

JAERI-M

7 1 9 6

K-X線放射断面積の評価と高温プラズマ
中の金属不純物密度計測への応用

1977年7月

的場 徹・熊谷 勝昭・船橋 昭昌・河上 知秀

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問い合わせは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしてください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

K-X線放射断面積の評価と高温プラズマ中の金属不純物
密度計測への応用

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部
的場 徹⁺・熊谷勝昭・船橋昭昌・河上知秀

(1977年7月9日受理)

高温プラズマ中の金属不純物からの電子衝突によるK-X線放射断面積のエネルギー依存性を、原子番号が6から82の範囲で3種の方法により計算した。電子のエネルギーが500 keVまでは相対論的理論(A&M理論)による断面積の計算値が固体ターゲットでの実験値と良い一致を示した。

これらの結果からK-X線放出率の電子温度依存性を求めた。金属不純物量が半導体検出器による軟X線スペクトルの絶対測定値と電子温度、密度からK-X線放出率を使用して導出し得ることを示した。

+) 日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部

Evaluation of Radiation Cross Sections of K X-rays
and Application to Measurement of Metal Impurity
Densities in High-Temperature Plasma

Tohru MATOBA⁺, Katsuaki KUMAGAI, Akimasa

FUNAHASHI and Tomohide KAWAKAMI

Division of Thermonuclear Fusion Research, Tokai
Research Establishment, JAERI

(Received July 9, 1977)

The radiation cross sections (σ_K) of K X-rays from metal impurities by electron impact in high temperature plasmas were calculated in atomic numbers of 6 to 82 by three different methods. The cross sections calculated by relativistic theory (A&M theory) are in good agreement with the experimental ones at electron energies below 500 keV. Electron-temperature dependency of the K X-ray emission rate ($\langle \sigma_K v \rangle$) was estimated from the cross sections. Densities of the metal impurities can be obtained experimentally from the absolute soft X-ray spectrum measured with a semiconductor detector, electron temperature and electron density, using the calculated K X-ray emission rate.

Keywords: Radiation Cross Section, K X-Ray, Metal Impurity,
High Temperature Plasma, Relativistic Theory,
Emission Rate, Semiconductor Detector, Soft
X-Ray Spectrum, Impurity Density.

+) Division of Large Tokamak Development, Tokai, JAERI.

目 次

1. はじめに	1
2. プラズマからのK-X線放出数	2
3. K-X線放出断面積の導出	4
3.1 経験則的な導出	4
3.2 非相対論的近似理論	6
3.3 相対論的理論	7
4. 計算結果	9
5. まとめ	19
謝 辞	19
参 考 文 献	20

1. はじめに

高温トカマクプラズマの軟X線計測に半導体検出器を使用した波高分析方式が有効に利用できることはSTにおける一連の実験^{1,2)}で明らかにされ、それ以後軟X線のスペクトル測定の標準的方法として各国のトカマク型装置で用いられている。

軟X線領域のスペクトルも基本的には可視・真空紫外域分光スペクトルと同様に、連続スペクトルに寄与するものとして制動放射と再結合放射が考えられ、線スペクトルに寄与するものとして準位間遷移放射が考えられる。現在の所連続スペクトルから電子温度 T_e と実効荷電数 Z_{eff} を求めることが主として行なわれ、線スペクトルについては大部分が定性的な不純物の同定に使われているに過ぎない。

ここでは線スペクトルの内特にK-X線に焦点を絞って不純物量の定量に利用できることを明らかにする。ここで、K-X線については特にX線マイクロアナライザーに関連して固体ターゲットに電子線を照射した場合についての理論的解析と実験が数多くなされているので、これらを基本にK-X線放出率を求めることが考えられる。電子線衝撃によるK-X線放射は、第1段階として電子と原子の衝突でK殻電子が自由電子となる内殻電離が生じ、次にL殻より外の殻からの遷移により一連のK-X線を放出するという2段階の過程を経て、主に行われる。

K殻電離に関しては衝突する電子のエネルギーに対するK殻電離断面積 Q_K で規定され、K殻電離した原子からのK-X線放出は蛍光放出率 ω_K で規定される。それ故 Q_K 、 ω_K が求まればK-X線放出率が計算できることになるが、その内 ω_K は実験式として精度良く与えられているので、結局 Q_K のエネルギー依存曲線が求まればよいことになる。高温プラズマ中の不純物からのK-X線放射と固体への電子衝撃によるK-X線放射とでは大きな違いが2つある。第1に固体中では原子は中性化した状態にあるのに対して高温プラズマ中では外殻電子がはがされた高電離状態にあることである。このような高電離状態がK殻電離断面積にどのように影響するか今の所数値的に明確にはわからないけれども、電離がL殻電子におよばなければ放出されるK-X線の波長はほとんどソフトしないことが確められている^{3,4)}ので $(Z-10)$ 価電離まではほとんど影響なしと考えてよいものと思われる。ただし Z は原子番号である。よって重金属不純物(Mo, W等)に対しては核融合炉心域プラズマの電子温度(約10keV)に対しては外殻電子イオン化の影響はほとんどないと考えてもよいであろう。第2に固体中では原子は静止していると考えられるのに対して高温プラズマ中ではイオン温度に対応した速度で熱運動をしていることである。このために厳密には衝突速度としては電子とイオンの相対速度を考えて、断面積を計算するときの電子のエネルギーを補正することが必要となる。しかしながらトカマク装置の高温プラズマでは電子温度とイオン温度が同程度であるので、重金属不純物に対しては熱速度は電子のそれに比べて質量比の平方根に反比例して小さくなり、K殻吸収端エネルギーがイオン温度より大きければ無視しても差支えない。以上述べたごとく2つの違いがあるにもかかわらず、JT-60等の臨界プラズマ程度では特に重金属不純物の測定では固体ターゲットの場合と本質的に異なるところはないと考えてよいだろう。ただし軽金属では

L殻電離の影響を考慮する必要がある。

第2章においてはプラズマ中の不純物によるK-X線放出数を与える式を導出し、不純物密度の測定に必要な手続きを述べる。またプラズマ中の電子が逃走電子等により一成分マクスウェル分布からずれているときに高エネルギー成分の電子温度と密度を求めるのに必要な制動放射の式を与える。第3章においてはK-X線放出断面積を3種の方法で導出する。第4章においては第3章で求めた3種の断面積の計算結果を種々のZについて示す。若干の固体ターゲットでの実験値とここでの計算値とを比較して3種の方法について評価する。またK-X線放出率の電子温度依存性を計算した結果についても同様に示す。

2. プラズマからのK-X線放出数

いま電子密度 n_e (cm^{-3})、電子温度 T_e (eV) のプラズマ中に密度 n_{imp} (cm^{-3}) の不純物が存在している場合を考える。単位体積、単位時間当りの不純物K-X線の放出数を Φ_K とすれば、良く知られているように

$$\Phi_K = \int_{E_K}^{\infty} \sigma_K v n_e n_{\text{imp}} F(E) dE \quad \left(\frac{1}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}} \right) \quad (1)$$

と表わされる。ここで E_K (eV) は考えている不純物のK殻イオン化エネルギー、 σ_K (cm^2) はK-X線放出断面積、 v (cm/sec) は不純物と電子の衝突速度、 $F(E)$ は電子の速度分布関数である。電子のエネルギーが大きくて不純物原子が静止していると考えてもよい場合には v は相対論的に次式で与えられる。

$$v = C \sqrt{1 - \frac{m C^2}{e E + m C^2}} \quad (2)$$

ここで C は光速、 m は電子の質量、 e は電子の電荷量、 E は eV 単位で表わした電子のエネルギーである。 $F(E)$ は温度 T_e (eV) の1成分マクスウェル分布とすれば非相対論的表式を使って近似的に

$$F(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{T_e^{3/2}} \sqrt{E} e^{-\frac{E}{T_e}} \quad (3)$$

と表わされる。(1)式の積分に関係する項だけを抜き出して良く知られているようにK-X線放出率 $\langle \sigma_K v \rangle$ としてまとめることができる。即ち

$$\langle \sigma_K v \rangle = \int_{E_K}^{\infty} \sigma_K F(E) dE \quad \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right) \quad (4)$$

であり、(1)式は $\langle \sigma_K v \rangle$ を使って

L殻電離の影響を考慮する必要がある。

第2章においてはプラズマ中の不純物によるK-X線放出数を与える式を導出し、不純物密度の測定に必要な手続きを述べる。またプラズマ中の電子が逃走電子等により一成分マクスウェル分布からずれているときに高エネルギー成分の電子温度と密度を求めるのに必要な制動放射の式を与える。第3章においてはK-X線放出断面積を3種の方法で導出する。第4章においては第3章で求めた3種の断面積の計算結果を種々のZについて示す。若干の固体ターゲットでの実験値とここでの計算値とを比較して3種の方法について評価する。またK-X線放出率の電子温度依存性を計算した結果についても同様に示す。

2. プラズマからのK-X線放出数

いま電子密度 n_e (cm^{-3})、電子温度 T_e (eV) のプラズマ中に密度 n_{imp} (cm^{-3}) の不純物が存在している場合を考える。単位体積、単位時間当りの不純物K-X線の放出数を Φ_K とすれば、良く知られているように

$$\Phi_K = \int_{E_K}^{\infty} \sigma_K v n_e n_{\text{imp}} F(E) dE \quad \left(\frac{1}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}} \right) \quad (1)$$

と表わされる。ここで E_K (eV) は考えている不純物のK殻イオン化エネルギー、 σ_K (cm^2) はK-X線放出断面積、 v (cm/sec) は不純物と電子の衝突速度、 $F(E)$ は電子の速度分布関数である。電子のエネルギーが大きくて不純物原子が静止していると考えてもよい場合には v は相対論的に次式で与えられる。

$$v = c \sqrt{1 - \frac{m c^2}{e E + m c^2}} \quad (2)$$

ここで c は光速、 m は電子の質量、 e は電子の電荷量、 E は eV 単位で表わした電子のエネルギーである。 $F(E)$ は温度 T_e (eV) の1成分マクスウェル分布とすれば非相対論的表式を使って近似的に

$$F(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{T_e^{3/2}} \sqrt{E} e^{-\frac{E}{T_e}} \quad (3)$$

