

JAERI-M

6 8 3 9

結晶粒度の概念、定義および測定法

—UO<sub>2</sub>ペレットの粒径決定—

1976年12月

柳澤和章

日本原子力研究所  
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

J A E R I - M 6839

結晶粒度の概念、定義および測定法  
—— $UO_2$  ペレットの粒径決定——

日本原子力研究所東海研究所安全工学部  
柳澤和章

( 1976年11月29日受理 )

“結晶粒度”の概念・定義および測定法をのべた。とくに比較法（簡便法）と切断法（精密法）を用いる場合の結晶粒径の計算式を導入して粒度の決定法を確立した。実用上、焼きしまり実験の供試材である  $UO_2$  燃料ペレットを例にとり、比較法を用いて粒径決定を行なった。

JAERI- M 6839

Conception, Definition, Measuring Procedure of Grain Size

— A grain size diameter determination of a  $\text{UO}_2$  pellet —

Kazuaki YANAGISAWA

Division of Reactor Safety, Tokai, JAERI

( Received November 29, 1976 )

The conception, definition, measuring procedure of "Grain Size" were surveyed. A concept "grain diameter" was introduced after deriving a calculation formula for the grain diameter for using the Comparison (simple) and Intercept( detailed) procedure.

As an example and putting into practice, the grain diameter determination was carried out by means of the Comparison procedure for a  $\text{UO}_2$  pellet used in a densification experiment.

## 目 次

1. まえがき .....	1
2. 結晶粒度の概念 .....	2
2.1 個数分布 .....	2
2.2 現実の結晶粒度の分布型 .....	3
2.3 次元の異なる粒度の分布 .....	4
2.4 非球形結晶粒のもとでの分布 .....	6
3. 結晶粒度の定義 .....	8
3.1 結晶粒度をあらわす量 .....	9
3.2 結晶粒度の定義 .....	10
4. 結晶粒度の測定 .....	10
4.1 結晶粒度分布の決定に基づくもの .....	11
4.2 計数法に基づくもの .....	11
4.2.1 面積計量法 .....	11
4.2.2 切断法 .....	12
4.2.3 面積計量法と切断法との比較 .....	13
4.3 比較法に基づくもの .....	14
5. 比較法 .....	14
5.1 概論 .....	14
5.2 測定に先立つ注意事項 .....	15
5.3 結晶粒度の定量化 .....	16
5.3.1 米国慣用単位での結晶粒度 .....	16
5.3.2 メートル単位での結晶粒度 .....	17
5.4 等価直径 $d$ と $n$ , $M$ との関係 .....	17
5.5 平均面積 ( $\bar{A}$ ) と諸量の関係 .....	19
6. 結晶粒度・粒径等に関する J I S と A S T M との比較 .....	22
6.1 結晶粒度 .....	22
6.1.1 単位体積中の粒数 .....	22
6.1.2 単位面積中の粒数 .....	22
6.1.3 平均粒径による等価直径の計算 .....	22
6.1.4 単位の換算率 .....	25
6.2 結晶粒径の算出 .....	26
7. 応用(測定例) .....	27
7.1 使用公式 .....	27
7.1.1 二次元-比較法-円等価直径 .....	27
7.1.2 二次元-比較法-正方形等価直径 .....	27
7.1.3 二次元-切断法-円等価直径 .....	28

7.1.4 二次元－切断法－正方形等価直径	28
7.2 数表の作製	29
7.3 測定例	40
8.まとめ	43
9.あとがき・謝辞	44
10.記号表	45
11.参考文献	46
12.付録	48
12.1 金属・セラミックの微視形態	48
12.1.1 平衡に達するまでの過程	48
12.1.2 形状に関する位相幾何学的考察	48
12.2 単位体積中の表面積と長さ	51
12.2.1 平面中の線要素	52
12.2.2 空間中の線要素	53
12.2.3 空間中の表面積	55
12.2.4 補足(簡単な例題)	56
12.3 切断法での粒径公式の導入	57
12.3.1 公式の導入	57
12.3.2 係数0.8の意味	58
12.3.3 誤差の一原因	58

## 1 まえがき (Preface)

結晶粒度とは何であろうか？ 結晶粒径はどのように表示するのが普遍的なのであろうか？ 核燃料の  $\text{UO}_2$  ペレットの金相を観ていて最初に感じた疑問である。結晶粒径は核燃料の焼きしまりや炉材料のクリープの大きな因子の1つである。多くの研究者が材料特性の粒径に関する依存性を研究している。<sup>1)~4)</sup> Fig 1a<sup>5)</sup> は結晶粒径と気孔率の関係、Fig 1b<sup>2)</sup> は結晶粒径とペレットスタック長の変化、Fig 1c<sup>6)</sup> は結晶粒径とクリープ応力の関係をそれぞれ示したものである。

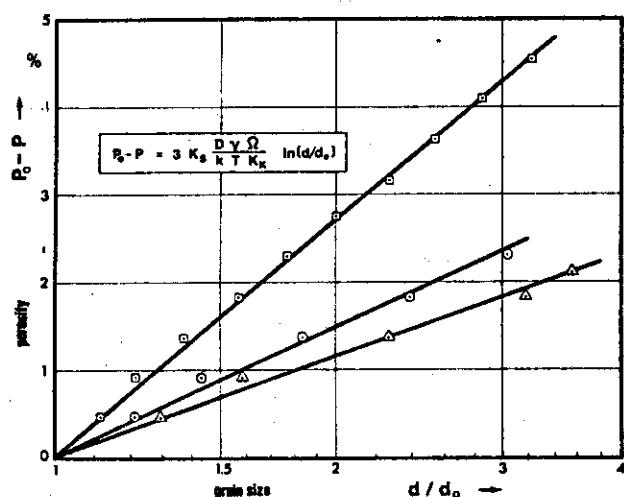


Fig. 1a. Correlation between thermal densification and grain growth with different microstructure

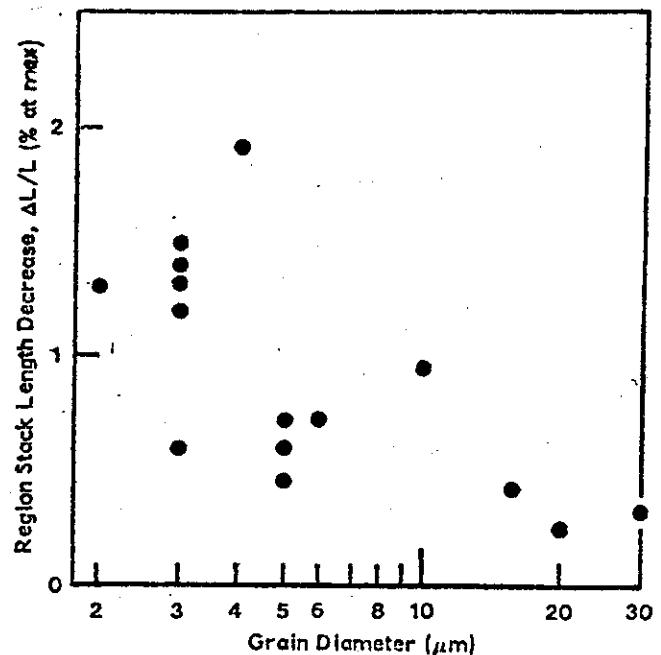


Fig. 1b. Neutron detector measurements of fuel stack length changes in-pile

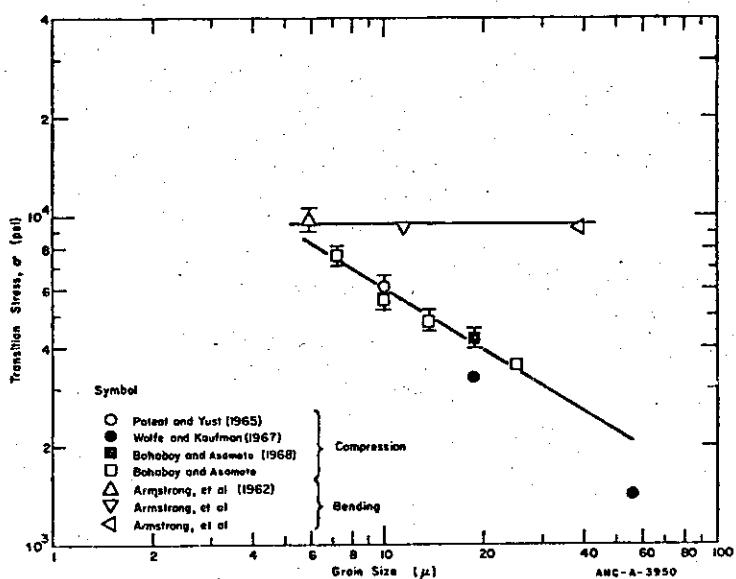


Fig. 1c. Transition stress as a function of grain size (from Seltzer)

物理的にも結晶粒の界面面積はセラミック、金属の性質に大きく影響する。結晶粒径はそれの持つ表面エネルギーと深く結びついており、焼きしまりやクリープのみならず、析出<sup>7)</sup>、ぬれ<sup>8)</sup>さらには結晶粒界が障害として作用する硬さ<sup>9)~11)</sup>、降伏強度<sup>12)~17)</sup>、結晶粒界の移動にも関係する。双晶もまた例外ではない<sup>11), 18)</sup>。結晶粒の平均面積の測定は巨視レベルでは事実上不可能に近いから、我々は微視的なものと巨視的なものを結びつける何らかのパラメーターを必要とする。平面の切断面を使い、結晶粒の面積等、種々の微視量を定量化するパラメーターの1つとして結晶粒度の概念が生まれた。量として望ましいことは物理的に結晶粒集合の様相をできる限り詳細に記述することである。

実情をみると、結晶粒度という言葉は、それが使用されている国や学問の分野、そこでの研究者達のあいだで捕えられたがかなり幅広く、統一化されているとはい難い。そこで筆者は、最初の素朴な疑問に答えるべく結晶粒度の概念より始め、定義、測定法、実際の使用例等について考察して結晶粒度、粒径なるものをよく深く理解したいと考えた。最も望ましいことは、結晶粒度等に関する統一的な概念や手法が産まれる1つのきっかけを作り出すことである。

## 2 結晶粒度の概念 (Concept of Grain Size)

### 2.1 個数分布

存在する結晶粒度の全範囲を幾つかの区間に分割し、個数分布を構成させる。各区間幅での度数(frequency)を $f_i$ とし、この区間 $i$ における結晶粒の個数を $n_i$ とする結晶粒の総数を $N$ とすれば、

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (1)$$

この累積分布 $F_j$ が結晶粒度分布(grain-size distribution)である。すなわち

$$F_j = \sum_{i \leq j} f_i \quad (2)$$

離散型表示を連続型に変換するには、区間幅 $i$ をごく小さくした $i \rightarrow \infty$ を考える。このとき結晶粒度分布は次のようになる。

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx \quad (3)$$

さて、今まで未定義のうちに使用して来た結晶粒度(grain size)とは(3)式で示された確率変数 $X$ のことにはならない。この確率変数の制御因子は次の2つである。

(1)測定の次元：例えば3次元(体積)で測る量とか、試験平面と交差した2次元(平面)で測る量とか、1次元(直線切片の長さ)で測る量を考えればよい。(2) $X$ (結晶粒)の大きさを表示するのに用いる量の次元：例えば3次元に例をとると $X$ の大きさは、体積分布、表面積分布あるいは“等価直径(equivalent diameter)\*”分布のいずれかが考えられる。結晶粒

\* “等価直径”とは、不規則な形状の結晶粒と同体積の規則的な別の物体を仮定して、その最大径または代表的な辺で結晶粒度( $X$ )をあらわすための便宜的な量である。例えば球を仮定すれば、その“等価直径”は球の直径である。

物理的にも結晶粒の界面面積はセラミック、金属の性質に大きく影響する。結晶粒径はそれの持つ表面エネルギーと深く結びついており、焼きしまりやクリープのみならず、析出<sup>7)</sup>、ぬれ<sup>8)</sup>さらには結晶粒界が障害として作用する硬さ<sup>9)~11)</sup>、降伏強度<sup>12)~17)</sup>、結晶粒界の移動にも関係する。双晶もまた例外ではない<sup>11), 18)</sup>。結晶粒の平均面積の測定は巨視レベルでは事実上不可能に近いから、我々は微視的なものと巨視的なものを結びつける何らかのパラメーターを必要とする。平面の切断面を使い、結晶粒の面積等、種々の微視量を定量化するパラメーターの1つとして結晶粒度の概念が生まれた。量として望ましいことは物理的に結晶粒集合の様相をできる限り詳細に記述することである。

実情をみると、結晶粒度という言葉は、それが使用されている国や学問の分野、そこでの研究者達のあいだで捕えられたがかなり幅広く、統一化されているとはい難い。そこで筆者は、最初の素朴な疑問に答えるべく結晶粒度の概念より始め、定義、測定法、実際の使用例等について考察して結晶粒度、粒径なるものをよく深く理解したいと考えた。最も望ましいことは、結晶粒度等に関する統一的な概念や手法が産まれる1つのきっかけを作り出すことである。

## 2 結晶粒度の概念 (Concept of Grain Size)

### 2.1 個数分布

存在する結晶粒度の全範囲を幾つかの区間に分割し、個数分布を構成させる。各区間幅での度数(frequency)を $f_i$ とし、この区間 $i$ における結晶粒の個数を $n_i$ とする結晶粒の総数を $N$ とすれば、

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (1)$$

この累積分布 $F_j$ が結晶粒度分布(grain-size distribution)である。すなわち

$$F_j = \sum_{i \leq j} f_i \quad (2)$$

離散型表示を連続型に変換するには、区間幅 $i$ をごく小さくした $i \rightarrow \infty$ を考える。このとき結晶粒度分布は次のようになる。

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx \quad (3)$$

さて、今まで未定義のうちに使用して来た結晶粒度(grain size)とは(3)式で示された確率変数 $X$ のことにしてならない。この確率変数の制御因子は次の2つである。

(1)測定の次元：例えば3次元(体積)で測る量とか、試験平面と交差した2次元(平面)で測る量とか、1次元(直線切片の長さ)で測る量を考えればよい。(2) $X$ (結晶粒)の大きさを表示するのに用いる量の次元：例えば3次元に例をとると $X$ の大きさは、体積分布、表面積分布あるいは“等価直径(equivalent diameter)\*”分布のいずれかが考えられる。結晶粒

\* “等価直径”とは、不規則な形状の結晶粒と同体積の規則的な別の物体を仮定して、その最大径または代表的な辺で結晶粒度( $X$ )をあらわすための便宜的な量である。例えば球を仮定すれば、その“等価直径”は球の直径である。

度が依存する因子間の関係をTable 1に示す。

Table 1. Dependent factor of Grain Size

		Dimensions of the measurement		
Dimensions of the Grain Size		(1) linear	(2) plane	(3) space
(1) linear		$\ell$ . length cutted by sphere	$d_A$ . diameter of circular cross section	$D_V$ . diameter of sphere
(2) plane			A. area of circular cross section	S. area of surface
(3) space				V. volume of sphere

## 2.2 現実の結晶粒度の分布型

同一実験を多回繰り返して得た実験データの分布は正規分布(Normal distribution)になる。自然界にはこの型の分布をもつものが多数存在する。この分布を数式化すると次のようになる。

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp \left[ -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dx \quad (4)$$

ここに  $x$  : 確率変数

$\mu$  : 平均値

$\sigma$  : 標準偏差

(4)式は母集団分布であって、標本分布(データの分布)は次のようになる。

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \int_{-\infty}^x \exp \left[ -\frac{(x-\bar{x})^2}{2S^2} \right] dx \quad (5)$$

ここに  $\bar{x}$  : 推定平均値

$S$  : 推定標準偏差

ところで結晶粒度の分布を考えた場合、その分布の変数の自由度は小さいほうには限度があるが、大きいほうはかなり自由がきく。これは山の高度があがると草木のたけが低くなり、低地では逆にかなりたけが自由になるのと似た現象である。このような歪をもつ分布は正規分布でなく対数正規分布<sup>19), 20)</sup>で近似する。<sup>21), 22)</sup>すなわち

$$F(\ln x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ln\sigma} \int_{-\infty}^{\ln x} \exp \left[ -\frac{(\ln x - \ln\mu)^2}{2(\ln\sigma)^2} \right] d(\ln x) \quad (6)$$

ここに  $\mu$  :  $x$  の幾何平均

$\ln\mu$  :  $\ln x$  の算術平均

$\sigma$  :  $x$  の幾何標準偏差

$\ln\sigma$  :  $\ln x$  の算術標準偏差

さきほどと同様に一群の実験で得た  $x$  の分布は次のようにかける。

$$F(\ln x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln s} \int_{-\infty}^{\ln x} \exp \left[ -\frac{(\ln x - \ln \bar{x})^2}{2(\ln s)^2} \right] d(\ln x) \quad (7)$$

金属・セラミックの結晶粒度の分布は近似的に対数正規分布であるとするとき、その持つ分布の特性から次のことが言える。

- (1) 結晶粒の構造を 2 つの変数  $\bar{x}$ ,  $s$  で表記可能。
- (2) 結晶粒度を表示する次元さえ同一であれば、その測定での次元間の変数には変換が施せる。ただし変換は同一次元に限る。（面積基準の直径 → 面積、面積基準の直径 → 体積基準の直径、等の異次元のものでも、仮定の設定次第では可能となるものもある。）

### 2.3 次元の異なる粒度の分布

結晶粒度分布は通常（2 次元的な）顕微鏡写真で調べる。表示は多くの場合結晶粒の面積等を等価直径に換算するやり方をとる。結晶粒の面積の分布が対数正規であれば次式が成立する。

$$F(\ln A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln s} \int_{-\infty}^{\ln A} \exp \left[ -\frac{(\ln A - \ln \bar{A})^2}{2(\ln s)^2} \right] d(\ln A) \quad (8)$$

平均結晶粒面積  $\bar{A}$  と等しい面積を持つ等価円の直径を  $\bar{d}_A$  とすれば

$$\bar{d}_A = \sqrt{\frac{4\bar{A}}{\pi}} \quad (9)$$

これより

$$\ln \bar{A} = 2 \ln \bar{d}_A + \ln \frac{\pi}{4} \quad (10)$$

(10) 式を用い(8)式を規格化すると

$$F(\ln d_A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln S_{d_A}} \int_{-\infty}^{\ln d_A} \exp \left[ -\frac{(\ln d_A - \ln \bar{d}_A)^2}{2(\ln S_{d_A})^2} \right] d(\ln d_A) \quad (11)$$

ただし(11)式には次の条件がつく。

- (1) 単相 (single phase) であること。
- (2) 結晶粒は一様 (uniform) であること。
- (3) 近似的に等軸な (equiaxed) 結晶粒であること。

数種の合金についての結晶粒度の計算値と実測値との比較例<sup>23)</sup>を Table 2 に示す。この表は銅、アルミ合金、およびステンレス鋼についての測定例であるが、計算値との一致性が非常に良い。すなわち、これでみる限り 2 次元での結晶粒度分布は対数正規型に近いと仮定してよい。

ステンレス鋼（オーステナイト鋼）の結晶粒 459 個について測定した等価直径（ただし、これは等価対象物体として正方形を考えている）の累積度数とその値から推定した三次元での直径 ( $D_v'$ ) の累積度数を Fig. 2 に示す。データー値が片対数グラフ上ではば直列になっていることが図から読みとれる。すなわち粒度分布は対数正規している。

前述したが、変数（結晶粒度）の分布を別の変数の分布に変換するのは、同一次元で可能で

Table 2. Comparison between calculated and practical arithmetical value of grain size

	Arithmetical value of grain size $\bar{d}_A$	
	calculation	practice
pure Cu	20	21
$\alpha$ brass (72% Cu)	41	38
$\alpha$ " (67% Cu)	31	32
$\alpha$ " (63% Cu)	11	11
$\beta$ " (56% Cu, 0.5% Al, 0.5% Pb, others Zn)	28	27
Austenitic steel (18-8)	34	34

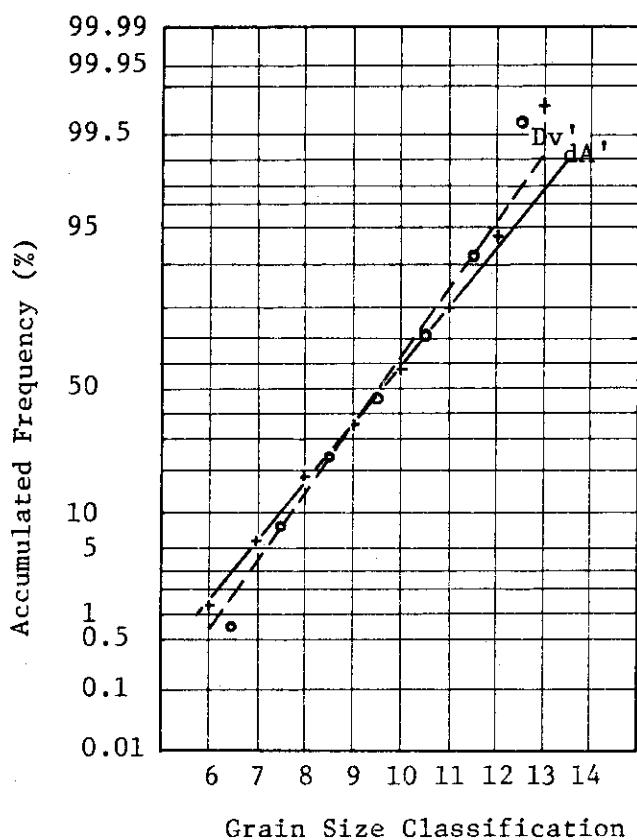


Fig.2 Diagram of Grain Size Classification ~  
Accumulated Frequency

Diameter,  $d_A'$  which is measured from  
459 grain particles of Austenitic  
steel and  $Dv'$  is the calculated value  
 $dA'$ .

