

JAERI-M
6902

JFT-2におけるローワー・ハイブリッド波
の伝搬特性の数値計算

1977年2月

今井 剛・永島 孝・安積 正史

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

JFT-2におけるローワー・ハイブリッド波
の伝搬特性の数値計算

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

今井 剛・永島 孝・安積正史

(1977年1月6日受理)

JFT-2プラズマのローワー・ハイブリッド共鳴による高周波加熱の観点から、ローワー・ハイブリッド波の伝搬について、数値計算した結果を示す。

まず最初に、流体モデルから出発して準静電波の分散式を導びき、これらの波の伝搬について検討した。

線型モード変換が起こり、イオンによって高周波エネルギーが吸収される転移点について詳しく調べ、その位置が不純物の量や、磁場に平行方向の屈折率によって、影響を受けることがわかった。

また、ランダウ減衰による電子加熱について述べ、JFT-2に用いる多導波管型アンテナの特性について計算した結果を示した。

Numerical Studies of
Lower Hybrid wave Propagation in JFT-2

Tsuyoshi IMAI, Takashi NAGASHIMA, and Masafumi AZUMI
Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai, JAERI

(Received January 6, 1977)

Parametric dependence of the position of the turning point of lower hybrid wave is studied in an electrostatic fluid approximation. The radial position of the turning point is affected by the impurity concentrations and the refractive index parallel to the external magnetic field. The possibility of electron heating due to electron Landau damping is also described. A multi-waveguide array antenna available in JFT-2 is discussed.

目 次

1	序 論	1
2	ローバー・ハイブリッド波 (L.H.W.) の分散式	3
2-1	L.H.W. の分散式の導出	3
2-2	不均一プラズマにおける L.H.W. の伝搬	5
3	分散式の数値計算	6
4	多導波管型アンテナの特性計算	9
5	L.H.W. の吸収機構	11
5-1	電子ランダウ減衰	11
5-2	イオン・サイクロトロン減衰	12
6	結 論	13
付 録 I	流体モデルの有効性	14
付 録 II	導波管型アンテナ "Grill" の理論	17
謝 辞		22
参 考 文 献		22
付 図		36

1 序 論

プラズマの第二段加熱（追加熱）の有力な手段として、高周波による加熱がある。これに用いられる周波数領域は、イオンサイクロトロン周波数よりも低いもの（数kHz）から、電子サイクロトロン周波数以上（数百GHz）まで多岐にわたる。その中で、ローワー・ハイブリッド共鳴周波数（Lower Hybrid Resonance Frequency, 略してL.H.R.F. $\omega_{LH} \approx \omega_{pi} / (1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2)^{1/2}$, ω_{pi} , ω_{ce} は σ 粒子（ i ; イオン, e ; 電子）のプラズマ周波数とサイクロトロン周波数である。¹⁾）と呼ばれるプラズマの特性周波数近傍の電磁波を用いる加熱法が、特に、大型トカマク・プラズマの第二段加熱法として注目を集めている。^{2), 3), 4)} その理由には、電磁波の放出用アンテナを導波管型にできるので、真空容器の中にコイルを必要としない。周波数が高々、数GHzであるため、現在の技術水準から、比較的容易に高出力（～数+MW）のシステムが製作できる等の利点が挙げられる。このような利点を持つ、L.H.R.F. 近傍の電磁波とプラズマの相互作用を物理的に見ると、第一の過程は、アンテナからの電磁波の放出である。

J.E.T. グループによって提案された、導波管型のアンテナ“Grill”については、Brambillaの理論がある。⁵⁾ これによると、磁場方向の一つの導波管の中と波数を、 b , 及び k_z とすると、放出パワーの k_z スペクトルは、 $k_z \sim \pi/b$ にピークを持つ連続スペクトルとなる。また、このピークの位置は、多導波管の場合、相互の位相を変えることにより、ある程度変えられる。次の過程としては、このような k_z を持つ波が、不均一プラズマで、どのように伝搬するかである。良く知られているように、ローワー・ハイブリッド波（L.H.W.）は、近接性条件（Accessibility Condition） $N_z^2 > 1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2$ （磁場方向の屈折率 $N_z = ck_z / \omega$ ）を満たせば、薄いとevanescence層を越えて、密度の高い共鳴領域へと伝搬する。^{1), 2), 3)} この伝搬過程は、波の性質から、次の三つの段階に分けることができる。(1) cold plasma waveとしての伝搬 (2) 温度効果が少し入ったwarm plasma wave (3) 温度効果がさらに強くなり、温度効果によるイオン・サイクロトロン運動が重要な役割を果たす hot plasma wave の分散に従う伝搬である。(2)と(3)の波では、イオンの運動が非常に重要となるが、この(2)の分散に従う波を、ローワー・ハイブリッド波と呼ぶことが多い。(1)から(3)へ波の分散が変化していく過程を、線型モード変換と呼んでいる。プラズマ中の波としてのエネルギーが、プラズマの粒子へ吸収される過程が、第三番目である。

J.F.T-2やJ.F.T-2 a級以上の大型トカマク装置においては、 ω_{LH} 近傍の波動現象に対しては、collisionlessとして取り扱え、減衰機構は、電子及びイオンのランダウ減衰、イオンサイクロトロン減衰が考えられる。 $N_z > c / (3V_{Te})$ の波については、cold plasma波の段階で、磁場に平行方向の電子のランダウ減衰を受け、 $(1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2)^{1/2} < N_z < c / (3V_{Te})$ のエネルギーは、プラズマ中心へ向い、転移点において(1)の波から、(2)の波へ、さらに、(3)の波へと変換し、 k_{\perp} が大きくなり、イオンサイクロトロン減衰や、イオン・ランダウ減衰が、急激に大きくなって、プラズマへ吸収される。^{6), 7)}

以上が、線型理論の範囲に於ける波の伝搬、及びプラズマへの吸収の過程である。JFT-2における高周波加熱実験では、入射パワーが、大きく、非線型現象が起こることが充分予想されるが、その現象の理解には線型理論が基礎となる。この報告では、線型理論内におけるL.H.R.F.近傍の電磁波とプラズマの相互作用について、JFT-2プラズマの加熱の観点から数値計算した結果を述べる。

2 ローワー・ハイブリッド波 (L.H.W.) の分散式

波の伝搬の様子を知るには、分散関係を知ればよい。Vlasov 方程式から、電磁界に対する粒子の分布関数の応答性を知り、プラズマの等価誘電率を求めることにより、厳密な分散式を得ることができる。ローワー・ハイブリッド周波数近傍の準静電波に対し、これまでに Pesic 等により、このような分散式について、詳しく検討されている。⁷⁾ しかしながら、特定の波の伝搬の機構を直観的に把握するには、その波の特性だけを抽出しながら分散式を求めていくとよい。このような目的には、流体モデルから出発するのが適している。以下では、この流体モデルから、ローワー・ハイブリッド波の分散を求める。流体モデルの有効な範囲については、付録 I において簡単に触れた。

2-1 L.H.W. の分散式の導出

静磁場 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ がある均一なプラズマでの流体モデルの静電波に対する基本方程式は、 $n_\sigma, \mathbf{U}_\sigma$ を、それぞれ σ 粒子の密度、及び速度とすると、

$$\frac{d\mathbf{U}_\sigma}{dt} = \frac{e_\sigma}{m_\sigma} (-\nabla\phi + \mathbf{U}_\sigma \times \mathbf{B}_0) - \frac{1}{n_\sigma m_\sigma} \nabla(n_\sigma T_\sigma) \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\sigma \mathbf{U}_\sigma) = 0 \quad \text{----- (2)}$$

$$-\nabla^2 \phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_\sigma n_\sigma e_\sigma \quad \text{----- (3)}$$

である。L.H.W. は $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$ であり、波数は、磁場にほぼ垂直である。したがって、電子と水素イオンのみの二成分プラズマを考えると、電子に対しては、(1)の運動方程式を、電子のサイクロトロン周期で平均すると、磁場に垂直方向の運動は、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ ドリフト $\mathbf{U}_E = \mathbf{E}_\perp \times \mathbf{e}_z / B_0$ と、分極ドリフト $\mathbf{U}_P = - (d\mathbf{E}_\perp / dt) / (B_0 \omega_{ce})$ ($\mathbf{E}_\perp = -\nabla_\perp \phi$) で近似でき、したがって、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_{e\perp} &= \mathbf{U}_E + \mathbf{U}_P \\ \frac{d\mathbf{U}_{ez}}{dt} &= \frac{e}{m_e} \frac{\partial}{\partial z} \phi - \frac{r_e \cdot \mathbf{T}_e}{m_e n_e} \frac{\partial}{\partial z} n_e \end{aligned} \right\} \text{----- (1)'}$$

となる。イオンに対しては、磁場効果は無視でき、

$$\frac{d\mathbf{U}_i}{dt} = \frac{e}{m_i} (-\nabla\phi) - \frac{r_i \cdot \mathbf{T}_i}{m_i n_i} \nabla n_i \quad \text{----- (1)''}$$

(1)', (1)'' 及び(2), (3)式から、空間的揺動を $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ とすると、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\tilde{n}_e + \frac{k_z^2}{k^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} (\tilde{n}_e - \tilde{n}_i) \right] + \frac{k_z^2}{k^2} \omega_{pe}^2 (\tilde{n}_e - \tilde{n}_i) + \frac{\gamma_i}{2} k_z^2 V_{Te}^2 \tilde{n}_e = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{n}_i + \omega_{pi}^2 (\tilde{n}_i - \tilde{n}_e) + \frac{\gamma_i}{2} k^2 V_{Ti}^2 \tilde{n}_i = 0 \quad (5)$$

となる。 \tilde{n}_σ は、 σ の粒子密度の摂動分、 $V_{T\sigma}^2 = 2 T_\sigma / m_\sigma$ である。 γ_σ は波の物理的性質から決まる定数である。(4)、(5)式から導びかれる典型的な波の分散式を次に求めてみる。

(1) $k_z = 0$ の場合

波が磁場に完全に垂直とした場合、(4)式より、 $\tilde{n}_e = \tilde{n}_i (1 + \omega_{ce}^2 / \omega_{pe}^2)^{-1}$ となり、(5)式は、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{n}_i + \frac{\omega_{pi}^2}{(1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2)} \tilde{n}_i + \frac{\gamma_i}{2} k^2 V_{Ti}^2 \tilde{n}_i = 0 \quad (6)$$

(6)式の第二項は、イオンの空間電荷効果が、電子の分極ドリフトによる中和効果の影響を受けたときの復元力、第三項は、温度効果のために、密度の空間的揺動が、復元力となったもので、空間的結合が生じ、伝搬するようになる。断熱条件より $\gamma_i = 3$ となり、(6)式から分散式は

$$\omega^2 = \omega_{LH}^2 + \frac{3}{2} k^2 V_{Ti}^2 \quad (7)$$

である。この(7)式の分散関係で近似できる波が、温度効果の入った warm plasma wave で、これを、ローワー・ハイブリッド波と呼ぶことが多い。

(2) $(k_z^2 / k^2) \cdot (m_i / m_e) \gg 1$ の場合

磁場に対して斜めに伝搬する場合で、磁場に平行方向の電場による電子のその方向への運動が、電子が軽いため、 $k_z / k \ll 1$ でも、(4)、(5)式で支配的となる。この場合には、温度効果は、重要でないので無視して、 $\tilde{n}_E = \tilde{n}_e - \tilde{n}_i$ とおき、(4)と(5)から

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{n}_E + \frac{(k_z^2 / k^2) \cdot \omega_{pe}^2}{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2} \tilde{n}_E + \frac{\omega_{pi}^2}{1 + \omega_{pe}^2 / \omega_{ce}^2} \tilde{n}_E = 0 \quad (8)$$

と表わせる。(8)式は、第二項が分極ドリフトにより弱められた空間電荷効果による電子の磁場に平行方向の運動に伴う復元力を示し、第三項は、(6)式と同じイオンによる復元力である。

$\omega_{pi}^2 \ll \omega_{pe}^2 (k_z^2 / k^2)$ の場合には、電子のみの運動によって(8)式は支配され、電子プラズマ振動とほとんど同じとなり、磁場に斜めに伝わる電子プラズマ波もしくは円柱プラズマでは Trivelpiece-Gould Mode と呼ばれているものである。(8)より分散式は、

$$\omega^2 = \omega_{LH}^2 \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \frac{k_z^2}{k^2} \right) \quad (9)$$

となる。

(7)式における温度効果の項を(8)式に加えることにより、磁場に斜めに伝搬するローワー・ハイブリッド波は、

$$\omega^2 = \omega_{LH}^2 \left(1 + \frac{m_i}{m_e} \frac{k_z^2}{k^2} \right) + \frac{3}{2} k^2 V_{Ti}^2 \quad (9)'$$

と近似できる。Vlasov 方程式から導びかれる L.H.R.F. 近傍の波の分散が、温度効果の比較的小さい warm plasma において、上式で近似できることを付録 I で示した。

2-2 不均一プラズマ中を伝搬する L.H.W.

不均一性があまり強くなく、W.K.B. 法が有効である場合、すなわち

$$\left| \frac{1}{k^2} \nabla k \right| \ll 1 \quad (10)$$

のときには、不均一プラズマでの波の伝搬は、局所的に均一プラズマのもので近似できる。³⁾ Fig 2-1 に近接性条件を満たした L.H.R.F. 近傍の準静電波の不均一プラズマにおける伝搬の特性を模式的に示した。Fig 2-1 (a) は二乗分布の密度及び $1/R$ に比例する磁場分布を示したものである。R は、トラス中心からの距離である。Fig 2-1 (b) の①の領域では、密度が低いため、 k_{\perp} が小さく、 $\omega^2 \sim (k_z^2/k^2) \cdot \omega_{pe}^2 \gg \omega_{pi}^2, k^2 V_{Ti}^2$ で、(9)式の分散特性を持ち磁場に斜めに伝搬する電子プラズマ波であり、密度が高い領域に浸透するにつれて k_{\perp} を増大する。 k_{\perp} が大きくなると磁場に垂直方向の運動及び温度効果が増大し、(7)式で示されるローワー・ハイブリッド波の分散特性を示すようになる。この(7)式の温度効果の入った warm plasma wave と(9)式で近似できる cold plasma wave との転移点を r_1 で示してある。warm plasma 近似の②の領域からさらに k_{\perp} が大きくなると、流体モデルで波を記述できなくなり、Vlasov 方程式から導びかれる Ion Bernstein 波と r_2 で変換される。この領域が③で示したところで、磁場に勾配がある場合には、 r_2 に最も近い、 $\omega = j \omega_{ci}$ 、 $\omega = (j+1) \omega_{ci}$ (j は整数) を満たす二つの磁場面の間には波は停留する。⁶⁾ 実際には、 r_1 を過ぎると k_{\perp} が急激に大きくなり、イオンサイクロトロン減衰又はイオンランダウ減衰が強効き、 r_1 の近傍でイオンにより波のエネルギーは吸収される。 r_1, r_2 の近傍では(10)式が当然満たされていないため、この近傍の波の振舞はこれまでの議論は、厳密には正しくない。転移点における波の振舞についての正確な取り扱いについては Stix 等によって詳しく検討されている。^{1), 3), 8)}