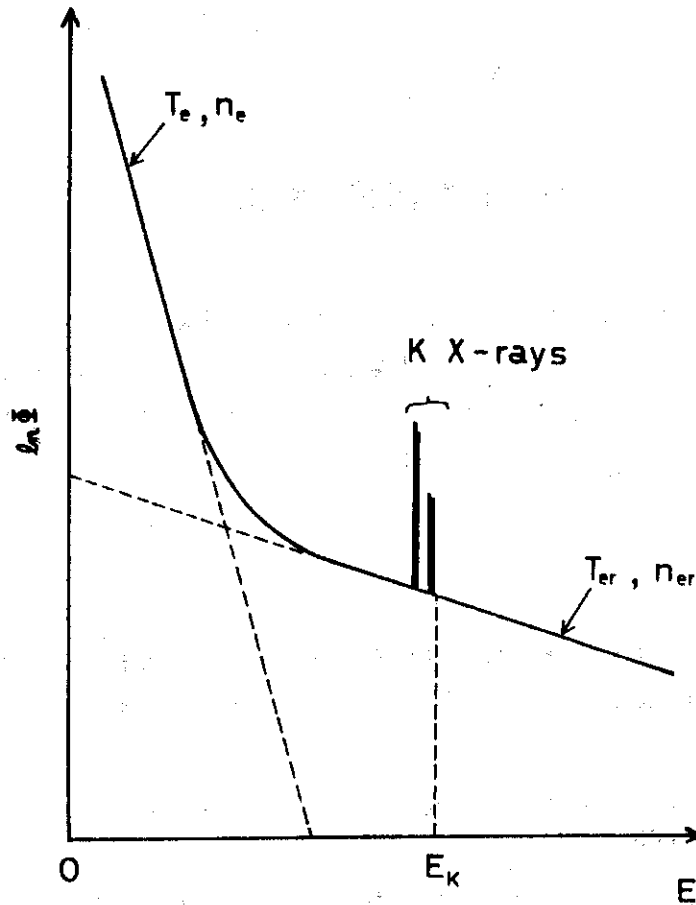
と表わされる。(1)式の積分に関係する項だけを抜き出して良く知られているようにK-X線放出率 $\langle \sigma_K v \rangle$ としてまとめることができる。即ち

$$\langle \sigma_K v \rangle = \int_{E_K}^{\infty} \sigma_K F(E) dE \quad \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right) \quad (4)$$

であり、(1)式は $\langle \sigma_K v \rangle$ を使って

$$\Phi_K = n_e n_{imp} \langle \sigma_K v \rangle \quad (5)$$

と表わされる。 $\langle \sigma_K v \rangle$ は(2), (3)式を考慮して(4)式により T_e の関数としてあらかじめ計算しておくことができるから, (5)式により Φ_K, n_e が実測できれば n_{imp} を実験的に求めることが可能となる。 Φ_K はSi(Li), Ge(I)⁵⁾等の半導体検出器を使用した軟X線パルス波高計測により測定が可能であり, n_e は電子の速度分布が1成分マクスウエル分布であれば干渉計測, トムソン散乱計測等により測定が可能である。しかしながら, 第1図に示すように



第1図 高温プラズマからの軟X線スペクトル概念図

逃走電子等により電子の速度分布関数が2成分マクスウエル分布をしている場合でしかも E_K 以上のエネルギー領域では高温成分のみが寄与しているときには, 干渉計測, トムソン散乱計測で求まる n_e は低温成分(主プラズマに相当)の方であり, 一方必要な n_e は高温成分(逃走電子に相当)のものである。それ故この場合には高温成分は干渉, 散乱計測では求められないが, その代わりにエネルギー E_K の制動放射X線の絶対測定から次式により求めることができる。

$$\Phi_B = \frac{\left(E \cdot \frac{d\dot{n}}{dE} \right)_{E=E_K}}{dV \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}} = 1.05 \times 10^{-13} \frac{n_e^2 \eta Z_{eff}}{T_e^{1/2}} e^{-\frac{E_K}{T_e}}$$

$$\left(\frac{1}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}} \right) \quad (6)$$

ここで η は再結合放射による増大係数 (enhancement factor), Z_{eff} は良く知られているように不純物によるプラズマの等価価電数, dV は観測体積, $d\Omega$ は観測立体角である。これより Φ_B , η , Z_{eff} , T_e が与えられれば n_e が求まる。この内 η の評価が最つとも問題であるが(6)式から明らかなように n_e に対しては平方根でしかかかないので通常のトカマクプラズマでは厳密な評価なしでもそれほど大きな誤差とはならない。以上電子の速度分布が1成分マクスウェル分布でない場合でも, E_K 以上のエネルギー領域で1成分マクスウェル分布となっていれば(5)式から不純物量を求めることが可能である。ただし逃走電子の場合には空間的にかたよって存在すると思われるので dV の評価が特に問題となろう。

3. K-X線放出断面積の導出

K-X線放出率 $\langle \sigma_K v \rangle$ を求めるためには前章で述べたように E_K 以上のエネルギーにおけるK-X線放出断面積 σ_K を知る必要があるが, 実験的に求められている断面積は特定のどびとびのエネルギーについてのみである。それ故ここでは以下に述べる3方法で計算した断面積の値を実験値と比較検討して $\langle \sigma_K v \rangle$ の計算に用いることにする。

3.1 経験則的な導出

固体ターゲットに電子線を照射したときに放出されるX線についてはX線管, X線マイクロアナライザー等に関連して詳細に解析されているので, これを利用して経験則的 (empirical) な断面積を計算できる。

エネルギー E_0 の1個の電子により固体中から放出されるK-X線の数 N_K は実験式として

$$N_K = n' (E_0 - E_K)^{1.63} \quad (7)$$

と表わされる。⁶⁾ ここで n' は考えている原子の原子番号 Z の関数として実験的に

$$n' = 10^{-4} (4.0951 \times 10^{-2} Z + 3.4815) \quad (8)$$

と与えられる。一方固体中に入射した電子は飛程 x_R だけ進入する。 x_R は理論的に

$$\rho x_R = \frac{7.68 \times 10^{12} E_0^2}{N_A Z / A} F(E_0) \quad (9)$$

と表わされる。⁷⁾ ここで ρ は固体密度, N_A はアボガドロ数, A は原子量である。また $F(E_0)$ は

$$F(E_0) = E_i \left(2 \ln \left(\frac{0.174 E_0}{Z} \right) \right) \quad (10)$$

であり, $E_i(x)$ は積分指数関数である。即ち

ここで η は再結合放射による増大係数 (enhancement factor), Z_{eff} は良く知られているように不純物によるプラズマの等価価電数, dV は観測体積, $d\Omega$ は観測立体角である。これより Φ_B , η , Z_{eff} , T_e が与えられれば n_e が求まる。この内 η の評価が最っとも問題であるが(6)式から明らかなように n_e に対しては平方根でしかかかないので通常のトカマクプラズマでは厳密な評価なしでもそれほど大きな誤差とはならない。以上電子の速度分布が1成分マクスウェル分布でない場合でも, E_K 以上のエネルギー領域で1成分マクスウェル分布となっていれば(5)式から不純物量を求めることが可能である。ただし逃走電子の場合には空間的にかたよって存在すると思われるので dV の評価が特に問題となろう。

3. K-X線放出断面積の導出

K-X線放出率 $\langle \sigma_K v \rangle$ を求めるためには前章で述べたように E_K 以上のエネルギーにおけるK-X線放出断面積 σ_K を知る必要があるが, 実験的に求められている断面積は特定のひとびのエネルギーについてのみである。それ故ここでは以下に述べる3方法で計算した断面積の値を実験値と比較検討して $\langle \sigma_K v \rangle$ の計算に用いることにする。

3.1 経験則的な導出

固体ターゲットに電子線を照射したときに放出されるX線についてはX線管, X線マイクロアナライザー等に関連して詳細に解析されているので, これを利用して経験則的(empirical)な断面積を計算できる。

エネルギー E_0 の1個の電子により固体中から放出されるK-X線の数 N_K は実験式として

$$N_K = n' (E_0 - E_K)^{1.63} \quad (7)$$

と表わされる。⁶⁾ ここで n' は考えている原子の原子番号 Z の関数として実験的に

$$n' = 10^{-4} (4.0951 \times 10^{-2} Z + 3.4815) \quad (8)$$

と与えられる。一方固体中に入射した電子は飛程 x_R だけ進入する。 x_R は理論的に

$$\rho x_R = \frac{7.68 \times 10^{12} E_0^2}{N_A Z / A} F(E_0) \quad (9)$$

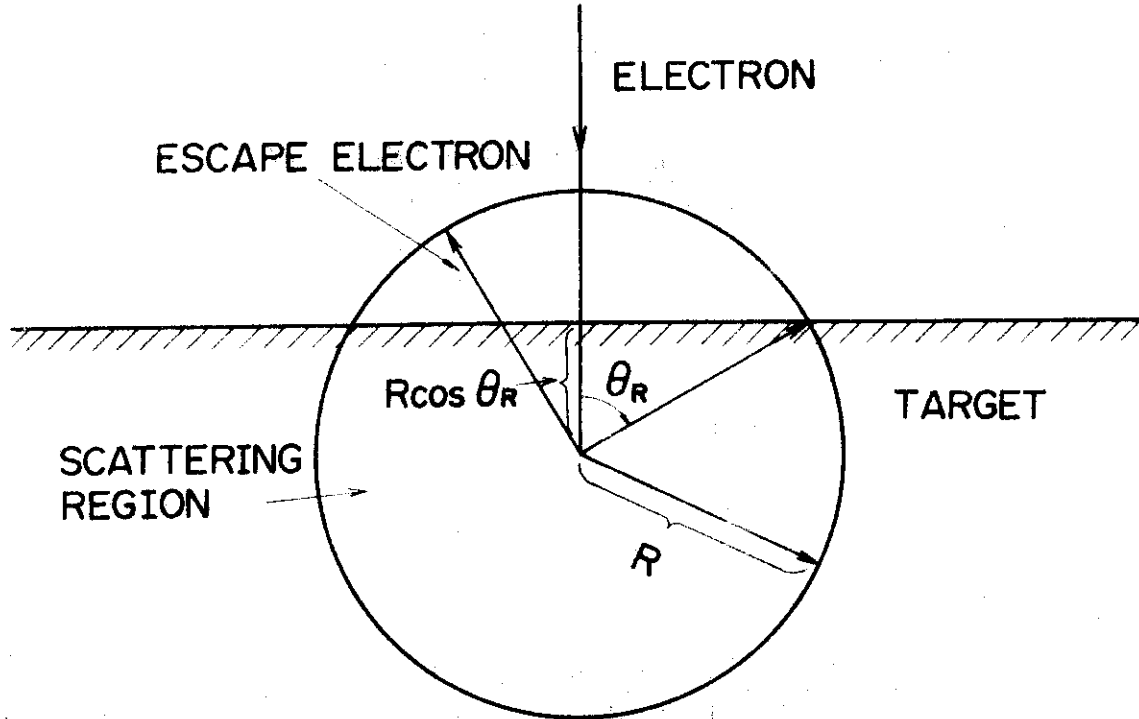
と表わされる。⁷⁾ ここで ρ は固体密度, N_A はアボガドロ数, A は原子量である。また $F(E_0)$ は

$$F(E_0) = E_i \left(2 \ln \left(\frac{0.174 E_0}{Z} \right) \right) \quad (10)$$

であり, $E_i(x)$ は積分指数関数である。即ち

$$E_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^u}{u} du \quad (x > 0) \quad (11)$$