あった。異次元になっているとき、さらに制約条件を付加しなくてはいけない（例えば、結晶粒の形状等に対する制約）。この問題は厄介であるが実用上はかなり重要である。真の結晶粒の分布と形状は3次元的に決定すべきであろうが、現実問題としてそれは実現しにくい。容易に判定がきくのは2次元（または1次元）であるから、2次元から3次元への推定の可否が重要な問題となる。

我々が結晶粒の形状を頭に描くとき、それは対称性からして球である（この仮定に基づいた研究は地質学<sup>27), 28)</sup>や生物学<sup>29)</sup>の分野が早かったようである）。しかし金属多結晶体では、結晶粒の空間充填性（space-filling）からみて球形を仮定するのは無理である。“表面エネルギーを最小化しつつ空間充填する”という条件をみたす形状はどんなものであろうか？\* この問題については別の項で論じるとして結晶分布に関する諸々の研究<sup>30)~32)</sup>から帰結された結論を下記に示す。

- (i) 3次元的な結晶粒度分布は対数正規に近い。
- (ii) 2次元分布の幾何平均と3次元のそれとは近似的には等しい。（解析的に証明可<sup>33)</sup>）
- (iii) 標準偏差は3次元が2次元より小さい。
- (iv) 理論的な対数正規分布に近いのは3次元のほうである。

直線に結晶粒を切りとれば、その長さの分布は1次元的になる。1次元的結晶粒度の分布は検査手法の簡便さから用途が多い。<sup>34)~38)</sup> その特徴は次のようである。

- (i) 1次元的結晶粒度分布は対数正規ではない。しかし分布の幾何平均は2次元、3次元のそれとほぼ一致する。
- (ii) 3次元的結晶粒度分布は、また1次元的分布からも計算できる。その結果は2次元的分布から計算した粒度分布と一致する。
- (iii) 2次元的な結晶粒度分布が1次元的なそれから計算できる。逆も可。
- (iv) 円形結晶粒からのみなる2次元的結晶粒度は3次元的結晶粒が球形の場合にだけ出現する。もし円形結晶粒の仮定があつていれば、球形結晶粒を仮定してよい。ただし、ここでも結晶粒の形状は一様かつ等軸という条件がついている。

## 2.4 非球形結晶粒のもとでの分布

実際の結晶粒は球形ではない。それが空間充填性を有しつつ表面エネルギーが最小という仮定から形状が決定される（2.3.後半でのべた。1.2.1（付録）参照）。この形状は正14面体（regular tetrakaidecahedron）である。5角12面体は表面エネルギーは低位だが空間充填性を満たさない。大部分の2次元的結晶粒は5角形であるが、4角形あるいは6角形のものもある。<sup>39)</sup> 正14面体や5角12面体をランダムな平面で切断すると切口の大部分は6角形になる。<sup>40)</sup>

それでは、例えば面積Aの実測値を得てそれと等価な円の面積を仮定し、等価直径を定めようとする。このとき次のく場合につき等価直径を求めておこう。

---

\* 1.2.1（付録）でこの形状に対する考察を加えた。

## (1) 一様, 等軸, 球形結晶粒分布

$$d_A = \sqrt{\frac{4}{\pi} A} \\ = 1.13\sqrt{A} \quad (12)$$

## (2) 非球形, 5 角形結晶分布

5 角形の最長対角線の長さを  $d_A(p)$  とおくと

$$d_A(p) = 0.95 \sqrt{\frac{8a}{5 \sin \frac{2}{5}\pi}} \\ = 1.19\sqrt{A} \quad (13)$$

## (3) 非球形, 6 角形結晶分布

(2) と同様に最長対角線の長さ  $d_A(h)$  とすれば

$$d_A(h) = \sqrt{\frac{8a}{3\sqrt{3}}} \\ = 1.24\sqrt{A} \quad (14)$$

式(12)～式(13)を検討してみると

$$\frac{d_A(p)}{d_A} = \frac{1.19\sqrt{A}}{1.13\sqrt{A}} = 1.05 \cong 1.1 \quad (15)$$

$$\frac{d_A(h)}{d_A} = \frac{1.24\sqrt{A}}{1.13\sqrt{A}} = 1.09 \cong 1.1 \quad (16)$$

実際の切断面を考慮した場合, (15), (16)式から得られた

$$\text{補正值} = 1.1 \quad (17)$$

なる係数をかけねばよい。つまり大部分の2次元結晶粒は5角形であり, 正14面体や12面体をランダム平面で切ると6角形になるということから, 最も簡単な球形で仮定して, それに1.1を乗じて一般的にもっていくということになる。

Fig. 3 は1, 2, 3次元での結晶粒度の分布曲線である。図の特徴は2つある。まず分布曲線の幾何平均が一致していることがあげられる。さらに3次元的な結晶粒度分布( $D_V$ )が一番直線に近いこともわかる。これは3次元のそれが2次元( $d_A$ ), 1次元( $l$ )の結晶粒度分布に比して理論的な対数正規分布に近いという話の裏付けになっている(23ページ4参照)。これは結晶粒が成長していくのに, 1, 2次元的でなく空間的(3次元的)に等方向に進んでいくとの関係がある。したがって金相をみたとき全体の構造, 組織が一様であれば, そこから3次元分布は対数正規であると仮定してよい。対数正規分布は結晶粒の成長過程には無関係で, 定量変化が原動力の強度(intensity)と大きさのみに関係したときにあらわれる。(8), 20), 39), 41)~43)

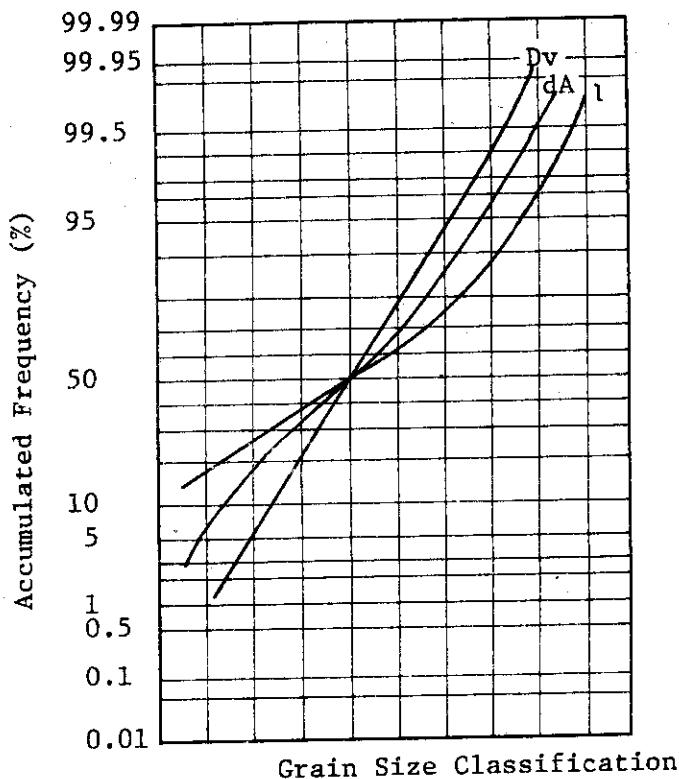


Fig.3 The Outline of distributed curve  
with various dimensions

### 3 結晶粒度の定義 (Definition of the Grain Size)

2の概念に関する話から結晶粒度というのは、数学的には1つの確率変数であって、それを使用する人によっていかようにも表示できる。しかも対象物が一般に微視的であり、測定法に種々の制約が生じる。物理的整合性からみれば三次元での測定が一番秀れているが可能性は薄い。また最も簡単なのは一次元的に結晶粒度を調べることであるが、これは対象体との物理的性質との関係が粗である。しかも1自由度のため信頼性からみるとはだ不要である。したがって我々が使用する結晶粒度で最も妥当なのは2次元となる。

測定に際し実際に使用する定義・用語・手法等のマニュアルとしてJIS 0551<sup>44)</sup>～0552<sup>45)</sup>、さらにはASTM規格<sup>46)</sup>がある。\*

多くの場合、等価直径の決定には平均結晶断面積が用いられる。しかしその量を算出する過程で用いた測定法等については全んど触れられていない。その過程の違いによっては20%程度\*\*の誤差が生じることも考えられる。したがって結晶粒度はどのような量であらわすか、さらにそれを用いてどのように結晶粒度を定義するかということを論じていきたい。

\* 5および6でJIS, ASTM規格のいろいろな点に関する検討を行う。

\*\* 6.1参照

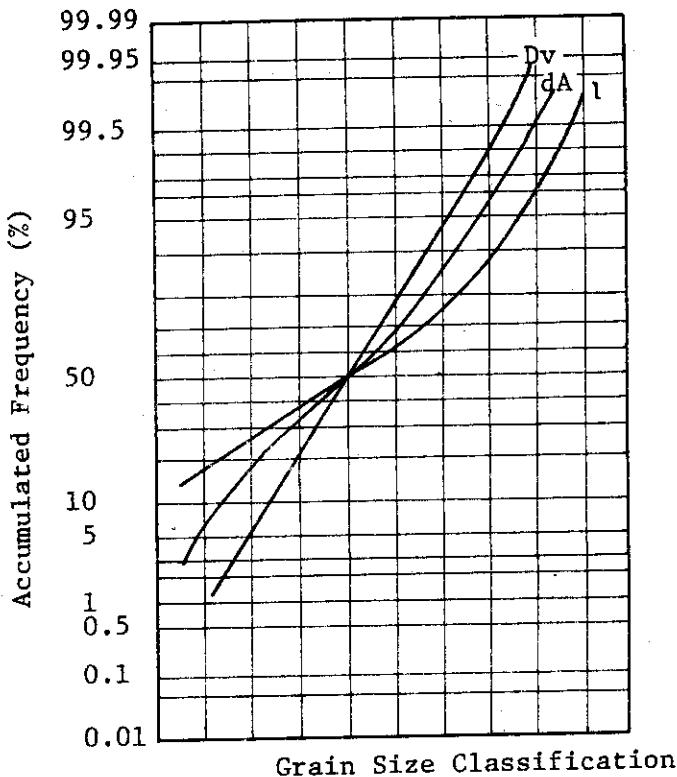


Fig.3 The Outline of distributed curve with various dimensions

### 3 結晶粒度の定義 (Definition of the Grain Size)

2の概念に関する話から結晶粒度というのは、数学的には1つの確率変数であって、それを使用する人によっていかようにも表示できる。しかも対象物が一般に微視的であり、測定法に種々の制約が生じる。物理的整合性からみれば三次元での測定が一番秀れているが可能性は薄い。また最も簡単なのは一次元的に結晶粒度を調べることであるが、これは対象体との物理的性質との関係が粗である。しかも1自由度のため信頼性からみるとはだ不要である。したがって我々が使用する結晶粒度で最も妥当なのは2次元となる。

測定に際し実際に使用する定義・用語・手法等のマニュアルとしてJIS 0551<sup>44)</sup>～0552<sup>45)</sup>、さらにはASTM規格<sup>46)</sup>がある。\*

多くの場合、等価直徑の決定には平均結晶断面積が用いられる。しかしその量を算出する過程で用いた測定法等については全んど触れられていない。その過程の違いによっては20%程度\*\*の誤差が生じることも考えられる。したがって結晶粒度はどのような量であらわすか、さらにそれを用いてどのように結晶粒度を定義するかということを論じていきたい。

\* 5および6でJIS, ASTM規格のいろいろな点に関する検討を行う。

\*\* 6.1参照

### 3.1 結晶粒度をあらわす量

粒度が一様であれば種々の変数間の変換が定式化できる。非一様構造では粒度を表現する次元と測定の次元との組合せいかんでは、各変数間の関係式が容易に定式化<sup>47)</sup>できない。特に三次元結晶粒の場合、変数間の変換を必要なのに定式化が成されていない現状では、各々の測定次元で等価対象物の面積、直径等を選択していく必要がある。

結晶粒の構造を詳細に記述するとき、その個数、大きさ、および形状は不可欠である。ところがこの3つの量はどれも空間的に決定づけをすることが不可能に近い。個々としてはむずかしいが、群集合として結晶粒をとれば、そこでの平均的な形と大きさの計算は可能となる。特に大きさは容易に測れる。このことから結晶粒の測定では個々の形状等には注目せず、群としての大きさのパラメーターに注目すればよい。この考え方に基づけば、結晶粒度分布から定義した結晶粒の構造が現実的なものとなる。ただ群集合で捕えるのが可能なのはあくまでも1および2次元であり一様結晶粒ではさらに3次元まで話が進められるが、非一様ではそれができない。

結晶粒度を定義するのに一番厳密なのは、その分布の型で区別することかと思われる。しかし実用上は母集団（分布）から得た標本（測定データ）の平均値で十分であるし、はるかに手法として簡単である。その平均値の算出で容易なのは算術平均（Arithmetical mean）である。2次元での算術平均（ $\sqrt{A}$ ）は最も広く応用される。

ところで手段としては少々面倒であるが幾何平均（geometrical mean）にはそれ特有の良さがある。算術平均との比較の意味からその特徴を挙げておく。

- (1) 結晶粒が一様であると幾何平均は対数目盛上のメジアン（median）値に一致する。非一様においても、幾何平均は算術平均よりより分布のメジアン値に近い。
- (2) 一様な結晶粒構造ではどの次元の幾何平均も一致する（Fig. 3 参照）。Table 3 は銅とその合金に対する<sup>25)</sup>粒度の幾何平均である。（ASTM比較スケールに用いられる。）

Table 3. Geometrical mean of the grain size distribution  
(From ASTM comparison table)

Mean	arithmetical	geometrical
	$\mu$	$\mu_g$
45		26.6
50		32.6
60		41.7
70		51.0
90		64.5
120		81.0
150		80.7
200		116.0

### 3.2 結晶粒度の定義

物理的に真の結晶粒と密接に結びつく量が得られないことが明らかであるから、定義としては少々ぼけるが、なるべく本物に近いものを採用したい。

今、 $S_v$ ：単位体積あたりの界面面積 [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]

$\bar{N}_L$ ：任意にとった試験線（長さ L）の単位長さあたりの切片平均個数 [個/mm]

$\bar{\ell}$ ：平均切片間隔 (=1/ $\bar{N}_L$ ) [mm]

とするとき次式で結晶粒度を定義する\*。

$$S_v = 2\bar{N}_L \quad (15)$$

$$= \frac{2}{\bar{\ell}} \quad (16)$$

すなわち、結晶粒度を単位体積あたりの界面の面積であらわそうとする試みである。これは1, 2次元的な量と式(15), および式(16)で示す関係式と結びつく。この定義式の特徴は、結晶粒の不確定性因子とでもいべき分布やその形に全く関係がなく大きさのみに依存するということである。しかも  $\bar{N}_L$  ( $1/\bar{\ell}$ ) は2次元的な切断平面上で測定できる量であるから、今までに論じた簡便さの観点からも使い易い。したがって結晶粒度といった場合、これからは  $\bar{N}_L$  に関する諸量の研究になってくる。12.2でも述べているがこの  $\bar{N}_L$  という量はすぐぶる便利であり、今まで厄介に思えた統計的処理もかなり扱いが容易となり実用上、鉱物・生物・医学・金属学等の分野で応用も広い。

## 4 結晶粒度の測定

(Measurement of the Grain Size)

結晶粒度は最終的には  $\bar{N}_L$  量の計量に収束するが、具体的な決定法としては次の3つがあげられる。

- (1) 結晶粒度の分布の決定に基づくもの。
- (2) 計数法に基づくもの。
- (3) 比較法に基づくもの。

この分類に基づく応用分野を表にして Table 4 に示す。

Table 4. An applicable field of an various grain size measuring method

Measuring Procedure	An Applicable Extent
Grain size distribution	A basic study, especially a problem of the grain size.
Counting procedure	A basic study for the other physcial property. High-class industrial study.
Comparison procedure	A normal study.

\*  $S_v$  の関係式の導入、数式の証明等は 12.2 (付録) を参照されたい。

### 3.2 結晶粒度の定義

物理的に真の結晶粒と密接に結びつく量が得られないことが明らかであるから、定義としては少々ぼけるが、なるべく本物に近いものを採用したい。

今、 $S_v$ ：単位体積あたりの界面面積 [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]

$\bar{N}_L$ ：任意にとった試験線（長さ L）の単位長さあたりの切片平均個数 [個/mm]

$\bar{\ell}$ ：平均切片間隔 ( $= 1/\bar{N}_L$ ) [mm]

とするとき次式で結晶粒度を定義する\*。

$$S_v = 2\bar{N}_L \quad (15)$$

$$= \frac{2}{\bar{\ell}} \quad (16)$$

すなわち、結晶粒度を単位体積あたりの界面の面積であらわそうとする試みである。これは1, 2次元的な量と式15, および式16で示す関係式と結びつく。この定義式の特徴は、結晶粒の不確定性因子とでもいうべき分布やその形に全く関係がなく大きさのみに依存するということである。しかも  $\bar{N}_L (1/\bar{\ell})$  は2次元的な切断平面上で測定できる量であるから、今までに論じた簡便さの観点からも使い易い。したがって結晶粒度といった場合、これからは  $\bar{N}_L$  に関する諸量の研究になってくる。12.2でも述べているがこの  $\bar{N}_L$  という量はすぐぶる便利であり、今まで厄介に思えた統計的処理もかなり扱いが容易となり実用上、鉱物・生物・医学・金属学等の分野で応用も広い。

## 4 結晶粒度の測定

(Measurement of the Grain Size)

結晶粒度は最終的には  $\bar{N}_L$  量の計量に収束するが、具体的な決定法としては次の3つがあげられる。

- (1) 結晶粒度の分布の決定に基づくもの。
- (2) 計数法に基づくもの。
- (3) 比較法に基づくもの。

この分類に基づく応用分野を表にして Table 4 に示す。

Table 4. An applicable field of an various grain size measuring method

Measuring Procedure	An Applicable Extent
Grain size distribution	A basic study, especially a problem of the grain size.
Counting procedure	A basic study for the other physcial property. High-class industrial study.
Comparison procedure	A normal study.

\*  $S_v$  の関係式の導入、数式の証明等は 12.2 (付録) を参照されたい。

#### 4.1 結晶粒度分布の決定に基づくもの

この方法は1つ1つの結晶粒につき測定を行なう。その具体的手段をa)～c)に示す。

- a) 結晶粒をグラフ上にうつしとる。
- b) 写真を切り抜いてその重さをはかる。
- c) テンプレート法<sup>48), 49)</sup>を用いる。

a)～c)とも結局は各結晶1つ1つの重さをはかることになり、精度のうえでは(1)～(3)の中で最もすぐれるが結論を得るまでの過程がやっかいであり、基礎的研究以外にはあまり向かない。

#### 4.2 計数法に基づくもの

この方法には2つのやりかたがある<sup>46)</sup>つまり

- (イ) 面積計量法<sup>50)</sup> (Planimetric (or Jeffries) Procedure)
- (ロ) 切断法<sup>51)</sup> (Intercept (or Heyn) Procedure)

の2つである。

##### 4.2.1 面積計量法

###### (1) 試験方法

- (イ) 5000 mm<sup>2</sup>の面積をもつ円または矩形を写真上かすりガラス上に描く。画面上には少なくとも50個以上の結晶粒をふくませること。
- (ロ) 定形面積のなかに入っている結晶粒の個数を数える。境界で交差している結晶粒は2つを1つと数える。
- (ハ) 測定回数は最低3回とし、平均値を算出する。
- (ニ) 平均値を得たら、その倍率に注意して、Table 5を参照し、ジェフリーズ係数を乗ずる。

Table 5 Relationship Between Magnification Used and Jeffries' Multiplier, f, for an Area of 5000 mm<sup>2</sup> (a Circle of 79.8-mm Diameter)

Magnification Used, M	Jeffries' Multiplier, f, to Obtain Grains/mm <sup>2</sup>
1	0.0002
10	0.02
25	0.125
50	0.5
75 <sup>a</sup>	1.125
100	2.0
150	4.5
200	8.0
250	12.5
300	18.0
500	50.0
750	112.5
1000	200.0

<sup>a</sup> At 75 diameters magnification, Jeffries' multiplier, f, becomes unity if the area used is 5625 mm<sup>2</sup> (a circle of 84.5-mm diameter).

