

JAERI-M

7135

中性子源増倍法に関する理論的補正の信頼性

1977年6月

溝尾宣辰

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

中性子源増倍法に関する理論的補正の信頼性

日本原子力研究所東海研究所原子炉工学部

溝 尾 宣 辰

(1977年6月3日受理)

中性子源増倍法に理論的補正を行う際に、観測値を静的反応度に対応する量にする為の補正係数は、計算で求めるものである。本研究は、計算手法に内在する近似や群定数の不確かさの補正係数に対する影響を吟味し、補正法の信頼性を検討したものである。

補正係数の信頼性に関する解析的検討は、変分法を用いて行った。補正係数に対する変分表現の汎関数を導出し、この汎関数について演算子の誤差の影響を調べた。そして、演算子の誤差の寄与が部分的に相殺して小さなものとなることが確認された。また、計算における不確かさの影響は、反応度に比べて補正係数の方が明らかにうけにくいことが示された。

数値計算例は、FCA VII-1 90Z 集合体における模擬制御棒値の実験について、種々の方法で補正係数を求めて比較検討した。体系の媒質の核的特性の評価、制御棒等の吸収体部分の取り扱いおよび計算手法に関して、厳密さを要せずして信頼度の高い補正係数が得られることが判明した。

計算において、体系の媒質に関する正確な情報を必要とせず、少数群による簡便な計算手法によっても、補正係数の信頼性をそこなうものでないことが検証された。したがって、動力炉の高燃焼の体系に対しても適用出来て、大きな負の反応度の測定法としては実用的で極めて有効な方法であることが示された。

Reliability of a New Modified Neutron Source Multiplication Method

Hirotatsu MIZOO

Division of Reactor Engineering, Tokai, JAERI

(Received June 3, 1977)

A new modified neutron source multiplication method was proposed previously, in which calculations are necessary for obtaining a correction factor. The experimental values of static reactivity are ensured with this correction factor. Sensitivity of the correction factor to the uncertainties included in the calculational procedure and/or reactor constants is closely related to reliability of the reactivity measurement method. Reliability of the calculated correction factor is described in this report.

The reliability is studied analytically in application of the variational theory. A variational principle is obtained for the correction factor, and the influence upon the correction factor of the uncertainties of operators is examined. Cancellation of the errors in the operators is expected, and the influence of uncertainty is less on the calculated value of the correction factor than on that of the reactivity.

Numerical tests of the modified method are made for the previous experiments of mock-up control rod worth measurement in FCA VII-1 90Z assembly. The correction factor is evaluated in varying of the system and the calculational procedure. Reliability of the correction factor is high without rigorously evaluating nuclear properties of the system medium and control rod, in simple calculational method.

In conclusion, the new modified method can be effectively applied to power reactors, since the correction factor is reliable in simple calculation method with less exact information of the system medium such as high burn-up core.

Keywords : Modification, Neutron Source Multiplication Method, Subcriticality, Static Reactivity, Control Rod Worth, Fast Critical Assembly, Reliability, Correction Factor, Variational Principle, Diffusion Theory, Accuracy.

目 次

1. 序 言	1
2. 信頼性に関する解析的検討	3
2.1 静的反応度の測定のための観測値の補正	3
2.2 補正法の物理的な意味	4
2.3 変分原理に基づく補正項の表現	5
2.4 演算子変化の影響	8
3. 数値計算例による検討	14
3.1 数値計算の目的および方法	14
3.2 吸収体の強さの補正係数に対する影響	16
3.3 計算群数の影響	16
3.4 軸方向バックリングの影響	17
3.5 外部中性子源の分布形状の影響	17
3.6 媒質の核特性の不確かさによる影響	18
4. 結 言	29
謝 辞	29
参考文献	30

1. 序 言

大きな負の反応度の測定における困難として、測定結果が検出器の位置に依存し、かつ測定法によっても異なることが従来より指摘されている。これらの難点を解消すべく著者らは、検出器の中性子検出効率の変化等を考慮した補正法を提案した。そしてこの補正法は、FCA VI-2 B2 および VII-1 集合体における実験に適用され、上記の難点を解消することを検証した。^(1,2,3,4)

現在反応度あるいは反応度価値としては、静的反応度を用いるのが一般的であり、かつ実用的である。しかしこの物理概念は実在する物理量との直接的な関係が希薄である。したがって直ちに観測にかかる量では無い。特に大きな負の反応度の場合には、定義に厳密であることが必要で、求めようとする反応度（静的反応度）と実際の観測値との関係を明確にしなければならない。

大きな負の反応度の測定における観測量は、多くの測定法の場合、体系の2つの異なる状態での検出器の計数率とされている。例えば中性子源増倍法の場合には、反応度校正の為の既知未臨界体系における計数率および模擬制御棒などの挿入による未知未臨界体系における計数率である。また中性子源引抜き法の場合であれば、定常中性子源の存在する状態における計数率および中性子源引抜き後の減衰状態の全期間にわたる計数值（積分測定法の場合）とされる。これらの観測量に対して、著者らは実効的検出効率の定義を導入して、静的反応度との関係式を導出した。その結果、従来の一点炉近似に基ずく反応度と観測値との関係式に補正係数を乗ずる形式に整理されることが判明した。この補正係数は中性子源引抜き法等の時間的変化を追跡する測定法の場合にも、定常状態の解を求める計算法（計算コード）によって求められることを示した。また、この補正係数は計算によって求めることになるが、2つの状態における比の形式となっており、計算値の信頼性は良好なるものと考えられた。

臨界実験装置における大きな負の反応度の測定は、工学的模擬実験の一環である模擬制御棒価値の測定として、主要な実験項目とされている。これは、複雑なピン・クラスター形状の強吸収体である制御棒が1本あるいは多数本挿入された体系の計算結果について、その信頼性が問題となる為である。制御棒内での中性子束の微細構造、体系内の中性子束空間分布の歪みさらに制御棒周辺に対するスペクトル変化や軸方向バックリングの問題など、計算の対象としては物理的模擬実験に比して、より近似を強いられる場合が多い。

このような問題点については補正係数の算出にあたっては配慮しておく必要がある。本稿は補正係数の算出における演算子の不確かさの影響を調べ、反応度測定の信頼性を検討したものである。演算子の不確かさとしては、体系の2つの状態に共通に存在するものと、それぞれの体系に個別に発生するものが考えられる。中性子源増倍法の場合であれば、炉心やブランケット物質の炉定数の不確かさ等は前者に属し、未知未臨界体系における模擬制御棒の炉定数の不確かさ等は後者に属する。このことから、補正係数が信頼出来るものである為には、2つの状態の比を取る際に、共通に存在する演算子の不確かさが相殺され、かつ、ある種の不確かさについては個々の状態での計算においても、それらを相殺する能力を必要とされる。

本稿では、中性子源増倍法の補正係数に対する演算子の不確かさの影響を、変分法を用いて解析的に検討した。変分原理の示す所によれば、ある積分量の変分表現となる汎関数を任意の試行関数を用いて評価した値の真値からのずれは、用いた試行関数と停留関数（真値を与える関数）

との差異 $\delta\psi$ について、2次のオーダー $O(\delta\psi^2)$ とされるものである。したがって上記2次のオーダーの誤差を許す範囲内では、汎関数に用いるべき試行関数の任意性が大きいことから、演算子の不確かさを検討するのに便利である。例えば、2つの変分表現の汎関数の表現形式が同一であれば、それぞれの停留関数の満足すべき方程式が異なっても、許容関数の条件が等しければ、2次のオーダーの誤差内で同じ値のものと見なし得る。

中性子源増倍法における補正係数の信頼性についての、変分法による解析的な検討は、本稿の第2章で行なっている。また、この章は補正係数の導出を略記し、この補正法の前提としている原理を記述している。第3章において、演算子の変化に伴う補正係数の変化の数値計算例を示した。用いた基準体系は高速原型炉の模擬体系である FCA VII-1 集合体となっている。⁽⁵⁾

2. 信頼性に関する解析的検討

2.1 静的反応度の測定の為の観測値の補正

中性子源増倍法の観測値を静的反応度にすべき補正の過程は以下ようになる。外部中性子源の存在する未臨界体系を記述する原子炉方程式は、

$$L\phi(\mu) - M\phi(\mu) = R\phi(\mu) = S(\mu) \quad (2.1)$$

となる。ここに、 L 、 M および $S(\mu)$ はそれぞれ、中性子の損失、生成の演算子および外部中性子源を意味する。 ϕ は中性子束であり、 μ は全ての独立変数を表わすものとする。また、この体系の静的反応度 ρ は、固有値方程式、

$$L\varphi(\mu) - \lambda M\varphi(\mu) = (L - M + (1 - \lambda)M)\varphi(\mu) = (R + (1 - \lambda)M)\varphi(\mu) = 0 \quad (2.2)$$

の第1固有値 λ によって、

$$-\rho = \lambda - 1 \quad (2.3)$$

と定義されるものである。固有値方程式の随伴方程式、

$$L^+\varphi^+(\mu) - \lambda M^+\varphi^+(\mu) = (R^+ + (1 - \lambda)M^+)\varphi^+(\mu) = 0 \quad (2.4)$$

および(2.1)式にそれぞれ $\phi(\mu)$ および $\varphi^+(\mu)$ を掛けて内積を取り、辺々を差し引くことにより(以下では簡単のため独立変数 μ を略す)、

$$-\rho = \lambda - 1 = \langle S\varphi^+ \rangle / \langle \varphi^+ M\phi \rangle \quad (2.5)$$

と表現される。ここに、 L^+ および M^+ はそれぞれ L および M の随伴演算子であり、 $\langle \rangle$ は全ての独立変数についての積分を実行する内積を表わす。

今ここに、 $\Sigma_d(\mu)$ なる検出器の検出効率 ϵ を導入して、

$$\epsilon = \langle \Sigma_d\phi \rangle / \langle \varphi^+ M\phi \rangle \quad (2.6)$$

と定義する。(2.6)式は分子、分母に現実の体系を表現する(2.1)式の中性子束 ϕ を含んでいるから、随伴固有関数 φ^+ が適当に規格化されておれば、体系の変化に対して ϵ は大きな変化が無いことが期待される。一方、 Σ_d によって、検出器の位置依存量となっている。すなわち、吸収体の近傍では ϵ は特に小さくなり、外部中性子源の近くでは ϵ は特に大きくなるように、体系の局所的な特徴を表現し得る量である。検出器 Σ_d の計数率CRは、

$$CR = \langle \Sigma_d\phi \rangle \quad (2.7)$$

であるから、(2.5)および(2.6)式より、反応度 ρ は、

$$-\rho = \epsilon \cdot \langle S\varphi^+ \rangle / CR \quad (2.8)$$

と記述される。

(2.8)式を実際の実験過程に対応して適用すると以下ようになる。浅い反応度既知の未臨界体系である反応度較正体系における観測値を $\rho_{e,0}$ および CR_0 とし、未知未臨界体系における計数率をCRとすると、その体系の反応度 ρ_e は、

$$-\rho_e = f_e \cdot f_s \cdot (A/CR) = f \cdot (A/CR) \quad (2.9)$$

ここに、 ρ_e は実験値であることから特に添字eを付し、

$$f_e = \epsilon / \epsilon_0 = \frac{\langle \Sigma_d\phi \rangle / \langle \varphi^+ M\phi \rangle}{\langle \Sigma_d\phi_0 \rangle / \langle \varphi_0^+ M_0\phi_0 \rangle} \quad (2.10)$$

$$f_s = \langle S\varphi^+ \rangle / \langle S_0\varphi_0^+ \rangle, \quad f = f_e \cdot f_s \quad (2.11)$$

$$A = -\rho_{e,0} \cdot CR_0$$

よって、 f_e, f_s および A を定義する。添字の 0 は反応度較正体系を表わし、

$$\begin{aligned} (L_0 - M_0) \phi_0 &= R_0 \phi_0, & (L_0^+ - M_0^+) \phi_0^+ &= R_0^+ \phi_0^+ \\ &= S_0, & &= \Sigma_d \\ (L_0 - \lambda_0 M_0) \varphi_0 &= (R_0 + (1 - \lambda_0) M_0) \varphi_0, & (L_0^+ - \lambda_0 M_0^+) \varphi_0^+ &= (R_0^+ + (1 - \lambda_0) M_0^+) \varphi_0^+ \\ &= 0, & &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

と記述される。(2.9)式において、 (A/CR) の項は従来の1点炉近似に基づき中性子源増倍法の式であることから、 f_e および f_s は検出器の位置依存や体系の変化を取り入れた補正係数と見なされる。(2.10)および(2.11)式の形式から、 f_e および f_s は特殊の場合を除いて1に近い値であることが期待される。随伴固有関数 φ_0^+ および φ^+ はそれぞれ分子と分母に含まれており、したがって規格化の方法に関係なく、計算において便利である。その他の関数や演算子も分子と分母に等しく現われる形式となっており、これらの持つ不確かさが相殺する傾向にあると予測される。

