

JAERI-M

6 9 6 5

不純物イオン輸送に対する温度勾配の効果

1977年2月

津 田 孝

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

不純物イオン輸送に対する温度勾配の効果

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

津田 孝

(1977年1月31日受理)

不純物イオンの輸送に対する温度勾配の効果をつカマクのMHD領域において調べた。イオンの慣性及び異なるイオン間の温度緩和の効果も考慮にいたした。軽い不純物イオンに対する結果は以前のJAERI-M 5376と等しくなり、不純物イオンの粒子束における温度勾配に比例する項は出て来ない。重い不純物イオンに対しては、あるパラメーター領域では、プラズマ・イオンの密度勾配と温度勾配の向きが等しくても不純物イオンがプラズマ柱の内部に入っていけないことが示された。

Temperature Gradient Effect on Impurity-Ion Transport

Takasi Tuda

Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai, JAERI

(Received January 31, 1977)

Effects of temperature gradient on the impurity transport are considered in MHD regime, taking account of the effects of the inertia of impurity ion and temperature equipartition between ions.

For light impurities, the temperature equipartition effect nullifies the temperature screening term.

The diffusion flux of heavy impurities largely varied in considering the ion inertia. When the host ion has a long mean free path, the impurity diffusion flux is outward when $\mathcal{N} = d \ln T_i / d \ln n_i > 0$ with T_i the ion temperature and n_i the ion density.

目 次

§ 1 序 論	1
§ 2 モデル	2
§ 3 不純物イオンの平衡	4
§ 4 軽い不純物イオンの粒子束	8
§ 5 重い不純物イオンの粒子束	10
§ 6 安 定 性	12
§ 7 議 論	15
§ 8 結 論	16

§ 1. 序 論

トカマク等の低ベータ・トーラスによって核融合炉を実現するには、炉心プラズマ中の不純物イオンの量を低い値に抑えることが必要である。特に、炉心プラズマとして予想される 10 KeV 程度の高温においても不完全電離の状態にある重金属不純物の量が重要である。

(1/1000 程度のレベルに抑えることが必要である。)

近年、TFR¹⁾ や ATC²⁾ によってトカマク・プラズマ中での不純物イオンの輸送についての実験が詳しく行なわれている。又、最近になって T-10³⁾ や PLT⁴⁾ の初期実験が行なわれた。これら T-10 や Alcator の高密度における実験⁵⁾ によれば、重金属の不純物イオンにはかならずしも、従来の不純物イオンに対する新古典輸送理論^{6)~11)} から予想される様に、時間の経過とともにプラズマ柱の中心部には集積してゆかず、周辺部のみで循環しているようである。

この論文の目的は、以前に著者によって行なわれた不純物イオン輸送に対する径方向電解の影響の計算¹²⁾ をイオンの温度勾配が存在する場合について拡張し、ある条件のもとでは、十分に重い不純物イオンは新古典理論から予想される平衡状態の径電解の値では、プラズマ柱の内部に侵入していけないことを示すことである。

§2 では、計算に用いるモデル及び仮定について説明を行なう。不純物イオンの物理量の磁気面上での変化分 (\tilde{n}_I , \tilde{T}_I 等) は §3 で MHD 方程式系を用いて計算される。軽い不純物イオンに対する粒子束は §4 で求められ、文献(6)及び(8)の結果と比べられる。§5 において、重い不純物イオンに対する粒子束が計算され、プラズマ・イオンの密度勾配と温度勾配の符号が等しい場合にも、不純物イオンの粒子束が外側を向く場合があることが示される。§6 では、不純物イオンの異常輸送と関連の深い不純物ドリフト波不安定性について調べ、§2 で示した仮定のもとでは、この種の不安定性に対して系が安定であることを示す。§7 では本論文で得られた結果と他の文献の結果を比較し、それについての議論を行なう。§8 では本論文で得た結論を述べる。MHD 領域におけるプラズマ・イオンの平衡及び、両極性拡散となる径電解の値は附録で計算する。

§ 2. モ デ ル

軸対称，低ベーターのトカマク型磁場配位について考える。座標系は，図1に示されるものを用い，線素 ds を

$$(ds)^2 = (dr)^2 + r^2 (d\theta)^2 + R^2 h^2 (d\varphi)^2 \quad (1)$$

但し

$$h = 1 + \epsilon \cos \theta$$

で与え。ここで， $\epsilon \equiv r/R$ はアスペクト比の逆数であり， $\epsilon \ll 1$ とする。

平衡の磁場配位は

$$\mathbf{B} = (0, B_\theta(r), B_0) / h \quad (2)$$

で与えられるものとする。従って， $r = \text{const}$ が磁気面となる。ここではトカマク型の磁場配位を考えているので

$$\theta \equiv \frac{B_\theta}{B_0} \ll 1 \quad (3)$$

であり，磁場の強さ B は，近似面に

$$B \simeq \frac{B_0}{h} \quad (4)$$

で与えられる。

以下では3成分，即ち電子とプラズマ・イオン（荷電数=1，質量数 ~ 1 ），及び，不純物イオン（荷電数=Z，質量数=A）からなるプラズマを考える。プラズマの密度が十分に高ければ，電気的中性より

$$n_e(r, \theta) = n_i(r, \theta) + Z n_I(r, \theta) \quad (5)$$

でなければならない。ここで， n_e ， n_i ， n_I は，それぞれ，電子，プラズマ・イオン，不純物イオンの密度である。この論文では，解析を簡単にする為に不純物イオンの量は十分に少なく

$$Z^2 n_I \ll n_i \quad (6)$$

であり，プラズマ・イオンの運動を考える時には，不純物イオンとの衝突は無視し，不純物イオンの運動を記述する時には，不純物イオン同志の衝突は無視し，プラズマ・イオンとの衝突のみを考慮すればよいものとする。

又，考える径方向の電界は，あまり大きくなく，

$$v_0 \equiv -\frac{E_r}{B_0} = \frac{1}{B_0} \frac{d\Phi}{dr} \quad (7)$$

但し

$$\Phi = \Phi(r) ; \text{平衡状態での静電ポテンシャル}$$

として

$$V_0^2 \ll \theta^2 v_{Ti}^2 \quad (8)$$

但し

$$v_{Ti}^2 \equiv \frac{2 T_i}{m_i} ; \quad \text{プラズマ・イオンの熱速度}$$

とする。\$v_0\$の値は、通常、新古典拡散理論の両極性拡散の状態の平衡から決定される。(附録参照) 又、不純物イオンは十分に重く

$$\text{但し} \quad v_0^2 \sim \theta^2 v_{TI}^2 \quad (9)$$

$$v_{TI}^2 \equiv \frac{2 T_I}{m_I}$$

あるいは、(9)式を書換えて

$$\frac{m_I}{m_i} \frac{\rho_i^2}{\theta^2 r^2} \sim 1 \quad (9)'$$

但し

$$\rho_i = \frac{m_i}{e B_0} v_{Ti} ; \quad \text{プラズマ・イオンのラーマー半径}$$

となるものとする。

この論文では、MHD領域、即ち

$$\delta \equiv \frac{v_{TI} \tau_{Ii}}{R q} \ll 1 \quad (10)$$

但し

$$q \equiv \frac{r B_0}{R B_e} > 1 ; \quad \text{安定係数}$$

を仮定する。但し、\$\tau_{Ii}\$は不純物のイオンとプラズマ・イオンの衝突時間で

$$\tau_{Ii} \sim \frac{\sqrt{A}}{Z^2} \tau_{ii}$$

の程度である。しかし、不純物イオンについても磁化 (\$\tau_{Ii} \omega_{cI} \gg 1\$, \$\omega_{cI}\$: 不純物イオンのサイクロトロン周波数) しているものとする。又、プラズマ・イオンと不純物イオンの温度は、エネルギー及び、粒子の閉じ込め時間が、イオン間の温度の緩和時間に比べて十分に長い為

$$T_i(r) = T_I(r)$$

とすることができる。

この論文では、イオンの磁力線方向の平均流 \$U_{I1}\$ は0とする。もし、\$U_{I1}\$ も0の場合には、以下の章で得られた結果を

$$U_0 \rightarrow v_0 + \theta U_{I1} \quad (11)$$

と置換すればよい。

§ 3. 不純物イオンの平衡

プラズマ柱が回転している ($E_r \neq 0$) 場合の不純物イオンの平衡を考える。計算は文献(12)で用いた, Guiding Center Fluid 方程式¹³⁾ではなく, 通常の MHD 方程式系¹⁴⁾を用いる。基本式は

$$\operatorname{div} (n_I \vec{v}_I) = 0 \quad (12)$$

$$m_I n_I (\vec{v}_I \nabla \cdot \vec{v}_I) = -\nabla p_I + (\vec{E} + \vec{v}_I \times \vec{B}) - \nabla \vec{\pi}_I + \vec{R} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} n_I (v_I \cdot \nabla T_I) + p_I \operatorname{div} \vec{v}_I \\ = -\operatorname{div} \vec{q}_I + \Delta Q \end{aligned} \quad (14)$$

