

JAERI-M
8120

高ベータ・トカマクの理論
(バルーニングモードの安定性)

1979年2月

若谷 誠宏^{*}・関 省吾・狐崎 晶雄

日本原子力研究所
Japan Atomic Energy Research Institute

この報告書は、日本原子力研究所が JAERI-M レポートとして、不定期に刊行している研究報告書です。入手、複製などのお問合せは、日本原子力研究所技術情報部（茨城県那珂郡東海村）あて、お申しこしください。

JAERI-M reports, issued irregularly, describe the results of research works carried out in JAERI. Inquiries about the availability of reports and their reproduction should be addressed to Division of Technical Information, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, Japan.

高ベータ・トカマクの理論

(バルーニングモードの安定性)

日本原子力研究所東海研究所大型トカマク開発部

*
若谷 誠宏・関 省吾・狐崎 晶雄

(1979年1月30日受理)

トカマク型核融合装置の効率化のために、プラズマのベータ値を増すことの必要性が世界的に認識され、理論的、実験的研究が開始されている。本論文は、高ベータトカマクの安定性、特にバルーニング・モードについて、理論的研究の現状をまとめたものである。数値計算の結果によると、非円形断面トカマクの場合、10%近いベータ値も得られているが、大出力第二段加熱に伴う効果などは計算に入れることができ難であり、実験的な検証が必要である。なお、ベルト・ピンチなどによる実験の結果などについても言及している。

*) 京都大学ヘリオトロン核融合研究センター

本論文は、昭和53年度の委託調査として実施された調査の報告である。

Theory of High-beta Tokamaks
(Stability of Ballooning Mode)

Masahiro WAKATANI,^{*} Shogo SEKI and Akio KITSUNEZAKI

Division of Large Tokamak Development
Tokai Research Establishment, JAERI

(Received January 30, 1979)

The theoretical researches on high beta tokamak are reviewed. The ballooning mode instability is thought to be the most serious problem for the high beta tokamaks, and the theoretical results on the ballooning mode instability are discussed in detail. The experimental results in high beta belt pinch devices are also discussed.

Key words: Tokamak Devices, High-Beta Plasma, Ballooning Mode, Instability, Belt Pinch Devices, Theoretical Research Review

* Plasma Physics Laboratory, Kyoto University, Gokasho, Uji, Kyoto

目 次

1. はじめに.....	1
2. トカマクの高ベータ化.....	2
3. キンク・バルーニングモード.....	6
3.1 高ベータトカマク・オーダリングによる解析.....	6
3.2 Force - Free Current による安定化.....	7
3.3 「PEST」,「ERATO」コードによる解析.....	8
3.4 キンク・バルーニングモードの実験.....	9
4. 高モード数 ($n \gg 1$) のバルーニングモード.....	16
5. 抵抗性バルーニングモード.....	21
6. 非線型バルーニングモード.....	21
参考文献.....	24

CONTENTS

1. Introduction	1
2. High-beta tokamaks	2
3. Kink ballooning mode	6
3.1 Analysis with high-beta tokamak ordering	6
3.2 Stabilization with force-free current	7
3.3 Analysis by [PEST] AND [ERATO] codes	8
3.4 Experiments on kink ballooning mode	9
4. Ballooning mode with higher mode number ($n \gg 1$)	16
5. Resistive ballooning mode	21
6. Nonlinear ballooning mode	21
References	24

1. はじめに

制御熱核融合炉の開発研究において、ローリン条件を満足する炉心プラズマを実証することが、重要な目標になっている。そのためのプラズマ閉じ込めと加熱の研究が世界各国で行なわれている。磁場閉じ込めによる核融合研究では、トカマク型が先端を進んでいる。米国の ALCATOR-A (MIT) では、 $n\tau \simeq 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{sec}$ を実現し、ローソン条件、 $n\tau \geq 10^4 \text{ cm}^{-3} \cdot \text{sec}$ ⁽¹⁾ に十分近づいている。ここで n はプラズマ密度であり、 τ は閉じ込め時間である。また PLT (PPPL) では、2 MW の中性粒子入射加熱により、 T_i (イオン温度) $\simeq 5 \sim 6 \text{ keV}$ のプラズマを τ_E (エネルギー閉じ込め時間) $\simeq 20 \text{ msec}$ で閉じ込めることに成功している。これは、D-T 反応による核融合炉に必要なイオン温度、 $T_i \simeq 5 \sim 10 \text{ keV}$ 、を実現していると言える。この実験は、低密度プラズマで行なわれていて、閉じ込め時間も短く、 $n\tau \simeq 10^{12} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{sec}$ であるが、注目すべきことは、イオンがバナナ領域に十分入っても、dissipative trapped ion instability⁽²⁾ による異常輸送が理論的予測より小さく、イオンの熱伝導は新古典拡散の数倍以内になっていることである。トカマク型核融合炉では、PLT の実験に比べて高密度領域になると予想されるので、イオンの衝突周波数は、PLT の実験より小さくならず、イオンの熱伝導は異常輸送にならないと期待されている。⁽³⁾

経済的な核融合炉を実現するためには、トカマクのベータ値を $\beta \simeq 5 \sim 10\%$ に上げる必要があることが、トカマク型核融合炉の研究から示されている。ベータ値は、プラズマ圧力とトロイダル磁場の圧力の比を表わしている。ベータ値を上げると、核融合炉反応による出力が β^2 に比例することから、炉の小型化が可能になる。また $n \simeq 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 、 $T_i \sim T_e \sim 10 \text{ keV}$ の炉心プラズマを閉じ込めるために必要な磁場のエネルギーも小さくなる。トカマクのベータ値を制限する要因として、MHD 平衡の成立条件および MHD 安定性が詳しく調べられた。特に、FCT⁽⁴⁾ (Flux Conserving Tokamak) の研究から、MHD 平衡は、ベータ値の制限にはならず、MHD 不安定性、なかでもバルーニングモードに依存することが明らかになってきた。トカマク型配位の理想流体モデルに基くバルーニングモードの線型安定性は、詳しく調べられている。最近は、抵抗性バルーニングモードや、テアリング・バルーニングモードも注目されている。これらのモードによるトカマクの β limit (安定に閉じ込めることができる最大のベータ値) は以下の章で詳しく述べる。

トカマクプラズマのエネルギー閉じ込め時間は、密度に比例して増大し、イオンの新古典熱伝導が主要なエネルギー損失になる密度で最大になることが示された。ALCATOR-A では、 B_T (トロイダル磁場) $\lesssim 100 \text{ KG}$ という強磁場が可能であり、磁気軸近傍では、 $n_e \lesssim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ に到達している。DIVA (日本原子力研究所) では、不純物による輻射損失を軽減することにより、比較的弱いトロイダル磁場で、 $n \lesssim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ のプラズマを閉じ込めることに成功している。トカマクのベータ値を大きくすることができれば、比較的弱いトロイダル磁場で、高密度プラズマを閉じ込めることができ、エネルギー閉じ込め時間を延ばすことができる。トカマク型核融合炉が、エネルギー閉じ込め時間がイオンの新古典拡散に支配される領域に入るならば、イ

オンの熱伝導を小さくするようとする必要がある。新古典理論によれば、イオンの熱伝導を小さくするには、イオン温度を上げて、衝突周波数を小さくするか、⁽⁸⁾ プラズマ電流、 I_p 、を大きくして、ポロイダル磁場を増せばよい。イオンの衝突周波数がさらに小さくなると、dissipative trapped ion instabilityによる異常輸送が増大する可能性がある。また追加熱の入力も増すので、 I_p を大きくする方がよいと考えられる。ところが、トカマクでは、 B_T を与えると、 I_p は disruptive instabilityにより上限が決まる。弱いトロイダル磁場で大きなプラズマ電流を流すには、安定係数 $q(a)$ を小さくすることが問題になる。最近の DIVA の実験は、 $q(a) < 2$ が実現されると disruptive instability が生じないという興味深いデータを示している。⁽⁷⁾ また、 $q(a) < 2$ でも、エネルギー閉じ込め時間は電子密度に比例している。

もし、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$, $q(a) \simeq 1.5$ が可能になり、イオンの熱伝導が新古典理論に従うならば、トカマク型核融合炉の設計は容易になるだろう。DIVA, PLT の実験により、後の 2 つの条件は実現しているので、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$ を実験することが、トカマク研究の最大の目標になる。つぎに、同一の装置で $\beta, q(a), \tau_e$ を最適化する実験を行わなければならない。トカマク型装置で、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$ が実現できるための条件、例えば、圧力分布、電流分布、プラズマ断面の形状等が、理論的に明らかになりつつある。本報告では、トカマクの β limit の理論のレビューと高ベータトカマクの物理的問題のまとめを行なう。

2. トカマクの高ベータ化

トカマクプラズマのベータ値を上げるさまざまの提案がなされてきた。ベータ値とポロイダルベータ値、 β_p 、の間には次の関係が成立つ、

$$\beta = \beta_p \frac{B_p^2}{B_p^2 + B_T^2} \quad (1)$$

ここで、 B_p はプラズマ電流によるポロイダル磁場と外部コイルによるトロイダル磁場を表わしている。通常のトカマクでは、プラズマ電流が、disruptive instability により制限され、安定係数は、 $q(a) \gtrsim 2 \sim 3$ であり、 $B_p \ll B_T$ は良い近似として成立する。この場合には、

$$\beta = \beta_p \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{1}{(q(a))^2} \quad (2)$$

になる。(2)式は、高ベータトカマクを得るために、

- I) β_p を大きくする、
 - II) アスペクト比、 R/a 、を小さくする、
 - III) $q(a)$ を小さくする、
- ことが望ましいことがわかる。

ジュール加熱だけでは、 $\beta_p \lesssim 1$ を越えるのは容易でなく、中性粒子入射加熱、RF 加熱等の追加熱により、 β_p を大きくできる可能性がある。MHD 平衡理論からは、通常、 $\beta_p \lesssim R/a$ とい

イオンの熱伝導を小さくするようにする必要がある。新古典理論によれば、イオンの熱伝導を小さくするには、イオン温度を上げて、衝突周波数を小さくするか、⁽⁸⁾ プラズマ電流、 I_p 、を大きくして、ポロイダル磁場を増せばよい。イオンの衝突周波数がさらに小さくなると、dissipative trapped ion instabilityによる異常輸送が増大する可能性がある。また追加熱の入力も増すので、 I_p を大きくする方がよいと考えられる。ところが、トカマクでは、 B_T を与えると、 I_p は disruptive instabilityにより上限が決まる。弱いトロイダル磁場で大きなプラズマ電流を流すには、安定係数 $q(a)$ を小さくすることが問題になる。最近の DIVA の実験は、 $q(a) < 2$ が実現されると disruptive instability が生じないという興味深いデータを示している。⁽⁷⁾ また、 $q(a) < 2$ でも、エネルギー閉じ込め時間は電子密度に比例している。

もし、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$, $q(a) \simeq 1.5$ が可能になり、イオンの熱伝導が新古典理論に従うならば、トカマク型核融合炉の設計は容易になるだろう。DIVA, PLT の実験により、後の 2 つの条件は実現しているので、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$ を実験することが、トカマク研究の最大の目標になる。つぎに、同一の装置で $\beta, q(a), \tau_E$ を最適化する実験を行わなければならない。トカマク型装置で、 $\beta \simeq 5 \sim 10\%$ が実現できるための条件、例えば、圧力分布、電流分布、プラズマ断面の形状等が、理論的に明らかになりつつある。本報告では、トカマクの β limit の理論のレビューと高ベータトカマクの物理的問題のまとめを行なう。

