

JAERI-M

7723

核融合実験炉および動力炉における3.52MeV
アルファ粒子の閉じ込めと加熱分布の検討

1978年8月

三野 薫^{*}・東 横 達 三

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

核融合実験炉および動力炉における 3.52 MeV
アルファ粒子の閉じ込めと加熱分布の検討
(付. 数値解析プログラム "ALPHA" のマニュアル)

日本原子力研究所東海研究所核融合研究部

三野 薫^{*}・東稔達三

(1978年5月25日受理)

核融合実験炉 (JXFR) および動力炉 (JDFR) のプラズマにおいて、D-T 反応で生じる 3.52 MeV のアルファ粒子の 2 次元空間での閉じ込め、損失および加熱分布をドリフト運動方程式を用いて数値解析を行なった。プラズマ電流密度、イオン温度、プラズマ密度に対して種々の空間分布を仮定し、それらの相違が結果に及ぼすところの影響を調べた。アルファ粒子の生成量に対する損失量の比は、プラズマ境界で最も大きくなり、空間分布がよりピークになっている方が、全損失比はより小さくなる。アルファ粒子損失によって生じる運動量増加が評価され、プラズマに及ぼすその影響を論じた。本研究のために開発した数値解析プログラム (ALPHA) のマニュアルを附録に与えている。

^{*}) 特別研究生 (東京工業大学、博士課程)

Confinement and Energy Deposition Rate of 3.52 MeV
Alpha Particles in JAERI Experimental Fusion Reactor and
Demonstration Fusion Reactor Plasmas

Kaoru MINO* and Tatsuzo TONE

Division of Thermonuclear Fusion Research,
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received May 25, 1978)

Two-dimensional confinement, loss and energy deposition rate of 3.52 MeV alpha particles produced in D-T reaction were studied for JAERI Experimental Fusion Reactor(JXFR) and Demonstration Fusion Reactor(JDFR) plasmas, using the drift kinetic equation of alpha particles. The effects of spatial distributions of plasma current, ion temperature and plasma density were examined; these changes have large influence on the results. The loss rate of alpha particles to the source quantity is larger in the outer region of plasma than in the inner region. The more peaked the distribution, the smaller becomes the total loss rate. The momentum increase caused by alpha particle loss was estimated. In the appendix is given a manual on the computer program(ALPHA) developed for the research.

Keywords: Alpha Heating, Confinement, Drift Equation, Energy Deposition, JXFR, JDFR, Momentum Increase, Resistivity, Spatial Distribution, Tokamak

*Department of Physical Engineering, Tokyo Institute of Technology,
Tokyo

目 次

1. 序 論	1
2. 基礎方程式	2
3. 実験炉 (JXFR) および動力炉 (JDFR) プラズマに対する解析	6
3.1 アルファ粒子軌道とバウンス時間	6
3.2 アルファ粒子の平均損失比 $\langle F_L \rangle$	8
3.3 アルファ粒子の速度分布関数 f	9
3.4 アルファ粒子加熱分布	11
3.5 プラズマ表面でのアルファ粒子密度フラックスおよび全粒子損失比	15
3.6 運動量増加	17
4. 結 論	20
謝 辞	20
文 献	21
記 号 表	22
附 錄 A	24
附 錄 B	28

CONTENTS

1. Introduction	1
2. Basic equation	2
3. Analyses for Experimental Fusion Reactor (JXFR) and Demonstration Fusion Reactor (JDFR) plasmas	6
3.1 Alpha particle orbit and bounce time	6
3.2 Average loss rate $\langle F_L \rangle$ of alpha particles	8
3.3 Velocity distribution function of alpha particle f	9
3.4 Alpha particle energy deposition rate	11
3.5 Alpha particle flux at plasma surface and total loss rate ..	15
3.6 Momentum Increase	17
4. Conclusion	20
Acknowledgement	20
References	21
List of symbols	22
Appendix A	24
Appendix B	28

1. 序論

原研で現在設計を進めているトカマク型核融合実験炉（JXFR）および動力炉（JDFR）^{1),2)} プラズマにおいて、D-T融合反応により生じる高速アルファ粒子（3.52 MeV）の振舞いをドリフト運動方程式に基づいて解析を行なった。本研究の目的のために、数値解析プログラム ALPHA の開発を行なった。

3.52MeVアルファ粒子の振舞いは、これまで数多くの著者によって種々の方法で研究され、議論されている。^{4),5),6)} 我々は、プラズマ電流密度、イオン温度、数密度の種々の空間分布を仮定し、2次元実空間におけるアルファ粒子の速度分布関数より閉じ込め、損失、加熱分布の解析を行なった。また、運動量の非等方性に伴う遠心力、電流、プラズマへの運動量輸送の評価を行なった。アルファ粒子の案内中心の運動は、トロイダル磁場勾配と曲率によるドリフト運動と、磁力線に沿った運動から成るとしている。

2. 基 础 方 程 式

Fig. 1 で示されるような準トロイダル座標系 (r, θ, ϕ) を用いる。プラズマの大半径は R_0 、小半径 a 、トロイダル磁場 \mathbf{B}_ϕ 、ポロイダル磁場 \mathbf{B}_θ 、トロイダル電流密度 j_ϕ で表わす。アルファ粒子の減速時間より十分短い時間スケールでは、粒子の運動エネルギーは保存される。また、磁場の空間的变化の特徴的長さ R_0 に比して、アルファ粒子のラーマー半径 ρ_α は十分小さいので断熱不变量 μ は保存されると考えてよい。そこで、アルファ粒子の運動は、ドリフト近似による案内中心の運動によって記述される。その運動は、磁場 \mathbf{B} に平行な速度成分 v_{\parallel} と垂直なドリフト速度成分 v_d からなる。粒子の案内中心の軌道は、トロイダル軸対称プラズマを仮定しているので、Fig. 1 に示されるように (x, y) 面に投影されて、2次元として取り扱われる。ドリフト運動の主なものは、トロイダル磁場勾配と曲率によるものである。そして、その速度 v_d は、次式に示される速度成分によって表わされる。^{7), 8)}

$$\mathbf{v}_d = (v_{dx}, v_{dy}) = (0, \frac{m}{ZeBR} (v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2})) . \quad (1)$$

ここで、 m 、 Z 、 e はそれぞれアルファ粒子の質量、荷電数、電子の電荷、 R はトロイダル軸から粒子の案内中心までの距離、 v_{\perp} は粒子のラーマ運動の磁場に垂直な速度の大きさを表わす。解析には、MKSA 単位系を用いている。したがって、アルファ粒子の案内中心の運動方程式は、

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{\frac{m}{ZeBR} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2} \right) + v_{\parallel} \frac{B_{\theta y}}{B_{\phi}}}{v_{\parallel} \frac{B_{\theta x}}{B_{\phi}}} . \quad (2)$$

で与えられる。 t は時間を表わす。磁場 \mathbf{B} は

$$\mathbf{B} = (B_r, B_\theta, B_\phi) = (0, \beta(r) \frac{R_0}{R}, B_{\phi 0} \frac{R_0}{R}) , \quad (3)$$

で表わされる。⁹⁾ $B_{\phi 0}$ は R_0 におけるトロイダル磁場の大きさを示す。トロイダル電流 j_ϕ は r/R のゼロ次において、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \beta(r)) = \mu_0 j_\phi(r) , \quad (4)$$

を満す。ここで μ_0 は真空中の透磁率である。磁場 B は、 $(B_\theta/B_\phi)^2 \ll 1$ なる関係を満している時、近似的に、

$$B \approx B_\phi ,$$

となる。次に断熱不变量 μ 、ラーマー運動の磁場に対するピッチアングルを定義する。

$$\mu \equiv \frac{mv_{\perp}^2}{2B_\phi} , \quad \cos \chi \equiv \left| \frac{v_{\parallel}}{v} \right| , \quad (0 \leq \chi \leq \frac{\pi}{2}) .$$

粒子の磁力線方向の速度の大きさ v_{\parallel} は、エネルギー ϵ と断熱不变量 μ を用いて、

$$v_{\parallel} = \pm \sqrt{\frac{2}{m} (\epsilon - \mu B_{\phi})} = S v \cos \chi, \quad (S=\pm 1), \quad (5)$$

と与えられる。 $S=1$ は $v_{\parallel} \cdot j_{\phi} < 0$, $S=-1$ は $v_{\parallel} \cdot j_{\phi} \geq 0$ の場合を示す。 μ , ϵ は保存されるので、 R_B 点で μ_B , ϵ_B を持つ粒子の R 点における v_{\parallel} は、

$$v_{\parallel} = S v \sqrt{1 - \frac{R_B}{R} \sin^2 \chi_B}, \quad (6)$$

と表わされる。 χ_B は R_B 点におけるピッチアングルを示す。各変数を、

$$\zeta = \frac{r}{a}, \quad X = \frac{x}{a}, \quad Y = \frac{y}{a}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad (7)$$

$$\left(t_0 = \frac{2 B_{\phi 0}}{v \mu_0 j_c} \right), \quad J = \frac{j_{\phi}}{j_c}, \quad V_X = \frac{v_x t_0}{a}, \quad V_Y = \frac{v_y t_0}{a},$$

によって無次元化を行なう。サフィックス c は磁気軸での値を示す。式(7)で定義された無次元量を用いて式(2)を表わすと、

$$\begin{aligned} \frac{dY}{d\tau} &= \frac{D \cdot \frac{A+2X-X_T}{A+X} - S \sqrt{\frac{X-X_T}{A+X}} \cdot X \cdot P(\zeta)}{S \cdot \sqrt{\frac{X-X_T}{A+X}} \cdot Y \cdot P(\zeta)}, \\ P(\zeta) &= \frac{1}{\zeta^2} \int_0^{\zeta} J(\zeta') d\zeta'^2, \end{aligned} \quad (8)$$

$$X_T = A \left(\frac{\mu}{\epsilon} B_{\phi 0} - 1 \right)$$

となる。そして A , D は、

$$A = \frac{R_0}{a},$$

$$D = \frac{\pi m v P(1)}{Z e \mu_0 A I},$$

である。 I は全電流の大きさを示す。式(8)において、 $X=X_T$ なる閉じない軌道が考えられるがトロイダル方向の運動量保存の仮定より、解析ではそれを除いている。また、式(8)は積分形で表わされ、 (X_B, Y_B) 点での条件を与えることによって、

$$\begin{aligned} Q(\zeta) - 4 S D \sqrt{(X-X_T)(X+A)} &= Q(\zeta_B) - 4 S_B D |X_B+A| \cos \chi_B, \\ Q(\zeta) &= \int_0^{\zeta} P(\zeta') d\zeta'^2, \\ X_T &= X_B - (X_B+A) \cos^2 \chi_B, \end{aligned} \quad (9)$$

となる。式(9)はトロイダル方向の運動量の保存を表わす。粒子の軌道は、 χ_B の変化にともない変化するが、その中で、 $\zeta \geq 1$ なる場合はプラズマの外に損失するとして取り扱う。点 (X_B, Y_B) で発生したアルファ粒子は、 χ 空間では等方的であるとすると、損失量の発生量に対する比は、

$$F_L(\zeta_B, \theta_B) = \frac{1}{2} \int_{\chi_{B1}}^{\chi_{B2}} \sin \chi'_B d\chi'_B , \quad (10)$$

