

JAERI-M
7014

大型トカマクにおけるプラズマ電流立上げ過程の検討——プラズマ副半径膨張の効果——

(臨界プラズマ試験装置設計報告・XXXV)

1977年3月

小林 朋文*・田島 輝彦・谷 啓二・田村 早苗

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

大型トカマクにおけるプラズマ電流立上げ過程
の検討 - プラズマ副半径膨張の効果 -
(臨界プラズマ試験装置設計報告・XXXV)

日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部

小林 朋文*・田島 輝彦・谷 啓二・田村 早苗

(1977年2月4日受理)

現在のトカマクプラズマの挙動を良く説明しうるシミュレーションモデルにより、JT-60の電流立上げ過程を検討した。プラズマ副半径の膨張効果、中性粒子分布の取り扱い、回路系との結合について詳しく述べた。副半径の時間変化は与えられたものとし、回路系と結合させた形でジュール加熱過程を計算した結果、プラズマの温度分布や電流分布に弱い表皮効果しか現われないことが分った。

* 外来研究員：日立製作所原子力研究所

The Effect of Plasma Minor-radius Expansion in the Current Build-up
Phase of a Large Tokamak

Tomofumi KOBAYASHI^{*}, Teruhiko TAZIMA, Keiji TANI and Sanae TAMURA

Division of Large Tokamak Development, Tokai, JAERI

(Received February 4, 1977)

A plasma simulation code has been developed to study the plasma current build-up process in JT-60. Plasma simulation is made with a model which represents well overall plasma behavior of the present-day tokamaks. The external electric circuit is taken into consideration in simulation calculation. An emphasis is placed on the simulation of minor-radius expansion of the plasma and behavior of neutral particles in the plasma during current build-up. A calculation with typical parameters of JT-60 shows a weak skin distribution in the current density and the electron temperature, if the minor radius of the plasma expands with build-up of the plasma current.

* Atomic Energy Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

目 次

1	はじめに	1
2	計算方法	2
2.1	計算モデル	2
2.2	基礎方程式	2
2.3	中性粒子の取り扱い	5
2.4	回路系との結合	10
3	計算結果	14
4	まとめ	21
5	参考文献	23

1 はじめに

現在、核融合装置として有望視されているトカマク装置は、大型化の道を歩んでおり、アメリカ(TFTR)、ヨーロッパ連合(JET)、日本(JT-60)、ソ連(T-20)で大型トカマクの設計が精力的に進められている。大型トカマク装置における問題の一つに、プラズマ電流立上げ過程で副半径が大きいために電流密度および電子温度分布に表皮効果が出やすいことがある。プラズマシミュレーション計算によれば、現在のトカマク装置においてさえ、電流分布や電子温度分布に表皮効果の現われることが予想されるにもかかわらず、放電開始の極く初期に弱い表皮効果が実験的に観測されているにすぎない。これに対しては、現在のところ異常な電子の熱伝導あるいは不純物による放射損失の表面冷却効果が考えられているが、一方、種類の不安定性による異常な電流しみ込みによって説明しようとする試み^{1)~3)}も為されている。

電流立上り過程において、電流に強い表皮分布が現われると致命的なMHD不安定性の生ずる危険性および熱損失の大きなプラズマ境界ばかりが加熱され有効なジュール加熱が行なわれないことが予想される。もともと、大型装置では電流密度が小さい。すなわち電流密度 j_z は $j_z \propto B_z / Rq$ (B_z : トロイダル磁場, R : プラズマ主半径, q : 安全係数) で与えられ、 B_z , q いずれも現在のトカマクと同程度であるのに対し、 R は約3倍程度大きく、そのためジュール加熱による入力単位体積あたり現在のトカマクに比べ、約1桁小さくなる。そこで、大型装置において、人為的に表皮効果を抑え、プラズマ電流立上り過程における単位体積あたりのジュール熱を大きくするため、プラズマ副半径を電流の立上げとともに大きくしてゆく考えが有効と思われる。^{4)~7)} プラズマ副半径を電流立上げとともに大きくしてゆくために、JT-60では可動リミッター⁸⁾あるいは磁気リミッター⁹⁾を備えた設計が進められている。プラズマ柱を電流立上げとともに太くしてゆくとき問題となるのは、プラズマ密度である。電流立上げ時に十分副半径が大きくなりないうちに、初期封入中性ガスのほとんどがプラズマに流入した場合予想されるのは、(1)プラズマが中性ガスによって冷やされ電流が立上らない、あるいは、(2)プラズマ周辺部が中性ガスに冷やされるため電流が中心に集中し中心の安全係数 q が1以下になり disruptive にプラズマが壊れる可能性がある。このため、プラズマ副半径を拡げてゆく場合には、初期封入ガス圧を低くすることが考えられるが、 5×10^{-5} Torr 以下の注入圧では、放電しにくくなる。またたとえプラズマが形成されても立上り後の密度は $10^{13}/\text{cm}^3$ 以下となることから、立上り過程でゆるやかにガスを注入してゆく必要がある。

以上の問題点を検討するため、密度およびエネルギーバランス、電流密度の拡散などに注目のしたいわゆるトカマクコードを作成した。本報告ではまず2で以上の観点からプラズマ立上りとともに副半径を膨脹させてゆく過程を検討するための計算モデルについて述べ、それに基づいて開発したプログラム“RAMBLE”による計算結果を3で述べる。

2 計算方法

2.1 計算モデル

エネルギーバランスに注目したトカマクコードは、すでに幾つか開発されている。¹⁰⁾¹¹⁾ここに述べるコード“RAMBLE”がこれらのコードと異なっているのは、プラズマ電流を時間関数として与えるのではなく外部回路系と結合した形で求め得ること、プラズマ副半径の膨脹過程を時間関数として与えていることおよび中性粒子を空間座標は円柱1次元速度空間は3次元で扱っていることである。

現在のトカマクプラズマのふるまいを説明する輸送係数として、イオンに関する熱伝導係数は新古典論に基づくものとして良く説明できるのに対し、電子に関する熱伝導係数および拡散係数は非古典的であり、これを良く説明する理論がない。このため、トカマクコードを開発する場合人為的な異常係数を導入するのが通常行なわれる方法である。¹²⁾¹³⁾本トカマクコード“RAMBLE”においても電子の熱伝導係数と拡散係数に対し異常係数を導入した。

中性粒子分布についてはこれまでDnestrovskii¹⁴⁾による平板1次元単色モデルによる定常解を用いていた。このモデルでは中性粒子のinfluxとプラズマ内で単位時間あたりにイオン化によって消費される中性粒子数の比が2前後あり、保存系になっていない。このモデルに基づく、プラズマの雰囲気にある中性粒子数をrecyclingの考えで決める“RAMBLE”では、プラズマ密度に関する誤差が大きくなりすぎる。安積¹⁵⁾によると粒子モデルによる3次元での計算と平板1次元モデルによる計算では、中性粒子分布についてかなり異なる結果が得られることが指摘された。プラズマ境界での中性粒子密度の値を1に規格化して比較すると、粒子モデルによる3次元計算では中心での値が0.006であるのに対し、平板1次元モデルでは0.040と60倍程度大きくなる。以上のことから、空間座標は円柱1次元、速度空間は3次元として取り扱い、単色モデルで得られる定常解を見出し、“RAMBLE”に繰入れた。

トカマクプラズマの閉じ込めに必要なトロイダル磁場を作るプラズマ電流は、外部回路からの誘導電界によって励起される。逆に外部回路はプラズマの挙動によって影響を受ける。実験結果をシミュレートする場合は、測定されたプラズマ電流波形を入力として与えればよいが、予測計算をする場合にはプラズマ系と回路系との相互作用を考慮して、プラズマ電流波形も同時に求める必要がある。

プラズマ副半径を膨脹させる過程をシミュレートする場合、Euler系で定式化するかLagrange系で定式化するかが一つの分岐点になる。Euler系は、ある固定した空間点で観測するため差分化するとき新たに計算領域に入るメッシュ点の処理が複雑になってしまう。これに対しLagrange系では物質とともに運動する空間点で観測するために、差分化するのが比較的容易である。したがって、われわれのコードでは、Lagrange系で定式化し、Crank-Nicolsonの方法にしたがって差分化した。

2.2 基礎方程式

円柱、軸対称プラズマを考え、トロイダル効果は輸送係数に含ませる。粒子バランス、エネ

ルギーバランス、および電流の拡散を表わす式は r 方向 1 次元の方程式として次のように書ける。ここでは、不純物の影響は平均電荷数に対するもののみにとどめる。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \Gamma_p + S_n \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial n k T_e}{\partial t} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (q_e + \frac{5}{2} \Gamma_p k T_e) + v_p \frac{\partial}{\partial r} n k T_e - \frac{3}{2} n \frac{k(T_e - T_i)}{\tau_{eq}} \\ & + \eta j_z^2 - Q_{cy} - Q_i - Q_{br} - Q_{ex} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{\partial n k T_i}{\partial t} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (q_i + \frac{5}{2} \Gamma_p k T_i) + v_p \frac{\partial}{\partial r} n k T_i + \frac{3}{2} n \frac{k(T_e - T_i)}{\tau_{eq}} \\ & - Q_{cex} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial j_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \eta j_z}{\partial r} \quad (4)$$

