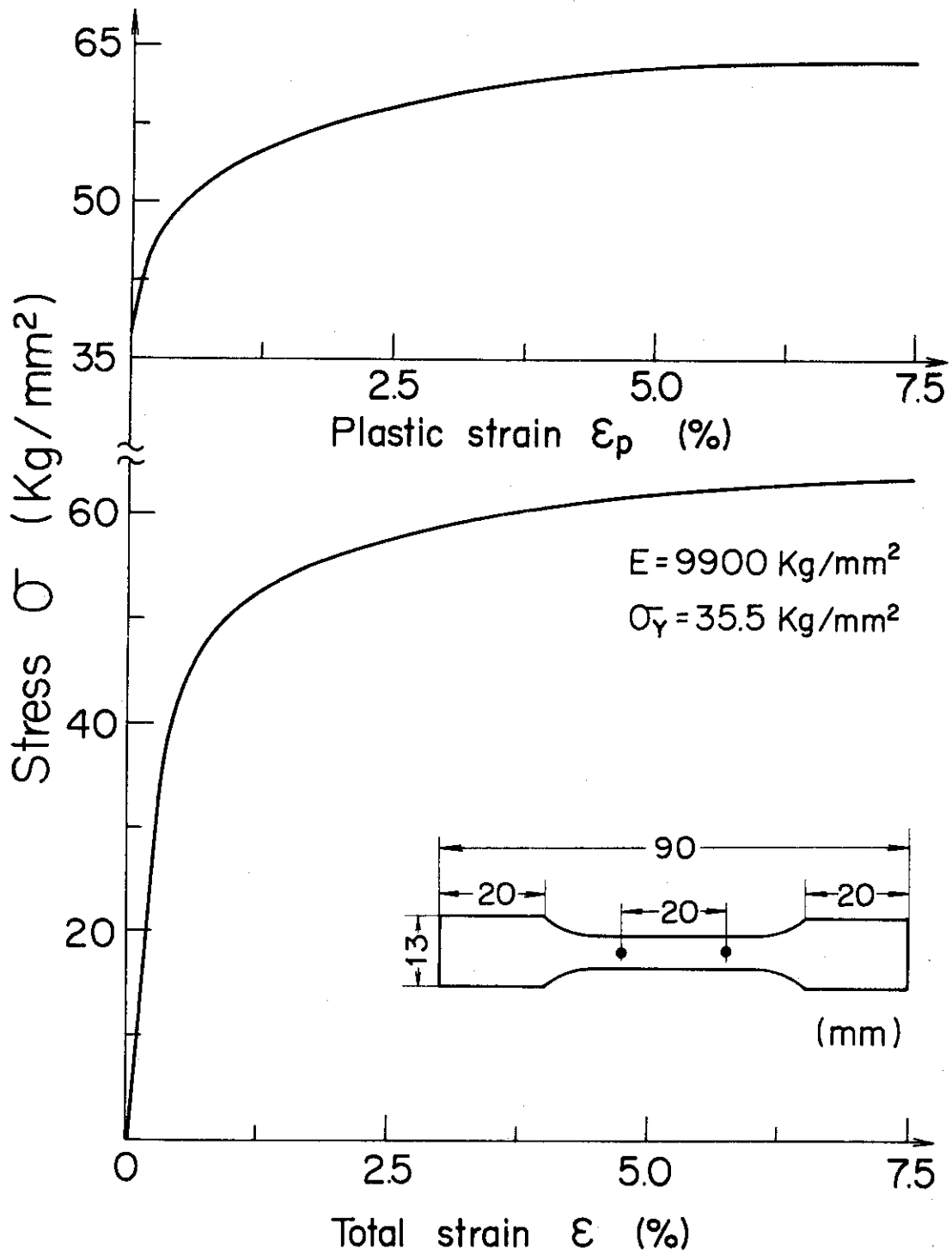


Fig. 3 Stress-strain curves of uniaxial tensile tests.