で与えられる。区間 $[\chi_{B1}, \chi_{B2}]$ に発生した粒子はプラズマの外に損失される。軌道を粒子が1周する時間 t_b (バウンス時間) は次式より求められる。

$$t_b = \oint dt = \oint \frac{d\ell}{v_\ell} = t_0 \oint \frac{dL}{V_\ell} = t_0 \oint \frac{dX}{V_X} , \quad (11)$$

$$(\ell = \sqrt{x^2 + y^2}, v_\ell = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, L = \frac{\ell}{a}, V_\ell = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2}).$$

積分は軌道に沿って行なわれる (附録A 参照)。電子密度 n_e が 10^{20} (m^{-3})、電子温度 T_e が 10 (keV) では、アルファ粒子の減速時間 t_s ^{(10), (11)} は 350 (m sec) 程度である。また、バウンス時間は近似的に、⁽¹¹⁾

$$t_b \approx 4 \cdot \left(\frac{Am}{\mu B} \right)^{1/2} R_0 q \frac{K\left(\frac{1}{\kappa}\right)}{\kappa} , \quad (12)$$

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon - \mu B_{\phi 0} (1 - A^{-1})}{2 \mu B_{\phi 0}} \cdot A ,$$

で表わされる。 K は第1種完全楕円積分関数である。ここで、 $R_0 = 10$ (m)、 $A = 4$ 、 $q = 3$ 、
 $\cos \chi = 0.7$ とすると、 t_b は 29.6 (μ sec) となり、 t_s に比較して十分短かい。

アルファ粒子の速度分布関数 f はドリフト運動方程式、

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r} \cdot \nabla f = S_\alpha , \quad (13)$$

によって記述される。 \dot{r} は粒子の案内中心の速度であり、 S_α は単位時間、単位立体角当たりのアルファ粒子の生成量を示す。式(13)において S_α が、

$$S_\alpha = S_0(t, r) H(t) , \quad (14)$$

で表わされるとする。ここで $H(t)$ は、ヘビサイドのステップ関数である。すると、式(13)より f は、

$$f = \int_0^t S_0(t', r') dt' , \quad (15)$$

となる。積分は粒子の軌道にそって行なわれる。したがって式(15)は、 S_0 が時間的に一定であるとすると、

$$f = \int_{t-t_b}^t S_0 dt' + \int_{t-2t_b}^{t-t_b} + \dots + \int_0^{t-t_b} [t/t_b] S_0 dt' \\ = \left[\frac{t}{t_b} \right] \int_0^{t_b} S_0 dt' + \int_0^{t-t_b} [t/t_b] S_0 dt' , \quad (16)$$

となる。〔・〕はガウス記号である。プラズマの外に損失されない粒子の速度分布関数を f_a とすると、 $t_s/t_b \gg [t/t_b] \gg 1$ の場合、式(16)の第2項は第1項に比較して十分小さく、式(16)より f_a は、

$$f_a = \frac{t}{t_b} \int_0^{t_b} S_0 dt' , \quad (17)$$

となる。プラズマ外に出る粒子に関する速度分布関数を f_b とすると、 $t \leq t_b$ なる t に対して、 f_b は、

$$f_b = \int_0^t S_0 dt' , \quad (18)$$

で表わされる。また便宜のために、 $S = \pm 1$ の符号について速度分布関数を次のように表わしておく。

$$f = f^+(S=1) + f^-(S=-1) . \quad (19)$$

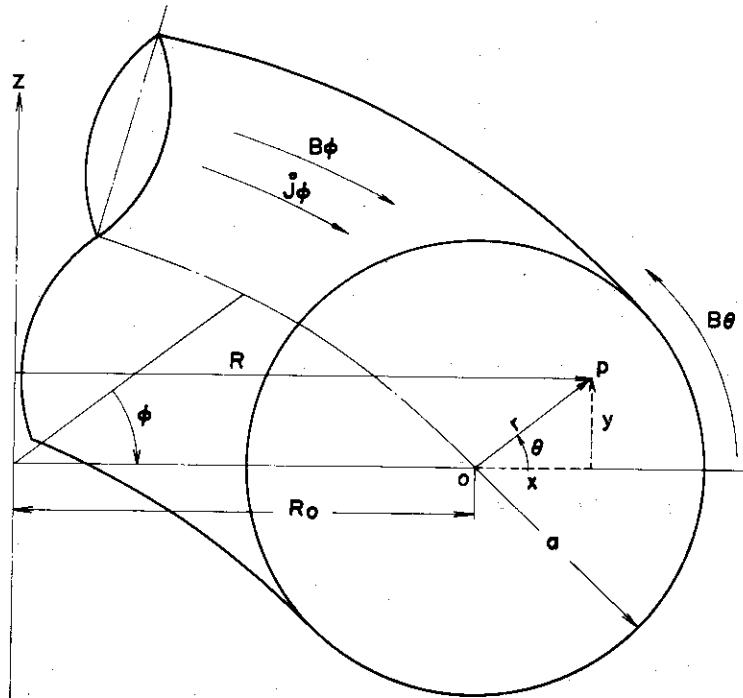


Fig. 1 Configuration of a tokamak plasma.

3. 実験炉(J X F R)および動力炉(J D F R)プラズマに対する解析

基礎方程式をもとにして、Table 1に示す炉心プラズマパラメーター、(A)実験炉(J X F R)、(B)実用炉(J D F R)について粒子軌道、バウンス時間、損失比、速度分布関数 f を求める。Table 1に示された<< >>はプラズマに関する諸量の平均値を示す。 n 、 T はD-Tイオン密度、温度であり、サフィックス a はプラズマ境界での値を示す。 I 、 A 、 V 、 S 、 S_w は、それぞれ全トロイダルプラズマ電流、アスペクト比、体積、表面積、第1壁の表面積を示す。速度分布関数 f より、速度空間におけるモーメント平均をとることによって、単位時間当たりのアルファ粒子加熱分布 \dot{H}_α 、磁力線方向の運動量増加量 \dot{M}_α 、プラズマ表面での粒子密度フラックス I_α を以下に求める。

Table 1 Reference Values of Plasma Parameters.

Case Plasma Parameter	Case A JXFR	Case B JDFR
<<n>>(m ⁻³)	10 ²⁰	10 ²⁰
<<T>>(keV)	7	15
T _a (keV)	0.01	0.01
n _a (m ⁻³)	10 ¹⁹	10 ¹⁹
I (MA)	4	10.4
A	4.5	3.89
V (m ³)	300	1540
S (m ²)	400	1119
S _w (m ²)	467	1243
a (m)	1.5	2.7

3.1 アルファ粒子軌道とバウンス時間

式(8)において、 $J(\zeta) = \text{一定}$ の場合は簡単に積分できて、それは、

$$\zeta^2 - 4SD\sqrt{(X-X_B)(X+A)} = \zeta_B^2 - 4S_B D |X_B + A| \cos \chi_B, \quad (20)$$

となる。数値解析プログラム(附録B参照)では、独立変数 τ に対してルンゲ・クッタ・ジル法により X 、 Y の値を求めている。 $I = 4$ 、 $A = 4.5$ 、差分巾 $\Delta\tau = 0.1$ の場合、数値計算値と式(20)より求められる値との相対誤差の最大値は、 10^{-2} 程度となり、それらはよく一致している。

(A) (JXFR)において電流密度 J が $J(\zeta) = 1 - \zeta^2$ で与えられる場合について、数値計算された粒子軌道を Fig. 2 に示す。Fig. 2 は、点 $(X_B, Y_B) = (0.5, 0.0)$ を通る粒子の軌道を示しており、図中の(a)～(k)は、それぞれ Table 2 で示される速度空間座標 $\cos \chi_B$ に対応している。Fig. 2 において、 $S = 1$ の場合、(f)～(k) の軌道は互いに接近しているので区別するのが困難ではあるが、外側が(k)の場合を示す。(b)と(c)は捕足粒子の軌道である。 $S = -1$ の場合は、外側が(f)の場合を示し、内側が(k)の場合を示す。(b), (c), (d) が捕足粒子軌道である。バウンス時間 τ_b を $\cos \chi_B$ に対して示すと図 3 のようになる。 $\frac{\tau_b}{2\pi} = 1$ は、 $t_b = 4.1$ (μ sec) に対応する。ただし、プラズマ表面での安全因子 q を 2.5 とした。

Table 2 Alpha Orbit Pitch Angle Values Used for Numerical Calculations.

Case Angle \ Angle	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
COSχ _B	0.0	0.156	0.309	0.454	0.588	0.707	0.809	0.891	0.951	0.988	1.0

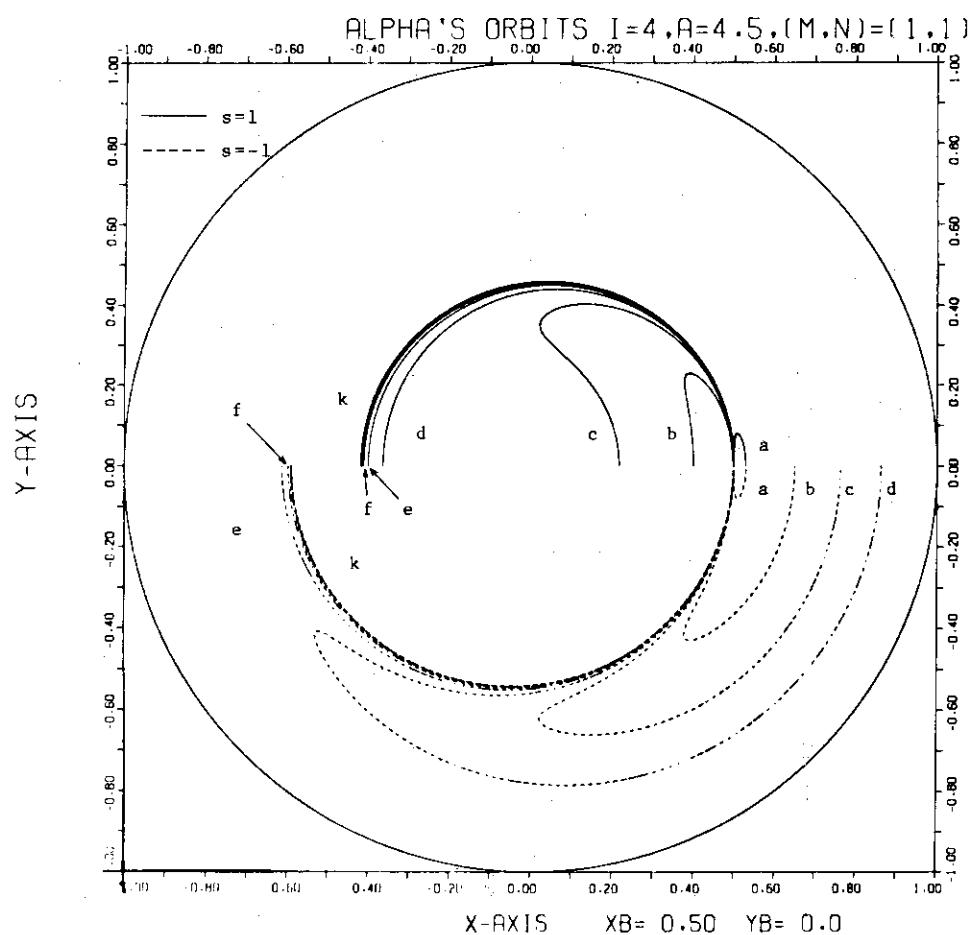


Fig. 2 Alpha particle orbits passing at the point $(X_B, Y_B) = (0.5, 0)$, in the case of $I=4$, $A=4.5$ and $J(\zeta) = 1 - \zeta^2$. Costreaming and counter-streaming particles correspond to $S=-1$ and $S=1$, respectively.