ここで電子密度 n_e はイオン密度 n_i と等しいと考え、 $n = n_e = n_i$ としてある。 Γ_p , q_e , q_i はそれぞれ粒子束、電子およびイオンの熱流束で、輸送係数を用いて、

$$\Gamma_p = n v_p = -D \frac{\partial n}{\partial r}$$

$$q_e = -n \chi_e \frac{\partial k T_e}{\partial r}$$

$$q_i = -n \chi_i \frac{\partial k T_i}{\partial r}$$

と表わせる。ここで、 D , χ_e , χ_i は、それぞれ粒子の拡散係数、電子の熱伝導係数およびイオンの熱伝導係数である。

さらに方程式(1)~(3)にあらわれる物理量を下記の諸式によって計算する。

粒子の発生項 S_n ;

$$S_n = \alpha_i n n_o - \beta n^2$$

サイクロトロン損失 Q_{cy} ;

$$Q_{cy} = 6.383 \times 10^{-16} B_z^{2.5} T_e^2 \sqrt{n} / \sqrt{R}$$

イオン化損失 Q_i ;

$$Q_i = 2.18 \times 10^{-18} \alpha_i n n_o$$

制動輻射損失 Q_{br} ;

$$Q_{br} = 1.42 \times 10^{-38} Z_{eff} n^2 T_e^{1/2}$$

励起損失 Q_{ex} ;

$$Q_{ex} = 0.944 \times 10^{-30} T_e^{-\frac{1}{2}} \frac{n^2 n_0}{n_0 + n} \int_{\chi_H/T_e}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx$$

荷電交換損失 Q_{cex} ;

$$Q_{cex} = \frac{3}{2} \alpha_c n n_0 k (T_i - T_0)$$

(α_i : イオン化率, β : 輻射再結合率, α_c : 荷電交換率)

輸送理論としては古典, 新古典,¹⁶⁾ 擬古典¹⁷⁾ いづれの場合でも適用できるようになっているが, 現在もっともよく実験結果を説明し得るとされている組合せを用いて計算した。すなわち, 拡散係数;

$$D = r_D \varepsilon^{-2} q^2 \rho_e^2 \nu_e$$

電子の熱伝導率; $\chi_e = r_{xe} \varepsilon^{-2} q^2 \rho_e^2 \nu_e$

イオンの熱伝導率;

$$\chi_i = \varepsilon^{-3/2} q^2 \left(\frac{0.68}{1 + 0.36 \nu_i^*} \right) \rho_i^2 \nu_i \quad \nu_i \leq \nu_{i1}$$

$$= (1 + 1.6 q^2) \rho_i^2 \nu_i \quad \nu_i > \nu_{i1}$$

ここで, ε は逆アスペクト比, q は安全係数, ρ_e, ρ_i はそれぞれ電子, イオンのラーマ半径, ν_e, ν_i はそれぞれ電子, イオンの衝突周波数である。 $\nu_i^* = \nu_i / \nu_{i1}$ であり, ν_{i1} は Pfirsh-Schlüter 領域とプラトー領域の境界周波数である。 r_D, r_{xe} はそれぞれ拡散係数, 電子の熱伝導係数に対する経験的な異常係数である。その他, エネルギー等配時間 τ_{eq} , 電気抵抗率 η などは古典的とする。各輸送係数およびモデルの詳細な説明は文献(23~25)および続いて報告される“トカマクプラズマのシミュレーション基礎コード²⁶⁾”にゆずり, 本報告においては最も問題となる, プラズマ副半径の膨張効果, 中性粒子分布の取り扱い, 回路系との結合について詳しく述べる。

式(1)~(4)は Euler 系で記述した方程式であり, Lagrange 系に変換しなければならない。

Lagrange 系への変換式

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{dr}{dt} \frac{\partial F}{\partial r} \quad (5)$$

を用いて, 式(1)~(4)を変換すれば次のようになる。

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \Gamma_p + \frac{dr}{dt} \frac{\partial n}{\partial r} + S_n \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} n \frac{dkT_e}{dt} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r q_e + \frac{3}{2} n \left(\frac{dr}{dt} - v_p \right) \frac{\partial kT_e}{\partial r} - \left(\frac{n}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_p + \frac{3}{2} S_n \right) kT_e \\ & - \frac{3}{2} n \frac{k(T_e - T_i)}{\tau_{eq}} + \eta j_z^2 - Q_{cy} - Q_i - Q_{br} - Q_{ex} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} n \frac{d k T_i}{d t} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r q_i + \frac{3}{2} n \left(\frac{d r}{d t} - v_p \right) \frac{\partial k T_i}{\partial r} - \left(\frac{n}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_p + \frac{3}{2} S_n \right) k T_i \\ & + \frac{3}{2} n \frac{k (T_e - T_i)}{\tau_{eq}} - Q_{cex} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{d j_z}{d t} = \frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \eta j_z}{\partial r} + \frac{d r}{d t} \frac{\partial j_z}{\partial r} \quad (9)$$

式(6)~(9)で表わされる非線形な偏微分方程式を n 、 T_e 、 T_i 、 j_z に関する連立方程式として解く。計算フローの概略を図1に示した。非線形方程式であるため relaxation により計算精度を高めるフローが inner iteration であり、時間ステップを増やしてゆくフローが outer iteration である。

境界条件は

$$r=0 \text{ で } \frac{\partial n}{\partial r} = 0, \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0, \frac{\partial T_i}{\partial r} = 0, \frac{\partial j_z}{\partial r} = 0$$

$$r=r_p \text{ で } n=10^{18} / \text{m}^3, T_e=3 \text{ eV}, T_i=2 \text{ eV}$$

および

$$\int_0^{r_p} j_z 2\pi r dr = I_p$$

である。初期条件としての $n(r, 0)$ 、 $T_e(r, 0)$ 、 $T_i(r, 0)$ は 2 次分布形などで与え、 $j_z(r, 0)$ はトロイダル電界が空間的に一定になるように自動的に決める。

プラズマ副半径 $r_p(t)$ は時間の関数として与え、各点での速度は

$$\frac{1}{r} \frac{d r}{d t} = \frac{1}{r_p} \frac{d r_p}{d t} \quad (10)$$

で与えられるものと仮定する。各メッシュ点は式(10)で表わされる速度で移動し、 $r=0$ から $r=r_p$ までのメッシュ数は時間に対し不変である。式(5)~(10)で表わされる定式化は、拡散方程式を境界が運動する条件下で解く問題に対して、W. D. Murray¹⁸⁾ らが用いたものである。

2.3 中性粒子の取り扱い

中性粒子のイオン化や荷電交換時間は、プラズマの状態の変化する時間に比べ十分短いため中性粒子に対しては定常問題として取り扱うことができる。ここでは円柱座標系で、速度空間 3 次元の輸送方程式を積分方程式に変換し、定常解を求める手法を用いた。

この取り扱いにおける仮定は次の通りである。

- 1) 荷電交換によって生じる中性粒子の速度は等方的であり、かつイオンの熱速度と等しいとする。
- 2) 中性粒子の速度は単色とする。
- 3) 座標系は軸対称で無限円柱とする。