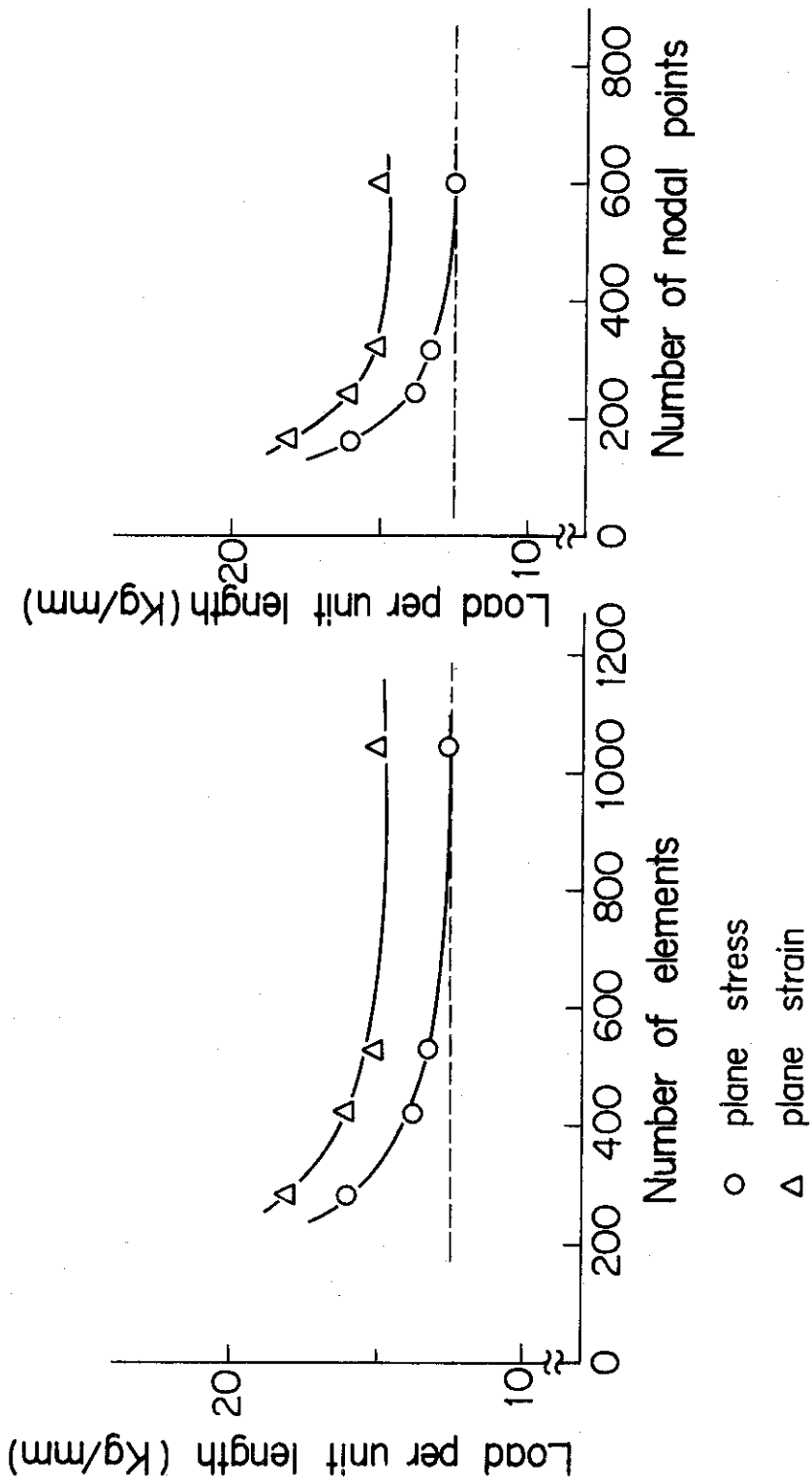


Fig. 4 Effect of the number of elements and nodal points on calculated results.

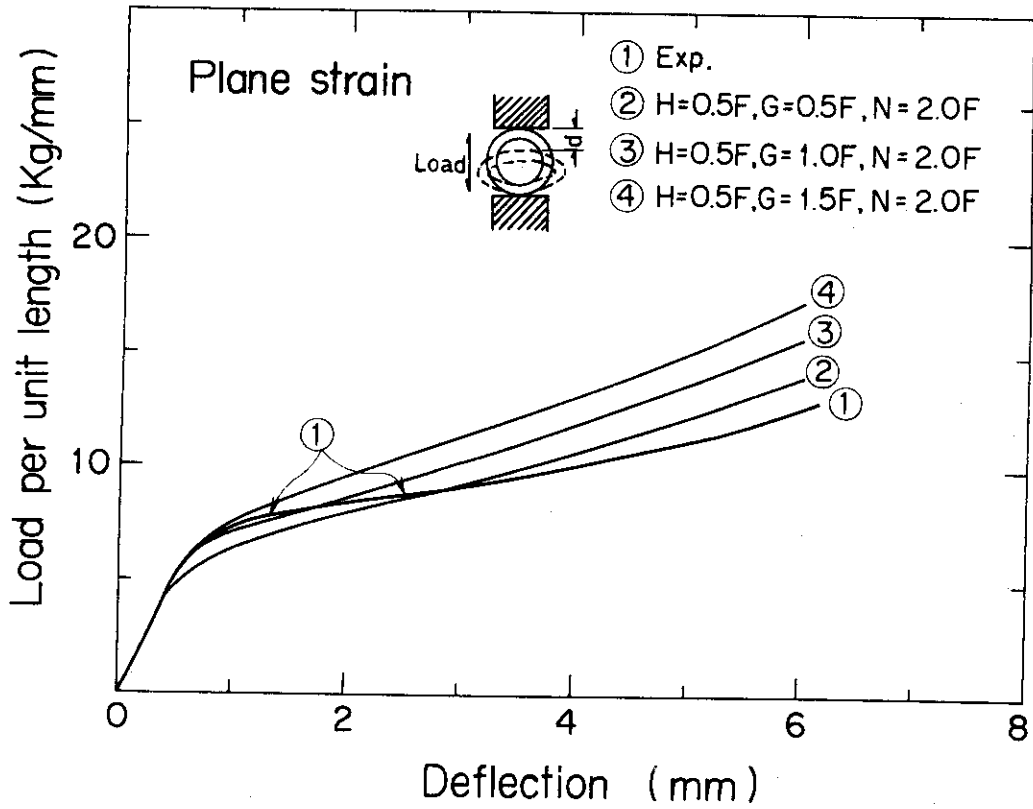


Fig. 5 Dependence of calculated results on anisotropy parameters under plane strain condition. F, G, H and N are anisotropy parameters for the Hill's (orthogonal) anisotropy yield criterion.