電子の固体中の軌跡はランダム歩行を示すが、平均的には第2図に示すように深さ $R \cos \theta_R$



第2図 固体ターゲットに電子線を照射するときの電子の軌跡モデル

まで侵入してそこから等方的に R の距離だけ走ると考えてよい。⁸⁾ この場合固体表面よりはみ出した円弧の部分の電子は表面より脱出する成分を表わしている。 R と x_R の関係は

$$\left. \begin{aligned} R &= \left(1 - \frac{40}{7Z} \right) x_R \\ \theta_R &= \cos^{-1} \frac{40}{7Z - 40} \end{aligned} \right\} (Z \geq 6) \quad (12)$$

である。ここでは電子のエネルギーが E_0 から E_K まで減少する飛程 x_K を考えればよいから、(9)式より

$$x_K(E_0) = x_R(E_0) - x_R(E_K) \quad (13)$$

である。それ故固体ターゲットの単位面積、単位時間当り $n_e V_e$ の入射電子があるとき、1個の原子当り単位時間に放出される $K-X$ 線の数 φ_K は

$$\varphi_K = \frac{N_K \cdot n_e V_e}{\gamma_c \cdot x_K \cdot n_t} \quad (14)$$

と表わされる。ここで γ_c は固体表面より脱出する電子に対する補正係数であり

$$\gamma_c = \begin{cases} 1.0 & x_K \leq \frac{80}{7Z} x_R \text{ のとき} \\ \frac{40 x_R}{7Z x_K} + \left(1 - \frac{40 x_R}{7Z x_K}\right) \frac{2 + (2 + \sin^2 \theta_K) \cos \theta_K}{4} & \\ x_K > \frac{80}{7Z} x_R \text{ のとき} \end{cases} \quad (15)$$

ただし

$$\theta_K = \cos^{-1} \frac{40 x_R}{7Z x_K - 40 x_R} \quad (16)$$

である。また n_t はターゲットの原子密度である。これより電子のエネルギー E_0 での K-X 線の放出断面積 σ_K は近似的に

$$\sigma_K = \frac{N_K(E_0 + \Delta E_0) - N_K(E_0 - \Delta E_0)}{\gamma_c(E_0 + \Delta E_0) x_K(E_0 + \Delta E_0) - \gamma_c(E_0 - \Delta E_0) \cdot x_K(E_0 - \Delta E_0)} \cdot \frac{1}{n_t} \quad (17)$$

と書ける。

3.2 非相対論的近似理論

K殻イオン化断面積 Q_K についての Mott と Massey による理論式を補正したものは次の様に見える。⁷⁾

$$Q_K E_K^2 = 0.7 \pi e^2 \frac{1}{U} \ln \frac{4U}{1.65 + 2.35e(1-U)} \quad (18)$$

但し $U = E_0 / E_K$ である。原子番号の小さい軽元素について U の小さい所ではかなりよく実験値と合うことが確かめられている。

K-X線放出断面積 σ_K とは

$$\sigma_K = \omega_K \cdot Q_K \quad (19)$$

なる関係がある。ここで第1章でも述べたように ω_K は K-X線の蛍光放出率である。 ω_K は

次の実験式で与える。⁹⁾

$$\left\{ \frac{\omega_K}{1-\omega_K} \right\}^{1/4} = -A + BZ - CZ^3 \quad (20)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A &= 6.4 \times 10^{-2} \\ B &= 3.40 \times 10^{-2} \\ C &= 1.03 \times 10^{-6} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

である。

3.3 相対論的理論

K殻イオン化断面積 Q_K を Arthurs と Moiseiwitsh の理論¹⁰⁾に従って求める。K殻電子は外殻電子の存在を無視して実効荷電数 Z_e の原子核の場の中を独立に運動していると考えらる。ここで Z_e は

$$Z_e = Z - 0.3 \quad (22)$$

と表わされる。紙面の都合上途中の導出をはぶいて結論のみを記述すれば、

$$Q_K = \int_0^{k_{\max}} \Phi_k dk \quad (23)$$

$$\Phi_k = 2 \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} d\Phi_k(q) \quad (24)$$

$$d\Phi_k(q) = \frac{8\pi\gamma^2}{k_1^0{}^2} \cdot \frac{I q dq}{[q^2 - (\alpha_0 k^2 / 2\kappa)^2]^2} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} I = & \frac{2^8 Z_e^6 k \exp \left[-\frac{2Z_e}{k} \tan^{-1} \frac{2Z_e k}{Z_e^2 + q^2 - k^2} \right]}{3 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{2\pi Z_e}{k} \right) \right\} \{ Z_e^2 + (q+k)^2 \}^3 \{ Z_e^2 + (q-k)^2 \}^3} \\ & \times \left[(Z_e^2 + 3q^2 + k^2) \left\{ q - \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{2\gamma\kappa} (Z_e^2 - q^2 + k^2) \cos \lambda \right\}^2 \right. \\ & \left. + (Z_e^2 + k^2) \{ Z_e^2 + (q+k)^2 \} \{ Z_e^2 + (q-k)^2 \} \left\{ \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{2\gamma\kappa} \sin \lambda \right\}^2 \right] \end{aligned} \quad (26)$$

である。ただし衝突する電子の衝突前後の運動量はそれぞれ $\hbar \mathbf{k}_1^0 / a_0$ と $\hbar \mathbf{k}_1' / a_0$ であり

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_1^0 - \mathbf{k}_1' \quad (27)$$

とする。これより \mathbf{q} の絶対値の最大・最小値は

$$q_{\max} = k_1^0 + k_1', \quad q_{\min} = k_1^0 - k_1' \quad (28)$$

となる。今 $\kappa = \frac{mc}{\hbar} \cdot a_0$ として衝突する電子のエネルギー E_1 は

$$mc^2 + E_1 = \frac{\hbar c}{a_0} \sqrt{\kappa^2 + k_1^0{}^2} \quad (29)$$

と書ける。 $\gamma = 1 + E_1 / (mc^2)$ とすれば上式は

$$k_1^0{}^2 = \kappa^2 (\gamma^2 - 1) \quad (30)$$

となり、 k_1' については

$$k_1'^2 = \left\{ \sqrt{\kappa^2 + k_1^0{}^2} - \frac{\alpha_0 k^2}{2\kappa} \right\}^2 - \kappa^2 \quad (31)$$

である。ただし

$$\frac{\alpha_0 k^2}{2\kappa} = \frac{a_0}{\hbar c} (E_k + E_K) = \frac{k^2}{2\kappa} + \frac{a_0}{\hbar c} E_K \quad (32)$$

として

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2ma_0^2} = \frac{\hbar c k^2}{2\kappa a_0} \quad (33)$$

と表わせる。ここで E_k は電離した電子のエネルギー、 E_K はK殻の固有エネルギーを表わす。ここでは $E_K > 0$ として記述している。(31)式はエネルギー保存を表わす式である。以上により

$$\cos \lambda = \frac{q^2 + \gamma \alpha_0 k^2 - (\alpha_0 k^2 / 2\kappa)^2}{2qk_1^0} \quad (34)$$

$$k_{\max}^2 = \frac{2a_0 \kappa}{\hbar c} (E_1 - E_K) \quad (35)$$

となる。ただし k_{\max} は衝突電子の全エネルギーがK殻から放出された電子のエネルギーに移る場合であり、(31)式の $k_1' = 0$ として求めることができる。以上の諸式において長さのディメンションは第1ボーア半径 a_0 で規格化している。

ただし

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} = 5.29172 \times 10^{-9} \text{ (cm)} \quad (36)$$

である。また式の導出のときに次の仮定をしている。

$$(Z_e/137)^2 \ll 1 \quad (37)$$

$$q \ll \kappa \text{ (}\equiv 137.04\text{)} \quad (38)$$

K線放射断面積への換算は3-2節と同様に ω_K を使って(19)式より求めることができる。

求まった Q_K (a_0^2 で規格化している) に対して無次元数 S を

$$S \equiv \frac{Q_K}{\pi} \left(\frac{Z_e k_1^0}{\gamma} \right)^2 \quad (39)$$

と定義したとき、 $Z \lesssim 30$ かつ $U = E_1/E_K \lesssim 2.2$ の条件が成立する範囲内で近似的に S は Z に無関係な U のみの函数として定まる。

4. 計算結果

以上3種の方法により計算したFe, Ni, Mo, Ag, Sn およびAu に対する σ_K を第3-a図から第3-f図に示す。図中“EMPIRICAL”と書かれた曲線は3-1節で述べた経験則的な導出による計算結果であり、“THEORY(NR)”と“THEORY(A&M)”はそれぞれ3-2節の非相対論的近似理論と3-3節の相対論的理論による計算結果である。また第3-a図のFe および第3-c図のMoの場合を除いて“EXPERIMENT”は今までに固体ターゲットで実験的に得られた結果であり、各導出法の適合性を調べるために文献(11), (12) および(13)より引用したものである。固体ターゲットでの実験値との比較では、3種の方法のうちA&M理論が最っとも良く一致している。さらに第4図に(39)式の S の計算値を示す。×印は文献(11)に示された値であり、当然のことながら $Z=26$ 又は 28 の曲線と良く一致している。Uが30近くなると $Z=26$ と 28 の場合でも若干差が出てくる。さらに S は Z が40以上の場合にはUの大きい所で急激に大きくなっていくので前に示した条件の範囲内でのみ有効に使えることがわかる。A&M理論では(37), (38)の仮定をしているが、この内(37)の仮定は $Z=79$ の金(Au)位までは問題ないと言える。しかしながら(38)の仮定は Z の大きい場合には非常にきびしいものとなる。 $q = \kappa$ に対応するエネルギー値は $E_c = 255$ (keV)であるので、例えば $Z=79$ の場合には $E_K = 80$ (keV)としてUがせいぜい3までしか適用できないことになる。しかしながら第3-f図で明らかなるように実験値と比較してみるとU=6でも良く一致しているので(38)の条件は少しゆるめて考えても良いものと思われる。ただしAuの場合には $U > 6$ の領域は完全な外挿領域であるので実験との比較をしなければその精度は保証できない。以上によりエネルギー領域としては500 keV までは問題なくA&M理論により断面積を計算できると考えられる。しかしながらA&M理論式の計算はかなり面倒なので近似計算法としてEMPIRICAL法又はNR理論の使用も考慮すべきである。低エネルギー領

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} = 5.29172 \times 10^{-9} \text{ (cm)} \quad (36)$$

である。また式の導出のときに次の仮定をしている。

$$(Z_e/137)^2 \ll 1 \quad (37)$$

$$q \ll \kappa \text{ (} \equiv 137.04 \text{)} \quad (38)$$

K線放射断面積への換算は3-2節と同様に ω_K を使って(19)式より求めることができる。

求まった Q_K (a_0^2 で規格化している)に対して無次元数 S を

$$S \equiv \frac{Q_K}{\pi} \left(\frac{Z_e k_1^0}{\gamma} \right)^2 \quad (39)$$

と定義したとき、 $Z \lesssim 30$ でかつ $U = E_1/E_K \lesssim 2.2$ の条件が成立する範囲内で近似的に S は Z に無関係な U のみの函数として定まる。