図2に示した座標系のもとでは¹⁹⁾

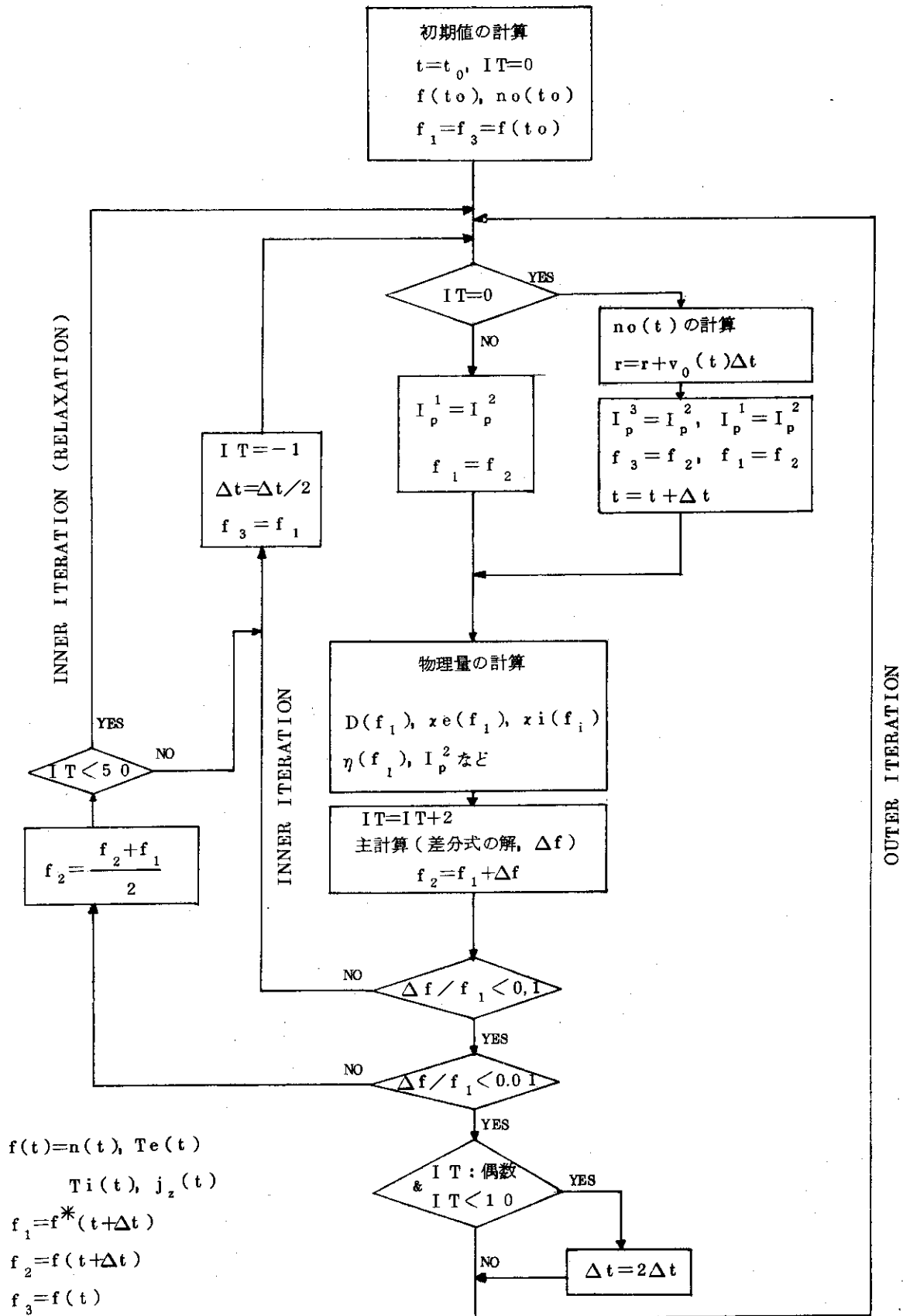


図1 “RAMBLE” の計算フロー

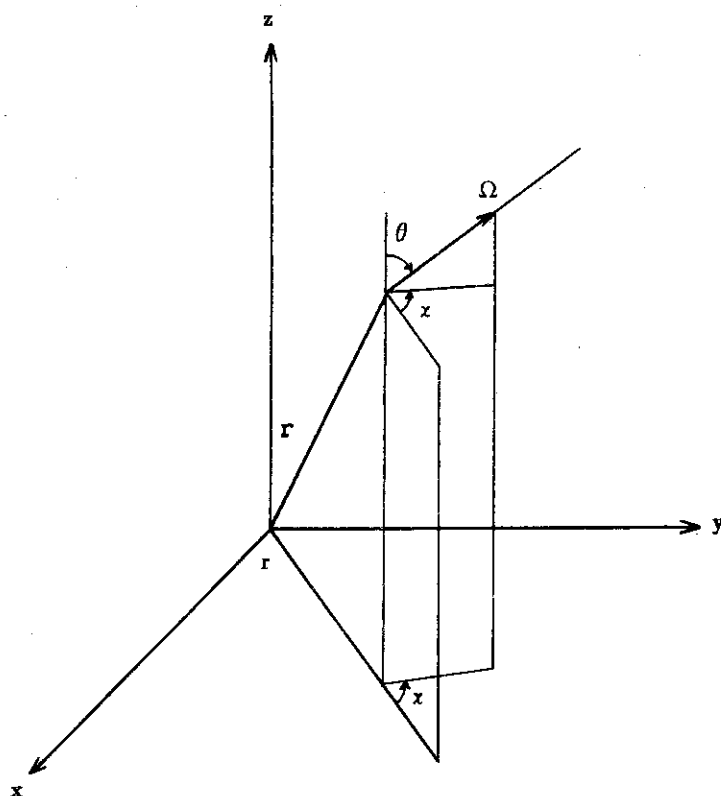


図2 中性粒子分布を求めるときの座標系
(点 r にある中性粒子が立体角 Ω 方向の速度を有する)

$$v\sqrt{1-\mu^2} \left[\cos x \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right] f(r; \mu, x) + (\alpha_i + \alpha_c) n f(r; \mu, x) \\ = \int_0^{2\pi} dx \int_{-1}^1 d\mu \frac{1}{4\pi} \alpha_c n f(r; \mu, x) \delta(v - v_i) \quad (\mu = \cos \theta) \quad (11)$$

が中性粒子に対する輸送方程式である。式(11)が保存系になっていることは次のようにして確かめられる。

$$\sqrt{1-\mu^2} \left[\cos x \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right] f = \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{r} \cos x \frac{\partial r f}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (f \sqrt{1-\mu^2} \sin x)$$

であるから

$$\int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} dx v \sqrt{1-\mu^2} \left[\cos x \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin x}{r} \frac{\partial}{\partial x} \right] f \\ = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi \frac{\partial}{\partial r} r \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} dx v \sqrt{1-\mu^2} \cos x f - \int_{r_1}^{r_2} 2\pi dr \int_{-1}^1 d\mu v \\ \cdot [f \sqrt{1-\mu^2} \sin x]_0^{2\pi}$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} 2\pi \frac{\partial}{\partial r} r \Gamma dr = 2\pi [r_2 \Gamma(r_2) - r_1 \Gamma(r_1)]$$

(ここで $\Gamma \equiv \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} dx \sqrt{1-\mu^2} \cos x v f$ であり, r 方向の中性粒子束を示す)

したがって式(11)の左辺の微分作用素を体積分すれば半径 r_1 と r_2 に囲まれた円環状の体積に入り込んでくる正味の中性粒子束が求められる。式(11)の残りの項は, その体積内でイオン化によって単位時間に消費される中性粒子数を表わし, 保存系になっている。

式(11)の積分形は

$$N(r) = N_0(r) + \int_0^r k(r, \eta) N(\eta) d\eta \quad (12)$$

となる。ここで,

$$N_0(r) = \int_0^{\pi/2} dx \int_{-1}^1 d\mu \beta(\mu, x) [\phi(r_p, r; v_0) + \phi(r, r \sin x; v_0) \cdot \phi(r_p, r \sin x; v_0)] N^0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} k(r, \eta) = & \int_0^{\pi/2} dx \int_0^1 d\mu \frac{\alpha_c(\eta) n(\eta)}{\pi v_i(\eta)} \tau(r, \eta; \mu, x) [\{\phi(\eta, r; v_i(\eta)) \\ & + \phi(r, r \sin x; v_i(\eta)) \phi(\eta, r \sin x; v_i(\eta))\} \mathcal{L}(\eta - r) \\ & + \{\phi(r, \eta; v_i(\eta)) + \phi(r, r \sin x; v_i(\eta)) \phi(\eta, r \sin x; v_i(\eta))\} \\ & \times \mathcal{L}(\eta - r \sin x) \mathcal{L}(r - \eta)] \end{aligned} \quad (14)$$

N^0 : プラズマ境界での中性粒子数

v_0 : プラズマの雰囲気にある中性粒子の熱速度

$N_0(r)$: 第1世代の中性粒子分布

$\beta(\mu, x)$: プラズマ領域に入り込む中性粒子の角度分布

$$\tau(r, \eta; \mu, x) = \frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 - r^2 \sin^2 x}}$$

$$\phi(r, \eta; v) = \exp \left[-\frac{1}{v} \int_{\eta}^r \{ \alpha_i(\xi) + \alpha_c(\xi) \} n(\xi) \tau(r, \xi; \mu, x) d\xi \right]$$

$$\mathcal{L}(\eta) = \begin{cases} 1 & \eta \geq 0 \\ 0 & \eta < 0 \end{cases}$$

式(12)は第二種 Fredholm の積分方程式であり, 逐次代入法で数値的に解くことができる。

$$N_{k+1}(r) = \int_0^r k(r, \eta) N_k(\eta) d\eta \quad (15)$$

$$N(r) = \sum_{k=0}^{\infty} N_k(r) \quad (16)$$

式(12)はプラズマの雰囲気にある中性粒子がプラズマ内に入り込んだ場合を示している。

JT-60のような大型装置では、プラズマの温度が上昇するとプラズマ中心にまで中性粒子は侵透できなくなる。したがって、プラズマ中心部では再結合によって生じる中性粒子の影響が無視できなくなる。単位時間あたりに再結合によって生じる中性粒子数は βn^2 であるから、それがイオン化あるいは荷電交換によって失われずにプラズマ中にとどまる個数は、

$$\beta n^2 \frac{\lambda}{v_i} = \frac{\beta}{\alpha_i + \alpha_c} n_p \quad (17)$$

$$(\lambda = v_i / (\alpha_i + \alpha_c) n)$$

となる。したがって、式(17)で表わされる量を積分方程式(12)の $N_0(r)$ として用い、逐次代入法で解けば再結合で生じる中性粒子の分布が得られる。本トカマクコード内では、プラズマの雰囲気よりプラズマ中に侵入する中性粒子量の一割以上になったとき再結合による中性粒子分布を計算するようにしてある。

中性粒子束は、influxを $\Gamma_{in}(r)$ 、outfluxを $\Gamma_{out}(r)$ とすれば、

$$\Gamma_{in}(r) = \int_0^{\pi/2} dx \int_0^1 d\mu \sqrt{1-\mu^2} \cos x [v_0 N^0 \beta(\mu, x) \phi(r_p, r; v_0) \\ + \int_r^{r_p} \phi(\eta, r; v_i(\eta)) \frac{\alpha_c(\eta)n(\eta)}{\pi} N(\eta) \tau(r, \eta; \mu, x) d\eta] \quad (18)$$

$$\Gamma_{out}(r) = \int_0^{\pi/2} dx \int_0^1 d\mu \sqrt{1-\mu^2} \cos x [v_0 N^0 \beta(\mu, x) \phi(r, r \sin x; v_0) \\ \cdot \phi(r_p, r \sin x; v_0) + \int_{r \sin x}^{r_p} \phi(r, r \sin x; v_i(\eta)) \phi(\eta, r \sin x; v_i(\eta)) \\ \cdot \frac{\alpha_c(\eta)n(\eta)}{\pi} N(\eta) \tau(r, \eta; \mu, x) d\eta + \int_{r \sin x}^r \phi(\eta, r; v_i(\eta)) \frac{\alpha_c(\eta)n(\eta)}{\pi} \\ \cdot N(\eta) \tau(r, \eta; \mu, x) d\eta] \quad (19)$$