2.2 補正法の物理的な意味

前節において導出された補正係数 $f (= f_e \cdot f_s)$ は計算によって求めるものである。(2.10)および(2.11)式に用いる中性子束 $\phi(\mu)$ および随伴固有関数 $\varphi^+(\mu)$ は、それぞれ(2.1)および(2.4)式を解いて得られるものである。したがって、

$$\begin{aligned} \langle S \varphi^+ \rangle &= \langle R \phi, \varphi^+ \rangle \\ &= \langle \phi, R^+ \varphi^+ \rangle \\ \langle S \varphi^+ \rangle / \langle \varphi^+ M \phi \rangle &= \langle \phi, R^+ \varphi^+ \rangle / \langle \phi, M^+ \varphi^+ \rangle \\ &= \lambda - 1 = -\rho \end{aligned} \quad (2.13)$$

となる。ここに ρ は体系の静的反応度であるが、計算によって求めるものであるから記号を変えてある。上式の関係から、(2.10)および(2.11)式を用いると、

$$f_e \cdot f_s = \langle \Sigma_d \phi \rangle \cdot (-\rho) / \langle \Sigma_d \phi_0 \rangle \cdot (-\rho_0) \quad (2.14)$$

となる。

上式および(2.12)式を用いると、補正法による反応度の実験値 ρ_e は(2.9)式より、

$$-\rho_e = [\langle \Sigma_d \phi \rangle \cdot (-\rho) / \langle \Sigma_d \phi_0 \rangle \cdot (-\rho_0)] \cdot (-\rho_{e,0} \cdot CR_0 / CR)$$

したがって、

$$\frac{(-\rho_e) \cdot CR}{(-\rho_{e,0}) \cdot CR_0} = \frac{(-\rho) \cdot \langle \Sigma_d \phi \rangle}{(-\rho_0) \cdot \langle \Sigma_d \phi_0 \rangle} \quad (2.15)$$

となる。この式の左辺は実験量であり右辺は全て計算によって求めるものであり、 $\langle \Sigma_d \phi \rangle$ は検出器の計数率の計算値である。したがって(2.15)式によれば、反応度と計数率の積の既知未臨界度の基準体系と未知未臨界体系での比は計算によって正しく求まる、とされている。すなわちこの補正法は、反応度と計数率の積については、異なる2体系間でのこの量の比は計算において正しく求められることを前提とするものである。

一般的に反応度測定の対象となる未知未臨界体系は、強い吸収体の特異点を体系内に含むなど複雑であり、計算にあたって多くの近似を余儀無くされる場合が多い。(2.15)式に見られるよ

うに、補正の過程において計算値の反応度が関与しているので、補正後の実験値に対する計算値の不確かさの影響を十分に検討しておく必要がある。したがって、計算における不確かさによって、反応度と計数率の積なる量が、どのようにその真値からずれるかを調べることが、この補正法の信頼性の検討となる。

なお上記の前提は(2.6)式の検出器の検出効率の定義により導入されたものである。したがって異なる定義を用いれば、(2.15)式とは異なる別の前提に立つことになる。現在の実験技術で未臨界体系における観測量としては、検出器による計数率CRが最も簡便に得られ、かつ測定値自体の信頼性も考えられる他の種の測定量に比して最も高いものである。例えば体系自体あるいは中性子源に摂動を与えて、その時の中性子束の時間的変化を観測量とする場合、未臨界度が深くなるにつれてその精度が低下することは原理的に避けられない。また1点炉近似の理論においては、反応度と計数率の積は外部中性子源強度に変化が無ければ、体系の変化に対してもほぼ定数と解釈されている。すなわち、この物理量は体系の変化に対して安定した値を示す性質のものである。このことは、計算における不確かさに対しても鈍感であることを意味する。したがって、上述の前提は自然なものと考えられる。実際、未知未臨界体系に挿入されている吸収体の炉定数の評価を例えば過大にした場合、反応度 $-ρ$ は過大に、計数率 $\langle \Sigma_a \phi \rangle$ は過少にそれぞれ評価すると一般的と考えられる。したがってこれらの積は真値からずれにくい性質を持っている。次節において、このような問題について変分法により解析的に検討する。

2.3 変分原理に基づく補正項の表現

炉物理分野における変分法の応用は極めて早い時期から試みられている。Rayleigh quotient を用いた固有値の推定や、Schwinger principle を用いた非同次の線型方程式における一次形式の汎関数の近似解を求める類のもの^{(6), (7)}である。変分表現の汎関数の構造は Selengut⁽⁸⁾ によって究明が進められた。さらに Pomraning^{(9), (10)} によって、変分表現の汎関数の導出法の一般化がなされた。これは、同次および非同次の線型方程式について、1次形式および2次形式の汎関数に対する変分表現を得る方法を導出したものである。Stacey⁽¹¹⁾ は、この方法の炉物理分野における具体化を行い、さらに変分法と一般化摂動法との関係を明確にした。これらは、近似関数を用いて1次形式あるいは2次形式の汎関数(積分量)を精度よく求めることを目的としている。すなわち、積分量の評価に用いる関数が、真の関数に対して一次の誤差を含むとき、積分量に対しては2次の誤差しか含まないようにするものである。

演算子に誤差が含まれている場合、方程式を正しく解いても、得られた解(中性子束や随伴中性子束等)には誤差が含まれていることになる。したがって、ある積分量の誤差を考える場合に、演算子と解関数の双方に含まれている誤差について配慮しなければならない。しかし、積分量の変分表現を用いれば、これらの解関数のもつ誤差は、積分量に対して2次のオーダーの量としてしか効かない。したがって、ある積分量に対する、体系を記述する各演算子の寄与の度合いやそれらの誤差の影響を見るのには、その積分量の変分表現を用いるのが便利である。積分量が変分表現の形式で記述されておれば(用いる関数の誤差は2次のオーダーの寄与しか生じないから)、その中の演算子と関数は近似的に独立に扱うことが許される。このような観点から、本稿では補正係数に対する、体系を記述する各演算子の寄与の度合いおよび誤差の影響を知る目的で、変分

法の応用を行っている。

未臨界体系における検出器の計数率は積分量 $G_1[\phi]$ として、

$$G_1[\phi] = \langle \Sigma_d \phi \rangle \quad (216)$$

$$L\phi - M\phi = R\phi = S \quad (217)$$

と記述される。今 G_1 の計算にあたって、(217)式の解 ϕ と $\delta\phi = \tilde{\phi} - \phi$ だけ異なる試行関数 $\tilde{\phi}$ を用いれば、 $\delta\phi$ について1次の誤差で評価することになる。すなわち、

$$G_1[\tilde{\phi}] = \langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle = \langle \Sigma_d \phi \rangle + \langle \Sigma_d \delta\phi \rangle = G_1[\phi] + O(\delta\phi) \quad (218)$$

である。一方、 G_1 に対して変分原理を適用して汎関数 F_1 、

$$F_1[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+] = G_1[\tilde{\phi}] + \langle \tilde{\phi}^+, (S - R\tilde{\phi}) \rangle \quad (219)$$

を導入すれば、第一変分を零とする停留関数 $\tilde{\phi}_s, \tilde{\phi}_s^+$ の満足すべき方程式は、

$$\delta F_1 = \langle \Sigma_d \delta\phi \rangle - \langle R^+ \tilde{\phi}^+, \delta\phi \rangle + \langle \delta\phi^+, (S - R\tilde{\phi}) \rangle = 0 \quad (220)$$

より、

$$R\tilde{\phi}_s = S \quad (221)$$

$$R^+ \tilde{\phi}_s^+ = \Sigma_d \quad (222)$$

となる。(221)式は(217)式と等しいから、 $\tilde{\phi}_s = \phi$ となり汎関数 F_1 は停留値において $G_1[\phi]$ に等しくなる。すなわち、

$$F_1[\tilde{\phi}_s, \tilde{\phi}_s^+] = \langle \Sigma_d \tilde{\phi}_s \rangle = \langle \Sigma_d \phi \rangle \quad (223)$$

となる。さらに、試行関数 $\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+$ に対して、 $F_1[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+]$ は $\delta\phi = \tilde{\phi} - \phi$ および $\delta\phi^+ = \tilde{\phi}^+ - \phi^+$ について2次まで正しい $G_1[\phi]$ の評価を与えるものである。実際

$$\begin{aligned} F_1[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+] &= \langle \Sigma_d \tilde{\phi}_s \rangle + \langle \Sigma_d \delta\phi \rangle + \langle (\tilde{\phi}_s^+ + \delta\phi^+), (S - R(\tilde{\phi}_s + \delta\phi)) \rangle \\ &= \langle \Sigma_d \tilde{\phi}_s \rangle + \langle (\Sigma_d - R^+ \tilde{\phi}_s^+), \delta\phi \rangle + \langle \delta\phi^+, (S - R\tilde{\phi}_s) \rangle - \langle \delta\phi^+, R\delta\phi \rangle \\ &= G_1[\tilde{\phi}_s] - \langle \delta\phi^+, R\delta\phi \rangle \\ &= G_1[\phi] + O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+) \end{aligned} \quad (224)$$

となる。汎関数 F_1 は $\tilde{\phi}$ および $\tilde{\phi}^+$ の関数形のみならず、それらの振幅 (amplitude) に依存する不便がある。いま、任意定数 C, C^+ を用いて新たに試行関数を $\tilde{\chi} = C \cdot \tilde{\phi}$ および $\tilde{\chi}^+ = C^+ \cdot \tilde{\phi}^+$ と積の形式で表現する。そして、 $F_1[\tilde{\chi}, \tilde{\chi}^+] = F_1[C\tilde{\phi}, C^+\tilde{\phi}^+]$ が、 C および C^+ の変分に対して停留になるような最良の C および C^+ を求めることが出来る。すなわち、

$$F_1[\tilde{\chi}, \tilde{\chi}^+] = \langle \Sigma_d C \tilde{\phi} \rangle + \langle C^+ \tilde{\phi}^+, (S - RC\tilde{\phi}) \rangle \quad (219')$$

$$\delta F_1 = \delta C \cdot \{ \langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle - C^+ \langle \tilde{\phi}^+ R \tilde{\phi} \rangle \} + \delta C^+ \cdot \{ \langle S \tilde{\phi}^+ \rangle - C \langle \tilde{\phi}^+ R \tilde{\phi} \rangle \}$$

$$C^+ = \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle}{\langle \tilde{\phi}^+, R \tilde{\phi} \rangle}, \quad C = \frac{\langle \tilde{\phi}^+ S \rangle}{\langle \tilde{\phi}^+, R \tilde{\phi} \rangle} \quad (225)$$

となる。この結果を(219')式の F_1 に代入すると

$$F_1[C\tilde{\phi}, C^+\tilde{\phi}^+] = \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle \langle S \tilde{\phi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\phi}^+ R \tilde{\phi} \rangle} \quad (226)$$

となり、この汎関数は $\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+$ の規格化に依存しない利点がある。(219)式および(226)式はそれぞれ、Lagrangian 形式および Schwinger 形式と呼ばれるものである。

(22) および (23) 式で定義される静的反応度 ρ の変分表現は、試行関数 $\tilde{\varphi}$ 、 $\tilde{\varphi}^+$ によって、

$$F_2[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] = -\frac{\langle \tilde{\varphi}^+, (L-M)\tilde{\varphi} \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+, M\tilde{\varphi} \rangle} = -\frac{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\varphi} \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\varphi} \rangle} \quad (227)$$

と表現される。ここに停留関数 $\tilde{\varphi}_s$ 、 $\tilde{\varphi}_s^+$ の満足すべき式は、

$$(L - \lambda M)\tilde{\varphi}_s = (R + \rho M)\tilde{\varphi}_s = 0 \quad (228)$$

$$(L^+ - \lambda M^+)\tilde{\varphi}_s^+ = (R^+ + \rho M^+)\tilde{\varphi}_s^+ = 0 \quad (229)$$

であり、系の固有値方程式 (22) 式および随伴方程式 (24) 式と等しくなり、したがって $\tilde{\varphi}_s = \varphi$ 、 $\tilde{\varphi}_s^+ = \varphi^+$ である。また、このとき第 1 変分 δF_2 は零となり、汎関数 F_2 の極値 $F_2[\tilde{\varphi}_s, \tilde{\varphi}_s^+]$ は、

$$F_2[\tilde{\varphi}_s, \tilde{\varphi}_s^+] = F_2[\varphi, \varphi^+] = \rho \quad (230)$$

となっている。試行関係 $\tilde{\varphi}$ 、 $\tilde{\varphi}^+$ を用いた $F_2[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+]$ は $\delta\varphi = \tilde{\varphi} - \varphi$ 、 $\delta\varphi^+ = \tilde{\varphi}^+ - \varphi^+$ について 2 次まで正しい $\rho = F_2[\varphi, \varphi^+]$ の評価を与える。実際、

$$\begin{aligned} F_2[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] &= -\frac{\langle \tilde{\varphi}_s^+ R \tilde{\varphi}_s \rangle}{\langle \tilde{\varphi}_s^+ M \tilde{\varphi}_s \rangle} - \frac{\langle \delta\varphi^+, (R + \rho M)\delta\varphi \rangle}{\langle \tilde{\varphi}_s^+ M \tilde{\varphi}_s \rangle} \\ &= \rho + O(\delta\varphi \cdot \delta\varphi^+) \end{aligned} \quad (231)$$