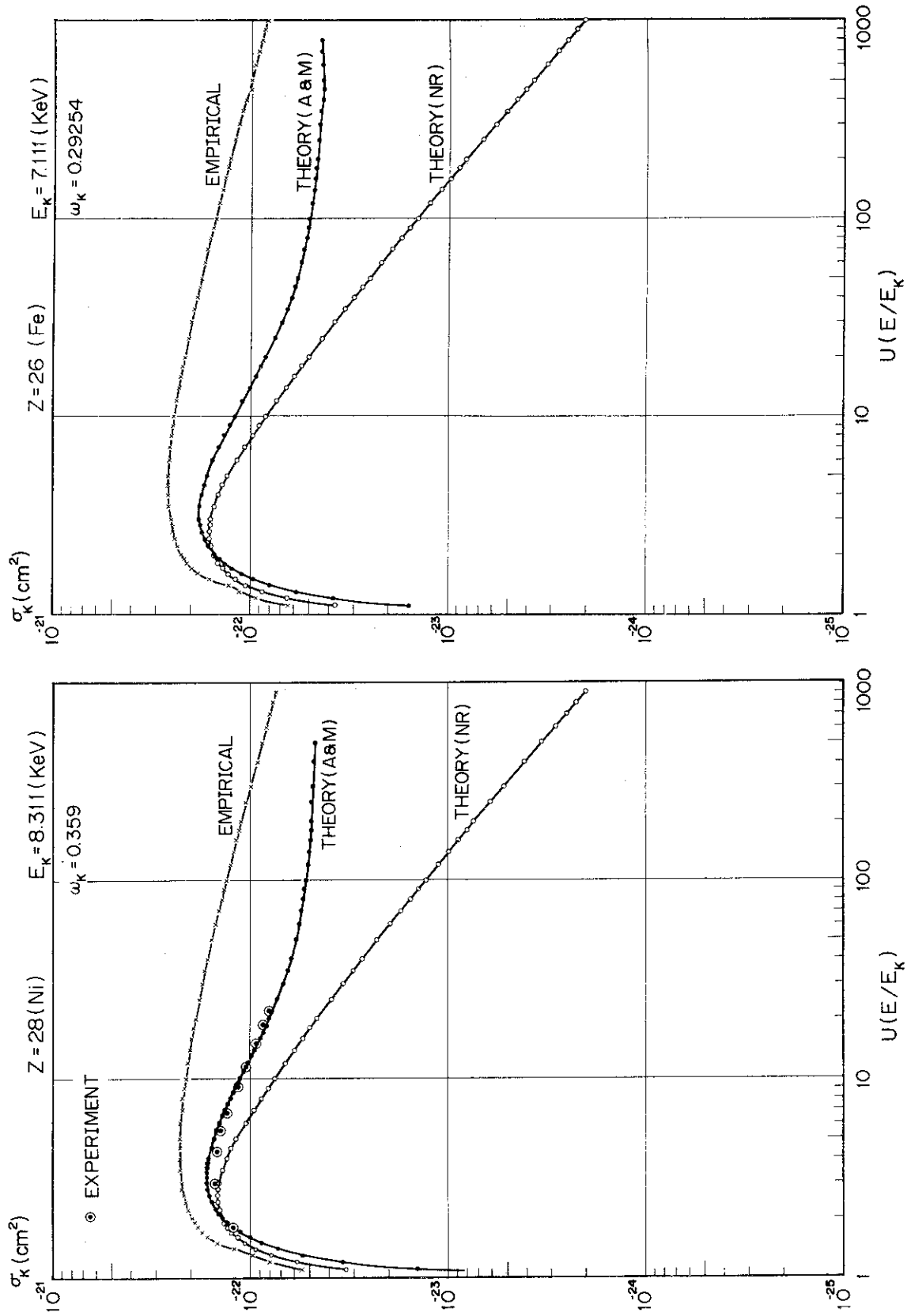
4. 計算結果

以上3種の方法により計算したFe, Ni, Mo, Ag, Sn およびAuに対する σ_K を第3-a図から第3-f図に示す。図中“EMPIRICAL”と書かれた曲線は3-1節で述べた経験的導出による計算結果であり、“THEORY(NR)”と“THEORY(A&M)”はそれぞれ3-2節の非相対論的近似理論と3-3節の相対論的理論による計算結果である。また第3-a図のFeおよび第3-c図のMoの場合を除いて“EXPERIMENT”は今までに固体ターゲットで実験的に得られた結果であり、各導出法の適合性を調べるために文献(11), (12)および(13)より引用したものである。固体ターゲットでの実験値との比較では、3種の方法のうちA&M理論が最っとも良く一致している。さらに第4図に(39)式の S の計算値を示す。×印は文献(11)に示された値であり、当然のことながら $Z=26$ 又は 28 の曲線と良く一致している。Uが30近くなると $Z=26$ と 28 の場合でも若干差が出てくる。さらに S は Z が40以上の場合にはUの大きい所で急激に大きくなっていくので前に示した条件の範囲内でのみ有効に使えることがわかる。A&M理論では(37), (38)の仮定をしているが、この内(37)の仮定は $Z=79$ の金(Au)位までは問題ないと言える。しかしながら(38)の仮定は Z の大きい場合には非常にきびしいものとなる。 $q = \kappa$ に対応するエネルギー値は $E_c = 255$ (keV)であるので、例えば $Z=79$ の場合には $E_K = 80$ (keV)としてUがせいぜい3までしか適用できないことになる。しかしながら第3-f図で明らかのように実験値と比較してみるとU=6でも良く一致しているので(38)の条件は少しゆるめて考えても良いものと思われる。ただしAuの場合には $U > 6$ の領域は完全な外挿領域であるので実験との比較をしなければその精度は保証できない。以上によりエネルギー領域としては500 keV までは問題なくA&M理論により断面積を計算できると考えられる。しかしながらA&M理論式の計算はかなり面倒なので近似計算法としてEMPIRICAL法又はNR理論の使用も考慮すべきである。低エネルギー領

域ではNR理論がA&M理論に近く、他方高エネルギー領域ではEMPIRICAL法がA&M理論に近い結果を与えるので近似計算法としては考慮するエネルギー範囲に応じてNR理論かEMPIRICAL法を選択するのが簡便であると思われる。

次に(4)式に従って計算したK-X線放出率 $\langle \sigma_K \nu \rangle$ を電子温度 T_e の函数として各元素に対して第5-a図から第5-f図に示す。ここで“EMP.”，“TH.(NR)”，“TH.(A&M)”は σ_K の3種の計算方法に対応し，“BREM.”は(6)式を変形した $\Phi_B / n_e^2 \eta Z_{\text{eff}}$ を計算したものである。一般的傾向として T_e が E_K より小さい領域では $\langle \sigma_K \nu \rangle$ は急激に小さくなり、 E_K より大きくなると飽和する。ただし Z が大きくなると相対論効果により飽和領域は高エネルギー側にずれていく。

最後に第6図に T_e をパラメータとしてA&M理論により計算した $\langle \sigma_K \nu \rangle$ の Z 依存性を示す。 T_e が1 keV以下では Z が30位までの元素が本法の対象となり、10 keV以上では Z が80程度の元素まで対象となり得ることがわかる。このために現在の電子温度1 keV程度のトカマクプラズマでは鉄(Fe)程度以下の比較的軽い元素が主要な対象であり、モリブデン(Mo)以上の重金属に対しては逃走電子(温度が数10 keV以上となる)による励起を利用しなければ現実的なものとならない。一方JT-60規模の炉心域プラズマでは電子温度が10 keV程度と予想されているのですべての重金属元素が熱的電子によるK-X線励起で計測可能と思われる。

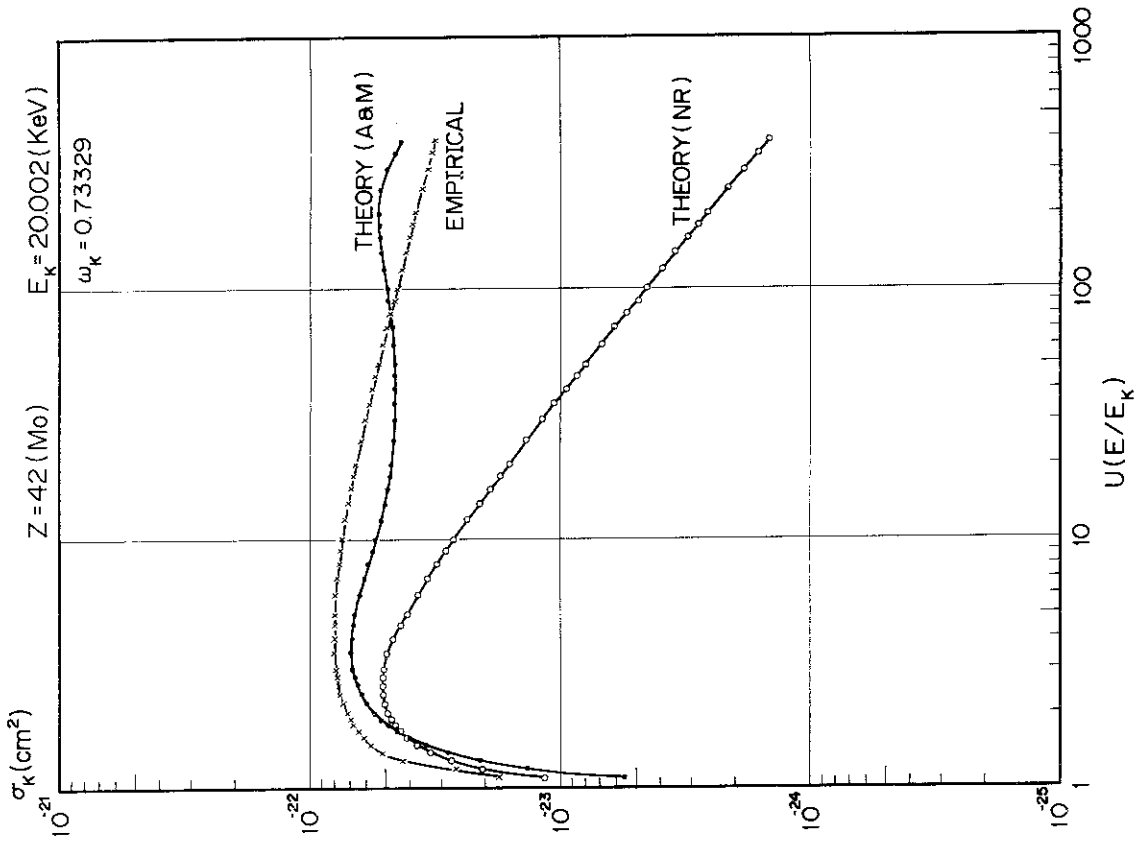


第3-a 図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性 (Fe, Z=26)