となる。したがって $2\pi r [\Gamma_{in}(r) - \Gamma_{out}(r)]$ は単位時間に半径 r の円柱領域に入り込む正味の中性粒子数であり、計算精度の目やすとして

$$A(r) = \frac{2\pi r [\Gamma_{in}(r) - \Gamma_{out}(r)]}{2\pi \int_0^r \alpha_i(\eta)n(\eta)N(\eta)d\eta} \quad (20)$$

なる $A(r)$ を定義すれば、これは正確には $A(r) \equiv 1$ なる量である。平板モデルでは $A(r) \simeq 2$ であり、式(12)で得られる解で計算すると $A(r)_{\max} = A(0) \sim 1.2$, $A(r_p) \sim 1.05$ となり十分な精度が得られることが分った。なお、積分方程式(12)の $N_0(r)$ 、積分核 $k(r, \eta)$ を表わす(13)、(14)式で立体角 (μ, x) に関する被積分関数を (μ, x) に対して不変であるとすれば Dnestrovskii¹⁴⁾ の得た表式と一致する。

雰囲気の中性粒子密度 N^0 は、中性粒子束の保存から求める。

$$N^0 v_f = \Gamma_c + D_3 \Gamma_p + D_4 \Gamma_h \quad (21)$$

Γ_c : 初期封入中性粒子束

Γ_p : 拡散でプラズマ領域外に出てきたプラズマ粒子が中性化され、壁でリサイクルしてふたたびプラズマへの influx になる分

Γ_h : プラズマ領域から出てくる中性粒子 (hot neutral) が壁でリサイクルして influx になる分

D_3, D_4 : それぞれのリサイクリング率 (後述の計算例では $D_3=1, D_4=1$ とした)

Γ_c は初期の封入ガス圧から計算でき、 Γ_h は式 (19) の $\Gamma_{out}(r_p)$ である。 Γ_p は次のようにして求まる。

$$\frac{d}{dt} \int_0^{r_p} n 2\pi r dr = \int_0^{r_p} \frac{\partial n}{\partial t} 2\pi r dr + 2\pi r_p n(r_p) \frac{dr_p}{dt}$$

連続の式は

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial n}{\partial r} = S_n$$

であるから

$$\begin{aligned} \int_0^{r_p} S_n 2\pi r dr &= \frac{d}{dt} \int_0^{r_p} n 2\pi r dr \\ &= - \int_0^{r_p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial n}{\partial r} 2\pi r dr - 2\pi r_p n(r_p) \frac{dr_p}{dt} \end{aligned}$$

となる。左辺はプラズマ領域でのプラズマ粒子が単位時間に減少する正味の量である。したがって、

$$\Gamma_p = \frac{-1}{2\pi r_p} \int_0^{r_p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial n}{\partial r} 2\pi r dr - n(r_p) \frac{dr_p}{dt}$$

である。

2.4 回路系との結合

トカマク実験の結果をシミュレーション計算により検討する場合には、プラズマ電流の波形は実験結果として与え、プラズマ諸量を計算することができる。

これに対し、装置設計の場合には回路系とプラズマ系とを結合させた形で検討しなければ、設計の対象となる装置でのプラズマ挙動を解析することはできない。いずれにせよ、プラズマ電流は外部回路からの誘導電圧によって励起され、外部回路はプラズマからの反作用を受ける。

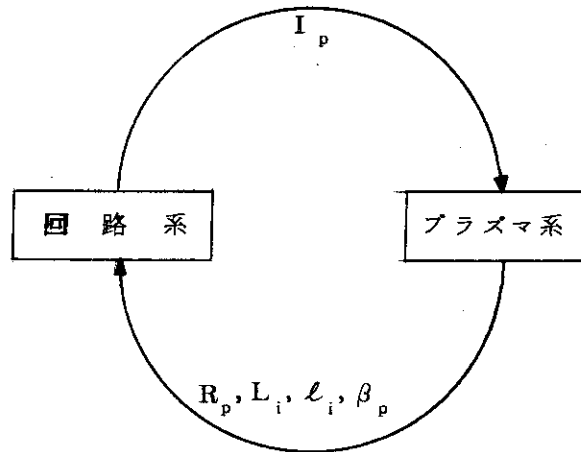
プラズマ系と回路系とは、プラズマ電流 I_p 、プラズマ抵抗 R_p 、プラズマの内部インダクタンス L_i 、 ℓ_i およびボロイダルベータ値 β_p によって結合する。特にプラズマ電流の立上り時は、 I_p, R_p, L_i の三つのパラメータで結合する。プラズマ系と回路系との結合を模式的に描いたものが図 3 である。

ここで、

$$\text{プラズマの内部インダクタンス ; } L_i = \frac{4\pi^2 R}{\mu I_p^2} \int_0^{r_p} B_\theta^2(r) r dr$$

無次元化内部インダクタンス; $\ell_i = \frac{2\pi \int_0^{r_p} B_\theta^2(r) r dr}{\pi r_p^2 B_\theta^2(r_p)}$

ポロイダルベータ値; $\beta_p = \frac{\langle P \rangle}{\frac{B_\theta^2(r_p)}{2\mu}}$



I_p : プラズマ電流 L_i : 内部インダクタンス
 R_p : プラズマ抵抗 ℓ_i : 無次元化内部インダクタンス
 β_p : ポロイダルベータ値

図3 回路系とプラズマ系との結合

である。また、プラズマの抵抗 R_p は、巨視的なジュール損失 $R_p I_p^2$ がプラズマ中の微視的なジュール損失の積分と等しくなるように決める。すなわち、

$$R_p = \frac{2\pi R}{I_p^2} \int_0^{r_p} \eta j_z^2 2\pi r dr$$

から R_p を決める。

プラズマ電流立上り時の等価回路を図4に示す。JT-60の変流器電源方式は、プラズマ電流励起のために必要なエネルギーが100MJ程度になるため、inductive energy storage (以後I.E.S.と略す)方式を採用し、変流器コイル電流の双極性駆動が可能なように、多段I.E.S.を採用した電源が提案されている。なお、JT-60の変流器電源の詳細は他の報告²⁰⁾を参照されたい。代表的な回路方程式は第1段励起回路の回路方程式で示せば次のようになる。ただし、添字1は変流器コイル、2はプラズマ、3は垂直磁場コイルを表わす。

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + M_{12} \frac{dI_2}{dt} + M_{13} \frac{dI_3}{dt} + R_1 I_1 + R_{1s} (I_1 - I_3) = 0 \quad (22)$$

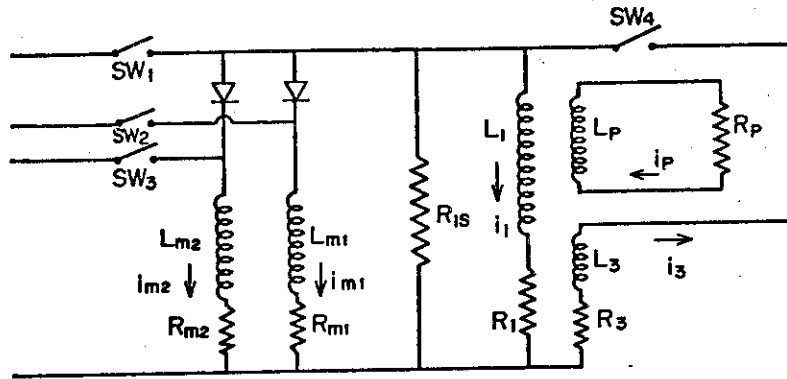


図4 プラズマ電流立上り時の等価回路

$$M_{12} \frac{dI_1}{dt} + (L_e + L_i) \frac{dI_p}{dt} + M_{23} \frac{dI_3}{dt} + (R_p + \frac{d}{dt}(L_e + L_i)) I_p = 0 \quad (23)$$

$$M_{13} \frac{dI_1}{dt} + M_{23} \frac{dI_p}{dt} + L_3 \frac{dI_3}{dt} + R_3 I_3 - R_{13} (I_1 - I_3) = 0 \quad (24)$$

式(22)～(24)はそれぞれ、変流器、プラズマ、垂直磁場コイルに関する回路方程式である。プラズマを一つの電気回路と見なし、集中定数回路として表現したものが式(23)であり、プラズマの自己インダクタンスの時間変化を考慮できるようにしてある。電気回路として、外部回路からプラズマ側に誘起される誘導電圧は、