である。ここで, $\vec{\pi}_I$ は不純物イオンの非等方圧力テンソルで, 今, 不純物イオンの同種粒子間衝突は考慮しないで, π_I としては磁気粘性項のみである。 \vec{R} は不純物イオンとプラズマ・イオンの間に働く摩擦力で

$$\vec{R} = -\frac{m_i n_i}{\tau_{ii}} (\vec{v}_I - \vec{v}_i) \quad (15)$$

但し

$$m_{iI} = \frac{m_i m_I}{m_i + m_I}$$

$$\tau_{ii} = \frac{3\sqrt{m_{iI}} T_i^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} Z^2 e^4 n_i \ln A}$$

で表わされる。^{6)~14)}もし, 不純物イオンの量が多い場合には, プラズマ・イオンの同種粒子間のクーロン衝突の為, 分布関数が Shifted Maxwell 分布から歪み, (13)式には 1 より小さな数係数がかかる。(文献(8)を参照, 例えば $Z^2 n_I / n_i = 1$ で 0.51 という数係数がかかる。)しかし, ここでは $Z^2 n_I / n_i \ll 1$ の場合を考えているので, この効果は無視しうる。

同様にして, 不純物イオンとプラズマ・イオンの間に働く Thermal Force⁸⁾も無視しうる。

\vec{q}_I は熱流を表わし, ドリフト熱流

$$\vec{q}_I = \frac{5}{2} \frac{n_I T_I}{Z e B^2} (\vec{B} \times \nabla T_I) \quad (16)$$

及び、磁力線方向の熱伝導

$$\vec{q}_{11} = -\chi_{11I} \nabla_{11} T_I \quad (17)$$

但し

$$\chi_{11I} \approx \frac{n_I T_I \tau_{Ii}}{m_I}$$

のみを考える。 $\chi_{\perp I}$ からの寄与は χ_{11I} の寄与に比べて $(\theta \tau_{Ii} \omega_{cI})^{-2}$ の程度となり、我々が興味を持っているプラズマのパラメーターでは無視しうる。

ΔQ は、不純物イオンとプラズマ・イオンとの間の温度の緩和による熱の交換で¹⁴⁾

$$\Delta Q = n_I \frac{T_i - T_I}{\tau_T} \quad (18)$$

但し

$$\tau_T = \frac{3m_i m_I}{8\sqrt{2\pi} Z^2 e^4 \ln} \left(\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_I}{m_I} \right)^{3/2}$$

$$\approx \frac{m_I}{m_i} \frac{3\sqrt{m_i} T_i^{3/2}}{8\sqrt{2\pi} Z^2 e^4 \ln}$$

で与えられる。

我々は、(12)式~(14)式を $(\omega_{cI} \tau_{Ii})^{-1} \ll 1$ の仮定のもとに逐次近似法で解く。第0次の近似としては散逸項及び慣性性を無視し、全ての物理量は r のみの関数とすることが出来る。そこで(13)式より

$$\begin{aligned} v_{I\theta}^{(0)} &= \frac{1}{Z e n B} \frac{d p_I}{d r} - \frac{E_r}{B} \\ &= (v_0 + U_{PI}) / h \end{aligned} \quad (19)$$

但し

$$U_{PI} = \frac{1}{Z e B_0 n_I} \frac{d p_I^{(0)}}{d r}$$

が得られる。(1)式の座標系においては

$$\text{div} (\vec{v}_I^{(0)}) = -\frac{2e}{r} \sin \theta (v_0 + U_{PI}) \quad (20)$$

となる。又、§1で述べたように

$$T_I^{(0)}(r) = T_i^{(0)}(r)$$

である。次の近似まででは、全ての物理量は

$$f(r, \theta) = f^{(0)}(r) + \tilde{f}(\theta) \quad (21)$$

で表わすことが出来る。簡単の為、 \tilde{f} の r 依存性は無視する。方程式系は線型となる為、

$$\tilde{f} \propto e^{i\theta} \quad (22)$$

とする。この時 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ は

$$\begin{aligned} \sin \theta &\rightarrow -ie^{i\theta} \\ \cos \theta &\rightarrow e^{i\theta} \end{aligned}$$

と置換すればよい。粒子束等を求める場合は、結果の実数部をとればよい。以下では $f^{(0)}$ の上付きの添字(0)は省略する。

磁力線方向の運動方程式は (A-11) 式の事実を用いると

$$\begin{aligned} \frac{n_I m_I v_0}{r} \frac{\partial v_{\parallel I}}{\partial \theta} &= - \frac{Z e n_I \theta}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\theta}{r} \frac{\partial \tilde{p}_I}{\partial \theta} \\ &+ \tilde{R}_{I1} \end{aligned} \quad (23)$$

となる。従って

$$\begin{aligned} (v_0 - is) \tilde{v}_{\parallel I} &= - \frac{\theta T_I}{m_I} \left(\frac{Ze\phi}{T_I} + \frac{\tilde{p}_I}{n_I T_I} \right) \\ &- is \tilde{v}_{\parallel I} \end{aligned} \quad (24)$$

但し、 s は速度の次元を持つ量で、実効的な摩擦力で

$$s \equiv \frac{r m_{iI}}{\tau_{iI} m_I}$$

である。又、 ϕ は1次の静電ポテンシャルである。

連続の式(2)は

$$\begin{aligned} n_I \theta \frac{\partial v_{\parallel I}}{r \partial \theta} - \frac{1}{B_0 r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{1}{Z e n_I} \frac{\partial \tilde{p}_I}{\partial \theta} \right) \frac{dn_I}{dr} \\ + (v_0 + U_{PI}) \frac{\partial n_I}{r \partial \theta} = \frac{2e}{r} n_I \sin \theta (v_0 + U_{PI}) \end{aligned} \quad (25)$$

となり、(24)式を代入して

$$\begin{aligned} \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \left(\frac{Ze\phi}{T_I} + \frac{\tilde{p}_I}{n_I T_I} \right) \\ - (v_0 - is) \left[(v_0 + U_{TI}) - U_{nI} \frac{\tilde{T}_I}{T_I} - U_{ni} \frac{Ze\phi}{T_I} \right] \\ = 2e (v_0 - is) (v_0 + U_{PI}) - is \theta \tilde{v}_{\parallel I} \end{aligned} \quad (26)$$

但し

$$U_{nI} = \frac{T_I}{ZeB_0 n_I} \frac{dn_I}{dr}$$

$$U_{TI} = \frac{1}{ZeB_0} \frac{dT_I}{dr}$$

となる。ここで (A-19)式より

$$\tilde{v}_{11I} = -\frac{2\epsilon}{\theta} (v_0 + U_{PI}) \quad (27)$$

と置くと

$$\left[(v_0 - is)(v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \frac{\tilde{n}_I}{n_I}$$

$$- \left[U_{nI}(v_0 - is) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \left(\frac{\tilde{T}_I}{T_I} + \frac{Ze\phi}{T_I} \right)$$

$$= -2\epsilon v_0 (v_0 + U_{PI}) + i2\epsilon s (U_{PI} - U_{PI}) \quad (28)$$

と書ける。

次に \tilde{T}_I を計算する。(14式より)

$$\frac{3}{2} n_I v_0 \frac{\partial \tilde{T}_I}{r \partial \theta} - \frac{3}{2} \frac{n_0}{B_0 r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + n_I T_I \left[\frac{\theta}{r} \frac{\partial \tilde{v}_{11I}}{\partial \theta} \right.$$

$$\left. - \frac{2\epsilon}{r} \sin \theta (U_{PI} + v_0) \right] - \chi_{11I} \frac{\theta^2}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{T}_I}{\partial \theta^2}$$

$$- \frac{5}{2} \frac{2\epsilon}{r} \sin \theta \frac{n_I T_I}{ZeB_0} \frac{dT_I}{dr} = -n_I \frac{\tilde{T}_I - \tilde{T}_i}{\tau_T} \quad (29)$$

となる。(A-24)式より $|\tilde{T}_i / T_i| \ll E$ であるから、29式は

$$\frac{3}{2} v_0 \frac{\tilde{T}_I}{T_I} - \frac{3}{2} U_{TI} \frac{Ze\phi}{T_I} + \theta \tilde{v}_{11I} - i \frac{\chi_{11I} \theta^2}{n_I r} \frac{\tilde{T}_I}{T_I}$$

$$- i \frac{r}{\tau_T} \frac{\tilde{T}_I}{T_I} = -2\epsilon (v_0 + U_{PI} + \frac{5}{2} U_{TI})$$