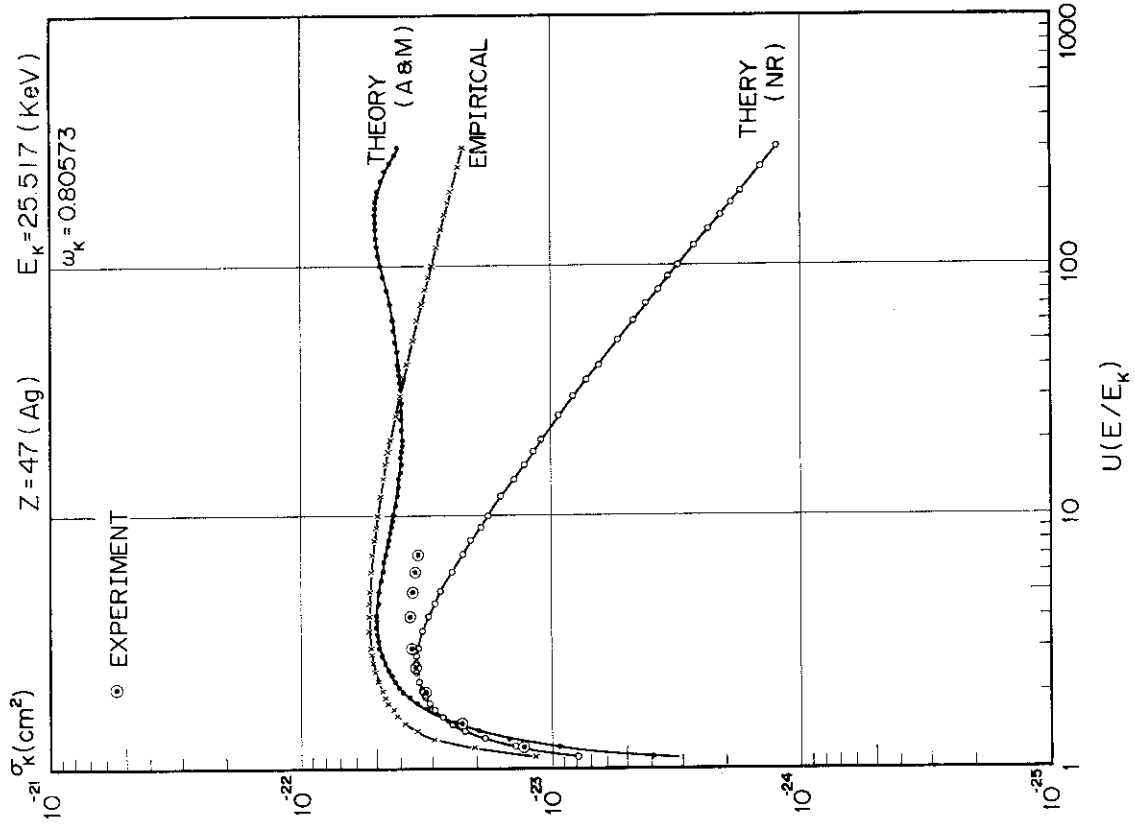
第3-b 図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性 (Ni, Z=28)

実験値は L.T.Pockman 達¹¹⁾による。

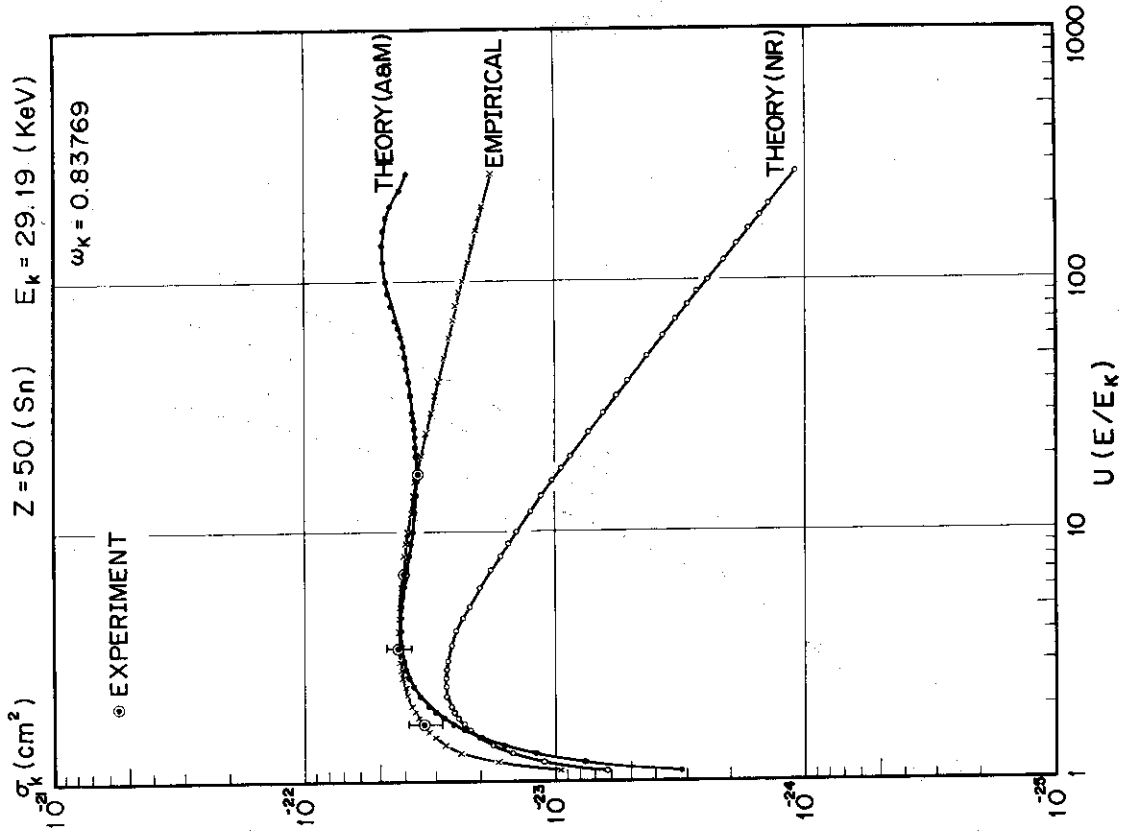
実験値は L.T.Pockman 達¹¹⁾による。



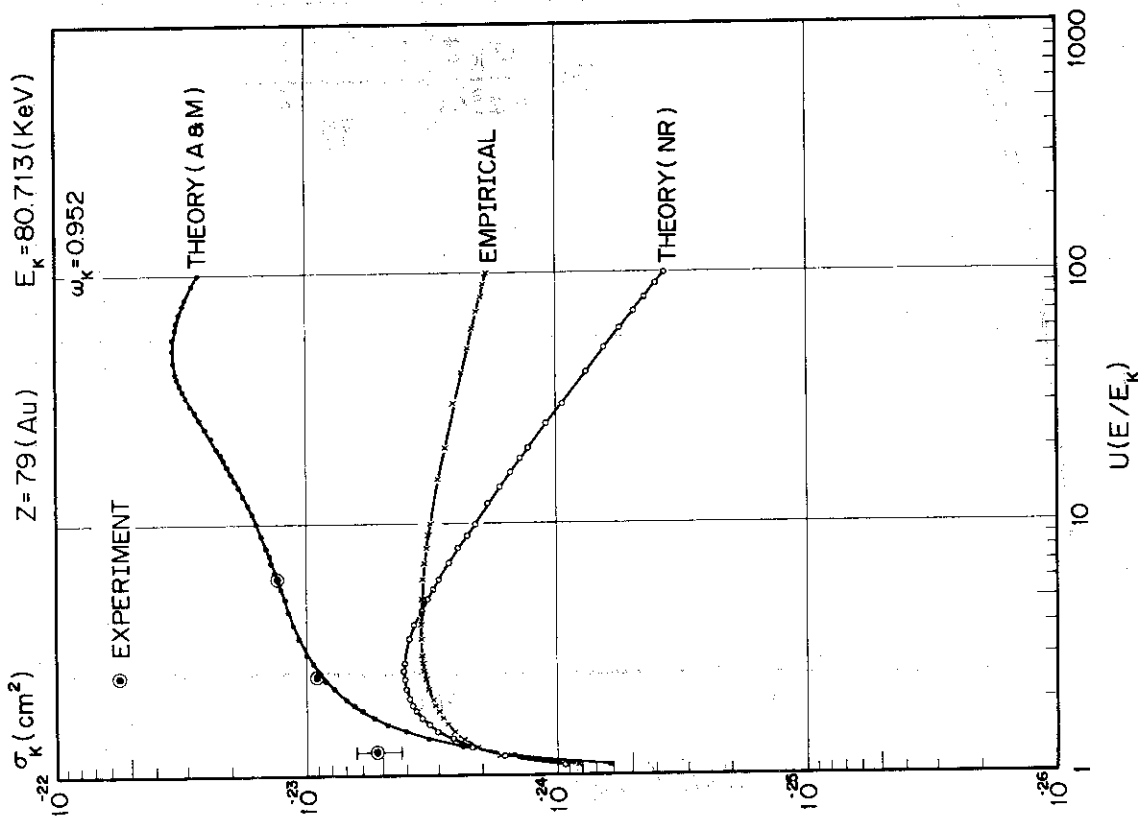
第3-c 図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性
(Mo, Z=42)