$-(M_{12} \frac{dI_1}{dt} + M_{23} \frac{dI_3}{dt})$ である。この一周電圧は、プラズマ抵抗の分 $R_p I_p$ とプラズマ磁束を変化させる分 $\frac{d}{dt}[(L_e + L_i) I_p]$ とに分けられる。プラズマの自己インダクタンスは、内部インダクタンスと外部インダクタンスに分離できる。

$$L_p = L_e + L_i$$

外部インダクタンスは

$$L_e = \frac{2\mu}{k} \sqrt{R(R-r_p)} \left\{ \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) K(k) - E(k) \right\}$$

$$k^2 = \frac{4R(R-r_p)}{(2R-r_p)^2}$$

K, Eはそれぞれ第一種、第二種完全楕円積分

で表わされる。プラズマ副半径あるいは主半径が時間的に変化すると外部インダクタンスの時間変化が生じる。

$$\frac{d}{dt} L_e = \mu \left[\{K(k) - K(k)\} \frac{dR}{dt} - \frac{R - r_p}{2R - r_p} \left\{ K(k) + \frac{2R - r_p}{r_p} E(k) \right\} \frac{dr_p}{dt} \right]$$

内部インダクタンスの時間変化は、プラズマの電流分布が変化することによって生じる。式

(22)~(24) は連立常微分方程式であり、各時刻での $\frac{dI_1}{dt}$, $\frac{dI_p}{dt}$, $\frac{dI_3}{dt}$ および, I_1 , I_p ,

I_3 の適当な初期値のもとに Runge-Kutta-Gill 法により数值的に解を求めることができる。

集中定数回路として表現した回路方程式から得られる $\frac{dI_p}{dt}$ は、プラズマ中に侵透してゆくト

ロイダル電界の境界条件を与える。

3 計算結果

JT-60のプラズマを対象として、回路系とプラズマ系とを結合させてプラズマ電流の立上り時をシミュレーション計算により解析した。プラズマ副半径の時間変化は

$$\frac{dr_p}{dt} = 10 \exp[-12.5(t-0.005)] \quad \text{m/s}$$

で与えた。初期速度($t=5\text{ms}$)は 10m/s であり、初期のプラズマ副半径は 0.2m とした。初期条件および回路定数は以下の通りである。

$$t_0 = 5 \times 10^{-3} \text{ s}, \quad Z_{\text{eff}} = 5$$

$$n(r) = 3.8 \times 10^{19} \{1 - (r/r_p)^4\} + 10^{18} \quad / \text{m}^3$$

$$T_e(r) = 17 \{1 - (r/r_p)^2\} + 3 \quad \text{eV}$$

$$T_i(r) = 15 \{1 - (r/r_p)^2\} + 2 \quad \text{eV}$$

$$P_0 = 10^{-4} \text{ Torr}$$

$$I_1 = 50 \text{ kA}, \quad I_p = 40 \text{ kA}, \quad I_3 = 3.7 \text{ kA}$$

$$L_1 = 3.347 \times 10^{-2} \text{ H}$$

$$L_3 = 4.721 \times 10^{-2} \text{ H}$$

$$M_{13} = 3.502 \times 10^{-5} \text{ H}$$

$$M_{23} = -1.092 \times 10^{-4} \text{ H}$$

$$R_1 = 7.406 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_3 = 4.727 \times 10^{-2} \Omega$$

$$R_{1s} = 0.147 \Omega \quad (0.2 \text{ s 以降では } 0.04 \Omega)$$

$$I_{1m} = 32 \text{ kA} \quad \text{第2段 I.E.S. コイル}$$

$$I_{1m} = 5.785 \times 10^{-2} \text{ H} \quad (\text{遮断時刻 } 0.2 \text{ s})$$

計算結果を図5～図14に示す。図7に平均密度の時間変化を示した。初期圧は 10^{-4} Torr と低くしてあり、 50ms から 270ms のあいだ中性粒子束で $10^{20} / \text{m}^2 \text{ s}$ だけガスを注入した。平均密度の時間変化を示す曲線は、 50ms までが初期圧による放電曲線、 50ms から 270ms がガス注入の影響による密度増加、それ以降は副半径膨脹による密度低下を示している。初期封入ガスのほとんどが 30ms 程度経つとプラズマに吸収されることが分る。図10に密度分布の時間変化を示す。 50ms から 270ms までガス注入をしているため境界近傍の

密度が大きく拡散があまりきかない系になっていると同時に、中心のイオン温度が keV のオーダーになっている（図 1・2）ため中性粒子が中心に侵透しにくく、中心の密度はあがっていない。

図 5 から分るように、第 1 段の立上げ過程に限ってみれば、放電初期ではプラズマ電流 I_p の立上り方がゆるやかで、 dI_p/dt は 100ms 前後で最大になっている。放電初期では、温度が低くプラズマ副半径が小さいため、プラズマ抵抗が大きい。このため、プラズマにかかる誘導電界が中心にまで侵透しやすく、また雰囲気の中性ガスが十分にあるためプラズマ境界近傍が冷やされ、電流が中心に集中する形で電流が上昇する。したがって、放電初期では大きなプラズマ抵抗と内部インダクタンスの増加（図 8）に一周電圧が消費され、プラズマ電流の立上り方がゆるやかになっているものと考えられる。外部回路からの一周電圧を大きくすると、電流がますます中心に集中した形で電流増加が行なわれ中心の q が 1 以下になるような状態になる。これは、初期封入ガス圧を高くした場合でも同様な事情が起る。したがって、プラズマ電流を立上げる際には、外部回路から発生させる一周電圧と初期封入ガス圧とに強い相関のあることが予想される。ある程度時間がたつて、プラズマの温度が上昇するとともにプラズマ副半径が拡がってくると（図 7 と図 8 から平均電子温度が 200 eV、図 6 からプラズマ副半径が 40 cm 程度になると）、誘導電界が中心まで侵透しにくくなるためにプラズマ境界附近に電流が流れやすくなる。境界附近は体積が大きいので径方向の分布がわずかに変わるだけで大きな dI_p/dt が得られる。図 2 に示したプラズマ電流が 300ms 以降で一つの山を作っているのは、270ms までガス注入によってプラズマ境界近傍を冷やし、それによって表皮効果を押えていた効果が弱まり表皮に電流が流れやすくなった結果だと考えられる。内部インダクタンスの時間変化を見ると（図 8）300ms 以降でかなり急激な減少があり表皮分布になっていることを示している。図 1・3 に電流分布を示した。200ms で第 2 段目の I.E.S. コイル電流を遮断してプラズマ電流を 2 MA から 3.3 MA に上昇させた（図 5）。200ms での電流分布と 300ms での電流分布を比較するとプラズマ電流の増加分はプラズマ境界近くの電流密度を増加させるのに費やされ、誘導電界が中心まで侵透しにくいことを示している。200ms では電子温度はプラズマ中心で 1.7 keV まで上昇している（図 1・1）。電子温度の空間分布は、時間とともに平坦な分布になってゆくと、トロイダル電界はますます境界近傍に局在することになる。一方これと同時に、プラズマ中心には電流が集中しはじめている。

図 1・4 に安全係数 q の径分布の時間変化を示した。電流分布が表皮分布になることを反映して、時間とともに平坦な分布になってくると同時に、電流立上げ過程ですでに電流の集中化が始っているため中心の q が小さくなっていく。 $q \approx 2$ の領域が時間とともに拡がっているのが分る。

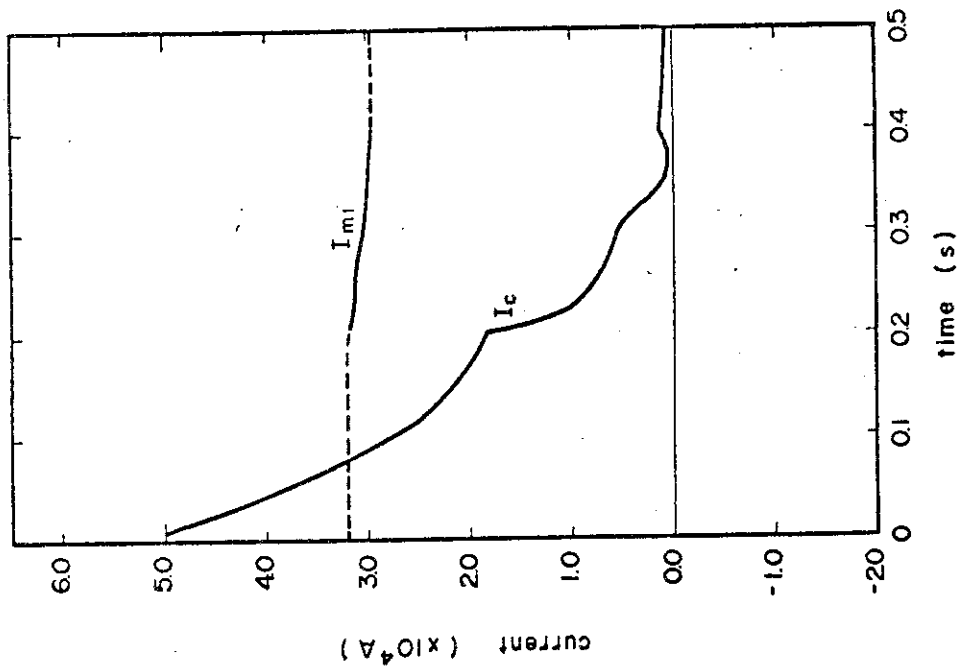


図 6 一次側電流の時間変化
(I_c : 変流器コイル電流,
 I_{m1} : 第 2 段 L.E.S. コイル電流)