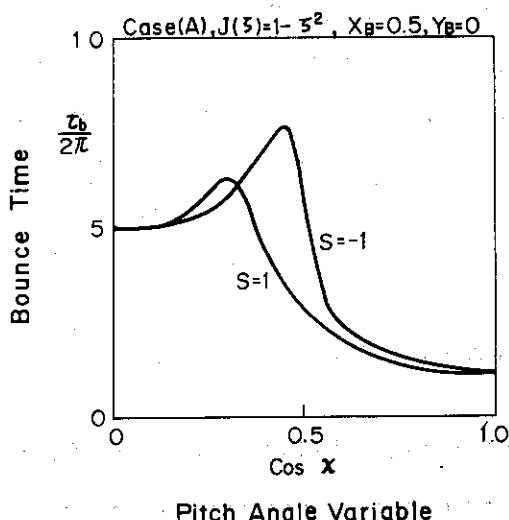


Fig. 3 Bounce time of alpha particles passing at the point $(X_B, Y_B) = (0.5, 0)$, in the case of $I=4, A=4.5$ and $J(\zeta) = 1 - \zeta^2$. Costreaming and counterstreaming particles correspond to $S=-1$ and $S=1$, respectively.

3.2 平均損失比 $\langle F_L \rangle$

式10より表わされる損失比 F_L を θ 方向で平均したものを $\langle F_L \rangle$ とする。 F_L は電流密度の空間分布によって異ってくるので、その違いを調べるために電流密度分布を、

$$J(\zeta) = (1 - \zeta^{2m_1})^{n_1}, \quad (21)$$

で与える。(A)において、(Aa) $(m_1, n_1) = (1, 0)$, (Ab) $(1, 1)$, (Ac) $(1, 2)$ の場合について、求められた $\langle F_L \rangle$ を Fig. 4 に示す。 (Ac) の場合の損失比が他の場合に比べて小さくなる。また、いづれの場合も $\zeta = 1$ では、 $\langle F_L \rangle = 1$ となる。したがって、アルファ粒子生成量が等しい時、電流密度分布がプラズマ中心でよりピークになっている場合の方が全損失量は小さくなることがわかる。⁴⁾

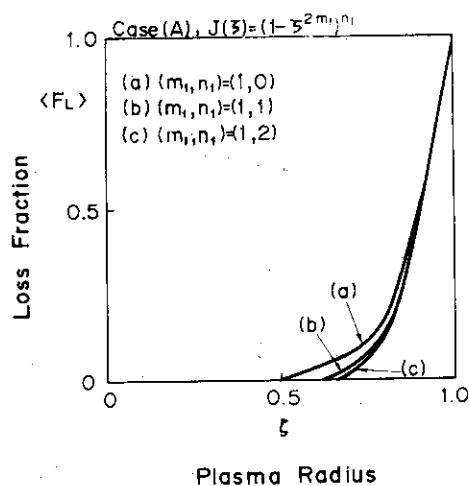


Fig. 4 Loss fraction of alpha particles for JXFR.

3.3 速度分布関数 f

速度分布関数は、式(17), (18)より求められる。アルファ粒子源 S_0 は、

$$S_0 = \frac{n^2}{16\pi} \langle \sigma v \rangle = \frac{S_c}{4\pi} g(\zeta), \quad (22)$$

$$g(0)=1$$

によって与えられる。ここで S_c は、 $\zeta=0$ における単位時間当たりのアルファ粒子の生成量である。¹⁴⁾ 重水素、三重水素イオンの密度は等しいとしている。核反応率 $\langle \sigma v \rangle$ はイオン温度 T の関数で与えられ、それを Fig. 5 に示す。したがって、数密度 n 、温度 T を定めると式(22)よりアルファ粒子源の大きさは求められる。そこで、数密度、温度が次のような空間分布をしているとする。

$$T(\zeta) = (T_c - T_a) (1 - \zeta^{2m_2})^{n_2} + T_a, \quad (23a)$$

$$n(\zeta) = (n_c - n_a) (1 - \zeta^{2m_3})^{n_3} + n_a. \quad (23b)$$

サフィックス c は中心での値を示す。式(17), (18)を無次元量を用いて表わすと、それぞれ、

$$h_a = \frac{4\pi f_a}{S_c t} = \frac{1}{\tau_b} \int d\tau g(\zeta), \quad (24a)$$

$$h_b = \frac{4\pi f_b}{S_c t_0} = \int d\tau g(\zeta), \quad (24b)$$

となる。(A)において、 $(m_1, n_1) = (1, 1)$, $(m_2, n_2) = (1, \frac{2}{3})$, $(m_3, n_3) = (1, 0)$ の場合を Case Aba とする。Case Aba について式 (24a) より求められた結果を Fig. 6 に示す。Fig. 6 より、損失しない領域でもドリフト運動及び、 $g(\zeta)$ の非一様性により、速度分布関数の非等方性が現われることがわかる。

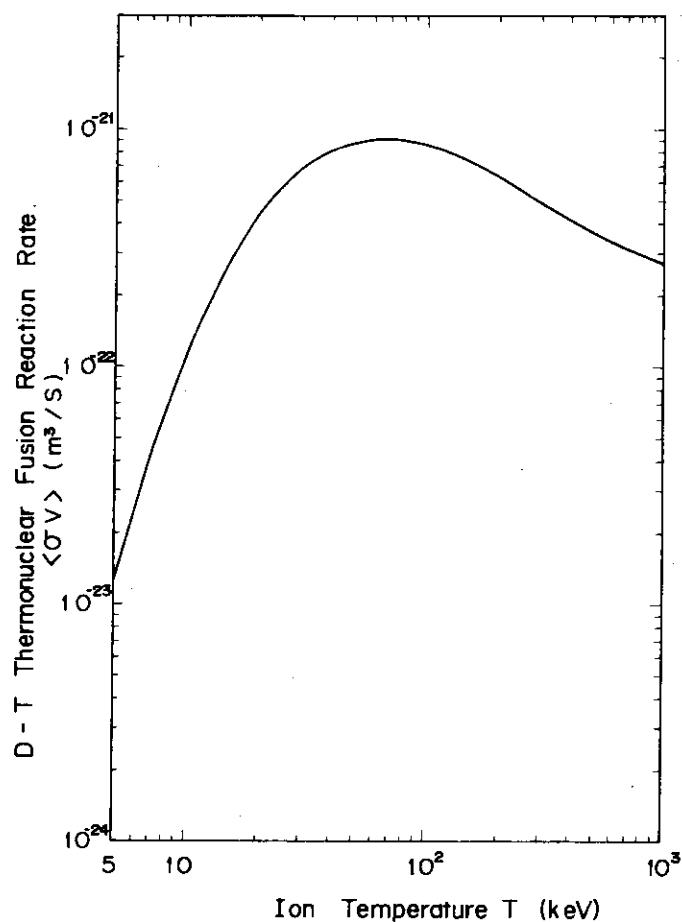


Fig. 5 Thermonuclear fusion reaction rate of D-T plasmas.

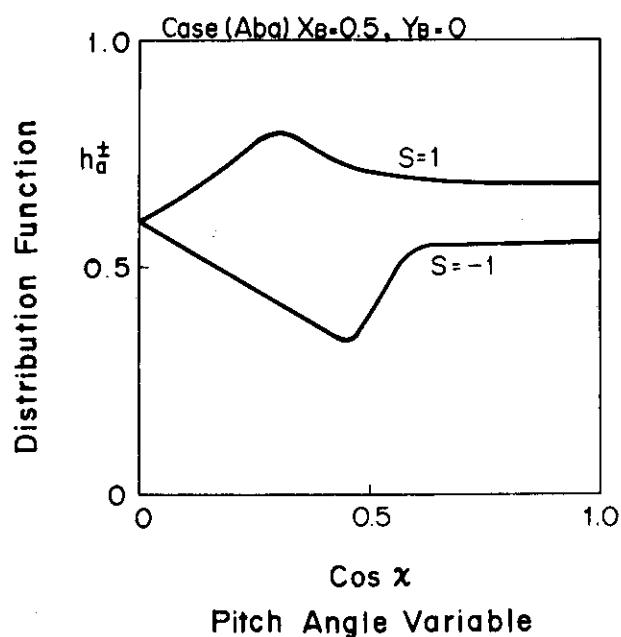


Fig. 6 Distribution function of alpha particles at the point $(X_B, Y_B) = (0.5, 0)$, in the case of $I=4, A=4.5$ and $J(\zeta) = 1 - \zeta^2$. Costreaming and counterstreaming particles correspond to $S=-1$ and $S=1$, respectively.

3.4 アルファ粒子加熱分布

アルファ粒子の加熱分布 H_α は、式(17)より速度分布関数 f_a にアルファ粒子の運動エネルギー E_α (3.52 MeV) を掛け、速度空間にて積分することによって得られる。すなわち、

$$H_\alpha = 2\pi E_\alpha \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_a^+ \sin \chi d\chi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_a^- \sin \chi d\chi \right\}, \quad 25$$

によって表わされる。式(25)は式(24a)より、

$$\dot{H}_\alpha^* = \frac{\dot{H}_\alpha}{S_c E_\alpha} = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} h_a^+ \sin \chi d\chi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} h_a^- \sin \chi d\chi \right\}, \quad 26$$

と書ける。・印は時間 t で割った値を示す。Case A baについて式(26)より求められた結果を空間座標 χ , θ に対して表わすと Fig. 7 のようになる。 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 付近の値が小さくなっているのがわかる。式(26)を θ 方向について平均したものを $\langle \dot{H}_\alpha^* \rangle$ で表わす。Table 3(A), 3(B)の場合について求めた $\langle \dot{H}_\alpha^* \rangle$ を Fig. 8 に示す。ここでは、電子温度とイオン温度は等しいと仮定し、 $j_\phi \propto T^{\frac{3}{2}}$ なる関係より $n_1 = \frac{3}{2} n_2$ としている。また、比較するために、アルファ粒子源の分布も図示している。Table 3(A)と 3(B)の場合に対する結果を比較してみると、3(B)の場合はアルファ粒子加熱分布と粒子源分布がほとんど一致している。プラズマの中心では、アルファ粒子密度は生成密度より低く、プラズマの境界近くで、より高くなっている。バウンス時間程度に生成されたアルファ粒子は、全体としてその時間程度でアルファ粒子分布と粒子源分布のずれを引き起こす。また、平均温度、平均密度は等しくても、空間分布の違いによって全アルファ粒子生成エネルギー P_α が異なり、Table 3(A)で示された空間分布の変化の範囲では約 1 術程度の差を生じる。したがって、第 1 壁中性子束 P_{nw} も大きく異なる。Table 4 に P_α と P_{nw} を、各々の空間分布の場合について示す。

Table 3(A) Indexes for Current Density,
Temperature and Number Density
Distributions in JXFR.