となる。変分表現 F_2 の (227) は Rayleigh quotient と呼ばれる。

ここまでに導出した変分表現と補正係数 f との関係を見ると、

$$\begin{aligned} F[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+, \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] &= -F_1[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+] \cdot F_2[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] \\ &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle \langle S \tilde{\phi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\phi}^+ R \tilde{\phi} \rangle} \cdot \frac{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\varphi} \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\varphi} \rangle} \end{aligned} \quad (232)$$

は、(214) 式の分子、すなわち、積分量 $G = -G_1 \cdot \rho$ 、したがって計数率と反応度の積の変分表現となっている。ここに、 $\tilde{\phi}$ 、 $\tilde{\phi}^+$ 、 $\tilde{\varphi}$ および $\tilde{\varphi}^+$ はそれぞれ (221)、(222)、(228) および (229) の各式を満たすとき停留関数となる。補正係数 f の変分表現 H は、汎関数 F の反応度測定の未知臨界体系と反応度校正用体系での比として表わされる。すなわち、

$$H[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+, \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+, \tilde{\phi}_0, \tilde{\phi}_0^+, \tilde{\varphi}_0, \tilde{\varphi}_0^+] = \frac{F[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+, \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+]}{F_0[\tilde{\phi}_0, \tilde{\phi}_0^+, \tilde{\varphi}_0, \tilde{\varphi}_0^+]} \quad (233)$$

$$F_0[\tilde{\phi}_0, \tilde{\phi}_0^+, \tilde{\varphi}_0, \tilde{\varphi}_0^+] = \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi}_0 \rangle \langle S_0 \tilde{\phi}_0^+ \rangle}{\langle \tilde{\phi}_0^+ R_0 \tilde{\phi}_0 \rangle} \cdot \frac{\langle \tilde{\varphi}_0^+ R_0 \tilde{\varphi}_0 \rangle}{\langle \tilde{\varphi}_0^+ M_0 \tilde{\varphi}_0 \rangle} \quad (234)$$

で記述される。ここに試行関数 $\tilde{\phi}_0$ 等の停留関数 $\tilde{\phi}_{0s}$ 、 $\tilde{\phi}_{0s}^+$ 、 $\tilde{\varphi}_{0s}$ 、 $\tilde{\varphi}_{0s}^+$ は、それぞれ以下の式を満足するものであり、このとき汎関数 F_0 は極値となる。

$$\begin{aligned} (L_0 - M_0)\tilde{\phi}_{0s} &= R_0\tilde{\phi}_{0s} = S_0, & (L_0^+ - M_0^+)\tilde{\phi}_{0s}^+ &= R_0^+\tilde{\phi}_{0s}^+ = \Sigma_d \\ (R_0 + \rho_0 M_0)\tilde{\phi}_{0s} &= 0, & (R_0^+ + \rho_0 M_0^+)\tilde{\phi}_{0s}^+ &= 0 \end{aligned} \quad (235)$$

したがって、補正係数 f は汎関数 H の極値として表現された。

実際の計算に用いられる演算子には、炉定数の不確かさ、形状の単純化や使用する計算手法に伴う近似等の不確かさが含まれているのが通例である。したがって計算結果の中性子束や固有関数は真値からずれていると考えられる。このような中性子束等を用いて計算した積分量も真値からずれている。積分量に対する演算子の不確かさの影響を見るには、積分量の変分表現を用い

るのが便利である。変分表現においては、試行関数の停留関数（真値）からのずれ $\delta\phi$ および $\delta\phi^+$ が2次のオーダー $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+)$ の影響しかもたない為である。例えば、(216) および (217) 式において R, S および Σ_d に対してそれぞれ $\delta R, \delta S, \delta\Sigma$ の不確かさが有るとする。このとき積分量 $G_1 = \langle \Sigma_d \phi \rangle$ の含む不確かさを見るのに、 $\delta R, \delta S$ および $\delta\Sigma$ の1次のオーダーについて、

$$DG_1 = F_1[\phi, \phi^+] - \bar{F}_1[\phi, \phi^+] = \langle \delta\Sigma\phi \rangle + \langle \phi^+, (\delta S - \delta R)\phi \rangle$$

$$\frac{DG_1}{G_1} = \frac{\langle \delta\Sigma\phi \rangle}{\langle \Sigma_d\phi \rangle} + \frac{\langle \phi^+, (\delta S - \delta R)\phi \rangle}{\langle \Sigma_d\phi \rangle} \quad (236)$$

と記述される DG_1 または DG_1/G_1 を考える。ここに汎関数 \bar{F} は、 δR 等の不確かさを含まない演算子を用いたことを意味する。 ϕ, ϕ^+ の真値を $\bar{\phi}, \bar{\phi}^+$ として、 $\bar{F}_1[\phi, \phi^+]$ の真値 $\bar{F}_1[\bar{\phi}, \bar{\phi}^+]$ からのずれは、 $\delta\phi = \phi - \bar{\phi}$ および $\delta\phi^+ = \phi^+ - \bar{\phi}^+$ について2次のオーダー $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+)$ のものである。したがって積分量 G_1 の不確かさを評価するのに、上式の DG_1 または DG_1/G_1 を用いても $\delta\phi$ および $\delta\phi^+$ の2次のオーダーまで正確である。このことから、 DG_1/G_1 は着目する積分量 G_1 の計算値に関して、使用した演算子の含み得る不確かさの影響の度合いを、 $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+)$ の誤差で近似的に表現している。⁽¹¹⁾

2.4 演算子変化の影響

前節において、補正係数 f は (233) 式の H で示されているように、変分表現 $F[\bar{\phi}, \bar{\phi}^+, \bar{\varphi}, \bar{\varphi}^+]$ の2つの体系（反応度校正用の反応度既知未臨界体系および反応度を測定する未知未臨界体系）での比として表わされた。今ここで、未知未臨界度の体系に対する試行関数 $\bar{\phi}, \bar{\phi}^+, \bar{\varphi}$ および $\bar{\varphi}^+$ として、反応度校正用の基準体系の中性子束 ϕ_0 、随伴中性子束 ϕ_0^+ 、固有関数 φ_0 および随伴固有関数 φ_0^+ を用いると、

$$F[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+] = F[\bar{\phi}, \bar{\phi}^+, \bar{\varphi}, \bar{\varphi}^+] + O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$$

となる。ここに、 $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ は $\delta\phi = \phi_0 - \bar{\phi}$ 、 $\delta\phi^+ = \phi_0^+ - \bar{\phi}^+$ 、 $\delta\varphi = \varphi_0 - \bar{\varphi}$ 、 $\delta\varphi^+ = \varphi_0^+ - \bar{\varphi}^+$ について2次のオーダーの量であることを示す。したがって、

$$H[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+, \phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+] = \frac{F[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+]}{F_0[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+]}$$

$$= \frac{\langle \Sigma_d \phi_0 \rangle \langle S \phi_0^+ \rangle \cdot \langle \varphi_0^+ R \varphi_0 \rangle}{\langle \phi_0^+ R \phi_0 \rangle \langle \varphi_0^+ M \varphi_0 \rangle} \bigg/ \left[\frac{\langle \Sigma_d \bar{\phi}_0 \rangle \langle S_0 \bar{\phi}_0^+ \rangle \cdot \langle \bar{\varphi}_0^+ R_0 \bar{\varphi}_0 \rangle}{\langle \bar{\phi}_0^+ R_0 \bar{\phi}_0 \rangle \langle \bar{\varphi}_0^+ M_0 \bar{\varphi}_0 \rangle} \right]$$

$$= f + O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+) \quad (239)$$

となる。実際の実験において、外部中性子源は2体系の測定において変化しないのが通例である。したがって、

$$S = S_0$$

の場合は、

$$H[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+, \phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+] = \frac{\langle \varphi_0^+ R \varphi_0 \rangle}{\langle \phi_0^+ R \phi_0 \rangle \langle \varphi_0^+ M \varphi_0 \rangle} \bigg/ \frac{\langle \varphi_0^+ R_0 \bar{\varphi}_0 \rangle}{\langle \bar{\varphi}_0^+ R_0 \bar{\phi}_0 \rangle \langle \bar{\varphi}_0^+ M_0 \bar{\varphi}_0 \rangle}$$

$$= f + O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+) \quad (240)$$

となる。すなわち、補正係数 f は $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の範囲内では、中性子検出器の Σ_d および外部中性子源の強度および分布 $S_0 (=S)$ と直接の関係をもたない量である。したがって、 Σ_d および $S_0 (=S)$ に含まれる不確かさの補正係数 f に対する寄与はたかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の量であると考えられる。また、臨界実験装置における模擬制御棒価値の測定や、原子炉において中性子吸収型の安全棒を挿入して未臨界体系にした場合には、中性子生成の演算子 M には変化が無いと考えてよい。したがって、(240)式に対して

$$M = M_0$$

とした場合には、

$$\begin{aligned} H[\phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+, \phi_0, \phi_0^+, \varphi_0, \varphi_0^+] \\ &= \frac{\langle \varphi_0^+ R \varphi_0 \rangle}{\langle \phi_0^+ R \phi_0 \rangle} \bigg/ \left[\frac{\langle \varphi_0^+ R_0 \varphi_0 \rangle}{\langle \phi_0^+ R_0 \phi_0 \rangle} \right] \\ &= f + O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+) \end{aligned} \quad (241)$$

となる。このことは、 Σ_d や S_0 に対する解釈と同様に、 $M_0 (=M)$ の不確かさの寄与は、補正係数 f に関してたかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の量であると見なされる。

このように、 Σ_d , $S_0 (=S)$, $M_0 (=M)$ の演算子の不確かさの寄与は、補正係数 f に対してたかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の量である。前節の(236)式の考え方を拡大すると、 $\delta\Sigma_d$, $\delta S_0 (= \delta S)$ および $\delta M_0 (= \delta M)$ の項が相殺して消えてしまうことから明らかである。したがって、実際の実験の状況からは、吸収体の挿入などに伴う演算子 R_0 と R の相異、およびそれらのそれぞれの不確かさ、 δR_0 および δR の、補正係数 f に対する寄与に注意しておかなければならない。一般に反応度較正用の体系の演算子 R_0 は、未臨界度測定を行う体系の演算子 R に比べて、近似や不確かさが小さいと考えてよい。後者の未臨界度測定を行う体系では、制御棒などの特異点を含み、中性子束のエネルギー的、空間的歪を伴う。制御棒価値を実験的に測定する意義や目的は、計算における上記の特異点の取り扱いに関する困難に由来している。したがって不確かさ δR_0 と δR は異なるものと考えべきであり、補正係数が2つの体系での比の形式になっていることから来る相殺を期待すべきものではない。すなわち、 δR_0 および δR の補正係数に対する影響は、それぞれ反応度較正用の体系および反応度を測定しようとする体系について調べるべきものである。

今、変分表現 F に対して、試行関数 $\tilde{\phi}^+$ および $\tilde{\varphi}$ をそれぞれ $\tilde{\varphi}^+$ および $\tilde{\phi}$ とすれば、

$$\begin{aligned} F[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+ = \tilde{\varphi}^+, \tilde{\varphi} = \tilde{\phi}, \tilde{\varphi}^+] &= F[\tilde{\phi}, \tilde{\varphi}^+, \tilde{\phi}, \tilde{\varphi}^+] \\ &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle \langle S \tilde{\varphi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\phi} \rangle} \cdot \frac{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\phi} \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\phi} \rangle} \\ &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\phi} \rangle \langle S \tilde{\varphi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\phi} \rangle} = J[\tilde{\phi}, \tilde{\varphi}^+] \end{aligned} \quad (242)$$

となる。また、同様に F において試行関数 $\tilde{\phi}$ および $\tilde{\varphi}^+$ を $\tilde{\varphi}$ および $\tilde{\phi}^+$ にそれぞれ等しくすると、

$$F[\tilde{\phi} = \tilde{\varphi}, \tilde{\phi}^+, \tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+ = \tilde{\phi}^+] = F[\tilde{\varphi}, \tilde{\phi}^+, \tilde{\varphi}, \tilde{\phi}^+]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\varphi} \rangle \langle S \tilde{\varphi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\varphi} \rangle} \cdot \frac{\langle \tilde{\varphi}^+ R \tilde{\varphi} \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\varphi} \rangle} \\
 &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\varphi} \rangle \langle S \tilde{\varphi}^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\varphi} \rangle} = J[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] \quad (243)
 \end{aligned}$$

となる。この汎関数 $J[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+]$ は $\tilde{\varphi}$ および $\tilde{\varphi}^+$ が停留関数において、 F の極値となり真値を示すものである。実際

$$\begin{aligned}
 J[\tilde{\varphi}_s, \tilde{\varphi}_s^+] &= \frac{\langle \Sigma_d \tilde{\varphi}_s \rangle \langle S \tilde{\varphi}_s^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}_s^+ M \tilde{\varphi}_s \rangle} \\
 &= \langle \Sigma_d \tilde{\varphi}_s \rangle \cdot \frac{\langle \tilde{\varphi}_s^+ R \tilde{\varphi}_s^+ \rangle}{\langle \tilde{\varphi}_s^+ M \tilde{\varphi}_s^+ \rangle} \\
 &= \langle \Sigma_d \phi \rangle \cdot (-\rho) = F_s \quad (244)
 \end{aligned}$$