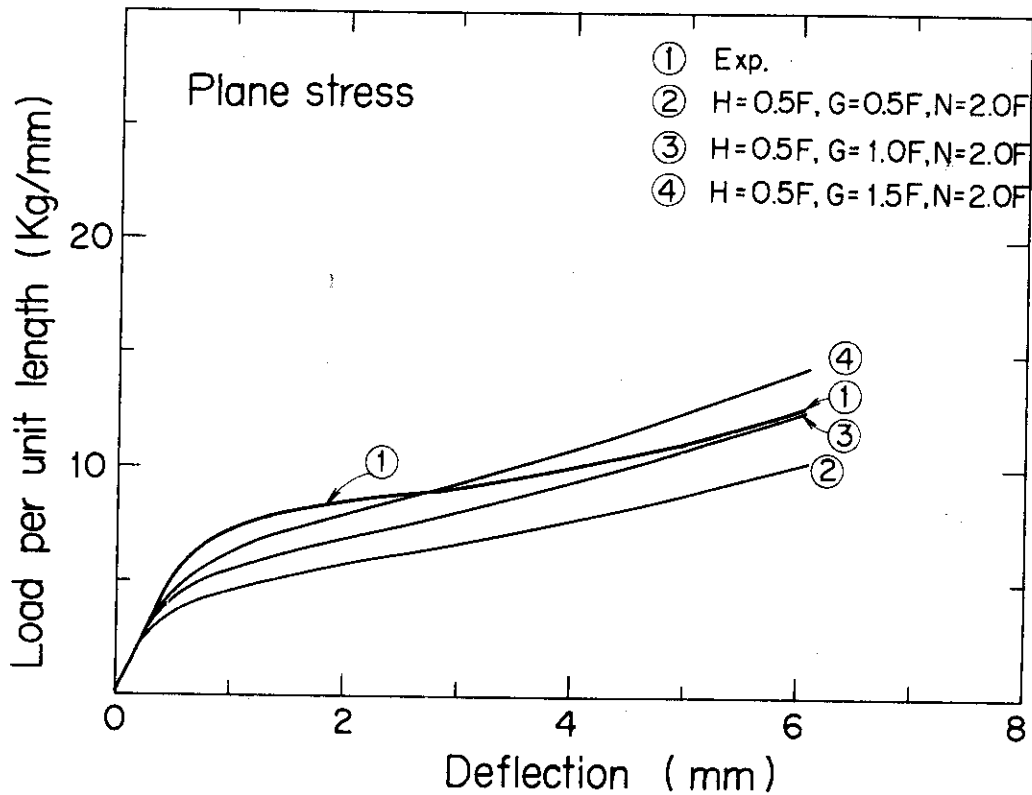


Fig. 6 Dependence of calculated results on anisotropy parameters under plane stress condition.

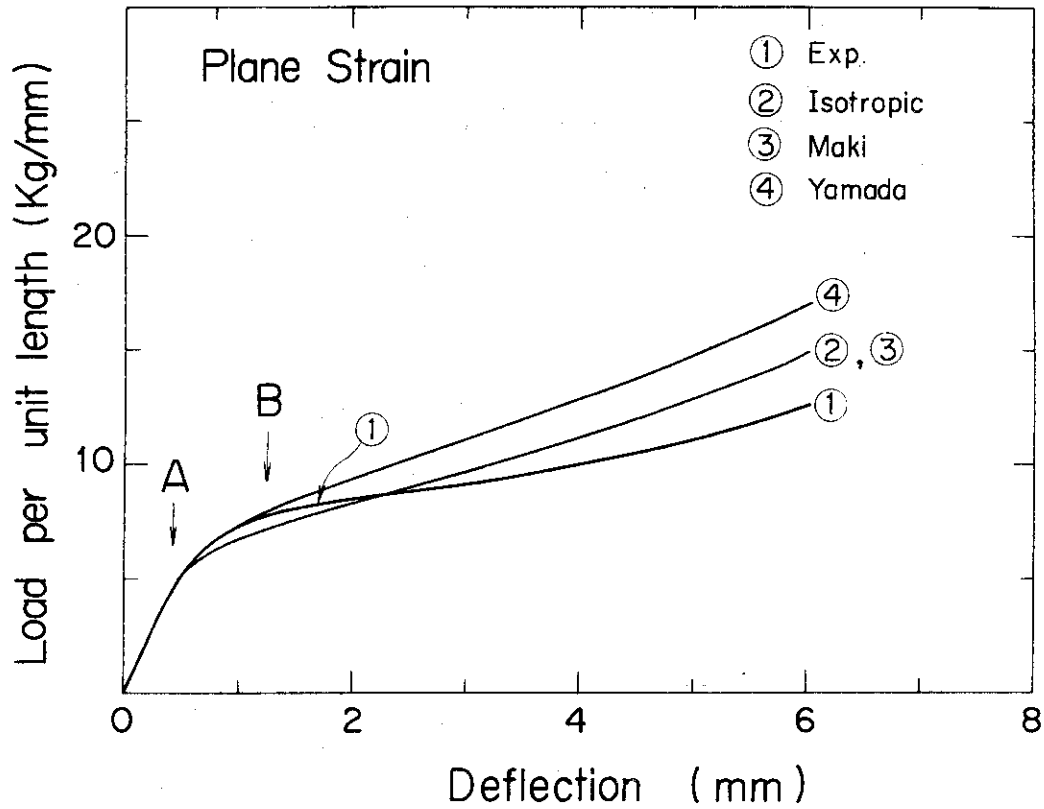


Fig. 7 Calculated results used plastic strain dependent anisotropy parameters under plane strain condition.