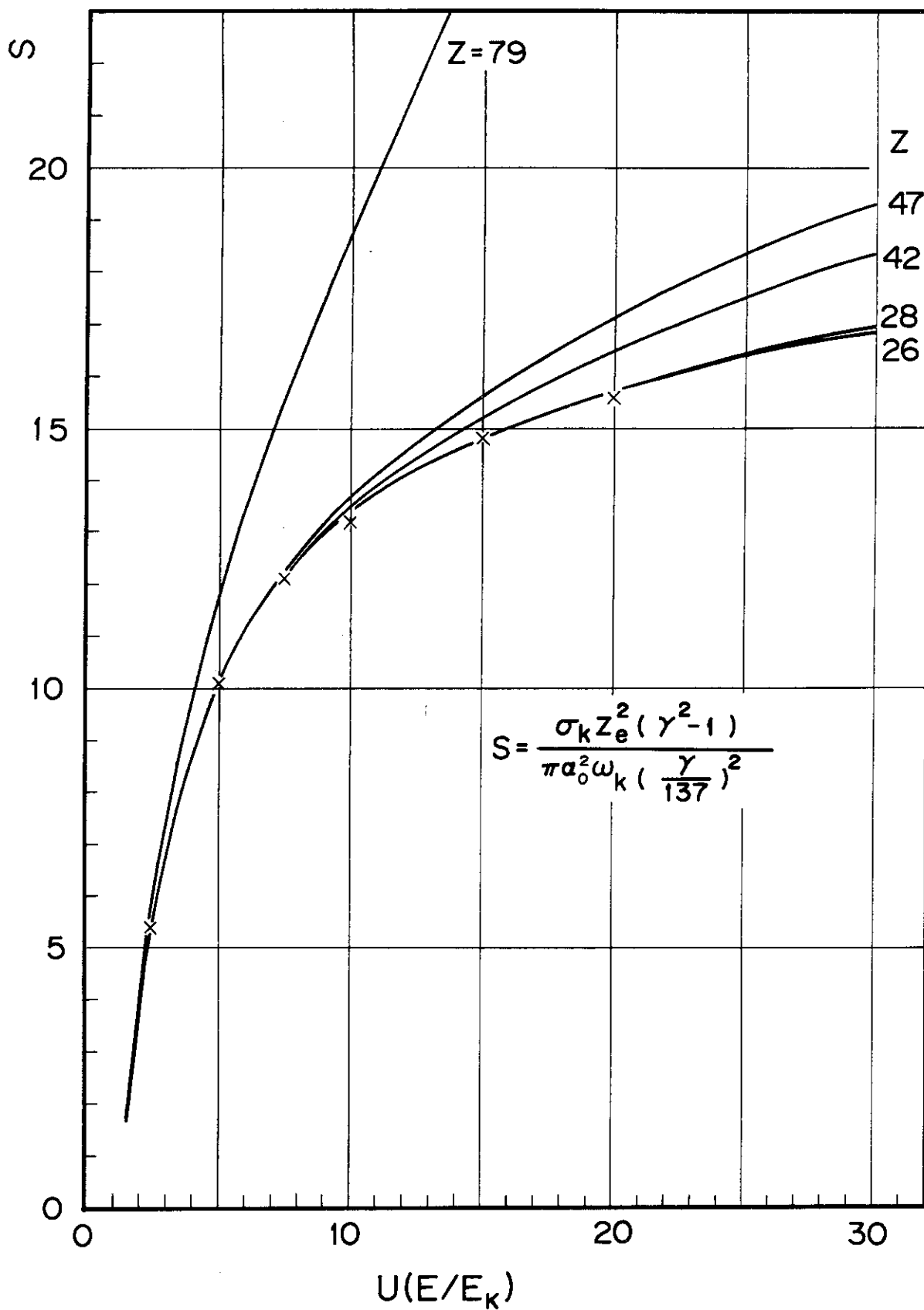
第3-d 図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性
(Ag, Z=47)
実験値はJ.C.Clark¹²⁾による。



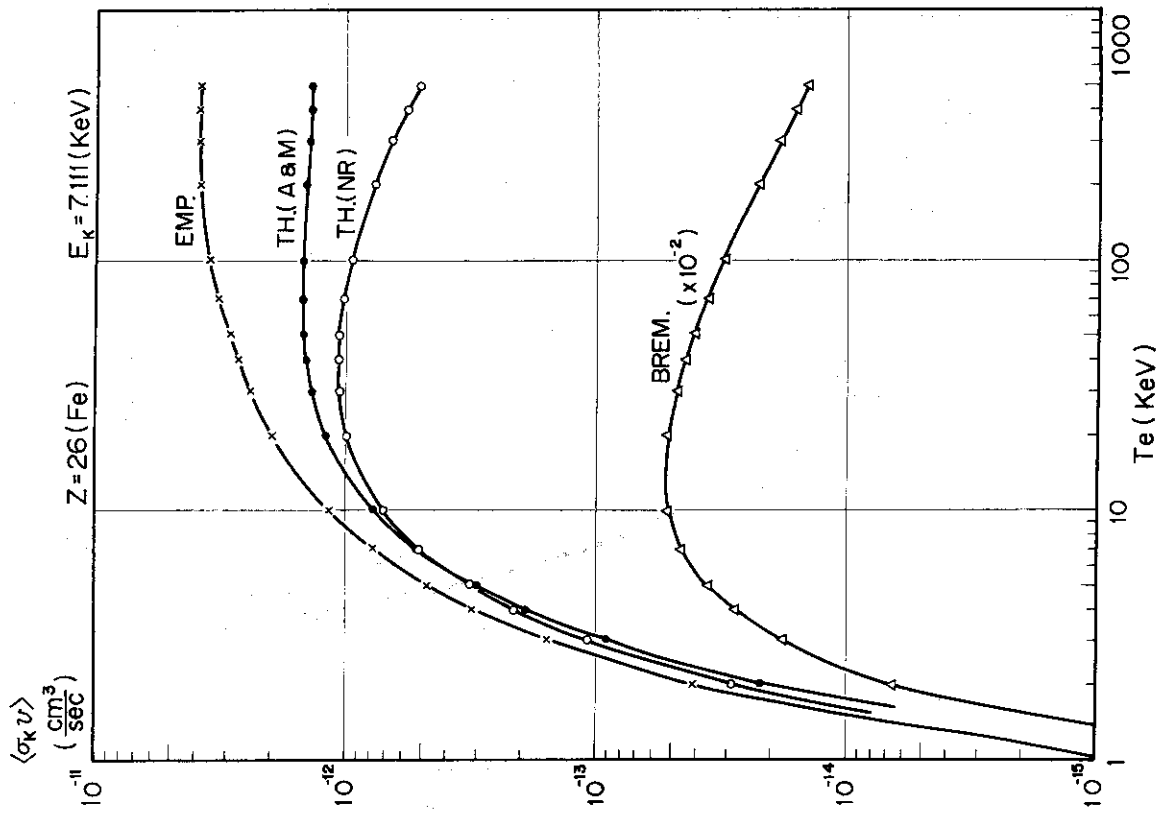
第3-e図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性
(Sn, Z=50)
実験値は J.W.Motz と R.C.Placious¹³⁾ による。



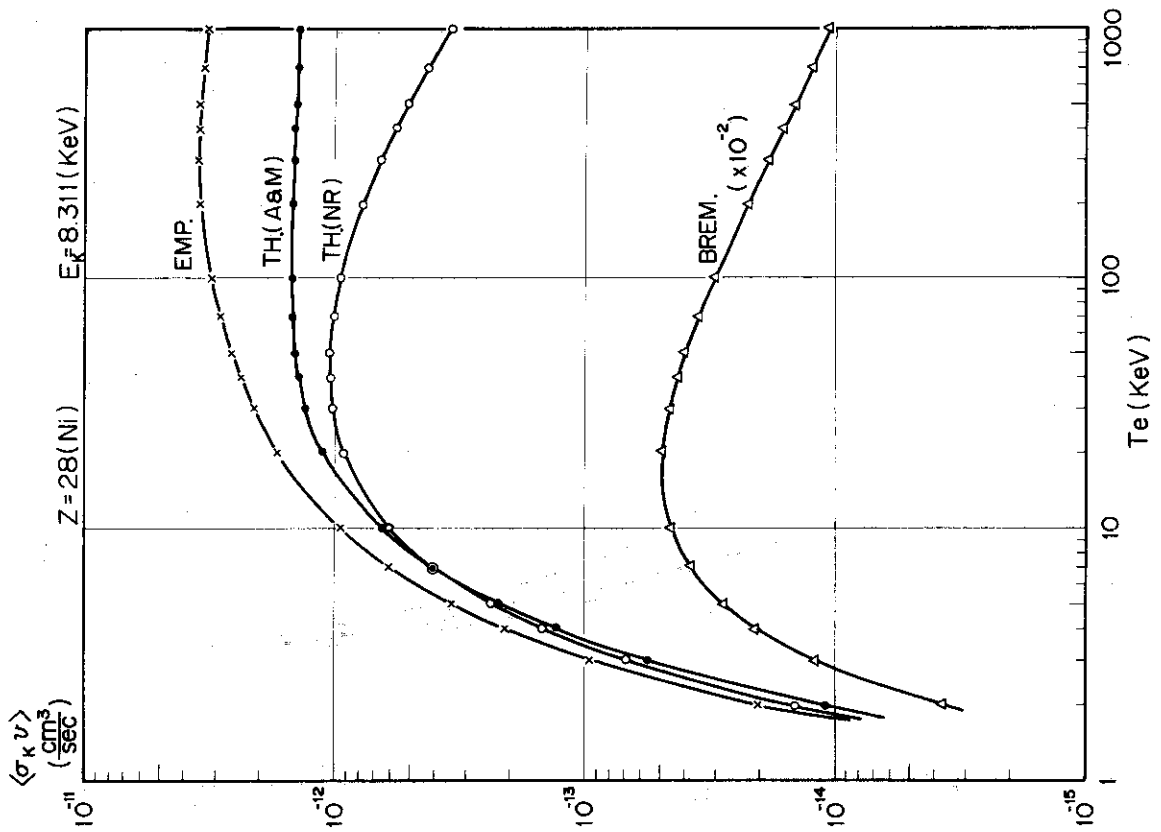
第3-f図 K-X線放射断面積のエネルギー依存性
(Au, Z=79)
実験値は J.W.Motz と R.C.Placious¹³⁾ による。