となる。同様に $J[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+]$ についても停留関数を用いることにより真値となる性質をもつ。汎関数 J は、それ自体では変分形式となっていないが、変分表現の汎関数 F から導出したものである。したがって、試行関数の含む誤差に対して、汎関数 J の真値からのずれは、 $\delta\phi = \tilde{\varphi} - \phi$, $\delta\phi^+ = \tilde{\varphi}^+ - \phi^+$, $\delta\varphi = \tilde{\varphi} - \varphi$ および $\delta\varphi^+ = \tilde{\varphi}^+ - \varphi^+$ の2次のオーダーである。

汎関数 F に対する演算子 Σ_d, S, R および M の誤差（それぞれ、 $\delta\Sigma, \delta S, \delta R$ および δM とする。）の影響を見るのに、汎関数 J を用いて (236) 式と同様な展開が可能である。今、 DJ/J として、

$$\begin{aligned}
 DJ &= J[\phi, \varphi^+] - \bar{J}[\phi, \varphi^+] \\
 \frac{DJ}{J} &= \frac{\langle \delta\Sigma \phi \rangle}{\langle \Sigma_d \phi \rangle} + \frac{\langle \delta S \varphi^+ \rangle}{\langle S \varphi^+ \rangle} - \frac{\langle \varphi^+ \delta M \phi \rangle}{\langle \varphi^+ M \phi \rangle} \quad (245)
 \end{aligned}$$

の式により、 $\delta\Sigma$ 等について一次のオーダーまで考慮する。ここに \bar{J} は $\delta\Sigma$ 等の誤差を含まない演算子を用いた汎関数とする。誤差を含まない演算子の方程式によって得られる中性子束、随伴中性子束、固有関数および随伴固有関数をそれぞれ、 $\bar{\phi}, \bar{\phi}^+, \bar{\varphi}$ および $\bar{\varphi}^+$ とする。このとき、 $\bar{J}[\phi, \varphi^+]$ の真値 $\bar{F}[\bar{\phi}, \bar{\phi}^+, \bar{\varphi}, \bar{\varphi}^+]$ からのずれは、 $\delta\phi = \phi - \bar{\phi}$, $\delta\phi^+ = \varphi^+ - \bar{\phi}^+$, $\delta\varphi = \phi - \bar{\varphi}$ および $\delta\varphi^+ = \varphi^+ - \bar{\varphi}^+$ の2次のオーダーのものとなる。したがって演算子の誤差、 $\delta\Sigma, \delta S, \delta R$ および δM の積分量 $\langle \Sigma_d \phi \rangle \cdot (-\rho)$ に対する影響は、(245) 式の DJ/J によって、 $\delta\phi, \delta\phi^+, \delta\varphi, \delta\varphi^+$ の2次のオーダーまで正しく記述されている。

(242) 式および (245) 式には演算子 R およびその不確かさ δR が含まれていない。したがって、物理量 $G = -G_1 \cdot \rho$ の評価にあたって、 δR の寄与はたかだか $\delta\phi, \delta\phi^+, \delta\varphi$ および $\delta\varphi^+$ の2次のオーダーの量であることが示された。これに対して、体系の反応度 ρ に対する演算子の不確かさの寄与を見る。反応度 ρ の変分表現は前節の (227) 式で示された汎関数 F_2 である。汎関数 J に対すると同様に、

$$\begin{aligned}
 DF_2 &= F_2[\varphi, \varphi^+] - \bar{F}_2[\varphi, \varphi^+] \\
 \frac{DF_2}{F_2} &= -\frac{\langle \varphi^+ \delta R \varphi \rangle}{\langle \varphi^+ R \varphi \rangle} + \frac{\langle \varphi^+ \delta M \varphi \rangle}{\langle \varphi^+ M \varphi \rangle} \quad (246)
 \end{aligned}$$

の式により、 δR 等について一次のオーダーまで考慮する。ここに、 \bar{F}_2 は δR 等の不確かさを含まない演算子を用いたことを意味する。真の関数を $\bar{\varphi}, \bar{\varphi}^+$ として、 $\bar{F}_2[\varphi, \varphi^+]$ の真値 $\bar{F}_2[\bar{\varphi}, \bar{\varphi}^+]$ からのずれは、 $\delta\varphi = \varphi - \bar{\varphi}$ 、および $\delta\varphi^+ = \varphi^+ - \bar{\varphi}^+$ の2次のオーダーのものである。したがって、反応度 ρ に対する演算子の不確かさ、 δR 、および δM の寄与は、(246)式によって $\delta\varphi$ 等の2次のオーダー迄正しく記述されている。このことは、 δR の反応度 ρ に対する寄与は、(246)式第1項により、 $\delta\varphi$ 等の2次のオーダーよりも大きいことを示している。すなわち、演算子 R に δR の不確かさを含むときに、この演算子 R を用いた計算結果に対する δR の寄与は、反応度 ρ については $\delta\varphi$ 等の2次のオーダーよりも大きな寄与をもつものに対して、物理量 $G = G_1 \cdot (-\rho)$ については、 $\delta\varphi$ 等の2次のオーダーかそれ以下の寄与しか与えない。したがって演算子 R に δR の不確かさを有する場合に、補正係数 f の信頼性は、反応度 ρ の信頼性よりも優れていると結論出来る。このことは、この補正法の有効性を十分に示すものである。

計算にあたって、精度よく反応率 $\langle \Sigma_d \phi \rangle$ を求める方法と反応度 ρ を精度よく求める方法は必ずしも同一では無い。演算子 R の不確かさに関する上述の検討から、反応率 $\langle \Sigma_d \phi \rangle$ および反応度 ρ を別個にそれぞれ精度よく求める方法が必ずしも有効とは云えない。それは、(242)式において演算子 R が分子と分母で異なることになり、分子、分母での相殺が期待出来ない為である。

汎関数 F を J に変形した場合、補正係数の変分表現の汎関数 H は

$$\begin{aligned} H[\phi, \varphi^+, \phi, \varphi^+, \phi_0, \varphi_0^+, \phi_0, \varphi_0^+] &= \frac{J[\phi, \varphi^+]}{J[\phi_0, \varphi_0^+]} \\ &= K[\phi, \varphi^+, \phi_0, \varphi_0^+] \end{aligned} \quad (247)$$

となり、(245)式と同様の議論によって

$$\begin{aligned} \frac{DK}{K} &= \frac{DJ[\phi, \varphi^+]}{J[\phi, \varphi^+]} - \frac{DJ[\phi_0, \varphi_0^+]}{J[\phi_0, \varphi_0^+]} \\ &= \frac{\langle \delta \Sigma \phi \rangle}{\langle \Sigma_d \phi \rangle} - \frac{\langle \delta \Sigma \phi_0 \rangle}{\langle \Sigma_d \phi_0 \rangle} + \frac{\langle \delta S \varphi^+ \rangle}{\langle S \varphi^+ \rangle} - \frac{\langle \delta S \varphi_0^+ \rangle}{\langle S \varphi_0^+ \rangle} - \frac{\langle \varphi^+ \delta M \phi \rangle}{\langle \varphi^+ M \phi \rangle} + \frac{\langle \varphi_0^+ \delta M \phi_0 \rangle}{\langle \varphi_0^+ M \phi_0 \rangle} \end{aligned} \quad (248)$$

によって、 $\delta \Sigma$ 、 δS および δM の補正係数に対する影響を見ることが出来る。演算子の不確かさ、 $\delta \Sigma$ 、 δS および δM は全て差の形式となり、相殺して小さな寄与しかもたないことが示される。検出器の位置は、精度よく求められるものであるから、 $\delta \Sigma$ は検出器の断面積の不確かさによって生じるものと考えてよい。このとき、

$$\begin{aligned} \Sigma_d &= \Sigma(E) \delta(r - r_d) \\ \delta \Sigma &= \delta \Sigma(E) \cdot \delta(r - r_d) \end{aligned}$$

ここに $\delta(r - r_d)$ はデルタ関数であり、 r_d は検出器の位置を意味する。今 $r = r_d$ における中性子束、 ϕ および ϕ_0 を、

$$\phi = a \cdot \Psi(E), \quad \phi_0 = a_0 \cdot \Psi_0(E)$$

とし、ここに $\Psi(E)$ および $\Psi_0(E)$ は規格化されたスペクトルとする。模擬制御棒などの特異点から十分に離れた検出器位置では、中性子スペクトルの変化は無視出来て、

$$\Psi(E) = \Psi_0(E)$$

$$\frac{\langle \delta \Sigma \phi \rangle}{\langle \Sigma_d \phi \rangle} \approx \frac{\langle \delta \Sigma \phi_0 \rangle}{\langle \Sigma_d \phi_0 \rangle} \approx \frac{\langle \delta \Sigma(E) \psi_0(E) \rangle}{\langle \Sigma_d \psi_0(E) \rangle} \approx \frac{\langle \delta \Sigma(E) \psi_0(E) \rangle}{\langle \Sigma_d \psi_0(E) \rangle} \quad (249)$$

となり、ほぼ相殺されることが示される。

中性子束分布形状の変化量 $\delta\phi$ 等と補正係数 f の関係は、変分表現 H を変形することにより明確になる。今、

$$\begin{aligned} F_1[\tilde{\phi}, \tilde{\phi}^+] &= \langle \Sigma_d \tilde{\phi}_s \rangle + \frac{\langle \Sigma_d \delta\phi \rangle \langle S \delta\phi^+ \rangle - \langle \Sigma_d \tilde{\phi}_s \rangle \langle \delta\phi^+ R \delta\phi \rangle}{\langle \tilde{\phi}^+ R \tilde{\phi} \rangle} \\ &= F_{1,s} + \delta^2 F_1 \end{aligned} \quad (250)$$

および、

$$\begin{aligned} F_2[\tilde{\varphi}, \tilde{\varphi}^+] &= \rho \frac{\langle \delta\varphi^+, (R + \rho M) \delta\varphi \rangle}{\langle \tilde{\varphi}^+ M \tilde{\varphi} \rangle} \\ &= F_{2,s} + \delta^2 F_2 \end{aligned} \quad (251)$$

である。試行関数として、

$$\begin{aligned} \tilde{\phi} &= \phi_0 \\ \tilde{\phi}^+ &= \varphi_0^+ \\ \tilde{\varphi} &= \phi_0 \\ \tilde{\varphi}^+ &= \varphi_0^+ \end{aligned}$$

とすると、

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \phi_0 - \tilde{\phi}_s = \phi_0 - \phi \\ \delta\phi^+ &= \varphi_0^+ - \tilde{\phi}_s^+ = \varphi_0^+ - \phi^+ \\ \delta\varphi &= \phi_0 - \tilde{\varphi}_s = \phi_0 - \varphi \\ \delta\varphi^+ &= \varphi_0^+ - \tilde{\varphi}_s^+ = \varphi_0^+ - \varphi^+ \end{aligned}$$

となる。ここに ϕ_0, φ_0^+ は反応度較正用体系の中性子束および随伴固有関数であり、 ϕ, ϕ^+, φ および φ^+ は、未知未臨界体系の中性子束、随伴中性子束、固有関数および随伴固有関数をそれぞれ示すものとする。補正係数 f は、

$$\begin{aligned} f &= -\frac{F_{1,s} \cdot F_{2,s}}{J_0[\phi_0, \varphi_0^+]} \\ &= -\{F_1[\phi_0, \varphi_0^+] - \delta^2 F_1\} \cdot \{F_2[\phi_0, \varphi_0^+] - \delta^2 F_2\} / J_0[\phi_0, \varphi_0^+] \\ &\approx -F_1[\phi_0, \varphi_0^+] \cdot F_2[\phi_0, \varphi_0^+] / J_0[\phi_0, \varphi_0^+] \\ &\quad + \delta^2 F_1 \cdot F_2[\phi_0, \varphi_0^+] / J_0[\phi_0, \varphi_0^+] + \delta^2 F_2 \cdot F_1[\phi_0, \varphi_0^+] / J_0[\phi_0, \varphi_0^+] \end{aligned} \quad (252)$$

として、 $\delta\phi$ 等の 4 次の項 $\delta^2 F_1 \cdot \delta^2 F_2$ を無視して近似的に記述出来る。ここに、

$$J_0[\phi_0, \varphi_0^+] = \frac{\langle \Sigma_{d0} \phi_0 \rangle \langle S_0 \varphi_0^+ \rangle}{\langle \varphi_0^+ M_0 \phi_0 \rangle}$$

である。今、反応度較正用の体系と未知反応度の体系において、

$$\begin{aligned} \Sigma_d &= \Sigma_{d0} \\ S &= S_0 \end{aligned}$$

$$M = M_0$$

であるとする。このとき、補正係数 f は (252) 式より、

$$f = 1 - \frac{\langle \Sigma_d \delta\phi \rangle \langle S \delta\phi^+ \rangle}{\langle \Sigma_d \phi_0 \rangle \langle S \varphi_0^+ \rangle} + \frac{\langle \Sigma_d \phi \rangle}{\langle \Sigma_d \phi_0 \rangle \langle S \varphi_0^+ \rangle} \cdot \langle \delta\phi^+ R \delta\phi \rangle - \frac{\langle \delta\varphi^+ R \delta\varphi \rangle}{\langle \varphi_0^+ R \phi_0 \rangle} - \frac{\langle \delta\varphi^+ \rho M \delta\varphi \rangle}{\langle \varphi_0^+ R \phi_0 \rangle} \quad (253)$$