3 分散式の数値計算

プラズマへ導波管型アンテナ“Grill”により入射したL.H.R.F. 近傍の電磁波は、プラズマ中へ入るとほとんど静電的なプラズマ波となり、2で述べたように伝搬していく。JFT-2でのプラズマパラメータでのL.H.W.の伝搬の概略を知るためにローワー・ハイブリッド共鳴及びモード変換を起こす転移点でのプラズマ密度 n と、トロイダル磁場 B の関係をFig.3-1(a)に示した。このときの入射周波数 $f=0.65\text{ GHz}$ 、転移点を計算するとき用いたイオン温度 $T_i=0.25\text{ keV}$ 、電子温度 $T_e=0.8\text{ keV}$ である。Fig.3-1(a)の双曲線型の点線が共鳴、実線が転移点での磁場と密度の関係で、図中のパラメータは、磁場方向の屈折率 N_z である。同じ周波数に対し転移点における密度及び磁場は、共鳴点におけるそれよりも小さくなっている。また、 N_z が大きくなるほど転移点は磁場、密度の小さいところで起こるのがわかる。図中の(1)~(4)の放物線状の曲線は、Fig.2-1(a)のような密度と磁場の分布を示している。例えば、(3)で示した曲線は中心における密度及び磁場を、それぞれ $1.8 \times 10^{19}\text{ m}^{-3}$ 、 1.2 Tesla としたときのプロファイルを示し、この曲線の内部に先ほどの双曲線状の転移点を示す線や、共鳴を示す線が共有点を持てばこの分布のプラズマ中において、転移点や共鳴点を持つことになる。(3)の分布では、 $N_z \geq 5$ ではプラズマ中に転移点を持つが、 $N_z < 5$ の場合には転移点を持たず入射された電磁波はcold plasma waveのまま再び表面へ出て行くことが予想できる。

上で計算した転移点や共鳴点における密度や磁場は、不純物の影響を受ける。これは不純物の存在のためにイオンの密度が小さくなるためである。価電数 Z_j 、質量数 A_j の不純物が c_j 含まれていたとすると、プロトンの密度 n_i は電子密度 n_e に対して

$$n_i = n_e \left(1 - \sum_j c_j Z_j \right)$$

となる。¹⁰⁾ 一方(6)式を導びくに当って不純物による復元力 $\omega_{pj}^2 = \sum_j c_j (Z_j^2/A_j) \omega_{pio}^2$ を付加するとイオンによる復元力は

$$\omega_{pio}^2 \left(1 - \sum_j c_j Z_j \right) + \omega_{pio}^2 \sum_j c_j (Z_j^2/A_j) = \omega_{pio}^2 (1 - \alpha) \quad \text{--- (11)}$$

となる。 $\alpha = \sum_j c_j Z_j [1 - (Z_j/A_j)]$ 、 ω_{pio}^2 は、電子密度で計算したプロトンのプラズマ振動数である。転移点や共鳴点ではイオンの運動が支配的であるために、(11)式の影響が直接表われる。この様子を示したのがFig.3-1(b)である。横軸の密度は、電子密度を示している。不純物は完全電離した酸素イオン O^{+8} を考え、 $N_z = 8$ のときに O^{+8} イオンの量が、0, 2, 4, 6%の場合について転移点での n と B の関係がどう変化するかを示している。点線は共鳴の場合を示している。Fig.3-1(a)の場合と同様にJFT-2で実現できるプロファイルを示した。¹¹⁾ 再び(3)のプロファイルを見ると、 O^{+8} イオンの量が4%以上含まれると転移点をプラズマ中に持たないことがわかる。

転移点及び共鳴点での密度と磁場の値を知ることにより、L.H.R.F. 近傍の波のプラズマ中でのふるまいの概略を上記のように知れる。最後の付図にFig.3-1と同様な図を種々のパラ

メータの場合につき示した。

次に不均一プラズマにおける波の伝搬特性の空間的変化を知るために、Fig 2-1(a)のようなプロファイルを持つプラズマを仮定して、基本式(1)、(2)及び(3)式から各点での分散、電場の強さ等を計算した。不均一性は r 方向のみの一次元スラブ・モデルを用いた。^{6), 9)}

Fig 3-2 は $f = 0.65 \text{ GHz}$, $r = 0$ での密度 $n_0 = 2.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, 磁場 $B_0 = 1.2 \text{ Tesla}$, イオン温度 $T_i = 0.25 \text{ keV}$, $N_z = 4$ のときの r 方向の波数の変化 (a) と、 r 方向の電界の変化 (b) を示す。 $r/a = 1.0$ の表面で $k_r \sim 10^3 \text{ m}^{-1}$ の波が内側へ行くにつれて波数を大きくし、 $r/a \sim 0.2$ で転移点 r_t を持つ、 r_t では $k_r \sim 6 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$ であり、 $k_r \rho_i \sim 10$ で warm wave へ変換されていくのがわかる。このときの電界は、表面の値に比べて転移点では 3 倍程度になっているのがわかる。warm wave になってからは、波は外側へ進み振巾も小さくなっていく。

この節の始めにみたように、不純物の影響で実効的にイオン密度が小さくなる。この影響が空間的伝搬にどのような影響を与えるかを計算した結果を Fig 3-3 に示した。Fig 3-3(a) は、前図とはほぼ同じ条件のもとで、不純物として O^{+8} イオンが、0, 2, 4, 6% のそれぞれの場合について分散特性の変化をみたものである。不純物がないときには、 $r/a \sim 0.3$ 程度のところで転移点を持ち、不純物が増加するにつれて転移点はプラズマ中心 ($r/a = 0$) にシフトする。しかしながら、 O^{+8} イオンの量が 6% を越えると、プラズマ中に転移点を持たなくなり cold wave のままプラズマを通過することがわかる。このような不純物の量の増加に伴う転移点 r_t の変化の様子を計算した結果を、Fig 3-3(b) に示した。図中のパラメータは磁場方向の屈折率 N_z で、 $2 < N_z < 20$ について計算した。 $N_z = 4$ の場合をみると O^{+8} イオンが 0% のときには、 $r_t/a \sim 0.3$ 程度であるが 4% 以上では転移点なくなる。 $N_z = 6$ の場合であると O^{+8} イオンの量が 4% においても $r_t/a \sim 0.2$ であり 6% 以上になって転移点なくなる。 N_z の増加に伴うこのような転移点の変化は、Fig 3-1(a) でみた N_z の増加によって転移点における密度、または磁場が小さくなるという結果に対応している。この図からわかるように、不純物の量の変化による転移点の変化は N_z を適当に変えることにより調整が可能である。この N_z の制御はアンテナとして "Grill" を用いた場合には、可能となる。また実際のアンテナから放出される波の N_z 分布は、有限の拡がりを持っていることに注意しなければいけない。このことについては第 4 節で詳しく述べる。

Fig 3-4 に、転移点 r_t をパラメータにしてプラズマ密度と O^{+8} イオンの量の関係を示した。密度 $n_0 = 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ のプラズマを考えると、 $0 < r_t/a < 0.2$ にするためには、 O^{+8} イオンの量は $N_z = 4$ (上図) の場合、3~5% の範囲にあればよい。一方 $N_z = 8$ の場合には 7~8% 程度が対応する。

Fig 3-5 は、周波数 f に対して転移点 r_t の変化の計算結果を N_z をパラメータにして示したものである。このときの O^{+8} イオンの量は 4% としている。放出パワーの N_z スペクトルのピークの位置が、10 程度迄変化できるとすると転移点が中心付近にあるためには、印加周波数 $f = 0.6 \sim 0.7 \text{ GHz}$ の範囲にあることが必要であると考えられる。このようにプラズマのパラメータが決まれば、線型理論の範囲での最適な周波数を決定できる。

これまで一次元スラブモデルを用いて計算してきた。トカマク配位のプラズマでの L.H.W.

の三次元的伝搬については ref 6) に詳しくかかかれているが，ここでは Fig 3-6 に入射された L.H.W. の ray の軌跡の一例を示しておく。この例は印加周波数 $f = 0.65 \text{ GHz}$ が中心におけるローワー・ハイブリッド共鳴周波数 $f_{LH} \approx 0.6 \text{ GHz}$ よりも大きい場合で，冷いプラズマ近似をした場合の軌跡を示している。トロイダル方向及びポロイダル方向に何回か周りながら中心に向って行くのがわかる。このような三次元的なエネルギーの流れを念頭に置き，これまでの一次元スラブモデルにおける波の特性計算結果を比べれば，より波のふるまいが明確となる。

4 多導波管型アンテナの特性計算

ローワー・ハイブリッド共鳴加熱に用いるアンテナの設計においては、放出波の磁場方向の屈折率 N_z が近接性条件を満たさなければいけない。JETグループによって提案された“Grill”と呼ばれる多導波管型のアンテナがこのような性質を持っている。他にも種々のアンテナが考案されているが、^{12), 13)} 多導波管型のアンテナは、結合コイルを真空容器の中へ直接入れる必要がなく、また放出パワーのスペクトルを隣接する導波管を伝わる電磁波の位相を適当に変えることにより変化できる等の利点をもっている。 N_z スペクトルは、この節で述べるように、アンテナのプラズマとの結合効率に関係するとともに、第3節で述べたように、波の伝搬、吸収に大きく影響を与えるため、これを容易にコントロールできることは非常に有効である。

Fig. 4-1 に示したような高さ a 、巾 b 、仕切板の厚み d の導波管を N_{WG} 個並べたアンテナ“Grill”の特性を Brambilla の理論に従って計算した結果を示す。モデルは Fig. 4-1 で、 $x=0$ がアンテナの端、 $x=x_p$ がプラズマの端であり、以下の計算では a を無限大として、 y 方向の変化 $(\partial/\partial y)=0$ とする Brambilla の計算に従う。Brambilla の理論の概要及び $(\partial/\partial y) \neq 0$ の効果については付録 II で簡単に説明した。

近い将来に拡げられる可能性はあるが、現在の JFT-2 においてはポートの巾が $.066\text{m}$ に制限されている。導波管の数 $N_{WG}=2, 4, 6, 8$ の場合それぞれ $b=.03, .014, .0095, .007\text{m}$ となる。この4つの場合についてアンテナの特性を隣合う導波管の位相差 $\Delta\phi = \phi_{i+1} - \phi_i$ ($\phi_I, \phi_{II}, \dots, \phi_{N_{WG}}$ は、規準位相に対する導波管 I, II, ..., N_{WG} の電磁波の相対位相を示す。)を変えて計算した結果を Fig. 4-2 に示した。Fig. 4-2(a) が $\Delta\phi$ に対する反射係数で、この場合には $N_{WG}=2$ 、または4にすれば比較的反射が少ないことがわかる。Fig. 4-2(b) は、 $\Delta\phi=180^\circ$ としたときの放出パワーのスペクトルで $N_{WG}=2$ のとき $N_z \approx 3$ で、 $N_{WG}=4$ の場合には $N_z \approx 13$ 、 $N_{WG} \geq 6$ のときには、 $N_z > 20$ でピークを持つことがわかる。電子温度が 1keV 程度になると $N_z > 10$ の波は電子のランダウ減衰の効果を受けやすいため、 $N_z \geq 15$ でピークを持たせる必要はない。また $N_{WG} \geq 6$ では回路系も複雑となる。 $N_{WG}=2$ と $N_{WG}=4$ を比較した場合、 $N_{WG}=2$ に比べ $N_{WG}=4$ のほうが N_z の可変範囲が広いが反射は多くなる。しかしながら $N_{WG}=4$ の場合、 $\phi_I = \phi_{II}, \phi_{III} = \phi_{IV}$ とすることにより $N_{WG}=2$ のときとほぼ同じ条件にできると及び将来の拡張性を考えると $N_{WG}=4$ のほうが有利であることがわかる。実際 $\phi_I = \phi_{II} = 0^\circ, \phi_{III} = \phi_{IV} = 180^\circ$ とすることにより反射は 15% 程度となり $N_{WG}=2, \Delta\phi=180^\circ$ にほぼ対応することがわかる。Fig. 4-3(a) に $N_{WG}=4$ の場合について $\Delta\phi=60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ の場合につき、放出パワーの N_z スペクトルを示した。 $\Delta\phi=180^\circ$ のとき $N_z \sim 13$ 、 $\Delta\phi=90^\circ$ では $N_z \sim 5$ でピークを持つ。このように $\Delta\phi$ を変えることにより N_z を変えることができる。

次に JFT-2 のポートの巾を可変とし、加熱実験として最適なアンテナの条件を検討する。まず波の伝搬、吸収の観点から、 N_z のピークの可変範囲としては、 $N_{ac} < N_z < N_{EL}$ 、 $N_{ac} \sim 2$ で近接性条件から決まり、 N_{EL} は電子のランダウ減衰をあまり強く受けたくないという条件

より制限される。Fig 4-3 (b) は $N_{WG}=4$, $b=.03\text{m}$ としたときの放出パワーのスペクトルである。このときは $\Delta\phi$ を $0^\circ\sim 180^\circ$ まで変えることにより $N_z < 8$ の範囲でピークを変えることができる。

次に Fig 4-4 は、 $N_{WG}=2, 4, 8$ の場合について $x_p=0$, $b=.03\text{m}$ のときの反射を計算したものである。 $N_{WG}=4$ が比較的広い範囲にわたり反射が少ない。

Fig 4-5 は、 $N_{WG}=4$ のとき $b=.01\sim .05\text{m}$ の場合について $\Delta\phi$ を変化に対する反射の様子を示している。 $b=.03\text{m}$ の場合が $\Delta\phi$ の広い範囲で反射が少ないのがわかる。波の伝搬吸収の点からもここで述べた反射の点からも、 $b=.03\text{m}$ が、JFT-2 の L.H.R.H. の実験に使用するアンテナとして最適である。

Fig 4-6 (a) は、“Grill” の前の密度勾配の影響を見たもので、このとき $b=.03\text{m}$, $N_{WG}=4$ である。 $(\partial n/\partial x)=10^{21}\text{m}^{-3}$ で、 $\Delta\phi=180^\circ$ のときは最も反射が少ない。一方プラズマと“Grill”の距離 x_p の影響を示す Fig 4-6 (b) から、 $x_p > 5\times 10^{-4}\text{m}$ から反射が大きくなっているのがわかる。実際にはアンテナの前の密度勾配を予測するのはなかなか難しいが、リミッター周辺でのプラズマの密度勾配は 10^{20}m^{-4} 程度である。¹⁴⁾

5 L.H.W. の吸収機構

無衝突プラズマにおける L.H.W. のエネルギーの吸収機構には、線型吸収及び非線型効果による吸収があり、線型吸収には電子のランダウ減衰及びイオン・サイクロトロン減衰が考えられる。^{6), 7), 15), 16)} また、非線型効果によるものについては、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$ ドリフトによるパラメトリック過程、stochastic 加熱によるイオンテイルの形成などが指摘されている。^{6), 17), 18), 19)} プラズマ加熱を目的とした高周波電磁エネルギーの注入においては、オーミック加熱以上のパワーを入れる必要があり、非線型効果を見捨てることはできない。たとえば、JFT-2 でのオーミック・パワーは 100 から 200 KW であり、 200 cm^2 程度の限られた面積から、これと同程度のパワーを入れると表面での電界強度は 1 kV/cm 以上となる。さらに Fig. 3-2 (b) でみたように、電界は内部へ入るにつれて大きくなる。これらのことは非線型過程が重要な役割を果たす可能性を示す。非線型効果には種々のものがあり、個々に詳しく議論されているが、トカマクの加熱実験でどのような形で現象に関与しているか明確でない。JFT-2 の実験においては、このような非線型現象を伴った加熱の機構を明確化することが一つの重要なテーマと考えられるが、ここでは比較的現象の記述が簡単であり、また非線型効果を考える上にも、その基礎となる線型論の範囲での波のエネルギーの吸収機構について簡単に記述する。

5-1 電子ランダウ減衰

電子のランダウ減衰によるプラズマ加熱は、温度プロファイルの制御という立場からも最近注目を集めており、比較的低いパワーでの加熱実験においては、この過程が可能であると考えられている。^{16), 19)}