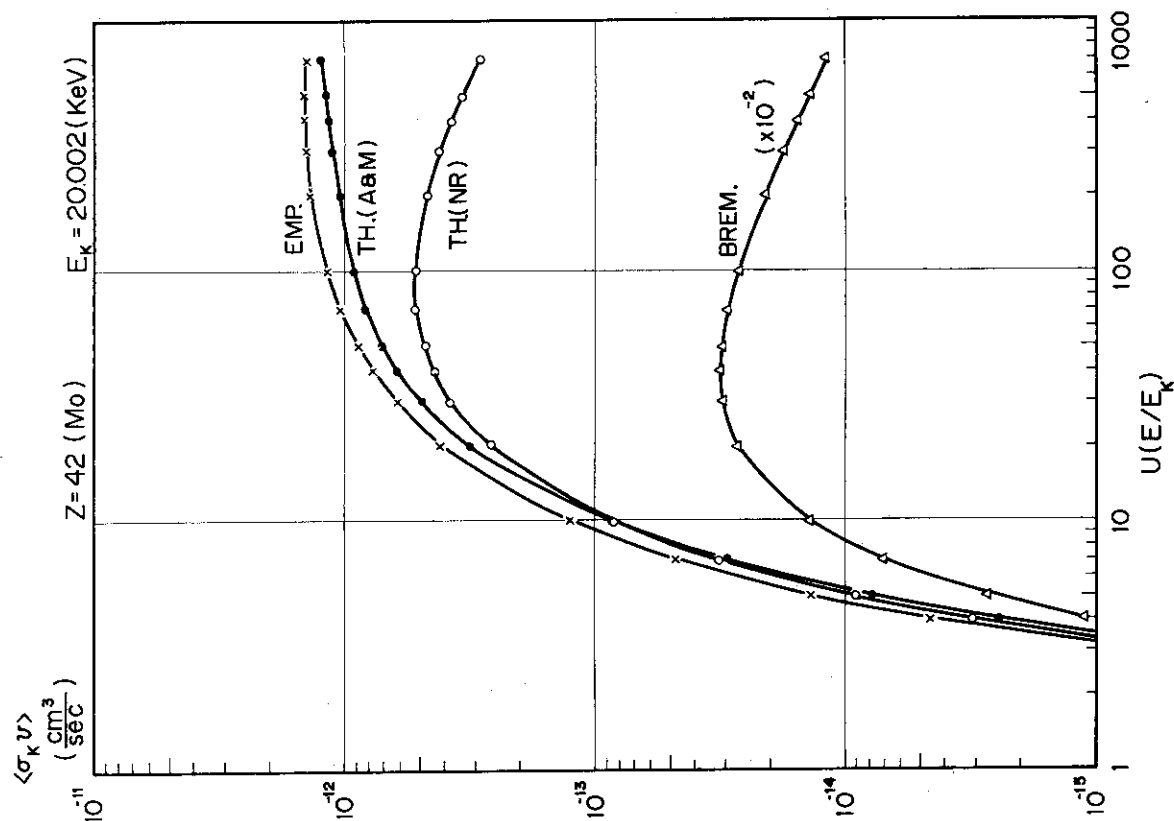
第4図 S値のエネルギー依存性



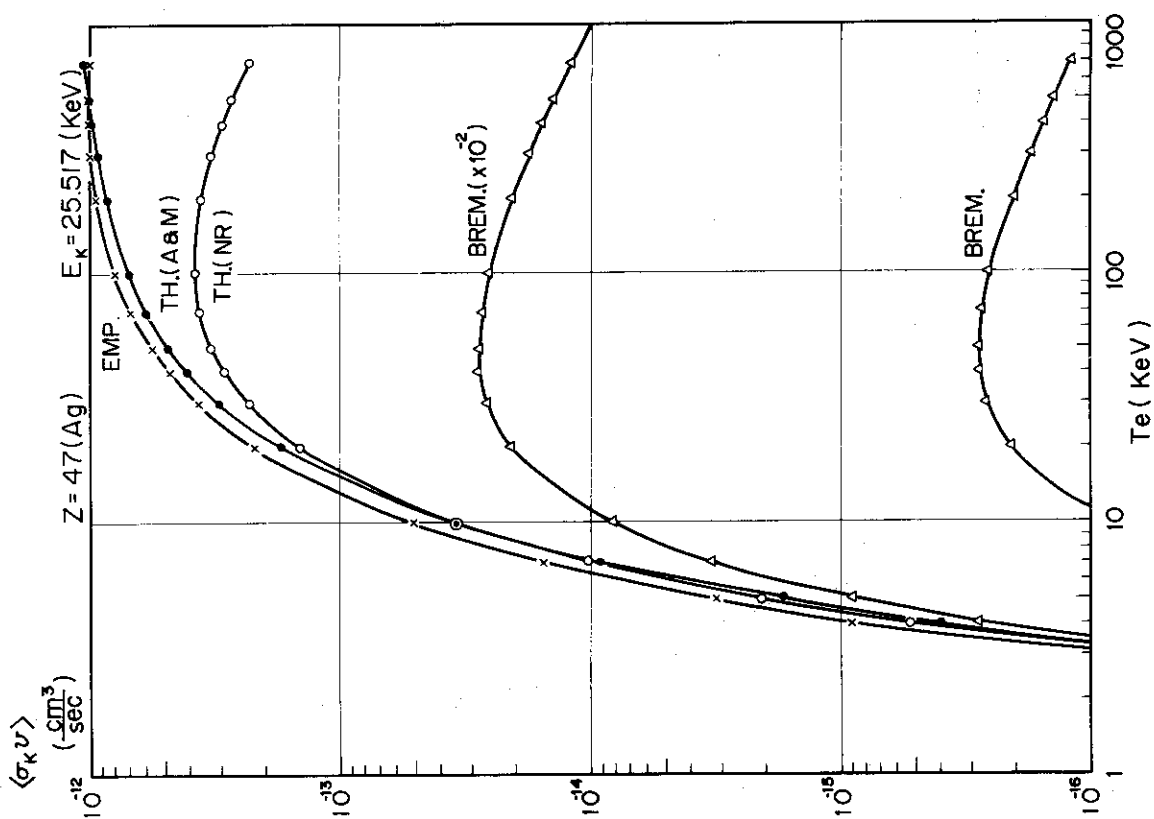
第5-a 図 K-X線放射率とK殻吸収率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Fe, $Z=26$)



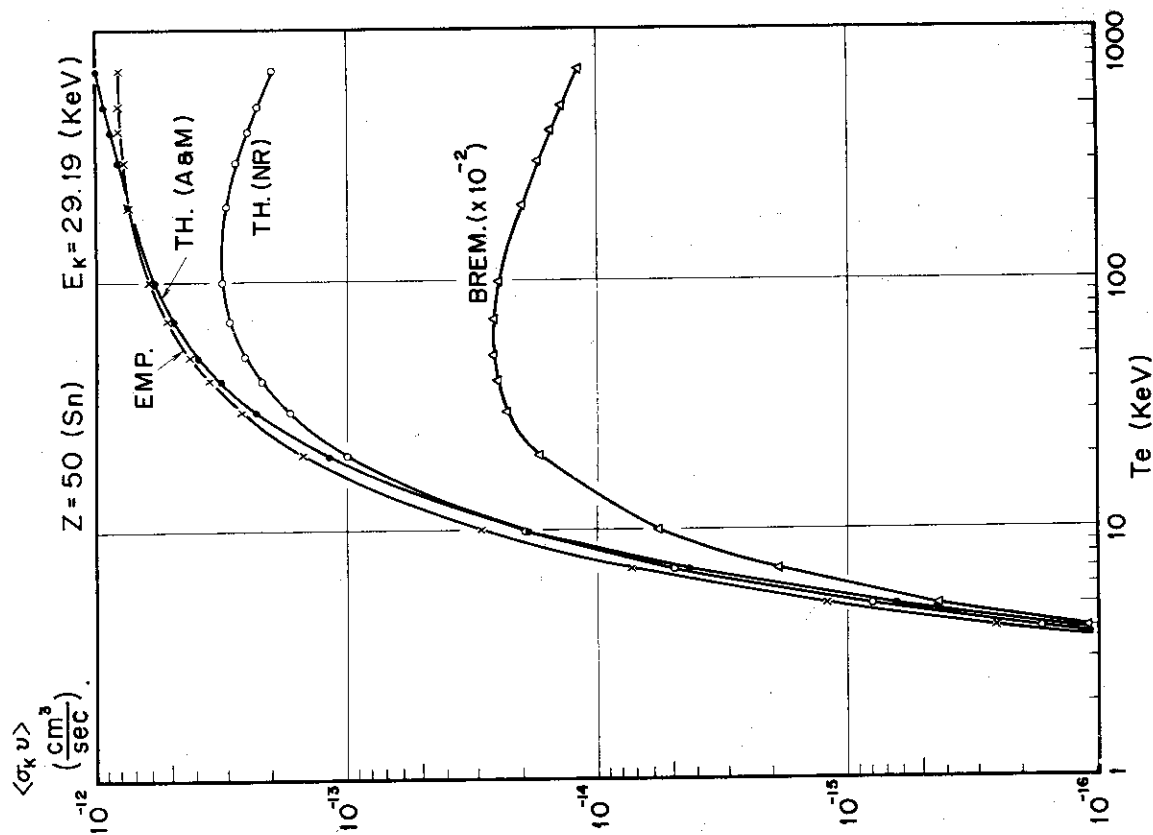
第5-b 図 K-X線放射率とK殻吸収率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Ni, $Z=28$)



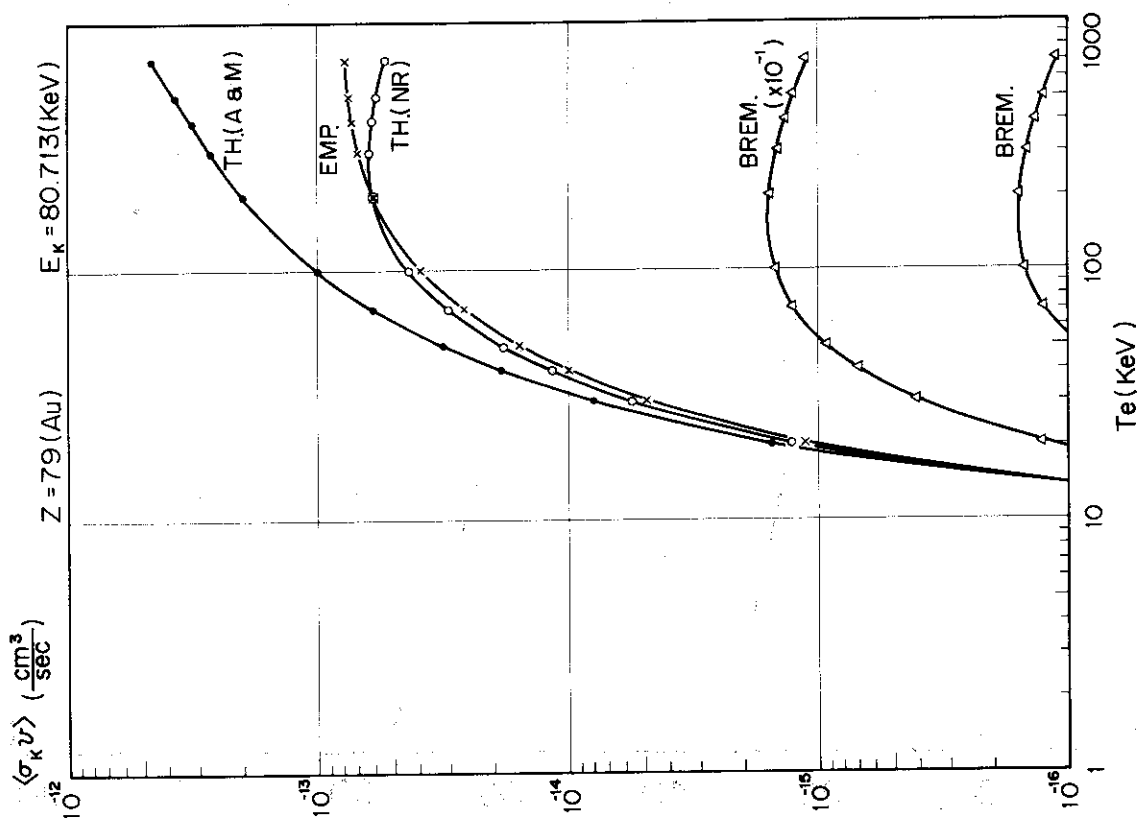
第5-c 図 K-X線放射率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Mo, Z=42)