## (2) 結果の処理

これは結局(結晶粒数/mm<sup>2</sup>)という値を求めることになる。この逆数( mm<sup>2</sup>/結晶粒数 ) =  $\bar{A}$ を作れば1個の結晶粒の平均面積が得られる。この $\bar{A}$ を5.4でのべる粒度番号の式に入れれば“結晶粒度番号”が、更に適当なモデルをとってやれば“等価直径”がそれぞれ求められる。かなりの精度を要求される研究にはこの方法は有効である。(ただしJIS<sup>45)</sup>では、「正確ではあるが実用的でない」という理由で採用されていない。)

4.2.2 切断法

## (1) 試験方法

- (a) 腐蝕面上の結晶粒を顕微鏡で直接測定するか、写真に撮影する。
- (b) 一定の長さの直交線分を描き、この線分で切断された結晶粒の個数を数える。線分の両端で一部分しか線分にかかっていないものは一方だけを数える。結晶粒が一端だけにかかるっている場合、数えない。
- (c) 1本の線分で切断される粒の数は1視野につき10個以上になるよう顕微鏡の倍率を選定し、総計50個以上になるまで測定をくりかえす。

## (2) 結果の処理

これはまさに $\bar{N}_L$  ( 単位長あたりの結晶粒の個数 ) の測定に他ならない。ただし、これをそのまま粒度として記すと面積計量法や比較法との関連性が消失するので次のように $\bar{N}_L^2$ を作り単位面積あたりの結晶粒の個数に変換する。

ここで明らかになったように我々の定義の式<sup>46)</sup>は、単位体積中の粒界面積という3次元的なものを含むため、このように実用上ではソッポを向かれことが多い。しかし、この定義式による保障があるからこそ $\bar{N}_L$ について議論の展開が許されるのである。その点で式<sup>46)</sup>は有効である。

JIS<sup>45)</sup>では切断法が採用されており次のような処理を行なうことがすすめられている。  
今、N：粒度番号(小数点以下2倍を四捨五入)

n : 1m<sup>3</sup>あたりの、100倍での結晶粒数。以後は 1in<sup>2</sup> → (25mm)<sup>2</sup>とかく

M : 使用倍率

$L_1, L_2$  : 直交する線分のうちの片方の線分の総和 [mm]

$I_1, I_2$  :  $L_1$ または $L_2$ によって切断された結晶粒の数の総和 [個]

とすれば、

$$n = 500 \left( \frac{M}{100} \right)^2 \left( \frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} \right) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N &= \frac{\log n}{\log 2} + 1 \\ &= \frac{\log n}{0.3010} + 1 \quad (\text{底: } 10) \end{aligned} \quad (18)$$

\* 式の導入は12.3(付録)で行なう。またそこで生じたいろいろの問題点等は主に5.6.で論じる。

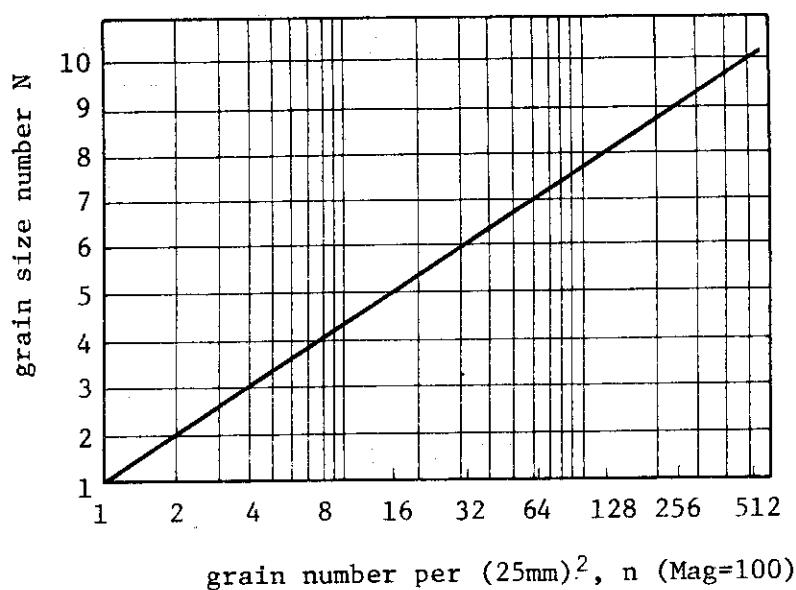
Fig.4 Relationship between  $n$  and  $N$ 

Fig.4 は式(18)を数表化したものである。(18)式のかわりにこの図を用いて( $n$ ,  $N$ )の変換を行なってよい。

〈補足〉式(18)における  $\frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2}$  [個/mm<sup>2</sup>] が前述した  $\bar{N}_L^2$  であることはいうまでもない。係数  $(500) \cdot \left(\frac{M}{100}\right)^2$  は倍率と数値換算より生じたものである。ここでは新しく出て来た粒度番号  $N$  と  $(25\text{mm})^2 = 1 \text{in}^2$ , 100倍あたりの結晶粒数をあらわす  $n$  という量に注意しなくてはいけない。出典はともかくとして  $N$  は(18)式で与えられることだけにここでとどめる。(詳しい説明は5.3で行なう)

#### 4.2.3 面積計量法と切断法との比較

面積計量法と切断法との根本的相違は前者が“単位面積中の結晶粒数”を測るのに対し後者が“単位長あたりの結晶粒数”を測っているところにある。しかし後者の量は結晶粒度の定義式に密接に結びつく確率的な量に対し前者は物理的には何ら意味を有しない。実測でも切断法の方が手法が簡単である。ただ数値のばらつきは2次元と1次元の違いで切断法の方が大きいから精度をあげるには測定回数をふやす必要がある。ただし粒径( $d_A$ )や粒度番号( $N$ )を決定するのには、どうしても2次元のほうが便利であるという要請により、比較法では  $\bar{N}_L$  を

$$S_v = 2\bar{N}_L \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3] \quad (\text{前出})$$

とせずに、 $\bar{N}_L^2$  を作る。便宜上、これはやむを得ない。面積計量法に対する切断法の利点\*を列記してみる。

\* 余談になるが、地球上のあらゆる物質が微視粒体の集合体であるという見方をすれば、この切断法という方法は非常に有効だということがわかる。

この方法は  $\bar{N}_L$  (個/mm) を算出したのち、例えば  $S_v$  ( $\text{mm}^2/\text{mm}^3$ ) や  $L_A$  (単位面積中の切片の長さ  $\text{mm}/\text{mm}^2$ , 12.2 <付録> 参照) と簡単に結びつくから使い道は広いと考えられる。

- (1) 定義と結びついた物理的に意味のある量を得る。
- (2) 結晶粒の数えあげで見落しの率が小さい（面積計量法は2次的に全領域につき数えるが、切断法は1次元的に一方向に続けて数えあげるからである）。
- (3) パターン認識上、結晶粒を点とみることができ（面積計量法はそれを面としてみなければならない）。
- (4) 計算時間が短い。
- (5) 対象物中に混粒（非等軸晶）があってもあまり影響をうけない。

#### 4.3 比較法に基づくもの

この方法については詳細にその実験方法、数値処理、表示等のべたいので項をあらためて5としてのべる。

4.1～4.3の各方法に共通していることで重要なことがあるので、ここで触れておく。それは測定対象となる試料の状態のことである。つまり試料自体の準備、エッチング、写真撮影、切断面の選択、といったものである。測定方法がいかにすぐれていても、もとの試料の信頼性再現性がないのではなんにもならない。したがって、その準備には十分な注意を要する。これらの準備についてはJIS G 0551<sup>44)</sup>の解説や、文献53)～57)を熟読されたい。1つだけエッチングの効用につきのべておく。

“エッチング”では結晶粒界をはっきりと出すように努力すること。厚すぎると、小さい結晶粒とか粒界の交点の詳細がぼけ粒子が小さめに見られる<sup>58)</sup>。比較図表を用いるやり方で結晶粒度を決めるとき一番よいのは、エッチングの度合いとできればコントラストを比較図表のそれに一致させることである。比較法に基づく方法で出現する特性については5.2でのべる。

## 5 比較法 (Comparison Procedure)

### 5.1 概論

一様かつ等軸な結晶粒に話を限定する。それ以外のものについては文献<sup>44)～46)</sup>を参照されたい。

4でのべたような方法は大量生産における品質管理、生産管理等において手早くデータ入手したいような場合には不向きである。この種の用向きに対し、この比較法は便利である。これをTable 6でながめてみる。

Table 6で所要測定時間の項をみると、比較法を基準にして1とおいたとき、切断法では10倍、面積計量法では20倍、分布の測定に至っては実に60～400倍もの時を必要とする。しかしこの方法にも欠点があり、他法に比して評価が過大気味になることがある。その欠点の主たる原因として“人間の主観で測る”という客觀性を主体にすべき科学体系に逆行した方法に基づいているところにある。JIS<sup>45)</sup>では、その目的により次のような方法を推薦している。

- (1) 定義と結びついた物理的に意味のある量を得る。
- (2) 結晶粒の数えあげで見落しの率が小さい（面積計量法は2次的に全領域につき数えるが、切断法は1次元的に一方向に続けて数えあげるからである）。
- (3) パターン認識上、結晶粒を点とみることができ（面積計量法はそれを面としてみなければならない）。
- (4) 計算時間が短い。
- (5) 対象物中に混粒（非等軸晶）があってもあまり影響をうけない。

#### 4.3 比較法に基づくもの

この方法については詳細にその実験方法、数値処理、表示等のべたいので項をあらためて5としてのべる。

4.1～4.3の各方法に共通していることで重要なことがあるので、ここで触れておく。それは測定対象となる試料の状態のことである。つまり試料自体の準備、エッチング、写真撮影、切断面の選択、といったものである。測定方法がいかにすぐれていても、もとの試料の信頼性再現性がないのではなんにもならない。したがって、その準備には十分な注意を要する。これらの準備についてはJIS G 0551<sup>44)</sup>の解説や、文献53)～57)を熟読されたい。1つだけエッチングの効用につきのべておく。

“エッチング”では結晶粒界をはっきりと出すように努力すること。厚すぎると、小さい結晶粒とか粒界の交点の詳細がぼけ粒子が小さめに見られる<sup>58)</sup>。比較図表を用いるやり方で結晶粒度を決めるとき一番よいのは、エッチングの度合いとできればコントラストを比較図表のそれに一致させることである。比較法に基づく方法で出現する特性については5.2でのべる。

## 5 比較法 (Comparison Procedure)

### 5.1 概論

一様かつ等軸な結晶粒に話を限定する。それ以外のものについては文献<sup>44)～46)</sup>を参照されたい。

4でのべたような方法は大量生産における品質管理、生産管理等において手早くデータ入手したいような場合には向きである。この種の用向きに対し、この比較法は便利である。これをTable 6でながめてみる。

Table 6で所要測定時間の項をみると、比較法を基準にして1とおいたとき、切断法では10倍、面積計量法では20倍、分布の測定に至っては実に60～400倍もの時を必要とする。しかしこの方法にも欠点があり、他法に比して評価が過大気味になることがある。その欠点の主たる原因として“人間の主観で測る”という客觀性を主体にすべき科学体系に逆行した方法に基づいているところにある。JIS<sup>45)</sup>では、その目的により次のような方法を推奨している。

簡便法 → 比較法

精密法 → 切断法

Table 6. Grain size determination used various measuring procedure

Measuring procedure		used time	grain particle numbers	result	standard deviation	examinor	magnitude
grain size	planimetric procedure	400	250	42	2	1	210
distribution	plate-press "	60	150-300	43	2	6	155
	planimetric "	20	150-300	44	10	9	108
counting	intercept "	10	150-300	42	12	6	108
comparison	ASTM	1		50	17	6	108
	JKM*	1		58	22	6	108
					19		

\* used in Europe especially ferrous materials.

## 5.2 測定に先立つ注意事項

以下は比較法を用いた場合の特徴というべきものであろうが、それ自体が欠点になりうるの  
(49)で、注意事項として列記する。

- (1) 主観により大小様々な結晶粒の平均値を推定する推定は第1印象に基づくが、その場合、小さな結晶粒が過小に読まれる恐れがある(すなわち、結晶粒を真のものより大きく読みやすい<過大評価につながっている>)。
- (2) 顕微鏡写真は素早く見て判断すべきである。しかもどの写真も時間配分を同程度にしなくてはいけない。時間が長いと結晶粒の大きさを小さく推定する傾向がある。
- (3) 写真倍率の選定には注意を要する。これが比較図表の上限、下限に近すぎると正しい推定がなされなくなる。
- (4) 比較対象物のコントラスト、エッチングの度合いはなるべく比較図と一致させる。(前出)
- (5) 比較対象物が写真のときは、また別に次のような付随した性質を知っておく必要がある。
  - [イ] 解像力が低下する。
  - [ロ] 標準化が不適当であると硬質では微小粒子が消失し軟質では粒子の周りの回折環で粒子が大きめに出る。
  - ([イ], [ロ], どちらにしても粒径を過大に評価する方向に向いている。)

### 5.3 結晶粒度の定量化

#### 5.3.1 米国慣用単位での結晶粒度

ASTM:E-112の結晶粒度のとらえかたは2次元的である。結晶をグループに分割する方法に2のべき数列(対数正規分布をふまえた処置)を用いている。

今、N:ASTM結晶粒度

$$\log : \log 10$$

$$\log 2 : 0.30103$$

n: 100倍における1in<sup>2</sup>あたりの結晶粒数 個/in<sup>2</sup>

M:倍率

とするとnを次のようにあらわす。

$$n = 2^{N-1} \quad [\text{個}/\text{in}^2, 100 \text{倍}] \quad (19)$$

両辺の常用対数をとって、

$$\text{結晶粒度 } N = \frac{\log n}{\log 2} + 1.0000 \quad (20)$$

(19)式は顕微鏡倍率100倍、1in<sup>2</sup>の面積中に2<sup>N-1</sup>個の結晶粒(粒度番号または簡単に粒度N)が存在することを意味する。倍率を任意にM倍にすると、そのときの1in<sup>2</sup>あたりの結晶粒の数n<sub>M</sub>は

$$n_M = n_{100} \cdot \left(\frac{100}{M}\right)^2 \quad (21)$$

多くは倍率100倍で話を進めるから式(21)は次のようにしておく。

$$n_{100} = n_M \cdot \left(\frac{M}{100}\right)^2 \quad (22)$$

同様なことを粒度番号についても行なう。式(20)から

$$\begin{aligned} N_{100} &= \frac{\log n_{100}}{\log 2} + 1 \\ N_M &= \frac{\log n_M}{\log 2} + 1 \end{aligned} \quad (23)$$

(21)式を(23)式に代入して

$$N_M = \log [n_{100} / (100/M)^2] / \log 2 + 1 \quad (24)$$

いま、N<sub>100</sub>-N<sub>M</sub>なる量を作つて倍率補正值Qとおく。

$$\begin{aligned} Q &= N_{100} - N_M \\ &= \left( \frac{\log n_{100}}{\log 2} + 1 \right) - \left( \frac{\log \left\{ n_{100} \cdot \left(\frac{100}{M}\right)^2 \right\}}{\log 2} + 1 \right) \\ &= \frac{1}{\log 2} \left\{ \log n_{100} - \left( \log n_{100} + 2 \log \left(\frac{100}{M}\right) \right) \right\} \\ &= \frac{2}{\log 2} \log (M/100) \text{ または} \\ &= 6.6445 \cdot \log (M/100) \end{aligned}$$

ゆえに

$$N_{100} = N_M + \frac{2}{\log 2} \log \left( \frac{M}{100} \right) \quad (25)$$

をうる。

### 5.3.2 メートル単位での結晶粒度

A S T M : E - 1 1 2 での結晶粒個数は(19式でみるように, 1 in<sup>2</sup>あたり倍率 1 0 0 倍で

$$n = 2^{N-1} \quad [\text{個}/\text{m}^2] \quad (\text{再出})$$

と表わす。これをメートル系の単位に換算する。

ところで換算に先立って 1 つの問題を処理しておかねばならない。それは J I S では換算率を

$$\begin{aligned} 1 \text{ in} &= 2540000 \times 10^{-2} \text{ m} \\ &= 25.4 \text{ mm} \end{aligned} \quad (26)$$

とせず、丸めによる誤差は省略しうるとして

$$1 \text{ in} = 25.0 \text{ mm} \quad (27)$$

を採用したことである。しかしこの 0.4 の値は、ある場合にはけっこう誤差として大きく利いていることがある。(6でこの種の誤差による問題点を指摘する。) 近年 S I 単位系の世界的な採用を考えると、ここは J I S 方式をとらず(28式の換算を使うのが妥当である。

さて(19式を次のように変換する。すなわちメートル単位では、倍率は 1 倍、単位面積は 1 mm<sup>2</sup> にとる。ゆえに 1 倍、1 mm<sup>2</sup>あたりの結晶粒の数を  $n_1^J$  とすると(19式は

$$\begin{aligned} \left( \frac{25.4}{100} \right)^2 n_1^J &= 2^{N-1} \\ n_1^J &= 2^{N+2.9542} \quad [\text{個}/\text{mm}^2] \end{aligned} \quad (28)$$

ただし N : A-S-T-M 結晶粒度番号 (粒度数)

(28式からメートル単位での N を定義すると

$$N = \frac{\log n_1^J}{\log 2} - 2.9542 \quad (29)$$

倍率補正值は

$$Q = \frac{2}{\log 2} \log \frac{M}{100}$$

で与えられるから

$$\begin{aligned} N_{100} &= N_M + Q \\ &= N_M + \frac{2}{\log 2} \log \frac{M}{100} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。

### 5.4 等価直径 d と n, M との関係

(1) 米国慣用単位を用いた導入

(19式から

$$n = 2^{N-1} \quad [\text{個}/\text{in}^2, 100 \text{倍}]$$

従って1個の粒子の持つ横断面を近似的に  $\bar{A}$  とおけば

$$\frac{1}{n} \equiv \bar{A} = 2^{1-N} \quad [\text{in}^2/\text{個}, 100 \text{倍}] \quad (31)$$

これで  $\bar{A}$  を適当な形状を持つ等価物体におきかえる。例えば等価な円を考えて、その半径を  $d$  [in] とおけば

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4} d^2 \quad [\text{in}^2] \quad (32)$$

から

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} d^2 &= 2^{1-N} \\ d &= \left(\frac{4}{\pi}\right)^{1/2} \cdot 2^{\frac{1-N}{2}} \quad [\text{in}] \end{aligned} \quad (33)$$

さて一般性を持たせるために、もう一度(31)式に戻ってみる。(31)式は100倍に倍率を固定している。そこでM倍の写真で測定した粒度番号を100倍に変換したときの変換後の粒度番号を  $N_M$  とおくと(31)式は、

$$\bar{A}_M = \frac{1}{M^2} 2^{1-N_M} \quad [\text{in}^2/\text{個}] \quad (34)$$

となる。この式が等価直径と倍率、粒度番号を結びつける基本式となる。

## (2) メートル単位を用いた導入

メートル単位系でも本質にかわりないから(34)式の形が最終的に得られるのは当然予想される。すなわち、平均的な粒子1つの有する二次元的な断面積を  $\bar{A}$  [mm<sup>2</sup>] とおくと、1mm<sup>2</sup>中に  $n_1^J$  すなわち

$$n_1^J = 2^{N+2.9542} \quad [\text{個}]$$

の粒子があるのだから

$$\bar{A} \cdot n_1^J = 1 \text{ mm}^2 \quad (35)$$

(この式は(31)式と何らかわらない)

$$2^{N_{100}+2.9542} = \left(\frac{100}{25.4}\right)^2 2^{N_{100}-1} \quad \text{から}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ mm}^2 &= \bar{A} \cdot n_1^J \\ &= \bar{A} \cdot 2^{N_{100}+2.9542} \\ &= \bar{A} \cdot \left(\frac{100}{25.4}\right)^2 \cdot 2^{N_{100}-1} \end{aligned} \quad (36)$$

(36)式の両辺の対数(底=10)をとり

$$0 = \log \bar{A} + 2 \log \left(\frac{100}{25.4}\right) + (N_{100}-1) \log 2$$

(30)式より

$$N_{100} = N_M + Q$$

$$= N_M + \frac{2}{\log 2} \log \frac{M}{100}$$

を使って、任意の倍率に変換し

$$O = \log \bar{A}_M + 2 \log \frac{100}{254} + \left( N_M + \frac{2}{\log 2} \log \frac{M}{100} - 1 \right) \log 2$$

整理して

$$\begin{aligned} \bar{A}_M &= \frac{(254)^2}{M^2} 2^{1-N_M} \quad [\text{mm}^2/\text{1個}] \\ &= \frac{1290}{M^2} 2^{-N_M} \quad [\text{mm}^2/\text{1個}] \end{aligned} \quad (37)$$

すなわち基礎式を得る。

<例> 等価対象体として円（直径 d mm）を考えれば

$$\frac{\pi}{4} d^2 = \frac{1290}{M^2} 2^{-N_M}$$

ゆえに

$$d = \frac{40500}{M} 2^{-N_M} \quad [\mu\text{m}]$$

を得る。結局「米国慣用単位」でも「メートル単位」でも最終的な式は同一になる。したがって、以後はS I 単位系の推奨する「メートル単位」を採用し、かつ  $A_M \rightarrow A$ ,  $N_M \rightarrow N$  と書きかえた

$$\bar{A} = \frac{1290}{M^2} 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{個}] \quad (37')$$

を使用していく。

## 5.5 平均面積 ( $\bar{A}$ ) と諸量の関係

$\bar{A}$  と M, N をうまく関係付けるには成功したが、 $\bar{A}$  というのは本来、2次元的な量で物理的な意味のあるものから導出されてない。したがって  $\bar{A}$  をパラメータとして他の物理量と M, N を関係づける必要がある。

さて結晶粒度は定義から次式で示される。

$$S_v = 2 \bar{N}_L$$

$$= \frac{2}{\ell}$$

等粒を仮定し、単位体積あたりの粒子数を  $N_v$  [個/mm<sup>3</sup>] とおくと

$$S_v = F(\text{形状}) N_v \quad (38)$$

ここに  $F(\text{形状})$  : 立方体 3.000

: 6角柱 2.866

: 斜方12面体 2.673

: 正14面体 2.659

で一般には、平均して

$$S_v = \frac{8}{3} N_v^{\frac{1}{3}} \quad (39)$$

とおける。

さらに

$$N_v = \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \quad (40)$$

とおける<sup>59)</sup>からこれより  $N_v$  および定義  $S_v$  と  $\bar{A}$  (すなわち  $M$ ,  $N$ ) の関係が導ける。

$$\begin{aligned} N_v &= \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{2}{3} \left\{ \left( \frac{25.4}{M} \right)^2 2^{1-N} \right\} \\ N_v &= 1.84 M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2} \cdot N}, \quad [\text{個/mm}^3] \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} S_v &= \frac{8}{3} N_v^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{8}{3} \left[ \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{2126}{M^{\frac{9}{2}}} 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3] \end{aligned} \quad (42)$$

すこし  $S_v$  につき考察してみよう。実際の粒子の形状は正14面体に近く (12.1 <付録>参照), 平面との交わりは5, 6角形になる。正14面体の積長  $e$  とし, これが代表径であるとする。このとき

$$\begin{aligned} \text{表面積} &= 6e^2 (1 + 2\sqrt{3}) = 26.78 e^2 \\ \text{体積} &= 8\sqrt{2} e^3 = 11.31 e^3 \end{aligned} \quad \} \quad (43)$$

であるから定義により正14面体の  $S_v$  は

$$\begin{aligned} S_v &= \frac{6(1+2\sqrt{3})e^2}{8\sqrt{2}e^3} \\ &= \frac{2365}{e} \end{aligned} \quad (44)$$

正14面体が最密パッキングしていれば, 面どおしの接合での計算値の半分に表面積はある。ゆえに

$$\begin{aligned} S_v (\text{正14面体}) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2365}{e} \\ &= 1.182 \cdot \frac{1}{e} \\ &= 1.182 N_L \end{aligned} \quad (45)$$

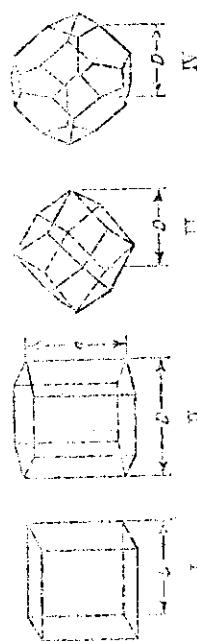
この  $S_v$  の値は結晶粒度の  $S_v$  の定義式

$$S_v = 2 \cdot \bar{N}_L$$

にかなり近い値をとっている。理論値とのくい違いの原因は積長が実際のところ, 平均切片を代表していないことに因る。立方体, 6角柱, 斜方12面体, 正14面体に関して計算した  $S_v$  値をまとめて Table 7 に示す<sup>60)</sup>

Table 7. The property of a polyhedron for space-filling

	$V^*$ volume per grain	$S$ surface per grain	$S/V=Sv$ surface per volume of grain	$Vb^{**}$ volume/mm <sup>3</sup>	$Vb^{***}$ volume/mm <sup>3</sup>
(I) a cube	$D^3$	$3D^2$	$3/D$	$3\tau/D$	$1-NvD^3$
(II) a hexagonal cylinder	$0.6495D^2h$	$0.6495D^2+1.5Dh$	$\frac{1}{h} + \frac{2.31}{D}$	$(\frac{1}{h} + \frac{2.31}{D})\tau$	$1-0.6495NvD^2h$
(III) a rhombic dodecahedron	$0.7071D^3$	$2.121D^2$	$3/D$	$3\tau/D$	$1-0.707NvD^3$
(IV) a regular tetrakaidecahedron	$1.414D^3$	$3.35D^2$	$2.37/D$	$2.37\tau/D$	$1-1.414NvD^3$

\*  $V=1/Nv$ , where  $Nv$  : particles/mm<sup>3</sup>\*\*  $\tau < D$ , where  $\tau$  : thickness of thin film\*\*\*  $\tau \leq D$ ,

## 6 結晶粒度・粒径等に関するJISとASTMとの比較

(Comparison of JIS and ASTM with Grain Size or  
Grain Diameter etc ...)