となる。右辺第2項は中性子源分布や検出器位置の依存性を強く示し、第4項は体系の組成に依存する量と考えられる。第3項は、

$$\frac{\langle \phi^+ R \phi \rangle}{\langle \varphi_0^+ R \phi \rangle} \cdot \frac{\langle \varphi_0^+ R \phi_0 \rangle}{\langle \phi^+ R \phi_0 \rangle} \cdot \frac{\langle \delta\phi^+ R \delta\phi \rangle}{\langle \varphi_0^+ R \phi_0 \rangle} - \frac{\langle \delta\varphi^+ R \delta\varphi \rangle}{\langle \varphi_0^+ R \phi_0 \rangle}$$

と変形出来る。また、

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \varphi_0 - \varphi = \phi_0 - \phi + \phi - \varphi = \delta\phi + (\phi - \varphi) \\ \delta\phi^+ &= \varphi_0^+ - \phi^+ = \varphi_0^+ - \varphi^+ - \varphi^+ - \phi^+ = \delta\varphi^+ + (\varphi^+ - \phi^+) \end{aligned}$$

であることから、第3項は中性子源分布や検出器位置に依存するが、概ね相殺する可能性の強いことを示している。

(253) 式は、2つの体系の相異を中性子束分布形状の変化 $\delta\phi$ 等で示したときの、補正係数 f の表現と見なせる。2つの体系の間で中性子束分布形状の変化等が極めて小さければ、補正係数は極めて1に近い値になることが示されている。また、中性子束分布形状の変化 $\delta\phi = \phi_0 - \phi$ の小さい所に検出器 Σ_d を設置した場合、あるいは中性子源 S の分布している領域における、インポータンスの変化 $\delta\phi^+ = \varphi_0^+ - \phi^+$ が小さい場合には、補正係数 f が1に近い値になることが分る。逆に、中性子源 S の近傍に検出器 Σ_d を設置した場合には、 $\delta\phi$ および $\delta\phi^+$ に関する積分 $\langle \Sigma_d \delta\phi \rangle \cdot \langle S \delta\phi^+ \rangle$ は、他の場所に検出器を設置した場合に比べて、大きな値になることが予測される。したがって、この場合は、補正係数 f の1からのずれは大きくなる。

3. 数値計算例による検証

3.1 数値計算の目的および方法

補正係数 f は計算で求めるものであり、その算出過程にあって種々の不確かさが存在し得る。以下では、数値計算例によって、算出過程の相異や使用する定数の相異による補正係数 f の変動の程度を見る。この f の変動と、反応度または模擬制御棒の反応度値の計算値の変動とを比較する。臨界集合体における大きな負の反応度の測定は、模擬制御棒値の測定に関連して実際的な重要性を生じているものである。したがって、模擬制御棒値の計算値の信頼性と、補正係数 f の信頼性の比較が重要である。後者の信頼性が前者のそれに比して優れていることが、この補正法の根幹をなすものである。特に模擬制御棒値に関しては、模擬制御棒部分の取り扱い方によって、反応度値の計算値は大きく左右されることになる。これに対して補正係数の変動の具合を見ておくことが重要となる。

信頼性に関する数値計算例は FCA VII-1 90Z-7 集合体について行なった。この集合体においては、「もんじゅ」模擬制御棒の反応度値の測定がなされた。以下に実験の概要を略記する。90Z-7 集合体の中に断面図を Fig. 3.1 に示す。炉心直径約 140cm、高さ 91.44cm で体積は内炉心が約 800ℓ、外炉心が約 600ℓ で合計 1400ℓ となっている。各領域の原子数密度を Table 3.1 に示す。T₁ と D₁ の核的特性は相当よく合ったものとなっている。また T₂ と D₂、D₂'、D₂'' 等も核的特性はかなり類似のものである。したがって、この集合体は核的特性の観点からマクロに見て 2 領域ゾーン体系と見なせるものである。炉心中央部 T₁ 領域内には中心 1 本および周辺 6 本で計 7 本のナトリウム・チャンネルが設けられている。このナトリウム・チャンネルに模擬制御棒を挿入（置換）して、深い未臨界体系を実現し、その反応度を測定し模擬制御棒値を求めた。模擬制御棒は 9 本あるいは 16 本の濃縮 B₄C のピンのクラスターで構成されている。中性子源増倍法の測定に際して、外部中性子源としては ²⁴⁰Pu の自発核分裂中性子を用いた。したがって、Pu 燃料を含む領域、既ち T₁、T₂、D₂' (75)、D₂' (81) および D₂' (92) の領域に中性子源が存在する。各領域の中性子源の単位体積あたりの相対強度を Table 3.2 に示す。実験に使用した中性子検出器の位置 A、B および C を Fig. 3.1 に示してある。図中には補正係数の変動の具合を見た、D、E、F、G および H 点も示してある。いずれもブランケット領域内の点である。A および C は炉心中心を通る垂直線 (Y-Y') 上にあり、B および D はやはり中心を通る水平線 (X-X') 上に設定してある。E、F、G および H の各点は 45° の斜め方向に、炉心中心に対してほぼ対称の点とされている。各ナトリウム・チャンネルには便宜上名称を付してあり、中心を O、周辺 6 本の頂点を T とし、それより時計廻りに、RT、RB、B、LB および LT としてある。

B₄C 模擬制御棒の挿入されていない反応度校正用の体系、および各種の B₄C 模擬制御棒挿入のパターンに対する反応度、反応度値および補正係数の計算の流れを Fig. 3.2 に示す。JAERI-FAST 25 群⁽¹²⁾ を EXPANDA-4 1 次元拡散コードの固有値計算の結果の中性子束を重み関数として、6 群縮約断面⁽¹³⁾ を作成した。模擬制御棒の部分は特に衝突確率法のコード CLUP-77⁽¹⁴⁾ を用いて中性子束分布の微細構造を求め、これを重み関数として実効断面⁽¹⁵⁾ を用意した。これらの縮約群定数を用いて 2 次元 (X-Y 形状) 拡散計算を CITATION-2⁽¹⁵⁾ で行い、固有値計算によって固有値 k_{eff} 、随伴固有関数 ϕ^+ を求め、Fixed source mode の計算によって ϕ を求めた。

反応度較正用の基準体系および模擬制御棒挿入の深い未臨界体系について、この計算を行ない、反応度値 $\Delta\rho$ および補正係数 f を求めた。反応度値 $\Delta\rho$ は、

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0, \quad \rho = (k_{\text{eff}} - 1) / k_{\text{eff}}, \quad \rho_0 = (k_{\text{eff},0} - 1) / k_{\text{eff},0}$$

として求めた。ここに ρ_0 および ρ は、反応度較正用の基準体系および模擬制御棒を挿入した深い未臨界体系における反応度を意味する。Fig. 3.2 に示してあるのは標準計算法 (standard method) であり、軸方向バックリングは $0.662 \times 10^{-3} \text{cm}^{-2}$ に固定してある。

基準体系およびナトリウム・チャンネルTに模擬制御棒を挿入したパターンについて、中性子検出効率 ϵ_0 および ϵ の計算値を、炉心中心を通る水平線 ($X-X'$) 上での変化を Fig. 3.3 に、垂直線 ($Y-Y'$) 上について Fig. 3.4 に示す。補正係数 f もあわせて図示してある。 $X-X'$ について ϵ を見ると左右の非対称性が有るが、これは主に T_2 と $D_2'(75)$ の特性および中性子源強度の相異に基づくものである。 ϵ_0 と ϵ を比較すると、体系の未臨界度が深くなるにつれて非対称性が顕著に現れている。 T_2 と $D_2'(75)$ では中性子源強度は $D_2'(75)$ の方が20%程度強いが、物質としては T_2 の方が reactive であり、したがって中性子検出効率 ϵ_0 および ϵ は T_2 側の方が高くなっている。補正係数 f の非対称性について見ると、 $D_2'(75)$ 側の方が高く、中性子源強度の差が明確に現れて来ている。補正係数 f は炉心中央部で1より小さく、外に向かって次第に大きな値となる傾向にある。ブランケット内での補正係数 f の変化はきわめてゆるやかであり、1を超えた値を示している。垂直線 $Y-Y'$ 上について見ると、Tに模擬制御棒が含まれている為に、 ϵ および f はT点で急激な変化を示す。しかし、補正係数 f の変化はブランケット内では十分にゆるやかになっている。中心から見てTの側のブランケットでは、 f 値は1に達していないが、反対側では1を超えた値を示している。このことは、模擬制御棒の近くの検出器は反応度を(絶対値で)過大に見ることであり、反対側の検出器は過少に見ることを意味し、実験的事実に合致している。補正係数 f は炉心部での変化は急でブランケットではゆるやかな変化をすることから、検出器はブランケットに設置することが好ましい、と云える。

標準計算法による反応度値をO, T, LB, T/B, 4B (RT/RB/LB/LT), 7B (O/T/B/RT/RB/LB/LT) の各模擬制御棒挿入パターンについて Table 3.3 に示す。また、同表にはA, B, C, D, E, F, Gにおける補正係数値 f を合せて示してある。基準体系はほぼ臨界に近い体系であるから、反応度は反応度値に類似しており、同表は約 $-1.8\% \Delta k/k$ から $-10\% \Delta k/k$ の未臨界系に関する補正係数 f の計算例を示していることになる。補正係数 f の最小の例はTパターンにおけるA点の0.877であり、最大の例は7BパターンのD点における1.558となっている。B点およびD点は中性子源に隣接しており、A点およびC点は他の点に比べて中性子源から比較的離れている。Table 3.3 から、検出器位置としては中性子源から離れた所に設定した方が一般的に補正係数が1に近い、したがって補正量が少ないことが分る。

以下の各節では、3.2を除いて、標準計算法の過程および使用する定数に変化を与えて、その結果の反応度値および補正係数 f を Table 3.3 の値と比較して、その変動の度合いを調べる。3.2では炉心中心に挿入した1本のB₄C模擬制御棒の強さを変化させ、その時の補正係数 f の挙動を見る。

3.2 吸収体の強きの補正係数に対する影響

模擬制御棒値の測定は、計算において模擬制御棒部分の正確な取り扱いが困難で、近似を多く含むことから、その計算結果を検定するために行なわれる。計算における困難の要因としては、形状が複雑であり、かつ周辺に比して強い吸収体であることがあげられる。したがって、実験値を得る為の補正係数は、模擬制御棒の部分を正確に取り扱うことなく、正しい値が得られるものではなくてはならない。既に、模擬制御棒の反応度値の大きさに左右されない量であることが、理想的な補正係数と考えられる。

模擬制御棒の B₄C ピン数や ¹⁰B 濃縮度を変えて、吸収体としての強さを変化させ、それぞれの場合の反応度値、点AおよびBにおける補正係数 f の値を Table 3.4 に示す。模擬制御棒は炉心中心に挿入してある。^(注) ¹⁰B 量は 404 gr から 2232 gr まで変化し、それに応じて反応度値は -0.833% Δk/k から -2.14% Δk/k と、250%強の変化を示している。それに対して、点Aにおける補正係数は 1.0049 から 1.0094 と 0.5%強の変化にとどまっている。点Bにおける補正係数は 1.042 から 1.114 と 7%弱の変化である。点Bは中性子源の存在する T₂ に隣接しており、補正係数 f はA点に比して大きな値となっている。B点においては未臨界度が深くなるにつれ、隣接する中性子源の寄与が相対的に増大することから、物理的に首肯されるものである。

反応度値が 250%の変化した場合、補正係数 f が 0.5% (A点)あるいは 7%弱 (B点)の変化しか示さない。このことは、事実上補正係数 f の値は、点A、Bにおいて模擬制御棒の反応度値に依存しない。あるいは少なくとも、模擬制御棒の部分の計算における近似に対して、補正係数 f は影響されるものではないと結論出来る。補正量 f - 1 の変化の度合いは点AおよびBにおいて類似の傾向にあり、これは前章における検討で推定されるものである。

3.3 計算群数の影響

実際の数値計算は、中性子の消滅や生成の演算子に関して、現実をモデル化して作成することによって成立している。モデル化には自由度が有り、用いる計算手法には任意性がある。補正係数 f は実験値に付すもので計算手法に左右されてはならない。ここでは、計算手法の相異を計算群数の相異の場合について、補正係数の変動を調べた。

Fig. 3.2 に示した標準計算法の 6 群断面積のかわりに 4 群断面積を作成し、以下同じ計算の流れで反応度値および補正係数 f を算出した。結果を 6 群計算の標準の場合と比較した。各種の模擬制御棒挿入のパターンについて、4 群計算の反応度値および標準計算からのずれを反応度値および補正係数に関して Table 3.5 に示してある。反応度値の変化は約 3%減に対して、補正係数は場所によって異なるが概ね 1 桁小さな変化にとどまっている。この VII-1 90-Z 集合体の解析に関して 6 群計算は 25 群計算に極めて近い結果を出す⁽⁵⁾が、4 群と 6 群では謹かな差を生じることが分っている。したがって Table 3.3 の標準計算値の 25 群計算の結果からのずれは、Table 3.5 に示された変動値よりかなり小さいことが推測される。