2. トカマクの高ベータ化

トカマクプラズマのベータ値を上げるさまざまな提案がなされてきた。ベータ値とポロイダルベータ値、 β_p 、の間には次の関係が成立つ、

$$\beta = \beta_p \frac{B_p^2}{B_p^2 + B_T^2} \quad (1)$$

ここで、 B_p はプラズマ電流によるポロイダル磁場と外部コイルによるトロイダル磁場を表わしている。通常のトカマクでは、プラズマ電流が、disruptive instability により制限され、安定係数は、 $q(a) \gtrsim 2 \sim 3$ であり、 $B_p \ll B_T$ は良い近似として成立する。この場合には、

$$\beta = \beta_p \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{1}{(q(a))^2} \quad (2)$$

になる。(2)式は、高ベータトカマクを得るために、

- I) β_p を大きくする、
 - II) アスペクト比、 R/a 、を小さくする、
 - III) $q(a)$ を小さくする、
- ことが望ましいことがわかる。

ジュール加熱だけでは、 $\beta_p \lesssim 1$ を越えるのは容易でなく、中性粒子入射加熱、RF 加熱等の追加熱により、 β_p を大きくできる可能性がある。MHD 平衡理論からは、通常、 $\beta_p \lesssim R/a$ とい

う制限条件があるが、⁽⁹⁾ FCT 平衡を選べば、 β_p は R/a を越える可能性がある。^{(4), (10)}

DIVA では、 $q(a) \approx 1$ までプラズマ電流を流すことに成功している。しかも、エネルギー閉じ込め時間は、 $q(a) \sim 1.3$ でも、ALCATOR 比例則、 $\tau_E \propto n\sqrt{q(a)}$ に従っている。このデータは、ⁱⁱⁱ⁾ による高ベータトカマクの可能性を示している。

もし、追加熱を行っても β_p を大きくできないならば、 $B_p \sim B_T$ が成立する閉じ込め方式が考えられる。円形断面トカマクでは、Kruskal-Shafranov limit を越えるので、MHD 的に不安定であるが、非円形断面では可能である。非円形断面の K-S limit は、

$$q = \frac{B_T}{B_p} - \frac{l_p}{l_T} > 1 \quad (3)$$

と書くことができる。⁽¹¹⁾ l_T と l_p はトーラス方向の周長とポロイダル方向の周長である。円形断面トカマクでは、 $l_p = 2\pi a$, $l_T = 2\pi R$ である。トロイダル磁場 B_T を一定にすると、 l_p/l_T を大きくして、 $l_p \sim l_T$ が実現できれば、 $B_p \sim B_T$ が可能になり、 $\beta \sim \beta_p/2$ が期待できる。非円形断面トカマクでは、 l_p/l_T を大きくすることができます。

非円形断面トカマクが、高ベータプラズマを閉じ込める可能性は、local mode に対する MHD 安定性の条件からも得られている。特に三角形度を加えると、幾何学的な配置で決まる磁気井戸を深くすることができ、磁気軸近傍で $q < 1$ でも local mode は安定になる。⁽¹²⁾ ここで、 local mode は、 interchange mode であるが、弱いバルーニング効果は含まれている。

高ベータ軸対称トロイダルピンチの研究から、高温高密度のプラズマ柱の周辺に force-free current を流すことにより、ベータ値の高い安定なプラズマが得られる可能性が示されて⁽¹³⁾ いた。force-free current とは、 $J = \alpha B$, $\alpha = \text{一定}$ を満足するようなプラズマ電流であり、周辺部の低密度プラズマ領域を流れる。特に、磁力線のピッチ分布が空間的に一定、あるいは、 $q(r) = \text{一定}$ に近い場合に安定性が増す。理論的には、高ベータトカマク・オーダリング、 $\beta \sim a/R$, $\beta_p \sim R/a$, を仮定して、⁽¹⁴⁾ 高密度プラズマ領域は、圧力一定で、表皮電流モデルとする。force-free current の大きさと、プラズマ断面を変えることにより β limit を大きくすること⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾ が示された。この方法は、プラズマ周辺に大きな電流が流れるために、プラズマと壁の相互作用が増し、不純物が混入しやすくなる可能性があり、トカマク型核融合炉の高ベータ化に応用できるかどうかは検討の余地がある。しかし、diffuse current profile で、円形断面の場合の MHD 平衡(図 1)は FCT 平衡の電流分布、圧力分布(図 2)に類似している。特に、電流分布が、周辺に集中する様子が似ている。

強力な中性粒子入射加熱を行えば、加熱時間がエネルギー閉じ込め時間より短くなり、磁束を保存した状態でベータ値を上げることができるという考え方で、高ベータトカマクの平衡として、FCT 平衡が研究された。特に、安定係数の分布、 $q(\psi)$ 、を変えずにベータを上げることができれば、低ベータ値(ジュール加熱だけ)で、MHD 的に安定であれば、高ベータ値でも安定性に有利だろうと考えられた。 ψ は磁気面を示している。

これらの種々の考え方で、高ベータトカマクの MHD 平衡が計算され、MHD 安定性が調べられた。その結果、diffuse current profile の場合の、バルーニングモードがトカマクのベータ値を制限することが明らかになってきた。バルーニングモードの安定性は、導体壁の位置によ⁽¹⁷⁾

り、性質が変わることもわかつてきた。トーラス方向のモード数を n とすれば、シェルがないか、プラズマから離れた位置にある場合には、 $n=1$ モードが β limit を決める。しかし、シェルが、プラズマに十分近く置かれていると、 $n \gg 1$ あるいは、 $n \rightarrow \infty$ の条件で、 β limit が決まる。⁽¹⁸⁾ 以下では、 $n = 1, 2, 3$ のようなモードを、キング・バルーニングモードと呼び、第3章に述べる。

$n \gg 1$ のバルーニングモードは、有理面 ($q(r) = m/n$ を満たす磁気面) の近傍に局在化するので、磁気面ごとに安定性を調べることが可能になる。これについては、第4章で述べる。

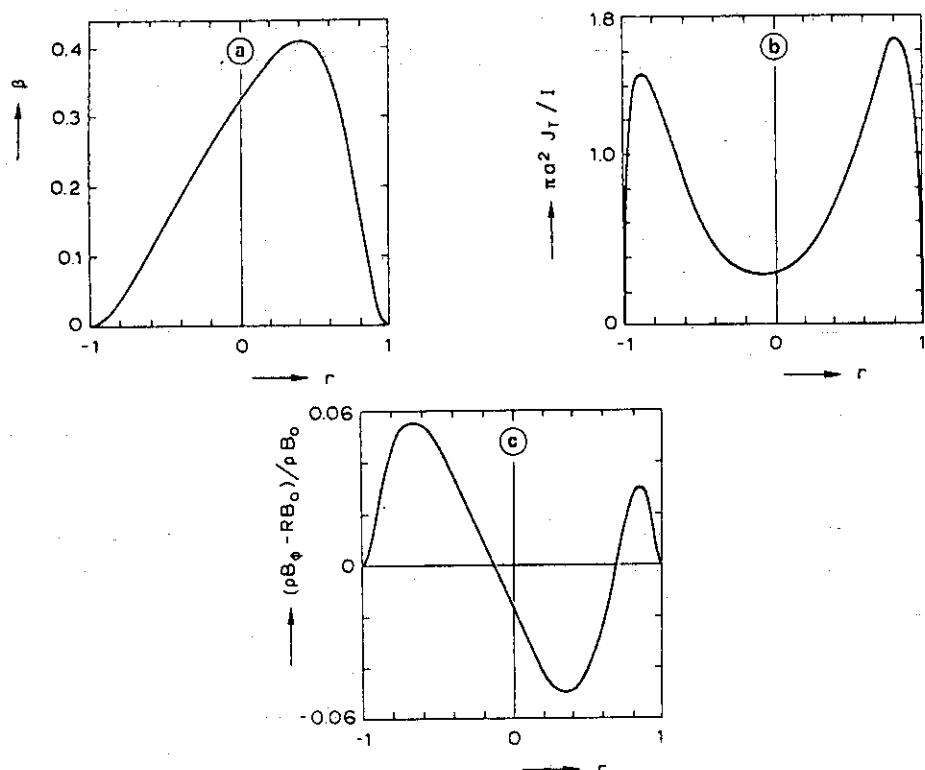


図1 Force-Free Current に囲まれたMHD平衡の例。
(a)压力分布, (b)電流分布, (c)反磁性分布 (ref.15)

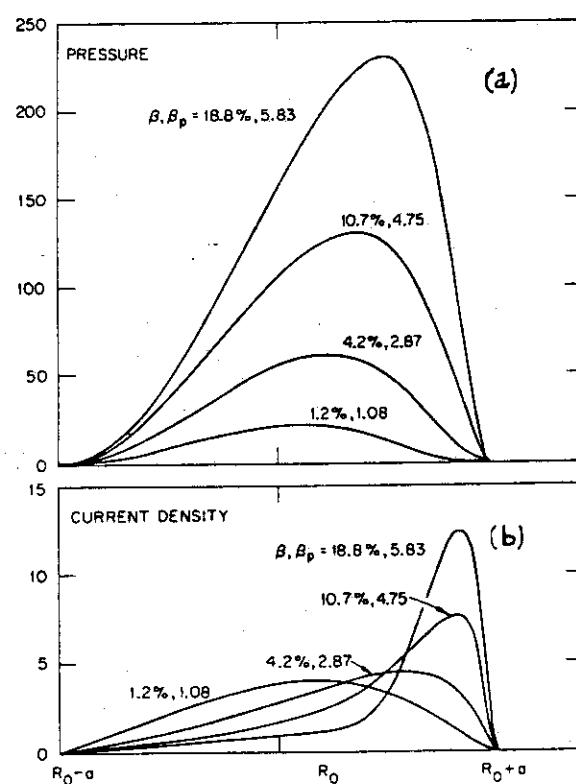


図2 FCT平衡の例
(a)压力分布, (b)電流分布 (ref.4)

3. キンク・バルーニングモード

3.1 高ベータトカマク・オーダリングによる解析

低ベータトカマクでは、キンクモードの安定性に対するトーラス効果は小さいとして無視し、円筒近似で解析を行なう。そして、 $m=1$ キンクモードに対する安定条件より、K-S limit

$$q(a) = \frac{a B_r}{R B_p} > 1 \quad (1)$$

が得られる。⁽¹⁹⁾ 低ベータトーラスでも、円筒近似では、成長率がゼロになる $n q(a) = m - 1$ 付近⁽²⁰⁾ は、トーラス効果を考慮すると不安定になることが、一様電流分布に対して、解析的にも、数值計算でも示されている。

高ベータトカマクでは、トーラス効果が本質的であり、円筒近似とまったく異った結果が得られることは、⁽²¹⁾ Freidberg と Haas によって与えられた。高ベータトカマク・オーダリング、 $\beta \sim a/R$, $\beta_p \sim R/a$ を使って、プラズマ電流は表皮電流である sharp boundary model を調べた。高ベータトカマクの不安定モードは、強いバルーニング効果を持つことから、キンク・バルーニングモードと呼ばれた。その特徴は、

- i) $q(a) > 1$ でも不安定になる、
 - ii) $n = 1$ モードが最も不安定、
 - iii) 最も不安定なモードは、ポロイダル面内では、 $m = 2$ モードが主要モードになる、
- ことである。そして、シェルなし円形断面トカマクでは、

$$\beta_{\text{limit}} \simeq 0.21 a/R \quad (2)$$

が得られた。楕円断面 (2.2 : 1) にすると、

$$\beta_{\text{limit}} \simeq 0.37 a/R \quad (3)$$

になり、約 2 倍改善される。⁽²²⁾ Freidberg と Grossmann は sharp boundary model を積極的に利用して、高ベータトカマク・オーダリングを使わない計算を行なった。図 3 に示されているように、高ベータトカマク・オーダリングより低い β_{limit} が得られている。図 3 では、 $a/R = 0.3$ とすれば、 $\beta_p = 1$ の場合で $\beta_{\text{limit}} = 4\%$ 、セパラトリックスがプラズマ表面にある場合 ($q = \infty$) には、 $\beta_{\text{limit}} = 5\%$ になっている。この値が、diffuse current profile になると、どれほど下がるかを調べなければならない。