磁場に平行方向の屈折率が大きくなっていくと、波の磁場方向の位相速度が電子の熱速度に近くなっていくために電子のランダウ減衰が強くなっていく。これによる磁場に垂直方向の波数の虚数部は、実数部を k_{\perp} として、 $k_i \ll k_{\perp}$ を仮定すると、

$$\frac{k_i}{k_{\perp}} \simeq -\frac{1}{k_{\perp}} \cdot \frac{\epsilon_i}{\partial \epsilon / \partial k_{\perp}} \simeq \sqrt{\pi} \left(\frac{\omega}{k_z v_{Te}} \right)^3 e^{-\left(\frac{\omega}{k_z v_{Te}} \right)^2}$$

とかける。¹⁶⁾ プラズマの誘電率 $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$ 、 ϵ_r は実数部、 ϵ_i は虚数部をあらわす。これに JFT-2 のパラメータの一例を入れて減衰率を求めた結果を Fig. 5-1 に示した。このときの $f = 0.65 \text{ GHz}$ 、 $T_{e0} = 1.0 \text{ keV}$ 、 $n_0 = 2.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ である。波数の実数部は、cold plasma 近似から計算した。空間的減衰を示す $k_{\perp} a$ は、温度や密度の空間変化のために大きく変る。 $N_z > 8$ ではほとんど表面で減衰しており、 $N_z < 6$ では減衰がほとんどないことがわかる。 $T_e = 1.0 \text{ keV}$ のとき $v_{Te}/c \sim 1/20$ であり、 $N_z \gtrsim (1/3) \cdot c/v_{Te}$ から電子のランダウ減衰が強くなり出すのがわかる。これからプラズマ電子のどの部分に波のエネルギーを吸収させるかという目的に応じて、 N_z を適当に変えることにより制御可能であることがわかる。プラズマ全体に吸収させるためには、 $6.5 < N_z < 7.5$ とすればよいことがわかる。

5-2 イオン・サイクロトロン減衰

電子のランダウ減衰をほとんど受けなくてプラズマ中心へ入ってきた波は、 k_{\perp} を大きくし warm plasma wave へ転移点でモード変換をし、さらに k_{\perp} を大きくしてゆき、イオン・サイクロトロン減衰を受ける。 k_{\perp} が大きくなり、 $k_{\perp} \rho_i$ が ω/ω_{ci} ($\approx n$; 整数) 程度となると磁場に垂直方向の波数の虚数部は

$$\frac{k_i}{k_{\perp}} \sim \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \cdot \frac{\omega}{k_z V_{Ti}} e^{-\left(\frac{\omega - n\omega_{ci}}{k_z V_{Ti}}\right)^2}$$

と近似できる。¹⁵⁾ したがって、 $((\omega/\omega_{ci}) - n)/k_z \rho_i \ll 1$ であれば $k_i \rho_i \sim$

$k_{\perp} \rho_i \cdot \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \sim 1$ となり、急激に減衰しイオンによって吸収される。

6 結 論

これまでの結果をまとめると，線型理論におけるL.H.W.の伝搬特性を典型的に示すのは，転移点の位置であり，この位置のパラメータ依存性として転移点を外側へ押し出す要因には，密度，磁場，磁場方向の屈折率及びイオン温度の上昇があり，内側へシフトさせる要因には，印加周波数及び不純物の量の増加等がある。このように転移点のパラメータ依存性が明らかになったことにより，L.H.W.のふるまいが明確となり，線型理論内での最適周波数を決定できる。次に，JFT-2のL.H.R.H.用のアンテナの最適化を行い，放出スペクトル及び結合効率から $N_{WG} = 4$ ， $b = .03m$ を得た。また，アンテナからの放出スペクトルの検討及び電子のランダウ減衰の計算から電子加熱の可能性を示した。

JFT-2のL.H.R.H.の実験では，高周波出力最高200kWまで可能であり，オーミック・パワーと同程度の高出力時には，波のエネルギーがプラズマへ行く過程として，非線型効果が無視できないことからこれについての考察も行い，この報告で述べた結果を基礎にして非線型効果を含めた加熱機構を，実験的に明らかにしていく必要がある。

付録 I 流体モデルの有効性

Z 方向に磁場のあるプラズマでの準静電波の分散式は、次式で与えられる。^{1), 7), 15)}

$$1 + \sum_{\sigma} \frac{2k_{D\sigma}^2}{k^2} \left[1 + \xi_{0\sigma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda_{\sigma}} I_n(\lambda_{\sigma}) Z(\xi_{n\sigma}) \right] = 0 \quad \text{--- (A-1)}$$

ここで、 $k_{D\sigma}^2 = \omega_{p\sigma}^2 / V_{T\sigma}^2$ 、 $V_{T\sigma}^2 = 2T_{\sigma} / m_{\sigma}$ 、 $\xi_{n\sigma} = (\omega - n\omega_{c\sigma}) / k_z V_{T\sigma}$ 、 $\lambda_{\sigma} = (k_{\perp} \rho_{\sigma})^2 / 2$ 、 $\omega_{c\sigma} = e_{\sigma} B_{\sigma} / m_{\sigma}$ 、 $\rho_{\sigma} = V_{T\sigma} / \omega_{c\sigma}$ 、 $\omega_{p\sigma}^2 = n_{\sigma} e_{\sigma}^2 / (m_{\sigma} \epsilon_0)$ 、 m_{σ} 、 e_{σ} 、 T_{σ} は、 σ 粒子の質量、電荷、温度である。 $I_n(\lambda)$ は n 次の変形ベッセル関数、 $Z(\xi)$ はプラズマの分散関数で ξ が実数のとき、

$$Z(\xi) \left\{ \begin{aligned} &= -\xi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\pi} (-\xi^2)^n}{(n+1/2)!} + i\sqrt{\pi} \exp[-\xi^2], \quad (\text{級数展開}) \\ &\simeq -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \xi^{-(2n+1)} \frac{1}{(n-\frac{1}{2})!} + i\sqrt{\pi} \exp[-\xi^2], \quad (\text{漸近展開}) \end{aligned} \right.$$

であらわせる。²⁰⁾

電子とプロトンのみからなるプラズマを仮定し L.H.R.F. 近傍の周波数 $\omega_{ci} \ll \omega \ll \omega_{ce}$ かつ $\lambda_e \ll 1$ 、 $|\xi_{ne}| \simeq |n/k_z \rho_e| \gg 1$ ($n \neq 0$) の場合には、

$$1 + \frac{2k_{De}^2}{k^2} \left[1 + \xi_{0e} e^{-\lambda_e} I_0(\lambda_e) Z(\xi_{0e}) \right] + \frac{2k_{Di}^2}{k^2} \left[1 + \xi_{0i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda_i} I_n(\lambda_i) Z(\xi_{ni}) \right] = 0 \quad \text{--- (A-2)}$$

と近似できる。

(i) $(k_z \rho_i)^2 / 2 \ll 1$ 、 $\lambda_i \ll 1$ 、 $\xi_{0i}, \xi_{ni} \gg 1$ の場合、

すなわち、温度効果が非常に小さい場合で (A-2) 式は、

$$1 + \frac{2k_{De}^2}{k^2} \left\{ \lambda_e - \frac{1}{2} \frac{k_z^2 V_{Te}^2}{\omega^2} \right\} + \frac{2k_{Di}^2}{k^2} \left\{ -\frac{\omega_{ci}^2}{\omega^2} \left(\frac{1}{2} \frac{k_z^2 V_{Ti}^2}{\omega_{ci}^2} \right) \right\} = 0$$

となり、整理すると

$$1 - \frac{\omega_{LH}^2}{\omega^2} \left(\frac{m_i}{m_e} \frac{k_z^2}{k^2} + 1 \right) = 0$$

とかけ、流体モデルから導びいた cold plasma wave の分散式(9)と一致する。

(II) $(k_z \rho_i)^2 / 2 \ll 1$, $\xi_e \geq 1$, $\lambda_i \ll (\omega / \omega_{ci})^2$ の場合

このときには、 k_{\perp} が大きくなり、イオンの温度効果が入ってくる。 λ_i 及び ξ_{oe} について (I) よりも高次の項までとると (A-2) 式は、

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k_z^2}{k^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k_z^2}{k^2} \cdot \frac{k_z^2 V_{Te}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k_{\perp}^2 V_{Ti}^2}{\omega^2} = 0 \quad \text{--- (A-3)}$$

となる。(A-3) 式で $k_z = 0$ とすると、2 の流体モデルから得られた磁場に垂直なローワー・ハイブリッド波の分散とほぼ一致するのがわかる。(A-3) 式では電子の磁場方向の運動の効果も含まれている。

(III) $\frac{1}{2} (k_z \rho_i)^2 \ll 1$, $\lambda_i \gg 1$

この場合には、もし ω が $j\omega_{ci}$ (j は整数) に非常に近かった場合、(A-2) 式の第三項のイオンの寄与は j 番目のものが支配的となる。

このときには、イオンの温度効果によるラーモア運動が重要な役割を果たすために、流体近似ではこのときの波のふるまいは近似できない。

電子は cold, イオンについては j 番目の項のみを考えて (A-2) 式を近似すると

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} + \frac{2kD^2}{k^2} \left\{ -e^{-\lambda_i} I_j(\lambda_i) \frac{\omega}{\omega - j\omega_{ci}} \right\} = 0$$

となり整理すると分散式は

$$\omega = j\omega_{ci} + \frac{\omega_{LH}^2}{\omega_{ci}} \frac{j e^{-\lambda_i} I_j(\lambda_i)}{\lambda_i}$$

と書ける。

(IV) $\frac{1}{2} (k_z \rho_i)^2 \leq 1$

(A-2) 式のイオンの項は、

$$\xi_{oi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda_i} I_n(\lambda_i) Z(\xi_{ni}) \approx 1 + Z(\xi_i)$$

となり、 $\xi_i = \omega / (k V_{Ti})$ である。上式を (A-2) 式に入れて $\xi_i \leq 1$ として近似すると

$$1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k_z^2}{k^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k_z^2}{k^2} \cdot \frac{k_z^2 V_{Te}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \cdot \frac{k^2 V_{Ti}^2}{\omega^2} = 0$$

となり (A-3) 式と一致する。

(i)~(iv)で、Vlasov方程式から得られる分散式(A-1)式を4つのパラメータ領域について近似的に表わした。JFT-2のプラズマにおいて期待できる λ_e や ξ_{ne} の値はどれぐらいになるかここで見てみる。

(1) 表面近傍

$T_e \leq 100 \text{ eV}$, $T_i \leq 50 \text{ eV}$, $B_0 \geq 1.0 \text{ Tesla}$, $n \sim 10^{18} \text{ m}^{-3}$ アンテナから放出される波の $k_z \sim 10^2 \text{ m}^{-1}$, したがって表面では $k_{\perp} \sim 10^3 \text{ m}^{-1}$, 程度が期待でき, $f = 0.65 \text{ GHz}$ とすると

$$\lambda_e = (k_{\perp} \rho_e)^2 / 2 \approx 3 \times 10^{-4} \ll 1$$

$$\lambda_i = (k_{\perp} \rho_i)^2 / 2 \approx 10^{-4} \ll 1$$

$$\xi_{oe} = \omega / (k_z V_{Te}) \approx 10 \gg 1$$

$$|\xi_{ne}| = |(\omega - n\omega_{ce}) / (k_z V_{Te})| \geq 1 / (k_z \rho_e) \ll 1 \quad (n \neq 0)$$

$$|\xi_{ni}| = |(\omega - n\omega_{ci}) / (k_z V_{Ti})| > 1 / (k_z \rho_i) \sim 14 \gg 1$$

となり, (i)のパラメータ領域となりこの領域では, 流体近似の(9)式で波が記述できる。

(2) 転移点近傍 (プラズマ中心)

$T_e \sim 1.0 \text{ keV}$, $T_i \sim 300 \text{ eV}$, $B_0 \sim 1.0 \text{ Tesla}$, $n \sim 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ となり, したがって $k_{\perp} \leq 10^4$

$$\lambda_e \leq 0.3$$

$$\lambda_i \sim 5 \times 10 \ll (\omega / \omega_{ci})^2 \sim 5 \times 10^2$$

$$\xi_{oe} = \frac{\omega}{k_z V_{Te}} \sim 3 > 1$$

$$|\xi_{ne}| \sim \frac{1}{k_z \rho_e} \gg 1$$

$$|\xi_{ni}| > \frac{1}{k_z \rho_i} \sim 5 > 1$$

となりほぼ, (ii)の領域と考えることができる。

したがって第一の転移点近傍までは, 流体モデルによる近似は有効であると考えられるが, さらに k_{\perp} が大きくなり(iii)の領域に入ると流体モデルは使えなくなる。

付録Ⅱ 導波管型アンテナ“Grill”の理論

“Grill”の特性計算はBrambillaによって初めて示されたが、その理論ではFig4-1の waveguides の高さ a を無限として、 y 方向の摂動 $(\partial/\partial y)=0$ としている。⁵⁾ ここでは a を有限としてBrambillaの手法で計算を進め、その概要を示し a を無限とし $(\partial/\partial y)=0$ とする近似がどのようなときに有効かを示すとともに、 y 方向の有限性の効果について定性的な検討を行う。

waveguide の電磁場は、^{注)}

$$E_z^{WG} = \sum_{p=1}^N e^{i\phi_p} (U(z-z_p) - U(z-z_p-b)) (U(y) - U(y-a))$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_{np} e^{ik_n x} + \beta_{np} e^{-ik_n x}) \cos \frac{n\pi}{b} (z-z_p) \sin \frac{\pi}{a} y \quad \text{--- (A-4)}$$

$$B_y^{WG} = \frac{\omega}{c^2} \sum_{p=1}^N e^{i\phi_p} (U(z-z_p) - U(z-z_p-b)) (U(y) - U(y-a))$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n}{k_0^2 - (\frac{n\pi}{b})^2} (\alpha_{np} e^{ik_n x} - \beta_{np} e^{-ik_n x}) \cos \frac{n\pi}{b} (z-z_p) \sin \frac{\pi}{a} y \quad \text{--- (A-5)}$$

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}, \quad k_n^2 = k_0^2 - (\frac{\pi}{a})^2 - (\frac{n\pi}{b})^2, \quad k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

真空中での電磁場はそれぞれ

$$E_z^v = \iint (\sigma(k_y, k_z) e^{ik_1 x} + \rho(k_y, k_z) e^{-ik_1 x}) e^{i(k_y y + k_z z)} dk_y dk_z \quad \text{--- (A-6)}$$

$$B_z^v = \frac{\omega}{c^2} \iint (\sigma(k_y, k_z) e^{ik_1 x} - \rho(k_y, k_z) e^{-ik_1 x}) e^{i(k_y y + k_z z)}$$

$$\frac{k_1}{k_0^2 - k_z^2} dk_y dk_z \quad \text{--- (A-7)}$$

となる。ここに、 $k_1^2 = k_0^2 - k_y^2 - k_z^2$ であり、 $\rho(k_y, k_z)$ は $x > 0$ にある障害物による反射成分を示し、 $\rho(k_y, k_z) = -Y(k_y, k_z) \cdot \sigma(k_y, k_z)$ の形に置き、 $Y(k_y, k_z)$ は、

Fig.4-1 のようなモデルでは $x=x_p$ における境界条件より決定される。^{2), 5)}

$x=0$ における境界条件 $E_z^{WG}(k_y, k_z) = E_z^V(k_y, k_z)$ より

$$\sigma(k_y, k_z) = \frac{1}{1-Y(k_y, k_z)} \sum_p \sum_n e^{i\phi_p} (\alpha_{np} + \beta_{np}) F_{np}(k_z) G(k_y) \quad (A-8)$$

$$F_{np}(k_z) = -\frac{ik_z}{2\pi} \cdot \frac{1 - (-1)^n e^{-ik_z b}}{k_z^2 - (n\pi/b)^2} \cdot e^{-ik_z z_p}$$

$$G(k_y) = -\frac{1}{2a} \cdot \frac{1 + e^{-iky a}}{k_y^2 - (\frac{\pi}{a})^2}$$