反応度値の変化が中心 O で -3%に対して周辺 T で -2.2%となっているのは、4 群計算における周辺のナトリウム・チャンネルの取り扱いが充分でないことによる。また、補正係数 f の変動に関して、中性子源に近い B、D 点は小さく、離れている A、G 点が比較的大きな変動を示している。この原因は、4 群構造が高いエネルギー側に比べて低エネルギー側の群の中が広いためである。
注) この計算例の場合は周辺 6 本のナトリウム・チャンネルは無い体系としてある。

ある。検出器を設置する場所には任意性が有り、補正係数の変動の小さな所を選ぶことは可能である。補正係数の算出に関しては4群計算で實際上問題は無いと云える。

3.4 軸方向バックリングの影響

2次X-Y計算の軸方向バックリング B_2^2 の取り入れ方には種々ある。各群各領域についてそれぞれ別個の B_2^2 を用いる場合、各領域毎にそれぞれの B_2^2 を入力する方法も有る。本稿における標準計算では最も単純な体系に対して固定した B_2^2 として $0.662 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$ を用いている。今この値を10%増加して、その結果反応度値や補正係数 f の変動の度合いを調べた。結果をTable 3.6に示してある。

軸方向バックリング B_2^2 値が10%増加した場合、反応度値は各種パターンについて、約0.5%減の変化を示している。補正係数 f は点AおよびCで0.2%から0.4%の増大となり、反応度値の変動に比してはほぼ同程度か半分になっている。中性子源に隣接するBおよびD点では、未臨界度が深くなるにつれ変動が大きくなっている。

10%の軸方向バックリングの変化に対して系の反応度は $-1.27\% \Delta k/k$ の変化を示している。体系の反応度測定の場合について考えて見れば、特に浅い未臨界体系では計算値の反応度は大きな誤差を生じることになる。それに対して補正係数 f の変化はたかだか0.4%程度であり、系の反応度の実験値は十分に信頼出来るものとなっている。

3.5 外部中性子源の分布形状の影響

外部中性子源に関する入力、補正係数 f の算出において必要とされる。反応度あるいは反応度値の計算には不用のものである。したがって、外部中性子源に関する不確かさは補正係数 f にのみ誤差を生じる性格のものである。

炉心中心をはさんで T_2 領域の反対側には $D_2'(75)$ の領域が有る。この90Z集合体の左右の非対称性は、主に T_2 と $D_2'(75)$ の相異により生じていると考えられる。また、相対的な中性子源強度は単位体積あたり T_2 が3.00に対して $D_2'(75)$ は3.67となっている。いまここに、 $D_2'(75)$ の中性子源強度を10%増大して非対称性を強調し、補正係数 f の変動を調べた。結果をTable 3.7に示してある。Table 3.3の標準計算の補正係数 f に対する増減を%で示した値である。中性子源に隣接する点B、D等では系の未臨界度が深くなるにつれて、中性子源分布形状の変化の影響が現われて来ている。したがって中性子源近傍の検出器に対する補正係数 f は、中性子源分布形状に敏感と見られる。しかし、中性子源から離れた点であるAおよびCでは未臨界度の深い7Bパターン(約 $-10\% \Delta k/k$)においても、この中性子源強度の変化に対して、補正係数は $+0.02\%$ の変動にとどまっている。このことは實際上、点A、Cの補正係数 f に対しては影響が無いと見なし得る。

実験にあたって、中性子源分布に関する正確な情報が期待出来ない場合には、体系内に新たに外部中性子源を導入するとよい。これによって、確実な情報をそなえている新たな外部中性子源による、検出器の計数値を得ることになる。そしてこの外部中性子源に対応する補正係数 f を用いればよい。このように、実験の過程で、補正係数 f に関する中性子源分布の形状の不確かさによる誤差を排除することが可能である。

3.6 媒質の核特性の不確かさによる影響

多群計算における群定数はいくつかの近似に基づいて作成されたものである。例えば、90Z集合体は板状燃料、板状模擬冷却材や希釈材、構造材などによる平板セルで構成されている。したがって、セル構造に伴う非均質効果が存在する。我々の標準計算では、均質化した原子数密度から巨視断面積を求め、群定数を作成している。上記の非均質効果を考慮し、例えばセル内の中性子束分布の微細構造を求め、これを重み関数として均質化すれば、得られた群定数はわずかながらも異なったものとなる。補正係数 f の算出にあたって、反応度や反応度価値の計算よりも、より精密であることを要求されることは好ましくない。

90Z集合体は、内炉心が T_1 および D_1 、外炉心が T_2 、 D_2 、 $D'_2(75)$ 、 $D'_2(81)$ 、 $D'_2(92)$ および D''_2 (以下 D_2 等と略す) で構成されている。 D_1 および D_2 等はそれぞれ T_1 および T_2 を模擬したものである。後者はPu燃料であるのに対して、前者はU燃料および1部Pu燃料を用いている。 D_1 および D_2 等は特性をそれぞれ T_1 および T_2 の特性に以下の3点を合せるべく構成されている。すなわち、(1)基本モードスペクトル、(2)物質バックリング B_m^2 、および(3)拡散係数 \bar{D} である。Table 3.8 および 3.9 に、 T_1 、 D_1 、 T_2 および D_2 について核特性の比較、および基本モードスペクトルを示してある。 D_1 は T_1 に近いが、 D_2 と T_2 の核特性上の相異はかなり顕著である。以下では D_1 を T_1 に置換した場合、さらに D_2 等を T_2 に置換した場合の模擬制御棒価値および補正係数の変化の度合いを見る。このことは、体系の媒質に関する情報が不確定な場合に、反応度あるいは制御棒価値および補正係数の評価にどの程度の不確かさを生じるか、を検討することに相当する。

D_1 を T_1 で置換し、内炉心を T_1 のみで構成した体系について、反応度価値および補正係数 f を求め Table 3.3 の標準計算と比較した。反応度価値および補正係数 f の変動を%で表わし、Table 3.10 に示してある。 D_1 を T_1 に置換した結果、反応度価値は約11%と大巾に変化した。これに対して、補正係数 f は中性子源に隣接するB点、D点で未臨界度が深くなるにつれ変動の巾が増大する傾向にあるが、たかだか2%の変化となっている。中性子源から比較的離れた点A、点Cでは、補正係数 f は最大0.8%の変化にとどまっている。このことは事実上、群定数の不確かさによって補正係数 f に有意な誤差を生じることは無いと考えてよい。なお、 D_1 を T_1 に置換することによって、基準体系の反応度は $+0.15\% \Delta k/k$ の変化を示した。

D_1 を T_1 に置換し、さらに外炉心を全て T_2 とした、 T_1 および T_2 の2領域ゾーン体系について、反応度価値および補正係数 f を求めた。結果を Table 3.3 の標準計算と比較し、変動を%で表わして Table 3.11 に示してある。基準体系の反応度は、この置換によって90Z-7体系に対して、 $+1.07\% \Delta k/k$ と大巾な変化を示した。外炉心の各領域の T_2 との相異は、 D_1 と T_1 の差に比べて相当大きなものであることが分る。Table 3.10 では反応度価値は約19%の変化を示し、標準計算に比べて大巾な減少となっている。一方、補正係数 f の変化は、模擬制御棒挿入のパターンによって多少の違いは有るが、概ね系の未臨界度の深さに応じて増大する傾向にある。B点およびD点の補正係数 f の変動は、7Bパターンにおいて最大となり約-5.6%に達している。しかし、A点およびC点では未臨界度が(標準計算で) $-10\% \Delta k/k$ になる7Bパターンでも、補正係数 f の変化は-1.1%にとどまっている。B点は標準計算においても T_2 に隣接しており、局所的に見ると外炉心を全て T_2 で構成することに対して、影響されにくいと予測することも出来る。

しかし、実際には最も顕著な変動を示している。また、Table 3.9の D_1 を T_1 に置換した効果と比較すると、点Aおよび点Cにおいては、隣接する外炉心の置換よりも、インポートランスの高い内炉心の置換、既ち D_1 を T_1 に置換した方がより大きな変動を生じることが分る。また、基準体系の反応度が+1.07% $\Delta k/k$ も変化していることから、系の反応度に関しては、特に未臨界度の浅い体系では計算値に大巾の誤差を含むことになるが、補正係数は極めて小さく、実験値の信頼性は充分である。

このように、体系内の物質の変化に対して反応度値は大巾に変化しても、補正係数 f の変化は小さい。このことは、群定数の含むかも知れない誤差に対して、反応度値に比べて補正係数は極めて鈍感であることを意味する。上述の計算例から、群定数の含む誤差の影響は、補正係数 f に関しては事実上無視してよい、と考えられる。さらに、組成に関する情報が正確に分っていない体系、例えば十分に燃焼が進行した体系に対しても、補正係数 f は精度よく求められる量であることを意味する。したがって、この補正法は実際の原子炉に対して十分に精度よく適用出来ると考えられる。

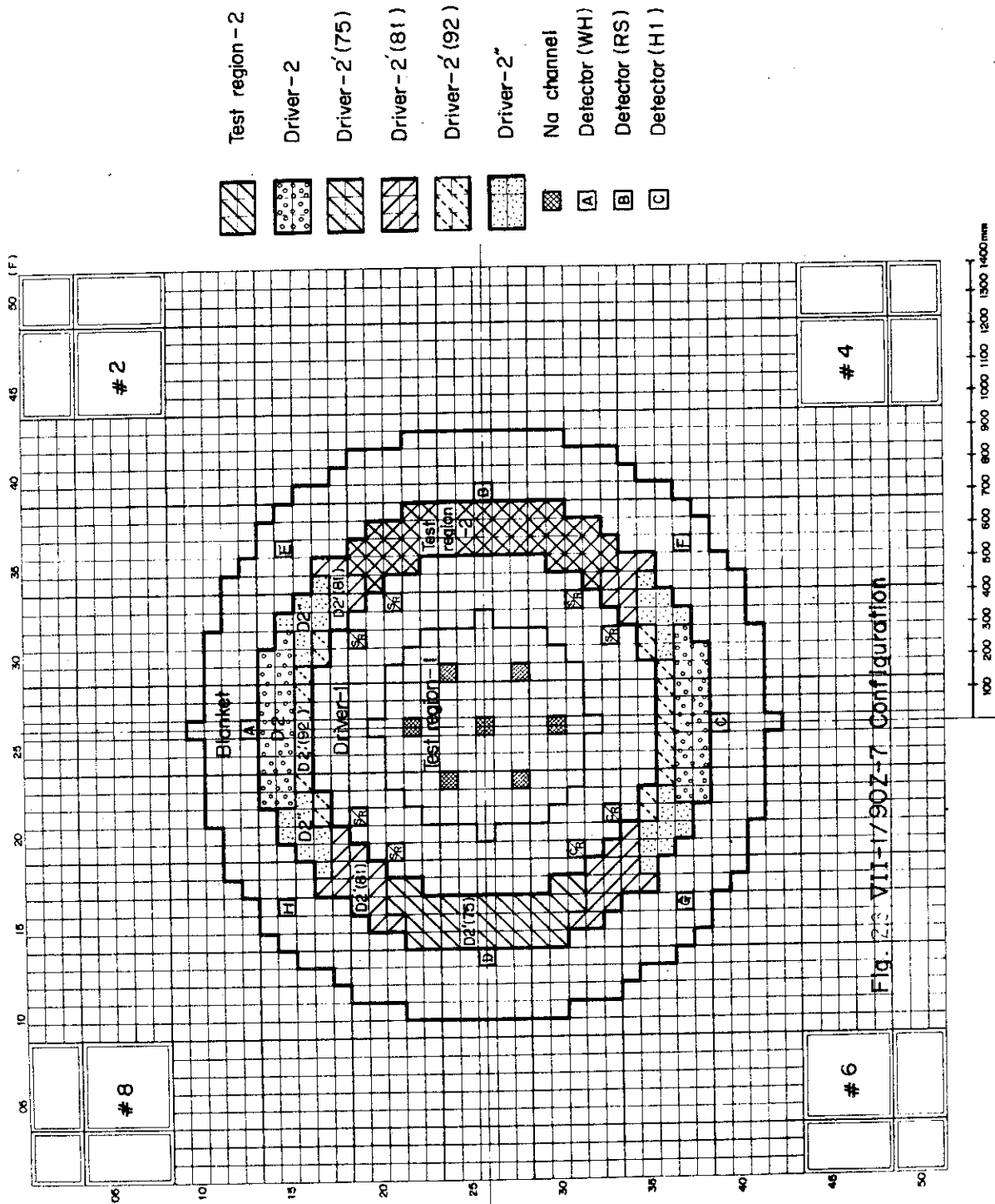


Fig. 3.1 VII-1/90Z-7 Configuration

Table 3.1 Composition of FCA Assembly VII-1 90Z

(1 0²² atoms/cm³)