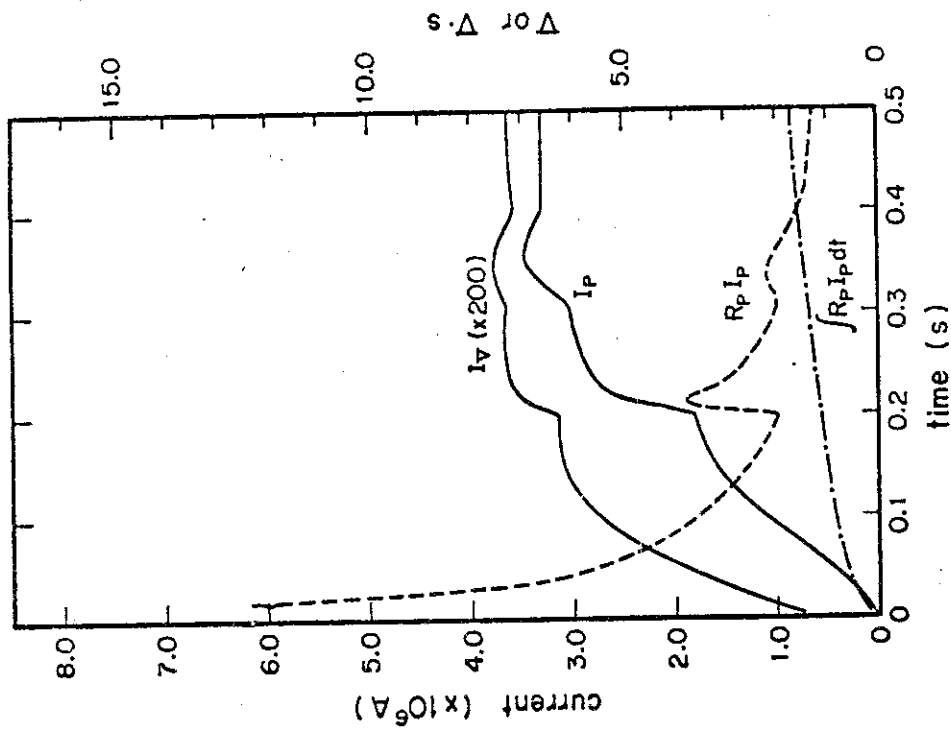


図 5 プラズマ電流 I_p , 垂直磁場電流 I_v および
一周電圧の時間変化

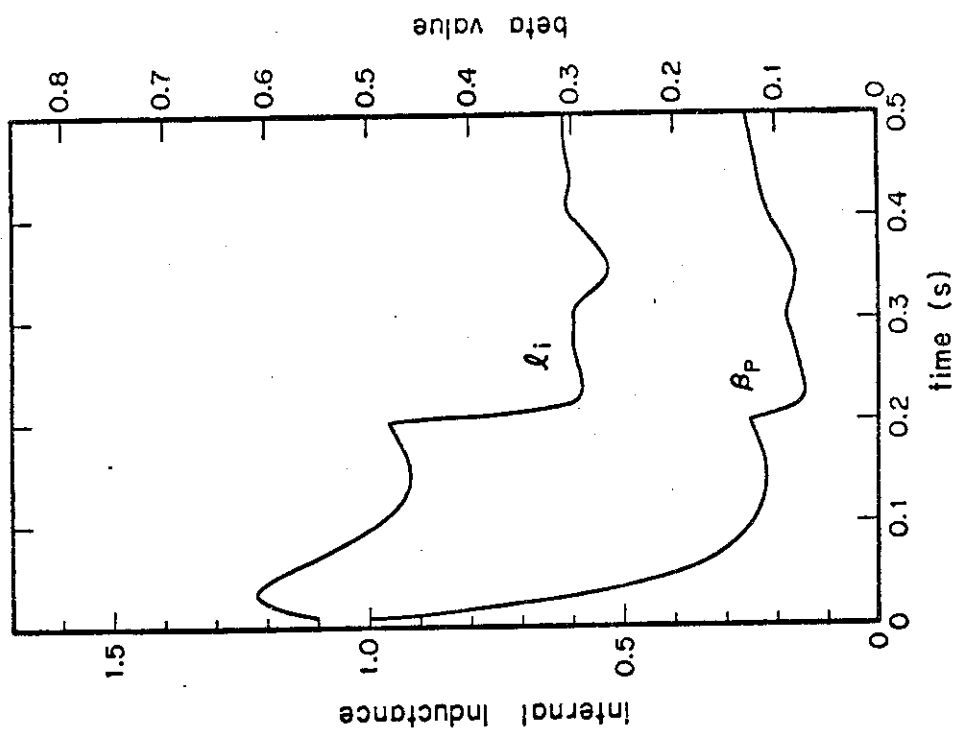


図8 内部インダクタンス l_i ，ポロイダルベータ値 β_p の時間変化

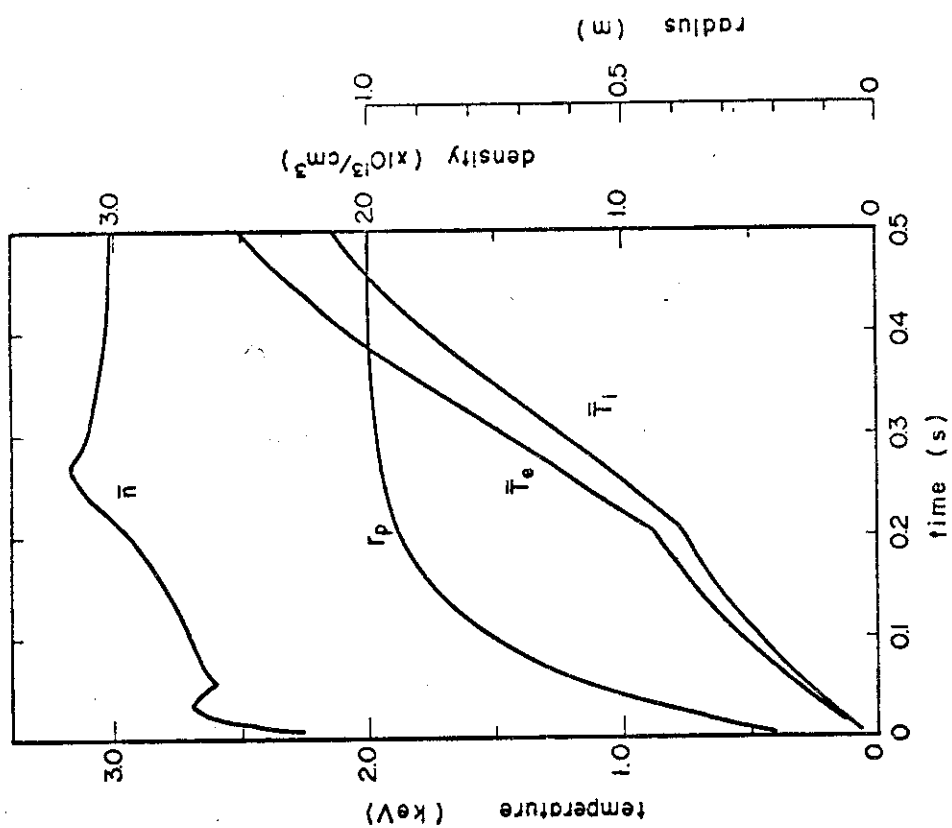


図7 平均電子温度，平均イオン温度，平均密度およびプラズマ副半径 r_p の時間変化

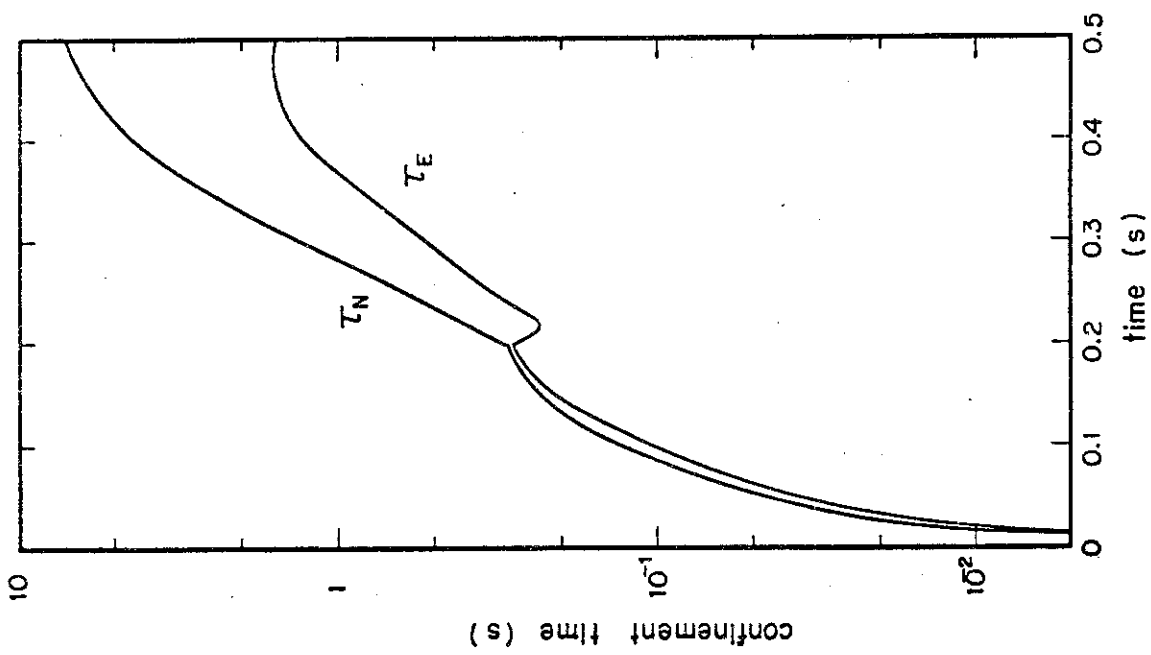


図9 エネルギー閉込め時間 τ_E および粒子閉込め時間 τ_n の時間変化

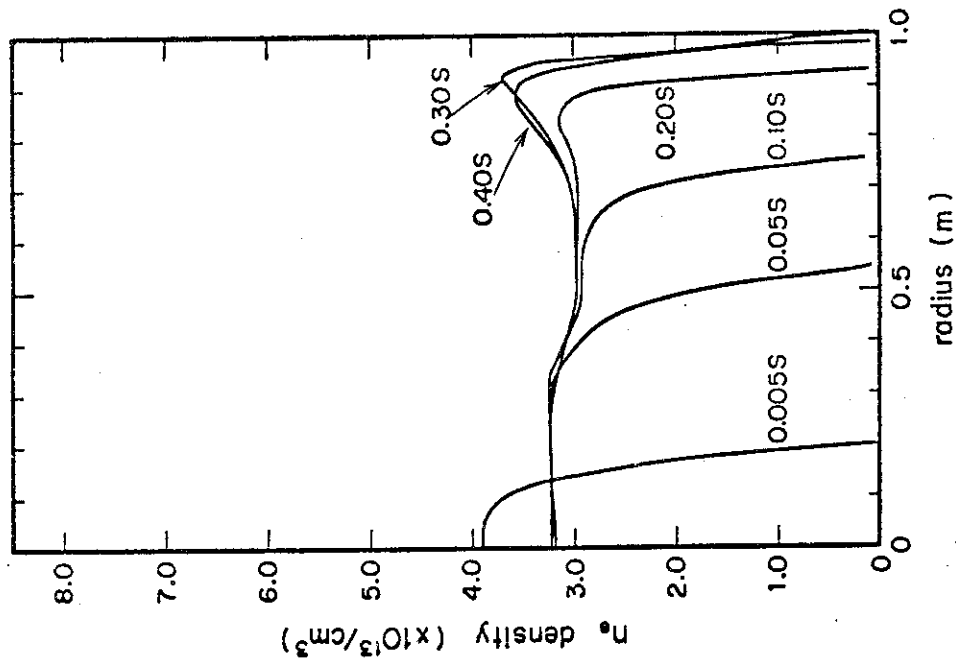


図10 密度分布の時間変化

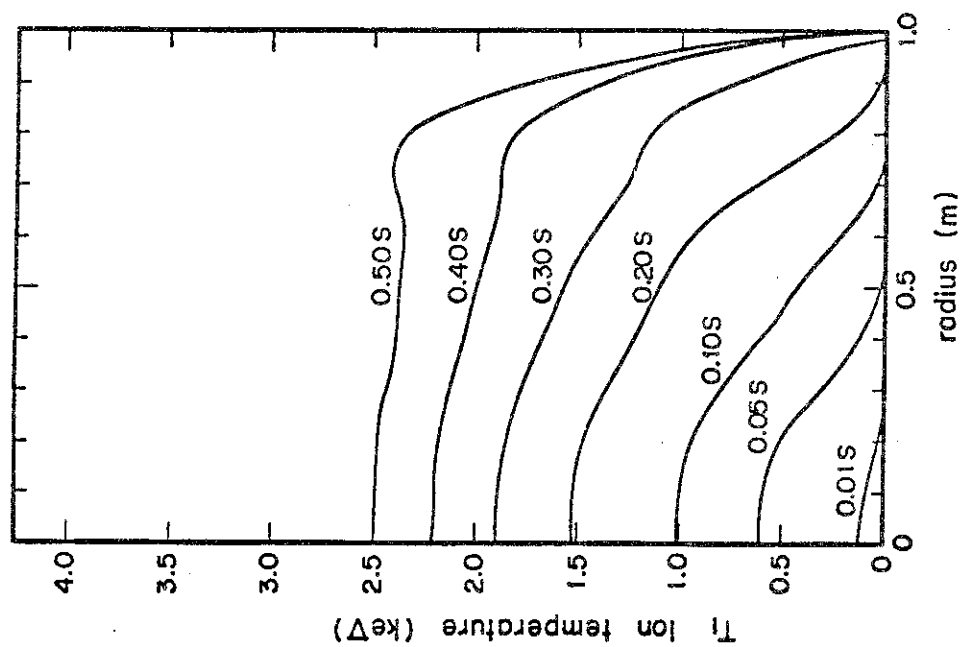


図11 電子温度分布の時間変化

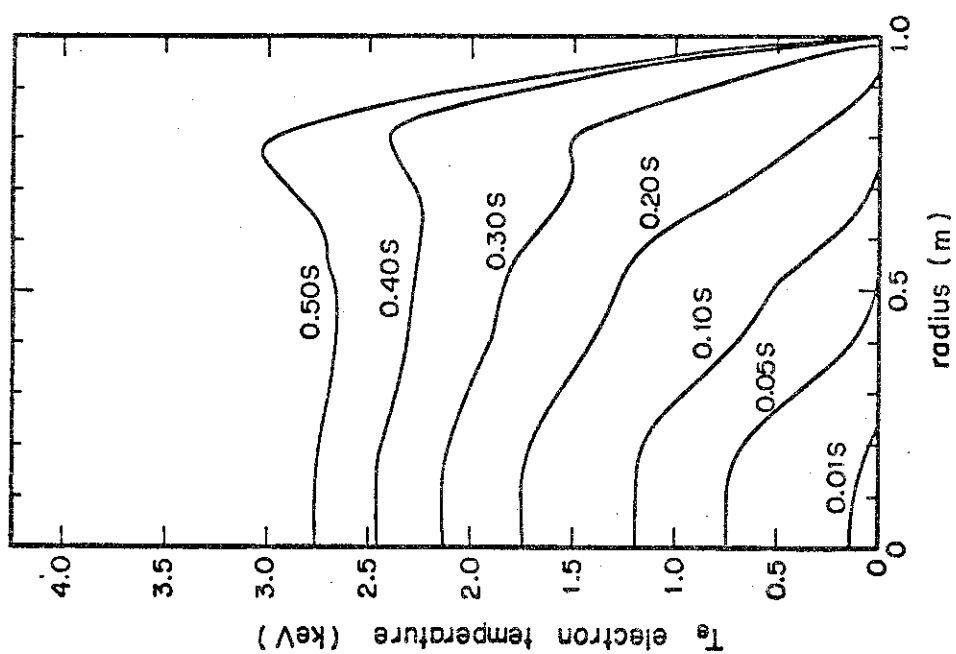


図12 イオン温度分布の時間変化

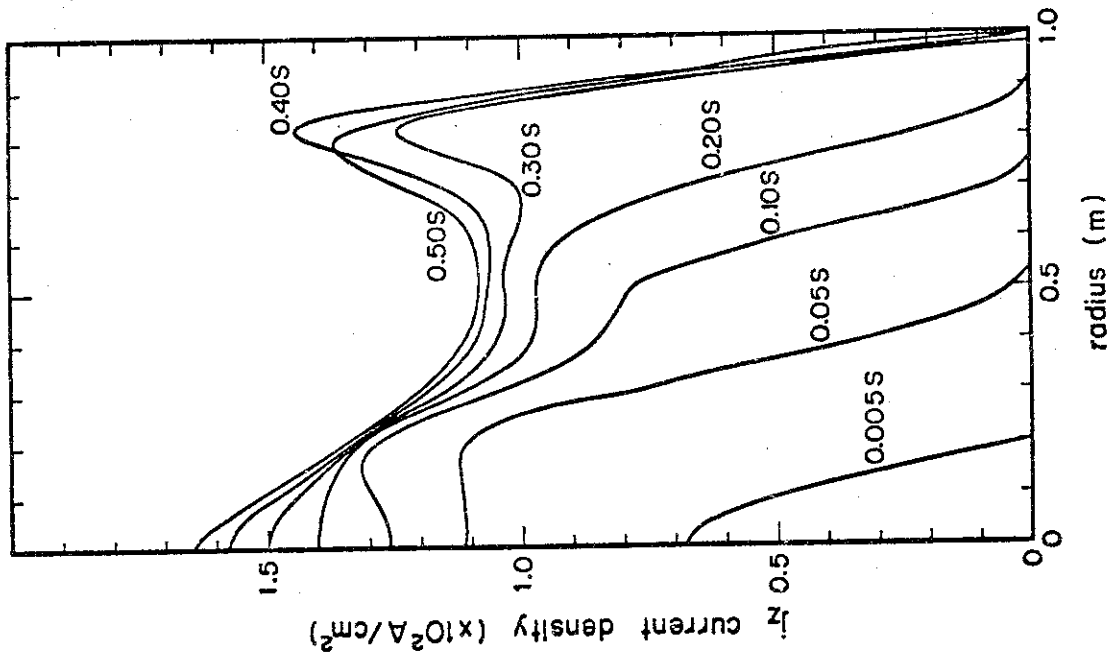


図13 電流分布の時間変化

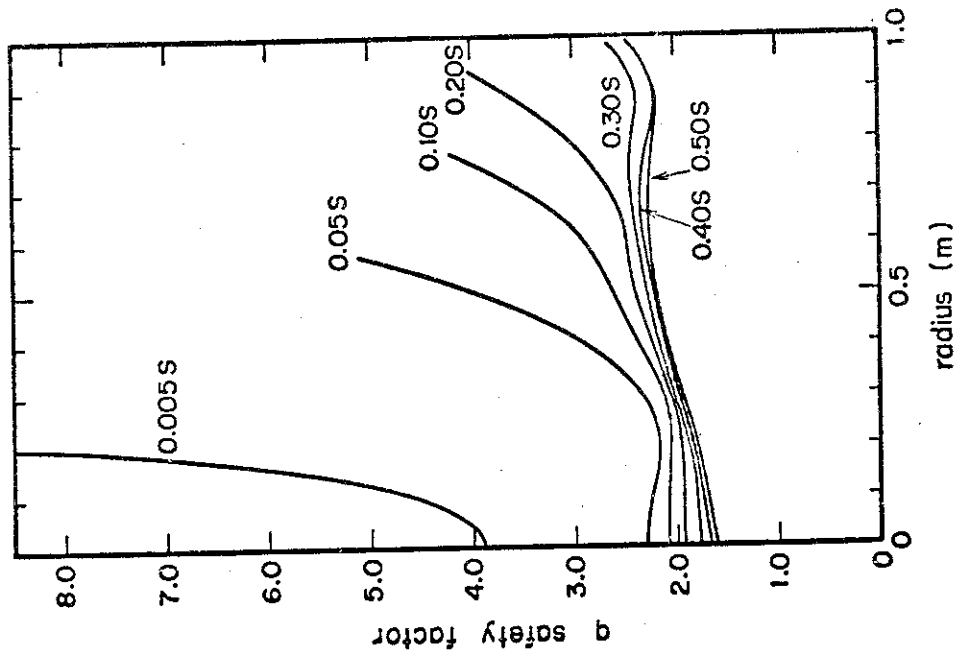


図14 安全係数の時間変化

4 ま と め

プラズマ系と回路系とを結合させたトカマクコード“RAMBLE”により、JT-60を対象としプラズマ副半径を電流立上げとともに膨脹させてゆく過程を検討した。

プラズマ副半径を1 mに固定した場合について電流立上げ過程をシミュレーション計算により検討した結果²¹⁾では、現在のトカマクに関する限りほとんど表皮電流分布が現われないモデルに基づいて計算を行っているにもかかわらず、プラズマ副半径が大きいだけに1.5倍程度の表皮電流が現われ、このため熱損失の大きいプラズマ境界附近でのジュール加熱が大きく、電子の有効な加熱が行なわれにくいことが分った。結果として $T_e \sim T_i$ となり、トカマクプラズマの性能を決める一つのパラメータであるポロイダルベータ値 β_p も電流が3.3 MAになった時点で0.05にしか到達しなかった。これを現在のトカマク実験によって得られているプラズマのパラメータ、密度 $\sim 2 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ 程度で $T_e / T_i = 2 \sim 3$ 、電流が立上った時点での $\beta_p = 0.1 \sim 0.05$ と比較すると効果的なジュール加熱が行なわれていないことが分る。

大型トカマク装置の電流密度は現在のトカマク装置におけるそれに比較して小さく、それだけ単位体積あたりのジュール入力が小さい。そのうえ、表皮効果によって電流分布が境界近傍に集中するとますます有効なジュール加熱が行なわれにくくなる。このため、JT-60では電流の立上げとともにプラズマ副半径を膨脹させることによって、電流分布に極端な表皮効果が現われることを抑え、強いMHD不安定性を避けることおよび効果的なジュール加熱を果すことを目的として、可動リミッターあるいは磁気リミッターを備えた設計となっている。

本報告に述べた計算例ではプラズマ副半径を0.2 mから1.0 mまで時定数80 msで指数関数的に動かした場合についてシミュレーション計算を行なった。その結果プラズマ電流が3.3 MAに達した時点で、電流分布に5割程度の表皮分布が現われるにすぎず、 β_p も0.13とかなり大きく有効なジュール加熱が行なわれていることが示された。