高ベータトカマク・オーダリングを diffuse current profile に適用して、キンク・バルーニングモードの安定性を調べると、円形断面の場合には、

$$\beta_{\text{limit}} \simeq 0.1 a/R \quad (4)$$

になった。⁽²³⁾ 表皮電流分布を仮定する sharp boundary model は β_{limit} に関して optimistic であると言える。高ベータトカマク・オーダリングを行うと、internal mode の安定性が無視されてしまうので、導体壁をプラズマ柱に近づけることにより、キンク・バルーニングモードは

安定化される。プラズマ柱の半径 a と導体壁の半径 r_w の比が、 $r_w/a \approx 1.2$ になると、 β limit はキンク・バルーニングモードに依存しなくなる。

3.2 Force-Free Currentによる安定化

Freidberg et al.は、 $a/R \approx 0.3$ を与えても、(4)より β limit $\approx 3\%$ という低い値になるので、^{(15),(16)} Force-Free Currentによる安定化を調べた。高ベータ軸対称トロイダルピンチ（スクリューピンチ）の実験は、Force-Free Currentによるキンクモードの安定化を示唆している。⁽¹³⁾ 高密度プラズマの圧力は一定であり、プラズマ電流はプラズマ表面を流れている。外側の低密度領域に Force-Free Current が流れているモデルを使って調べた。Force-Free Current の大きさはパラメータになっている。Force-Free Current は $\vec{J} \times \vec{B} = \alpha \vec{B}$ を満足する。 α は定数。

高密度プラズマ柱の外側が真空の場合には、安定係数 q はプラズマ表面を流れる電流により決められるが、Force-Free Current が存在する場合には、

$$q^* = \frac{a I_p B_t}{R I_\phi} \quad (4)$$

を定義するとよい。 B_t はトロイダル磁場、 I_ϕ は Force-Free Current も含めた全電流、 I_p はポロイダル面内の周長、 a は非円形断面の場合には、 $Z=0$ 面と非円形断面の交点間の距離の半分である。 Z 軸は、トーラスの主軸に平行方向である。(4)を使うと、Force-Free Current の大きさは、

$$I' = \alpha R q^* \quad (5)$$

で表わされる。図4は円形断面の場合に、Force-Free Currentによる β limit の変化を示している。 $I'=0$ の場合には、(2)式と一致している。この時、 $q^*=1.71$ である。Force-Free Current を流すと、 $I'=2$ 、 $q^*=1$ のとき、

$$\beta \text{ limit} = 0.62 a/R \quad (6)$$

が得られ、(2)に比べて、 β limit は、3倍大きくなっている。楕円断面の場合には、3.8:1 の楕円のとき、

$$\beta \text{ limit} = 1.2 a/R \quad (7)$$

という大きい値が可能になる。レーストラック型の断面では、 $\beta = 2.5 a/R$ という大きな値も得られている。

円形断面の場合、 $I'=2$ は、ほぼピッチ一定の Force-Free 磁場に近い。また Force-Free Current の大きさは、プラズマ電流と同程度になっている。トカマク型核融合炉で、第一壁の近傍まで大電流が流れる系が可能かどうかという技術的問題とは別に、diffuse current profile の場合の安定性を理論的に調べる必要がある。最近、Lui が、初期値問題による線型MHD 安定性の数値計算コードを応用して、diffuse current profile の安定性を調べ、Force-Free Current による安定化は有効であることを示した。図4より、Force-Free Currentを大きくすると ($\epsilon_2 \rightarrow \infty$)、 $n=3$ モードまでは、 $\beta \sim 5\%$ でも安定になっている。 n はトロイダルモード。

ド数である。高密度プラズマの領域を diffuse current profile とすると、いわゆる fixed boundary の場合の MHD 安定性と同じになり、 $n \gg 1$ モードが β limit を決める事になる。⁽¹⁸⁾
 $n \rightarrow \infty$ より決まる β limit は、Force-Free Current に対してはまだ求められていない。一方、Freidberg et al. の計算では、 $n = 1$ モードが β limit を決めている。

3.3 「PEST」、「ERATO」コードによる解析

高ベータ・トカマクオーダリングによる β limit は、高ベータトカマクで期待されるベータ値の一応の目安を与えていた。トカマクで実現される電流分布は、表皮電流分布では近似できない。Diffuse current profile で、非円形断面の MHD 安定性を調べ、より現実的な β limit を求める必要がある。エネルギー原理を使って、軸対称トロイダルプラズマの MHD スペクトルを計算するコードが開発された。もしも、成長する固有振動が存在すれば、それは不安定性を⁽²⁾意味する。現在広く使われているコードは、プリンストン大学で開発された「PEST」コード⁽²⁾とスイスのローザンヌ研究所で開発された「ERATO」である。これらのコードは、軸対称トロイダルプラズマの MHD 平衡が与えられたならば、理想電磁流体モデルの範囲内の不安定ならば、いかなるモードでも計算することは可能である。しかし、実際には、有限メッシュを使って計算するために、メッシュ数から精度よく計算できるモード数は決まる。現在の計算は、 $n \leq 4 \sim 5$ の範囲内で行なわれている。

「PEST」コードによる β limit は、TFTR で考られる FCT 平衡に対して行なわれ、⁽²⁾

$$\beta \text{ limit} \simeq a / R(q(a))^2 \quad (8)$$

とほぼ一致していた。(8)はバルーニングモードによる β limit としてよく知られているものである。⁽³⁰⁾ Fixed boundary にすると、 $n = 1$ モードよりも $n = 3$ モードの方がより低いベータ値を与えることも見出された。詳細な計算が、図 6 のような非円形断面トカマクについて行なわれた。断面は、次の様に表わされる、⁽³¹⁾

$$\left. \begin{aligned} X &= X_0 + a \cos(\theta + \delta \sin \theta) \\ Z &= K \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、K は楕円度を示し、 δ は三角形度を示している。図 7 は、 β limit の逆アスペクト比に対する依存性を示している。 β limit $\propto a/R$ という関係が成立っている。図 8 は、 β limit の楕円度に対する依存性を示している。N = 1, N = 3 は free boundary の場合のトロイダルモード数であり、N = 3 w は fixed boundary で、トロイダルモード数が 3 を意味している。図 8 の中の黒丸は、 $n \rightarrow \infty$ のモードより決まる β limit を示している。楕円変形をすれば、 β limit は大きくなるが、K ≈ 2 付近で増加率が減少する。 $n = 1$ あるいは、 $n \rightarrow \infty$ モードのどちらかが、 β limit を与えることがわかる。K $\lesssim 1.6$ までは、 $n = 1$ と $n \rightarrow \infty$ がほぼ同じ β limit を与えている。図 9 は、 β limit の三角形度に対する依存性を示している。楕円度の場合と同様に、 $\delta \approx 0.5$ 付近が最適であり、 $n = 1$ と $n \rightarrow \infty$ がほぼ同じ β limit を与えている。図 10 は円形断面の場合に、磁気軸の q を 1.0 にして、プラズマ表面の q_b を変化させた場合の β limit である。free-boundary であれば、 β limit $\simeq 2\%$ である。図 11 は、円形断面の場合

に、表面の $q_b = 3.8$ として、磁気軸の q_a を変化させたグラフである。 $q_a \rightarrow 1.0$ にすると、 β limit は大きくなる。図 12 は、D-shape 断面トカマクの場合の、free boundary と fixed boundary の差を示している。free boundary であれば、 $n = 1$ モードのキンク・バルーニングモードの安定性が β limit を与え、fixed boundary であれば、 $n \rightarrow \infty$ のバルーニング・モード⁽³²⁾ が β limit を与えることがわかる。「ERATO」による計算もほぼ同様な結果を与えていた。バルーニングモードを安定化するには、プラズマ電流分布が広がっている方がよく、キンクモードを抑制するには、電流分布が集中している方がよい。高ベータトカマクにするには、導体壁の位置は、 $r_w/a \sim 1.1 \sim 1.3$ であればよい。キンクモードが、シェルにより安定化されるので、比較的広がった電流分布を選んでバルーニングモードを抑制すると、 β limit としては 5 ~ 10 % が可能になる。核融合炉になると、プラズマ半径は、 $a \simeq 1 \sim 2$ m になるので、導体壁の半径を、 $r_w/a \sim 1.3$ にすることは可能であろう。

初期値問題として線型MHD 安定性を調べる計算機コードも開発されているが、free boundary の場合の安定性を調べることは容易でない。Bateman と Peng⁽³³⁾ は、真空領域を、導電率が十分大きいが、resistive region に置き換えた計算を行っている。Sykes et al.⁽³⁴⁾ は $n=1, 2, 3$ の internal mode (fixed boundary) から決まる β limit を求めている。「PEST」「ERATO」の計算からは、internal mode から β limit を決めるには、 $n \rightarrow \infty$ を調べなければならないことがわかっている。 $n \rightarrow \infty$ のバルーニングモードの安定性を、有限メッシュの差分法を使って、初期値問題として解くのは困難である。 $n \rightarrow \infty$ のバルーニングモードは、有理面に局在化する性質をうまく利用すれば、磁気面ごとに安定性を調べることができる。具体的な方法は、第 4 章で述べる。

3.4 キンク・バルーニングモードの実験

通常の低ベータトカマクに、中性粒子入射加熱を行って、 β limit を調べることは、トカマク研究の重要なテーマになりつつある。現在までの実験では、ISX-A(ORNL)⁽⁶⁾ において、プラズマ中心付近で約 2 % というデータが得られている。T-11 でも、中性粒子入射加熱により、 $\beta(0) \simeq 2 \sim 3$ % を得ている。⁽³⁵⁾ プラズマ断面の平均値で、 $\beta \simeq 5 \sim 10$ % の実験はまだ実現していない。小型トカマクの TOSCA(Culham)⁽³⁶⁾ では、ジュール加熱と断熱圧縮を利用して、 $\beta(0) \simeq 3$ % を得ている。⁽³⁷⁾ TOSCA の実験は、 $n \rightarrow \infty$ のバルーニングモードから決まる β limit と矛盾しないデータである。

軸対称トロイダルピンチの実験は、高ベータトカマクの実験的研究としても行なわれている。SPICA(Jutphaas)⁽³⁸⁾ では、 $\beta(0) \simeq 20$ % になっていて、キンク・バルーニングモードが観測されている。STP-II(プラズマ研究所)⁽³⁹⁾ でも、不安定性はキンク・バルーニングモードと考えられている。SPICA, STP-II は円形断面であるが、非円形断面として、Belt Pinch(Garching)⁽⁴⁰⁾ が研究されている。

Belt Pinch IIa では、放電後 $10 \mu\text{sec}$ では、 $\beta \simeq 60$ % であるが、 $70 \mu\text{sec}$ 後には、 $\beta \simeq 20$ %⁽⁴⁰⁾ である。この減少は、不安定性によるものではなく、不純物による放射損失によると考えている。実験で得られた圧力分布、電流分布は、図 13 に示されている。電流分布は、図 2 の FCT

平衡とよく似ている。長軸と短軸の比が、6~10程度もある非円形断面のFCT平衡の安定性は、理論的にはわかっていないので、Belt Pinch IIaの実験の説明はできない。表皮電流モデルの計算とは矛盾するデータである。⁽²⁾

長方形断面の高ベータピンチトーラスで、 $n=1$ のinternal modeの線型成長率が、実験で観測される成長率とよく一致しているという報告もある。⁽⁴⁾しかし、全体的に、これらの軸対称ピンチトーラスの実験は、100~200 μ sec以下の実験であり、本当に、低ベータトカマクの高ベータ化という路線に役立つ実験になっているのかどうかは不明である。大出力の中性粒子入射加熱による低ベータトカマクの加熱実験を得たざるを得ない現状である。