となる。上式に24式及び27式を代入すると

$$\left[\left(\frac{3}{2} v_0 - i \frac{\chi_{11I} \theta^2}{n_I r} - i \frac{r}{\tau_T} \right) (v_0 - is) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \frac{\tilde{T}_I}{T_I}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{3}{2} U_{TI} (v_0 - is) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \frac{Ze\phi}{T_I} - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \frac{\tilde{n}_I}{n_I} \\
 & = -2e v_0 (v_0 + U_{pI} + \frac{5}{2} U_{TI}) - i2es (U_{pi} - U_{pI} - \frac{5}{2} U_{TI}) \quad (30)
 \end{aligned}$$

が得られる。

附録より $|e\phi/T_i| \ll 1$ であり、従って(28式及び30式より \tilde{n}_I, \tilde{T}_I を求めれば不純物イオンの粒子束を計算することが出来る。

§ 4. 軽い不純物イオンの粒子束

まず

$$v_0^2 \ll \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \quad (31)$$

あるいは

$$\frac{\rho_I^2}{\theta^2 r^2} \ll 1$$

の場合について考察する。(10式より

$$\delta \equiv \frac{v_{TI} \tau_{II}}{Rq} \sim \sqrt{\frac{m_I}{m_i}} \frac{v_{Ti} \tau_i}{Z^2 Rq} \ll 1$$

である。又、(24式及び(17式より

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta v_{TI}}{s} & \sim \delta \\
 \frac{\theta^2 \chi_{11I} / r n_I}{\theta v_{TI}} & \sim \delta
 \end{aligned}$$

となっている。今、

$$v_0 s \lesssim \theta^2 v_{TI}^2 \quad (32)$$

あるいは、書換えて

$$\frac{\rho_I}{\delta \theta r} \simeq \frac{Z^2 \nu_i}{\theta^2 \omega_{ci}} \lesssim 1$$

とする。この条件は、通常のトカマク・プラズマでは容易に満たされる。

条件式 (31) のもとでは、(28式、(30式はそれぞれ

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{3}{2} U_{TI} (v_0 - is) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \frac{Ze\phi}{T_I} - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \frac{\tilde{n}_I}{n_I} \\
& = -2e v_0 (v_0 + U_{pI} + \frac{5}{2} U_{TI}) - i2es (U_{pi} - U_{pI} - \frac{5}{2} U_{TI}) \quad (30)
\end{aligned}$$

が得られる。

附録より $|e\phi/T_i| \ll 1$ であり、従って(28式及び30式より \tilde{n}_I , \tilde{T}_I を求めれば不純物イオンの粒子束を計算することが出来る。

§ 4. 軽い不純物イオンの粒子束

まず

$$v_0^2 \ll \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \quad (31)$$

あるいは

$$\frac{\rho_I^2}{\theta^2 r^2} \ll 1$$

の場合について考察する。(10式より

$$\delta \equiv \frac{v_{TI} \tau_{Ii}}{Rq} \simeq \sqrt{\frac{m_I}{m_i}} \frac{v_{Ti} \tau_i}{Z^2 Rq} \ll 1$$

である。又、(24式及び(17式より

$$\begin{aligned}
\frac{\theta v_{TI}}{s} & \sim \delta \\
\frac{\theta^2 \chi_{11I} / r n_I}{\theta v_{TI}} & \sim \delta
\end{aligned}$$

となっている。今、

$$v_0 s \lesssim \theta^2 v_{TI}^2 \quad (32)$$

あるいは、書換えて

$$\frac{\rho_I}{\delta \theta r} \simeq \frac{Z^2 \nu_i}{\theta^2 \omega_{ci}} \lesssim 1$$

とする。この条件は、通常のトカマク・プラズマでは容易に満たされる。

条件式(31)のもとでは、(28式、(30式はそれぞれ

$$\left[\frac{\theta^2 T_I}{m_I} - is(v_0 + U_{TI}) \right] \frac{\tilde{n}_I}{n_I} + \left(\frac{\theta^2 T_I}{m_I} - is U_{nI} \right) \frac{\tilde{T}_I}{T_I} \approx -i2\epsilon s (U_{pI} - U_{pi}) \quad (33)$$

$$\frac{\theta^2 T_I}{m_I} \frac{\tilde{n}_I}{n_I} + \frac{rs}{\tau_T} \frac{\tilde{T}_I}{T_I} \approx -i2\epsilon s \left(U_{pI} - U_{pi} + \frac{5}{2} U_{TI} \right) \quad (34)$$

となる。従って

$$\left[\frac{\theta^2 T_I}{m_I} - is(v_0 + U_{TI}) \right] \frac{\tilde{n}_I}{n_I} = -i2\epsilon s (U_{pI} - U_{pi}) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\theta^2 T_I}{m_I} - is(v_0 + U_{pI}) \right] \frac{\tilde{T}_I}{T_I} \\ &= i2\epsilon \frac{\tau_T}{r} \left[is(v_0 + U_{TI}) \left(U_{pi} - U_{pi} + \frac{5}{2} U_{TI} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \cdot \frac{5}{2} U_{TI} \right] \quad (36) \end{aligned}$$

が得られる。(35)式と(36)式より

$$\frac{\tilde{T}_I / T_I}{\tilde{n}_I / n_I} \sim \delta^2$$

であることが判かる。従って、不純物イオンの粒子束に対する \tilde{T}_I の影響は無視することが出来る。

(35) 式を

$$\frac{\tilde{n}_I}{n_I} = 2\epsilon \frac{R + iS}{O} (U_{pI} - U_{pi}) \quad (37)$$

但し

$$O = (\theta^2 T_I / m_I)^2 + s^2 (v_0 + U_{TI})^2$$

$$R = s^2 (v_0 + U_{TI})$$

$$S = -s \frac{\theta^2 T_I}{m_I}$$

と書いておく。

磁気面を貫ぬく粒子束は

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{1}{2\pi} \oint n v_r h d\theta \\
 &= -\frac{1}{2\pi} \oint d\theta 2\epsilon \cos \theta \frac{T_I}{ZeB_0} \frac{\partial \tilde{n}_I}{r \partial \theta} \\
 &\quad - \frac{1}{2\pi} \oint d\theta \frac{1}{ZeB_0} \tilde{n} \frac{\partial \tilde{n}_I}{r \partial \theta}
 \end{aligned} \tag{38}$$

で表わされる。(37)式を代入し、実数部のみをとると

$$\begin{aligned}
 \Gamma_i &= \frac{2\epsilon^2 n_I T_I}{ZeB_0} \frac{S}{O} \\
 &= -\frac{2\epsilon^2 s}{O} \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \frac{n_I T_I}{ZeB_0} (U_{pI} - U_{pi})
 \end{aligned} \tag{39}$$

となる。もし、不純物イオンのラーマー半径が小さい極限、

$$v_0 s \ll \theta^2 v_{TI}^2 \tag{40}$$

を考えると

$$\begin{aligned}
 \Gamma_I &= -2q^2 \frac{m_{iI} n_I}{\tau_{iI} ZeB_0} (U_{pI} - U_{pi}) \\
 &= -2q^2 \frac{m_{iI} n_I}{\tau_{iI} Ze^2 B_0} \left(\frac{1}{Z n_I} \frac{dP_I}{dr} - \frac{1}{n_i} \frac{dP_i}{dr} \right)
 \end{aligned} \tag{41}$$

となり、この論文では無視した、磁場に垂直方向の散逸機構による項を除いて文献(6)の結果と一致する。

又、この結果は、Rutherford⁸⁾の計算とは、粒子束に(41)式に出てくる項の外に、温度勾配 (dT_I/dr) に比例する項が出てくる点で異なっている。この差異は、文献(8)においては、本論文の(14)式の右辺第2項の温度の緩和の項を考慮しなかった事による。従ってラーマー半径が小さいという極限では、いわゆる、Temperature Screening 効果は存在しない。

§ 5. 重い不純物イオンの粒子束

次に

$$v_0^2 \sim \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \tag{42}$$

と書いておく。

磁気面を貫ぬく粒子束は

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2\pi} \int n v_r h d\theta \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int d\theta 2\epsilon \cos\theta \frac{T_I}{ZeB_0} \frac{\partial \tilde{n}_I}{r \partial \theta} \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int d\theta \frac{1}{ZeB_0} \tilde{n} \frac{\partial \tilde{n}_I}{r \partial \theta} \end{aligned} \quad (38)$$