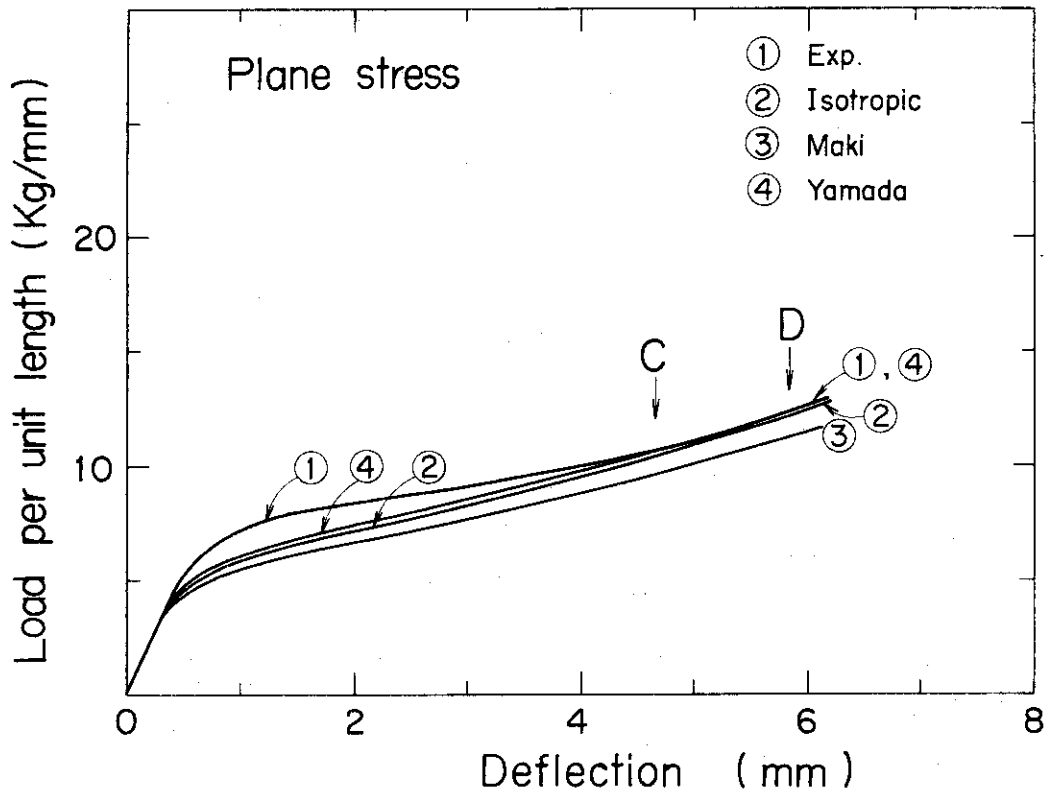


Fig. 8 Calculated results used plastic strain dependent anisotropy parameters under plane stress condition.