Material	Inner core				Outer core					Blanket		
	T ₁	D ₁	C/R, S/R	Na ch.	T ₂	D ₂	D ₂ '	D ₂ '(92)	D ₂ '(81)	D ₂ '(75)	Dep. U	Na.t. U
Pu-239	0.10457				0.15685			0.05229	0.05113	0.04767		
Pu-240	0.00926				0.01389			0.00463	0.01215	0.01688		
Pu-241*	0.00077				0.00116			0.00039	0.00152	0.00415		
U-235	0.00140	0.11775	0.50096		0.00140	0.18649	0.19600		0.09800		0.0086	0.0289
U-238	0.68684	0.24743	0.22869		0.68684	0.30034	0.77812		0.38906		4.0070	3.9885
C						0.8684	0.8684		0.6884			
O	1.7149	1.3619			1.5461	1.3619	1.3619		1.3619			
Na	0.7656	0.5742		1.5312	0.7656	0.5742	0.5742		0.5742			
Al	0.2403	1.1829	1.6951		0.1354	0.9079	0.9079		0.9155			
Cr	0.3413	0.5000	0.2790	0.4443	0.3552	0.4568	0.2807		0.4710		0.1827	0.1827
Fe	1.2504	1.8079	1.0158	1.6356	1.3004	1.6513	1.0291		1.7005		0.6652	0.6652
Ni	0.1566	0.2217	0.1213	0.2044	0.1639	0.2034	0.1264		0.2101		0.0796	0.0796

*) 1975.7

**) Axial blanket of test regions (T₁, T₂) and Radial blanket

***) Axial blanket of driver regions

Table 3.2 Relative source strength for each region

Region	T ₁	T ₂	D ₂ ' (75)	D ₂ ' (81)	D ₂ ' (92)
S (n/cm ³)	2.00	3.00	3.67	2.64	1.00

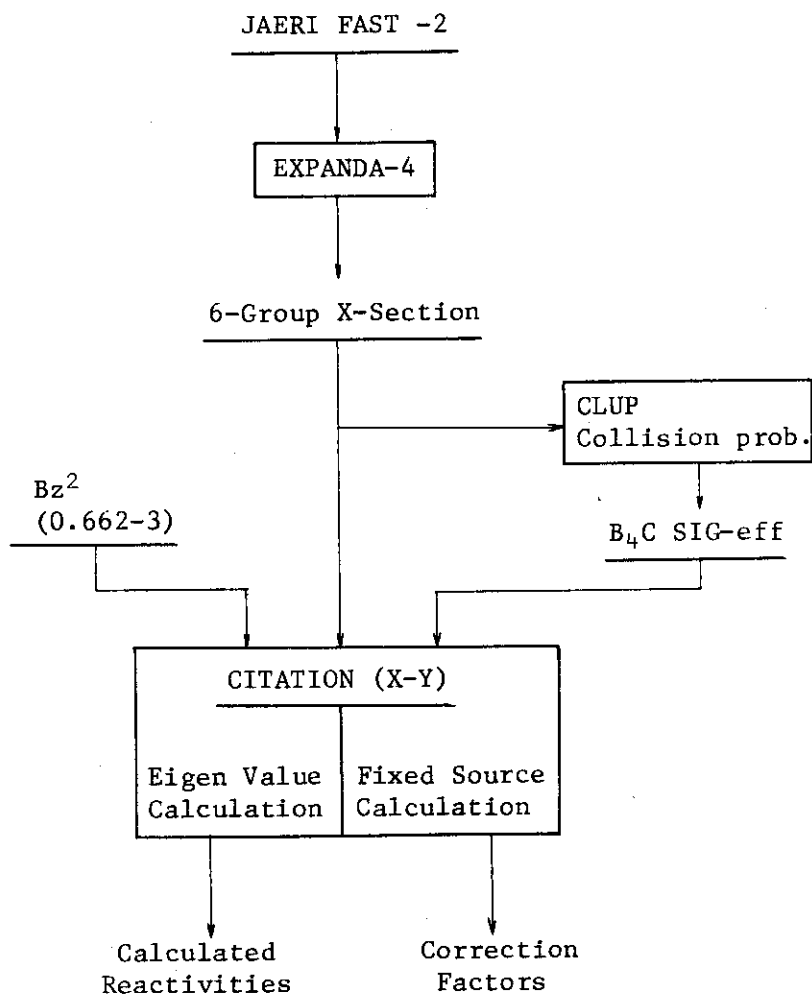


Fig. 3.2 Block diagram of calculation flow

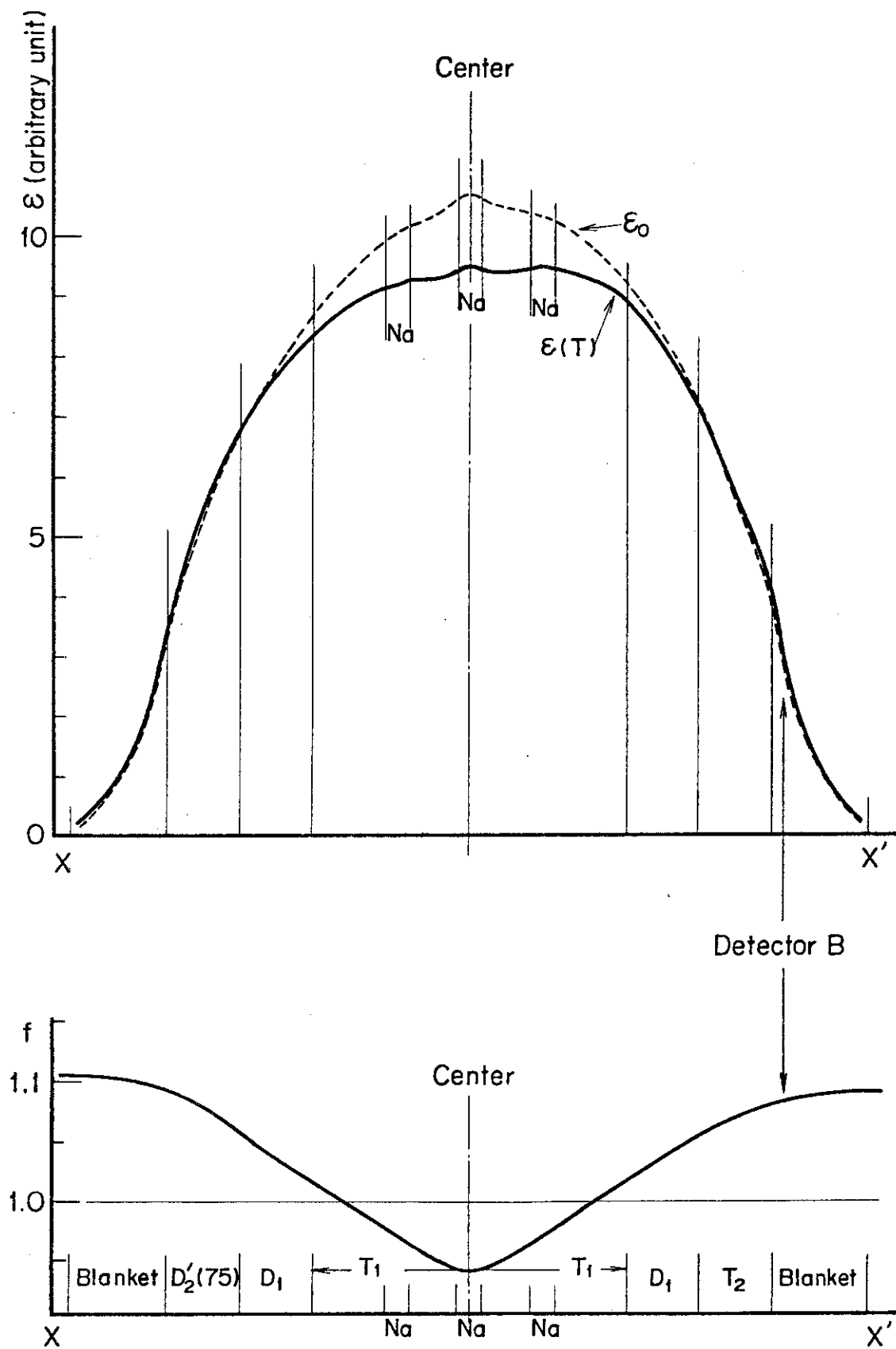


Fig. 3.3 Neutron detection efficiency ϵ and correction factor f for Assy. VII-1 90Z-7 pattern T

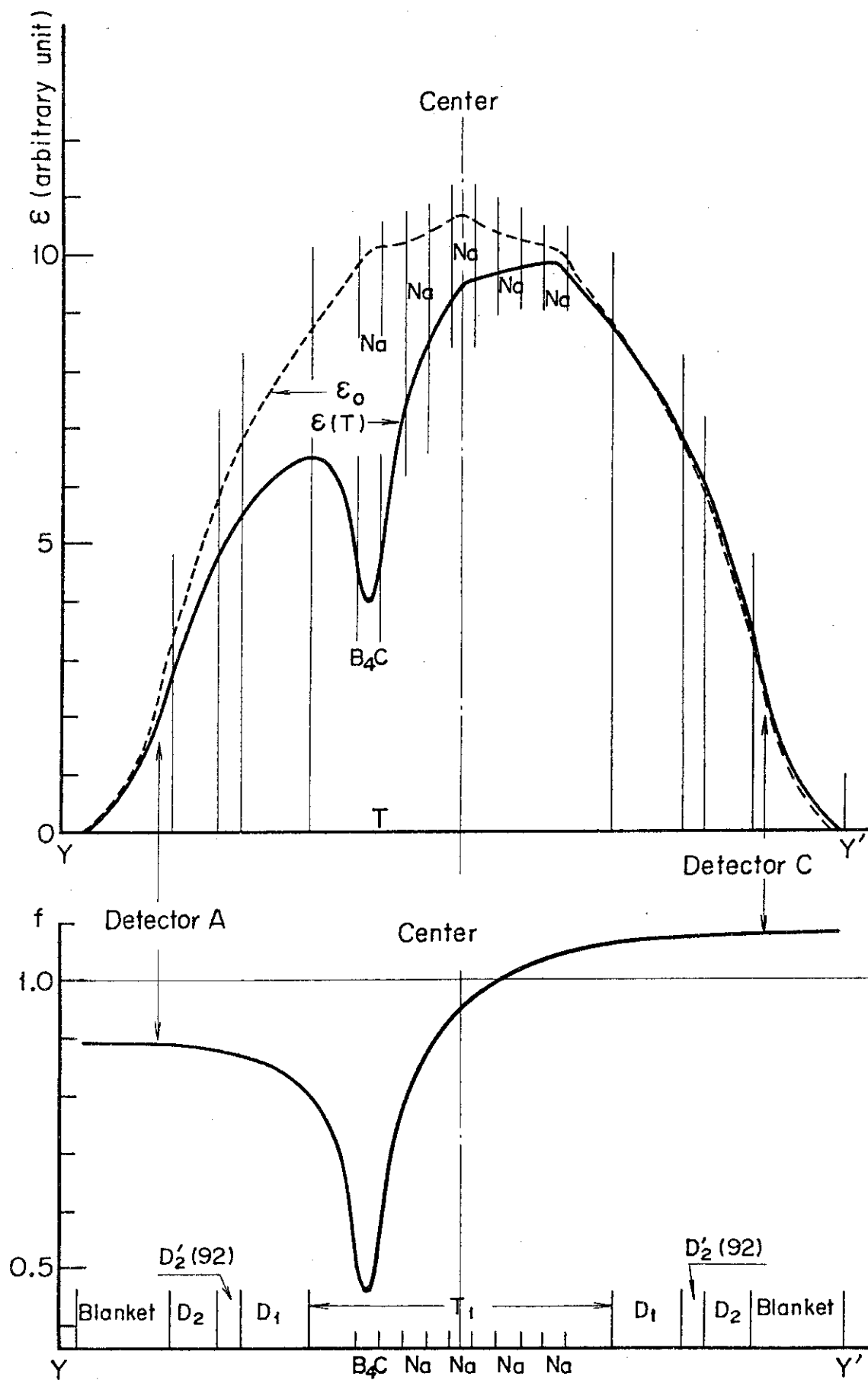


Fig. 3.4 Neutron detection efficiency ϵ and correction factor f for Ass'y. VII-1 90Z-7 pattern T

Table 3.3 Reactivity worths and correction factors f by standard calculation method

Rod pattern	$-\Delta\rho$ (% $\Delta k/k$)	Correction factor f							
		A	B	C	D	E	F	G	H
O	1.853	1.005	1.090	1.005	1.107	1.049	1.048	1.048	1.048
T	1.626	0.877	1.087	1.079	1.101	0.965	1.102	1.104	0.960
LB	1.616	1.040	1.125	0.948	1.000	1.098	1.049	0.925	1.031
T/B	3.435	0.964	1.202	0.964	1.235	1.081	1.082	1.079	1.079
4B	6.514	1.010	1.282	1.009	1.352	1.139	1.139	1.145	1.145
7B	9.677	0.960	1.455	0.961	1.558	1.197	1.197	1.202	1.202

4B; RT/RB/LB/LT

7B; O/T/B/RT/RB/LB/LT

Table 3.4 Correction factors with changes in ^{10}B weight

B_4C pin-cluster	^{10}B weight (g)	$-\Delta\rho$ (% $\Delta k/k$)	Correction factor f	
			A	B
B30-9P	404	0.833	1.0047	1.0420
B90-9P	1,256	1.532	1.0080	1.0811
BN-16P	478	1.017	1.0055	1.0523
B30-16P	718	1.266	1.0068	1.0664
B55-16P	1,366	1.685	1.0084	1.0896
B73-16P	1,784	1.949	1.0091	1.1038
B90-16P	2,232	2.140	1.0094	1.1139

B_4C pin-cluster is placed at core center.