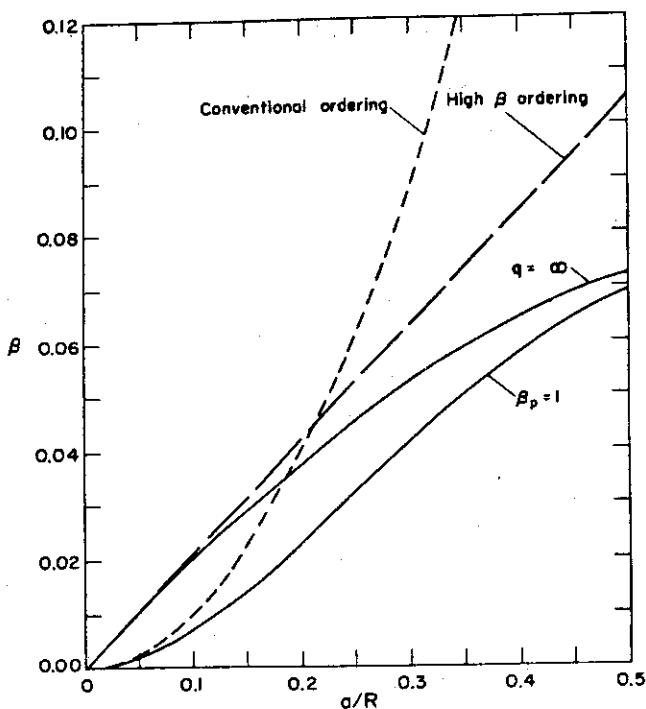


図3 円形断面トカマクの β limit。 $q=\infty$ はプラズマ表面にセパラトリックスがある場合
(ref.24)

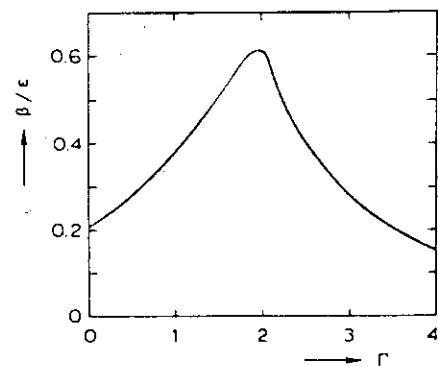


図4 Force-Free Currentがある場合の β limit(円形断面)。
下側が安定領域。(ref.15)

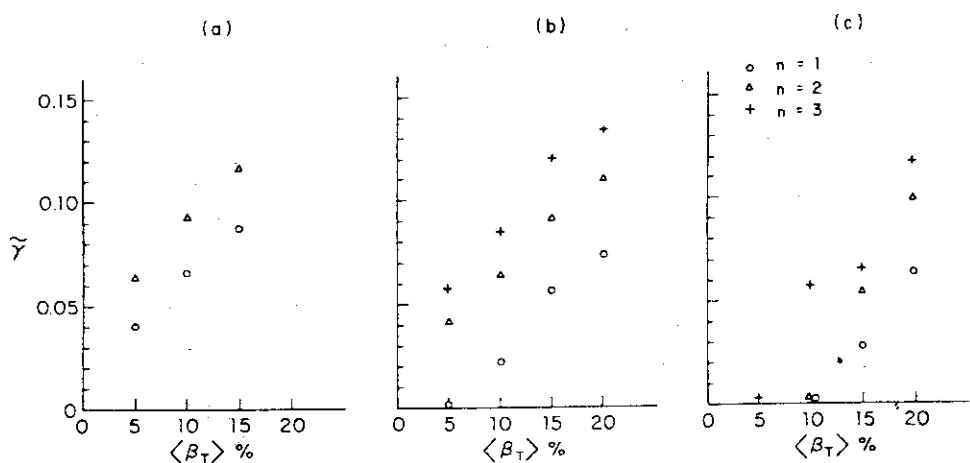


図5 β 値を変えた場合の不安定性の成長率。nはトロイダルモード数。(a) $\epsilon_2=0$ (Force-Free Currentなし), (b) $\epsilon_2=1$, (c) $\epsilon_2=2$ (Force-Free Currentの大きさがプラズマ電流の大きさとほぼ同じ)。(ref.26)。

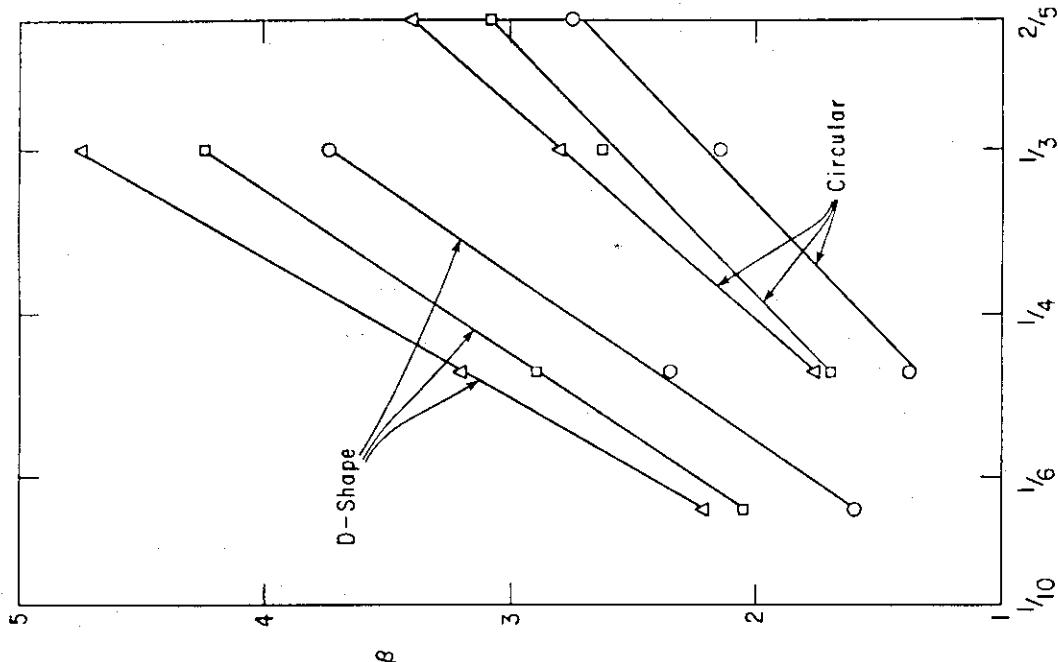


図 7 D-Shape ($K=1.65$, $\delta=0.25$), 円形 ($K=1.0$, $\delta=0.0$) .白丸 ($n=1$, Free boundary), 四角 ($n=3$, Free boundary), 三角 ($n=3$, Fixed boundary). (ref. 31)

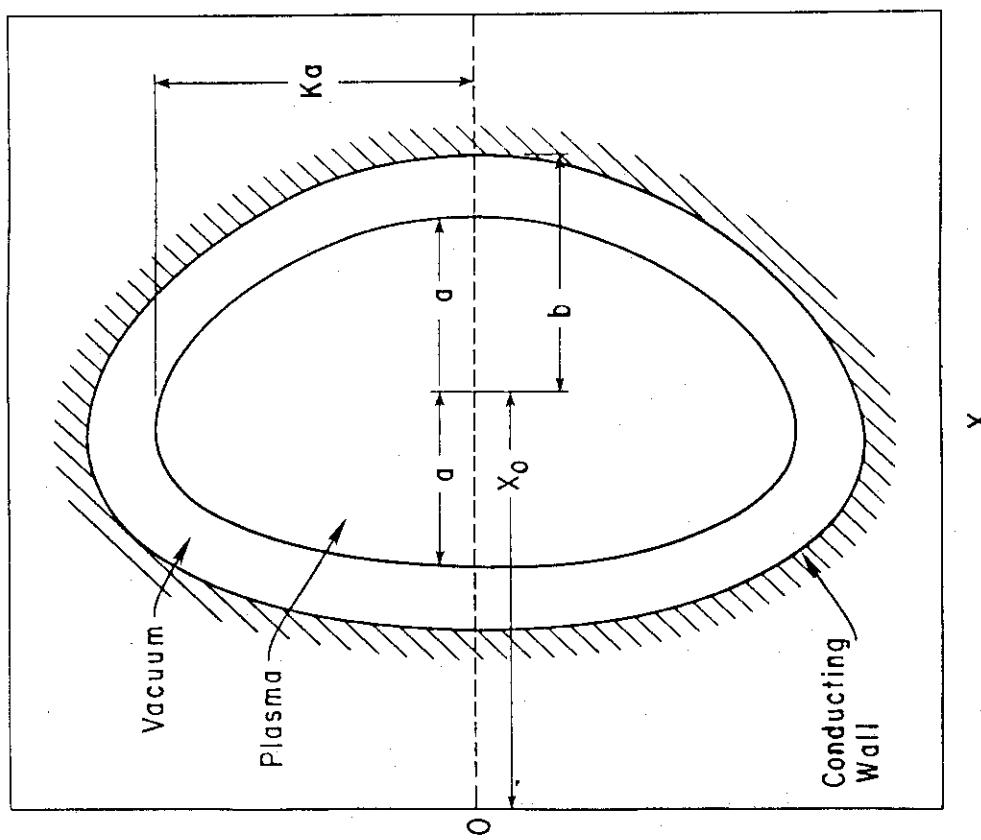


図 6 非円形断面トガマフ (ref.31)

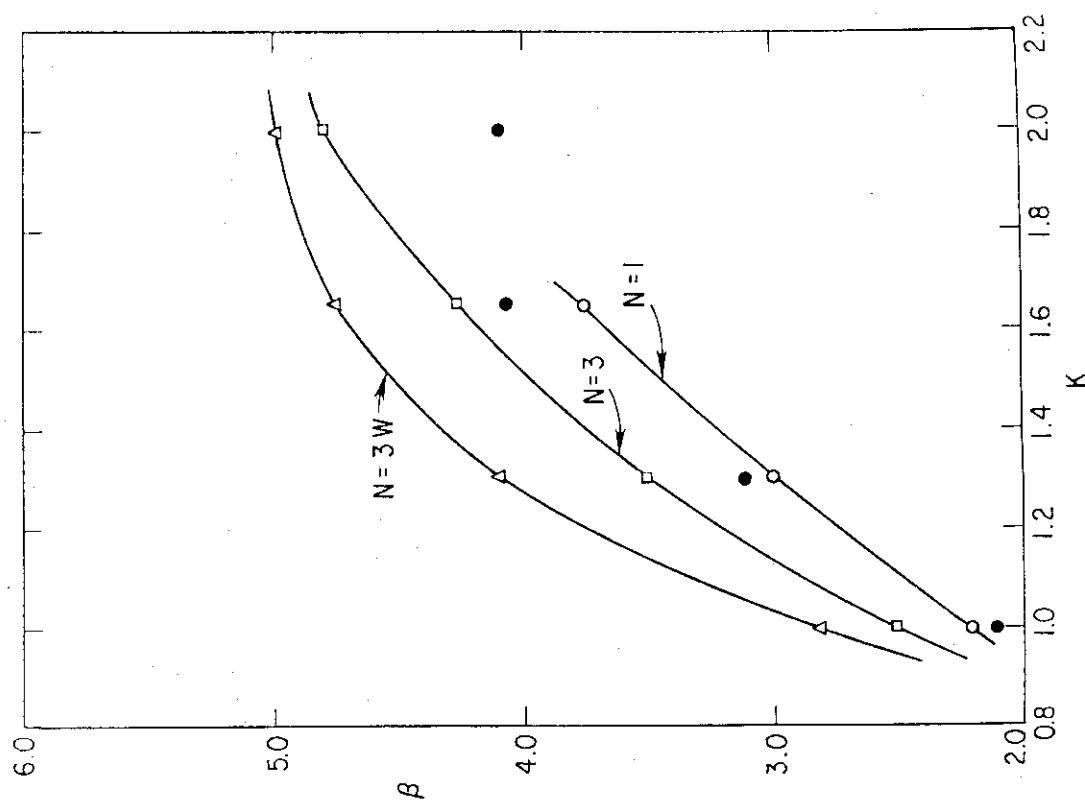


図 8 β limit (%) の精円度に対する依存性,
($R/a = 3.0, \delta = 0.25$). (ref. 31)