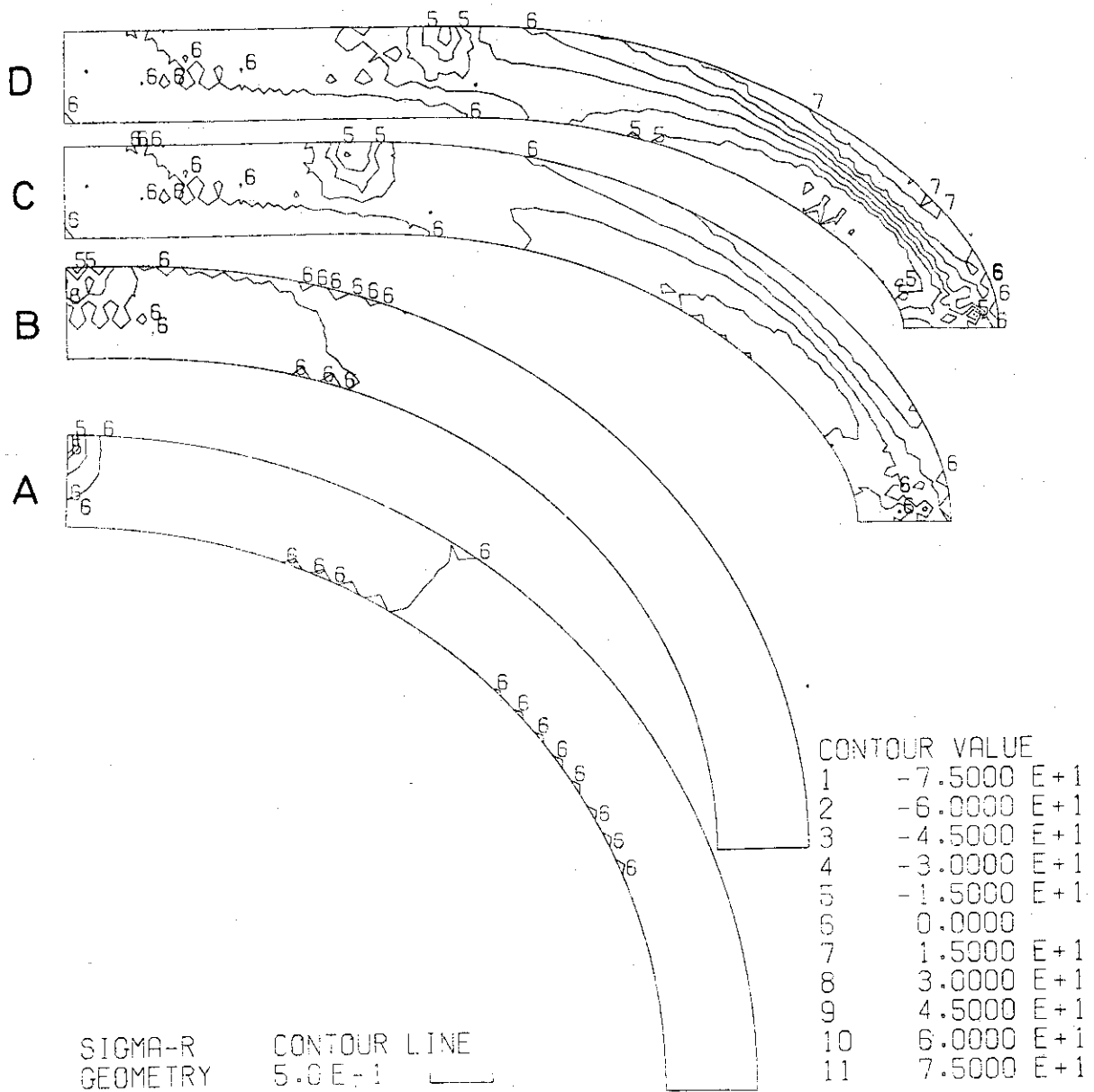


Fig. 9 Contour map of σ_r distribution. The unit for stress contour value is kg/mm^2 . A, B, C and D represent the contour map at each deflection indicated by same characters in Fig. 7 and Fig. 8. These characters are commonly used in Fig. 10, 11, 12, 13 and 14.

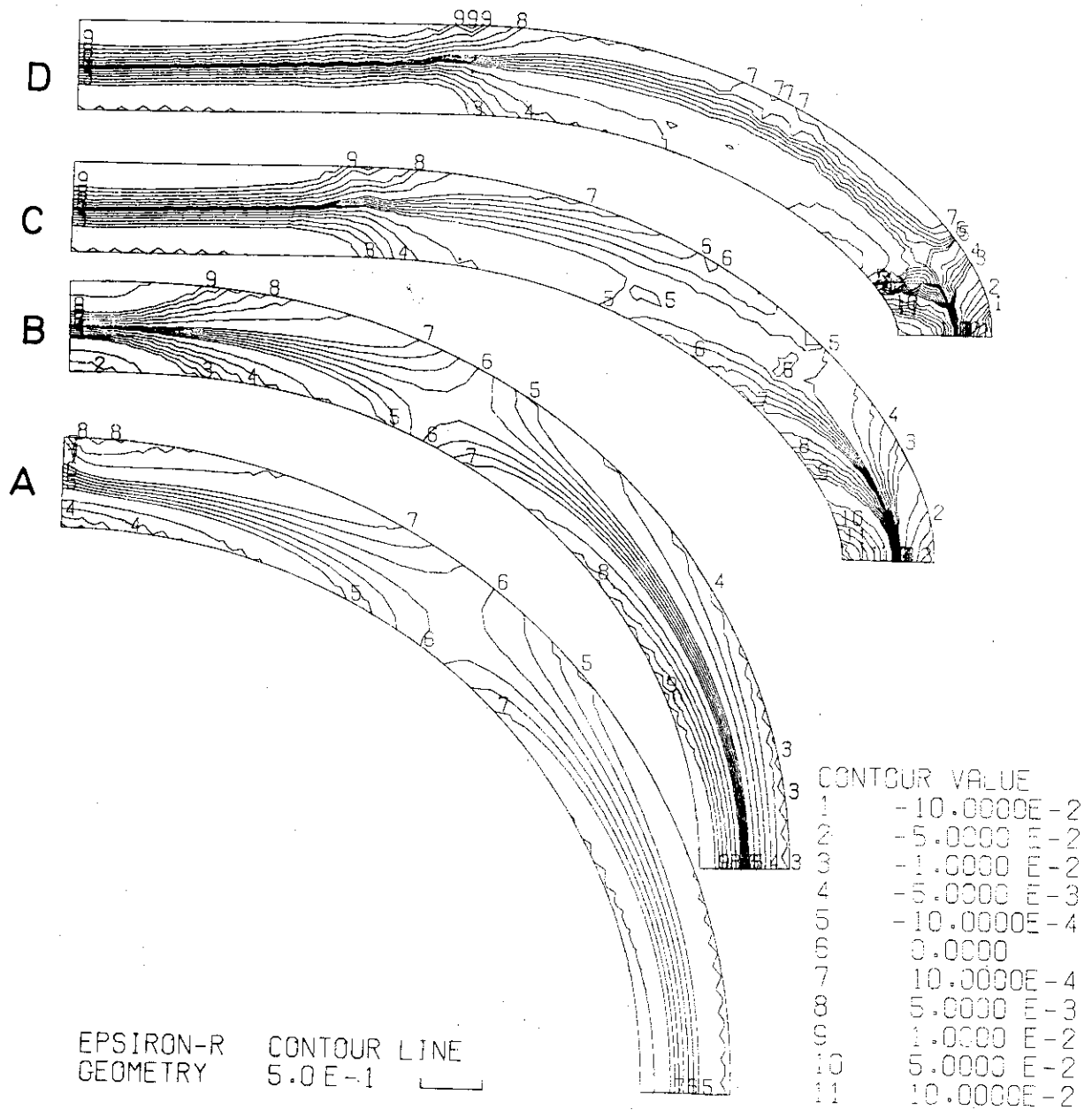


Fig. 10 Contour map of ϵ_r distribution. The unit for strain contour map is fraction.