Index Case \	m_1	n_1	m_2	n_2	m_3	n_3
a1	1	0	1	0	1	0
a2	1	1	1	$\frac{2}{3}$		
a3	1	2	1	$\frac{4}{3}$		
b1	1	0	1	0	1	1
b2	1	1	1	$\frac{2}{3}$		
b3	1	2	1	$\frac{4}{3}$		
c1	1	0	1	0	1	2
c2	1	1	1	$\frac{2}{3}$		
c3	1	2	1	$\frac{4}{3}$		

$$J(\zeta) = (1 - \zeta^{2m_1})^{n_1}$$

$$T(\zeta) = (T_c - T_a)(1 - \zeta^{2m_2})^{n_2} + T_a$$

$$n(\zeta) = (n_c - n_a)(1 - \zeta^{2m_3})^{n_3} + n_a$$

Table 3(B) Indexes for Current Density,
Temperature and Number Density
Distributions in JDFR.

Index Case \	m_1	n_1	m_2	n_2	m_3	n_3
d1	1	0	1	0	1	1
d2	1	1	1	$\frac{2}{3}$		
d3	1	2	1	$\frac{4}{3}$		

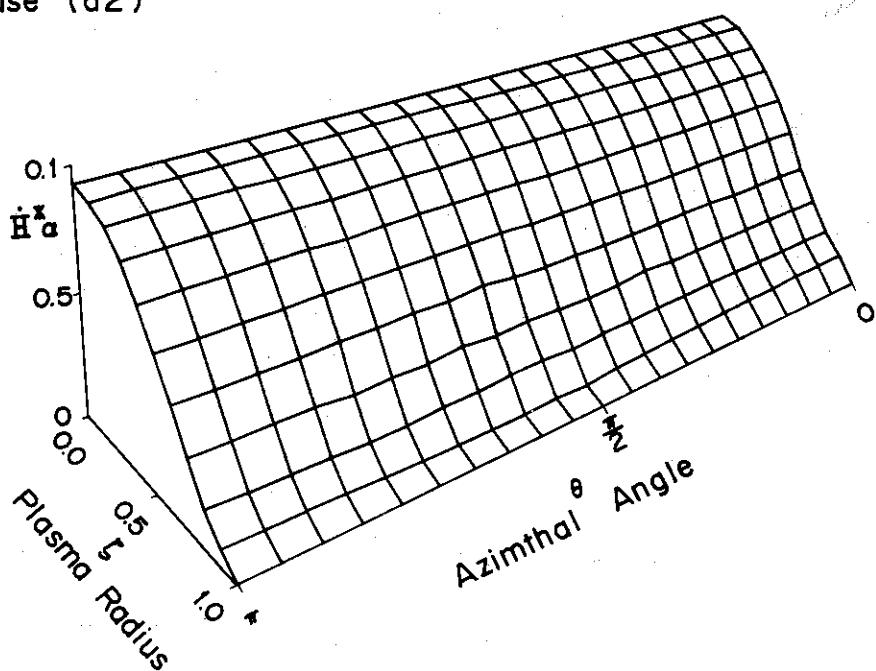
Table 4(A) Power and Neutron Flux in JXFR.

Case Value \ Case Value	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3
P_α (MW)	16.6	24.1	32.9	21.3	52.7	82.9	27.6	80.9	135.9
P_{nw} ($\frac{\text{MW}}{\text{m}^2}$)	0.0355	0.0516	0.0704	0.0456	0.113	0.178	0.0591	0.173	0.291

Table 4(B) Power and Neutron Flux in JDFR.

Case Value \ Case Value	d1	d2	d3
P_α (MW)	728	1160	1369
P_{nw} ($\frac{\text{MW}}{\text{m}^2}$)	0.586	0.933	1.10

Case (a2)

Fig. 7 Energy deposition rate of alpha particles for (ξ, θ) space, in the case of (a2).

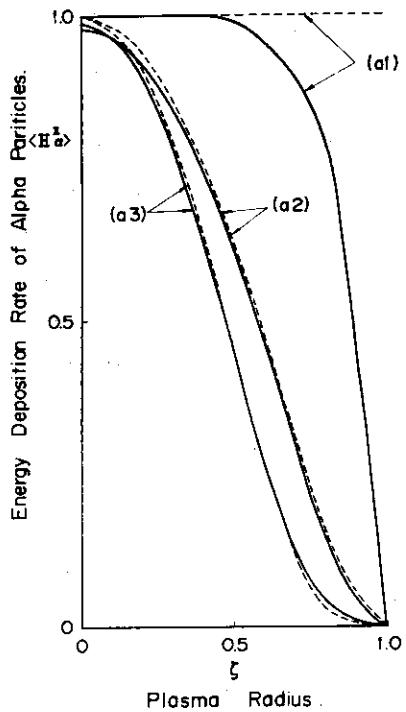


Fig. 8(A) Energy deposition rate of alpha particles in the cases of (a1), (a2) and (a3) shown in Table 3(A).

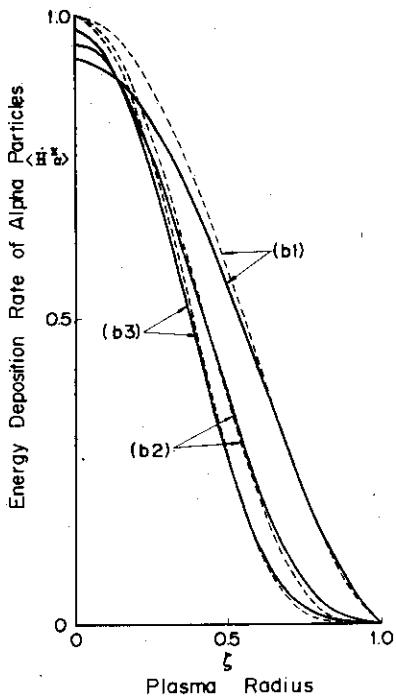


Fig. 8(B) Energy deposition rate of alpha particles in the cases of (b1), (b2) and (b3) shown in Table 3(A).

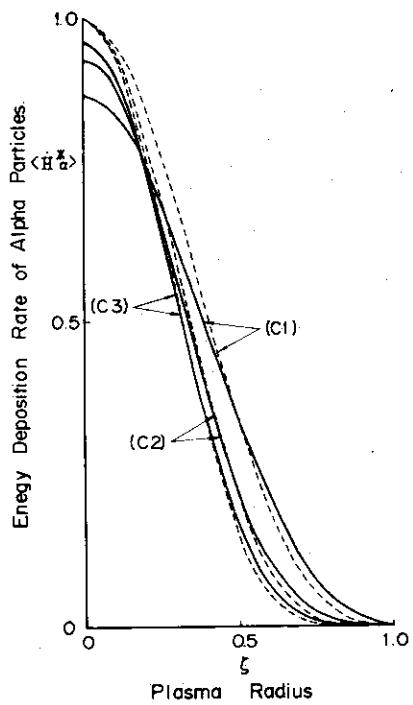


Fig. 8(C) Energy deposition rate of alpha particles in the cases of (c1), (c2) and (c3) shown in Table 3(A).

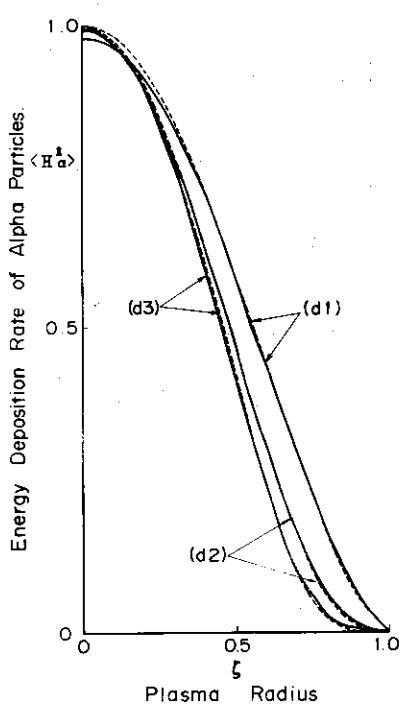


Fig. 8(D) Energy deposition rate of alpha particles in the cases of (d1), (d2) and (d3) shown in Table 3(B).

3.5 プラズマ表面でのアルファ粒子束および全粒子損失比

アルファ粒子束 Γ_α は $\zeta = 1$ において、

$$\Gamma_\alpha = 2\pi \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_n f_b^+ \sin \chi d\chi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_n f_b^- \sin \chi d\chi \right\}, \quad (27)$$

$$v_n = \frac{v_d y}{r},$$

によって与えられる。プラズマ表面に垂直方向の速度成分を v_n としている。式(27)を式(24b)を用いて書き変えると、

$$\begin{aligned} \Gamma_\alpha^* &= \frac{\Gamma_\alpha}{a S_c} = \frac{1}{2} YD \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos^2 \chi) h_b^+ \sin \chi d\chi \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos^2 \chi) h_b^- \sin \chi d\chi \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

となる。粒子束は、 $\Gamma_\alpha^*(\theta) \approx \Gamma^*(-\theta)$ となり θ に関して非対称である。Table 3(A) で与えられる場合の Γ_α^* を Fig. 9 に示す。この図によると、粒子束にかなり方位角依存性が現われており、各々の場合によって少し異なるが、 θ が $\frac{1}{4}\pi$ から $\frac{3}{4}\pi$ の間にピークが現われている。⁵⁾ (a 1) の場合はピークが顕著に現われていないが、その他の場合はピークが 2 個以上あり、多い場合は 5 個所現われている。また、全粒子損失比 $F_{L,tot}$ は、

$$F_{L,tot} = \frac{\int_0^\pi \Gamma_\alpha a d\theta}{\int_0^a \int_0^{2\pi} 4\pi S_0 r dr d\theta} = \frac{\langle \Gamma_\alpha^* \rangle}{2 \int_0^1 g(\zeta) \zeta d\zeta}, \quad (29)$$

によって与えられ、Table 3 の設計パラメーターについて求めた結果を Table 5 に示す。(a 1) の場合に $F_{L,tot}$ は最も大きく、(d 3) の場合に最も小さくなる。これは 3.2 で述べたことより予想されることもある。

Table 5(A) Alpha Particle Loss Rate in JXFR.

Case Value	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3
$F_{L,tot}$	2.3×10^{-1}	2.34×10^{-2}	4.22×10^{-3}	5.11×10^{-2}	6.18×10^{-3}	1.27×10^{-3}	1.88×10^{-2}	1.93×10^{-3}	4.05×10^{-4}

Table 5(B) Alpha Particle Loss Rate in JDFR.