導波管開口部では, $B_y^{WG} = B_y^V$ であり, (A-8) 式をこれに入れ, さらにその両辺に

$e^{-i\phi_q}(U(z-z_q) - U(z-z_q-b))(U(y) - U(y-a)) \cos \frac{m\pi}{b}(z-z_q) \sin \frac{\pi}{a}y$ をかけて y 及び z で積分すると,

$$\begin{aligned} & \frac{ab\omega}{4c^2} \cdot \frac{k_m}{k_0^2 - (\frac{m\pi}{b})^2} (\alpha_{mq} - \beta_{mq}) \\ &= (2\pi)^2 \frac{\omega}{c^2} \sum_p \sum_n e^{i(\phi_p - \phi_q)} (\alpha_{np} + \beta_{np}) \\ & \cdot \iint F_{np}(k_z) F_{mq}^*(k_z) G(k_y) G^*(k_y) \frac{1+Y(k_y, k_z)}{1-Y(k_y, k_z)} \cdot \frac{k_1}{k_0^2 - k_z^2} \cdot dk_y dk_z \end{aligned} \quad (A-9)$$

と書ける。*は複素共役を示す。

ここで,

$$I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} G(k_y) \cdot G^*(k_y) \cdot \frac{1+Y}{1-Y} \cdot k_1 dk_y$$

とおくと (A-9) 式の k_y に関する積分は上式で評価できる。

$$\begin{aligned} \frac{I(a)}{a} &= \frac{1}{2a^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \cos k_y a}{\{k_y^2 - (\frac{\pi}{a})^2\}^2} \cdot \sqrt{k_0^2 - k_y^2 - k_z^2} \cdot \frac{1+Y(k_y, k_z)}{1-Y(k_y, k_z)} dk_y \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \cos x}{(x^2 - \pi^2)^2} \cdot \frac{(1+Y)}{(1-Y)} \sqrt{k_0^2 - k_z^2 - (x/a)^2} dx \quad (A-10) \end{aligned}$$

となるが、(A-10)式の右辺の積分は|x| ≤ πでの積分が大きく寄与し

$$\begin{aligned} \frac{I(a)}{a} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \cos x}{(x^2 - \pi^2)^2} \cdot \sqrt{k_0^2 - k_z^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \cdot \frac{1 + Y(x/a, k_z)}{1 - Y(x/a, k_z)} dx \\ &\approx \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \pi) \cdot \sqrt{k_0^2 - k_z^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \cdot \frac{1 + Y(x/a, k_z)}{1 - Y(x/a, k_z)} dx \\ &= \frac{1}{4\pi} \cdot \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k_z^2} \cdot \frac{1 + Y(\pi/a, k_z)}{1 - Y(\pi/a, k_z)} \quad \text{--- (A-11)} \end{aligned}$$

と近似してみる。この近似はy方向に周期境界条件を入れたことに相当する。(A-11)式を(A-9)式に入れると

$$\begin{aligned} &\frac{b \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2}}{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2} \cdot (\alpha_{mq} - \beta_{mq}) \\ &= 4\pi \sum_p \sum_n e^{i(\phi_p - \phi_q)} (\alpha_{np} + \beta_{np}) \int F_{np}(k_z) \cdot F_{mq}^*(k_z) \cdot \frac{1 + Y}{1 - Y} \\ &\quad \frac{\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - k_z^2}}{k_0^2 - k_z^2} \cdot dk_z \quad \text{--- (A-12)} \end{aligned}$$

となり a → ∞ とすれば、(A-12)式はBrambillaの計算と全く一致する。

次に、Yの条件について検討してみる。Yはx = x_pにおける境界条件により定まる。Maxwellの方程式を変形するとx = x_pの近傍では、

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} E_z + \left\{ (1 - N_z^2) \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) - N_y^2 \right\} E_z = 0 \quad \text{--- (A-13)}$$

となる。²⁾ここで、u = (ω/c) · x, N_z = (c/ω) k_z, N_y = (c/ω) k_yである。

この式で(∂/∂y) = 0すなわちN_y = 0としたときがref 5)の計算であり、N_y ≪ 1であればBrambillaの計算で近似できることがわかる。

“Grill”によって電磁波を入射した場合には、(A-11)式中のYからわかるように、Yの値はk_y ~ π/aで評価すればよい。π/a ≤ k₀であるから、ref 5)の計算はそのまま使えない。(A-13)でN_y = (c/ω) k_y = (c/ω) (π/a)とおき、さらに

$$\omega' = \sqrt{1 - \left(\frac{c}{\omega} \cdot \frac{\pi}{a}\right)^2} \cdot \omega$$

と置き換えることにより、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} E_z + \gamma(t - t_c) E_z = 0 \quad \text{--- (A-14)}$$

となる。ここに $t = \frac{\omega'}{c} x$, $t_c = \frac{\omega'}{c} x_c$, $x_c = x_p + L_n$, $r = (N_z'^2 - 1) \frac{1}{\frac{\omega'}{c} L_n}$,

$$N_z' = \frac{c}{\omega'} k_z \quad , \quad L_n = \left\{ 1 + \frac{(\pi/a)^2}{k_z^2 - k_0^2} \right\} L_n^{(0)} \quad , \quad L_n^{(0)} = \left[\frac{1}{n_c} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \Big|_{x=x_p} \right]^{-1}$$

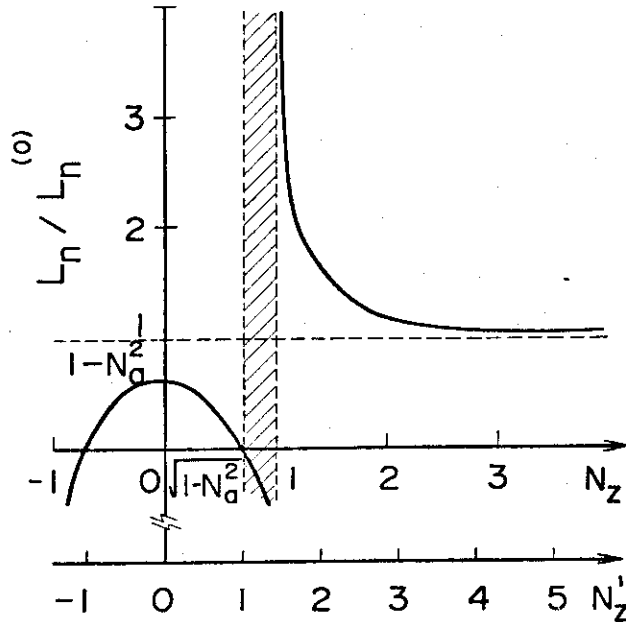


Fig.A-1 L_n の N_z による変化。 $0 < N_z < \sqrt{1 - N_a^2}$ のとき $L_n < L_n^{(0)}$, $\sqrt{1 - N_a^2} < N_z < 1$ では L_n は負となり、転移点を持たない。 $N_z > 1$ では、 $L_n > L_n^{(0)}$ であり $N_z > 1.5$ では、 $L_n \sim L_n^{(0)}$ で近似できる。

n_c は、 $\omega^2 = \omega_{pc}^2$ となるカット・オフ密度である。

したがって、 $N_z > 1$ のときには、

$$Y = e^{-2 |k_1| x_p} \frac{1 - Z}{1 + Z}$$

$$Z = \delta \cdot \left\{ \sqrt{N_z'^2 - 1} \frac{\omega' L_n}{c} \right\}^{1/3} \quad \text{----- (A-15)}$$

$$\delta = 9^{1/3} \cdot \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(2/3)} \cdot e^{-i\pi/3}$$

とかける。²⁾ L_n の表式から $k_z^2 \gg k_0^2$ のスペクトルに対しては $\omega \rightarrow \omega'$ と置き換えれば、Brambilla の計算をそのまま用いることができる。 L_n の N_z に対する変化を Fig.A-1 に示した。これからわかるように $N_z > 1.5$ であれば L_n の値は $L_n^{(0)}$ で近似できる。 $N_y \approx 0$ の効果は $N_z \sim 1$ の近辺で強く効き、 $\frac{c}{\omega a} = N_a$ とすると定性的には $0 < N_z^2 < (1 - N_a^2)$ のエネルギーには、 L_n が小さく $1 < N_z^2 \leq 1 + N_a^2$ のエネルギーには L_n が大きくなった効果

を持たらす。また $1 - N_a^2 < N_z^2 < 1$ のエネルギーは完全反射される。

(A-12)式, (A-15)式及び上記の議論から“Grill”における $N_y \approx 0$ の効果は次のようになる。

- (1) 放出パワーの N_z スペクトルのピークが1より大きい場合には, ω を $\omega\sqrt{1 - N_a^2}$ におきかえたとき Brambilla の計算で近似できる。
 - (2) 放出パワーが $N_z = 1$ の近傍でピークを持てば, Brambilla の計算で近似できない。
- (2)の場合には, N_y の効果を正確に入れて数値計算を直接やる必要がある。

注) プラズマ中の波と, 真空中の波が結合するさい, プラズマの波として E タイプの波 (slow wave) とのみ結合すると考え, H_z 成分は生じないとし, TMto z モード²¹⁾のみで field を考えた。また簡単化のために, y 方向へは基本モードだけ考えた。

謝 辞

本報告の数値計算をするにあたっては、岡本正雄氏をはじめとする理論解析研究室の方々に有益な議論をして頂き、またJFT-2のパラメータに関しては、藤沢登氏をはじめJFT-2グループの方々の助言を頂いた。白形弘文加熱工学研究室室長、森茂核融合研究部部長には、終始、激励の言葉を頂いた。ここにこれらの方々に、深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) T.H.STIX, The Theory of Plasma Waves, McGRAW HILL, NEW YORK 1962.
- 2) V.E.GOLANT, Soviet Phys, Tech. Phys. 16(1972) 1980.
- 3) T.H.STIX, Phys. Rev. Letter 15(1965) 878.
- 4) M.BRAMBILLA, P.LALLIA, K.NGUYEN TRONG, EUR-CEA-FC-792 (1975).
- 5) M.BRAMBILLA, Nuclear Fusion 16(1976) 47.
- 6) M.OKAMOTO, M.AZUMI, V.TAKIZUKA, J.FUKUYAMA, H.MOMOTA, to be published.
- 7) S.S.PESIC, Plasma Phys. 15(1973) 193.
- 8) P.M.BELLAN, M.PORKOLAB, Phys. Fluids 17(1974) 1592.
- 9) M.D.SIMONUTTI, R.R.PARKER, 2nd Topical Conf. on RF Heating, Lubbock, Texas, (1974) B2
- 10) H.KRITZ, O.ELDRIDGE, Nuclear Fusion 15(1975) 465.
- 11) N.FUJISAWA, private communication.
- 12) S.TAKAMURA, EUR-CEA-FC-808(1976).
- 13) Y.SAKAMOTO, Japan. J. Appl. Phys. 15(1976) 397.
- 14) H.MAEDA, Private communication.
- 15) L.I.GRIGOREVA, A.V.LONGINOV, A.I.PYATAK, V.L.SIZONENKO, B.I.SMERDOV, K.N.STEPANOV, V.V.CHECHKIN, Proc. 4th Int. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res., Madison Wisconsin (1971) CN-28/L-7.
- 16) J.J.SCHUSS, Phys. of Fluids 18(1975) 1178.

謝 辞

本報告の数値計算をするにあたっては、岡本正雄氏をはじめとする理論解析研究室の方々に有益な議論をして頂き、またJFT-2のパラメータに関しては、藤沢登氏をはじめJFT-2グループの方々の助言を頂いた。白形弘文加熱工学研究室室長、森茂核融合研究部部長には、終始、激励の言葉を頂いた。ここにこれらの方々に、深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) T.H.STIX, The Theory of Plasma Waves, McGRAW HILL, NEW YORK 1962.
- 2) V.E.GOLANT, Soviet Phys, Tech. Phys. 16(1972) 1980.
- 3) T.H.STIX, Phys. Rev. Letter 15(1965) 878.
- 4) M.BRAMBILLA, P.LALLIA, K.NGUYEN TRONG, EUR-CEA-FC-792 (1975).
- 5) M.BRAMBILLA, Nuclear Fusion 16(1976) 47.
- 6) M.OKAMOTO, M.AZUMI, V.TAKIZUKA, J.FUKUYAMA, H.MOMOTA, to be published.
- 7) S.S.PESIC, Plasma Phys. 15(1973) 193.
- 8) P.M.BELLAN, M.PORKOLAB, Phys. Fluids 17(1974) 1592.
- 9) M.D.SIMONUTTI, R.R.PARKER, 2nd Topical Conf. on RF Heating, Lubbock, Texas, (1974) B2
- 10) H.KRITZ, O.ELDRIDGE, Nuclear Fusion 15(1975) 465.
- 11) N.FUJISAWA, private communication.
- 12) S.TAKAMURA, EUR-CEA-FC-808(1976).
- 13) Y.SAKAMOTO, Japan. J. Appl. Phys. 15(1976) 397.
- 14) H.MAEDA, Private communication.
- 15) L.I.GRIGOREVA, A.V.LONGINOV, A.I.PYATAK, V.L.SIZONENKO, B.I.SMERDOV, K.N.STEPANOV, V.V.CHECHKIN, Proc. 4th Int. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res., Madison Wisconsin (1971) CN-28/L-7.
- 16) J.J.SCHUSS, Phys. of Fluids 18(1975) 1178.

- 17) M. PORKOLAB, Princeton Report MATT 1069(1974).
- 18) R. L. BERGER, F. W. PERKINS, Princeton Report MATT-1130 (1975).
- 19) K. YATSUI, T. IMAI, Phys. Rev. Letter 35(1975)1279.
- 20) B. D. Fried, S. D. CONTE, The Plasma Dispersion Function, Academic Press (1961).
- 21) R. F. HARRINGTON, Time-Harmonic Electromagnetic Field, McGRAW HILL, NEW YORK 1961.