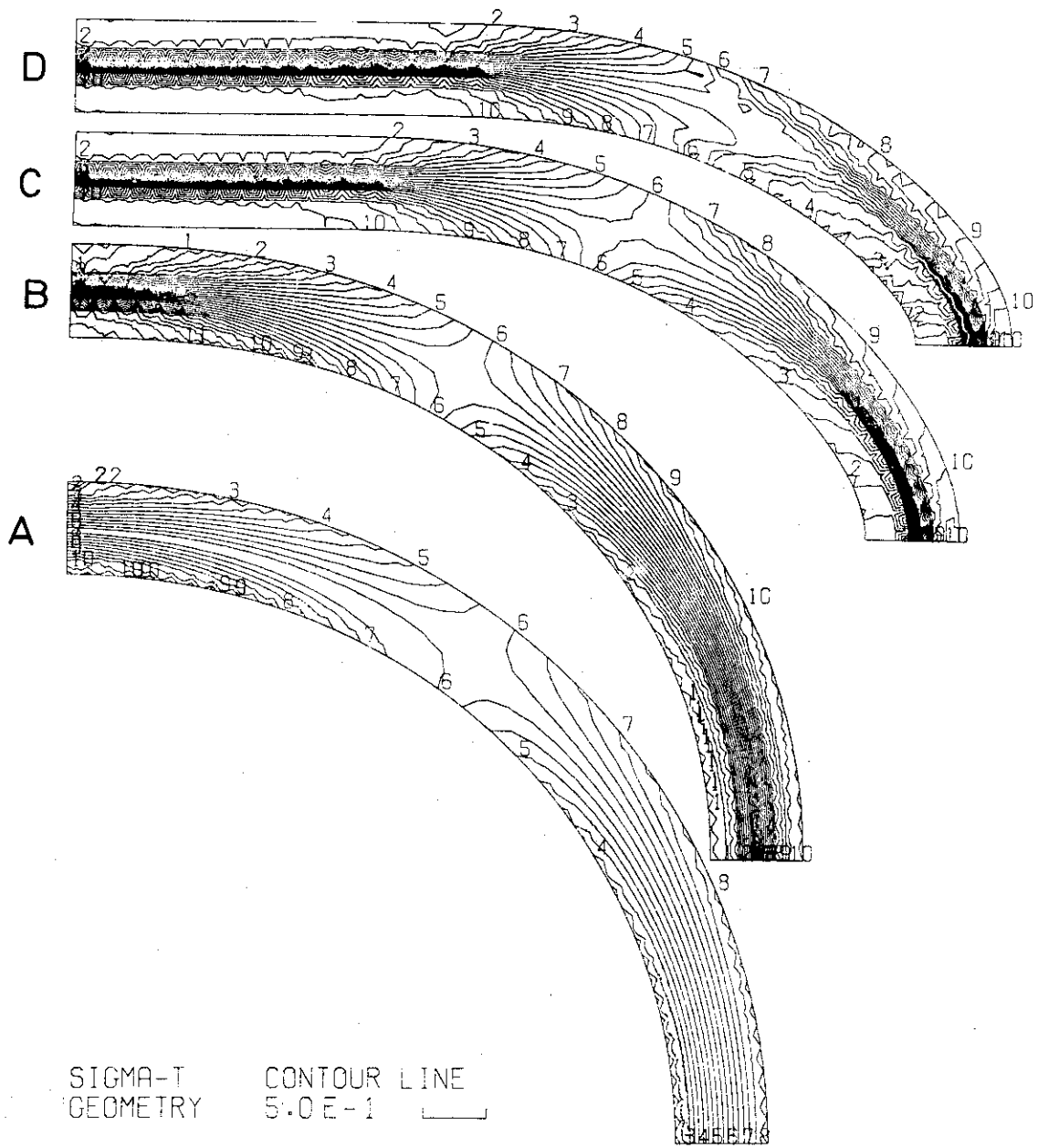


Fig. 11 Contour map of σ_t distribution.