Case Value	d1	d2	d3
$F_{L,tot}$	6.71×10^{-3}	5.54×10^{-4}	4.71×10^{-5}

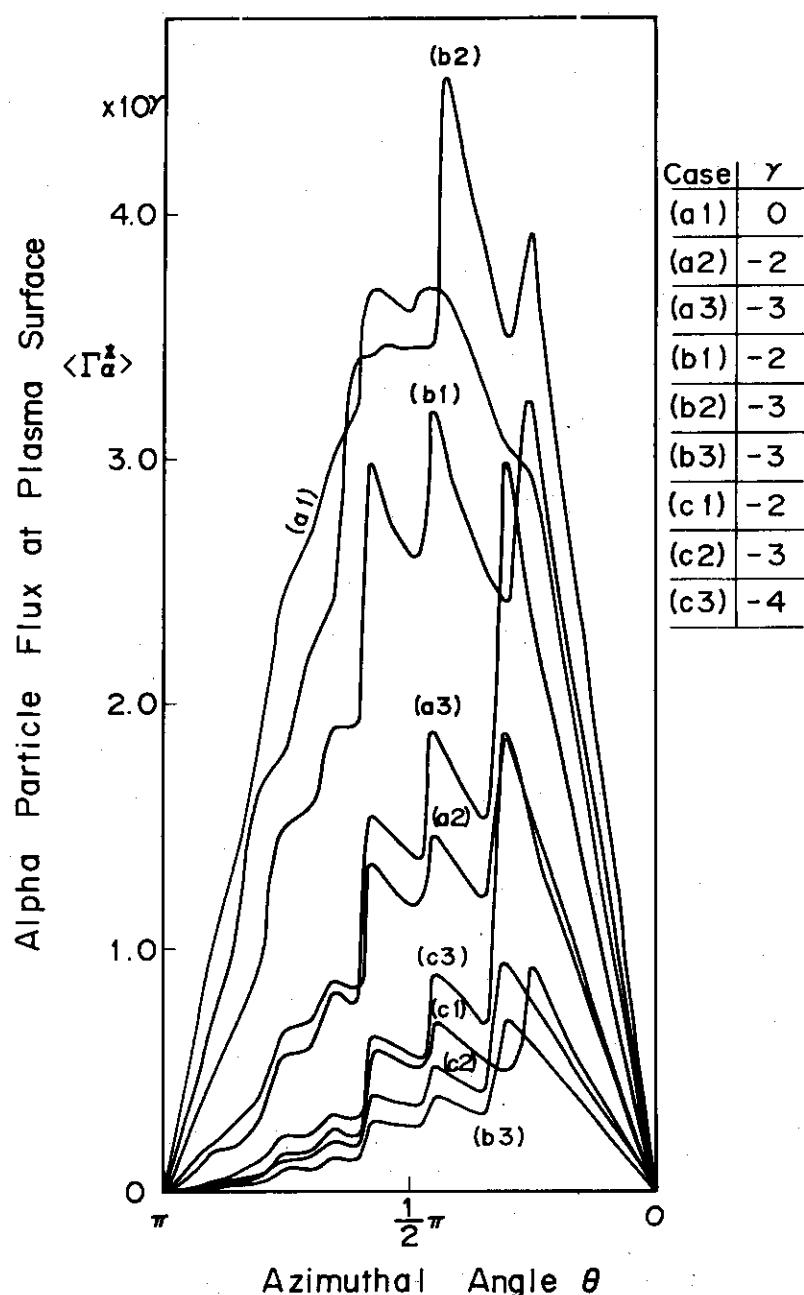


Fig. 9 Alpha particle flux at plasma surface in the cases listed in Table 3(A).

3.6 運動量增加

磁力線方向の運動量 M_α は 3.4 と同様にして

$$M_\alpha = 2\pi m v \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_a^+ \cos \chi \sin \chi d\chi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_a^- \cos \chi \sin \chi d\chi \right\}, \quad (30)$$

によって与えられ、単位時間当たりの変化量として、無次元量で書くと

$$\dot{M}_\alpha^* = \frac{\dot{M}_\alpha}{mv S_c} = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} h_a^+ \cos \chi \sin \chi d\chi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} h_a^- \cos \chi \sin \chi d\chi \right\}, \quad (31)$$

と表わされる。3.4 における Table 3 で示される場合について、 \dot{M}_α^* の θ 方向の平均量 $\langle \dot{M}_\alpha^* \rangle$ の求められた結果を図示すると、Fig. 10 のようになる。全運動量の単位時間当たりの変化量 $\ll \dot{M}_\alpha \gg$ 、運動量の変化にともなう遠心力と D-T の圧力 $\ll p \gg$ によって外に広がる力との比 $\ll \dot{M}_\alpha \gg^2 / m \ll \dot{n}_\alpha \gg \ll p \gg$ 、および電流の増加量 $2\pi a^2 e \ll \dot{M}_\alpha \gg / m$ を Table 3 の場合について Table 6 に示す。 $\ll n_\alpha \gg$ は平均アルファ粒子密度である。また、平均密度、電流密度におけるイオンと電子の古典的クーロン衝突による抵抗に対する運動量増加量の比 $\ll \dot{M}_\alpha \gg / R_{ie}$ ($R_{ie} = m_e I / e \pi a^2 \tau_{ei}$) を示す。 τ_{ei} ⁽¹¹⁾ は電子とイオンの衝突時間である。ここで電子温度はイオン温度の平均値を用いた。

Fig. 10(a), (b), (c), (d) よりわかるように、電流密度分布がフラットである場合の方が、運動量増加の空間分布は、プラズマ境界近くにピークを持っている。また、アルファ粒子源分布がフラットである場合の方が、運動量増加の空間分布の変化は著しい。Table 6 より、電流密度分布、アルファ粒子源分布がよりピークになっている場合の方が、全運動量の変化量が最も大きくなっている。そして、電流の増加量および抵抗に対する運動量の増加量の比も同様な傾向をもつ。これらは、アルファ粒子源の全体量の増加に伴っている。一方、遠心力と D-T の圧力との比は、(c 2) と (d 1) の場合に最も大きくなっている。これは、D-T イオン圧力の増加の影響が現われている。

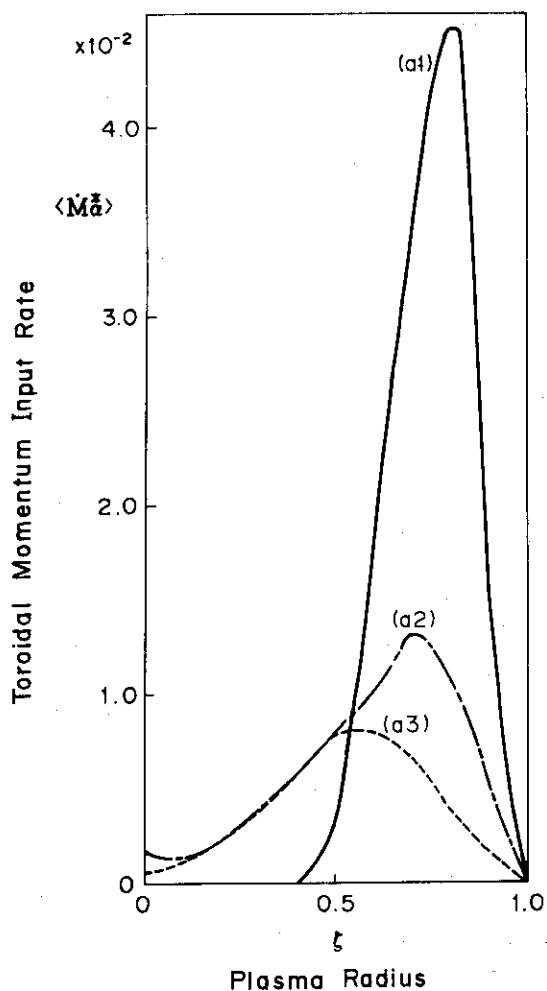


Fig. 10(A) Toroidal momentum input rate in the cases of (a1), (a2) and (a3) listed in Table 3(A).

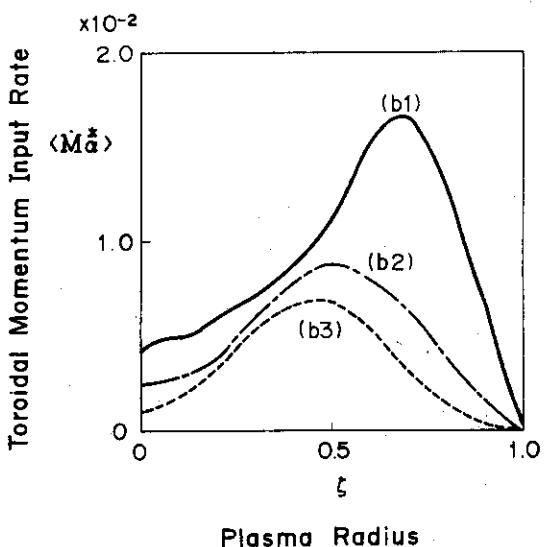


Fig. 10(B) Toroidal momentum input rate in the cases of (b1), (b2) and (b3) listed in Table 3(A).

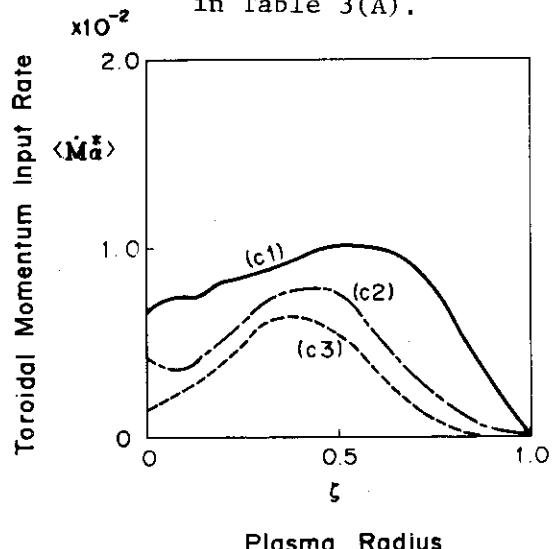


Fig. 10(C) Toroidal momentum input rate in the cases of (c1), (c2) and (c3) listed in Table 3(A).

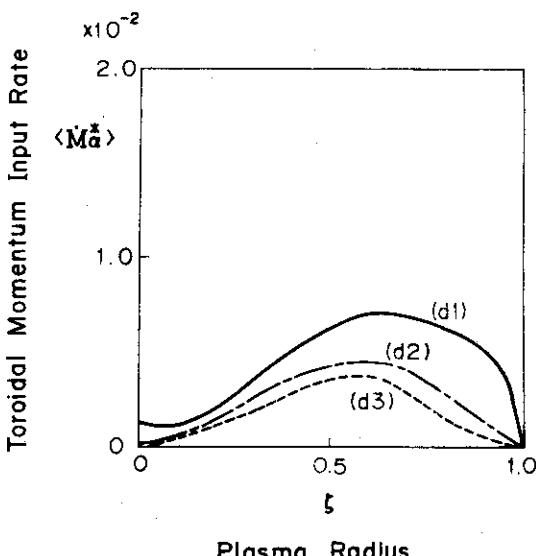


Fig. 10(D) Toroidal momentum input rate in the cases of (d1), (d2) and (d3) listed in Table 3(B).

Table 6(A) Toroidal Momentum Input Rate, the Ratio of the Centrifugal Force of 3.52 MeV Alpha Particles to Ion Pressure, Current Input Rate of Alpha Particles and the Ratio of the Momentum Input Rate to the Resistive Force of Ions and Electrons, in JXFR.