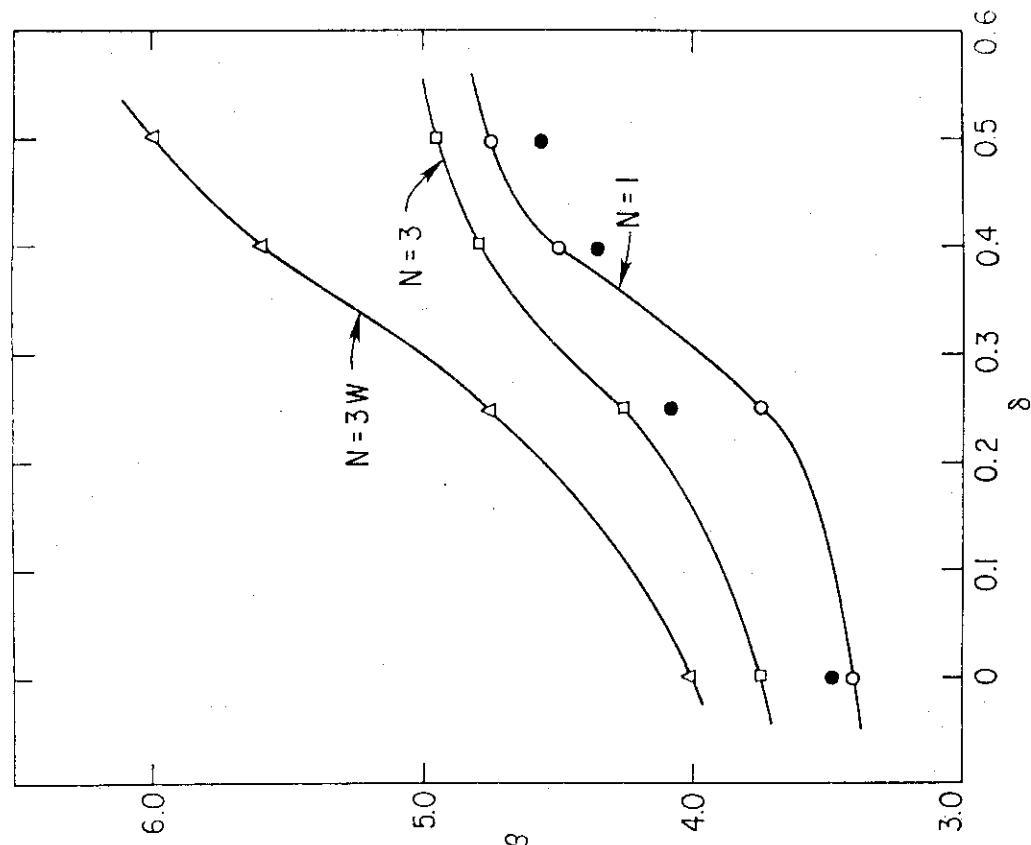


図 9 β limit (%) の三角形度に対する依存性,
($R/a = 3.0, K = 1.65$). (ref. 31)

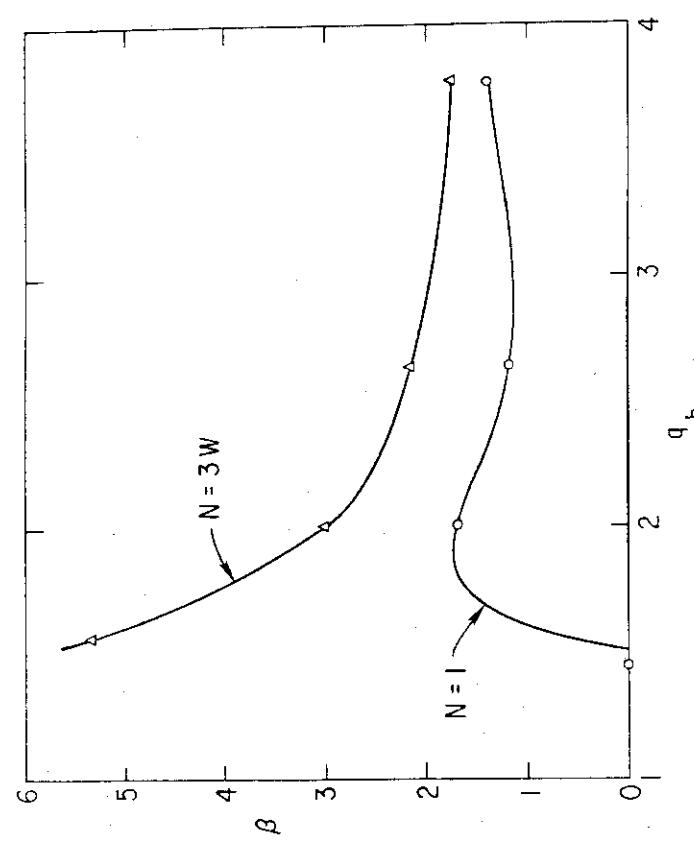


図 10 $R/a = 3.0, K = 1.0, \delta = 0.0, q_a$ (磁気軸の q) = 1.0
(ref.31)

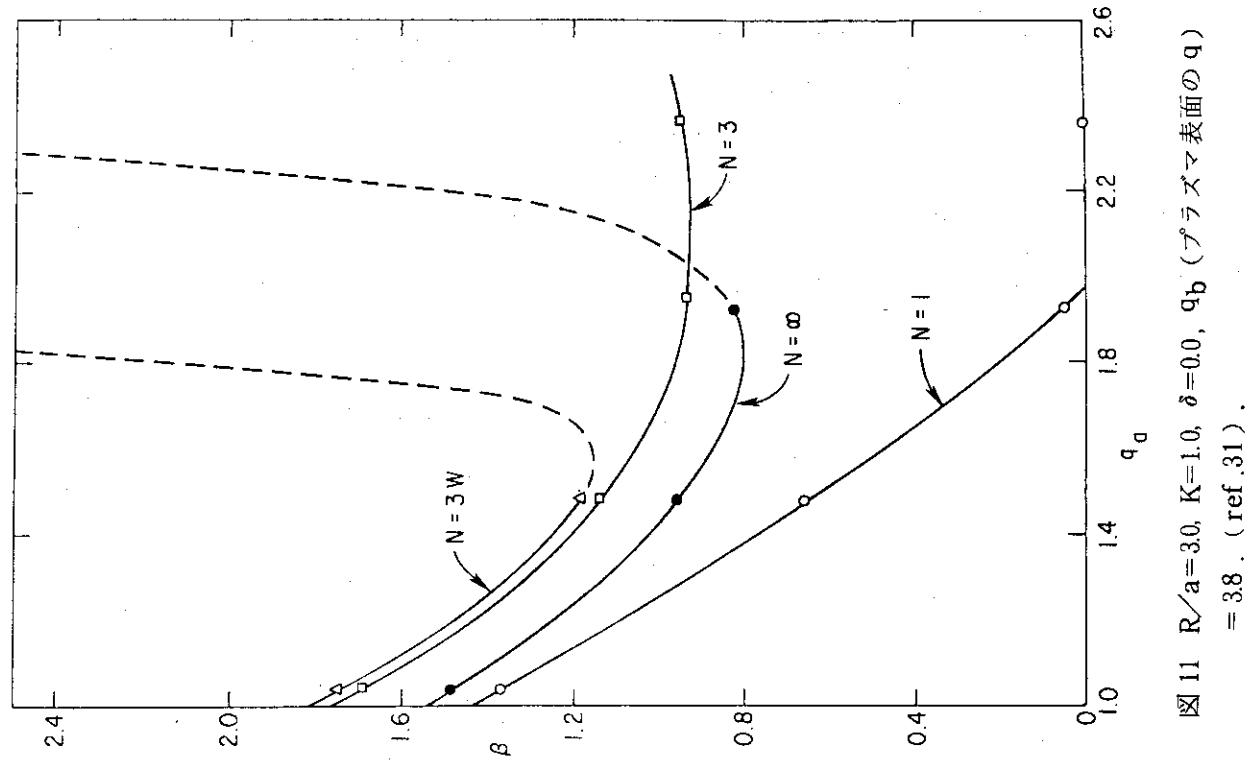


図 11 $R/a = 3.0, K = 1.0, \delta = 0.0, q_b$ (プラズマ表面の q)
= 3.8. (ref.31).

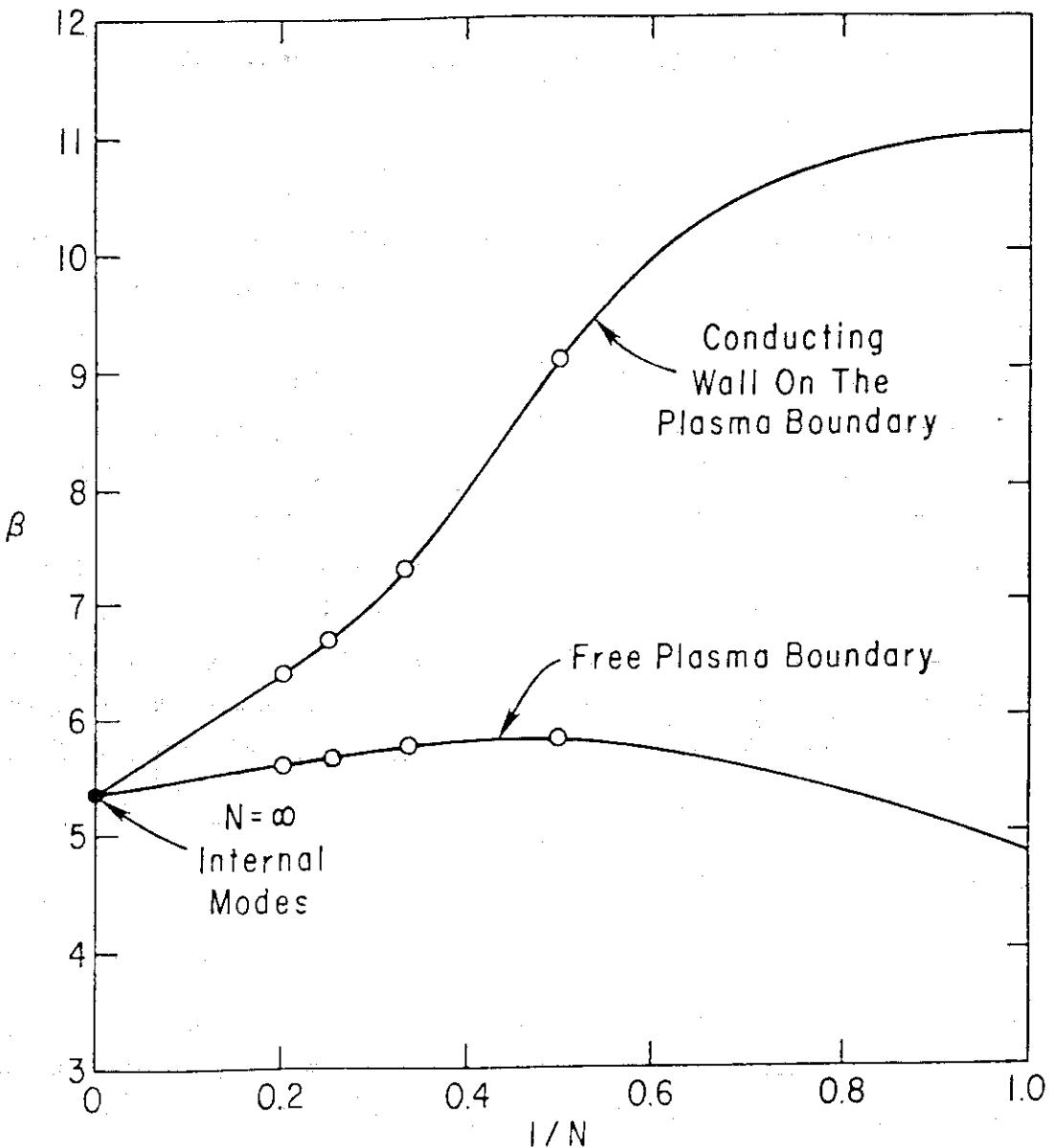


図 12 $R/a = 3.5$, $K = 1.65$, $\delta = 0.25$, β limit (%) のトロイダルモード数依存性。 (ref.31)