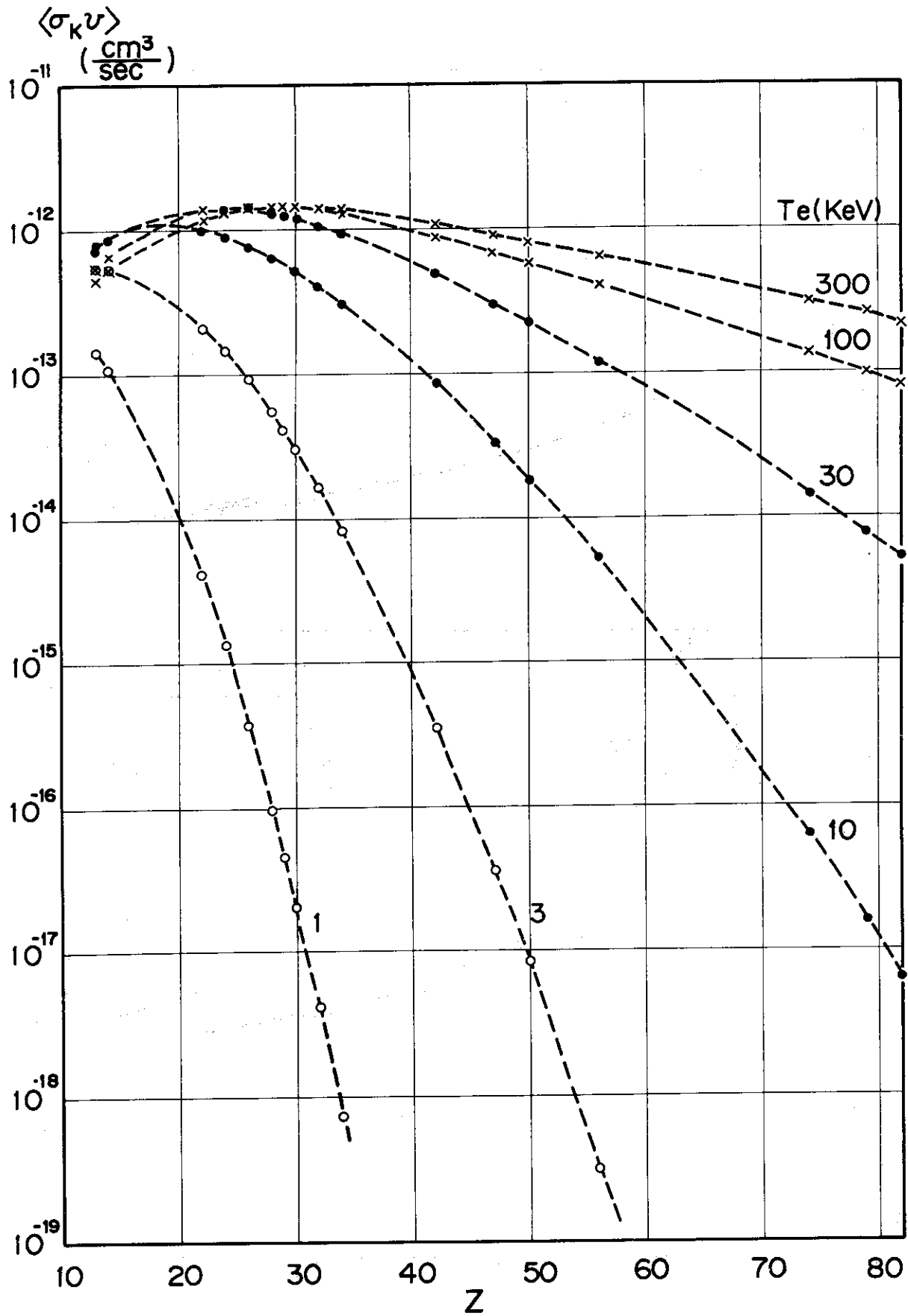
第5-d 図 K-X線放射率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Ag, Z=47)



第5-e 図 K-X線放射率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Sn, Z=50)



第5-f 図 K-X線放射率とK殻吸収端エネルギーでの制動放射率の温度依存性 (Au, Z=79)



第6図 K-X線放射率の原子番号依存性

5. ま と め

本報告に述べた解析により以下の事項が結論できる。

- (1) 軟X線領域スペクトルの絶対測定を半導体検出器を使用して行なえば、電子衝突によるK殻電離により発生するK-X線放出数からK-X線放出断面積を使ってプラズマ中の不純物量を実験的に求めることが可能である。
- (2) K-X線放出断面積 σ_K の計算に3種の方法を検討したが、その内A&M理論がもっとも良く固体ターゲットでの実験値と一致した。
- (3) 適用範囲としては原子番号Zが6から82の範囲を検討し、また衝突電子のエネルギーEが500 keVまでは固体ターゲットの実験と良く一致している。Eが500 keV以上の領域については固体ターゲットの実験と照合をしていないので保証できない。
- (4) 近似計算法としては、低エネルギー領域(約50 keV以下)では非相対論理論が、また高エネルギー領域(約50 keV以上)では経験則的な方法が使用できる。
- (5) K-X線放出率 $\langle\sigma_K\rangle$ と電子温度 T_e の関係を図にまとめた。これを使用してK殻吸収端エネルギー E_K 以上のエネルギー領域の電子に対する電子温度と電子密度が与えられれば、プラズマ中の不純物量を定量できる。

以上述べたようにプラズマ中の不純物定量に本法が使用できることが明らかとなったが、今後さらに詳細に検討すべき事項がいくつか残されているので最後にまとめておく。

- (1) 分布関数として相対論分布関数を使用した場合について検討する。
- (2) L殻電子が電離していくときのK-X線放出断面積の変化を検討する。これにより高電離金属イオンのイオン価別定量がK-X線測定でも精度良く行えるものと思われる。
- (3) X線連続スペクトルより電子温度、電子密度を導出するときには、高エネルギー領域の電子からの放射に空間的かたよりが出ることが考えられるのでその影響を検討する。
- (4) プラズマ中の電子温度、電子密度の空間分布の影響と、不純物の空間分布計測の可能性について検討する。

さらに本法の拡張としてより低いエネルギーの電子により放出されるL-X線を使うために、L-X線放出断面積の計算をすることは不純物定量の精度向上のためにも重要であると思われる。

謝 辞

本解析法について種々の討論・助言をいただいた前田彦祐氏をはじめとするJFT-2aグループ、JFT-2グループ及び計測グループの皆様に感謝します。また有益な助言と指導をいただいた当研究部プラズマ実験研究室田中正俊室長^{*}、当研究部小幡行雄次長及び森茂部長に感謝いたします。

*) 現在は理論解析研究室長

5. ま と め

本報告に述べた解析により以下の事項が結論できる。

- (1) 軟X線領域スペクトルの絶対測定を半導体検出器を使用して行なえば、電子衝突によるK殻電離により発生するK-X線放出数からK-X線放出断面積を使ってプラズマ中の不純物量を実験的に求めることが可能である。
- (2) K-X線放出断面積 σ_K の計算に3種の方法を検討したが、その内A&M理論がもっとも良く固体ターゲットでの実験値と一致した。
- (3) 適用範囲としては原子番号Zが6から82の範囲を検討し、また衝突電子のエネルギーEが500 keVまでは固体ターゲットの実験と良く一致している。Eが500 keV以上の領域については固体ターゲットの実験と照合をしていないので保証できない。
- (4) 近似計算法としては、低エネルギー領域(約50 keV以下)では非相対論理論が、また高エネルギー領域(約50 keV以上)では経験則的な方法が使用できる。
- (5) K-X線放出率 $\langle\sigma_K v\rangle$ と電子温度 T_e の関係を図にまとめた。これを使用してK殻吸収端エネルギー E_K 以上のエネルギー領域の電子に対する電子温度と電子密度が与えられれば、プラズマ中の不純物量を定量できる。

以上述べたようにプラズマ中の不純物定量に本法が使用できることが明らかとなったが、今後さらに詳細に検討すべき事項がいくつか残されているので最後にまとめておく。

- (1) 分布関数として相対論分布関数を使用した場合について検討する。
- (2) L殻電子が電離していくときのK-X線放出断面積の変化を検討する。これにより高電離金属イオンのイオン価別定量がK-X線測定でも精度良く行えるものと思われる。
- (3) X線連続スペクトルより電子温度、電子密度を導出するときには、高エネルギー領域の電子からの放射に空間的かたよりが出ることが考えられるのでその影響を検討する。
- (4) プラズマ中の電子温度、電子密度の空間分布の影響と、不純物の空間分布計測の可能性について検討する。

さらに本法の拡張としてより低いエネルギーの電子により放出されるL-X線を使うために、L-X線放出断面積の計算をすることは不純物定量の精度向上のためにも重要であると思われる。

謝 辞

本解析法について種々の討論・助言をいただいた前田彦祐氏をはじめとするJFT-2aグループ、JFT-2グループ及び計測グループの皆様に感謝します。また有益な助言と指導をいただいた当研究部プラズマ実験研究室田中正俊室長^{*}、当研究部小幡行雄次長及び森茂部長に感謝いたします。

*) 現在は理論解析研究室長

参 考 文 献

- 1) von Goeler S., Stodiek W., Eubank H., Sun Y., Thompson P., and Slusky S.: Princeton Plasma Physics Laboratory Report, MATT-1060 (1974)
- 2) von Goeler S., Stodiek W., Eubank H., Fishman H., Grebenshchikov S., and Hinnov E.: Nuclear Fusion, 15, 301 (1975)
- 3) House L.L.: The Astrophys. J., Suppl., 18, 21 (1969)
- 4) Lie T.N. and Elton R.C.: Phys. Rev. A, 3, 865 (1971)
- 5) Kumagai K., Matoba T., Funahashi A., and Kawakami T.: Japan J. Appl. Phys., 16, 871 (1977)
- 6) Green M.: "X-ray Optics and X-ray Microanalysis" (Pattee H.H., Cosslett V.E., and Arne Engström, eds.), Academic Press, London and New York, 185 (1963)
- 7) Worthington C.R. and Tomlin S.G.: Proc. Phys. Soc., 69, 401 (1956)
- 8) Archard G.D. and Mulvey T.: "X-ray Optics and X-ray Microanalysis" (Pattee H.H., Cosslett V.E., and Arne Engström, eds.), Academic Press, London and New York, 393 (1963)
- 9) Wapstra A.H., Nijgh G.I., and Van Lieshout R.: "Nuclear Spectroscopy Tables", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 82 (1959)
- 10) Arthurs A.M. and Moiseiwitsch B.L.: Proc. Roy. Soc., A247, 550 (1958)
- 11) Pockman L.T., Webster D.L., Kirkpatrick P., and Harworth K.: Phys. Rev., 71, 330 (1947)
- 12) Clark J.C.: Phys. Rev., 48, 30 (1935)
- 13) Motz J.W. and Flacious R.C.: Phys. Rev., 136, A662 (1964)