で表わされる。(37)式を代入し、実数部のみをとると

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \frac{2\epsilon^2 n_I T_I}{Ze r B_0} \frac{S}{O} \\ &= -\frac{2\epsilon^2 s}{O} \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \frac{n_I T_I}{Ze B r} (U_{pI} - U_{pi}) \end{aligned} \quad (39)$$

となる。もし、不純物イオンのラーマー半径が小さい極限,

$$v_0 s \ll \theta^2 v_{TI}^2 \quad (40)$$

を考えると

$$\begin{aligned} \Gamma_I &= -2q^2 \frac{m_i n_I}{\tau_{Ii} Ze B_0} (U_{pI} - U_{pi}) \\ &= -2q^2 \frac{m_i n_I}{\tau_{Ii} Ze^2 B_0} \left(\frac{1}{Z n_I} \frac{dP_I}{dr} - \frac{1}{n_i} \frac{dP_i}{dr} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

となり、この論文では無視した、磁場に垂直方向の散逸機構による項を除いて文献(6)の結果と一致する。

又、この結果は、Rutherford⁸⁾の計算とは、粒子束に(41)式に出てくる項の外に、温度勾配 (dT_I/dr) に比例する項が出てくる点で異なっている。この差異は、文献(8)においては、本論文の(14)式の右辺第2項の温度の緩和の項を考慮しなかった事による。従ってラーマー半径が小さいという極限では、いわゆる、Temperature Screening 効果は存在しない。

§ 5. 重い不純物イオンの粒子束

次に

$$v_0^2 \sim \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \quad (42)$$

あるいは

$$\frac{\rho_I^2}{\theta^2 r^2} \sim 1$$

の場合を考える。(28式, (30式より, §4と同様に

$$\begin{aligned} & \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} - is (v_0 + U_{TI}) \right] \frac{\tilde{n}_I}{n_I} \\ & \simeq -2\epsilon v_0 (v_0 + U_{pI}) + i2\epsilon s (U_{pI} - U_{pi}) \end{aligned} \quad (43)$$

(43式を

$$\frac{\tilde{n}_I}{n_I} = 2\epsilon \frac{P + iQ}{O} \quad (44)$$

但し

$$\begin{aligned} O &= \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right]^2 + s^2 (v_0 + U_{TI})^2 \\ P &= \left\{ -v_0 (v_0 + U_{pI}) \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] \right. \\ & \quad \left. + s^2 (v_0 + U_{TI}) (U_{pI} - U_{pi}) \right\} \\ Q &= s \left\{ v_0 (v_0 + U_{pI}) (v_0 + U_{TI}) \right. \\ & \quad \left. + \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] (U_{pI} - U_{pi}) \right\} \end{aligned}$$

と書いておくと, 不純物イオンの粒子束は(38式を用いて

$$\begin{aligned} r &= - \frac{2\epsilon^2 n_I T_I}{Ze r B_0} \frac{Q}{O} \\ &= - \frac{2\epsilon^2 s T_I}{Ze B_0 r O} \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) (v_0 + U_{pI}) \right. \\ & \quad \left. + \left[v_0 (v_0 + U_{TI}) - \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right] (U_{pI} - U_{pi}) \right] \end{aligned} \quad (45)$$

が得られる。

・プラズマ・イオンの平均自由行程が長い場合

イオンの平均自由行程の長い場合 ($\lambda_{mfp} \simeq Rq$) には平衡状態の径電界は,

$$v_0 \simeq -U_{ni} \quad (46)$$

で与えられる。この値は、長い平均自由行程 ($\lambda_{mfp} > Rq$) の場合に対する解析^{15),16)}の結果ともほぼ等しい。この様にイオンが長い平均自由行程を持つプラズマ・パラメータは現在のトカマクで実現されており、実験との比較において興味深い。

(46) 式を(45) 式に代入すると

$$\Gamma_I \propto -U_{ni} (-U_{pi} - U_{TI}) (-U_{ni} + U_{pI}) - \left\{ U_{ni} (-U_{ni} + U_{TI}) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right\} (U_{pI} - U_{pi}) \quad (47)$$

となることわかる。(47) 式より、通常の状態 ($U_{ni} < 0, U_{ni} > 0$) において不純物イオンの粒子束が外向 ($\Gamma_I \geq 0$) となる条件は

$$\left\{ 1 - \frac{2(1-\frac{\eta}{Z})U_{ni}^2}{\theta^2 T_I / m_I} \right\} \left\{ 1 + \eta - \frac{\eta}{Z} - \frac{2(1-\frac{\eta}{Z})U_{ni}^2}{\theta^2 T_I / m_I} \right\} \times \left(1 + \frac{\eta}{2} - \frac{\eta}{Z} \right) < 0 \quad (48)$$

但し

$$\eta \equiv \frac{d \ln T_i}{d \ln n_i}$$

となる。 $Z \gg 1$ の場合の様子は図(2)に示してある。図(2)の斜線の部分が条件式(48)を満たす領域である。 $1 < 2U_{ni}^2 / (\theta^2 T_I / m_I) < 2$ の間にある不純物イオンは慣性項の効果によって $\eta > 0$ の場合でも Outward Diffusion となる。

・プラズマ・イオンの平均自由行程が短い場合

平均自由行程が短い場合には、(A-27) 式より平衡状態の径電界は

$$v_0 = -U_{pi} \quad (49)$$

となる。従って、不純物イオンの粒子束は

$$\Gamma_I \propto - \left\{ 2U_{ni}^2 (1 + \eta) \left(1 + \eta - \frac{\eta}{Z} \right) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right\} (U_{pI} - U_{pi}) \quad (50)$$

となり、粒子束の返転は起こらない。

§ 6. 安 定 性

よく知られている様に^{17), 18)} 径電界による粒子束の Pfirsch - Schliiter 拡散からの増大は、プラズマ柱の $E \times B$ による回転が、トロイダル効果によってドリフト波 (イオン音波) を励起することが原因となっている。

我々の問題では、不純物ドリフト波 (不純物イオン音波)¹⁹⁾ がプラズマ柱の回転によって励起され、それが拡散束の逆転と関連している。従って、これまでの § で行なってきた古典的な解析が適用出来る為には、これらの波が安定であることが必要である。もし、これらの波が不安定で

で与えられる。この値は、長い平均自由行程 ($\lambda_{mfp} > Rq$) の場合に対する解析^{15),16)}の結果ともほぼ等しい。この様にイオンが長い平均自由行程を持つプラズマ・パラメーターは現在のトカマクで実現されており、実験との比較において興味深い。

(46) 式を(45)式に代入すると

$$\Gamma_I \propto -U_{ni} (-U_{pi} - U_{TI}) (-U_{ni} + U_{pI}) - \left\{ U_{ni} (-U_{ni} + U_{TI}) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right\} (U_{pI} - U_{pi}) \quad (47)$$

となることがわかる。(47) 式より、通常の状態 ($U_{ni} < 0, U_{ni} > 0$) において不純物イオンの粒子束が外向 ($\Gamma_I \geq 0$) となる条件は

$$\left\{ 1 - \frac{2(1-\frac{\eta}{Z})U_{ni}^2}{\theta^2 T_I / m_I} \right\} \left\{ 1 + \eta - \frac{\eta}{Z} - \frac{2(1-\frac{\eta}{Z})U_{ni}^2}{\theta^2 T_I / m_I} \right\} \times \left(1 + \frac{\eta}{2} - \frac{\eta}{Z} \right) \} < 0 \quad (48)$$

但し

$$\eta \equiv \frac{d \ln T_i}{d \ln n_i}$$

となる。 $Z \gg 1$ の場合の様子は図(2)に示してある。図(2)の斜線の部分が条件式(48)を満たす領域である。 $1 < 2U_{ni}^2 / (\theta^2 T_I / m_I) < 2$ の間にある不純物イオンは慣性項の効果によって $\eta > 0$ の場合でも Outward Diffusion となる。

・プラズマ・イオンの平均自由行程が短い場合

平均自由行程が短い場合には、(A-27)式より平衡状態の径電界は

$$v_0 = -U_{pi} \quad (49)$$

となる。従って、不純物イオンの粒子束は

$$\Gamma_I \propto - \left\{ 2U_{ni}^2 (1 + \eta) \left(1 + \eta - \frac{\eta}{Z} \right) + \frac{\theta^2 T_I}{m_I} \right\} (U_{pI} - U_{pi}) \quad (50)$$

となり、粒子束の返転は起こらない。

§ 6. 安 定 性

よく知られている様に^{17), 18)} 径電界による粒子束の Pfirsch - Schliiter 拡散からの増大は、プラズマ柱の $E \times B$ による回転が、トロイダル効果によってドリフト波 (イオン音波) を励起することが原因となっている。