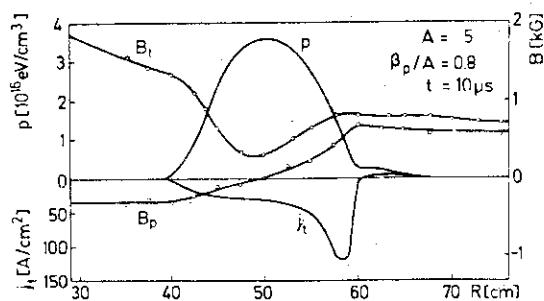


図 13 トロイダル磁場 B_t とポロイダル磁場 B_p の測定値および MHD 平衡より得られる圧力分布とトロイダル電流分布 (ref.40)

4. 高モード数 ($n \gg 1$) のバルーニングモード

「PEST」, 「ERATO」コードによるバルーニングモードの研究から, “ free boundary” の場合と, “ fixed boundary ”では, 問題になるモード数が異なることがわかつた。“free boundary ”の場合には, $n = 1$ のキンク・バルーニングモードが β limit を決めるが, “fixed boundary ”の場合には, $n \rightarrow \infty$ の磁気面に局在しているバルーニングモードが β limit を決める。前者の場合には, 「PEST」や「ERATO」コードによる計算が必要であるが, 後者の場合には, 磁気面に局在する性質を積極的に利用することにより, 別の解析が可能になる。 $n \gg 1$ になると, 「PEST」や「ERATO」による計算が不可能になるので, 高モード数のバルーニングモードについては特別の解析をすることは, 相補的な意味でも要求される。

$n \gg 1$ のバルーニングモードは, バルーニング効果が十分弱い場合には, $q(r) \geq 1$ であれば, 有限ベータ値による磁気井戸の形成により安定化される。最近問題になっているのは, バルーニング効果が強い場合である。トカマクのようにシェア磁場になっている場合には, 厳密な解析は困難であったが, Dobrott et. al. により試みられた。⁽⁴⁾ その後, Conner Hastie, Taylor により, 厳密な解析が行なわれた。⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 磁気面上で, 1次元の微分方程式の解の性質から, 安定, 不安定を判定できる。これは, 円柱プラズマに対して Newcomb が見出した定理に比すことができる。Conner, Hastie, Taylor の結果の要点を述べる。

軸対称トロイダル系の磁場は,

$$\underline{B} = \nabla \psi \times \nabla \zeta + I(\psi) \nabla \zeta \quad (10)$$

と表わすことができる。 $\psi = \text{一定}$ の面が, 磁気面を与える。 ζ はトーラスの軸のまわりの角度である。ここで, 直交座標系 (ψ, ζ, χ) を導入することができる。 χ はポロイダル角を表わす座標である。R をトーラスの軸からの距離とすれば, この座標系のメトリックは,

$$ds^2 = \left(\frac{d\psi}{RB_\chi} \right)^2 + (JB_\chi d\chi)^2 + (R d\zeta)^2 \quad (11)$$

で表わされ, 体積要素は, $d\tau = J d\psi d\chi d\zeta$ になる。磁力線は, $\psi = \text{一定}$, $\chi = \chi_0(\zeta)$ で与えられ, 磁力線の回転は,

$$\frac{d\chi_0}{d\zeta} = \frac{1}{J} \quad (12)$$

で定義され,

$$\nu(\psi, \chi) = I J / R^2 \quad (13)$$

で与えられる。安定係数は,

$$q = (2\pi)^{-1} \oint \nu d\chi \quad (14)$$

で定義できる。

軸対称トロイダル系では、線型摂動量は、フーリエ・モード～ $\exp(in\zeta)$ に展開することができる。ここでは、 $n \gg 1$ のモードに注目する。モードの構造は、磁力線方向に波長が長く、磁力線に垂直方向に波長が短くなる。⁽⁴⁾ 安定性の解析は、エネルギー原理から出発する。磁力線方向の摂動、 ξ_{\parallel} について極小化すると、 $\Delta \cdot \xi = 0$ が得られ、 $\delta W(\xi, \xi)$ は、 $\delta W(\xi_{\perp}, \xi_{\perp})$ で表わされる。 $n \gg 1$ の場合には、 ξ_{\perp} の中で、磁気面内の成分、 ξ_s についても極小化が可能である。結果としてエネルギー積分は、 ξ_{ψ} （摂動の径方向成分）によって表わされる。 $\delta W(\xi_{\psi}, \xi_{\psi})$ から、 ξ_{ψ} について極小化するためのオイラー方程式を導くことができる。そのためには、変数 $X = RB_{\chi} \xi_{\psi}$ を導入し、

$$\pi \int J d\psi d\chi |\xi_{\perp}|^2 = 1 \quad (15)$$

で規格化するとよい。 $X(\chi, \psi)$ は周期条件、

$$X(\chi + \chi_0) = X(\chi), (\chi_0 = \oint d\chi) \quad (16)$$

を満たさなければならない。ここで、次の変換によって X を導入する（この変換が $n \gg 1$ のバルニング・モードの理論で重要な働きをする）、

$$X(\psi, \chi) = \sum_m \exp\left(-\frac{2\pi imx}{\chi_0}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dy \exp\left(\frac{2\pi imy}{\chi_0}\right) \hat{X}(\psi, y) \quad (17)$$

ここで、 $\hat{X}(\psi, y)$ は、 $-\infty < y < \infty$ において定義されている。 $\hat{X}(\psi, y)$ に対しては、周期条件がなくなるので、

$$\hat{X}(\psi, y) = F(\psi, y) \exp\left(-\int_{y_0}^y \nu dy\right) \quad (18)$$

のように表わすことができる。 $n \gg 1$ に対しては、 \hat{X} の速い変化は、exponential phase factor に含まれ、振幅、 $F(\psi, y)$ は、 ψ と y のゆっくり変化する関数になる。

磁気面に垂直な方向に対して、2つの長さの尺度を導入する。平衡量は ψ で変化し、速い変化は、

$$X = n^{1/2} (\psi - \psi_0) \quad (19)$$

で変化する。 ψ_0 は、固有値（成長率）を決定する際に決まる量である。(17), (18)を $\delta W(\xi_{\psi}, \xi_{\psi})$ のオイラー方程式に適用すると、

$$(L + \Omega^2 M) F = 0, \quad (19)$$

$$L = L_0 + 1/n^{1/2} L_1 + 1/n L_2$$

$$M = M_0 + 1/n^{1/2} M_1 + 1/n M_2$$

が得られる。 Ω^2 は固有値である。 L_0 と M_0 は具体的に書くと、

$$\begin{aligned} L_o F = & \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{JR^2 B_\chi^2} \left[1 + \left(\frac{R^2 B_\chi^2}{B} \int_{y_0}^y \nu' dy \right)^2 \right] \frac{\partial F}{\partial y} \right\} \\ & + F \left\{ \frac{2JP'}{B^2} - \frac{\partial}{\partial \psi} \left(P + \frac{B^2}{2} \right) - \frac{IP'}{B^2} \left(\int_{y_0}^y \nu' dy \right) \frac{\partial B^2}{\partial y} \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

$$M_o F = \frac{J}{R^2 B_\chi^2} \left[1 + \left(\frac{R^2 B_\chi^2}{B} \int_{y_0}^y \nu' dy \right)^2 \right] F, \quad (21)$$

である。 L_o は、 y に関する常微分作用素になっている。 Conner, Hastie, Taylor は、 常微分方程式、
(46), (47)

$$[L_o + \omega^2(\psi, y_0) M_o] F = 0 \quad (22)$$

の解の性質により、 $n \gg 1$ のバルーニング・モードの安定・不安定を調べることができるを見出した。ただし、不安定であっても、モードの広がりや成長率は、 (2)だけでは決められない。 (2)式の解は、

$$F_o = A(x) f_o(y; \psi, y_0) \quad (23)$$

と書くことができる。 $A(\psi)$ は (2)式では決められない。 $\omega^2(\psi, y_0)$ を求めるための境界条件として、 $|y| \rightarrow \infty$ のとき、 $f_o \rightarrow 0$ とすれば、 不安定な解を求めることができる。各磁気面で、 (2)を解いて、 $n \gg 1$ のバルーニング・モードに対する安定性を調べることにより、 β limit を求めることができる。

高次の微分方程式より、 成長率、

$$\Omega^2 = \omega_o^2 + \frac{1}{2n|\nu'(y_0)|} \left(\frac{\partial^2 \omega^2}{\partial \psi^2} - \frac{\partial^2 \omega^2}{\partial y_0^2} \right)^{1/2} \quad (24)$$

が得られる。 (24)式は、 $n \rightarrow \infty$ モードが、 最も不安定であることがわかる。注意すべきことは、 (24)式は、 最低次の微分方程式 (2)の解で与えられることである。

(2)式を解くことにより、 $n \gg 1$ のバルーニングモードの安定性を調べる研究が進められている。図14は、 β_p をパラメータにして、 D-Shape のトカマクの β limit を $n \gg 1$ のバルーニングモードより求めた結果である。⁽⁵⁰⁾ 図14で、 PESTは、 $n=3$ モードによる β limit を示している。W/RADIAL STRUCTUREは、 $1/\pi^{1/2}$ および $1/n$ のオーダーを考慮した結果であり、 モードの広がりによる安定化効果のために β limit は、 $n \rightarrow \infty$ より高くなっている。W/KINETIC EFFECTSは、 有限ラーモア効果、 反磁性周波数、 補促粒子等の Kinetic effects を考慮して $n \rightarrow \infty$ モードによる β limit を求めたものである。⁽⁵¹⁾ イオンの密度勾配によるイオン・フルードモードとの結合のために、 β limit が 10%ほど下がり、 最も厳しい結果を与える。Mercier の安定条件は、 $\beta_p \approx 0.5$ では、 バルーニング・モードの β limit と同じ結果を与えることがわかる。Collisionless limit のエネルギー原理より出発して、 $n \gg 1$ のバルーニ

ング・モードを調べると、 β limit は、MHD モデルによるものと、ほとんど変わらないこともわかっている。⁶² 図 15 は Doublet III に対して計算したものである。 β_p が 0.5 ~ 1.0 では、Mercier の安定条件 (Interchange mode) が β limit を決めるが、 $\beta_p \gtrsim 1.0$ では、 $n \gg 1$ のバルーニング・モード (Internal mode) が β limit を決めることがわかる。D-Shape では、 β limit $\simeq 6 \sim 7\%$ 、⁴⁵ Doublet III では、 β limit $\simeq 9 \sim 10\%$ が期待される。