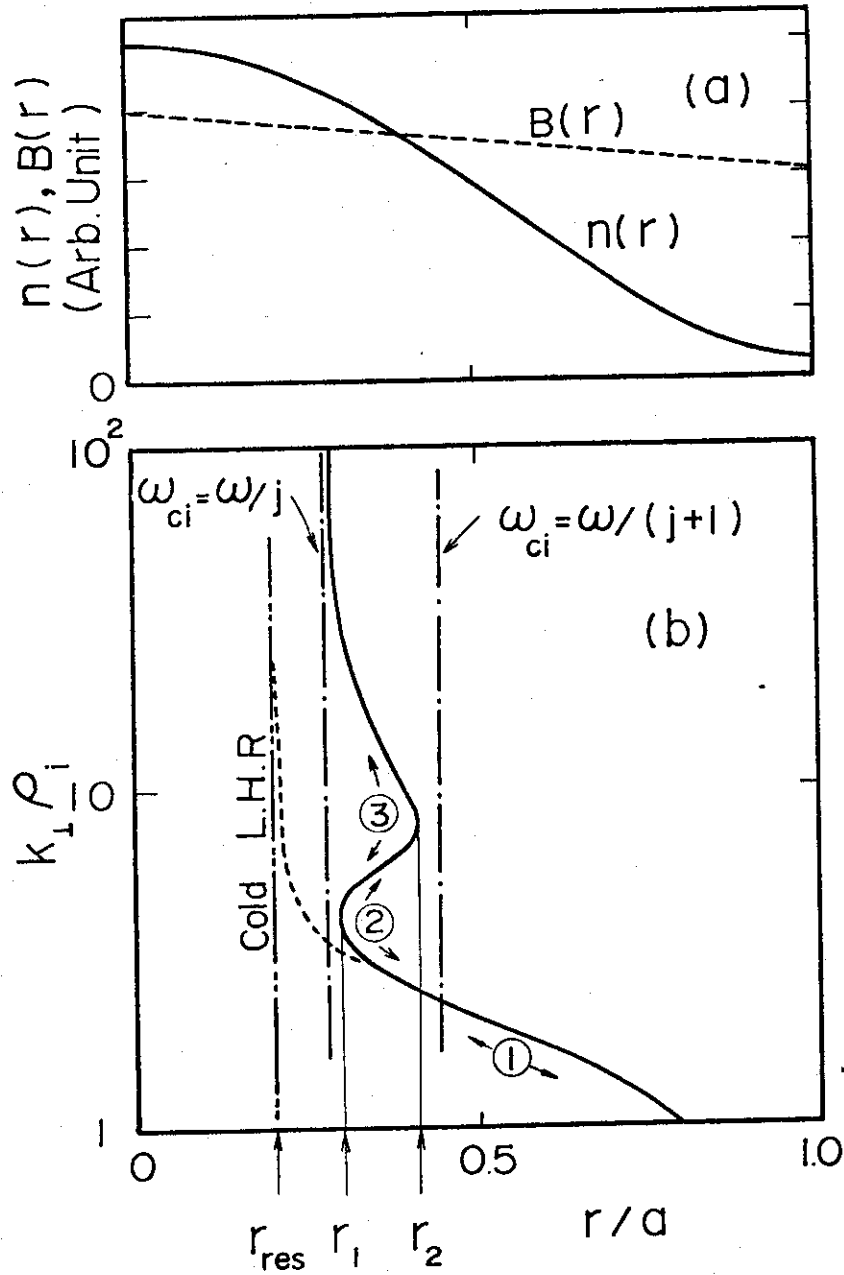


Fig.2-1 (a) プラズマの半径方向の密度分布 $n(r)$ 及び、磁場分布 $B(r)$ 。(b) (a)で示されたパラメータ分布を持つプラズマに、L.H.R.F.近傍の波を励起させたときの、波の分散特性の空間的变化。①がcold plasma wave, ②がwarm plasma wave, ③が, hot plasma wave, の領域である。 r_1 が①から②への転移点, r_2 が, ②から③への転移点を示す。 r_{res} が, cold plasma近似でのローワー・ハイブリッド共鳴点であり、一点鎖線で示しているのが, r_1 近傍の ω/ω_{ci} 整数となる磁場点である。 a は, プラズマ半径。

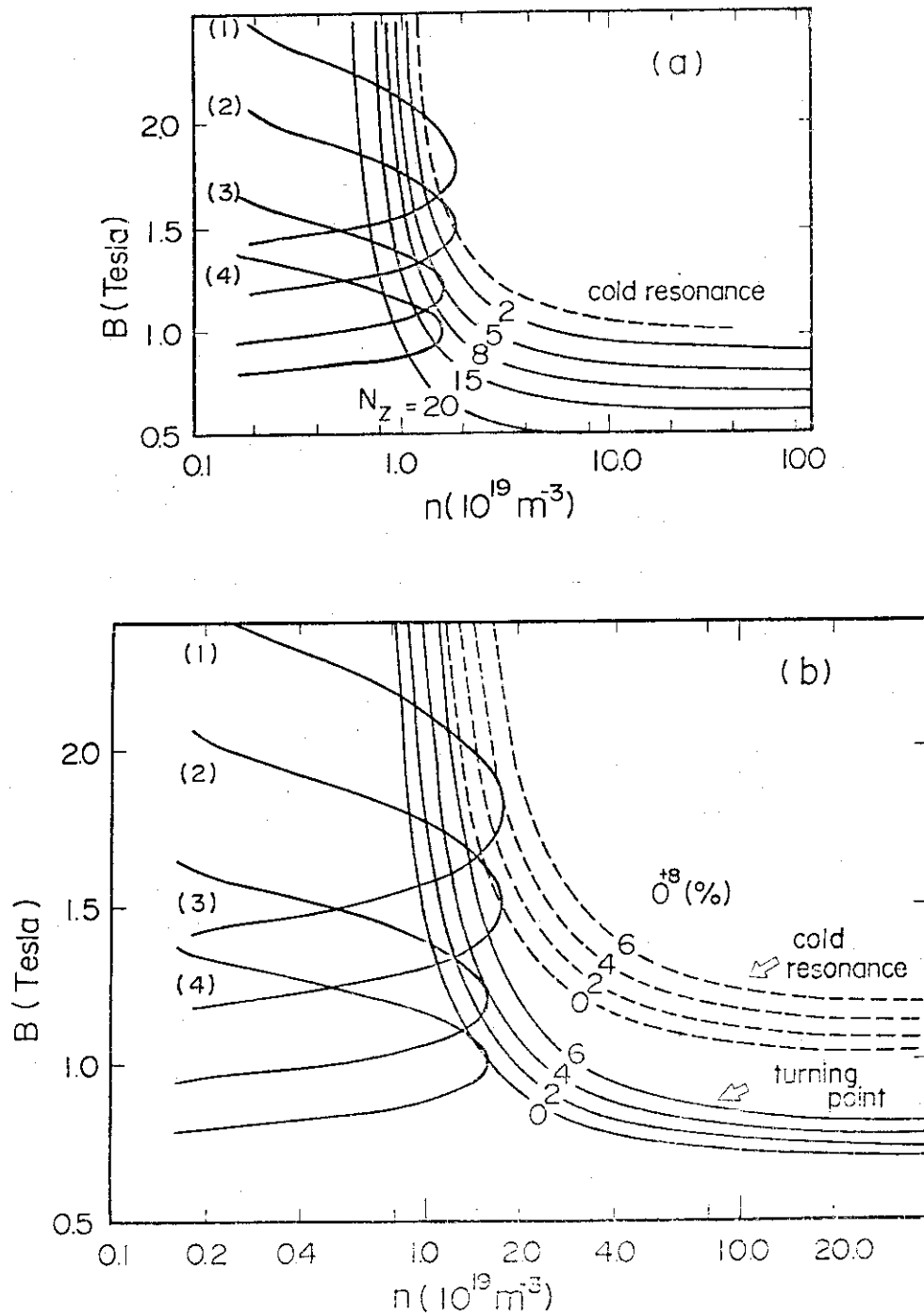


Fig.3-1 (a) ローワー・ハイブリッド共鳴(点線)及び、転移点(実線, $N_z=2, 5, 8, 15, 20$ について示している。)における密度 n と磁場 B の関係を示す曲線。左の放物線状の曲線は、(1) $n_0=1.8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_0=1.8 \text{ Tesla}$, (2) $n_0=1.8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_0=1.5 \text{ Tesla}$, (3) $n_0=1.6 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_0=1.2 \text{ Tesla}$, (4) $n_0=1.6 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_0=1.0 \text{ Tesla}$ としたときのプラズマのプロファイルを示す。このときの他のパラメータは、 $T_e = 0.8 \text{ keV}$, $T_i = 0.25 \text{ keV}$, $f = 0.65 \text{ GHz}$ 。

(b) 不純物として O^{+8} を 0, 2, 4, 6% 入れたときの共鳴, 及び転移点での n と B の関係を示す。 $N_z=8$, $T_e = 1.0 \text{ keV}$ 他は, (a)と同じ。

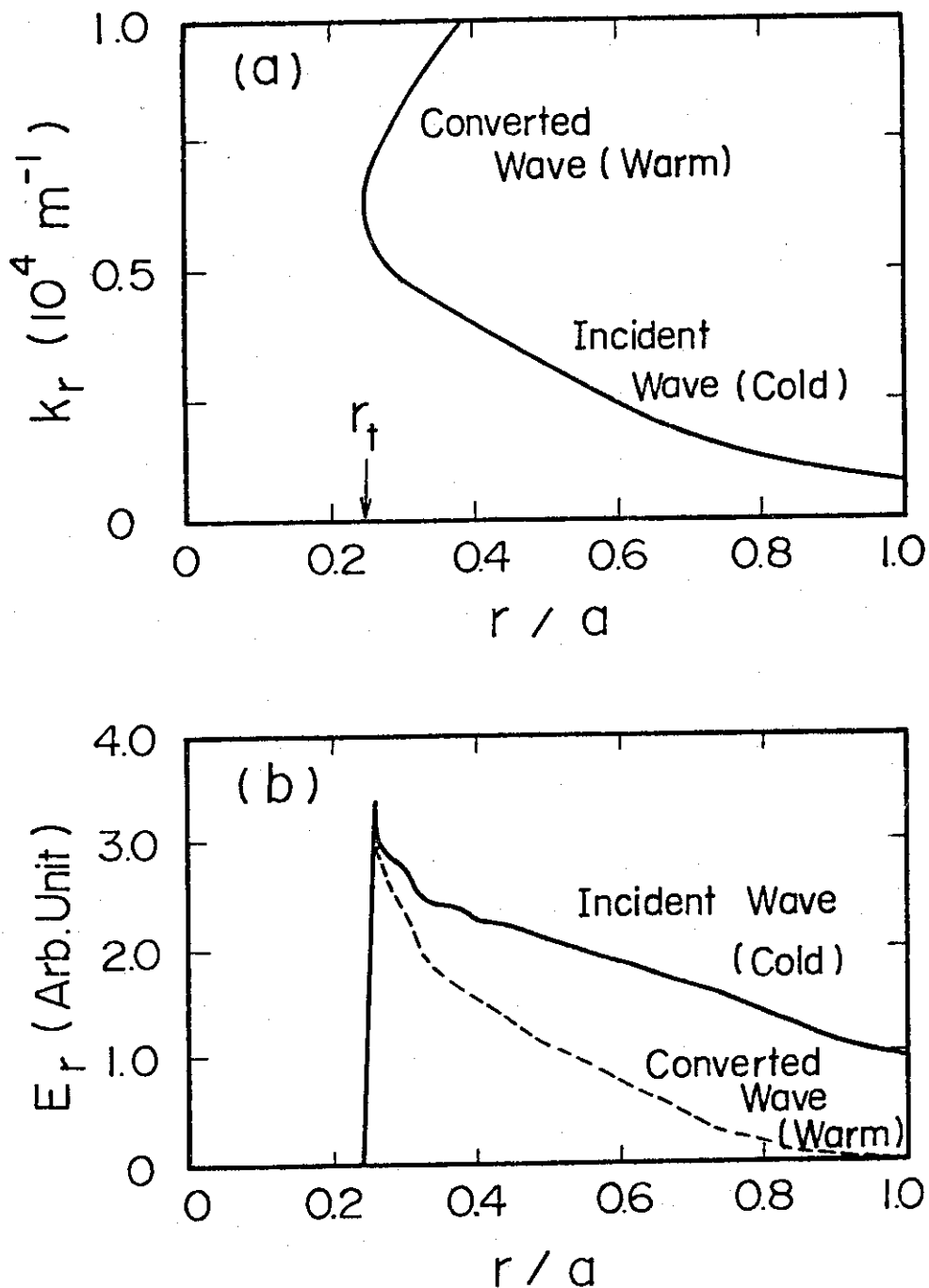


Fig.3-2 $f=0.65 \text{ Hz}$ の波の空間的分散特性の変化(a)と、電界の変化(b)。密度分布 $n(r) = (n_0 - n_1)(1 - (r/a)^2)^2 + n_1$, $n_0 = 2.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $n_1 = 1.0 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$ $T_{\sigma}(r) = (T_{\sigma 0} - T_{\sigma 1})(1 - (r/a)^2) + T_{\sigma 1}$, $T_{e0} = 1.0 \text{ keV}$, $T_{e1} = 0.1 \text{ keV}$ $T_{i0} = 0.25 \text{ keV}$, $T_{i1} = 0.025 \text{ keV}$, $B(r) = B_0(1 / (1 + (r/a)/\Lambda))$ $\Lambda = 3.6$, $B_0 = 1.2 \text{ Tesla}$ $N_z = 4.0$, r_t は転移点を示す。

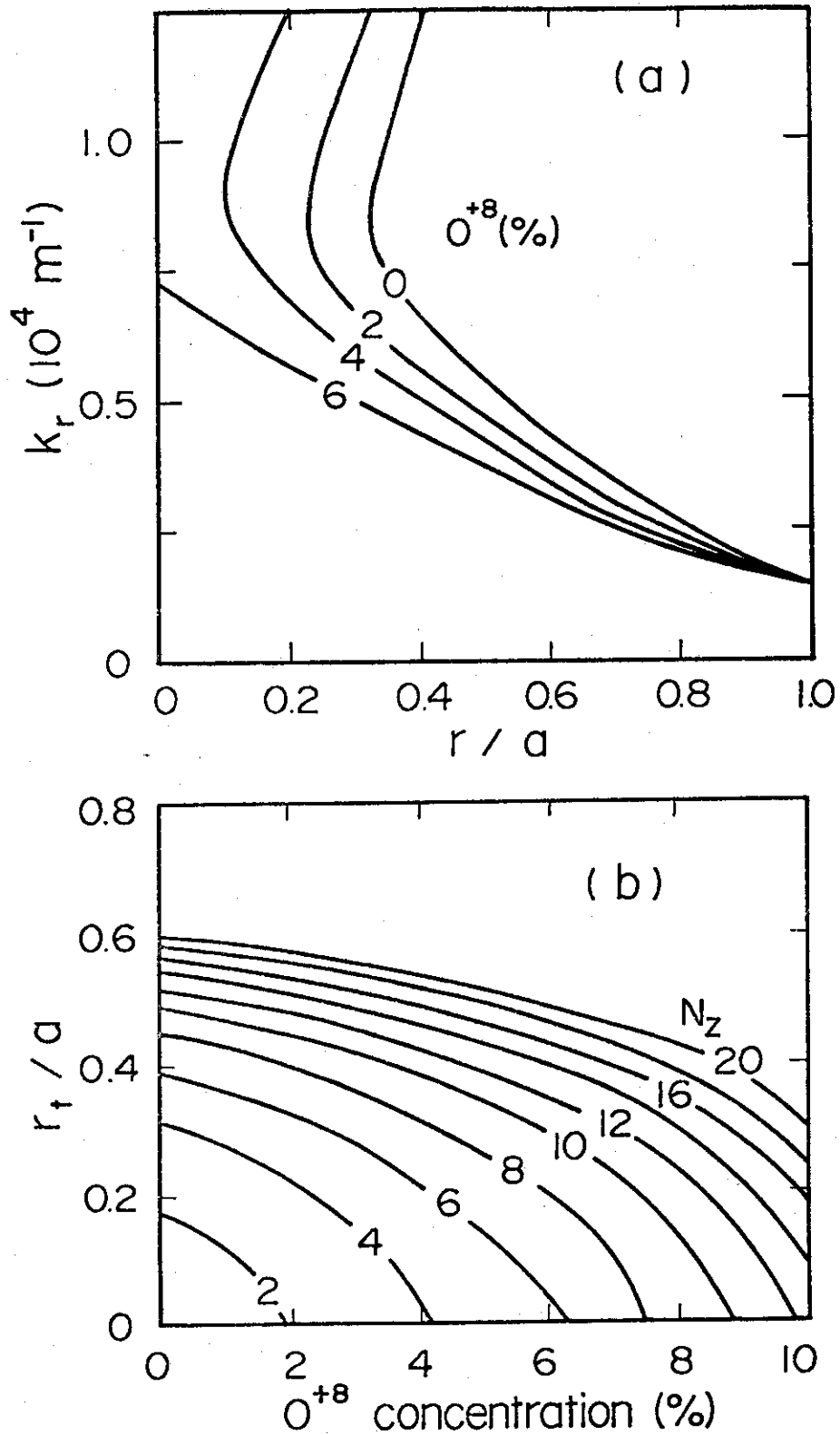


Fig.3-3 (a)分散特性の不純物 (O^{+8}) による影響。 $n_0=1.8 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $N_z=8.0$ 他は Fig.3-2 と同じ。

(b) 転移点の O^{+8} の量による位置変化。 N_z を 2 から 20 で変えている。
 $f=0.6 \text{ GHz}$ 他のパラメータは, (a) と同じ。