我々の問題では、不純物ドリフト波 (不純物イオン音波)¹⁹⁾ がプラズマ柱の回転によって励起され、それが拡散束の逆転と関連している。従って、これまでの § で行なってきた古典的な解析が適用出来る為には、これらの波が安定であることが必要である。もし、これらの波が不安定で

あれば、不安定性による異常輸送が重要となってくる。この種の不安定性の解析は Collisionless 型の文献 (19) や津田, 田中による散逸型²⁰⁾ 等がある。ここでは文献 (20) の解析に温度勾配の効果を考慮に入れて拡張することにする。従って、計算の手順は文献 (20) と同様である。計算を簡単にする為に板状のモデルを用い、磁場は z 方向で密度勾配は x 方向にあるものとする。

得られた結果のトーラス配位への適用は

$$k_{\perp} \rightarrow \frac{m}{r}, \quad k_{\parallel} \rightarrow \frac{m - nq}{r}$$

m, n ; ポロイダル及びトロイダル方向へのモード数

と置換すればよい。

平衡状態は

$$n_e(x) = n_i(x) + Z n_I(x) \quad (51)$$

であり, (6) 式とは異なり

$$n_I \ll n_i \quad (52)$$

と仮定しておく。揺動量の形として

$$\tilde{n}, \tilde{T}, \phi \propto \exp(i(k_{\perp} y + k_{\parallel} z - \omega t)) \quad (53)$$

を考える。波の磁力線方向の位相速度は

$$\frac{T_I}{m_I} \ll \left(\frac{\omega}{k_{\parallel}}\right)^2 \ll \frac{T_i}{m_i} \quad (54)$$

を考える。

$m_I/m_i \gg 1$ の場合を考えるので

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{I\parallel} &\simeq 0 \\ \tilde{q}_{I\parallel} &\simeq 0 \end{aligned} \quad (55)$$

と置くことが出来る。又、不純物イオンのプラズマ・イオンとのクーロン衝突による磁場に垂直方向の拡散^{20), 21)} によって

$$\tilde{v}_{Iy} = -i k_{\perp} D_I \left(\tilde{v}_I - \frac{Z n_I}{n_i} \tilde{n}_i \right) \quad (56)$$

但し

$$D_I \equiv Z^2 \nu_{ii} \rho_i^2$$

が得られる。(55) 式, (56) 式を連続の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n \vec{v}) = 0$$

に代入することにより²⁰⁾

$$\tilde{n}_I = \frac{\omega_I - i k_{\perp}^2 D_I}{\omega + i K_{\perp}^2 D_I} \frac{Z n_I \tilde{\phi}}{T_I} \quad (57)$$

但し

$$\omega_I \equiv - \frac{k_{\perp} T_I}{Z e B n_I} \frac{d n_I}{dx}$$

が得られる。

プラズマ・イオンの連続の式、及び、磁力線方向への運動方程式より

$$K_{11} \tilde{v}_{i11} = \omega \frac{\tilde{n}_i}{n_i} - \omega_{*i} \frac{e\phi}{T_i} \quad (58)$$

及び

$$(\omega + i\mu_{eff}) \tilde{v}_{i11} = \frac{k_{11} T_i}{m_i} \left(\frac{\tilde{n}_i}{n_i} + \frac{\tilde{T}_i}{T_i} + \frac{\partial \phi}{T_i} \right) \quad (59)$$

但し

$$\omega_{*i} \equiv -\frac{k_{11} T_i}{e B n_i} \frac{d n_i}{d x}$$

$$\mu_{eff} \equiv \frac{1}{n_i m_i} (k_{11}^2 \mu_{11} + k_{\perp}^2 \mu_{\perp}) + \frac{Z^2 n_I}{n_i} \nu_{ii}$$

が得られる。(文献20及び(17)を参照)又、エネルギーの式¹⁴⁾

$$\frac{3}{2} n_i \frac{dT_i}{dt} + nT \operatorname{div} \vec{v} + \operatorname{div} \vec{q} = 0$$

より

$$\left(\frac{3}{2} \omega + i\chi_{eff} \right) \frac{\tilde{T}_i}{T_i} = \frac{3}{2} \omega_T \frac{\phi}{T_i} + k_{11} \tilde{v}_{i11} \quad (60)$$

但し

$$\omega_T \equiv -\frac{k_{y\perp}}{eB} \frac{dT_i}{dx}$$

$$\chi_{eff} \equiv \frac{k_{11}^2 \chi_{i11}}{n_i} + \frac{k_{\perp}^2 \chi_{i\perp}}{n_i}$$

が得られる。(58式~(60)式より \tilde{n}_i を決めることが出来る。

電子はボルツマン分布

$$\frac{\tilde{n}_e}{n_e} = \frac{e\phi}{T_e} \quad (61)$$

と置ける。準中性条件 $\tilde{n}_e = \tilde{n}_i + Z\tilde{n}_I$ から分散式として

$$R_e \omega \simeq \frac{Z^2 n_I}{(1+\tau) n_i} \omega_I \equiv \omega_0 \quad (62)$$

$$\operatorname{Im} \omega \simeq \frac{\omega_0}{1+\tau} \left\{ \mu_{eff} \frac{\omega_0 + \omega_{*i}}{k_{11}^2 T_i / m_i} + \frac{\omega_0 + \omega_{*i} (1 - \frac{3}{2} \eta)}{\chi_{eff}} \right.$$

$$\left. - k_{\perp}^2 D_I \left\{ 1 + \frac{Z^2 n_I}{(1+\tau) n_i} \right\} \right\} \quad (63)$$

但し

$$\tau \equiv \frac{n_e}{n_i} \frac{T_e}{T_i}$$

が得られる。(63)式の第1項は $d \ln n_I / d \ln n_i < 0$ で不安定化に寄与し、文献(20)で得られたプラズマ・イオンの粘性項による項である。第2項は、プラズマ・イオンが有限の熱伝導率を持つことによる事で、 $\eta > 0$ で波を不安定化する。第3項は、不純物イオンがプラズマ・イオンとのクーロン衝突で磁場に垂直方向に拡散することによる安定化項である。第1項、及び、第2項を第3項の大きさと比べることにより、安定化の目安として

$$\frac{n_I}{n_i} < \frac{Z l^2}{\tau_{ii}^2 v_{Ti}^2} \quad (64)$$

及び

$$\frac{n_I}{n_i} < Z k_{ii}^2 l^2 \quad (65)$$

但し

$$l \sim \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \right)^{-1}$$

が得られる。条件域(64)及び(65)は(2)式の仮定のもとでは容易に満たされる。

§ 7. 議 論

まず、§4で得られた結果について考えてみる。

文献(6)においては、温度の磁気面上での変化は考慮しなかった。しかし、(36)式で示した様に、我々が本論文で取扱ったMHD領域の仮定のもとでは、イオン間の温度の緩和時間が短かく、この項が他のドリフト熱流等のよりも優勢で、局所的に不純物イオンの温度はプラズマ・イオンの温度と等しくなる。又、附録で示した様に、プラズマ・イオンの温度の磁気面上での変化は非常に小さい。この為、Rutherford⁸⁾の論文の(16)式、(17)式における C_3 の数値は実効的に無限大となり、いわゆる Temperature Screening の効果は出てこない。文献(8)では、この主要な、異なるイオン間の温度緩和の効果を検討していない。

この論文では $Z^2 n_I / n_i \ll 1$ の場合のみを取扱ったが $Z^2 n_I / n_i$ が有限の場合には(4)式の前に文献(8)の数係数 C_1 が加わる。しかし、この様な場合には、一般には異なった電荷を持った不純物イオン同志の衝突も無視出来なくなり、3成分プラズマとしての取扱いは出来ない。

次に §5で得られた結果について考えてみる。先の場合と同様に、イオン間の温度緩和が効果的である為に(45)式で $U_{Ti} = U_{Ti} = 0$ と置けば、文献(12)の(38)式と等しくなる。又、§5でも述べた様に、MHD方程式系で得た $\lambda_{mfp} \sim Rq$ に対する平衡の径電界の値

$$v_0 \sim -U_{ni}$$

は、 $\lambda_{mfp} > Rq$ の領域におけるフォッカー・プラング型の衝突項を持つ Kinetic な方程式を用いた新古典理論^{15), 16)}と近似的に等しい。従って、本論文の(47)式の結果はプラズマ・イオンが