Conner, Hastie, Taylor は、 $n \gg 1$ のバルーニング・モードは、シェアにより安定化される結果を示したが、その後の計算では、シェアが必ずしも高モードのバルーニング・モードを安定化しないことがわかつた。これは、バルーニング・モードによる β limit は、電流分布、圧力分布、磁力線の曲率等の全体のバランスにより、最適化されるもので、シェアだけを取り出して、その依存性を論ずることはあまり意味がないことを示していると思われる。⁶³ 図 16 は、ORNL で、シェアの大きさと、 β limit を調べたものであるが、円形断面ではシェアに対する依存性はほとんどなく、⁶⁴ D-Shap では、シェアを大きくすると、 β limit が下がっている。

$n \gg 1$ のバルーニング・モードによる β limit、言いかえると、fixed boundary の場合の β limit は現在計算されている例でも、D-Shape や Doublet 型の場合に、 β limit $\simeq 5 \sim 10\%$ が見出されている。将来のトカマク型核融合炉に対して、fixed boundary model が適用できるならば、核融合炉として要求されているベータ値は可能と言える。

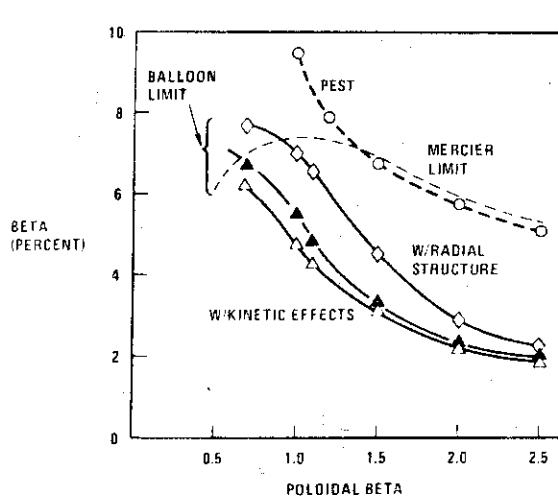


図 14 D-Shape トカマクの interchange mode と ballooning mode ($n \gg 1$) による β limit. 黒い三角は $n \rightarrow \infty$ を仮定している。PESTは $n=3$ モードの計算である。 (ref.50)

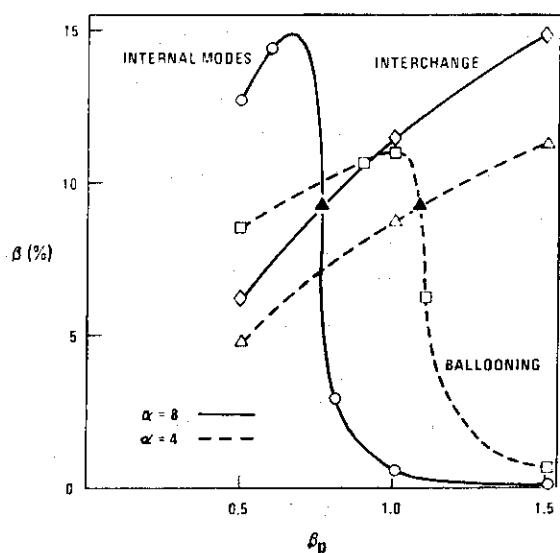


図 15 Interchange mode と ballooning mode による Doublet III の β limit. α は電流分布のパラメータであり、小さい方が peaking した分布になっている。 (ref.50)

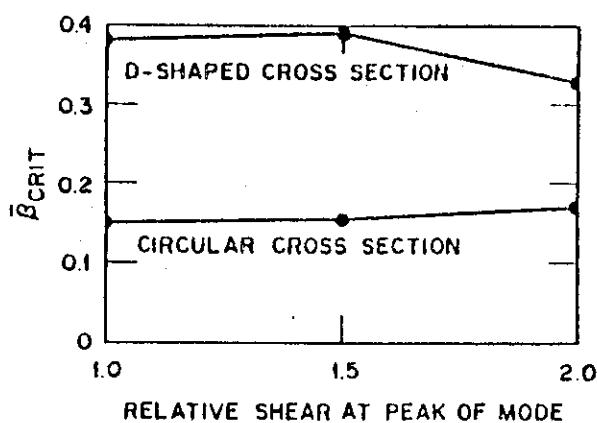


図 16 バルーニング・モードによる β limit とシェアの大きさの関係 (ref.32).

5. 抵抗性バルーニングモード

$n \gg 1$ モードは、磁気面に局在しているモードであるので、collision, resistivity, viscosity 等の dissipative effects や kinetic effects が、安定性に影響を与えると予想される。 collision が十分に小さい場合には、kinetic effects を考慮しても、 β limit に与える影響は小さいことが示されている。⁶⁾⁽²⁾ Ideal kink mode が安定であっても、有限の resistivity を考慮すると、resistive tearing mode が不安定になるように、 β limit 以下のベータ値でも、 resistive ballooning mode が不安定になる。弱いバルーニング効果の場合には、10 年以上も前に、resistivity, η , に比例する成長率をもつモードが不安定になることが見出された。⁶⁴⁾ Electron - ion collision frequency に比例する成長率と表わしてもよい。Bateman と Nelson は、強いバルーニング効果の場合にも、 $\tau \propto \eta$ である $n \gg 1$ のバルーニング・モードが不安定になることを見出した。⁵⁵⁾ resistivity の分数べきに比例する成長率を持つバルーニング・モードも見出されている。これらのモードは、トロイダルモード数、 n , を十分大きくとれば、常に不安定になる。核融合プラズマでは、 η は十分小さく、有限ラーモア半径効果が期待されるので、 $n > n_c$ (n_c はラーモア半径に依存する) のモードは 安定化される可能性がある。 n_c の決定は詳しい計算が必要であるが、 $n_c \sim 100$, $S = 10^6$ の場合に β limit は 20 % 下がることが見出されている。⁵⁶⁾ S は Alfvén 速度でプラズマ半径を進む時間, τ_A , と、 resistivity η で決まる磁場の拡散時間, τ_η , の比、 τ_η / τ_A で与えられる。抵抗性バルーニング・モードの計算例は多くないが、 β limit を 10 ~ 20 % 下げる可能性はある。⁵⁷⁾

$n \gg 1$ のバルーニング・モードに関しては、温度非等方性の効果も調べられている。⁵⁸⁾ 強力な中性粒子入射加熱をすると、 $T_{11} \neq T_\perp$ になる可能性がある。特に、beam - driven tokamak では重要になるだろう。温度非等方性をうまくコントロールすることができれば、 β limit を大きくできる可能性があるだろう。

$n \gg 1$ バルーニング・モードに関しては、線型理論で不安定になれば、高ベータを維持できないのかどうかを調べなければならない。バルーニング不安定性による輸送の増大等についてはまだ調べられていない。

6. 非線型バルーニングモード

高ベータトカマクでは、バルーニング・モードが線型理論で安定でなければ、すぐに低ベータに下がってしまうのか、バルーニング不安定で、別の高ベータトカマクの平衡に移行するのかは重要な研究課題である。そのためには、2つの研究が必要である。バルーニング・モードの非線型発展を調べることと、輸送現象と組合せて、バルーニング・モードによる輸送の増大の程度を調べることである。現在のところ、前者は、トロイダルモード数の低い場合に, fixed

5. 抵抗性バルーニングモード

$n \gg 1$ モードは、磁気面に局在しているモードであるので、collision, resistivity, viscosity 等の dissipative effects や kinetic effects が、安定性に影響を与えると予想される。 collision が十分に小さい場合には、kinetic effects を考慮しても、 β limit に与える影響は ⁵¹⁾⁽⁵²⁾ 小さいことが示されている。Ideal kink mode が安定であっても、有限の resistivity を考慮すると、resistive tearing mode が不安定になるように、 β limit 以下のベータ値でも、 resistive ballooning mode が不安定になる。弱いバルーニング効果の場合には、10 年以上も ⁵³⁾ 前に、resistivity, η , に比例する成長率をもつモードが不安定になることが見出された。 Electron - ion collision frequency に比例する成長率と表わしてもよい。Bateman と Nelson は、強いバルーニング効果の場合にも、 $\alpha \sim \eta$ である $n \gg 1$ のバルーニング・モードが ⁵⁴⁾ 不安定になることを見出した。resistivity の分数べきに比例する成長率を持つバルーニング・モードも見出されている。これらのモードは、トロイダルモード数、 n , を十分大きくとれば、常に不安定になる。核融合プラズマでは、 α は十分小さく、有限ラーモア半径効果が期待されるので、 $n > n_c$ (n_c はラーモア半径に依存する) のモードは 安定化される可能性がある。 n_c の決定は詳しい計算が必要であるが、 $n_c \sim 100$, $S = 10^6$ の場合に β limit は 20 % 下がることが見出されている。 S は Alfvén 速度でプラズマ半径を進む時間, τ_A , と、 resistivity η で決まる磁場の拡散時間, τ_η , の比、 τ_η / τ_A で与えられる。抵抗性バルーニング・モードの計算例は多くないが、 β limit を 10 ~ 20 % 下げる可能性はある。

$n \gg 1$ のバルーニング・モードに関しては、温度非等方性の効果も調べられている。⁵⁵⁾ 強力な ⁵⁶⁾ 中性粒子入射加熱をすると、 $T_{\parallel\perp} \neq T_\perp$ になる可能性がある。特に、beam - driven tokamak では重要になるだろう。温度非等方性をうまくコントロールすることができれば、 β limit を大きくできる可能性があるだろう。

$n \gg 1$ バルーニング・モードに関しては、線型理論で不安定になれば、高ベータを維持できないのかどうかを調べなければならない。バルーニング不安定性による輸送の増大等についてはまだ調べられていない。

6. 非線型バルーニングモード

高ベータトカマクでは、バルーニング・モードが線型理論で安定でなければ、すぐに低ベータに下がってしまうのか、バルーニング不安定で、別の高ベータトカマクの平衡に移行するのかは重要な研究課題である。そのためには、2つの研究が必要である。バルーニング・モードの非線型発展を調べることと、輸送現象と組合せて、バルーニング・モードによる輸送の増大の程度を調べることである。現在のところ、前者は、トロイダルモード数の低い場合に、fixed

(5)(6)
boundary model で数値計算が行なわれている。

高ベータトカマクオーダリングを利用して、圧縮性電磁流体方程式より、非線型のモデル方程式を導き、初期値問題として解く。変数は、stream function U , vector potential A_z , と圧力 P である。図 17 は、 $n \gg 1$ バルーニングモードによる等圧面の変化を、 $Z = 0$ 面で示したものである。⁽⁶⁾ トーラスの外側の圧力が高くなっている。プラズマ柱の中心付近の温度の高いプラズマが、周辺に運ばれている。もし、周辺付近で、plasma - wall interaction により、急激にエネルギーを失うとすれば、不純物の混入が問題になる。トロイダルモード数の小さい場合には、プラズマの対流的運動と、壁との相互作用が重要である。

トカマクの2次元輸送コードと $n \gg 1$ のバルーニング不安定性を組合せた計算も試みられて⁽⁶⁾ いる。この場合には、軸対称平衡の時間発展を調べる。第4章の(2)式を解いて、バルーニング・モードが不安定になれば、輸送係数を変化させて、圧力分布、電流分布を計算し、再び軸対称平衡を計算する。この場合に、バルーニングモード不安定による輸送係数の決定が問題として残っている。

理想電磁流体モデルの範囲内では、対流的運動によるエネルギーの輸送が問題になるが、有限の resistivity を考慮すれば、Resistive tearing - ballooning mode が不安定になる可能性⁽⁵⁾ がある。このモードの安定性はよくわかっていないが、不安定になると、magnetic island を形成するので、エネルギー損失としては大きくなる。

Tearing mode が現在のトカマクで重要な問題になっていることから、高ベータトカマクでは、Tearing - ballooning mode が β limit を決める可能性もある。バルーニング・モードの非線型発展はまだこれから研究課題である。トカマクの高ベータ化の実験的研究の進展と共に、非線型理論もより現実的解析に近づくだろう。

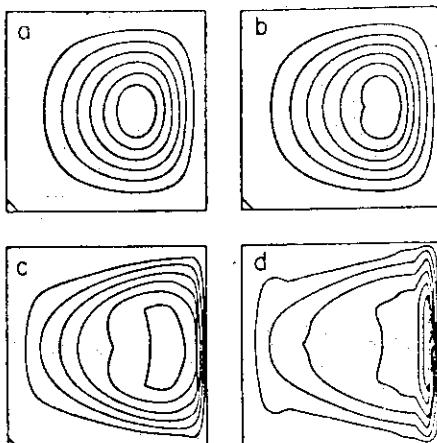


図 17 非線型バルーニングモードの計算 (等圧面)。

(a) $t = 3.0$, (b) $t = 6.0$, (c) $t = 9.0$, (d) $t = 11.0$,

t はアルベニ速度で規格化した時間。

(ref. 59).