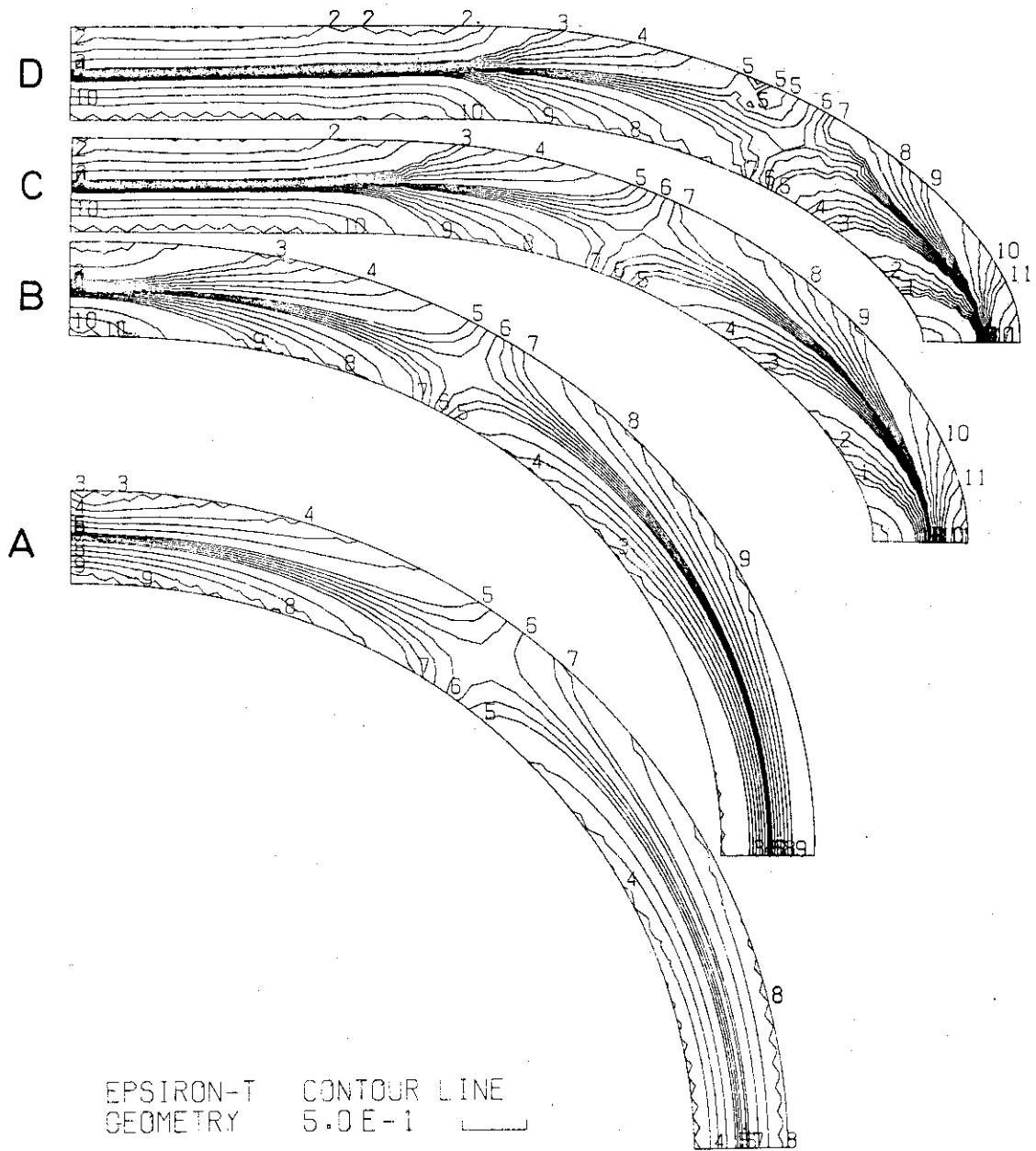


Fig. 12 Contour map of ϵ_t distribution.