但し

$$\tau \equiv \frac{n_e}{n_i} \frac{T_e}{T_i}$$

が得られる。(63)式の第1項は $d \ln n_I / d \ln n_i < 0$ で不安定化に寄与し、文献(20)で得られたプラズマ・イオンの粘性項による項である。第2項は、プラズマ・イオンが有限の熱伝導率を持つことによる事で、 $\eta > 0$ で波を不安定化する。第3項は、不純物イオンがプラズマ・イオンとのクーロン衝突で磁場に垂直方向に拡散することによる安定化項である。第1項、及び、第2項を第3項の大きさと比べることにより、安定化の目安として

$$\frac{n_I}{n_i} < \frac{Z l^2}{\tau_{ii}^2 v_{Ti}^2} \quad (64)$$

及び

$$\frac{n_I}{n_i} < Z k_n^2 l^2 \quad (65)$$

但し

$$l \sim \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \right)^{-1}$$

が得られる。条件域(64)及び(65)は(2)式の仮定のもとでは容易に満たされる。

§ 7. 議 論

まず、§4で得られた結果について考えてみる。

文献(6)においては、温度の磁気面上での変化は考慮しなかった。しかし、(36)式で示した様に、我々が本論文で取扱ったMHD領域の仮定のもとでは、イオン間の温度の緩和時間が短かく、この項が他のドリフト熱流等のよりも優勢で、局所的に不純物イオンの温度はプラズマ・イオンの温度と等しくなる。又、附録で示した様に、プラズマ・イオンの温度の磁気面上での変化は非常に小さい。この為、Rutherford⁸⁾の論文の(16)式、(17)式における C_3 の数値は実効的に無限大となり、いわゆる Temperature Screening の効果は出てこない。文献(8)では、この主要な、異なるイオン間の温度緩和の効果を考えていない。

この論文では $Z^2 n_I / n_i \ll 1$ の場合のみを取扱ったが $Z^2 n_I / n_i$ が有限の場合には(4)式の前に文献(8)の数係数 C_1 が加かる。しかし、このような場合には、一般には異なった電荷を持った不純物イオン同志の衝突も無視出来なくなり、3成分プラズマとしての取扱いは出来ない。

次に §5で得られた結果について考えてみる。先の場合と同様に、イオン間の温度緩和が効果的である為に(45)式で $U_{Ti} = U_{Ti} = 0$ と置けば、文献(12)の(38)式と等しくなる。又、§5でも述べた様に、MHD方程式系で得た $\lambda_{mfp} \sim Rq$ に対する平衡の径電界の値

$$v_0 \approx -U_{ni}$$

は、 $\lambda_{mfp} > Rq$ の領域におけるフォッカー・プランク型の衝突項を持つ Kinetic な方程式を用いた新古典理論^{15), 16)}と近似的に等しい。従って、本論文の(47)式の結果はプラズマ・イオンが

$\lambda_{mf} > Rq$ の領域に対しても適用出来るものと考えられる。

§ 8. 結 論

MHD領域における不純物イオンの輸送過程を、不純物イオンの密度が少ない極限でイオンの慣性項及び温度勾配の効果を考慮して解析を行なった。軽い不純物イオンの場合の結果は、温度の磁気面上での変化を考慮しない場合の結果と等しくなる。

重い不純物イオンの場合には、もし、プラズマ・イオンの平均自由行程が十分に長ければ、 $d \ln T_i / d \ln n_i > 0$ の場合でも不純物イオンの拡散束の向きが逆転し、プラズマ柱の外側へ押し出されることが示された。プラズマ柱の周辺部で十分に密度が高ければ、例えば $m_I / m_i = 50$, $Z > 1$ の不純物イオンはMHD領域にあるとみなされる。この場合、周辺で発生した不純物イオンはプラズマ外部から拡散でしだいにプラズマ柱の内側の高温部に入ってくるが、 $2 m_I U_{ni}^2 / \Theta^2 T_I \sim 1$ の所で拡散束の向きが逆転する為、 $\rho_i / \Theta \sim 0.14$ の場所までしか、侵入できない。従って、この場合には、リミッターあるいは壁から発生した重金属の不純物イオンは、トカマク・プラズマの中心部に集積しない。

プラズマの周辺部のパラメーターによっては、不純物イオンがプラトーあるいはバナナ領域となる可能性もある為に、Kinetic な取扱による解析も必要である。

謝 辞

最後に、田中正俊氏をはじめとする、議論していただいた核融合研究室の各氏に感謝いたします。

$\lambda_{mf} > Rq$ の領域に対しても適用出来るものと考えられる。

§ 8. 結 論

MHD 領域における不純物イオンの輸送過程を、不純物イオンの密度が少ない極限でイオンの慣性項及び温度勾配の効果を考慮して解析を行なった。軽い不純物イオンの場合の結果は、温度の磁気面上での変化を考慮しない場合の結果と等しくなる。

重い不純物イオンの場合には、もし、プラズマ・イオンの平均自由行程が十分に長ければ、 $d \ln T_i / d \ln n_i > 0$ の場合でも不純物イオンの拡散束の向きが逆転し、プラズマ柱の外側へ押し出されることが示された。プラズマ柱の周辺部で十分に密度が高ければ、例えば $m_I / m_i = 50$, $Z > 1$ の不純物イオンはMHD領域にあるとみなされる。この場合、周辺で発生した不純物イオンはプラズマ外部から拡散でしだいにプラズマ柱の内側の高温部に入ってくるが、 $2 m_I U_{ni}^2 / \theta^2 T_I \sim 1$ の所で拡散束の向きが逆転する為、 $\rho_i / \theta \sim 0.14$ の場所までしか、侵入できない。従って、この場合には、リミッターあるいは壁から発生した重金属の不純物イオンは、トカマク・プラズマの中心部に集積しない。

プラズマの周辺部のパラメーターによっては、不純物イオンがプラトーあるいはバナナ領域となる可能性もある為に、Kinetic な取扱による解析も必要である。

謝 辞

最後に、田中正俊氏をはじめとする、議論していただいた核融合研究室の各氏に感謝いたします。

附 録

ここでは、不純物イオンの量は十分に小さいとして、その影響は無視し、イオンの平衡量、及び、平衡状態（両極性拡散）での径電界を求める。イオンのラーマー半径はあまり大きくなく

$$\frac{\rho_i}{\theta l} \ll 1 \quad (\text{A-1})$$

但し

$$l \sim \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \right)^{-1} \sim \left(\frac{1}{T} \frac{dT}{dr} \right)^{-1}$$

であるとする。又、イオンの衝突周波数は、イオンがMHD領域にあるとともに、電子とイオンの間の摩擦力（即ち電気抵抗 $\sim \nu_{ei}$ ）がイオンの磁力線方向の粘性（ $\sim v_{Ti}^2 / R^2 q^2 \nu_{ii}$ ）より小さいとして

$$\frac{v_{Ti}}{Rq} < \nu_{ii} < \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/4} \frac{v_{Ti}}{Rq} \quad (\text{A-2})$$

の条件を満たしているとする。この場合には、系の平衡状態は、主としてイオンの散逸機構（粘性及び熱伝導）できまる。

電子は磁力線方向に自由に動くことが出来

$$\begin{aligned} \tilde{T}_e &\simeq 0 \\ \frac{\tilde{n}_e}{n_e} &= \frac{e\phi}{T_e} \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

とすることが出来る。

(A-1)式より $|e\phi(r)/T_e| \sim 1$ の時には

$$\frac{\theta^2 T_i}{m_i} \gg v_0^2, U_{pi}^2, U_{ni}^2, U_{Ti}^2 \quad (\text{A-4})$$

但し

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{1}{B_0} \frac{d\phi}{dr} \\ U_{pi} &= \frac{1}{enB_0} \frac{dp_i}{dr} \\ U_{ni} &= \frac{T_i}{enB_0} \frac{dn}{dr} \\ U_{Ti} &= \frac{1}{eB_0} \frac{dT_i}{dr} \end{aligned}$$

となる。ここでは、計算を簡単にする為に $U_{ni} = 0$ の場合についてのみ考える。 $U_{ni} \neq 0$ の場合には、得られた結果を

$$v_0 \rightarrow v_0 + \theta U_{ni}$$

と置けばよい。以下ではイオンについてのみ考えるので成分を示す添字は省略する。

基本式は、粒子の平均自由行程が十分に短いのでMHD方程式系¹⁴⁾

$$\operatorname{div} (n \vec{v}) = 0 \quad (\text{A-5})$$

$$mn (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla p + en (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (\text{A-6})$$

$$\frac{3}{2} n (\vec{v} \cdot \nabla T) + p \operatorname{div} \vec{v} = \operatorname{div} \vec{q} \quad (\text{A-7})$$

を用いる。ここで $\vec{\Pi}$ と \vec{q} はそれぞれ非等方圧カランソル及び熱流である。イオンの散逸機構としては最も重要なものとして磁力線方向の粘性¹⁷⁾と熱伝導のみを考える。