Value \ Case	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3
$\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle \text{ (N/m}^3)$	1.60×10^{-4}	2.55×10^{-4}	2.98×10^{-4}	3.19×10^{-4}	6.00×10^{-4}	7.55×10^{-4}	4.67×10^{-4}	9.55×10^{-4}	1.25×10^{-3}
$\frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle^2 / m}{\langle\dot{n}_{\alpha}\rangle \langle\dot{P}\rangle}$	4.48×10^{-4}	6.12×10^{-4}	6.13×10^{-4}	1.14×10^{-3}	1.26×10^{-3}	1.14×10^{-3}	1.82×10^{-3}	1.91×10^{-3}	1.62×10^{-3}
$\frac{2e\pi a^2}{m} \frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle}{\langle\dot{n}_{\alpha}\rangle} \text{ (A)}$	5.46×10^4	8.70×10^4	1.02×10^5	1.09×10^5	2.14×10^5	2.58×10^5	1.59×10^5	3.26×10^5	4.26×10^5
$\frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle}{R_{ie}}$	7.70×10^{-3}	1.23×10^{-2}	1.43×10^{-2}	1.53×10^{-2}	2.89×10^{-2}	3.63×10^{-2}	2.25×10^{-2}	4.59×10^{-2}	6.01×10^{-2}

Table 6(B) Toroidal Momentum Input Rate, the Ratio of the Centrifugal Force of 3.52 MeV Alpha Particles to Ion Pressure, Current Input Rate of Alpha Particles and the Ratio of the Momentum Input Rate to the Resistive Force of Ions and Electrons in JDFR.

Value \ Case	d1	d2	de
$\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle \text{ (N/m}^3)$	1.07×10^{-3}	1.21×10^{-3}	1.14×10^{-3}
$\frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle^2 / m}{\langle\dot{n}_{\alpha}\rangle \langle\dot{P}\rangle}$	8.54×10^{-4}	5.58×10^{-4}	4.06×10^{-4}
$\frac{2e\pi a^2}{m} \frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle}{\langle\dot{n}_{\alpha}\rangle} \text{ (A)}$	3.64×10^5	4.12×10^5	3.88×10^5
$\frac{\langle\dot{M}_{\alpha}\rangle}{R_{ie}}$	2.02×10^{-1}	2.28×10^{-1}	2.14×10^{-1}

4. 結 論

アルファ粒子加熱分布は、Table 3で与えられる場合の範囲ではプラズマ中心で粒子源分布がピークを持っており、電流密度分布が一様な場合にもっとも粒子源分布との差が顕著に現われる。また、プラズマ境界では、粒子源分布および電流密度分布が一様な場合に、粒子損失のために閉じ込めが著しく悪くなる。粒子源分布が一様な場合と、プラズマ境界の部分を除けば、粒子源分布と加熱分布との差は、実験炉において大きくて13%程度であることがわかった。動力炉においては、その差はいちじるしく小さくなりアルファ粒子の閉じ込めがよくなる。アルファ粒子損失の割合は、種々の密度、温度分布に対して、電流密度分布が一様な場合にもっとも大きくなることがわかった。実験炉において、電流密度、温度、数密度がフラット分布の場合に全粒子損失はもっとも大きくなり23%となる。プラズマ表面でのアルファ粒子束はかなり方位角 θ 依存性をもっており、数個所ピークが現われている。運動量増加の及ぼす影響は、(c 3)の場合、燃焼時間が617(sec)程度となるとアルファ粒子の遠心力による力がイオン圧力とほぼ等しくなる。また、9.4(sec)程度で電流の増加量が初期の電流の大きさとほぼ等しくなる。一方、(A)において、電子温度がイオン温度の平均値と等しい場合、古典的クーロン衝突の過程において、磁場と平行な速度をもつアルファ粒子は、運動量の一部を、204(msec)程度の時間で電子に輸送し、また、その一部を2(sec)程度の時間でイオンに与える。しかしながら、プラズマの全運動量は、他の物に吸収されないかぎり増加する。電子の実効的に受ける抵抗は、イオンとの衝突によるものに、アルファ粒子の運動によるものが加わる。動力炉における抵抗の増加は2割程度となる。

謝 辞

著者は、本研究を行なう機会と助言を与えていただいた迫淳室長に、そして、著者の一人（三野）は丹生慶四郎教授（東工大）に深く感謝します。また、用いた解析モデルについて議論をしていただいた外来研究員の真木紘一氏（日立製作所）ならびに、山本孝氏（富士電機）に感謝の意を表します。なお、プログラミングの一部は、清水寛之氏（日本IBM社）に作成していただいた。

4. 結 論

アルファ粒子加熱分布は、Table 3 で与えられる場合の範囲ではプラズマ中心で粒子源分布がピークを持っており、電流密度分布が一様な場合にもっとも粒子源分布との差が顕著に現われる。また、プラズマ境界では、粒子源分布および電流密度分布が一様な場合に、粒子損失のために閉じ込めが著しく悪くなる。粒子源分布が一様な場合と、プラズマ境界の部分を除けば、粒子源分布と加熱分布との差は、実験炉において大きくて13%程度であることがわかった。動力炉においては、その差はいちじるしく小さくなりアルファ粒子の閉じ込めがよくなる。アルファ粒子損失の割合は、種々の密度、温度分布に対して、電流密度分布が一様な場合にもっとも大きくなることがわかった。実験炉において、電流密度、温度、数密度がフラット分布の場合に全粒子損失はもっとも大きくなり23%となる。プラズマ表面でのアルファ粒子束はかなり方位角 θ 依存性をもっており、数個所ピークが現われている。運動量増加の及ぼす影響は、(c 3) の場合、燃焼時間が617 (sec) 程度となるとアルファ粒子の遠心力による力がイオン圧力とほぼ等しくなる。また、9.4 (sec) 程度で電流の増加量が初期の電流の大きさとほぼ等しくなる。一方、(A) において、電子温度がイオン温度の平均値と等しい場合、古典的クーロン衝突の過程において、磁場と平行な速度をもつアルファ粒子は、運動量の一部を、204 (msec) 程度の時間で電子に輸送し、また、その一部を2 (sec) 程度の時間でイオンに与える。しかしながら、プラズマの全運動量は、他の物に吸収されないかぎり増加する。電子の実効的に受ける抵抗は、イオンとの衝突によるものに、アルファ粒子の運動によるものが加わる。動力炉における抵抗の増加は2割程度となる。

謝 辞

著者は、本研究を行なう機会と助言を与えていただいた迫淳室長に、そして、著者の一人（三野）は丹生慶四郎教授（東工大）に深く感謝します。また、用いた解析モデルについて議論をしていただいた外来研究員の真木紘一氏（日立製作所）ならびに、山本孝氏（富士電機）に感謝の意を表します。なお、プログラミングの一部は、清水寛之氏（日本IBM社）に作成していただいた。

参考文献

- 1) 迫淳, 他 JAERI-M 7300 (1977)
- 2) K. Sako et al.: Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research Vol.III, (VIENNA, IAEA-CN 35/I3-1), (1977) 239.
- 3) K. Sako et al.: the Technology of Controlled Nuclear Fusion (CONF-760935-P2, RICHLAND, WASHINGTON) Vol.II, (1976) 607.
- 4) D.G. McAlees: ORNL-TM-4661, Nov. 1974.
- 5) L.M. Hively and G.H. Miley: Nucl. Fusion, Vol.17, (1977) 1031.
- 6) M. Ohnishi, H. Tokunaga and T. Wakabayashi: Nucl. Fusion, Vol.16 (1976) 690.
- 7) M.A. Leontovich: Review of Plasma Physics, Vol.II (CONSULTANS BUREAU, NEW YORK, 1966).
- 8) B.B. Kadomtsev and O.P. Pogutse: Nucl. Fusion 11 (1970).
- 9) G. Knorr: Phys. Fluids 8 (1965) 1334.
- 10) D.V. Sivukhin: Reviews of Plasma Physics Vol.II (CONSULTANS BUREAU, NEW YORK 1966).
- 11) 宮本健郎:核融合のためのプラズマ物理(岩波書店, 1976).
- 12) 丹生慶四郎:流体物理学(朝倉書店, 1971).
- 13) 宇野利雄:計算機のための数值計算(朝倉書店応用数学力学講座14).
- 14) 東稔達三, 大和春海: JAERI-M 6453.

記号表

 A : アスペクト比 a : プラズマ小半径 $B, B_\phi, B_{\phi 0}, B_\theta, B_r$: 磁場, トロイダル磁場, $|B_\phi|$ の磁気軸での値, ポロイダル磁場, 準トロイダル座標系における動径方向の磁場成分 $D : \pi m v P(1) / Ze \mu_0 A I$ $D-T$: 重水素イオンと三重水素イオン E_α : 3.52 MeV アルファ粒子エネルギー e : 電子の電荷 $F_L, <F_L>, F_{L,tot}$: 粒子損失比, θ 方向平均粒子損失比, 全粒子損失比 f : アルファ粒子速度分布関数 $g(\zeta)$: アルファ粒子生成源の空間分布変数 $H_\alpha, \dot{H}_\alpha, \dot{H}_\alpha^*, <\dot{H}_\alpha^*>$: 速度空間で平均されたアルファ粒子加熱エネルギー, H_α/t , \dot{H}_α の無次元量, \dot{H}_α^* の θ 方向平均量 h : f の無次元量 I : 全トロイダル電流

JXFR, JDFR : JAERI Experimental Fusion Reactor,

JAERI Demonstration Fusion Reactor

 $J(\zeta)$: トロイダル電流密度の空間分布変数 j_ϕ, j_c : トロイダル電流密度, $|j_\phi|$ の磁気軸での値 L, ℓ : ℓ の無次元量, (x, y) 平面における線分の長さ $M_\alpha, \dot{M}_\alpha, \dot{M}_\alpha^*, <\dot{M}_\alpha^*>, \ll\dot{M}_\alpha^*\gg$: 速度空間で平均されたアルファ粒子のトロイダル方向運動量, M_α/t , \dot{M}_α の無次元量, \dot{M}_α^* の θ 方向平均量, \dot{M}_α^* の全体積平均 m : アルファ粒子の質量 m_1, m_2, m_3 : トロイダル電流密度の第1空間分布指数, 温度の第1空間分布指数, 密度の第1空間分布指数 $n, \ll n \gg, n_e, n_c, n_a$: D-T イオン密度, n の全体積平均, 電子密度, n の磁気軸での値, n のプラズマ境界での値 n_1, n_2, n_3 : トロイダル電流密度の第2空間分布指数, 温度の第2空間分布指数, 密度の第2空間分布指数 P_α, P_{nw} : 単位時間当たりのアルファ粒子の全生成エネルギー, 第1壁中性子束 $\ll p \gg$: D-T イオン圧力の全体積平均 R, R_0, r : トロイダル座標系における動径方向座標, プラズマ大半径, 準トロイダル座標系における動径方向座標 $S : S = \pm 1 (+1 : \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \mathbf{J}_\phi < 0, -1 : \mathbf{v}_{\parallel} \cdot \mathbf{J}_\phi \geq 0)$ S_α, S_0, S_c : 単位立体角当たりのアルファ粒子生成量, $t \geq 0$ における S_α , 磁気軸における $4\pi S_\alpha$ の値