プラズマ副半径を膨脹させるときに生じる問題は、密度の制御である。初期封入ガスは数10 msの時間でほとんどプラズマになってしまう。そのときプラズマの過冷却を防ぐには初期封入ガス圧を低く抑えておかなければならない。本報告では初期圧を 10^{-4} Torrとして計算した結果について述べたが、これはプラズマ副半径が1 mになったときプラズマの平均密度が $10^{13} / \text{cm}^3$ に相当するガス圧である。このことは大型トカマク共通の問題であると考えられる。Murakamiによれば、²²⁾現在のトカマク実験において初期封入ガス量によって閉じ込め得る最大の密度は、横軸を B_T / R としてきれいに整理される。JT-60のパラメータ($B_T = 5 \text{ T}$, $R = 3 \text{ m}$)を適用するとジュール加熱過程でのプラズマ密度は $1.8 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ 程度のものしか得られないことになる。ただしPulsator, Alcatorの実験にも見られるようにプラズマ電流立上げ過程で中性ガスを注入すれば $4 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ 程度のプラズマを得ることは可能であろう。このことは、プラズマ電流立上げ当初から多量の中性ガスがあると、ジュール加熱で得られるエネルギー以上にイオン化によって失うエネルギーが大きくプラズマが冷やされるか、あるいは中心近傍しか電流が流れ得ないためMHD不安定性のため壊れてしまいかであるのに対し、ある程度温度の高いプラズマが形成されてしまえば、そこに中性ガスを注

入しても閉じ込め状態が端端に変わる程の大きな影響をプラズマが受けなくなるからであると考えられる。ただしその場合にも、STの実験に見られるように、中性ガスを大量に注入すると電流が中心に集中してしまい、中心の q が1以下となりMHD的にプラズマが不安定となる危険性があることに注意しなければならない。

JT-60で、電流立上げとともに副半径を拡げてゆくことによって、電流分布に強い表皮効果が現われるのを抑えても、最大電流3.3 MAまで電流を流すことはかなりむづかしそうである。第1段の立上げで ~ 2 MA、電子温度が $\sim keV$ の状態に入り(電流分布はほぼ放物線形になっている)、そこから第2段目のI.E.S.コイル電流を遮断し電流増加を計った結果、電流増加分のほとんどはプラズマ境界附近に集中し、表皮分布になり、しかも安全係数 q が2近傍の領域が広がっていることが分った。もし何らかのMHD不安定性により表皮分布になった電流が中心に侵透する場合はまだしも、プラズマがこの状態以降MHD的に破壊する危険性も考えられ、電流2 MA前後からのプラズマ電流の励起には問題があろう。すなわち、電流立上げとともに副半径を拡げてゆく方法によってプラズマ電流が2 MA程度までなら電流分布をある程度制御できる可能性があるが、それ以降では、一方で電流の中心への集中化が起り、また一方では表皮効果が強く出てくるといふ現象が生じ得るものと予想される。これをいかに評価するかが今後の問題として残っている。

最後に関省吾氏、安積正史氏をはじめとして、討論、御指導いただいた理論解析研究室の各氏に感謝します。また、この研究の機会を与えていただいた森茂大型トカマク開発部長、吉川允二JT-60開発室長に感謝します。