即ち、

$$(\nabla \cdot \vec{\Pi})_{\parallel} = \mu_{\parallel} \nabla_{\parallel}^2 \tilde{v}_{\parallel} \quad (\text{A-8})$$

及び

$$q_{\parallel} = -\chi_{\parallel} \nabla_{\parallel} \tilde{T}_i \quad (\text{A-9})$$

但し

$$\mu_{\parallel} = \frac{4}{3} \times 0.96 n T \tau_i$$

$$\chi_{\parallel} = 3.9 \frac{n T \tau_i}{m_i}$$

を用いる。又、イオンの熱流としては(A-9)式の外にドリフト熱流

$$\vec{q}_{\perp} = \frac{5}{2} \frac{n T}{e B^2} (\vec{B} \times \nabla T) \quad (\text{A-10})$$

を用いる。

以下では

$$\epsilon, \theta, \frac{\rho_i}{r}, \frac{\nu}{\omega_c} \ll 1$$

として、逐次近似法で解く。第0次の近似としては散逸項及び慣性項を無視し、全ての物理量はrのみの関数とすることが出来る。そこで(A-6)式より

$$\begin{aligned} v_{\theta}^{(0)} &= \frac{1}{enB} \frac{dp}{dr} - \frac{E_r}{B} \\ &= (v_{\theta} + U_p) / h \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

が得られる。従って

$$\operatorname{div} (v_{\theta}^{(0)}) = -\frac{2}{r} \sin \theta (v_{\theta} + U_p) \quad (\text{A-12})$$

となる。次の近似まででは、全ての物理量は

$$f(r, \theta) = f^{(0)}(r) + f^{(1)}(\theta)$$

$$\left| \frac{f^{(1)}}{f^{(0)}} \right| \ll 1$$

と書ける。即ち、(A-1)式の仮定のもとでは、 \tilde{f} ($f^{(1)}$) の r 依存性は無視しうる。

(A-6)式、及び(A-7)式を用いる時に注意することは、いくつかの項が互いに打消し合うことである。即ち、

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 \cdot \nabla u_{11} + \frac{(\nabla \cdot \vec{\Pi}_{mag})_{11}}{mn} &= v_0 \frac{\partial \tilde{v}_{11}}{r \partial \theta} \\ \frac{3}{2} n \vec{v}_1 \cdot \nabla T + p \operatorname{div} \vec{v}_1 + \operatorname{div} \vec{q}_1 &= \frac{3}{2} n v_0 \frac{\partial \tilde{T}}{r \partial \theta} \end{aligned} \quad (A-13)$$

となる。ここで $\nabla \cdot \vec{\Pi}_{mag}$ は磁気粘性項である。

(A-1)式の θ 成分から

$$\tilde{v}_r = -\frac{1}{B_0 r} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \theta} - \frac{1}{en B_0} \frac{\partial \tilde{p}}{r \partial \theta} \quad (A-14)$$

が得られる。又、磁力線方向の成分から、(A-13)式を用い、又、

$$v_{11} \simeq \theta \frac{\partial}{\partial \theta}$$

より

$$mn v_0 \frac{\partial \tilde{v}_{11}}{r \partial \theta} = \frac{\theta}{r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} - \frac{en \theta}{r} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \theta} + \mu_{11} \frac{\theta^2}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{v}_{11}}{\partial \theta^2} \quad (A-15)$$

が得られる。ここで方程式系が線型である為、変換

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f} &\rightarrow e^{i\theta} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} &\rightarrow i \\ \cos \theta &\rightarrow e^{i\theta} \\ \sin \theta &\rightarrow -ie^{i\theta} \end{aligned} \right\} \quad (A-16)$$

を導入する。すると(A-15)式は

$$\left(\frac{m}{T} \frac{v_0}{\theta^2} - i \frac{\mu_{11}}{m T r} \right) \tilde{v}_{11} = -\frac{1}{\theta} \left(\frac{\tilde{p}}{p} + \frac{e \phi}{T} \right) \quad (A-17)$$

となる。(A-3)式と中性条件 $\tilde{n}_e = \tilde{n}_i$ を用いると

$$(v_0 + i \mu_{eff}) \tilde{v}_{11} = -\frac{\theta T}{m} \left\{ (1+\tau) \frac{\tilde{n}}{n} + \frac{\tilde{T}}{T} \right\} \quad (A-18)$$

但し

$$\mu_{\text{eff}} \equiv \frac{\theta^2 \mu_{11}}{m_i n r}$$

$$\tau \equiv \frac{T_e}{T_i}$$

が得られる。又、連続の式 (A-5) は

$$n \operatorname{div} \vec{v}^{(0)} + \tilde{v}_r \frac{dn}{dr} + n \operatorname{div} \vec{v}^{(1)} + \vec{v}^{(0)} \cdot \nabla \tilde{n} = 0$$

となり

$$\operatorname{div} \vec{v}^{(1)} \simeq \frac{\theta}{r} \frac{\partial \tilde{v}_{11}}{\partial \theta}$$

と (A-12) 式を代入すると

$$\begin{aligned} \theta \tilde{v}_{11} = & -2 \epsilon (v_0 + U_p) - \left\{ v_0 + U_p - (1 + \tau) U_n \right\} \frac{\tilde{n}}{n} \\ & + U_n \frac{\tilde{T}}{T} \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

となる。又、(A-7) 式に (A-13) 式を用いて

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} n v_0 \frac{\partial T}{r \partial \theta} - \frac{3}{2} \frac{n}{B_0 r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{dT}{dr} + n T \left\{ \frac{\theta}{r} \frac{\tilde{v}_{11}}{\theta} - \frac{2}{r} \sin \theta (U_p + v_0) \right. \\ \left. - \chi_{11} \frac{\theta^2}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{5}{2} \frac{2 \epsilon}{r} \frac{n T}{e B_0} \frac{dT}{dr} \sin \theta \right\} = 0 \end{aligned}$$

あるいは

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} v_0 - i \chi_{\text{eff}} \right) \frac{\tilde{T}}{T} - \frac{3}{2} \tau U_T \frac{\tilde{n}}{n} + \theta \tilde{v}_{11} \\ = -2 \epsilon (v_0 + U_p + \frac{5}{2} U_T) \end{aligned} \quad (\text{A-20})$$

但し

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{\theta^2 \chi_{11}}{r n}$$

が得られる。

(A-19) 式を (A-18) 式に代入すると

$$\begin{aligned} (v_0 - i \mu_{\text{eff}}) \left\{ -2 \epsilon (v_0 + U_p) - \left\{ v_0 + U_p - (1 + \tau) U_n \right\} \frac{\tilde{n}}{n} \right. \\ \left. + U_n \frac{\tilde{T}}{T} \right\} = -\frac{\theta^2 T}{m} \left\{ (1 + \tau) \frac{\tilde{n}}{n} + \frac{\tilde{T}}{T} \right\} \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\left| \frac{\mu_{eff} U}{\theta^2 T/m} \right| \sim \frac{\rho_i}{\theta r} \frac{\lambda_{mf p}}{Rq} \ll 1$$

という事実を用いると

$$(1 + \tau) \frac{\tilde{n}}{n} + \frac{\tilde{T}}{T} \simeq 2 \epsilon \frac{(v_0 - i \mu_{eff})(v_0 + U_p)}{\theta^2 T/m} \quad (A-21)$$

となる。

(A-19)式を (A-20)式に代入すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} v_0 + U_n - i \chi_{eff} \right) \frac{\tilde{T}}{T} - \left\{ v_0 + U_p - \left(1 - \frac{\tau}{2} \right) U_n \right\} \frac{\tilde{n}}{n} \\ = -2 \epsilon \left(\frac{5}{2} U_T \right) \end{aligned} \quad (A-22)$$

が得られる。(A-21)式と (A-22)式より

$$\begin{aligned} \left\{ (1 + \tau) \left(\frac{3}{2} v_0 + U_n - i \chi_{eff} \right) + v_0 + \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right) U_T - \tau U_n \right\} \frac{\tilde{n}}{n} \\ = 2 \epsilon \frac{(v_0 - i \mu_{eff}) \left(\frac{3}{2} v_0 + U_n - i \chi_{eff} \right) (v_0 + U_p)}{\theta^2 T/m} + 5 \epsilon U_T \end{aligned}$$

と

$$\begin{aligned} \left\{ v_0 + \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right) U_T - \tau U_n + (1 + \tau) \left(\frac{3}{2} v_0 + U_n - i \chi_{eff} \right) \right\} \frac{\tilde{T}}{T} \\ = 2 \epsilon \frac{(v_0 - i \mu_{eff}) \left\{ v_0 + \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right) U_T - \tau U_p \right\} (v_0 + U_p)}{\theta^2 T/m} \\ - 5 (1 + \tau) \epsilon U_T \end{aligned}$$