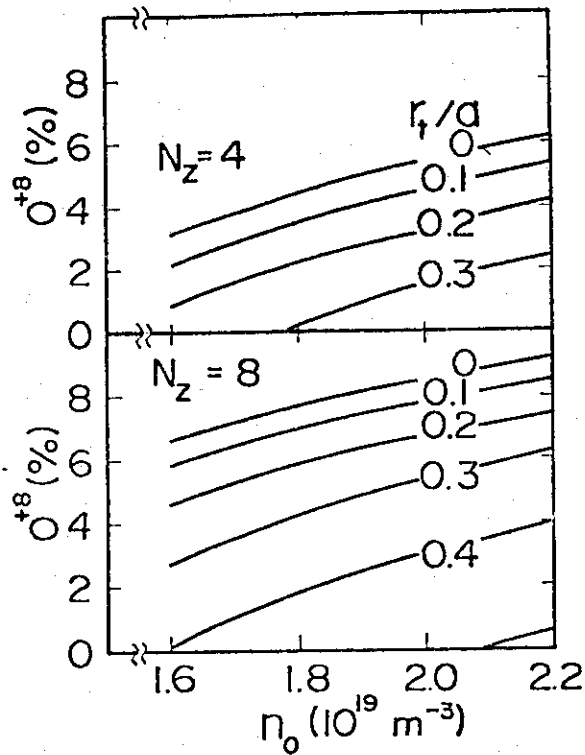


Fig.3-4 転移点の位置 r_t/a を、固定したときの密度と不純物の関係。 N_z が、4 と 8 の場合について示している。 $B_0=1.2$ Tesla, $f=0.6$ GHz, 他は, Fig.3-2 (b) と同じ。

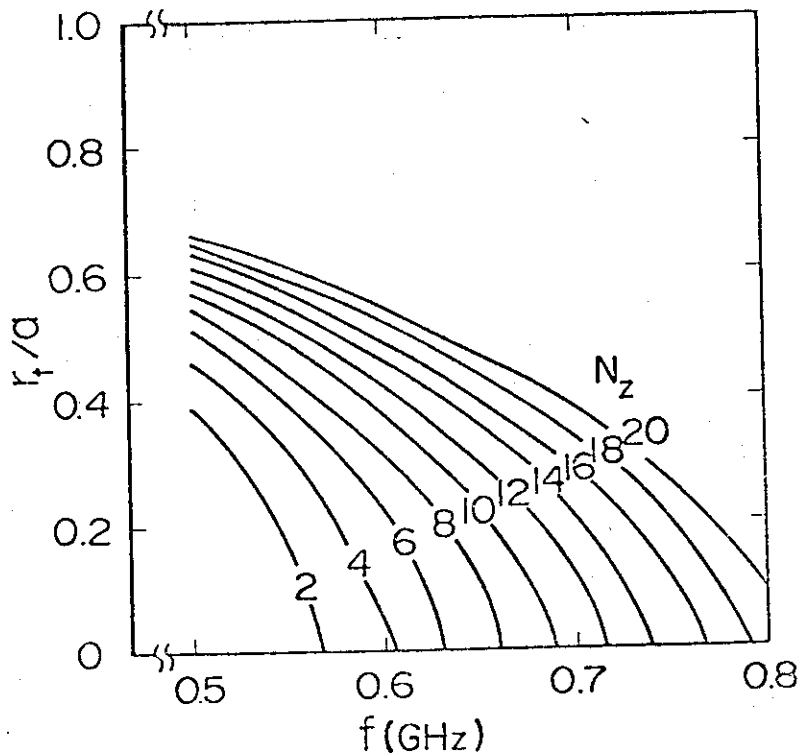


Fig.3-5 転移点の周波数による変化。 O^{+8} イオンの量は 4%, 他は, Fig.3-3 と同じ。

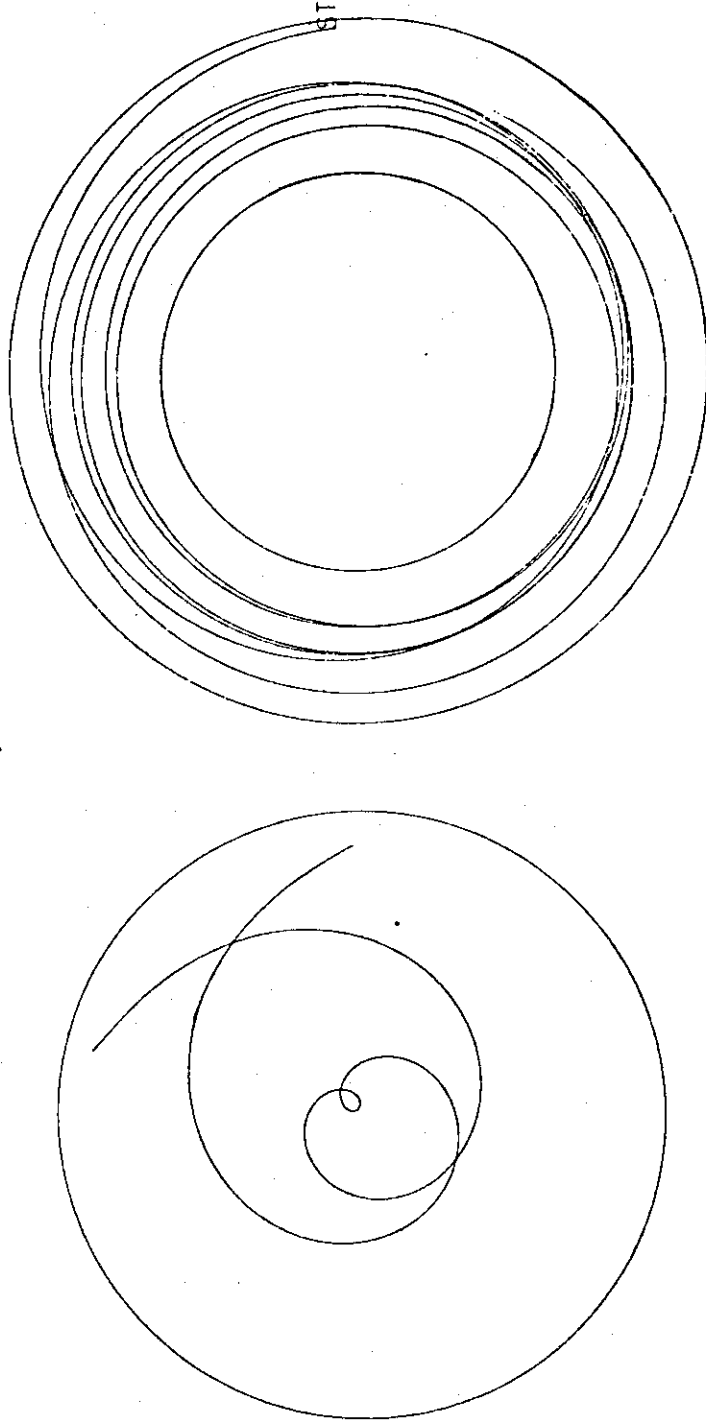


Fig.3-6 三次元的波の伝搬。左側は、ポロイダル断面，右側がトロイダル断面での ray の軌跡を示す。cold plasma 近似。 $N_z = 6.0$
 他は，Fig.3-2と同じ。ポロイダル断面の左側がトラス中心側である。

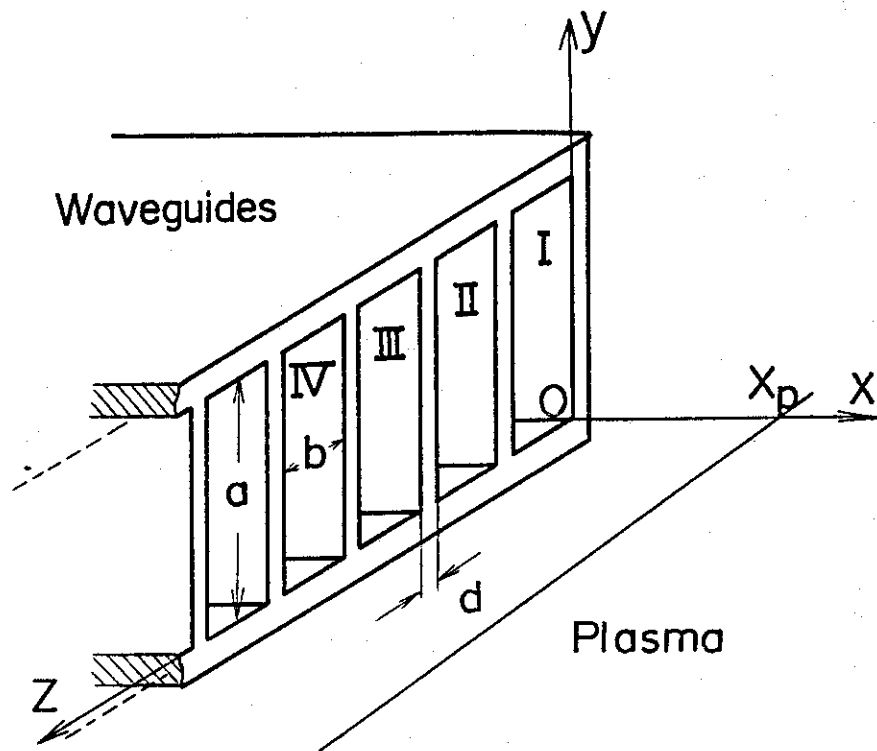


Fig.4-1 導波管型アンテナ“Grill”の模式図。導波管が、 z 方向（静磁場方向）I, II, III, ----, N_{WG} 番目まで、 N_{WG} 並んでいる。 x_p は、プラズマの端を示す。

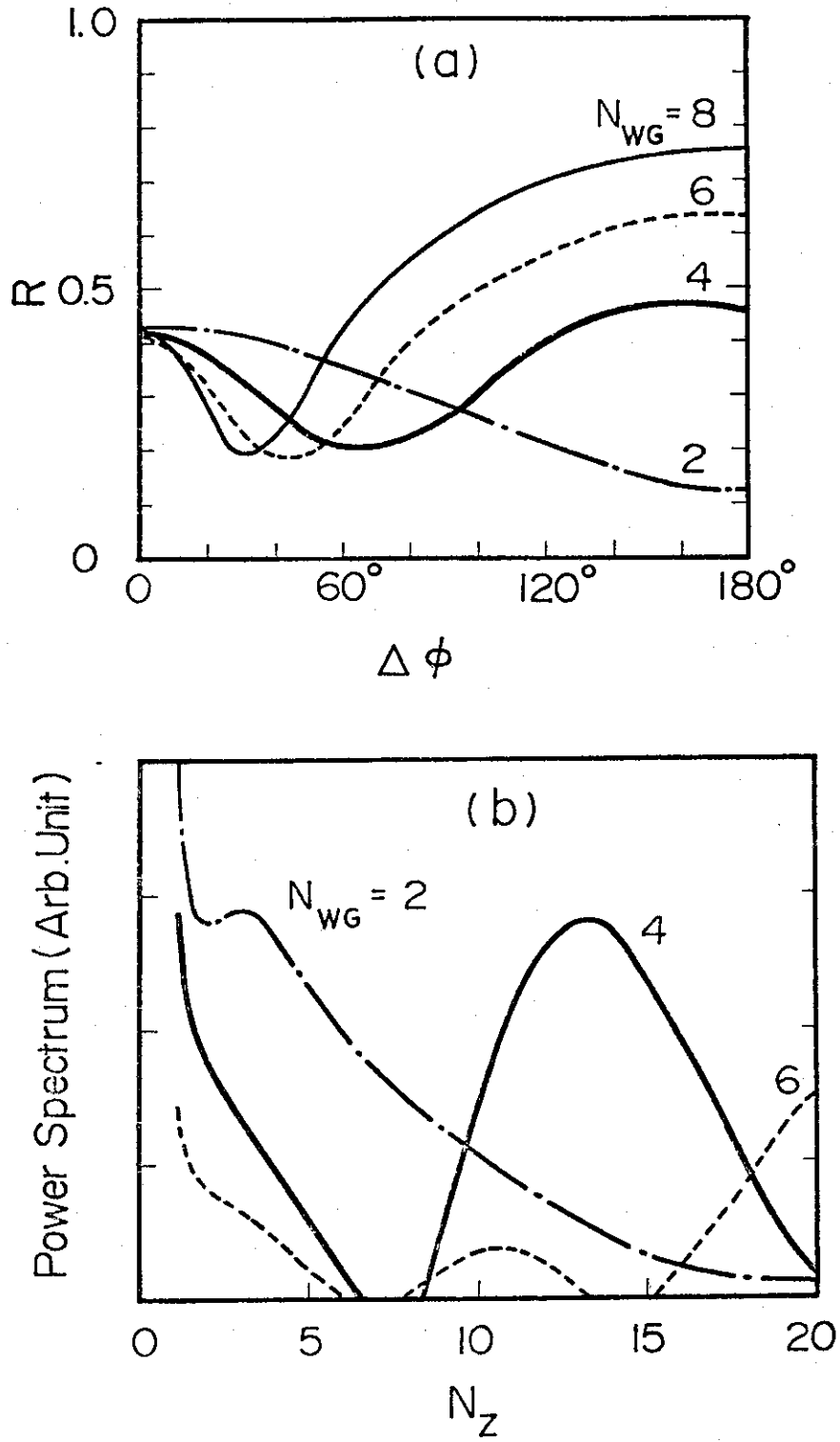


Fig. 4-2 (a)位相シフト $\Delta\phi$ の変化によるアンテナの反射係数 R の変化。 $N_{WG} = 2$ のとき $b = .03\text{m}$ $d = .002\text{m}$ $N_{WG} = 4$ のとき, $b = .014\text{m}$, $d = .002\text{m}$ $N_{WG} = 6$ のとき $b = .0095\text{m}$, $d = .001\text{m}$, $N_{WG} = 8$ のとき $b = .001\text{m}$ とした。 $f = 0.65\text{GHz}$, $x_p = 0$, $\partial n / \partial x = 10^{20}\text{m}^{-4}$ 。
 (b) (a) の $N_{WG} = 2, 4, 6$ の場合で, $\Delta\phi = 180^\circ$ としたときの放射パワーのスペクトル