### 6.1 結晶粒度

Table 8, 9 に JIS<sup>44), 45)</sup> より引用した結晶粒度に関する表を, Table 10 に ASTM<sup>46)</sup> より引用したそれを示す。Table 8 は粒度番号 N に対する  $N_v$ ,  $N_A (1/\bar{A})$ ,  $n$  の値を示す。Table 9 は N に対する  $\bar{A}$  を示す。一般の鉄鋼材料を例にとると N = 5 を境にして粗粒鋼と細粒鋼に分けている。Table 10 は ASTM より引用した。N に対する種々の量の関係を示す。記号は本論中で使用しているものに一致させている。以下に粒度に関する量の JIS と ASTM との比較を行なう。

#### 6.1.1 単位体積中の粒子数

Table 8 と 10 の(イ)の列に対応する。算出式は JIS では

$$N_v = 2^{1.5 N+4} \quad [\text{個}/\text{mm}^3, 1\text{倍}] \quad (45\cdot\text{イ})$$

を使用し, ASTM では(換算)

$$N_v = 2^{1.5 N+4.4330} \quad [\text{個}/\text{mm}^3, 1\text{倍}] \quad (45\cdot\text{ロ})$$

同じ ASTM 粒度番号 N を使用してその差を調べてみる。

N = 10 では

$$N_v (\text{JIS}) = 520000 \quad [\text{個}/\text{mm}^3]$$

$$N_v (\text{ASTM}) = 707000 \quad [\text{個}/\text{mm}^3]$$

となる。この相対誤差は 26% にもおよぶ。誤差値は N の大小とともに変化する。(Table 8, N = 8 での  $N_v$  値は 56000 でなく 65000 の間違い: JIS の計算ミス)

#### 6.1.2 単位面積中の粒子数(個/mm<sup>2</sup>)

Table 8, 10 の(ロ)列に対応する。算出式は JIS では,

$$N_A (\text{JIS}) = 2^{N+3} \quad [\text{個}/\text{mm}^2, 1\text{倍}] \quad (46\cdot\text{イ})$$

を使用し, ASTM では

$$N_A (\text{ASTM}) = 2^{N+2.9542} \quad [\text{個}/\text{mm}^2, 1\text{倍}] \quad (46\cdot\text{ロ})$$

この両式は比較的よく一致している。両表の数値の差異はコンピューターによるまるめの差と 3 と 29542 の差が原因している。

#### 6.1.3 平均粒径による等価直径の計算

JIS では計算していない。ASTM は Table 10 (ホ) 列に対応する。ASTM 計算モデルは等価対象体として正方形を使っている。JIS では数表化していないが正方形モデルをとれば、つぎのような算出式となる。

$$d (\text{JIS}) = \frac{1}{\sqrt{2^{N+3}}} \quad [\text{mm}] \quad (47\cdot\text{イ})$$

Table 8. Grain size relationships (part 1)

Grain size number N	Nominal grains per $(25\text{mm})^2$ at $\times 100$ n	Nominal grains per $\text{mm}^2$ at $\times 1$ $N_A$	Average Number at Grains per $\text{mm}^3$ $N_v$
-3	0.0625	1	0.7
-2	0.125	2	2.0
-1	0.25	4	5.7
0	0.5	8	16
1	1	16	45
2	2	32	128
3	4	64	360
4	8	128	1020
5	16	256	2900
6	32	512	8200
7	64	1024	23000
8	128	2048	56000
9	256	4096	185000
10	512	8192	520000

(八)

(口)

(イ)

Table 9. Grain size relationships (part 2)

Grain size number N	Nominal grains per $\text{mm}$ at $\times 1$ $N_A$	Calculated area of Average Grain Section $\bar{A} \text{ mm}^2$
-3	1	1
-2	2	0.5
-1	4	0.25
0	8	0.125
1	16	0.062
2	32	0.031
3	64	0.0156
4	128	0.0078
5	256	0.0039
6	512	0.00195
7	1024	0.00093
8	2048	0.00049
9	4096	0.000244
10	8192	0.000122

(二)

Table 10. Micro-Grain Size Relationships

ASTM Micro- Grain Size Number N	Calculated "Diameter" of Average Grain		Average Intercept Distance <sup>a</sup> L		Calculated Area of Average Grain Section A		Average Number of Grains per mm <sup>3</sup> N <sub>V</sub>	Nominal Grains per mm <sup>2</sup> at 1 × J	Nominal Grains per in. <sup>2</sup> at 100 × n <sub>1</sub>
	mm	in.	mm	in.	mm <sup>2</sup>	in. <sup>2</sup>			
	$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-3}$		$\times 10^{-4}$		$\times 10^{-6}$		
00 <sup>b</sup>	0.508	20.0	0.451	17.8	258	400	7.63	3.88	0.250
0	0.359	14.1	0.319	12.6	129	200	21.6	7.75	0.50
0.5	0.302	11.9	0.268	10.6	91.2	141	36.3	11.0	0.707
1.0	0.254	10.0	0.226	8.88	64.5	100	61.0	15.5	1.0
...	0.250	9.84	0.222	8.74	62.5	96.9	64.0	16.0	1.03
1.5	0.214	8.41	0.190	7.47	45.6	70.7	103	21.9	1.41
...	0.200	7.87	0.178	6.99	40.0	62.0	125	25.0	1.61
...	0.180	7.09	0.160	6.29	32.4	50.2	171	30.9	1.99
2.0	0.180	7.07	0.160	6.28	32.3	50.0	172.3	31.0	2.0
2.5	0.151	5.95	0.134	5.30	22.8	35.4	290	43.8	2.83
...	0.150	5.91	0.133	5.24	22.5	34.9	296	44.4	2.87
3.0	0.128	5.00	0.113	4.44	16.1	25.0	488	62.0	4.0
...	0.120	4.72	0.107	4.20	14.4	22.3	578.9	69.4	4.48
3.5	0.107	4.20	0.0948	3.73	11.4	17.7	821	87.7	5.66
...	0.090	3.54	0.0799	3.15	8.10	12.6	1 370	123	7.97
4.0	0.0898	3.54	0.0797	3.14	8.06	12.5	1 380	124	8.0
4.5	0.076	2.97	0.0671	2.64	5.70	8.84	2 320	175	11.3
...	0.070	2.76	0.0622	2.45	4.90	7.59	2 920	204	13.2
5.0	0.064	2.50	0.0564	2.22	4.03	6.25	3 910	248	16.0
...	0.060	2.36	0.0533	2.10	3.60	5.58	4 630	278	17.9
5.5	0.0534	2.10	0.0474	1.87	2.85	4.42	6 570	351	22.6
...	0.050	1.97	0.0444	1.75	2.50	3.88	8 000	400	25.8
6.0	0.045	1.77	0.0399	1.57	2.02	3.13	11 000	496	32.0
...	0.040	1.58	0.0355	1.40	1.60	2.48	15 600	625	40.3
6.5	0.038	1.49	0.0335	1.32	1.43	2.21	18 600	701	45.3
...	0.035	1.38	0.0311	1.22	1.23	1.90	23 000	816	52.7
7.0	0.032	1.25	0.0282	1.11	1.01	1.56	31 000	992	64.0
...	0.030	1.18	0.0267	1.05	0.90	1.40	37 000	1 110	71.7
7.5	0.027	1.05	0.0237	0.933	0.713	1.10	52 500	1 400	90.5
...	0.025	0.984	0.0222	0.874	0.625	0.969	64 000	1 600	103
8.0	0.0224	0.884	0.0199	0.785	0.504	0.781	88 400	1 980	128
...	0.0200	0.787	0.0178	0.699	0.40	0.620	125 000	2 500	161
8.5	0.0189	0.743	0.0168	0.660	0.356	0.552	149 000	2 810	181
9.0	0.0159	0.625	0.0141	0.555	0.252	0.391	250 000	3 970	256
...	0.0150	0.591	0.0133	0.524	0.225	0.349	296 000	4 440	287
9.5	0.0134	0.526	0.0119	0.476	0.178	0.276	420 000	5 610	362
10.0	0.0112	0.442	0.00997	0.392	0.126	0.195	707 000	7 940	512
...	0.0100	0.394	0.00888	0.360	0.10	0.155	1.00 × 10 <sup>6</sup>	10 000	645
10.5	0.00944	0.372	0.00838	0.330	0.089	0.138	1.19 × 10 <sup>6</sup>	11 200	724
...	0.00900	0.354	0.00799	0.315	0.081	0.126	1.37 × 10 <sup>6</sup>	12 300	797
...	0.00800	0.315	0.00710	0.280	0.064	0.0992	1.95 × 10 <sup>6</sup>	15 600	1 010
11.0	0.00794	0.313	0.00705	0.278	0.063	0.0977	2.00 × 10 <sup>6</sup>	15 900	1 020
...	0.00700	0.276	0.00622	0.245	0.049	0.0760	2.92 × 10 <sup>6</sup>	20 400	1 320
11.5	0.00667	0.263	0.00593	0.233	0.045	0.0691	3.36 × 10 <sup>6</sup>	22 400	1 450
...	0.00600	0.236	0.00533	0.210	0.036	0.0558	4.63 × 10 <sup>6</sup>	27 800	1 790
12.0	0.00561	0.221	0.00498	0.196	0.031	0.0488	5.66 × 10 <sup>6</sup>	31 700	2 050
...	0.00500	0.197	0.00444	0.175	0.025	0.0388	8.00 × 10 <sup>6</sup>	40 000	2 580
12.5	0.00472	0.186	0.00419	0.165	0.022	0.0345	9.51 × 10 <sup>6</sup>	44 900	2 900
...	0.00400	0.158	0.00355	0.140	0.0160	0.0248	15.62 × 10 <sup>6</sup>	62 500	4 030
13.0	0.00397	0.156	0.00352	0.139	0.0158	0.0244	16.0 × 10 <sup>6</sup>	63 500	4 100
13.5	0.00334	0.131	0.00296	0.117	0.011	0.0173	26.9 × 10 <sup>6</sup>	89 800	5 800
...	0.00300	0.118	0.00266	0.105	0.009	0.0140	37.0 × 10 <sup>6</sup>	111 000	7 170
14.0	0.00281	0.111	0.00249	0.0981	0.0079	0.0122	45.2 × 10 <sup>6</sup>	127 000	8 200
...	0.00250	0.098	0.00222	0.0874	0.00625	0.00969	64.0 × 10 <sup>6</sup>	160 000	10 300

<sup>a</sup> The use of 00 is recommended instead of "—1" or "minus 1" to avoid confusion.<sup>b</sup> Value of Heyn intercept for equiaxed grains.

(六)

(二)

(一)

(口)

(八)

$$d (\text{ASTM}) = \frac{1}{\sqrt{\frac{N+2.9542}{2}}} \quad [\text{mm}] \quad (47 \cdot \square)$$

Table 11 には ASTM E-112 による倍率、粒度番号、粒径の関係を示す。

Table 11 Relationships Between the Actual Grain Size of Specimens Viewed at Various Magnifications and the Standard Series of Photomicrographs

Specimen Magnification	Actual Grain Size of Specimen, Expressed as "Diameter" of Average Cross Section When Specimen Image, at Magnification Indicated, <sup>a</sup> Matches Standard Series of Photographs										
	Standard Series of Photomicrographs at 100X										
ASTM Micro-Grain Size Number	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
100X	mm	0.360	0.300	0.250	0.210	0.180	0.150	0.130	0.110	0.090	0.075
	in	0.014	0.012	0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.0035	0.003
75X	mm	0.480	0.400	0.330	0.280	0.240	0.210	0.170	0.140	0.120	0.100
	in	0.019	0.016	0.013	0.011	0.009	0.008	0.0065	0.0055	0.0045	0.003
50X	mm	0.720	0.600	0.500	0.420	0.360	0.300	0.250	0.210	0.180	0.150
	in	0.028	0.024	0.020	0.016	0.014	0.012	0.010	0.008	0.007	0.005
25X	mm	1.440	1.200	1.000	0.840	0.720	0.600	0.500	0.420	0.360	0.300
	in	0.056	0.047	0.040	0.033	0.028	0.024	0.020	0.016	0.014	0.012
ASTM Micro-Grain Size Number	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	
100X	mm	0.055	0.045	0.035	0.030	0.026	0.022	0.019	0.016	0.013	0.011
	in	0.002	0.0018	0.0014	0.0012	0.001	0.0009	0.0007	0.0006	0.0005	0.0004
75X	mm	0.075	0.060	0.045	0.040	0.035	0.030	0.025	0.020	0.018	0.015
	in	0.003	0.0023	0.0018	0.0016	0.0014	0.0012	0.001	0.0008	0.0007	0.0006
50X	mm	0.110	0.090	0.075	0.065	0.055	0.045	0.035	0.030	0.026	0.022
	in	0.004	0.0035	0.003	0.0025	0.002	0.0018	0.0014	0.0012	0.001	0.0009
25X	mm	0.210	0.180	0.150	0.130	0.110	0.090	0.075	0.065	0.055	0.045
	in	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.0035	0.003	0.0025	0.002	0.0018
Standard Series of Photomicrographs at 75X (Plate III) <sup>b</sup>											
25X	mm	0.030	0.045	0.060	0.080	0.110	0.140	0.150	0.180	0.210	0.270
50X	mm	0.015	0.020	0.030	0.040	0.050	0.070	0.080	0.090	0.100	0.140
75X	mm	0.010	0.015	0.020	0.025	0.035	0.045	0.050	0.060	0.070	0.090
100X	mm	...	0.010	0.015	0.020	0.025	0.035	0.040	0.045	0.050	0.070
											0.090
											0.110
											0.150

<sup>a</sup> It is recommended that the macro-gran size numbers (see 6.7) be used for grains sizes larger than 0.5 mm (0.02 in.), 25X be used only for grain sizes larger than 0.210 mm (0.008 in.), that 50X be used only for grain sizes larger than 0.075 mm (0.003 in.). For the smaller grain sizes, greater accuracy generally can be secured by increasing the magnification. This table can be used for comparisons at 25X, 30X, 50X, 75X, or 100X by dividing by 10 the grain size indicated at 25X, 30X, 50X, 75X, or 100X, respectively. Thus, at 25X, a grain size which will match the same standard photograph of 0.050 mm (0.0015 in.) at 75X, will be an 0.015 mm grain size (0.150 at 25X divided by 10).

<sup>b</sup> The values shown in this table have been rounded off to approximate commercial usage. See Table 2 for exact values.

#### 6.1.4 単位の換算率

JIS は(とくに切断法等で)

$$1 \text{ inch} = 25.0 \quad [\text{mm}] \quad (48 \cdot 1)$$

を使用するが、ASTMでは

$$1 \text{ inch} = 25.4 \quad [\text{mm}] \quad (48 \cdot \square)$$

を使用する。

## 6.2 結晶粒径の算出

(47)式は結晶粒径  $d$  を与えているが、現実の問題ではこの式は使いにくい。何故なら、この式が使用できるのは対象倍率が1倍のときに限定されている。しかし現実には、試料を倍率  $M$  倍で撮り、ASTM標準図と比較し粒度番号  $N_M$  を決定する。さらにこれを換算して  $d$  を決めるためにさき程の式では不便なのである。この不便さを解消するために 5.4 で導入した公式を使用する。つまり (37') 式から粒平均面積について

$$\bar{A} = \frac{1290}{M^2} 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{個}]$$

(  $N$  は換算した  $N_M$  の値 )、また単位体積あたりの粒数  $N_v$  は

$$N_v = \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} = 1.84 M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}N} \quad [\text{個}/\text{mm}^3]$$

さらに結晶粒度の定義式  $S_v$  は

$$S_v = \frac{8}{3} \left[ \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \\ = \frac{2126}{M^2} 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

粒径評価はこの3つの式を目的に応じて使用する。

ただ等価直径  $d$  を決めるのにどの様に対象物を定めるかによって  $\bar{A}$  の式はかわる。 $N_v$ ,  $S_v$  も  $\bar{A}$  に関係した量であるから当然かわる。たとえば

$$\begin{aligned} \text{円: } \bar{A} &= \frac{\pi}{4} d^2 & (d: \text{直径}) \\ \text{正方形: } \bar{A} &= d^2 & (d: 1 \text{辺}) \\ \text{正14面体: } \bar{A} &= 6(1+2\sqrt{3}) d^2 & (d: \text{稜長}) \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (49)$$

ここで困る問題は研究者によっては対象物を円にする人もおれば正方形にする人もおるということである。そのとり方で結晶粒の諸量全てが変化すると考えねばならない。したがって粒径を算出した場合、次のことは必ず明記するようにしておかねばならない。

### [i] 測定の次元

{ 1次元 (直線), 2次元 (平面), 3次元 (空間) } のどれかを明記する。

### [ii] 結晶粒度の次元

{ 1次元 (直線), 2次元 (平面), 3次元 (空間) } のどれかを明記する。

### [iii] 等価直径を考えた対象体の次元と形状

{ 2次元の円の直径, 3次元の球の直径, 正方形の一辺, 等…… } を明記する。

ただし一般には [i], [ii] とも特殊な場合を除けば 2次元が大多数である。したがって 2次元を [i], [ii] に対して暗黙の了解とできる。これを考慮して、明記すべきことをまとめると、[iii] とそれにした測定法、すなわち { 計量法, 切断法, 比較法, … } 等である。たとえば、比較法により  $N$ , および  $M$  を算出し、それを円の等価直径 ( 2次元 ) で代表させた場合には、"切断法 - “円”等価直径” のように記しておけばわかる。

## 7 應用（測定例）

(Application—Example of Measurement)

### 7.1 使用公式

使用範囲を次のように分類する。理由はこの4つが最も一般的であると思われるからである。

- イ) 二次元—比較法—円等価直径直徑
- ロ) 二次元—比較法—正方形等価直径直徑
- ハ) 二次元—切断法—円等価直径直徑
- ニ) 二次元—切断法—正方形等価直径直徑

#### 7.1.1 二次元—比較法—円等価直径

\* 粒平均面積 ( $\bar{A}$ ,  $\text{mm}^2/\text{個}$ ) は

$$\bar{A} = \frac{1290}{M^2} 2^{-N} \text{ より}$$

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{を用いて}$$

$$d(\text{比, 円}) = \frac{40500}{M} 2^{-N/2} \quad (\mu\text{m}) \quad (50)$$

\* 単位体積あたりの粒子数 ( $N_v$ ,  $\text{個}/\text{mm}^3$ ) は

$$N_v = \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \quad \text{より}$$

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{を用いて}$$

$$N_v(\text{比, 円}) = \frac{1.44}{10^5} \cdot M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}N} \quad (\text{個}/\text{mm}^3) \quad (51)$$

\* 結晶粒度定義式、すなわち単位体積あたりの粒平均面積 ( $S_v$ ,  $\text{mm}^2/\text{mm}^3$ ) は

$$S_v = \frac{8}{3} (N_v)^{\frac{1}{3}} \quad \text{より}$$

$$N_v(\text{比, 円}) = \frac{1.44}{10^5} \cdot M^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}N} \quad \text{を用いて}$$

$$S_v = \frac{6.49}{10^2} \cdot M \cdot 2^{\frac{N}{2}} \quad (\text{mm}^2/\text{mm}^3) \quad (52)$$

#### 7.1.2 二次元—比較法—正方形等価直径

7.1.1 と同様に

$$\bar{A} = d^2 \quad \text{を用いて}$$

次のように  $d$ ,  $N_v$ ,  $S_v$  を得る。

$$d(\text{比, 正}) = \frac{35900}{M} 2^{-N/2} \quad (\mu\text{m}) \quad (53)$$

$$N_v(\text{比, 正}) = \frac{1.44}{10^5} M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}N} \quad (\text{個}/\text{mm}^3) \quad (54)$$

$$S_v (\text{比, 正}) = \frac{6.49}{10^2} M \cdot 2^{N/2} \quad (\text{mm}^2/\text{mm}^3) \quad (55)$$