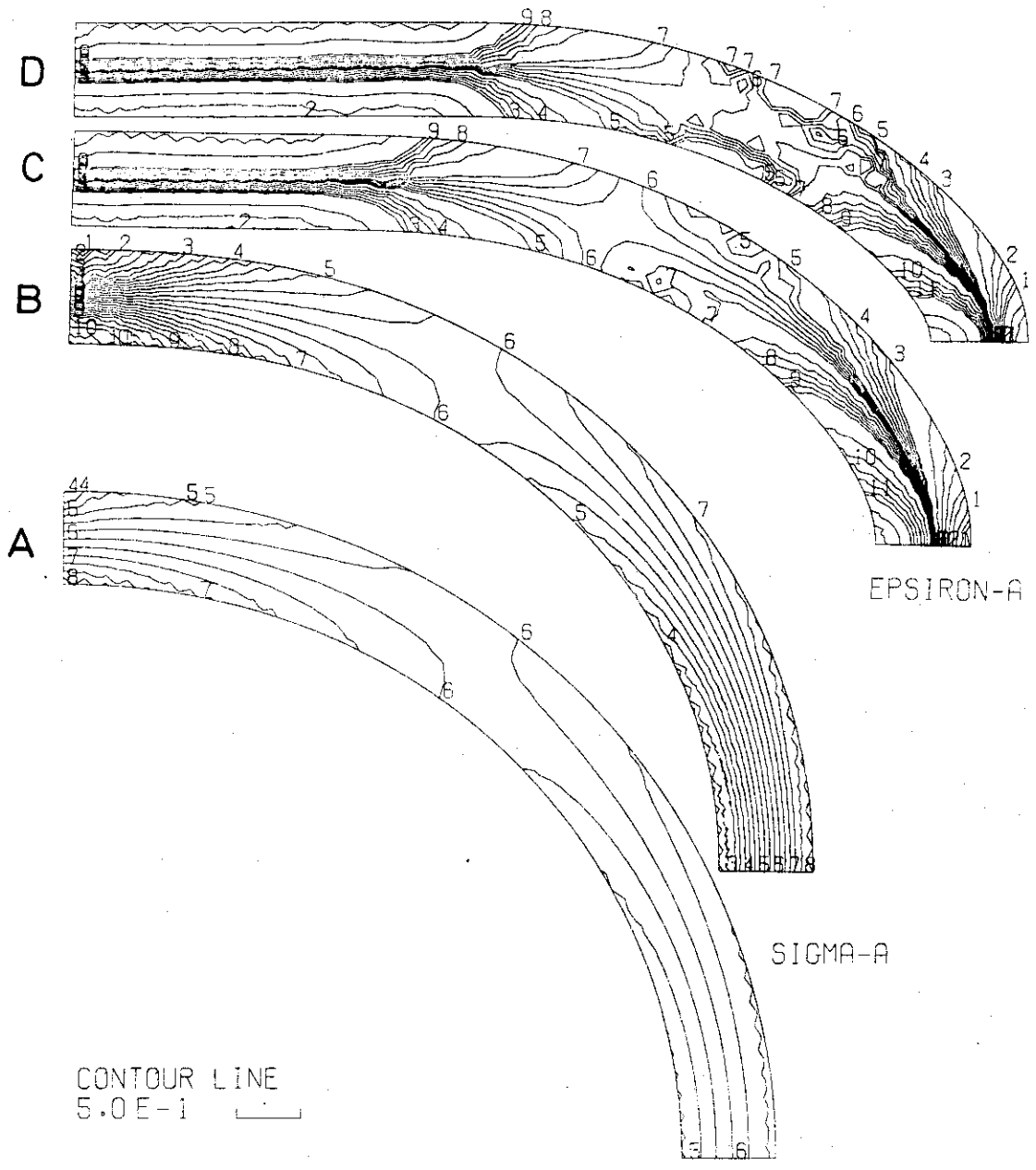


Fig. 13 Contour map of σ_a and ϵ_a contribution.

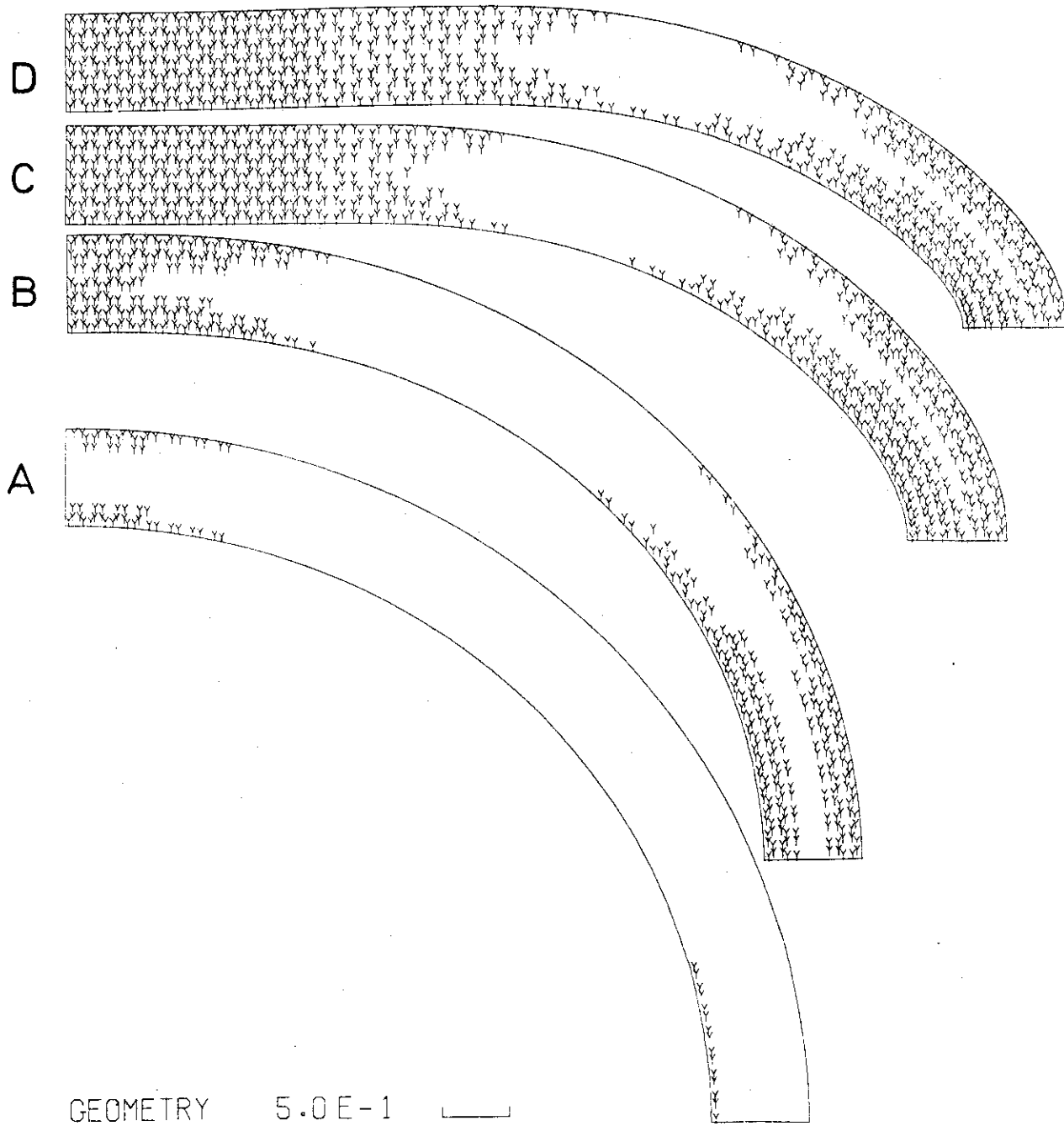


Fig. 14 Yield region of flattened tube.