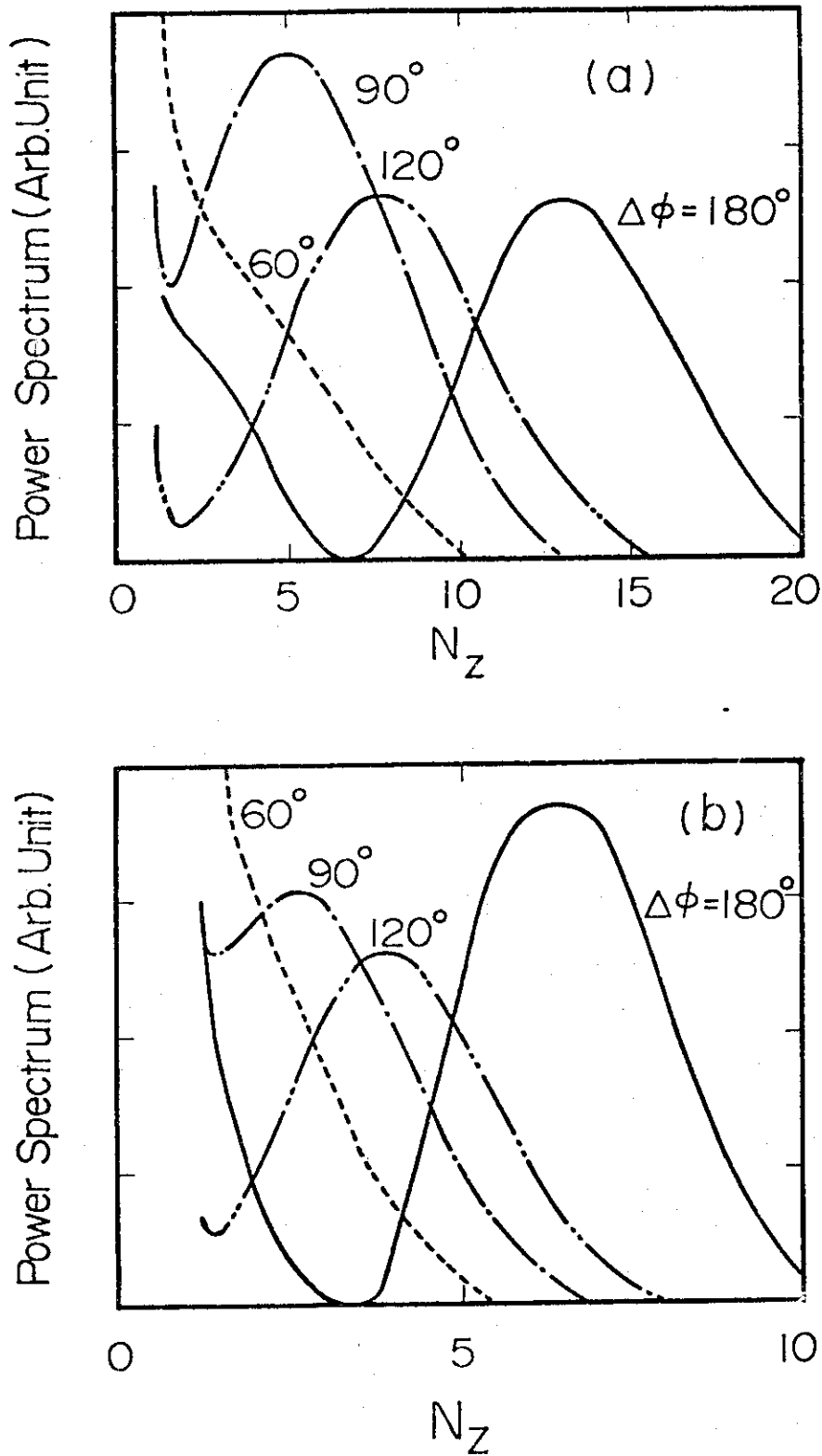


Fig.4-3 (a) $N_{WG}=4$, $b=.014m$, $d=.014m$, $d=.002m$ のときの放出パワーのスペクトル, $\Delta\phi=60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ の場合について示している。
 $x_p=0$, $\partial n/\partial x=10^{20}m^{-4}$, $f=0.65GHz$ 。
 (b) $N_{WG}=4$, $b=.03m$, $d=.002m$ のときの放出パワーのスペクトル。(横軸のスケールが,(a)と異っているのに注意)

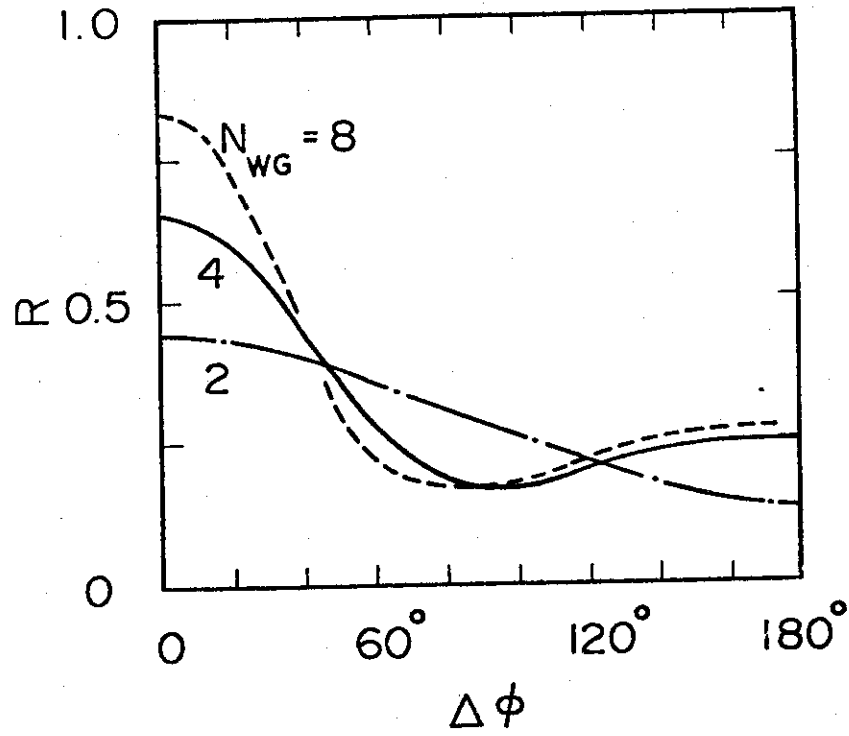


Fig.4-4 $b = .03\text{m}$ としたときの $\Delta\phi$ に対する反射係数 R の変化。 N_{WG} が 2, 4, 8 の場合について示してある。 $x_p = 0$, $\frac{\partial n}{\partial x} = 10^{20} \text{m}^{-4}$, $f = 0.65 \text{GHz}$ 。

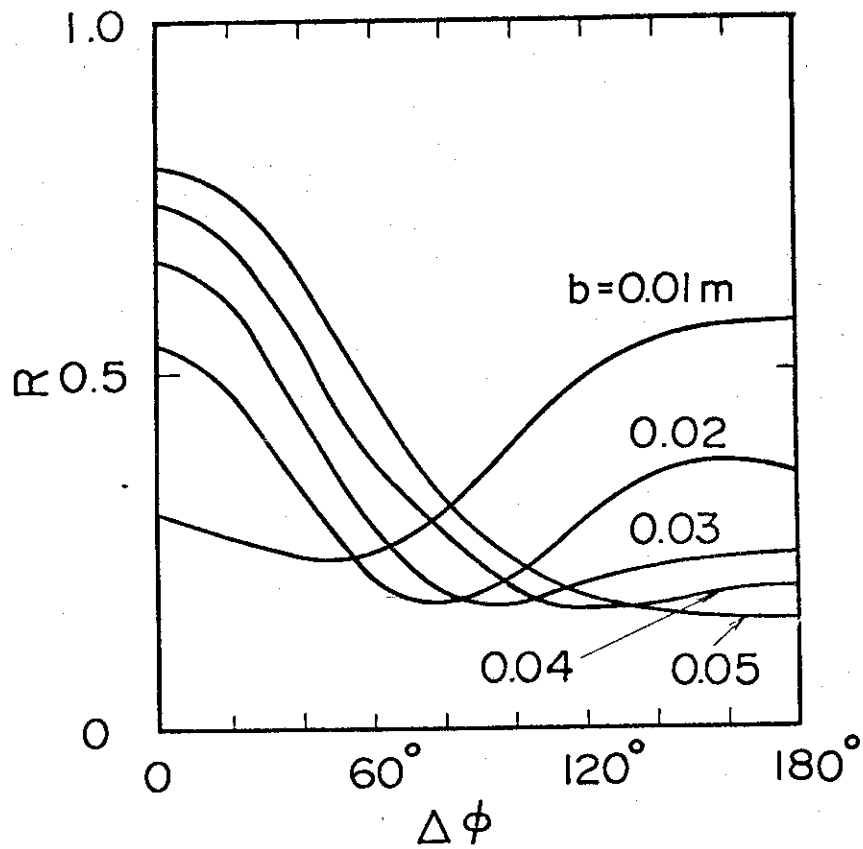


Fig.4-5 $N_{WG} = 4$ で, b を .01から .05mまで変えたときの反射の変化。 $x_p = 0$, $\frac{\partial n}{\partial x} = 10^{20} \text{m}^{-4}$, $f = 0.65 \text{GHz}$ 。

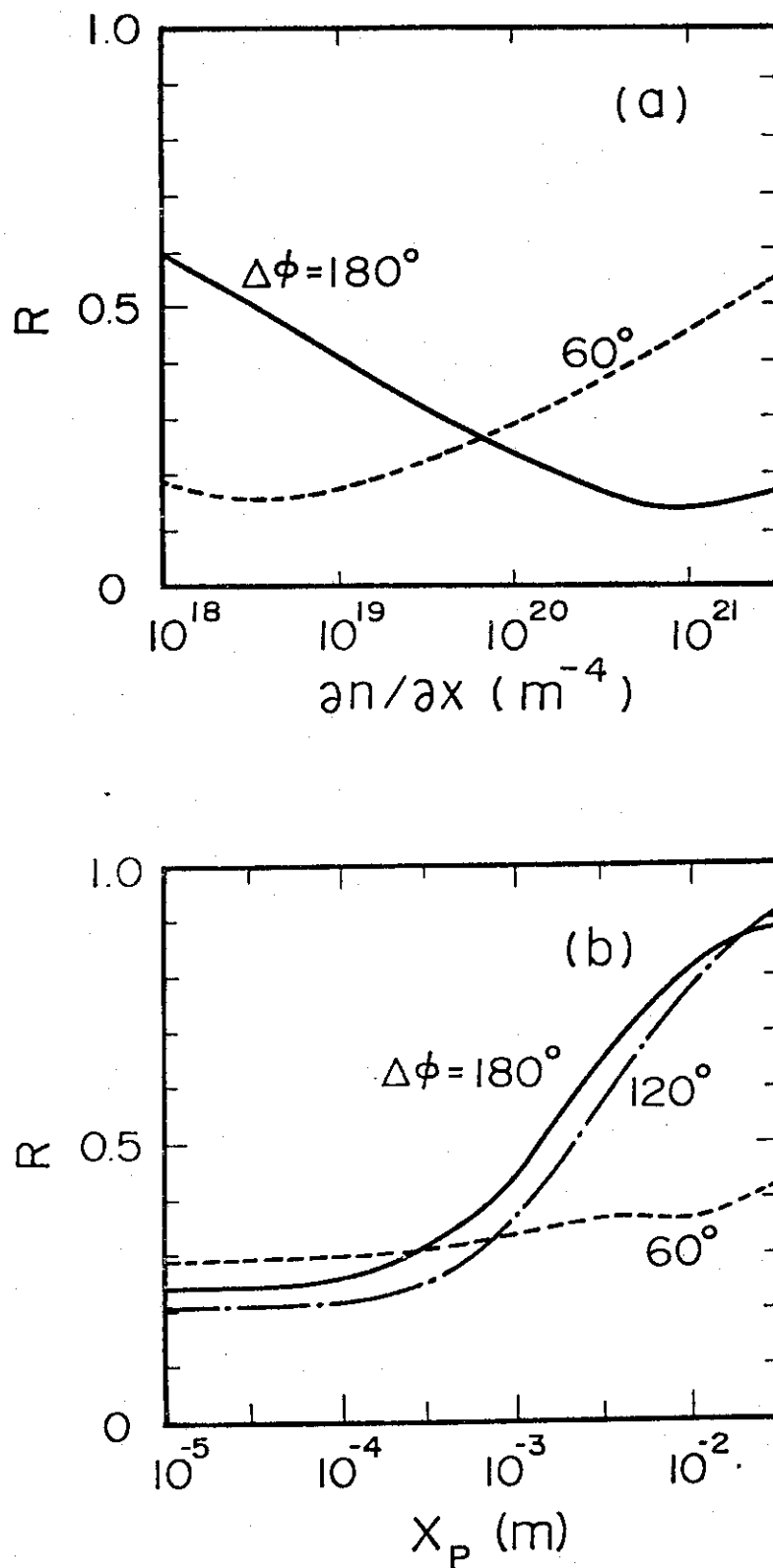


Fig.4-6 (a) $N_{WG}=4$, $b=.03m$, $d=.002m$ としたときの密度勾配に対する反射の変化。
 $\Delta\phi=60^\circ$ と $\Delta\phi=180^\circ$ の場合について示した。
 (b) (a)と同じアンテナで、 x_p を変えたときの反射の変化。 $\Delta\phi=60^\circ$, 120° ,
 180° について示してある。

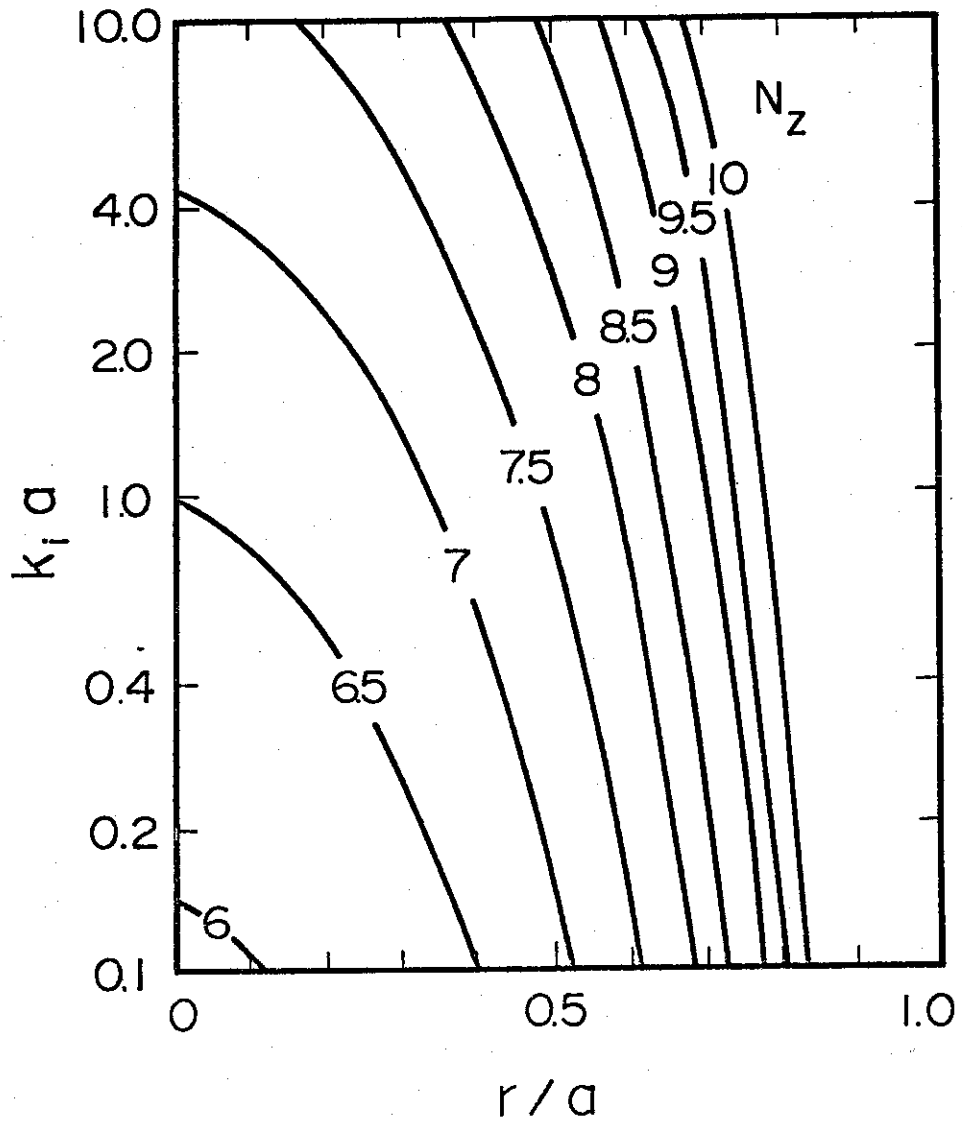


Fig.5-1 電子ランダウ減衰の空間変化。 k_i は、磁場の垂直方向の波数の虚数部。

$f=0.65\text{GHz}$, $T_{e0}=1.0\text{keV}$, $T_{e1}=0.1\text{keV}$, $n_0=2.0 \times 10^{19}\text{m}^{-3}$ 。