### 7.1.3 二次元－切断法－円等価直径

7.1.1 と同様に

$$\bar{A} = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \text{を用いて}$$

次のように  $d$ ,  $N_v$ ,  $S_v$  を得る。

$$d (\text{切, 円}) = \frac{35700}{M} 2^{-N/2} \quad (\mu\text{m}) \quad (56)$$

$$N_v (\text{切, 円}) = \frac{211}{10^5} M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2} \cdot N} \quad (\text{個}/\text{mm}^3) \quad (57)$$

$$S_v (\text{切, 円}) = \frac{7.36}{10^2} M \cdot 2^{N/2} \quad (\text{mm}^2/\text{mm}^3) \quad (58)$$

### 7.1.4 二次元－切断法－正方形等価直径

7.1.1 と同様に

$$\bar{A} = d^2 \quad \text{を用いて}$$

次のように  $d$ ,  $N_v$ ,  $S_v$  を得る。

$$d (\text{切, 正}) = \frac{31600}{M} 2^{-N/2} \quad (\mu\text{m}) \quad (59)$$

$$N_v (\text{切, 正}) = \frac{211}{10^5} M^3 \cdot 2^{\frac{3}{2} N} \quad (\text{個}/\text{mm}^3) \quad (60)$$

$$S_v (\text{切, 正}) = \frac{7.37}{10^2} M \cdot 2^{N/2} \quad (\text{mm}^2/\text{mm}^3) \quad (61)$$

(50)～(61)式の右辺の各因子は全て  $M 2^{N/2}$  という項が共通に含まれているので

$$M \cdot 2^{N/2} \equiv p \quad (62)$$

とおくとすっきりとした形になる。これをまとめて Table 12 に示す。

この表からわかるることは等価直径  $d$  は方法によってはかなり差ができるが

$$N_v \left\{ \begin{array}{l} \text{比較法: } \frac{1}{10^5} P^3 \\ \text{切断法: } \frac{2}{10^5} P^3 \end{array} \right. \quad \left[ \text{個}/\text{mm}^3 \right] \quad \left. \right\} \quad (63)$$

$$S_v \left\{ \begin{array}{l} \text{比較法: } \frac{6.5}{10^2} P \\ \text{切断法: } \frac{7.4}{10^2} P \end{array} \right. \quad \left[ \text{mm}^2/\text{mm}^3 \right] \quad \left. \right\} \quad (64)$$

となり、近似的には

$$N_v \cong \frac{1}{10^5} P^3 \quad (65)$$

$$S_v \cong \frac{7}{10^2} P \cong \frac{1}{10} P \quad (64)$$

とおくことができる。

Table 12. Relationships between  $d$ ,  $N_v$ ,  $S_v$  and  $P$ 

Measuring procedure	Equivalent polyhedron	Calculated equivalent "diameter" of Average Grain $d$ ( $\mu\text{m}$ )	Average Number of Grains/ $\text{mm}^3$ $N_v$ ( $1/\text{mm}^3$ )	Average Area of Grains/ $\text{mm}^3$ $S_v$ ( $\text{mm}^2/\text{mm}^3$ )
Comparison procedure	circle	$40500/P$	$\frac{1}{10^5} P^3$	$\frac{6.5}{10^2} P$
	square	$35900/P$	$\frac{1}{10^5} P^3$	$\frac{6.5}{10^2} P$
Intercept procedure	circle	$35700/P$	$\frac{1}{10^5} P^3$	$\frac{7.4}{10^2} P$
	square	$31600/P$	$\frac{1}{10^5} P^3$	$\frac{7.4}{10^2} P$

$$\text{where } P = M \cdot 2^{N/2}$$

$$= (\text{magnitude}) 2^{\frac{1}{2}} \text{ (grain size number)}$$

## 7.2 数表の作製

Table 12に基づいて、倍率( $M$ )、換算結晶粒度( $N_M \rightarrow N$ )を適当にとった“等価直径  $d$ ”  $N_v$ ,  $S_v$ を計算し、それぞれTable 13~Table 21に示す。

さらに粒度番号  $N_{100}$ を決めるための標準図を“ASTM フェライト結晶粒度標準図(倍率100倍)”<GIS 0552-1957>より引用しFig 5に示す。オリジナルは粒度番号が1~8であったが、さらに小さい結晶粒があった場合を考慮して修正し、番号は2~9までとした。

Table 13. Two Dimensional, Comparison Procedure — "Circle" Equivalent Diameter Model

$$\text{Grain Size : } d(\mu\text{m}) = \frac{40500}{M} 2^{-N/2}$$

(Unit :  $\mu\text{m}$ )

M	N	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	1.	572.8	286.4	190.9	143.2	114.6	95.5	81.8	71.6	63.6	57.3
2.	1.	405.0	202.5	135.0	101.3	81.0	67.5	57.9	50.6	45.0	40.5
2.	2.	286.4	143.2	95.5	71.6	57.3	47.7	40.5	35.8	31.8	28.6
3.	1.	202.5	101.3	67.5	50.6	40.5	33.8	28.9	25.3	22.5	20.3
4.	1.	143.2	71.6	47.7	35.8	28.6	23.9	20.5	17.9	15.9	14.3
5.	1.	101.3	50.6	33.8	22.3	20.3	16.9	14.5	12.7	11.3	10.1
6.	1.	71.6	35.8	23.9	17.9	14.3	11.9	10.2	8.9	8.0	7.2
7.	1.	50.6	25.3	16.9	12.7	10.1	8.4	7.2	6.3	5.6	5.1
8.	1.	35.8	17.9	11.9	8.9	7.2	6.0	5.1	4.0	3.6	3.2
9.	1.	25.3	12.7	8.4	6.3	5.1	4.2	3.6	3.2	2.8	2.5
10.	1.	17.9	8.9	6.0	4.5	3.6	3.0	2.6	2.0	1.8	1.6
11.	1.	12.7	6.3	4.2	3.2	2.5	2.1	1.8	1.6	1.4	1.3
12.	1.	8.9	4.5	3.0	2.2	1.8	1.5	1.3	1.1	1.0	0.9
13.	1.	6.3	3.2	2.1	1.6	1.3	1.1	0.9	0.8	0.7	0.6
14.	1.	4.5	2.2	1.5	1.1	0.9	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4
15.	1.	3.0	1.5	1.1							
M	N	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	52.1	47.7	44.1	40.9	38.2	35.8	33.7	31.8	30.1	28.6	28.6
2.	36.9	33.8	31.2	28.9	27.0	25.3	23.8	22.5	21.3	20.3	20.3
3.	26.0	23.9	22.0	20.5	19.1	17.9	16.8	15.9	15.1	14.3	14.3
4.	18.4	16.9	15.6	14.5	13.5	12.7	11.9	11.3	10.7	10.1	10.1
5.	13.0	11.9	11.0	10.2	9.5	8.9	8.4	8.0	7.5	7.2	7.2
6.	9.2	8.4	7.8	7.2	6.8	6.3	6.0	5.6	5.3	5.1	5.1
7.	6.5	6.0	5.5	5.1	4.8	4.5	4.2	4.0	3.8	3.6	3.6
8.	4.6	4.2	3.9	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.7	2.5	2.5
9.	3.3	3.0	2.6	2.4	2.2	2.1	2.0	1.9	1.9	1.8	1.8
10.	2.3	2.1	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.3	1.3
11.	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1	1.0	0.9	0.9	0.9
12.	1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.8	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6
13.	0.8	0.7	0.7	0.6	0.6	0.6	0.5	0.5	0.5	0.4	0.4
14.	0.6	0.5	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3
15.	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2

Table 14. Two Dimensional, Comparison Procedure — "Square" Equivalent Diameter Model

$$\text{Grain Size : } d(\mu\text{m}) = \frac{35900}{M} 2^{-N/2}$$

(Unit :  $\mu\text{m}$ )

M	N	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	1.	307.7	253.9	169.2	126.9	101.5	84.6	72.5	63.5	56.4	50.8
2.	1.	359.0	179.5	119.7	89.8	71.8	59.8	51.3	44.9	34.9	35.9
3.	1.	253.9	84.6	63.5	50.8	42.3	36.3	31.7	28.2	25.4	25.4
4.	1.	179.5	59.8	44.9	35.9	29.9	25.6	22.4	19.9	17.9	17.9
5.	1.	126.9	42.3	31.7	25.4	21.2	18.1	15.9	14.1	12.7	12.7
6.	1.	89.8	4.9	29.9	22.4	17.9	15.0	12.8	11.2	10.0	9.5
7.	1.	63.5	31.7	21.2	15.9	12.7	10.6	9.1	7.9	7.1	6.5
8.	1.	44.9	22.4	15.0	11.2	9.0	7.5	6.4	5.6	5.0	4.2
9.	1.	31.7	15.9	10.6	7.9	6.3	5.3	4.5	4.0	3.5	3.2
10.	1.	22.4	11.2	7.5	5.6	4.5	3.7	3.2	2.8	2.5	2.2
11.	1.	15.9	7.9	5.2	4.0	3.2	2.6	2.3	2.0	1.8	1.5
12.	1.	11.2	5.6	3.7	2.8	2.2	1.9	1.6	1.4	1.2	1.1
13.	1.	7.9	4.0	2.6	2.0	1.6	1.3	1.1	1.0	0.9	0.8
14.	1.	5.6	2.8	1.9	1.4	1.1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.6
15.	1.	4.0	2.0	1.3	1.0	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4
M	N	500.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	1.	46.2	42.3	39.1	36.3	33.8	31.7	29.9	28.2	26.7	25.4
2.	1.	32.6	29.9	27.6	25.6	23.9	22.4	21.1	19.9	18.9	17.9
3.	1.	23.1	21.2	19.5	18.1	16.9	15.9	14.9	14.1	13.4	12.7
4.	1.	16.3	15.0	13.8	12.8	12.0	11.2	10.6	10.0	9.4	9.0
5.	1.	11.5	10.6	9.8	9.1	8.5	7.9	7.5	7.1	6.7	6.3
6.	1.	8.2	7.2	6.9	6.4	6.0	5.6	5.3	5.0	4.7	4.5
7.	1.	5.6	5.3	4.9	4.5	4.2	4.0	3.7	3.5	3.3	3.2
8.	1.	4.1	3.7	3.5	3.2	3.0	2.8	2.6	2.5	2.4	2.2
9.	1.	2.9	2.6	2.4	2.3	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6
10.	1.	2.0	1.9	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1
11.	1.	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1	1.0	0.9	0.8	0.8	0.8
12.	1.	1.0	0.9	0.9	0.8	0.8	0.7	0.7	0.6	0.6	0.6
13.	1.	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4
14.	1.	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3
15.	1.	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Table 15. Two Dimensional, Comparison Procedure, Value of Particles per Volume

$$Nv \text{ [particles/mm}^3\text{]} = \frac{1}{10^5} (M \cdot 2N/2)^3$$

Unit [particles/mm<sup>3</sup>]

N	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
M										
1.	3.5	28.3	95.5	226.3	441.9	763.7	1212.7	1810.2	2577.4	3535.5
2.	10.0	80.0	270.0	640.0	1256.0	2160.0	3430.0	5120.0	7290.0	10000.0
3.	28.3	226.3	763.7	1810.2	3535.5	6109.4	9701.3	14481.5	20619.2	28284.3
4.	80.0	640.0	2160.0	5120.0	10000.0	17280.0	27440.0	40960.0	58320.0	80000.0
5.	226.3	1810.2	6109.4	14481.5	28284.3	48875.2	77612.0	115852.3	164953.8	226274.2
6.	640.0	5120.0	17280.0	40960.0	80000.0	138240.0	219519.9	327679.9	466519.9	640000.1
7.	1810.2	14481.5	48875.2	115852.3	226274.2	391001.7	620896.1	926818.7	1319630.7	1810193.8
8.	5120.0	40960.0	138240.0	312679.9	640000.1	1105919.7	1756159.5	2621439.3	3732449.4	5120001.1
9.	14481.5	115852.3	391001.7	926818.7	1810193.6	3128013.4	49967169.1	7414549.9	10557045.8	1448150.3
10.	40960.0	327679.9	1105919.7	2621439.3	5120001.1	8847357.8	14049276.0	20971514.0	29859835.0	40960009.0
M										
1.	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
N										

Table 16. Two Dimensional, Comparison Procedure, Value of Surfaces per Volume

$$Sv \left[ \text{mm}^2/\text{mm}^3 \right] = \frac{6.5}{10^2} (M, 2N/2)$$

Unit [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]

N	M	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	4.6	9.2	13.8	18.4	23.0	27.6	32.2	36.8	41.4	46.0	
2.	6.5	13.0	19.5	26.0	32.5	39.0	45.5	52.0	58.5	65.0	
3.	9.2	18.4	27.6	36.8	46.0	55.2	64.3	73.5	82.7	91.9	
4.	13.0	26.0	39.0	52.0	65.0	78.0	91.0	104.0	117.0	130.0	
5.	18.4	36.8	55.2	73.5	91.9	110.3	128.7	147.1	165.5	183.8	
6.	26.0	52.0	78.0	104.0	130.0	156.0	182.0	208.0	234.0	260.0	
7.	36.8	73.5	110.3	147.1	183.8	220.6	257.4	294.2	330.9	367.7	
8.	52.0	104.0	156.0	208.0	260.0	312.0	364.0	416.0	468.0	520.0	
9.	73.5	147.1	220.6	294.2	367.7	441.2	514.8	588.3	661.9	735.4	
10.	104.0	208.0	312.0	416.0	520.0	624.0	728.0	832.0	936.0	1040.0	
11.	147.1	294.2	441.2	588.3	735.4	882.5	1029.5	1176.6	1323.7	1470.8	
12.	208.0	416.0	624.0	832.0	1040.0	1248.0	1456.0	1664.0	1872.0	2080.0	
13.	294.2	588.3	882.5	1116.6	1470.8	1764.9	2059.0	2353.3	2647.4	2941.6	
14.	416.0	832.0	1248.0	1664.0	2080.0	2496.0	2912.0	3328.0	3744.0	4160.0	
15.	588.3	1176.6	1764.9	2353.3	2941.6	3529.9	4116.2	4706.5	5294.8	5683.1	
N	M	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	50.6	55.2	59.8	64.3	68.9	73.5	78.1	82.7	87.3	91.9	
2.	71.5	78.0	84.5	91.0	97.5	104.0	110.5	117.0	123.5	130.9	
3.	101.1	110.3	119.5	128.7	137.9	147.1	156.3	165.5	174.7	183.8	
4.	143.0	156.0	169.0	182.0	195.0	208.0	221.0	234.0	247.0	260.0	
5.	202.2	220.6	239.0	257.4	275.8	294.2	312.5	330.9	349.3	367.7	
6.	286.0	312.0	338.0	364.0	390.0	416.0	442.0	468.0	494.0	520.0	
7.	404.5	441.2	478.0	514.8	551.5	588.3	625.1	661.9	735.4		
8.	572.0	624.0	676.0	728.0	780.0	832.0	884.0	936.0	988.0	1040.0	
9.	808.9	862.5	956.0	1029.5	1103.1	1176.6	1250.2	1323.7	1397.2	1470.8	
10.	1144.0	1248.0	1352.0	1456.0	1560.0	1664.0	1768.0	1872.0	1976.0	2080.0	
11.	1617.9	1764.9	1912.0	2059.1	2206.2	2353.3	2500.3	2647.4	2794.5	2941.6	
12.	2288.0	2496.0	2704.0	2942.0	3120.0	3328.0	3536.0	3744.0	3952.0	4160.0	
13.	3235.7	3529.9	3824.0	4118.2	4412.3	4706.5	5000.7	5294.8	5589.0	5883.1	
14.	4576.0	4992.0	5408.0	5824.0	6240.0	6656.0	7072.0	7488.0	7904.0	8320.0	
15.	6471.4	7059.8	7648.1	8236.4	8824.7	9413.0	10001.3	10589.6	11177.9	11766.3	

Table 17. Two Dimensional, Intercept Procedure — "Circle" Equivalent Diameter Model

$$\text{Grain Size : } d(\mu\text{m}) = \frac{35700}{M} - \frac{N}{2}$$

(Unit :  $\mu\text{m}$ )

N	M	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	564.9	252.4	168.3	126.2	101.0	84.1	72.1	63.1	56.1	50.5	40.5
2.	357.0	176.5	113.0	89.3	71.4	59.5	51.0	44.6	39.7	35.7	25.7
3.	252.4	126.2	64.1	63.1	50.5	42.1	36.1	31.6	28.0	25.2	17.8
4.	176.5	69.3	59.5	44.6	35.7	29.8	25.5	22.3	19.8	17.8	12.6
5.	126.2	63.1	42.1	31.6	25.2	21.0	18.0	15.8	14.0	12.6	8.9
6.	84.3	44.6	29.8	22.3	17.8	14.9	12.8	11.2	10.2	6.9	6.3
7.	63.1	31.6	21.6	15.8	12.6	10.5	9.0	7.9	7.0	4.5	4.5
8.	44.6	22.3	14.9	11.2	8.9	7.4	6.4	5.6	5.0	3.2	3.2
9.	31.6	15.6	10.5	7.9	6.3	5.3	4.5	3.9	3.5	2.2	2.2
10.	22.3	11.2	7.4	5.6	4.5	3.7	3.2	2.8	2.5	0.4	0.4
11.	15.6	7.9	5.3	3.9	3.2	2.6	2.3	2.0	1.8	1.6	1.6
12.	11.2	5.6	3.7	2.8	2.2	1.9	1.6	1.4	1.2	1.1	1.1
13.	7.9	3.9	2.6	2.0	1.6	1.3	1.1	1.0	0.9	0.8	0.8
14.	5.6	2.8	1.9	1.4	1.1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.6	0.6
15.	3.9	2.0	1.3	1.0	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.2	0.2
N	M	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	45.9	42.1	38.8	36.1	33.7	31.6	29.7	28.0	26.6	25.2	25.2
2.	32.5	29.8	27.5	25.5	23.8	22.3	21.0	19.8	18.8	17.8	17.8
3.	22.9	21.0	19.4	18.0	16.8	15.8	14.8	14.0	13.3	12.6	12.6
4.	16.2	14.9	13.7	12.8	11.9	11.2	10.5	9.9	9.4	8.9	8.9
5.	11.5	10.2	9.7	8.4	8.4	7.9	7.4	7.0	6.6	6.3	6.3
6.	8.1	7.4	6.6	6.0	5.6	5.3	5.0	4.7	4.5	4.5	4.5
7.	5.7	5.3	4.9	4.2	3.9	3.7	3.5	3.3	3.2	3.2	3.2
8.	4.1	3.7	3.4	3.2	3.0	2.8	2.6	2.5	2.3	2.2	2.2
9.	2.9	2.6	2.4	2.3	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.6
10.	2.0	1.9	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.1
11.	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0	0.9	0.9	0.8	0.8	0.8	0.8
12.	1.0	0.9	0.9	0.8	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.6	0.6
13.	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4
14.	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
15.	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Table 18. Two Dimensional, Intercept Procedure — "Square" Equivalent Diameter Model

$$\text{Grain Size : } d(\mu\text{m}) = \frac{35700}{M} 2^{-N/2}$$

(Unit :  $\mu\text{m}$ )

N	M	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	44.6, 9	223.4	149.0	111.7	89.4	74.5	63.8	55.9	49.7	44.7	
2.	316.0	158.0	105.3	79.0	63.2	52.7	45.1	39.5	35.1	31.6	
3.	223.4	111.7	74.5	55.9	44.7	37.2	31.9	27.9	24.8	22.3	
4.	158.0	79.0	52.7	39.3	31.6	26.3	22.6	19.8	17.6	15.8	
5.	111.7	55.9	37.2	27.9	22.3	18.6	16.0	14.0	12.4	11.2	
6.	79.0	39.5	26.3	19.8	15.8	13.2	11.3	9.9	8.8	7.9	
7.	55.9	27.9	18.6	14.0	11.2	9.3	8.0	7.0	6.2	5.6	
8.	39.5	19.8	13.2	9.3	7.0	5.6	5.6	4.7	4.4	3.9	
9.	27.9	14.0	9.3	6.6	4.9	3.9	3.3	2.8	2.5	2.2	
10.	19.8	9.9	6.6	4.9	3.9	3.3	2.8	2.5	2.2	2.0	
11.	14.0	7.0	4.7	3.5	2.8	2.3	2.3	2.0	1.7	1.4	
12.	9.9	4.9	3.3	2.5	2.0	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0	
13.	7.0	3.5	2.3	1.7	1.4	1.2	1.0	0.9	0.8	0.7	
14.	4.9	2.5	1.6	1.2	1.0	0.8	0.7	0.6	0.5	0.5	
15.	3.5	1.7	1.2	0.9	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4	0.3	
N	M	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	40.6	37.2	34.4	31.9	29.8	27.9	26.3	24.8	23.5	22.3	
2.	26.7	26.3	24.3	22.6	21.1	19.8	18.6	17.6	16.6	15.8	
3.	20.3	18.6	17.2	16.0	14.9	14.0	13.1	12.4	11.8	11.2	
4.	14.4	13.2	12.2	11.3	10.5	9.9	9.3	8.8	8.3	7.9	
5.	10.2	9.3	8.6	8.0	7.4	7.0	6.6	6.2	5.9	5.6	
6.	7.2	6.6	6.1	5.6	5.3	4.9	4.6	4.4	4.2	3.9	
7.	5.1	4.7	4.3	4.0	3.7	3.5	3.3	3.1	2.9	2.8	
8.	3.6	3.3	3.0	2.8	2.6	2.5	2.3	2.2	2.1	2.0	
9.	2.5	2.3	2.1	2.0	1.9	1.7	1.6	1.5	1.5	1.4	
10.	1.8	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0	

Table 19. Two Dimensional, Intercept Procedure, Value of particles per Volume

$$N_V [\text{particles/mm}^3] = \frac{2}{10^5} (M \cdot 2N/2)^3$$

Unit [particles/mm<sup>3</sup>]