Table 3.5 Comparison of reactivity worths and correction factors in 6-group and 4-group calculation

Rod pattern	$-\Delta\rho$ (% $\Delta k/k$)	Variation of worths (%)	Variation of correction factor from 6G calc. (%)					
			A	B	C	D	E	G
O	1.797	-3.0	-0.24	-0.18	-0.22	-0.05	-0.24	-0.20
T	1.590	-2.2	-0.29	-0.06	-0.05	+0.09	-0.27	+0.03
T/B	3.355	-2.3	-0.31	-0.06	-0.29	+0.21	-0.27	-0.23
4B	6.361	-2.4	-0.62	-0.25	-0.67	+0.18	-0.57	-0.54
7B	9.454	-2.3	-1.01	-0.35	-1.07	+0.29	-0.87	-0.79

Table 3.6 Effect of 10% increase in B_2^2 on reactivity worths and correction factors

Rod pattern	$-\Delta\rho$ (% $\Delta k/k$)	Variation in worths (%)	Variation from standard calculation (%)				
			A	B	D	E	G
O	1.844	-0.51	+0.26	-0.24	-0.45	+0.14	+0.15
4B	6.487	-0.42	+0.32	-0.94	-1.63	+0.02	-0.07
7B	9.636	-0.43	+0.43	-1.52	-2.36	-0.09	-0.07

4B; RT/RB/LB/LT

7B; O/T/B/RT/RB/LB/LT

Table 3.7 Effect of 10% increase of $D_2'(75)$ region's source strength

Rod pattern	Variation of correction factors from standard calc. (%)					
	A	B	C	D	E	G
O	+0.02	-0.21	+0.02	+0.87	-0.14	+0.24
4B	-0.01	-0.66	-0.01	+2.56	-0.48	+0.69
7B	+0.02	-0.85	+0.02	+3.34	-0.67	+1.01

4B; RT/RB/LB/LT

7B; O/T/B/RT/RB/LB/LT

Table 3.8 Comparison of calculated three fundamental quantities of driver and test zone (J-F-II/EXPANDA)

	Inner core		Outer core	
	D ₁ driver	T ₁ test zone	D ₂ driver	T ₂ test zone
B_m^2 (cm ⁻²)	0.001195	0.001188	0.002414	0.002523
\bar{D} (cm)	1.485	1.468	1.385	1.571
$\frac{\sum_g \Delta\phi_g }{\sum_g \phi_g}$	5.24%		11.95%	
$(\sigma_f^8 / \sigma_f^5)$	(0.02311)	(0.02334)	(0.03030)	(0.03332)

Table 3.9 Comparison of calculated fundamental mode neutron spectra of driver and test zone (J-F-II(25G)/EXPANDA)

Group % g	Inner core		Outer core	
	ϕ_g (D ₁)	ϕ_g (T ₁)	ϕ_g (D ₂)	ϕ_g (T ₂)
1	0.17	0.20	0.24	0.26
2	0.84	0.98	1.16	1.26
3	2.29	2.55	3.07	3.20
4	5.42	5.06	6.91	6.28
5	8.16	7.63	9.66	9.33
6	10.44	10.23	11.82	12.34
7	14.29	15.45	14.41	17.32
8	14.29	14.85	13.37	15.24
9	14.95	14.87	13.51	13.94
10	13.28	12.11	11.07	10.11
11	6.53	6.73	6.19	5.05
12	3.64	3.58	3.58	2.48
13	2.26	2.05	2.16	1.32
14	1.91	2.02	1.64	1.16
15	0.94	1.03	0.77	0.49
16	0.407	0.449	0.312	0.178
17	0.143	0.156	0.102	0.051
18	0.042	0.038	0.028	0.010
19	0.010	0.010	0.006	0.002
20	0.002	0.002		
Total	100.0	100.0	100.0	100.0

Table 3.10 Effect of replacement of D₁ to T₁ on worths and correction factors

Rod pattern	-Δρ (%Δk/k)	Variation in worths (%)	Variation from standard calc. (%)					
			A	B	D	E	G	
0	1.666	-10.1	-0.32	-0.63	-0.68	-0.46	-0.49	
4B	5.810	-10.8	-0.67	-1.53	-1.50	-1.15	-1.61	
7B	8.583	-11.3	-0.68	-2.11	-2.09	-1.55	-1.14	

4B; RT/RB/LB/LT

7B; O/T/B/RT/RB/LB/LT

Table 3.11 Comparison of reactivity worths and correction factors in T₁-T₂
2 zone modified system with those in original VII-1 90Z-7 system

Rod pattern	-Δρ (%Δk/k)	Variation of worths (%)	Variation of correction factors from standards calc. (%)							
			A	B	C	D	E	F	G	H
0	1.518	-18.1	-0.48	-1.74	-0.49	-1.55	-1.33	-1.34	-0.81	-0.80
T	1.349	-17.1	+0.65	-1.34	-0.50	-1.20	-0.95	-0.96	-0.78	+0.71
LB	1.298	-19.7	+0.00	-0.67	+0.03	-0.11	-0.46	-0.59	+0.51	-0.05
4B	5.302	-18.6	-1.30	-4.04	-1.24	-4.12	-3.42	-3.39	-2.40	-2.43
7B	7.809	-19.3	-1.06	-5.59	-1.07	-5.63	-4.85	-4.86	-3.14	-3.15

4B; RT/RB/LB/LT

7B; O/T/B/RT/RB/LB/LT

4. 結 言

中性子源増倍法に理論的補正を行った場合の信頼性に関する検討を解析的に行い、あわせて数値計算例により確認した。解析的には補正係数の変分表現を導出して吟味した。数値計算例は FCA VII-1 90Z 集合体における B_4C 模擬制御棒値の実験について、補正係数を種々の方法で求めて、比較検討した。以下に主たる結論を述べる。

1) 検出器の計数率と系の反応度の積の、反応度較正用の既知未臨界体系と未知未臨界体系の 2 体系における、比は計算によって正しく求められるとして、補正法を展開した。補正係数の計算値の信頼性は、反応度のそれに比べて極めて高いことが示された。

2) 補正係数に対する変分表現の汎関数を導出した。(233)式に示されるごとく、8ケの関数の 1 次および 2 次形式の汎関数の積および比として表現された。

3) 中性子生成の演算子 M や外部中性子源 S が上述の 2 体系で不変の場合、それらの不確かさは補正係数に対して、たかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の効果しか示さない。ここに $\delta\phi$ 等は上述の 2 体系における差を意味する ((241)式)。

4) 体系の記述を $R\phi = S$ としたとき、演算子 R の誤差は、検出器の計数率と系の反応度の積に対して、たかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の量のものであることが示された ((245)式)。

5) 数値計算例は、 B_4C 濃度、軸方向バックリング B_z^2 、外部中性子源 S 、計算群数および体系の物質等を変化させて、補正係数の変化を見た。いずれの場合も、反応度の計算値の変化に比して、補正係数の変化は小さく、より安定した、したがって信頼性の高いものであることが示された。

(i) B_4C 濃度を変化させて、模擬制御棒の反応度値を 250% 変化させたとき、補正係数は外部中性子源から離れた点および隣接した点で、それぞれ 0.5% および 7% の変化にとどまっていた。

(ii) 内炉心領域の物質の置換により模擬制御棒値が約 11% 変化したのに対して、補正係数はたかだか 2% の変化を生じるにとどまった。さらに外炉心物質の置換により、模擬制御棒値はもとの体系のそれに比して約 19% 変化したのに対して、補正係数は外部中性子源から離れた所では 1% の変化を示すのみであった。

(iii) 6 群計算と 4 群計算を比較すると、反応度値は 2~3% の減少を見たが、補正係数の変化は 1 ケタ小さいことが示された。

このように補正係数については、体系の核的特性の評価、吸収体部分の取り扱いおよび計算法について厳密さを要せずして、信頼度の高い値が得られるものであることが示された。

謝 辞

本研究を行うにあたり、京都大学工学部西原宏教授の御指導を載き感謝します。また、本報告をまとめるにあたり、原子炉工学部主任研究員弘田実弥氏、および高速炉物理研究室長黒井英雄氏に感謝の意を表します。

4. 結 言

中性子源増倍法に理論的補正を行った場合の信頼性に関する検討を解析的に行い、あわせて数値計算例により確認した。解析的には補正係数の変分表現を導出して吟味した。数値計算例は FCA VII-1 90Z 集合体における B_4C 模擬制御棒値の実験について、補正係数を種々の方法で求めて、比較検討した。以下に主たる結論を述べる。

1) 検出器の計数率と系の反応度の積の、反応度較正用の既知未臨界体系と未知未臨界体系の 2 体系における、比は計算によって正しく求められるとして、補正法を展開した。補正係数の計算値の信頼性は、反応度のそれに比べて極めて高いことが示された。

2) 補正係数に対する変分表現の汎関数を導出した。(233)式に示されるごとく、8ケの関数の 1 次および 2 次形式の汎関数の積および比として表現された。

3) 中性子生成の演算子 M や外部中性子源 S が上述の 2 体系で不変の場合、それらの不確かさは補正係数に対して、たかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の効果しか示さない。ここに $\delta\phi$ 等は上述の 2 体系における差を意味する((241) 式)。

4) 体系の記述を $R\phi=S$ としたとき、演算子 R の誤差は、検出器の計数率と系の反応度の積に対して、たかだか $O(\delta\phi \cdot \delta\phi^+ + \delta\varphi \cdot \delta\varphi^+)$ の量のものであることが示された((245) 式)。

5) 数値計算例は、 B_4C 濃度、軸方向バックリング B_2^2 、外部中性子源 S 、計算群数および体系の物質等を変化させて、補正係数の変化を見た。いずれの場合も、反応度の計算値の変化に比して、補正係数の変化は小さく、より安定した、したがって信頼性の高いものであることが示された。

(i) B_4C 濃度を変化させて、模擬制御棒の反応度値を 250% 変化させたとき、補正係数は外部中性子源から離れた点および隣接した点で、それぞれ 0.5% および 7% の変化にとどまっていた。

(ii) 内炉心領域の物質の置換により模擬制御棒値が約 11% 変化したのに対して、補正係数はたかだか 2% の変化を生じるにとどまった。さらに外炉心物質の置換により、模擬制御棒値はもとの体系のそれに比して約 19% 変化したのに対して、補正係数は外部中性子源から離れた所では 1% の変化を示すのみであった。

(iii) 6 群計算と 4 群計算を比較すると、反応度値は 2~3% の減少を見たが、補正係数の変化は 1 ケタ小さいことが示された。

このように補正係数については、体系の核的特性の評価、吸収体部分の取り扱いおよび計算法について厳密さを要せずして、信頼度の高い値が得られるものであることが示された。

謝 辞

本研究を行うにあたり、京都大学工学部西原宏教授の御指導を載き感謝します。また、本報告をまとめるにあたり、原子炉工学部主任研究員弘田実弥氏、および高速炉物理研究室長黒井英雄氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Mizoo, N. et al : Reactivity measurement on Far-Subcritical Fast Systems, Specialist Meeting on Control Rod Measurement Technique, Cadarache, April, 1976
- 2) 溝尾宣辰他：高速炉体系における大きな負の反応度の測定(I), JAERI-M 6066 (1975).
- 3) 向山武彦他：同上(II), JAERI-M 6067 (1975).
- 4) 中野正文他：同上(III), JAERI-M 6496 (1976).
- 5) 溝尾宣辰他：FCAにおける模擬制御棒実験の解析法の評価, JAERI-M 7139 (1977).
- 6) Marshak, R. E. : Phys. Rev. **71**, 688 (1947).
- 7) Francis, N. et al : Variational solutions of the transport equation, Second Geneva Conference on Peaceful Uses Atomic Energy, 15/P/627 (1958).
- 8) Selengut, D. S. : HW-59126 (1959), P. 89.
- 9) Pomraning, G. C. : J. Soc. Ind. Appl. Math. **13**, 511 (1965).
- 10) Pomraning, G. C. : J. Math. Phys. **8**, 149 (1967).
- 11) Stacey, W. M. : J. Math. Phys. **13**, 1119 (1972).
- 12) Katsuragi, S. et al : JAERI-1195 (1970), JAERI-1199 (1970) and JAERI-1199 supplement 2 (1971).
- 13) Suzuki, T. : JAERI-memo (公開) 3660 (1970).
- 14) Tsuchihashi, K. : JAERI-1196 (1971).
- 15) Fowler, T. et al : ORNL-TM-2496, Rev. 2 (1969).