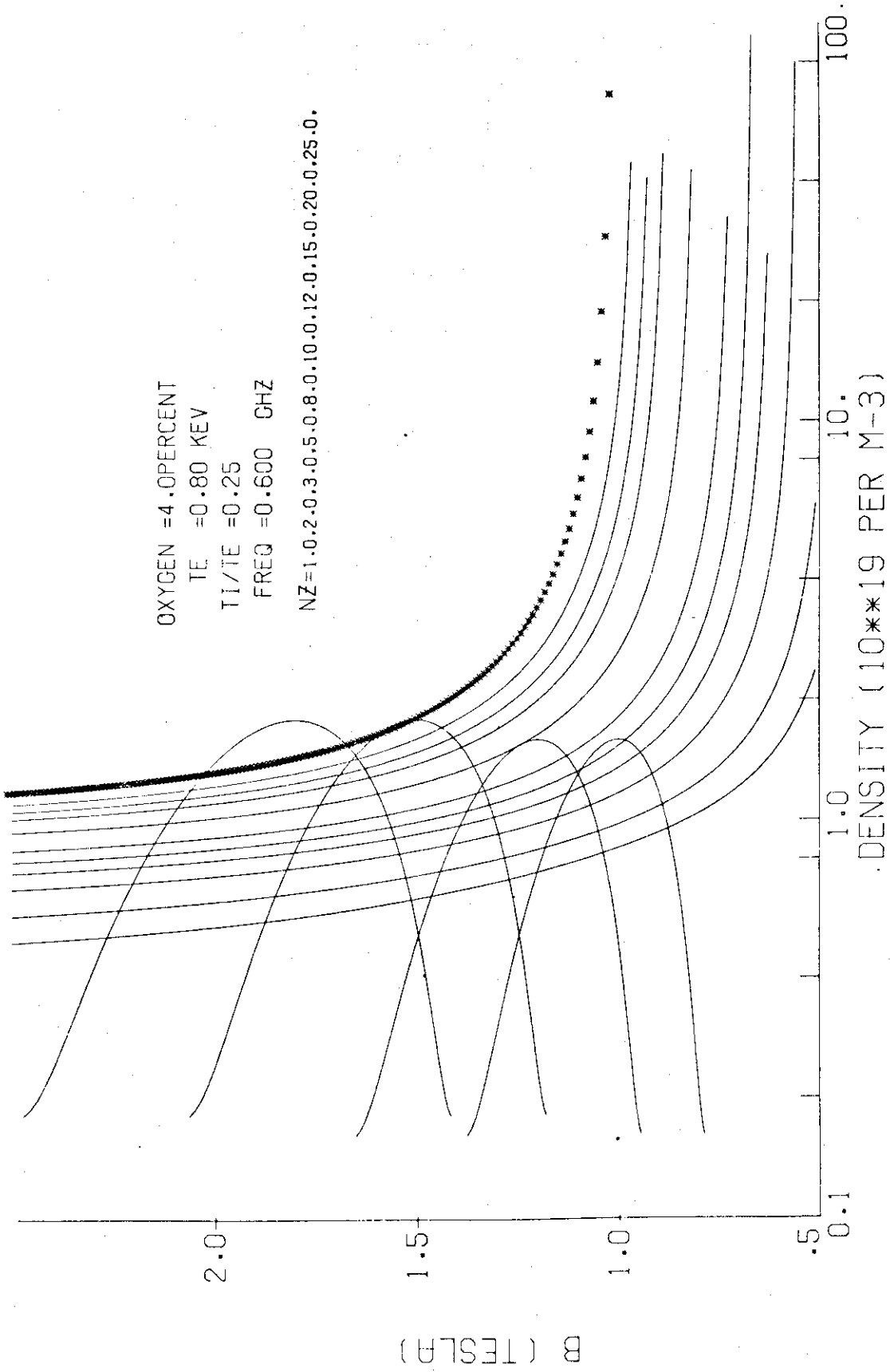


Fig.A-2 $f=0.6\text{GHz}$ 他は, Fig.3-1(a)と同じ。

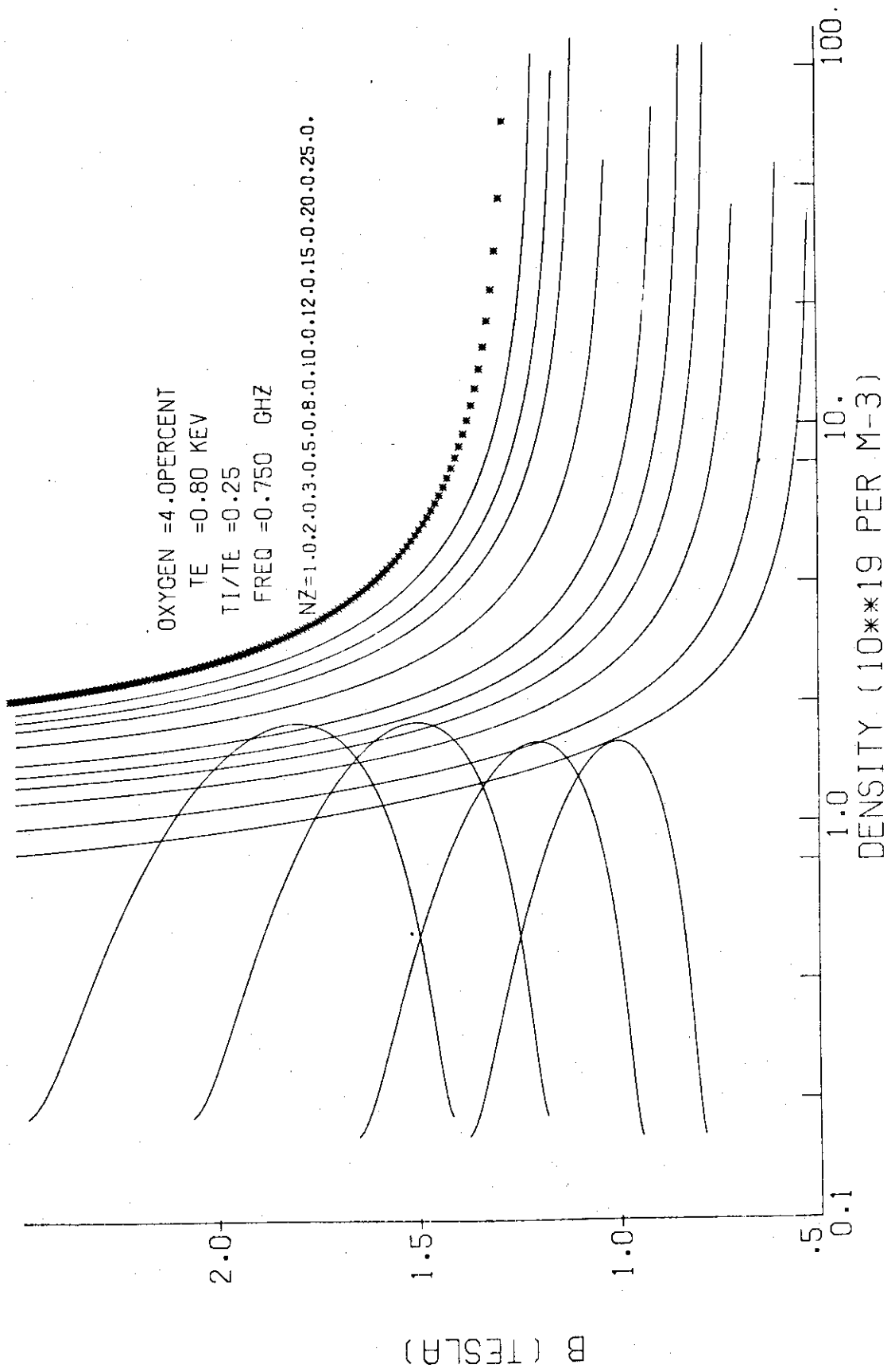


Fig.A-3 $f = 0.75$ GHZ 他は, Fig.3-1 (a)と同じ。

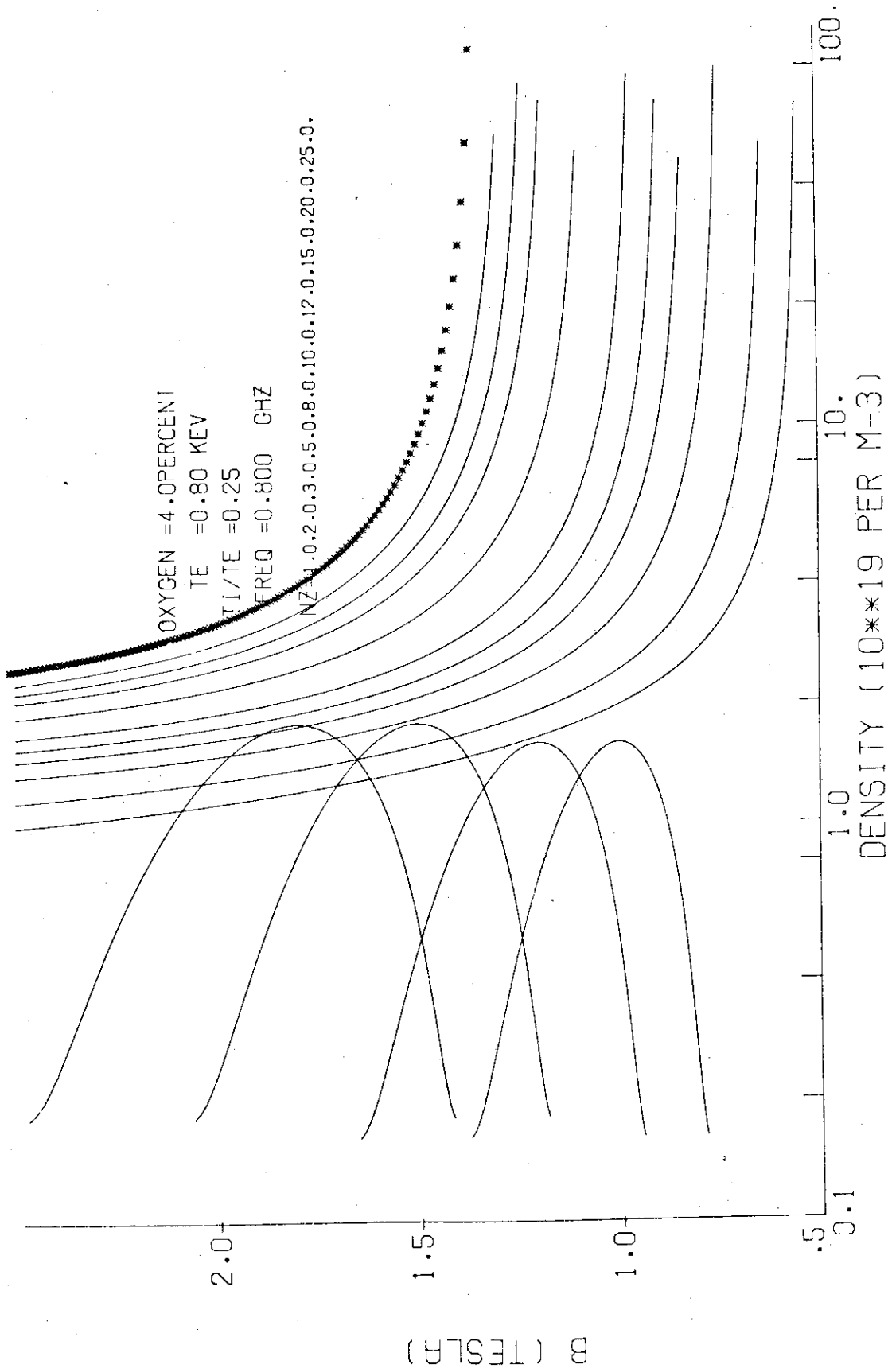


Fig.A-4 f=0.8GHz他は、Fig.3-1(a)と同じ。

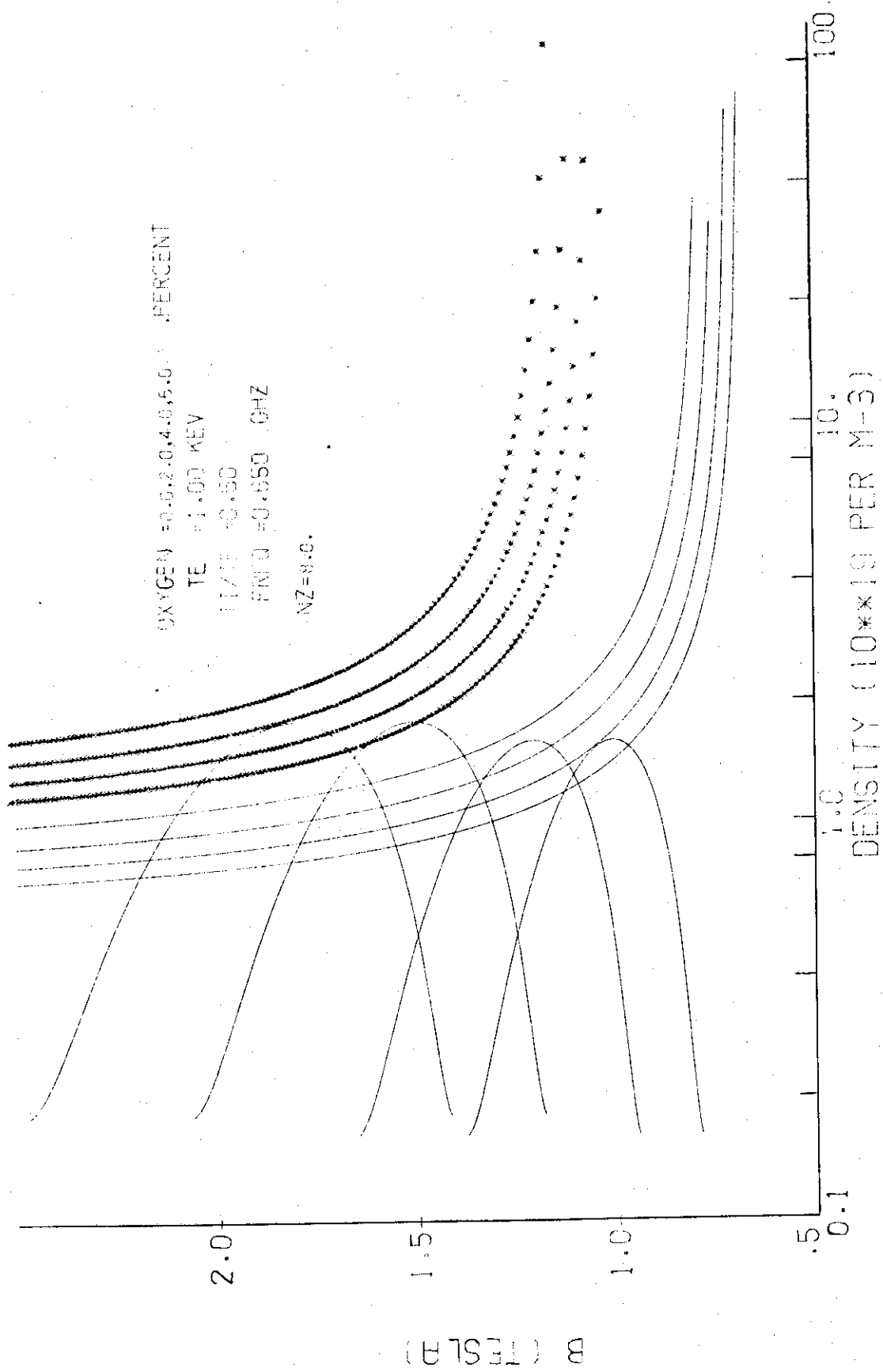


Fig.A-5 $T_i = 500$ eV他は, Fig.3-1 (b)と同じ。