N	M	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	7.1	56.6	190.9	452.5	883.9	1527.4	2425.4	3620.4	5154.8	7071.1	
2.	20.0	160.5	540.0	1280.0	2500.0	4320.0	6860.0	10240.0	14560.0	20000.0	
3.	56.6	452.5	1527.4	3620.4	7071.1	12218.8	19403.0	28963.1	41238.5	56568.5	
4.	160.0	1280.0	4320.0	10240.0	20000.0	34560.0	54880.0	81920.0	116640.0	160000.0	
5.	452.5	3620.4	12218.8	28963.1	56568.5	97550.4	155224.0	231704.7	329907.7	452548.4	
6.	1280.0	10240.0	34560.0	61920.0	160000.0	276479.9	439039.9	655359.8	933119.8	1280000.3	
7.	3620.4	28963.1	97550.4	231704.7	452548.4	782003.3	1247792.3	1653637.5	2639261.4	3620387.6	
8.	10240.0	81920.0	276479.9	655359.8	1280000.3	2211839.4	3512319.0	5242878.5	7464958.8	10240002.3	
9.	28963.1	231704.7	782003.3	1853637.5	3620387.6	6256026.8	9934338.3	1482909.8	21114091.5	28963100.5	
10.	81920.0	655359.8	2211839.4	5242878.5	10240002.3	17694715.5	28098522.0	41943026.0	59719670.0	81920018.0	
N	M	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	9411.6	12218.8	15535.1	19403.0	23864.9	28963.1	34740.2	41238.5	48500.5	56568.5	
2.	26620.0	34560.0	43940.0	54880.0	67500.0	81920.0	98260.0	116640.0	137180.0	160000.0	
3.	75292.7	97550.4	124281.1	155224.0	190918.9	231704.7	277921.3	329907.7	388003.6	452548.4	
4.	212959.9	276479.9	351519.9	439039.9	540000.2	655359.8	786080.1	933119.8	1097440.0	1280000.3	
5.	602341.7	782003.3	994248.5	1241792.3	1527351.1	1853637.5	2223370.4	2639261.4	310409.2	3620387.6	
6.	1703679.6	2211839.4	2812159.5	3512319.0	4320001.3	5242878.5	6228641.1	7464958.8	8779520.3	10240002.3	
7.	461873.6	6256026.8	7953908.1	9934338.3	12218808.5	14829099.8	17786963.0	21114091.5	24832233.5	26963100.5	
8.	13629436.8	17694715.5	22497276.0	28098522.0	34560010.0	41943028.0	50309129.0	59719670.0	70296162.0	81920018.0	
9.	38549869.0	50048214.0	63631905.0	79474706.0	97750468.0	118632798.0	142295704.0	166912732.0	19886788.0	231704804.0	
10.	109035494.0	141557724.0	179978208.0	224788416.0	276480080.0	335544224.0	402473032.0	47775736.0	561889296.0	655360144.0	

Table 20. Two Dimensional, Intercept Procedure, Value of Surfaces per Volume

$$S_V [\text{mm}^2/\text{mm}^3] = \frac{7.4}{10^2} (\text{M} \cdot 2\text{N}/2)$$

Unit [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]

N	M	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	5.2	10.5	15.7	20.9	26.2	31.4	36.6	41.9	47.1	52.3	
2.	7.4	14.8	22.2	29.6	37.0	44.4	51.8	59.2	66.6	74.0	
3.	10.5	20.9	31.4	41.9	52.3	62.8	73.3	83.7	94.2	104.7	
4.	14.8	29.6	44.4	59.2	74.0	88.8	103.6	118.4	133.2	148.0	
5.	20.9	41.9	62.8	83.7	104.7	125.6	146.5	167.4	188.4	209.3	
6.	29.6	59.2	88.8	118.4	148.0	177.6	207.2	236.8	266.4	296.3	
7.	41.9	83.7	125.6	167.4	209.3	251.2	293.0	334.9	376.7	416.6	
8.	59.2	118.4	177.6	236.8	296.0	355.2	414.4	473.6	532.8	592.0	
9.	83.7	167.4	251.2	334.9	418.6	502.3	586.1	669.8	753.5	837.2	
10.	118.4	236.8	355.2	473.6	592.0	710.4	828.8	947.2	1063.6	1184.0	
N	M	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	57.6	62.8	68.0	73.3	79.5	83.7	89.0	94.2	99.4	104.7	
2.	81.4	88.8	96.2	103.6	111.0	118.4	125.8	133.2	140.6	148.0	
3.	115.1	125.6	136.0	146.5	157.0	167.4	177.9	188.4	198.8	209.3	
4.	162.8	177.6	192.4	207.2	222.0	236.8	251.6	266.4	281.2	296.0	
5.	230.2	251.2	272.1	293.0	314.0	334.9	355.8	376.7	397.7	416.6	
6.	325.6	355.2	384.8	414.4	444.0	473.6	503.2	532.8	562.4	592.0	
7.	460.5	502.3	544.2	586.1	627.9	669.8	711.6	753.5	795.4	837.2	
8.	651.2	710.4	769.6	828.8	888.0	947.2	1006.4	1065.6	1124.6	1184.0	
9.	920.9	1004.7	1088.4	1172.1	1252.8	1339.5	1423.3	1507.0	1590.7	1674.4	
10.	1302.4	1420.8	1539.2	1657.6	1776.0	1894.4	2012.8	2131.2	2249.6	2368.0	

Table 21. Common Value of "Surfaces per Volume" Sv  
 $Sv \left[ \text{mm}^2/\text{mm}^3 \right] \approx \frac{1}{10} (\text{M}.2\text{N}/2)$   
 Unit [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]

M	N	50.	100.	150.	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.
1.	7.	14.1	21.2	28.3	35.4	42.4	49.5	56.6	63.6	70.7	70.7
2.	10.6	20.0	30.6	40.0	50.0	60.9	70.0	80.0	90.0	100.0	100.0
3.	14.1	24.3	42.4	56.6	70.7	84.9	99.0	113.1	127.3	141.4	141.4
4.	20.1	40.9	60.0	84.9	113.1	141.4	169.7	198.0	226.3	254.6	262.8
5.	26.3	56.6	80.0	120.0	160.0	200.0	240.0	280.0	320.0	360.0	400.0
6.	40.0	80.0	113.1	169.7	226.3	282.8	339.4	396.9	452.5	509.1	565.7
7.	56.6	113.1	169.7	226.3	320.0	400.0	486.0	560.0	640.0	720.0	800.0
8.	80.0	160.0	226.3	320.0	420.0	522.5	585.7	676.8	792.0	905.1	1018.2
9.	113.1	226.3	320.0	420.0	520.0	600.0	696.0	800.0	1126.0	1266.0	1440.0
10.	160.0	320.0	480.0	640.0	800.0	960.0	960.0	1126.0	1266.0	1440.0	1600.0
11.	226.3	452.5	678.8	905.1	1131.4	1357.6	1583.9	1810.2	2036.5	2262.7	2262.7
12.	320.0	640.0	960.0	1280.0	1600.0	1920.0	2240.0	2560.0	2880.0	3200.0	3200.0
13.	452.5	905.1	1327.0	1810.2	2262.7	2715.3	3167.9	3620.4	4072.9	4525.3	4525.3
14.	560.0	1250.0	1920.0	2560.0	3200.0	3840.0	4480.0	5120.0	5760.0	6400.0	6400.0
15.	800.0	1610.2	2715.3	3620.4	4525.5	5430.6	6335.7	7246.8	8145.9	9051.0	9051.0
M	N	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.
1.	77.6	84.9	91.9	99.0	106.1	113.1	120.2	127.3	134.4	141.4	141.4
2.	110.0	120.0	130.6	140.0	150.0	160.0	170.0	180.0	190.0	200.0	200.0
3.	155.6	169.7	183.6	198.0	212.1	226.3	240.4	254.6	268.7	282.8	282.8
4.	220.0	240.0	260.0	280.0	300.0	320.0	346.0	360.0	380.0	400.0	400.0
5.	311.2	339.4	367.7	396.0	424.3	452.5	480.6	509.1	537.4	565.7	565.7
6.	440.0	480.0	520.0	560.0	600.0	640.0	680.0	720.0	760.0	800.0	800.0
7.	622.3	678.8	735.4	792.0	848.5	905.1	961.7	1018.2	1074.8	1131.4	1131.4
8.	960.0	960.0	1040.0	1120.0	1200.0	1280.0	1360.0	1440.0	1520.0	1600.0	1600.0
9.	1244.5	1357.6	1470.8	1563.9	1697.1	1810.2	1923.3	2036.5	2149.6	2262.7	2262.7
10.	1760.0	1920.0	2020.0	2240.0	2400.0	2560.0	2720.0	2880.0	3040.0	3200.0	3200.0
11.	2489.0	2715.3	2941.6	3167.6	3394.1	3620.4	3846.7	4072.9	4299.2	4525.5	4525.5
12.	3220.0	3640.0	4160.0	4480.0	4860.0	5120.0	5440.0	5760.0	6080.0	6400.0	6400.0
13.	4478.0	5430.6	5883.1	6335.7	6788.2	7246.8	7693.3	8145.9	8598.4	9051.0	9051.0
14.	7040.0	7650.0	8320.0	8960.0	9600.0	10240.0	10880.0	11520.0	12160.0	12800.0	12800.0
15.	9456.1	10661.2	11766.3	12671.4	13376.5	14481.5	15386.6	16291.7	17196.8	18101.9	18101.9

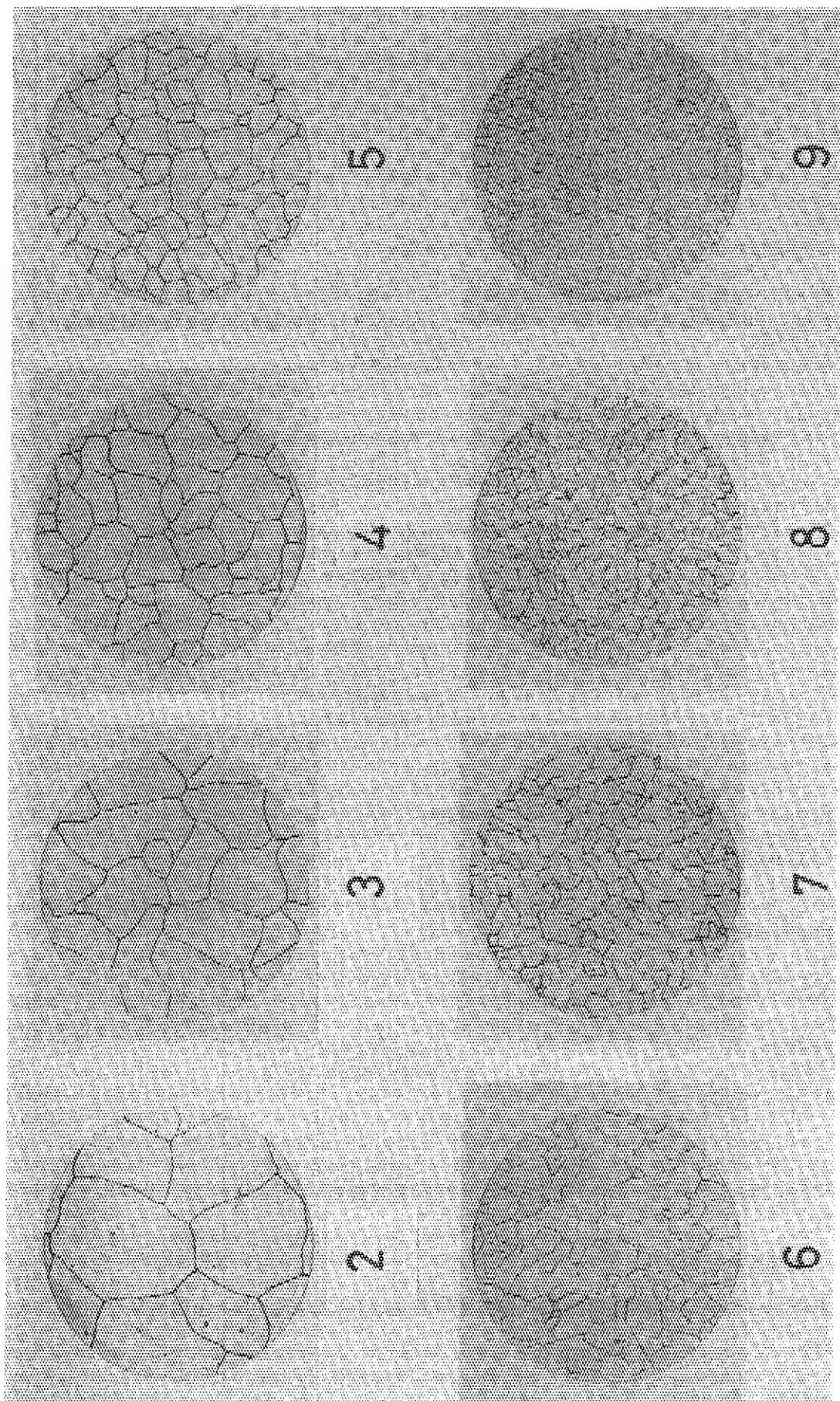


Fig. 5. The Standard Comparison Charts

JIS 0552-1957

### 7.3 測定例

7.2まで必要な準備を全て整えたので、実際に行なった粒度試験を例にとって参考に供したい。

Photo 1は $\text{UO}_2$ ペレットのデンシフィケーション測定の目的で炉外加熱(1700°C, 24hr)した試料の金相写真である。各試料はA～Dの4種類あり、炉から取り出したのち、研磨(#1000エメリー, 6μダイヤモンドペースト), エッチング( $\text{H}_2\text{SO}_4:\text{H}_2\text{O}_2 = 1:8$ )を行なったものである。倍率(M)は400倍である。

このPhoto 1に対し、(2次元)比較法-円等価直径による粒度試験を実施した。測定者は4人で都合上、S(1)～S(4)とする。測定にあたっては5.2で触れておいた注意事項1)～5)を十分に守るようにした。測定の結果をTable 22に示す。

Table 22. Value of  $N_{400}$ , For Two dimensional Comparison  
Procedure Mag.x400 (Photo 1. Refs)

	S(1)	S(2)	S(3)	S(4)
A	5.5	5.5	5.0	5.5
B	6.0	6.0	6.0	6.0
C	6.0	6.0	6.0	6.0
D	7.0	7.0	6.5	6.5

S(1)～S(4): Surveyors

A～D : Samples

(イ) 倍率の変換:  $N_M \rightarrow N$  (100倍)

Table 21に示されるデータは、対象となっている写真倍率が400倍であるから100倍に換算する。これには式から

$$N_{100} = N_{400} + \frac{2}{\log 2} \log \left( \frac{M}{100} \right)$$

この場合  $M = 400$  であるから

$$\begin{aligned} N_{100} &= N_{400} + \frac{2}{\log 2} \log \left( \frac{400}{100} \right) \\ &= N_{400} + 4.0 \end{aligned} \quad (65)$$

となる。 $N_{400}$  の各値(Table 22)に対して上式を用い $N_{100}$  を作る。結果をTable 23に示す。

(ロ) 平均値と標準偏差

Table 23から各試料に対する粒度番号 $N_{100}$  の平均値(=N)と標準偏差を次式により得る。

$$\text{平均値: } N = \sum_{i=1}^4 \frac{N_{100}(i)}{4} \quad (66)$$

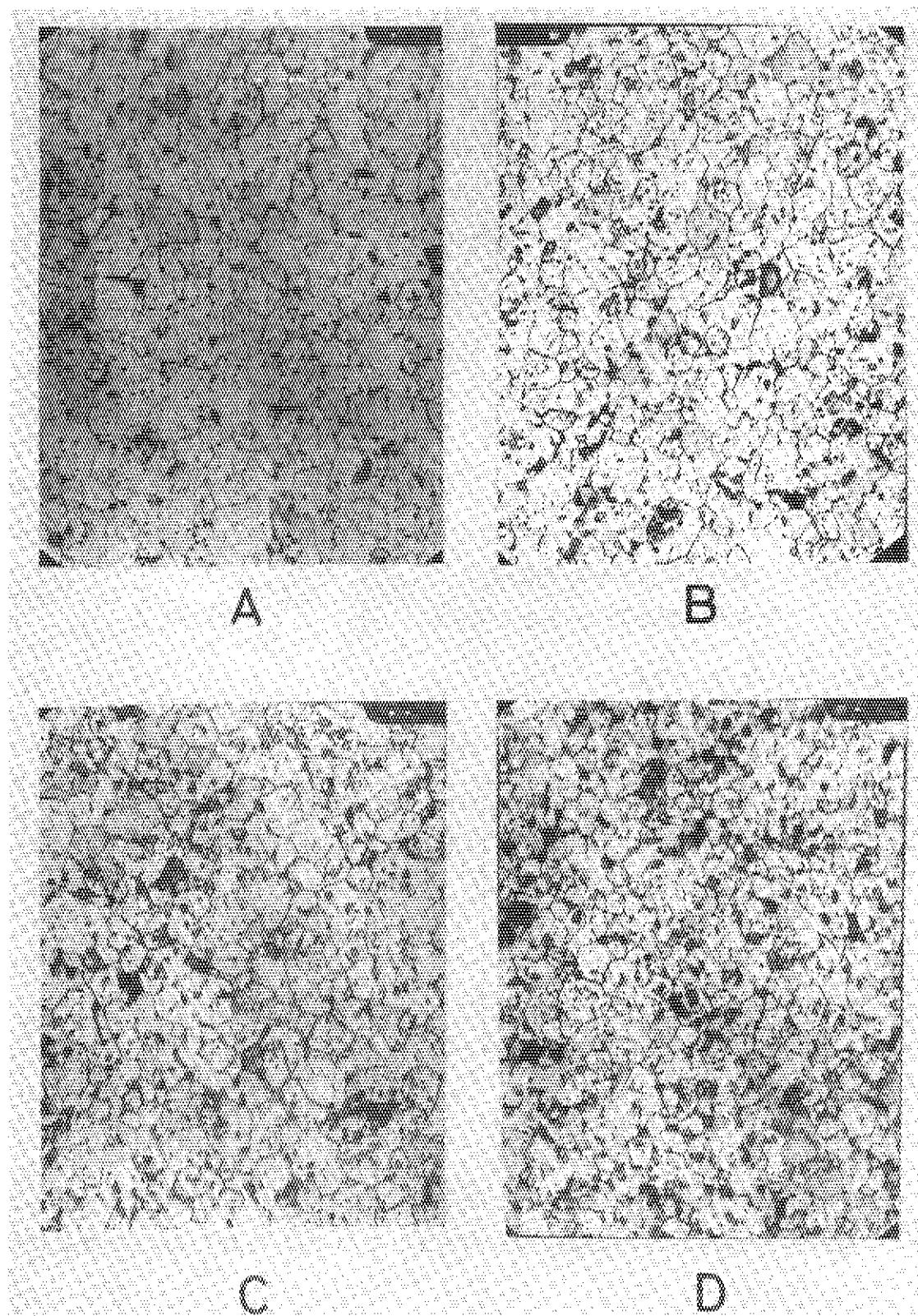


Photo 1. Microstructures of 73F UO<sub>2</sub> Pellet Samples  
after Out-of-Pile Heating. (1700°C, 24hr), X400

Table 23. Value of  $N_{100}$  converted from  $N_{400}$ 

	S(1)	S(2)	S(3)	S(4)
A	9.5	9.5	9.0	9.5
B	10.0	10.0	10.0	10.0
C	10.0	10.0	10.0	10.0
D	11.0	11.0	10.5	10.5

$$N_{100} = N_{400} + 4.0$$

$$\text{標準偏差: } SD = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \frac{(N_{s(i)} - N)^2}{4-1}} \quad (67)$$

ここに  $N_{s(i)}$ : i 番目の測定者が比較法によって求めた粒度番号

SD: 不偏分散による標準偏差

一般には測定者を m 人として  $\sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{(N_{s(i)} - N)^2}{m-1}}$  で示す。

この結果を Table 24 に示す。

Table 24. Resultant of various Samples

	Average value of $N_{100}$	Standard deviation	Grain diameter d		Particles per vol. $N_v$		Surfaces per vol. $S_v$		
			circle	square	circle	square	circle	square	* common
A	9.4	0.25	15.6	13.8	1.1x10 <sup>7</sup>		6.8x10 <sup>2</sup>	1.0x10 <sup>3</sup>	
B	10.0	0.00	12.7	11.2	2.1 "		8.3 "	1.3 "	
C	10.0	0.00	12.7	11.2	2.1 "		8.3 "	1.3 "	
D	10.8	0.29	9.6	8.5	4.8 "		11.0 "	1.7 "	

\*) Used Table 21.

(イ) d,  $N_v$ ,  $S_v$

100 倍に換算した粒度番号の平均値, N と使用倍率 M (この場合 400 倍) が知れたので, 数値表 (Table 13~Table 21) を利用して d,  $N_v$ ,  $S_v$  値を求める。求めた結果を Table 24 に示す。

(ロ) 測定の信頼度

測定の信頼度は標準偏差値から推定可能である。本論ではさらに試料 A, B の写真を 2 枚づつ用意し, A, B, C, D, E (A と同じ), F (B と同じ) とし測定者には事情を説明せずに測定してもらった。結果を Table 25 に示す。これから, かなり良い精度で測定が行なわれたことがわかる。

Table 25. Resultant of a Dummy Testing

Dummy sample are E and F.