5 参考文献

- 1) Stix., T. H. ; Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 521
- 2) Liu, C. S., Rosenbluth, M. N., Horton, C. W. ; Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1489
- 3) McBride, J. B., Klein, H. H., Byrne, R. N., Krall, N. A. ; Nucl. Fusion 15 (1975) 393
- 4) Golovin, I. N., Dnestrovskii, Y. N., Kostomarov, D. P. ; in Nuclear Fusion Reactor Conference (Proc. Conf. Culham) 194
- 5) Duchs, D. F., Furth, H. P., Rutherford, P. H. ; Nucl. Fusion 12 (1972) 341
- 6) Bardotti, G., Enriques, L., Santini, F. ; Nucl. Fusion 15 (1975) 621
- 7) Mercier, C., Soubbaramayer; EUR-CEA-FC-742 (1974)
- 8) 高嶋哲夫他; JAERI-M 6572 (1976)
- 9) 二宮博正他; JAERI-M 6656 (1976)
- 10) 田島輝彦他; JAERI-M 4941 (1972)
- 11) Takeda, T., Itoh, S. ; JAERI-M 5697 (1974)
- 12) Mercier, C. ; EUR-CEA-FC-812 (1976)
- 13) Hogan, J. T. ; ORNL-TM-5153 (1975)
- 14) Dnestrovskii, Yu. N. et al. ; Atomnaya Energia 32 (1972) 301
- 15) 安積正史; 私信
- 16) Hinton, F. L., Rosenbluth, M. N. ; Phys. of Fluids 16 (1973) 836
- 17) Yoshikawa, S. ; Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 353
- 18) Murray, W. D., Landis, F. ; J. Heat Transfer 81 (1959) 106
- 19) George, I. B., Glasstone, S. ; Nuclear Reactor Theory (1970)
Van Nostrand Reinhold Company
- 20) 谷啓二他; JAERI-M 6467
- 21) 小林朋文他; 核融合研究 34 別冊その1 (1975) 57
- 22) Murakami, M., Callen, J. D., Berry, L. A. ; Nucl. Fusion 16 (1976) 347
- 23) 田島輝彦; 核融合研究 32 別冊その2 (1974) 69
- 24) 田島輝彦, 小林朋文; 核融合研究 34 別冊その1 (1975) 41
- 25) 田島輝彦, 小林朋文, 中村幸治; 核融合研究 35 別冊その3 (1976) 161
- 26) 田島輝彦, 小林朋文; JAERI-M 発行予定