- $T, T_c, T_a, \ll T \gg, T_e$: D-T イオン温度, T の磁気軸の値, T のプラズマ境界での値,
 T の全体積平均, 電子温度
 t, t_b, t_s, t_0 : 時間, バウンス時間, 減速時間, 無次元化のための標準時間
 $v_{\parallel}, v_{\perp}, v_d$: アルファ粒子ラーマ速度の磁場方向成分, ラーマ速度の磁場に垂直な成分, ドリフト速度
 x, X, X_r : 準トロイダル座標系における x 座標, x の無次元量, 粒子反射 X 座標
 y, Y : 準トロイダル座標系における y 座標, y の無次元量
 Z : 粒子の荷電数
 $\beta(r)$: r/R のゼロ次のポロイダル磁場
 $\Gamma_{\alpha}, \Gamma_{\alpha}^*$: プラズマ表面のアルファ粒子密度束, Γ_{α} の無次元量
 ϵ : 粒子の運動エネルギー
 ζ : 準トロイダル座標系における動径方向座標の無次元量
 θ : 準トロイダル座標系における方位角座標
 μ : 粒子の断熱不变量
 μ_0 : 真空の透磁率
 π : 円周率
 ρ_{α} : アルファ粒子のラーマー半径
 $\langle \sigma v \rangle$: $D-T$ 核反応率
 τ, τ_b : 時間の無次元量, t_b の無次元量
 ϕ : トロイダル座標系における方位角座標
 χ : 粒子のピッチアングル

付録 A

軌道上の2点間を通過するに要する時間は式(11)より、

$$\tau = \int_0^\tau d\tau_0 = \int_{X_1}^X \frac{dX}{V_{X_0}} = \int_{X_1}^X \frac{dX_0}{|Y(X_0)| \cos \chi_0 \cdot P(\zeta_0)}, \quad (A-1)$$

で表わされる。各々の積分区間の上限、下限は、それぞれ、変数変換された上限、下限に対応している。以下の式においても同様である。また、 $J(\zeta) = \text{const}$ の場合は、式(20)より、

$$Y(X) = \pm \sqrt{C - X^2 + 4SD\sqrt{(X - X_T)(X + A)}} \quad (A-2)$$

$$C = \zeta_B^2 - 4S_B D + X_B + A + \cos \chi_B,$$

で与えられるので、式(A-1)は次のようになる。

$$\tau = \int_{X_1}^X \frac{dX_0}{\sqrt{\frac{X_0 + A}{X_0 - X_T}} \cdot \sqrt{C - X_0^2 + 4SD\{(X_0 - X_T)(X_0 + A)\}^{1/2}}}. \quad (A-3)$$

式(A-3)は、 $X_T \neq -A$ の場合に次の変換によって、

$$\frac{X_0 + A}{X_0 - X_T} = \xi_0^2, \quad$$

$$\tau = - \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{2(A + X_T) \xi_0^2 (\xi_0^2 - 1)^{-1} d\xi_0}{\{(C - X_T^2) \xi_0^4 + 4SD(A + X_T) \xi_0^3 - 2(C + AX_T) \xi_0^2 - 4SD(A + X_T) \xi_0 + C - A^2\}^{1/2}}, \quad (A-4)$$

となる。また、次のような因数分解を行なう。

$$\{(C - X_T^2) \xi_0^4 + 4SD(A + X_T) \xi_0^3 - 2(C + AX_T) \xi_0^2 - 4SD(A + X_T) \xi_0 + C - A^2\} (C - X_T^2)$$

$$= \{(C - X_T^2) \xi_0^2 + 2\{SD(A + X_T) + \varphi_1\} \xi_0 - \frac{C + AX_T}{3} - 2\varphi_2 + \varphi_3\} \times$$

$$\{(C - X_T^2) \xi_0^2 + 2\{SD(A + X_T) - \varphi_1\} \xi_0 - \frac{C + AX_T}{3} - 2\varphi_2 - \varphi_3\}$$

$$= (a_1 \xi_0^2 + 2b_1 \xi_0 + c_1)(a_2 \xi_0^2 + 2b_2 \xi_0 + c_2).$$

ここで、 $a_{1,2}, b_{1,2}, c_{1,2}$ および $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ は、

$$a_1 = a_2 = C - X_T^2, \quad b_{1,2} = SD(A + X_T) \pm \varphi_1, \quad c_{1,2} = -\frac{C + AX_T}{3} - 2\varphi_2 \pm \varphi_3$$

$$\varphi_1^2 = D^2 (A + X_T)^2 + (C - X_T^2) \frac{(C + AX_T)}{3} - (C - X_T^2) \varphi_2,$$

$$\varphi_1 \varphi_3 = -SD(A + X_T) \frac{(C + AX_T)}{3} + (C - X_T^2) SD(A + X_T) - 2SD(A + X_T) \varphi_2,$$

$$\varphi_3^2 = \left(\frac{C+AX_T}{3} + 2\varphi_2 \right)^2 - (C-X_T^2)(C-A^2),$$

$$4\varphi_2^3 - J_1\varphi_2 - J_2 = 0,$$

で与えられ、 φ_2 は実根とする。 J_1, J_2 は、それぞれ、

$$J_1 = (C-X_T^2)(C-A^2) + 4D^2(A+X_T)^2 + \frac{1}{3}(C+AX_T)^2,$$

$$J_2 = \begin{vmatrix} C-X_T^2 & SD(A+X_T) & -\frac{1}{3}(C+AX_T) \\ SD(A+X_T) & -\frac{1}{3}(C+AX_T) & -SD(A+X_T) \\ -\frac{1}{3}(C+AX_T) & -SD(A+X_T) & C-A^2 \end{vmatrix},$$

である。また、 λ_1, λ_2 を次の式によって与え、

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_2 c_1 + a_1 c_2 - 2 b_1 b_2 \pm \sqrt{(a_2 c_1 + a_1 c_2 - 2 b_1 b_2)^2 - 4(a_1 c_1 - b_1^2)(a_2 c_2 - b_2^2)}}{2(a_2 c_2 - b_2^2)}$$

さらに、変数変換

$$\phi_0 = \frac{\xi_0 - \alpha}{\xi_0 - \beta}, \quad \alpha = -\frac{b_1 - \lambda_1 b_2}{a_1 - a_2 \lambda_1}, \quad \beta = -\frac{b_1 - \lambda_2 b_2}{a_1 - a_2 \lambda_2},$$

$$\mu_1 = \frac{\lambda_2(1-\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad \nu_1^2 = \frac{\lambda_1(1-\lambda_2)}{\lambda_2(1-\lambda_1)}, \quad \mu_2 = \frac{1-\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad \nu_2^2 = -\frac{1-\lambda_2}{1-\lambda_1},$$

によって、式(A-4)は

$$\tau = \frac{2(A+X_T)}{(\beta-\alpha)\sqrt{a_1\mu_1\mu_2}} \int_{\phi_1}^{\phi} \frac{(\beta\phi_0 - \alpha)^2 d\phi_0}{\{(\beta\phi_0 - \alpha)^2 - (\phi_0 - 1)^2\}\sqrt{(\phi_0^2 - \nu_1^2)(\phi_0^2 + \nu_2^2)}}$$

$$= \frac{(A+X_T)}{(\beta-\alpha)^2 \sqrt{a_1\mu_1\mu_2}} \int_{\phi_1}^{\phi} \left\{ \frac{(\beta\phi_0 - \alpha)^2}{\phi_0 - \frac{\alpha+1}{\beta+1}} - \frac{(\beta\phi_0 - \alpha)^2}{\phi_0 - \frac{\alpha-1}{\beta-1}} \right\} \frac{d\phi_0}{\sqrt{(\phi_0^2 - \nu_1^2)(\phi_0^2 + \nu_2^2)}}$$

$$= \frac{A+X_T}{(\beta-\alpha)^2 \sqrt{a_1\mu_1\mu_2}} \left[\frac{2\alpha^2(\beta-\alpha)}{(\alpha^2-1)\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}} \int_{u_1}^u \frac{du_0}{\sqrt{(1-u_0^2)(1-k^2 u_0^2)}} \right.$$

$$+ \left\{ \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right) \left(\beta \frac{\alpha+1}{\beta+1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \right\} \frac{1}{2} \int_{\phi_1}^{\phi} \frac{d\phi_0^2}{\{\phi_0^2 - \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right)^2\} \sqrt{(\phi_0^2 - \nu_1^2)(\phi_0^2 + \nu_2^2)}}$$

$$+ \left\{ \left(\beta \frac{\alpha+1}{\beta+1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \cdot \frac{\beta+1}{\alpha+1} \right\} \frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^{-1/2}}{1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right)^2} \int_{u_1}^u \frac{du_0}{(1+C_1 u_0^2) \sqrt{(1-u_0^2)(1-k^2 u_0^2)}}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right) \left(\beta \frac{\alpha-1}{\beta-1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \right\} \frac{1}{2} \int_{\phi_1}^{\phi} \frac{d\phi_0^2}{\left\{ \phi_0^2 - \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right)^2 \right\} \sqrt{(\phi_0^2 - \nu_1^2)(\phi_0^2 + \nu_2^2)}} \\
& - \left\{ \left(\beta \frac{\alpha-1}{\beta-1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \frac{\beta-1}{\alpha-1} \right\} \frac{(\nu_1^2 + \nu_2^2)^{-\frac{1}{2}}}{1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right)^2} \int_u^u \frac{du_0}{u_1 (1 + C_2 u_0^2) \sqrt{(1-u_0^2)(1-k^2 u_0^2)}}.
\end{aligned} \tag{A-5}$$

と書き換えられる。ここで、 u_0 , k , C_1 , C_2 はそれぞれ、

$$\phi_0^2 = \frac{\nu_1^2}{1-u_0^2}, \quad k^2 = \frac{\nu_2^2}{\nu_1^2 + \nu_2^2},$$

$$C_1 = \frac{1}{\nu_1^2 \left(\frac{\beta+1}{\alpha+1} \right)^2 - 1}, \quad C_2 = \frac{1}{\nu_1^2 \left(\frac{\beta-1}{\alpha-1} \right)^2 - 1},$$

とした。したがって、式(A-5)は、

$$\begin{aligned}
\tau &= \frac{A+X_T}{(\beta-\alpha)^2 \sqrt{u_1 u_1 u_2}} \left[\frac{2\alpha^2 (\beta-\alpha)}{(\alpha^2-1) \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2}} F(u, u_1, k) \right. \\
&+ \left. \left\{ \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right) \left(\beta \frac{\alpha+1}{\beta+1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \right\} \frac{1}{2} G(u, u_1, \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right)^2) \right. \\
&+ \frac{\left\{ \left(\beta \frac{\alpha+1}{\beta+1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \frac{\beta+1}{\alpha+1} \right\}}{\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2} \left\{ 1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right)^2 \right\}} H(u, u_1, k, C_1) \\
&- \left. \left\{ \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right) \left(\beta \frac{\alpha-1}{\beta-1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \right\} \frac{1}{2} G(u, u_1, \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right)^2) \right] \\
&- \frac{\left\{ \left(\beta \frac{\alpha-1}{\beta-1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \frac{\beta-1}{\alpha-1} \right\}}{\sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2} \left\{ 1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right)^2 \right\}} H(u, u_1, k, C_2),
\end{aligned} \tag{A-6}$$