	Average value of N <sub>100</sub> :	Value of standard deviation	Grain diameter d: (μm)		Common value of S <sub>v</sub> : (mm <sup>2</sup> /mm <sup>3</sup> )
			circle	square	
A	9.4	0.25	15.6	13.8	1.0x10 <sup>3</sup>
B	10.0	0.00	12.7	11.2	1.3 "
C	10.0	0.00	12.7	11.2	1.3 "
D	10.8	0.29	9.6	8.5	1.7 "
E <sup>1)</sup>	9.6	0.25	14.5	12.9	1.2 "
F <sup>2)</sup>	9.9	0.25	13.1	11.6	1.2 "

1) As same as the sample A

2) As same as the sample B

## 8 まとめ (Summary)

結晶粒度の概念よりはじめ、定義、測定法、問題点、およびUO<sub>2</sub>ペレットの金相を使った応用例につきのべた。以下にその結論をのべる。

結晶粒度は大きさ、形状につき様々に分布する結晶粒の確率変数である。S<sub>v</sub>：単位体積当りの界面面積 [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]、N<sub>L</sub>：任意にとった試験線の単位長当りの切片平均個数 [個/mm]、 $\bar{z}$ ：平均切片間隔 [mm]とするとき、S<sub>v</sub>を結晶粒度と定義し次の関係が成立するものとする。

$$S_v = 2N_L$$

$$= \frac{2}{\bar{z}}$$

結晶粒度の定義にのっとった測定法は様々あるが、一般には二次元測定による比較法（簡便法）と切断法（精密法）がよく用いられる。

微視的なもの（倍率：M、粒度番号：N）と巨視的なもの（粒平均面積A、単位体積あたりの粒子数N<sub>v</sub>、粒度S<sub>v</sub>）との基本関係式は次式で示される。

$$\bar{A} = \frac{1290}{M^2} \cdot 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{個}]$$

$$N_v = \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \quad [\text{個}/\text{mm}^3]$$

Table 25. Resultant of a Dummy Testing

Dummy sample are E and F.

	Average value of N <sub>100</sub> :	Value of standard deviation	Grain diameter d: (μm)		Common value of S <sub>v</sub> : (mm <sup>2</sup> /mm <sup>3</sup> )
			circle	square	
A	9.4	0.25	15.6	13.8	1.0x10 <sup>3</sup>
B	10.0	0.00	12.7	11.2	1.3 "
C	10.0	0.00	12.7	11.2	1.3 "
D	10.8	0.29	9.6	8.5	1.7 "
E <sup>1)</sup>	9.6	0.25	14.5	12.9	1.2 "
F <sup>2)</sup>	9.9	0.25	13.1	11.6	1.2 "

1) As same as the sample A

2) As same as the sample B

## 8 ま と め (Summary)

結晶粒度の概念よりはじめ、定義、測定法、問題点、およびUO<sub>2</sub>ペレットの金相を使った応用例につきのべた。以下にその結論をのべる。

結晶粒度は大きさ、形状につき様々に分布する結晶粒の確率変数である。S<sub>v</sub>：単位体積当たりの界面面積 [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>]、N<sub>L</sub>：任意にとった試験線の単位長当たりの切片平均個数 [個/mm]、 $\bar{t}$ ：平均切片間隔 [mm]とするとき、S<sub>v</sub>を結晶粒度と定義し次の関係が成立するものとする。

$$S_v = 2N_L$$

$$= \frac{2}{\bar{t}}$$

結晶粒度の定義にのっとった測定法は様々あるが、一般には二次元測定による比較法（簡便法）と切断法（精密法）がよく用いられる。

微視的なもの（倍率：M、粒度番号：N）と巨視的なもの（粒平均面積A、単位体積あたりの粒子数N<sub>v</sub>、粒度S<sub>v</sub>）との基本関係式は次式で示される。

$$\bar{A} = \frac{1290}{M^2} \cdot 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{個}]$$

$$N_v = \frac{2}{3} (\bar{A})^{-\frac{3}{2}} \quad [\text{個}/\text{mm}^3]$$

$$S_v = \frac{8}{3} (N_v)^{\frac{1}{3}} = 2.33 (\bar{A})^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

したがって粒度測定を行なった場合には、まず

(1) 測定法(比較法, 切断法, ……)

(2) 等価直徑を考慮した物体の形状( $\bar{A}$ に関係する)を明記してから上式を使用し、目的にかなった量(たとえば粒径d, 粒度 $S_v$ , … 等)を表示すればよい。

結晶粒度の規格でもJISとASTMには差がみられる。とくに粒度番号から任意の倍率での結晶粒の個数(単位面積あたり)を求める場合、ちがいがひどいから注意を要する。ASTMでは結晶粒径の計算に、等価対象体として正方形( $\bar{A} = d^2$ )を仮定している。

応用として $UO_2$ ペレットの炉外加熱後の金相写真につき粒度試験を行なった。二次元比較法一円、正方形等価法によった。結果は良い精度で得られた。d,  $N_v$ はその用いる測定法、等価対象体により値が変化するが、本論で定義した $S_v$ では、どの手段を用いたかに関係なく

$$S_v \approx \frac{1}{10} (M \cdot 2^{N/2}) \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

になる。(Table 21 参照)

結晶粒度としては一般に粒径dによる表示が多いが、量的にも安定のある $S_v$ の使用も考えてよいと思われる。

## 9 あとがき・謝辞

(The Afterword and Acknowledgement)

結晶粒度(Grain Size)は結晶粒分布という確率集団での確率変数であるため定義の仕方いろいろに変わる。さらにその概念の把握の仕方は、どの文献をみても、各国のいろいろな分野での研究者のあいだでまちまちである。しかし近年情報科学技術の発達と共にデータ等の交流が盛んになるに連れ、この実際の材料の諸事象に深く関係する量を不統一のまま残しておくことは諸々のくい違いの原因ともなりうる。事実、本論の計算によれば、その測定法の用いによって20%程度の差が生じる。数多くの文献で測定量につき明示したものは非常に少くない。粒径は知れても、測定法が明示されていなければ、安心できないというのがいつわらざる心境である。

本論を書くにあたって、適切な御教示を下された森島淳好氏、内田正明氏、コンピュータプログラムによる表の作製に御尽力下された泉文雄氏、データ測定に御協力下さった燃料安全第一研究室の皆様に感謝いたします。

$$S_v = \frac{8}{3} (N_v)^{\frac{1}{3}} = 233 (\bar{A})^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

したがって粒度測定を行なった場合には、まず

(1) 測定法(比較法, 切断法, ……)

(2) 等価直徑を考慮した物体の形状( $\bar{A}$ に關係する)を明記してから上式を使用し、目的にかなった量(たとえば粒径d, 粒度 $S_v$ , … 等)を表示すればよい。

結晶粒度の規格でもJ I SとASTMには差がみられる。とくに粒度番号から任意の倍率での結晶粒の個数(単位面積あたり)を求める場合、ちがいがひどいから注意を要する。ASTMでは結晶粒径の計算に、等価対象体として正方形( $\bar{A} = d^2$ )を仮定している。

応用として $UO_2$ ペレットの炉外加熱後の金相写真につき粒度試験を行なった。二次元比較法一円, 正方形等価法によった。結果は良い精度で得られた。d,  $N_v$ はその用いる測定法, 等価対象体により値が変化するが、本論で定義した $S_v$ では、どの手段を用いたかに關係なく

$$S_v \approx \frac{1}{10} (M \cdot 2^{N/2}) \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

になる。(Table 21 参照)

結晶粒度としては一般に粒径dによる表示が多いが、量的にも安定のある $S_v$ の使用も考えてよいと思われる。

## 9 あとがき・謝辞

(The Afterword and Acknowledgement)

結晶粒度(Grain Size)は結晶粒分布という確率集団での確率変数であるため定義の仕方いろいろに変わる。さらにその概念の把握の仕方は、どの文献をみても、各国のいろいろな分野での研究者のあいだでまちまちである。しかし近年情報科学技術の発達と共にデータ等の交流が盛んになるに連れ、この実際の材料の諸事象に深く関係する量を不統一のまま残しておくことは諸々のくい違ひの原因ともなりうる。事実、本論の計算によれば、その測定法の用いによって20%程度の差が生じる。数多くの文献で測定量につき明示したものは非常に少くない。粒径は知れても、測定法が明示されていなければ、安心できないというのがいつわらざる心境である。

本論を書くにあたって、適切な御教示を下された森島淳好氏、内田正明氏、コンピュータプログラムによる表の作製に御尽力下された泉文雄氏、データ測定に御協力下さった燃料安全第一研究室の皆様に感謝いたします。

## 10 記号表 (Notations)

A : 結晶粒分布の任意の結晶粒についての二次元的な面積	[mm <sup>2</sup> /個]
$\bar{A}$ : 結晶粒の平均断面積	[mm <sup>2</sup> /個]
$d_A$ : 次元での等価対象体の直径 (2では円の直径)	
$d'_A$ : 任意の次元での等価対象体の直径 (2では正方形の一辺)	
$d_{A(h)}$ : 任意の次元での " (2では5角形の最大径)	
$d_{A(p)}$ : 任意の次元での " (2では6角形の最大径)	
$D_v$ : 任意の次元での "	(2では球の直径)
$D'_v$ : 任意の次元での "	(2では立方体の一辺)
e : 正14面体の稜長	
$f_i$ : 粒度分布における各区間の度数	
$F_j$ : 累積度数分布, $F_j = \sum_{j \leq i} f_i$	
F(形状) : 形状係数	
$I_1, I_2$ : 直交線分で切断された総括結晶粒数	
$L_1, L_2$ : 直交線分のうちの片方の線分総和	
$\ell(\bar{\ell})$ : 1次元での平均結晶粒径 (平均切片間隔)	[mm]
log : 常用対数	
ln : 自然対数	
M : 顕微鏡または写真の倍率	
$n_i$ : 結晶粒分布の区間 i における結晶粒の個数	
n : 100倍, 1 in <sup>2</sup> (25 mm <sup>2</sup> )あたりの結晶粒数	
$n_M$ : M倍, 1 in <sup>2</sup> (25 mm <sup>2</sup> )あたりの結晶粒数	
$n'_1$ : 1倍, 1 mm <sup>2</sup> あたりの結晶粒数	
$\bar{N}_L$ : 任意にとった長さ L の試験線の単位長あたりの切片の平均個数 ( $= 1/\bar{\ell}$ )	
N : ASTM結晶粒度番号 (100倍), ( $N_{100}$ ともかく)	
$N_M$ : " (M倍)	
$N_A$ : 単位面積中の平均結晶粒数 (n の平均値)	[個/mm <sup>2</sup> ]
$N_v$ : 単位体積中の平均結晶粒数	[個/mm <sup>3</sup> ]
$\sigma$ : 母集団標準偏差	
s : 推定標準偏差	
$S_v$ : 結晶粒度 (単位体積あたりの界面面積)	[mm <sup>2</sup> /mm <sup>3</sup> ]
Q : 倍率補正係数 ( $= N_{100} - N_M$ )	
$\mu$ : 母集団平均	
x : 確率変数	
$\bar{x}$ : 推定平均値	

## 11 参考文献 (References)

- 1) A.M. Ross, Journal of Nucl. Mat. 30 : 134-142 (1969)
- 2) W. Chubb, A.C. Hott, B.M. Argall and G.R. Kilp, Nucl. Tech. 26 : 486 (1975)
- 3) H. Assman and H. Stehle, Deut. Atom. forum. Proceedings Reactor Conference, Karlsruhe (1973) 409.
- 4) H. Stehle and H. Assman, J. Nucl. Mater., 52 : 303 (1974)
- 5) R.L. Coble, J. Appl. Phys. 32 : 787 (1961)
- 6) M.S. Seltzer, A.H. Clauer, and B.A. Wilcox, Journ. Nucl. Mat. 34 : 351-353 (1970)
- 7) J.B. Newkirk; General Theory, Mechanism and Kinetics, "Precipitation from Solid Solution", ASM, Cleveland, Ohio, 1959
- 8) C.S. Smith; Grains, Phases and Interfaces, an Interpretation of Microstructure, Trans AIME, 175 : 15 (1948)
- 9) W.H. Bassett, and C.H. Davis; Trans. AIME, 60 : 428 (1919)
- 10) H. Borchers, and H. Jordan; Metall., 13 : 390-392 (1959)
- 11) W.J. Babyak, and F.N. Rhines, Trans. AIME, 218 : 21-23 (1960)
- 12) R.P. Carreker, and W.R. Hibbard; Acta Met., 1 : 654-663 (1953)
- 13) F.H. Schuckher, and R. Nilsson, J. Inst. Metals, 88 : 1-14 (1959-60)
- 14) B.A. Thomas, and B.L. Averbach; Acta Met., 7 : 69-75 (1959)
- 15) A.H. Cottrell; Trans. AIME, 212 : 192-202 (1958)
- 16) W.H. Baldwin; Acta. Met., 6 : 239-241 (1958)
- 17) N.J. Petch; J. Iron Steel Inst., 173 : 25 (1953)
- 18) W.J. Babyak, and F.N. Rhines; Trans. AIME 218 : 1122-1123 (1960)
- 19) G. Herdan, "Small Particle Statistics", Elsevier, Amsterdam, (1953)
- 20) A. Hald, "Statistical Theory with Engineering Applications", John Wiley & Sons, Inc., New York
- 21) F.Y. Edgworth; J. Roy. Stat. Soc., 61 : 670-700 (1898)
- 22) J.C. Kapteyh; "Skew Frequency" cited in Reference 4, p185
- 23) F. Schückner, and L. Janerot; Jernkontorets Ann., 143 : 593-614 (1959)
- 24) A.H. Bayin; Cuivre, Laitons, Alliages, 1959 (48): 35-51; 1959 (49) : 33-41
- 25) S. Drapel, and V. Horalek, Hatnicke' listy, 13 : 1105 (1958)
- 26) R.J. Duffin, R.A. Meusner, and F.N. Rhines : Carnegie Inst. Tech. Rept. 32, CIT-AF8A-Tn 32, 1953
- 27) T.H. Hagerman; Geol Forem, Stockholm, Forth 46 : 325 (1925)
- 28) W.C. Krumbein; J. Geol, 43 : 483-496 (1935)

- 29) S.D. Wicksell; Biometrika, 17 : 84 (1925)
- 30) E. Scheil; Z. Anorg. Allgem. Chem., 201 : 259 (1931)
- 31) E. Scheil, and H. Wurst; Z. Metallk, 27 : 199-208 (1935)
- 32) E. Scheil, and H. Wurst; ibid., 28 : 340-343 (1936)
- 33) F. Schückher; "Grain Size" Chep. 54, Acta Polytechnica Scandinavia, Stockholm, 1966.
- 34) J.W. Cahm, and R.L. Fullman, Trans. AIME, 206 : 610-612 (1956)
- 35) H. Münzer, and I. Schneiderhöhn; Heidelberger Beit Mineral Petrog., 3 : 456-471 (1953)
- 36) G.W. Lord, and T.F. Willi., ASTM Bull., 56 : 1951
- 37) E. Horikawa; Iron and Steel; 40 (10) : 991-1000 (1954)
- 38) H. Klemm; Metall., 5 : 337-341 (1951)
- 39) P. Feltham, Acta Met; 5 : 97-105 (1957)
- 40) F.C. Hull, and W.J. Houk; Trans. AIME, 197 : 565-572 (1953)
- 41) J.E. Burke, Metals Technology, TE15 : 2472 (1948)
- 42) P. Beck, Advan. Phys; 3 : 245-324 (1954)
- 43) W. Dickenscheid, Metaux (Corrosion-Ind); 29 : 14-23 (1954)
- 44) JIS : G0551-1956 "Method of Austenite Grain Size Test for Steel"
- 45) JIS : G0552-1957 "Method of Ferrite Grain Size Test for Steel"
- 46) ASTM : Designation E112-63
- 47) A. Braun, Rev. Met : 52 : 672-695 (1955)
- 48) W.A. Johnson, Metal Progr; 49 : 87-92 (1946)
- 49) R. Dederichs, and H. Kostron; "Zwei neue Schnellverfahren zur Kornquerschnittsbestimmung", Weinheim, (1950)
- 50) Z. Jeffries, A.H. Kline, and E.B. Zimmer, Trans. AIME 57 : 596-607 (1916)
- 51) E. Heyn, Metallographist, 6 : 37-64 (1903)
- 52) H.W.L. Phillips; J. Inst. Metals, 58 : 47-108 (1942)
- 53) ASTM : Designation E3-62
- 54) ibid. : E7-73
- 55) ibid. : E20-685<sup>E</sup>
- 56) ibid. : E340-68
- 57) ibid. : E407-70
- 58) V.L. James, Sheet Metal Ind : 37 : 185-199 (1960)
- 59) G.H. Gulliver, J. Inst. Metals : (I) 19 : 145 (1918)
- 60) H.F. Kaiser, Metals Alloys : 9 : 23 (1938)

## 12 付 錄 (Appendices)

## 12.1 金属・セラミックの微視形態

金属、セラミックに限らず、自然界に在る物体のセルはどのような形状のものが安定かについて調べる。平らな面や安定性のある配置をしたセルは、逆にいうと稠密にならない。4本の稜が隅で平衡するために必要な稜間角は4面体角  $\cos^{-1}(-\frac{1}{3}) = 109.5^\circ$ 、3枚の交差界面の角は  $120^\circ$  である。<sup>\*1)</sup>

## 12.1.1 平衡セルに達するまでの過程

セルの平衡は次の1)~4)のプロセスで行なわれる。

- 1) 隅で稜の成す角が等しくなる。
- 2) 稜の曲率(2隅からの方角と距離の関数)が一定になる。
- 3) セル小面(稜の位置と曲率の関数)の曲率が一様になる。
- 4) 大曲率の小面を持つ結晶粒が消滅して全界面面積が減少する。

## 12.1.2 形状に関する位相幾何学的考察

多面体の端の数  $c$ 、稜の数  $e$ 、面の数を  $f$  とする。トポロジーにおけるオイラーの公式から  

$$f - e + c = 2 \quad (121-1)$$

表面エネルギー(自由エネルギー)最小の効果から、3枚の界面は稜を共有し、端では4本の稜が会する。2枚の界面は各稜を共有し、端では3本の稜が会する。

$$\therefore c = \frac{2}{3} e \quad (121-2)$$

(121-1)式から

$$3f - e = 6 \quad (121-3)$$

$$2f - c = 4 \quad (121-4)$$

(121-3), (121-4)式を変形し

$$e = 3(f - 2), c = 2(f - 2)$$

としてみるとわかるように、 $e$ は奇数(3の倍数)、 $c$ は偶数である。 $n$ 本の稜をもった面の数を  $f(n)$  とおくと(121-3)式は

$$\sum_n (6 - n) f(n) = 12 \quad (121-5)$$

とあらわせる。<sup>\*2)</sup>

(121-5)式を変形して、

$$\sum 6f - \sum n f = 12$$

$$\sum n f(n) = 2(\sum 3f - 6)$$

$$\sum n f(n) = 2e \quad (121-6)$$

(ただし、 $n$ についての和は重複して数えている)。2枚の面は各稜を共有するから、面が分離してしまっているとすると、面をかこむ稜の総数は  $2e$  となる。したがって面あたりの平均

\*1) K.J.Mysels, K.Shinoda, and S.Frankel: "Soap Films" Pergamon Press.

\*2) W.M.Williams, and C.S.Smith, J.Metals, 4: 715-765 (1952)

棱数を  $\bar{e}$  とおくと

$$\begin{aligned}\bar{e} &= \frac{\text{棱の総数}}{\text{面の数}} \\ &= \frac{2e}{f}\end{aligned}\quad (121-7)$$

(121-3) 式から

$$\frac{e}{f} = 3 - \frac{6}{f} \quad (121-3')$$

$$\therefore \bar{e} = 6 - \frac{12}{f} \quad (121-8)$$

いままでは単一の孤立セルで考えてきた。N個のセルより成る孤立集合体についても同様である。しかし同一文字は誤りやすいからつぎのように変換を行なう。



このとき

$$F - E + C = 2N \quad (121-10)$$

$$C = \frac{2}{3}E \quad (121-11)$$

$$3F - E = 6N \quad (121-12)$$

$$2F - C = 4N \quad (121-13)$$

孤立多面体を結合し沢山のセルで稠密集合体を作るには、異なるセルの端、棱、面の一一致が必要である。その集合体内で界面として認めうる数は、この系を分離した場合の多角形の面の数の半分になっているはずである。

ところで各々の棱は3個の結晶粒を共有し、端では4個の結晶粒が共有される。したがって稠密連続体の内部の1セルの棱、端、面の有効数、 $e'$ ,  $c'$ ,  $f'$ はこのセルが孤立していた場合と次の関係式でむすばれる。

$$f' = \frac{1}{2}f \quad (121-14)$$

$$e' = \frac{1}{3}e \quad (121-15)$$

$$c' = \frac{1}{4}c \quad (121-16)$$

孤立集合体では

$$F' = \frac{1}{2}F \quad (121-17)$$

$$E' = \frac{1}{3}E \quad (121-18)$$

$$C' = \frac{1}{4}C \quad (121-19)$$

これらと(121-10)～(121-13)から次の式が成立する。

(121-11) 式から

$$C' = \frac{1}{2} E' \quad (121-20)$$

(121-12) 式から

$$\begin{aligned} N &= \frac{F'}{2} - \frac{E'}{6} \\ &= F' - \frac{1}{2} E' \\ &= F' - C' \end{aligned} \quad \left. \right\} (121-21)$$

単位セルあたりの平均頂点数を  $\bar{C}'$  とおくと

$$\begin{aligned} \bar{C}' &= \frac{C'}{N} \\ &= \frac{\bar{e}}{6-\bar{e}} \end{aligned} \quad (121-22)$$

単位セルあたりの平均小面数  $\bar{F}'$  は

$$\begin{aligned} \bar{F}' &= \frac{F'}{N} \\ &= \frac{6}{6-\bar{e}} \end{aligned} \quad (121-23)$$

(121-22) と (121-23) とから

$$\bar{F}' - \bar{C}' = 1 \quad (121-24)$$

(121-23) 式は  $\bar{F} > 0$  でないと意味がない。したがって物理的に意味をもつ  $\bar{e}$  は

$$0 < \bar{e} < 6 \quad (121-25)$$

$F'$ ,  $C'$ ,  $E'$  が整数で  $N$  に無関係ということから,  $\bar{e}$  の形は  $r$ : 整数として

$$\bar{e} = \frac{r-1}{r} \cdot 6 \quad (121-26)$$

$e$ : 小面の稜の数,  $k$ : 小面の曲率とおくと一様な曲率を有する小面の集合体よりなる多角形の面積は

$$\Delta S = [e \cdot \cos^{-1}(-\frac{1}{3}) - (e-2)\pi] / k^2 \quad (121-27)$$

内部に  $N$  個のセルを有する試料の総界面面積  $S$  は

$$S = 6 \sum_{i=1}^N \frac{[\bar{e}_i \cos^{-1}(-\frac{1}{3}) - (\bar{e}_i - 2)\pi]}{k_i^2 (6 - \bar{e}_i)} \quad (121-28)$$