が得られる。ところが、

$$\left| \frac{U \chi_{eff}}{\theta^2 T/m} \right| \sim \frac{\rho \lambda_{mfRp}}{r^2} \ll 1$$

と

$$\frac{U}{\chi_{eff}} \sim \frac{\rho}{\theta^2 \lambda_{mf p}} \ll 1$$

を用いると上の2つの次はそれぞれ

$$\frac{\tilde{n}}{n} \simeq i \frac{5 \epsilon U_T}{(1 + \tau) \chi_{eff}} - i \frac{2 \epsilon \mu_{eff} (v_0 + U_p)}{(1 + \tau) \theta^2 T/m} \quad (A-23)$$

及び

$$\frac{\tilde{T}}{T} \simeq -i \frac{5\epsilon U_T}{\chi_{eff}} \quad (A-24)$$

となる。

磁気面を貫く粒子束の平均は

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi} \oint n v_r h d\theta$$

で表わされる。 v_r の値として (A-14) 式を用いると

$$\Gamma = -\frac{1}{2\pi} \oint (n^{(0)} + \tilde{n}) \left(\frac{1}{B_0 r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + \frac{1}{enB_0 r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right) h^2 d\theta$$

となる。あるいは (A-3) 式を用いて

$$\begin{aligned} \Gamma &= -\frac{1}{2\pi enB_0 r} \oint (n^{(0)} + \tilde{n}) \left(\tau T \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \theta} \right) h^2 d\theta \\ &= -\frac{nT}{2\pi e B_0 r} \left\{ \int d\theta 2\epsilon \cos \theta \left\{ (1+\tau) \frac{1}{n} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} + \frac{1}{T} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int d\theta \frac{\tilde{n}}{n} \left\{ (1+\tau) \frac{1}{n} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \theta} + \frac{1}{T} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} \right\} \right\} \right\} \quad (A-25) \end{aligned}$$

となる。ここで (A-23) 式, (A-24) 式を用いると

$$\Gamma_i = -\frac{2\epsilon^2 \mu_{11}}{eB_0 r^2} (v_0 + U_p) \quad (A-26)$$

が得られる。今、電子成分の散は無視しているので、 $\Gamma_e = 0$ である。従って、両極性拡散 ($\Gamma_e = \Gamma_i$) である為には

$$u_0 = -U_{pi} \quad (A-27)$$

となる事が必要である。

又、磁気面を貫くイオンの熱流の平均は

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2\pi} \oint h d\theta \tilde{q}_r \\ &= -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{5}{2} \frac{nT_i}{eB_0 r} \oint d\theta 2\epsilon \cos \theta \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial \theta} \\ &= \frac{25}{2} \frac{\epsilon^2 n T^2}{reB \chi_{eff}} U_{Ti} \\ &= 1.6 \frac{q^2 \rho_i^2}{\tau_i} n \frac{dT_i}{dr} \quad (A-28) \end{aligned}$$

となる。従ってMHD領域におけるイオンの熱伝導率は

$$\chi_{p-s} = 1.6 \nu_i \rho_i^2 q^2$$

となり、文献23の結果と等しくなる。

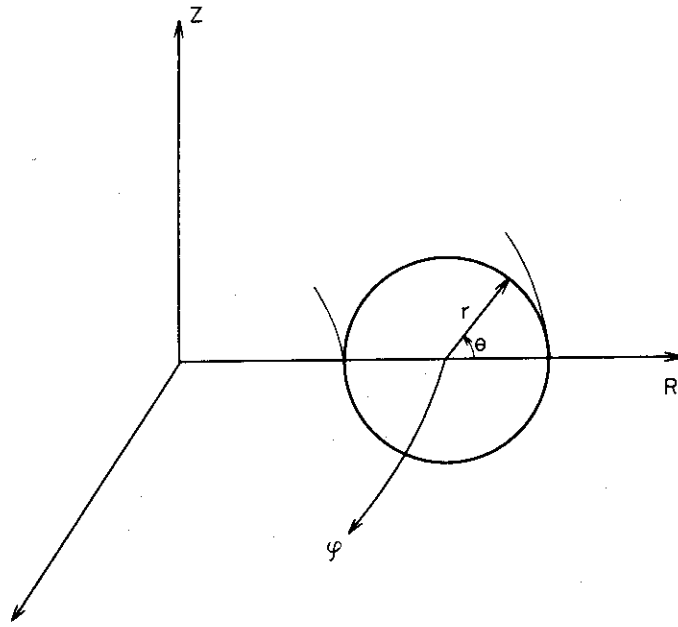


図1 座標系

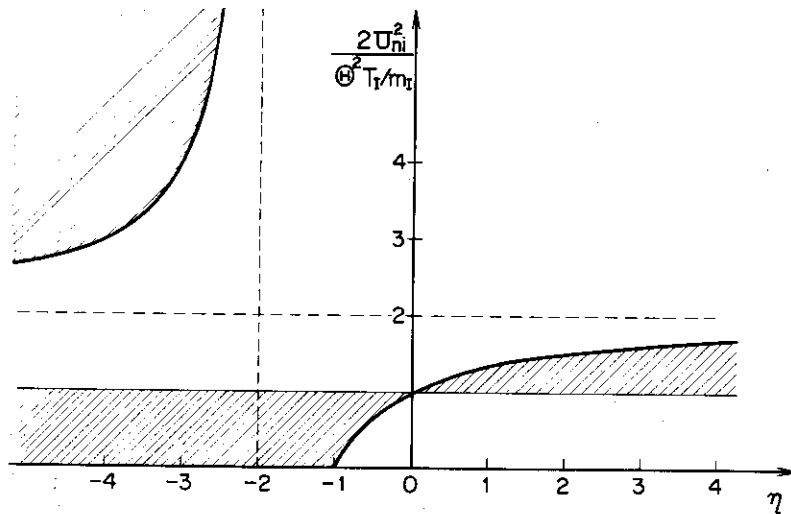


図2 斜線の部分が不純物の粒子束が逆転する領域を示す。

文 献

- (1) "Impurity evolution in T.F.R. plasmas" T.F.R. Group, in Proceedings 7th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Phys., Vol.II P.60.
- (2) S.A. Cohen, J.L. Cecchi and E.S. Marmor, Phys. Rev. Letters 35 (1975) 1507.
- (3) A.B. Belizov et al., JETP Letters, 23 (1976) 502.
- (4) D. Grove et al., in Proceedings of 6th International on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion, Berchtesgaden (FRG) 1976, IAEA CN35/A-2.
- (5) "High Density Discharges in ALCATOR" Alcator Group, *ibid.* IAEA CN35/A-5.
- (6) T. Tuda and M. Tanaka, J. Phys. Soc. Japan 38 (1975) 1228, and 津田, 田中, JAERI-M 5376(1973).
- (7) J.W. Connor, Plasma Phys. 15 (1973) 765.
- (8) P.H. Rutherford, Phys. Fluids, 17 (1974) 1782.
- (9) F.L. Hinton and T.B. Moore, Nucl. Fusion, 14 (1974) 639.
- (10) M. Dobrowolny and A. Nocentini, Nucl. Fusion, 14 (1974) 831.
- (11) S.P. Hirshman, D.J. Sigmar and J.F. Clarke, Phys. Fluids 19 (1976) 656.
- (12) 津田, JAERI-M 6096 (1975).
- (13) T.E. Stringer, Phys. Fluids 13 (1970) 1586.
- (14) S.I. Braginski, in "Reviews of Plasma Physics", ed. M.A. Leontovich (Consultant Bureau, N.Y., 1965) Vol.1.
- (15) M.N. Rosenbluth, R.D. Hazeltine and F.L. Hinton, Phys. Fluids 15 (1972) 116.
- (16) F.L. Hinton and M.N. Rosenbluth, Phys. Fluids 16 (1973) 836.
- (17) T.E. Stringer, Phys. Fluids 13 (1970) 1586.
- (18) M.N. Rosenbluth and J.B. Taylor, Phys. Rev. Letters 23 (1969) 367.
- (19) B. Coppi, H.P. Furth, M.N. Rosenbluth and R.Z. Sagdeev, Phys. Rev. Letters 17 (1966) 377.
- (20) 津田, 田中, JAERI-M 6167 (1975).
- (21) C.L. Longmire and M.N. Rosenbluth, Phys. Rev. 103 (1956) 507.
- (22) B. Coppi and T.J. Schep, Phys. Letters 46A (1974) 361.
- (23) E.K. Maschke, Plasma Phys. 14 (1972) 141.