本報告の作成は、日本原子力研究所の昭和53年度の調査費によって行なわれたものである。
核融合研究部理論解析研究室室長、田中正俊氏の討論、検討に感謝します。

参 考 文 献

- (1) 「Study of The Energy Balance in Alcator」, by A. Gondhalekar et. al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978), CN-37/C-4.
- (2) 「PLT Neutral beam Heating Results」 by H. Eubank et . al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978), CN-37/C-3.
- (3) 「PLT Reaches High Temperature in a Collisionless Plasma」 in Physics Today (November, 1978) p.17.
- (4) 「High-Pressure Flux-Conserving Tokamak Equilibria」 by R.A. Dory and Y.-K. M. Peng, Nucl. Fusion 17 (1977) 21.
- (5) 「Resistive Tearing-Ballooning Modes」 by J.W. Van Dam and Y.C. Lee, Bull. Am. phys. Soc. 23 (1978) 779.
- (6) 「Plasma Confinement and Impurity Flow Reversal Experiments in the ISX-A Tokamak」 by M. Murakami et. al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978). CN-37/N-4.
- (7) DIVA Group (private communication)
- (8) 「Transport Phenomena in a Collisionless Plasma in a Toroidal Magnetic System」 by A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev, Soviet, Phts. JETP 26 (1968) 233.
- (9) 「Plasma Equilibrium in a Tokamak」 by V.S. Mukhovatov and V.D. Shafranov, Nucl. Fusion 11 (1971) 605.
- (10) 「Magnetohydrodynamic Equilibria in Sharply Curved Axisymmetric Devices」 by J.D. Callen and R.A. Dory, Phys. Fluids 15 (1972) 1523.
- (11) 「Tokamak with Non-Round Section of the Plasma Loop」 by L.A. Artimovich and V.D. Shafranov, Soviet Phys. JETP Letters 15 (1972) 51.
- (12) 「Equilibrium and Localized Flute Instability of a Tokamak with Non-Circular Cross-Section」 by M. Okamoto, M. Wakatani T. Amano, Nucl. Fusion 15 (1975) 225.
- (13) 「Equilibrium and Stability of a Toroidal Screw Pinch」 by C. Bobeldijk et. al., Plasma Physics 9 (1967) 13.

- (14) 「Sharp-Boundary Model of a High-Pressme Todamak」 by F.A. Haas, Phys. Fluids 15 (1972) 141.
- (15) 「Maximizing β in a Tokamak with Force-Free Currents」 by, D.A. D'ippolito et. al., 6th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr, Fusion Res. (Berchtesgaden, 1976), vol. 1, p.523.
- (16) 「High-Beta Tokamaks Surrounded by Force-Free Fields」 by D.A. D'ippolito, J.P. Freidberg, J.P. Goedbloed and J. Rem, Phys. Fluids 21 (1978) 1600.
- (17) 「High-Pressure Flux-Conseriving Tokamak Equilibria」 by J.F. Clark and D.J. Sigmar, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 70.
- (18) 「MHD Stability Linites on High- β Tokamaks」 by M.S. Chance et. al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978) CN-37/P-2.
- (19) 「Hydromagnetic Strong Longitudinal Magnetic Field」 by V.D. Shaframou, Soviet phys.-Technical Phys. 15 (1970) 175.
- (20) 「Toroidal Effects on Magnetohydrodynamic Modes in Tokamaks」 by E.A. Frieman, J.M. Greene, J.L. Johnson and K.W. Weimer, Phys. Fluids 16 (1973) 1108.
- (21) 「Numerical Computation of MHD Spectrum of Non-Circulon, Small-Aspect-Ratio Tokamaks」 by D. Berger, L.C. Bernand, R. Gruber and F. Troyon, 6th IAEA Conf. on Plasma phys, and Contr, Fusion Res. (Berchtesgader, 1976) vol. II, p.411.
- (22) 「Kink Instabilities in a High- β Tokamak」 by J.P. Freidberg and F.A. Haas, phys. Fluids 16 (1973) 1909.
- (23) 「Kink Instabilities in a High β Tokamak with Elliptic Cross Section」 by J.P. Freidberg and F.A. Haas, phys. Fluids 17 (1974) 440.
- (24) 「Magnetohydrodynamic Stability of a Sharp Boundary Model of Tokamak」 by J.P. Freidberg and W. Grossmann, phys. Fluids 18 (1975) 1494.
- (25) 「Equilibrium and Stability of a Diffuse High-Beta Tokamak」 by J.P. Freidberg and J.P. Goedbloed, in Proceedings of the Third Topical Conf. on Pulsed High Beta Plasmas (Culham, 1975), p.117.
- (26) 「Magnetohydrodynamic Stability of High-Beta Tokamak Equilibria with Force-Free Currents」 by H.C. Lui, Nucl. Fusion 18 (1978) 1365.
- (27) 「Computation of the Magnetohydrodynamic Spectrum in Axisymmetric Toroidal Confinement Systems」 by R.C. Grimm, J.M. Green and

- J.L. Johnson, in Method of Computational Physics (Academic Press, 1976) vol. 16, p.253.
- (28) 「Numerical Computations of the Ideal Magnetohydrodynamic Stability of Small Aspect Ratio Tokamaks」 by D. Berger, LRP. 131/77 (Ecole Polytechnique Federale de Lausanne).
- (29) 「Stability Limitations on High-Beta Tokamaks」 by A.M.M. Todd et. al., Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 826.
- (30) 「Topology of Ballooning Modes」 by B. Coppi, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 939.
- (31) 「Dependence of Ideal MHD Kink and Ballooning Modes on Plasma Shape and Profiles in Tokamaks」 by A.M.M. Todd et. al., PPPL-1470 (Princeton Plasma Physics Laboratory) (1978).
- (32) 「High Beta Tokamaks」 by R.A. Dory et. al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978) CN-37/K-1.
- (33) 「Magnetohydrodynamic Stability of Flux-Conseruing Tokamak Equilibria」 by G. Bateman and Y.-K.M. Peng, phys. Rev. Lett. 38 (1977) 829.
- (34) 「High- β Tokamaks」 by A. Sykes, J.A. Wesson and S.J. Cox, phys. Rev. Lett. 39 (1977) 757.
- (35) 「Plasma Heating and Stability in T-11 Tokamak with Neutral Beam Injection」 by V.S. Vlasenkov et. al., 7th IAEA Conf. on plasma phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978) CN-37/C-5.
- (36) 「The Effects of Shaping and Compression on Confinement and Stability in a Tokamak」 by K. McGuire, D.C. Robinson and A.J. Wooton, ibid., CN-37/T-1-1.
- (37) D.C. Robinson (private communication)(1978)
- (38) 「Current Leecay and Stability in SPICA」 by C. Bobeldijk et. al., 6th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Berchtesgaden, 1976) vol. I, p.493.
- (39) 「Experiments on STP, and axisymmetric Fast Toroidal Pinch with Very Small Aspect Ratio」 by K. Hirano et. al., 5th IAEA Conf. on plasma phys. and Contr. Fusion Res. (Tokyo, 1974) vol. III, p.463.
- (40) 「Stability of High-Beta Tukamak Equilibria and Transpert in Belt-Pinch II a」 by G. Becker et. al., Nucl. Fusion 18 (1978) 1653.
- (41) 「Experimental and Numerical Studies of a Rectangular-Cross-

- Section Finite- β Toroidal Plasma] by A.W. Allen et. al., Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 404.
- (42) [Condition for Flute Instability of a Toroidal Geometry Plasma] by V.D. Shaframov and E.I. Yurchenko, Soviet Phys. JETP 26 (1968) 682.
- (43) [Ballooning Modes in Axisymmetric Toroidal Configurations] by G. Laval, E.K. Maschke and R. Pellat, phys. Rev. Lett. 24 (1970) 1229.
- (44) [Theory of Ballooning Modes in Tokamaks with Finite Shear] by D. Dobrott et. al., phys. Rev. Lett. 39 (1977) 943.
- (45) [Shean, Periodicity and Plasma Ballooning Modes], by J.W. Conner, R.J. Hastie and J.B. Taylor, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 396.
- (46) [High Mode Number Stability of an Axisymmetric Toroidal Plasma] by J.W. Conner, R.J. Hastie and J.B. Taylor, CLM-P537 (Culham Laboratory) (1978).
- (47) [High Mode Number Stability of an Axisymmetric Toroidal Plasma] by J.W. Conner, R.J. Hastie and J.B. Taylor, 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978), CN-37/P-1.
- (48) [Hydromagnetic Stability of a Diffuse Linear Pinch] by W.A. Newcomb, Ann. Phys. 10 (1960) 232.
- (49) [An Energy Principle for Hydromagnetic Stability Problem] by I.B. Bernstein, E.A. Frieman, M.D. Kruskal and R.M. Kulsrud, Proc. Roy. Soc. (London) A 244 (1958) 17.
- (50) [On Theoretical Beta Limits and Stability in Noncircular Tokamaks Including Internal Separatrices] by D. Dobrott et. al., 7th IAEA Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Res. (Innsbruck, 1978) CN-37/P-4.
- (51) [Kinetic Analysis of the Localized Magnetohydrodynamic Ballooning Mode] by M.S. Chu., et. al., phys. Rev. Lett. 41 (1978) 247.
- (52) [Stability Limit on Beta in a Tokamak Using the Collisionless Energy Principle] by P.H. Rutherford, L. Chen and M.N. Rosenbluth, PPPL-1418 (Princeton Plasma Physics Laboratory) (1978).
- (53) J.B. Taylor (Private communication) (1978).
- (54) [Ballooning Interchange Instabilities of Magnetized Plasmas under Gravitational Fields] by S. Yoshikawa, Phys. Fluids 9

- (1966) 1442.
- (55) 「Resistive-Ballooning-Mode Equation」 by G. Bateman and D.B. Nelson, phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1804.
- (56) 「Resistive Ballooning Modes in Tokamaks」 by A.H. Glasser, M.S. Chance, A.M.M. Todd and J.M. Greene, Bull. Am. Phys. Soc. 23 (1978) 778.
- (57) 「Stability of an Anisotropic High- β Tokamak to Ballooning Modes」 by P.J. Fielding and F.A. Haas, phys. Rev. Lett. 41 (1978) 801.
- (58) 「Neutral-Beam-Priven Tokamak Fusion Reactors」 by D.L. Jassby, Nucl. Fusion 17 (1977) 309.
- (59) 「Dynamics of high β tokamaks」 by H.R. Strauss, Phys. Fluids 20 (1977) 1354.
- (60) 「Nonlinean Ballooning Modes」 by W. Park, D. Monticello and R.B. White, Bull. Am. Phys. Soc. 23 (1978) 779.
- (61) 「The Accessibility of High β Tokamak States」 by J.T. Hogan, ORNL/TM-6049 (Oak Ridge National Laboratory) (1978).