$S$  の最小値は  $0 = \frac{\partial S}{\partial e_i}$  として

$$\begin{aligned} \bar{e}_i &= 2\pi / (\pi - \cos^{-1}(-\frac{1}{3})) \\ &\approx 5.104 \end{aligned} \quad (121-29)$$

$\bar{e}_i$  が整数にならないのは仮定(表面エネルギー最小)が不十分のためである。しかし(121-25)式をほぼ満足している。(121-26)式の  $\bar{e}$  の予想される形に(121-29)の値を入れて  $r$  を求めると

$$5.104 = \frac{r-1}{r} \cdot 6$$

$$r = 6.696 \dots$$

(121-30)

r : 整数を考慮して

$$r = 7$$

(121-31)

をうる。逆に面積を最小にする稜の本数(平均値)は

$$\bar{e} = \frac{r-1}{r} \cdot 6, \quad r = 7$$

$$= \frac{36}{7}$$

(121-31)

(121-22) の  $\bar{C}'$  の式に代入して

$$\bar{C}' = 6$$

(121-32)

(121-16) 式から

$$C = 4 C' = 24$$

(121-33)

(121-23) 式から

$$\bar{F}' = 7$$

(121-34)

(121-17) 式から

$$F = 2 \bar{F}' = 14$$

(121-35)

端点(C)数: 24, 面(F)数: 14 をもつ多面体は何かというと“正14面体”である。すなわち、基礎概念として“表面エネルギーを最小にする物体”から出発して求められる多面体は正14面体である。一般に自然界における平均的なセルの形状はこれと考えられる。

## 12.2 単位体積中の表面積と長さ

顕微鏡組織の図形(界面, 線, 点)と任意の試験線との支点とには次の3つの基本関係式が成立する。

$$(1) \left( \frac{\text{切片の長さ}}{\text{単位面積}} \right) \equiv \frac{\pi}{2} \left( \frac{\text{切片平均個数}}{\text{単位長さ}} \right), \text{ すなわち}$$

$$L_A = \frac{\pi}{2} \bar{N}_L \quad [\text{mm/mm}^2] \quad (122-1)$$

$$(2) \left( \frac{\text{稜長}}{\text{単位体積}} \right) \equiv 2 \left( \frac{\text{試験面交点数}}{\text{単位面積}} \right), \text{ すなわち}$$

$$L_v = 2 \bar{P}_A \quad [\text{mm/mm}^3] \quad (122-2)$$

$$(3) \left( \frac{\text{界面面積}}{\text{単位体積}} \right) \equiv 2 \left( \frac{\text{切片平均個数}}{\text{単位長さ}} \right), \text{ すなわち}$$

$$S_v = 2 \bar{N}_L \quad [\text{個/mm}] \quad (122-3)$$

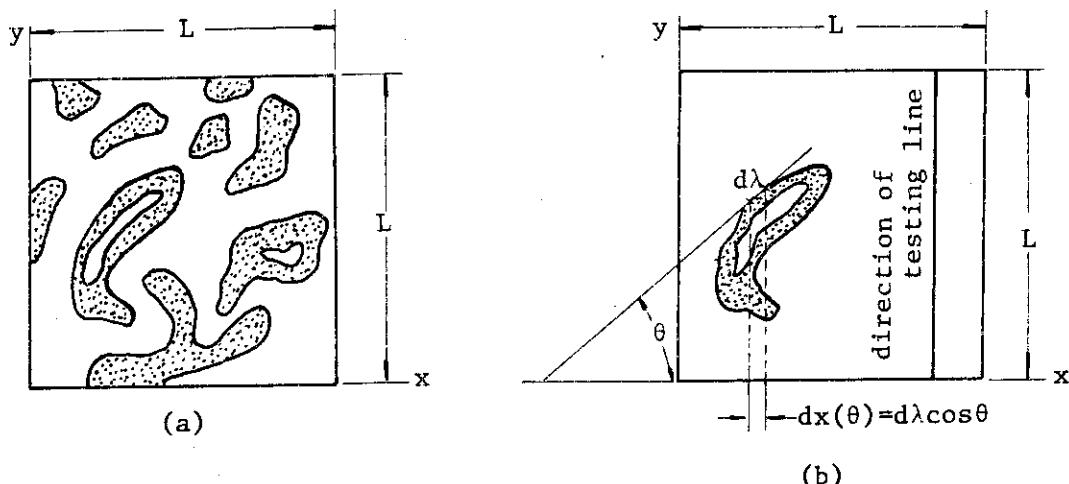
補助式として

$$\left( \frac{\text{単位長さ}}{\text{平均切片個数}} \right) \equiv (\text{平均結晶粒切片}), \text{すなわち}$$

$$1/\bar{N}_L = \bar{\lambda} \quad (122-4)$$

本論では(122-3)式の成立を試みればよいのであるが、上式(122-1)～(122-3)はともに密接に結びついた量であり、かつそれの持つ応用性が広いので、3つとも証明する。

### 122.1 平面中の線要素<sup>\*3) \*4)</sup>



App. Fig.1 Two dimensional Structure

(a) a topological model, (b) a element  
of an arc  $d$

App. Fig.1 のように一辺  $L$  の正方形を考え、その中に適当なトポロジカル図形の集合体があるとする。長さ  $L$  の適当な試験片を引き弧の要素との交わりを考える。試験線の水平傾角  $= \theta$  とする。試験線が弧の要素と交わる確率  $P_r$  とすると

$$\begin{aligned} P_r &\equiv \frac{dx(\theta)}{L} \\ &= \frac{d\lambda |\cos \theta|}{L} \end{aligned} \quad (122-5)$$

試験線を  $N$  本ひけば、図形上の微小要素  $d\lambda$  と交わる点の数は

$$N \cdot P_r = \frac{d\lambda |\cos \theta|}{L} \cdot N \quad (122-6)$$

作図した試験線の全長は  $N \cdot L$  となるから

$$\begin{aligned} \left( \frac{\text{交点}}{\text{単位長}} \right) &\equiv dN_L \\ &= \frac{N \cdot P_r}{N \cdot L} \end{aligned}$$

\*3) S.A.Saltykov, "Stereometric Metallography" 2nd.ed., Metallurgizdat, Moscow, : 446 (1958)

\*4) C.S.Swith, and L.Gattman; Trans AIME; 197: 81 (1953)

$$= \frac{d\lambda |\cos \theta|}{L^2} \quad (122-7)$$

2次元配向での確率密度関数  $f(\theta)$  は

$$f(\theta) = \frac{r d\theta}{2\pi r} = \frac{d\theta}{2\pi} \quad (122-8)$$

ゆえに

$$\begin{aligned} d\bar{N}_L (\text{平均値}) &= \int_0^{2\pi} f(\theta) dN_L(\theta) d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\lambda |\cos \theta|}{L^2} d\theta \\ &= \frac{d\lambda}{2\pi L^2} \int_0^{2\pi} |\cos \theta| d\theta \\ &= \frac{2 d\lambda}{\pi L^2} \end{aligned} \quad (122-9)$$

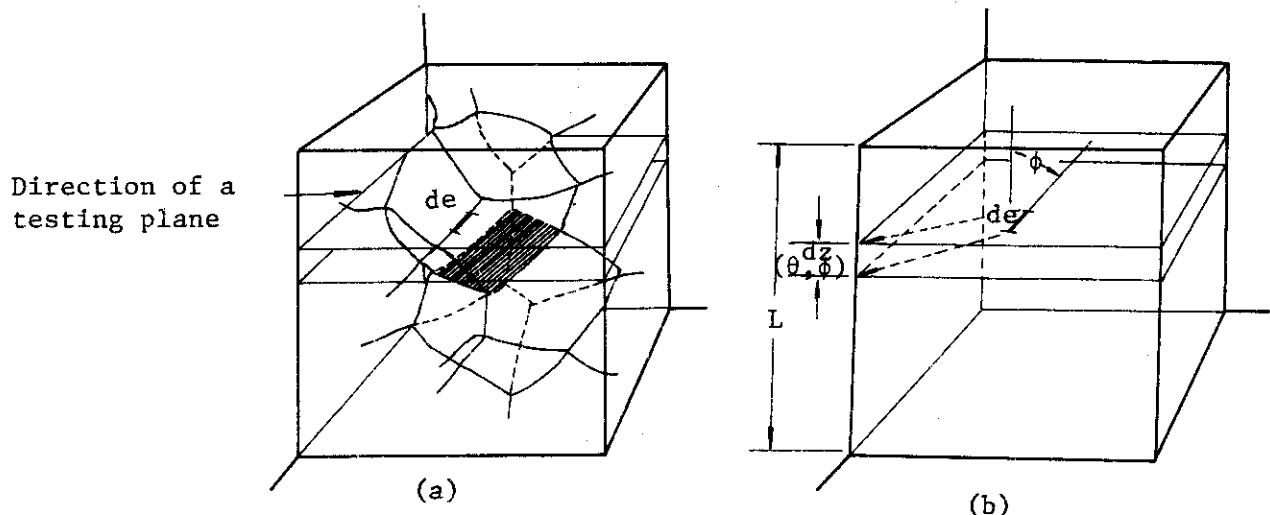
これは標本としてとった領域内の各要素に対し成立する。したがって位置と配向に対し一様に分布している試験線では、その平均交点数として

$$\begin{aligned} \bar{N}_L &= \int_{\lambda} \frac{2}{\pi L^2} d\lambda \\ &= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{L^2} \\ \therefore \frac{\lambda}{L^2} &\equiv L_A = \frac{\pi}{2} \bar{N}_L \end{aligned} \quad (122-10)$$

ここに  $\lambda$  : 標本における線状図形の全長

(終明終わり)

### 12.2.2 空間中の線要素



APP. Fig.2 Three dimensional structure  
 (a) three dimensional structure contains a edge of cell  
 (b) a geometrical feature of the structure

App. Fig. 2 に示す図形を考える。試験面が線状要素と交わる確率は App. Fig. 2 (b) より、それを  $P_r$  として

$$P_r = \frac{dZ(\theta, \phi)}{L} \quad (122-11)$$

試験面の数を  $N$  とする。線状図形の無限小要素  $de$  をとって、 $N$  との交わりを考える。そのときの交点の数は

$$N \cdot P_r \quad (122-12)$$

となる。したがって

$$\begin{aligned} \left( \frac{\text{交点数}}{\text{単位面積}} \right) &\equiv dP_A(\theta, \phi) \\ &= \frac{N \cdot P_r}{NL^2} \\ &= \frac{1}{L^2} \cdot \frac{dZ(\theta, \phi)}{L} \end{aligned} \quad (122-13)$$

ところで(b)図から

$$dZ = de |\cos \phi| \quad (122-14)$$

がいえる。よって

$$dP_A = \frac{1}{L^3} de |\cos \phi| \quad (122-15)$$

3次元での配向の確率密度関数を  $f(\theta, \phi)$  とすると

$$f(\theta, \phi) = \frac{\sin \phi}{4\pi} \quad (122-16)$$

したがって、配向球面上での平均交点数  $d\bar{P}_A$  は

$$\begin{aligned} d\bar{P}_A &= \iint f(\theta, \phi) \frac{dZ(\theta, \phi)}{L^3} d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{de |\cos \phi|}{L^3} \cdot \frac{\sin \phi}{4\pi} d\theta \\ &= \frac{de}{4\pi L^3} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\pi |\cos \phi| \sin \phi d\phi \quad * \end{aligned}$$

$$\text{ここで } \int_0^\pi |\cos \phi| \sin \phi d\phi = \frac{1}{2} B(1, 1) - \frac{1}{2} \left[ \frac{-\cos 2\phi}{2} \right]_{\pi/2}^\pi = 1$$

ただし、 $B(p, q)$ : ベータ関数

$$\therefore * = \frac{de}{4\pi L^3} \cdot 2\pi \cdot 1$$

$$\therefore d\bar{P}_A = \frac{de}{2L^3} \quad (122-17)$$

これは組織中の線状図形の各無限小要素につき成立する。位置と方向に対してランダムな試験面でできる交点の平均は、この総和をとって

$$\bar{P}_A = \int_E \frac{de}{2L^3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E}{2L^3} \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{\text{図形の全長}}{\text{単位体積}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} L_v
 \end{aligned} \tag{122-18}$$

ゆえに  $\frac{E}{L^3} = L_v = \frac{1}{2} \bar{P}_A$  (122-19)

ここに E : 図形の全長

(証明終わり)

この式の意味は“単位体積中にある線の全長は、適当にとった2次元単位面積中にある点を2倍して得られる”ということになる。

### 122.3 空間中の表面積 \*5), \*6)

これは 122.2 と全く同じようにしてできる。試験線が面の要素と交わる確率を  $P_r$  とすれば

$$\begin{aligned}
 P_r &= \frac{dA(\theta, \phi)}{L^2} \\
 &= \frac{dS |\cos\phi|}{L^2}
 \end{aligned} \tag{122-20}$$

( $\theta, \phi$  は App. Fig. 1 および 2 に示すものと同じ)。このとき

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\text{交点数}}{\text{試験線全長}} \right) &= dN_L(\theta, \phi) \\
 &= \frac{N \cdot P_r}{N \cdot L} \\
 &= \frac{dS |\cos\phi|}{L^3}
 \end{aligned} \tag{122-21}$$

ゆえに  $d\bar{N}_L = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{dS |\cos\phi|}{L^3} \cdot \frac{\sin\phi d\phi}{4\pi} d\theta$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{dS}{L^3}
 \end{aligned} \tag{122-22}$$

組織内の全部の面では

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_L &= \int_S \frac{1}{2} \cdot \frac{dS}{L^3} \\
 &= \frac{S}{2L^3} \\
 &= \frac{1}{2} (S_v)
 \end{aligned}$$

\*5) R.J.Duffin, R.A.Messner, and F.N.Rhines, Carnegie Inst Tech Rep 32, CIT-AF8A-1R32, (1953)

\*6) E.Horikawa, Iron and Steel, 40:(10):991 (1953)

ゆえに

$$\bar{N}_L = \frac{1}{2} S_v \quad (122-23)$$

より

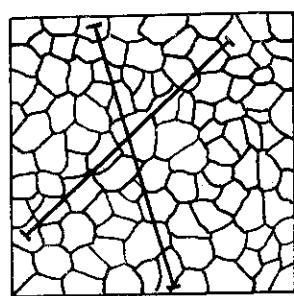
$$S_v = 2 \bar{N}_L$$

( 証明終わり )

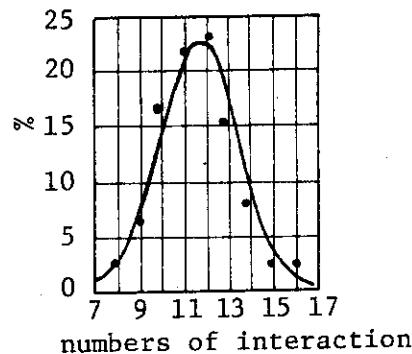
#### 1.2.2.4 補足 (簡単な例題)

(122-1), (122-2) 式を使用した応用例を示す。

##### 1.2.2.4.1 平面中の線要素の利用



(a) a random cutting line on the equiaxed grain



(b) a frequency curve

App. Fig.3 The Application of two dimensional linear element

App. Fig.3 のような等軸フェライトのモデルを考える。これに平面中の線要素の公式

$$L_A = \frac{\pi}{2} \bar{N}_L$$

をあてはめる方式につきのべる。実験手順は次のようになる。

- イ) 長さ L の線分を準備する。
  - ロ) 等方組織の試料に対してこの L を引き交点数を数える。これを  $N_L$  とする。
  - ハ)  $N_L$  の平均値  $\bar{N}_L$  を作る。(倍率が 1 でないときには L の真の長さに対する交点の数をかぞえて平均する)
  - ニ)  $L_A = \frac{\pi}{2} \bar{N}_L$  を使用して単位面積中の線の長さ [mm/mm<sup>2</sup>] が求まる。
  - ホ)  $S_v = 2 \bar{N}_L$  を使用して粒度 [mm<sup>2</sup>/mm<sup>3</sup>] が求まる。
- [注] 線分としては直線でなくて円でもよい。

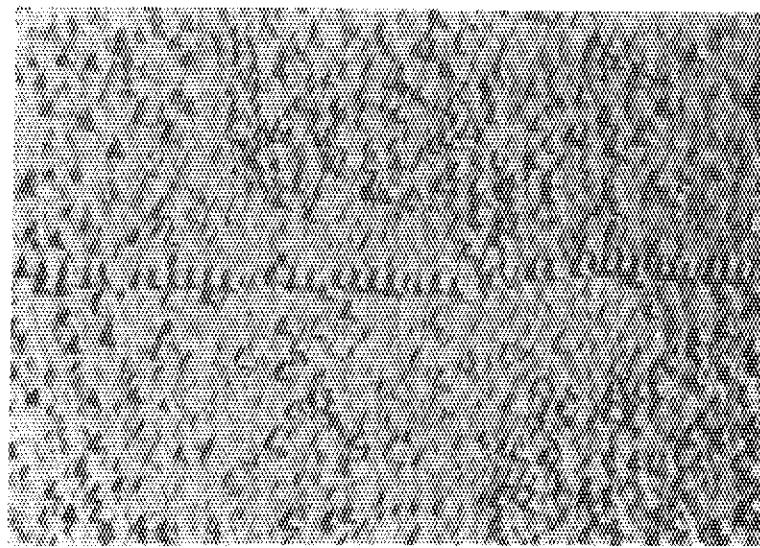
##### 1.2.2.4.2 空間中の線要素の利用

App. Fig.4 は LiF 単結晶をエッチングしたときにあらわれた {100} 面上の 1 群のエッチピットである。これに

$$L_v = 2 \bar{P}_A$$

をあてはめる。

- イ) 任意の面積をもったものを作り。
- ロ) 写真上にそれをおき、その中に入っているエッチピットの数を数える。



App. Fig.4. Etchpit for Nb single crystals  
Slip plane {111}x100 [From C.S. Tedman]

ハ)  $P_A = \frac{\text{エッチピット数}}{\text{観測面積}}$  より  $P_A$ を作り、その平均値  $\bar{P}_A$ を求める。

ニ)  $L_v = 2\bar{P}_A$  [mm/mm<sup>3</sup>]を作る。

これはランダムな方位を持つ転位線の全長となる。

### 1.2.3 切断法での粒径公式の導入

記号の意味は4.2.2に準ずる。

#### 1.2.3.1 公式の導入

面積  $L_1 \times L_2$  内での単位面積あたりの結晶粒の数は

$$\left( \frac{\text{結晶粒数}}{\text{単位面積}} \right) = \frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} \quad [\text{個}/\text{mm}^2] \quad (1.2.3-1)$$

1 in<sup>2</sup> = (25 mm)<sup>2</sup> あたりでは

$$\frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} \quad [\text{個}/(25 \text{ mm})^2] \quad (1.2.3-2)$$

倍率の比は

$$\left( \frac{M}{100} \right)^2 \quad (1.2.3-3)$$

となるから、100倍、(25 mm)<sup>2</sup>あたりの結晶粒の数  $n$  は

$$\begin{aligned} n &= \left( \frac{M}{100} \right)^2 \times 25^2 \times \left( \frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} \right) \times 0.8 \\ &= 500 \times \left( \frac{M}{100} \right)^2 \times \left( \frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} \right) \quad [\text{個}/(25 \text{ mm})^2, 100\text{倍}] \end{aligned} \quad (1.2.3-4)$$

$$n = \frac{1}{A_M} \quad (1.2.3-5)$$

$$\frac{I_1 \times I_2}{L_1 \times L_2} = 2^{1-N_M} \quad (123-6)$$

とおき、Nに倍率補正係数を入れて整理すると

$$\bar{A} = \frac{1000}{M^2} 2^{-N} \quad [\text{mm}^2/\text{個}] \quad (123-7)$$

をうる。

### 1 2 3.2 係数 0.8 の意味

1 2 3.1 の公式導入のさい、n の式の右辺{(123-4) 式参照}に 0.8 が乗じてある。J I S ではこの意味を不明としているが本論では次のように考えた。すなわち 2.4 によれば実際の切断面とそれを円で近似した場合との等価直径の比は

$$\frac{d(\text{実物})}{d(\text{円})} \cong 1.1$$

$$\text{よって } d(\text{円}) \cong \frac{1}{1.1} d(\text{実物})$$

$$= 0.9 d(\text{実物}) \quad (123-8)$$

一般に 1.1 は最小限界で 1.19, 1.24 等さまざまの値をとる。そこで  $\frac{1}{1.1} \sim \frac{1}{1.24}$ , すなわち

0.9 ~ 0.8 を乗じて実物の直径を円に換算した。

それともう 1 つ別の推論は正 14 面体における粒度  $S_v$  (14 面体が) その稜長 e を等価直径とみなして

$$S_v = \frac{1.182}{e} \quad [\text{mm}^2/\text{mm}^3]$$

とあらわされる。 $S_v$  は体積に対する表面積の比である

$$S_v = \left( \frac{\text{表面積}}{\text{体積}} \right)$$

したがって

$$\text{表面積} = S_v (\text{体積})$$

$$= \frac{1.182}{e} (\text{体積})$$

逆に

$$(\text{体積}) \cong (0.85e) (\text{表面積}) \quad (123-9)$$

がいえる。すなわち表面積(二次元)のものを体積(3次元)に変換するのに 0.8 を乗じた。

ただし以上の 2 つはあくまでも推論にすぎない。

### 1 2 3.3 誤差の一原因

理由はどうであっても規格に 0.8 が乗せられているので比較法に比べ、切断法では種々の量が 20% 程度低く出ることがある。厳密にいうと単位換算で 1 in = 25.4 mm を 25 mm としたため 23% も値の低くなることがおこる。これは切断法を使用するさいに知っておくべき誤差であろう。