と表わされる。

ここで、 F, II は第 1 種、第 3 種橍円積分関数を表わす。また、 G は

$$G(u, u_1, d) = \begin{cases} \frac{d > 0}{\sqrt{d}} \ln \left[\frac{(2d + \nu_2^2 - \nu_1^2) \{ \nu_1^2 - d(1-u_0^2) \} + 2d(1-u_0^2) - 2\nu_1 u_0 \sqrt{d(\nu_1^2 + \nu_2^2)(1-\frac{\nu_2^2}{\nu_1^2 + \nu_2^2} u_0^2)}}{\{ \nu_1^2 - d(1-u^2) \}} \right]_{u_1} \\ \frac{d < 0}{\sqrt{|d|}} \arcsin \left[\frac{(2d + \nu_2^2 - \nu_1^2) \{ \nu_1^2 - d(1-u_0^2) \} + 2d(1-u_0^2)}{1(\nu_1^2 + \nu_2^2) + \{ \nu_1^2 - d(1-u_0^2) \}} \right]_{u_1} \end{cases}$$

$$d = (d - \nu_1^2)(d + \nu_2^2),$$

を示す。一方、 $\cos \chi_B = 0$ の場合は、 $X_T = -A$ となるので、式 (A-3) は

$$\tau = \int_{X_1}^X \frac{dX_0}{\sqrt{C-X_0^2 + 4SD(X_0+A)}} \\ = \arcsin \left(\frac{X-2SD}{\sqrt{4D^2+4SDA+C}} \right) - \arcsin \left(\frac{X_1-2SD}{\sqrt{4D^2+4SDA+C}} \right), \quad (A-7)$$

と表わされる。したがって、捕足されない粒子が閉じた軌道を 1 周する時間は、式 (A-6)において、区間 $[u_1, u]$ が $[0, 1]$ なる区間の 4 倍となる定積分で与えられる。すなわち、

$$\tau = \frac{4(A+X_T)}{(\beta-\alpha)^2 \sqrt{a_1 u_1 u_2}} \left[\frac{2\alpha^2(\beta-\alpha)}{(\alpha^2-1)\sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2}} F(1, 0, k) \right. \\ + \frac{\left(\beta \frac{\alpha+1}{\beta+1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \frac{\beta+1}{\alpha+1}}{\left\{ 1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha+1}{\beta+1} \right)^2 \right\} \sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2}} II(1, 0, k, C_1) \\ \left. - \frac{\left\{ \left(\beta \frac{\alpha-1}{\beta-1} - 2\alpha \right) \beta + \alpha^2 \frac{\beta-1}{\alpha-1} \right\}}{\left\{ 1 - \frac{1}{\nu_1^2} \left(\frac{\alpha-1}{\beta-1} \right)^2 \right\} \sqrt{\nu_1^2+\nu_2^2}} II(1, 0, k, C_2) \right], \quad (A-8)$$

と表わされる。

例題として、 $I = 5, A = 4, (X_B, Y_B) = (0.5, 0), \cos \chi_B = 0.588, d\tau = 0.1$ の場合、数値計算より $\tau_b = 12.064$ 、式 (A-8) より $\tau_b = 12.056$ なる値を得た。

付録 B

数値計算プログラム(ALPHA)の説明

粒子の軌道及びバウンス時間はルンゲ・クッタ・ジル法で求めた。変量の積分は、各メッシュ点の値をもとに、シンプソンの公式によって求めた。速度空間座標 χ 及び空間座標 (ζ, θ) のメッシュは以下のように定める。

$$\chi_i = 0, \\ \chi_i = \frac{\pi}{2K} \left\{ \sum_{i=1}^{k_{s_1}} \frac{1}{k_{s_1}} + \sum_{i=k_{s_1}+1}^{k_{s_1}+k_{s_2}} \frac{1}{k_{s_2}} + \dots + \sum_{i=k_{s_1}+\dots+k_{s_{\ell-1}}+1}^{k_{s_1}+\dots+k_{s_{\ell}}} \frac{1}{k_{s_{\ell}}} \right\}, \quad (B-1)$$

$$i = 2, 3, \dots, k_{s_1} + k_{s_2} + \dots + k_{s_{\ell}} \quad (\ell \leq 5),$$

$$\theta_i = 0, \\ \theta_i = \frac{\pi}{M} \left\{ \sum_{i=1}^{m_{s_1}} \frac{1}{m_{s_1}} + \sum_{i=m_{s_1}+1}^{m_{s_1}+m_{s_2}} \frac{1}{m_{s_2}} + \dots + \sum_{i=m_{s_1}+\dots+m_{s_{\ell-1}}+1}^{m_{s_1}+\dots+m_{s_{\ell}}} \frac{1}{m_{s_{\ell}}} \right\}, \quad (B-2)$$

$$i = 2, 3, \dots, m_{s_1} + m_{s_2} + \dots + m_{s_{\ell}} \quad (\ell \leq 5),$$

$$\zeta_i = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{s_1}} \frac{1}{n_{s_1}} + \sum_{i=n_{s_1}+1}^{n_{s_1}+n_{s_2}} \frac{1}{n_{s_2}} + \dots + \sum_{i=n_{s_1}+\dots+n_{s_{\ell-1}}+1}^{n_{s_1}+\dots+n_{s_{\ell}}} \frac{1}{n_{s_{\ell}}} \right\}, \quad (B-3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_{s_1} + n_{s_2} + \dots + n_{s_{\ell}} \quad (\ell \leq 5).$$

入力カードの説明

第1カード

カラム	入力内容	Format
1~40	計算タイトル	10A4
41~80	ブランク	

第 2 カード

カラム	入力内容	Format
1~10	アスペクト比 A	F 10.0
11~20	全電流 I の値	F 10.0
21~30	$D_0 = \frac{\pi m v}{Z e \mu_0}$	F 10.0
31~40	差分巾 $\Delta \tau$	F 10.0
41~50	捕足粒子反射接続巾	F 10.0
51~80	ブランク	

第 3 カード

カラム	入力内容	Format
1~10	指 数 m_1	I 10
11~20	指 数 n_2	I 10

第 4 カード

カラム	入力内容	Format
1~10*	α_1 の 値	I 10
11~20*	α_2 の 値	I 10
21~30*	α_3 の 値	I 10

* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は下記に示される指数である。

第 4 カードは、 $\int V_B h \sin \chi d\chi$ の積分のための入力カードである。ここで V_B は、

$V_B = a_0^{\alpha_1} b_0^{\alpha_2} c_0^{\alpha_3}$ で与えられる。また a_0, b_0, c_0 は、

$a_0 = D \cdot (1 + \cos^2 \chi) \frac{Y}{\zeta}$: プラズマ表面に垂直な無次元化された速度成分,

$b_0 = S \cos \chi$: 磁力線に沿った粒子の無次元化された速度成分,

$c_0 = -S \cos \chi P(\zeta) \cdot \zeta + D \cdot (1 + \cos^2 \chi) \frac{X}{\zeta}$: 粒子のポロイダル方向の無次元化された速度成分,

を表わす。

第5カード (1は出力する。0は出力しない)

カラム	入力内容	Format	備考
1~10	軌道出力指示	I 10	$\cos \chi$ について
11~20	速度分布関数 h の出力指示	I 10	$\cos \chi$ について, $\zeta = 1$ は h_b を示す。
21~30	捕足粒子の χ 領域の出力指示	I 10	(ζ, θ) について
31~40	F_L の出力指示	I 10	(ζ, θ) について
41~50	\dot{H}_α^* , \dot{M}_α^* の出力指示	I 10	(ζ, θ) について
51~60	$\langle F_L \rangle$, $\langle \dot{H}_\alpha^* \rangle$, $\langle \dot{M}_\alpha^* \rangle$ の出力指示	I 10	ζ について ($\zeta = 1$ は h_a を h_b にとりかえた値)
61~70	$F_{L, tot}$, $\langle \dot{M}_\alpha^* \rangle$ の出力指示	I 10	

第6カード

カラム	入力内容	Format
1~20	$\ll T \gg$ の値, 単位は keV	E 20.7
21~40	T_a の値, 単位は keV	E 20.7
41~60	$\ll n \gg$ の値, 単位は (m^{-3})	E 20.7
61~80	n_a の値, 単位は (m^{-3})	E 20.7

第7カード

カラム	入力内容	Format
1~20	m_2 の値	E 20.7
21~40	n_2 の値	E 20.7
41~60	m_3 の値	E 20.7
61~80	n_3 の値	F 20.7

第8カード

カラム	入力内容	Format
1~10	N の値	I 10

第9カード (N=1のときは $n_{s_1} = 0$ とする)

カラム	入力内容	Format
1~10	n_{s_1} の値	I 10
11~21	n_{s_2} の値	I 10
:	:	:
41~50	n_{s_5} の値	I 10

第 10 カード ($N=1$, $n_{s_1}=0$ のときのみ)

カラム	入力内容	Format
1~10	ζ 座標の値	F 10.0

第 11 カード

カラム	入力内容	Format
1~10	M の 値	I 10

第 12 カード ($M=1$ のときは $m_{s_1}=0$ とする)

カラム	入力内容	Format
1~10	m_{s_1} の 値	I 10
11~20	m_{s_2} の 値	I 10
⋮	⋮	⋮
41~50	m_{s_5} の 値	I 10

第 13 カード ($M=1$, $m_{s_1}=0$ のときのみ)

カラム	入力内容	Format
1~10	θ 座標	E 10.0

第 14 カード

カラム	入力内容	Format
1~10	K の 値	I 10

第 15 カード ($K=1$ のときは $k_{s_1}=0$ とする)

カラム	入力内容	Format
1~10	k_{s_1} の 値	I 10
11~20	k_{s_2} の 値	I 10
⋮	⋮	⋮
41~50	k_{s_5} の 値	I 10

第 16 カード ($K=1$, $k_{s_1}=0$ としたときのみ)

カラム	入力カード	Format
1~10	χ 座標の値 (ラジアン)	F 10.0

入力カードの例を Table 7 に示す。

Table 7

e.g. 1

INPUT DATA

1***5***10***15***20***25***30***35***40***45***50***55***60***65***70***75***80
 ALPHA ORBITS I=4,A=4.5,(M,N)=(1,0)
 4.5 4. 0.675145 0.1 0.2005

1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0.7	E 1	0.1	E -1	0.1	E 15	0	E 14
0.0	E 0	0.0	E 0	0.2	E 1	0.1	E 0
1	0	0	0	0	0	0	0
0.0	1	0	0	0	0	0	0
0.	0	0	0	0	0	0	0

JAERI-M 7723

e.g. 2

1***5***10***15***20***25***30***35***40***45***50***55***60***65***70***75***80
 ALPHA ORBITS I=4,A=4.5,(M,N)=(1,0)
 4.5 4. 0.675145 0.1 0.0005

INPUT DATA

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0.7	E 1	0.1	E -1	0.1	E 15	1	E 14
0.0	E 0	0.0	E 0	0.2	E 1	0.1	E 0
5	2	2	2	2	2	2	2
3	5	4	6	5	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4
5	2	2	2	2	2	2	2

1***5***10***15***20***25***30***35***40***45***50***55***60***65***70***75***80

JAERI-M 7723 正誤表

ページ	行	誤	正
2	下 9	$B_{\phi 0}$	$B_{\phi 0}$
	下 3	÷	≈
3	下 10	,	,
4	下 12	$q = 3$	安全因子 $q = 3$
5	上 2	$\left[\frac{t}{t_b} \right]$	$\left[\frac{t}{t_b} \right]$
6	上 4	実用	動力
	下 6	アルファ	アルファ
19	上 2	Ion Pressure	the Hoop Force due to Ion Pressure
	上 15	同 上	同 上
	上 19	de	d 3
23	上 1	I°	T°
25	下 3	$\frac{A + X_T}{(\beta - \alpha)^2 \sqrt{\mu_1 \mu_2}}$	$\frac{A + X_T}{(\beta - \alpha)^2 \sqrt{\mu_1 \mu_2}}$